

ÖSS - ÖYS ANALİTİK GEOMETRİ 1 - 2

M. Zeki DERMAN

Ökkeş ÖZKÖSELER

Bayram ÇETİNER

- KONU ANLATIMLI ÖRNEK
ÇÖZÜMLÜ VE UYARILI
- 1800 SORU
- 13 ÇÖZÜMLÜ TEST
- 51 KONU TESTİ



İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM : DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ	7 – 51
ÇÖZÜMLÜ TEST (1–2–3).....	52 – 70
BÖLÜMLE İLGİLİ ÇALIŞMA SORULARI.....	71 – 74
TEST – 1–2–3–4–5–6–7–8–9–10–11–12–13–14–15–16.....	75 – 108
2. BÖLÜM : ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ.....	109 – 144
ÇÖZÜMLÜ TEST (1 – 2).....	145 – 160
TEST –1–2–3–4–5–6–7–8–9–10–11–12.....	161 – 186
3. BÖLÜM : VEKTÖRLER.....	187 – 229
ÇÖZÜMLÜ TEST (1 – 2 – 3 – 4 – 5).....	230 – 260
TEST – 1–2–3–4–5–6–7–8–9–10–11–12–13–14.....	261 – 291
4. BÖLÜM : KONİKLER	292 – 333
ÇÖZÜMLÜ TEST (1 – 2 – 3).....	334 – 353
TEST – 1–2–3–4–5–6–7.....	354 – 367
5. BÖLÜM : GEOMETRİK YER.....	368 – 377
TEST – 1–2.....	378 – 381
YANIT ANAHTARLARI.....	382 – 384

DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

BÖLÜM I

SIRALI İKİLİ

TANIM

a ve b nin (a, b) biçiminde bir tek eleman olarak yazılmasına sıralı ikili yada kısaca **ikili** denir. Burada a ya ikilinin birinci bileşeni, b ye ise ikinci bileşeni adı verilir.

$(-2, 4)$, (x, y) birer sıralı ikilidir.

UYARI :

(a, b) ikilisinde bileşenlerin yazılış sırası önemlidir. Yani $(a, b) \neq (b, a)$ dir.

SIRALI İKİLİLERİN EŞİTLİĞİ

İki sıralı ikilinin birinci bileşenleri aralarında ve ikinci bileşenleri aralarında eşit ise bu sıralı ikililer eşittir denir. Karşıtı da doğrudur.

$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow (a = c \wedge b = d)$ dir.

UYARI :

(a, b, c) ye sıralı üçlü, (a, b, c, d) ye sıralı dördü, ..., $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 'e de **sıralı n -li** denir.

ÖRNEK

$(a, b-4) = (-5, 3)$ olduğuna göre **$a + b$ kaçtır?**

ÇÖZÜM

$(a, b-4) = (-5, 3) \Rightarrow a = -5 \wedge b-4 = 3$ dür.

$\Rightarrow a = -5 \wedge b = 4+3 = 7$ dir.

Buradan $a+b = -5+7 = 2$ bulunur.

ÖRNEK

$(2x-2, 4y, 6) = (4, y-x, z-y)$ olduğuna göre **$x+2y-z$ işleminin sonucu nedir?**

ÇÖZÜM

$(2x-2, 4y, 6) = (4, y-x, z-y) \Rightarrow 2x-2 = 4 \wedge 4y = y-x \wedge z-y = 6$

$\Rightarrow 2x = 6 \wedge 3y = -x \wedge z-y = 6$

$\Rightarrow x = 3 \wedge 3y = -3 \wedge z+1 = 6$

$y = -1 \quad z = 5$

$x + 2y - z = 3 - 2 - 5 = -4$ bulunur.

KARTEZYEN ÇARPIM

TANIM

A ve B herhangi iki küme olsun.

$A \times B = \{ (x, y) \mid x \in A \wedge y \in B \}$ kümesine A ile B kümesinin **kartezyen çarpımı** denir.

$A \times B \neq B \times A$ dir. (Değişme özelliği yoktur.)

ÖRNEK

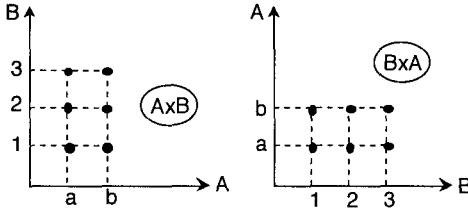
$A = \{a, b\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ ise $A \times B$ ve $B \times A$ kümelerini yazarak, şemalarını çiziniz.

ÇÖZÜM

$A \times B = \{ (a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3) \}$

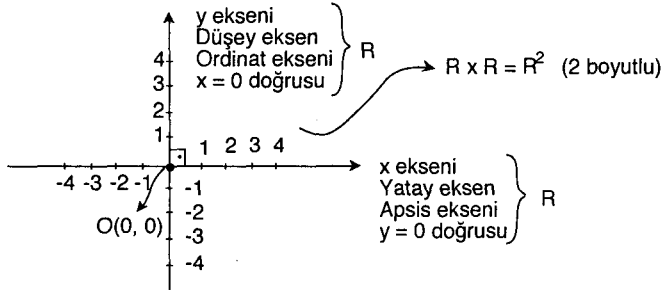
$B \times A = \{ (1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b) \}$ dir.

Şimdi şemalarını çizelim.



ANALİTİK DÜZLEM VE DÜZLEMDE NOKTA KOORDİNATLARI

İki reel sayı doğrusunu, "0" reel sayısı birbirleriyle çakışacak ve bu noktada doğrular birbirine dik olacak şekilde gözönüne aldığımızda oluşan sisteme **koordinat sistemi**, koordinat sisteminin üzerinde bulunduğu düzleme de **analitik düzlem** yada **koordinat düzlemi** denir. Dik doğrulardan yatay olanına **apsis eksen**i, düşey olanına ise **ordinat eksen**i adı verilir. Dik doğruların kesim noktasına ise koordinat sisteminin **başlangıç noktası** yada **orijin** denir. $O(0, 0)$ yazımıyla gösterilir.



Koordinat düzlemi $R \times R = \{ (x, y) \mid x, y \in R \}$ olup, sıralı ikililerle donanmıştır. Bu nedenle her sıralı reel sayı ikilisine, koordinat düzleminde bir nokta karşı gelir. Karşıt olarak, koordinat düzleminde alınacak olan her noktaya da karşı gelen bir reel sayı ikilisi vardır. Bu ikiliye noktanın koordinatları adı verilir.

$A(a, b)$ noktasının yeri belirlenirken x eksen üzerindeki a değerinden ve y eksen üzerindeki b değerinden birer dikme çıkılır. İki dikmenin kesim noktası aranan $A(a, b)$ noktasıdır.

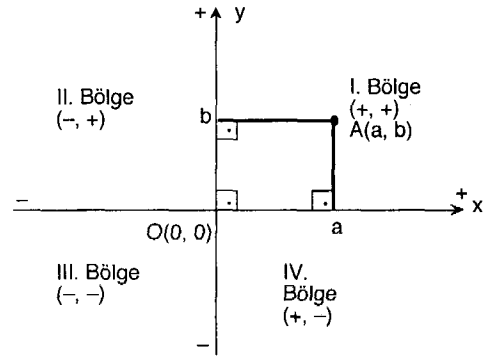
$\swarrow$ $\searrow$
 Birinci bileşen $\quad$ İkinci bileşen
 apsis $\quad$ ordinat
 (Yatay eksenden) $\quad$ (Düşey eksenden)

Koordinat eksenleri analitik düzlemi dört bölgeye ayırır. Bu bölgeler aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi I., II., III. ve IV. bölge diye adlandırılır.

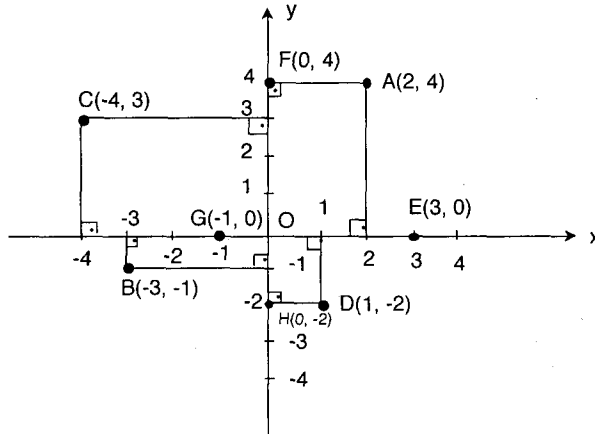
y ekseninin sağında apsis pozitif, sol yanında apsis negatiftir.

x ekseninin üst yanında ordinat pozitif, alt yanında ordinat negatiftir. Buna göre

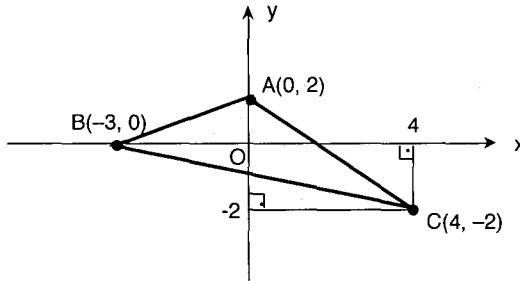
- .) I. Bölgede apsis ve ordinat pozitif
 $x > 0 \wedge y > 0$
- .) II. Bölgede apsis negatif ve ordinat pozitif
 $x < 0 \wedge y > 0$
- .) III. Bölgede apsis ve ordinat negatif
 $x < 0 \wedge y < 0$
- .) IV. Bölgede apsis pozitif ve ordinat negatif
 $x > 0 \wedge y < 0$ olur.
- .) x ekseninde alınacak her noktada ordinat sıfır, y ekseninde alınacak her noktada ise apsis sıfırdır.

**ÖRNEK**

$A(2, 4)$, $B(-3, -1)$, $C(-4, 3)$, $D(1, -2)$, $E(3, 0)$, $F(0, 4)$, $G(-1, 0)$, $H(0, -2)$ noktalarını analitik düzlemde gösteriniz.

ÇÖZÜM**ÖRNEK**

Köşelerinin koordinatları $A(0, 2)$, $B(-3, 0)$ ve $C(4, -2)$ noktaları olan ABC üçgenini analitik düzlemde gösteriniz.

ÇÖZÜM

ABC üçgeni yanda görüldüğü gibidir.

ÖRNEK

a , b birer tamsayı olmak üzere, $(a+1, b-a)$ noktası analitik düzlemde 3. bölgededir.

Buna göre $(a-ab, -3b+a)$ noktası analitik düzlemde nerede bulunur?

ÇÖZÜM

$(a+1, b-a)$ noktası 3. bölgede ise $a+1 < 0 \wedge b-a < 0$ dir.

Buradan $a < -1 \wedge b < a$ olup, $b < a < -1$ elde edilir.

Koşulu sağlayan birer a ve b değeri alalım. Örneğin $b = -3$ ve $a = -2$ olsun.

Bu durumda

$$\begin{aligned}(a-ab, -3b+a) &= (-2 - (-2)) \cdot (-3), -3 \cdot (-3) - 2 \\ &= (-2 - 6, 9 - 2) \\ &= (-8, 7) \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Yani $(a-ab, -3b+a)$ noktası 2. bölgededir.

ÖRNEK

$A(m, n)$ noktası analitik düzlemin 3. bölgesinde ise $B(2m+n, 3mn)$ noktası analitik düzlemin kaçınıcı bölgesindedir?

ÇÖZÜM

$A(m, n)$ noktası 3. bölgede ise $m < 0 \wedge n < 0$ dir.

$$m < 0 \Rightarrow 2m < 0 \wedge n < 0 \Rightarrow 2m+n < 0 \text{ dir.}$$

$$m < 0 \wedge n < 0 \Rightarrow m \cdot n > 0 \Rightarrow 3mn > 0 \text{ olur.}$$

Yani $B(2m+n, 3mn) = B(-, +)$ işaretli olduğundan B noktası 2. bölgededir.

ÖRNEK

(a^2b, a^3b^2) noktası analitik düzlemde 4. bölgededir. (ab, ab^2) noktası analitik düzlemde hangi bölgededir?

ÇÖZÜM

(a^2b, a^3b^2) noktası 4. bölgede ise

$$a^2b > 0 \wedge a^3b^2 < 0 \text{ dir.}$$

$\forall a \in \mathbb{R} - \{0\}$ için $a^2 > 0$ olduğundan, $a^2b > 0$ ise $b > 0$ olmak zorundadır.

Yani b pozitifdir.

$$b > 0 \Rightarrow b^2 > 0 \text{ olup, } a^3b^2 < 0 \text{ olması için}$$

$a^3 < 0$ olmalıdır. $a^3 < 0 \Rightarrow a < 0$ dir. Yani a negatiftir.

$$a < 0, b > 0 \Rightarrow (ab, ab^2) = (-, -) \text{ işaretli olup } (ab, ab^2) \text{ noktası 3. bölgededir.}$$

ÖRNEK

a, b, c, d sıfırdan farklı reel sayılardır. $P(a, b)$ noktası analitik düzlemde 4. bölgede, $Q(c, d)$ noktası ise 3. bölgededir. $K(b+c, a-d)$ noktası analitik düzlemin hangi bölgesindedir?

ÇÖZÜM

$P(a, b) \rightarrow 4.$ Bölgede ise $a > 0 \wedge b < 0$ dir.

$Q(c, d) \rightarrow 3.$ Bölgede ise $c < 0 \wedge d < 0$ dir.

$K(b+c, a-d)$ ye bakalım.

$$b < 0 \wedge c < 0 \Rightarrow b+c < 0$$

$$a > 0 \wedge d < 0 \Rightarrow a-d > 0 \text{ olur. Yani}$$

$K(b+c, a-d) = (-, +)$ işaretli olup, K noktası 2. Bölgededir.

ÖRNEK

$A(ab, a^2b)$ noktası analitik düzlemde 4. bölgede ise $B(a, -b)$ noktası hangi bölgededir?

ÇÖZÜM

$A(ab, a^2b)$ noktası 4. bölgede ise $ab > 0 \wedge a^2b < 0$ dır. $ab > 0$ ise a ile b aynı işaretlidirler. $a^2b < 0 \Rightarrow a^2 > 0$ olduğundan $b < 0$ dır. a ile b aynı işaretli olarak bulunmuştu $b < 0 \Rightarrow a < 0 \wedge b < 0$ elde edilir. Öyleyse $B(a, -b) = (-, +)$ işaretli olup, B noktası 2. bölgededir.

ÖRNEK

a bir tamsayıdır. $M(a-1, 2a-6)$ noktası analitik düzlemin 4. bölgesinde ise a kaçtır?

ÇÖZÜM

$a \in \mathbb{Z} \wedge M(a-1, 2a-6)$ noktası 4. bölgede ise

$a-1 > 0 \wedge 2a-6 < 0$ dır.

$a > 1 \wedge 2a < 6$

$a < 3$ bulunur. Yani

$1 < a < 3$ ve de a bir tamsayı olacağından $a = 2$ elde edilir.

ÖRNEK

$A(2, a-4)$ ve $B(a+3, -5)$ noktaları analitik düzlemin aynı bölgesinde bulunduklarına göre a nın değer aralığı nedir?

ÇÖZÜM

$A(2, a-4)$ ve $B(a+3, -5)$ aynı bölgedeler

$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ + & - & & + & - \end{matrix}$

Aynı bölgede bulunmaları için apsileri ve ordinatları aralarında aynı işareti taşımalıdırlar.

Yani $a+3 > 0 \wedge a-4 < 0$ olmalıdır.

$a > -3 \wedge a < 4$ den $-3 < a < 4$ bulunur.

Yani $a \in (-3, 4)$ dür.

KOORDİNATLAR VE NOKTALAR ARASI UZAKLIK

Reel doğru üzerinde bir P noktasının koordinatı demekle P 'ye karşılık gelen reel sayıyı kastediyoruz.

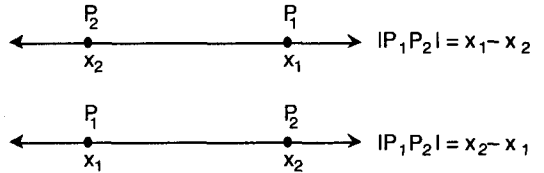
P_1 ve P_2 reel doğru üzerinde x_1 ve x_2 koordinatlı iki nokta olsun ve $|P_1P_2|$, P_1 ile P_2 arasındaki uzaklığı göstersin veya P_1P_2 doğru parçasının uzunluğu olsun.

$|P_1P_2|$, x_1 ile x_2 nin farkıdır. ($x_1 = x_2$ ise P_1 ve P_2 noktaları çakışır.)

Daha kesin olarak

$$|P_1P_2| = \begin{cases} x_1 - x_2, & \text{eğer } x_1 \geq x_2, \\ x_2 - x_1, & \text{eğer } x_1 < x_2, \end{cases} \text{ ifadesi}$$

$$|P_1P_2| = \begin{cases} x_1 - x_2, & \text{eğer } x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_2 - x_1, & \text{eğer } x_1 - x_2 < 0 \end{cases} \text{ ifadesine eşdeğerdir.}$$



İKİ NOKTA ARASINDAKİ UZAKLIK

Analitik düzlemin birinci bölgesinde $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarını alalım.

$A(x_1, y_1)$ noktası ile $B(x_2, y_2)$ noktası arasındaki uzaklık $|AB|$ dir.

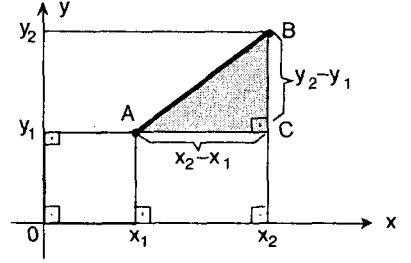
Şekilde görüldüğü gibi ABC dik üçgeni oluşturulduğunda

$|AC| = x_2 - x_1$ ve $|BC| = y_2 - y_1$ olur. Pisagor bağıntısı uygulanırsa;

$$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$$

$$|AB| = \sqrt{|AC|^2 + |BC|^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \text{elde edilir.}$$



UYARI :

$(a-b)^2 = (b-a)^2$ olduğundan iki nokta arasındaki uzaklık; $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ yada

$|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ formüllerinden birisi ile hesaplanabilir.

ÖRNEK

$A(1, 7)$ ve $B(13, 2)$ noktaları arasındaki uzaklığı bulunuz.

ÇÖZÜM

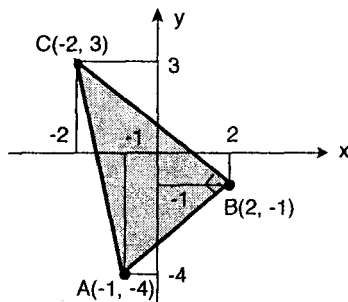
$$|AB| = \sqrt{(13-1)^2 + (2-7)^2} = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169}$$

$|AB| = 13$ birimdir.

ÖRNEK

$A(-1, -4)$, $B(2, -1)$ ve $C(-2, 3)$ noktalarını köşe kabul eden ABC üçgeni bir dik üçgen midir?

ÇÖZÜM



$$|AB|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$|AB|^2 = (2 + 1)^2 + (-1 + 4)^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18 \quad ①$$

$$|BC|^2 = (-2 - 2)^2 + (3 + 1)^2 = (-4)^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32 \quad ②$$

$$|AC|^2 = (-2 + 1)^2 + (3 + 4)^2 = (-1)^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50 \quad ③$$

notu eşitlikler elde edilir.

Bu eşitliklerden

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

$$50 = 18 + 32$$

$$50 = 50 \quad \text{olduğu görülür.}$$

Yani Pisagor bağıntısı doğrulandığından üçgen dik üçgendir.

ÖRNEK

$A(-1, 1)$ ve $B(2, k)$ noktaları arasındaki uzaklık 5 br ise k ne olabilir?

ÇÖZÜM

$A(-1, 1)$, $B(2, k)$ ve $|AB| = 5$ br ise

$$|AB| = 5$$

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = 5$$

$$\sqrt{(2+1)^2 + (k-1)^2} = 5 \quad \text{eşitliğinde her iki yanın karesi alınırsa ;}$$

$$3^2 + (k-1)^2 = 25$$

$$(k-1)^2 = 25 - 9$$

$$(k-1)^2 = 16 \quad \text{dan}$$

$$k-1 = -4 \quad \vee \quad k-1 = 4 \quad \text{olur ki buradan,}$$

$$k = -3 \quad \vee \quad k = 5 \quad \text{elde edilir.}$$

ÖRNEK

$A(2, -1)$ ve $B(-4, 3)$ noktalarından eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri nedir?

ÇÖZÜM

$A(2, -1)$ ve $B(-4, 3)$ noktalarından eşit uzaklıkta bulunan noktalar kümesi $C(x, y)$ olsun.

$$|CA| = |CB| \quad \text{olduğundan;}$$

$$\sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x+4)^2 + (y-3)^2} \quad \text{olur.}$$

Her iki yanın karesi alınırsa;

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + 8x + 16 + y^2 - 6y + 9$$

Sadeleştirmeler yapılırsa,

$$-4x + 2y + 5 = 8x - 6y + 25 \quad \text{den}$$

$$12x - 8y + 20 = 0$$

$$3x - 2y + 5 = 0 \quad \text{doğrusu elde edilir ki,}$$

sözkonusu C noktaları bu doğru üzerindeki noktalar.

BİR DOĞRU PARÇASININ ORTA NOKTASI

Analitik düzlemin birinci bölgesinde $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarını gözönüne alalım.

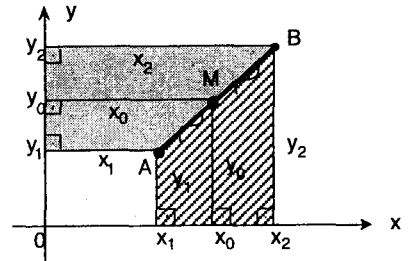
$[AB]$ nin orta noktası $M(x_0, y_0)$ noktası olsun.

Yandaki koordinat düzleminde taranmış geometrik şekiller, tabanları x_1 ve x_2 , y_1 ve y_2 olan iki dik yamuktur.

x_0 ile y_0 da bu dik yamukların orta tabanlarıdır. Yamukta orta taban özelliğinden

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \wedge \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} \quad \text{bulunur.}$$

Yani uç noktaları $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ olan $[AB]$ 'nin orta noktası $M(x_0, y_0) = M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ dir.



ÖRNEK

Uç noktaları $A(-3, 1)$ ve $B(5, 5)$ olan AB doğru parçasının orta noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Orta nokta $C(x_0, y_0)$ ise ;

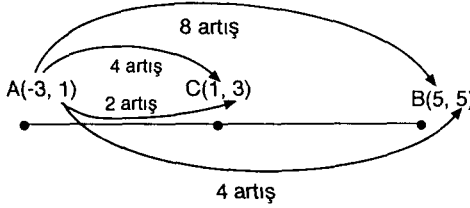
$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ ve } y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$x_0 = \frac{-3 + 5}{2} \text{ ve } y_0 = \frac{1 + 5}{2}$$

$$x_0 = 1 \text{ ve } y_0 = 3 \text{ tür.}$$

$C(1,3)$ olduğuna göre koordinatları toplamı $1 + 3 = 4$ tür.

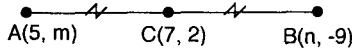
2. yol :



A noktasının apsisinde B'nin apsisine -3 den 5'e 8 artış olmuş. Öyle ise A dan C noktasına kadar apsisde 4 artış olmalıdır, yani C nin apsis 1 olur. A'nın ordinatı 1 iken B'nin ordinatı 5 tir. 4 artış sözkonusudur. A dan C'ye kadar ordinat 2 artar ve C nin ordinatı 3 olur. $C(1, 3)$ olup, yanıt $1+3 = 4$ tür.

ÖRNEK

$A(5, m)$ ve $B(n, -9)$ noktalarını uç noktaları kabul eden $[AB]$ 'nin orta noktası $C(7, 2)$ ise $(2m+n)^{-1}$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$$7 = \frac{5+n}{2} \quad \wedge \quad 2 = \frac{m-9}{2}$$

$$5+n=14 \quad \wedge \quad m-9=4$$

$$n=9 \quad \wedge \quad m=13 \text{ olur ki buradan } 2m+n=26+9=35 \text{ elde edilir.}$$

Öyleyse aranılan sonuç $(2m+n)^{-1} = 35^{-1} = \frac{1}{35}$ tir.

VERİLEN BİR DOĞRU PARÇASINI BELLİ BİR ORANA GÖRE BÖLEN NOKTANIN KOORDİNATLARI

AB doğru parçasını verilen bir λ oranına göre bölen nokta C olsun.

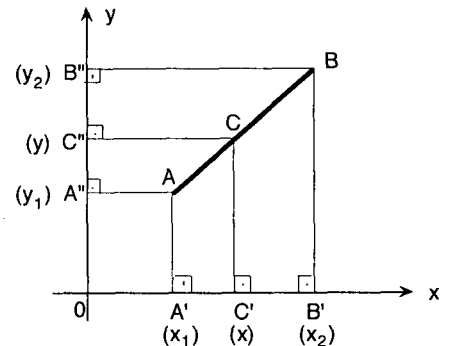
$$\frac{|CA|}{|CB|} = \lambda \quad (\lambda \neq 1)$$

olan C noktasını arayalım.

$C(x, y)$, $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ olsun. Doğru parçaları, izdüşümleri ile orantılı olduğundan

$$\frac{|CA|}{|CB|} = \lambda \Rightarrow \frac{|C'A'|}{|C'B'|} = \lambda \text{ veya } \frac{x-x_1}{x-x_2} = \lambda \text{ eşitliğinden}$$

$x - x_1 = \lambda(x - x_2)$ yazılır. Gerekli düzenlemeler yapıldığında



$$x - x_1 = \lambda x - \lambda x_2$$

$$x - \lambda x = x_1 - \lambda x_2$$

$$x(1 - \lambda) = x_1 - \lambda x_2$$

$$x = \frac{x_1 - \lambda x_2}{1 - \lambda} \text{ bulunur. Aynı düşünceyle}$$

$$y = \frac{y_1 - \lambda y_2}{1 - \lambda} \text{ elde edilir. Yani aranan C noktası}$$

$$C(x, y) = C\left(\frac{x_1 - \lambda x_2}{1 - \lambda}, \frac{y_1 - \lambda y_2}{1 - \lambda}\right) \text{ dir.}$$

İRDELEME

- 1) $\lambda < 0$ olduğu zaman C noktası, A ile B arasındadır. Yani C, [AB] 'ni içten bölen noktadır.
- 2) $\lambda > 0$ olduğu zaman C noktası, AB doğru parçasının dışındadır. Yani C, [AB] 'ni dıştan bölen noktadır.
- 3) $\lambda = -1$ ise C noktası AB doğru parçasının orta noktasıdır.

ÖRNEK

$P_1(-1, -6)$, $P_2(3, 0)$ dir. P_1P_2 doğru parçasını $\lambda = \frac{1}{4}$ oranında bölen P noktasının koordinatlarını bulunuz.

ÇÖZÜM

$P(x, y)$ olsun. $x_1 = -1$, $y_1 = -6$ ve $x_2 = 3$, $y_2 = 0$ olduğundan

$$x = \frac{x_1 - \lambda x_2}{1 - \lambda} \Rightarrow x = \frac{-1 - \frac{1}{4} \cdot 3}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{-\frac{7}{4}}{\frac{3}{4}} = -\frac{7}{3}$$

$$y = \frac{y_1 - \lambda y_2}{1 - \lambda} \Rightarrow y = \frac{-6 - \frac{1}{4} \cdot 0}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{-6}{\frac{3}{4}} = -8 \text{ bulunur.}$$

Yani aranan P noktası $P(-\frac{7}{3}, -8)$ dir.

ÖRNEK

A(2, 5) ve B(0, 9) noktaları veriliyor. $\frac{|CA|}{|CB|} = \frac{1}{3}$ olacak şekilde [AB]'nin dışında bir C noktası seçiliyor. C noktasının apsisi nedir?

ÇÖZÜM

C noktasının apsisi x olsun. $x_1 = 2$ ve $x_2 = 0$ dir.

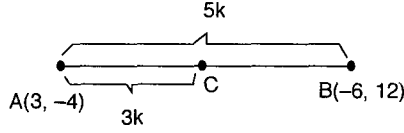
$$x = \frac{x_1 - \lambda x_2}{1 - \lambda} = \frac{2 - \frac{1}{3} \cdot 0}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{2}{\frac{2}{3}} = 3 \text{ bulunur.}$$

UYARI :

Bu tür sorular oran ve orantıdan yararlanarak da hesaplanabilir.

ÖRNEK

$A(3, -4)$ ve $B(-6, 12)$ noktaları veriliyor. $[AB]$ doğru parçasını A dan itibaren $\frac{3}{5}$ oranında bölen C noktasının koordinatlarını bulunuz.

ÇÖZÜM

5k uzaklığa karşılık apsis 9 br değişmişse (Azalış)
3k uzaklığa karşılık apsis ? br değişir.

$? = \frac{3 \cdot 9}{5} = \frac{27}{5}$ değişmelidir. O halde C noktasının apsisi, değişim azalış biçiminde olduğundan

$$3 - \frac{27}{5} = -\frac{12}{5} \text{ bulunur.}$$

Aynı şekilde;

5k uzaklığa karşılık ordinat 16 br değişmişse (Artış)
3k uzaklığa karşılık ordinat ? br değişir.

$? = \frac{3 \cdot 16}{5} = \frac{48}{5}$ değişmelidir. O halde C noktasının ordinatı, değişim artış biçiminde olduğundan $-4 + \frac{48}{5} = \frac{28}{5}$ bulunur. Yani $C(-\frac{12}{5}, \frac{28}{5})$ dir.

KÖŞELERİNİN KOORDİNATLARI VERİLEN BİR KONVEKS DÖRTGENİN PARALELKENAR OLMA KOŞULU

Bir paralelkenarda köşegenler birbirini ortaladığından, köşegenlerin kesim noktası olan O noktası, $[AC]$ ve $[BD]$ nin orta noktasıdır.

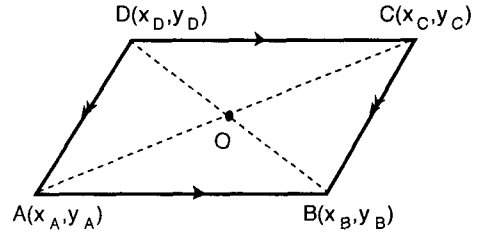
O noktası $[AC]$ 'nin orta noktası $\Rightarrow O\left(\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2}\right)$ dir.

O noktası $[BD]$ 'nin orta noktası $\Rightarrow O\left(\frac{x_B + x_D}{2}, \frac{y_B + y_D}{2}\right)$ dir.

$[AC]$ ve $[BD]$ nin orta noktaları çakışık olduğundan

$$\left(\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2}\right) = \left(\frac{x_B + x_D}{2}, \frac{y_B + y_D}{2}\right) \Leftrightarrow \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{x_B + x_D}{2} \wedge \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{y_B + y_D}{2} \text{ dir.}$$

Buradan $x_A + x_C = x_B + x_D$ $\wedge$ $y_A + y_C = y_B + y_D$ bulunur.

**SONUÇ**

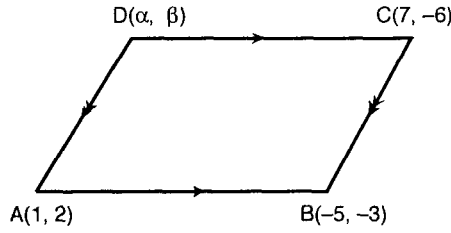
Köşe koordinatları verilen bir konveks dörtgenin paralelkenar olması için karşılıklı köşelerdeki apsisler toplamı aralarında ve karşılıklı köşelerdeki ordinatlar toplamı da aralarında eşit olmalıdır.

ÖRNEK

Köşelerinin koordinatları $A(1, 2)$, $B(-5, -3)$, $C(7, -6)$, $D(\alpha, \beta)$ olan bir ABCD paralelkenarında D köşesinin koordinatları nedir?

ÇÖZÜM

1. YOL :

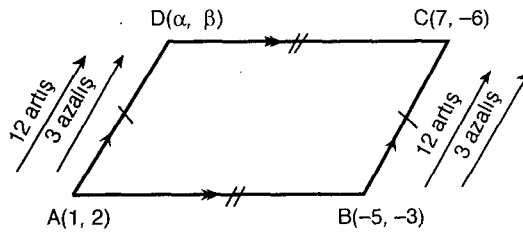


$$\alpha - 5 = 1 + 7 \quad \wedge \quad \beta - 3 = 2 - 6 \quad \text{olmalıdır.}$$

$$\alpha = 8 + 5 \quad \wedge \quad \beta = -4 + 3$$

$$\alpha = 13 \quad \wedge \quad \beta = -1 \quad \text{bulunur. } D(13, -1) \text{ dir.}$$

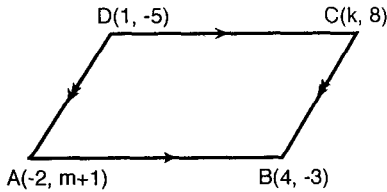
2. YOL :



Karşılıklı kenarlar eşit ve paralel olduğundan B den C ye olan değişim ile A dan D ye olan değişim aynı olmalıdır. A nın apsisi 1 den α ya 12 artış olursa $\alpha = 13$ ve A nın ordinatı 2 den β ya 3 azalış olursa $\beta = -1$ olur. Yani $D(13, -1)$ dir.

ÖRNEK

ABCD paralelkenarında $A(-2, m+1)$, $B(4, -3)$, $C(k, 8)$ ve $D(1, -5)$ olduğuna göre $m+k$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

ABCD paralelkenar olduğuna göre

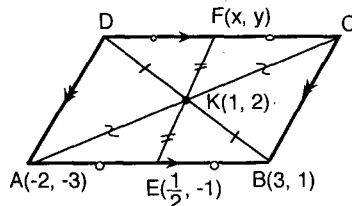
$$-2 + k = 4 + 1 \quad \wedge \quad m + 1 + 8 = -3 - 5 \quad \text{olmalıdır. Buradan}$$

$$k = 5 + 2 \quad \wedge \quad m = -8 - 9$$

$$k = 7 \quad \wedge \quad m = -17 \quad \text{bulunur ki istenilen toplam } m + k = -17 + 7 = -10 \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

Köşegenlerinin kesim noktası $K(1, 2)$ olan bir ABCD paralelkenarında $A(-2, -3)$ ve $B(3, 1)$ ise [CD] kenarının orta noktasının koordinatları toplamı ne olur?

ÇÖZÜM

Köşegenlerin kesim noktası K dən, [AD] ve [BC] kenarlarına çizilecek olan [EF] paraleli [AB] ve [CD] yi ortalayacağından E ve F noktaları üzerinde bulundukları kenarların orta noktaları olacaklardır. E noktasının koordinatları bulunursa

$$E\left(\frac{-2+3}{2}, \frac{-3+1}{2}\right) = E\left(\frac{1}{2}, -1\right) \text{ elde edilir.}$$

Bu durumda K noktası da [EF] doğru parçasının orta noktası konumuna gelir. Öyleyse

$$1 = \frac{x + \frac{1}{2}}{2} \wedge 2 = \frac{y - 1}{2} \text{ den}$$

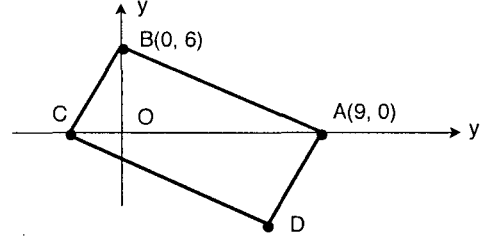
$$x + \frac{1}{2} = 2 \wedge y - 1 = 4$$

$$x = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \wedge y = 4 + 1 = 5 \text{ elde edilir.}$$

$F\left(\frac{3}{2}, 5\right)$ ise koordinatları toplamı $\frac{3}{2} + 5 = \frac{13}{2}$ dir.

ÖRNEK

Şekildeki ABCD dikdörtgeninde D köşesinin koordinatları nedir?



ÇÖZÜM

ABC dik üçgeninde

$$h^2 = p \cdot k \text{ ve } k = 9 \text{ dan } 36 = 9p \Rightarrow p = 4$$

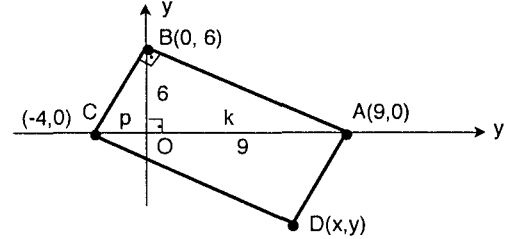
bulunur. $p = 4 \Rightarrow C(-4, 0)$ olur.

$D(x, y)$ ise paralelkenar olma özelliğinden

$$x = 9 - 4 \wedge y + 6 = 0 \text{ dan}$$

$$x = 5 \wedge y = -6 \text{ elde edilir.}$$

Yani $D(5, -6)$ dir.



ÜÇGENİN AĞIRLIK MERKEZİ

Köşelerinin koordinatları $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ olan ABC üçgeninin kenarortaylarının kesim noktasının (ağırlık merkezinin) koordinatlarını bulalım.

Üçgenin AD kenarortayı üzerinde $|AG| = \frac{2}{3}|AD|$ olacak şekilde G noktası alalım.

G noktası kenarortayların kesim noktasıdır.

$$\frac{|AG|}{|GD|} = \frac{2}{1} \text{ olup } \lambda = 2 \text{ dir. D noktasının koordinatları}$$

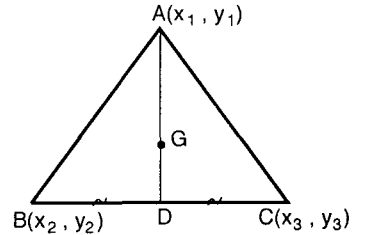
$$D\left(\frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2}\right) \text{ dir. G noktasının koordinatları}$$

(x, y) ile gösterilirse, G noktası [AD] 'nı içten bölen nokta olduğu için $\lambda < 0$ dan $\lambda = -2$ olacaktır.

Bu durumda

$$G(x, y) = G\left(\frac{x_1 + 2 \cdot \frac{x_2 + x_3}{2}}{1 + 2}, \frac{y_1 + 2 \cdot \frac{y_2 + y_3}{2}}{1 + 2}\right)$$

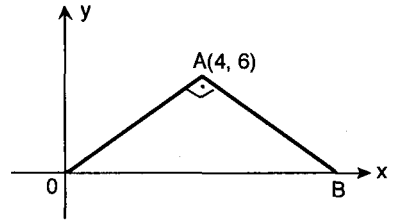
$$G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right) \text{ bulunur.}$$



Yani köşelerinin koordinatları verilen bir üçgende ağırlık merkezinin apsisi köşelerdeki apsilerin aritmetik ortası, ordinatı da köşelerdeki ordinatların aritmetik ortasıdır.

ÖRNEK

$A(4, 6)$ olduğuna göre **şekildeki AOB dik üçgeninin ağırlık merkezinin koordinatları toplamı nedir?**

**ÇÖZÜM**

$[AH] \perp [OB]$ çizelim.

Öklit bağıntısından

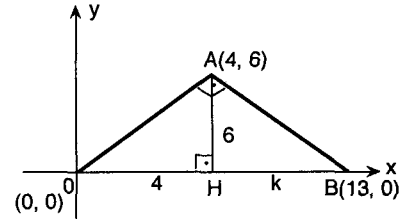
$$|AH|^2 = |OH| \cdot |HB|$$

$$36 = 4 \cdot k \Rightarrow k = 9 \text{ bulunur.}$$

$$|HB| = 9 \text{ ise } |OB| = 13 \text{ olurki}$$

$B(13, 0)$ dir. Öte yandan $A(4, 6)$ ve $O(0, 0)$ ol-

duğundan ağırlık merkezi $G(\frac{17}{3}, 2)$ elde edilir. Koordinatları toplamı ise $\frac{17}{3} + 2 = \frac{23}{3}$ dür.

**ÜÇGENİN ALANI**

① $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ olmak üzere ABC üçgeninin alanını bulalım.

A, B, C noktalarından Ox eksenine AA' , BB' ve CC' dikmelerini inelim. Üçgenin alanını S ile gösterirsek

$$S = A(AA'C'C) + A(CC'B'B) - A(AA'B'B) \text{ dir.}$$

$AA'C'C$, $CC'B'B$ ve $AA'B'B$ birer dik yamuk olup;

$$A(AA'C'C) = \frac{|AA'| + |CC'|}{2} \cdot |A'C'| = \frac{y_1 + y_3}{2} (x_3 - x_1),$$

$$A(CC'B'B) = \frac{|CC'| + |BB'|}{2} \cdot |B'C'| = \frac{y_3 + y_2}{2} (x_2 - x_3),$$

$$A(AA'B'B) = \frac{|AA'| + |BB'|}{2} \cdot |A'B'| = \frac{y_1 + y_2}{2} (x_2 - x_1) \text{ bulunur. Bulunan değerler}$$

$S = A(AA'C'C) + A(CC'B'B) - A(AA'B'B)$ eşitliğinde yerine konursa;

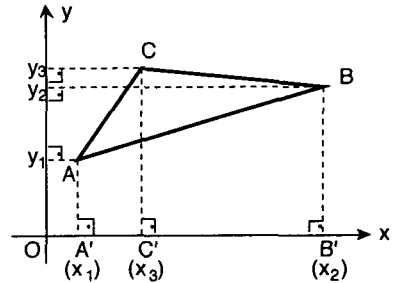
$$S = \frac{y_1 + y_3}{2} \cdot (x_3 - x_1) + \frac{y_3 + y_2}{2} \cdot (x_2 - x_3) - \frac{y_1 + y_2}{2} (x_2 - x_1) \text{ veya}$$

$2 \cdot S = (y_1 + y_3) (x_3 - x_1) + (y_3 + y_2) (x_2 - x_3) - (y_1 + y_2) (x_2 - x_1)$ olurki, parantezler açılıp gerekli kısaltmalar yapılırsa

$$2S = x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2) \text{ elde edilir.}$$

Bir üçgenin alanı negatif olamayacağından

$$2S = |x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)| \text{ bulunur.}$$



- ② $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ olmak üzere ABC üçgeninin alanı determinant yardımıyla

$$S = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \text{ eşitliğinden de hesaplanır.}$$

Bu yolla alan hesaplarırken pratik olarak aşağıdaki yöntem izlenir.

$$S = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$S = \frac{1}{2} | x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 - x_1 y_3 - x_2 y_1 - x_3 y_2 |$$

$$S = \frac{1}{2} | x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2) |$$

bulunur.

UYARI :

ABC üçgeninin alanı sıfır çıkarsa A, B, C noktaları bir doğru üzerindedir. (Doğrusal demektir.)

ÖRNEK

Köşeleri $A(-3, 0)$, $B(1, 4)$, $C(2, -6)$ olan ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

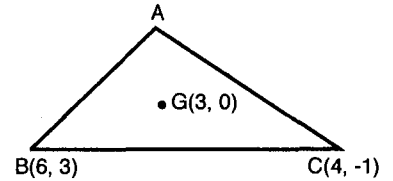
ÇÖZÜM

$$A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & -6 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} | -12 - 6 - 8 - 18 | = \frac{1}{2} | -44 | = \frac{44}{2} = 22 \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

Şekildeki ABC üçgeninde $B(6, 3)$, $C(4, -1)$ dir. Üçgenin ağırlık merkezi $G(3, 0)$ ise, alanı kaç birimkaredir?



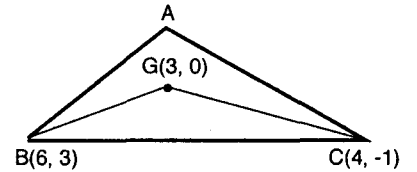
ÇÖZÜM

[BG] ve [CG] doğru parçaları çizildiğinde oluşan BCG üçgeninin alanı, ABC üçgeninin alanının $\frac{1}{3}$ ü kadardır.

Yani $A(ABC) = 3 \cdot A(BCG)$ dir. Öyleyse $A(BCG)$ yi hesaplayalım.

$$A(BCG) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 6 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} | -6 + 9 - 12 + 3 | = \frac{1}{2} | -6 | = \frac{6}{2} = 3 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

$$A(ABC) = 3 \cdot A(BCG) = 3 \cdot 3 = 9 \text{ br}^2 \text{ elde edilir.}$$



ÖRNEK

Kenar orta noktaları $D(3, 5)$, $E(-1, 2)$ ve $F(-2, -1)$ olan ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

ÇÖZÜM

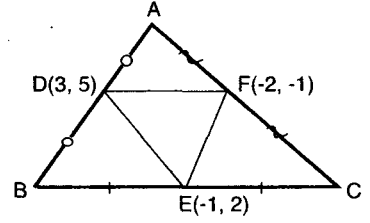
"Bir üçgende kenarların orta noktalarını ikişer ikişer birleştiren doğru parçaları üçgenin alanını 4 eş parçaya ayırır"

kuralını hatırlarsak $A(ABC) = 4 \cdot A(DEF)$ olur.

Önce $A(DEF)$ yi bulalım.

$$A(DEF) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -1 \\ -1 & 2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \cdot | -3 - 4 - 5 + 10 - 1 - 6 | = \frac{1}{2} | -9 | = \frac{9}{2} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

Öyleyse $A(ABC) = 4A(DEF) = 4 \cdot \frac{9}{2} = 18 \text{ br}^2$ elde edilir.

**ÖRNEK**

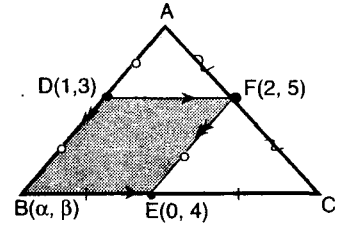
ABC üçgeninde $[AB]$, $[BC]$ ve $[AC]$ kenarlarının orta noktaları sırasıyla $D(1, 3)$, $E(0, 4)$ ve $F(2, 5)$ dir. **B köşesinin koordinatları nedir?**

ÇÖZÜM

"Bir üçgende iki kenarın orta noktalarını birleştiren doğru parçası üçüncü kenara paralel ve uzunlukça yarısına eşittir." ORTA TABAN özelliği hatırlanır ve uygulanırsa oluşan $BEFD$ bir paralelkenardır. Paralelkenar özelliğinden;

$$\alpha + 2 = 1 \quad \wedge \quad \beta + 5 = 4 + 3 \text{ olmalıdır.}$$

$$\alpha = -1 \quad \wedge \quad \beta = 2 \text{ Yani } B(-1, 2) \text{ elde edilir.}$$

**ÖRNEK**

ABC üçgeninde kenar orta noktaları $D(-1, 3)$, $E(4, 1)$, $F(6, 8)$ ise ağırlık merkezinin koordinatları toplamı nedir?

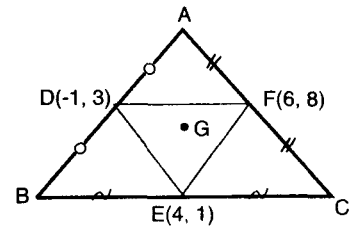
ÇÖZÜM

"Bir üçgenin ağırlık merkezi ile, kenarlarının orta noktalarını ikişer ikişer birleştirdiğimizde oluşan üçgenin ağırlık merkezi çakışiktır."

Bu nedenle ABC üçgeninin ağırlık merkezi olan G noktası, DEF üçgeninin de ağırlık merkezidir.

$$\text{Öyleyse } G\left(\frac{-1+4+6}{3}, \frac{3+1+8}{3}\right) = G(3, 4) \text{ bulunur.}$$

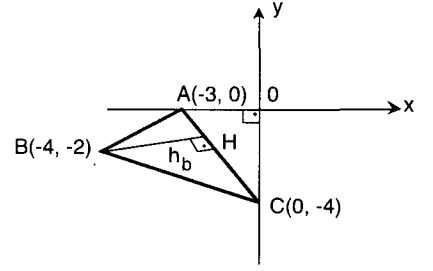
Ağırlık merkezinin koordinatları toplamı ise $3+4 = 7$ dir.



ÖRNEK

Şekildeki ABC üçgeninde $A(-3, 0)$, $B(-4, -2)$, $C(0, -4)$ dür.

$IBHI = h_b$ uzunluğu kaç birimdir?

**ÇÖZÜM**

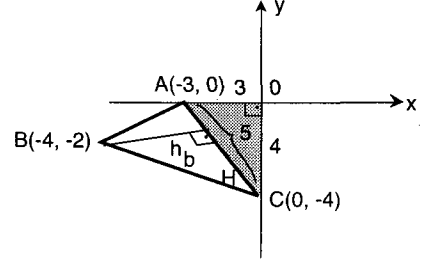
OAC dik üçgeni 3, 4, 5 dik üçgeni olup $|AC| = 5$ br dir.

$$A(ABC) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -3 & \times & 0 \\ -4 & \times & -2 \\ 0 & \times & -4 \\ -3 & \times & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |6+16-12| = \frac{1}{2} |10| = \frac{10}{2}$$

$$= 5 \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

$$A(ABC) = \frac{|AC| \cdot h_b}{2} \Rightarrow h_b = \frac{2 \cdot A(ABC)}{|AC|}$$

$$h_b = \frac{2 \cdot 5}{5} = 2 \text{ br elde edilir.}$$

**BİR DOĞRUNUN EĞİM AÇISI VE EĞİMİ**

Bir doğrunun x eksenine pozitif yönde yapmış olduğu açıya eğim açısı, eğim açısının tanjant değerine ise doğrunun eğimi denir. Eğim m ile gösterilir.

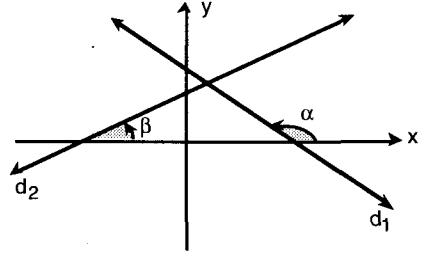
α ile β sırasıyla, d_1 ve d_2 doğrularının eğim açılarıdır.

d_1 doğrusunun eğimi :

$$m_1 = \tan \alpha \text{ ve}$$

d_2 doğrusunun eğimi :

$$m_2 = \tan \beta \text{ dir.}$$

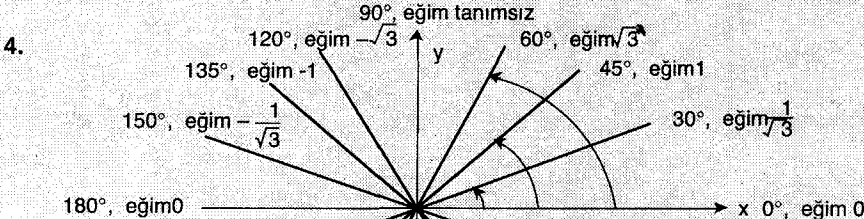
**UYARI :**

1. Bütünler iki açının tanjantı ters işaretlidir. Yani $\tan(180^\circ - \theta) = -\tan \theta$ dir.

2. $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\tan 45^\circ = 1$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

$\tan 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\tan 135^\circ = -1$, $\tan 120^\circ = -\sqrt{3}$ dür.

3. $\tan 0^\circ = 0$ ve $\tan 90^\circ = +\infty$ (Tanımsız) dir.



Eğim açılarının ve eğimlerin karşılaştırılması.

ÖRNEKEğim açıları 60° ve 120° olan doğruların eğimleri oranı nedir?**ÇÖZÜM**

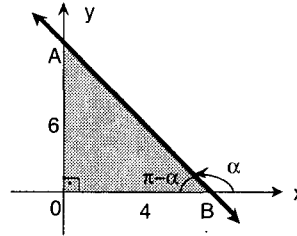
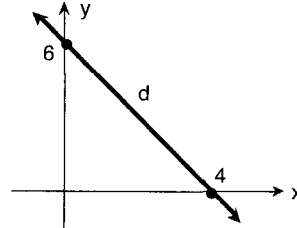
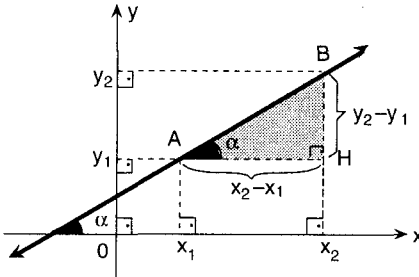
$$\left. \begin{array}{l} m_1 = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \\ m_2 = \tan 120^\circ = -\sqrt{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = -1 \text{ dir.}$$

ÖRNEKŞekildeki d doğrusunun eğimi kaçtır?**ÇÖZÜM**

$$m = \tan \alpha = ?$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha = \frac{|AO|}{|OB|} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \text{ ise}$$

$$\tan \alpha = m = -\frac{3}{2} \text{ dir.}$$

**İKİ NOKTASI BİLİNER DOĞRUNUN EĞİMİ**

$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi ; $m = m_{AB} = \tan \alpha = \frac{|BH|}{|AH|} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ dir.

UYARI :

i) $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi $m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ veya $m_{AB} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ dir.

ii) $Ax + By + C = 0$ doğrusunun eğimi : $m = -\frac{A}{B}$ dir.

iii) $y = mx + n$ doğrusunda ise eğim m dir. (y değişkeni yalnız bırakıldığında x 'in katsayısı eğimdir.)

ÖRNEK

$A(4, 2+2\sqrt{3})$, $B(-2, 2)$ noktalarından geçen doğrunun y eksenini yaptığı geniş açının ölçüsü kaç derecedir?

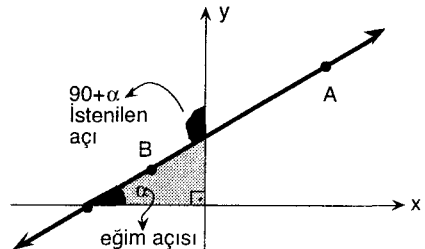
ÇÖZÜM

Şekilden de görüldüğü gibi y eksenini ile yapılan geniş açıyı bulmak için doğrunun eğim açısını bulmak zorundayız. Eğim açısının ölçüsü α olsun.

$$\text{Eğimi ; } m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{2 + 2\sqrt{3} - 2}{4 - (-2)} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{olduğundan } m = \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ \text{ bulunur.}$$

Yani y eksenini ile yapılan geniş açısının ölçüsü $90 + \alpha = 90 + 30 = 120^\circ$ dir.



ÖRNEK

$A(2, 6)$ ve $B(-1, t)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi $\frac{1}{3}$ ise t kaçtır?

ÇÖZÜM

$$m_{AB} = m = \frac{t-6}{-1-2} = \frac{t-6}{-3} \text{ dür. } \frac{t-6}{-3} = \frac{1}{3} \Rightarrow -t+6=1$$

$$\Rightarrow t=5 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$2x - 4y + 1 = 0$ doğrusunun eğimi nedir?

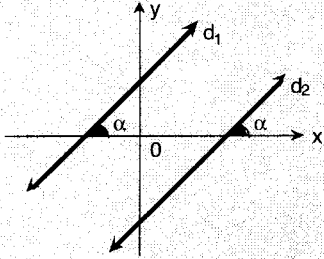
ÇÖZÜM

$Ax + By + C = 0$ doğrusunun eğimi : $m = -\frac{A}{B}$ idi.

$2x - 4y + 1 = 0$ doğrusunda $A = 2$ ve $B = -4$ olup $m = -\frac{A}{B} = -\frac{2}{-4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ dir.

UYARI :

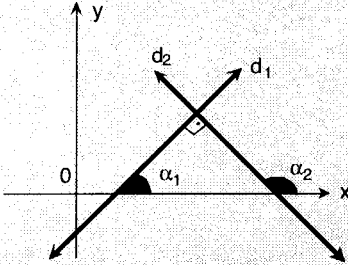
- i) x eksenine paralel olan doğruların eğim açısı 0° olduğu için eğimleri $m = \tan 0^\circ = 0$ dir.
- ii) y eksenine paralel olan doğruların eğim açısı 90° olduğu için eğimleri $m = \tan 90^\circ = \infty$ (tanımsız) dir.
- iii) İki doğru paralel ise eğimleri eşittir.



Paralel doğruların Ox eksenine ile pozitif yönde yaptıkları açılar eşit ve açılarının tanjantları da eşittir. Yani

$$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2 \text{ dir.}$$

- iv) İki doğru dikse, eğimleri çarpımı (-1) 'e eşittir.



Şekilde

$$\alpha_2 = 90^\circ + \alpha_1 \text{ veya } \alpha_1 = \alpha_2 - 90^\circ \text{ dir.}$$

$$d_1 \text{ doğrusunun eğimi } \tan \alpha_1 = m_1,$$

$$d_2 \text{ doğrusunun eğimi de } \tan \alpha_2 = m_2 \text{ ile gösterilirse;}$$

$$m_1 = \tan \alpha_1 = \tan(\alpha_2 - 90^\circ) = \tan[-(90^\circ - \alpha_2)] = -\tan(90^\circ - \alpha_2) \text{ den}$$

$$m_1 = -\tan(90^\circ - \alpha_2) = -\cot \alpha_2 = -\frac{1}{\tan \alpha_2} = -\frac{1}{m_2} \text{ bulunur.}$$

$$\text{Buradan } m_1 = -\frac{1}{m_2} \text{ yada } m_1 \cdot m_2 = -1 \text{ elde edilir.}$$

$$\text{Yani } d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

Bir d doğrusu, denklemi $2x - 3y + 17 = 0$ olan doğruya paralel ve denklemi $9x + (a-1)y - 13 = 0$ olan doğruya diktir. **Buna göre a kaçtır?**

ÇÖZÜM

d doğrusunun eğimi m olsun. d doğrusu ile $2x - 3y + 17 = 0$ doğrusu paralel ise eğimleri eşit olmalıdır. Yani $m = -\frac{A}{B} = -\frac{2}{(-3)} = \frac{2}{3}$ dür. ①

d doğrusu $9x + (a-1)y - 13 = 0$ doğrusuna dik ise eğimleri çarpımı (-1) 'e eşittir.

Yani $m \cdot (-\frac{A}{B}) = (-1) \Rightarrow m \cdot \frac{A}{B} = 1 \Rightarrow A \cdot m = B \Rightarrow 9m = (a-1) \Rightarrow m = \frac{a-1}{9}$ dur. ②

Öyleyse ① ve ② den $\frac{a-1}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow a-1 = 6 \Rightarrow a = 7$ bulunur.

ÖRNEK

$a^2x^2 - y^2 = 0$ doğrularının birbirine dik olması için a 'nın alabileceği değerler nedir?

ÇÖZÜM

$$a^2x^2 - y^2 = 0$$

$$(ax+y)(ax-y) = 0 \Rightarrow ax+y = 0 \vee ax-y = 0$$

$$\Rightarrow y = -ax \vee y = ax \text{ olup doğruların eğimleri } a \text{ ve } (-a) \text{ dir.}$$

Doğruların birbirine dik olması için eğimleri çarpımı (-1) olmalıdır. Yani

$$(a) \cdot (-a) = -1$$

$$a^2 = 1 \Rightarrow a = 1 \vee a = -1 \text{ elde edilir.}$$

a nın alabileceği değerler -1 veya 1 dir.

ÖRNEK

$A(a-1, 2)$ ve $B(5, a)$ noktalarından geçen doğrunun $y = 3x+2$ doğrusuna paralel olması için a ne olmalıdır?

ÇÖZÜM

$A(a-1, 2)$ ve $B(5, a)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{a - 2}{5 - (a-1)} = \frac{a-2}{6-a} \text{ dir.}$$

$y = 3x + 2$ doğrusunun eğimi ise $m_2 = 3$ dür. Doğruların paralel olma koşulu, eğimlerinin eşit

$$\text{olması ise } m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{a-2}{6-a} = 3 \text{ den}$$

$$a-2 = 18-3a$$

$$4a = 20$$

$$a = 5 \text{ bulunur.}$$

DOĞRU DENKLEMLERİ

Bir doğru üzerindeki herhangi bir noktanın koordinatları (x, y) ise, x ile y arasındaki bağıntıya bu doğrunun denklemi denir.

$A, B, C \in \mathbb{R}$ ve A ile B aynı anda sıfır olmamak üzere bir doğrunun genel denklemi $Ax + By + C = 0$ ya da $y = mx + n$ biçiminde gösterilir.

A) EĞİMİ VE BİR NOKTASI BİLİNER DOĞRU DENLEMİ :

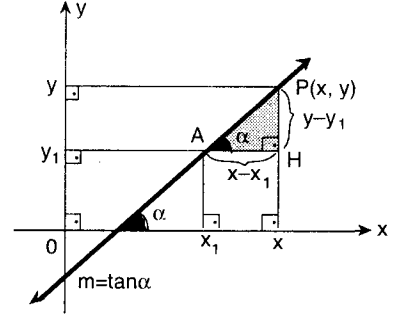
Eğimi m olan ve $A(x_1, y_1)$ noktasından geçen doğrunun denklemini yazalım.

PAH dik üçgeninde ;

$$\tan \alpha = \frac{y - y_1}{x - x_1} = m \text{ olduğundan}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ dir.}$$

Yani eğimi m olan ve $A(x_1, y_1)$ noktasından geçen doğrunun denklemi $y - y_1 = m(x - x_1)$ bulunur.

**ÖRNEK**

$P(3, -2)$ noktasından geçen ve eğimi $-\frac{1}{4}$ olan doğrunun denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

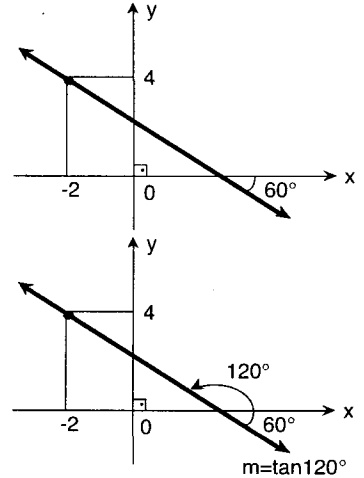
$$y + 2 = -\frac{1}{4}(x - 3)$$

$$4y + 8 = -x + 3$$

$$x + 4y + 5 = 0 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

Grafiği şekilde görülen doğrunun denklemini yazınız.

**ÇÖZÜM**

Doğrunun eğim açısı 120° olduğundan eğimi

$m = \tan 120^\circ = -\sqrt{3}$ dür. Bizden eğimi $m = -\sqrt{3}$ olan ve $(-2, 4)$ noktasından geçen doğrunun denklemini istenmektedir.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = -\sqrt{3}(x + 2)$$

$$y - 4 = -\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}x + y + 2\sqrt{3} - 4 = 0 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

t , değişken bir reel sayı olmak üzere $x = -3t + 4$ ve $y = t + 5$ koşullarını sağlayan (x, y) noktalarının oluşturduğu doğru denklemini nedir?

ÇÖZÜM

$$x = -3t + 4 \Rightarrow 3t = 4 - x$$

$$t = \frac{4 - x}{3} \quad \text{①}$$

$$y = t + 5 \Rightarrow t = y - 5 \quad \text{② olur.}$$

① ve ② nolu eşitliklerden

$$\frac{4 - x}{3} = y - 5$$

$$4 - x = 3y - 15 \Rightarrow x + 3y - 19 = 0 \text{ elde edilir.}$$

B) İKİ NOKTASI BİLİNER DOĞRUNUN DENKLEMİ :

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğrunun denklemini bulmak için önce eğimini bulmak gerekir.

$$m_{AB} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \text{ dir.}$$

Şimdi $A(x_1, y_1)$ noktasından geçen ve eğimi $m_{AB} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ olan doğrunun denklemini yazalım.

$$y - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} (x - x_1)$$

$$(y - y_1)(x_1 - x_2) = (x - x_1)(y_1 - y_2) \text{ eşitliğinde}$$

her iki yanı $(y_1 - y_2) \cdot (x_1 - x_2)$ çarpımı ile bölelim.

$$\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2} \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$A(3, 1)$ ve $B(-2, -4)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi nedir?

ÇÖZÜM

$$\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$$

$$\frac{y - 1}{1 + 4} = \frac{x - 3}{3 + 2}$$

$$\frac{y - 1}{5} = \frac{x - 3}{5} \Rightarrow x - 3 = y - 1$$

$$x - y - 2 = 0 \text{ bulunur.}$$

UYARI :

Bir noktanın bir doğru üzerinde olması yada doğrunun verilen noktadan geçmesi söz konusu ise, nokta koordinatları doğru denklemini sağlamalıdır.

ÖRNEK

$P(t, -2t)$ noktası, $A(1, -2)$ ve $B(3, 2)$ noktalarından geçen doğru üzerinde ise t kaç-
tır?

ÇÖZÜM

Önce A ve B noktalarından geçen doğrunun denklemini yazalım.

$$\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$$

$$\frac{y + 2}{-2 - 2} = \frac{x - 1}{1 - 3}$$

$$\frac{y + 2}{-4} = \frac{x - 1}{-2}$$

$$\frac{y + 2}{2} = x - 1$$

$$2x - 2 = y + 2$$

$2x - y - 4 = 0$ bulunur. P noktası doğru üzerinde olduğuna göre koordinatları doğru denklemini sağlamalıdır.

$$2t + 2t - 4 = 0$$

$$4t = 4$$

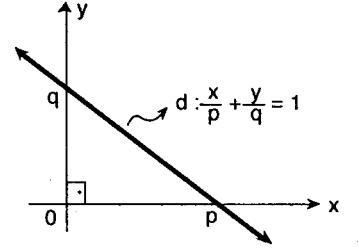
$$t = 1 \text{ elde edilir.}$$

C) EKSEN PARÇALARI CİNSİNDEN DOĞRU DENKLEMİ :

$d : Ax + By + C = 0$ denkleminde C 'yi ikinci tarafa geçirerek; $Ax + By = -C$ bulunur. İki taraf $-C$ ile bölünerek

$$\frac{Ax}{-C} + \frac{By}{-C} = 1 \quad \text{veya} \quad \frac{x}{-\frac{C}{A}} + \frac{y}{-\frac{C}{B}} = 1 \quad \text{bulunur.}$$

$$-\frac{C}{A} = p \quad \text{ve} \quad -\frac{C}{B} = q \quad \text{alınırsa} \quad \boxed{\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1} \quad \text{elde edilir.}$$



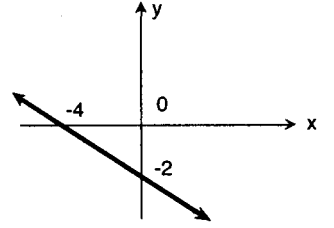
Yani herhangi bir d doğrusu, x eksenini p de, y eksenini q da kesiyorsa d doğrusunun denklemi

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1 \quad \text{dir.}$$

Burada p ve q ya eksen parçaları veya başlangıç apsis ve ordinatları denir.

ÖRNEK

Şekildeki doğrunun denklemini yazınız.

**ÇÖZÜM**

$$\frac{x}{-4} + \frac{y}{-2} = 1 \quad \text{den} \quad \frac{x+2y}{-4} = 1 \Rightarrow x+2y = -4$$

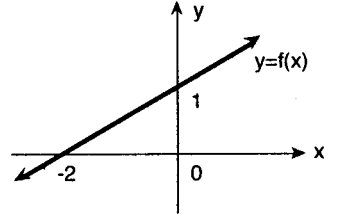
$$x+2y+4=0$$

elde edilir.

ÖRNEK

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği yanda verilmiştir.

$f^{-1}(x) \geq f(x)$ ise x 'in değer aralığı nedir?

**ÇÖZÜM**

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} = 1$$

$$\frac{x}{-2} + y = 1$$

$$y = \frac{x}{2} + 1$$

$$y = \frac{x+2}{2}$$

$$f(x) = \frac{x+2}{2} \quad \text{olur.}$$

$$f^{-1}(x) = 2x - 2 \quad \text{bulunur.}$$

$f^{-1}(x) \geq f(x)$ de yerine konursa

$$2x - 2 \geq \frac{x+2}{2}$$

$$4x - 4 \geq x + 2$$

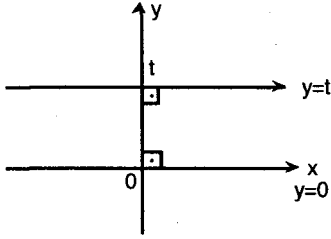
$$3x \geq 6$$

$$x \geq 2 \quad \text{elde edilir.}$$

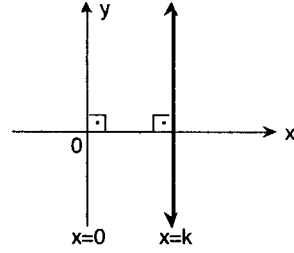
Yani $x \in [2, +\infty)$ dur.

D) ÖZEL DOĞRULAR

i) Eksenlere Paralel Doğrular :

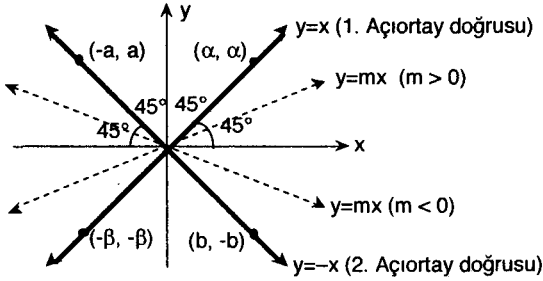


x eksenine paralel doğruların denklemi $t \in \mathbb{R}$ olmak üzere $y = t$ biçimindedir. Eğimleri sıfırdır. $y = 0$ doğrusu ise x eksenini belirtir.



y eksenine paralel doğruların denklemi $k \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x = k$ biçimindedir. Eğimleri tanımsızdır. $x = 0$ doğrusu, y eksenini belirtir.

ii) Başlangıç Noktasından Geçen Doğrular :



Denklemleri $y = mx$ biçimindedir. $y = x$ doğrusu birinci açıortay, $y = -x$ doğrusu ikinci açıortay doğrusu olarak bilinir.

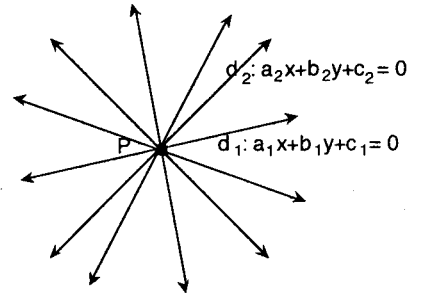
E) DOĞRU DEMETİ

Denklemleri

$$d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0 \text{ ve}$$

$d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ olan iki doğrunun kesim noktasından geçen doğruların tümüne **doğru demeti** denir. Bu doğru demetinin denklemi

$$a_1x + b_1y + c_1 + \lambda(a_2x + b_2y + c_2) = 0, \lambda \in \mathbb{R} \quad \textcircled{1} \text{ biçimindedir.}$$



d_1 ve d_2 doğrularının kesim noktası $P(x_1, y_1)$ olsun. P noktası her iki doğru üzerinde bulunduğu için her iki denklemi de sağlamalıdır.

$$a_1x_1 + b_1y_1 + c_1 = 0$$

$$a_2x_1 + b_2y_1 + c_2 = 0$$

ikinci denklemin her iki yanını λ ile çarpıp, birinci ile toplarsak

$$a_1x_1 + b_1y_1 + c_1 + \lambda(a_2x_1 + b_2y_1 + c_2) = 0$$

bulunur. Bu bağıntı gösterir ki $P(x_1, y_1)$ noktası $\textcircled{1}$ doğrularının üzerindedir.

ÖRNEK

$3my+2x-4m+3=0$ doğruları hangi noktada kesişirler?

ÇÖZÜM

Bir doğru denklemi, x ve y değişkenlerinin yanısıra bir üçüncü bilinmeyen (parametre) içeriyorsa bu tek denklem, aynı sabit noktadan geçen sonsuz çoklukta doğru yani bir doğru demeti belirtir. Bizden istenilen ise tüm doğruların geçtiği sabit noktadır. Bu noktaya iki yolla ulaşabiliriz.

1. YOL :

m parametresine, keyfi iki değer vererek doğru demetindeki doğrulardan iki tanesinin denklemini buluruz. Bu doğruların kesişen doğrular olacağı açıktır. Kesişen iki doğrunun kesim noktasını bulmak için iki bilinmeyenli iki denklemin ortak çözümü yapılır.

$$3my+2x-4m+3=0$$

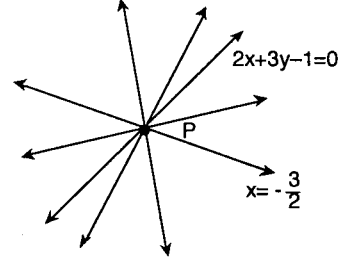
$$m=0 \Rightarrow 2x+3=0 \Rightarrow 2x=-3 \Rightarrow x=-\frac{3}{2} \quad ①$$

$$m=1 \Rightarrow 3y+2x-4+3=0 \Rightarrow 2x+3y-1=0 \quad ② \quad \text{bulunur.}$$

① ve ② denklemlerinin ortak çözümü P noktasını verir.

$$x=-\frac{3}{2} \Rightarrow 2(-\frac{3}{2})+3y-1=0 \Rightarrow -3+3y-1=0 \Rightarrow 3y=4 \Rightarrow y=\frac{4}{3} \text{ dür.}$$

$$\text{Yani } P(-\frac{3}{2}, \frac{4}{3}) \text{ elde edilir.}$$

**2. YOL :**

Denklem parametreye, m 'e göre düzenlenir. Oluşan m 'e bağlı polinom denklemler,

$$3my-4m+2x+3=0$$

$$(3y-4)m+(2x+3)=0 \text{ sıfıra özdeş olmalıdır.}$$

Yani her katsayısı sıfır olmalıdır. Buradan

$$3y-4=0 \wedge 2x+3=0$$

$$y=\frac{4}{3} \wedge x=-\frac{3}{2} \text{ den } P(-\frac{3}{2}, \frac{4}{3}) \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$2x+3y+4=0$ ve $x-5y-3=0$ doğrularının kesim noktası ile başlangıç noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM**1. YOL :**

Bu iki doğrunun kesim noktasından geçen tüm doğrular $2x+3y+4+\lambda(x-5y-3)=0$ biçimindedir. (Doğru demeti)

Söz konusu doğru demetindeki doğrulardan başlangıç noktasından geçeni istendiğine göre $O(0, 0)$ noktası doğru üzerinde olacağından, bu denklemi sağlamalıdır.

$$2x+3y+4+\lambda(x-5y-3)=0$$

$$x=0 \wedge y=0 \Rightarrow 4-3\lambda=0$$

$$\lambda=\frac{4}{3} \text{ bulunur. Bu değer denklemde yerine konursa}$$

$$2x+3y+4+\frac{4}{3}(x-5y-3)=0$$

$$6x+9y+12+4x-20y-12=0$$

$$10x-11y=0$$

$$11y=10x \Rightarrow y=\frac{10}{11}x \text{ elde edilir.}$$

2. YOL :

$$2x+3y+4=0 \text{ ve}$$

$-2/ \quad x-5y-3=0$ doğrularının kesim noktasını bulalım.

$$2x+3y+4=0$$

$$-2x+10y+6=0$$

$$13y+10=0 \Rightarrow y=-\frac{10}{13}$$

$$x-5y-3=0 \Rightarrow x=5y+3 \text{ dür.}$$

$$y=-\frac{10}{13} \Rightarrow x=5(-\frac{10}{13})+3=\frac{-50+39}{13}=-\frac{11}{13} \text{ dur.}$$

$KN(-\frac{11}{13}, -\frac{10}{13})$ ve $O(0, 0)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi istenmektedir.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{10}{13}}{\frac{11}{13}} = \frac{10}{11} \text{ dir. Orijinden geçen her doğru } y = mx \text{ biçiminde olacağından}$$

$$m = \frac{10}{11} \Rightarrow y = \frac{10}{11}x \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$A(-3, 3), B(a, 5), C(-8, 4)$ noktaları veriliyor.

C noktası AB doğrusu üzerinde ise a kaçtır?

ÇÖZÜM

1. YOL : AB doğrusunun denklemini yazalım.

$$\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2} \text{ den}$$

$$\frac{y - 3}{3 - 5} = \frac{x + 3}{-3 - a}$$

$$\frac{y - 3}{-2} = \frac{x + 3}{-3 - a} \text{ olur. C noktası bu doğrunun üzerinde ise denklemi sağlamalıdır. x yerine } -8,$$

$$y \text{ yerine } 4 \text{ konursa, } \frac{4 - 3}{-2} = \frac{-8 + 3}{-3 - a} \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{-5}{-3 - a}$$

$$\Rightarrow 3 + a = -10 \Rightarrow a = -13 \text{ elde edilir.}$$

2. YOL :

C noktası, AB doğrusunun üzerinde ise A, B, C noktaları doğrusal demektir. Yani üçgen oluşturmazlar. Öyleyse alan sıfır olmalıdır. $A(ABC) = 0$ dan

$$\begin{vmatrix} -3 & \times & 3 \\ a & \times & 5 \\ -8 & \times & 4 \\ -3 & \times & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow |-15 + 4a - 24 - 3a + 40 + 12| = 0$$

$$\Rightarrow |a + 52 - 39| = 0$$

$$\Rightarrow |a + 13| = 0$$

$$\Rightarrow a + 13 = 0$$

$$\Rightarrow a = -13 \text{ bulunur.}$$

3. YOL :

A ve B noktalarından geçen doğrunun eğimi A ve C noktalarından geçen doğrunun eğimine eşit olmalıdır.

$$m_{AB} = \frac{5-3}{a+3} = \frac{2}{a+3} \text{ ve } m_{AC} = \frac{4-3}{-8+3} = \frac{1}{-5} \text{ den}$$

$$\frac{2}{a+3} = \frac{1}{-5} \text{ olmalıdır. Buradan}$$

$$a+3 = -10 \Rightarrow a = -13 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$3x+ay+7=0$ doğrusunun $A(-1, 2)$ noktasından geçmesi için a ne olmalıdır?

ÇÖZÜM

$A(-1, 2)$ noktası doğru üzerinde bulunduğuna göre, nokta koordinatları doğru denklemini sağlamalıdır.

$$3(-1)+a.2+7=0$$

$$2a-3+7=0$$

$$2a=-4$$

$$a=-2 \text{ olur.}$$

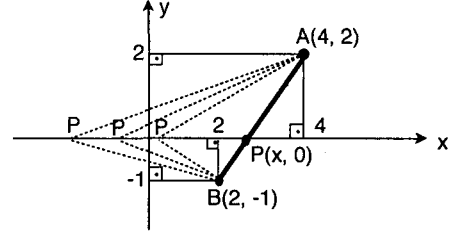
ÖRNEK

$A(4, 2)$, $B(2, -1)$ ve $P(x, 0)$ noktaları veriliyor.

$|PA| + |PB|$ toplamının en küçük (minimum) olması için x ne olmalıdır?

ÇÖZÜM

A ve B noktaları sabit, $P(x, 0)$ noktası değişkendir. "İki nokta arasındaki en kısa uzaklık, bu iki noktayı birleştiren doğru parçasının uzunluğudur." aksiyomu hatırlandığında, P noktası, $[AB]$ nın Ox eksenini kestiği nokta olarak alınırsa $|PA| + |PB|$ toplamı en küçük olur. Yani P, A, B noktaları doğrusal olmalıdır.



AB doğrusunun denklemini yazalım. P noktası bu denklemi sağlamalıdır.

$$A(4, 2) \quad B(2, -1)$$

$$\frac{y-y_1}{y_1-y_2} = \frac{x-x_1}{x_1-x_2} \text{ den}$$

$$\frac{y-2}{2+1} = \frac{x-4}{4-2}$$

$$\frac{y-2}{3} = \frac{x-4}{2} \text{ olur.}$$

$$P(x, 0) \text{ noktası}$$

$$\frac{y-2}{3} = \frac{x-4}{2} \text{ denklemini sağlarsa,}$$

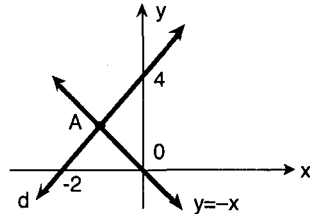
$$\frac{-2}{3} = \frac{x-4}{2} \text{ den}$$

$$3x-12=-4$$

$$3x=8 \Rightarrow x=\frac{8}{3} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

Şekildeki A noktasının apsisi kaçtır?



ÇÖZÜM

d doğrusunun denklemini yazalım.

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{4} = 1 \Rightarrow \frac{-2x+y}{4} = 1 \Rightarrow -2x+y=4$$

$$(-2) \Rightarrow 2x-y+4=0 \text{ bulunur.}$$

A noktası, bulunan $2x-y+4=0$ doğrusu ile verilen $y=-x$ doğrusunun ortak noktası olduğundan ortak çözüm gerekir.

$y=-x$ değeri $2x-y+4=0$ da yazılırsa

$$2x-(-x)+4=0$$

$$3x=-4$$

$$x=-\frac{4}{3} \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

Yandaki şekilde

A(8, 0), B(0, 12) noktaları ile OCDE dikdörtgeni veriliyor.

IOCI = 2 ICDI ise D noktasının koordinatları nedir?

ÇÖZÜM

$$ICDI = \alpha \Rightarrow IOCI = 2\alpha \text{ ve}$$

D(2α, α) olur.

A(8, 0) ve B(0, 12) noktalarından geçen doğrunun denklemini yazalım.

$$\frac{x}{8} + \frac{y}{12} = 1 \Rightarrow \frac{3x+2y}{24} = 1$$

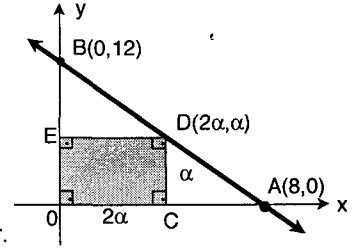
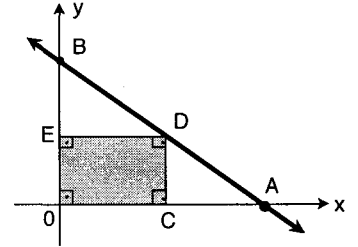
$$(3) (2) \Rightarrow 3x+2y=24 \text{ olur.}$$

D(2α, α) noktası $3x+2y=24$ denklemini sağlamalıdır.

$$3(2\alpha) + 2\alpha = 24$$

$$6\alpha + 2\alpha = 24$$

$$8\alpha = 24 \Rightarrow \alpha = 3 \text{ ve } D(6, 3) \text{ elde edilir.}$$

**ÖRNEK**

ABCD karesinde A(4, 0) ve B(0, 6) ise

C noktasının koordinatları nedir?

ÇÖZÜM

$\widehat{mOAB} = \alpha$ $\wedge$ $\widehat{mOBA} = \beta$ dersek $\alpha + \beta = 90^\circ$ dir.

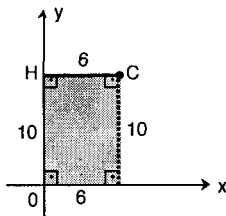
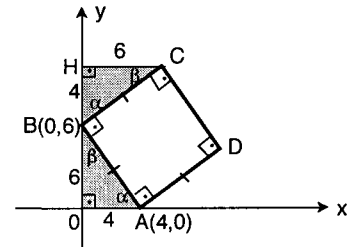
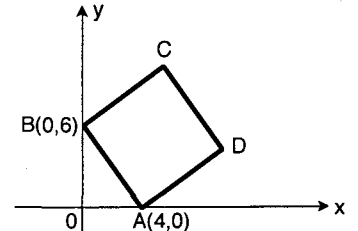
$\widehat{mCBH} = \alpha$ $\wedge$ $\widehat{mHCB} = \beta$ olur.

$\triangle AOB$ ile $\triangle BHC$ i eş üçgenlerdir.

(Hipotenüs uzunlukları eşit)

(Hipotenüs, her ikisinde de kare kenarıdır.)

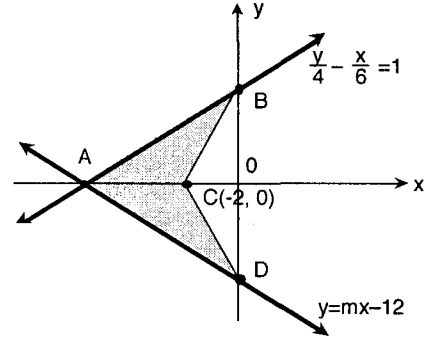
Eş üçgenlerde eş açılar karşısında eş kenarlar bulunacağından IBHI = 4 ve ICHI = 6 olur. Bu durumda IOHI = 10 dur. Öyleyse C noktasının koordinatları



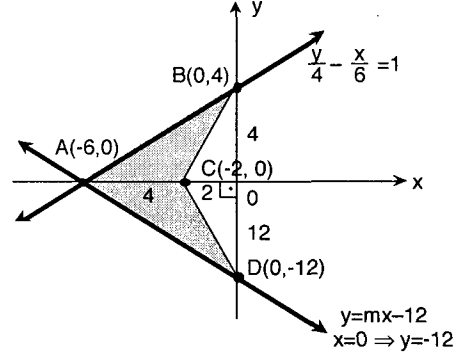
C(6, 10) elde edilir.

ÖRNEK

Şekildeki taralı alan kaç birimkaredir?

**ÇÖZÜM**

$$\begin{aligned}
 A(ABCD) &= A(ABC) + A(ACD) \\
 &= \frac{|AC| \cdot |OB|}{2} + \frac{|AC| \cdot |OD|}{2} \\
 &= \frac{4 \cdot 4}{2} + \frac{4 \cdot 12}{2} \\
 &= 8 + 24 \\
 &= 32 \text{ br}^2 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

**ÖRNEK**

$$\left. \begin{aligned} y &= -5x+2 \\ y &= x+8 \\ x+y &= a \end{aligned} \right\} \text{ doğrularının aynı noktadan geçmesi için } a \text{ ne olmalıdır?}$$
ÇÖZÜM

Doğrular aynı P noktasından geçeceklerse, kesişen doğrulardır ve de

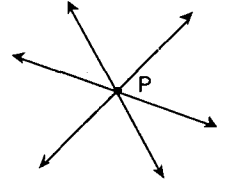
$$\left. \begin{aligned} y &= -5x+2 \\ y &= x+8 \end{aligned} \right\} \text{ doğrularının ortak çözümü P noktasını verecektir.}$$

$$x+8 = -5x+2$$

$$x+5x = 2-8$$

$$6x = -6 \Rightarrow x = -1 \wedge y = -1+8 = 7 \text{ olur.}$$

Yani P(-1, 7) dir. P noktası $x+y = a$ doğrusu üzerinde bulunduğuna göre koordinatları bu denklemi sağlamalıdır. $-1 + 7 = a \Rightarrow a = 6$ bulunur.

**ÖRNEK**

A(1, 7), B(-6, 4), C(5, -5) noktaları veriliyor. $|OA| = a$, $|OB| = b$, $|OC| = c$ ise **a, b, c arasındaki sıralama nedir?**

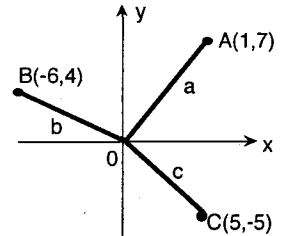
ÇÖZÜM

Bir $P(x_1, y_1)$ noktasının orijine uzaklığı $|OP| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ dir.

$$\text{Öyleyse } |OA| = a = \sqrt{1+49} = \sqrt{50}$$

$$|OB| = b = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} \text{ olur ki } \boxed{a = c < b} \text{ sıralaması bulunur.}$$

$$|OC| = c = \sqrt{25+25} = \sqrt{50}$$



İKİ DOĞRU ARASINDAKİ AÇI

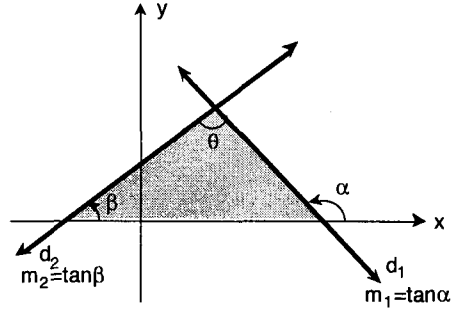
Eğimleri m_1 ve m_2 olan d_1 ve d_2 doğruları arasındaki açı θ olsun. Şekildeki taralı üçgenden $\alpha = \theta + \beta \Rightarrow \theta = \alpha - \beta$ dir.

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \cdot \tan\beta} \quad \text{olduğunu hatırlayalım.}$$

$\theta = \alpha - \beta$ eşitliğinde her iki yanın tanjantı alınırsa;

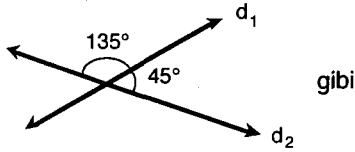
$$\tan\theta = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$

$$\tan\theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} \quad \text{bulunur.}$$



İRDELEME

- $\tan\theta > 0$ ise doğrular arasındaki açı dar açıdır.
- $\tan\theta < 0$ ise doğrular arasındaki açı geniş açıdır.
- θ , iki doğru arasındaki açı ise $0^\circ < \theta < 180^\circ$ dir. İki doğru arasındaki açı denildiğinde bütünler iki açı, yani doğrusal çift düşünülmelidir. Örneğin

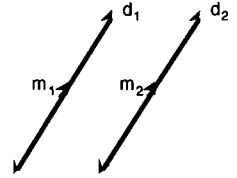


- Eğimleri m_1 ve m_2 olan d_1 ve d_2 doğruları paralel ise aralarındaki açı $\theta = 0^\circ$ dir.

$$\text{Buradan } \tan 0^\circ = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} = 0 \Rightarrow m_1 - m_2 = 0 \\ \Rightarrow m_1 = m_2 \quad \text{olur.}$$

Yani iki doğru paralel ise eğimleri eşittir.

$$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$$

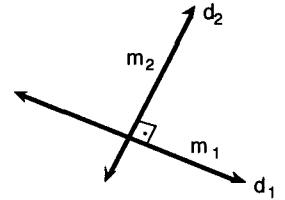


- Eğimleri m_1 ve m_2 olan ($m_1 \neq 0$ ve $m_2 \neq 0$) d_1 ve d_2 doğruları dik ise aralarındaki açı 90° dir. Buradan $\tan 90^\circ = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} = \infty$ (tanımsızdır.)

Bir kesrin tanımsız olması paydasının sıfır olması demektir. Yani

$1 + m_1 \cdot m_2 = 0 \Rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$ dir. İki doğru dik ise eğimleri çarpımı -1 dir.

$$d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$$



ÖRNEK

$2x - y - 3 = 0$ ve $3x + y + 7 = 0$ doğruları arasındaki dar açının ölçüsü nedir?

ÇÖZÜM

$$2x - y - 3 = 0 \Rightarrow y = 2x - 3 \Rightarrow m_1 = 2$$

$$3x + y + 7 = 0 \Rightarrow y = -3x - 7 \Rightarrow m_2 = -3 \text{ dür.}$$

$$\tan\theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} = \frac{2 - (-3)}{1 + 2 \cdot (-3)} = \frac{2 + 3}{1 - 6} = \frac{5}{-5} = -1 \text{ dir.}$$

$\tan\theta = -1$ ve $0^\circ < \theta < 180^\circ \Rightarrow \theta = 135^\circ$ dir. Bulunan açı doğrular arasındaki geniş açıdır. Dar açı ise 45° olur.

ÖRNEK

$y = ax$ ve $y = -x$ doğruları arasındaki açı 60° ise a ne olabilir?

ÇÖZÜM

$$y = ax \Rightarrow m_1 = a$$

$$y = -x \Rightarrow m_2 = -1 \text{ ve doğrular arasındaki açı } \theta = 60^\circ \text{ ise}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} \Rightarrow \frac{a + 1}{1 - a} = \sqrt{3} \text{ den}$$

$$a + 1 = \sqrt{3} - \sqrt{3}a$$

$$\sqrt{3}a + a = \sqrt{3} - 1$$

$$a(\sqrt{3} + 1) = \sqrt{3} - 1$$

$$a = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3}$$

$$(\sqrt{3} - 1)$$

bulunur. $2 - \sqrt{3}$ bulunurken $m_1 = a$ ve $m_2 = -1$ alınmıştı. Eğer $m_1 = -1$ ve $m_2 = a$ alınırsa $a = 2 + \sqrt{3}$ bulunacaktır. Yani a , $2 - \sqrt{3}$ yada $2 + \sqrt{3}$ olabilir.

ÖRNEK

$y = \sqrt{3}x + 7$ ve $y = x - 3$ doğruları arasındaki açı kaç derecedir?

ÇÖZÜM

$$y = \sqrt{3}x + 7 \Rightarrow m_1 = \sqrt{3} \wedge \tan 60^\circ = \sqrt{3} \text{ den eğim açısı } 60^\circ \text{ dir.}$$

$$y = x - 3 \Rightarrow m_2 = 1 \wedge \tan 45^\circ = 1 \text{ den eğim açısı } 45^\circ \text{ dir.}$$

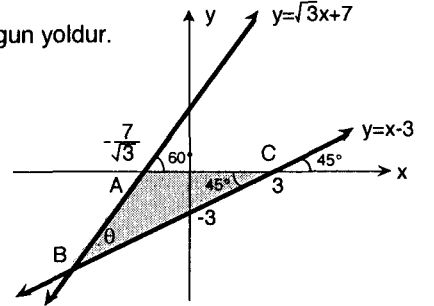
Eğim açıları bilinen değerler ise, grafik yöntemi en uygun yoldur. ABC üçgeninde

$$\hat{mACB} = 45^\circ \text{ (Ters açılar)}$$

$$\text{ve } 60^\circ = \theta + 45^\circ \text{ den}$$

$$\theta = 15^\circ \text{ bulunur.}$$

Yani doğrular arasındaki açı 15° veya 165° dir.

**ÖRNEK**

$2y^2 + 5xy - 3x^2 = 0$ doğruları arasındaki açının tanjantı ne olabilir?

ÇÖZÜM

$$2y^2 + 5xy - 3x^2 = 0$$

$$(y+3x)(2y-x) = 0 \Rightarrow y+3x = 0 \vee 2y-x = 0 \text{ dir.}$$

$y = -3x$ ve $y = \frac{x}{2}$ doğruları elde edilince eğimleri $m_1 = -3$, $m_2 = \frac{1}{2}$ olur. Aralarındaki açı α

$$\text{ise } \tan \alpha = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} = \frac{-3 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{3}{2}} = \frac{-\frac{7}{2}}{-\frac{1}{2}} = 7 \text{ bulunur.}$$

İki doğru arasındaki açı denildiğinde, bütünler iki açı söz konusudur. Bütünler iki açının tanjantları zıt işaretli olduğundan $\tan \alpha = 7$ veya $\tan \alpha = -7$ olabilir.

ÖRNEK

$$\left. \begin{aligned} y &= -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \\ y &= 4x - 4 \\ y &= 0 \end{aligned} \right\}$$

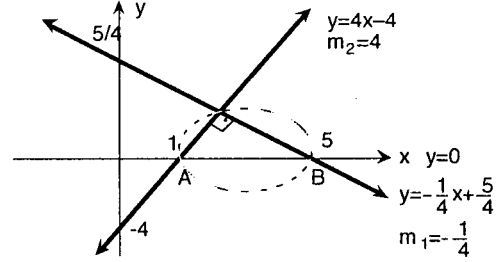
doğrularının oluşturduğu üçgenin çevrel çemberinin merkezinin koordinatları nedir?

ÇÖZÜM

Doğruların grafiklerini çizelim.

$$m_1 \cdot m_2 = 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -1$$

olduğundan doğrular diktir. Çapı gören çevre açısı diktir. Yani $[AB]$, çevrel çemberin çapıdır. Merkez $[AB]$ nin orta noktası olup $M(3, 0)$ dir.

**BİR NOKTANIN BİR DOĞRUYA OLAN UZAKLIĞI**

$M(x_1, y_1)$ noktasının, denklemi $y = mx + n$ olan d doğrusuna olan uzaklığı, M den d doğrusuna inilen MA dikme uzunluğudur.

$$|BE| = |OF| = n \text{ ve } |FE| = |OB| = x_1 \text{ dir.}$$

CFE dik üçgeninde

$$\tan \alpha = \frac{|CE|}{|FE|} \Rightarrow |CE| = |FE| \cdot \tan \alpha \Rightarrow |CE| = x_1 \cdot \tan \alpha$$

olur. $\tan \alpha$ doğrunun eğimi olup m dir. Öyleyse $|CE| = m \cdot x_1$ elde edilir.

$$|MC| = |MB| - (|BE| + |EC|) = y_1 - (n + mx_1) \text{ olur.}$$

MAC dik üçgeninden de

$$|C\cos \alpha| = \frac{|MA|}{|MC|} \text{ veya } |MA| = |MC| \cdot |C\cos \alpha| \text{ yazılır.}$$

$|MC|$ nin bulunan değeri yerine konursa;

$$|MA| = |y_1 - mx_1 - n| \cdot |C\cos \alpha| \text{ bulunur.}$$

$$|C\cos \alpha| = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + m^2}} \text{ olduğundan } |MA| = \ell \text{ konarak}$$

$$|MA| = |y_1 - mx_1 - n| \cdot |C\cos \alpha|$$

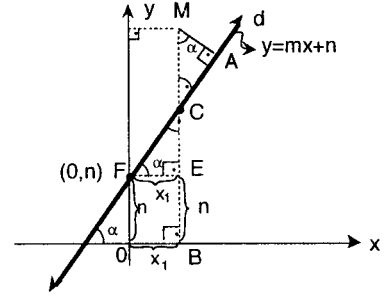
$$\ell = |y_1 - mx_1 - n| \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + m^2}}$$

$$\ell = \frac{|y_1 - mx_1 - n|}{\sqrt{1 + m^2}} \text{ elde edilir.}$$

$Ax + By + C = 0$ doğrusunda $y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$ olduğundan $m = -\frac{A}{B}$ ve $n = -\frac{C}{B}$ dir. Bu değerleri yerine koyarsak

$$\ell = \frac{\left|y_1 + \frac{A}{B}x_1 + \frac{C}{B}\right|}{\sqrt{1 + \frac{A^2}{B^2}}} = \frac{\left|\frac{Ax_1 + By_1 + C}{B}\right|}{\sqrt{\frac{A^2 + B^2}{B^2}}} = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\ell = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \text{ bulunur.}$$



SONUÇ

$P(x_1, y_1)$ noktasının $ax + by + c = 0$ doğrusuna olan uzaklığı

$$l = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

ÖRNEK

$A(2, -1)$ noktasının $3x + 4y + 12 = 0$ doğrusuna olan uzaklığı kaç birimdir?

ÇÖZÜM

$$l = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) + 12|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|6 - 4 + 12|}{5} = \frac{14}{5} = 2,8 \text{ br dir.}$$

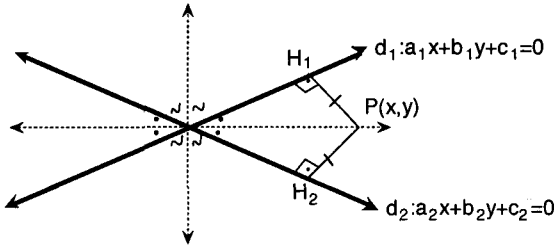
ÖRNEK

$P(2, -1)$ noktasının $6x + 8y + c = 0$ doğrusuna uzaklığının 5 br olması için c nin alabileceği değerler toplamı nedir?

ÇÖZÜM

$$\frac{|6 \cdot 2 + 8 \cdot (-1) + c|}{\sqrt{36 + 64}} = 5 \Rightarrow \frac{|12 - 8 + c|}{10} = 5 \Rightarrow |4 + c| = 50 \text{ den}$$

$4 + c = 50 \vee 4 + c = -50$ olur ki buradan $c = 46$ veya $c = -54$ bulunur. c nin alabileceği değerler toplamı ise $-54 + 46 = -8$ dir.

AÇIORTAY DENKLEMLERİ

Bir açının açıortayı üzerindeki her nokta, açının kollarından eşit uzaklıkta olacağından

$|PH_1| = |PH_2|$ dir.

$$\frac{|a_1x + b_1y + c_1|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{|a_2x + b_2y + c_2|}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \text{ den}$$

açıortay denklemleri

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$3x+4y-2=0$ ve $6x-8y-5=0$ doğrularının oluşturduğu açının, açıortay denklemleri nedir?

ÇÖZÜM

$$\frac{3x+4y-2}{5} = \mp \frac{6x-8y-5}{10}$$

$$3x+4y-2 = \mp \left(3x-4y-\frac{5}{2} \right) \text{ den}$$

$$3x+4y-2 = 3x-4y-\frac{5}{2} \text{ veya } 3x+4y-2 = -3x+4y+\frac{5}{2} \text{ olur}$$

$$8y = 2 - \frac{5}{2}$$

$$6x = 2 + \frac{5}{2}$$

$$8y = -\frac{1}{2}$$

$$6x = \frac{9}{2}$$

$$y = -\frac{1}{16}$$

veya

$$x = \frac{3}{4}$$

elde edilir.

UYARI : $d_1: a_1x+b_1y+c_1=0$

$d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$ doğru denklemlerinde

i) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ise d_1 ve d_2 doğruları çakışık.

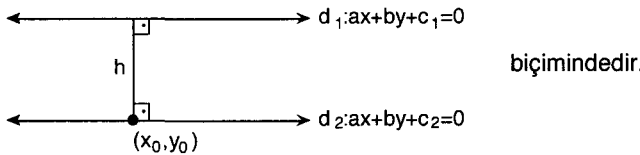
ii) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ise d_1 ve d_2 doğruları paraleldir.

iii) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ise d_1 ve d_2 doğruları kesişirler..

Kesim noktaları bu denklemlerin ortak çözümüdür.

PARALEL İKİ DOĞRU ARASINDAKİ UZAKLIK:

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ durumunda doğrular paraleldir demiştik. Yani paralel iki doğru denklemini



Doğru denklemleri ilk sunulduğunda, a ve b değerleri eşit olmayabilir. Ancak genişletme veya sadeleştirme yöntemleriyle a ve b nin aynı olması sağlanır. Bu durumda sadece sabitler farklıdır. Böylesi paralel d_1 ve d_2 doğruları arasındaki h uzaklığını bulalım. d_2 doğrusu üzerinde alınan bir (x_0, y_0) noktasının d_1 doğrusuna uzaklığı:

$h = \frac{|ax_0+by_0+c_1|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ① dir. Öte yandan (x_0, y_0) noktası, d_2 doğrusunun denklemini sağlar.

Yani $ax_0+by_0 = -c_2$ dir. Bulduğumuz değeri ① de yerine yazarsak

$$h = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$$2x-(m+2)y-4=0$$

$$x+2y-n+3=0$$

denklemleri aynı doğruyu gösteriyorsa (m,n) ikilisi nedir?

ÇÖZÜM

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \text{ ise doğrular çakışiktır.}$$

$$\text{Yani } \frac{2}{1} = \frac{-m-2}{2} = \frac{-4}{-n+3}$$

$$2 = \frac{-m-2}{2} = \frac{4}{n-3} \text{ olmalıdır. Buradan}$$

$$\frac{-m-2}{2} = 2 \quad \text{ve} \quad \frac{4}{n-3} = 2 \text{ den}$$

$$-m-2=4 \quad n-3=2$$

$$-m=6$$

$$m=-6 \quad \text{ve} \quad n=5 \text{ bulunur } (m, n) = (-6, 5) \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$$3x-4y+21=0$$

$$2mx+8y+m+1=0 \text{ paralel doğruları arasındaki uzaklık kaç birimdir?}$$

ÇÖZÜM

$$3x-4y+21=0$$

$$2mx+8y+m+1=0 \text{ doğruları paralel ise}$$

$$\frac{2m}{3} = \frac{8}{-4} \text{ olmalıdır. Yani } \frac{2m}{3} = -2 \text{ den}$$

$$2m = -6$$

$$m = -3 \text{ dür}$$

$$m = -3 \text{ değeri yerine yazılırsa}$$

$$3x-4y+21=0$$

$$-6x+8y-2=0 \text{ denklemleri oluşur.}$$

$$2. \text{ denklemden her terim } (-2) \text{ ye bölünürse;}$$

$$3x-4y+21=0$$

$$3x-4y+1=0 \text{ bulunur. Bu iki paralel doğru arasındaki uzaklık}$$

$$h = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|21 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{20}{5} = 4 \text{ br. dir.}$$

ÖRNEK

$$\text{Denklemleri } 9x+12y+b=0 \text{ ve } ax+4y+5=0 \text{ olan doğrular paralel ve aralarındaki uzaklık } 2\text{br.}$$

ise b nin alabileceği değerler toplamı nedir?

ÇÖZÜM

$$9x+12y+b=0$$

$$ax+4y+5=0 \text{ doğruları paralel ise}$$

$$\frac{9}{a} = \frac{12}{4} \Rightarrow \frac{9}{a} = 3 \Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3 \text{ olmalıdır } a = 3 \text{ değeri yerine konursa;}$$

$$9x+12y+b=0$$

$$3x+4y+5=0 \text{ olur. İkinci denklemi 3 ile genişletirsek,}$$

$$9x+12y+b=0$$

$$9x+12y+15=0 \text{ bulunur. Bu iki paralel doğru arasındaki uzaklık } 2 \text{ br. ise}$$

$$\frac{|b-15|}{\sqrt{81+144}} = 2 \Rightarrow \frac{|b-15|}{15} = 2 \Rightarrow |b-15| = 30 \text{ dan}$$

$$b-15=30 \vee b-15=-30 \text{ yazılır. Buradan } b=45 \text{ veya } b=-15 \text{ olur ki } b \text{ nin alabileceği}$$

$$\text{değerler toplamı } 45-15=30 \text{ dur.}$$

SİMETRİLER

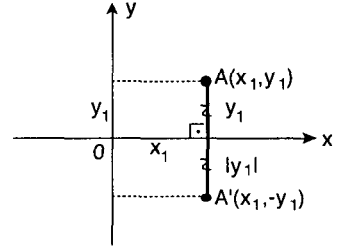
1) x eksenine göre simetri :

$A(x_1, y_1)$ noktasının x eksenine göre simetriği, x eksenine olan uzaklığı kadar ötelenmesidir. $A(x_1, y_1)$ noktasının x eksenine göre simetriğinde apsisi değişmez, ordinatın işareti değişir. Yani simetrik nokta $A'(x_1, -y_1)$ dir.

ÖRNEK

$A(2,3)$ noktasının 0x eksenine göre simetriği $A'(2, -3)$

$B(-3,4)$ noktasının 0x eksenine göre simetriği $B'(-3,-4)$ dür.



2) y eksenine göre simetri :

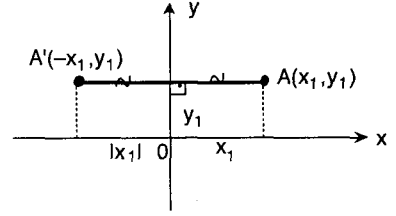
$A(x_1, y_1)$ noktasının y eksenine göre simetriği, y eksenine olan uzaklığı kadar ötelenmesidir.

$A(x_1, y_1)$ noktasının y eksenine göre simetriğinde ordinat değişmez, apsisi işareti değişir. Yani simetrik nokta $A'(-x_1, y_1)$ dir.

ÖRNEK

$A(3,1)$ noktasının Oy eksenine göre simetriği $A'(-3,1)$

$B(-2,-4)$ noktasının Oy eksenine göre simetriği $B'(2,-4)$ dür.



3) Orijine göre simetri :

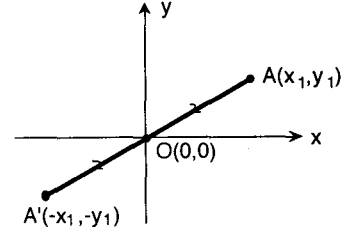
$A(x_1, y_1)$ noktasının orijine göre simetriği, $O(0,0)$ noktasına olan uzaklığı kadar ötelenmesidir. Bu durumda $O(0,0)$ noktası, $[AA']$ doğru parçasının orta noktası olur.

$A(x_1, y_1)$ noktasının orijine göre simetriğinde koordinatların işareti değişir. Yani simetrik nokta $A'(-x_1, -y_1)$ dir.

ÖRNEK

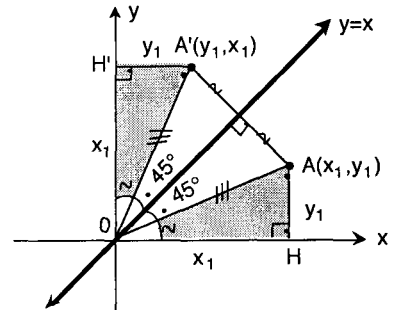
$A(-2,-6)$ noktasının orijine göre simetriği $A'(2,6)$

$B(3,-4)$ noktasının orijine göre simetriği $B'(-3,4)$ dür.



4) $y = x$ doğrusuna (1. açıortay doğrusuna) göre simetri :

$A(x_1, y_1)$ noktasının $y = x$ doğrusuna göre simetriği, doğruya olan uzaklığı kadar ötelenmesidir. Oluşan OAA' üçgeni ikizkenardır. OHA ve $OH'A'$ dik üçgenleri bu durumda eş dik üçgenler olur. Eş üçgenlerde eş açılar karşısında eşkenarlar bulunacağından $IOH'I = x_1$ ve $IH'A'I = y_1$ bulunur ki, $A(x_1, y_1)$ noktasının $y = x$ doğrusuna göre simetriğinde koordinatlar aralarında yer değiştirirler. Yani simetrik nokta $A'(y_1, x_1)$ dir.



ÖRNEK

$A(2,-3)$ noktasının $y = x$ doğrusuna göre simetriği $A'(-3,2)$

$B(-4,1)$ noktasının $y = x$ doğrusuna göre simetriği $B'(1,-4)$ dür.

5) $y = -x$ doğrusuna (2. açıortay doğrusuna) göre simetri

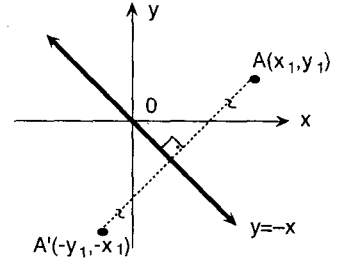
$A(x_1, y_1)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre simetriği, doğruya olan uzaklığı kadar ötelenmesidir.

$A(x_1, y_1)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre simetriği alındığında koordinatların hem yerleri, hemde işaretleri değişir. Yani simetrik nokta $A'(-y_1, -x_1)$ dir.

ÖRNEK

$A(-2, 5)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre simetriği $A'(-5, 2)$

$B(3, 4)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre simetriği $B'(-4, -3)$ dür.



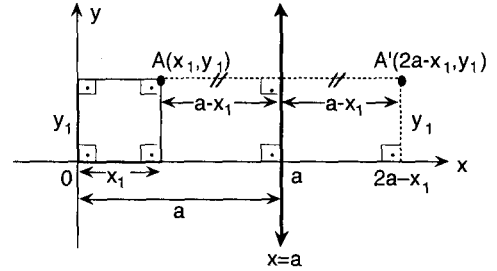
6) $A(x_1, y_1)$ noktasının $x = a$ doğrusuna göre simetriği:

$A(x_1, y_1)$ noktasının $x = a$ doğrusuna göre simetriği, doğruya olan uzaklığı kadar ötelenmesidir.

Yandaki şekil incelenirse, $A(x_1, y_1)$ noktasının $x = a$ doğrusuna göre simetriği $A'(2a - x_1, y_1)$ olduğu anlaşılır.

ÖRNEK

$A(2, 3)$ noktasının $x = 7$ doğrusuna göre simetriği :



1. YOL : $A(2, 3) \rightarrow x = 7 \rightarrow A'(2 \cdot 7 - 2, 3)$

$A'(12, 3)$ dür.

2. YOL : $A(2, 3) \rightarrow x = 7 \rightarrow A'(12, 3)$ olur.
5 artış 5 artış

ÖRNEK

$A(-2, -3)$ noktasının $x = 4$ doğrusuna göre simetriği :

1. YOL : $A(-2, -3) \rightarrow x = 4 \rightarrow A'(2 \cdot 4 - (-2), -3)$
 $A'(8 + 2, -3)$

$A'(10, -3)$ dür

2. YOL : $A(-2, -3) \rightarrow x = 4 \rightarrow A'(10, -3)$ olur.
6 artış 6 artış

7) $A(x_1, y_1)$ noktasının $y = b$ doğrusuna göre simetriği :

$A(x_1, y_1)$ noktasının $y = b$ doğrusuna göre simetriği, doğruya olan uzaklığı kadar ötelenmesidir.

Yandaki şekil incelenirse, $A(x_1, y_1)$ noktasının $y = b$ doğrusuna göre simetriği $A'(x_1, 2b - y_1)$ olduğu anlaşılır.

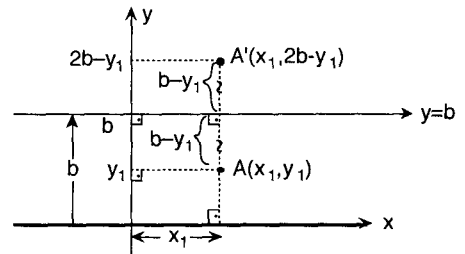
ÖRNEK

$A(2, -4)$ noktasının $y = 3$ doğrusuna göre simetriği:

1. YOL : $A(2, -4) \rightarrow y = 3 \rightarrow A'(2, 2 \cdot 3 - (-4))$

$A'(2, 6 + 4)$

$A'(2, 10)$ olur.



2. YOL : $A(2, -4) \rightarrow y = 3 \rightarrow A'(2, 10)$ dur.

$\xrightarrow{\text{7 artış}} \quad \xrightarrow{\text{7 artış}}$

ÖRNEK

$A(1, 3)$ noktasının $y = -2$ doğrusuna göre simetriği :

1. YOL : $A(1, 3) \rightarrow y = -2 \rightarrow A'(1, 2 \cdot (-2) - 3)$

$A'(1, -4 - 3)$

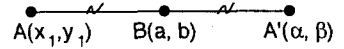
$A'(1, -7)$ dir.

2. YOL : $A(1, 3) \rightarrow y = -2 \rightarrow A'(1, -7)$ olur.

$\xrightarrow{\text{5 azalış}} \quad \xrightarrow{\text{5 azalış}}$

8) $A(x_1, y_1)$ noktasının $B(a, b)$ noktasına göre simetriği :

$A(x_1, y_1)$ noktasının $B(a, b)$ noktasına göre simetriği, A'nın B'ye olan uzaklığı kadar ötelenmesidir.



A noktasının B noktasına göre simetriği $A'(\alpha, \beta)$ ise, B noktası $[AA']$ doğru parçasının orta noktası konumunu alır. Orta nokta koordinatlarından;

$$a = \frac{x_1 + \alpha}{2} \Rightarrow x_1 + \alpha = 2a \Rightarrow \alpha = 2a - x_1$$

$$b = \frac{y_1 + \beta}{2} \Rightarrow y_1 + \beta = 2b \Rightarrow \beta = 2b - y_1 \text{ bulunur. Yani } A(x_1, y_1) \text{ noktasının } B(a, b) \text{ noktasına göre simetriği : } A'(2a - x_1, 2b - y_1) \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$A(-2, 4)$ noktasının $B(3, -1)$ noktasına göre simetriği :

1. YOL : $A(-2, 4) \rightarrow B(3, -1) \rightarrow A'(2 \cdot 3 - (-2), 2 \cdot (-1) - 4)$

$A'(6 + 2, -2 - 4)$

$A'(8, -6)$ dir.

2. YOL : $A(-2, 4) \rightarrow B(3, -1) \rightarrow A'(8, -6)$ olur.

$\xrightarrow{\text{5 azalış}} \quad \xrightarrow{\text{5 azalış}}$
 $\xrightarrow{\text{5 artış}} \quad \xrightarrow{\text{5 artış}}$

9) $A(x_1, y_1)$ noktasının $ax + by + c = 0$ doğrusuna göre simetriği :

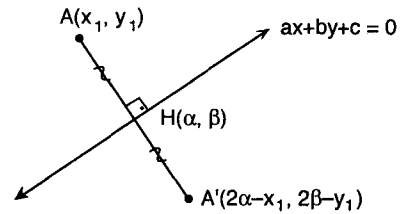
$A(x_1, y_1)$ noktasının $ax + by + c = 0$ doğrusuna göre simetriği noktanın doğruya olan uzaklığı kadar ötelenmesidir.

Bir noktanın bir genel doğruya göre simetriğinde aşağıdaki sıra izlenir.

i) Verilen $ax + by + c = 0$ doğrusunun eğimi bulunur.

$$(m_1 = -\frac{a}{b})$$

ii) Doğruların diklik koşulundan, eğimleri çarpımının (-1) e eşitliğinden dik doğrunun (AA' doğrusunun) eğimi hesaplanır ($m_2 = \frac{b}{a}$)



iii) Eğimi bulunan ($m = \frac{b}{a}$) ve verilen $A(x_1, y_1)$ noktasından geçen dik doğrunun (AA' doğrusunun) denklemi yazılır. $[y - y_1 = m(x - x_1)]$ formülünden]

iv) Denklemi verilen $ax + by + c = 0$ doğrusu ile denklemi bulunan AA' dik doğrusunun ortak çözümü, ortak noktaları olan H dikme ayağının koordinatlarını belirler. $H(\alpha, \beta)$ olsun

v) $A(x_1, y_1)$ noktasının H noktasına göre simetriği sonuç A' noktasını verir.

$$A(x_1, y_1) \rightarrow H(\alpha, \beta) \rightarrow A'(2\alpha - x_1, 2\beta - y_1)$$

ÖRNEK

$A(3, 2)$ noktasının $x - y + 5 = 0$ doğrusuna göre simetriği olan noktanın koordinatları nedir?

ÇÖZÜM

i) $md_1 = 1$

ii) $md_1 \cdot m_{AA'} = -1$ den

$$md_1 = 1 \Rightarrow m_{AA'} = -1 \text{ dir.}$$

iii) $m_{AA'} = -1 \wedge A(3, 2)$ ise

$$AA': y - 2 = -(x - 3)$$

$$y - 2 = -x + 3$$

$$y = -x + 5 \text{ bulunur.}$$

iv) H dikme ayağı noktası $d_1: y = x + 5$ ile $AA': y = -x + 5$ doğrularının ortak çözümünden

$$x + 5 = -x + 5$$

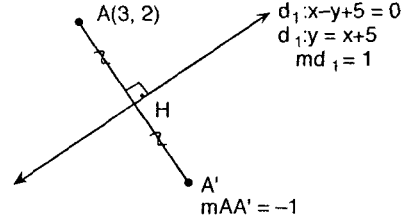
$$x = 0 \Rightarrow y = x + 5$$

$$2x = 0$$

$$y = 5 \text{ dir.}$$

$$x = 0 \quad H(0, 5) \text{ olarak elde edilir.}$$

v) $A(3, 2)$ noktasının $H(0, 5)$ noktasına göre simetriği alınırsa $A'(-3, 8)$ sonuç olarak bulunur.



ÖRNEK

$y = 2x$ doğrusunun $P(5, 0)$ noktasına en yakın noktasının koordinatları nedir?

ÇÖZÜM

$y = 2x$ doğrusunun noktaları içerisinde $P(5, 0)$ noktasına en yakın nokta, $P(5, 0)$ noktasından doğruya inilen dikme ayağı, yani H noktasıdır. H noktasının koordinatları istenmektedir.

i) $y = 2x$ doğrusunun eğimi 2 dir.

ii) $2 \cdot m_{PH} = -1$ den $m_{PH} = -\frac{1}{2}$ bulunur.

iii) $m_{PH} = -\frac{1}{2}$ ve $P(5, 0)$ olduğuna göre PH dik doğrusunun denklemi:

$$y = -\frac{1}{2}(x - 5)$$

$$y = -\frac{x}{2} + \frac{5}{2} \text{ dir.}$$

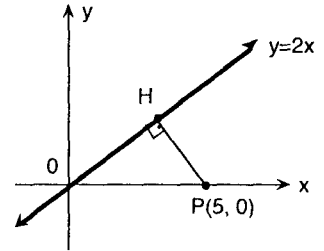
iv) H dikme ayağı, $y = 2x$ doğrusu ile $y = -\frac{x}{2} + \frac{5}{2}$ doğrularının ortak çözümünden bulunacaktır. Öyleyse;

$$2x = -\frac{x}{2} + \frac{5}{2}$$

$$4x = -x + 5$$

$$5x = 5$$

$$x = 1 \text{ ve } x = 1 \Rightarrow y = 2x \text{ den } y = 2 \text{ olur. Yani } H(1, 2) \text{ olacaktır.}$$



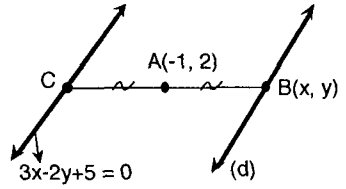
ÖRNEK

$3x-2y+5=0$ doğrusunun $A(-1,2)$ noktasına göre simetriği olan doğru denklemini nedir?

ÇÖZÜM

1. YOL :

Aranan (d) doğrusu üzerindeki noktalar kümesi $B(x,y)$ olsun B noktasının A noktasına göre simetriği olan C noktaları, $3x-2y+5=0$ doğrusu üzerindedir.



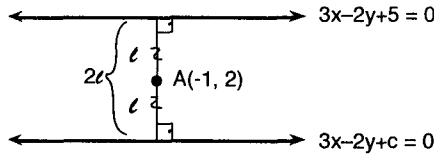
$B(x,y)$ nin $A(-1,2)$ noktasına göre simetriği: $C(-2-x, 4-y)$

dir. C noktası $3x-2y+5=0$ doğrusu üzerinde olduğuna göre nokta koordinatları doğru denklemini sağlamalıdır.

$$3(-2-x) - 2(4-y) + 5 = 0$$

$$-6-3x-8+2y+5=0 \Rightarrow 3x-2y+9=0 \text{ aranılan d doğrusudur.}$$

2. YOL :



$3x-2y+5=0$ doğrusunun $A(-1, 2)$ noktasına göre simetriği noktaya olan uzaklığı kadar ötelenmiş olanıdır. Yani aranılan doğru, $3x-2y+5=0$ doğrusuna paralel bir doğrudur ve de denklemini $3x-2y+c=0$ biçiminde olmalıdır.

$A(-1, 2)$ nin $3x-2y+5=0$ doğrusuna olan uzaklığını bulalım.

$$l = \frac{|-3-4+5|}{\sqrt{9+4}} = \frac{|-7+5|}{\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}} \text{ dür.}$$

$$2l = \frac{4}{\sqrt{13}} \text{ paralel doğrular arasındaki uzaklık olup,}$$

$$\frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2l \text{ den } \frac{|c - 5|}{\sqrt{13}} = \frac{4}{\sqrt{13}} \text{ yazılır. Buradan}$$

$$|c - 5| = 4 \Rightarrow c - 5 = 4 \quad \vee \quad c - 5 = -4$$

$$c = 9 \quad \vee \quad c = 1 \text{ olur ki}$$

$$\text{aranılan doğru } 3x-2y+c=0$$

$$3x-2y+9=0 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$A(1, 1)$ noktasının, denklemini $4x+3y-2=0$ olan doğruya göre simetriği B ise $|AB|$ kaç birimdir?

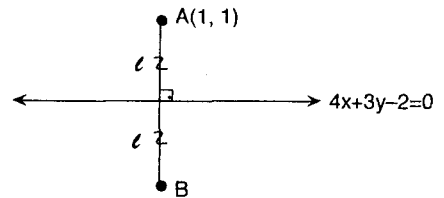
ÇÖZÜM

$|AB|$, A noktasının $4x+3y-2=0$ doğrusuna

olan uzaklığının iki katıdır.

$$l = \frac{|4+3-2|}{\sqrt{16+9}} = \frac{5}{5} = 1 \text{ br ise}$$

$$|AB| = 2l = 2 \text{ br elde edilir.}$$



ÖRNEK

$A(a, b)$ noktasının $B(b, a)$ noktasına göre simetriği olan nokta $A'(x, y)$ ise $x + y$ toplamı nedir?

ÇÖZÜM

$$A(a, b) \rightarrow B(b, a) \rightarrow A'(x, y)$$

$$A'(2b-a, 2a-b) \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Buradan} & x = 2b-a & \\ & y = 2a-b & \text{ bulunur. Öyleyse aranan toplam} \\ & \underline{+} & \\ & x+y = a+b & \text{ olur.} \end{array}$$

ÖRNEK

$A(m+3, m-2)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre simetriği olan nokta, koordinat düzleminin dördüncü bölgesindedir. Buna göre m , kaç farklı tamsayı değeri alır?

ÇÖZÜM

$A(m+3, m-2)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre simetriği $A'(2-m, -m-3)$ dır. A' noktası koordinat düzleminde dördüncü bölgede ise;

$$\begin{array}{c} A'(2-m, -m-3) \\ \underbrace{\quad\quad\quad} \quad \underbrace{\quad\quad\quad} \\ + \quad \quad - \end{array}$$

$$2-m > 0 \quad \wedge \quad -m-3 < 0 \quad \text{olmalıdır. Buradan}$$

$$-m > -2 \quad \quad -m < 3$$

$$m < 2 \quad \wedge \quad m > -3 \quad \text{bulunur. Yani}$$

$-3 < m < 2$ olur ki $\begin{array}{ccccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{array}$ $m, -2, -1, 0, 1$ olmak üzere dört farklı tamsayı değeri alır.

ÖRNEK

$A(-4, 1)$ noktasının $x = 2$ doğrusuna göre simetriği B noktası ise B nin $y = x$ doğrusuna göre simetriği olan C noktasının koordinatları nedir?

ÇÖZÜM

$$A(-4, 1) \rightarrow x = 2 \rightarrow A'(8, 1) \text{ olur.}$$

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\quad\quad\quad} \quad \xrightarrow{\quad\quad\quad} \\ \text{6 artış} \quad \quad \text{6 artış} \end{array}$$

$$B(8, 1) \rightarrow y = x \rightarrow C(1, 8) \text{ bulunur.}$$

(Bileşenler yer değiştireceğinden)

ÖRNEK

$A(-1, b)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre simetriği olan A' noktası $x+4y = 6$ doğrusu üzerinde olduğuna göre b değeri nedir?

ÇÖZÜM

$$A(-1, b) \rightarrow y = -x \rightarrow A'(-b, 1) \text{ dir.}$$

$A'(-b, 1)$ noktası, $x+4y = 6$ doğrusu üzerinde bulunduğu göre, nokta koordinatları doğru denklemini sağlamalıdır.

$$-b+4 = 6 \Rightarrow -b = 2 \Rightarrow b = -2 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$A(3, -4)$ noktasının x eksenine göre simetriği B , y eksenine göre simetriği ise C noktasıdır. IBC uzunluğu kaç birimdir?

ÇÖZÜM

$$A(3, -4) \rightarrow 0x \rightarrow B(3, 4)$$

$$A(3, -4) \rightarrow 0y \rightarrow C(-3, -4) \text{ dür. Öyleyse}$$

$$IBC = \sqrt{(3+3)^2 + (4+4)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10 \text{ br bulunur.}$$

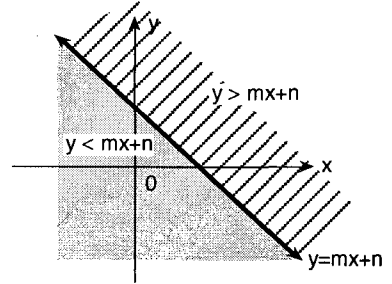
UYARI :

- i) $f(x, y) = 0$ denklemi ile verilen eğrinin x eksenine göre simetriğinin denklemi $f(x, -y) = 0$ dir.
- ii) $f(x, y) = 0$ denklemi ile verilen eğrinin y eksenine göre simetriğinin denklemi $f(-x, y) = 0$ dir.
- iii) $f(x, y) = 0$ denklemi ile verilen eğrinin başlangıç noktasına göre simetriğinin denklemi $f(-x, -y) = 0$ dir.
- iv) $f(x, y) = 0$ denklemi ile verilen eğrinin 1. Açortay ($y = x$) doğrusuna göre simetriğinin denklemi $f(y, x) = 0$ dir.
- v) $f(x, y) = 0$ denklemi ile verilen eğrinin 2. Açortay ($y = -x$) doğrusuna göre simetriğinin denklemi $f(-y, -x) = 0$ dir.
- vi) $f(x, y) = 0$ denklemi ile verilen eğrinin $A(a, b)$ noktasına göre simetriğinin denklemi $f(2a-x, 2b-y) = 0$ dir.

EŞİTSİZLİKLER

1. YOL : $y = mx+n$ doğrusu analitik düzlemi iki bölgeye ayırır. y ekseninin (+) tarafında $y > mx+n$, y ekseninin (-) tarafında $y < mx+n$ eşitsizliği sağlanır.

2. YOL : Önce verilen doğrunun grafiği çizilir. Doğrunun bir tarafında bulunan ve koordinatları bilinen bir nokta seçilir. Bu noktanın koordinatları verilen eşitsizlikte yerine yazılır. Eşitsizlik sağlanıyorsa noktanın bulunduğu taraf; sağlanmıyorsa noktanın bulunmadığı taraf aranan bölgedir.

**ÖRNEK**

$\begin{cases} |x| \leq 2 \\ x-y+1 \geq 0 \end{cases}$ sistemini sağlayan (x, y) noktalarının kümesini analitik düzlemde gösteriniz.

ÇÖZÜM

$$|x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \text{ dir.}$$

$$x-y+1 \geq 0 \Rightarrow -y \geq -x-1 \Rightarrow y \leq x+1 \text{ olur.}$$

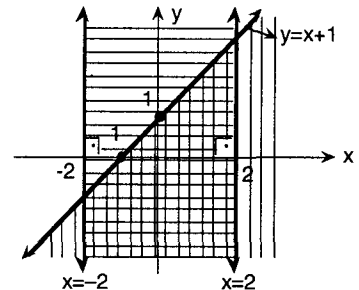
$-2 \leq x \leq 2$ eşitsizliğini sağlayan x ler, $x = -2$ ve $x = 2$ doğruları arasındadır. Şekilde enine taranmış bölgedir. Şimdi $y = x+1$ doğrusunun grafiğini çizelim.

$$x = 0 \Rightarrow y = 1 \text{ ve}$$

$$y = 0 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ olur.}$$

$y \leq x+1$ olduğundan y ekseninin (-) negatif tarafını taramalıyım. Şekilde boyuna taranmış bölgedir.

Şekilde görülen ortak bölge sorunun çözümüdür.



ÖRNEK

$A = \{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \text{ ve } y \geq 2-x \}$ olduğuna göre A nın grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

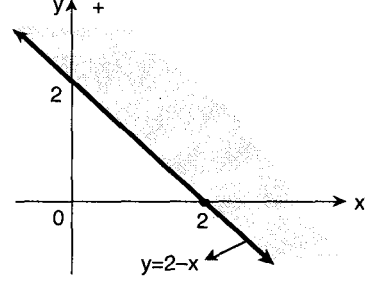
Önce $y = 2-x$ doğrusunun grafiğini çizelim.

$$x = 0 \Rightarrow y = 2$$

$$y = 0 \Rightarrow 2-x = 0 \Rightarrow x = 2$$

$y \geq 2-x$ olduğundan y ekseninin (+) pozitif tarafını tarayalım.

Şekildeki taralı bölge sorunun çözümüdür.

**ÖRNEK**

Analitik düzlemde; $x+y-14 \leq 0$, $y \geq -\frac{x}{2} + 7$, $x \geq 0$ koşullarına uyan (x, y) ikililerinin oluşturduğu bölgenin alanı kaç br^2 dir?

ÇÖZÜM

$$x+y-14 \leq 0 \Rightarrow y \leq -x+14 \text{ olur.}$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 14 \wedge y = 0 \Rightarrow x = 14 \text{ dür.}$$

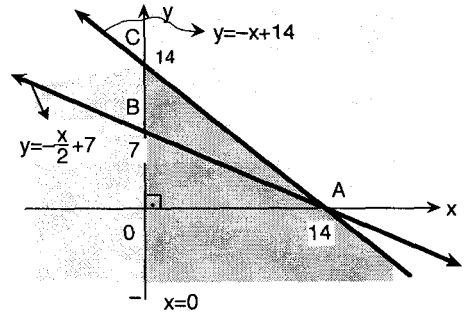
$y \leq -x+14$ olduğundan y ekseninin (-) negatif tarafını tarayalım. (Yatay taralı bölge)

$x \geq 0$ eşitsizliği y eksenini ve y ekseninin sağında gerçekleşir. (Düşey taralı bölge)

$$y \geq -\frac{x}{2} + 7 \text{ de}$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 7 \wedge y = 0 \Rightarrow x = 14 \text{ bulunur.}$$

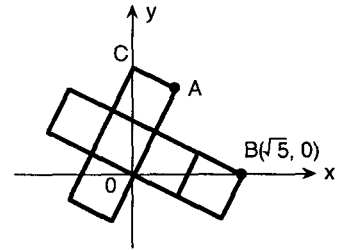
$y \geq -\frac{x}{2} + 7$ olduğundan y ekseninin (+) pozitif tarafını tarayalım. Sorunun çözümü ABC üçgensel bölgesi olup istenilen üçgenin alanı : $A(ABC) = \frac{|BC| \cdot |OA|}{2} = \frac{7 \cdot 14}{2} = 49 \text{ br}^2$ elde edilir.

**ÖRNEK**

Koordinat eksenleri dışında kalan şekil, bir küpün açılımıdır. B noktasının koordinatları $B(\sqrt{5}, 0)$ olduğuna göre,

i) A noktasının koordinatları nedir?

ii) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ bölgesinde kalan şeklin alanı kaç birimkaredir?

**ÇÖZÜM**

i) $|OB| = \sqrt{5} \Rightarrow |OC| = \sqrt{5} \text{ dir.}$

$$|AC| = t \Rightarrow |OA| = 2t \text{ olur.}$$

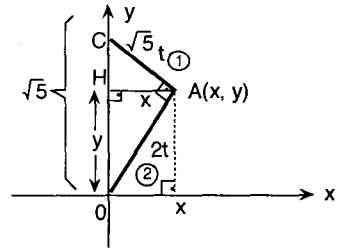
(Küpün bir ayrıtı t ise $|OA|$ 2 ayrıtı karşılığı $2t$ dir.)

OAC dik üçgeninde pisagor uygulanırsa

$$t^2 + 4t^2 = 5 \Rightarrow 5t^2 = 5 \Rightarrow t^2 = 1 \Rightarrow t = 1$$

ve $|AC| = 1 \wedge |OA| = 2$ elde edilir.

$$A(ACO) = \frac{|OC| \cdot |AH|}{2} = \frac{|AC| \cdot |AO|}{2} \text{ dir. Buradan}$$



$$\frac{\sqrt{5}x}{2} = \frac{1.2}{2} \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ olur.}$$

Aynı dik üçgende öklitten

$$IAOI^2 = IOHI \cdot IOCI$$

$$4 = y \cdot \sqrt{5} \Rightarrow y = \frac{4}{\sqrt{5}} \text{ elde edilir. Öyleyse aranan A noktası } A\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{4}{\sqrt{5}}\right) \text{ dir.}$$

2. yol :

$m_{AO} = \tan \alpha = 2 \Rightarrow$ AO doğrusu orijinden geçtiğine göre denklemi $y = mx$ biçiminde olup $y = 2x$ bulunur.

$$m_{AO} \cdot m_{AC} = -1 \text{ den } m_{AC} = -\frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$$m_{AC} = -\frac{1}{2} \wedge C(0, \sqrt{5}) \text{ ise AC doğrusunun denklemi}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ den}$$

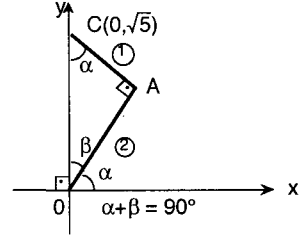
$$y - \sqrt{5} = -\frac{1}{2}x \text{ olur.}$$

A noktası $y = 2x$ ile $y = -\frac{1}{2}x + \sqrt{5}$ in ortak noktaları olduğundan ortak çözümle

$$2x = -\frac{1}{2}x + \sqrt{5}$$

$$4x = -x + 2\sqrt{5}$$

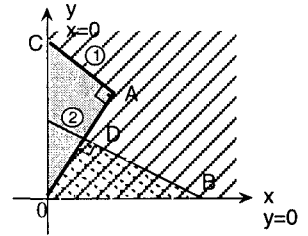
$$5x = 2\sqrt{5} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ ve } y = 2x \Rightarrow y = 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \text{ den } A\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{4}{\sqrt{5}}\right) \text{ elde edilir.}$$



ii) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ eşitsizlik sistemi analitik düzlemin birinci bölgesidir.

Burada oluşan OAC ve BDO dik üçgenleri eşittir. Öyleyse istenilen alan 2. A(OAC) dir.

$$2. A(OAC) = 2 \cdot \frac{1 \cdot 2}{2} = 2 \text{ br}^2 \text{ dir.}$$



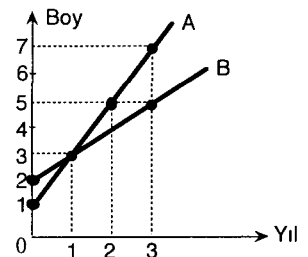
GRAFİKLER

Analitik düzlemde grafik okuyarak çözülebilen problemleri ve de grafiğe dönüştürülebilen soruları örneklerle açıklayalım. Örnekler ÖSS-ÖYS sorularından seçilmiştir.

ÖRNEK

Yanda A ve B bitkilerinin boylarının yıllara göre değişimi gösterilmiştir.

Bu değişime göre 10. yılda, bitkilerin boyları arasındaki fark kaç birim olacaktır? (1981 - ÖSS)



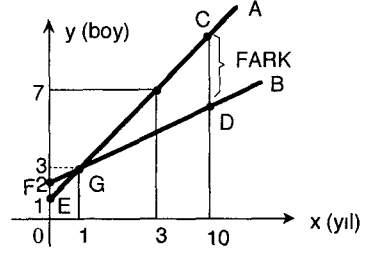
ÇÖZÜM

E(0, 1) ve G(1, 3) noktalarından geçen EG doğrusunun denklemini yazalım.

$$\frac{y-1}{1-3} = \frac{x-0}{0-1} \Rightarrow y = 2x + 1 \text{ dir.}$$

F(0, 2) ve G(1, 3) noktalarından geçen FG doğrusunun denklemini yazalım.

$$\frac{y-2}{2-3} = \frac{x-0}{0-1} \Rightarrow y = x + 2 \text{ dir.}$$



10. yılda A bitkisinin boyu, $y = 2x + 1$ denkleminde $x = 10$ konularak $y = 21$ birim,

B bitkisinin boyu, $y = x + 2$ denkleminde $x = 10$ konularak $y = 12$ birim bulunur. Buna göre, 10. yılda bu iki bitkinin boylarının farkı, $21 - 12 = 9$ br. dir.

ÖRNEK

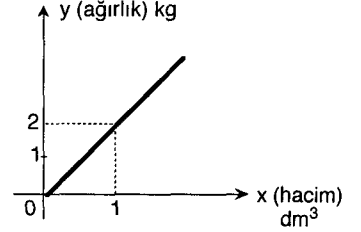
Homojen bir çubuğun 1 dm^3 'ünün ağırlığı 2 kg dir.

Bu çubuğun ağırlığının, hacmine bağlı olarak değişimini gösteren grafiği çiziniz.
(1982 ÖSS)

ÇÖZÜM

Çubuğun hacmi dm^3 olarak x ekseninde, ağırlığı da kg olarak y ekseninde gösterilmektedir. Cismin hacmi ile ağırlığı arasında aşağıdaki tabloda belirtilen bağıntı vardır.

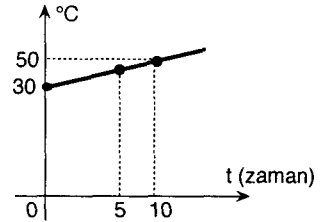
Hacim (dm^3)	0	1
Ağırlık (kg)	0	2



Çubuk homojen olduğundan, ağırlığının hacmine bağlı olarak değişimini gösteren grafik, (0, 0) noktasından başlayan ve (1, 2) noktasından geçen doğrudur.

ÖRNEK

Yandaki grafik, başlangıç sıcaklığı ($t = 0$ için) 30°C olan bir cismin ısıtılması sırasında sıcaklığının, t zamanına bağlı olarak değişimini göstermektedir. F (fahrenheit), C (santigrat) dereceleri arasında $F = \frac{9}{5}C + 32$ bağıntısı bulunduğu göre, bu cismin $t = 5$ zamanındaki sıcaklığı kaç $^\circ\text{F}$ dir?



(1982 ÖSS)

ÇÖZÜM

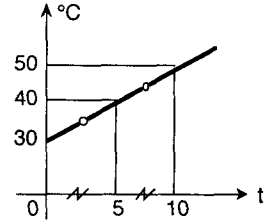
Bir kesen üzerinde eş doğru parçaları ayıran paralel doğrular, her kesen üzerinde eş doğru parçaları ayırır.

Grafiğe göre, cismin $t = 5$ zamanındaki sıcaklığı 40°C olur.

$$F = \frac{9}{5}C + 32 \text{ bağıntısına göre}$$

$$C = 40 \text{ ise } F = \frac{9}{5} \cdot 40 + 32 = 104 \text{ olur.}$$

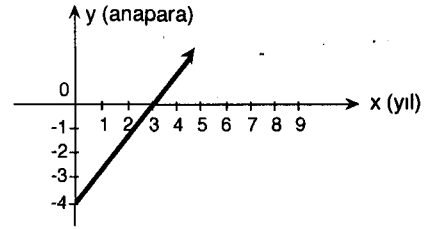
Buna göre, bu cismin $t = 5$ zamanındaki sıcaklığı 104°F dir.



ÖRNEK

Yandaki grafik, bir tüccarın anaparasının yıllara göre değişimini göstermektedir. Anaparanın negatif olması tüccarın borcunu belirtmektedir.

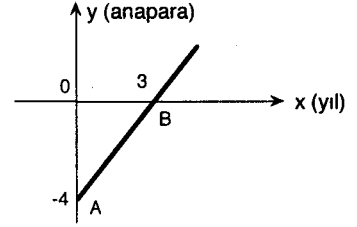
Bu tüccarın, borcunun tümünü ödedikten 6 yıl sonraki anaparası kaç birimdir? (1982 - ÖSS)

**ÇÖZÜM**

Grafiğe göre, 3. yıla kadar tüccar borçludur. 3. yılda tüccar borcunun tümünü ödemiştir. 3. yıldan, 6 yıl geçerse 9. yıla ulaşılır. Bizden 9. yıldaki anaparası istenmektedir.

A ve B noktalarından geçen doğrunun denklemi

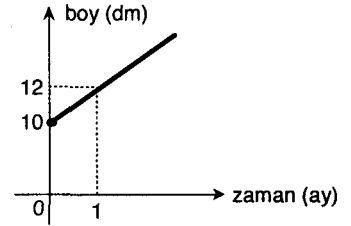
$\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} = 1$ dir. Bu denklemden $x = 9$ için $y = 8$ br. bulunur.

**ÖRNEK**

10 dm boyundaki bir ağaç fidanı dikildikten sonra ayda 2 dm uzamaktadır. **Bu fidanın boyunun zamana göre değişimini gösteren grafiği çiziniz. (1983 - ÖSS)**

ÇÖZÜM

Ağaç fidanı dikildiğinde 10 dm boyunda olduğuna göre, grafiğin başlangıç noktası, (0, 10) noktasıdır. Ağaç 1 ayda 2 dm uzadığına göre (1, 12) noktası da grafiğe ait olmalıdır. Buna göre, fidanın boyunun zamana göre değişimini gösteren grafik yandaki gibidir.



ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

1. $K(m-n, m+n)$ noktası birinci bölgede olduğuna göre $L(-m-n, n-m)$ noktası hangi bölgededir?

- A) I. Bölgede B) II. Bölgede
C) III. Bölgede D) IV. Bölgede
E) Orijinde

ÇÖZÜM

$K(m-n, m+n)$ noktası birinci bölgede olduğundan, noktanın apsisi ve ordinatı pozitif olmalıdır. Yani;

$m-n > 0$ ve $m+n > 0$ olmalıdır.

O halde;

$m-n > 0$ ise $n-m < 0$ ve

$m+n > 0$ ise $-m-n < 0$ dır.

$L(\underbrace{-m-n}, \underbrace{n-m})$ noktası ise koordinat sisteminin

III. bölgesindedir.

YANIT "C"

2. $K(m-1, m+2)$ noktası ikinci bölgede olduğuna göre m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $m > 1$ B) $m < -1 \vee m > 2$
C) $m < -2 \vee m > 1$ D) $-2 < m < 1$
E) $-1 < m < 2$

ÇÖZÜM

$K(m-1, m+2)$ noktası ikinci bölgede olduğundan noktanın apsisi negatif, ordinatı pozitif olmalıdır.

Yani; $m-1 < 0$ ve $m+2 > 0$ dır.

$m-1 < 0$ ise $m < 1$ ve

$m+2 > 0$ ise $m > -2$ olur.

Buradan $-2 < m < 1$ bulunur.

YANIT "D"

3. $A(1, 3)$ ve $B(4, a)$ noktaları arasındaki uzaklık 5 br ise a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -7 B) -5 C) -3 D) -1 E) 0

ÇÖZÜM

$$|AB| = \sqrt{(1-4)^2 + (3-a)^2} = 5$$

$$9 + (3-a)^2 = 25$$

$$(3-a)^2 = 16$$

$$|3-a| = 4$$

$3-a = 4$ veya $3-a = -4$ dır.

$a_1 = -1$ veya $a_2 = 7$ bulunur.

YANIT "D"

4. $A(m+2, m+1)$ ve $B(m-3, m-4)$ noktaları veriliyor. m değiştiğinde oluşan $[AB]$ doğru parçasının orta noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $y = 2x+1$ B) $y = 2x-1$ C) $y = 1-x$
D) $y = x+1$ E) $y = x-1$

ÇÖZÜM

$[AB]$ doğru parçasının orta noktası $C(x, y)$ olsun.

$$x = \frac{m+2+m-3}{2} = \frac{2m-1}{2} \text{ ve}$$

$$y = \frac{m+1+m-4}{2} = \frac{2m-3}{2} \text{ dir.}$$

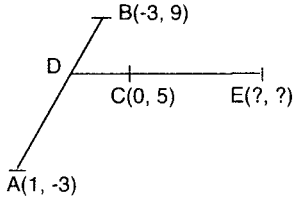
$$x = \frac{2m-1}{2} \text{ ise } m = \frac{2x+1}{2} \text{ olur.}$$

$y = \frac{2m-3}{2}$ ifadesinde m yerine x cinsinden değeri yazılırsa,

$$y = \frac{2 \cdot \frac{2x+1}{2} - 3}{2} = \frac{2x-2}{2} \Rightarrow y = x-1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

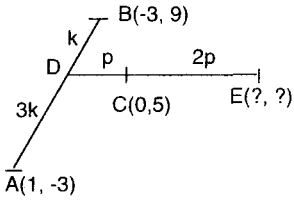
5.



Şekilde $\frac{|AB|}{|AD|} = \frac{4}{3}$ ve $\frac{|DC|}{|CE|} = \frac{1}{2}$ ise

E noktasının koordinatları nedir?

- A) (3, 4) B) (4, 3) C) (-3, 4)
D) (4, -3) E) (-3, -4)

ÇÖZÜM

4k uzaklığına karşılık apsis -4 değişmiş.
3k uzaklığına karşılık apsis ? değişir?

$$? = \frac{3 \cdot (-4)}{4} = -3 \text{ değişmelidir.}$$

O halde D noktasının apsisi $1-3 = -2$ dir.

4k uzaklığına karşılık ordinat +12 değişmiş.
3k " " " ? değişir.

$$? = \frac{3 \cdot 12}{4} = 9 \text{ değişmelidir.}$$

O halde D noktasının ordinatı $-3+9 = 6$ dir.

D(-2, 6) bulunur.

p uzaklığına karşılık apsis +2 değişmiş.
3p " " " ? değişir.

$$? = \frac{3 \cdot 2}{1} = 6 \text{ değişmelidir.}$$

O halde E noktasının apsisi $-2+6 = 4$ dür.

p uzaklığına karşılık ordinat -1 değişmiş.

3p " " " ? değişir.

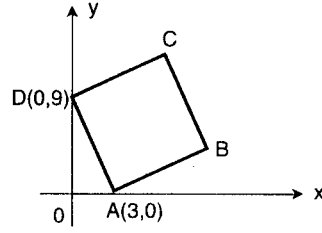
$$? = \frac{3 \cdot (-1)}{1} = -3 \text{ değişmelidir.}$$

O halde E noktasının ordinatı $6-3 = 3$ tür.

E noktasının koordinatları ise E(4, 3) bulunur.

YANIT "B"

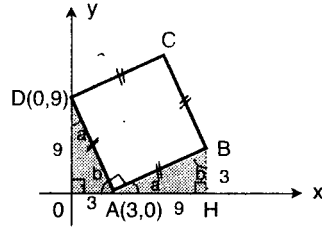
6.



Şekilde ABCD bir karedir.

A(3, 0) ve D(0, 9) ise B noktasının koordinatları nedir?

- A) (6, 6) B) (8, 4) C) (12, 3)
D) (12, 4) E) (8, 3)

ÇÖZÜM

B köşesinden x-eksenine [BH] dikmesini çizelim.

$\triangle AOD \cong \triangle BHA$ dir.

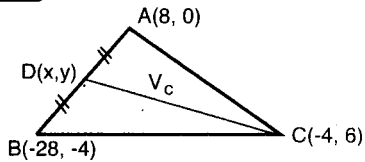
$|AO| = |BH| = 3$ br ve $|OD| = |HA| = 9$ br dir.

$|OH| = 3 + 9 = 12$ br olur. O halde B noktasının apsisi 12, ordinatı 3 tür. B(12, 3) bulunur.

YANIT "C"

7. Köşelerinin koordinatları A(8, 0), B(-28, -4) ve C(-4, 6) olan ABC üçgeninin V_c kenarortayının uzunluğu kaç br dir?

- A) $\sqrt{34}$ B) $\sqrt{41}$ C) 8 D) 9 E) 10

ÇÖZÜM

[AB] nın orta noktası D olsun.

$$D(x, y) \text{ ise } x = \frac{8-28}{2} = -10 \text{ ve}$$

$$y = \frac{0-4}{2} = -2 \text{ dir.}$$

D(-10, -2) bulunur. $V_c = |CD|$ dir.

$$V_c = \sqrt{(-10+4)^2 + (-2-6)^2} = \sqrt{36+64} = 10 \text{ br}$$

bulunur.

YANIT "E"

8. Köşelerinin koordinatları $A(4, 1)$, $B(-2, 1)$ ve $C(0, a)$ olan bir ABC üçgeninin alanı 12 br^2 ise a kaç olabilir?

A) -1 B) 1 C) 3 D) 5 E) 7

ÇÖZÜM

$$A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 & - \\ -2 & 1 & - \\ 0 & a & + \\ 4 & 1 & + \end{vmatrix}$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot |4 - 2a + 0 + 2 - 0 - 4a| = 12$$

$$\frac{1}{2} \cdot |6 - 6a| = 12$$

$$|6 - 6a| = 24$$

$$6 - 6a = 24 \text{ veya } 6 - 6a = -24 \text{ dür.}$$

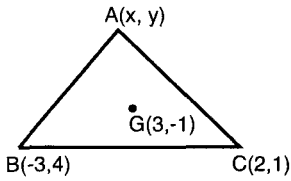
$$a_1 = -3 \text{ veya } a_2 = 5 \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

9. Bir ABC üçgeninin ağırlık merkezi G dir. $B(-3, 4)$, $C(2, 1)$ ve $G(3, -1)$ ise $A(ABC)$ kaç br^2 dir?

A) $\frac{19}{2}$ B) $\frac{21}{2}$ C) $\frac{25}{2}$ D) $\frac{27}{2}$ E) $\frac{29}{2}$

ÇÖZÜM 1



$A(x, y)$ olsun. G ağırlık merkezi olduğundan;

$$3 = \frac{x-3+2}{3} \text{ ve } -1 = \frac{y+4+1}{3} \text{ dür.}$$

$$x = 10 \text{ ve } y = -8 \text{ bulunur.}$$

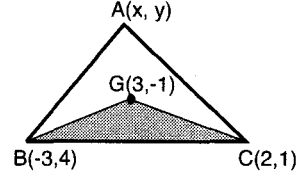
$$A(10, -8) \text{ dür.}$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 10 & -8 & - \\ -3 & 4 & - \\ 2 & 1 & + \\ 10 & -8 & + \end{vmatrix}$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot |40 - 3 - 16 - 24 - 8 - 10|$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot |40 - 61| = \frac{1}{2} \cdot |-21| = \frac{21}{2} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

ÇÖZÜM 2



G ağırlık merkezi olduğundan

$$A(ABC) = 3 \cdot A(GBC) \text{ dir.}$$

$$A(GBC) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & -1 & - \\ -3 & 4 & - \\ 2 & 1 & + \\ 3 & -1 & + \end{vmatrix}$$

$$A(GBC) = \frac{1}{2} \cdot |12 - 3 - 2 - 3 - 8 - 3|$$

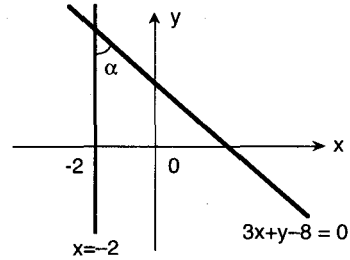
$$A(GBC) = \frac{1}{2} \cdot |-7| = \frac{7}{2} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

$$A(ABC) = 3 \cdot \frac{7}{2} = \frac{21}{2} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

ZAFER YAYINLARI

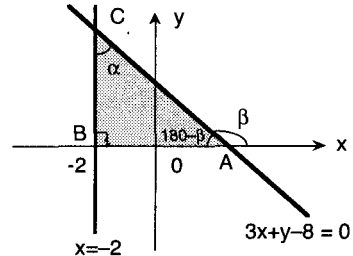
10.



Şekildeki α açısının tanjantı nedir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

ÇÖZÜM



$3x + y - 8 = 0$ doğrusunun eğim açısı β ise $\tan \beta = -3$ dür.

ABC dik üçgeninde $\tan(180 - \beta) = 3$ olur.

$\tan(180 - \beta) = \cot \alpha = 3$ dür.

$\cot \alpha = 3$ ise $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ bulunur.

YANIT "A"

11. $ax+3y-2=0$ ve $2x-9y+7=0$ doğrularının paralel olmaları için a ne olmalıdır?

A) -1 B) $-\frac{3}{4}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{1}{4}$

ÇÖZÜM

d_1 ve d_2 gibi iki doğru birbirine paralel ise eğimleri eşit olmalıdır.

$$ax+3y-2=0 \Rightarrow m_1 = -\frac{a}{3} \text{ ve}$$

$$2x-9y+7=0 \Rightarrow m_2 = \frac{2}{9} \text{ olur.}$$

$$m_1 = m_2 \Rightarrow -\frac{a}{3} = \frac{2}{9} \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

12. $(m-1)x + (n+1)y-3=0$ ve $3x-y+5=0$ doğrularının birbirine dik olması için m ile n arasında hangi bağıntı olmalıdır?

A) $3m+n=4$ B) $m-3n=-4$ C) $m-3n=4$
D) $3m-n=-4$ E) $3m-n=4$

ÇÖZÜM

d_1 ve d_2 gibi iki doğru birbirini dik ise $m_1 \cdot m_2 = -1$ olmalıdır.

$$(m-1)x + (n+1)y - 3 = 0 \Rightarrow m_1 = \frac{1-m}{n+1} \text{ ve}$$

$$3x-y+5=0 \Rightarrow m_2 = 3 \text{ dür.}$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow \frac{1-m}{n+1} \cdot 3 = -1$$

$$3 - 3m = -n - 1$$

$$n - 3m = -4$$

$$3m - n = 4 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

13. $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere;
 $A(2m+1, 4m+5)$ noktalarının oluşturduğu doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 2x+3$ B) $y = 2x-3$ C) $y = 3x+2$
D) $y = 3x-2$ E) $y = x+3$

ÇÖZÜM

$$x = 2m+1 \Rightarrow m = \frac{x-1}{2} \quad ①$$

$$y = 4m+5 \Rightarrow m = \frac{y-5}{4} \quad ② \text{ olur.}$$

① ve ② den

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-5}{4}$$

$$y-5 = 2x-2$$

$$y = 2x+3 \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

14. $ax+by-1=0$ doğrusu $x+y+1=0$ doğrusuna dik ve $A(-1, 2)$ noktasından geçmektedir.
 $a-b$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 B) $-\frac{3}{4}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) 0

ÇÖZÜM

$ax+by-1=0$ doğrusu $x+y+1=0$ doğrusuna dik ise eğimleri çarpımı -1 olmalıdır.

$$ax+by-1=0 \Rightarrow m_1 = -\frac{a}{b} \text{ ve}$$

$$x+y+1=0 \Rightarrow m_2 = -1 \text{ dir.}$$

$$-\frac{a}{b} \cdot (-1) = -1 \Rightarrow \frac{a}{b} = -1 \Rightarrow a = -b \text{ dir. } ①$$

$ax+by-1=0$ doğrusu $A(-1, 2)$ noktasından geçtiğine göre, noktanın koordinatları doğru denklemini sağlar.

$$-a+2b-1=0 \Rightarrow a-2b=-1 \text{ dir. } ②$$

① ve ② den

$$\left. \begin{array}{l} a = -b \\ a - 2b = -1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -b - 2b = -1 \\ -3b = -1 \end{array}$$

$$b = \frac{1}{3} \text{ ve}$$

$$a = -\frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

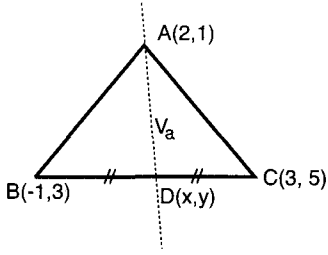
$$a-b = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} = -\frac{2}{3} \text{ dür.}$$

YANIT "C"

15. Köşelerinin koordinatları $A(2, 1)$, $B(-1, 3)$ ve $C(3, 5)$ olan ABC üçgeninin V_a kenarortayına ait doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = -3x+5$ B) $y = -3x+7$ C) $y = 3x-7$
D) $y = 3x+5$ E) $y = 3x$

ÇÖZÜM



[BC] nın orta noktası $D(x, y)$ olsun.

$$x = \frac{-1+3}{2} = 1 \text{ ve } y = \frac{3+5}{2} = 4 \text{ dür.}$$

O halde V_a kenarortayını taşıyan doğru $A(2,1)$ ve $D(1, 4)$ noktalarından geçen AD doğrusudur. Doğrunun denklemi ise;

$$\frac{y-1}{1-4} = \frac{x-2}{2-1} \Rightarrow \frac{y-1}{-3} = \frac{x-2}{1}$$

$$\Rightarrow y-1 = -3x+6$$

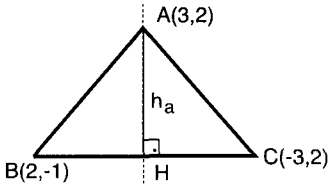
$$y = -3x+7 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

16. Köşelerinin koordinatları $A(3, 2)$, $B(2, -1)$ ve $C(-3, 2)$ olan ABC üçgeninin h_a yüksekliğine ait doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3y-5x+9=0$ B) $3y-5x-9=0$
C) $3y+5x+9=0$ D) $3y+5x-9=0$
E) $3y-5x=0$

ÇÖZÜM



$[AH] \perp [BC]$ çizelim. h_a yüksekliğini taşıyan doğru A, H noktalarından geçen ve $[BC]$ ye dik olan doğrudur.

O halde; $m_{AH} \cdot m_{BC} = -1$ dir.

$$m_{BC} = \frac{-1-2}{2+3} = \frac{-3}{5} \Rightarrow m_{AH} = \frac{5}{3} \text{ dür.}$$

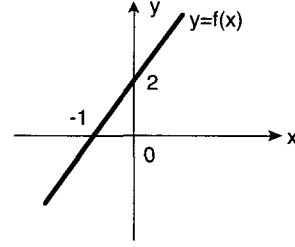
O halde aranan doğru $A(3, 2)$ noktasından geçen ve eğimi $m_{AH} = \frac{5}{3}$ olan doğru denklemi-
dir. Doğru denklemi ise;

$$y-2 = \frac{5}{3} \cdot (x-3) \Rightarrow y-2 = \frac{5}{3}x-5$$

$$\Rightarrow 3y-5x+9=0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

17.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f(x)+2.f^{-1}(x) = 9$ eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM

$y = f(x)$ fonksiyonu x eksenini -1 , y -eksenini 2 de kesen bir doğru denklemidir.

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow y = f(x) = 2x+2 \text{ ve}$$

$$y = f^{-1}(x) = \frac{x-2}{2} \text{ dir.}$$

$$f(x) + 2.f^{-1}(x) = 9$$

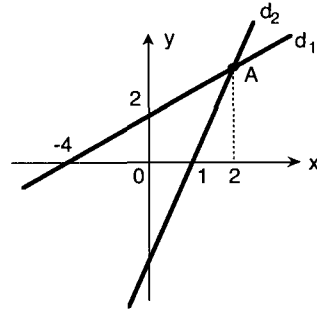
$$2x+2+2 \cdot \frac{x-2}{2} = 9$$

$$2x+2+x-2 = 9$$

$$3x = 9 \Rightarrow x = 3 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

18.



Şekildeki A noktasının apsisi 2 ise d_2 doğrusu y -eksenini hangi noktada keser?

- A) $(0, -\frac{1}{2})$ B) $(0, -\frac{3}{2})$ C) $(0, -2)$
D) $(0, -3)$ E) $(0, -4)$

ÇÖZÜM

d_1 ve d_2 doğrularının kesim noktası A dır. A noktası d_1 doğrusu üzerinde olduğundan $A(2,y)$ noktası d_1 doğrusunu sağlar.

$$d_1 : \frac{x}{-4} + \frac{y}{2} = 1$$

$$A(2, y) \Rightarrow \frac{2}{-4} + \frac{y}{2} = 1$$

$$\frac{y}{2} = 1 + \frac{1}{2} \Rightarrow y = 3 \text{ dür.}$$

$A(2, 3)$ bulunur. A noktası d_2 doğrusu üzerinde de olduğundan d_2 doğrusunu sağlar. d_2 doğrusunun y-eksenini kestiği nokta $(0, y_1)$ olsun.

$$d_2 : \frac{x}{1} + \frac{y}{y_1} = 1 \text{ dir.}$$

$$A(2, 3) \Rightarrow \frac{2}{1} + \frac{3}{y_1} = 1 \Rightarrow \frac{3}{y_1} = -1$$

$$\Rightarrow y_1 = -3 \text{ olur.}$$

O halde d_2 doğrusunun y eksenini kestiği nokta $(0, -3)$ dür.

YANIT "D"

19. $4x-3y+4=0$ doğrusunun üzerindeki apsisi ve ordinatı eşit olan noktanın orijine olan uzaklığı kaç br dir?

A) 4 B) $4\sqrt{2}$ C) 6 D) $6\sqrt{2}$ E) 8

ÇÖZÜM

$4x-3y+4=0$ doğrusu üzerinde apsisi ve ordinatı eşit olan nokta $A(a, a)$ olsun. Bu nokta doğru denklemini sağlayacağından;

$$4a-3a+4=0 \Rightarrow a=-4 \text{ yani } A(-4, -4) \text{ dür.}$$

Bu noktanın orijine olan uzaklığı ise

$$|OA| = \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2} = 4\sqrt{2} \text{ br bulunur.}$$

YANIT "B"

20. $y=4x$ doğrusu üzerinde $A(4, 1)$ ve $B(-2, 3)$ noktalarından eşit uzaklıkta bulunan noktanın koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-1, -4)$ B) $(-2, 8)$ C) $(0, 0)$
D) $(1, 4)$ E) $(2, 8)$

ÇÖZÜM

$y=4x$ doğrusu üzerinde ve $A(4, 1)$, $B(-2, 3)$ noktalarına eşit uzaklıkta bulunan nokta $C(a, 4a)$ olsun.

$|AC| = |BC|$ olmalıdır.

$$|AC| = \sqrt{(4-a)^2 + (1-4a)^2}$$

$$|BC| = \sqrt{(-2-a)^2 + (3-4a)^2}$$

$$\sqrt{16-8a+a^2+1-8a+16a^2} = \sqrt{4+4a+a^2+9-24a+16a^2}$$

$$17a^2-16a+17 = 17a^2-20a+13$$

$$4a = -4$$

$$a = -1 \text{ bulunur.}$$

O halde $C(-1, -4)$ dür.

YANIT "A"

21. $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$ ve $x+2y-5=0$ doğruları

A noktasında kesişmektedir. A noktasının başlangıç noktasına uzaklığı kaç birimdir?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$
D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{10}$

ÇÖZÜM

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1 \Rightarrow 2x + y = 4 \text{ olur.}$$

$2x + y = 4$ ve $x + 2y = 5$ doğrularının ortak çözümünü yaparak A noktasının koordinatlarını bulalım.

$$\begin{array}{r} 2x + y = 4 \\ -2 / x + 2y = 5 \\ \hline 2x + y = 4 \\ + \quad -2x - 4y = -10 \\ \hline -3y = -6 \Rightarrow y = 2 \text{ ve } x = 1 \text{ bulunur.} \end{array}$$

O halde $A(1, 2)$ dir.

$A(1, 2)$ noktasının $O(0, 0)$ noktasına olan uzaklığı ise,

$$|OA| = \sqrt{(0-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{5} \text{ br dir.}$$

YANIT "D"

ÇÖZÜMLÜ TEST - 2

1. $x+2y-m=0$ ve $2x+y-6=0$ doğrularının kesim noktasının birinci bölgede olması için m yerine kaç tamsayı gelebilir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

ÇÖZÜM

İki doğrunun kesim noktasını bulmak için ortak çözüm yapalım.

$$\begin{array}{r} x+2y-m=0 \\ -2 / 2x+y-6=0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x+2y-m=0 \\ -4x-2y+12=0 \\ \hline \end{array}$$

+

$$-3x-m+12=0$$

$$x = \frac{12-m}{3} \text{ ve } y = \frac{2m-6}{3} \text{ olur.}$$

O halde kesim noktası $K(\frac{12-m}{3}, \frac{2m-6}{3})$ dür.

Bu nokta I. bölgede olduğundan

$$\frac{12-m}{3} > 0 \text{ ve } \frac{2m-6}{3} > 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$\begin{array}{r} 12-m > 0 \\ m < 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2m-6 > 0 \\ m > 3 \text{ olur.} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} m < 12 \\ m > 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 < m < 12 \text{ olmalıdır.}$$

Bu aralıktaki tamsayılar ise

4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 olmak üzere 8 tanedir.

YANIT "C"

2. $(m-3)x+5y-2m+1=0$ doğrularının geçtiği sabit noktadan geçen doğrulardan biri $2ax-3y+1=0$ ise a nedir?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

ÇÖZÜM

$$(m-3)x + 5y - 2m + 1 = 0$$

denklemin bir doğru demeti belirtir. Bu doğruların geçtiği sabit noktayı bulmak için m ye keyfi iki değer vererek ortak çözüm yapalım.

$$m = 3 \Rightarrow 5y - 6 + 1 = 0 \Rightarrow y = 1$$

$$m = 0 \Rightarrow -3x + 5y + 1 = 0$$

$$y = 1 \Rightarrow -3x + 5 + 1 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ bulunur.}$$

O halde doğruların geçtiği sabit nokta (2, 1) dir. Bu nokta $2ax - 3y + 1 = 0$ doğrusu üzerinde olduğundan, doğru denklemini sağlar.

$$2a \cdot 2 - 3 \cdot 1 + 1 = 0$$

$$4a - 2 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

3. $(m+1)x - (2m-3)y + 5 = 0$ doğrusunun x-eksenini kesmemesi için m ne olmalıdır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

ÇÖZÜM

Bir doğrunun x-eksenini kesmemesi için doğru x-eksenine paralel yani eğimi 0 olmalıdır.

$$(m+1)x - (2m-3)y + 5 = 0 \text{ doğrusunun eğimi}$$

$$\frac{m+1}{2m-3} \text{ dür.}$$

$$\frac{m+1}{2m-3} = 0 \Rightarrow m = -1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

4. $x-2y+3=0$ ve $y-3x+9=0$ doğruları arasındaki dar aç kaç derecedir?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

ÇÖZÜM

Eğimleri m_1 ve m_2 olan iki doğru arasındaki

açı α ise $\tan \alpha = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2}$ dir.

$$x - 2y + 3 = 0 \Rightarrow m_1 = \frac{1}{2}$$

$$y - 3x + 9 = 0 \Rightarrow m_2 = 3 \text{ olur.}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{1}{2} - 3}{1 + \frac{1}{2} \cdot 3} = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{5}{2}} = -1 \text{ dir.}$$

$$\tan \alpha = -1 \Rightarrow \alpha = 135^\circ \text{ dir.}$$

Bunu bütünleyen dar açı ise 45° dir.

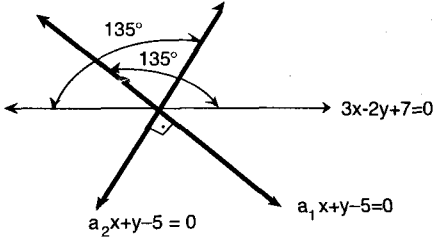
YANIT "C"

5. $ax + y - 5 = 0$ ve $3x - 2y + 7 = 0$ doğruları arasındaki geniş açı 135° ise **a aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

- A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) 5 E) 2

ÇÖZÜM

$3x - 2y + 7 = 0$ doğrusu ile 135° lik açı yapan iki doğru vardır.



Bu doğrulardan biri $a_1x + y - 5 = 0$ ve diğeri de $a_2x + y - 5 = 0$ olup bu iki doğru birbirini dik keser. Yani eğimleri çarpımı -1 dir.

$$(-a_1) \cdot (-a_2) = -1 \Rightarrow a_1 \cdot a_2 = -1 \text{ dir.}$$

$$ax + y - 5 = 0 \Rightarrow m_1 = -a \text{ ve}$$

$$3x - 2y + 7 = 0 \Rightarrow m_2 = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

Bu iki doğru arasındaki açı 135° ise;

$$\tan 135 = \frac{-a - \frac{3}{2}}{1 - a \cdot \frac{3}{2}} = -1$$

$$\frac{-2a - 3}{2 - 3a} = -1$$

$$3a - 2 = -2a - 3$$

$$a = -\frac{1}{5} \vee a = 5 \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

6. $3x - y + 2 = 0$ ve $mx - 2y + 1 = 0$ doğruları dik kesilmektedir. Bu iki doğrunun kesim noktasından geçen ve $x + 2y - 3 = 0$ doğrusuyla 45° lik açı yapan doğrulardan birinin denklemi nedir?

- A) $15y - 5x - 6 = 0$ B) $30y - 10x + 29 = 0$
C) $3y - x - 2 = 0$ D) $30y + 10x - 29 = 0$
E) $30x - 10y - 29 = 0$

ÇÖZÜM

$3x - y + 2 = 0$ ve $mx - 2y + 1 = 0$ doğruları dik kesiyor ise eğimleri çarpımı -1 olmalıdır.

$$3x - y + 2 = 0 \Rightarrow m_1 = 3$$

$$mx - 2y + 1 = 0 \Rightarrow m_2 = \frac{m}{2}$$

$$3 \cdot \frac{m}{2} = -1 \Rightarrow m = -\frac{2}{3} \text{ dür.}$$

$$-2 / 3x - y + 2 = 0$$

$$-\frac{2}{3}x - 2y + 1 = 0$$

$$-6x + 2y - 4 = 0$$

$$-\frac{2}{3}x - 2y + 1 = 0$$

+

$$-\frac{20}{3}x - 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{9}{20} \text{ ve } y = \frac{13}{20} \text{ dir.}$$

O halde bu iki doğrunun kesim noktası

$$K \left(-\frac{9}{20}, \frac{13}{20} \right) \text{ dir.}$$

$x + 2y - 3 = 0$ doğrusuyla 45° lik açı yapan doğrulardan birinin eğimi $m_1 = a$ olsun.

$$x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow m_2 = -\frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{a + \frac{1}{2}}{1 - a \cdot \frac{1}{2}} = 1$$

$$2a + 1 = 2 - a$$

$$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

O halde istenilen doğrulardan birinin eğimi $\frac{1}{3}$ diğeri eğimi ise $-\frac{1}{3}$ dür. (K noktasından geçen ve $x + 2y - 3 = 0$ doğrusuyla 45° lik açı yapan iki doğru vardır ve birbirine diktir.)

Doğrulardan birinin denklemi ise;

$$K \left(-\frac{9}{20}, \frac{13}{20} \right) \left\{ \begin{array}{l} y - \frac{13}{20} = \frac{1}{3} \cdot \left(x + \frac{9}{20} \right) \\ y - \frac{13}{20} = -\frac{1}{3} \cdot \left(x + \frac{9}{20} \right) \end{array} \right.$$

$$m = a = \frac{1}{3} \left\{ \begin{array}{l} y - \frac{13}{20} = \frac{1}{3} \cdot \left(x + \frac{9}{20} \right) \\ y - \frac{13}{20} = -\frac{1}{3} \cdot \left(x + \frac{9}{20} \right) \end{array} \right. \text{ bulunur.}$$

$$60y - 39 = 20x + 9$$

$$60y - 20x - 24 = 0$$

$$15y - 5x - 6 = 0$$

YANIT "A"

7. $3x+4y-10=0$ doğrusunun $A(2, a)$ noktasına uzaklığı 5 br ise **a** nın alabileceği değerlerin toplamı nedir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

ÇÖZÜM

$A(x_1, y_1)$ noktasının $Ax+By+C=0$ doğrusuna uzaklığı ℓ ise;

$$\ell = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \text{ idi. O halde,}$$

$$5 = \frac{|6 + 4a - 10|}{\sqrt{9 + 16}}$$

$$|4a - 4| = 25$$

$$4a - 4 = 25 \text{ veya } 4a - 4 = -25$$

$$a_1 = \frac{29}{4} \text{ veya } a_2 = -\frac{21}{4} \text{ dır.}$$

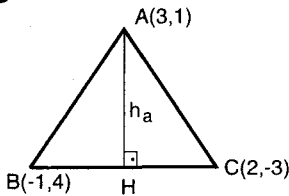
$$a_1 + a_2 = \frac{29}{4} - \frac{21}{4} = \frac{8}{4} = 2 \text{ dir.}$$

YANIT "E"

8. Köşelerinin koordinatları $A(3, 1)$, $B(-1, 4)$ ve $C(2, -3)$ olan **ABC** üçgeninin h_a yüksekliği kaç br dir?

A) $3\sqrt{13}$ B) $2\sqrt{19}$ C) $\sqrt{19}$
D) $\frac{17}{\sqrt{58}}$ E) $\frac{19}{\sqrt{58}}$

ÇÖZÜM



h_a yüksekliğinin uzunluğu, A noktasının BC doğrusuna uzaklığı kadardır.

BC doğrusu; $\frac{y-4}{4+3} = \frac{x+1}{-1-2}$

$$7x + 7 = -3y + 12$$

$$7x + 3y - 5 = 0 \text{ dir.}$$

$A(3, 1)$ noktasının $7x + 3y - 5 = 0$ doğrusuna uzaklığı;

$$h_a = \frac{|21 + 3 - 5|}{\sqrt{7^2 + 3^2}} = \frac{19}{\sqrt{58}} \text{ br dir.}$$

YANIT "E"

9. $x-3y+4=0$ doğrusu üzerinde alınan bir A noktasının $3x+4y-2=0$ doğrusuna uzaklığı 2 br ise **A** noktasının ordinatı kaç olabilir?

A) $\frac{1}{13}$ B) $\frac{2}{13}$ C) $\frac{3}{13}$ D) $\frac{4}{13}$ E) $\frac{5}{13}$

ÇÖZÜM

$x-3y+4=0$ doğrusu üzerindeki nokta $A(x, y)$ olsun. $A(x, y)$ noktası doğru üzerinde olduğundan denklemi sağlar.

$$x-3y+4=0 \Rightarrow x=3y-4 \text{ dır.}$$

$A(3y-4, y)$ dir. Bu noktanın $3x+4y-2=0$ doğrusuna uzaklığı 2 br ise;

$$2 = \frac{|3 \cdot (3y-4) + 4 \cdot y - 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$$

$$2 = \frac{|9y - 12 + 4y - 2|}{5}$$

$$|13y - 14| = 10$$

$$13y - 14 = 10 \text{ veya } 13y - 14 = -10 \text{ dur.}$$

$$y_1 = \frac{24}{13} \text{ veya } y_2 = \frac{4}{13} \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

10. $6x+8y-3=0$ ve $4x+3y+2=0$ doğrularının oluşturduğu açılardan, açılırtay denklemlerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x-2y-7=0$ B) $2x-2y+7=0$
C) $x+y-1=0$ D) $14x+14y-1=0$
E) $x+y+1=0$

ÇÖZÜM

$$\frac{6x+8y-3}{\sqrt{6^2+8^2}} = \mp \frac{4x+3y+2}{\sqrt{4^2+3^2}}$$

$$\frac{6x+8y-3}{10} = \mp \frac{4x+3y+2}{5}$$

$$6x+8y-3 = \mp (8x+6y+4)$$

$$\textcircled{1} 6x+8y-3 = 8x+6y+4$$

$$2x-2y+7=0 \text{ veya}$$

$$\textcircled{2} 6x+8y-3 = -8x-6y-4$$

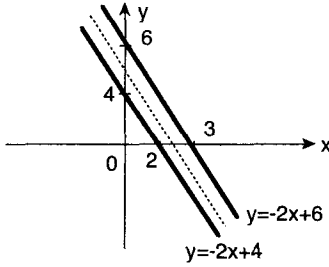
$$14x+14y+1=0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

11. $2x+y-6=0$ ve $y=-2x+4$ doğrularından eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $y=-2x+5$ B) $y=-2x+\frac{5}{2}$ C) $y=2x-5$
D) $y=2x-\frac{5}{2}$ E) $y=2x$

ÇÖZÜM



$y = -2x+6$ ve $y = -2x+4$ doğruları birbirine paraleldir. Paralel iki doğrudan eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri, yine bu doğrulara paralel olan ve bu iki doğruyu ortala-
yan $y = -2x+c$ biçiminde bir doğrudur. c sabiti ise $y = -2x+6$ ve $y = -2x+4$ doğrularının sa-
bitleri toplamının yarısıdır. $c = \frac{6+4}{2} = 5$ dir. O
halde geometrik yer denklemi

$$y = -2x+5 \text{ doğrusudur.}$$

YANIT "A"

12. $4x-3y+6=0$ ve $2x+(m-2)y-2=0$ doğruları birbirine paralel ise bu iki doğru arasındaki uzaklık kaç br dir?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

ÇÖZÜM

$4x-3y+6=0$ ve $2x+(m-2)y-2=0$ doğruları birbirine paralel ise eğimleri eşittir.

$$m_1 = \frac{4}{3} \text{ ve } m_2 = \frac{-2}{m-2} \text{ dir.}$$

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{-2}{m-2}$$

$$4m-8 = -6$$

$$m = \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

$$m = \frac{1}{2} \text{ ise;}$$

$2x - \frac{3}{2}y - 2 = 0$ ve $4x-3y+6=0$ doğruları arasındaki uzaklığı bulmak için, doğru denklemlerindeki x ve y lerin katsayıları eşit olmalıdır.

$$2 / 2x - \frac{3}{2}y - 2 = 0 \Rightarrow 4x-3y-4=0 \text{ ve } 4x-3y+6=0$$

doğruları arasındaki uzaklık h ise;

$$h = \frac{|-4-6|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{10}{5} = 2 \text{ br. bulunur.}$$

YANIT "C"

13. $5x-12y-8=0$ ve $10x-24y+k=0$ doğruları arasındaki uzaklık $2k$ br ise k nedir?

- A) $-\frac{16}{51}$ B) $-\frac{16}{53}$ C) 1
D) $\frac{16}{51}$ E) $\frac{16}{53}$

ÇÖZÜM

Önce birinci denklemi 2 ile genişletelim.

$$10x-24y-16=0 \text{ olur. Bu doğru ile}$$

$10x-24y+k=0$ doğrusu arasındaki uzaklık $2k$ br ise;

$$2k = \frac{|-16-k|}{\sqrt{10^2+24^2}}$$

$$2k = \frac{|-16-k|}{26}$$

$$|-16-k| = 52k$$

$$-16-k = 52k \quad \vee \quad -16-k = -52k$$

$$k = -\frac{16}{53} \quad \vee \quad k = \frac{16}{51} \text{ bulunur.}$$

İki doğru arasındaki uzaklık $2k > 0$ olacağından $k > 0$ olmalıdır. Yani $k = \frac{16}{51}$ dir.

YANIT "D"

14. $A(m+3, m+1)$ noktası ikinci açıortay üzerinde ise A noktasının $x = 2$ doğrusuna göre simetriği nedir?

- A) $(-1, -3)$ B) $(-1, 3)$ C) $(-3, 1)$
D) $(-3, -1)$ E) $(3, -1)$

ÇÖZÜM

İkinci açıortay $y = -x$ doğrusudur. $A(m+3, m+1)$ noktası $y = -x$ doğrusu üzerinde ise $m+1 = -m-3 \Rightarrow m = -2$ olur.

$A(1, -1)$ dir. Bu noktanın $x = 2$ doğrusuna göre simetriği A' ise;

$A(1, -1) \xrightarrow{x=2} A'(4-1, -1) \Rightarrow A'(3, -1)$ bulunur.

YANIT "E"

15. $A(2, -3)$ noktasının $B(m, 2m-1)$ noktasına göre simetriği $4x-3y-1 = 0$ doğrusu üzerinde ise **m nedir?**

A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

ÇÖZÜM

$A(2, -3) \xrightarrow{B(m, 2m-1)} A'(2m-2, 4m-2+3)$

$A'(2m-2, 4m+1)$ dir. Bu nokta $4x-3y-1 = 0$

doğrusu üzerinde olduğundan doğru denklemini sağlar.

$$4.(2m-2) - 3.(4m+1) - 1 = 0$$

$$8m - 8 - 12m - 3 - 1 = 0$$

$$-4m = 12 \Rightarrow m = -3 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

16. $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere;

$P(2m+1, m-1)$ noktalarının orijine göre simetriklerinin geometrik yerinin denklemi nedir?

A) $y = \frac{x+3}{2}$ B) $y = \frac{x-3}{2}$ C) $y = \frac{-x+3}{2}$
D) $y = x+3$ E) $y = x-3$

ÇÖZÜM

$P(2m+1, m-1) \xrightarrow{O(0,0)} P'(-2m-1, -m+1)$ olur.

$$x = -2m-1 \Rightarrow m = \frac{-x-1}{2}$$

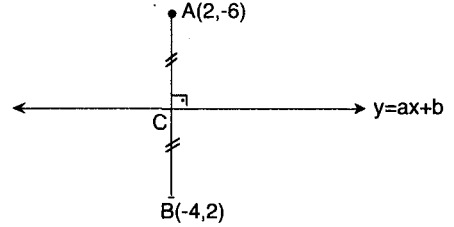
$$y = -m+1 \Rightarrow y = -\frac{-x-1}{2} + 1$$

$$y = \frac{x+3}{2} \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

17. $A(2, -6)$ noktasının $y = ax+b$ doğrusuna göre simetriği $B(-4, 2)$ ise **(b-a) kaçtır?**

A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

ÇÖZÜM

$A(2, -6)$ noktasının $y = ax+b$ doğrusuna göre simetriği, A noktasının C noktasına göre simetriğidir. O halde $[AB]$ doğru parçasının orta noktası C dir.

$$C\left(\frac{2-4}{2}, \frac{-6+2}{2}\right) \Rightarrow C(-1, -2) \text{ bulunur.}$$

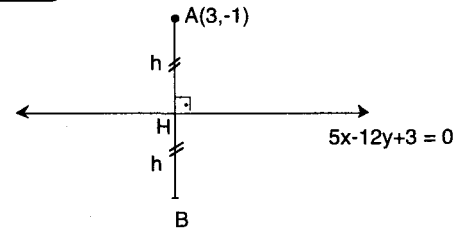
C noktası $y = ax+b$ doğrusu üzerinde olduğundan, doğru denklemini sağlar.

$$-2 = -a+b \Rightarrow b-a = -2 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

18. $A(3, -1)$ noktasının $5x-12y+3 = 0$ doğrusuna göre simetriği B ise **|AB| kaç birimdir?**

A) $\frac{30}{17}$ B) $\frac{45}{17}$ C) $\frac{15}{13}$ D) $\frac{30}{13}$ E) $\frac{60}{13}$

ÇÖZÜM

$|AB|$ uzunluğu, A noktasının $5x-12y+3 = 0$ doğrusuna uzaklığının iki katıdır.

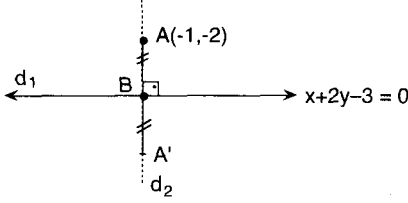
$$|AH| = h = \frac{|15+12+3|}{\sqrt{25+144}} = \frac{30}{13} \text{ tür.}$$

$$\text{O halde, } |AB| = 2h = \frac{60}{13} \text{ br bulunur.}$$

YANIT "E"

19. $A(-1, -2)$ noktasının $x+2y-3=0$ doğrusuna göre simetriği olan noktanın **koordinatları nedir?**

- A) $(-\frac{11}{5}, -\frac{11}{5})$ B) $(-\frac{11}{5}, -\frac{22}{5})$
 C) $(\frac{11}{5}, \frac{33}{5})$ D) $(\frac{11}{5}, \frac{22}{5})$
 E) $(\frac{11}{5}, \frac{11}{5})$

ÇÖZÜM

AA' den geçen d_2 doğrusu ile d_1 doğrusunun kesim noktası olan B yi bulalım. A noktasının B noktasına göre simetriği aranılan A' noktasıdır.

$d_1 \perp d_2$ olduğundan $m_{d_1} \cdot m_{d_2} = -1$ dir.

$$m_{d_1} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m_{d_2} = 2 \text{ dir.}$$

d_2 doğrusu;

$$\left. \begin{array}{l} A(-1, -2) \\ m_{d_2} = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y+2 = 2 \cdot (x+1) \\ y = 2x \text{ olur.} \end{array}$$

d_1 ve d_2 doğrularının ortak çözümünü yapalım.

$$\left. \begin{array}{l} d_1 : x+2y-3=0 \\ d_2 : y=2x \end{array} \right\} \begin{array}{l} x+2 \cdot 2x-3=0 \\ 5x-3=0 \\ x = \frac{3}{5} \text{ ve } y = \frac{6}{5} \text{ dir.} \end{array}$$

$B(\frac{3}{5}, \frac{6}{5})$ bulunur.

$$A(-1, -2) \xrightarrow{B(\frac{3}{5}, \frac{6}{5})} A'(\frac{6}{5}+1, \frac{12}{5}+2)$$

$$A'(\frac{11}{5}, \frac{22}{5}) \text{ olur.}$$

YANIT "D"

20. $y-2x+1=0$ doğrusunun $y=x$ doğrusuna göre **simetriğinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) $x-2y-1=0$ B) $x-2y+1=0$
 C) $y-2x-1=0$ D) $x+2y+1=0$
 E) $y-2x+1=0$

ÇÖZÜM

$$y-2x+1=0 \xrightarrow{y=x} x-2y+1=0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

21. $y=x+1$ doğrusunun $x=2$ doğrusuna göre simetriği ile $x+y-3=0$ doğrusunun $y=2$ doğrusuna göre simetriğinin kesim noktalarının **koordinatları toplamı nedir?**

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} y=x+1 & \xrightarrow{x=2} y=4-x+1 \Rightarrow y=-x+5 \text{ ve} \\ x+y-3=0 & \xrightarrow{y=2} x+4-y-3=0 \Rightarrow y=x+1 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$y=-x+5$ ve $y=x+1$ doğrularının ortak çözümünü yapalım.

$$-x+5=x+1$$

$$-2x=-4 \Rightarrow x=2 \text{ ve } y=3 \text{ dür.}$$

O halde bu iki doğrunun kesim noktası (2, 3) olur. Koordinatları toplamı ise $2+3=5$ dir.

YANIT "A"

22. $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$A = \left(m-1, \frac{m+1}{2}\right) \text{ ve } B = \left(m+1, \frac{7m-1}{2}\right)$$

noktalarının oluşturduğu doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri **aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) $y=-x$ B) $y=x$ C) $y=2x$
 D) $y=3x$ E) $y=4x$

ÇÖZÜM

A ve B nin orta noktası C olsun.

$$C(x, y) \Rightarrow x = \frac{m-1+m+1}{2} = m$$

$$y = \frac{\frac{m+1}{2} + \frac{7m-1}{2}}{2} = 2m$$

$C(x, y) = C(m, 2m)$ dir.

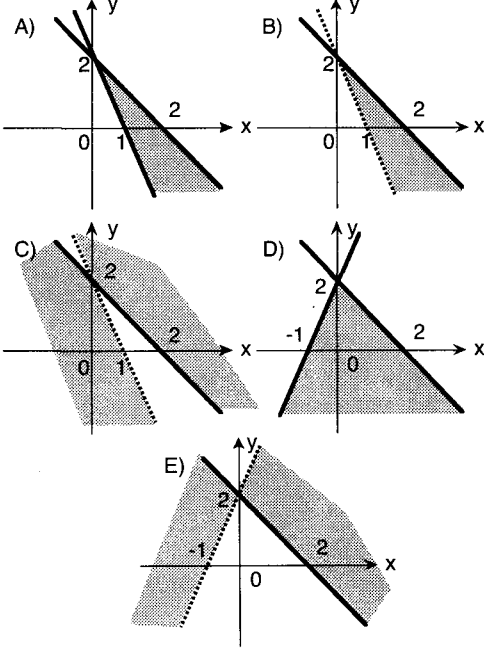
$$\left. \begin{array}{l} x=m \\ y=2m \end{array} \right\} y=2x \text{ aranılan geometrik yerin}$$

denklemdir.

YANIT "C"

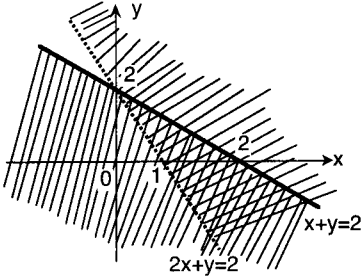
ÇÖZÜMLÜ TEST - 3

1. $x+y \leq 2$ ve $2x+y > 2$ sisteminin çözümü aşağıdakilerden hangisidir?



ÇÖZÜM

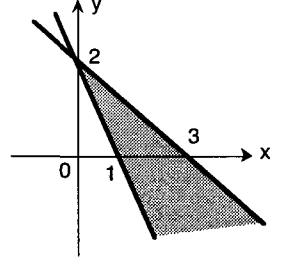
$x+y=2$ ve $2x+y=2$ doğrularını çizelim.



$x+y \leq 2$ eşitsizliğini sağlayan bölgeyi bulmak için doğru üzerinde olmayan $(0, 0)$ noktasını eşitsizlikte yerine koyalım. $0 \leq 2$ olur. Bu eşitsizlik doğru olduğundan $(0, 0)$ noktasının bulunduğu bölge taranır. $2x+y > 2$ eşitsizliğini sağlayan bölgeyi bulmak için doğru üzerinde olmayan $(0, 0)$ noktasını eşitsizlikte yerine koyalım. $0 > 2$ olur. Bu eşitsizlik yanlış olduğundan $(0, 0)$ noktasının bulunduğu bölge taranır. İki kez taralı bölge sistemin çözüm kümesidir.

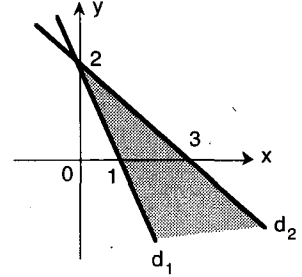
YANIT "B"

2. Şekildeki taralı bölge, aşağıdaki eşitsizlik sisteminin hangisinin çözüm kümesidir?



- A) $2x+y \geq -2$
 $2x+3y \leq -6$
 B) $2x+y \geq 2$
 $2x+3y < 6$
 C) $2x+y \geq 2$
 $2x+3y \leq 6$
 D) $2x+y \leq 2$
 $2x+3y \leq 6$
 E) $2x+y > 2$
 $2x+3y \leq 6$

ÇÖZÜM



d_1 doğrusunun denklemi;

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow 2x+y-2=0 \text{ dir.}$$

Bu doğrunun üst kısmı taranmıştır. $(0, 0)$ noktasını doğru denkleminde yerine yazalım. $-2 < 0$ çıkar. O halde $(0, 0)$ noktasının bulunduğu bölge taranacaktır. Yani $2x+y-2 \geq 0$ olur. d_2 doğrusunun denklemi;

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow 2x+3y-6=0 \text{ dir.}$$

Bu doğrunun alt kısmı taranmıştır. $(0, 0)$ noktasını doğru denkleminde yerine yazalım. $-6 < 0$ çıkar. O halde $(0, 0)$ noktasının bulunduğu bölge taranacaktır. Yani $2x+3y-6 \leq 0$ dir.

Sonuçta taralı bölge;

$$2x+y-2 \geq 0 \text{ ve } 2x+3y-6 \leq 0$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesidir.

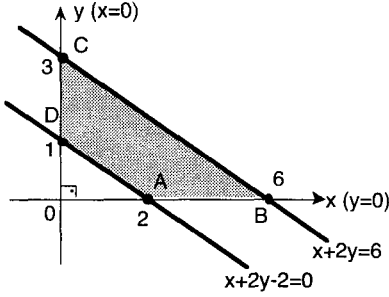
YANIT "C"

3. $x+2y-2=0$, $x+2y=6$ $x=0$ ve $y=0$ doğruları ile sınırlı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM

Önce verilen doğruları koordinat sisteminde çizerek alanı istenilen bölgeyi elde edelim.



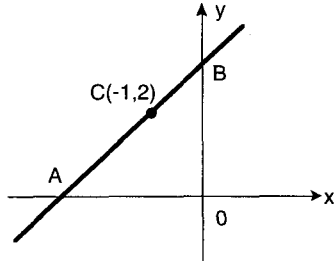
İstenilen bölge ABCD yamuğunun alanıdır.

$A(ABCD) = A(BOC) - A(AOD)$ dir.

$$A(ABCD) = \frac{6 \cdot 3}{2} - \frac{2 \cdot 1}{2} = 9 - 1 = 8 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

4.



a ve b sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere $bx+ay=ab$ doğrusunun grafiği ile üzerindeki $C(-1, 2)$ noktası verilmiştir.

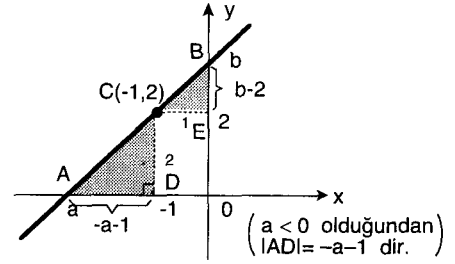
$(2-b) \cdot (a+1)$ çarpımının değeri nedir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

ÇÖZÜM

Önce $bx+ay=ab$ doğrusunun eksenleri kestiği noktaları bulalım.

$$x=0 \Rightarrow y=b \text{ ve } y=0 \Rightarrow x=a \text{ dir.}$$



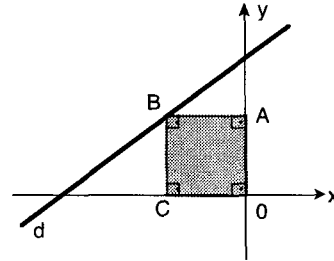
$\triangle ADC \sim \triangle CEB$ dir.

$$\frac{-a-1}{1} = \frac{2}{b-2} \Rightarrow (-a-1) \cdot (b-2) = 2$$

$$(2-b) \cdot (a+1) = 2 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

5.

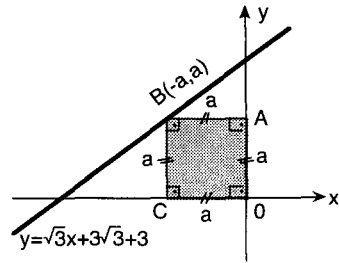


Şekildeki d doğrusunun denklemi

$y = \sqrt{3}x + 3\sqrt{3} + 3$ ise OABC karesinin alanı kaç br^2 dir?

A) 1 B) 4 C) 9 D) 16 E) 25

ÇÖZÜM



OABC kare olduğundan

$$|OA| = |AB| = |BC| = |OC| = a$$

B noktasının apsisi $-a$, ordinatı a olur. $B(-a, a)$ noktası $y = \sqrt{3}x + 3\sqrt{3} + 3$ doğrusu üzerinde olduğundan denklemi sağlar.

$$a = -\sqrt{3}a + 3\sqrt{3} + 3$$

$$a(1+\sqrt{3}) = 3(\sqrt{3}+1) \Rightarrow a = 3 \text{ br bulunur.}$$

$$A(OABC) = a^2 = 9 \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

YANIT "C"

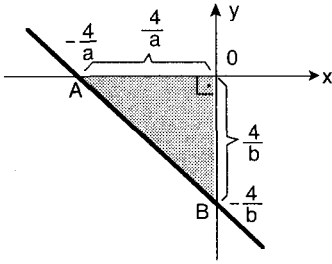
6. $a, b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $ax+by+4=0$ doğrusunun koordinat eksenleri ile oluşturduğu üçgenin alanı $8 br^2$ ise $a.b$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

ÇÖZÜM

Önce $ax+by+4=0$ doğrusunun eksenleri kestiği noktaları bularak grafiğini çizelim.

$$x=0 \Rightarrow y=-\frac{4}{b} \text{ ve } y=0 \Rightarrow x=-\frac{4}{a} \text{ dir.}$$



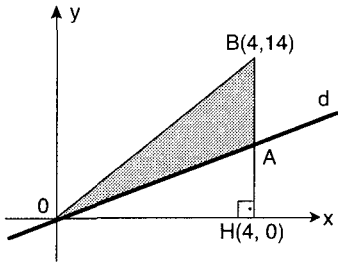
Oluşan üçgen OAB dik üçgendir.

$$A(OAB) = \frac{\frac{4}{a} \cdot \frac{4}{b}}{2} = 8$$

$$\frac{16}{a.b} = 16 \Rightarrow a.b = 1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

7.

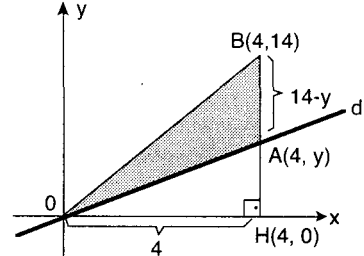


Şekilde $A(OB) = 16 br^2$ dir.

Verilere göre d doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = \frac{1}{2}x$ B) $y = \frac{2}{3}x$ C) $y = x$
D) $y = \frac{3}{2}x$ E) $y = 2x$

ÇÖZÜM



$$A(OAB) = \frac{|AB| \cdot |OH|}{2} \text{ dir.}$$

$$16 = \frac{(14-y) \cdot 4}{2} \Rightarrow 14-y = 8$$

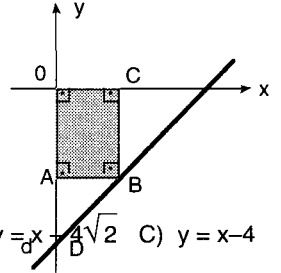
$$y = 6 \text{ olur.}$$

O halde $A(4, 6)$ bulunur.

d doğrusu orijinden geçtiği için denklemi $y=mx$ biçimindedir. $m = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2}x$ bulunur.

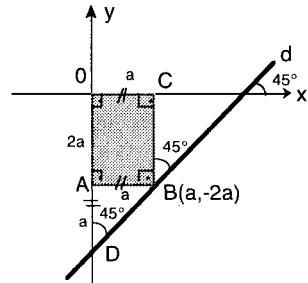
YANIT "D"

8. Şekildeki OABC dikdörtgeninin alanı $16br^2$ dir. $|OC|=|AD|$ ve $|OA|=2|OC|$ ise d doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $y = x - 6\sqrt{2}$ B) $y = x - 4\sqrt{2}$ C) $y = x - 4$
D) $y = x - 6$ E) $y = \sqrt{2}x - 6$

ÇÖZÜM



$|OC| = |AD| = a$ ise $|OA| = 2a$ olur.

$$A(OABC) = 2a \cdot a = 2a^2 = 16 \Rightarrow a = 2\sqrt{2} \text{ br dir.}$$

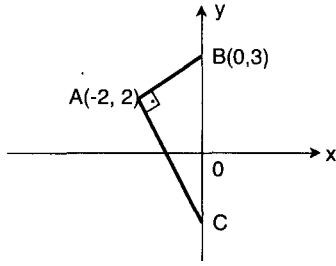
$$B(a, -2a) \Rightarrow B(2\sqrt{2}, -4\sqrt{2}) \text{ olur. } |AD| = |AB|$$

ve $m(\widehat{DAB}) = 90^\circ$ olduğundan $m(\widehat{ADB}) = 45^\circ$ olur. Yani d doğrusunun eğim açısı 45° ve

eğimi $m = 1$ dir. $B(2\sqrt{2}, -4\sqrt{2})$ noktasından geçen ve eğimi $m = 1$ olan d doğrusunun denklemi ise; $y + 4\sqrt{2} = x - 2\sqrt{2} \Rightarrow y = x - 6\sqrt{2}$ bulunur.

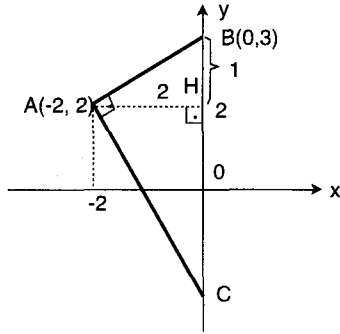
YANIT "A"

9.



Şekildeki ABC dik üçgeni verilmiştir. $A(-2, 2)$, $B(0, 3)$ ve $[AB] \perp [AC]$ ise IBC kaç br dir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM

$[AH] \perp [BC]$ çizelim.

$IAHI = 2$ br ve $IOHI = 2$ br olur.

$IOBI = 3$ br olduğundan

$IBHI = 3 - 2 = 1$ br dir. ABC dik üçgeninde;

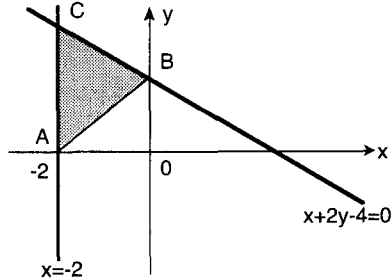
$IAHI^2 = IBHI \cdot ICHI$ (Öklid teoremi)

$4 = 1 \cdot ICHI \Rightarrow ICHI = 4$ br dir.

$IBC = ICHI + IBHI = 4 + 1 = 5$ br bulunur.

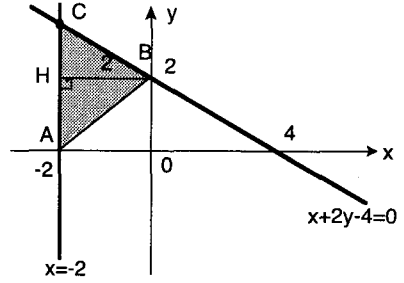
YANIT "B"

10.



Şekildeki verilere göre $A(ABC)$ kaç br² dir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM

$[BH] \perp [AC]$ çizelim. $IBHI = 2$ br olur.

C noktasının apsisi -2 dir. C noktası

$x+2y-4=0$ doğrusu üzerinde olduğundan doğru denklemini sağlar.

$-2+2y-4=0 \Rightarrow y=3$ bulunur.

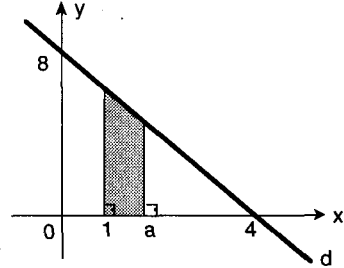
Yani $C(-2, 3)$ olup $IACI = 3$ br dir. O halde

$$A(ABC) = \frac{IACI \cdot IBHI}{2} = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

11.

ZAFER YAYINLARI



$1 < a < 4$ olmak üzere

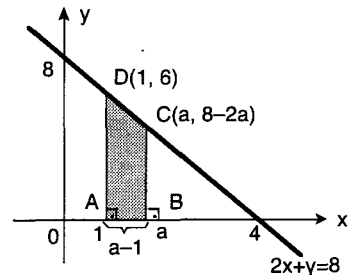
Şekildeki taralı alan aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A) $(8-a) \cdot (4-a)$ B) $(14-a) \cdot (a-1)$
C) $(11-a) \cdot (a-1)$ D) $(7-a) \cdot (a-1)$
E) $(7-a) \cdot (a+1)$

ÇÖZÜM

d doğrusunun denklemi;

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 1 \Rightarrow 2x+y=8 \text{ dir.}$$



Taralı alan bir dik yamuk olup yüksekliği $(a-1)$ br dir. D noktası $2x+y=8$ doğrusu üzerindedir. D nin apsisi 1 ise ordinatı $2+y=8 \Rightarrow y=6$ dir. Yani $|ADI|=6$ br dir.

C noktası $2x+y=8$ doğrusu üzerindedir. C nin apsisi a ise ordinatı $2a+y=8 \Rightarrow y=8-2a$ dir. Yani $|BCI|=8-2a$ dir.

$$A(ABCD) = \frac{|ADI| + |BCI|}{2} \cdot |ABI|$$

$$A(ABCD) = \frac{6 + 8 - 2a}{2} \cdot (a-1)$$

$$A(ABC) = (7-a) \cdot (a-1) \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

12. $mx-3y+1=0$ doğru demetinden geçen kaç doğru $m^2x-(m^2+2)y-2=0$ doğru demetinin doğrularına paraleldir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM

$mx-3y+1=0$ doğru demetinin

$m^2x-(m^2+2)y-2=0$ doğru demetine paralel olan doğrularının eğimleri eşittir.

$$mx-3y+1=0 \Rightarrow m_1 = \frac{m}{3} \text{ ve}$$

$$m^2x-(m^2+2)y-2=0 \Rightarrow m_2 = \frac{m^2}{m^2+2} \text{ dir.}$$

$$\frac{m}{3} = \frac{m^2}{m^2+2} \Rightarrow m^3+2m=3m^2$$

$$m^3-3m^2+2m=0$$

$$m(m^2-3m+2)=0$$

$$m.(m-1)(m-2)=0$$

$m=0$, $m=1$, $m=2$ bulunur ki m nin bu değerleri için elde edilen doğrular birbirine paraleldir.

YANIT "C"

13. $A(1, m)$, $B(-3, 4)$ ve $C(5, 2)$ noktalarının doğrusal olmaları için m ne olmalıdır?

A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

ÇÖZÜM

A, B, C noktaları doğrusal olacağından $A(ABC)=0$ olmalıdır.

$$A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & m & - \\ -3 & 4 & - \\ 5 & 2 & + \\ 1 & m & + \end{vmatrix} = 0$$

$$|4-6+5m+3m-20-2|=0$$

$$|8m-24|=0$$

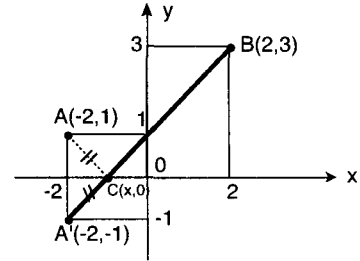
$$8m-24=0 \Rightarrow m=3 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

14. $A(-2, 1)$, $B(2, 3)$ ve $C(x, 0)$ noktaları veriliyor. $|ACI| + |BCI|$ toplamının en küçük olması için C noktasının apsisi ne olmalıdır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

ÇÖZÜM



A noktasının x-eksenine göre simetriğini alalım. $A'(-2, -1)$ olur. Aranılan C noktası $IA'BI$ doğrusunun x-eksenini kestiği noktadır. ($|ACI| = |A'CI|$ dir.)

$$\left. \begin{matrix} A'(-2, -1) \\ B(2, 3) \end{matrix} \right\} \begin{aligned} &A'B \text{ doğrusu;} \\ &\frac{y+1}{-1-3} = \frac{x+2}{-2-2} \\ &y+1 = x+2 \\ &y = x+1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

$C(x, 0)$ noktası $y = x+1$ doğrusu üzerinde olduğundan denklemi sağlar.

$$0 = x+1 \Rightarrow x = -1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

15. $2x-y+3=0$, $x+y-6=0$ ve $ax-2y+b=0$ doğrularının aynı noktadan geçmeleri için $(a+b)$ ne olmalıdır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

ÇÖZÜM

$2x - y + 3 = 0$ ve $x + y - 6 = 0$ doğrularının ortak çözümünü yaparak kesim noktalarını bulalım.

$$2x - y + 3 = 0$$

$$x + y - 6 = 0$$

+

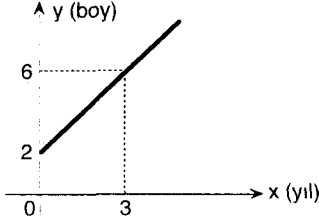
$$3x - 3 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ ve } y = 5$$

bulunur. O halde bu doğruların geçtikleri ortak nokta (1, 5) dir. (1, 5) noktası $ax - 2y + b = 0$ doğrusunu da sağlar.

$$a - 2.5 + b = 0 \Rightarrow a + b = 10 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

16.



Şekilde bir bitkinin yıllara göre boyunun değişimini gösteren doğrusal fonksiyonun grafiği verilmiştir. Buna göre bitkinin 15. yılda boyu kaç br olur?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

ÇÖZÜM

Bitkinin boyu dikildiğinde 2 br. dir. 3 yılda $6 - 2 = 4$ br. büyümektedir. Bitkinin boyu bir doğru boyunca değiştiğinden doğru orantı ile sonuca ulaşılabılır.

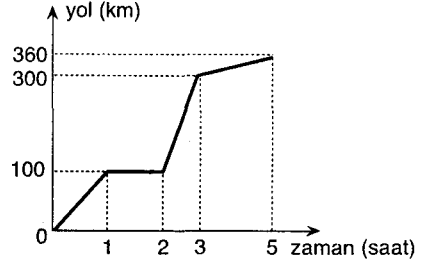
$$\begin{array}{ll} 3 \text{ yılda} & 4 \text{ br uzarsa} \\ 15 \text{ yılda} & y \text{ br uzar.} \end{array}$$

$$3y = 60 \Rightarrow y = 20 \text{ br uzar.}$$

Bitkinin boyu ise 15. yılda $20 + 2 = 22$ br. olur.

YANIT "C"

17.



Şekildeki grafik bir hareketlinin yol-zaman grafiğidir. Bu hareketli hiç durmadan yol alsaydı ortalama hızı saatte kaç km olurdu?

- A) 60 B) 72 C) 80 D) 90 E) 96

ÇÖZÜM

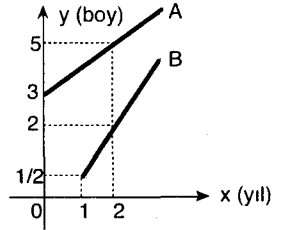
Hareketli 5 saatte 360 km yol almıştır. Ancak 1. ve 2. saatler arasında hareketsiz kalmıştır. O halde sürekli 4 saat hareket etmiştir.

$$\text{Ortalama hız} = \frac{\text{Toplam Yol}}{\text{Toplam Zaman}}$$

$$\text{Ortalama hız} = \frac{360}{4} = 90 \text{ km dir.}$$

YANIT "D"

18. Şekilde A ve B bitkilerinin boylarının yıllara göre değişimi gösterilmiştir. B dikildikten kaç yıl sonra bitkilerin boyları eşit olur?



- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM

A ve B bitkileri doğrusal büyümektedir. A ve B doğrularının birbirlerini kestiği noktada boyları eşit olur.

$$\begin{array}{l} \text{A doğrusu;} \end{array} \left. \begin{array}{l} (0, 3) \\ (2, 5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{y-3}{3-5} = \frac{x-0}{0-2} \\ y = x+3 \quad (1) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{B doğrusu;} \end{array} \left. \begin{array}{l} (1, \frac{1}{2}) \\ (2, 2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{y-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-2} = \frac{x-1}{1-2} \\ y - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} \\ y = \frac{3}{2}x - 1 \quad (2) \end{array}$$

① ve ② yi ortak çözelim.

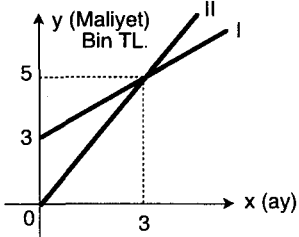
$$\left. \begin{array}{l} y = x + 3 \\ y = \frac{3}{2}x - 1 \end{array} \right\} \quad \frac{3}{2}x - 1 = x + 3$$

$$\frac{x}{2} = 4 \Rightarrow x = 8 \text{ bulunur.}$$

O halde 8. yılda boyları eşit olur. Ancak B 1. yılda dikilmiştir. Sonuçta A ve B bitkilerinin boyları B dikildikten 7 yıl sonra eşit olur.

YANIT "D"

19.



Şekilde iki malın aylara göre maliyetinin değişim grafiği verilmiştir. 9. ayda iki malın maliyet farkı kaç bin liradır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM

I in denklemi;

$$\left. \begin{array}{l} (0, 3) \\ (3, 5) \end{array} \right\} \quad \frac{y-3}{3-5} = \frac{x-0}{0-3}$$

$$3y-9 = 2x$$

$$y = \frac{2x+9}{3} \quad ①$$

II nin denklemi;

$$\left. \begin{array}{l} (0, 0) \\ (3, 5) \end{array} \right\} \quad y = \frac{5}{3}x \quad ②$$

x ay, y maliyet olduğundan her iki denklemde x = 9 yerine yazılırsa;

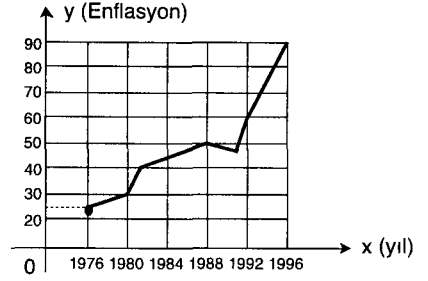
$$y_1 = \frac{2 \cdot 9 + 9}{3} = 9 \text{ ve}$$

$$y_2 = \frac{5}{3} \cdot 9 = 15 \text{ olur.}$$

O halde 9. ayda her iki malın maliyet farkı $y_2 - y_1 = 15 - 9 = 6$ bin liradır.

YANIT "C"

20.



Şekildeki grafik bir ülkenin yıllara göre enflasyon değişimini göstermektedir. Hangi yıllar arasında artış %50 dir?

- A) 1976 – 1980 B) 1980 – 1984
C) 1984 – 1988 D) 1988 – 1992
E) 1992 – 1996

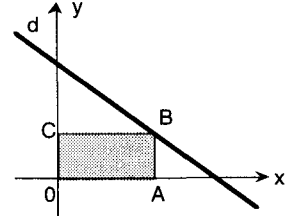
ÇÖZÜM

Grafikte de görüleceği gibi 1992 yılında enflasyon %60, 1996 yılında %90 dir.

O halde 1992-1996 yılları arası enflasyon artışı %50 dir.

YANIT "E"

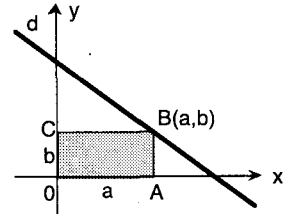
21. Şekildeki OABC dikdörtgeninin B köşesi denklemi $y = -\frac{x}{2} + 6$ olan d doğrusu üzerindedir.



Çevre(OABC)=20 cm ise, Alan(OABC) kaç cm² dir?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

ÇÖZÜM



$$\left. \begin{array}{l} IOA = a \\ IOCI = b \end{array} \right\} \Rightarrow B = (a, b)$$

$$\text{Çevre} = 2a + 2b = 20 \Rightarrow a + b = 10$$

Ayrıca B noktası doğruyu sağlar.

$$\Rightarrow b = -\frac{a}{2} + 6$$

$$\Rightarrow a = 12 - 2b$$

$$\Rightarrow 12 - 2b + b = 10 \Rightarrow b = 2 \text{ ve } a = 12 - 4 = 8$$

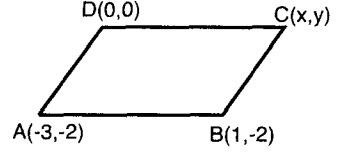
$$\text{Alan(OABC)} = a \cdot b = 8 \cdot 2 = 16 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

YANIT "B"

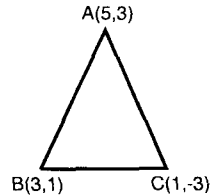
BÖLÜM - 1**BÖLÜM İLE İLGİLİ ÇALIŞMA SORULARI**

1. $A(3x-6, 2x+8)$ olmak üzere A'nın II. bölgede olmasını sağlayan farklı x tamsayıları nelerdir?
2. $A(-a, 2b)$ noktası analitik düzlemde III. bölgede ise $(2a, -b)$ kaçınıcı bölgededir?
3. $A(a+2, 5a)$ noktasının IV. bölgede olması için, $a \in \mathbb{Z}$ neye eşittir?
4. a) $(-5, 2)$ noktasının x eksenine göre simetriği
b) $(6, -3)$ noktasının y eksenine göre simetriği
c) $(7, -4)$ noktasının orijine göre simetriği
d) $(1, 4)$ noktasının $y = x$ doğrusuna göre simetriği
e) $(-3, 4)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre simetriği
f) $(3, -2)$ noktasının $x = 3$ doğrusuna göre simetriği
g) $(-2, 5)$ noktasının $y = -1$ doğrusuna göre simetriği
h) $(-2, 4)$ noktasının $(2, 4)$ noktasına göre simetriği olan noktaları bulunuz.
5. Aşağıda verilen A ve B noktalarının belirlediği [AB] doğru parçalarının orta noktalarını bulunuz.
I. $A(3, 4)$ $B(7, 3)$
II. $A(-2, 1)$ $B(2, 1)$
III. $A(4, 0)$ $B(0, 6)$
IV. $A(0, 0)$ $B(3, 4)$
V. $A(3, 3)$ $B(-4, -4)$
6. $A(-2, 4)$ noktasının $y = x$ doğrusuna göre simetriği B, B'nin orijine göre simetriği C ise, C'nin $K(1, 2)$ noktasına göre simetriği olan noktayı bulunuz.
7. $A(3, -2)$, $B(5, 8)$ olmak üzere [AB] doğru parçasını çap kabu eden çemberin, merkezinin koordinatlarını bulunuz.

8. Şekilde verilenlere göre, ABCD paralel kenarının C noktasının koordinatlarını bulunuz.

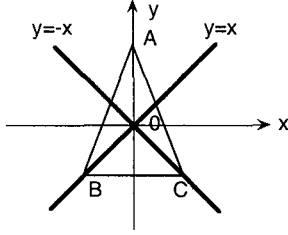


9. Şekilde, $|AB| = 4|BC|$ ise, C noktasının koordinatlarını bulunuz.
10. a) Köşelerin koordinatları, $A(2, -2)$, $B(3, -4)$, $C(1, -3)$ olan ABC üçgeninin kenarortaylarının kesim noktasını bulunuz.
b) G, ABC üçgeninin ağırlık merkezi olmak üzere, $A(x_1, y_1)$, $B(-1, -3)$, $C(4, 2)$ $G(3, 5)$ ise, x_1, y_1 değerlerini bulunuz.
11. Aşağıda verilen noktaların arasındaki uzaklığı hesaplayınız.
A) $(3, -1)$, $(-2, 4)$ B) $(0, 1)$, $(2, 0)$
C) $(5, 2)$, $(8, -2)$ D) $(2, \frac{3}{2})$, $(3, \frac{2}{3})$
E) $(0, 0)$, $(3, -4)$ F) $(4, 2)$, $(-4, 2)$
12. $A(8, y)$, $B(4, 1)$ noktaları için $|AB| = 5$ olduğuna göre, y nin negatif değeri neye eşittir?
13. Köşelerinin koordinatları $A(1, 4)$, $B(4, 1)$, $C(5, 5)$ olan üçgenin ikizkenar üçgen olduğunu gösterip, çevresini hesaplayınız.
14. Şekildeki ABC üçgeninin [BC] kenarına ait kenarortay uzunluğu neye eşittir?
15. $A(1, 4)$, $B(-3, 1)$ ve $C(7, 3)$ olduğuna göre, ABC üçgeninin, V_a kenarortay uzunluğu neye eşittir?



16. $A(-1, 3)$ noktasının y eksenine göre simetriği B ve B noktasının $(0, 0)$ noktasına göre, simetriği C ise **$IACI$ neye eşittir?**
17. $A(-1, 2)$ noktasının $y = x$ doğrusuna göre simetriği B ve B ninde $x = 3$ doğrusuna göre simetriği C ise, **$IBCI$ kaç birimdir?**
18. x ekseninde olan $A(2, -3)$ ve $B(-4, -6)$ noktalarına eşit uzaklıkta bulunan noktanın **apsisi nedir?**

19. ABC eşkenar üçgeninin B ve C köşeleri, sırasıyla $y = x$ ve $y = -x$ doğruları üzerindedir.



$IBCI = 4$ birim ise,

A noktasının koordinatlarını bulunuz.

20. Aşağıda A, B, C köşelerinin koordinatları verilen üçgenlerin alanlarını bulunuz.

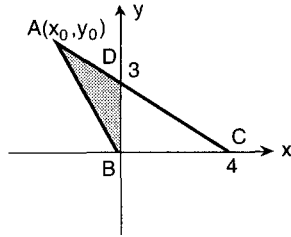
- i) $A(2, 2)$ $B(4, 2)$ $C(3, 5)$
 ii) $A(-2, 0)$ $B(1, 1)$ $C(0, -5)$
 iii) $A(0, 0)$ $B(2, 2)$ $C(-11, -11)$

21. Köşelerinin koordinatları $A(-2, 1)$, $B(-3, 4)$, $C(x, 5)$ olan ABC üçgeninin alanı 13 birim kare olduğuna göre, **x neye eşittir?**

22. $A(1, -1)$, $B(3, 2)$, $C(2, k)$ noktalarının doğru sal olması için **k ne olmalıdır?**

23. $\frac{|ADI|}{|DCI|} = \frac{2}{3}$ ise

taralı alan kaç birim karedir?



24. Aşağıda eğimi ve bir noktası verilen doğruların denklemlerini, **$(y=ax+b)$ biçiminde yazınız.**

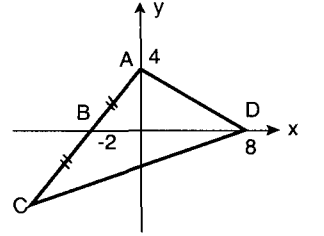
- I. $m = 1$ $A(2, 3)$
 II. $m = -2$ $A(3, -5)$
 III. $m = 0$ $A(-2, 7)$
 IV. $m = -\frac{3}{4}$ $A(-3, \frac{2}{7})$
 V. $m = \frac{1}{2}$ $O(0, 0)$

25. Aşağıda iki noktası verilen doğruların denklemlerini **$(ax+by+c = 0)$ biçiminde yazınız.**

- I. $A(1, 2)$ $B(3, 4)$
 II. $A(-1, -5)$ $B(2, -5)$
 III. $A(0, 0)$ $B(3, -4)$
 IV. $A(2, \frac{3}{2})$ $B(-3, \frac{4}{5})$
 V. $A(0, 1)$ $B(2, 0)$

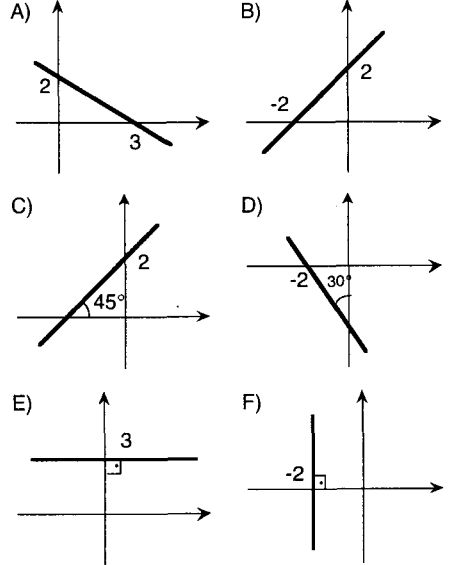
26. Köşeleri $A(-3, 0)$, $B(6, -3)$ ve $C(2, 4)$ olan ABC üçgeninin C köşesinden geçen **kenarortayının denklemini nedir?**

27. Şekilde verilenlere göre, **DC doğrusunun denklemini nedir?**

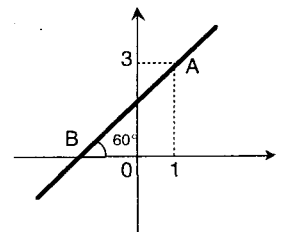


28. $A(3p-1, 2+p)$, $B(2p+1, p-1)$ olmak üzere $[AB]$ doğru parçasının orta noktalarının **geometrik yerinin denklemini nedir?**

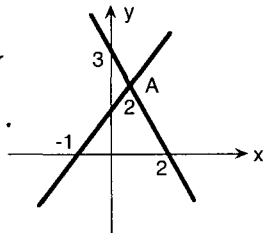
29. Aşağıdaki grafikleri verilen doğruların denklemlerini **$(ax+by = c)$ biçiminde yazınız.**



30. Şekildeki B noktasının **apsisi neye eşittir?**

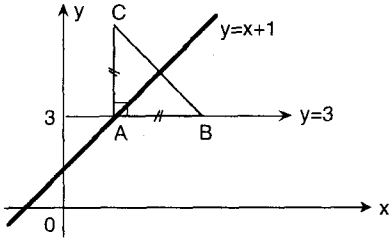


31. Aşağıdaki doğruların eğimlerini bulunuz.
- a) $y = 3x - 2$ b) $x = 3y - 2$
c) $3x + 2y - 1 = 0$ d) $2x - 3y = 1$
e) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ f) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} + \frac{1}{6}$
g) $x = 3$ h) $y = 4$
32. $y = mx + 2$ ve $(m+6)x - 3y + 3 = 0$ doğrularının eğimleri eşit ise, **m kaçtır?**
33. $A(-3, 7)$, $B(1, -2)$ ve $C(k, 0)$ noktalarının **doğrusal olması için k ne olmalıdır?**
34. Aşağıdaki verilen noktalardan geçen ve karşılarındaki doğrulara paralel olan **doğru denklemlerini bulunuz.**
- i) $A(3, 2)$; $y = 2x - 5$
ii) $A(-1, 2)$; $y = -3x + 2$
iii) $A(1, 1)$; $2x + 3y - 6 = 0$
iv) $A(2, 3)$; $3x + 2y - 8 = 0$
35. $A(-3, 5)$ noktasından geçen ve $2x - 3y + 5 = 0$ doğrusuna dik olan **doğrunun denklemi nedir?**
36. Aşağıdaki AB doğru parçalarının orta noktalarından AB doğru parçalarına çizilen dikmelerin **denklemlerini bulunuz.**
- 1) $A(2, 1)$, $B(-4, -3)$
2) $A(4, 1)$, $B(2, 5)$
3) $A(-1, -1)$, $B(3, 7)$
4) $A(0, 4)$, $B(6, 0)$
37. Aşağıdaki doğruların kesiştikleri noktaların koordinatlarını (varsa) bulunuz.
- I. $y = 2x + 3$ ile $y = 3x + 2$
II. $x + y + 1 = 0$ ile $x + y = 0$
III. $y = 2x - 3$ ile $x - y + 3 = 0$
IV. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4$ ile $x + y = 5$
V. $y = 2$ ile $x = 3$
38. Şekile göre, **A noktasının koordinatları toplamı kaçtır?**



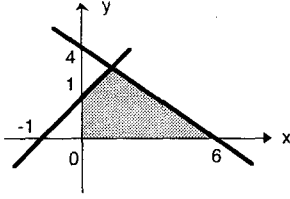
39. $\begin{cases} -x + 2y - 4 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases}$ doğrularının kesim noktasından geçen ve $5x + y + 7 = 0$ doğrusuna paralel olan doğrunun **denklemi nedir?**
40. $A(3, -1)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre, simetriği B noktasıdır. **B noktasından geçen $x - 2y + 1 = 0$ doğrusuna paralel olan doğrunun denklemi nedir?**
41. $y = 3x + 4$ doğrusu ile $3x + ky + 4 = 0$ doğrusu birbirine dik olduğuna göre, **bu doğruların kesim noktasının apsisi neye eşittir?**
42. $2x - 3y + p = 0$ doğrusunun koordinat sisteminde, eksenlerle oluşturduğu üçgenin alanı 3 birimkare ise, **p neye eşittir?**
43. $\begin{cases} 2x - y + 6 = 0 \\ 4x + 3y - 12 = 0 \end{cases}$ doğrularının 0x eksenini kestiği noktalar A ve B, kesim noktaları K olmak üzere, **KAB üçgeninin alanı kaç birimkaredir?**
44. $(m+1)x + 2my - 4 = 0$ doğrusu $A(2, 3)$ noktasından geçtiğine göre, **doğrunun 0x ve 0y eksenlerini kestiği noktaları bulunuz.**
45. $A(m-1, 3)$ ve $B(m+1, 2m-1)$ olmak üzere [AB] nin orta noktası, $2x - 3y + 5 = 0$ doğrusu üzerinde ise, **(m) kaçtır?**
46. $(k+1)x + ky + 4 = 0$ doğrusunun 0x eksenini kestiği nokta $A(4, 0)$ dir. Doğrunun 0y eksenini kestiği nokta B ise, **[AB] nin orta noktasının orijine uzaklığı kaç birimdir?**
47. $y = x + b$, $y = 2x + b + 1$, $4x + 3y - 2 = 0$ doğruları aynı bir sabit noktadan geçmektedirler. **Buna göre b sayısı kaçtır?**
48. $y = 2x - 1$, $x + y - m = 0$ ve $3x - y + 3 = 0$ doğruları bir A noktasında kesiştiğine göre, **m neye eşittir?**

49.

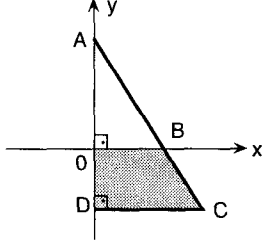


Şekilde ABC ikizkenar dik üçgeninde AB kenarı $y = 3$ doğrusu üzerinde olup alanı 18 br^2 dir. $y = x + 1$ doğrusu A köşesinden geçtiğine göre, **B köşesinin apsisi neye eşittir?**

50. Şekilde taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?



51. Şekildeki AC doğrusunun denklemi $x + y = 1$, DC doğrusunun denklemi $y + 1 = 0$ dir. Buna göre, şekildedeki taralı alan kaç birimkaredir?



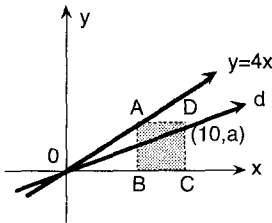
52. $A(2t, -t)$ noktasının $x + y = 0$ doğrusuna göre simetriği $2x - 3y - 16 = 0$ doğrusu üzerinde ise, **t neye eşittir?**

53. $A(1, 2)$ noktasının $x + y + 1 = 0$ doğrusuna göre simetriği olan noktayı bulunuz.

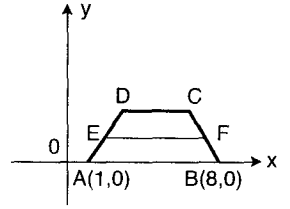
54. $3x + 2y - 5 = 0$ doğrusunun $(-1, 2)$ noktasına göre, simetriğinin denklemi nedir?

55. $(m+2)x + 3y - 1 = 0$ doğrusunun $y = x$ doğrusuna göre simetriği $(3m+2)x - 6y + 2 = 0$ doğrusuna dik ise, **m neye eşittir?**

56. Şekilde, ABCD karesidir. $y = 4x$ doğrusu A köşesinden, d doğrusu ise D köşesinden geçmektedir. $D(10, a)$ ve $[BC] \subset [Ox]$ olduğuna göre, **ABCD karesinin alanı kaç birimkaredir?**



57. Şekilde ABCD yamuğunda $E(2, 1)$, $F(6, 1)$ ve $[EF]$ doğru parçası yamuğun orta tabanı ise, **A(ABCD) kaç birim karedir?**



58. $3x + y - 3 = 0$ doğrusunun orijine en yakın noktasının apsisi neye eşittir?

59. $\left. \begin{array}{l} x = 3t + 2 \\ y = 2t - 3 \end{array} \right\}$ parametresi ile verilen doğru ile eksenler arasındaki alan kaç birim karedir?

60. Aşağıdaki doğruların aralarındaki açıları bulunuz.

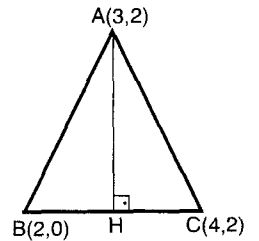
- 1) $y = 2x + 5$; $y = -3x + 2$
- 2) $x - y + 1 = 0$; $x + y + 1 = 0$
- 3) $y = 3x - 5$; $y = 3x + 8$

61. $\left. \begin{array}{l} 3x + 4y - 5 = 0 \\ 5x - 12y + 6 = 0 \end{array} \right\}$ doğrularının oluşturdukları açıların açılımlarının denklemlerini bulunuz.

62. a) $(-2, 3)$ noktasının $4x + 3y - k = 0$ doğrusuna olan uzaklığı 3 birim ise, **k'nın alacağı değerler toplamı kaçtır?**

b) $(4, -1)$ noktasının $6x - 8y + 15 = 0$ doğrusuna olan uzaklığı kaç birimdir?

63. Şekilde köşelerinin koordinatları verilen ABC üçgeninde, **IAH yüksekliği kaç birimdir?**



64. Köşelerinin koordinatları $A(2, 0)$, $B(3, 4)$, $C(5, 0)$ olan ABC üçgeninin **A köşesinden geçen yüksekliğinin uzunluğu neye eşittir?**

65. $ax + y - 3a - 2 = 0$ doğrularının kesim noktasının, $3x + 4y - 2 = 0$ doğrusuna uzaklığı kaç birimdir?

DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST

I

1. $(3a, a-b)$ noktası koordinat düzleminde ikinci bölgede ise $(a+b, a.b)$ noktası hangi bölge-
dedir?

A) I B) II C) III
D) IV E) I veya IV

2. $(a^2.b, b-a)$ noktası koordinat düzleminde ikinci bölgede ise $(a.b^2, a+b)$ noktası hangi bölge-
dedir?

A) I B) II C) III
D) IV E) x ekseninde

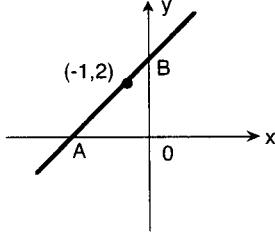
3. $3x-4y-12=0$ doğrusu eksenleri A ve B nokta-
larında kesiyor. **[AB]** nın orta noktasının ori-
jine uzaklığı kaç br dir?

A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

4. $A(-2, 1)$, $B(3, -4)$, $C(1, 2)$, $D(x, y)$ noktaları bir
ABCD paralel kenarının köşeleri ise $x \cdot y$
kaçtır?

A) -28 B) -14 C) -7 D) 14 E) 28

5. Şekildeki AB doğ-
rusu $(-1,2)$ nokta-
sından geçmek-
tedir. $|OB| = 2|OA|$
ise **A** noktasının
apsisi nedir?



A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

6. $(m+1)x+2y+m-5=0$ doğrusu orijinden geçtiği-
ne göre **bu doğrunun eğimi kaçtır?**

A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

7. Köşeleri $A(-1,0)$, $B(5,4)$, $C(2,-1)$ olan ABC
üçgenin G ağırlık merkezi $x+2y+a-3=0$ doğ-
rusu üzerinde ise **a** nedir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $A(3, -1)$, $B(-1, -5)$ ve $C(2,a)$ olmak üzere C
noktası **[AB]** nın orta dikmesi üzerinde ise **a**
nedir?

A) 0 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4

9. $(-2,0)$ noktasından geçen ve $2x - y + 1 = 0$
doğrusuna dik olan doğrunun denklemi **aşağı-**
dakilerden hangisidir?

A) $x+2y-2=0$ B) $x-2y+2=0$ C) $y=-\frac{1}{2}x$
D) $x+2y+2=0$ E) $y=-\frac{1}{2}x+3$

10. Köşelerinin koordinatları $A(-5,3)$, $B(0,2)$,
 $C(2,0)$ ve $D(x,y)$ olan bir ABCD paralel ke-
narının alanı kaç br^2 dir?

A) 6 B) 8 C) 12 D) 24 E) 36

11. $A(-1, 3)$, $B(3, -5)$ ve $C(x, 1)$ olmak üzere C
noktası A ve B noktalarından eşit uzaklıkta ise
x nedir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

12. $A(0, 3)$, $B(-4, 0)$ ve $C(x, y)$ noktaları doğrusal-
dır. $2|AC| = 3|AB|$ ise **|x|** nedir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

13. Köşegenlerinin kesim noktası orjinde olan bir
ABCD eşkenar dörtgenin de $A(-3, 5)$ ve $B(a, b)$
ise **a ile b arasındaki bağıntı aşağıdakilerden**
hangisidir?

A) $5a - 3b = 0$ B) $2a - b = 0$
C) $3a + 5b = 0$ D) $5a - 2b = 0$
E) $3a - 5b = 0$

14. $ax + by - 4 = 0$ doğrusu $3x - 2y + 5 = 0$ doğ-
rusuna paralel ve $(\frac{1}{3}, 0)$ noktasından geçmek-
tedir. **b** aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -8 B) -6 C) -4 D) -2 E) -1

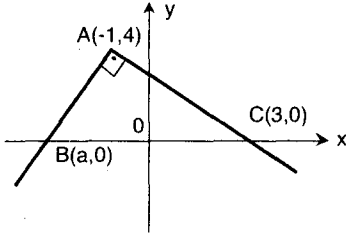
15. $(a - 1)x + 3y = 0$ ve $2x - ay - 4 = 0$ doğruları birbirine dik olduğuna göre, **bu iki doğrunun kesim noktasının ordinatı nedir?**

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

16. $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere; $(m+2)x + (2m-1)y - 5 = 0$ doğrularının kesim noktası **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (0, 0) B) (-1, 1) C) (-1, 2)
D) (1, -2) E) (2, -1)

17.



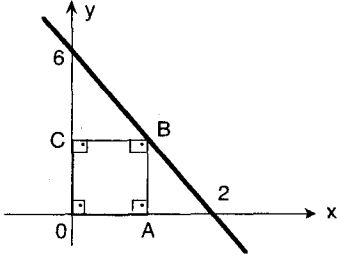
Şekilde verilenlere göre **a aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) $-\frac{3}{2}$

18. $kx + (k+1)y - 5 = 0$, $x + 2y + 1 = 0$ ve $2x + 3y + 3 = 0$ doğrularının aynı noktadan geçmesi için **k ne olmalıdır?**

A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

19.



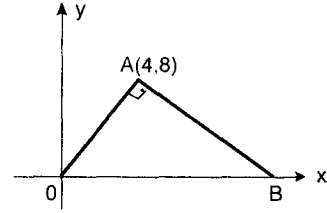
Şekildeki OACB dörtgeni bir kare olduğuna göre, **C noktasının ordinatı nedir?**

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

20. $2x + (a-3)y + 4 = 0$ ve $x - 2y + b = 0$ denklemlerinin aynı doğruyu göstermesi için **(a + b) ne olmalıdır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

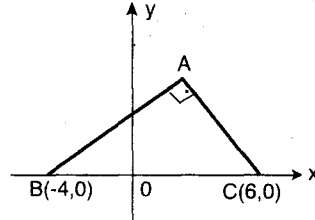
21.



Şekildeki AOB dik üçgeninin alanı kaç br^2 dir?

A) 16 B) 32 C) 48 D) 72 E) 80

22.



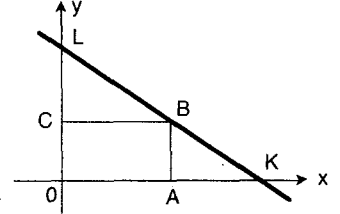
Şekildeki ABC dik üçgeninin alanı $15 br^2$ ise **A noktasının apsisi nedir?**

A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) 5 E) $\frac{11}{2}$

23. f doğrusal fonksiyonu için;
 $f(0) = -2$ ve $f(3) = 0$ ise **f(9) kaçtır?**

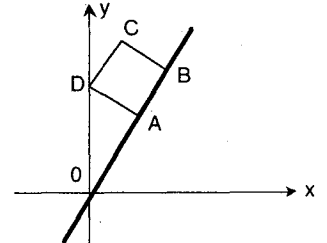
A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

24. Şekilde $|OK| = |OL| = 6br$.
ise **OACB dikdörtgeninin çevresi kaç br dir?**



A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

25. Şekilde ABCD kare ve AB doğrusunun denklemi $y = \sqrt{3}x$ dir. D noktasının ordinatı 4 ise **C noktasının apsisi nedir?**



A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

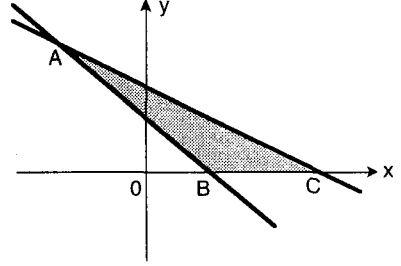
DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST

2

1. $A(3, 2)$, $B(-1, -3)$ ve $C(7, a)$ noktaları doğrusal ise **a nedir?**
A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4
2. $A(a, -\frac{1}{3})$ noktasının $4x - 3y - 8 = 0$ doğrusuna uzaklığı 3 br ise **a'nın negatif değeri nedir?**
A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5
3. $y = \sqrt{3}x - 4$ ve $x + y = 8$ doğrularının oluşturduğu **dar açının ölçüsü kaç derecedir?**
A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75
4. $4x - 3y - 9 = 0$ ve $8x - 6y + 2 = 0$ doğruları arasındaki uzaklık **kaç br dir?**
A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3
5. $mx - 6y + n = 0$ ve $4x - 3y + 2 = 0$ doğruları paralel ve aralarındaki uzaklık 1 br ise **n'nin pozitif değeri nedir?**
A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10
6. Köşelerinin koordinatları $A(1, -2)$, $B(2, 4)$ ve $C(3, 1)$ olan bir ABC üçgeninin G ağırlık merkezinin $3x - 4y - m = 0$ doğrusuna olan uzaklığı $\frac{3}{5}$ br ise **m'nin alabileceği değerler kümesi nedir?**
A) $\{-5, -1\}$ B) $\{-5, 1\}$ C) $\{-1, 5\}$
D) $\{1, 5\}$ E) $\{-1, 1\}$
7. $2x - ay + 1 = 0$ ve $3x + y - 5 = 0$ doğrularının oluşturduğu açılardan birinin ölçüsü 45° olduğuna göre, **a'nın pozitif değeri nedir?**
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
8. $(3m-2)x + (m-2)y + 8 = 0$ doğru demetinin $(1, a)$ noktasından geçen doğrusunun eğimi $-\frac{1}{3}$ olduğuna göre **a nedir?**
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

9.



A noktasında kesişen ve denklemleri $y = -2x + 4$ ile $y = -x + 5$ olan doğrular x eksenini sırasıyla B ve C noktalarından kesiyor. **A(ABC) kaç br² dir?**

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

10. Denklemleri $y = 0$, $y = x + 1$ ve $y = 3x - 5$ olan doğrularla sınırlı üçgensel bölgenin alanı **kaç br² dir?**

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{10}{3}$ D) $\frac{16}{3}$ E) $\frac{20}{3}$

11. $A(1, 1)$ noktasının $4x - 3y + 4 = 0$ doğrusuna göre simetriği B noktası ise **|AB| kaç br ' dir?**

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $xy - y - x^2 + x = 0$ denklemi kesişen iki doğru belirtir. **Bu doğruların kesim noktasının koordinatları toplamı nedir?**

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

13. $5x - 3y + 4 = 0$ ve $10x - 6y - 2 = 0$ doğrularından eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerinin denklemi **aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) $5x - 3y + 3 = 0$ B) $10x - 6y - 3 = 0$
C) $5x - 3y - 3 = 0$ D) $10x - 6y + 5 = 0$
E) $10x - 6y + 3 = 0$

14. $y = 2x$ doğrusu üzerinde olup, denklemi $y = 3x - 1$ olan doğruya uzaklığı $\sqrt{10}$ br olan noktaların **apsisleri toplamı nedir?**

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

15. (1,3) noktasının (-1, 1) noktasına göre simetriğinin orjine uzaklığı kaç br'dir?

A) $\sqrt{10}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{2}$
D) 10 E) $4\sqrt{3}$

16. A(-3, 5) noktasının $y = x$ doğrusuna göre simetriği B, B noktasının x- eksenine göre simetriği C ise **IAI** kaç br'dir?

A) $\sqrt{17}$ B) $2\sqrt{17}$ C) $1+\sqrt{17}$
D) $2+\sqrt{17}$ E) 10

17. $2x-y-10=0$ doğrusunun $y = x$ doğrusuna göre simetriğinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x-2y+10=0$ B) $2y-x+10=0$
C) $2x+y+10=0$ D) $2y+x-10=0$
E) $x-y+10=0$

18. A(3, -2) noktasının $y = -x$ doğrusuna göre simetriği olan noktadan geçen ve $x+y+1=0$ doğrusuna dik olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x+3y+2=0$ B) $x+y-1=0$
C) $x-y-5=0$ D) $x-y-1=0$
E) $x-y+5=0$

19. A(1, 2) noktasının $y = mx+n$ doğrusuna göre simetriği B(-3, 4) ise **n** aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -3 B) -1 C) 1 D) 3 E) 5

20. $y = 2x$ doğrusunun (5, 0) noktasına en yakın noktasının apsisi nedir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

21. (-3, 0) ve (0, 2) noktalarından geçen doğrunun y-eksenine göre simetriğinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x+2y-6=0$ B) $3x-2y+6=0$
C) $2x-3y-6=0$ D) $2x+3y-6=0$
E) $2x+3y+6=0$

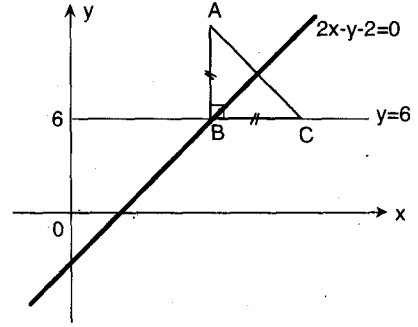
22. A(4,1) noktasının $3x-4y+2=0$ doğrusuna göre simetriği olan noktadan geçen ve $3x-4y+2=0$ doğrusuna paralel olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x-4y+12=0$ B) $3x-4y+8=0$
C) $3x-4y-12=0$ D) $3x+4y-8=0$
E) $3x-4y-8=0$

23. d ve k doğrularının denklemleri sırasıyla $2x-y+3=0$ ve $y+x=0$ dir. (-2, 3) noktasının k doğrusuna göre simetriğinden geçen ve d doğrusuna dik olan doğrunun y eksenini kestiği noktanın ordinatı nedir?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

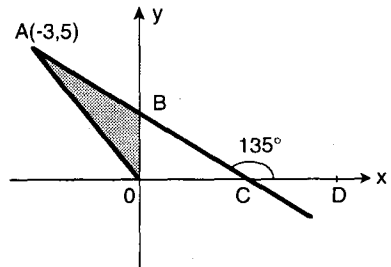
- 24.



Şekildeki ABC ikizkenar dik üçgeninin B köşesi $2x-y-2=0$ doğrusu, [BC] kenarı ise $y=6$ doğrusu üzerindedir. $A(ABC) = 32 \text{ br}^2$ ise C noktasının apsisi nedir?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

- 25.



Şekilde A(-3, 5) ve $\hat{m}(\widehat{BCD}) = 135^\circ$ olduğuna göre $A(OAB)$ kaç br^2 dir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

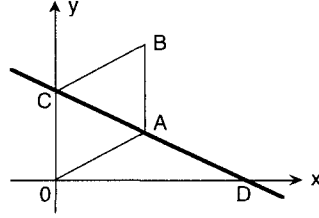
DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST

3

1. $P(\sqrt[3]{a^3}, a.b)$ noktası II. bölgede bir nokta ise $K(\frac{a}{b}, a+b)$ noktası aşağıdaki bölgelerden hangisindedir?
- A) I. bölgede B) II. bölgede
C) III. bölgede D) IV. bölgede
E) orijinde
2. $(m+1)x - y - 2m - 3 = 0$ doğrularının geçtiği sabit noktanın orijine göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $(-2, 3)$ B) $(-2, 1)$ C) $(2, -1)$
D) $(2, 1)$ E) $(1, -2)$
3. $A(-5, 3)$ $B(1, 6)$ olmak üzere $[AB]$ üzerinde alınan C ve D noktaları için $IACI = ICDI = IDBI$ ise D noktasının koordinatları toplamı kaçtır?
- A) -4 B) -3 C) -1 D) 1 E) 4
4. Şekilde $IAKI = IKBI$
 $2IBCI = ICDI$
 $A(4, -3)$
 $C(2, -4)$
 $D(10, 2)$ olduğuna göre K noktasının koordinatları toplamı kaçtır?
- A) 2 B) 1 C) -2 D) -3 E) -4
5. $y = x+2$ doğrusu üzerinde olan ve $(3, -1)$, $(-1, 1)$ noktalarına eşit uzaklıkta bulunan noktanın koordinatları nedir?
- A) $(-4, 6)$ B) $(4, -6)$ C) $(4, 6)$
D) $(6, 4)$ E) $(-6, 4)$
6. Dik koordinat sisteminde $2x - y - 3 = 0$, $3x + y - 7 = 0$ ve $x = 0$ doğrularıyla sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?
- A) 12 B) 10 C) 8 D) 7 E) 5

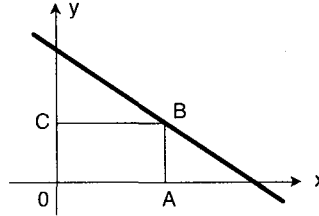
7.



OABC eşkenar dörtgen $IABI = 5$ br
 $A(OABC) = 15 \text{ br}^2$ ise IODI kaç birimdir?

- A) 9 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

8.



Şekilde, OABC dikdörtgeninin B köşesi $x+y-2=0$ doğrusu üzerindedir. Dikdörtgenin çevresi kaç birimdir?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

9. Köşeleri $A(1, 2)$, $B(-2, 3)$ ve $C(1, 0)$ olan ABC üçgeninde, A köşesinden $[BC]$ ye çizilen paralel doğrunun denklemi nedir?

- A) $x-y-3=0$ B) $x-y+3=0$
C) $x+y-3=0$ D) $x+y+3=0$
E) $x+y+1=0$

10. Parametrik denklemleri $x = 2m-1$ ve $y = 3-m$ olan doğruya dik olup, $A(-1, 3)$ noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

- A) $y = 2x+5$ B) $y = 2x-5$
C) $y = 2x+1$ D) $y = 2x-1$
E) $y = 2x$

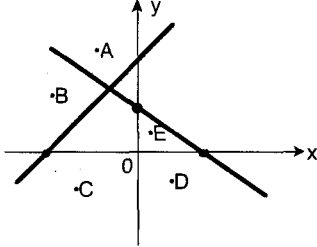
11. $A(-2, 4)$, $B(a, 2)$ ve $C(1, 3)$ noktaları veriliyor. A noktası BC doğrusu üzerinde ise a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

12. $A(2, 1)$, $B(4, 3)$, $C(1, a)$ noktaları veriliyor. $|CA| + |CB|$ toplamının en küçük olması için a kaç olmalıdır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

13. Şekilde $2x-3y+6 > 0$
 $x+2y-2 < 0$
 $x \cdot y < 0$
 bölgesinde
 bulunan nok-
 ta hangisidir?



A) A B) B C) C D) D E) E

14. Dik koordinat sisteminde, $2x-y-2 \leq 0$, $x+y \geq 0$, $0 \leq y \leq 4$ koşullarını sağlayan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 8 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

15. Dik koordinat sisteminde $P(2, 3)$ noktasından geçen bir doğru x - eksenini apsisi a olan, y - eksenini ordinatı b olan noktada kesmektedir. a ve b pozitif sayılar olmak üzere, $(a-2) \cdot (b-3)$ çarpımının değeri nedir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

16. $A(3, -1)$ noktasının $y = ax+b$ doğrusuna göre simetriği $B(-1, 7)$ ise $a+b$ kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

17. $x+3y+6 = 0$ ve $mx-y-6 = 0$ doğruları $x+y = 0$ doğrusu üzerinde kesiştiğine göre m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) -1 E) -2

18. Köşeleri $A(2, -1)$, $B(5, 4)$ ve $C(2, 3)$ olan ABC üçgeninin ağırlık merkezinin $4x-3y+a = 0$ doğrusuna olan uzaklığının 3 birim olması için a nın pozitif değeri kaç olmalıdır.

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

19. $2x-3y-1 = 0$ doğrusunun $y = x$ doğrusuna göre simetriği $A(a, a)$ noktasından geçtiğine göre a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) -2 E) -1

20. $(m+3)x-2y+1 = 0$ ve $x+m \cdot y+3 = 0$ doğruları dik kesiştiklerine göre m kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 1 D) -1 E) -2

21. $A(-2, -1)$ noktasının $3x+2y+3 = 0$ doğrusuna göre simetriği olan nokta aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\frac{4}{13}, \frac{7}{13})$ B) $(-4, 1)$ C) $(-\frac{4}{13}, \frac{7}{13})$
 D) $(4, 1)$ E) $(\frac{4}{13}, -\frac{7}{13})$

22. $2x+3y+3 = 0$ doğrusu üzerinde bulunan ve $A(-1, 4)$ noktasına en yakın olan noktanın koordinatları nedir?

A) $(3, 1)$ B) $(1, 3)$ C) $(-3, -1)$
 D) $(-3, 1)$ E) $(3, -1)$

23. $x+y-2 = 0$ doğrusunun $(m+1) x-y-2m-3 = 0$ doğrularının geçtiği sabit noktaya göre simetriğinin denklemi nedir?

A) $x-y-1 = 0$ B) $x+y+1 = 0$
 C) $x+y-1 = 0$ D) $x-y = 0$
 E) $x+y = 0$

24. Dik koordinat sisteminde $|x+2| = 3$, $x+6y-13 = 0$ ve $y = 0$ doğrularıyla sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

25. $A(1, 1)$ noktasının $x+my-1 = 0$ doğrularına göre simetriklerinin geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x-1)^2+y^2 = 1$ B) $x^2+(y-1)^2 = 1$
 C) $(x-2)^2+y^2 = 1$ D) $x^2+(y-2)^2 = 1$
 E) $(x-1)^2+(y-2)^2 = 1$

DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST

4

1. $P(a, b)$ IV. bölgede bir noktadır. Aşağıdaki noktalardan hangisi daima III. bölgede bir noktadır?

A) $(a+b, a.b)$ B) $(a-b, a.b)$ C) $(a.b, b-a)$
D) $(a.b, a-b)$ E) $(-a.b, a-b)$

2. $P\left(\frac{a}{b-a}, \frac{b}{a+b}\right)$ noktasının $x+y = 0$ doğrusuna göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{a}{a-b}, \frac{-b}{a+b}\right)$ B) $\left(\frac{b}{a+b}, \frac{a}{b-a}\right)$
C) $\left(\frac{a}{a-b}, \frac{b}{a+b}\right)$ D) $\left(\frac{-b}{a+b}, \frac{a}{a-b}\right)$
E) $\left(\frac{-b}{a+b}, \frac{-a}{a-b}\right)$

3. Şekilde  $A(3, -5)$ $C(-1, 3)$, 3. $|AB| = |BC|$ olduğuna göre B noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

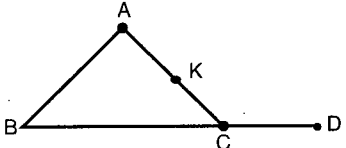
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $A(3, -1)$ noktasının birinci açıortay doğrusuna göre simetriği B dir. B noktasının $C(1, 2)$ noktasına göre simetriği aşağıdaki noktalardan hangisidir?

A) $(-1, -3)$ B) $(-1, 3)$ C) $(1, -3)$
D) $(1, 3)$ E) $(3, 1)$

5. $A(4, -3)$ noktasının $x = 1$ doğrusuna göre simetriği B, $y = 1$ doğrusuna göre simetriği C ise $|BC|$ uzunluğu kaç br dir?

A) 10 B) 8 C) 5 D) 2 E) 1

6. Şekilde  $|AK| = |KC|$ $|BC| = 5 \cdot |CD|$ $A(-2, 7)$ $B(1, -3)$ $D(-5, 3)$ olduğuna göre, K noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) 0 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

7. Bir ABCD paralel kenarının köşeleri $A(m+1, -2)$, $B(-3, 4)$, $C(8, n)$, $D(-5, 1)$ olduğuna göre $m+n$ toplamı kaçtır?

A) -10 B) -8 C) -6 D) 8 E) 10

8. Köşelerinin koordinatları $A(0, 3)$ $B(-4, 0)$ $C(0, 0)$ olan ABC üçgeninin çevresi kaç birimdir?

A) 4 B) 7 C) 12 D) 15 E) 18

9. Bir ABC üçgeninde $B(1, 2)$, $[AC]$ nın orta noktası $(4, -1)$, $[BC]$ nin orta noktası $(-1, 3)$ ise ABC üçgeninin alanı kaç br^2 dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

10. $A(m-1, m+1)$ noktası $2x-3y+7=0$ doğrusu üzerinde ve $B(2, 2)$ ise $|AB|$ uzunluğu kaç birimdir?

A) $\sqrt{5}$ B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

11. $A(1, -2)$ noktasının x eksenine göre simetriği B dir. $C(6, m)$ ve $|BC| = 5$ birim ise m kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $m \in \mathbb{R}$, $A(m-1, 3)$, $B(2, 5m)$ ise $[AB]$ nın orta noktasının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = x-5$ B) $y = x+5$ C) $y = -x+5$
D) $y = 5x+1$ E) $y = 5x-1$

13. $A(3, 3)$, $B(7, 5)$ ve $C(m, 1)$ noktalarının aynı doğru üzerinde olması için m kaç olmalıdır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

14. $A(-2, 5)$ $B(4, 1)$ $C(m, 0)$ olmak üzere $ICA I + ICBI$ toplamının en küçük olması için m kaç olmalıdır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. $A(1, 4)$ noktasından geçen ve $x+4y-1 = 0$ doğrusuna dik olan doğrunun denklemi nedir?

A) $4x+y = 0$ B) $4x-y = 0$
C) $4x+y-1 = 0$ D) $4x-y-8 = 0$
E) $4x-y+8 = 0$

16. Köşeleri $A(-2, 3)$, $B(1, -4)$ ve $C(5, 0)$ olan ABC üçgeninde V_a kenarortayını üzerinde bulunduran doğrunun denklemi nedir?

A) $x+y-1 = 0$ B) $x+y+1 = 0$
C) $x-y-1 = 0$ D) $x-y+1 = 0$
E) $x+y = 0$

17. Köşeleri $A(3, -5)$, $B(-1, 2)$ ve $C(-3, 1)$ olan ABC üçgeninde h_a yüksekliğini üzerinde bulunduran doğrunun denklemi nedir?

A) $x+2y-1 = 0$ B) $2x+y-1 = 0$ C) $x-2y-1 = 0$
D) $2x-y-1 = 0$ E) $2x+y+1 = 0$

18. $(n+1)x + ny - 3 = 0$ ve $y = \frac{m}{2} \cdot x + 1$ doğruları çakışıktır. $P(m + \frac{2}{3}, n)$ noktasının $y = 1$ doğrusuna göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2, 1)$ B) $(2, -1)$ C) $(-2, 1)$
D) $(-2, -1)$ E) $(-1, -2)$

19. $8x+6y-1 = 0$ ve $4x+my+n = 0$ paralel doğruları arasındaki uzaklık $\frac{1}{2}$ birim ise $m+n$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) -5 B) -3 C) 0 D) 2 E) 3

20. $2x-y-1 = 0$ doğrusu $x+3y+a-9 = 0$ ve $x-3y+7 = 0$ doğrularının kesim noktasından geçtiğine göre a kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) -1 E) -2

21. $(2m-1)x+4y-8 = 0$ ve $nx-2my+4 = 0$ doğruları y -ekseni üzerinde dik kesiştiklerine göre n kaçtır?

A) 8 B) 5 C) 1 D) -1 E) -5

22. $A(-3, 0)$, $B(2, -1)$ ve $C(3, 4)$ olmak üzere, A noktasının $[BC]$ ye olan en kısa uzaklığı kaç birimdir?

A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{6}$ D) 5 E) $\sqrt{26}$

23. $3x-y+7 = 0$ ve $2x+y-5 = 0$ doğruları arasındaki dar açı kaç derecedir?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

24. $A(1, 2)$ noktasından geçen ve $3x-y-5 = 0$ doğrusu ile 45° lik açı yapan doğrulardan birinin denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $x-2y+3 = 0$ B) $x-2y-3 = 0$
C) $2x+y-3 = 0$ D) $2x-y-3 = 0$
E) $2x+y+4 = 0$

25. $(2m+5)x+(m-7)y-3m+2 = 0$ doğrusu daima sabit bir noktadan geçmektedir. Bu noktanın $y = mx+n$ doğrusuna göre simetriği $(1, 3)$ ise $m+n$ kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) -1 E) -2

26. $2x-3y-1 = 0$ ve $4x-6y+1 = 0$ doğrularından eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x-3y = 0$ B) $4x-6y-1 = 0$
C) $8x-12y+1 = 0$ D) $8x-12y-1 = 0$
E) $8x+12y-1 = 0$

27. $4x-3y+2 = 0$ doğrusuna 1 birim uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerinin denklemlerinden birisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x-3y+1 = 0$ B) $4x-3y-1 = 0$
C) $4x-3y-2 = 0$ D) $4x-3y-3 = 0$
E) $4x-3y+3 = 0$

DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST 5

1. Köşeleri $A(1,-5)$, $B(3, 1)$, $C(-1, 3)$ olan üçgen-
de $[AD]$ kenarortay uzunluğu kaç birimdir?

A) $\sqrt{13}$ B) 5 C) $\sqrt{3}$ D) 6 E) 7

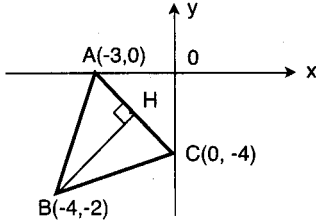
2. $A(a-1, 2)$ ve $B(5, a)$ noktalarından geçen doğ-
runun $y = 3x+2$ doğrusuna paralel olması için a
ne olmalıdır?

A) 2 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8

3. $A(1, 1)$, $B(-3, 5)$, $C(5, 7)$, $D(x, y)$ ABCD para-
lelkenarının $[BD]$ köşegeninin eğimi kaçtır?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 6

4. $A(-3, 0)$,
 $B(-4, -2)$,
 $C(0, -4)$
olmak üzere
 $\triangle ABC$ ninde h_b
kaç birimdir?

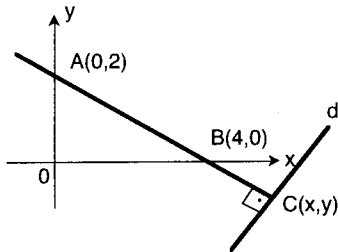


A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $x+3y-1=0$ ve $4x-y+9=0$ doğrularının kesim
noktasından geçen ve x-eksenine dik olan doğ-
runun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = -2$ B) $x = -2$ C) $x = 3$
D) $x-y+1=0$ E) $y = 2$

6.



Şekilde $|AB| = |BC|$, $\hat{m}(\hat{C}) = 90^\circ$ ise, d doğru-
sunun denklemi nedir?

A) $y = x-8$ B) $y = 2x+18$
C) $y = 2x-18$ D) $y = 18x-1$
E) $y = 18x+10$

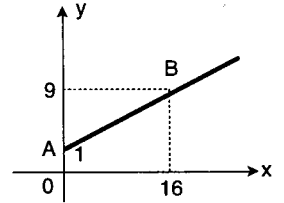
7. $A(1, 1)$ noktasının, denklemi $4x+3y-2=0$ olan
doğruya göre simetriği B ise $|AB|$ kaç birim-
dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $y = 5x+3$ doğrusunun $A(1, 3)$ noktasına göre
simetriği aşağıdakilerden hangisidir?

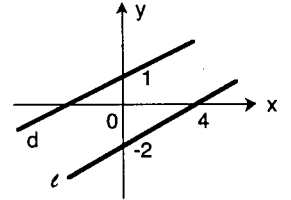
A) $y = 3x-7$ B) $y = 4x-7$ C) $y = 5x+7$
D) $y = -5x-7$ E) $y = 5x-7$

9. AB doğrusunun x
eksenini kestiği nok-
tanın apsisi aşağı-
dakilerden hangi-
sidir?



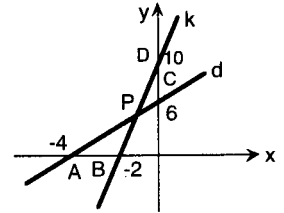
A) -6 B) -4 C) -2 D) -1 E) -7

10. $d \parallel \ell$ olduğuna göre d doğrusunun
denklemi aşağıda-
kilerden hangisi-
dir?



A) $x+2y+1=0$ B) $x-2y+2=0$
C) $2x+y-2=0$ D) $x-3y+1=0$
E) $y = 2x$

11. d doğrusu A ve C, k
doğrusu B ve D
noktalarından geç-
mektedir. d ve k
doğrularının P ke-
sim noktasının ordi-
natı aşağıdakiler-
den hangisine eşittir?



A) $\frac{6}{7}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{10}{7}$ D) $\frac{20}{7}$ E) $\frac{30}{7}$

12. $A = (-5, 3)$, $B = (m+1, 2)$ ve $C = (0, -1)$ olmak
üzere A, B, C noktaları doğrusal ise m aşağı-
dakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{19}{4}$ B) $\frac{14}{3}$ C) $\frac{7}{5}$ D) $-\frac{5}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

13. $A = (-3, 0)$, $B = (1, -4)$ olduğuna göre y ekseninde A dan ve B den eşit uzaklıkta olan nokta **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(0, 1)$ B) $(0, 2)$ C) $(0, -1)$
D) $(0, -2)$ E) $(0, 0)$

14. $A(-2, 3)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre simetriği B noktasıdır. B nin $K(-1, -2)$ noktasına göre **simetriği olan C noktasının apsisi ve ordinatının toplamı nedir?**

A) -5 B) -4 C) 4 D) 3 E) 2

15. A ve B noktaları, denklemi $x+y-5=0$ olan doğruya göre simetriktir. B noktası A ile C arasında, $A(-1, 2)$ ve $|BC| = 2$ cm ise **$|AC|$ kaç cm dir?**

A) $2(2\sqrt{2}+1)$ B) $3\sqrt{2}+2$ C) $6\sqrt{2}$
D) $5(\sqrt{2}-1)$ E) $4\sqrt{2}$

16. $A = (0, -4)$, $B = (3, 0)$ ve $C = (0, m)$ olmak üzere $\hat{m}(\triangle ABC) = 90^\circ$ ise **m aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 5 B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{9}{4}$ D) 5 E) -6

17. $A(-1, 3)$, $B(2, 4)$ noktaları veriliyor. AB doğrusunun x - eksenini kestiği noktanın apsisi **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) -10 B) -9 C) -8 D) 8 E) 10

18. Denklemi $3x-4y-12=0$ olan doğru koordinat eksenlerini B ve C de kesiyor. $A = (-2, -3)$ ise, **$\triangle ABC$ üçgeninin alanı kaç birim karedir?**

A) $\frac{3}{5}$ B) 3 C) 6 D) 8 E) 10

19. $A(1, -2)$ noktasından geçen ve $3x+4y-7=0$ doğrusuna dik olan doğrunun Oy eksenini kestiği nokta **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\left(0, \frac{7}{3}\right)$ B) $\left(0, -\frac{3}{10}\right)$ C) $\left(0, -\frac{10}{3}\right)$
D) $\left(0, \frac{3}{7}\right)$ E) $(0, 1)$

20. $A(-2, 3)$ noktası $3x-2y+a=0$ ve $2x-3y-2=0$ doğrularından eşit uzaklıkta olduğuna göre **a 'nın negatif değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) -7 B) -6 C) -4 D) -3 E) -1

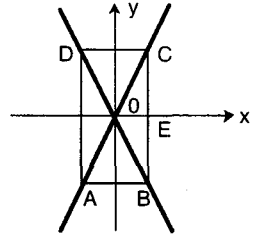
21. $ABCD$ paralelkenarında $D(-2, 1)$, $C(4, 3)$ dir. $[AC]$, $[BD]$ köşegenleri $O(0, 0)$ noktasında kesiştiğine göre **$[AB]$ nin orta noktası nedir?**

A) $(-1, -2)$ B) $(-1, -1)$ C) $(1, -2)$
D) $(-2, 1)$ E) $(3, -2)$

22. Denklemi $3x-5y+15=0$ olan doğru ile koordinat eksenlerinin oluşturduğu üçgenin alanı **kaç br^2 dir?**

A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{13}{2}$ C) $\frac{15}{2}$ D) $\frac{17}{2}$ E) $\frac{19}{2}$

23. Şekilde OC ve OD doğrularının denklemleri sıra ile $y=3x$ ve $y=-3x$ dir. E nin apsisi 1 olduğuna göre, **$ABCD$ dikdörtgeninin alanı kaç br^2 dir?**



A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

24. $6x+8y+1=0$ doğrusundan 1 birim uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yer denklemi **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $6x+8y+9=0$ B) $6x-8y-11=0$
C) $x+y+11=0$ D) $6x+8y=9$
E) $x+6y+8=0$

25. $(-5, 0)$ ve $(0, 2)$ noktalarından geçen d doğrusu ile $(0, -2)$ ve $(5, 0)$ noktalarından geçen k doğrusundan eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesinin denklemi (geometrik yerin denklemi) **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y = \frac{2}{5}x - 1$ B) $y = -\frac{5}{2}x$ C) $y = 3x$
D) $y = \frac{2}{5}x$ E) $y = \frac{2}{5}x + 1$

DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

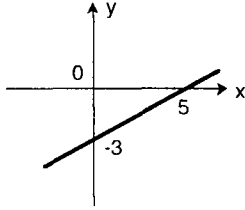
TEST

6

1. $A(-2, 3)$ ve $B(2, -3)$ noktalarından eşit uzaklıkta bulunan noktalar kümesinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = x$ B) $y = -x$ C) $y = 2x$
D) $y = \frac{x}{3}$ E) $y = \frac{2}{3}x$

2. f fonksiyonunun grafiği $(5, 0)$ ve $(0, -3)$ noktalarından geçen bir doğrudur. $(f)(5)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



A) -5 B) 5 C) 0 D) 3 E) -3

3. $y = ax - 8$ ve $x + 2y + b + 2 = 0$ doğruları Ox ekseninde dik olarak kesişiyorlar. $a \cdot b$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -8 B) -10 C) -12 D) -14 E) -16

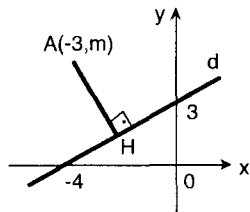
4. $\triangle ABC$ eşkenar üçgen, $A(x, 0)$, $B(0, -5)$ ve $C(0, 5)$ olduğuna göre, AC nin eğimi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) $-\sqrt{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

5. $y = -x + 3$ ve $y = -3x + 12$ doğruları ile eksenlerin sınırlamış olduğu bölgesel alan kaç birim karedir?

A) 19 B) 19,5 C) 20 D) 20,5 E) 22

6. Şekilde $|AH| = 1$ birim olması için m hangi pozitif değeri almaktadır?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $x - 3y + k = 0$, $x - 3y - 11 = 0$ doğruları arasındaki uzaklığın $\sqrt{10}$ birim olması için k 'nin en büyük değeri kaç olmalıdır?

A) -1 B) -2 C) -3 D) -5 E) -9

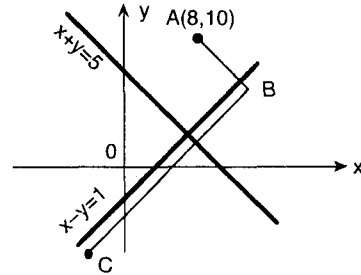
8. $\frac{x}{2} + y = 1$ doğrusunun $A(3, 2)$ noktasına en yakın noktasının ordinatı kaçtır?

A) 4 B) -1 C) 3 D) -2 E) 0

9. $A(a, 1)$ noktası $2x + y + 4 = 0$ doğrusundan $3\sqrt{5}$ birim uzaklıkta ise a 'nın alacağı değerler toplamı kaçtır?

A) -8 B) 6 C) 4 D) 5 E) -5

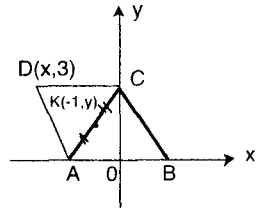
- 10.



Şekildeki A noktasının $x - y = 1$ doğrusuna göre simetriği B , B noktasının $x + y = 5$ doğrusuna göre simetriği $C(a, b)$ dir. Buna göre $a + b$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 8 B) 4 C) -8 D) -4 E) -10

11. Şekildeki $ABCD$ paralelkenarının alanı 24 br^2 ve $[AC]$ nin orta noktası $K(-1, y)$ ise, B köşesinin apsisi kaç br dir?

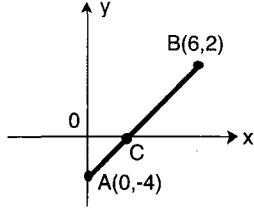


A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) 3 E) 6

12. $A(4, -2)$, $B(-1, 3)$, $C(0, a)$ noktaları veriliyor. $|CA| + |CB|$ nin en küçük olması için a ne olmalıdır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

13. Şekilde $A(0, -4)$, $B(6, 2)$ noktaları veriliyor. **IOCI aşağıdakilerden hangisine eşittir?**



A) 4 B) 3,5 C) 3 D) 2,5 E) 2

14. $A(-1, b)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre simetriği olan A' noktası $x+4y = 6$ doğrusu üzerinde olduğuna göre, **b aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

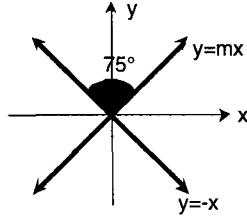
15. $(1, 2)$ noktasının $4x-3y+c = 0$ doğrusuna uzaklığı 1 br olduğuna göre, **c'nin alacağı değerler toplamı nedir?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. Denklemi $y = 2x$ olan doğru üzerinde olup denklemi $y = 3x-1$ olan doğruya uzaklığı $\sqrt{10}$ birim olan **noktaların apsisi toplamı nedir?**

A) 2 B) 3 C) 1 D) -1 E) -2

17. Şekildeki $y = mx$ ve $y = -x$ doğruları arasındaki açı 75° ise, **(m) in eşiği nedir?**



A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $1 + \sqrt{3}$
D) $2 + \sqrt{3}$ E) 1

18. Denklemleri $y = mx+2$ ve $3x-y+11 = 0$ olan doğruların tanımladığı açılardan birinin ölçüsü 135° ise **m'in negatif değeri nedir?**

A) -3 B) -2 C) $-\frac{3}{2}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{1}{2}$

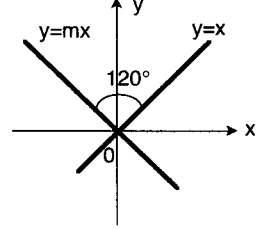
19. Denklemleri $9x+12y+b = 0$ ve $ax+4y+5 = 0$ olan doğrular paralel ve aralarındaki uzaklık 2 br. ise **b'nin alacağı değerlerin toplamı kaçtır?**

A) 10 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

20. $(m-1)x+2y-4 = 0$ ve $4x+(n+1)y+8 = 0$ doğrularının aynı doğruyu göstermesi için $\frac{m}{n}$ **aşağıdakilerden hangisine eşit olmalıdır?**

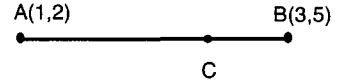
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) 1

21. $y = mx$ ve $y = x$ doğrularının arasındaki açının ölçüsü 120° olduğuna göre **m'nin değeri aşağıdakilerden hangisine eşit olur?**



A) $2\sqrt{3}$ B) $-2+\sqrt{3}$ C) $1+\sqrt{3}$
D) $-\sqrt{3}$ E) -1

22.



Şekilde verilenlere göre $A(1, 2)$ ve $B(3, 5)$ dir. $IAI = 3$ ICB ise **C noktasının apsisi nedir?**

A) 2 B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{3}{2}$

23. $A(3, 2)$ noktasının $y = ax+b$ doğrusuna göre simetriği $B(-1, 4)$ noktası olduğuna göre **a+b kaçtır?**

A) -2 B) 1 C) 0 D) 1 E) 3

24. $A(1, -2)$ $B(3, 2)$ noktalarından eşit uzaklıkta ve y-ekseni üzerinde bulunan noktanın ordinatı **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

25. $(k-1)x + (k+2)y - 12 = 0$ doğrularının geçtiği A sabit noktası $O(0, 0)$ noktasından **kaç birim uzaklıkta bulunur?**

A) $3\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $5\sqrt{3}$
D) $2\sqrt{2}$ E) $\sqrt{2}$

DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

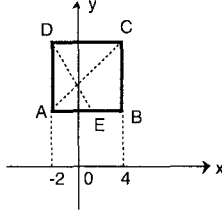
TEST

7

1. $P(x,y)$ II. bölgede bir noktadır. Aşağıdaki hangi nokta daima II. bölgededir?

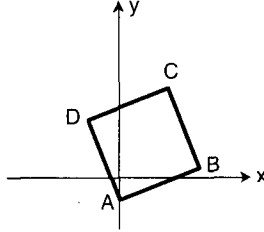
- A) $(x \cdot y, x+y)$ B) $(x+y, x \cdot y)$
 C) $(x \cdot y, (x+y)^2)$ D) $\left((x+y)^2, \frac{x}{y}\right)$
 E) $\left(\frac{x}{y}, (x-y)^2\right)$

2. Şekilde ABCD kare $[OX \parallel [AB]$ dir. A noktasının apsisi -2, C(4,8) olduğuna göre, E noktasının koordinatları nedir?



- A) $\left(\frac{1}{4}, 2\right)$ B) $\left(\frac{1}{3}, 2\right)$ C) $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$
 D) (1, 2) E) (3, 2)

3. Şekilde ABCD kare $A(0,-6)$, $C(2,14)$ tür. B noktasının koordinatları nedir?



- A) (4, 11) B) (5, 10) C) (11, 3)
 D) (10, 4) E) (12, 5)

4. Şekilde $IACI = 3$. $IBC I$ $A(10, 2)$, $B(6,6)$ olduğuna göre C noktasının koordinatları nedir?

- A) (5, 7) B) (7, 5) C) (4,8)
 D) (8, 4) E) (5, 10)

5. $A(4, 3)$ $B(-1, x)$ olmak üzere $IABI = 13$ olduğuna göre x 'in pozitif değeri kaçtır?

- A) 15 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

6. $A(5, 3)$ $B(3, 1)$ $C(1, -3)$ olduğuna göre ABC üçgeninin $[BC]$ kenarına ait kenarortay uzunluğu kaç br dir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. $A(3, 2)$ noktasının $B(-1, 2)$ noktasına göre simetriği C dir. C'nin $x = -2$ denklemi ile verilen doğruya göre simetriği D ise $IADI$ uzunluğu kaç br dir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $(3, 4)$ noktasının x eksenine göre simetriği A, y eksenine göre simetriği B ve başlangıç noktasına göre simetriği C ise ABC üçgeninin alanı kaç br² dir?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

9. $y = mx+3$ ve $(m+6)x - 3y+4 = 0$ doğruları paralel olduğuna göre m kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

10. $A(1, 2)$ $B(-1, 3)$ $C(2, 4)$ olmak üzere $[BC]$ nin orta noktasından geçen ve AB 'ye dik olan doğrunun denklemi nedir?

- A) $x+y = 1$ B) $2x-y = 3$
 C) $3x+y = 4$ D) $4x-2y = -5$
 E) $3x+2y = 4$

11. $P(4, 5)$ noktasından geçen ve koordinat eksenlerini A ve B noktalarından kesen bir d doğrusu veriliyor. $IPAI = IPBI$ olduğuna göre d doğrusunun denklemi nedir?

- A) $x+4y = 10$ B) $4x+5y = 20$
 C) $5x+4y = 40$ D) $4x+y = 1$
 E) $x-y = 1$

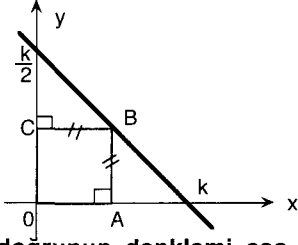
12. Denklemi $2x - y = 2$ olan doğrunun $(2, 1)$ noktasına göre simetriğinin denklemi nedir?

- A) $2x - y = 1$ B) $2x - y = 2$
 C) $2x - y = 3$ D) $2x - y = 4$
 E) $2x - y = 5$

13. $\forall m \in \mathbb{R}$ için $P(2m+1, m-1)$ olduğuna göre, P nin geometrik yerinin denklemi nedir?

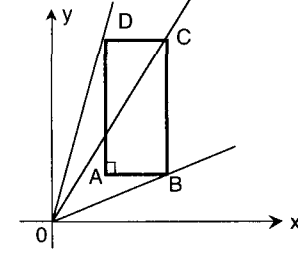
- A) $x-2y = 3$ B) $x-2y = -3$
 C) $x+y = 3$ D) $2x-y = 3$
 E) $2x-y = -3$

14. Şekilde OABC karesinin alanı $4b^2$, B den geçen ve koordinat eksenlerini $(k, 0)$ ve $(0, \frac{k}{2})$ noktalarından kesen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $-x+2y=4$ B) $-x+4y=6$
C) $x+2y=6$ D) $x-2y=1$
E) $x-2y=6$

15. Şekilde [AB] kenarı x eksenine paralel olan ABCD dikdörtgeninin B, C, D köşeleri sıra ile $y = \frac{1}{4}x$, $y = 2x$ ve $y = 4x$ denklemleri ile verilen doğrular üzerindedir. A'nın ordinatı 2 ise apsisi nedir?



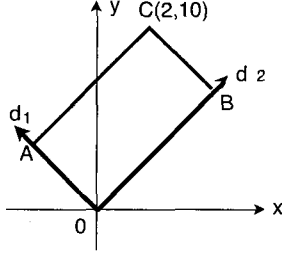
- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
16. A(1, -2) noktasının $x - y + 1 = 0$ denklemi ile verilen doğruya göre simetriği $ax + ay = -14$ doğrusu üzerindeyse a kaçtır?
- A) -14 B) -13 C) -5 D) 14 E) 17
17. $x+2y=6$ ve $-x+y=6$ denklemleri ile verilen doğruların kesim noktası ile (1, 2) noktasından geçen doğru (m, k) noktasından geçtiğine göre $2m+3k$ neye eşittir?
- A) 6 B) 8 C) 10 D) 11 E) 12
18. $\begin{cases} 3x-2y=6 \\ x+2y=2 \\ kx-2y=1 \end{cases}$ denklemleri ile verilen doğrular sabit bir noktadan geçtiğine göre k kaçtır?
- A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $\frac{1}{3}$ D) 3 E) 4
19. $4x+ky-4=0$ ve $mx+(k-1)y-2=0$ denklemleri aynı doğruyu gösterdiğine göre $k+m$ kaçtır?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

20. Denklemleri $y = kx$, $y = \frac{1}{3}x$ ve $x = 4$ olan doğruların kesişmesi ile oluşan üçgen AON üçgenidir. $|AN| = 3$ birim ise k'nın pozitif değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 8 B) 6 C) 4 D) $\frac{14}{13}$ E) $\frac{13}{12}$
21. f fonksiyonunun grafiği, (2, 0) ve (0, 2) noktalarından geçen bir doğrudur. (gof)(x) = x+2 ise g fonksiyonunun grafiği x eksenini hangi noktada keser?
- A) (4, 0) B) (5, 0) C) (6, 0)
D) (7, 0) E) (8, 0)
22. (1, 5) noktasının $y = x$ denklemi ile verilen doğru üzerindeki dik izdüşümü (x, y) ise $x+y$ kaçtır?
- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10
23. $4x+3y+a=0$ ve $ax+3y+6=0$ denklemleri ile verilen doğruların koordinat eksenleri ile oluşturdıkları üçgenlerin alanları sıra ile A_1 ve A_2 dir. $\frac{A_1}{A_2} = 12$ ise pozitif a gerçel sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15
24. (-1, 0) ve (2, m) noktalarından geçen doğru ile (1, 4) ve (2, 5) noktalarından geçen doğrunun belirttiği açılardan birinin ölçüsü 135° ise m aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3
25. Denklemi $x-3y+4=0$ olan doğru üzerinde alınan bir A noktasının $4x+3y-4=0$ denklemi ile verilen doğruya uzaklığı 2 birim ise A'nın apsisi aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?
- A) $-\frac{3}{2}$ B) -3 C) -2 D) 1 E) $\frac{5}{2}$
26. Denklemi $3x-4y-12=0$ olan doğru üzerinde (2, 1) noktasına en yakın olan noktanın ordinatı aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $-\frac{3}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $-\frac{5}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{16}{5}$

DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST 8

1. AOBC dikdörtgen d_1 : doğrusunun denklemi $y = -x$ d_2 : doğrusunun denklemi $y = x$ 'dir. $C(2, 10)$ ise **B'nin koordinatları nedir?**

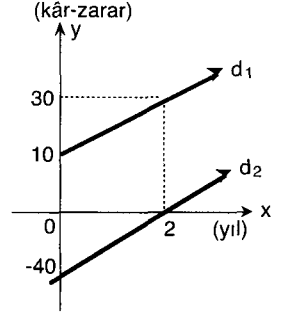


- A) (3, 3) B) (4, 4) C) (5, 5)
D) (6, 6) E) (7, 7)
2. $3x+y-8=0$ ve $y=2mx+1$ doğruları $y=x$ doğrusu üzerinde kesişmektedir. **Buna göre m kaçtır?**
- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{5}$
3. $A(m, n+p)$, $B(n, p+m)$, $C(x, m+n)$ noktaları bir doğrunun üzerinde ise **x nedir?**
- A) m B) n C) p D) $m+p$ E) $m-p$
4. Parametrik denklemi $x=2t+1$ ve $y=t+3$ olan doğru $A(1, m)$ noktasından geçtiğine göre **m kaçtır?**
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
5. $mx+y-3m-2=0$ doğrularının kesim noktasının $4y+3x-2=0$ doğrusuna uzaklığı **kaç birimdir?**
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7
6. $(m+1)x+y-4=0$ doğrusunun $y=x$ doğrusuna göre simetriği $A(1, 3)$ noktasından geçtiğine göre **m kaçtır?**
- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0
7. $A(4, 3)$, $B(1, 2)$, $C(x, 1)$ noktaları veriliyor. **$IACI+ICBI$ nin en küçük değeri için x kaçtır?**
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $x+y=4$ doğrusu üzerinde bulunan ve $A(4, 4)$ noktasına en yakın olan noktanın apsisi kaçtır?

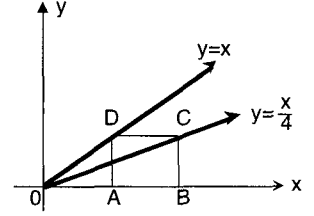
A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

9. Grafik iki iş yerinin yıllara göre kâr-zarar durumunu göstermektedir. **Kaç yıl sonra kârları eşit olur?**



A) 5 B) 4
C) 3 D) 2
E) 1

10. Şekildeki ABCD dikdörtgeninin çevresi 40 birim ise **$IABI$ uzunluğu kaç birimdir?**

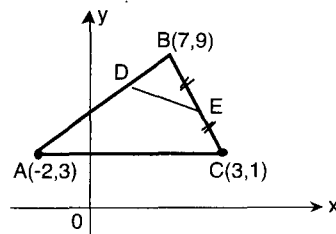


A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

11. $y = -\frac{1}{4}x+5$, $y = 4x-4$, $y = 0$ doğrularının oluşturduğu üçgenin çevrel çemberinin merkezi nedir?

A) (0, 20) B) $(0, \frac{31}{2})$ C) $(\frac{23}{2}, 0)$
D) $(\frac{21}{2}, 0)$ E) (3, 2)

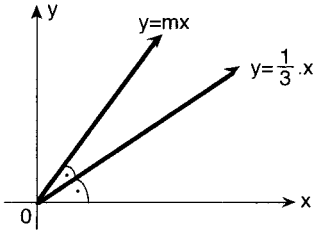
- 12.



$IADI = 2IDBI$, $IIBEI = IECI$ ise **DE doğrusunun denklemi nedir?**

A) $y+x-1=0$ B) $y-2=0$
C) $y+2x-15=0$ D) $y+x-2=0$
E) $2y+x-15=0$

13.



$y = \frac{1}{3}x$ doğrusu, $y = mx$ ve $y = 0$ doğrularının açılış açısı ise m nedir?

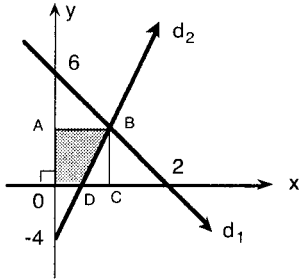
- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 1 D) $\frac{5}{4}$ E) 2

14. A(4, 0), B(0, 0), C(4, 6) noktaları veriliyor.

$\triangle ABC$ üçgeninin [BC] kenarına ait kenarortay denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 1$ B) $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1$
 C) $\frac{x}{8} + \frac{y}{6} = 1$ D) $\frac{x}{4} + \frac{5y}{6} = 1$
 E) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

15.



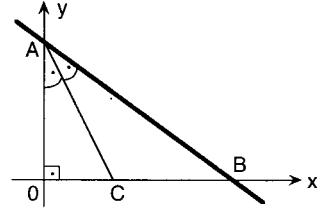
AOCB kare ise taralı alan kaç br^2 dir?

- A) 2 B) $\frac{171}{88}$ C) 3,2 D) $\frac{153}{35}$ E) 4

16. $y = x+2$, $y = -x-3$ ve $y = 0$ doğruları ile sınırlı bölgenin alanının, $y = x+2$, $y = -x-3$ ve $x = 0$ doğruları ile sınırlı bölgenin alanına oranı nedir?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{20}$ E) $\frac{1}{25}$

17.

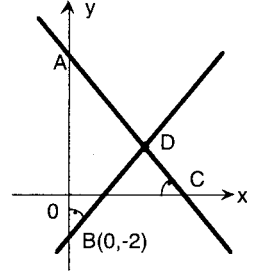


AB doğrusunun denklemi $\frac{x}{8} + \frac{y}{6} = 1$ ise $\triangle ABC$ açılış açısının açılış açısının denklemini nedir?

- A) $\frac{x}{2} + \frac{y}{6} = 1$ B) $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 1$
 C) $\frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 1$ D) $\frac{x}{5} + \frac{y}{6} = 1$
 E) $x + \frac{y}{6} = 1$

18. AC doğrusunun denklemi $y = -\frac{x}{2} + 3$

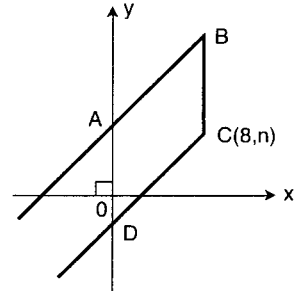
$m\hat{C} = m\hat{B}$ ise D noktasının ordinatı nedir?



- A) $\frac{35}{17}$ B) 2 C) 1,3 D) 1 E) $\frac{4}{5}$

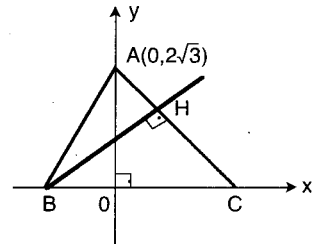
19. AB doğrusunun denklemi $y = \frac{15}{8}x + 8$ dir.

ABCD eşkenar dörtgen ise n kaçtır?



- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

20. $\triangle ABC$ üçgeni eşkenar üçgendir. $BH \perp AC$ ise BH doğrusunun denklemi nedir?



- A) $y = \sqrt{3}(x+2)$ B) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x+2)$
 C) $y = x+2$ D) $x+y = \sqrt{3}$
 E) $2x+y = -4$

DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST

9

1. $A(-2, 1)$ noktasının x eksenine göre simetriği B ve $y = -x$ doğrusuna göre simetriği C ise $|BC|$ uzunluğu kaç br. dir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{7}$ E) $\sqrt{10}$

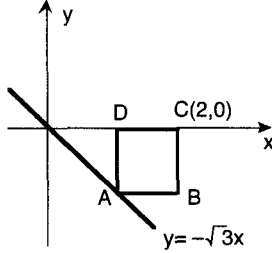
2. $A(2t+1, t+2)$, $B(2t-1, 3t+2)$ noktaları veriliyor. t bir parametre olmak üzere, t değiştiğinde meydana gelen $[AB]$ doğru parçalarının orta noktalarının **geometrik yerinin denklemi nedir?**

A) $2x-y+1=0$ B) $x-y-3=0$
C) $x-y+2=0$ D) $x+y-3=0$
E) $2x-y+3=0$

3. $A(k, 4)$, $B(-2, 2)$ noktaları veriliyor. AB doğrusu ile $y = x$ doğrusu A ile B arasında bir C noktasında kesişiyor. $\frac{|AC|}{|CB|} = 2$ olduğuna göre k kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 12

4. $y = -\sqrt{3}x$ doğrusu $ABCD$ karesinin A köşesinden geçmektedir. $C(2, 0)$ olduğuna göre B köşesinin ordinatı neye eşittir?

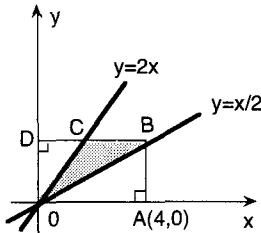


A) $1-\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}-2$ C) $\sqrt{3}-3$
D) $\sqrt{3}-4$ E) $\sqrt{3}-5$

5. Şekilde; $y = \frac{x}{2}$ ve

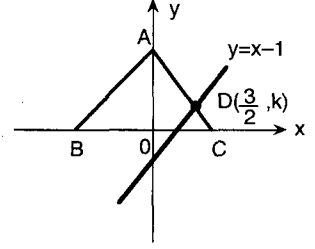
$y = 2x$ doğrularının grafikleri verilmiştir. $[BC] \parallel [OX]$ olmak üzere B ve C noktaları verilen doğruların üzerindedir.

$A(4, 0)$ olduğuna göre $A(OBC)$ kaç br^2 dir?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. Şekildeki ABC eşkenar üçgeninin $[AC]$ kenarı ile $y = x - 1$ doğrusu $D(\frac{3}{2}, k)$ noktasında kesişmektedir.



A noktasının ordinatı neye eşittir?

A) $\frac{1}{2}(3+3\sqrt{3})$ B) $\frac{1}{2}(1+3\sqrt{3})$
C) $\frac{3}{2}(1+\sqrt{3})$ D) $2\sqrt{3}-2$
E) $3\sqrt{3}-1$

7. Köşeleri $A(-3, 0)$, $B(3, 0)$, $C(0, k)$ olan ABC üçgeninin alanı $12br^2$ olduğuna göre **çevresi kaç br. dir?**

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 20

8. Köşeleri $A(0, 4)$, $B(4, 6)$, $C(3, 0)$ olan ABC üçgeninin ağırlık merkezi G 'dir. $\triangle GAB$ üçgeninin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{11}{6}$ B) $\frac{12}{5}$ C) $\frac{16}{3}$ D) $\frac{11}{3}$ E) $\frac{22}{7}$

9. $y - \sqrt{3}x - 1 = 0$ ve $y - x + 4 = 0$ doğruları arasındaki geniş açı kaç derecedir?

A) 105 B) 120 C) 135 D) 150 E) 165

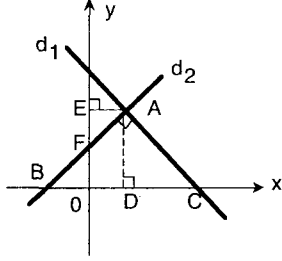
10. Köşelerinin koordinatları $A(-2, 1)$, $B(3, 3)$, $C(2, 5)$ olan ABC üçgeninin ağırlık merkezinden geçen ve AB doğrusuna paralel olan doğru denklemi nedir?

A) $2x - 5y + 13 = 0$ B) $x - y + 2 = 0$
C) $5x - 5y - 13 = 0$ D) $x - 2y + 13 = 0$
E) $5x - 2y - 13 = 0$

11. $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ ve $3x + 4y = 12$ doğrularının kesim noktasının y eksenine olan uzaklığı kaç br. dir?

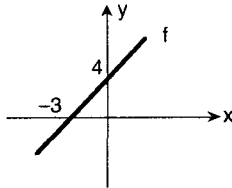
A) $\frac{7}{12}$ B) $\frac{11}{12}$ C) $\frac{12}{7}$ D) $\frac{15}{7}$ E) 3

12. Şekilde $d_1 \perp d_2$ dir.
B(-3, 0), E(0, 8),
F(0,2) olduğuna
göre; 9. IBCI.IDCI
çarpımı neye
eşittir?



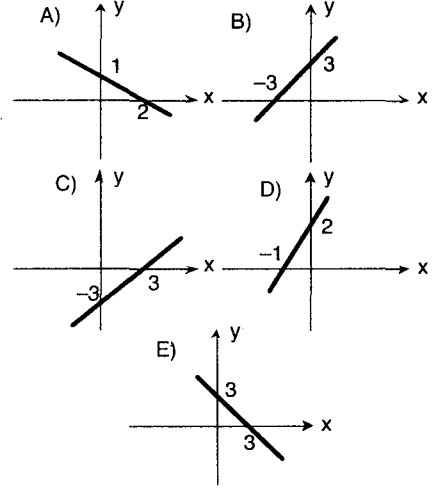
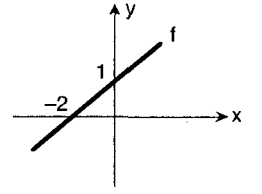
- A) 576 B) 596 C) 600
D) 672 E) 832
13. $mx+y-3m-2=0$ doğrularının kesim noktasının
 $4x+3y-2=0$ doğrusuna olan uzaklığı kaç
br. dir?
- A) $\frac{16}{5}$ B) 4 C) $\frac{32}{5}$ D) 6 E) 8,2
14. A(-2, 3) noktasının $4x-3y-2=0$ doğrusuna
göre simetriği B ise |AB| kaç br. dir?
- A) 8 B) $\frac{38}{5}$ C) 7 D) $\frac{32}{5}$ E) 6
15. $y=x+m$, $y=2x+m+1$, $-4x-3y+2=0$ doğ-
ruları aynı noktadan geçtiğine göre; m kaçtır?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
16. $x^2+2xy+y^2+(x+2y-1)^2=0$ eşitliğini sağlayan
doğruların kesim noktası nedir?
- A) (1, 0) B) (1, 1) C) (1, -1)
D) (-1, 1) E) (-1, -1)

17. Şekilde f fonksiyonu-
nun grafiği verilmiştir.
 $g(x)=x+f(x)$ doğrusu-
nun eksenlerle oluş-
turduğu üçgenin ala-
nı kaç br^2 dir?



18. $2x+y-4=0$ doğrusunun A(8, 4) noktasına en
yakın noktası P ise P noktasının orjine olan
uzaklığı kaç br. dir?
- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

19. Şekilde f fonksiyonu-
nun grafiği verilmiştir.
 $g(x+3)=\frac{x}{2}+f(x-2)$
olduğuna göre g
fonksiyonunun gra-
fiği aşağıdakilerden hangisidir?



20. $d_1 \perp d_2$ olmak üzere d_1 ve d_2 doğrularının x
eksenini kestiği noktalar arasındaki uzaklık 10
br. dir. d_1 ve d_2 doğruları A(2,3) noktasında
kesiştiklerine göre doğruların x eksenini kes-
tiği noktaların apsileri toplamı kaç olabilir?
- A) -4 B) -3 C) 0 D) 3 E) 4
21. Analitik düzlemde $x+y-14 \leq 0$, $y \geq -\frac{x}{2}+7$,
 $x \geq 0$ koşuluna uyan (x, y) ikililerinin oluş-
turduğu bölgenin alanı kaç br^2 dir?
- A) 32 B) 36 C) 49 D) 52 E) 55
22. Şekilde AOB eşkenar
üçgen ABCD karedir.
 $B(2\sqrt{3}, 0)$ olduğuna
göre OD doğrusu-
nun denklemi nedir?
- A) $y=\frac{x}{2}$ B) $y=x$ C) $y=2x$
D) $y=3x$ E) $y=4x$
23. $y=(m+1)x+6$
 $(2m^2-3)x-(2m-1)y-6=0$
paralel doğrularının x eksenini pozitif yön-
de yapmış olduğu açı kaç derecedir?
- A) 45 B) 60 C) 120 D) 135 E) 150

DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST

10

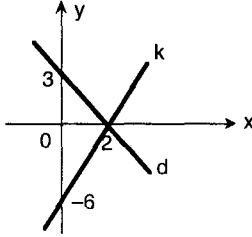
1. $12x-5y+2=0$ doğrusundan 1 birim uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerinin denklemlerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-12x+5y+11=0$ B) $-4x+5y+5=0$
 C) $12x-5y+11=0$ D) $12x-5y+13=0$
 E) $12x-5y-15=0$

2. $x-2y+1=0$ ve $2x+y-1=0$ doğrularının oluşturduğu açının açıortaylarından, eğim açısı dar açı olanın denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x-2y+1=0$ B) $2x+3y-2=0$
 C) $x-4y-2=0$ D) $3x-y=0$
 E) $x-y=0$

3. Şekildeki d doğrusu f fonksiyonunun, k doğrusu da g fonksiyonunun grafiğidir. (fog) (2) değeri aşağıdakilerden hangisidir?

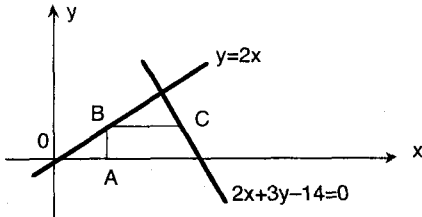


A) -3 B) -1 C) 1 D) 3 E) 5

4. $A(1, 2)$, $B(5, 6)$, $C(x, 0)$ noktaları veriliyor. $|AC| + |BC|$ nin en küçük olması için x kaç olmalıdır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

- 5.



Şekilde $y = 2x$ ve $2x+3y-14=0$ doğruları veriliyor. $|OA| = 1$ br, $[AB] \perp OX$ ve $[BC] \parallel OX$ ise C noktasının apsisi kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

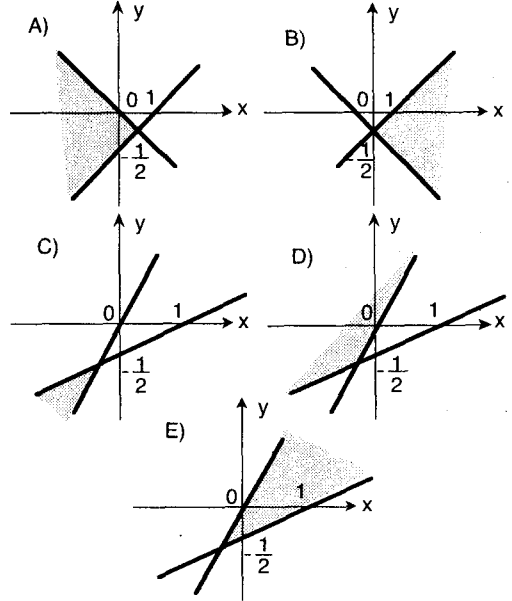
6. $A(4, 2)$, $B(-1, 3)$, $C(-6, a)$ noktaları veriliyor. $|CA| - |CB|$ nin en büyük olması için a ne olmalıdır?

A) -4 B) -2 C) 1 D) 2 E) 4

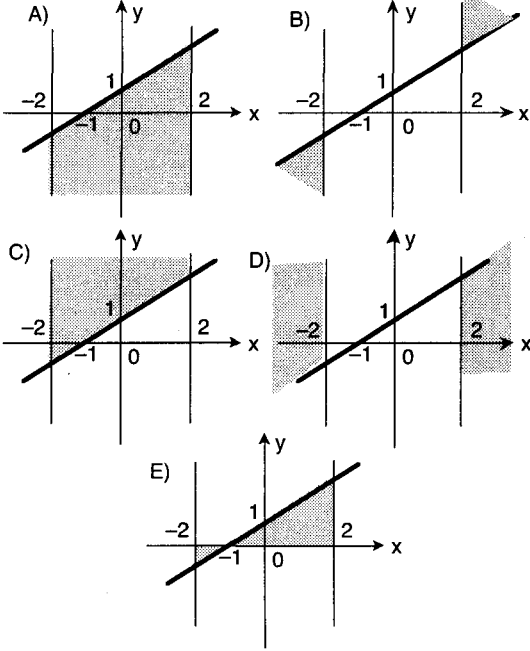
7. Bir köşesi $mx-3y+21=0$ doğrusu üzerinde ve tabanları $mx+ny-9=0$ doğrusu üzerinde bulunan üçgenlerin yükseklikleri 6 br. olduğuna göre $(m-n)$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 3 E) 4

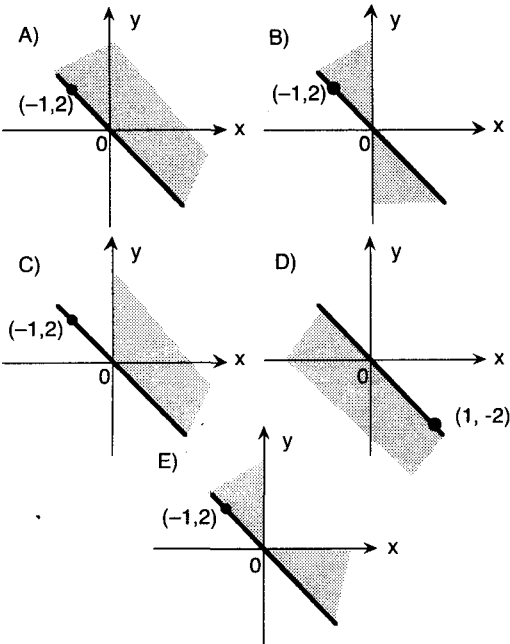
8. $\begin{cases} 2y-x \leq -1 \\ y-x \geq 0 \end{cases}$ sisteminin analitik düzlemdeki çözümü aşağıdakilerden hangisidir?



9. $\begin{cases} |x| \leq 2 \\ x-y+1 \geq 0 \end{cases}$ sisteminin çözüm kümesi aşağıdaki taralı bölgelerden hangisidir?



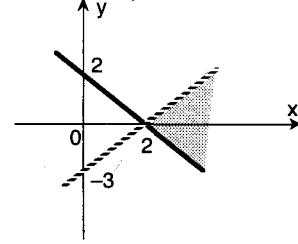
10. $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere; $(0, 5)^{x-y} \leq 8^{x+y}$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?



11. $A = \{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \text{ ve } |x| \leq 4 \}$,
 $B = \{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \text{ ve } y^2 \leq 1 \}$ kümeleri veriliyor.
 $A \cap B$ kümesinin belirttiği bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 14 E) 16

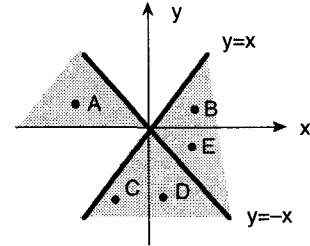
12.



Şekildeki taralı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A) $x+2y < 2$ B) $x+y \geq -2$
 $2x-y > 12$ $2x-3y > 6$
C) $2x+y \leq 2$ D) $x+y \geq 2$
 $2x-3y > 6$ $3x-2y > 6$
E) $x-y \geq 2$
 $3x+2y > 6$

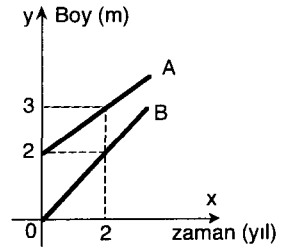
13.



Şekilde verilen grafiğe göre $y \leq -x$ ve $x \geq 0$ sistemini sağlayan bölge aşağıdakilerden hangisidir?

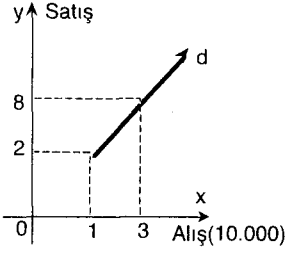
A) A B) B C) C D) D E) E

14. Şekilde A ve B bitkilerinin yıllara göre büyüme grafiği verilmiştir. Bitkiler dikildikten kaç yıl sonra boyları eşit olur?



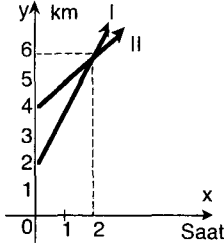
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

15. Şekilde 1 br 10.000 TL. olmak üzere x bir malın maliyet, y ise satış fiyatını gösteriyor. Verilen bağıntıya göre **malın satışından 190.000 TL. kar etmek için maliyeti kaç TL. olmalıdır?**



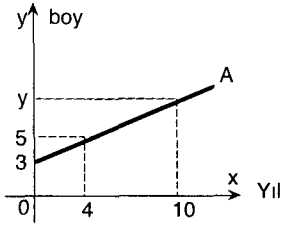
- A) 80.000 B) 100.000 C) 110.000
D) 120.000 E) 130.000

16. Şekil I ve II numaralı ha-reketlilerin saate bağlı olarak aldıkları yolu göstermektedir. **Kaç saat sonra I numaralı-nın aldığı yol II numara-lının aldığı yolun $\frac{3}{2}$ katı olur?**



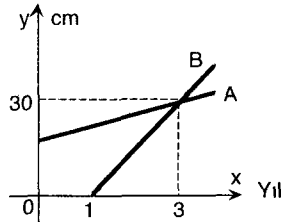
- A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

17. Şekilde A bitki-sinin boyu dikil-dikten 10 yıl son-ra kaç metre olur?



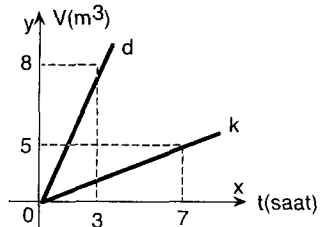
- A) 24 B) 15 C) 16 D) 11 E) 8

18. Grafik, A ve B bit-kilerinin yıllara gö-re boylarının de-ğişimini göster-mektedir. B dikil-dikten 4 yıl sonra boyu A dan 20 cm daha uzun olduğuna göre, **A dikildiğinde boyu kaç cm idi?**



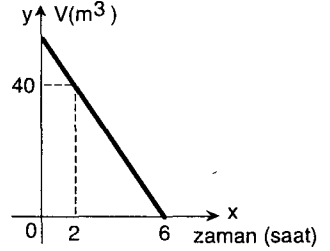
- A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 24

19. Şekilde d bir havuza dolan su miktarının, k ise havuzdan boşalan su miktarının zamana göre değişiminin grafiğidir. Havuz boş iken musluklar aynı anda açılrsa **kaç saat sonra $82m^3$ su birikir?**



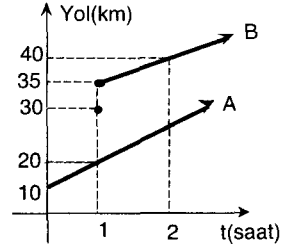
- A) 14 B) 24 C) 35 D) 42 E) 48

20. Şekildeki grafik bir havuzun zamana göre boşalmasını göstermektedir. **Havuzun %40'ı kaç saatte boşalır?**



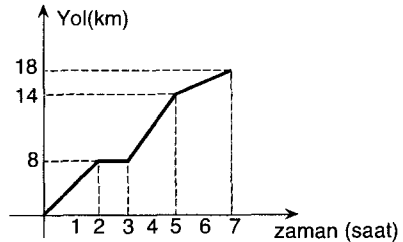
- A) 2 B) 2,4 C) 3 D) 3,4 E) 4

21. Grafik A ve B araçlarının hareketini göstermektedir. **Araçlar karşılaştıkları anda A aracı kaç km lik yol almış olur?**



- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

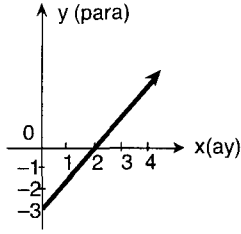
22.



Yandaki grafik, bir hareketlinin aldığı yolun zamana göre değişimini göstermektedir. Bu hareketlinin 0-2, 2-3, 3-5 ve 5-7 saatleri arasındaki hızları toplamı **kaç km/saat tir?**

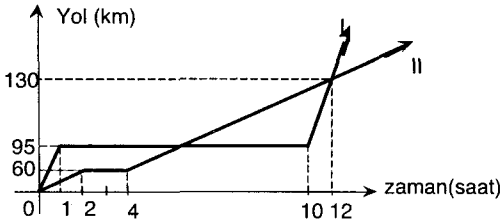
- A) 9 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

23. Şekildeki grafik bir şirketin kasasındaki paranın aylara göre değişimini göstermektedir. Şirket borçlarını ödedikten 10 ay sonra kasasında kaç **birim para** olur?



- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

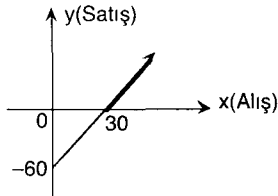
24.



Şekilde aynı noktadan başlayıp aynı yönde yarışan iki aracın hareket ve arıza sebebiyle durumlarının zaman-yol grafiği verilmiştir. Hareket halinde araçların hızları sabittir. **II. araç kaç saat süreyle yarışı önde götürür?**

- A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

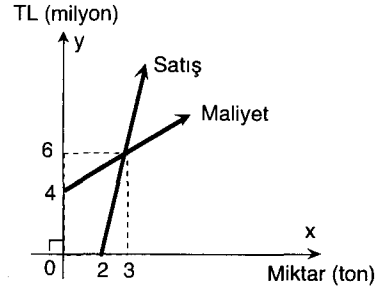
25. Bir mağazada satılan malların lira olarak alış fiyatı x , satış fiyatı y dir. $x > 30$ olmak üzere



re satış fiyatı ve alış fiyatı arasındaki bağıntı grafik ile tanımlanmıştır. **%40 karla satılan bir malın alış fiyatı kaç liradır?**

- A) 100 B) 150 C) 200
D) 250 E) 300

26.

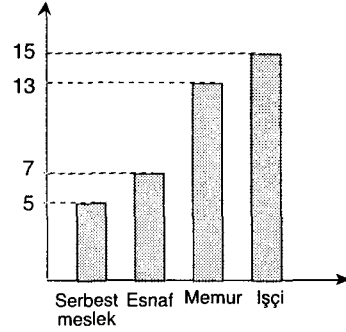


Yukarıdaki grafik bir malın satış ve maliyet tutarlarını göstermektedir.

Buna göre 15 ton mal satıldığında elde edilen kâr kaç milyon liradır?

- A) 60 B) 61 C) 62 D) 63 E) 64

27.



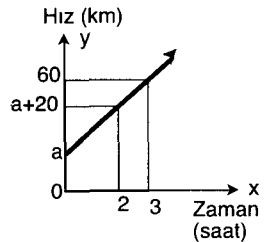
Yukarıdaki sütun grafiği bir sınıftaki öğrencilerin velilerinin mesleklerle dağılımını göstermektedir.

Aynı dağılım bir daire grafiği ile gösterilirse işçileri gösteren daire diliminin merkez açısı kaç derece olur?

- A) 45 B) 63 C) 117 D) 120 E) 135

28.

Grafikte bir aracın zamana göre hız değişimi verilmiştir. **Aracın başlangıçtaki hızı kaç km dir?**



- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST

II

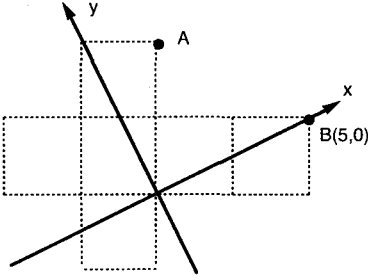
1. a ve b birer tamsayı olmak üzere $P(a, b)$ I. bölgede bir noktadır. $(a - 1, \sqrt{9 - 2b})$ noktasının apsisi ve ordinatı birbirine eşit olduğuna göre **bu koşulu sağlayan kaç P noktası vardır?**

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) Sonsuz

2. $x \neq 0$ olmak üzere $A(2x - y, y + 3x)$ noktası I. ve IV. bölge arasında bir nokta ise **aşağıdakilerden hangisi III. ve IV. bölge arasında bir noktadır?**

A) $(y + 3x, x - y)$ B) $(y - 3x, 0)$
C) $(6x + 2y, y - x)$ D) $(0, y + 3x)$
E) $(y + x, y - x)$

3.



Koordinat eksenleri dışında kalan şekil bir küpün açılımıdır. $B(5, 0)$ olduğuna göre **A noktasının koordinatları nedir?**

A) (1, 2) B) $(1, \sqrt{5})$ C) $(\sqrt{5}, 2)$
D) (2, 4) E) $(2, 2\sqrt{5})$

4. $A(1, 2)$, $B(0, 7)$, $C(-24, 0)$, $D(16, -18)$ olmak üzere **aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

A) $|AB| = |AC|$ B) $|AB| = |BC|$
C) $|AD| = |CD|$ D) $|BC| = |CD|$
E) $|AD| = |BC|$

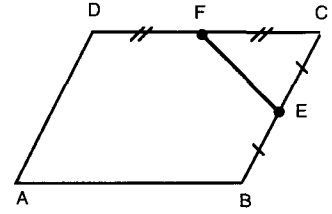
5. $A(1, 7)$, $B(1, 1)$, $C(9, 1)$ olmak üzere **ABC üçgeninde [BC] kenarına ait açıortay uzunluğu kaç br dir?**

A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $5\sqrt{2}$
D) $7\sqrt{3}$ E) $\sqrt{6}$

6. $(-2, 3)$ noktasının x eksenine göre simetrisi A, y eksenine göre simetrisi B, orijine göre simetrisi C olduğuna göre, **ABC üçgeninin ağırlık merkezinin koordinatları nedir?**

A) $(\frac{2}{3}, -1)$ B) $(-\frac{2}{3}, 1)$ C) $(1, -\frac{2}{3})$
D) $(-1, \frac{2}{3})$ E) $(-1, -\frac{2}{3})$

7. $A(-2, 1)$, $B(3, 0)$, $C(4, 4)$ olmak üzere şekil-deki ABCD paralel kenarının [BC] ve [DC] kenarlarının



orta noktalarından geçen [EF] doğru parçasının uzunluğu kaç br dir?

A) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{41}}{2}$
D) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

8. $A(4, 7)$ olan ABC üçgeninde [AB] nin orta noktası $E(-2, 1)$, [BC] nin orta noktası $F(3, 4)$ ise **ABC üçgeninin alanı kaç br² dir?**

A) 6 B) 10 C) 12 D) 18 E) 24

9. $A(1, 2)$ ve $B(9, 8)$ noktalarına 13 br uzaklıkta bulunan **noktaların arasındaki uzaklık kaç br dir?**

A) 5 B) 10 C) 12 D) 24 E) 30

10. $A(-2, 1)$, $B(6, -7)$ olmak üzere **[AB] doğru parçasının orta dikmesinin denklemi nedir?**

A) $x + y - 5 = 0$ B) $x - y - 5 = 0$
C) $x + y + 5 = 0$ D) $x - y + 5 = 0$
E) $x + y + 6 = 0$

11. $A(0, 2)$, $B(1, 3)$, $C(-3, 5)$ olmak üzere [BC] nin orta noktasından geçen ve [AB] ye paralel olan **doğru denklemi nedir?**

A) $x + y + 5 = 0$ B) $x + y - 5 = 0$
C) $x - y + 5 = 0$ D) $x - y - 5 = 0$
E) $-x - y + 6 = 0$

12. $A(a - 1, 2a + 1)$ olmak üzere; $a \in \mathbb{R}$ değıştikçe elde edilen **A noktaları hangi doğru (A nin geometrik yeri) üzerindedir?**

A) $2x + y + 3 = 0$ B) $2x - y - 3 = 0$
C) $2x + y - 3 = 0$ D) $2x - y + 3 = 0$
E) $-2x - y + 4 = 0$

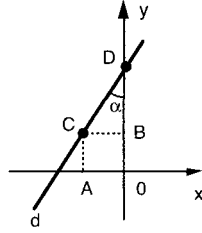
13. y eksenini $(0, -3)$ noktasında kesen doğru x eksenini ile pozitif yönde 135° açı yaptığına göre **bu doğrunun denklemi nedir?**

A) $x + y + 3 = 0$ B) $x + y - 3 = 0$
C) $x - y + 3 = 0$ D) $x - y - 3 = 0$
E) $\sqrt{2}x + \sqrt{2}y + 3 = 0$

14. Denklemi $2x + 3y - 6 = 0$ olan doğrunun $C(-3, 2)$ noktasına göre simetriği olan **doğrunun denklemi nedir?**

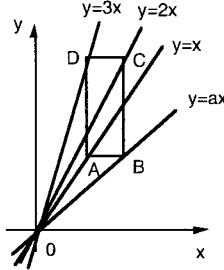
A) $2x + 3y + 12 = 0$ B) $2x - 3y + 6 = 0$
C) $3x + 2y - 6 = 0$ D) $3x - 2y + 6 = 0$
E) $2x + 3y + 6 = 0$

15. Şekildeki AOBC karesinin alanı 9 br^2
 $m(\angle CDB) = \alpha$ olmak üzere $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ ise **d doğrusunun denklemi nedir?**



A) $2x + y + 9 = 0$ B) $x + 2y + 9 = 0$
C) $2x - y + 9 = 0$ D) $x - 2y + 9 = 0$
E) $2x + 9y - 1 = 0$

16. Şekilde ABCD dikdörtgen $[AD]/[OY]$ dir. A, B, C, D köşeleri ile orjinden geçen doğruların denklemleri sırasıyla $y = ax$, $y = x$, $y = 2x$, $y = 3x$ tir. **B köşesinin apsisi 3 olduğuna göre a neye eşittir?**



A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

17. $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere, denklemi $2x + my + 4 = 0$ olan doğrularının kesiştikleri noktadan geçen ve $2x + 3y + 1 = 0$ doğrusuna paralel olan **doğru denklemi nedir?**

A) $2x + 3y - 1 = 0$ B) $2x + 3y = 0$
C) $2x + 3y + 2 = 0$ D) $2x + 3y + 3 = 0$
E) $2x + 3y + 4 = 0$

18. Denklemleri $\begin{cases} ax + 2y - 3 = 0 \\ 4x - 3y + b = 0 \end{cases}$ olan doğrular **aynı doğruyu belirlediklerine göre (a, b) nedir?**

A) $\left(\frac{3}{8}, \frac{2}{9}\right)$ B) $\left(-\frac{3}{8}, \frac{2}{9}\right)$ C) $\left(\frac{8}{3}, \frac{9}{2}\right)$
D) $\left(-\frac{8}{3}, \frac{9}{2}\right)$ E) $\left(\frac{8}{3}, -\frac{9}{2}\right)$

19. $A(10, 8)$, $B(2, 2)$, $C(P, 0)$ olmak üzere **$|CA| - |CB|$ farkının en büyük değeri nedir?**

A) 5 B) 8 C) 10 D) 13 E) 15

20. $A(-10, 8)$, $B(2, 7)$, $C(P, 0)$ olmak üzere **$|CA| + |CB|$ toplamının en küçük değeri alması durumunda 5P nedir?**

A) -18 B) -15 C) 0 D) 7 E) 17

21. $A(2, 4)$, $B(6, 1)$, $C(1, 1)$ olmak üzere **ABC üçgeninin [AB] kenarına ait yüksekliği kaç br dir?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

22. Kenarları $5x + 12y + 8 = 0$ ve $10x + 24y + 3 = 0$ denklemleri ile verilen doğrular üzerinde olan dikdörtgenlerden birinin bir kenarı 4 br olduğuna göre **alanı kaç br² dir?**

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

23. Denklemleri $3x + 5y + 11 = 0$ ve $-4x + 3\sqrt{2}y + 5 = 0$ olan doğruların **açıortaylarından birinin denklemi nedir?**

A) $x = (5 + 3\sqrt{2})y + 16$
B) $y = (5 + 3\sqrt{2})x + 16$
C) $x = 16y + 5 + 3\sqrt{2}$
D) $y = 16x + 5 + 3\sqrt{2}$
E) $3\sqrt{2}x + 5y + 16 = 0$

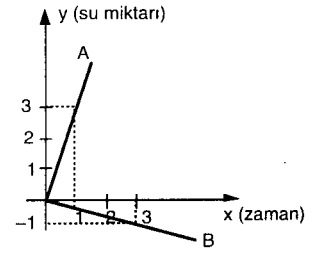
24. $\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ 3x + y - 5 = 0 \end{cases}$ doğruları arasındaki **dar açı kaç derecedir?**

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

25. $5x + 12y - 13 = 0$ doğrusunun orjine **en yakın noktası A ise |OA| uzunluğu kaç br dir?**

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

26. Şekildeki grafik A ve B musluklarının bir havuzdaki su miktarlarını zamana göre **değiştirmelerinin**



grafığıdır. y nin negatif değeri havuzdan suyun boşaldığını belirtmek üzere **boş havuzda her iki muslukta açıkken 3 saatte ne kadar su birikir?**

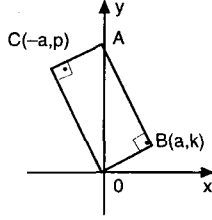
A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST 12

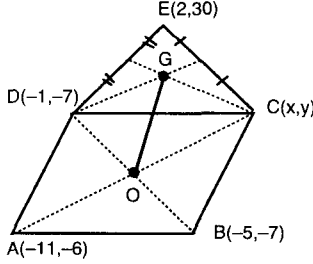
1. $a \in \mathbb{Z}$ olmak üzere; $(a + 2, 3a)$ IV. bölgede bir nokta ise $(a + 1, 2a)$ noktası nerededir?
 A) I. Bölgede
 B) III. Bölgede
 C) y ekseninin pozitif yönünde
 D) y ekseninin negatif yönünde
 E) x ekseninde

2. Şekilde $m(\hat{ACO}) = m(\hat{ABO}) = 90^\circ$
 $IACI = 15$ br
 $ICOI = 20$ br dir.
 $C(-a, p)$ olduğuna göre $B(a, k)$ aşağıdakilerden hangisidir?



- A) (9, 12) B) (9, 16) C) (12, 9)
 D) (12, 16) E) (16, 25)
3. $A(5, 8)$, $B(3, -2)$ olmak üzere **$[AB]$ çaplı çemberin merkezinin orjine uzaklığı kaç br dir?**
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Şekildeki ABCD paralelkenarının köşelerinin koordinatları $A(-11, -6)$, $B(-5, -7)$, $C(x, y)$, $D(-1, -7)$, EDC üçgeninin E köşesi $E(2, 30)$ dur. **G, üçgeninin O, paralel kenarının ağırlık merkezi olduğuna göre IOGI uzunluğu kaç br dir?**
 A) 9 B) 13 C) 15 D) 18 E) 25

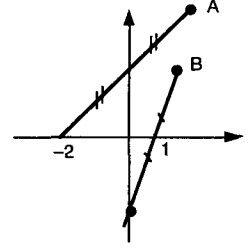


5. Köşelerinin koordinatları $(1, -2)$, $(2, 3)$, $(-3, y)$ olan üçgenin alanı 11 br^2 olduğuna göre **y aşağıdakilerden hangisidir?**
 A) 0 B) 5 C) 11 D) 22 E) 44

6. $A(5, 3)$, $B(1, -3)$, $C(3, 1)$ olmak üzere **ABC üçgeninin $[BC]$ kenarının orta dikmesi $[AC]$ kenarını hangi noktada keser?**
 A) $(-\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$ B) $(\frac{4}{3}, -\frac{2}{3})$ C) $(-\frac{2}{3}, -\frac{4}{3})$
 D) $(\frac{3}{2}, \frac{3}{4})$ E) $(-\frac{3}{2}, \frac{3}{4})$

7. $A(-3, 1)$, $B(1, 3)$, $C(-1, 4)$ olmak üzere ABC üçgeninin $[AB]$ kenarına ait kenarortay ile $[BC]$ kenarına ait yükseklik hangi noktada kesişir?
 A) $(-1, 5)$ B) $(1, -3)$ C) $(-3, 1)$
 D) $(3, -1)$ E) $(-3, 3)$

8. Şekle göre AB doğrusunun denklemi nedir?



- A) $2x + y = 2$
 B) $x + 2y = 2$
 C) $y = x$
 D) $x = 2$
 E) $y = 2$

9. $\begin{cases} 2x = 3t + 1 \\ 3y = 2t + 1 \end{cases}$ parametresi ile verilen doğru ile eksenler arasında kalan alan kaç br^2 dir?
 A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{13}$ D) $\frac{1}{36}$ E) $\frac{1}{72}$

10. t değişken bir parametre olmak üzere; $tx + y - 2 = 0$ doğrularının kesiştikleri noktanın $3x + 4y + 7 = 0$ doğrusuna uzaklığı kaç br dir?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $A(2, 3)$ noktasının x eksenine göre simetriği B, B nin $y = x$ doğrusuna göre simetriği C olduğuna göre **AC doğrusunun denklemi nedir?**
 A) $x - 5y + 13 = 0$ B) $x - 5y - 13 = 0$
 C) $5x - y + 13 = 0$ D) $5x - y - 13 = 0$
 E) $5x + 13y - 1 = 0$

12. $A(2, 3)$ noktasının $x = 3$ doğrusuna göre simetriği B, B nin $y = 2$ doğrusuna göre simetriği C olduğuna göre **K(-1, 5) noktasından geçen AC doğrusuna dik olan doğrunun denklemi nedir?**

- A) $x - 2y + 7 = 0$ B) $x + 2y - 7 = 0$
 C) $x - y + 6 = 0$ D) $2x + y - 7 = 0$
 E) $2x - y + 7 = 0$

13. Köşelerinin koordinatları; $A(0, k)$, $B(-3, 0)$, $C(3, 0)$ olan ABC üçgeninin alanı 12 br^2 olduğuna göre çevresi kaç br dir?

A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 28

14. $A(2, 3)$ noktasının $2x + 3y - 1 = 0$ doğrusuna göre simetriği olan nokta nedir?

A) $\left(\frac{13}{3}, \frac{13}{2}\right)$ B) $\left(\frac{13}{2}, \frac{13}{3}\right)$ C) $\left(\frac{3}{13}, \frac{2}{13}\right)$
D) $\left(-\frac{22}{13}, -\frac{33}{13}\right)$ E) $\left(-\frac{33}{13}, -\frac{22}{13}\right)$

15. $2x + 3y - 1 = 0$ denklemi ile verilen doğrunun $A(2, 3)$ noktasına göre simetriği olan doğrunun denklemi nedir?

A) $3y + 2x - 1 = 0$
B) $x + y - 7 = 0$
C) $2x + 3y - 25 = 0$
D) $26x + 39y = 0$
E) $2x + 3y - 13 = 0$

16. $A(-1, 5)$, $B(6, -29)$, $C(x, 0)$ olmak üzere $\sqrt{|CB| - |CA|}$ nın en büyük değeri kaçtır?

A) 5 B) 8 C) 12 D) 15 E) 25

17. $A(2, -2)$, $B(8, -6)$, $C(x, 0)$ olmak üzere $|CA| + |CB|$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

18. $\begin{cases} 2x + 3y - k = 0 \\ my - 4x + 10 = 0 \end{cases}$ denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olması için $k + m$ toplamı ne olmalıdır?

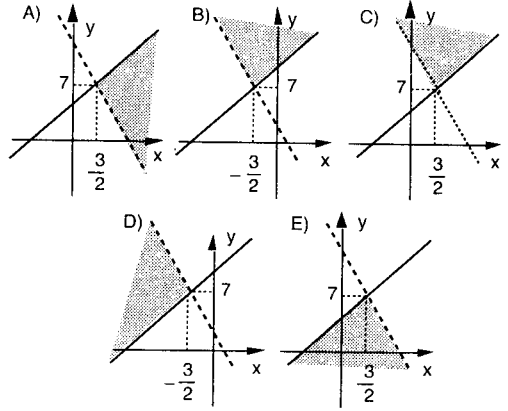
A) -1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 8

19. $mx + y - 10 = 0$ denklemi ile verilen doğrunun orijine uzaklığı 2 br olduğuna göre; $m \in \mathbb{R}^+$ neye eşittir?

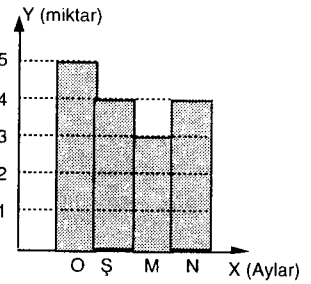
A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$
D) $2\sqrt{6}$ E) $3\sqrt{5}$

20. $\begin{cases} 4x - 3y + 15 \leq 0 \\ 2x + y - 10 > 0 \end{cases}$ sisteminin analitik

düzlemde görüntüsü aşağıdakilerden hangisi olabilir?



21. Şekildeki grafik bir gazetenin aylara göre satış grafiğini göstermektedir. y eksenindeki her bir birim 200.000 gazetenin



satıldığını gösterdiğine göre gazetenin 4 aylık ortalama satışı kaç bin tane dir?

A) 400 B) 480 C) 600
D) 800 E) 820

22. Aşağıdaki noktalardan hangisi; $\begin{cases} 3x + 4y - 5 = 0 \\ 4x - 3y + 5 = 0 \end{cases}$ doğrularının açıortaylarından biri üzerindedir?

A) (7, 1) B) (-7, 1) C) (7, -1)
D) (1, 7) E) (-1, 7)

23. $\begin{cases} 3x + 4y - 5 = 0 \\ 4x - my + 10 = 0 \end{cases}$ paralel doğruları arasındaki uzaklık k br olduğuna göre $k + m$ toplamı neye eşittir?

A) $-\frac{17}{6}$ B) $-\frac{6}{17}$ C) 0
D) $\frac{6}{17}$ E) $\frac{17}{6}$

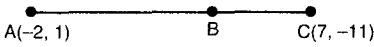
24. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ olduğuna göre x eksenini ile pozitif yönde α derecelik açı yapan bir doğru y eksenini $(0, -6)$ noktasında kestiğine göre bu doğrunun eksenlerle oluşturduğu üçgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 48

DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

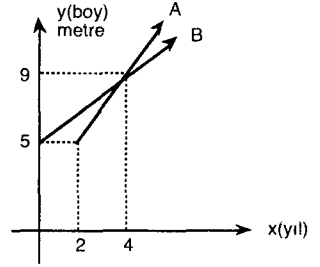
TEST

13

1. $A(p, q, \frac{2p}{q^2})$ noktası koordinat düzleminin 3. bölgesinde ise **$B(2p - 1, -q)$ noktası düzleminin neresindedir?**
 A) $y = 0$ doğrusu üzerinde
 B) 1. bölgede
 C) 2. bölgede
 D) 3. bölgede
 E) 4. bölgede
2. 
 $|AB| = 2|BC|$ ise **B** noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $(-7, 3)$ B) $(-7, 4)$ C) $(-7, -3)$
 D) $(4, -7)$ E) $(7, -4)$
3. $(m + 1)x - 4y + 3m - 2 = 0$ doğruları sabit bir A noktasından geçtiğine göre **A'nın koordinatları çarpımı kaçtır?**
 A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{11}{4}$ E) $\frac{15}{4}$
4. $3x - 2y + 9 = 0$ ve $5x + 7y - 2 = 0$ doğrularının kesim noktası ile $A(1, 1)$ noktasından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $2x + 9y - 11 = 0$
 B) $9x + 2y - 11 = 0$
 C) $8x + 5y - 13 = 0$
 D) $5x + 8y - 13 = 0$
 E) $2x + 5y - 7 = 0$
5. $x + 3y - 6 = 0$ doğrusuna dik olan ve $(2, 1)$ noktasından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $y = -3x + 5$ B) $y = -\frac{x+4}{3}$
 C) $y = -3x + 7$ D) $y = 3x - 5$
 E) $y = 6x - 11$

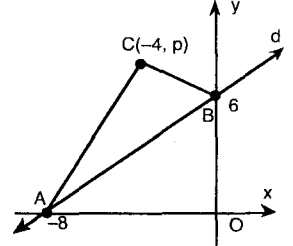
6. $kx + 3y - 12 = 0$ ve $x + 2y - 6 = 0$ doğruları $y = x$ doğrusu üzerinde kesiştiklerine göre **k kaçtır?**
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. Şekildeki grafik A ve B bitkilerinin boylarının zamana göre değişimlerini göstermektedir. **Kaç yıl sonra boyları farkı 6 metre olur?**



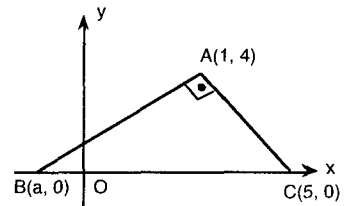
- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

8. Şekildeki d doğrusu eksenleri $(-8, 0)$ ve $(0, 6)$ noktalarında kesmektedir. $C(-4, p)$ ve $p > 0$ dır.



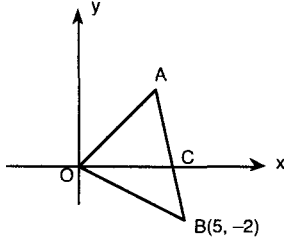
- CAB üçgeninin alanı 60 birimkare ise **p kaçtır?**
 A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

9. Şekilde $[BA] \perp [CA]$ dır. $A(1, 4)$, $B(a, 0)$ ve

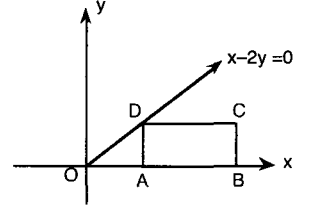


- $C(5, 0)$ noktalarının oluşturduğu ABC üçgensel bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

10. m bir parametre olmak üzere,
 $mx + y - 2 = 0$ doğrularının kesiştikleri
 noktanın $3x - 4y + 13 = 0$ doğrusuna
 uzaklığı kaç birimdir?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
11. $\sqrt{3}x - y + 3 = 0$ ve $3x + 3y - 5 = 0$
 doğrularının oluşturduğu dar açının ölçüsü
 kaç derecedir?
 A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75
12. Şekildeki OAB
 üçgeninde
 $IAOI = ICBI$,
 $B(5, -2)$ ve
 $A(AOB) = 8 \text{ br}^2$
 ise A noktasının
 koordinatları çarpımı kaçtır?
 A) $\frac{9}{2}$ B) 5 C) 6 D) $\frac{13}{2}$ E) 7
13. $A(2, 1)$ noktasının x eksenine göre simetriği
 B' 'dir. B noktasının orijine göre simetriği C' 'dir.
 C noktasının $(k, k + 1)$ noktasına göre simetriği
 ise D noktasıdır. D noktası $2x - y + 5 = 0$ doğ-
 rusu üzerinde olduğuna göre k kaçtır?
 A) -4 B) -3 C) -2 D) 3 E) 4
14. $A(3, 2)$ noktasının x eksenine göre simetriği B ,
 y eksenine göre simetriği C noktasıdır. ABC
 üçgeninin ağırlık merkezinin orijine olan
 uzaklığı kaç birimdir?
 A) $\frac{\sqrt{13}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ C) $\sqrt{13}$
 D) $2\sqrt{13}$ E) $3\sqrt{13}$
15. $2x - 3y + k = 0$ doğrusunun $A(1, -1)$ noktasına
 göre simetriği $B(4, -3)$ noktasından geçiyorsa
 k kaçtır?
 A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



16. $A(-2, 0)$, $B(0, 3)$ noktalarından geçen
 doğrunun x -eksenine göre simetriği olan
 doğrunun denklemi aşağıdakilerden
 hangisidir?
 A) $3x + 2y - 6 = 0$
 B) $2y - 3x + 6 = 0$
 C) $3x + 2y + 6 = 0$
 D) $2x + 3y - 6 = 0$
 E) $2x - 3y - 6 = 0$
17. y ekseninde $A(-1, 4)$ ve $B(2, 3)$ nokta-
 larından eşit uzaklıkta bulunan noktanın
 ordinatı kaçtır?
 A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3
18. ABCD dikdörtge-
 nin kenar
 uzunlukları birer
 tamsayı olup, D
 köşesi $x - 2y = 0$
 doğrusu üzerindedir.
 $B(5, 0)$ ve $A(ABCD) = 3 \text{ br}^2$ ise BD doğrusu-
 nun denklemi nedir?
 A) $3x + y - 15 = 0$
 B) $2x + y - 10 = 0$
 C) $x + 3y - 5 = 0$
 D) $x + 2y - 5 = 0$
 E) $x - 3y - 5 = 0$
19. $x - 2y + 2 = 0$ doğrusunun $(-1, 4)$ noktasına
 en yakın noktası aşağıdakilerden hangisi-
 dir?
 A) $(\frac{2}{5}, \frac{3}{5})$ B) $(2, 2)$ C) $(3, \frac{5}{2})$
 D) $(1, \frac{3}{2})$ E) $(\frac{2}{5}, \frac{6}{5})$
20. $\sqrt{3}x + y = 0$ ve $x + \sqrt{3}y = 0$ doğrularının oluş-
 turduğu açının, açıortay doğrusu üzerindeki bir
 noktası $P(8, m^2 - 1)$ olduğuna göre, m aşağı-
 dakilerden hangisi olabilir?
 A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1



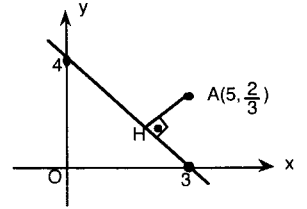
DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST 14

1. $A(3x - 6, x + 2)$ noktası ikinci bölgede bir nokta olduğuna göre, x aşağıdaki aralıklardan hangisinde yer alır?
A) $(0, 2)$ B) $(1, 2)$ C) $(-2, 1)$
D) $(-2, 0)$ E) $(-2, 2)$
2. $x + 2y = m$ ve $2x + y = 6$ doğrularının kesim noktasının analitik düzlemin I. bölgesinde olması için m 'in alabileceği değerler hangi aralıktadır?
A) $(-\infty, 3)$ B) $(-3, 12)$ C) $(12, \infty)$
D) $(15, 23)$ E) $(3, 12)$
3. $A(2 - a, -1 + b)$ ve $B(a + 6, 7 - b)$ ise $[AB]$ nin orta noktasının koordinat sisteminin başlangıç noktasına uzaklığı kaç birimdir?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
4. $(-6, 0)$ noktasından geçen ve eksenler arasındaki parçasının uzunluğu 12 birim olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?
A) $y = \sqrt{2}x + 8$ B) $y = \sqrt{3}x + 6\sqrt{3}$
C) $y = \frac{3}{4}x + 6$ D) $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + 6$
E) $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x + 8$
5. $(2a - 3)x + 8y + 15 = 0$ doğrusu ile $(-2, 0)$ ve $(0, 3)$ noktalarından geçen doğru paralel ise a kaçtır?
A) $-\frac{9}{2}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) -1 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{9}{2}$
6. $2x - y + 3 = 0$ ve $x + 2y + 4 = 0$ doğrularının kesim noktasından geçen, $x - 3y + 5 = 0$ doğrusuna dik olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $3x - 4y + 8 = 0$ B) $2x - y + 9 = 0$
C) $3x + y + 7 = 0$ D) $x + y + 2 = 0$
E) $4x - 2y + 11 = 0$

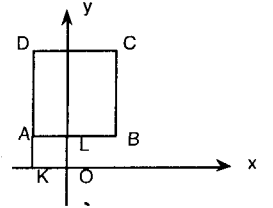
7. Denklemi $3x - 4y - 14 = 0$ olan doğrunun $A(-1, 2)$ noktasına en yakın olan noktasının koordinatları toplamı nedir?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
8. $k \in \mathbb{N}$ olmak üzere $(4k - k^2 - 3)x - 2y + 13 = 0$ doğrularının eğim açısı dar açılı olduğuna göre k kaç farklı tamsayı değer alabilir?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
9. $(3k - 2)x + ky - 12 = 0$
 $2kx + (k + 2)y - 8 = 0$ doğruları k 'nin hangi değeri için y eksenini üzerinde kesişirler?
A) -10 B) -8 C) -6 D) 6 E) 8

10. Şekilde verilenlere göre $|AH|$ kaç birimdir?



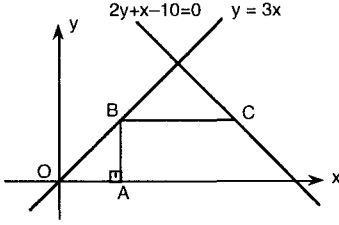
- A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

11. ABCD karesinin alanı 400, ALOK dikdörtgeninin alanı 8 birimkaredir. A ve B noktaları $y = 4$ doğrusu üzerinde ise karenin ağırlık merkezinin koordinatları nedir?



- A) $(4, 16)$ B) $(6, 12)$ C) $(8, 14)$
D) $(6, 14)$ E) $(4, 18)$

12.



Şekildeki $y = 3x$ ve $2y + x - 10 = 0$ doğruları veriliyor. $|OA| = 1$ br, $[AB] \perp Ox$ ve $[BC] \parallel Ox$ ise **C** noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

13. Şekildeki koordinat düzleminde; $[AB] \perp [BO]$ ve $B(-8, -4)$ ise **ABO**

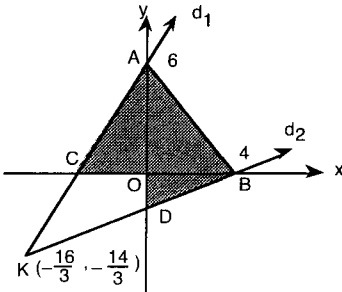
üçgeninin çevresi kaç br'dir?

- A) $8 + 5\sqrt{5}$ B) $8 + 6\sqrt{5}$
C) $10 + 4\sqrt{5}$ D) $10 + 6\sqrt{5}$
E) 22

14. $(m - 1)x + (m - 3)y - 12 = 0$ doğrularının geçtiği sabit noktanın $(0, 2)$ noktasına olan uzaklığı kaç birimdir?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

15.



Şekildeki d_1 ve d_2 doğruları $K(-\frac{16}{3}, -\frac{14}{3})$ noktasında kesilmektedir. **Taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?**

- A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 32

16. Bir $\triangle ABC$ 'nin kenarlarının orta noktaları $D(1, 2)$, $E(-2, 1)$, $F(2, 4)$ olduğuna göre **$\triangle ABC$ 'nin alanı kaç birimkaredir?**

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

17. $A(1, -3)$ noktasının orijine göre simetriği B ise B noktasının $P(2, 5)$ noktasına göre **simetriği hangi noktadır?**

- A) (7, 6) B) (5, 0) C) (7, 0)
D) (5, 7) E) (5, 6)

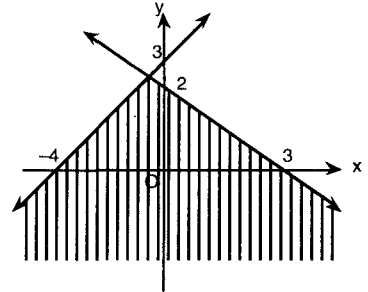
18. $A(1, 7)$, $B(2, 1)$ ve $C(0, k)$ noktaları veriliyor. **k'nın hangi değeri için $|AC| + |BC|$ toplamı en küçük olur?**

- A) 3 B) $\frac{9}{2}$ C) 5 D) 6 E) $\frac{15}{2}$

19. $2x + 3y - 1 = 0$ denklemi ile verilen doğrunun $A(2, 3)$ noktasına göre simetriği olan doğrunun $K(5, m)$ noktasından geçtiği bilindiğine göre **m kaç olmalıdır?**

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

20.



Şekildeki taralı bölgeyi veren sistem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x - 3y \leq 6$ B) $2x + 3y \leq 6$
 $4x + 3y \leq 12$ $4x - 3y \leq 12$
C) $2x + 3y \geq 6$ D) $2x + 3y \leq 6$
 $4y - 3x \geq 12$ $4y - 3x \leq 12$
E) $2x + 3y \leq 6$
 $4y + 3x \leq 12$

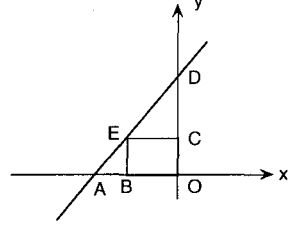
DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST

15

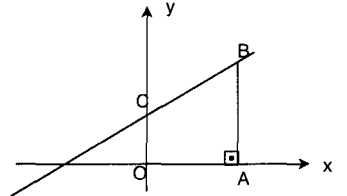
- $2x - y - 1 = 0$ doğrusu üzerinde olup, $A(-2, 0)$ ve $B(5, -1)$ noktalarına eşit uzaklıkta bulunan noktanın koordinatları toplamı kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
- $mx + y - 10 = 0$ denklemi ile verilen doğrunun orijine uzaklığı 5 br. olduğuna göre, $m \in \mathbb{R}^+$ kaçtır?
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{2}$
- $(k - 2)x + (k + 1)y + 3 = 0$ doğrularının geçtiği sabit noktanın $5x - 12y + 9 = 0$ doğrusuna olan uzaklığı kaç br. dir?
A) $\frac{2}{13}$ B) 1 C) $\frac{16}{13}$ D) 2 E) $\frac{27}{13}$
- $2y - 3x + 7 = 0$ doğrusuna dik ve $(-1, 3)$ noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?
A) $3x - 2y + 9 = 0$ B) $3x + 2y + 1 = 0$
C) $3x - 2y + 3 = 0$ D) $3y + 2x - 7 = 0$
E) $3y + 2x - 8 = 0$
- $2x - y + 4 = 0$ doğrusunun $A(1, 1)$ noktasına en yakın noktası B ise, B noktasının orijine olan uzaklığı kaç birimdir?
A) 1 B) 2 C) $\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{2}$ E) 3
- $x - 2y + 4 = 0$ doğrusuna paralel olan ve $y = -x + 4$ doğrusu ile x-ekseni üzerinde kesişen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x - 2y + 4 = 0$ B) $x + 2y - 4 = 0$
C) $2y - x + 4 = 0$ D) $x - y - 4 = 0$
E) $x + y + 4 = 0$

- Şekilde $|OA| = |OD| = 10$ br ise OBEC dikdörtgeninin çevresi kaç br. dir?



- A) 10 B) 12 C) 16 D) 18 E) 20
- $mx + y - 2m + 3 = 0$ denklemli doğruların geçtiği sabit nokta, $x + y - k = 0$ denklemli doğru üzerinde ise k kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
- $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ olduğuna göre x eksenini ile pozitif yönde α derecelik açı yapan bir doğru y eksenini $(0, -9)$ noktasında kestiğine göre bu doğrunun eksenlerle oluşturduğu üçgenin içteğet çemberinin yarıçapı nedir?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
- $y = 2x + 5$ ve $y = 2x + k$ doğruları veriliyor. İki kenarı bu doğrular üzerinde bulunan karenin alanı 20 birimkare ise k'nın pozitif değeri kaçtır?
A) 5 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

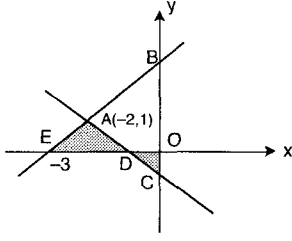
- Şekildeki OABC dik yamuğunun alanı 16 birimkaredir. $|OC| = 2$ birim, $|AB| = 6$ birim ise BC doğrusunun x eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?



- A) -1 B) $-\frac{4}{3}$ C) -2 D) -3 E) -4

12. [BC] doğru parçasının kenar orta dikmesi

A(-2, 1) noktasından geçmektedir. Taralı



alanlar toplamı kaç br^2 dir?

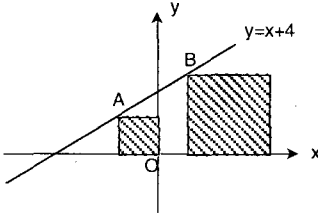
- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

13. Köşeleri $2x + y + 8 = 0$ ve $4x + 2y - 4 = 0$ doğruları üzerinde bulunan karenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 25

14. Şekilde verilen taralı bölgeler birer karedir.

$|AB| = 4\sqrt{2}$ br olduğuna



göre, karelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?

- A) 10 B) 16 C) 24 D) 36 E) 40

15. $2x - 3y + 6 = 0$, $6x + 5y - 30 = 0$ doğruları ile x ekseninin oluşturduğu bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{12}{7}$ B) $\frac{24}{7}$ C) $\frac{96}{7}$ D) $\frac{156}{7}$ E) $\frac{192}{7}$

16. A(1, 3) noktasının Ox eksenine göre simetriği B, $y = x$ doğrusuna göre simetriği C noktası ise $|BC|$ kaç birimdir?

- A) $3\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $\sqrt{5}$
D) $2\sqrt{5}$ E) 4

17. $2x - y - 6 = 0$ doğrusunun A(1, 3) noktasına göre simetriği olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

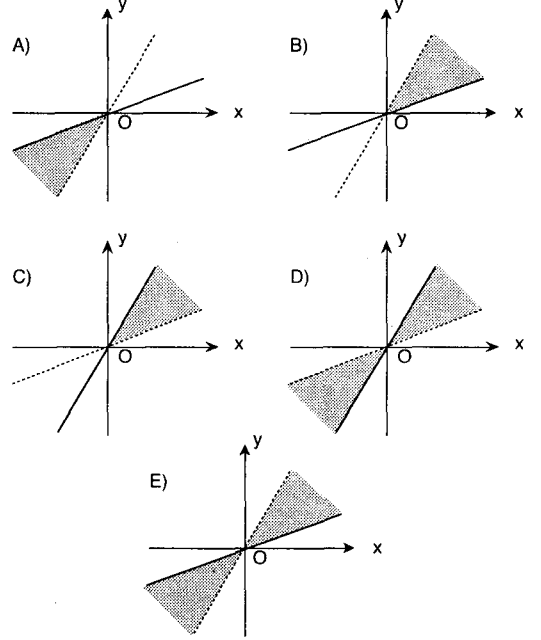
- A) $2x - y + 8 = 0$ B) $2x + y - 6 = 0$
C) $x - 2y - 8 = 0$ D) $4x - 2y + 5 = 0$
E) $6x - 3y + 1 = 0$

18. $2x + 3y - 5 = 0$ ve $-3x + 2y + 1 = 0$ doğrularına eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

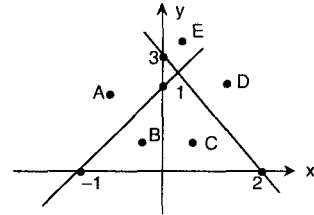
- A) $2x - 4y + 9 = 0$ B) $2x - 3y - 1 = 0$
C) $3x + y - 6 = 0$ D) $5y - x - 4 = 0$
E) $5y + 3x - 6 = 0$

19. $0 < k < p$ için

$\begin{cases} px > ky \\ y \geq x \end{cases}$ sisteminin çözüm kümesi hangisidir?



- 20.



Şekildeki noktalardan hangisi

$\begin{cases} y - x - 1 \geq 0 \\ 3x + 2y - 6 \leq 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$ eşitsizlik sistemini sağlar?

- A) A B) B C) C D) D E) E

DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST 16

1. $m \in \mathbb{R}$ için $(m+3)x - (m-1)y + m+4 = 0$ doğrularının $(1, 1)$ noktasından geçmesi için m kaç olmalıdır?

A) -12 B) -8 C) -4 D) 4 E) 8

2. $(2m-6)x + 3y + 12m = 0$ doğrularının kesim noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

A) 12 B) 2 C) -8 D) -16 E) -18

3. $P(x, x-1)$ noktasının $K(3y+1, y)$ noktasına göre simetriği olan nokta $L(5, 0)$ ise (x, y) ikilisi nedir?

A) (1, 3) B) (3, 1) C) (3, 2)
D) (2, 3) E) (4, 1)

4. $\left. \begin{array}{l} 2x+y-2=0 \\ x-y+8=0 \\ 3ax+(a-2)y-(a-3)=0 \end{array} \right\}$ doğruları ortak bir noktadan geçtiklerine göre a kaçtır?

A) -12 B) -9 C) -6 D) -4 E) -3

5. $3x+4y-5=0$ ve $mx-y+10=0$ doğruları ikinci açıortay doğrusu üzerinde kesiştiklerine göre m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

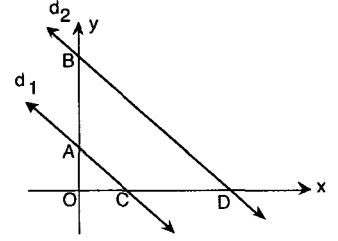
6. $A(-1, 6)$ ve $B(-5, 2)$ noktaları veriliyor. $[AB]$ 'nin orta noktasının $x=2$ doğrusuna göre simetriği C dir. C noktasının $(3, 5)$ noktasına göre simetriği $D(x, y)$ ise $x \cdot y$ kaçtır?

A) -8 B) -6 C) -2 D) 2 E) 6

7. $A(3, -5)$ ve $B(-5, -7)$ noktalarına eşit uzaklıkta ve Ox ekseninde bulunan noktanın apsisi nedir?

A) $-\frac{7}{2}$ B) -3 C) $-\frac{5}{2}$ D) -2 E) $-\frac{3}{2}$

8. Şekildeki d_1 ve d_2 doğruları birbirine paraleldir. $|AB|=3|AO|$ ve



- $d_1: 2x+5y-10=0$ ise d_2 'nin denklemi nedir?

A) $2x-5y-40=0$
B) $2x+5y+20=0$
C) $2x+5y+40=0$
D) $2x+5y-40=0$
E) $5x+2y-40=0$

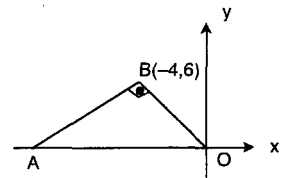
9. $y=kx$ ve $y=3k$ doğruları ile y ekseninde kalan alan kaç br^2 dir?

A) $\frac{3k}{2}$ B) $\frac{3k^2}{2}$ C) $\frac{9k}{2}$ D) $\frac{9k^2}{2}$ E) $3k^2$

10. $A(2k-1, k+2)$ noktasının $(1, 2)$ noktasına göre simetriği $x+y-4=0$ doğrusunun üzerinde ise k kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

11. Şekildeki ABO dik üçgeninin alanı kaç br^2 dir?



A) 24 B) 28 C) 33 D) 36 E) 39

12. $(k - 2)x + 2(k - 1)y - 6 = 0$ doğrularının kesiştiği noktanın $y = x$ doğrusuna göre simetriği

(a, b) ise $b - a$ kaçtır?

- A) 9 B) 6 C) 3 D) -6 E) -9

13. Şekilde
IAOI = IOBI
dir. IOAI = 4 br ise
d doğrusunun

denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

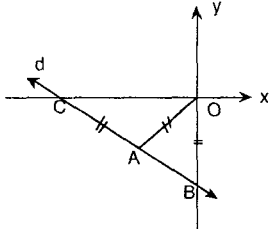
A) $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 4$

B) $y = -\sqrt{3}x - 4$

C) $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - 4$

D) $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x - 4$

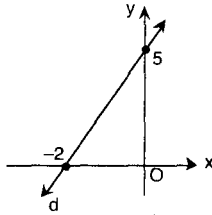
E) $y = -\sqrt{3}x + 4$



14. Analitik düzlemde $2x - 4y + 20 = 0$ doğrusu ile $x + y = -1$ doğrusunun kesim noktası A'dır. A noktasının y eksenine göre simetriği B'dir. A, B ve orijini köşe noktaları olarak alan üçgenin alanı kaç br² dir?

- A) 24 B) 18 C) 16 D) 12 E) 8

15. Şekildeki d doğrusunun $\frac{5}{2}x + 6 = y$ doğrusuna göre simetriği olan doğrunun denklemi nedir?



- A) $5x - 2y + 12 = 0$
B) $2x - 5y - 12 = 0$
C) $2x - 5y - 14 = 0$
D) $5x - 2y + 14 = 0$
E) $2x - 5y + 14 = 0$

16. $y = \frac{1}{2}x + 3$ doğrusunun (1, 2) noktasına göre simetriğinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = x + \frac{1}{2}$

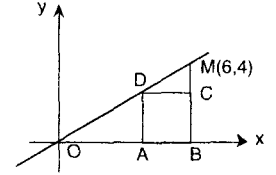
B) $y = \frac{x-1}{2}$

C) $y = \frac{1}{2}x$

D) $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

E) $y = \frac{3}{2}x$

17. Şekilde O, D, M noktaları doğrusal ve ABCD bir karedir. M(6, 4) olduğuna göre D nok-



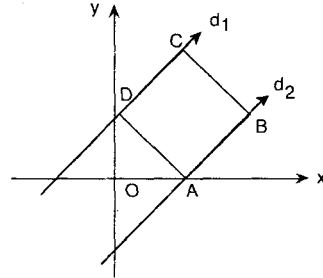
tasının ordinatı kaçtır?

- A) 5 B) $\frac{21}{5}$ C) 4 D) $\frac{18}{5}$ E) $\frac{12}{5}$

18. Denklemi $y = -2x$ olan doğrunun (5, 0) noktasına en yakın noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

- 19.



$d_1 : 8x - 4y + 12 = 0$

$d_2 : 4x - 2y - 14 = 0$ doğruları veriliyor. ABCD karesinin alanı kaç birim karedir?

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

20. A(-1, 5) ve B(7, -1) noktalarına eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y - 4x = -6$

B) $3y - 4x = 6$

C) $3y - x = -6$

D) $3y - 4x = -6$

E) $y - x = -6$

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

BÖLÜM 2

MERKEZİ VE YARIÇAPI BİLİNER ÇEMBERİN DENKLEMİ

Analitik düzlemde alınan bir $M(a, b)$ noktasından r birim uzaklıktaki noktaların kümesi (geometrik yeri) bir çember belirtir.

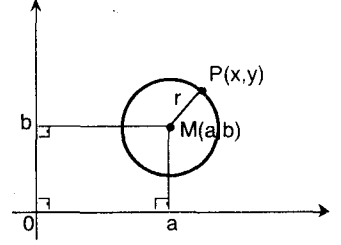
Merkezi $M(a, b)$ ve yarıçapı r olan çember üzerinde herhangi bir nokta $P(x, y)$ olsun.

İPMI = r olmalıdır. Buradan

$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r \text{ yada her iki yanın karesi alınırsa}$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \text{ bulunur.}$$

Öyleyse merkezi $M(a, b)$ ve yarıçapı r olan çemberin denklemi $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ dir.



ÖRNEK

Merkezi $M(-2, 4)$ ve yarıçapı $r = 3$ olan çemberin denklemini yazınız.

ÇÖZÜM

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ denkleminde $a = -2$, $b = 4$ ve $r = 3$ konulursa

$$[x - (-2)]^2 + (y-4)^2 = 3^2$$

$$(x+2)^2 + (y-4)^2 = 9 \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$(x-5)^2 + y^2 = 64$ çemberinin merkezi ve yarıçapı nedir?

ÇÖZÜM

$(x-5)^2 + y^2 = 64$ çemberi

$(x-5)^2 + (y-0)^2 = 8^2$ tipinde yazıldığında merkezi $M(5, 0)$ ve yarıçapı $r = 8$ olduğu görülür.

ÖRNEK

$A(-1, 7)$ ve $B(5, -1)$ noktaları veriliyor.

[AB] doğru parçasını çap kabul eden çemberin denklemini yazınız.

ÇÖZÜM

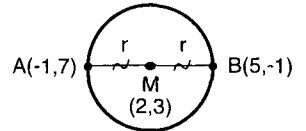
[AB] doğru parçası çemberin çapı ise, orta noktası olan M de çemberin merkezidir. Bu durumda orta nokta koordinatlarından merkezi bulabiliriz. Yani

$$M\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{7-1}{2}\right) \Rightarrow M(2, 3) \text{ olur.}$$

Öte yandan $IMBI = r$ olacağından

$$r = \sqrt{(2-5)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5 \text{ br. dir. Merkezi } M(2, 3) \text{ ve yarıçapı } r = 5 \text{ olan}$$

çemberin denklemi ise $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$ elde edilir.



ÖRNEK

Merkezi $M(2, 1)$ olan ve $P(6, 4)$ noktasından geçen çemberin denklemini yazınız.

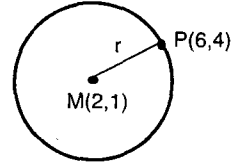
ÇÖZÜM

$M(2, 1)$ merkezli çember $P(6, 4)$ noktasından geçtiğine göre $IPMI$ uzunluğu yarıçap değeridir.

$$r = IPMI = \sqrt{(6-2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{16 + 9} = 5 \text{ br. dir.}$$

Merkezi $M(2, 1)$ ve yarıçapı $r = 5$ olan çember denklemini

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25 \text{ dir.}$$

**ÖRNEK**

Merkezi $M(2, -5)$ olan çember, denklemini $3x-4y-1=0$ olan doğruya teğettir. **Bu çemberin denklemini yazınız.**

ÇÖZÜM

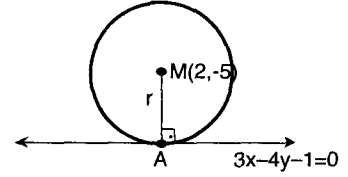
Koşullara uygun bir şekil çizer ve doğrunun çembere olan değme noktasına A dersek, teğetin değme noktasını merkeze birleştiren yarıçap, değme noktasında teğete dik olacağından M noktasının $3x-4y-1=0$ doğrusuna uzaklığı yarıçap uzunluğunu verecektir.

$$r = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot (-5) - 1|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|6+20-1|}{5} = \frac{25}{5} = 5 \text{ br. bulunur.}$$

Yani merkezi $M(2, -5)$ ve yarıçapı $r = 5$ olan çember istenmektedir.

$$(x-2)^2 + [y - (-5)]^2 = 25$$

$$(x-2)^2 + (y+5)^2 = 25 \text{ elde edilir.}$$

**ÖRNEK**

$A(-6, 0)$, $B(0, 8)$ ve $C(0, 0)$ noktalarından geçen çember denklemini nedir?

ÇÖZÜM

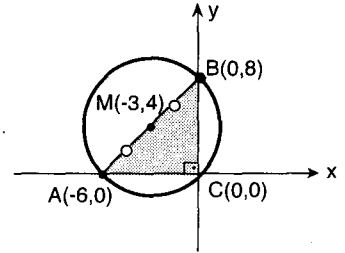
Çapı gören çevre açısı dik olduğundan $[AB]$ çap olur. $[AB]$ nin orta noktası merkez olduğundan

$$M\left(\frac{-6+0}{2}, \frac{0+8}{2}\right) \Rightarrow M(-3, 4) \text{ dur.}$$

Öte yandan $[AB]$ çap ise $|AB| = 2r$ ve ACB dik üçgeninde Pisagor bağıntısından;

$$|AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2 \Rightarrow (2r)^2 = 36 + 64 \Rightarrow 4r^2 = 100 \Rightarrow r^2 = 25 \Rightarrow r = 5 \text{ elde edilir.}$$

Merkezi $M(-3, 4)$ ve yarıçapı $r = 5$ ise aranan denklem $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$ elde edilir.

**ÇEMBERİN GENEL DENKLEMİ**

Merkezi $M(a, b)$ ve yarıçapı r olan çemberin denklemini $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ idi. Bu denklem açılır ve düzenlenirse;

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0 \text{ olur. Denklemde}$$

$$-2a = D, -2b = E \text{ ve } a^2 + b^2 - r^2 = F \text{ denilirse}$$

$$\boxed{x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0} \text{ elde edilir.}$$

$$-2a = D \Rightarrow a = -\frac{D}{2}$$

$$-2b = E \Rightarrow b = -\frac{E}{2} \text{ den çemberin merkezi } M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right) \text{ dir.}$$

$$a^2 + b^2 - r^2 = F \Rightarrow r^2 = a^2 + b^2 - F \Rightarrow r^2 = \frac{D^2}{4} + \frac{E^2}{4} - F$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{D^2 + E^2 - 4F}{4} \text{ den yarıçap ise } r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2} \text{ bulunur.}$$

Yani çemberin denklemi $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ biçiminde ise merkezi $M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$ ve yarıçapı $r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$ dir.

- i) Burada D, E ve F katsayılarının, x^2 ve y^2 nin katsayıları 1 olduğu andaki katsayılar olduğuna dikkat edilmelidir.
- ii) $D^2 + E^2 - 4F$ sayısına çember denkleminin diskriminantı denir ve Δ ile gösterilir.

$$\Delta = D^2 + E^2 - 4F \text{ dir.}$$

UYARI 1 :

- a) $\Delta = D^2 + E^2 - 4F > 0$ ise $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ denklemi gerçel yarıçaplı bir çember belirtir. Merkezi $M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$ ve yarıçapı $r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$ dir.
- b) $\Delta = D^2 + E^2 - 4F = 0$ ise $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ denklemi bir nokta belirtir. Bu nokta, $M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$ merkez noktasıdır. (Nokta çemberi)
- c) $\Delta = D^2 + E^2 - 4F < 0$ ise $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ denklemi reel bir çember belirtmez. Bu durumda çember sanal yarıçaplı imajiner çemberdir.

UYARI 2 :

A, B, C, D, E, F $\in \mathbb{R}$ olmak üzere x ve y'ye bağlı, iki değişkenli, ikinci dereceden bir kapalı fonksiyonun genel ifadesi

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0 \text{ biçimindedir.}$$

Bu denklem tüm koniklerin genel denklemidir. Bu denklemin çember belirtebilmesi için

- i) x.y li terim olmamalı (c = 0 olmalı)
- ii) x^2 ve y^2 nin katsayıları eşit olmalı (A = B olmalı)
- iii) Eşit olan A ve B nin 1 olması sağlanmalı (A = B = 1)
- iv) A = B = 1 durumunda x in katsayısı D, y nin katsayısı E ve sabit terim F olarak alınmalıdır.
- v) Tüm sayılan maddeler gerçekleştiğinde çember denkleminin diskriminantı $\Delta = D^2 + E^2 - 4F$ değeri hesaplanmalıdır.
- vi) $\Delta = D^2 + E^2 - 4F > 0$ ise denklem bir çember belirtmektedir ve de merkezi $M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$, yarıçapı ise $r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$ dir.

ÖRNEK

$x^2+y^2+6x-10y-2=0$ çemberinin merkezini ve yarıçapını bulunuz.

ÇÖZÜM

1. YOL : $D=6$, $E=-10$, $F=-2$ olduğuna göre çemberin merkezi

$$M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right) \Rightarrow M\left(-\frac{6}{2}, -\frac{(-10)}{2}\right) \Rightarrow M(-3, 5) \text{ ve}$$

$$\text{yarıçapı } r = \frac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{36+100+8}}{2} = \frac{\sqrt{144}}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ br. bulunur.}$$

2. YOL : Denkleme "parantez kareye tamamlama" yöntemi uygulanırsa

$$x^2+6x+y^2-10y-2=0$$

$$(x+3)^2 - 9 + (y-5)^2 - 25 - 2 = 0$$

$$(x+3)^2 + (y-5)^2 = 36 \text{ elde edilir ki } M(-3, 5) \text{ ve } r=6 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$2x^2+2y^2-12x+16y-22=0$ denklemi analitik düzlemde ne belirtir?

ÇÖZÜM

$2x^2+2y^2-12x+16y-22=0$ denkleminde x, y 'li terim bulunmadığı ve de $A=B=2$ olduğu için her terimi 2 ye bölerek $A=B=1$ olmasını sağlayalım.

$$x^2+y^2-6x+8y-11=0 \text{ olur. Diskriminantına bakarsak}$$

$$\Delta = D^2+E^2-4F = 36+64-4(-11) = 36+64+44 = 144 > 0$$

olduğundan denklem analitik düzlemde

$$\text{merkezi } M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right) \Rightarrow M\left(-\frac{(-6)}{2}, -\frac{8}{2}\right) \Rightarrow M(3, -4) \text{ ve}$$

$$\text{yarıçapı } r = \frac{\sqrt{\Delta}}{2} = \frac{\sqrt{144}}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ br olan bir çember belirtir.}$$

ÖRNEK

$(m-2)x^2+(4-m)y^2-4mx+6y-1=0$ denklemi analitik düzlemde bir çember belirttiğine göre merkezinin koordinatlarını ve yarıçapını bulunuz.

ÇÖZÜM

x, y li terim yoktur. Denklem çember belirttiğine göre x^2 ve y^2 li terimlerin katsayıları eşit olmalıdır.

$$A=B \Rightarrow m-2=4-m \Rightarrow 2m=6 \Rightarrow m=3 \text{ bulunur } m=3 \text{ değeri denklemde yerine yazılırsa;}$$

$$x^2+y^2-12x+6y-1=0 \text{ elde edilir.}$$

$$\text{Öyleyse çemberin merkezi } M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right) \Rightarrow M\left(-\frac{(-12)}{2}, -\frac{6}{2}\right) \Rightarrow M(6, -3) \text{ ve}$$

$$\text{yarıçapı } r = \frac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{144+36+4}}{2} = \frac{\sqrt{184}}{2} = \frac{2\sqrt{46}}{2} = \sqrt{46} \text{ br bulunur.}$$

ÖRNEK

$mx^2+my^2+(m-2)xy-4mx+6y-\frac{7}{2}=0$ denklemi analitik düzlemde bir çember belirttiğine göre bu çemberin merkezinin koordinatlarını ve yarıçapını bulunuz.

ÇÖZÜM

Denklem bir çember belirttiğine göre $x.y$ li terimi olmamalıdır. Yani $c = 0$ olmalıdır. Buradan

$$c = 0 \Rightarrow m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2 \text{ bulunur. } m = 2 \text{ değeri denklemde yerine yazılırsa}$$

$$2x^2 + 2y^2 - 8x + 6y - \frac{7}{2} = 0 \text{ elde edilir.}$$

Eşit olan A ve B nin 1 olması sağlanırsa çember denklemi

$$x^2 + y^2 - 4x + 3y - \frac{7}{4} = 0 \text{ konumunu alır.}$$

$$\text{Öyleyse merkezi } M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right) \Rightarrow M\left(-\frac{(-4)}{2}, -\frac{3}{2}\right) \Rightarrow M(2, -\frac{3}{2}) \text{ ve}$$

$$\text{yarıçapı } r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2} = \frac{\sqrt{16 + 9 - 4 \cdot (-\frac{7}{4})}}{2} = \frac{\sqrt{16 + 9 + 7}}{2} = \frac{\sqrt{32}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ birimdir.}$$

ÖRNEK

$(p-1)x^2 + 4y^2 - 8x + (q-p+3)xy - 1 = 0$ denklemi bir çember belirttiğine göre **$2p-5q$ işleminin eşiti kaçtır?**

ÇÖZÜM

i) x^2 ve y^2 nin katsayıları eşit olmalıdır.

$$A = B \Rightarrow p - 1 = 4 \Rightarrow p = 5 \text{ bulunur.}$$

ii) xy li terim bulunmamalıdır.

$$\left. \begin{array}{l} c = 0 \\ p = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow q - p + 3 = 0 \Rightarrow q - 5 + 3 = 0 \Rightarrow q - 2 = 0 \Rightarrow q = 2 \text{ elde edilir.}$$

$$\left. \begin{array}{l} p = 5 \\ q = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow 2p - 5q = 2 \cdot 5 - 5 \cdot 2 = 10 - 10 = 0 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$k \in \mathbb{Z}$ dir. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - k + 1 = 0$ denklemi bir çember belirttiğine göre **k nın alabileceği en küçük tamsayı kaçtır?**

ÇÖZÜM

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ denkleminin bir çember belirtmesi için $\Delta = D^2 + E^2 - 4F > 0$ olmalıdır.

Öyleyse

$$D = -2, E = 4 \text{ ve } F = -k + 1 \text{ ise}$$

$$4 + 16 - 4(-k + 1) > 0 \text{ dan}$$

$$20 - 4(-k + 1) > 0$$

$$-4(-k + 1) > -20$$

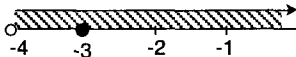
$$4(-k + 1) < 20$$

$$-k + 1 < 5$$

$$-k < 4$$

$$k > -4 \text{ den } k \text{ nın alabileceği}$$

en küçük tamsayı -3 bulunur.

**ÖRNEK**

$x^2 + y^2 - 6x + 10y - 2 = 0$ çemberi ile aynı merkezli olan ve $P(2, -1)$ noktasından geçen çember denklemini yazınız.

ÇÖZÜM

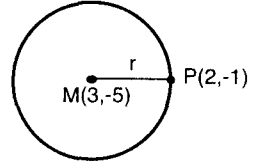
$x^2+y^2-6x+10y-2=0$ çemberinin merkezi $M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right) \Rightarrow M\left(-\frac{(-6)}{2}, -\frac{10}{2}\right) \Rightarrow M(3, -5)$ bulunur. Bu durumda aranan çemberin merkezi de $M(3, -5)$ dir. Aranan çember $P(2, -1)$ noktasından geçtiğine göre;

IPMI = r olacağından

$$r = \text{IPMI} = \sqrt{(3-2)^2 + (-5+1)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17} \text{ br. dir.}$$

Öyleyse istenilen çember denklemi;

$$(x-3)^2 + (y+5)^2 = 17 \text{ dir.}$$

**ÖRNEK**

Merkezi $M(6, 4)$ ve yarıçapı $r = 10$ olan çemberin y eksenini kestiği noktaların koordinatlarını bulunuz.

ÇÖZÜM

$M(6, 4)$ $\wedge$ $r = 10$ ise çember denklemi

$$(x-6)^2 + (y-4)^2 = 100 \text{ dür.}$$

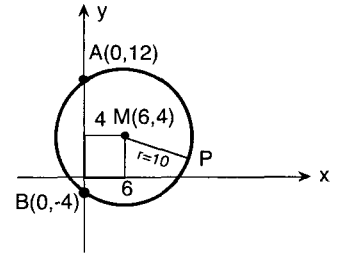
Oy eksenini kestiği noktaları bulmak için $x = 0$ yazılırsa;

$$36 + (y-4)^2 = 100$$

$$(y-4)^2 = 64 \Rightarrow y-4 = 8 \vee y-4 = -8 \text{ den}$$

$$y = 12 \vee y = -4 \text{ bulunur.}$$

Yani aranan noktalar $A(0, 12)$ ve $B(0, -4)$ dür.

**ÖRNEK**

$P_1(0, 1)$, $P_2(0, 6)$, $P_3(3, 0)$ noktalarından geçen çember denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

Aranılan çemberin genel denklemi

$$(\text{Ç}) : x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \text{ biçimindedir.}$$

Çember, P_1, P_2, P_3 noktalarından geçtiği için bu noktaların koordinatları yukarıdaki denklemi sağlar. O halde

$$P_1 \in (\text{Ç}) \Rightarrow 1 + E + F = 0$$

$$P_2 \in (\text{Ç}) \Rightarrow 36 + 6E + F = 0$$

$$P_3 \in (\text{Ç}) \Rightarrow 9 + 3D + F = 0 \text{ bulunur.}$$

D, E, F ye göre üç bilinmeyenli olan bu denklem sistemi çözülerek,

$$D = -5, E = -7, F = 6 \text{ elde edilir.}$$

O halde bu üç noktadan geçen çember denklemi

$$x^2 + y^2 - 5x - 7y + 6 = 0 \text{ dir.}$$

Bu çemberin merkez koordinatları $M\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$ ve yarıçapı $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ br. dir.

ÖRNEK

$P_1(0, -3)$, $P_2(4, 0)$ noktalarından geçen ve merkezi $x+2y=0$ doğrusu üzerinde bulunan çember denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

Aranılan çemberin denklemi

(Ç) : $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ biçimindedir. Bu çember P_1 ve P_2 noktalarından geçeceği için bu noktaların koordinatları çember denklemini sağlar. Öyleyse

$$P_1 \in (\text{Ç}) \Rightarrow 9-3E+F=0 \quad ①$$

$$P_2 \in (\text{Ç}) \Rightarrow 16+4D+F=0 \quad ② \text{ bulunur.}$$

Çemberin merkezi $M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$ olup, bu nokta $x+2y=0$ doğrusu üzerinde bulunduğundan, merkez koordinatları bu doğru denklemini sağlar. Yani

$$-\frac{D}{2} + 2\left(-\frac{E}{2}\right) = 0 \text{ dan}$$

$$-\frac{D}{2} - E = 0$$

$$D + 2E = 0 \quad ③ \text{ olur.}$$

①, ②, ③ denklemlerinin oluşturduğu sistem çözülerek $D = -\frac{14}{5}$, $E = \frac{7}{5}$, $F = -\frac{24}{5}$ elde edilir. Yani aranılan çember denklemi;

$$x^2 + y^2 - \frac{14}{5}x + \frac{7}{5}y - \frac{24}{5} = 0 \text{ veya}$$

$$5x^2 + 5y^2 - 14x + 7y - 24 = 0 \text{ dir.}$$

Bu çemberin merkezi $M\left(\frac{7}{5}, -\frac{7}{10}\right)$ ve yarıçapı ise $r = \frac{\sqrt{29}}{2}$ br. dir.

ÖRNEK

$x^2+y^2+px+4y+5=0$ denkleminin bir nokta belirtmesi için p ne olmalıdır?

ÇÖZÜM

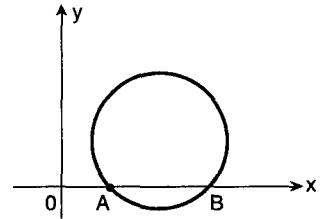
$x^2+y^2+px+4y+5=0$ denkleminin bir nokta belirtmesi için $\Delta = D^2+E^2-4F=0$ olmalıdır.

$$D=p, \quad E=4, \quad F=5 \text{ ise}$$

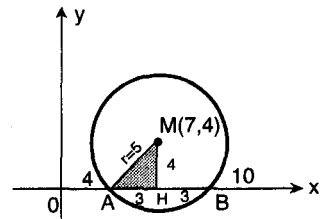
$$p^2+16-4.5=0 \Rightarrow p^2+16-20=0 \Rightarrow p^2-4=0 \Rightarrow p^2=4 \text{ den } p=\pm 2 \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$A(4, 0)$ ve $B(10, 0)$ noktalarından geçen ve çevresi 10π birim olan şekildeki çemberin denklemini bulunuz.

**ÇÖZÜM**

$\text{Ç} = 2\pi r \Rightarrow 2\pi r = 10\pi$ den $2r = 10$ ve $r = 5$ br. dir. $[AB]$ doğru parçası çemberin kirişi olup bir kirişin orta dikmesi çember merkezinden geçer. $AB = 6$ br ve merkezden kirişe inilen dikme kirişi ortalayacağından $IAH = IHBI = 3$ br. dir. AHM dik üçgeninden $IMHI = 4$ br ve $M(7, 4)$ bulunur. Yani çember denklemi $(x-7)^2 + (y-4)^2 = 25$ dir.



ÇEMBERDE ÖZEL DURUMLAR

1) MERKEZİL (MERKEZCİL) ÇEMBER :

Merkezi başlangıç (orijin) noktası olan çemberdir. $a = 0$, $b = 0$, $M(0, 0)$ ve yarıçapı r olacağından merkezil çemberin denklemi $(x-0)^2 + (y-0)^2 = r^2$ den $\boxed{x^2 + y^2 = r^2}$ dir.

ÖRNEK

$P(-3, 4)$ noktasından geçen merkezil çemberin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

$P(-3, 4)$ noktası aranılan $x^2 + y^2 = r^2$ merkezil çemberinin üzerinde bulunduğundan, nokta koordinatları çember denklemini sağlamalıdır.

$$P \in (\text{Ç}) \Rightarrow (-3)^2 + 4^2 = r^2 \Rightarrow r^2 = 9 + 16 = 25 \text{ olur.}$$

Öyleyse söz konusu çember denklemleri $x^2 + y^2 = 25$ dir.

2) BAŞLANGIÇ NOKTASINDAN GEÇEN ÇEMBER :

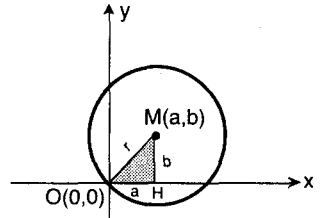
Merkezi $M(a, b)$ ve yarıçapı r olan çember denklemleri $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ idi. Bu çember $O(0, 0)$ noktasından geçtiğine göre nokta koordinatları çember denklemini sağlamalıdır. Buradan;

$$O(0, 0) \in (\text{Ç}) \Rightarrow (0-a)^2 + (0-b)^2 = r^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = r^2 \text{ yada}$$

MHO dik üçgeninden pisagorla $a^2 + b^2 = r^2$ elde edilir. Çemberin açılmış durumundaki genel denklemi

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + \underbrace{a^2 + b^2 - r^2}_{0 \text{ olur.}} = 0 \text{ dir.}$$

$a^2 + b^2 = r^2$ ise denklem $\boxed{x^2 + y^2 + Dx + Ey = 0}$ konumunu alır. Yani başlangıç noktasından geçen bir çember denkleminde **sabit yoktur**. $F = a^2 + b^2 - r^2 = 0$ dir. ($a^2 + b^2 = r^2$ olduğundan)



ÖRNEK

Başlangıç noktasından geçen şekildeki çemberin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

1. YOL : Çapı gören çevre açısı dik olacağından $[AB]$ doğru parçası çaptır. Merkez orta nokta koordinatlarından

$$M\left(\frac{0+12}{2}, \frac{-16+0}{2}\right) \Rightarrow M(6, -8) \text{ olur.}$$

AOB dik üçgeninde 3k, 4k, 5k kuralından çap, yani

$$|AB| = 2r = 20 \text{ ve } r = 10 \text{ bulunur.}$$

Çember denklemleri $(x-6)^2 + (y+8)^2 = 100$ den

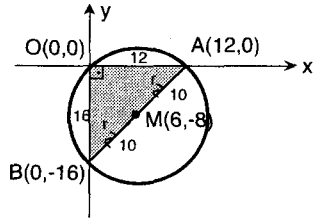
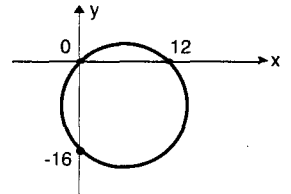
$$x^2 + y^2 - 12x + 16y = 0 \text{ elde edilir.}$$

2. YOL : Aranılan çember orijinden geçtiğine göre denklemleri $x^2 + y^2 + Dx + Ey = 0$ biçiminde olmalıdır. A ve B noktaları, bu çemberin noktaları olduğu için, koordinatları çember denklemini sağlamalıdır.

$$A \in (\text{Ç}) \Rightarrow 144 + 12D = 0 \Rightarrow 12D = -144 \Rightarrow D = -12$$

$$B \in (\text{Ç}) \Rightarrow 256 - 16E = 0 \Rightarrow 16E = 256 \Rightarrow E = 16 \text{ bulunur.}$$

Yani çemberin denklemleri $x^2 + y^2 - 12x + 16y = 0$ dir.



3) MERKEZİ 0x EKSENİ ÜZERİNDE BULUNAN ÇEMBER :

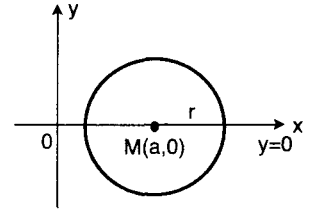
Çemberin merkezi 0x ekseninde ise $b = 0$ olur.

Merkez $M(a, 0) \wedge$ yarıçap r ise denklem $(x-a)^2 + y^2 = r^2$ biçimindedir.

Açılırsa, $x^2 + y^2 + Dx + F = 0$ konumuna gelir.

i) Denklem $x^2 + y^2 + Dx + F = 0$ şeklindedir.

ii) y li terim yoktur. Yani $E = 0$ olup, $F = a^2 - r^2$ dir.

**ÖRNEK**

Merkezinin koordinatları $M(-3, 0)$ ve yarıçapı $r = 4$ birim olan çemberin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

Merkez $M(-3, 0)$ olduğuna göre 0x ekseninde bulunur. $M(-3, 0) \wedge r = 4$ ise denklem

$$(x+3)^2 + y^2 = 16 \text{ dan}$$

$$x^2 + y^2 + 6x - 7 = 0 \text{ bulunur.}$$

4) MERKEZİ 0y EKSENİ ÜZERİNDE BULUNAN ÇEMBER :

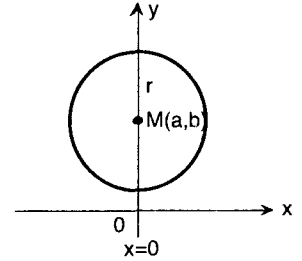
Çemberin merkezi 0y ekseninde ise $a = 0$ olur.

Merkez $M(0, b) \wedge$ yarıçap r ise denklem $x^2 + (y-b)^2 = r^2$ biçimindedir.

Açılırsa, $x^2 + y^2 + Ey + F = 0$ konumuna gelir.

i) Denklem $x^2 + y^2 + Ey + F = 0$ şeklindedir.

ii) x li terim yoktur. Yani $D = 0$ olup $F = b^2 - r^2$ dir.

**ÖRNEK**

$A(0, 3)$ ve $B(0, 11)$ noktaları veriliyor. $[AB]$ doğru parçasını çap kabul eden çember denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

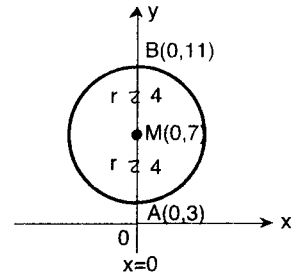
$[AB]$ doğru parçasını çap kabul eden çemberin merkezi y ekseninde bulunur. Merkez $[AB]$ doğru parçasının orta noktası olup $M(0, 7)$ dir.

$$|AB| = 2r = 11 - 3 = 8 \text{ den } r = 4 \text{ dür.}$$

Öyleyse $M(0, 7) \wedge r = 4$ den çemberin denklemini

$$x^2 + (y-7)^2 = 16 \text{ veya}$$

$$x^2 + y^2 - 14y + 33 = 0 \text{ bulunur.}$$

**5) 0x EKSENİNE TEĞET OLAN ÇEMBER :**

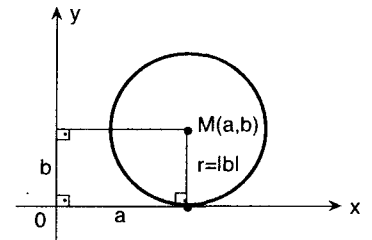
Çember 0x eksenine teğet ise şekilden görüleceği gibi $r = |b|$ olur ki

$M(a, b) \wedge r = |b|$ den denklemini

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2 \text{ veya } (x-a)^2 + (y \mp r)^2 = r^2 \text{ den}$$

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \text{ bulunur.}$$

Burada $F = a^2$ dir.



ÖRNEK

Merkezinin koordinatları $M(2, 3)$ ve $0x$ eksenine teğet olan çemberin denklemini bulunuz.

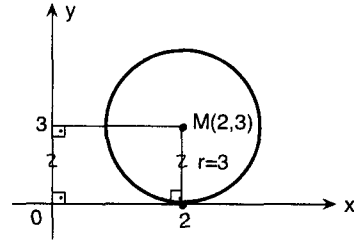
ÇÖZÜM

$r = |b| = |3| = 3$ dür.

$M(2, 3) \wedge r = 3$ ise denklem

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9 \text{ veya}$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0 \text{ biçimindedir.}$$

**6) 0y EKSENİNE TEĞET OLAN ÇEMBER :**

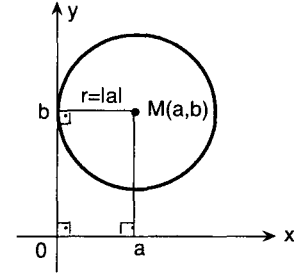
Çember $0y$ eksenine teğet ise şekilden görüleceği gibi $r = |a|$ olur ki

$M(a, b) \wedge r = |a|$ dan denklemi

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2 \text{ veya } (x \mp r)^2 + (y-b)^2 = r^2 \text{ den}$$

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \text{ bulunur.}$$

Burada $F = b^2$ dir.

**ÖRNEK**

Merkezinin koordinatları $M(-4, 2)$ ve $0y$ eksenine teğet olan çemberin denklemini bulunuz.

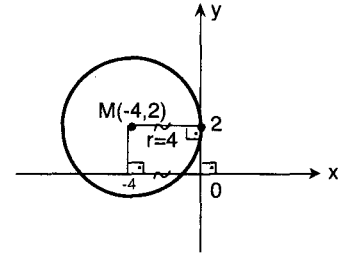
ÇÖZÜM

$r = |a| = |-4| = 4$ dür.

$M(-4, 2) \wedge r = 4$ ise denklem

$$(x+4)^2 + (y-2)^2 = 16 \text{ veya}$$

$$x^2 + y^2 + 8x - 4y + 4 = 0 \text{ biçimindedir.}$$

**7) HER İKİ EKSENE DE TEĞET OLAN ÇEMBER :**

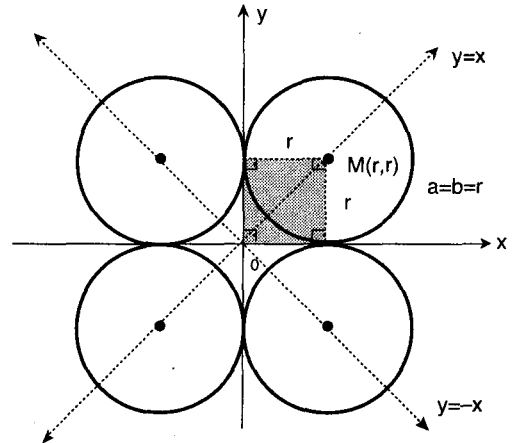
Çember her iki eksene de teğet ise $|a| = |b| = r$ olup denklemi;

$$(x \mp r)^2 + (y \mp r)^2 = r^2 \text{ veya}$$

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \text{ biçimindedir.}$$

Burada $F = r^2$ dir.

Her iki eksene de teğet olan çemberlerin merkezleri 1. ya da 2. açartay doğrusu üzerinde bulunur.

**ÖRNEK**

Merkezinin koordinatları $M(-2, 2)$ ve her iki eksene de teğet olan çemberin denklemini bulunuz.

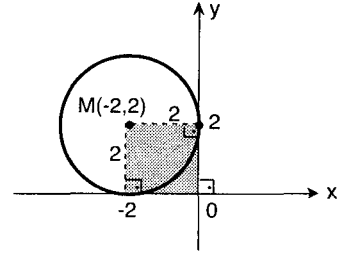
ÇÖZÜM

$a = -2$ ve $b = 2$ olup $|a| = |b| = r = 2$ dir.

$M(-2, 2) \wedge r = 2$ ise denklem

$$(x+2)^2 + (y-2)^2 = 4 \text{ veya}$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0 \text{ biçimindedir.}$$

**ÖRNEK**

Her iki eksene teğet olan ve $A(6,3)$ noktasından geçen çemberin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

Her iki eksene teğet olan çemberin $A(6,3)$ noktasından geçtiği verildiğine göre söz konusu çemberin merkezi A noktasından dolayı, birinci bölgededir ve $M(r, r)$ biçimindedir. Öyleyse aranan çember $(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$ ($r > 0$) şeklinde olup, $A(6, 3)$ noktasının koordinatlarınca gerçekleşmelidir.

$$A(6, 3) \in (\text{Ç}) \Rightarrow (6-r)^2 + (3-r)^2 = r^2 \text{ den}$$

$$36 - 12r + r^2 + 9 - 6r + r^2 = r^2$$

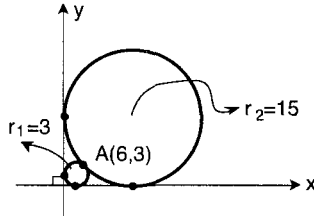
$$r^2 - 18r + 45 = 0$$

$$\text{Çarpanları : } -15 \quad -3$$

$$\text{Kökleri : } r_1 = 3 \wedge r_2 = 15 \text{ bulunur.}$$

Yani sorulmakta olan iki çember vardır ve yarıçapları sırasıyla 3 ve 15 birim olup denklemleri $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$ yada $(x-15)^2 + (y-15)^2 = 225$ şeklindedir.

Daha iyi kavranması için bulunan çemberler aşağıda gösterilmiştir.

**ÖRNEK**

Merkezi $2x+3y-12=0$ doğrusu üzerinde bulunan ve II. bölgede her iki eksene de teğet olan çemberin yarıçapı kaçtır?

ÇÖZÜM

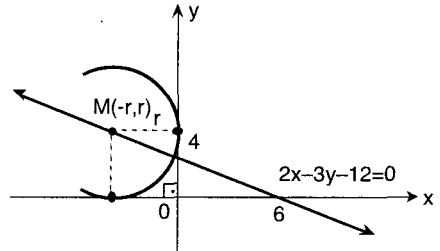
1. YOL : Koşullara uygun şekil çizilirse yandaki gibi olur. $M(-r, r)$ dir.

$2x+3y-12=0$ doğru denkleminde

$$x=0 \Rightarrow y=4 \wedge y=0 \Rightarrow x=6 \text{ elde edilir.}$$

Merkez $2x+3y-12=0$ doğrusu üzerinde olduğundan, koordinatları doğru denklemini sağlamalıdır.

$$2(-r) + 3.r - 12 = 0 \Rightarrow r - 12 = 0 \Rightarrow r = 12 \text{ dir.}$$



2. YOL : Her iki eksene teğet olan çemberlerin merkezleri açıortay doğruları üzerindeydi. Çemberin merkezi II. bölgede ise, merkez $y = -x$ 2. açıortay doğrusunun üzerinde olmalıdır. Yani sözkonusu çemberin merkezi;

$$\left. \begin{array}{l} y = -x \\ 2x+3y-12=0 \end{array} \right\} \text{ doğrularının kesim noktasıdır.}$$

Ortak çözüm uygularsak;

$$2x+3(-x)-12=0 \Rightarrow -x-12=0 \Rightarrow x=-12 \wedge y=-x \text{ den } y=12 \text{ bulunur.}$$

Merkez $M(-12, 12)$ ise $r = |a| = |b| = 12$ elde edilir.

ÖRNEK

$y-1=0$ ve $y+5=0$ doğrularına teğet olan ve merkezi $y-x+1=0$ doğrusu üzerinde bulunan çemberin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$y-x+1=0 \Rightarrow y=x-1 \text{ dir.}$$

$$x=0 \Rightarrow y=-1 \wedge y=0 \Rightarrow x=1 \text{ olur.}$$

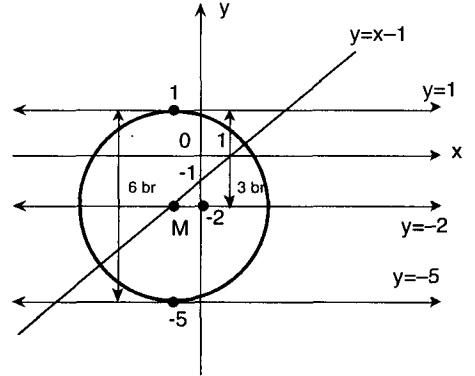
$$\left. \begin{array}{l} y-1=0 \Rightarrow y=1 \\ y+5=0 \Rightarrow y=-5 \end{array} \right\} \text{ yazılır ki,}$$

paralel bu iki doğru arasındaki uzaklık 6 birimdir.

Çember bu doğrulara teğet olacaksa çapı 6 br, yani yarıçapı $r=3$ br. olmalıdır.

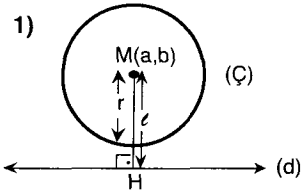
Yarıçapın 3 birim olması için merkez $y=-2$ doğrusu üzerinde, $y=-2$ doğrusu ile $y=x-1$ doğrusunun kesim noktasıdır. $y=-2 \Rightarrow -2=x-1 \Rightarrow x=-1$ ve de $M(-1, -2) \wedge r=3$ den çemberin denklemi

$$(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9 \text{ elde edilir.}$$



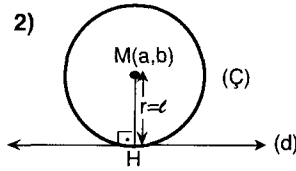
BİR DOĞRU İLE BİR ÇEMBERİN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ çemberi ile $y=mx+n$ doğrusu verilmiş olsun. Çember merkezinin doğruya olan uzaklığına ℓ diyelim.



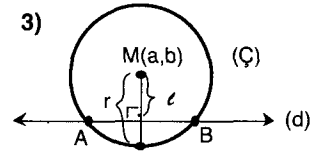
$\ell > r$ ise doğru çemberi kesmez, doğrunun tüm noktaları çemberin dışındadır.

$$(d) \cap (\text{Ç}) = \emptyset \text{ dir.}$$



$\ell = r$ ise doğru çembere bir ve yalnız bir noktada teğettir. Bu nokta H değme noktasıdır.

$$(d) \cap (\text{Ç}) = \{ H \} \text{ dir.}$$



$\ell < r$ ise doğru çemberi iki farklı noktada keser. Kesim noktaları A ve B dir.

$$(d) \cap (\text{Ç}) = \{ A, B \} \text{ dir.}$$

$Ax+By+C=0$ doğrusu ile $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ çemberinin kesim noktaları araştırılırken doğru denkleminde y çekilir. Yani doğrunun denklemi $y=mx+n$ biçimine getirilir ve y nin x türünden değeri çember denkleminde yerine konulur. Böylece ortak çözüme geçilmiş olur. Ortak çözüm, x 'e göre ikinci dereceden $ax^2+bx+c=0$ biçiminde bir denklem oluşturur. Bu denklemin diskriminantının Δ ile gösterildiği hatırlanırsa;

- i) $\Delta < 0$ ise doğru çemberi kesmez, doğrunun tüm noktaları çemberin dışındadır. Yani ortak noktaları yoktur. $(d) \cap (\zeta) = \emptyset$ dir.
- ii) $\Delta = 0$ ise doğru çembere bir ve yalnız bir noktada teğettir. Denklemin çakışık kökü, teğetin değme noktasının apsisidir. Değme noktası H ise $(d) \cap (\zeta) = \{ H \}$ dir.
- iii) $\Delta > 0$ ise doğru çemberi farklı iki noktada keser. Bu noktalar A ve B ise, denklemin kökleri, bu noktaların apsisleridir. $(d) \cap (\zeta) = \{ A, B \}$ dir.

Açıkladığımız işlemleri, $x^2+y^2 = r^2$ merkezli çemberi ile $y = mx+n$ doğrusuna uygulayalım.

$y = mx+n$ değeri $x^2+y^2 = r^2$ çemberinde yerine konursa;

$$x^2 + (mx+n)^2 = r^2$$

$$x^2 + m^2x^2 + 2mnx + n^2 - r^2 = 0$$

$$(1+m^2)x^2 + 2mnx + n^2 - r^2 = 0 \text{ olur. Burada}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4m^2n^2 - 4(1+m^2)(n^2 - r^2) \text{ den}$$

$$\Delta = 4m^2n^2 - 4n^2 + 4r^2 - 4m^2n^2 + 4m^2r^2$$

$$\Delta = 4(r^2 + m^2r^2 - n^2) = 4[r^2(1+m^2) - n^2] \text{ elde edilir.}$$

$\Delta < 0$, $\Delta = 0$ ve $\Delta > 0$ durumlarında her iki yanı 4'e bölmek eşitliği ya da eşitsizliği bozmayacağından diskriminantı

$$\Delta = r^2(1+m^2) - n^2 \text{ almak mümkündür.}$$

- i) $r^2(1+m^2) - n^2 > 0$ ise doğru çemberi iki farklı noktada keser.
- ii) $r^2(1+m^2) - n^2 < 0$ ise doğru çemberi kesmez.
- iii) $r^2(1+m^2) - n^2 = 0$ ise doğru çembere teğettir.

UYARI :

- i) $y = mx+n$ doğrusunun $x^2+y^2 = r^2$ merkezli çemberine teğet olma (değme) koşulu :

$$r^2(1+m^2) - n^2 = 0 \text{ dir.}$$

- ii) $y = mx+n$ doğrusunun $x^2+y^2 = r^2$ çemberine teğet olması durumunda değme noktasını $P(x_0, y_0)$ ile gösterirsek;

$$x_0 = -\frac{r^2m}{n} \wedge y_0 = \frac{r^2}{n} \text{ elde edilir ki}$$

$$\text{değme noktasının koordinatları } P\left(-\frac{r^2m}{n}, \frac{r^2}{n}\right) \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$x^2+y^2-6x+8y-25=0$ çemberi ile $y=3x-3$ doğrusunun kesim noktalarını bulunuz.

ÇÖZÜM

$y=3x-3$ değerini çember denkleminde yerine koyalım ve düzenleyelim.

$$x^2 + (3x-3)^2 - 6x + 8(3x-3) - 25 = 0$$

$$x^2 + 9x^2 - 18x + 9 - 6x + 24x - 24 - 25 = 0$$

$$10x^2 - 40 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x_1 = -2 \wedge x_2 = 2 \text{ olur.}$$

$$x_1 = -2 \Rightarrow y_1 = 3(-2) - 3 = -6 - 3 = -9 \text{ dan } A(-2, -9)$$

$$x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = 3 \cdot 2 - 3 = 6 - 3 = 3 \text{ den } B(2, 3) \text{ bulunur.}$$

Kesim noktaları $A(-2, -9) \wedge B(2, 3)$ dür.

ÖRNEK

$2x-y+p=0$ doğrusunun $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 25$ çemberine teğet olması için p ne olmalıdır?

ÇÖZÜM

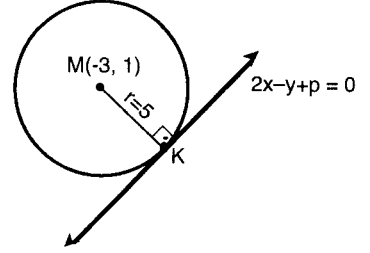
Çemberin merkezi $M(-3, 1)$ ve yarıçapı $r = 5$ dir.
 $M(-3, 1)$ noktasının $2x-y+p=0$ doğrusuna uzaklığı
 $r = 5$ yarıçapına eşit olur ise doğru çembere teğettir. Yani
 $IMKI = 5$ olmalıdır.

$$IMKI = \frac{|2(-3) - 1 + p|}{\sqrt{4+1}} = \frac{|-6-1+p|}{\sqrt{5}} = \frac{|-7+p|}{\sqrt{5}} = 5 \text{ den}$$

$|-7+p| = 5\sqrt{5}$ bulunur. Buradan

$$-7+p = 5\sqrt{5} \quad \vee \quad -7+p = -5\sqrt{5}$$

$$p = 5\sqrt{5}+7 \quad \vee \quad p = -5\sqrt{5}+7 \text{ elde edilir.}$$

**ÖRNEK**

$x^2+y^2 = 18$ çemberi ile $y = 2x-3$ doğrusunun birbirine göre konumu nedir?

ÇÖZÜM

$x^2+y^2 = 18$ merkezli çemberinde $r^2 = 18$ ve $y = 2x-3$ doğrusunda $m = 2 \wedge n = -3$ olduğundan diskriminanta bakalım.

$$\Delta = r^2(1+m^2) - n^2 = 18(1+4) - (-3)^2 = 18.5 - 9 = 90 - 9$$

$\Delta = 81 > 0$ olduğundan doğru çemberi iki farklı noktada keser.

ÖRNEK

$3x-4y-5=0$ doğrusunun $x^2+y^2 = r^2$ çemberine teğet olabilmesi için r kaç olmalıdır?

ÇÖZÜM

$3x-4y-5=0 \Rightarrow 4y=3x-5 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$ olur ki buradan $m = \frac{3}{4} \wedge n = -\frac{5}{4}$ bulunur.

Teğetlik koşulu $r^2(1+m^2) - n^2 = 0$ idi. m ve n değerleri yerine yazılırsa;

$$r^2 \left(1 + \frac{9}{16} \right) - \frac{25}{16} = 0$$

$$r^2 \cdot \frac{25}{16} = \frac{25}{16}$$

$$r^2 = 1 \Rightarrow r = 1 \text{ birim olmalıdır.}$$

ÇEMBER ÜZERİNDEKİ BİR NOKTADAN ÇEMBERE ÇİZİLEN TEĞET VE NORMAL DENKLEMLERİ

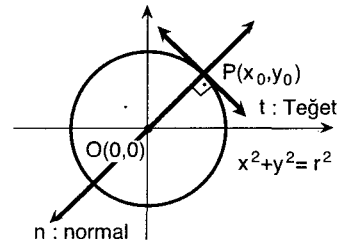
A) MERKEZİL ÇEMBERDE :

- i) $x^2+y^2 = r^2$ merkezli çemberi üzerinde bir $P(x_0, y_0)$ noktası alalım. P noktasından çembere bir teğet çizelim. Teğetin değme noktasında teğete dik olan ve çember merkezinden geçen dik doğruya çemberin **normali** denir.

$P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğet ve normalin denklemlerini bulacağız.

Normal, $O(0, 0)$ ve $P(x_0, y_0)$ noktalarından geçtiğine göre

$$M_N = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_0 - 0}{x_0 - 0} = \frac{y_0}{x_0} \text{ olur.}$$



Teğet ve normal dik iki doğru olduklarından,

$$M_T \cdot M_N = -1 \Rightarrow M_T \cdot \frac{y_0}{x_0} = -1 \Rightarrow M_T = -\frac{x_0}{y_0} \text{ bulunur.}$$

Öte yandan $P(x_0, y_0)$ noktası $x^2 + y^2 = r^2$ çemberi üzerinde bulunduğundan, koordinatları denklemi sağlamalıdır. $x_0^2 + y_0^2 = r^2$ dir.

Teğet Denklemi : $P(x_0, y_0)$ dan geçen, eğimi $M_T = -\frac{x_0}{y_0}$ olan doğrudur.

$$y - y_0 = m(x - x_0) \text{ den}$$

$$y - y_0 = -\frac{x_0}{y_0} (x - x_0)$$

$$yy_0 - y_0^2 = -xx_0 + x_0^2$$

$$xx_0 + yy_0 = x_0^2 + y_0^2$$

$$\underbrace{}_{r^2}$$

$$\boxed{xx_0 + yy_0 = r^2} \text{ elde edilir.}$$

Normal Denklemi : $P(x_0, y_0)$ dan geçen, eğimi $M_N = \frac{y_0}{x_0}$ olan doğrudur.

$$y - y_0 = m(x - x_0) \text{ den}$$

$$y - y_0 = \frac{y_0}{x_0} (x - x_0)$$

$$yx_0 - x_0y_0 = xy_0 - x_0y_0$$

$$\boxed{xy_0 - yx_0 = 0} \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$x^2 + y^2 = 16$ çemberine $A(3, -\sqrt{7})$ noktasından çizilen teğet ve normalin denklemlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$A(3, -\sqrt{7})$ noktasının koordinatları çember denkleminde yerine yazılırsa, denklemi sağladığı görülür. Yani A noktası çember üzerindedir.

Teğet Denklemi : $xx_0 + yy_0 = r^2$ den

$$3x - \sqrt{7}y = 16$$

$$\boxed{3x - \sqrt{7}y - 16 = 0} \text{ ve}$$

Normal Denklemi : $xy_0 - yx_0 = 0$ dan

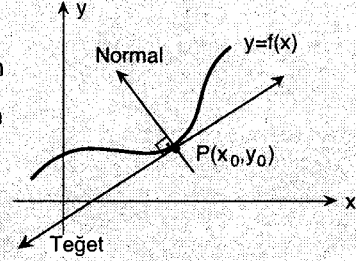
$$-\sqrt{7}x - 3y = 0 \text{ dan}$$

$$\boxed{\sqrt{7}x + 3y = 0} \text{ elde edilir.}$$

UYARI :

- a- $P(x_0, y_0)$ noktasında türevli olan $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerindeki P noktasından eğriye çizilen teğetin eğimi, fonksiyonun bu noktadaki türevine eşittir.

$$M_T = f'(P) \text{ dir.}$$



- b- $F(x, y) = 0$ bağıntısı ile verilen kapalı fonksiyonun türevi $y' = -\frac{F_x}{F_y}$ dir. F_x , F nin x e göre türevini, F_y , F nin y ye göre türevini gösterir.

ÖRNEK

$x^2 + y^2 - x + 3y - 10 = 0$ eğrisine üzerindeki $A(3, 1)$ noktasından çizilen teğet ve normalin eğimlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{dy}{dx} = y' = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x-1}{2y+3} \Rightarrow m_T = -\frac{2 \cdot 3 - 1}{2 \cdot 1 + 3} = -\frac{6-1}{2+3} = -\frac{5}{5} = -1 \text{ ve}$$

$$m_T \cdot m_N = -1 \text{ den } m_N = +1 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$x^2 + y^2 + 2x + 6y - 15 = 0$ eğrisine üzerindeki $P(2, 1)$ noktasından çizilen teğet ve normalin eğimlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$y' = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x+2}{2y+6} = -\frac{x+1}{y+3} \Rightarrow m_T = -\frac{2+1}{1+3} = -\frac{3}{4} \text{ ve } m_T \cdot m_N = -1 \text{ den } m_N = \frac{4}{3} \text{ bulunur.}$$

Öyleyse $x^2 + y^2 = r^2$ merkezli çemberine üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğet ve normalin denklemlerini türev yardımı ile de bulmak mümkündür. Bir örnekle inceleyelim.

ÖRNEK

$x^2 + y^2 = 25$ çemberine üzerindeki $P(3, 4)$ noktasından çizilen teğet ve normalin denklemlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$y' = -\frac{2x}{2y} = -\frac{x}{y} \Rightarrow m_T = -\frac{3}{4} \text{ olur.}$$

$$m_T = -\frac{3}{4} \wedge P(3, 4) \text{ ise teğet denklemi}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ yada } xx_0 + yy_0 = r^2 \text{ den}$$

$$y - 4 = -\frac{3}{4}(x - 3) \quad 3x + 4y - 25 = 0 \text{ bulunur ki aynı olduğu gözlenir.}$$

$$4y - 16 = -3x + 9$$

$$3x + 4y - 25 = 0$$

$$m_T = -\frac{3}{4} \wedge m_T \cdot m_N = -1 \Rightarrow m_N = \frac{4}{3} \text{ olur.}$$

$m_N = \frac{4}{3} \wedge P(3, 4)$ ise normalin denklemi

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$xy_0 - yx_0 = 0 \text{ eşitliğinden}$$

$$y - 4 = \frac{4}{3}(x - 3)$$

$$4x - 3y = 0 \text{ elde edilir.}$$

$$3y - 12 = 4x - 12$$

$$4x - 3y = 0$$

ya da

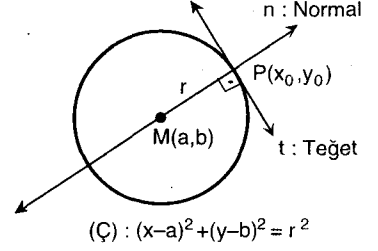
Her iki sonucunda aynı olduğunu inceleyiniz.

B) MERKEZİNİN KOORDİNATLARI $M(a, b)$ ve YARIÇAPI r OLAN GENEL ÇEMBERDE :

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ çemberi üzerinde aldığımız $P(x_0, y_0)$ noktasından çembere ve teğetin değme noktasında $(P(x_0, y_0))$ noktasında teğete dik olan, çember merkezinden geçen normalin denklemlerini bulalım.

$$P(x_0, y_0) \wedge M(a, b) \Rightarrow m_N = m_{PM} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_0 - b}{x_0 - a} \text{ dir.}$$

$$m_T \cdot m_N = -1 \text{ ise } m_T = -\frac{1}{m_N} = -\frac{x_0 - a}{y_0 - b} \text{ bulunur.}$$



Teğet denklemi : $P(x_0, y_0)$ noktasından geçen, eğimi $m_T = -\frac{x_0 - a}{y_0 - b}$ olan doğru denklemdir.

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ den}$$

$$y - y_0 = -\frac{x_0 - a}{y_0 - b}(x - x_0)$$

$$(y - y_0)(y_0 - b) = -(x - x_0)(x_0 - a)$$

$$(x - x_0)(x_0 - a) + (y - y_0)(y_0 - b) = 0 \text{ bulunur.}$$

Normal denklemi : $P(x_0, y_0)$ noktasından geçen, eğimi $m_N = \frac{y_0 - b}{x_0 - a}$ olan doğru denklemdir.

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ den}$$

$$y - y_0 = \frac{y_0 - b}{x_0 - a}(x - x_0)$$

$$(y - y_0)(x_0 - a) = (x - x_0)(y_0 - b)$$

$$(x - x_0)(y_0 - b) - (y - y_0)(x_0 - a) = 0 \text{ elde edilir.}$$

UYARI :

i) $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ çemberine üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetin denklemi :

A) $(x-a)(x_0-a) + (y-b)(y_0-b) = r^2$

B) $(x-x_0)(x_0-a) + (y-y_0)(y_0-b) = 0$

C) $xx_0 + yy_0 - a(x+x_0) - b(y+y_0) + \underbrace{a^2+b^2-r^2}_{F} = 0$

D) Kapalı fonksiyon türevi ile ,

olmak üzere herhangi birisinin seçimiyle bulunabilir.

ii) Teğetin denklemi bulunduğunda normalin denklemine geçiş;

$$m_T \cdot m_N = -1 \Rightarrow m_N = -\frac{1}{m_T} \wedge P(x_0, y_0) \text{ olmak üzere}$$

eğimi ve bir noktası bilinen doğru denklemi şeklinde olacaktır.

ÖRNEK

$x^2+y^2-6x+8y-25=0$ çemberine üzerindeki $P(2, t)$ noktasından çizilen teğet ve normal denklemlerini bulunuz. (Nokta koordinat düzleminin birinci bölgesindedir.)

ÇÖZÜM

$P(2, t)$ noktası çembere ait bir nokta olduğundan koordinatları denklemi sağlamalıdır.

$$P(2, t) \in (\text{Ç}) \Rightarrow 2^2+t^2-6 \cdot 2+8 \cdot t-25=0$$

$$t^2+8t-33=0$$



Çarpanları : $11 \wedge -3$

Kökleri : $-11 \wedge 3$ dür.

$t = -11 \wedge t = 3$ bulunur.

P noktası koordinat düzleminin birinci bölgesinde ise $P(2,3)$ olur.

$x^2+y^2-6x+8y-25=0$ denklemi kareye tamamlanırsa

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 - 9 - 16 - 25 = 0 \Rightarrow (x-3)^2 + (y+4)^2 = 50 \text{ bulunur.}$$

1. YOL :

$$m_N = \frac{3 - (-4)}{2 - 3} = \frac{3+4}{-1} = -7$$

$$m_T \cdot m_N = -1 \Rightarrow m_T = \frac{1}{7} \text{ dir.}$$

Teğet denklemi : $m_T = \frac{1}{7} \wedge P(2, 3)$ ise

$$y-3 = \frac{1}{7} (x-2)$$

$$7y-21 = x-2$$

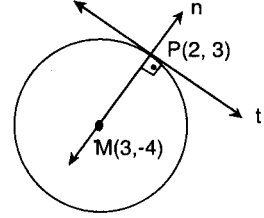
$$x-7y+19=0$$

Normal denklemi : $m_N = -7 \wedge P(2, 3)$ ise

$$y-3 = -7(x-2)$$

$$y-3 = -7x+14$$

$$7x+y-17=0 \text{ elde edilir.}$$



2. YOL : Teğet formülleri ile teğet denklemlerini yazalım.

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 - 6x + 8y - 25 = 0 \\ (x-3)^2 + (y+4)^2 = 50 \end{array} \right\} \wedge P(2, 3) \text{ ise}$$

A) $(x-a)(x_0-a) + (y-b)(y_0-b) = r^2$

$$(x-3)(2-3) + (y+4)(3+4) = 50$$

$$-x+3+7y+28 = 50$$

$$x-7y+19=0$$

B) $(x-x_0)(x_0-a) + (y-y_0)(y_0-b) = 0$

$$(x-2)(2-3) + (y-3)(3+4) = 0$$

$$-x+2+7y-21 = 0$$

$$x-7y+19=0$$

$$C) \quad xx_0 + yy_0 - a(x+x_0) - b(y+y_0) + F = 0$$

$$2x + 3y - 3(x+2) + 4(y+3) - 2r = 0$$

$$2x + 3y - 3x - 6 + 4y + 12 - 25 = 0$$

$$\boxed{x-7y+19=0} \quad \text{olur.} \quad (\text{UYARI UYGULAMASIDIR.})$$

$$m_T = -\frac{A}{B} = -\frac{1}{(-7)} = \frac{1}{7} \Rightarrow m_T \cdot m_N = -1 \Rightarrow m_N = -7 \wedge P(2, 3) \text{ ise normal denklemi}$$

$$y-3 = -7(x-2)$$

$$y-3 = -7x+14$$

$$\boxed{7x+y-17=0} \quad \text{elde edilir.}$$

3. YOL : KAPALI FONKSİYONUN TÜREVİ İLE : (Bu yolu seçmek türevi bilen öğrenciler için daha kalıcıdır.)

$$i) \quad y' = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x-6}{2y+8} = -\frac{x-3}{y+4}$$

$$ii) \quad m_T = -\frac{2-3}{3+4} = -\frac{(-1)}{7} = \frac{1}{7}$$

$$iii) \quad m_T = \frac{1}{7} \wedge P(2, 3) \Rightarrow y-3 = \frac{1}{7}(x-2) \text{ den } x-7y+19=0 \text{ olur.}$$

$$iv) \quad m_T \cdot m_N = -1 \wedge m_T = \frac{1}{7} \Rightarrow m_N = -7 \text{ dir.}$$

$$v) \quad m_N = -7 \wedge P(2, 3) \Rightarrow y-3 = -7(x-2) \text{ den } 7x+y-17=0 \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$x^2+y^2-2x+8y+7=0$ denkleminin belirttiği çembere üzerindeki $K(4, -3)$ noktasından çizilen teğet, x eksenini A ve y eksenini B noktasında kesmektedir. $|AB|$ uzunluğu kaç birimdir?

ÇÖZÜM

$$y' = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x-2}{2y+8} = -\frac{x-1}{y+4}$$

$$m_T = -\frac{4-1}{-3+4} = -\frac{3}{1} = -3$$

$$m_T = -3 \wedge K(4, -3) \text{ ise teğet denklemi :}$$

$$y-y_1 = m(x-x_1)$$

$$y+3 = -3(x-4)$$

$$y+3 = -3x+12$$

$$y = -3x+9 \text{ bulunur.}$$

$$0x : y = 0 \Rightarrow -3x+9 = 0 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow A(3, 0)$$

$$0y : x = 0 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow B(0, 9) \text{ olur.}$$

$$\text{Buradan } |AB| = \sqrt{(3-0)^2 + (0-9)^2} = \sqrt{9+81} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} \text{ br. elde edilir.}$$

BİR ÇEMBERE DIŞINDA ALINAN BİR NOKTADAN ÇİZİLEN TEĞETLER

Örneklerle açıklayalım.

ÖRNEK

$x^2+y^2=10$ çemberine dışındaki $A(4, 2)$ noktasından çizilen teğetlerin denklemlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

Bir çembere dışındaki bir noktadan iki teğet çizilebilir. Bu teğetler şekilde çizilmiş olup t_1 ve t_2 ile gösterilmiştir.

t_1 ve t_2 nin denklemleri $y = mx + n$ biçimindedir.

Aranılan teğet denklemlerine ulaşmak için m ve n i bulmamız gerekir.

$A(4, 2)$ noktası $y = mx + n$ doğrusu üzerinde olduğundan denklemi sağlamalıdır.

$$4m + n = 2 \quad \text{olur.} \quad (1)$$

Öte yandan $y = mx + n$ doğrusunun $x^2 + y^2 = r^2$ merkezli çemberine teğetlik koşulu

$$r^2(1+m^2) - n^2 = 0 \quad \text{idi. Buradan}$$

$$10(1+m^2) = n^2 \quad \text{elde edilir.} \quad (2)$$

(1) ve (2) nolu denklemlerin ortak çözümünden

$$4m + n = 2 \Rightarrow n = 2 - 4m$$

$$10(1+m^2) = n^2 \Rightarrow 10 + 10m^2 = 4 - 16m + 16m^2$$

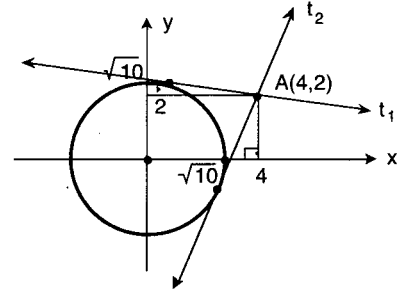
$$6m^2 - 16m - 6 = 0$$

$$3m^2 - 8m - 3 = 0 \quad \begin{cases} m_1 = -\frac{1}{3} \\ m_2 = 3 \end{cases} \quad \text{ve}$$

$$m_1 = -\frac{1}{3} \Rightarrow n = 2 - 4m = 2 - 4\left(-\frac{1}{3}\right) = 2 + \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$$

$$m_2 = 3 \Rightarrow n = 2 - 4m = 2 - 4 \cdot 3 = 2 - 12 = -10 \quad \text{bulunur.}$$

Öyleyse aranılan teğet denklemleri $y = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$ ve $y = 3x - 10$ dur.

**ÖRNEK**

$x^2 + y^2 = 4$ çemberinin $2x + 3y - 5 = 0$ doğrusuna paralel teğetlerinin denklemlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

Aranılan teğet denklemleri $y = mx + n$ olsun

$2x + 3y - 5 = 0$ doğrusunun eğimi $m = -\frac{A}{B} = -\frac{2}{3}$ dür.

Bulacağımız teğetler $2x + 3y - 5 = 0$ doğrusuna paralel olacağından eğimleri eşit olmalıdır.

Yani $m = -\frac{2}{3}$ olur. Öyleyse teğet denklemleri $y = -\frac{2}{3}x + n$ biçimindedir.

Teğetlik koşulundan $r^2(1+m^2) - n^2 = 0$

$$4\left(1 + \frac{4}{9}\right) = n^2$$

$$n^2 = 4 \cdot \frac{13}{9}$$

$$n = \mp \frac{2\sqrt{13}}{3} \quad \text{bulunur.}$$

Öyleyse istenilen teğet denklemleri

$$y = -\frac{2}{3}x - \frac{2\sqrt{13}}{3} \quad \text{ve} \quad y = -\frac{2}{3}x + \frac{2\sqrt{13}}{3} \quad \text{dür.}$$

ÖRNEK

$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ çemberine dışındaki $A(2, 3)$ noktasından çizilen teğetin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

$A(2, 3)$ noktasından $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ çemberine çizilen teğetlerden birisi $x = 2$, diğeri t doğrusu olup, denklemleri

$y = mx + n$ dir. $A(2, 3)$ noktası, teğet doğrusunun üzerinde olduğuna göre, doğru denklemini sağlamalıdır.

Yani $2m+n=3$ olur.

Öte yandan $M(-1, 2)$ noktasının $y = mx+n$ doğrusuna uzaklığı 3 birim olmalıdır.

$$M(-1, 2), \quad t = 3 \wedge mx - y + n = 0 \quad \text{ise}$$

$$\frac{|-m-2+n|}{\sqrt{m^2+1}} = 3 \Rightarrow |-m-2+n| = 3\sqrt{m^2+1} \quad \text{dir.}$$

$2m+n=3 \Rightarrow n=3-2m$ dir. Yerine koyar, her iki yanın karesini alırsak;

$$|-m-2+3-2m| = 3\sqrt{m^2+1}$$

$$(-3m+1)^2 = 9(m^2+1)$$

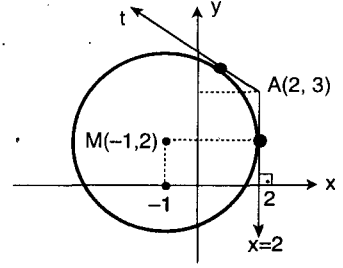
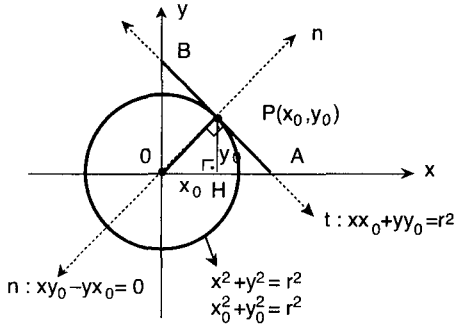
$$9m^2 - 6m + 1 = 9m^2 + 9$$

$$-6m = 8$$

$$m = -\frac{4}{3} \quad \text{olur.}$$

$$m = -\frac{4}{3} \wedge n = 3 - 2m \Rightarrow n = 3 - 2\left(-\frac{4}{3}\right) = 3 + \frac{8}{3} = \frac{17}{3} \quad \text{bulunur.}$$

Öyleyse aranan teğetin denklemleri $y = -\frac{4}{3}x + \frac{17}{3}$ dür.

**TEĞET - NORMAL - TEĞETALTI - NORMALALTI UZUNLUKLARI**

Teğetin Ox eksenini kestiği nokta ile değme noktası arasındaki uzaklığı **teğet uzunluğu**, $(|API|)$

Normalin Ox eksenini kestiği nokta ile değme noktası arasındaki uzaklığı **normal uzunluğu**, $(|IOPI|)$

Başlangıçları, değme noktasının Ox eksenine üzerindeki dik izdüşümü (H) , bitimleri teğet ve normalin Ox eksenini kestiği noktalar olan $(O$ ve $A)$

$[HA]$ doğru parçasının uzunluğuna **teğetaltı uzunluğu** $(|HAI|)$

$[HO]$ doğru parçasının uzunluğuna ise **normalaltı uzunluğu** $(|HOI|)$ adı verilir.

TEĞET UZUNLUĞU :

$xx_0 + yy_0 = r^2$ teğet denkleminde $y = 0 \Rightarrow xx_0 = r^2$ den $x = \frac{r^2}{x_0}$ dir.

Yani $A\left(\frac{r^2}{x_0}, 0\right) \wedge P(x_0, y_0)$ dir. O halde

$$|AP| = \sqrt{\left(x_0 - \frac{r^2}{x_0}\right)^2 + y_0^2} = \sqrt{\left(\frac{x_0^2 - r^2}{x_0}\right)^2 + y_0^2} = \sqrt{\left(\frac{-y_0^2}{x_0}\right)^2 + y_0^2}$$

$$|AP| = \sqrt{\frac{y_0^4}{x_0^2} + y_0^2} = \sqrt{\frac{y_0^4 + x_0^2 y_0^2}{x_0^2}} = \sqrt{\frac{y_0^2(x_0^2 + y_0^2)}{x_0^2}} = \sqrt{\frac{y_0^2 \cdot r^2}{x_0^2}} \text{ den}$$

$$|AP| = \left| \frac{y_0 \cdot r}{x_0} \right| \text{ bulunur.}$$

TEĞETALTİ UZUNLUĞU :

$$|HA| = |OA| - |OH| = \frac{r^2}{x_0} - x_0 = \frac{r^2 - x_0^2}{x_0} = \frac{y_0^2}{x_0}$$

$$|HA| = \frac{y_0^2}{|x_0|} \text{ dir.}$$

NORMAL UZUNLUĞU : $O(0, 0)$ ve $P(x_0, y_0)$ noktaları arasındaki uzaklık olup,

$$|OP| = |r| \text{ dir.}$$

NORMALALTİ UZUNLUĞU : $|HO| = |x_0|$ dir.

ÖRNEK

$x^2 + y^2 = 100$ çemberine üzerindeki $P(6, 8)$ noktasından teğet çiziliyor. **Teğet, teğetaltı, normal ve normalaltı uzunluklarını bulunuz.**

ÇÖZÜM

i) Teğet uzunluğu

$$|AP| = \left| \frac{y_0 r}{x_0} \right| = \left| \frac{8 \cdot 10}{6} \right| = \frac{40}{3} \text{ br}$$

ii) Teğet altı uzunluğu

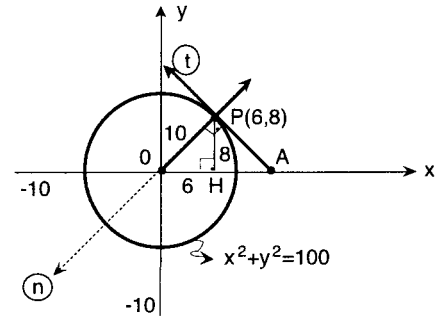
$$|HA| = \frac{y_0^2}{|x_0|} = \frac{64}{6} = \frac{32}{3} \text{ br}$$

iii) Normal uzunluğu

$$|OP| = |r| = 10 \text{ br}$$

iv) Normalaltı uzunluğu

$$|OH| = |x_0| = 6 \text{ br bulunur.}$$



BİR NOKTA İLE BİR ÇEMBERİN KONUMU

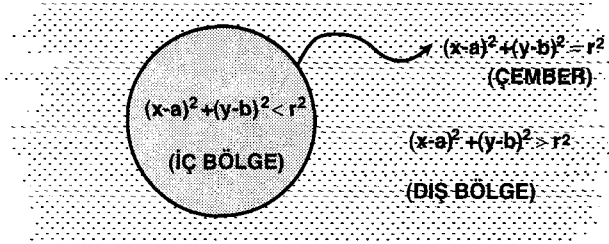
$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ çemberi düzlemi iki bölgeye ayırır. Bu iki bölge;

i) $\{(x, y) \mid (x-a)^2 + (y-b)^2 < r^2, x, y \in \mathbb{R}\}$ kümesi

Yani çemberin iç bölgesi

ii) $\{(x, y) \mid (x-a)^2 + (y-b)^2 > r^2, x, y \in \mathbb{R}\}$ kümesi

Yani çemberin dış bölgesidir.

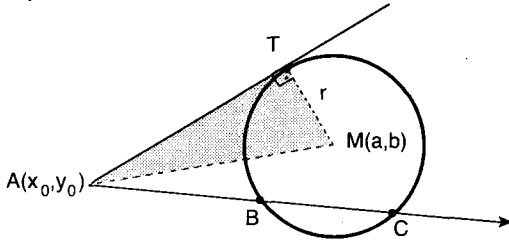


$A(x_0, y_0)$ noktası ile bir çemberin birbirine göre konumu incelenirken noktanın çemberdeki görüntüsü hesaplanır. Biz bu durumu noktanın çembere kuvveti biçiminde yorumlayacağız. Noktanın çembere kuvvetini P ile gösterirsek;

- i) $A(x_0, y_0)$ noktasının $x^2 + y^2 = r^2$ çemberine göre kuvveti : $P = x_0^2 + y_0^2 - r^2$
- ii) $A(x_0, y_0)$ noktasının $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ çemberine göre kuvveti : $P = (x_0-a)^2 + (y_0-b)^2 - r^2$
- iii) $A(x_0, y_0)$ noktasının $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ çemberine göre kuvveti : $P = x_0^2 + y_0^2 + Dx_0 + Ey_0 + F$ olacaktır.
 - a) $P > 0$ ise nokta çember dışında
 - b) $P = 0$ ise nokta çember üzerinde
 - c) $P < 0$ ise nokta çember içisindedir denir.

Kuvvetin a ve c durumlarını geometrik olarak açıklayalım.

Açıklama a)



A noktasının çembere olan kuvveti :

$$P = |AB| \cdot |AC| = |AT|^2 = |AM|^2 - |MT|^2 = |AM|^2 - r^2$$

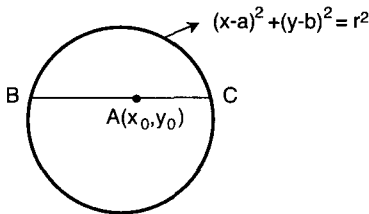
$$P = (x_0-a)^2 + (y_0-b)^2 - r^2 \text{ ya da}$$

$$P = x_0^2 + y_0^2 + Dx_0 + Ey_0 + F \text{ olduğu görülür.}$$

A noktasının çembere olan kuvveti pozitif bir değerdir ve de bu değer A dan çembere çizilen teğet parçası uzunluğunun karesidir.

$$P = |AT|^2 \Rightarrow |AT| = \sqrt{P} \text{ olacağı açıktır.}$$

Açıklama b)



A noktasının çembere olan kuvveti :

$$P = -|AB| \cdot |AC| = (x_0-a)^2 + (y_0-b)^2 - r^2 = x_0^2 + y_0^2 + Dx_0 + Ey_0 + F \text{ olup } P < 0 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

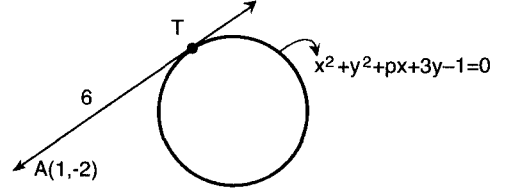
$A(1, -2)$ noktasından $x^2+y^2+px+3y-1=0$ çemberine çizilen teğet parçasının uzunluğu 6 birim olduğuna göre **p kaçtır?**

ÇÖZÜM

A noktasından çembere çizilen teğet parçasının uzunluğu $|AT| = 6$ br. ise A dış noktasının çembere olan kuvveti $P = 6^2 = 36$ olmalıdır. Yani

$$1^2 + (-2)^2 + 1 \cdot p + 3 \cdot (-2) - 1 = 36 \text{ dan}$$

$$1 + 4 + p - 6 - 1 = 36 \Rightarrow p = 36 + 2 = 38 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK**

Denklemleri $x^2+y^2+12x+my+2=0$ olan çemberin B noktasındaki teğeti $A(1, 3)$ noktasından geçmektedir. $|AB| = 6$ birim ise **m kaçtır?**

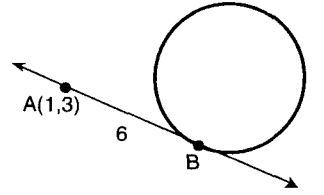
ÇÖZÜM

$|AB| = 6$ ise A nın çembere olan kuvveti 36 olacağından

$$36 = 1 + 9 + 12 + 3m + 2$$

$$3m = 36 - 24 \Rightarrow 3m = 12$$

$$m = 4 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK**

$A(1, 2)$ noktasının $x^2+y^2-x-4y-15=0$ çemberine göre kuvveti nedir?

ÇÖZÜM

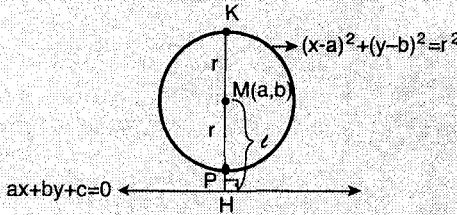
$$P = 1^2 + 2^2 - 1 - 4 \cdot 2 - 15$$

$$P = 1 + 4 - 1 - 8 - 15 = -19 \text{ dur.}$$

$P = -19 < 0$ olduğundan nokta çemberin iç bölgesindedir.

UYARI :

i.



$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ çemberi ile dışında bir $ax+by+c=0$ doğrusu verildiğinde, çemberin doğruya **en yakın** noktası, merkezinden doğruya inilen dikmenin (dik doğrunun) çemberi kestiği noktalardan doğru yanında bulunan **P noktası**, **en uzak** noktası ise doğru tarafında bulunmayan çapın diğer uç noktası, **yani K noktasıdır**.

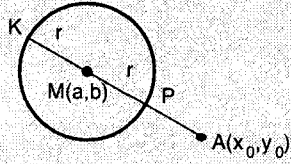
Öyleyse çember ile doğru arasındaki

En kısa uzaklık : $|PH| = l - r$

En büyük uzaklık : $|KH| = l + r$ dir.

(l , merkez noktanın doğruya olan uzaklığından bulunacaktır.)

ii.



$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ çemberi ile dışında bir $A(x_0, y_0)$ noktası verildiğinde, çemberin A noktasına **en yakın** noktası, A ve merkezden geçen doğrunun çemberi kestiği noktalardan A yanında bulunanı, yani **P noktası**, **en uzak** noktası ise A tarafında bulunmayan, çapın diğer uç noktası **K noktasıdır**.

Öyleyse çemberle $A(x_0, y_0)$ noktası arasındaki

En kısa uzaklık : $IPA = IMA - r$

En büyük uzaklık : $IKA = IMA + r$ dir.

(IMA , iki nokta arasındaki uzaklık formülünden bulunacaktır.)

ÖRNEK

Denklemleri $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ olan çemberin $A(5, 5)$ noktasına **en uzak** noktası **B** ise IBA kaç birimdir?

ÇÖZÜM

A'nın çembere kuvveti : $P = 25 + 25 - 10 - 20 - 4$

$P = 16 > 0$ olduğundan

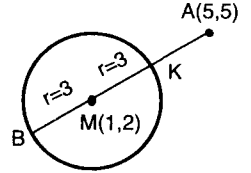
A dış noktadır. Çemberin **merkezi**

$$M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right) \Rightarrow M(1, 2) \text{ ve } r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2} = \frac{\sqrt{4 + 16 + 16}}{2}$$

$r = 3$ bulunur. Çemberin A ya en uzak noktası B, şekilde görülen noktadır.

$$IMA = \sqrt{(5-1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \text{ br ise}$$

$$IBA = IMA + r = 5 + 3 = 8 \text{ br bulunur.}$$

**ÖRNEK**

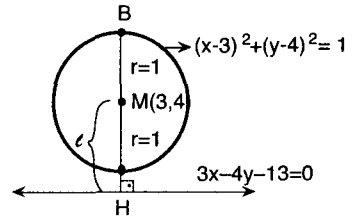
Denklemleri $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$ olan çemberin, denklemleri $3x - 4y - 13 = 0$ olan doğruya **en uzak** noktasının uzaklığı kaç birimdir?

ÇÖZÜM

Çemberin doğruya **en uzak** noktası B olduğuna göre IBH uzunluğu istenmektedir. $IBH = \ell + r$ dir.

$$\ell = \frac{|9 - 16 - 13|}{5} = \frac{|9 - 29|}{5} = \frac{|-20|}{5} = 4 \text{ birim ise}$$

$$IBH = \ell + r = 4 + 1 = 5 \text{ birim bulunur.}$$

**ÖRNEK**

$K(7, 2)$ noktası ile $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 4$ çemberi arasındaki **en kısa** uzaklık kaç birimdir?

ÇÖZÜM

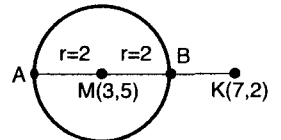
K'nın çembere kuvveti bulunursa;

$$P = (7-3)^2 + (2-5)^2 - 4 = 16 + 9 - 4 = 21 > 0 \text{ olduğundan nokta çember dışındadır.}$$

$K(7, 2)$ noktası ile çember arasındaki en kısa uzaklık IBK olup, $IBK = IMK - r$ dir.

$$IMK = \sqrt{(3-7)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{16+9} = 5 \text{ br. olacağından}$$

$$IBK = 5 - 2 = 3 \text{ br bulunur.}$$

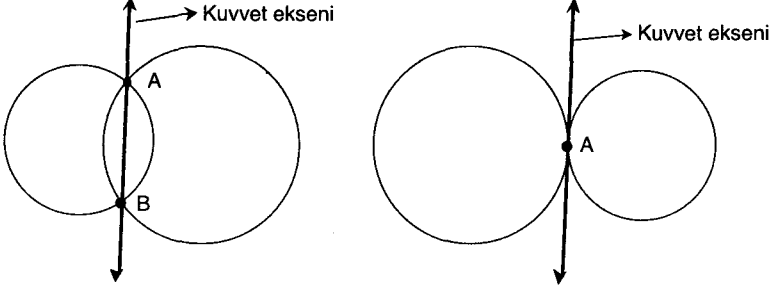


KUVVET EKSENİ

İki çembere göre aynı kuvvette bulunan noktaların geometrik yeridir.

Kesişen iki çemberin kuvvet eksenini, kesim noktalarından geçen bir doğrudur.

Dıştan teğet olan iki çemberin kuvvet eksenini, değme noktalarında çemberlere teğet olan bir doğrudur.



İki çemberin kuvvet eksenini, bu çemberlerin denklemleri arasında x^2 ve y^2 li terimlerin yok edilmesiyle bulunur.

ÖRNEK

Denklemleri $(x-3)^2+y^2 = 1$ ve $x^2+y^2 = 4$ olan çemberlerin kuvvet eksenlerinin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

$(x-3)^2+y^2 = 1$ denklemi açılarak düzenlenirse

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0 \\ - \quad x^2 + y^2 - 4 = 0 \end{array} \right\} \text{ olur.}$$

Taraf tarafa çıkarılırsa,

$$-6x + 8 + 4 = 0$$

$$-6x + 12 = 0$$

$$6x = 12$$

$$\boxed{x = 2} \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

Denklemleri $x^2+y^2+2x+y-5 = 0$ ve $x^2+y^2+3x-(m-1)y+m+2 = 0$ olan çemberlerin kuvvet eksenini $(3, 2)$ noktasından geçtiğine göre m nedir?

ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 + 3x - (m-1)y + m + 2 = 0 \\ - \quad x^2 + y^2 + 2x + y - 5 = 0 \end{array} \right\}$$

Taraf tarafa çıkarılırsa,

$$3x - (m-1)y + m + 2 - 2x - y + 5 = 0$$

$$x - (m-1)y - y + m + 7 = 0 \text{ olur.}$$

Bulunan doğru denklemi, kuvvet ekseninin denklemdir. Kuvvet eksenini $(3, 2)$ noktasından geçtiğine göre, nokta koordinatları doğru denklemini sağlamalıdır.

$$3 - 2(m-1) - 2 + m + 7 = 0$$

$$3 - 2m + 2 - 2 + m + 7 = 0$$

$$-m + 10 = 0 \Rightarrow m = 10 \text{ bulunur.}$$

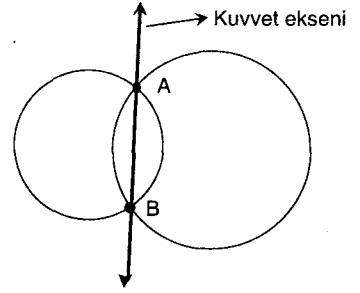
ÖRNEK

Denklemleri $x^2+y^2=5$ ve $x^2+y^2-6x+4y-13=0$ olan iki çember A ve B gibi iki noktada kesiştiklerine göre AB doğrusunun denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

A ve B kesim noktalarından geçen AB doğrusu, çemberlerin kuvvet eksenidir. Yani kuvvet ekseninin denklemi istenmektedir.

$$\begin{array}{rcl} x^2 + y^2 - 6x + 4y - 13 = 0 & & \\ - & & x^2 + y^2 - 5 = 0 \\ \hline -6x + 4y - 13 + 5 = 0 & \text{Taraf tarafa çıkarılırsa} & \\ -6x + 4y - 8 = 0 & & \\ 3x - 2y + 4 = 0 & \text{bulunur.} & \end{array}$$

**ÖRNEK**

$x^2+y^2+2x-3=0$ ve $x^2+y^2=4$ olan çemberlerin kuvvet eksenini üzerindeki $(a, \frac{\sqrt{3}}{2})$ noktasının başlangıç noktasına uzaklığı kaç birimdir?

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{rcl} x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0 & & \\ - & & x^2 + y^2 - 4 = 0 \\ \hline 2x - 3 + 4 = 0 & \text{Taraf tarafa çıkarılırsa} & \end{array}$$

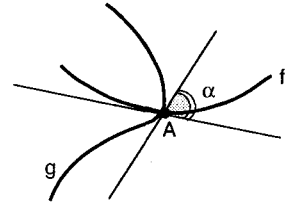
$$2x - 3 + 4 = 0 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ olur.}$$

$(a, \frac{\sqrt{3}}{2})$ noktası $x = -\frac{1}{2}$ doğrusunun üzerinde ise $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ bulunur. Başlangıç noktasına uzaklığı ise $\sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 1 \text{ br. dir.}$

İKİ EĞRİ ARASINDAKİ AÇI

İki eğrinin kesim noktasındaki teğetleri arasındaki açığa, bu noktadaki eğriler arasındaki açı denir.

Eğriler birkaç noktada kesişiyorlarsa her kesim noktasındaki eğriler arasındaki açı farklı olabilir. Eğer her kesim noktasındaki eğriler arasındaki açı α ise bu eğriler α açısı altında kesişiyorlar denir. $\alpha = 90^\circ$ ise eğriler **dik kesişirler**.

**DİK AÇI ALTINDA KESİŞEN (DİK KESİŞEN) ÇEMBERLER**

A kesim noktasından çemberlere çizilen t_1 ve t_2 teğetleri arasındaki açı 90° ise çemberler dik kesişen çemberlerdir. Bu durumda t_1 ve t_2 teğetleri çemberlerin merkezlerinden geçer.

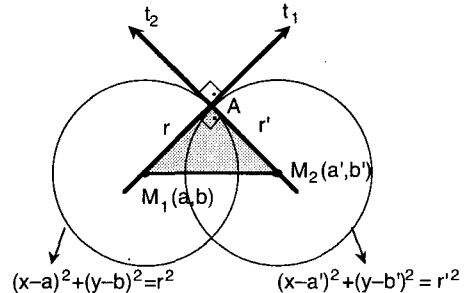
AM_1M_2 dik üçgeninde pisagor bağıntısı uygulanırsa

$$|M_1M_2|^2 = r^2 + r'^2$$

$$(a-a')^2 + (b-b')^2 = r^2 + r'^2$$

$$a^2 - 2aa' + a'^2 + b^2 - 2bb' + b'^2 = r^2 + r'^2$$

$$a^2 + b^2 - r^2 + a'^2 + b'^2 - r'^2 = 2aa' + 2bb' \text{ bulunur. } \textcircled{1}$$



$$a = -\frac{D}{2}, \quad b = -\frac{E}{2}, \quad F = a^2 + b^2 - r^2 \quad \text{ve}$$

$$a' = -\frac{D'}{2}, \quad b' = -\frac{E'}{2}, \quad F' = a'^2 + b'^2 - r'^2 \quad \text{olduğu hatırlanır ve}$$

bu değerler ① de yerine konursa

$$2 \cdot \left(-\frac{D}{2}\right) \cdot \left(-\frac{D'}{2}\right) + 2 \cdot \left(-\frac{E}{2}\right) \cdot \left(-\frac{E'}{2}\right) = F + F'$$

$$\frac{DD'}{2} + \frac{EE'}{2} = F + F' \quad \text{den}$$

$$\boxed{DD' + EE' = 2(F + F')} \quad \text{dik kesişme koşulu elde edilir.}$$

SONUÇ : İki çemberin dik kesişme koşulu :

i.

$$\left. \begin{aligned} (x-a)^2 + (y-b)^2 &= r^2 \\ (x-a')^2 + (y-b')^2 &= r'^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{2aa' + 2bb' = c + c'} \quad \text{dür.}$$

$$(c = a^2 + b^2 - r^2 \wedge c' = a'^2 + b'^2 - r'^2)$$

ii.

$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 + Dx + Ey + F &= 0 \\ x^2 + y^2 + D'x + E'y + F' &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{DD' + EE' = 2(F + F')} \quad \text{olur.}$$

ÖRNEK

$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ ve $x^2 + y^2 + 2x - 8y + k = 0$ çemberlerinin dik açı altında kesişmeleri için k ne olmalıdır?

ÇÖZÜM

$DD' + EE' = 2(F + F')$ olmalıdır.

$$(-4) \cdot (2) + (6) \cdot (-8) = 2(-3 + k)$$

$$-8 - 48 = 2(-3 + k)$$

$$-56 = 2(-3 + k)$$

$$-3 + k = -28$$

$$k = -25 \quad \text{bulunur.}$$

ÖRNEK

$x^2 + (y-5)^2 = 25$ çemberinin $(x-2)^2 + y^2 = r^2$ çemberini dik kesmesi için r ne olmalıdır?

ÇÖZÜM

$$x^2 + (y-5)^2 = 25 \Rightarrow M_1(0, 5) \wedge r_1 = 5$$

$$(x-2)^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow M_2(2, 0) \wedge r_2 = r \quad \text{dir.}$$

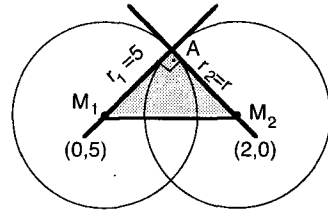
AM_1M_2 dik üçgeninde

$$|M_1M_2|^2 = |AM_1|^2 + |AM_2|^2 \quad \text{den}$$

$$(0-2)^2 + (5-0)^2 = 5^2 + r^2$$

$$4 + 25 = 25 + r^2$$

$$r^2 = 4 \Rightarrow r = 2 \quad \text{birim bulunur.}$$



ÖRNEK

$x^2 + y^2 - 4x = 0$ çemberi ile $y = x$ doğrusu arasındaki açının ölçüsü kaç derecedir?

ÇÖZÜM

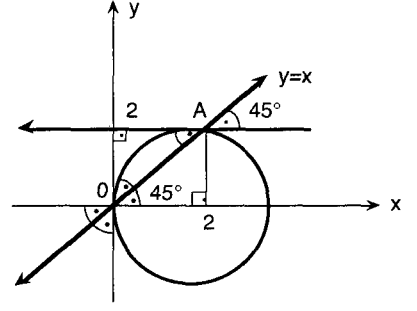
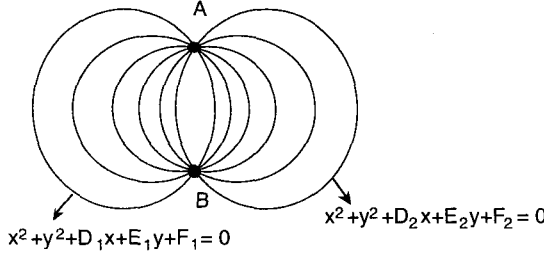
$$x^2+y^2-4x=0$$

$$(x-2)^2 - 4 + y^2 = 0$$

$(x-2)^2 + y^2 = 4$ den çemberin merkezi $(2, 0)$ ve yarıçapı 2 dir.

Doğru ile çember 0 ve A noktalarında kesişiyorlar. Çemberin 0 ve A noktalarındaki teğetleri ile $y = x$ doğrusu arasındaki açı 45° dir.

Yani doğru ile çember 45° lik açı altında kesişirler.

**ÇEMBER DEMETİ**

Denklemleri $x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1=0$ ve $x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2=0$ olan iki çemberin kesim noktaları A ve B olsun. A ve B noktalarından geçen çemberlerin tümüne **çember demeti** denir. Çember demetinin denklemi

$$x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1+\lambda(x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2)=0, \quad \lambda \in \mathbb{R} \text{ dir.}$$

ÖRNEK

Denklemleri $x^2+y^2+2x-12=0$ ve $x^2+y^2+8x+12=0$ olan çemberlerin kesim noktaları ile $(1, 2)$ noktasından geçen çemberin denklemi $x^2+y^2+Dx+F=0$ ise D nedir?

ÇÖZÜM

Bu iki çemberin kesim noktalarından geçen tüm çemberlerin denklemi,

$$x^2+y^2+2x-12+\lambda(x^2+y^2+8x+12)=0 \text{ dir.}$$

$(1, 2)$ noktası çember üzerinde olduğuna göre bu denklemi sağlamalıdır.

$$1+4+2-12+\lambda(1+4+8+12)=0$$

$$-5+25\lambda=0$$

$$25\lambda=5 \Rightarrow \lambda=\frac{1}{5} \text{ bulunur. } \lambda=\frac{1}{5} \text{ değeri}$$

denklemde yerine yazılırsa

$$x^2+y^2+2x-12+\frac{1}{5}(x^2+y^2+8x+12)=0$$

$$5x^2+5y^2+10x-60+x^2+y^2+8x+12=0$$

$$6x^2+6y^2+18x-48=0$$

$$x^2+y^2+3x-8=0 \text{ denklemi elde edilir.}$$

Bu denklem $x^2+y^2+Dx+F=0$ biçiminde ifade edildiğinden $D=3$ olur.

ÖRNEK

Denklemi, $x^2+y^2-\frac{5}{2}x-2my+1=0$ olan çember demetinin belirttiği çemberler sabit iki noktadan geçerler. Bu noktaların apsisleri toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$x^2 + y^2 - \frac{5}{2}x - 2my + 1 = 0 \text{ çember demetinden}$$

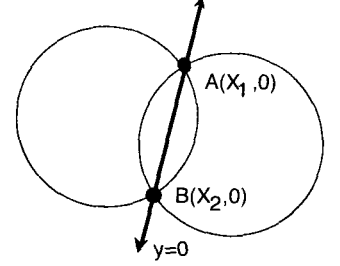
$$m = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - \frac{5x}{2} + 1 = 0$$

$$m = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 - \frac{5x}{2} - 2y + 1 = 0 \text{ elde edilir.}$$

Bu iki çember demetindeki çemberlerden iki tanesidir ve tüm çemberlerin geçtiği sabit iki noktadan da geçmektedirler.

Çemberlerin geçtiği sabit iki nokta A ve B ise AB doğrusu kuvvet eksenidir.

$$\begin{array}{rcl} x^2 + y^2 - \frac{5x}{2} - 2y + 1 = 0 & & \\ x^2 + y^2 - \frac{5x}{2} + 1 = 0 & & \\ \hline -2y = 0 & \text{Taraf tarafa çıkarılırsa} & \\ y = 0 & \text{bulunur.} & \end{array}$$



Yani çember demetindeki tüm çemberler $y = 0$ doğrusu üzerindeki A ve B noktalarında kesişmektedirler. Öyleyse A ve B kesim noktalarını bulmak için

$$x^2 + y^2 - \frac{5x}{2} + 1 = 0 \text{ çemberi ile } y = 0 \text{ doğrusunun ortak çözümü yapılmalıdır.}$$

$$y = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{5x}{2} + 1 = 0 \text{ denklemi elde edilir.}$$

Bu denklemin kökleri, aranan noktaların (A ve B nin) apsiserleridir. Apsisler toplamı ise denklemin köklerinin toplamı olacağından

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-\left(-\frac{5}{2}\right)}{1} = \frac{5}{2} \text{ bulunur.}$$

YARIM ÇEMBER DENKLEMLERİ

i) $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ çember denkleminde y çekilirse

$$(y-b)^2 = r^2 - (x-a)^2$$

$$y-b = \pm \sqrt{r^2 - (x-a)^2}$$

$$y = b \pm \sqrt{r^2 - (x-a)^2} \text{ yarım çember denklemleri elde edilir.}$$

(+) işaretlisi $y = b$ doğrusunun üst tarafını, (-) işaretlisi ise $y = b$ doğrusunun alt tarafını gösterir.

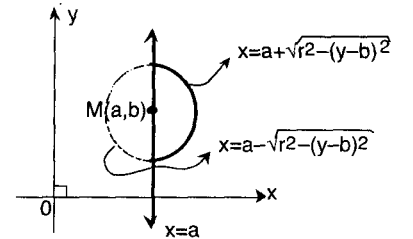
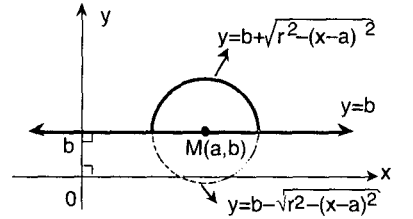
ii) $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ çember denkleminde x çekilirse

$$(x-a)^2 = r^2 - (y-b)^2$$

$$x-a = \pm \sqrt{r^2 - (y-b)^2}$$

$$x = a \pm \sqrt{r^2 - (y-b)^2} \text{ yarım çember denklemleri bulunur.}$$

(+) işaretlisi $x = a$ doğrusunun sağ tarafını, (-) işaretlisi ise $x = a$ doğrusunun sol tarafını gösterir.

**ÖRNEK**

$$x = -2 + \sqrt{4 - (y+4)^2} \text{ denklemi ile verilen eğrinin grafiğini çiziniz.}$$

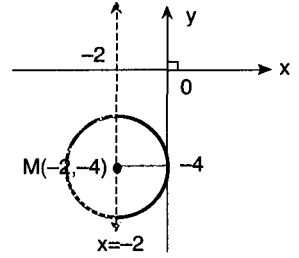
ÇÖZÜM

Bu denklemde karekökü yok edersek çemberin tümünün denklemini buluruz.

$$\begin{aligned} x+2 &= \sqrt{4-(y+4)^2} \\ (x+2)^2 &= 4-(y+4)^2 \\ (x+2)^2 + (y+4)^2 &= 4 \end{aligned}$$

denklemini $M(-2, -4)$ ve yarıçapı $r = 2$ br olan çember belirtir.

$x = -2 + \sqrt{4-(y+4)^2}$ ise bu çemberin sağ yarısıdır.

**ÖRNEK**

$y = -3 - \sqrt{16 - (x-1)^2}$ denklemi ile verilen eğrinin grafiğini çizerek çevresinin kaç birim olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

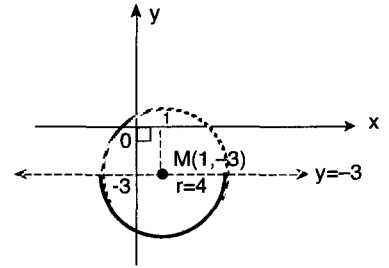
$$\begin{aligned} y &= -3 - \sqrt{16 - (x-1)^2} \\ y+3 &= -\sqrt{16 - (x-1)^2} \\ (y+3)^2 &= 16 - (x-1)^2 \\ (x-1)^2 + (y+3)^2 &= 16 \end{aligned}$$

denklemini $M(1, -3)$ ve yarıçapı $r = 4$ br olan çember belirtir.

$y = -3 - \sqrt{16 - (x-1)^2}$ denklemi bu çemberin alt yarısını belirtir.

$r = 4 \Rightarrow \text{Ç} = 2\pi r = 2\pi \cdot 4 = 8\pi$ br. dir.

Öyleyse aranan yarım çemberin çevresi ise 4π br. bulunur.

**ÖRNEK**

$\theta \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x = 2\cos\theta + 5$ ve $y = 2\sin\theta$ koşulunu sağlayan (x, y) noktalarının geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x &= 2\cos\theta + 5 \Rightarrow \cos\theta = \frac{x-5}{2} \\ y &= 2\sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{y}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Her iki eşitlikte de, her iki yanın karesini alalım.

$$\frac{(x-5)^2}{4} = \cos^2\theta$$

$$\frac{y^2}{4} = \sin^2\theta \text{ olur.}$$

+

$$\frac{(x-5)^2}{4} + \frac{y^2}{4} = \sin^2\theta + \cos^2\theta \text{ elde edilir.}$$

1

$$(x-5)^2 + y^2 = 4 \text{ dır.}$$

Yani (x, y) noktaları merkezi $M(5, 0)$ ve yarıçapı $r = 2$ olan bir çember üzerindedirler.

ÖRNEK

$$\{ (x, y) \mid \alpha \in \mathbb{R} \text{ için } x = -1 + 2\sin\alpha, y = -2\cos\alpha \}$$

kümesinin belirttiği çemberin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$x = -1 + 2\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{x+1}{2}$$

$$y = -2\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{y}{2} \text{ olur. Buradan}$$

$$\frac{(x+1)^2}{4} = \sin^2\alpha$$

$$\frac{y^2}{4} = \cos^2\alpha$$

+ Taraf tarafa toplanır

$$\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{y^2}{4} = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha \text{ den}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_1$$

$(x+1)^2 + y^2 = 4$ aranan çember denklemini bulunmuş olur.

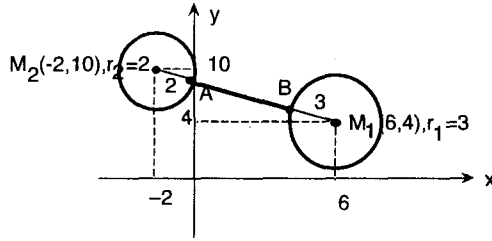
ÖRNEK

Denklemleri $(x-6)^2 + (y-4)^2 = 9$ ve $(x+2)^2 + (y-10)^2 = 4$ olan iki çember arasındaki en kısa uzaklık kaç birimdir?

ÇÖZÜM

$$(x-6)^2 + (y-4)^2 = 9 \Rightarrow M_1(6, 4) \wedge r_1 = 3 \text{ dür.}$$

$$(x+2)^2 + (y-10)^2 = 4 \Rightarrow M_2(-2, 10) \wedge r_2 = 2 \text{ dir.}$$



Çemberler koordinat düzleminde gösterilmiştir. Bu iki çember arasındaki en kısa uzaklık $|AB|$ uzunluğudur.

$$|AB| = |M_1M_2| - (r_1 + r_2) \text{ dir.}$$

$$|M_1M_2| = \sqrt{(-2-6)^2 + (10-4)^2} = \sqrt{64+36} = 10 \text{ br olduğundan}$$

$$|AB| = |M_1M_2| - (r_1 + r_2) = 10 - (3+2) = 10-5 = 5 \text{ br elde edilir.}$$

ÖRNEK

Denklemleri $(x-2)^2 + y^2 = r^2$ ve $(x+2)^2 + (y-r)^2 = 4$ olan çemberlerin farklı iki noktada kesişmeleri için r ne olmalıdır?

ÇÖZÜM

Çemberlerin farklı iki noktada kesişmeleri için AM_1M_2 üçgeni oluşmalıdır. Yani AM_1M_2 üçgeninde üçgen eşitsizliği sağlanmalıdır.

$$|r-2| < |M_1M_2| < r+2 \text{ dir.}$$

$$r+2 > |M_1M_2| \text{ den}$$

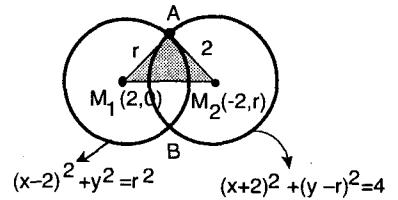
$$r+2 > \sqrt{(2+2)^2 + (0-r)^2}$$

$$r+2 > \sqrt{16 + r^2}$$

$$r^2 + 4r + 4 > 16 + r^2$$

$$4r > 12$$

$$r > 3 \text{ bulunur.}$$



ÖRNEK

Denklemleri $(x-1)^2 + (y-1)^2 = r^2$ ve $(x-7)^2 + (y+7)^2 = 36$ olan çemberler dıştan teğet olduğuna göre, r kaç birimdir?

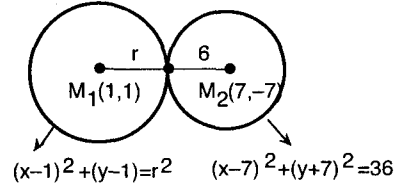
ÇÖZÜM

Çemberlerin dıştan teğet olmaları için merkezleri arasındaki uzaklığın yarıçapları toplamına eşit olması gerekir.

$$|M_1 M_2| = r + 6$$

$$\sqrt{(1-7)^2 + (1+7)^2} = r + 6$$

$$\sqrt{36+64} = r + 6 \Rightarrow r + 6 = 10 \Rightarrow r = 4 \text{ br. olur.}$$

**ÖRNEK**

Denklemleri $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$ ve $(x-5)^2 + y^2 = 4$ olan çemberlerin dış ortak teğet parçasının uzunluğu kaç birimdir?

ÇÖZÜM

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25 \Rightarrow M_1(1, 3) \wedge r_1 = 5$$

$$(x-5)^2 + y^2 = 4 \Rightarrow M_2(5, 0) \wedge r_2 = 2 \text{ dir.}$$

$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$ çemberinin x-eksenini kestiği noktalar bulunursa;

$$y = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (0-3)^2 = 25$$

$$(x-1)^2 = 25 - 9 = 16 \text{ dan}$$

$$x-1 = 4 \vee x-1 = -4$$

$$x = 5 \vee x = -3 \text{ olur.}$$

Yani $(-3, 0) \wedge (5, 0)$ noktaları elde edilir. Çemberler koordinat düzleminde gösterilmiştir. Ortak dışteğet parçasının uzunluğu $|AB|$ uzunluğudur.

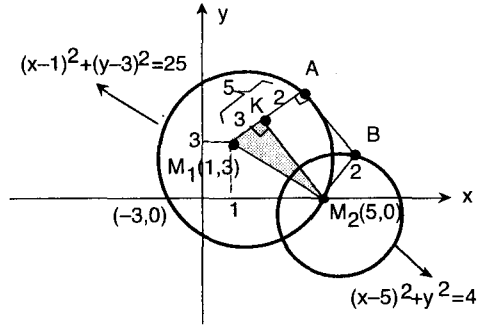
$$|AB| = |KM_2| \text{ dir.}$$

$$|M_1 M_2| = \sqrt{(1-5)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{16+9} = 5 \text{ br. dir.}$$

$KM_1 M_2$ dik üçgeninde pisagor uygulanırsa

$$|KM_2|^2 = |AB|^2 = |M_1 M_2|^2 - |KM_1|^2 \text{ olur. Buradan}$$

$$|AB|^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow |AB| = 4 \text{ br. elde edilir.}$$

**ÖRNEK**

Denklemleri $(x-a)^2 + (y-1)^2 = 49$ ve $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$ olan çemberler içten teğet ise a ne olabilir?

ÇÖZÜM

$$(x-a)^2 + (y-1)^2 = 49 \Rightarrow M_1(a, 1) \wedge r_1 = 7$$

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4 \Rightarrow M_2(1, -3) \wedge r_2 = 2 \text{ dir.}$$

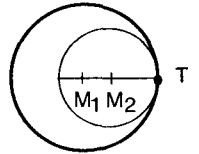
M_1 ve M_2 merkezli iki çember içten teğet iseler merkezler arası uzaklık yarıçaplar farkına eşittir.

$$|M_1 M_2| = r_1 - r_2$$

$$\sqrt{(a-1)^2 + (1+3)^2} = 7 - 2 = 5$$

$$\sqrt{(a-1)^2 + 16} = 5 \Rightarrow (a-1)^2 + 16 = 25 \Rightarrow (a-1)^2 = 9$$

$$\Rightarrow a-1 = 3 \vee a-1 = -3 \text{ olur. Buradan } a = 4 \vee a = -2 \text{ bulunur.}$$



ÖRNEK

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 \leq 9 \\ 2x + y \geq 1 \end{array} \right\} \text{eşitsizlik sistemini koordinat düzleminde gösteriniz.}$$

ÇÖZÜM

$x^2 + y^2 \leq 9$ eşitsizliği, merkezi başlangıç noktası ve yarıçap uzunluğu 3 birim olan çember ve iç bölgesini belirtir.

$2x + y = 1$ doğrusunda $x = 0 \Rightarrow y = 1$ ve

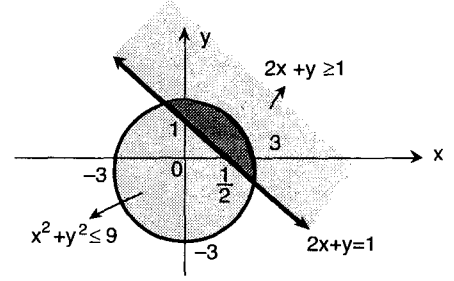
$y = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ olacağından doğru $A(0, 1)$ ve

$B(\frac{1}{2}, 0)$ noktalarından geçer.

$2x + y \geq 1$ eşitsizliği $2x + y = 1$ doğrusu ve üst bölgesinde sağlanır.

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 \leq 9 \\ 2x + y \geq 1 \end{array} \right\} \text{eşitsizlik sistemi koordinat}$$

düzleminde koyu taralı bölgedir.



ÖRNEK

Yandaki şekle göre $\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 - 4x \leq 0 \\ y \leq -x^2 + 2x \end{array} \right\}$ eşitsizlik sistemini sağlayan (x, y) ikililerine karşılık gelen noktalardan biri hangisidir?

ÇÖZÜM

$x^2 + y^2 - 4x \leq 0$ eşitsizliği çember ve iç bölgesini verir.

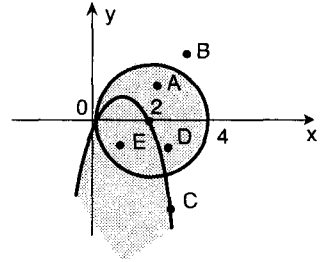
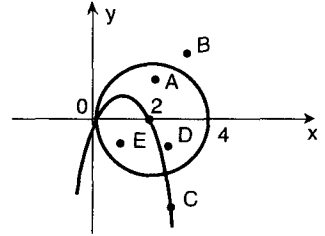
$y \leq -x^2 + 2x$ eşitsizliği ise parabol ve iç bölgesinde doğrulanır.

Çünkü $(1, 0)$ noktası

$$0 \leq -1 + 2 \Rightarrow 0 < 1$$

olduğundan eşitsizliği sağlar.

Öyleyse $\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 - 4x \leq 0 \\ y \leq -x^2 + 2x \end{array} \right\}$ eşitsizliğini sağlayan nokta E noktasıdır.



ÖRNEK

Koordinat eksenlerine A ve B noktalarında teğet olan çember ile, denklemi $x - y = 5$ olan AB doğrusunun oluşturduğu taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

ÇÖZÜM

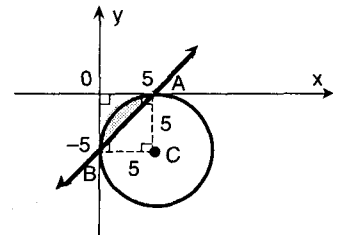
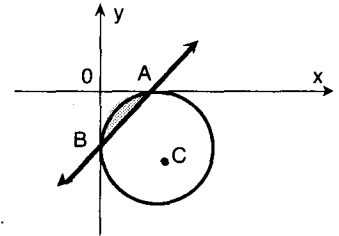
$y = x - 5$ de $x = 0 \Rightarrow y = -5$ ve

$y = 0 \Rightarrow x = 5$ olur.

Çember her iki eksene de teğet ise OACB kare ve $r = 5$ dir.

Taralı alan dörtte bir daire alanından ACB ikizkenar dik üçgeninin alanının çıkarımına eşittir.

$$TA = \frac{25\pi}{4} - \frac{5 \cdot 5}{2} = \frac{25\pi - 50}{4} = \frac{25(\pi - 2)}{4} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$



ÖRNEK

(1, 2) noktasından geçen bir doğru, denklemi $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$ olan çemberi A ve B noktalarında kesiyor. $|AB|$ en küçük ise AB nin denklemi nedir?

ÇÖZÜM

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25 \Rightarrow M(1, -2) \wedge r = 5 \text{ dir.}$$

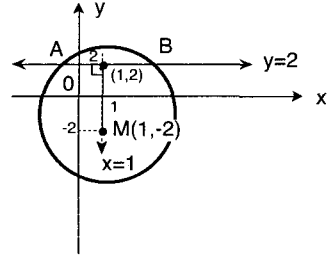
(1, 2) noktasının çembere kuvveti

$$P = (1-1)^2 + (2+2)^2 - 25$$

$P = 16 - 25 = -9 < 0$ olduğundan nokta çemberin iç bölgesindedir.

Bir çemberin iç bölgesinde alınacak olan bir noktadan çizilebilecek en kısa kiriş, bu noktadan geçen çapa bu noktada dik olan kiriştir. Öyleyse $|AB|$ nin en küçük olması için merkezden geçen $x = 1$ doğrusuna (1, 2) noktasında dik olan $y = 2$ doğrusu üzerinde bulunmalıdır.

Yani AB nin denklemi $y = 2$ dir.

**ÖRNEK**

$x^2 + y^2 = 64$ çemberi içindeki $P(2, -3)$ noktasını orta nokta kabul eden kirişin denklemi nedir?

ÇÖZÜM

Bir kirişin orta dikmesi daima merkezden geçeceğinden

$[AB]$ kirişinin orta dikmesi, yani OP doğrusu, $O(0, 0)$ merkezinden geçer.

$$m_{OP} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 0}{2 - 0} = -\frac{3}{2} \text{ ve } OP \perp AB$$

olduğundan

$$m_{OP} \cdot m_{AB} = -1 \text{ den } m_{AB} = \frac{2}{3} \text{ bulunur.}$$

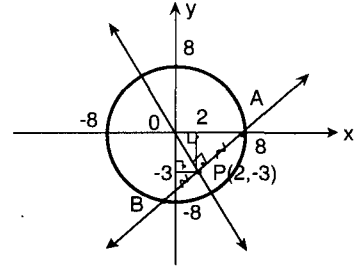
Öyleyse AB nin denklemi :

$$P(2, -3) \wedge m_{AB} = \frac{2}{3}$$

$$y+3 = \frac{2}{3}(x-2)$$

$$3y+9 = 2x-4$$

$$2x-3y-13 = 0 \text{ elde edilir.}$$

**ÖRNEK**

$A(6, -4)$, $B(-2, 2)$ noktaları veriliyor. $[KA] \perp [KB]$ koşulunu sağlayan noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

ÇÖZÜM

Aranılan geometrik yere ait noktaların kümesi $K(x, y)$ olsun.

$$[KA] \perp [KB] \Rightarrow m_{KA} \cdot m_{KB} = -1 \text{ olmalıdır.}$$

$$\frac{y+4}{x-6} \cdot \frac{y-2}{x+2} = -1$$

$$(x-6)(x+2) = -(y+4)(y-2)$$

$$x^2 - 4x - 12 = -(y^2 + 2y - 8)$$

$$x^2 - 4x - 12 + y^2 + 2y - 8 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0 \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$x^2+y^2-4x-10y-140=0$ çemberinin 24 birim uzunluğundaki kirişlerinin orta noktalarının geometrik yeri nedir?

ÇÖZÜM

$$x^2+y^2-4x-10y-140=0$$

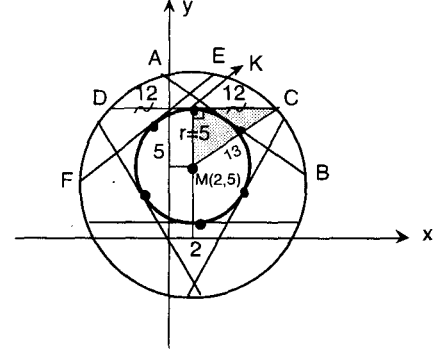
$$M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right) \Rightarrow M(2, 5) \text{ ve yarıçap}$$

$$r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2} = \frac{\sqrt{16 + 100 + 560}}{2} = \frac{\sqrt{676}}{2} = \frac{26}{2} = 13 \text{ olur.}$$

Şekildeki [AB], [CD], [EF] ... kirişlerinin uzunlukları 24 birim olup, orta noktaları görüleceği üzere M(2, 5) merkezli yeni bir çemberin üzerindedirler. Yeni çemberin yarıçapı MKC dik üçgeninden $r = 5$ bulunacağından aranan geometrik yer bir çember olup merkezi M(2, 5) ve yarıçapı $r = 5$ den denklemi

$$(x-2)^2 + (y-5)^2 = 25 \text{ olur. Düzenlenirse;}$$

$$x^2+y^2-4x-10y+4=0 \text{ elde edilir.}$$

**ÖRNEK**

$y = -x+1$, $2x+3y-6=0$ doğruları ile $0x$ ekseninin oluşturduğu üçgenin çevrel çemberinin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$y = -x+1 \text{ de}$$

$$x=0 \Rightarrow y=1 \wedge y=0 \Rightarrow x=1$$

$$2x+3y-6=0 \text{ da}$$

$$x=0 \Rightarrow y=2 \wedge y=0 \Rightarrow x=3 \text{ olur.}$$

Ortak çözümden

$$2x+3(-x+1)-6=0$$

$$2x-3x+3-6=0$$

$$x = -3 \wedge y = 3+1 = 4$$

$$A(-3, 4) \text{ bulunur.}$$

Aranılan çember $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ ise

$$A \in \text{Ç} \Rightarrow 9+16-3D+4E+F=0$$

$$3D-4E-F=25 \quad ①$$

$$B \in \text{Ç} \Rightarrow 1+D+F=0 \quad ②$$

$$C \in \text{Ç} \Rightarrow 9+3D+F=0 \quad ③ \text{ bulunur. } ①, ② \text{ ve } ③ \text{ denklemleri çözümlürse } D=-4,$$

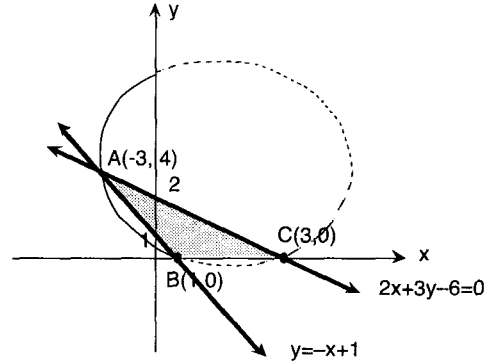
$$E=-10 \text{ ve } F=3 \text{ elde edilir.}$$

Yani çemberin denklemi

$$x^2+y^2-4x-10y+3=0 \text{ ya da}$$

$$(x-2)^2 - 4 + (y-5)^2 - 25 + 3 = 0 \text{ dan}$$

$$(x-2)^2 + (y-5)^2 = 26 \text{ bulunacaktır.}$$



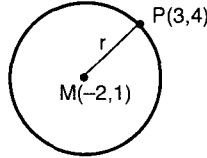
ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

1. Merkezi $(-2, 1)$ olan ve $P(3, 4)$ noktasından geçen çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 34$
 B) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 34$
 C) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 34$
 D) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$
 E) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 16$

ÇÖZÜM

$M(-2, 1)$ merkezli çember $P(3, 4)$ noktasından geçtiğine göre, çemberin yarıçapı $r = IMPI$ dir.



$$r = IMPI = \sqrt{(-2-3)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{25+9}$$

$$r = \sqrt{34} \text{ br dir.}$$

O halde çemberin denklemi $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 34$ dür.

YANIT "C"

2. Merkezi $M(-1, 3)$ olan çember $5x+12y-4=0$ doğrusuna teğettir. Çemberin yarıçapı kaç br dir?

- A) 1 B) $\frac{17}{13}$ C) 2 D) $\frac{23}{13}$ E) $\frac{27}{13}$

ÇÖZÜM

Teğetin değme noktası T olsun.

$d \perp [MT]$ olduğundan

çemberin yarıçapı $r = IMTI$ dir. Yani $M(-1, 3)$ noktasının $5x+12y-4=0$ doğrusuna uzaklığı çemberin yarıçapıdır.

$$r = IMTI = \frac{|-5+36-4|}{\sqrt{5^2+12^2}} = \frac{|36-9|}{\sqrt{169}}$$

$$r = \frac{27}{13} \text{ br. bulunur.}$$

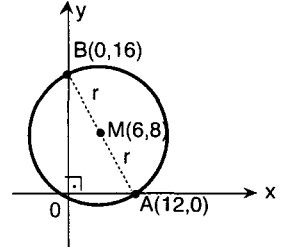
YANIT "E"

3. $A(12, 0)$ ve $B(0, 16)$ noktalarından ve orijinden geçen çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x-8)^2 + (y-6)^2 = 100$
 B) $(x+6)^2 + (y-8)^2 = 100$
 C) $x^2 + y^2 = 100$
 D) $(x-6)^2 + (y-8)^2 = 100$
 E) $(x-6)^2 + (y-8)^2 = 400$

ÇÖZÜM

Çapı gören çember açısı 90° olacağından $[AB]$ çap olur. $[AB]$ nin orta noktası merkez olduğundan;



$$M\left(\frac{12+0}{2}, \frac{0+16}{2}\right) \Rightarrow M(6, 8) \text{ bulunur.}$$

$IAI = 2r$ dir. OAB dik üçgeninde Pisagor teoreminden

$$IAI = 2r = 20 \text{ br bulunur. Yani } r = 10 \text{ br dir.}$$

Çemberin denklemi ise;

$$(x-6)^2 + (y-8)^2 = 100 \text{ dür.}$$

YANIT "D"

4. $(n+3)x^2 + y^2 - 4y + (m-2)xy + (m-n)x - 8 = 0$ denklemi bir çember belirttiğine göre, bu çemberin yarıçapı kaç br dir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM

$n+3=1$ ve $m-2=0$ olmalıdır.

$n=-2$ ve $m=2$ bulunur.

O halde çember denklemi;

$$x^2 + y^2 + 4x - 4y - 8 = 0 \text{ olur.}$$

$$\text{Yarıçapı ise } r = \frac{\sqrt{4^2 + (-4)^2 - 4 \cdot (-8)}}{2}$$

$$r = \frac{\sqrt{64}}{2} = 4 \text{ br. olur.}$$

YANIT "D"

5. $2x^2 + 2y^2 - 8mx + 6my + 2 = 0$ denklemi bir çember belirtmektedir. $m \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere m nin en küçük değeri için çemberin yarıçapı kaç br dir?

- A) $\frac{\sqrt{21}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{19}}{2}$ C) $\sqrt{5}$
D) 2 E) 1

ÇÖZÜM

x^2 ve y^2 nin katsayıları birbirine eşit ve +1 olmalıdır. O halde önce denklemin her iki yanını 2 ile bölelim.

$$x^2 + y^2 - 4mx + 3my + 1 = 0 \text{ olur.}$$

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ denkleminin bir çember belirtmesi için

$$\Delta = D^2 + E^2 - 4F > 0 \text{ olmalıdır.}$$

Öyleyse;

$$\left. \begin{array}{l} D = -4m \\ E = 3m \\ F = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 16m^2 + 9m^2 - 4 > 0 \\ 25m^2 > 4 \end{array}$$

$$m^2 > \frac{4}{25} \Rightarrow |m| > \frac{2}{5} \text{ olmalıdır.}$$

$m \in \mathbb{Z}^+$ olduğundan $m > \frac{2}{5}$ olur. $m > \frac{2}{5}$ eşitsizliğini sağlayan en küçük $m \in \mathbb{Z}^+$ ise 1 dir. $m = 1$ ise denklem,

$$x^2 + y^2 - 4x + 3y + 1 = 0 \text{ olur.}$$

Çemberin yarıçapı ise

$$r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2} = \frac{\sqrt{16 + 9 - 4}}{2}$$

$$r = \frac{\sqrt{21}}{2} \text{ br bulunur.}$$

YANIT "A"

6. x -eksenini -4 ve 2 , y -eksenini ise 4 ve -2 de kesen çemberin merkezi $(m-1)x + y = 3$ doğrusu üzerinde ise m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

ÇÖZÜM

Çemberin merkezi M olsun.

$$[MH] \perp [AB] \text{ ve}$$

$$[MH] \perp [CD]$$

çizelim.

$$|AH| = |BH| \text{ ve}$$

$$|CK| = |DK| \text{ olur.}$$

H noktası A ile B nin orta noktası olduğundan $H(-1, 0)$ ve K noktası C ile D nin orta noktası olduğundan $K(1, 0)$ bulunur. O halde çemberin merkezi $M(-1, 1)$ dir. $M(-1, 1)$ noktası $(m-1)x + y = 3$ doğrusu üzerinde olduğundan denklemi sağlar.

$$(m-1) \cdot (-1) + 1 = 3$$

$$-m + 1 + 1 = 3 \Rightarrow m = -1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

7. $x^2 + y^2 + mx + 4y + 5 = 0$ denklemi bir nokta belirtmektedir. Merkezi $M(m, m)$ olan ve orijinden geçen çemberlerden birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$
B) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$
C) $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 8$
D) $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 8$
E) $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 4$

ÇÖZÜM

$x^2 + y^2 + mx + 4y + 5 = 0$ çemberinin bir nokta belirtmesi için

$$\Delta = D^2 + E^2 - 4F = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$\Delta = m^2 + 16 - 20 = 0 \Rightarrow m = \mp 2 \text{ bulunur.}$$

O halde $M_1(-2, -2)$ veya $M_2(2, 2)$ dir.

Bu çemberler orijinden geçtiğine göre,

$$r = |OM| = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2} \text{ br. dir.}$$

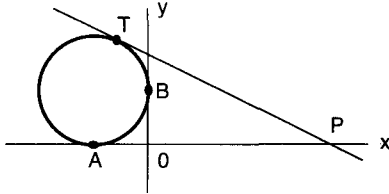
Çemberlerin denklemleri ise;

$$(x+2)^2 + (y+2)^2 = 8 \text{ veya}$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8 \text{ dir.}$$

YANIT "C"

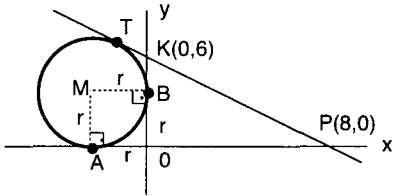
8.



Şekildeki çember eksenlere A ve B noktalarında, $3x+4y-24=0$ doğrusuna ise T noktasında teğettir. Bu çemberin yarıçapı kaç birimdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM



$3x + 4y - 24 = 0$ doğrusunda
 $y=0 \Rightarrow x=8 \Rightarrow P(8, 0)$ ve
 $x=0 \Rightarrow y=6 \Rightarrow K(0, 6)$ bulunur.
 $IOB = r \Rightarrow IBK = ITK = 6 - r$

Δ
 OKP de pisagordan

$IPK = 10$ bulunur.

$IPK = IPA \Rightarrow 10 + 6 - r = 8 + r$
 $\Rightarrow r = 4$ bulunur.

YANIT "D"

9. Merkezi $y = x$ doğrusu üzerinde olan ve $A(5, 0)$, $B(0, -3)$ noktalarından geçen çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 15 = 0$
 B) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 8 = 0$
 C) $x^2 + y^2 - x - y - 5 = 0$
 D) $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 15 = 0$
 E) $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$

ÇÖZÜM

Çemberin merkezi $M(a, b)$ ve yarıçapı r ise çember A ve B noktalarından geçtiği için bu noktalar $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ denklemini sağlar.

$$A(5, 0) \Rightarrow (5-a)^2 + (0-b)^2 = r^2$$

$$B(0, -3) \Rightarrow (0-a)^2 + (-3-b)^2 = r^2 \text{ olur.}$$

çemberin merkezi $y = x$ doğrusu üzerinde olduğu için $M(a, b)$ $y = x$ doğrusunu sağlar.

Yani $a = b$ dir. Yukarıdaki denklemlerden çözüm yapılırsa

$$(5-a)^2 + a^2 = a^2 + (-3-a)^2$$

$$25 - 10a + a^2 = 9 + 6a + a^2$$

$$-16a = -16 \Rightarrow a = b = 1 \text{ olur.}$$

$$\text{O halde } r^2 = (5-a)^2 + b^2$$

$$r^2 = 16 + 1 = 17 \Rightarrow r = \sqrt{17} \text{ br. olur.}$$

Çember denklemi ise;

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 17 \text{ veya}$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 15 = 0 \text{ olur.}$$

YANIT "A"

10. $x^2 + y^2 + (a+1)x + (b-1)y + 16 = 0$ çemberi eksenlere teğet ise $a + b$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

ÇÖZÜM

Çemberin $0x$ ve $0y$ eksenine teğet olabilmesi için merkezi $y = x$ veya $y = -x$ doğrusu üzerinde bulunmalıdır. Yani

$$1 - \frac{D}{2} = 1 - \frac{E}{2} = r \text{ olmalıdır.}$$

$$r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2} \text{ ise } \frac{D^2}{4} = r^2 \text{ den}$$

$$\frac{D^2}{4} = \frac{D^2 + E^2 - 4F}{4} \Rightarrow E^2 = 4F \text{ veya}$$

$$D^2 = 4F \text{ olmalıdır.}$$

$$E^2 = 4F \Rightarrow (b-1)^2 = 4.16 \Rightarrow |b-1| = 8$$

$$b = 9 \text{ veya } b = -7 \text{ dir.}$$

$$D^2 = 4F \Rightarrow (a+1)^2 = 4.16 \Rightarrow |a+1| = 8$$

$$a = 7 \text{ veya } a = -9 \text{ dur.}$$

O halde ;

$$a = 7 \text{ ise } b = -7 \text{ veya}$$

$$a = -9 \text{ ise } b = 9 \text{ olmalıdır.}$$

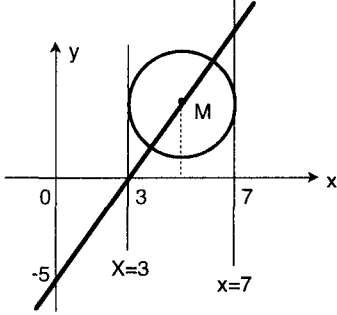
$$a+b = 7-7 = -9 + 9 = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

11. $x = 3$, $x = 7$ doğrularına teğet, merkezi $y = 3x - 5$ doğrusu üzerinde bulunan çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x-10)^2 + (y-5)^2 = 4$
 B) $(x-10)^2 + (y-5)^2 = 2$
 C) $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 4$
 D) $(x-5)^2 + (y-10)^2 = 2$
 E) $(x-5)^2 + (y-10)^2 = 4$

ÇÖZÜM



Çember $x = 3$ ve $x = 7$ doğrularına teğet olduğundan $2r = 7 - 3 \Rightarrow r = 2$ br olur.

Merkezin apsisi ise $a = \frac{3+7}{2} = 5$ dir.

$M(5, b)$ noktası $y = 3x - 5$ doğrusu üzerinde olduğundan

$$b = 3 \cdot 5 - 5 \Rightarrow b = 10 \text{ bulunur.}$$

O halde $M(5, 10)$ ve $r = 2$ dir.

Çemberin denklemi ise

$$(x-5)^2 + (y-10)^2 = 4 \text{ olur.}$$

YANIT "E"

12. $x^2 + y^2 - mx + 2y + 1 = 0$ ve $x^2 + y^2 - 4x + (m-1)y = 0$ çemberlerinin dik kesişmesi için m ne olmalıdır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) 0 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

ÇÖZÜM

Dik kesişme koşulu

$DD' + EE' = 2 \cdot (F + F')$ idi. O halde

$$(-m) \cdot (-4) + 2 \cdot (m-1) = 2 \cdot (1 + 0)$$

$$4m + 2m - 2 = 2$$

$$6m = 4 \Rightarrow m = \frac{2}{3} \text{ bulunur.}$$

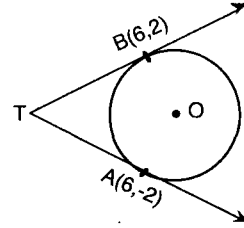
YANIT "D"

13. $x^2 + y^2 = 16$ çemberine $A(6, -2)$ ve $B(6, 2)$ noktalarından çizilen teğetler arasındaki açının tanjantı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

ÇÖZÜM

$x^2 + y^2 = 16$ merkezli çember olduğundan bu çemberin üzerindeki (x_0, y_0) noktasından çizilen teğetin denklemi $xx_0 + yy_0 = r^2$ idi.



TB nin denklemi $6x + 2y = 16 \Rightarrow m_1 = -3$

TA nın denklemi $6x - 2y = 16 \Rightarrow m_2 = 3$ olur.

İki doğru arasındaki açının tanjantı ;

$$\tan \alpha = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} \text{ olduğundan}$$

$$\tan \alpha = \frac{-3 - 3}{1 + (-3) \cdot 3} = \frac{-6}{-8} = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

YANIT "C"

14. $x^2 + y^2 + 4x + my + 4 = 0$ çemberinin Oy eksenine teğet olması için m ne olmalıdır?

- A) ∓ 4 B) ∓ 5 C) ∓ 6 D) ∓ 7 E) ∓ 8

ÇÖZÜM

Çember Oy eksenine teğet ise $(\frac{E}{2})^2 = F$ olmalıdır.

$$\left. \begin{array}{l} E = m \\ F = 4 \end{array} \right\} \left(\frac{m}{2} \right)^2 = 4$$

$$\frac{m^2}{4} = 4$$

$$m^2 = 16 \Rightarrow m = \mp 4$$

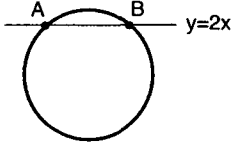
YANIT "A"

15. $y = 2x$ doğrusunun $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ çemberinden ayırdığı kirişin uzunluğu kaç br dir?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $3\sqrt{2}$
D) 5 E) 6

ÇÖZÜM

$y = 2x$ doğrusu ile $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ çemberinin ortak çözümünü yaparsak, kirişin uç noktalarının koordinatları bulunur.



$$x^2 + (2x)^2 - 2x - 4 \cdot (2x) = 0$$

$$x^2 + 4x^2 - 2x - 8x = 0$$

$$5x^2 - 10x = 0$$

$$5x(x-2) = 0$$

$x_1 = 0$ ve $x_2 = 2$ bulunur.

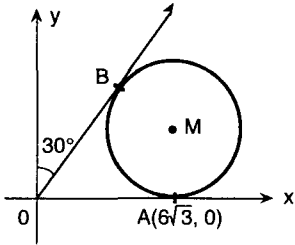
$y_1 = 0$ ve $y_2 = 4$

A(0, 0) ve B(2, 4) ise

$$|AB| = \sqrt{(0-2)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ br olur.}$$

YANIT "B"

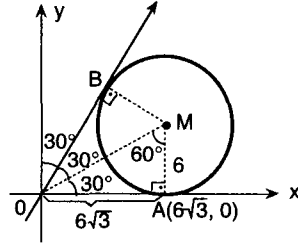
16.



Şekilde $m(\widehat{yOB}) = 30^\circ$ dir. M merkezli çember OB ve Ox doğrularına A ve B noktalarında teğettir. $A(6\sqrt{3}, 0)$ ise çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x - 6\sqrt{3})^2 + (y - 2\sqrt{3})^2 = 18$
B) $(x - 6\sqrt{3})^2 + (y - 6)^2 = 18$
C) $(x - 6)^2 + (y - 6\sqrt{3})^2 = 18$
D) $(x - 6\sqrt{3})^2 + (y - 6)^2 = 36$
E) $(x - 6)^2 + (y - 6\sqrt{3})^2 = 36$

ÇÖZÜM



OB ve OA çembere teğet olduğundan

$$|OB| = |OA| = 6\sqrt{3} \text{ dir.}$$

OM, $\widehat{AOB}$ nın açıortayıdır.

$m(\widehat{AOM}) = m(\widehat{BOM}) = 30^\circ$ olur. O halde

$\triangle AOM$ dik üçgeninde

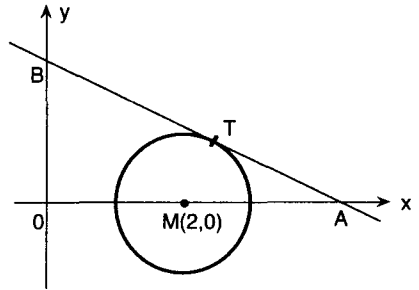
$|OA| = 6\sqrt{3} \Rightarrow |MA| = 6$ dir. ($30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ üçgeni) $|MA| = 6$ br. Uzunluğu aynı zamanda çemberin yarıçapı ve merkezinin ordinatıdır. O halde merkez $M(6\sqrt{3}, 6)$ ve $r = 6$ dir. Çemberin denklemi ise;

$$(x - 6\sqrt{3})^2 + (y - 6)^2 = 36 \text{ dir.}$$

YANIT "D"

ZAFER YAYINLARI

17.

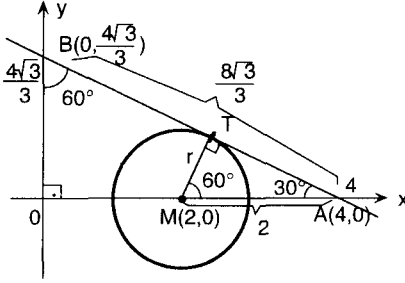


Şekilde $M(2, 0)$ merkezli çember AB doğrusuna T noktasında teğettir.

A(4, 0) ve $B(0, \frac{4\sqrt{3}}{3})$ ise çemberin yarıçapı kaç br. dir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\sqrt{3}$ E) 2

ÇÖZÜM



$\triangle OAB$ üçgeninde $IOAI = 4 \text{ br}$ ve $IOBI = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ br}$

ise $IOBI = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ br}$ olur. ($30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ üçgeni)

O halde $m(\widehat{OAB}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{OBA}) = 60^\circ$ olur.

$[MT] \perp [AB]$ çizelim. $IMTI = r \text{ br}$ dir.

$M(2, 0)$ ise $IOMI = 2 \text{ br}$ ve

$IMAI = 2 \text{ br}$ dir.

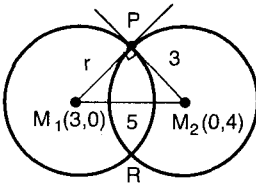
TMA dik üçgeninde hipotenüs 2 br ise 30° lik açının karşısındaki kenar $IMTI = 1 \text{ br}$ dir.

YANIT "C"

18. Denklemleri $(x-3)^2 + y^2 = r^2$ ve $x^2 + (y-4)^2 = 9$ olan iki çemberin birbirini dik kesmesi için r ne olmalıdır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM



$M_1(3, 0)$ ve $M_2(0, 4)$ merkezli çemberler dik kesişiyorlarsa $[M_1P] \perp [M_2P]$ olmalıdır.

$\triangle PM_1M_2$ dik üçgeninde;

$IPM_1I = r \text{ br}$, $IPM_2I = 3 \text{ br}$ ve

$IM_1M_2I = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ br}$ dir.

O halde $IM_1PI = 4 \text{ br}$ bulunur.

YANIT "D"

19. $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ ile $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ çemberi için aşağıdakilerden hangisi söylenebilir?

A) Dıştan teğettirler.
B) İçten teğettirler.
C) Dik kesişirler.
D) Ayrıkırlar.
E) Kesişmezler.

ÇÖZÜM

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow M_1(2, 1) \text{ ve}$$

$$r_1 = \frac{\sqrt{16 + 4 + 4}}{2} = 2 \text{ dir.}$$

$$x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0 \Rightarrow M_2(-1, -3) \text{ ve}$$

$$r_2 = \frac{\sqrt{4 + 36 + 4}}{2} = 3 \text{ dür.}$$

Merkezler arası uzaklık;

$$IM_1M_2I = \sqrt{(2+1)^2 + (1+3)^2} = 5 \text{ ve}$$

$$r_1 + r_2 = 2 + 3 = 5 \text{ olduğundan}$$

İki çember dıştan teğettirler.

YANIT "A"

20. $2x^2 + 2y^2 - 3x - 4y - 4 = 0$ çemberi ile $3x^2 + 3y^2 - 8x - y + 4 = 0$ çemberinin kesim noktalarından ve orijinden geçen çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + y^2 - 11x + 5y = 0$
B) $5x^2 + 5y^2 - 11x + 5y = 0$
C) $5x^2 + 5y^2 + 11x - 5y = 0$
D) $x^2 + y^2 - 11x - 5y = 0$
E) $5x^2 + 5y^2 - 11x - 5y = 0$

ÇÖZÜM

İki çember kesişiyorsa, çember demeti oluştururlar. O halde

$$2x^2 + 2y^2 - 3x - 4y - 4 + \lambda(3x^2 + 3y^2 - 8x - y + 4) = 0 \text{ dir.}$$

Aranılan çember orijinden geçtiğine göre

$O(0, 0)$ noktası denklemi sağlar.

$$0 + 0 - 0 - 0 - 4 + \lambda(0 + 0 - 0 - 0 + 4) = 0$$

$$-4 + \lambda \cdot 4 = 0 \text{ ise } \lambda = 1 \text{ olur.}$$

$\lambda = 1$ yerine yazılırsa;

$$2x^2 + 2y^2 - 3x - 4y - 4 + 1(3x^2 + 3y^2 - 8x - y + 4) = 0$$

$$5x^2 + 5y^2 - 11x - 5y = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

21. $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 15 = 0$ çemberine üzerindeki $(-2, 1)$ noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 3y - 6 = 0$ B) $x - 3y + 5 = 0$
C) $x + 3y + 6 = 0$ D) $x + 3y + 5 = 0$
E) $x - 3y - 5 = 0$

ÇÖZÜM

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + C = 0$ çemberine üzerindeki (x_0, y_0) noktasından çizilen teğetin denklemi;

$$xx_0 + yy_0 + \frac{D}{2} \cdot (x + x_0) + \frac{E}{2} \cdot (y + y_0) + F = 0$$

olduğundan; çember denklemi

$x^2 + y^2 + 6x - 8y + 15 = 0$ ve nokta $(-2, 1)$ ise teğet denklemi;

$$-2x + y + 3 \cdot (x - 2) - 4 \cdot (y + 1) + 15 = 0$$

$$-2x + y + 3x - 6 - 4y - 4 + 2 = 0$$

$$x - 3y + 5 = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

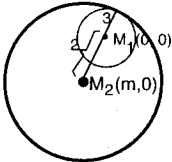
22. $x^2 + y^2 = 9$ çemberi $(x-m)^2 + y^2 = 25$ çemberine içten teğet olduğuna göre, m nin pozitif değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM

$x^2 + y^2 = 9$ çemberinin merkezi $M_1(0, 0)$ ve yarıçapı $r_1 = 3$ tür.

$(x-m)^2 + y^2 = 25$ çemberinin merkezi $M_2(m, 0)$ ve yarıçapı $r_2 = 5$ tir.



$|M_1 - M_2| = 5 - 3 = 2$ br. olmalıdır.

$$|M_1 M_2| = \sqrt{(0-m)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{m^2} = m \text{ olur.}$$

(m > 0)

$$m = |M_1 - M_2| = 2 \text{ br. bulunur.}$$

YANIT "B"

23. $x^2 + y^2 = 25$ çemberi veriliyor.

$O(0, 0)$ ve $A(m, n)$ olmak üzere, $[OA]$ doğru parçasının orta noktası, çemberin iç bölgesinde ise aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $m^2 + n^2 < 50$ B) $m^2 + n^2 > 25$
C) $m^2 + n^2 > 100$ D) $m^2 + n^2 < 25$
E) $m^2 + n^2 < 100$

ÇÖZÜM

$[OA]$ nın orta noktası $B(\frac{m}{2}, \frac{n}{2})$ olsun.

$x^2 + y^2 < 5$ eşitsizliği, çemberin iç bölgesini tanımladığından, $B(\frac{m}{2}, \frac{n}{2})$ noktası bu eşitsizliği sağlar. O halde;

$$(\frac{m}{2})^2 + (\frac{n}{2})^2 < 25$$

$$\frac{m^2}{4} + \frac{n^2}{4} < 25 \Rightarrow m^2 + n^2 < 100 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

24. $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 16$ çemberi üzerinde bulunan $A(x, y)$ noktaları için, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x = 2 - 4\cos\alpha$ B) $x = 2 + 16\cos\alpha$
 $y = 5 - 4\sin\alpha$ $y = 5 + 16\cos\alpha$
C) $x = 2 + 4\cos\alpha$ D) $x = 2 + 4\cos\alpha$
 $y = -5 + 4\sin\alpha$ $y = -5 + 4\cos\alpha$
E) $x = 4 + 2\cos\alpha$
 $y = -5 - 2\sin\alpha$

ÇÖZÜM

$(x-2)^2 + (y+5)^2 = 16$ çemberinin merkezi

$M(a, b) = (2, -5)$ ve yarıçapı $r = 4$ dür.

Parametrik çember denklemine göre ;

$$x = a + r\cos\alpha \Rightarrow x = 2 + 4\cos\alpha$$

$$y = b + r\sin\alpha \Rightarrow y = -5 + 4\sin\alpha \text{ olur.}$$

YANIT "C"

25. $x^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 - 4x - 6 = 0$ ve
 $x^2 + y^2 + 6y - 8 = 0$ çemberlerinin kuvvet
 merkezi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $(-1, 1)$ B) $(-1, 0)$ C) $(1, 0)$
 D) $(1, -1)$ E) $(-1, -1)$

ÇÖZÜM

Üç çemberin ikiye ikiye kuvvet eksenlerinin
 kesim noktası, üç çemberin kuvvet merkezidir.

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 2 \\ x^2 + y^2 - 4x - 6 = 0 \end{array} \right\} \text{ sisteminden} \\ 2 = 4x + 6 \Rightarrow x = -1 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, bu iki çemberin kuvvet eksenini $x = -1$
 doğrusudur.

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 2 \\ x^2 + y^2 + 6y - 8 = 0 \end{array} \right\} \text{ sisteminden} \\ 2 = -6y + 8 \Rightarrow y = 1 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, bu iki çemberin kuvvet eksenini $y = 1$
 doğrusudur. $x = -1$ ve $y = 1$ doğrularının ke-
 sim noktası $(-1, 1)$ de bu üç çemberin kuvvet
 merkezidir.

YANIT "A"

26. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 9$ çemberi ile aynı merkezli
 olan ve $3x + 4y + 19 = 0$ doğrusuna teğet
 olan çemberin denklemi aşağıdakilerden
 hangisidir?

- A) $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 1$
 B) $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 2$
 C) $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 3$
 D) $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$
 E) $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 5$

ÇÖZÜM

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 = 9 \Rightarrow M(1, -3) \text{ dür.}$$

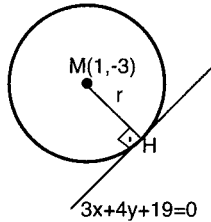
$M(1, -3)$ noktasının
 $3x+4y+19=0$ doğrusuna
 olan uzaklığı, aranan
 çemberin yarıçapını verir.

$$r = \frac{|3 - 12 + 19|}{\sqrt{9 + 16}}$$

$$r = \frac{10}{5} = 2 \text{ br dir.}$$

O halde merkezi $M(1, -3)$ ve yarıçapı $r = 2$
 olan çemberin denklemi

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4 \text{ olur.}$$

**YANIT "D"**

27. $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 15 = 0$ çemberi üzerindeki
 bir nokta $A(-2, 1)$ noktasıdır. Bu noktadan
 geçen çapın diğer ucundan çembere çizilen
 teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisi-
 dir?

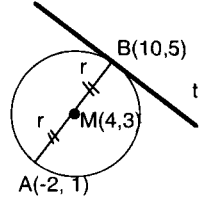
- A) $3x + y - 35 = 0$ B) $3x + y - 37 = 0$
 C) $3x - y - 25 = 0$ D) $3x - y + 35 = 0$
 E) $3x - y + 20 = 0$

ÇÖZÜM

$$x^2 + y^2 - 8x - 6y - 15 = 0$$

ise $M(4, 3)$ dür.

A noktasının M noktasına
 göre simetriği B noktası
 olacağından



$$A(-2, 1) \xrightarrow{M(4,3)} B(2 \cdot 4 + 2, 2 \cdot 3 - 1)$$

$B(10, 5)$ bulunur. O halde çembere $B(10, 5)$
 noktasından çizilen teğetin denklemi,

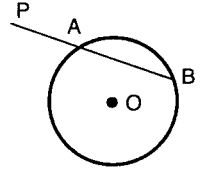
$$xx_0 + yy_0 + \frac{D}{2}(x + x_0) + \frac{E}{2}(y + y_0) + F = 0 \text{ dan}$$

$$10x + 5y - 40 - 4x - 15 - 3y - 15 = 0$$

$$3x + y - 35 = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

28. Şekilde $|ABI| = 2|PA|$ dır.
 $P(2, 1)$ ve çemberin
 denklemi
 $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$
 ise $|ABI|$ kaç birimdir?



- A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 3
 D) 4 E) $3\sqrt{2}$

ÇÖZÜM

$$|PA| = a \Rightarrow |ABI| = 2a \text{ dır.}$$

$$|PA| \cdot |PB| = 2^2 + 1^2 + 4 - 6 + 6$$

$$a \cdot 3a = 9$$

$$a^2 = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

$$|ABI| = 2a = 2\sqrt{3} \text{ br dir.}$$

YANIT "B"

ÇÖZÜMLÜ TEST - 2

1. $x^2 + y^2 - 4y = 0$ çemberi ve üzerinde $A(\sqrt{3}, 3)$ noktası veriliyor. Bu noktadan geçen çapın öteki uç noktasının koordinatları nedir?

- A) $(-\sqrt{3}, 2)$ B) $(-\sqrt{3}, 1)$ C) $(-\sqrt{3}, 0)$
D) $(\sqrt{3}, 1)$ E) $(\sqrt{3}, 2)$

ÇÖZÜM

Çemberin merkezi $M(0, 2)$ ve A dan geçen çapın diğer uç noktası $A'(x_1, y_1)$ olsun.

$[AA']$ çapının orta noktası $M(0, 2)$ olduğundan

$$\frac{x_1 + \sqrt{3}}{2} = 0 \Rightarrow x_1 = -\sqrt{3} \text{ ve}$$

$$\frac{y_1 + 3}{2} = 2 \Rightarrow y_1 = 1 \text{ olur.}$$

O halde $A'(-\sqrt{3}, 1)$ bulunur.

YANIT "B"

2. $A(3, 0)$ ve $B(-2, 0)$ noktaları veriliyor. $\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{2}{3}$ olan P noktalarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 - 12x - 13 = 0$
B) $x^2 + y^2 - 7x + 6 = 0$
C) $x^2 + y^2 - 7x - 6 = 0$
D) $x^2 + y^2 + 14x + 13 = 0$
E) $x^2 + y^2 - 14x + 13 = 0$

ÇÖZÜM

$P(x, y)$ olsun.

$$\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{\sqrt{(x-3)^2 + y^2}}{\sqrt{(x+2)^2 + y^2}} = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

$$\frac{x^2 - 6x + 9 + y^2}{x^2 + 4x + 4 + y^2} = \frac{4}{9}$$

$$9x^2 - 54x + 81 + 9y^2 = 4x^2 + 16x + 16 + 4y^2$$

$$5x^2 + 5y^2 - 70x + 65 = 0 \text{ ise geometrik yer}$$

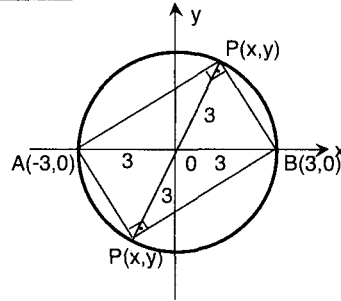
$$x^2 + y^2 - 14x + 13 = 0 \text{ çemberi elde edilir.}$$

YANIT "E"

3. $A(-3, 0)$ ve $B(3, 0)$ noktaları veriliyor. $[AB]$ doğru parçasını 90° lik açı ile gören noktaların geometrik yerinin denklemi aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 = 1$ B) $x^2 + y^2 = 4$
C) $x^2 + y^2 = 9$ D) $x^2 + y^2 = 16$
E) $x^2 + y^2 = 25$

ÇÖZÜM



Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortayı hipotenüsün yarısına eşit olacağından

$$|OPI| = |OA| = |OB| \text{ veya}$$

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{9}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{9} \Rightarrow x^2 + y^2 = 9 \text{ bulunur.}$$

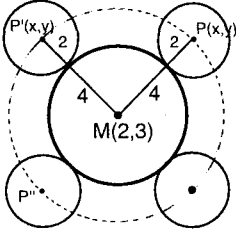
O halde, sorulan geometrik yer $x^2 + y^2 = 9$ çemberidir.

YANIT "C"

4. Merkezi $M(2, 3)$ ve yarıçapı $r = 4$ br olan çembere dıştan teğet olan 2 br yarıçaplı çemberlerin merkezlerinin geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$
B) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 36$
C) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 49$
D) $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$
E) $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 36$

ÇÖZÜM



Geometrik yere ait olan $P(x, y)$ noktasının

$M(2, 3)$ noktasına olan uzaklıkları

$IMPI = 4 + 2 = 6$ br dir.

$$IMPI = 6 \Rightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2} = 6$$

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 36$$

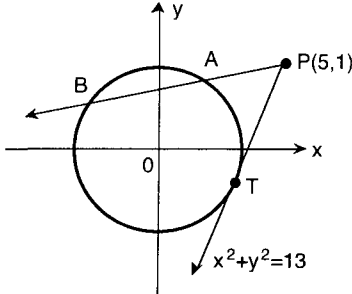
çemberi aranan geometrik yerdir.

YANIT "B"

5. $x^2 + y^2 = 13$ çemberi dışında $P(5, 1)$ noktası alınıyor. P den geçen herhangi bir kesen bu çemberi A ve B 'de kestiğine göre $IPAI \cdot IPBI$ çarpımı kaçtır?

A) 7 B) 9 C) 12 D) 13 E) 17

ÇÖZÜM



P noktasının çembere göre kuvveti ;

$$IPTI^2 = IPAI \cdot IPBI \text{ dir.}$$

$$IPTI^2 = 5^2 + 1^2 - 13 = 13 \text{ bulunur.}$$

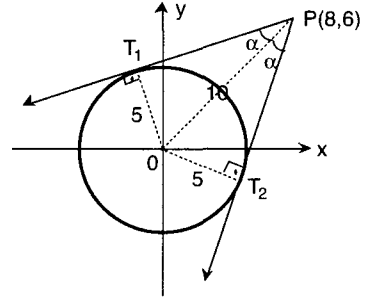
$$IPAI \cdot IPBI = IPTI^2 = 13 \text{ elde edilir.}$$

YANIT "D"

6. $x^2 + y^2 = 25$ çemberine dışındaki $P(8, 6)$ noktasından çizilen teğetler arasındaki açı kaç derecedir?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

ÇÖZÜM



$$IOPI = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ br ve}$$

$$IOT_1I = IOT_2I = 5 \text{ br dir.}$$

$m(\widehat{T_1PO}) = \alpha$ olsun. T_1PO dik üçgeninde

$IT_1OI = 5$ br ve $IOPI = 10$ br olduğundan $\alpha = 30^\circ$ dir.

$$m(\widehat{T_1PT_2}) = 2\alpha = 60^\circ \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

7. $x^2 + y^2 - 2mx + 6y - 11 = 0$ çemberlerinin başlangıç noktasına olan uzaklığı 5 br olduğuna göre, bu çemberlerin merkezler arası uzaklığı kaç br dir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

ÇÖZÜM

$$x^2 + y^2 - 2mx + 6y - 11 = 0$$

denkleminde merkezin koordinatları $M(m, -3)$ dür. $M(m, -3)$ noktasının $O(0, 0)$ noktasına uzaklığı,

$$IOMI = \sqrt{m^2 + 9} = 5$$

$$m^2 + 9 = 25$$

$$m^2 = 16 \Rightarrow m = \pm 4 \text{ olur.}$$

$$m = -4 \text{ ise } M_1(-4, -3) \text{ ve}$$

$$m = 4 \text{ ise } M_2(4, -3) \text{ dür.}$$

$$IM_1M_2I = \sqrt{(-4-4)^2 + (-3+3)^2} = 8 \text{ br dir.}$$

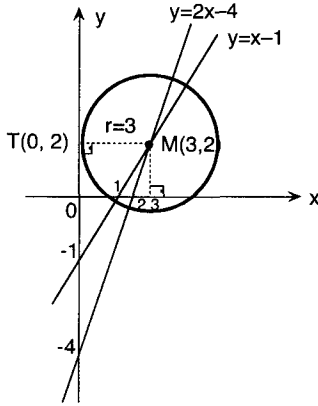
YANIT "C"

8. Merkezi $y = x-1$ ve $y = 2x-4$ doğrularının kesim noktası olan ve y-eksenine teğet olan çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$
 B) $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$
 C) $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 16$
 D) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$
 E) $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 9$

ÇÖZÜM

Merkezin koordinatlarını bulmak için $y = x-1$ ve $y = 2x-4$ doğrularının ortak çözümünü yapılır.



$y = x-1$
 $y = 2x-4$ } $2x-4 = x-1 \Rightarrow x = 3$ ve $y = 2$ bulunur.

$M(3, 2)$ olur. Çember y-eksenine teğet olduğundan $r = 3$ br dir.

O halde aranan çemberin denklemi;

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 9 \text{ olur.}$$

YANIT "A"

9. $x^2 + y^2 = 10$ çemberi dışında alınan $P(2, 4)$ noktasından çembere çizilen teğetlerden birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = \frac{1}{3}x - \frac{10}{3}$
 B) $y = -3x + 10$
 C) $y = 3x + \frac{10}{3}$
 D) $y = 3x - 10$
 E) $y = \frac{1}{3}x - 10$

ÇÖZÜM

Aranılan teğet $y = mx + n$ olsun.

Teğet olma koşuluna göre,

$$10 \cdot (1+m^2) = n^2 \text{ yazılır.}$$

$y = mx + n$ doğrusu $P(2, 4)$ den geçtiğine göre,

$$2m + n = 4 \text{ olur.}$$

$$\left. \begin{array}{l} 10 \cdot (1+m^2) = n^2 \\ 2m + n = 4 \end{array} \right\} \text{denklem sistemi çözülür.}$$

$$m = -3, n = 10 \text{ veya } m = \frac{1}{3}, n = \frac{10}{3} \text{ bulunur.}$$

Teğet denklemleri ise

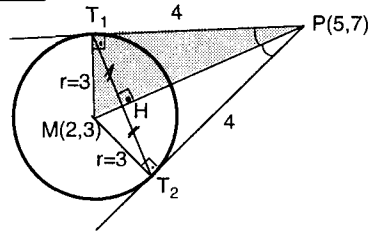
$$y = -3x + 10 \text{ veya } y = \frac{1}{3}x + \frac{10}{3} \text{ olur.}$$

YANIT "B"

10. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$ çemberine dışındaki $P(5, 7)$ noktasından çizilen teğetlerin değme noktaları T_1 ve T_2 ise $|T_1 T_2|$ kaç br dir?

- A) $\frac{24}{5}$ B) $\frac{12}{5}$ C) 2 D) 3 E) 4

ÇÖZÜM



Çemberin merkezi $M(2, 3)$ ve yarıçapı $r = 3$ br dir.

$$|PM| = \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2} = 5 \text{ br ve}$$

$$|PT_1| = |PT_2| = 4 \text{ br dir.}$$

$[T_1 T_2]$ ile $[MP]$ nin kesim noktası H olsun.

$$[T_1 T_2] \perp [MP] \text{ ve } |HT_1| = |HT_2| \text{ dir.}$$

$\triangle MT_1 P$ dik üçgeninde

$$|HT_1| \cdot 5 = 3 \cdot 4 \Rightarrow |HT_1| = \frac{12}{5} \text{ br dir.}$$

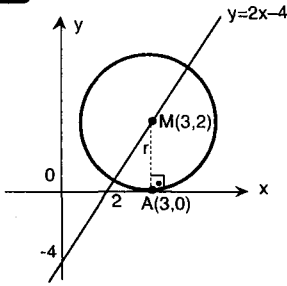
$$\text{O halde } |T_1 T_2| = 2 \cdot |HT_1| = \frac{24}{5} \text{ br olur.}$$

YANIT "A"

11. x -eksenine $A(3, 0)$ noktasında teğet olan ve merkezi $y = 2x - 4$ doğrusu üzerinde bulunan çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$
 B) $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 8$
 C) $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$
 D) $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 4$
 E) $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 9$

ÇÖZÜM



M'nin apsisi 3 olup, M noktası $y = 2x - 4$ doğrusu üzerinde olduğundan ordinatı $y = 2 \cdot 3 - 4 = 2$ dir.

$IMAI = r = 2$ olur. O halde çemberin merkezi $M(3, 2)$ ve yarıçapı $r = 2$ dir. Denklemi ise

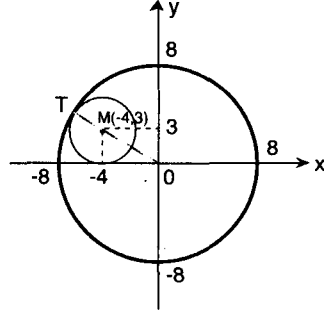
$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4 \text{ olur.}$$

YANIT "C"

12. $x^2 + y^2 = 64$ çemberine içten teğet ve merkezi $M(-4, 3)$ olan çemberin denklemi aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 4$
 B) $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 9$
 C) $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 12$
 D) $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 16$
 E) $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$

ÇÖZÜM



$$x^2 + y^2 = 64 \text{ çemberinin yarıçapı}$$

$$IOTI = r = 8 \text{ br dir.}$$

$$IOMI = \sqrt{(-4)^2 + (3)^2} = 5 \text{ br olur.}$$

$$IOTI = IOMI + IMTI = 5 + r_1 = 8 \Rightarrow r_1 = 3 \text{ dür.}$$

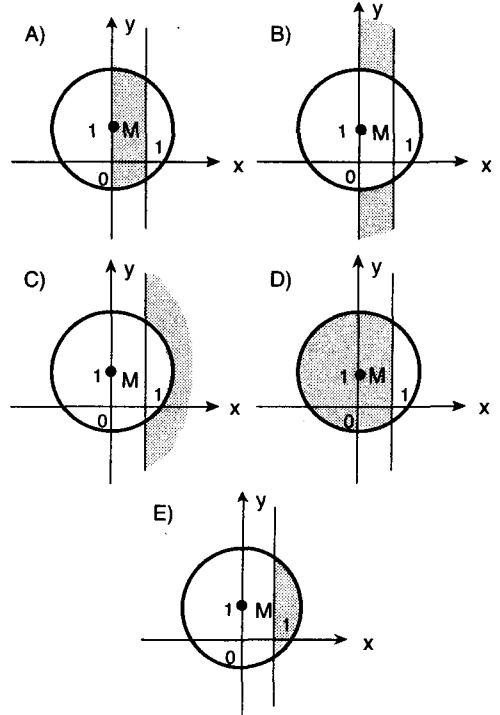
O halde $M(-4, 3)$ merkezli ve $r_1 = 3$ br yarıçaplı çemberin denklemi,

$$(x+4)^2 + (y-3)^2 = 9 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

ZAFER YAYINLARI

13. $x^2 + (y-1)^2 \leq 4$ ve $x \geq 1$ sisteminin çözümünü, aşağıdaki taralı bölgelerden hangisi sağlar?

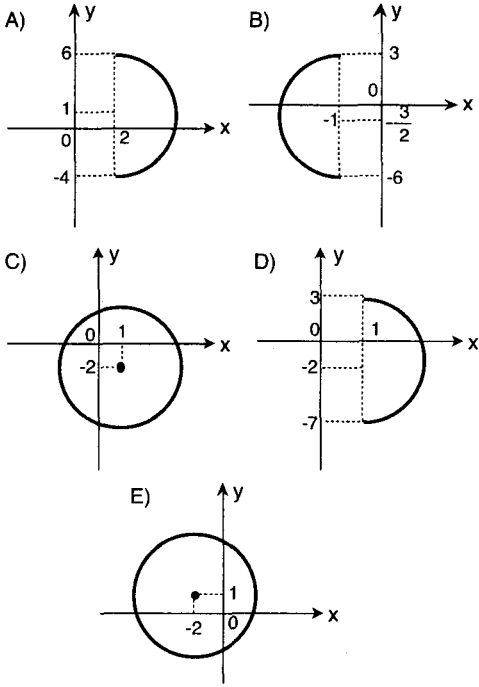


ÇÖZÜM

$x^2 + (y-1)^2 \leq 4$ koşulu merkezi $M(0, 1)$ ve yarıçapı $r = 2$ br olan çemberi ve iç bölgesini belirtir. $x \geq 1$ koşulu ise apsisi 1 ve 1 den büyük olan noktaları belirttiğinden doğru cevap E dir.

YANIT "E"

14. $\sqrt{21 - 4y - y^2} - x + 1 = 0$ koşulunu sağlayan (x, y) noktalarının kümesi, aşağıdakilerden hangisidir?



ÇÖZÜM

$$\sqrt{21 - 4y - y^2} - x + 1 = 0$$

$$\sqrt{21 - 4y - y^2} = x - 1$$

$$21 - 4y - y^2 \geq 0 \text{ ve } x \geq 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$(\sqrt{21 - 4y - y^2})^2 = (x-1)^2$$

$$21 - 4y - y^2 = (x-1)^2 \Rightarrow$$

$$(x-1)^2 + y^2 + 4y - 21 = 0$$

$$(x-1)^2 + y^2 + 4y + 4 - 25 = 0$$

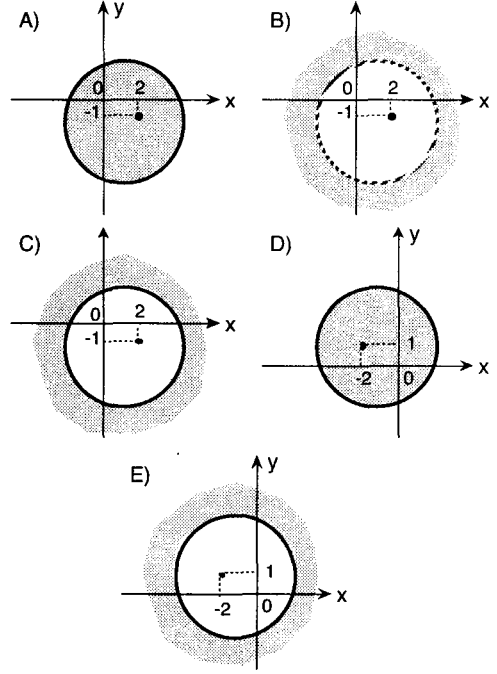
$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25 \text{ olur.}$$

Bu denklem merkezi $M(1, -2)$ ve yarıçapı $r = 5$ br. olan çember belirtir.

$x \geq 1$ koşuluna göre aranan küme de D seçeneğindeki yarım çemberdir.

YANIT "D"

15. $(x-2)^2 + (y+1)^2 \geq 9$ eşitsizliğini sağlayan (x, y) noktalarının kümesi, aşağıdakilerden hangisidir?



ÇÖZÜM

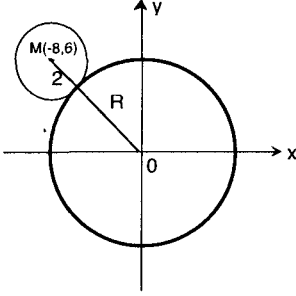
$(x-2)^2 + (y+1)^2 \geq 9$ eşitsizliği merkezi $M(2, -1)$ ve yarıçapı $r = 3$ br olan çemberi ve dış bölgesini tanımlar.

YANIT "C"

16. $(x+8)^2 + (y-6)^2 = 4$ çemberine dıştan teğet ve merkezi orijinde olan çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 = 36$ B) $x^2 + y^2 = 64$
C) $x^2 + y^2 = 16$ D) $x^2 + y^2 = 49$
E) $x^2 + y^2 = 81$

ÇÖZÜM



$(x+8)^2 + (y-6)^2 = 4$ çemberinin merkezi $M(-8, 6)$ ve yarıçapı $r = 2$ br dir.

Buna göre $IOMI = 2 + R = \sqrt{(-8)^2 + 6^2}$
 $2 + R = 10 \Rightarrow R = 8$ br olur.

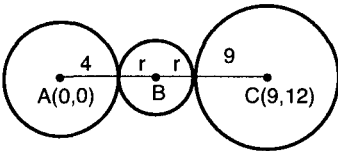
O halde merkezi $O(0, 0)$ ve yarıçapı $R = 8$ br olan çemberin denklemi
 $x^2 + y^2 = 64$ bulunur.

YANIT "B"

17. $x^2 + y^2 = 16$ ve $(x-9)^2 + (y-12)^2 = 81$ çemberlerine dıştan teğet ve yarıçapı en küçük olan çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 1$
 B) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$
 C) $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 4$
 D) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$
 E) $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 1$

ÇÖZÜM

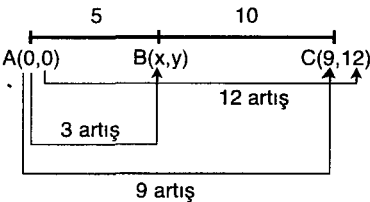


$IACI = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ br dir.

A, B, C noktaları doğrusal olursa r yarıçapı en küçük olacağından

$$4 + 2r + 9 = 15 \Rightarrow r = 1 \text{ br. olur.}$$

$IABI = 5$, $IBCI = 10$ olup $\frac{IABI}{IBCI} = \frac{1}{2}$ dir.



$B(3, 4)$ olup çemberin denklemi
 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$ bulunur.

YANIT "D"

18. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ çemberinin $x - y - 1 = 0$ doğrusu üzerinde ayırdığı kirişi çap kabul eden çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 2$
 B) $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$
 C) $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 2$
 D) $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$
 E) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 2$

ÇÖZÜM

$$x - y - 1 \Rightarrow y = x - 1 \text{ olur.}$$

$y = x - 1$ doğrusu ile $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ çemberinin ortak çözümünü yapalım.

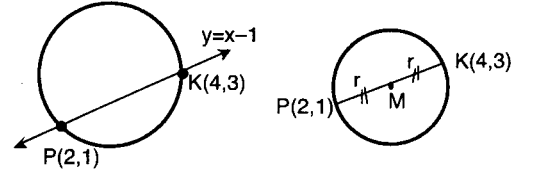
$$x^2 + (x-1)^2 - 4x - 6(x-1) + 9 = 0$$

$$2x^2 - 12x + 16 = 0$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow x_1 = 2 \text{ ve } x_2 = 4 \text{ olur.}$$

$$x_1 = 2 \Rightarrow y_1 = 1$$

$$x_2 = 4 \Rightarrow y_2 = 3 \text{ olur.}$$



Çemberin merkezi $M(\frac{2+4}{2}, \frac{3+1}{2})$ ise

$M(3, 2)$ olur.

Yarıçap ise $r = IPMI$ dir.

$$r = \sqrt{(2-3)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{2} \text{ br olur.}$$

O halde merkezi $M(3, 2)$ ve yarıçapı

$r = \sqrt{2}$ br olan çemberin denklemi;

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 2 \text{ dir.}$$

YANIT "A"

19. $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$ çemberinin $x + y = 0$ doğrusuna göre simetriğinin x -ekseni üzerinde ayırdığı kirişin uzunluğu kaç br dir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

ÇÖZÜM

$$x + y = 0 \Rightarrow y = -x \text{ dir.}$$

(x, y) noktalarının $y = -x$ doğrusuna göre simetrikleri $(-y, -x)$ olduğundan

$$\begin{aligned} (-y)^2 + (-x)^2 - 6(-y) + 4(-x) - 12 &= 0 \\ x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 &= 0 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Bu çemberin x-eksenini kestiği noktalarda $y = 0$ olacağından,

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-6)(x+2) = 0$$

$$x = 6, x = -2 \text{ olup kirişin uzunluğu ise}$$

$$6 + 2 = 8 \text{ br dir.}$$

YANIT "D"

20. $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 50$ çemberi üzerinde apsisi -2 olan noktalardan çizilen teğetlerin kesim noktasının koordinatları toplamı nedir?

A) -7 B) -9 C) -11 D) -13 E) -15

ÇÖZÜM

$$x = -2 \Rightarrow (-2-3)^2 + (y+4)^2 = 50$$

$$(y+4)^2 = 25$$

$$y+4 = \pm 5 \Rightarrow y_1 = -9, y_2 = 1 \text{ olur.}$$

O halde çember üzerindeki noktalar $(-2, 1)$ ve $(-2, -9)$ dur.

$$F'(x, y) = -\frac{2(x-3)}{2(y+4)} = \frac{-x+3}{y+4} \text{ olup}$$

$$(-2, 1) \text{ deki teğetin eğimi } m_1 = \frac{2+3}{1+4} = 1$$

$$\text{ve denklemini } y-1 = 1 \cdot (x+2) \Rightarrow y = x+3 \text{ dür.}$$

$$(-2, -9) \text{ daki teğetin eğimi } m_2 = \frac{2+3}{-9+4} = -1$$

$$\text{ve denklemini } y+9 = -1 \cdot (x+2) \Rightarrow y = -x-11 \text{ dir. Teğetlerin kesim noktası ise}$$

$$x+3 = -x-11 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = -7 \\ y = -4 \end{array} \right\} K(-7, -4) \text{ dür.}$$

$$\text{Koordinatları toplamı } -7 - 4 = -11 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

21. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 8$ ve $x^2 + y^2 - 3x + 8y + k = 0$ çemberlerinin ortak kirişlerinin $P(1, 1)$ noktasından geçmesi için k ne olmalıdır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

ÇÖZÜM

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 8 \Rightarrow x^2 + y^2 + 6x - 4y + 5 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 6x - 4y + 5 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 3x + 8y + k = 0$$

$$9x - 12y + 5 - k = 0 \text{ kuvvet}$$

ekseni olup $P(1, 1)$ noktası denklemini sağlayacağından $9 - 12 + 5 - k = 0 \Rightarrow k = 2$ bulunur.

YANIT "E"

22. $x^2 + y^2 - 4x + 5y + 3 = 0$ çemberinin x-eksenini kestiği noktalar P ve K ise [PK] çaplı çemberin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + y^2 = 1$

B) $x^2 + (y-2)^2 = 4$

C) $x^2 + (y-2)^2 = 1$

D) $(x-2)^2 + y^2 = 1$

E) $(x-2)^2 + y^2 = 4$

ÇÖZÜM

Çemberin x-eksenini kestiği noktalarda $y = 0$ olacağından

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) = 0$$

$$x_1 = 1 \text{ ve } x_2 = 3 \text{ olur.}$$

$P(1, 0)$ ve $K(3, 0)$ dir.

$$M\left(\frac{1+3}{2}, \frac{0+0}{2}\right) \Rightarrow M(2, 0) \text{ ve}$$

$$r = \frac{IPK}{2} = 1 \text{ br dir. Çemberin denklemini ise}$$

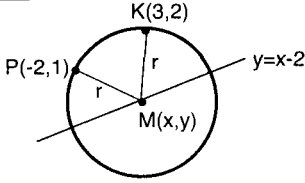
$$(x-2)^2 + y^2 = 1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

23. $P(-2, 1)$ ve $K(3, 2)$ noktalarından geçen ve merkezi $x - y - 2 = 0$ doğrusu üzerinde bulunan çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 13$
 B) $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 13$
 C) $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 16$
 D) $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 16$
 E) $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 25$

ÇÖZÜM



$$x - y - 2 = 0 \Rightarrow y = x - 2 \text{ dir.}$$

Çemberin merkezi $M(x, y)$ ise $M(x, x-2)$ olup

$IPMI = IKMI = r$ olacağından

$$\sqrt{(x+2)^2 + (x-2-1)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (x-2-2)^2}$$

$$(x+2)^2 + (x-3)^2 = (x-3)^2 + (x-4)^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 - 8x + 16$$

$$12x = 12 \Rightarrow x = 1 \text{ ve } y = -1 \text{ olur.}$$

O halde $M(1, -1)$ dir.

$$r = \sqrt{(1-3)^2 + (-1-2)^2} \Rightarrow r = \sqrt{13} \text{ br dir.}$$

Çemberin denklemi ise

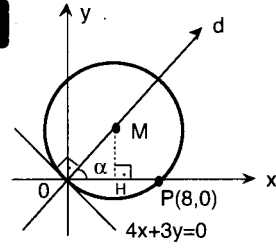
$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 13 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

24. $4x + 3y = 0$ doğrusuna orijinde teğet olan ve $P(8, 0)$ noktasından geçen çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 1$
 B) $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$
 C) $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 9$
 D) $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 16$
 E) $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$

ÇÖZÜM



$4x + 3y = 0$ doğrusunun eğimi $m = -\frac{4}{3}$ olup

buna dik olan d doğrusunun eğimi $m_d = \frac{3}{4}$ dür.

$$IOPI = 8 \Rightarrow IOHI = 4 \text{ olup,}$$

$$m_d = \frac{IMHI}{IOHI} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{IMHI}{4} \Rightarrow IMHI = 3 \text{ olur.}$$

Çemberin merkezi $M(4, 3)$ bulunur.

$r = IOMI = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ br olduğundan

çemberin denklemi;

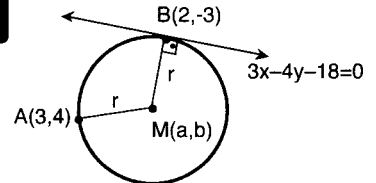
$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25 \text{ dir.}$$

YANIT "E"

25. $A(3, 4)$ noktasından geçen ve $3x - 4y - 18 = 0$ doğrusuna $B(2, -3)$ noktasında teğet olan çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$
 B) $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 25$
 C) $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 25$
 D) $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$
 E) $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 9$

ÇÖZÜM



$$3x - 4y - 18 = 0 \Rightarrow m = \frac{3}{4} \text{ dür.}$$

$$m_{BM} = -\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{b+3}{a-2} = -\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow 4a + 3b = -1 \quad ①$$

$$|MA| = |MB| = r = \sqrt{(a-3)^2 + (b-4)^2} = \sqrt{(a-2)^2 + (b+3)^2}$$

$$a^2 - 6a + 9 + b^2 - 8b + 16 = a^2 - 4a + 4 + b^2 + 6b + 9$$

$$a + 7b = 6 \quad ② \text{ olur.}$$

① ve ② den

$$4a + 3b = -1$$

$$a + 7b = 6$$

} $a = -1$ ve $b = 1$ bulunur.

O halde çemberin merkezi $M(-1, 1)$ ve yarıçapı

$$r = |MA| = \sqrt{(-1-3)^2 + (1-4)^2} = 5 \text{ olur.}$$

Çemberin denklemi ise;

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 25 \text{ dir.}$$

YANIT "B"

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST



- $x^2+y^2+mx+2y+m+1=0$ denkleminin bir çember belirtmemesi için m nin alabileceği tamsayı değerleri toplamı nedir?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10
- Merkezi $M(a-3, a+1)$ olan ve koordinat sisteminin ikinci bölgesinde eksenlere teğet olan çemberin denklemi nedir?
A) $x^2+y^2-4x+4y+4=0$
B) $x^2+y^2-4x-4y+4=0$
C) $x^2+y^2+4x-4y+4=0$
D) $x^2+y^2+2x-2y+2=0$
E) $x^2+y^2-2x+2y+2=0$
- $x^2+y^2-(m+1)x+(m-1)y-m=0$ çemberinin üzerindeki $P(-2, 1)$ noktasından geçen çapının öteki uç noktasının koordinatları nedir?
A) (4, -5) B) (-1, 0) C) (3, 0)
D) (0, 3) E) (0, 1)
- $A(5, -4)$ $B(-3, 2)$ olmak üzere $[AB]$ çaplı çemberin $x+y=0$ doğrusuna göre simetrisinin denklemi nedir?
A) $(x+1)^2+(y-1)^2=25$
B) $(x-1)^2+(y+1)^2=25$
C) $(x+1)^2+(y-1)^2=9$
D) $(x-1)^2+(y+1)^2=9$
E) $(x-1)^2+(y+1)^2=5$
- $3x-4y+24=0$ doğrusu ile koordinat eksenlerinin oluşturduğu üçgenin çevrel çemberinin denklemi nedir?
A) $x^2+y^2+8x-6y=0$ B) $x^2+y^2-8x+6y=0$
C) $x^2+y^2+6x-8y=0$ D) $x^2+y^2-6x+8y=0$
E) $x^2+y^2+4x-3y=0$
- $12x-5y+60=0$ doğrusu ile koordinat eksenlerinin oluşturduğu üçgenin iç teğet çemberinin denklemi nedir?
A) $x^2+y^2+2x-2y+2=0$
B) $x^2+y^2-2x+2y+2=0$
C) $x^2+y^2+4x-4y+4=0$
D) $x^2+y^2-4x+4y+4=0$
E) $x^2+y^2+4x-4y-4=0$

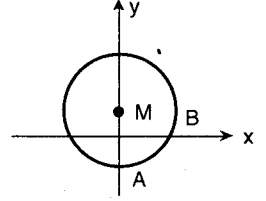
ZAFER YAYINLARI

- $(x-1)^2+(y-n)^2=4$ ve $x^2+y^2+2x-8y+8=0$ çemberlerinin merkezleri $(m+1)x+2y-5=0$ doğrusu üzerinde iseler n nedir?
A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
- $x^2+y^2+4x-6y-12=0$ çemberinin kirişlerinden birisinin orta noktası $P(1, 2)$ ise, bu kirişi üzerinde bulunduran doğrunun denklemi nedir?
A) $x-3y+1=0$ B) $3x+y-1=0$
C) $3x-y+1=0$ D) $3x-y-1=0$
E) $x-3y-1=0$
- $y=-1$ ve $y=3$ doğrularına teğet olan ve merkezi $2x-3y-5=0$ doğrusu üzerinde bulunan çemberin denklemi nedir?
A) $(x+2)^2+(y+3)^2=4$
B) $(x-4)^2+(y-1)^2=4$
C) $(x+4)^2+(y+1)^2=4$
D) $(x+5)^2+(y+5)^2=4$
E) $(x-5)^2+(y-5)^2=4$
- $3x+4y-1=0$ ve $3x+4y+19=0$ doğrularına teğet olan ve merkezi apsis eksenini üzerinde bulunan çemberin denklemi nedir?
A) $x^2+y^2-6x-7=0$ B) $x^2+y^2-6x+7=0$
C) $x^2+y^2+6x-7=0$ D) $x^2+y^2+6x+7=0$
E) $x^2+y^2+6x+5=0$
- $A(0, 0)$ ve $B(2, 0)$ ve $C(3, -1)$ noktalarından geçen çemberin denklemi nedir?
A) $(x+1)^2+(y-2)^2=13$
B) $(x-1)^2+(y-2)^2=5$
C) $(x+1)^2+(y+2)^2=13$
D) $(x-1)^2+(y+2)^2=5$
E) $(x+1)^2+(y+2)^2=5$
- $P(1, 2)$ noktasından $(x-2)^2+(y+3)^2=1$ çemberine çizilen teğet parçasının uzunluğu kaç birimdir?
A) 26 B) 25 C) $\sqrt{26}$ D) 5 E) $2\sqrt{6}$

13. $x^2+y^2+6x-4y-12=0$ çemberine $T(1, 5)$ noktasından çizilen teğetinin denklemi nedir?
 A) $4x+3y-19=0$ B) $4x-3y+11=0$
 C) $3x+4y-23=0$ D) $3x-4y+17=0$
 E) $4x+3y+15=0$
14. $x^2+y^2+8x+6y+9=0$ çemberi ile $6x+8y+k=0$ doğrusu arasındaki en kısa uzaklık 1 birim ise k nın alacağı değerlerden birisi nedir?
 A) 3 B) 2 C) 1 D) -1 E) -2
15. $x=3$ ve $y=0$ doğrularına teğet olup, merkezi $x-2y=0$ doğrusu üzerinde bulunan çemberlerden birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $x^2+y^2-4x-2y+3=0$
 B) $x^2+y^2-4x-2y+4=0$
 C) $x^2+y^2-4x-2y+1=0$
 D) $x^2+y^2-4x-2y+2=0$
 E) $x^2+y^2-4x-2y=0$
16. $x^2+y^2-8x-18y+72=0$ ve $x^2+y^2-16x-12y+k=0$ çemberlerinin içten teğet olması için k ne olmalıdır?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
17. $x^2+y^2-6y+8=0$ ve $x^2+y^2-6x+2y+6=0$ çemberlerine aynı anda teğet olan en küçük yarıçaplı çemberin çapı kaç birimdir?
 A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$
18. $4x+3y-13=0$ doğrusunun $x^2+y^2-2x+4y-20=0$ çemberi ile kesişmesinden oluşan kirişin uzunluğu kaç birimdir?
 A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8
19. $P(5, 1)$ noktasından geçen doğru $x^2+y^2-4x+6y+3=0$ çemberini A ve B noktalarında kesiyor. 5 . $|PA| = 3$. $|PB|$ ise $[AB]$ nin uzunluğu kaç birimdir?
 A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4
20. $x^2+y^2-8x+2y+8=0$ ve $x^2+(y-2)^2=r^2$ çemberlerinin dik kesişmeleri için r ne olmalıdır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

21. $x^2+y^2-2x-4y-5=0$ ve $x^2+y^2-2x+6y-15=0$ çemberlerinin ortak kirişlerinin uzunluğu kaç birimdir?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

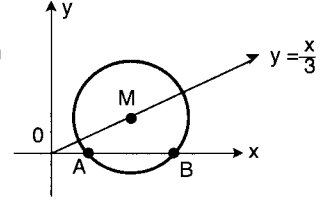
22. Şekilde M merkezli çember y eksenini $A(0, -1)$ ve x-eksenini $B(3, 0)$ noktasında kesmektedir.



Bu çemberin denklemi nedir?

- A) $x^2 + (y-4)^2 = 25$ B) $x^2 + (y-4)^2 = 16$
 C) $x^2 + (y-4)^2 = 9$ D) $x^2 + (y+4)^2 = 25$
 E) $x^2 + (y+4)^2 = 9$

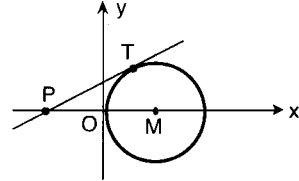
23. Şekildeki M merkezli çemberin merkezi $y = \frac{x}{3}$ doğrusu üzerindedir.



Bu çember x-eksenini $A(1, 0)$ ve $B(5, 0)$ noktalarında kestiğine göre, denklemi nedir?

- A) $x^2+y^2-6x-2y-5=0$
 B) $x^2+y^2-6x-2y+5=0$
 C) $x^2+y^2-6x-2y=0$
 D) $x^2+y^2+6x+2y-7=0$
 E) $x^2+y^2-3x-2y+2=0$

- 24.



Şekildeki M merkezli çember y-eksenine orijinde, $3x-4y+6=0$ doğrusuna ise T noktasında teğettir. $|PT| = 4$ birim ise çemberin denklemi nedir?

- A) $(x-3)^2 + y^2 = 3$ B) $(x-3)^2 + y^2 = 6$
 C) $(x-3)^2 + y^2 = 9$ D) $(x-4)^2 + y^2 = 16$
 E) $(x-5)^2 + y^2 = 25$

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST

2

1. $(m+3)x^2+5y^2-10mx+10ny+(n-3)x.y+45=0$ denklemi bir çember belirttiğine göre, **merkezinin koordinatları toplamı** nedir?

A) -5 B) -1 C) 1 D) 2 E) 5

2. $P(2, 1)$ noktasından geçen ve koordinat eksenlerine teğet olan çemberlerden **çapı büyük olanın yarıçapı uzunluğu** nedir?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{5}$
D) 5 E) $5\sqrt{2}$

3. **Merkezinin koordinatları $(-2, 1)$ ve $3x-4y-5=0$ doğrusuna teğet olan çemberin denklemi** nedir?

A) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 3$ B) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 6$
C) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$ D) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 3$
E) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$

4. $x^2+y^2-6x+2y+5=0$ çemberinin $P(2, 1)$ noktasından geçen **çapının öteki uç noktasının koordinatları toplamı** nedir?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

5. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$ çemberi ile $P(-1, 3)$ noktası arasındaki **uzaklık en az** kaç birimdir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $x^2+y^2+6x-2y+6=0$ çemberinin $P(2, 1)$ noktasına **en uzak** noktasının koordinatları nedir?

A) $(-5, 1)$ B) $(-1, 1)$ C) $(-3, 3)$
D) $(-3, -1)$ E) $(1, 2)$

7. $x^2+y^2-4x-6y-21=0$ çemberinin apsis eksenini kestiği noktalar A ve B ise **[AB] çaplı çemberin denklemi** nedir?

A) $x^2+y^2-2x+21=0$ B) $x^2+y^2-4x+21=0$
C) $x^2+y^2-4x-21=0$ D) $x^2+y^2+2x-21=0$
E) $x^2+y^2+4x-21=0$

8. $x^2+y^2+4x-6y+3=0$ çemberinin bir çapı [AB] dir. $A(-5, 4)$ ise **B merkezli ve ordinat eksenine teğet olan çemberin apsis eksenine olan uzaklığı en çok** kaç birimdir?

A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

9. $x^2+y^2-4x+3y-10=0$ çemberinin $x+y=0$ doğrusuna göre **simetrisinin apsis ekseninde ayırdığı kirişin uzunluğu** kaç birimdir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

10. $x^2+y^2-6x-8=0$ çemberinin $P(1,2)$ noktasından geçen **en kısa kirişinin uzunluğu** kaç birimdir?

A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $4\sqrt{2}$ D) 5 E) 6

11. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ çemberi ile $x^2+y^2-10x-2y+k=0$ çemberi arasındaki en kısa uzaklığın 1 birim olması için **k ne olmalıdır?**

A) -22 B) 22 C) -11 D) 11 E) 17

12. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 1$ ve $(x+a)^2 + (y-1)^2 = 36$ çemberlerinin içten teğet olmaları için **a'nın alabileceği değerler toplamı** ne olmalıdır?

A) -5 B) -4 C) 1 D) 2 E) 5

13. $x^2+y^2+ax-3y+1=0$ ve $x^2+y^2-2x+5y-3=0$ çemberlerinin ortak kirişinin $P(1, 1)$ noktasından geçmesi için **a ne olmalıdır?**

A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

14. $x^2+y^2+8x-6y-25=0$ çemberine üzerindeki **y = -2** ordinatlı noktalardan çizilen teğetler arasındaki **açı** kaç derecedir?

A) 90 B) 75 C) 60 D) 45 E) 30

15. $x^2+y^2+4x-6y+3=0$ çemberine üzerindeki $x=1$ apsisli noktadan çizilen teğetlerden birinin denklemi **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x-3y-1=0$ B) $x+3y-1=0$
C) $3x-y+1=0$ D) $3x-y-1=0$
E) $3x+y+7=0$

ZAFER YAYINLARI

16. $2x+y=0$ doğrusuna orijinde teğet olan ve $P(4, 0)$ noktasından geçen çemberin denklemi nedir?

A) $x^2+y^2-4x+2y=0$ B) $x^2+y^2-4x-2y=0$
 C) $x^2+y^2-4x-4y=0$ D) $x^2+y^2-4x+4y=0$
 E) $x^2+y^2-4x-6y=0$

17. $A(-2, 1)$ ve $B(3, 0)$ noktalarından geçen, merkezi $x-y+2=0$ doğrusu üzerinde bulunan çemberin denklemi nedir?

A) $x^2+y^2-2x-6y-3=0$ B) $x^2+y^2-2x-6y+3=0$
 C) $x^2+y^2+6x+2y-3=0$ D) $x^2+y^2+2x-2y+3=0$
 E) $x^2+y^2-6x-10y+3=0$

18. $3x-4y-10=0$ ve $3x-4y+30=0$ doğrularına teğet olan, merkezi $x+2y=0$ doğrusu üzerinde bulunan çemberin denklemi nedir?

A) $x^2+y^2+4x-2y-11=0$
 B) $x^2+y^2-4x+2y+11=0$
 C) $x^2+y^2+4x-2y+11=0$
 D) $x^2+y^2-4x+2y-11=0$
 E) $x^2+y^2+4x-2y-1=0$

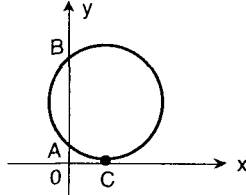
19. $x=1$ ve $y=2$ doğrularına teğet olan çemberlerin merkezlerinin üzerinde bulunduğu doğrulardan birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x-y-3=0$ B) $x-y+3=0$ C) $x+y-3=0$
 D) $x-y-1=0$ E) $x+y-1=0$

20. $x^2+y^2-5x+3y+k=0$ ve $x^2+y^2-x+y-5=0$ çemberlerinin dik kesişmeleri için k ne olmalıdır?

A) -7 B) -5 C) 6 D) 7 E) 9

21. Şekildeki çember x -eksenine $C(4, 0)$ noktasına teğet, y -eksenini ise A ve B noktalarında kesmektedir.

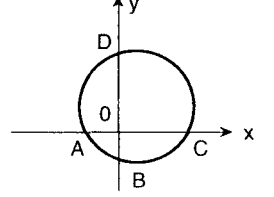


$|OB| = 4$, $|OA|$ ise

çemberin denklemi nedir?

A) $x^2+y^2-4x-5y+8=0$
 B) $x^2+y^2-4x-5y+16=0$
 C) $x^2+y^2-8x-10y+16=0$
 D) $x^2+y^2-8x-10y-16=0$
 E) $x^2+y^2-8x-10y+41=0$

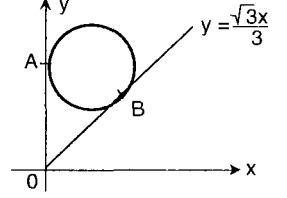
22. Şekildeki çember x -eksenleri $A, B(0, -2), C(6, 0)$ ve $D(0, 12)$ noktalarında kesmektedir.



Bu çemberin yarıçapı nedir?

A) 4 B) $2\sqrt{5}$ C) 5
 D) $2\sqrt{6}$ E) $5\sqrt{2}$

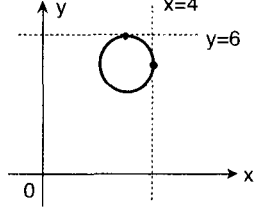
23. Şekildeki çember y -eksenine $A(0, 6)$ ve $y = \frac{\sqrt{3}x}{3}$ doğrusuna B noktasında teğettir.



Bu çemberin yarıçapı nedir?

A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) 3
 D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{2}$

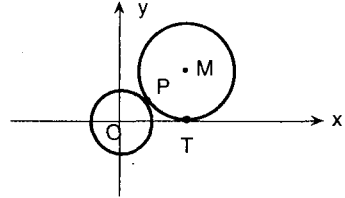
24. Şekildeki çember $x=4$ ve $y=6$ doğrularına teğet olup, merkezi $2x-y-1=0$ doğrusu üzerindedir.



Bu çemberin denklemi nedir?

A) $x^2+y^2-6x-10y+33=0$
 B) $x^2+y^2-6x-10y-33=0$
 C) $x^2+y^2-6x-10y+35=0$
 D) $x^2+y^2-6x-10y-35=0$
 E) $x^2+y^2-6x-10y-36=0$

- 25.



Şekildeki M merkezli çember O merkezli birim çembere P , x -eksenine ise $T(3, 0)$ noktasında teğettir.

M merkezli çemberin denklemi nedir?

A) $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 16$
 B) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$
 C) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$
 D) $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 9$
 E) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST

3

1. $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ çemberleri x -eksenine teğet olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) $D^2 = 4F$ B) $D^2 + E^2 = 4F$
 C) $E = F = 0$ D) $D^2 + E^2 - 4F < 0$
 E) $D^2 - 4F > 0$

2. $A(-4, 3)$ ve $B(2, 5)$ bir çapının uç noktaları olan çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x+1)^2 + (y+4)^2 = 10$
 B) $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 10$
 C) $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 10$
 D) $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 20$
 E) $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 12$

3. Merkezi $M(-1, 2)$ ve y -eksenine teğet olan çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+y^2-4x-y+4=0$
 B) $x^2+y^2+2x-4y+4=0$
 C) $x^2+y^2-6x+4y-2=0$
 D) $x^2+y^2-4x+2y+4=0$
 E) $x^2+y^2-6x-4y-1=0$

4. Merkezi $M(-1, 2)$ ve x -eksenini $A(-2, 0)$ noktasında kesen çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + (y-2)^2 = 9$
 B) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$
 C) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$
 D) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$
 E) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$

5. $x^2+y^2-8x+6y-9=0$ çemberi ile aynı merkezli ve $3x-4y=14$ doğrusuna teğet olan çemberin denklemi, aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 7$
 B) $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 6$
 C) $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 5$
 D) $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 4$
 E) $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 3$

6. $x^2+y^2=169$ çemberi içinde $A(-3, 4)$ noktası veriliyor. A dan geçen en kısa kirişi çap kabul eden çemberin denklemi, aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 16$
 B) $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 36$
 C) $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 49$
 D) $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 81$
 E) $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 144$

7. $A(-2, 3)$, $B(4, 5)$ noktalarından geçen ve merkezi y -ekseni üzerinde bulunan çemberin denklemi, aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + (y-7)^2 = 20$ B) $(x-7)^2 + y^2 = 20$
 D) $x^2 + (y-4)^2 = 20$ D) $x^2 + (y-1)^2 = 16$
 E) $x^2 + (y-7)^2 = 16$

8. Merkezi $y = x-2$ ve $y = 7-2x$ doğrularının kesişim noktası olan çember x -eksenine teğet olduğuna göre, denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+y^2-2x-2y-1=0$
 B) $x^2+y^2-6x-2y+9=0$
 C) $x^2+y^2+6x-2y-9=0$
 D) $x^2+y^2+6x+6y+1=0$
 E) $x^2+y^2+2x+2y+1=0$

9. $x=6$, $x=-2$ doğrularına teğet olan ve merkezi $y = x+1$ doğrusu üzerinde bulunan çemberin denklemi, aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+y^2-4x-4y-4=0$
 B) $x^2+y^2+4x+6y-3=0$
 C) $x^2+y^2-4x+6y-3=0$
 D) $x^2+y^2-4x-6y-3=0$
 E) $x^2+y^2+4x-6y-3=0$

10. $x=2$ ve $y=1$ doğrularına teğet olan 5 br yarıçaplı ve merkezi dördüncü bölgede bulunan çemberin denklemi, aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x-7)^2 + (y+5)^2 = 25$
 B) $(x-6)^2 + (y+4)^2 = 25$
 C) $(x-7)^2 + (y+4)^2 = 25$
 D) $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$
 E) $(x-7)^2 + (y+3)^2 = 25$

11. $x^2+y^2=9$ çemberinin x-ekseni ile pozitif yönde 60° lik açı yapan teğetlerinden birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = \sqrt{3}x - 5$ B) $y = \sqrt{3}x + 8$
 C) $y = \sqrt{3}x + 6$ D) $y = \sqrt{3}x - 4$
 E) $y = \sqrt{3}x + 4$

12. $(x-3)^2 + y^2 = 9$ çemberine üzerindeki $(4, a)$ ($a > 0$) noktasından çizilen teğetin y-eksenini kestiği noktanın ordinatı nedir?

A) $2\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$
 D) $5\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{2}$

13. $y=0$, $y=x+4$ ve $y+x=0$ doğrularının kesim noktalarının oluşturduğu üçgenin, çevrel çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+y^2=9$ B) $(x-2)^2 + y^2 = 1$
 C) $(x+2)^2 + y^2 = 4$ D) $x^2 + (y-2)^2 = 4$
 E) $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 4$

14. Denklemleri $x^2+y^2-6x-8y+24=0$ ve $x^2+y^2+18x+2y+78=0$ olan çemberlerin üzerinde sırası ile A ve B noktaları alınıyor. **IAB** uzunluğunun en küçük değeri kaçtır?

A) 16 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

15. $x^2+y^2=9$ çemberinin $4y-2x-5=0$ doğru-suna paralel teğetlerinden birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2y-x-3\sqrt{5}=0$ B) $2y+x-3\sqrt{5}=0$
 C) $y-2x+3\sqrt{5}=0$ D) $y-x-3\sqrt{5}=0$
 E) $2y+x+3\sqrt{5}=0$

16. $x^2+y^2-y=0$ ve $x^2+y^2-2x=0$ çemberlerinin kesim noktasından geçen ve merkezi $x-6=0$ doğrusu üzerinde bulunan çemberin denklemi, aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+y^2+12x+5y=0$
 B) $x^2+y^2-5y=0$
 C) $x^2+y^2-12x-5y=0$
 D) $x^2+y^2-12x+5y=0$
 E) $x^2+y^2+12x-5y=0$

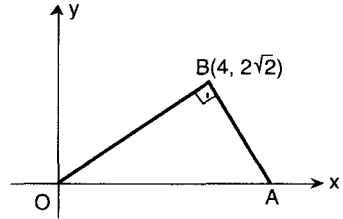
17. Merkezleri $y=5$ doğrusu üzerinde olan ve $x-3=0$, $y-1=0$ doğrularına teğet olan çemberlerin merkezleri arasındaki uzaklık kaç br dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

18. $x^2+y^2-2x-3=0$ çemberinin orijine göre simetriğinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+y^2+2x+3=0$ B) $x^2+y^2+2x-3=0$
 C) $x^2+y^2+2y-3=0$ D) $x^2+y^2-2x-3=0$
 E) $x^2+y^2+2x=0$

- 19.



Şekilde $[OB] \perp [AB]$ ve $B(4, 2\sqrt{2})$ dir. **OAB** dik üçgeninin çevrel çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x-4)^2 + y^2 = 16$ B) $(x-3)^2 + y^2 = 9$
 C) $(x-2)^2 + y^2 = 4$ D) $(x-5)^2 + y^2 = 25$
 E) $(x-2\sqrt{2})^2 + y^2 = 8$

20. $(a-1)x^2 + 3y^2 - 4y + b + 1 = 0$ denklemi orijinden geçen bir çember belirttiğine göre, a.b kaçtır?

A) -4 B) -1 C) 0 D) 4 E) 5

21. x-eksenini -4 ve 2 , y-eksenini 4 ve -2 de kesen çemberin merkezi $(m-1)x+y=3$ doğrusu üzerinde ise m kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

22. $A(-2, 0)$, $B(6, 0)$, $C(0, 4)$ noktalarından eşit uzaklıkta bulunan noktanın koordinatları toplamı nedir?

A) $-\frac{5}{2}$ B) -2 C) 0 D) 2 E) $\frac{5}{2}$

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

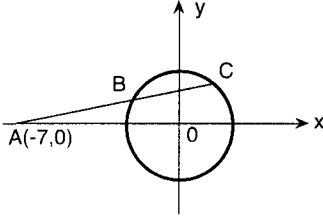
TEST

4

1. $(x + 1))^2 + (y - 3)^2 = 16$ çemberi içinde $A(1, 2)$ noktası alınıyor. **A** dan geçen **en kısa** kirisin uzunluğu kaç br dir?

A) $5\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{11}$ C) $7\sqrt{13}$
D) 4 E) 6

2.



Şekildeki O merkezli çemberde $A(-7, 0)$, $|AB| = 3$ br, $|BC| = 2$ br ise **çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2 + y^2 = 16$ B) $x^2 + y^2 = 49$
C) $x^2 + y^2 = 34$ D) $x^2 + y^2 = 28$
E) $x^2 + y^2 = 24$

3. $x^2 + y^2 + 6y + 4 = 0$ çemberine dışındaki $P(-3, -2)$ noktasından çizilen teğetler arasında kalan açı kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 90

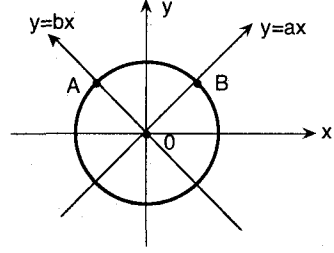
4. $x^2 + y^2 = 8$ çemberine x - eksenine ile 45° lik açı yapacak şekilde çizilen teğetlerden birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 2x + 4$ B) $y = x - 4$
C) $y = x + 3$ D) $y = x + 1$
E) $y = x - 1$

5. Merkezi $2x + 3y - 10 = 0$ doğrusu üzerinde ve I. bölgede eksenlere teğet olan çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$
B) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$
C) $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$
D) $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 9$
E) $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$

6.



Şekilde $x^2 + y^2 = r^2$ çemberi verilmiştir. AB yayının uzunluğu, çemberin çevresinin $\frac{3}{8}$ idir. **b** nin **a** türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{a-1}$ B) $\frac{1}{a+1}$ C) $\frac{a-1}{a+1}$
D) $\frac{1}{a+2}$ E) $\frac{a+1}{a-1}$

7. $P(4, -3)$ noktasından $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ çemberine çizilen teğet parçasının uzunluğu kaç br. dir?

A) $\sqrt{26}$ B) $\sqrt{30}$ C) 5 D) 6 E) 7

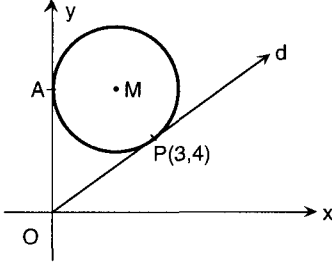
8. $x^2 + y^2 = 9$ çemberi veriliyor. I. bölgede y -eksenine $A(0,7)$ de ve $x^2 + y^2 = 9$ çemberine dıştan teğet olan çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x - \frac{20}{3})^2 + (y - 7)^2 = 49$
B) $(x - \frac{20}{3})^2 + (y - 7)^2 = \frac{400}{9}$
C) $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$
D) $(x - 3)^2 + (y - 7)^2 = 9$
E) $(x - \frac{20}{3})^2 + (y - \frac{20}{3})^2 = 49$

9. $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$ çemberine dışındaki $A(1, 4)$ noktasından çizilen teğetler arasındaki açının tanjantı, aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{3}$

10.



Şekildeki M merkezli çember y- eksenine A da d doğrusuna P(3, 4) noktasında teğettir. **Çemberin merkezinin x-eksenine uzaklığı kaç br. dir?**

- A) 3 B) 4 C) 5 D) $5\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{5}$

11. $y = k - 1$ doğrusunun $x^2 + y^2 - 3x + 2y - 3 = 0$ çemberine teğet olması için **k değerlerinden birisi ne olmalıdır?**

- A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 3

12. $A = \{ (x, y) \mid x = 2 + 3 \sin \theta, y = 1 - 3 \cos \theta, \theta \in \mathbb{R} \}$ kümesinin belirttiği çemberin denklemi **aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$
 B) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 6$
 C) $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 16$
 D) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$
 E) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$

13. $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$ çemberinin A(10, 7) noktasına en uzak noktası B ise **|AB| kaç br dir?**

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

14. $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ çemberi içine çizilen en büyük karenin alanı **kaç br² dir?**

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

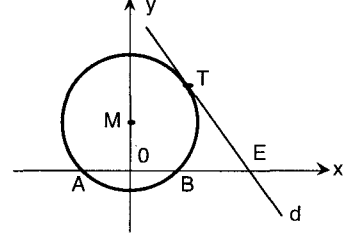
15. I. bölgede eksenlere teğet ve A(3, 4) noktasından geçen çemberlerin merkezleri arasındaki uzaklık **kaç br dir?**

- A) $7 + 2\sqrt{6}$ B) $7 - 2\sqrt{6}$ C) 7
 D) 12 E) 14

16. $x^2 + y^2 = 4$ çemberi $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = r^2$ çemberine içten teğet olduğuna göre, **r kaç br dir?**

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

17.



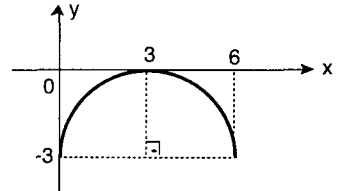
Şekilde denklemi $y = -\sqrt{3}x + 5\sqrt{3}$ olan d doğrusu T noktasında M merkezli çembere teğettir. A(-3, 0) olduğuna göre, **çemberin yarıçapı kaç br dir?**

- A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

18. O(0, 0) ve A(-3, 0) noktaları veriliyor. O noktasına uzaklığı, A noktasına uzaklığının 2 katı olan noktaların geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 + 8x + 12 = 0$
 B) $x^2 + y^2 + 6x - 6 = 0$
 C) $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$
 D) $x^2 + y^2 - 8x - 12 = 0$
 E) $x^2 + y^2 + 8x - 12 = 0$

19.



Şekildeki yarım çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = \sqrt{3x - x^2} + 3$ B) $y = \sqrt{x^2 - 9} + 3$
 C) $y = \sqrt{6x - x^2} - 3$ D) $y = \sqrt{x^2 - 6x} - 3$
 E) $y = \sqrt{6x - x^2} + 3$

20. A(4, 8) ve B(-2, 0) noktaları veriliyor. [AB] doğru parçasını 90° lik açı ile gören noktaların geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x + 2)^2 + (y - 6)^2 = 36$
 B) $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 25$
 C) $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 16$
 D) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 36$
 E) $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 16$

21. $(x-5)^2 + (y+3)^2 = 50$ çemberinin içindeki $P(1, 2)$ noktasından geçen kirişlerin orta noktalarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2+y^2+6x+y+1=0$
 B) $x^2+y^2-6x+y-1=0$
 C) $x^2+y^2+6x-y-1=0$
 D) $x^2+y^2-6x-y+1=0$
 E) $x^2+y^2-10x+6y-10=0$

22. Merkezi $(3, 4)$ ve yarıçapı 10 br olan çemberin 12 br uzunluğundaki kirişlerinin orta noktalarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$
 B) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$
 C) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 36$
 D) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 49$
 E) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 64$

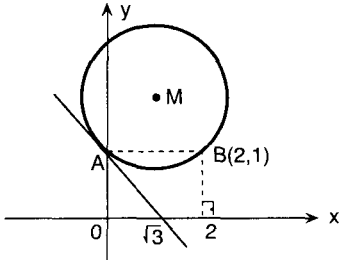
23. $(x-6)^2 + (y+1)^2 = 1$ çemberi ile $(x-2)^2 + (y+4)^2 = r^2$ çemberi dıştan teğet olduklarına göre r kaç br dir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

24. $x^2+y^2=9$ ve $(x-5)^2 + (y-12)^2 = 16$ çemberlerine dıştan teğet olan en küçük yarıçaplı çemberin yarıçapı kaç br dir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

25.

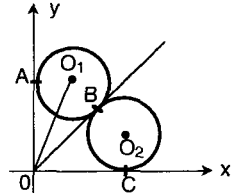


Şekildeki M merkezli çember $A(0, 1)$ ve $B(2, 1)$ noktalarından geçmektedir.

Çemberin A noktasındaki teğeti x -eksenini $(\sqrt{3}, 0)$ noktasında kesiyorsa, çemberin yarıçapı kaç br dir?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

26. Şekilde birbirlerine B ve eksenlere A ile C noktalarında teğet olan O_1 ve O_2 merkezli çemberler verilmiştir. $A(0, 4)$, $|OO_1| = 5$ birim ise O_2 merkezli çemberin merkezinin ordinatı ne-dir?



- A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 1

27. $x^2+y^2-8x+4y+16=0$ çemberi üzerinde bir nokta A , $x^2+y^2-2x-4y+4=0$ çemberi üzerinde bir nokta B ise $|AB|$ nin en küçük değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

28. Merkezi $M(4, 3)$ olan çemberin üzerindeki bir nokta $A(-2, 1)$ dir. Bu noktadan geçen çapın diğer ucundan çembere çizilen teğetin denklemi, aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x+y+25=0$ B) $3x+y-35=0$
 C) $6x+2y-35=0$ D) $3x+y-25=0$
 E) $3x+y-20=0$

29. $y = -\sqrt{3}x$ doğrusuna ve x -eksenine II. bölgede teğet olan çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $x^2+y^2+2\sqrt{3}x-2y-1=0$
 B) $x^2+y^2-2\sqrt{3}x+\sqrt{2}y+3=0$
 C) $x^2+y^2+2\sqrt{3}x-\sqrt{2}y+1=0$
 D) $x^2+y^2+2\sqrt{3}x-2y-3=0$
 E) $x^2+y^2+2\sqrt{3}x-2y+3=0$

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST

5

1. $(x - 15)^2 + (y - 8)^2 = 289$ çemberinin y-eksenine en uzak noktasının apsisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 17 B) 19 C) 23 D) 27 E) 32

2. Merkezi $M(-5, 2)$ ve yarıçapı $r = 2\sqrt{11}$ br. olan bir çember veriliyor. Bu çemberin dışındaki $P(6, 4)$ noktası ile $[PM]$ çaplı çember oluşturuluyor. İki çemberin kesim noktaları A ve B ise $|PA|$ kaç br. dir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = r^2$ çemberi y-eksenine teğettir. Bu çemberin başlangıç noktasına göre kuvveti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $A(4, 3)$ noktasının $x^2 + y^2 - 2x - 4y + m = 0$ çemberinin dışında olduğu biliniyor. Buna göre m yerine kaç farklı tamsayı gelebilir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5. $P(2, -3)$ noktasından $x^2 + y^2 - 6x - 2y + m = 0$ çemberine çizilen teğet parçasının uzunluğu 4 br ise çemberin yarıçapı kaç br dir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

6. $x^2 + y^2 = 16$ çemberinin x-ekseninin kestiği noktalar A ve B dir. Çember üzerinde bir C noktası alınıyor. $A(BC) = 12 \text{ br}^2$ ise C noktasının apsisi kaç olabilir?

A) $-\sqrt{7}$ B) -3 C) 0
D) $4 - \sqrt{7}$ E) $2 + \sqrt{7}$

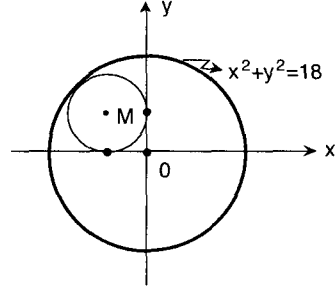
7. Merkezi $2x - y - 1 = 0$ doğrusu üzerinde ve eksene teğet olan kaç çember çizilebilir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. $\theta \in \mathbb{R}$ olmak üzere parametrik denklemi
 $x = 6 + 7 \cos \theta$
 $y = -8 + 7 \sin \theta$
olan çemberin orijine en uzak noktası A ise $|OA|$ kaç br. dir?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

- 9.



Şekildeki M merkezli çember x-eksenine, y-eksenine ve $x^2 + y^2 = 18$ çemberine içten teğet olduğuna göre, bu çemberin yarıçapı kaç br dir?

A) $3\sqrt{2} - 3$ B) $6 - 3\sqrt{2}$ C) 3
D) $3\sqrt{2} - 1$ E) $6 - 2\sqrt{2}$

10. $x^2 + y^2 = 5$ çemberine üzerindeki $A(1, 2)$ noktasından çizilen teğet, $(x + 6)^2 + y^2 = r^2$ çemberine de B noktasında teğet ise r kaçtır?

A) 2 B) 4 C) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$
D) $\frac{9\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{11\sqrt{5}}{5}$

11. $x^2 + y^2 = 12$ çemberine üzerindeki P noktasından çizilen teğet y-eksenini $A(0, 4)$ noktasında kesiyor.

P noktasının ordinatı kaçtır?

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

12. $x^2 + y^2 = 16$ çemberine üzerindeki apsisi $2\sqrt{2}$ olan noktalardan çizilen teğetler arasındaki açı kaç derecedir?

A) 45 B) 60 C) 90 D) 105 E) 150

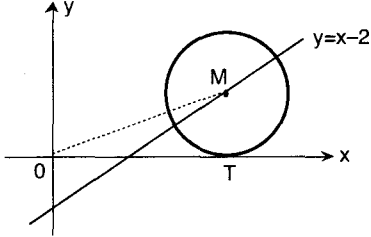
13. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 18$ çemberinin $y = x-19$ doğrusuna en kısa uzaklığı kaç br dir?

A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$
D) $4\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{2}$

14. $x + 2y + 4 = 0$ doğrusunun x - eksenini kestiği nokta A dir. A noktasında doğruya teğet olan ve orijinden geçen çemberin denklemi, aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 20$
B) $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 16$
C) $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 16$
D) $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$
E) $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 20$

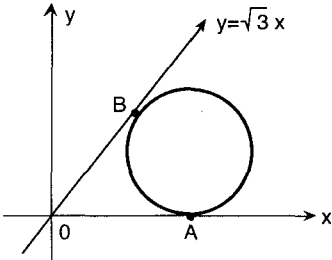
15.



Şekildeki M merkezli çember x - eksenine T noktasında teğet ve merkezi $y = x - 2$ doğrusu üzerindedir. $|OM| = 2\sqrt{6}$ ise M noktasının koordinatları toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{6}$ B) 6 C) $2\sqrt{11}$
D) $4\sqrt{3}$ E) 8

16.



Şekildeki çemberi x eksenine A ve $y = \sqrt{3}x$ doğrusuna B noktasında teğettir. $|OB| = 2\sqrt{3}$ birim ise bu çemberin orijine en uzak uzaklığı kaç birimdir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

17. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 169$ çemberinin 24 birim uzunluğundaki kirişlerinin orta noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?

A) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 10$
B) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$
C) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 24$
D) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 26$
E) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 144$

18. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ çemberine 1 birim uzaklıktaki noktaların geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$
B) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 2$
C) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8$
D) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 10$
E) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 100$

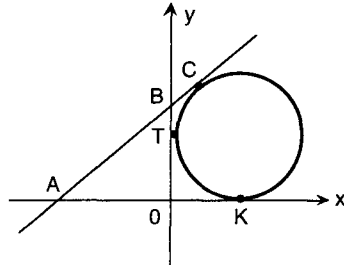
19. A(1, 2) B(2, -1) olmak üzere $[CA] \perp [CB]$ koşulunu sağlayan C noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?

A) $x^2 + y^2 - 3x + y = 0$
B) $x^2 + y^2 + 3x - y = 0$
C) $x^2 + y^2 - 3x - y = 0$
D) $x^2 + y^2 - x + 3y = 0$
E) $x^2 + y^2 - x - 3y = 0$

20. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 8$ çemberinin birbiri ile dik kesişen teğetlerinin kesim noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?

A) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$
B) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$
C) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$
D) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 16$
E) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$

21.



Şekildeki çember T ve K noktalarında eksenlere, AC doğrusuna ise C noktasında teğettir. K(1, 0) ve A(-3, 0) ise $|BC|$ nedir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

22. $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$ çemberinin $P(1, 2)$ noktasından geçen kirişlerinin orta noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$
 B) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5 = 0$
 C) $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 11 = 0$
 D) $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 5 = 0$
 E) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 11 = 0$

23. $A(2, -1)$ ve $B(-4, 7)$ olmak üzere $[AB]$ doğru parçasını dik açı altında gören noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$
 B) $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$
 C) $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$
 D) $(x+1)^2 + (y+3)^2 = 10$
 E) $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 100$

24. $x^2 + y^2 = 5$ çemberinin $y = 2x - 1$ doğrusuna paralel kirişlerinin orta noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $y = -3x$ B) $y = -2x$ C) $y = -\frac{1}{2}x$
 D) $y = -\frac{1}{3}x$ E) $y = 2x$

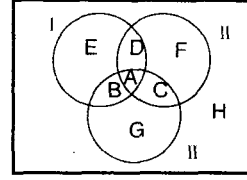
25. $P(0, 4)$ noktasının $m.(x-3)+2y=0$ doğrularına göre simetriklerinin geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $x^2 + y^2 = 16$ B) $x^2 + (y-4)^2 = 9$
 C) $x^2 + (y-4)^2 = 25$ D) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$
 E) $(x-3)^2 + y^2 = 25$

26. Denklemleri $3x + 4y + 5 = 0$ ve $3x + 4y + C = 0$ olan paralel doğrulara teğet olan çemberin yarıçapı 2 birim ise C nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) -12 E) -10

27.



Şekildeki çemberlerin denklemleri :

I. $x^2 + y^2 = 4$

II. $(x-2)^2 + y^2 = 2$

III. $x^2 + y^2 + 6y + 8 = 0$

olduğuna göre $P(-2, 1)$ noktası içerisindeki harfle belirlenen bölgelerden hangisinde bulunur?

- A) A B) C C) E D) H E) G

28.

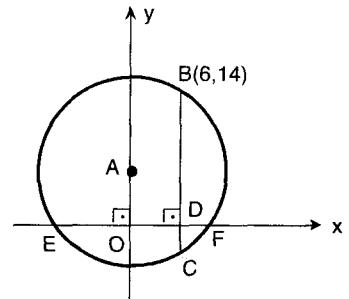
I. $x^2 + (y+6)^2 = r^2$
 II. $x^2 + (y+8)^2 = 64$ } çemberleri birbirine

içten teğettir.

I. çember ile X ekseninin kesişmesinden oluşan kirişin uzunluğu kaç br olabilir?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 16

29.



Şekildeki $A(0, 6)$ merkezli çemberde, $B(6, 14)$ ve $[BC] \perp Ox$ ise $|EDI| - |IDF|$ kaçtır?

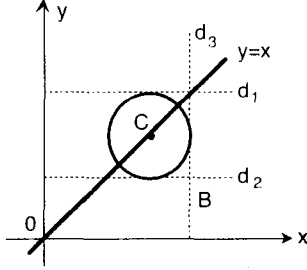
- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST

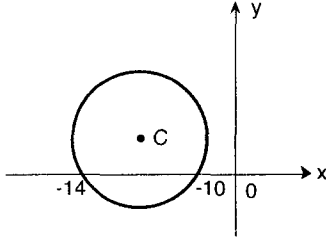
6

1. Şekildeki C merkezi $y = x$ doğrusu üzerinde olan çember d_1, d_2 ve d_3 doğrularına teğettir. B(10, 4) olduğuna göre çemberin denklemini nedir?



- A) $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 = 16$
 B) $(x - 7)^2 + (y - 7)^2 = 9$
 C) $(x - 7)^2 + (y - 7)^2 = 49$
 D) $(x - 8)^2 + (y - 8)^2 = 4$
 E) $(x - 8)^2 + (y - 8)^2 = 16$

2. Şekildeki C merkezli çember x eksenini (-14, 0) ve (-10, 0) noktalarında kesmektedir.



IOCI = 13 br olduğuna göre çemberin denklemini nedir?

- A) $(x - 14)^2 + (y - 5)^2 = 25$
 B) $(x - 12)^2 + (y + 5)^2 = 27$
 C) $(x + 12)^2 + (y - 5)^2 = 29$
 D) $(x - 10)^2 + (y + 5)^2 = 30$
 E) $(x - 12)^2 + (y + 5)^2 = 35$

3. Denklemleri $y = -2$ ve $y = 4$ olan doğrulara teğet olan ve merkezi $x - y + 2 = 0$ doğrusu üzerinde bulunan çemberin denklemini nedir?

- A) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 9$
 B) $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 9$
 C) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$
 D) $(x + 1)^2 + y^2 = 16$
 E) $x^2 + y^2 - 2y = 80$

4. Merkezi x ekseninde olan ve orijin ile (-1, 3) noktalarından geçen çember denklemini nedir?

- A) $(x + 4)^2 + y^2 = 16$ B) $x^2 + (y + 4)^2 = 16$
 C) $(x - 5)^2 + y^2 = 25$ D) $(x + 5)^2 + y^2 = 25$
 E) $(x + 6)^2 + y^2 = 36$

5. $|x| = 3$ denkleminin belirttiği doğrulara teğet olan ve merkezi $y = x - 2$ doğrusu üzerinde olan çemberin denklemini nedir?

- A) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$
 B) $(x - 2)^2 + y^2 = 9$
 C) $(x - 1)^2 + y^2 = 9$
 D) $x^2 + (y - 2)^2 = 9$
 E) $x^2 + (y + 2)^2 = 9$

6. $\{(x, y) \mid \theta \in \mathbb{R} \text{ için } x = 2 + 3\cos\theta \text{ ve } y = 4 + 3\sin\theta\}$ kümesinin belirttiği çemberin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 9$
 B) $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 9$
 C) $x^2 + (y - 4)^2 = 9$
 D) $(x - 2)^2 + y^2 = 9$
 E) $x^2 + y^2 = 9$

7. A(2, -3) olmak üzere A noktasının $y = -ax - 1$ denklemini ile belirtilen doğrulara göre, simetriklerinin geometrik yeri aşağıdakilerden hangisi ile belirtilebilir?

- A) $(x + 1)^2 + y^2 = 8$
 B) $x^2 + (y + 1)^2 = 8$
 C) $x^2 + (y - 1)^2 = 8$
 D) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 18$
 E) $(x + 1)^2 + y^2 = 18$

8. A(-1, 2), B(1, 0) ve C(0, -1) olduğuna göre ABC üçgeninin çevrel çemberinin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 - 4x + y - 1 = 0$
 B) $x^2 + y^2 - 2x - y + 1 = 0$
 C) $x^2 + y^2 + x - y + 2 = 0$
 D) $x^2 + y^2 + x - y - 2 = 0$
 E) $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 2 = 0$

9. $(m + 1)x^2 + (2m - 1)y^2 - 6y - 9 = 0$ denklemini bir çember belirttiğine göre, bu çemberin oluşturduğu dairenin alanı kaç birim karedir?

- A) 2π B) 3π C) 4π D) 5π E) 6π

10. Denklemi $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$ olan çembere dıştan teğet ve merkezi $(-1, 1)$ noktası olan çemberin **yarıçapı kaç birimdir?**

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

11. Denklemleri $x^2 + y^2 = r^2$ ve $x^2 + y^2 = 16$ olan çemberlerin oluşturduğu halkanın alanı 16π birimkare ise **r aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$
D) $4\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{2}$

12. Denklemi $x^2 + y^2 = 4$ olan çemberin $4x + 3y + 20 = 0$ denklemi ile verilen doğruya **en yakın** noktasının bu doğruya uzaklığı **kaç birimdir?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

13. Denklemleri $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 1$ ve $x^2 + y^2 = 1$ olan çemberler üzerinde sıra ile A ve B noktaları alınıyor. **$|AB|$ nin en küçük değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

14. Denklemi $x^2 + y^2 = 16$ olan çemberin iç bölgesinde bir $P(1, 2)$ noktası veriliyor. **P noktasından geçen ve çemberden ayırdığı kirişin orta noktası P olan doğrunun denklemi nedir?**

A) $x + 2y - 4 = 0$ B) $3x + y - 1 = 0$
C) $x - y + 1 = 0$ D) $x + y - 1 = 0$
E) $x + 2y - 5 = 0$

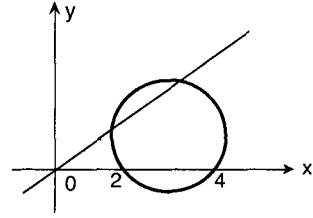
15. Denklemi $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ olan çembere $P(6,0)$ noktasından çizilen teğetlerden birinin değme noktası T ise **$|PT|$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 6 B) 7 C) $\frac{15}{2}$ D) 8 E) $\frac{17}{2}$

16. Denklemleri $x = -9$ ve $x = 1$ olan doğrulara teğet olan ve merkezi x ekseninde bulunan çemberin $(-1, y)$, $y > 0$ noktasından geçen teğetinin denklemi nedir?

A) $x + y - 6 = 0$ B) $x + y + 6 = 0$
C) $x - y + 4 = 0$ D) $x + y + 13 = 0$
E) $3x + 4y - 13 = 0$

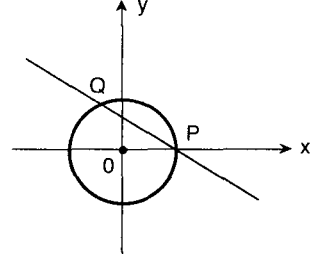
17.



$(2,0)$ ve $(4,0)$ noktalarından geçen ve yarıçapı $\sqrt{5}$ birim olan şekildeki çemberin, $y = x$ doğrusu ile **kesim noktalarının apsileri toplamı nedir?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

18. Şekildeki çemberin denklemi $x^2 + y^2 = 25$ tir. **$|PQ| = 8$ ise PQ doğrusunun denklemi nedir?**



A) $3x - 4y + 5 = 0$ B) $3x + 4y - 15 = 0$
C) $3x - 2y + 15 = 0$ D) $2x - 3y - 15 = 0$
E) $4x - 3y - 5 = 0$

19. O, orijin, $A(1,0)$ ve $B(0, -\sqrt{3})$ olmak üzere AB doğrusuna P noktasında, X eksenine Q noktasında teğet olan çemberin merkezi birinci bölgededir. Yarıçapı $\sqrt{3}$ br. olduğuna göre **$|OPI|$ uzunluğu kaç br. dir?**

A) 2 B) 3 C) $\sqrt{10}$
D) $\sqrt{13}$ E) $\sqrt{15}$

20. Denklemi $x^2 + y^2 - 3x - 2y + 2 = 0$ olan çember x eksenini A ve B noktalarında kesiyor. **$[AB]$ doğru parçasının orta dikmesinin denklemi nedir?**

A) $x = \frac{3}{4}$ B) $x = \frac{3}{2}$ C) $x = 2$
D) $x = 1$ E) $x = 3$

21. Denklemleri $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$ ve $x^2 + y^2 = 4$ olan çemberlerin kuvvet eksenindeki $(a, \frac{\sqrt{3}}{2})$ noktasının **başlangıç noktasına uzaklığı kaç birimdir?**

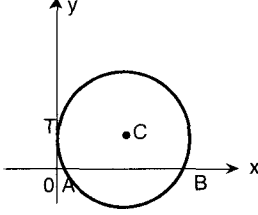
A) 3 B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) 2 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST

7

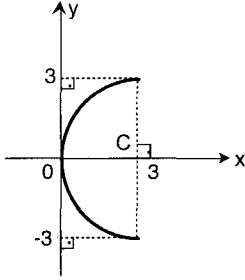
1. Şekildeki C merkezli çember X eksenini A ve B(8, 0) noktalarında kesmekte Y eksenine T(0,4) noktasında teğet olmaktadır.



Çemberin denklemi nedir?

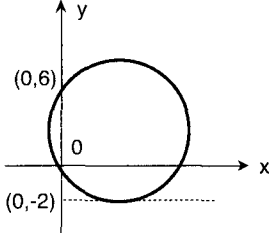
- A) $(x-5)^2 + (y-4)^2 = 5$
 B) $(x-5)^2 + (y-4)^2 = 25$
 C) $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$
 D) $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 16$
 E) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 5$

2. Şekildeki C(3, 0) merkezli ve y eksenine orijinde teğet olan yarım çemberin denklemi nedir?



- A) $(x-2)^2 + y^2 = 9$
 B) $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$
 C) $x = 3 - \sqrt{9-y^2}$
 D) $x = 3 + \sqrt{9-y^2}$
 E) $x = \sqrt{9-y^2} - 2$

3. Şekildeki çemberin merkezi C(m, n) yarıçapı r olduğuna göre $m + n + r$ toplamı neye eşittir?



- A) $6 - \sqrt{2}$ B) $6 + 4\sqrt{2}$ C) 6
 D) 12 E) 14

4. Köşelerinin koordinatları A(0, 2), B(0, 6), C(3, 2) olan ABC üçgeninin iç teğet çemberinin denklemi $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$ ise $m + n + r$ toplamı neye eşittir?

- A) 5 B) $\frac{11}{2}$ C) 6 D) $\frac{15}{2}$ E) $\frac{21}{2}$

5. Denklemleri;
 $x^2 + y^2 = 9$ ve
 $(x-5)^2 + (y-12)^2 = 4$ olan iki çember üzerinde birbirine en uzak iki nokta A ve B ise **|AB|** uzunluğu kaç br. dir?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

6. $x^2 + y^2 = 50$ çemberinin içinde A(3,3) noktası veriliyor. Çember üzerinde A'ya en yakın olan noktanın ordinatı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

7. $x^2 + y^2 = r^2$ çemberi
 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4r^2 + 12r + 9$ çemberine içten teğet olduğuna göre r kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $x^2 + y^2 - kx - (4-k)y + m = 0$ denklemi ile belirlenen çember x ve y eksenlerine teğet olduğuna göre k kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

9. $mx + ny + 3 = 0$ doğrusu
 $x^2 + y^2 = 16$ ve
 $x^2 + (y-6)^2 = 25$ çemberlerine teğet olduğuna göre $n \in \mathbb{R}^+$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{16}$

10. $(m-2)x^2 + (4-m)y^2 - 6x + 4y + 4m = 0$ çemberinin y eksenine en yakın olan noktasının y eksenine olan uzaklığı kaç br. dir?

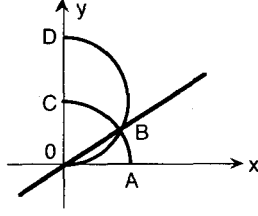
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. $x^2 + (y-4)^2 = 16$ çemberinin $4x + 3y + 13 = 0$ doğrusuna en yakın noktası P ise P'nin doğruya uzaklığı kaç br. dir?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

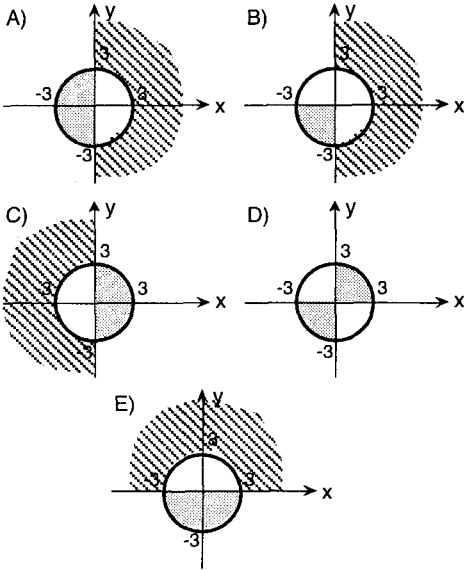
ZAFER YAYINLARI

12. Şekilde O merkezli dörtte bir çember ile C merkezli yarım çember B noktasında kesiştiğine göre **OB doğrusunun denklemi nedir?**



- A) $y = \frac{\sqrt{3}}{3} x$ B) $y = \frac{\sqrt{2}}{2} x$ C) $y = \sqrt{3} x$
D) $y = x$ E) $y = \frac{x}{3}$

13. $x^3 + xy^2 - 9x \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdaki taralı bölgelerden hangisi ile ifade edilebilir?



14. $\left. \begin{array}{l} x-y \geq 0 \\ x^2 + (y-4)^2 \leq 16 \end{array} \right\}$ sistemini sağlayan (x, y) noktalarının oluşturduğu bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\pi - 2$ B) $2\pi - 2$ C) $2\pi - 4$
E) $2\pi - 6$ E) $4\pi - 8$

15. $x^2 + y^2 = 32$ çemberinin x eksenine paralel bir kirişi [AB] dir. AOB üçgeninin alanı en büyük olduğuna göre IABl uzunluğu kaç br. olur?

- A) 32 B) 16 C) $6\sqrt{2}$
D) 8 E) $5\sqrt{2}$

16. $(x-4)^2 + (y-6)^2 = r^2$ çemberi x eksenine teğettir. Bu çember y eksenini A ve B noktalarında kesiştiğine göre IOAl . IOBl çarpımı neye eşittir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

17. $\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x + ky - 2 = 0 \end{array} \right\}$ çemberlerinin kuvvet eksen A(1, 2) noktasından geçtiğine göre k kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

18. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ çemberine üzerindeki A(-3, 1) noktasından çizilen teğetin y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 3 E) 5

19. A(6, k) noktasından $x^2 + y^2 - 2x + y - 4 = 0$ çemberine çizilen teğetin değme noktası B ve IABl = $2\sqrt{23}$ olduğuna göre k nın pozitif değeri kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

20. $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 16$ çemberi ile $x^2 + y^2 - 16x - 6y + 72 = 0$ çemberinin ortak dış teğetinin uzunluğu kaç br. dir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

21. $\sqrt{2x^2 + y^2} = mx + 1$ eşitliği merkezi (1,0) olan bir çember denklemini belirttiğine göre yarıçap uzunluğu kaç br. dir?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{2}$

22. $x^2 + y^2 - 1 = 0$ çemberinin y eksenini kestiği noktalardan geçen teğetleri d_1 ve d_2 doğrularıdır. d_1 ve d_2 nin $2x+y-3=0$ doğrusunu kestiği noktalar A ve B ise IABl uzunluğu neye eşittir?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) 3 E) 5

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST 8

1. $(x + 2)^2 + (3 - y)^2 = 4$ çemberinin merkezinin koordinatları ve yarıçap uzunluğu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $M(-2, 3)$ $r = 2$
 B) $M(-2, -3)$ $r = 2$
 C) $M(2, -3)$ $r = 2$
 D) $M(-2, 3)$ $r = 4$
 E) $M(2, -3)$ $r = 4$

2. Merkezi $C(-2, -5)$ olan ve Oy eksenine teğet olan çember denklemi nedir?

A) $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 4$
 B) $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 25$
 C) $(x + 2)^2 + (y + 5)^2 = 4$
 D) $(x + 2)^2 + (y + 5)^2 = 25$
 E) $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 25$

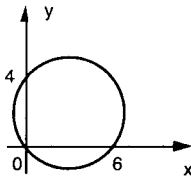
3. Merkezi $C(3, 4)$ olan ve $A(-1, 2)$ noktasından geçen çember denklemi nedir?

A) $x^2 + y^2 - 3x - 4y + 5 = 0$
 B) $x^2 + y^2 + 3x + 4y - 5 = 0$
 C) $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 5 = 0$
 D) $x^2 + y^2 + 6x + 8y - 5 = 0$
 E) $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 7 = 0$

4. $A(2, -7)$ ve $B(0, 1)$ noktalarını dik açı altında gören noktaların geometrik yeri nedir?

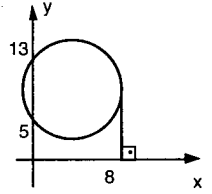
A) $(x - 1)^2 + y^2 - 3y - 6 = 0$
 B) $(x - 1)^2 + y^2 + 6y - 59 = 0$
 C) $(x + 1)^2 + y^2 - 6y + 6 = 0$
 D) $(x + 1)^2 + y^2 + 6y + 8 = 0$
 E) $(x - 1)^2 + y^2 + 6y - 8 = 0$

5. Şekildeki orjinden geçen çember Oy eksenini $(0, 4)$, Ox eksenini $(6, 0)$ noktalarında kestiğine göre denklemi nedir?



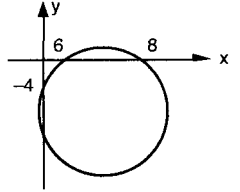
A) $x^2 - 3x + (y - 2)^2 - 13 = 0$
 B) $x^2 - 6x + (y - 2)^2 - 4 = 0$
 C) $x^2 + 3x + (y + 2)^2 + 13 = 0$
 D) $x^2 + 6x + (y + 2)^2 - 4 = 0$
 E) $x^2 - 6x + (y + 2)^2 - 4 = 0$

6. Şekildeki çember Oy eksenini $(0, 5)$, $(0, 13)$ noktalarında kesmekte ve $x = 8$ doğrusuna teğet olmaktadır. Çemberin denklemi nedir?



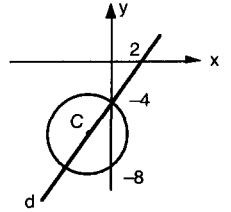
A) $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 169$
 B) $(x - 3)^2 + (y - 9)^2 = 25$
 C) $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 25$
 D) $(x + 3)^2 + (y + 9)^2 = 169$
 E) $(x - 3)^2 + (y + 9)^2 = 64$

7. Şekildeki çember Ox eksenini $(6, 0)$, $(8, 0)$, Oy eksenini $(0, -4)$ noktalarında kesmektedir. Çemberin denklemi nedir?



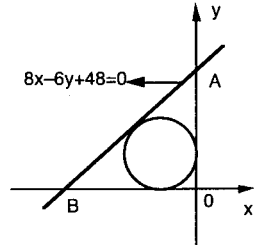
A) $x^2 + y^2 - 7x + 8y + 56 = 0$
 B) $x^2 + y^2 + 7x - 8y - 56 = 0$
 C) $x^2 + y^2 - 14x + 16y + 48 = 0$
 D) $x^2 + y^2 + 14x - 16y - 48 = 0$
 E) $x^2 + y^2 + 14x + 16y - 65 = 0$

8. Şekilde C merkezli çember $(0, -4)$ ve $(0, -8)$ noktalarından, d doğrusu $(2, 0)$ ve $(0, -4)$ noktalarından geçmektedir. C merkezli çemberin yarıçapı kaç br dir?



A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{7}$

9. Şekildeki AB doğrusunun denklemi $8x - 6y + 48 = 0$ olduğuna göre AOB üçgeninin içteğet çemberinin merkezinin koordinatları nedir?



A) $(-6, 6)$ B) $(-5, 5)$ C) $(-4, 4)$
 D) $(-3, 3)$ E) $(-2, 2)$

10. $2x^2 + 2y^2 + mxy - 4x + 8y + 2m = 0$ denklemi ile verilen çemberin **merkezinin koordinatları ve yarıçap uzunluğu nedir?**

A) $(-1, 2)$ B) $(-1, 2)$ C) $(1, 2)$
 $r = 5$ $r = \sqrt{5}$ $r = 5$
D) $(1, -2)$ E) $(1, -2)$
 $r = 5$ $r = \sqrt{5}$

11. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ denklemi ile verilen çember ile aynı merkezli olup **orjinden geçen çember denklemi nedir?**

A) $x^2 + y^2 - x + 2y = 0$
B) $x^2 + y^2 + x - 2y = 0$
C) $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$
D) $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$
E) $x^2 + y^2 = 5$

12. $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ denklemi ile verilen çemberin **Oy eksenini kestiği noktalar A ve B ise $|AB|$ uzunluğu kaç br dir?**

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

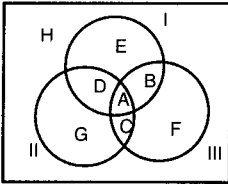
13. $x^2 + y^2 + px - qy = 0$ denklemi ile verilen çember $A(-5, 12)$, $B(4, 6)$ noktalarından geçtiğine göre **yarıçap uzunluğu kaç br dir?**

A) 13 B) $\frac{13}{2}$ C) 6 D) $\frac{11}{2}$ E) 5

14. $A(2, 4)$, $B(4, 0)$, $C(2, 1)$ noktalarından geçen çemberin **merkezinin koordinatları nedir?**

A) $(4, \frac{5}{2})$ B) $(2, \frac{5}{2})$ C) $(4, 5)$
D) $(-2, \frac{5}{2})$ E) $(4, -\frac{5}{2})$

15.



Şekildeki çemberlerin denklemleri

I : $x^2 + (y - 2)^2 = 1$

II : $(x - 2)^2 + y^2 = 2$

III : $x^2 + y^2 + 3x + 4y = 5$

olduğuna göre **O(0, 0) noktası, içerisindeki harflerle belirlenen bölgelerden hangisinde bulunur?**

A) B B) C C) F D) G E) H

16. $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 20$ denklemi ile verilen çemberin **orjine en uzak noktası A ise A noktasının apsisi nedir?**

A) 4 B) $\frac{9}{2}$ C) 5 D) $\frac{11}{2}$ E) 6

17. $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 45$ denklemi ile verilen çemberin orjine **en yakın noktası A ise $|OA|$ uzunluğu kaç br dir?**

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{5}$ E) 3

18. $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 15$ denklemi ile verilen çemberin $y = 2x$ doğrusu ile kesiştikleri noktalar A ve B ise **$|AB|$ uzunluğu kaç br dir?**

A) $2\sqrt{5}$ B) $4\sqrt{5}$ C) $6\sqrt{3}$
D) $5\sqrt{6}$ E) 13

19. $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$ denklemi ile verilen çemberin $x + y - 4 = 0$ denklemi ile verilen doğruya en uzak noktası A ise **A noktasının apsisi nedir?**

A) $-2 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $-2 + \frac{1}{\sqrt{2}}$ C) $2 - \frac{1}{\sqrt{2}}$
D) $\sqrt{2} - 2$ E) $2 - \sqrt{2}$

20. $\left. \begin{aligned} (x - 2)^2 + (y + 3)^2 &= 1 \\ (x + 1)^2 + (y - 1)^2 &= 4 \end{aligned} \right\}$ denklemleriyle verilen çemberlerin birbirine en yakın noktaları A ve B ise **$|AB|$ uzunluğu kaç br dir?**

A) 8 B) 6 C) 5 D) 3 E) 2

21. $\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 &= 1 \\ (x + 3)^2 + (y - 1)^2 &= 9 \end{aligned} \right\}$ denklemleriyle verilen çemberlerin ortak dış teğet parçasının uzunluğu kaç br dir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$
D) $\sqrt{6}$ E) $2\sqrt{3}$

22. $P(4, 2)$ noktasından $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0$ çemberine **çizilen teğetlerden birinin uzunluğu kaç br dir?**

A) 4 B) 3 C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 1

23. $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$ denklemi ile verilen çembere $O(0, 0)$ noktasından çizilen **teğetlerden birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $4x + 3y = 0$ B) $3x - 4y = 0$
C) $4x - 3y = 0$ D) $4x - 5y = 0$
E) $4x + 5y = 0$

24. $\left. \begin{aligned} (x - 5)^2 + (y - 5)^2 &= 16 \\ (x - 10)^2 + (y - 5)^2 &= r^2 \end{aligned} \right\}$

denklemleriyle verilen çemberler dik kesiştiklerine göre **r kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

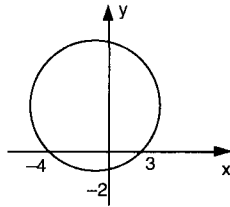
TEST

9

1. $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$ denklemi ile verilen çemberle aynı merkezli olan yarıçapı bu çemberin yarıçapının 2 katı uzunlukta olan çemberin denklemi nedir?

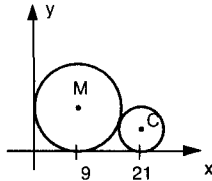
- A) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$
 B) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$
 C) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$
 D) $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 4$
 E) $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 18 = 0$

2. Şekildeki çember Ox eksenini $(-4, 0)$ ve $(3, 0)$, Oy eksenini $(0, -2)$ noktasında kesmektedir. Denklemi nedir?



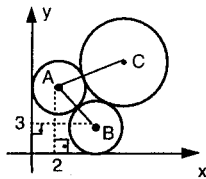
- A) $x^2 + y^2 - x + 4y + 12 = 0$
 B) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 12 = 0$
 C) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 12 = 0$
 D) $x^2 + y^2 + x - 4y - 12 = 0$
 E) $x^2 + y^2 + 4x - y - 12 = 0$

3. Şekildeki M merkezli çember Oy eksenine her iki çemberde Ox eksenine $(9, 0)$ ve $(21, 0)$ noktalarında teğettir. C merkezli çemberin yarıçapı kaç br dir?



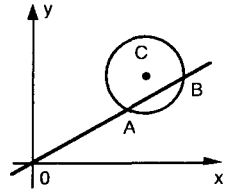
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. Şekildeki A merkezli çember y eksenine teğet ve merkezinin apsisi 2, B merkezli çember x eksenine teğet ve merkezinin ordinatı 3 tür. C merkezli çemberin yarıçapı 10 br olduğuna göre $m(\widehat{CAB})$ kaç derecedir?



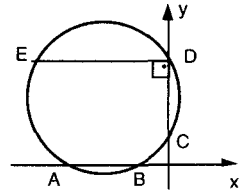
- A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 90

5. Şekildeki C merkezli çemberin denklemi; $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$ dir. $|OA| \cdot |OB| = 30$ olduğuna göre f kaçtır?



- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 90

6. Şekildeki 10 br çaplı çember eksenleri A, B, C, D noktalarında kesmektedir. $[ED] \perp [DC]$



- $m(\widehat{EA}) = m(\widehat{AC})$ ve $C(0, 3\sqrt{2})$ olduğuna göre IEDI uzunluğu kaç br dir?

- A) $7\sqrt{3}$ B) $7\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$
 D) $2\sqrt{6}$ E) $\sqrt{5}$

7. $x^2 + (y - 4)^2 = r^2$ çemberine üzerindeki $(3, -1)$ noktasından çizilen teğetin x eksenini kestiği noktanın apsisi nedir?

- A) $\frac{3}{14}$ B) 1 C) $\frac{14}{3}$ D) 5 E) $\frac{11}{2}$

8. $(a - 3)x^2 + (1 - a)y^2 + 3ax + 8y + 11 = 0$ denklemi ile verilen çemberin iç bölgesinde kalan alan kaç π br² dir?

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 36 E) 45

9. $\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 &= 0 \\ x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 &= 0 \end{aligned} \right\}$ denklemleriyle verilen çemberlerin kuvvet eksenini $P(k, -3)$ noktasından geçtiğine göre bu noktanın çemberlerin kesiştikleri noktalara olan uzaklıkları çarpımı neye eşittir?

- A) 2 B) $2\sqrt{11}$ C) $\frac{26}{11}$
 D) $\frac{13}{5}$ E) $\frac{61}{4}$

10. $\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 &= 0 \\ (x - 7)^2 + (y - 7)^2 &= 1 \end{aligned} \right\}$ denklemleriyle verilen çemberler üzerinde birbirine en uzak iki nokta A ve B ise $|AB|$ uzunluğu kaç br dir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

11. $x^2 + y^2 = 4$ denklemi ile verilen çember
 $x^2 + y^2 - 6x - 8y + k = 0$ denklemi ile verilen
çemberin iç bölgesinde ve birbirlerine teğet
ise k kaçtır?

A) -12 B) -16 C) -20 D) -24 E) -28

12. $\begin{cases} 3x + 4y - 2 = 0 \\ 3x + 4y + 4 = 0 \end{cases}$

denklemleriyle verilen doğrulara teğet olan ve
 merkezi $x - 4y + 3 = 0$ doğrusu üzerinde
 bulunan çemberin denklemi

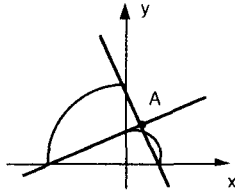
$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ ise **F neye eşit-**
tir?

A) 0,65 B) 0,7 C) 0,89
 D) 0,9 E) 1

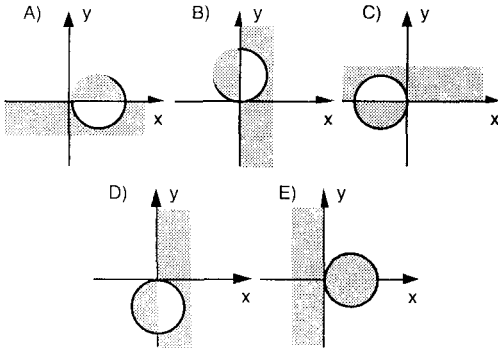
13. $\begin{cases} x = -\sqrt{4 - y^2} \\ y = \sqrt{1 - x^2} \end{cases}$

denklemleriyle verilen
 çeyrek çemberlerin
 eksenleri kestiği nok-
 talarından geçen şekildeki doğruların kesim nok-
 tası olan **A noktasının koordinatları nedir?**

A) $\left(\frac{6}{5}, \frac{2}{5}\right)$ B) $\left(\frac{2}{5}, \frac{6}{5}\right)$ C) $\left(\frac{5}{6}, \frac{5}{2}\right)$
 D) $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{6}\right)$ E) (5,3)



14. $x^3 + xy^2 - 2x^2 \leq 0$ eşitsizliğinin **çözüm kümesi**
aşağıdaki taralı bölgelerden hangisi ile
ifade edilebilir?



15. $\begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 1 \\ (x-5)^2 + (y-2)^2 = 1 \end{cases}$

denklemleriyle verilen çemberlere P(x,0) nok-
 tasına **en yakın** noktaları A ve B ise

|PA| + |PB| toplamının en küçük değeri
kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. A(0, 2), B(0, 6), C(3, 2) olmak üzere $\triangle ABC$
 üçgeninin çevrel çemberinin denklemi
 $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$ ise **(d, e, f) üçlüsü**
nedir?

A) (-3, -8, 12) B) (-3, 8, -12)
 C) (3, -8, 12) D) (8, 3, -12)
 E) (-8, 3, 12)

17. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$ denklemi ile verilen
 çemberin $3x + 4y - 5 = 0$ doğrusuna **en yakın**
noktası A ise A'nın doğruya uzaklığı kaç
br dir?

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{6}{5}$ E) 4

18. $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0 \end{cases}$ denklemleriyle

verilen çemberlerin merkezleri C ve M, çem-
 berlerin birbirlerine **en yakın** noktaları A ve B
 ise [CM] çaplı çember ile **[AB] çaplı çember**
arasında kalan bölgenin alanı kaç π br²
dir?

A) 5π B) $\frac{21\pi}{4}$ C) 6π D) $\frac{25\pi}{4}$ E) 7π

19. Orijin ile A(2,6) noktalarından geçen çemberin
 merkezi Ox ekseninde olduğuna göre **bu**
çemberin yarıçapı kaç br dir?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

20. $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ denklemi ile verilen
 çember ile $3x - y + k = 0$ denklemi ile verilen
doğrunun kesişmemesi için aşağıdakiler-
den hangisi verilmelidir?

A) $k^2 - 3k + 4 < 0$
 B) $k^2 + 3k - 4 < 0$
 C) $k^2 + 10k - 15 < 0$
 D) $k^2 - 10k - 15 < 0$
 E) $k^2 - 10k - 15 > 0$

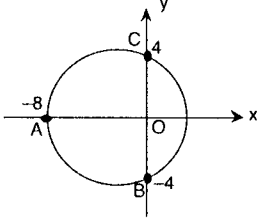
ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST 10

1. Şekildeki çemberin üzerinde

A(-8, 0), B(0, -4) ve C(0, 4) noktaları verilmiştir.

Çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $x^2 + y^2 - 6x - 16 = 0$
 B) $x^2 + y^2 - 6y - 16 = 0$
 C) $x^2 + y^2 + 6y - 25 = 0$
 D) $x^2 + y^2 + 6x - 16 = 0$
 E) $x^2 + y^2 + 6y + 25 = 0$

2. Merkezi (2, -3) olan ve (-1, 1) noktasından geçen çemberin x- eksenini kestiği noktalar A ve B ise |AB| kaç birimdir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. $x^2 + y^2 - 8x + 2y = 0$ çemberinin P(2, 1) noktasından geçen en kısa kirişinin uzunluğu kaç birimdir?

- A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) 5 D) $4\sqrt{2}$ E) 6

4. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ çemberine dışındaki P(-2, 2) noktasından çizilen teğet uzunluğu kaç birimdir?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

5. $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$ çemberinin $y - x = 3$ doğrusu ile oluşturduğu kirişin orta noktasının koordinatları nedir?

- A) (-1, 2) B) (-3, 0) C) (-2, 1)
 D) (1, 2) E) (-1, -2)

6. $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 32 = 0$ ve

$x^2 + y^2 - 4x - 10y + 4 = 0$ çemberlerinin birbirlerine göre konumları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Dıştan teğet iki çember
 B) İçten teğet iki çember
 C) Farklı iki noktada kesişen iki çember
 D) Ayrık iki çember
 E) İç içe iki çember

7. $x^2 + y^2 - 8y + 7 = 0$ denklemiyle verilen çember üzerindeki, orijine en uzak nokta aşağıdakilerden hangisidir?

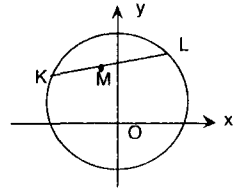
- A) (0, 1) B) $(-\sqrt{5}, 2)$
 C) $(\sqrt{5}, 2)$ D) $(2\sqrt{2}, 3)$
 E) (0, 7)

8. $(x - 2)^2 + y^2 = 9$ çemberi içindeki (1, 2) noktasından geçen en kısa kirişin uzunluğu kaç birimdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. $x^2 + y^2 = 35$ çemberinin içinde M(-1, 3) noktası alınıyor.

IKMI = IMLI ise IKLI kirişinin uzunluğu kaç birimdir?



- A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

10. P(-1, 1) noktasının $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$ çemberine en kısa uzaklığı kaç birimdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $O(0, 0)$ noktasından geçen ve $4x - 3y + 12 = 0$ doğrusuna teğet olan en küçük çemberin yarıçapı kaç birimdir?

A) $\frac{12}{5}$ B) $\frac{8}{5}$ C) $\frac{6}{5}$ D) 1 E) $\frac{4}{5}$

12. Şekildeki çember y eksenine $A(0, 6)$ ve $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ doğrusuna B noktasında teğettir. Çemberin orijine en yakın olan noktasının koordinatları nedir?

A) $(2\sqrt{3}, 3)$ B) $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$
C) $(\sqrt{3}, 3)$ D) $(\sqrt{3}, 2)$
E) $(2\sqrt{3}, \sqrt{3})$

13. $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 4$ ve $(x + 7)^2 + (y - 3)^2 = 9$ çemberlerine teğet olan en küçük çemberin yarıçapı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $x^2 + y^2 - 4 = 0$ çemberine $y - 2x = n$ doğrusunun teğet olması için n aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

A) $\pm 2\sqrt{5}$ B) $\pm 5\sqrt{2}$ C) $\pm 3\sqrt{5}$
D) $\pm 4\sqrt{5}$ E) $\pm 2\sqrt{2}$

15. $(x - k)^2 + y^2 = 16$ $x^2 + (y + k)^2 = 4$ denklemleri çemberler dıştan teğet olduğuna göre k kaçtır? ($k > 0$)

A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) 4 D) $3\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

16. x eksenini $A(2, 0)$ ve $B(8, 0)$ noktalarında kesen ve y eksenine teğet olan çemberin yarıçapı kaç br dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) $\frac{11}{2}$ E) 6

17. $3x + 4y + 15 = 0$ doğrusunun, $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = r^2$ çemberinin içinde kalan parçasının uzunluğu 6 br ise r kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

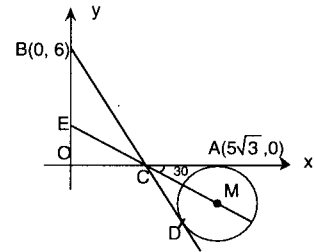
18. $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$ denklemi ile verilen çembere üzerindeki $(0, -8)$ noktasında dıştan teğet olan ve yarıçapı 15 birim olan çember denklemi nedir?

A) $(x + 9)^2 + (y + 20)^2 = 15^2$
B) $(x + 8)^2 + (y + 16)^2 = 15^2$
C) $(x + 6)^2 + (y + 24)^2 = 15^2$
D) $(x + 10)^2 + (y + 20)^2 = 15^2$
E) $(x + 15)^2 + (y + 20)^2 = 15^2$

19. $x^2 + y^2 = 9$ çemberinin $y = 4x - 20$ doğrusuna paralel teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y = 4x - 3\sqrt{17}$ B) $y = 4x - 5$
C) $y = 4x + 3\sqrt{13}$ D) $y = 4x + 2\sqrt{15}$
E) $y = 4x - 10$

20.



Şekilde $B(0, 6)$, $A(5\sqrt{3}, 0)$ olup B, C, D ve E, C, M noktaları doğrusaldır. M merkezli çemberde A ve D teğetlerin değme noktaları $m(\widehat{ACM}) = 30^\circ$ ise M merkezli çemberin yarıçapı kaç birimdir?

A) 1 B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

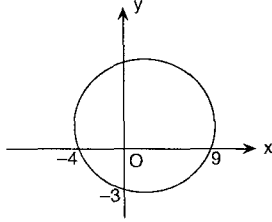
TEST

11

1. $x^2 - (2n + 3)xy + y^2 - 2x + y + a = 0$ denkleminin çember belirtebilmesi için a . n aşağıdaki hangi koşulu gerçeklemlerir?

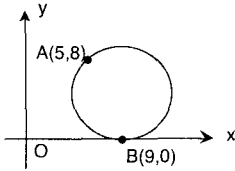
- A) $a \cdot n < -\frac{15}{8}$ B) $a \cdot n \leq -\frac{15}{8}$
 C) $a \cdot n > -\frac{15}{8}$ D) $a \cdot n \geq -\frac{15}{8}$
 E) $a \cdot n = -\frac{15}{8}$

2. Şekildeki çemberin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $(x - \frac{5}{2})^2 + (y - \frac{9}{2})^2 = 125$
 B) $(x - \frac{5}{2})^2 + (y - \frac{9}{2})^2 = 250$
 C) $(2x - 5)^2 + (2y - 9)^2 = 250$
 D) $(2x - 5)^2 + (2y - 9)^2 = \frac{125}{2}$
 E) $(x - \frac{5}{2})^2 + (y - \frac{9}{2})^2 = \frac{125}{4}$

3. Şekilde A(5, 8) ve B(9, 0) noktalarından geçen çemberin denklemini nedir?



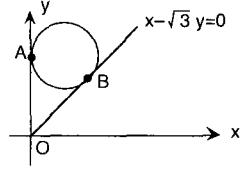
- A) $(x - 9)^2 + (y - 5)^2 = 9$
 B) $(x - 9)^2 + (y - 5)^2 = 16$
 C) $(x - 9)^2 + (y - 5)^2 = 25$
 D) $(x - 9)^2 + (y - 5)^2 = 36$
 E) $(x - 9)^2 + (y - 5)^2 = 81$

4. A(-2, 4) noktasından geçen ve eksenlere teğet olan çemberlerden birinin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x - 10)^2 + (y - 10)^2 = 100$
 B) $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$
 C) $(x + 10)^2 + (y - 10)^2 = 100$
 D) $(x + 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$
 E) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

5. Şekilde; ordinat eksenine A(0, $\sqrt{3}$),

$x - \sqrt{3}y = 0$ doğrusuna B noktasında teğet olan çember verilmiştir. B noktasının apsisi nedir?



- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2

6. $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ çemberi ile

$x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$ çemberi A noktasında dıştan teğettir.

A noktası $m^2x - (4m - 1)y - m = 2$ doğrusu üzerinde ise m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $y = 2x + m$ doğrusunun $x^2 + y^2 = 1$ çemberine teğet olması için m aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

- A) $-\sqrt{7}$ B) $-\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$
 D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{11}$

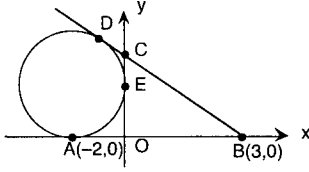
8. $x^2 + y^2 - 4x - 3y - 5 = 0$ çemberinin 2. açıyor-tay doğrusuna göre simetriği olan çemberin merkezinin koordinatları nedir?

- A) (3, 2) B) (-3, -2) C) $(\frac{3}{2}, 2)$
 D) $(-\frac{3}{2}, -2)$ E) $(2, \frac{3}{2})$

9. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$ çemberinin $3x + 4y = 8$ doğrusuna en yakın noktası ile en uzak noktasının doğruya olan uzaklıklarının oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{2}{5}$

10. Şekildeki çember II. bölgede eksellere teğettir. [BD] çembere D noktasında teğet olduğuna göre IDCI kaç birimdir?
- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{6}{7}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1



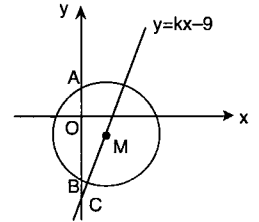
11. $x^2 + y^2 = 9$ ve $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ çemberlerinin kesim noktalarından ve $P(1, 0)$ noktasından geçen çemberin denklemleri nedir?
- A) $x^2 + y^2 - x = 0$
 B) $9x^2 + 9y^2 - 32x - 32y + 23 = 0$
 C) $6x^2 + 6y^2 - 12x - 12y + 11 = 0$
 D) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$
 E) $2x^2 + 2y^2 + 3x - 5 = 0$
12. $y = x$ ve $y = -x$ doğrularına teğet olan bir çemberin yarıçapı 3 br dir. Bu çemberin merkezinin ordinatının pozitif değeri kaçtır?
- A) 3 B) $3\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 4
13. $3x + 4y + 11 = 0$ doğrusunun $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 100$ çemberi ile oluşturduğu kirisin uzunluğu kaç br dir?
- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16
14. $(x - 8)^2 + (y - 5)^2 = 36$ çemberi ile $x^2 + y^2 - 4x + 6y + k = 0$ çemberi arasındaki en kısa uzaklığın 3 birim olması için k kaç olmalıdır?
- A) -12 B) -10 C) -6 D) 10 E) 12
15. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ çemberinin $P(-6, -9)$ noktasına en yakın noktası B'dir. B noktasından çembere çizilen teğetin denklemleri nedir?
- A) $3x + 4y + 24 = 0$
 B) $3x + 4y + 26 = 0$
 C) $4x + 3y - 12 = 0$
 D) $4x + 3y - 24 = 0$
 E) $4x + 3y + 26 = 0$

16. $2x^2 + 2y^2 - 3x + 5y - 7 = 0$ ve $x^2 + y^2 - 4x + y + 1 = 0$ çemberlerinin kesim noktalarından geçen doğrunun y-eksenini kestiği nokta nedir?
- A) $(0, -3)$ B) $(0, -\frac{9}{5})$ C) $(0, \frac{9}{5})$
 D) $(0, 3)$ E) $(0, 9)$

17. $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 17$ çemberinin üzerindeki $P(4, 3)$ noktasından çizilen teğetin y eksenini kestiği noktanın ordinatı nedir?
- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

18. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 59 = 0$ çemberi ile $3x - 4y - 39 = 0$ doğrusu arasındaki en kısa uzaklık a, en büyük uzaklık b ise $a + b$ toplamı kaçtır?
- A) 2 B) 8 C) 10 D) 16 E) 20

19. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 7 = 0$ çemberinin merkezi $y = kx - 9$ doğrusu üzerinde olduğuna göre IACI kaç birimdir?



- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

20. $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0$ çemberinin $P(2, 1)$ noktasından geçen en kısa kirisini üzerinde bulunduran doğrunun denklemleri nedir?
- A) $x - 2y = 0$ B) $x + y - 3 = 0$
 C) $x + 2y - 4 = 0$ D) $2x + y - 5 = 0$
 E) $3x - y - 5 = 0$

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

TEST 12

1. $x^2 + y^2 - 2x + ky - 3 = 0$ çemberi x eksenini A ve B noktalarında kesmektedir. **[AB] çaplı çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$
 B) $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$
 C) $x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0$
 D) $x^2 + y^2 - 4x - 3 = 0$
 E) $x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$

2. Köşeleri A(3, 5), B(4, 1) ve C(-1, 4) noktaları olan ABC üçgeninin çevrel çemberinin denklemi nedir?

- A) $x^2 + y^2 - 3x + 5y = 0$
 B) $x^2 + y^2 - 3x - 5y = 0$
 C) $x^2 + y^2 + 3x + 5y = 0$
 D) $x^2 + y^2 - 5x - 3y = 0$
 E) $x^2 + y^2 + 5x - 3y = 0$

3. Merkezi, $x + y - 12 = 0$ ve $2x - y + 6 = 0$ doğrularının kesim noktası olan ve $y = -5$ doğrusuna teğet olan çemberin denklemi nedir?

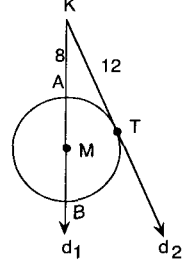
- A) $(x + 3)^2 + (y + 5)^2 = 10^2$
 B) $(x - 2)^2 + (y - 10)^2 = 15^2$
 C) $(x + 7)^2 + (y - 5)^2 = 10^2$
 D) $(x + 6)^2 + (y + 4)^2 = 21^2$
 E) $(x + 2)^2 + (y + 8)^2 = 12^2$

4. Merkezi M(-1, 2) ve $3x + 4y - 20 = 0$ doğrusuna teğet olan çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$
 B) $x^2 + y^2 + x - 4y - 2 = 0$
 C) $x^2 + y^2 + 2x - 3y - 4 = 0$
 D) $x^2 + y^2 + 2x - y - 2 = 0$
 E) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 6 = 0$

5. Şekildeki çemberin merkezinin koordinatları M(3, -8) ise çemberin denklemi nedir?

- A) $(x - 3)^2 + (y + 8)^2 = 64$
 B) $(x - 3)^2 + (y + 8)^2 = 52$
 C) $(x - 3)^2 + (y + 8)^2 = 49$
 D) $(x - 3)^2 + (y + 8)^2 = 36$
 E) $(x - 3)^2 + (y + 8)^2 = 25$



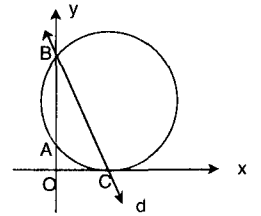
6. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 11 = 0$ çemberinin içinde P(2, 3) noktası alınıyor. P noktasından geçen en kısa kirişin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + y - 5 = 0$ B) $2x + y - 7 = 0$
 C) $x + 2y - 8 = 0$ D) $3x + 2y - 12 = 0$
 E) $x - y + 1 = 0$

7. $(x - n)^2 + (y + 2)^2 = 25$ ve $x^2 + y^2 + 6x + 8y + 9 = 0$ çemberlerinin merkezleri $2y - (m + 3)x + 5 = 0$ doğrusu üzerinde ise m + n toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. d doğrusunun denklemi $2x + y = 8$ ve C noktası değme noktasıdır. Şekildeki çemberin yarıçapı kaç birimdir?



- A) 5 B) 6 C) 7 D) $\frac{15}{2}$ E) $\frac{17}{2}$

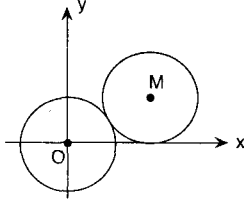
9. $x^2 + y^2 - 2x + 3y - 1 = 0$ ve $x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0$ çemberlerinin ortak kirişine dik ve (-1, 2) noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

- A) $3x - 2y + 1 = 0$ B) $3x - 2y + 5 = 0$
 C) $2x + 3y - 4 = 0$ D) $3x - 2y - 1 = 0$
 E) $3x - 2y + 7 = 0$

10. $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 16$ çemberi ile $4x - 3y - 2 = 0$ doğrusu arasındaki **en büyük** uzaklık kaç birimdir?

A) 1 B) 4 C) 5 D) 7 E) 9

11. Şekildeki M merkezli çemberin denklemi; $(x - 4\sqrt{2})^2 + (y - 4)^2 = r^2$ ise O merkezli çemberin yarıçapı kaç birimdir?



A) $3(\sqrt{3} - 2)$ B) $4(\sqrt{3} - 1)$
C) $2(\sqrt{2} - 1)$ D) $3(\sqrt{2} - 2)$
E) $4(\sqrt{2} - 1)$

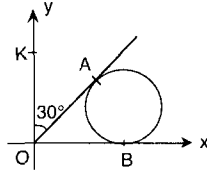
12. Denklemleri $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ ve $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 = r^2$ olan çemberlerin birbirini kesmemesi için **r aşağıdaki koşullardan hangisini sağlamalıdır?**

A) $r < 2$ B) $r < 3$ C) $3 < r < 4$
D) $r \geq 2$ E) $r > 3$

13. $y = mx$ doğrusu $x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$ çemberine teğet ise **m aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) 3

14. Şekildeki çemberde A ve B teğetlerin değme noktalarıdır. $m(\angle KOA) = 30^\circ$ ve $IOAI = 6$ br olduğuna göre **çemberin denklemi nedir?**



A) $x^2 + y^2 - 8x + 4\sqrt{3}y + 36 = 0$
B) $x^2 + y^2 + 12x - 4\sqrt{3}y + 36 = 0$
C) $x^2 + y^2 + 12x + 4\sqrt{3}y - 36 = 0$
D) $x^2 + y^2 - 12x - 4\sqrt{3}y - 36 = 0$
E) $x^2 + y^2 - 12x - 4\sqrt{3}y + 36 = 0$

15. $(x - 2)^2 + (y + a)^2 = 1$ ve $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 36$ denklemleri ile verilen çemberlerin içten teğet olmaları için **a'nın alabileceği değerler toplamı kaç olmalıdır?**

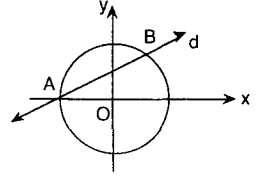
A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

16. $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 36$ denklemiyle verilen çemberin $3x + 4y + 11 = 0$ doğrusuna en yakın noktasının bu doğruya olan uzaklığı kaç br dir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

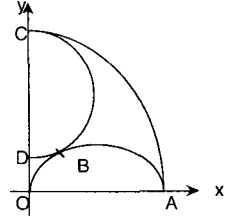
17. Şekilde denklemi

$x^2 + y^2 = 100$ olan çember ile A ve B noktalarından geçen d doğrusu verilmiştir. $IAI = 16$ br olduğuna göre **d doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**



A) $3x - 4y + 30 = 0$ B) $3x - 2y + 15 = 0$
C) $3x - 4y + 10 = 0$ D) $4x - 3y + 30 = 0$
E) $3x + 4y + 30 = 0$

18. Şekilde O merkezli dörtte bir çember ile [OA] ve [CD] çaplı yarım çemberler verilmiştir. B noktasında yarım çemberler birbirine dıştan teğettir. $IOAI = 12$ br olduğuna göre, **[CD] çaplı çemberin yarıçapı kaç br dir?**



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

19. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 1 = 0$ çemberi aşağıdaki doğrulardan hangisine göre simetrik?

A) $y = x$ B) $y + x = 0$
C) $2x + 3y = 1$ D) $x + 2y + 3 = 0$
E) $2x + y + 1 = 0$

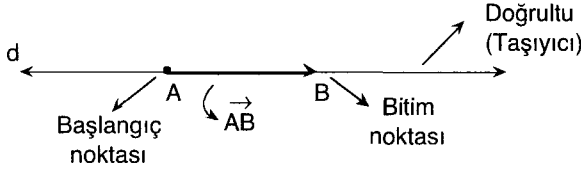
20. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$ çemberine üzerindeki noktalardan çizilen teğetlerin değme noktalarından 1 br uzaklıktaki noktaların geometrik yeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$
B) $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$
C) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$
D) $4x + 3y = 2$
E) $2x + 3y = 4$

VEKTÖRLER

BÖLÜM 3

YÖNLÜ DOĞRU PARÇALARI



Bir d doğrusu ve bu doğru üzerinde $[AB]$ doğru parçası alalım. Başlangıç noktası A ve bitim noktası B olan $[AB]$ doğru parçasına yönlü doğru parçası denir ve $\vec{AB}$ ile gösterilir. $\vec{AB}$ yönlü doğru parçasının üzerinde bulunduğu d doğrusuna ise $\vec{AB}$ nin doğrultusu yada taşıyıcısı denilir.

$\vec{AB}$ ve $\vec{CD}$ yönlü doğru parçalarının taşıyıcıları olan AB ve CD doğruları paralelse $\vec{AB}$ ve $\vec{CD}$ yönlü doğru parçaları aynı doğrultuludur denir. ($\vec{AB} \parallel \vec{CD}$) Aynı doğrultulu iki yönlü doğru parçası, aynı yönlü yada zıt yönlü olabilirler.

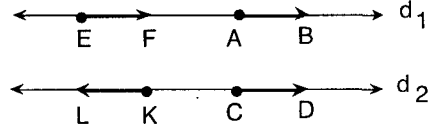
$$d_1 \parallel d_2$$

$\vec{AB}$ ile $\vec{CD}$ aynı doğrultulu aynı yönlü

$\vec{EF}$ ile $\vec{KL}$ aynı doğrultulu zıt yönlü

$\vec{CD}$ ile $\vec{KL}$ aynı doğrultulu zıt yönlü

doğru parçalarıdır.



A ve B noktaları arasındaki uzaklığa $\vec{AB}$ yönlü doğru parçasının uzunluğu denir. $|\vec{AB}|$ yazımıyla gösterilir.

$\vec{AA}$ yönlü doğru parçasının taşıyıcısı ile yönü belirsiz, uzunluğu ise sıfırdır.

$\vec{AB}$ ile $\vec{BA}$ yönlü doğru parçalarının ters yönlü olduklarına dikkat edilmelidir.

SONUÇ

① Bir yönlü doğru parçası;

i) Doğrultusu

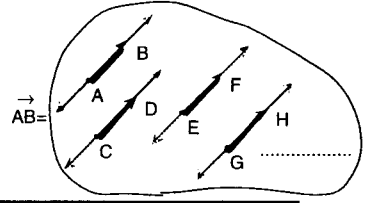
ii) Yönü

iii) Büyüklüğü ile belirlenir.

② $\vec{AB}$ ile $\vec{CD}$ aynı düzlemde yönlü doğru parçaları olsunlar. Bunların doğrultuları aynı, yönleri aynı, büyüklükleri eşitse ($|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$), $\vec{AB}$ ile $\vec{CD}$ eşittir denir ve $\vec{AB} = \vec{CD}$ biçiminde gösterilir.

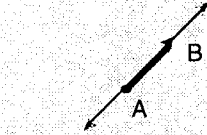
VEKTÖR

Yanda, birbirine eş (aynı doğrultulu, aynı yönlü ve uzunlukları eşit) yönlü doğru parçaları görülmektedir. Bunların kümesine vektör denir ve bu vektör, kümenin herhangi bir elemanı ile gösterilir. Yani $\vec{AB}$ yönlü doğru parçası verilmekle $\vec{AB}$ vektörü verilmiş olur.



SONUÇ

Birbirine denk yönlü doğru parçalarının denklik sınıflarından herbirine **vektör** adı verilir. Başlangıç ve bitiş noktaları aynı olan vektöre ($\vec{AA} = \vec{BB} = \vec{CC} = \vec{DD} = \dots$) sıfır vektörü denir ve $\vec{0}$ ile gösterilir.



$\vec{AB}$ vektörü $|\vec{AB}| = ||\vec{AB}||$, $\vec{AB}$ vektörünün uzunluğu - normu - modülü

VEKTÖRLERDE TOPLAMA VE ÇIKARMA

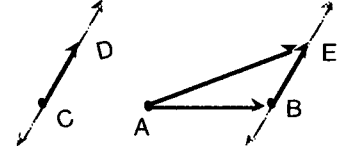
TOPLAMA : Düzlemde iki vektör $\vec{AB}$ ile $\vec{CD}$ olsun. Bu iki vektörün toplamını bulalım.

1. YOL : ÇOKGEN KURALI :

$\vec{BE} = \vec{CD}$ olacak şekilde $\vec{BE}$ vektörünü çizelim. $\vec{AE}$ vektörüne, $\vec{AB}$ ile $\vec{CD}$ vektörlerinin toplamı denir.

$\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AB} + \vec{BE} = \vec{AE}$ yazılır.

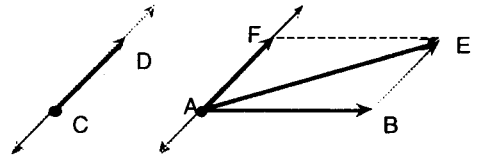
Yani ilk vektörün başlangıcı ile ikinci vektörün bitiş noktası birleştirildiğinde toplam vektörü elde edilir.



2. YOL : PARALELKENAR KURALI :

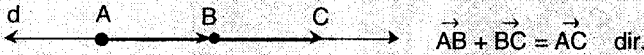
$\vec{AF} = \vec{CD}$ olacak şekilde $\vec{AF}$ vektörünü çizelim. $\vec{AF}$ ve $\vec{AB}$ üzerine kurulan paralelkenarın uzun köşegeni olan $\vec{AE}$ bu vektörlerin toplamıdır.

$\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AB} + \vec{AF} = \vec{AB} + \vec{BE} = \vec{AE}$ dir.



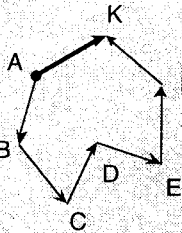
UYARI :

i) A, B, C noktaları doğrusal ise;



$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ dir.

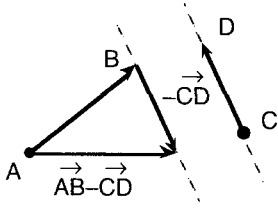
ii)



Bir vektörün bitiş noktası, başka bir vektörün başlangıç noktası olacak biçimde uç uca eklenmiş vektörlerin toplamı, ilk vektörün başlangıç noktası ile son vektörün bitiş noktasının birleştirilmesiyle oluşur.

$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EF} + \vec{FK} = \vec{AK}$ dir.

iii) $\vec{AB} + \vec{BA} = \vec{AA} = \vec{0}$ dir. Yani $\vec{AB} + \vec{BA} = \vec{0}$ ise $\vec{AB} = -\vec{BA}$ dir.

ÇIKARMA :

$\vec{AB}$ vektöründen $\vec{CD}$ vektörünü çıkarmak için $\vec{AB}$ nin bitim noktasına $\vec{CD}$ nin tersi olan $-\vec{CD}$ eklenir.

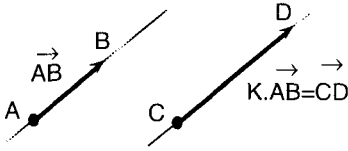
$$\vec{AB} - \vec{CD} = \vec{AB} + (-\vec{CD}) = \vec{AB} + \vec{DC} \text{ dir.}$$

BİR VEKTÖRÜN BİR GERÇEL SAYI İLE ÇARPIMI :

$k \in \mathbb{R}$ ile $\vec{AB}$ vektörünü ele alalım.

i) $k > 0$ ise :

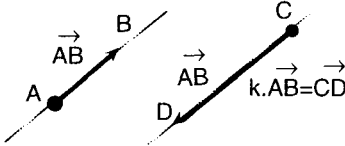
$k \cdot \vec{AB}$, $\vec{AB}$ ile aynı doğrultuda, uzunluğu $\vec{AB}$ nin k katı olan bir vektördür. Bu vektör $\vec{CD}$ olsun.
 $\vec{CD} = k \cdot \vec{AB}$ yada $|\vec{CD}| = k \cdot |\vec{AB}|$ dir.



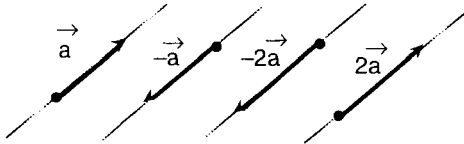
ii) $k < 0$ ise :

$k \cdot \vec{AB}$, $\vec{AB}$ ile aynı doğrultuda ters yönlü bir vektördür.

$$\vec{CD} = k \cdot \vec{AB} \Rightarrow |\vec{CD}| = k \cdot |\vec{AB}| \text{ dir.}$$



iii)



iv) $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ olmak üzere $\vec{AB} = k \cdot \vec{CD}$ ise $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$ dir.

ÖRNEK

$|\vec{BD}| = |\vec{CD}|$ olduğuna göre $\vec{AD}$ yi $\vec{AB}$ ve $\vec{AC}$ türünden bulunuz.

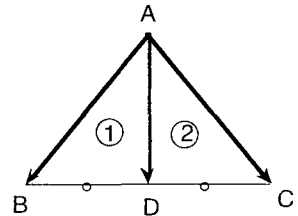
ÇÖZÜM

① de : $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD}$

② de : $\vec{AD} = \vec{AC} + \vec{CD}$

$$\begin{aligned} &+ \\ 2\vec{AD} &= \vec{AB} + \vec{AC} + \underbrace{\vec{BD} + \vec{CD}}_{\vec{0}} \end{aligned}$$

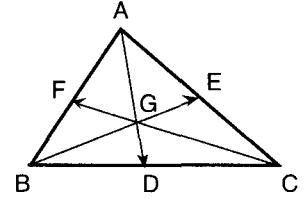
$$\vec{AD} = \frac{\vec{AB} + \vec{AC}}{2} \text{ elde edilir.}$$



ÖRNEK

ABC üçgeninde G, ağırlık merkezi olduğuna göre,

$\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF}$ toplamını bulunuz.

**ÇÖZÜM**

Bir önceki örnekten yararlanarak ;

$$\vec{AD} = \frac{1}{2} (\vec{AB} + \vec{AC})$$

$$\vec{BE} = \frac{1}{2} (\vec{BA} + \vec{BC})$$

$$\vec{CF} = \frac{1}{2} (\vec{CA} + \vec{CB})$$

$$+ \quad \vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \frac{1}{2} (\underbrace{\vec{AB} + \vec{BA}}_{\vec{0}} + \underbrace{\vec{AC} + \vec{CA}}_{\vec{0}} + \underbrace{\vec{BC} + \vec{CB}}_{\vec{0}})$$

$$\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{0} \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

ABC üçgeninin ağırlık merkezi G dir. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}$ toplamı nedir?

ÇÖZÜM

BDCG paralelkenarından

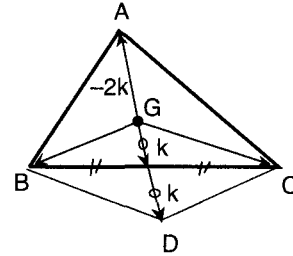
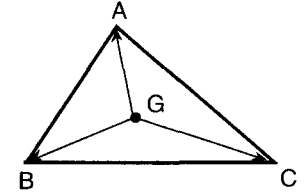
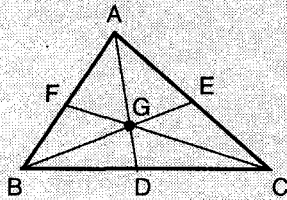
$$\vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GB} + \vec{BD} = \vec{GD} \text{ dir.}$$

$$\vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GD} \text{ olup}$$

$$\vec{GD} = -\vec{GA} \text{ dır. Yerine konursa}$$

$$\vec{GB} + \vec{GC} = -\vec{GA}$$

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \text{ bulunur.}$$

**UYARI :**

ABC üçgeninde [AD], [BE], [CF], kenar ortaylar vede G ağırlık merkezi olmak üzere :

- i) $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{0}$ ii) $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ iii) $\vec{GD} + \vec{GE} + \vec{GF} = \vec{0}$ dir.

ÖRNEK

Şekildeki ABCD dörtgeninde E, F ve K noktaları kenarların orta noktalarıdır.

$\vec{EF} + \vec{EK}$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

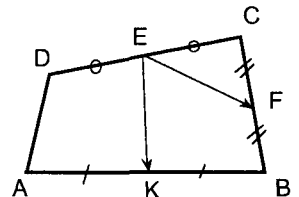
A) $\vec{CF} + \vec{DK}$

B) $\vec{AE} - \vec{BK}$

C) $\vec{DF} + \vec{DK}$

D) $\vec{BD} + \vec{DE}$

E) $\vec{DF} - \vec{DB}$



ÇÖZÜM

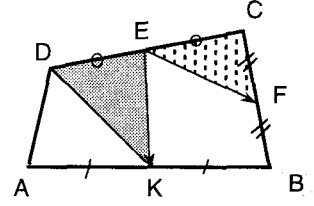
$$\vec{EF} = \vec{EC} + \vec{CF}$$

$$\vec{EK} = \vec{ED} + \vec{DK}$$

+

$$\vec{EF} + \vec{EK} = \underbrace{\vec{EC} + \vec{ED}}_{\vec{0}} + \vec{CF} + \vec{DK}$$

$$\vec{EF} + \vec{EK} = \vec{CF} + \vec{DK} \text{ elde edilir.}$$



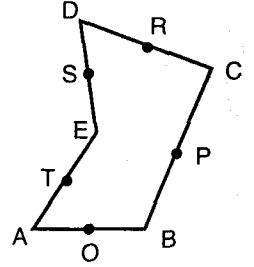
YANIT "A"

ÖRNEK

Şekildeki ABCDE çokgeninde O, P, R, S, T noktaları kenarların orta noktalarıdır.

$\vec{PC} + \vec{RD} + \vec{SE} + \vec{TA}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\vec{OA}$ B) $\vec{OB}$ C) $\vec{OC}$ D) $\vec{OD}$ E) $\vec{OE}$



ÇÖZÜM

$$\vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EA} + \vec{AB} = \vec{0}$$

$$\frac{1}{2} (\vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EA} + \vec{AB}) = \vec{0}$$

$$\frac{\vec{BC}}{2} + \frac{\vec{CD}}{2} + \frac{\vec{DE}}{2} + \frac{\vec{EA}}{2} + \frac{\vec{AB}}{2} = \vec{0}$$

$$\vec{PC} + \vec{RD} + \vec{SE} + \vec{TA} + \vec{OB} = \vec{0}$$

$$\vec{PC} + \vec{RD} + \vec{SE} + \vec{TA} + \vec{AO} = \vec{0}$$

$$\vec{PC} + \vec{RD} + \vec{SE} + \vec{TA} = -\vec{AO} = \vec{OA} \text{ olur.}$$

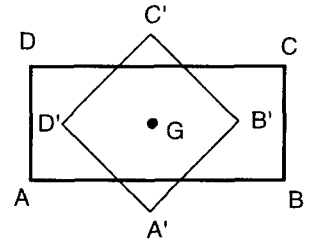
YANIT "A"

ÖRNEK

Şekildeki G noktası ABCD dikdörtgeni ile A'B'C'D' karesinin ağırlık merkezidir.

$\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} + \vec{DD'}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\vec{GA'}$ B) $\vec{GB}$ C) $2\vec{GC}$ D) $4\vec{CC'}$ E) $\vec{0}$



ÇÖZÜM

$\vec{AA'} = \vec{AG} + \vec{GA'}$ (G noktası dikdörtgen ve karenin köşegenlerinin kesim noktasıdır.)

$$\vec{BB'} = \vec{BG} + \vec{GB'}$$

$$\vec{CC'} = \vec{CG} + \vec{GC'}$$

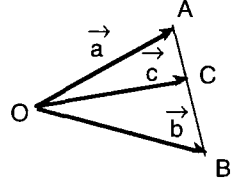
$$\vec{DD'} = \vec{DG} + \vec{GD'}$$

+

$$\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} + \vec{DD'} = \underbrace{\vec{AG} + \vec{CG}}_{\vec{0}} + \underbrace{\vec{BG} + \vec{DG}}_{\vec{0}} + \underbrace{\vec{GA'} + \vec{GC'}}_{\vec{0}} + \underbrace{\vec{GB'} + \vec{GD'}}_{\vec{0}}$$

$$\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} + \vec{DD'} = \vec{0} \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

ÖRNEKŞekilde $\vec{OA} = \vec{a}$ $\vec{OB} = \vec{b}$ ve $\vec{OC} = \vec{c}$ dir.3 $|AC| = 5 |CB|$ ve $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ ise $n-m$ değeri nedir?**ÇÖZÜM**

$$3 |AC| = 5 |CB| \Rightarrow \frac{|AC|}{|CB|} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{|AC|}{|CB|} = \frac{5k}{3k}$$

olup $|AC| = 5k$, $|CB| = 3k$ ve $|AB| = 8k$ dir.

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{AC}$$

$$\vec{c} = \vec{b} + \vec{BC}$$

$$\vec{c} = \vec{a} + \frac{5}{8} \vec{AB} \quad ①$$

$$\vec{c} = \vec{b} + \frac{3}{8} \vec{BA} \quad ② \quad \text{elde edilir.}$$

$$\text{Buradan} \quad 5 / \quad \vec{c} = \vec{b} + \frac{3}{8} \vec{BA}$$

$$3 / \quad \vec{c} = \vec{a} + \frac{5}{8} \vec{AB}$$

$$5\vec{c} = 5\vec{b} + \frac{15}{8} \vec{BA}$$

$$3\vec{c} = 3\vec{a} + \frac{15}{8} \vec{AB}$$

$$8\vec{c} = 3\vec{a} + 5\vec{b} + \underbrace{\frac{15}{8} \vec{BA} + \frac{15}{8} \vec{AB}}_{\vec{0}}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{c} &= \frac{3}{8} \vec{a} + \frac{5}{8} \vec{b} \\ \vec{c} &= m \vec{a} + n \vec{b} \end{aligned} \right\} \text{den}$$

$$n = \frac{5}{8}$$

$$m = \frac{3}{8}$$

$$n - m = \frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezi M, ağırlık merkezi G dir.

 $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\vec{GM}$

B) $\vec{MG}$

C) $2\vec{MG}$

D) $3\vec{MG}$

E) $\vec{0}$

ÇÖZÜM

$$\vec{MA} = \vec{MG} + \vec{GA}$$

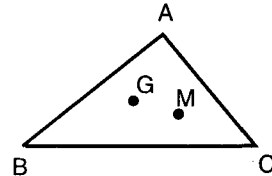
$$\vec{MB} = \vec{MG} + \vec{GB}$$

$$\vec{MC} = \vec{MG} + \vec{GC}$$

+

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG} + \underbrace{\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}}_{\vec{0}}$$

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG} \text{ bulunur.}$$

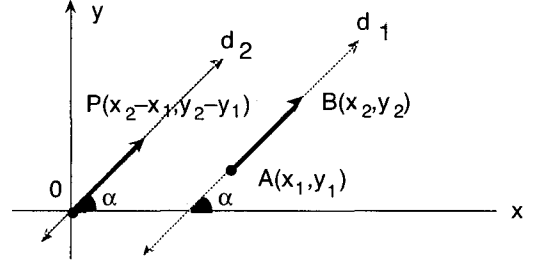


KONUM (YER) VEKTÖRÜ

Başlangıç noktası orijin olan vektörlere konum (yer) vektörü denir. Eğer vektör orijinde değilse vektörün uzunluğunu ve yönünü değiştirmemek kaydıyla orijine taşıyabiliriz.

$\vec{AB}$ vektörüne eş ve başlangıç noktası orijin olan $\vec{OP}$ yada $\vec{P}$ vektörüne $\vec{AB}$ nin konum vektörü denir.

$$\begin{aligned}\vec{P} = \vec{OP} = \vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} &= (x_2 - x_1, y_2 - y_1) = [x_2 - x_1, y_2 - y_1] \\ &= \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix} \text{ dir.}\end{aligned}$$



$\vec{AB}$ vektörünün konum vektörünü göstermek için bitiminden başlangıcının çıkartıldığına dikkat edilmelidir.

i) Bundan sonra bir $\vec{A}$ vektörü

$\vec{A} = (x_1, y_1) = [x_1, y_1] = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ şeklinde verilirse başlangıç noktası orijin olan konum vektörü anlaşılmalıdır.

ii) $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ ise

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$$

$$\vec{BA} = \vec{A} - \vec{B} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$$

$$\vec{AB} + \vec{BA} = (0, 0) = \vec{AA} \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$A(-3, 5)$, $B(4, -7)$ ise $\vec{AB}$ nün yer vektörünü bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\vec{AB} &= \vec{B} - \vec{A} = [4, -7] - [-3, 5] \\ &= [4+3, -7-5] \\ &= [7, -12] \text{ dir.}\end{aligned}$$

İKİ VEKTÖRÜN EŞİTLİĞİ

$\vec{A} = [x_1, y_1]$ ve $\vec{B} = [x_2, y_2]$ vektörleri için

$$\vec{A} = \vec{B} \Leftrightarrow [x_1, y_1] = [x_2, y_2] \Leftrightarrow x_1 = x_2 \wedge y_1 = y_2 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$\vec{A} = (p+3, 5)$, $\vec{B} = (6, q-1)$ ve $\vec{A} = \vec{B}$ ise $p+q$ nedir?

ÇÖZÜM

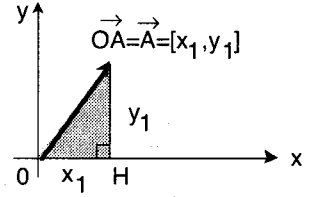
$$\begin{aligned}\vec{A} &= \vec{B} \Leftrightarrow (p+3, 5) = (6, q-1) \\ &\Rightarrow p+3 = 6 \wedge q-1 = 5 \\ &\Rightarrow p = 3 \wedge q = 6 \text{ olur ki buradan } p+q = 9 \text{ elde edilir.}\end{aligned}$$

BİR VEKTÖRÜN UZUNLUĞU (NORMU VEYA MODÜLÜ)

$$|\vec{OA}|^2 = |\vec{A}|^2 = x_1^2 + y_1^2$$

$$|\vec{OA}| = |\vec{A}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \text{ dir.}$$

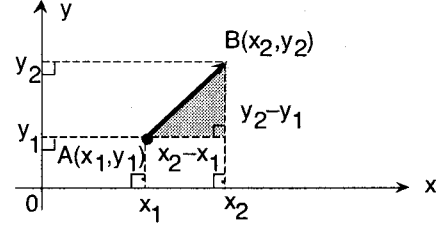
(Vektörün uzunluğu yada boyu başlangıç ve bitim noktaları arasındaki uzaklıktır.)



$$|\vec{AB}|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{ dir.}$$

(A ve B noktaları arasındaki uzaklık formülü olduğunu görünüz.)



ÖRNEK

$\vec{A} = [8, 15]$ vektörünün uzunluğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$|\vec{A}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$A(-3, -5)$, $B(1, 3)$ ise $\vec{AB}$ nın uzunluğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$1. \text{ yol : } |\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1+3)^2 + (3+5)^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80}$$

$$|\vec{AB}| = 4\sqrt{5} \text{ dir.}$$

$$2. \text{ yol : } \vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = [1, 3] - [-3, -5] = [4, 8]$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ olur.}$$

VEKTÖRLERDE TOPLAMA – ÇIKARMA VE BİR SKALERLE ÇARPMA

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}, \quad \vec{B} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \text{ ise}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{A} - \vec{B} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - x_2 \\ y_1 - y_2 \end{bmatrix}$$

$$k \in \mathbb{R} \text{ olmak üzere } k \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kx_1 \\ ky_1 \end{bmatrix} \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$\vec{AB} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$ vektörü için $A(-7, 1)$ dir. **B** noktasının koordinatları nedir?

ÇÖZÜM

$A(-7, 1)$ ve $B(x, y)$ olsun. $\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A}$ dir.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x+7 \\ y-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} \text{ den}$$

$$\left. \begin{array}{l} x+7=4 \Rightarrow x=-3 \\ y-1=-5 \Rightarrow y=-4 \end{array} \right\} \Rightarrow B(-3, -4) \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$A(x+y-1, 2x+y)$ ve $B(-3, -2)$ olan noktaları için $\vec{AB}$ konum vektörü $\vec{AB} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ ise x ve y değerleri nedir?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\vec{AB} &= \vec{B} - \vec{A} = [-3-x-y+1, -2-2x-y] \\ &= [-x-y-2, -2x-y-2]\end{aligned}$$

$$\vec{AB} = [-3, 4] \text{ ise}$$

$$[-x-y-2, -2x-y-2] = [-3, 4] \text{ den}$$

$$-x-y-2 = -3$$

$$-2x-y-2 = 4$$

$$-x-y = -1$$

$$-2x-y = 6$$

$$x+y = 1$$

$$-2x-y = 6$$

$$+$$

$$-x = 7$$

$$x = -7$$

$$x = -7 \Rightarrow x+y = 1 \text{ den}$$

$$y = 1-x$$

$$y = 1+7$$

$$y = 8 \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$A(2a, 3)$, $B(1, -a)$, $C(4, -1)$ olup $\vec{AB} + \vec{BC}$ toplam vektörünün uzunluğu 5 ise a kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} \text{ dir.}$$

$$\text{Yani } |\vec{AB} + \vec{BC}| = |\vec{AC}| = 5 \text{ olur.}$$

$$|\vec{AC}| = 5$$

$$\sqrt{(2a-4)^2 + (3+1)^2} = 5 \text{ de her iki yanın karesi alınır}$$

$$(2a-4)^2 + 16 = 25$$

$$(2a-4)^2 = 9 \Rightarrow 2a-4 = 3 \vee 2a-4 = -3$$

$$2a = 7 \vee 2a = 1$$

$$a = \frac{7}{2} \vee a = \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$\vec{A} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\vec{B} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$ olup $2\vec{A} - \vec{C} = 4\vec{B}$ eşitliğini sağlayan $\vec{C}$ vektörü nedir?

ÇÖZÜM

$$2\vec{A} - \vec{C} = 4\vec{B} \Rightarrow \vec{C} = 2\vec{A} - 4\vec{B} \text{ dir.}$$

$$\vec{C} = 2 \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} - 4 \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{C} = \begin{bmatrix} -6 \\ 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 20 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\vec{C} = \begin{bmatrix} -6-20 \\ 8+4 \end{bmatrix}$$

$$\vec{C} = \begin{bmatrix} -26 \\ 12 \end{bmatrix} \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$\vec{A} = [-5, 1]$, $\vec{B} = [1, -1]$ ve $\vec{C} = [4, -2]$ vektörleri veriliyor. $\vec{C}$ vektörünü $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektöründen ifade ediniz.

ÇÖZÜM

$$\vec{C} = x \cdot \vec{A} + y \cdot \vec{B}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} = x \cdot \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix} + y \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5x \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y \\ -y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5x + y \\ x - y \end{bmatrix}$$

$$-5x + y = 4$$

$$x - y = -2$$

$$\hline$$

$$-4x = 2$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x - y = -2$$

$$y = x + 2$$

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ olur ki}$$

buradan $\vec{C} = -\frac{1}{2} \vec{A} + \frac{3}{2} \vec{B}$ yada

$$\vec{C} = \frac{3\vec{B} - \vec{A}}{2} \text{ bulunur.}$$

İKİ VEKTÖRÜN PARALELLİĞİ

$\vec{A}$ vektörü, $\vec{B}$ vektörüne paralel, $k \in \mathbb{R} - \{0\}$, $\vec{A} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ ve $\vec{B} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ ise

i) $\vec{A} // \vec{B} \Leftrightarrow \vec{A} = k \cdot \vec{B}$ dir.

ii) $\vec{A} // \vec{B} \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = k$ dır.

ÖRNEK

$\vec{A} = \begin{bmatrix} m+2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ve $\vec{B} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$ vektörleri veriliyor.

$\vec{B} = k \cdot \vec{A}$ ise m değeri nedir?

ÇÖZÜM

$$\vec{B} = k \cdot \vec{A} \Rightarrow \vec{A} // \vec{B} \Rightarrow \frac{m+2}{3} = \frac{-3}{4}$$

$$4m+8 = -9$$

$$4m = -17$$

$$m = -\frac{17}{4} \text{ dır.}$$

ÖRNEK

$M(2, -1)$ ve $\vec{OA} = [3, 2]$ olduğuna göre, M den geçen ve OA doğrusuna dik olan doğrunun denklemi nedir?

ÇÖZÜM

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$ olup OA doğrusunun eğimi $\frac{2}{3}$ dür. Doğruların diklik koşulu ;

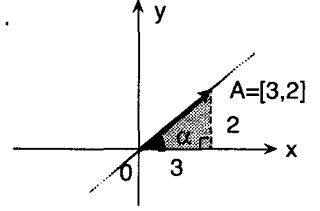
$$m_1 \cdot m_2 = -1 \text{ den}$$

OA doğrusuna dik doğrunun eğimi $-\frac{3}{2}$ bulunur.

Eğimi, $-\frac{3}{2}$ ve M(2, -1) den geçen doğru istenmektedir.

$$y+1 = -\frac{3}{2}(x-2) \text{ den}$$

$$3x+2y-4=0 \text{ elde edilir.}$$

**ÖRNEK**

$\vec{A} = [k+2, -6]$ ve $\vec{B} = [-1, k-3]$ olmak üzere $\vec{A}$ vektörü $\vec{B}$ vektörüne paralel ise **k'nın pozitif değeri nedir?**

ÇÖZÜM

$$\vec{A} \parallel \vec{B} \Rightarrow \frac{k+2}{-1} = \frac{-6}{k-3}$$

$$(k+2)(k-3) = 6$$

$$k^2 - k - 6 - 6 = 0$$

$$k^2 - k - 12 = 0$$

$$\text{Çarpanlar : } -4, 3$$

$$\text{Kökler : } 4, -3 \text{ olup, pozitif kök } 4 \text{ dür.}$$

ÖRNEK

$\vec{A} = (4^{x+1}, 9^{y-1})$, $\vec{B} = (8^{x-1}, 3^{y+1})$ vektörleri eşit olduğuna göre **x + y toplamı kaçtır?**

ÇÖZÜM

$$\vec{A} = \vec{B} \Rightarrow (4^{x+1}, 9^{y-1}) = (8^{x-1}, 3^{y+1})$$

$$\Rightarrow 4^{x+1} = 8^{x-1} \wedge 9^{y-1} = 3^{y+1}$$

$$\Rightarrow 2^{2x+2} = 2^{3x-3} \wedge 3^{2y-2} = 3^{y+1}$$

$$\Rightarrow 3x-3 = 2x+2 \wedge 2y-2 = y+1$$

$$\Rightarrow x=5 \wedge y=3 \text{ den } x+y=8 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$\vec{A} = (3, -1)$, $\vec{B} = (k+1, 1)$, $\vec{C} = (2, -3)$ vektörleri veriliyor. $\vec{AB} \parallel \vec{C}$ ise **k nedir?**

ÇÖZÜM

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (k+1-3, 1+1) = (k-2, 2)$$

$$\vec{C} = (2, -3)$$

$$\vec{AB} \parallel \vec{C} \Rightarrow \frac{k-2}{2} = \frac{-2}{3}$$

$$3k-6 = -4$$

$$3k = 2$$

$$k = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$\vec{A} = (a-1, a+2)$ vektörünün uzunluğu $\sqrt{17}$ birimdir. **a sayısı ne olabilir?**

ÇÖZÜM

$$|\vec{A}| = \sqrt{17}$$

$$\sqrt{(a-1)^2 + (a+2)^2} = \sqrt{17}$$

$$(a-1)^2 + (a+2)^2 = 17$$

$$a^2 - 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 = 17$$

$$2a^2 + 2a - 12 = 0$$

$$a^2 + a - 6 = 0 \text{ dan } -3 \text{ ve } 2 \text{ bulunur.}$$

$$\text{Çarpanlar : } \begin{matrix} \diagup & \diagdown \\ 3 & -2 \end{matrix}$$

BİRİM VEKTÖR

Uzunluğu 1 birim olan vektörlere birim vektör denir.

$$\vec{A} = [x_1, y_1] \text{ BİRİM VEKTÖR} \Rightarrow |\vec{A}| = 1 \Rightarrow \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = 1 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$\vec{A} = [-1, 1]$ vektörü birim vektör müdür?

ÇÖZÜM

$\vec{A}$ vektörü birim vektör değildir. Çünkü

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2} \neq 1 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$\vec{A} = (\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ vektörü birim vektör müdür?

ÇÖZÜM

$$|\vec{A}| = \sqrt{(\frac{3}{5})^2 + (\frac{4}{5})^2} = \sqrt{\frac{9}{25} + \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{25}{25}} = 1 \text{ olduğundan } \vec{A} \text{ vektörü birim vektördür.}$$

TEMEL BİRİM VEKTÖRLER

Düzlemde x ve y eksenleri üzerindeki temel birim vektörler sırasıyla,

$$\vec{e}_1 = \vec{i} = [1, 0] \wedge \vec{e}_2 = \vec{j} = [0, 1] \text{ dir.}$$

Düzlemdeki her $\vec{A} = [x_1, y_1]$ vektörü

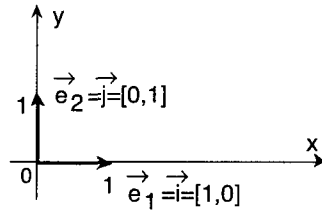
$$\vec{A} = [x_1, y_1]$$

$$\vec{A} = [x_1, 0] + [0, y_1]$$

$$\vec{A} = x_1 [1, 0] + y_1 [0, 1]$$

$$\vec{A} = x_1 \cdot \vec{e}_1 + y_1 \cdot \vec{e}_2$$

$$\vec{A} = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j} \text{ biçiminde temel birim vektörler türünden yazılabilir.}$$

**ÖRNEK**

$\vec{A} = [4, -7]$ vektörünü $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ vektörleri türünden yazınız.

ÇÖZÜM

$$\vec{A} = [4, -7] = [4, 0] + [0, -7] = 4 \cdot [1, 0] - 7 [0, 1]$$

$$\vec{A} = 4\vec{e}_1 - 7\vec{e}_2 \text{ bulunur.}$$

BİR VEKTÖRÜN BİRİM VEKTÖRLERİ

$\vec{A} = [x, y]$ vektörü ile

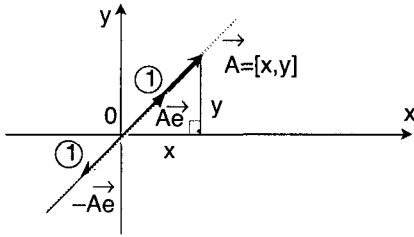
i) Aynı yönlü olan birim vektör;

$$\vec{A}_e = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \frac{[x, y]}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \left[\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right]$$

ii) Ters yönlü olan birim vektör ;

$$-\vec{A}_e = -\frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = -\frac{[x, y]}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \left[-\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, -\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right]$$

iii) $|\vec{A}_e| = |-\vec{A}_e| = 1$ dir.



ÖRNEK

$\vec{A} = (3, 4)$ vektörünün birim vektörlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

i) $\vec{A}$ ü ile aynı yönlü birim vektörü :

$$|\vec{A}| = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\vec{A}_e = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \frac{[3, 4]}{5} = \left[\frac{3}{5}, \frac{4}{5} \right]$$

ii) $\vec{A}$ ü ile zıt yönlü birim vektörü :

$$-\vec{A}_e = -\frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = -\frac{[3, 4]}{5} = \left[-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5} \right] \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$A = (6, 1)$ ve $B = (3, 5)$ olduğuna göre $\vec{AB}$ vektörü ile zıt yönlü birim vektör nedir?

ÇÖZÜM

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = [3, 5] - [6, 1] = [3-6, 5-1] = [-3, 4]$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$\vec{AB}$ ü ile zıt yönlü birim vektör;

$$-\vec{AB}_e = -\frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} = -\frac{[-3, 4]}{5} = \left[\frac{3}{5}, -\frac{4}{5} \right] \text{ elde edilir.}$$

DOĞRUSAL (LİNEER) BİLEŞİM

$x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x.\vec{A} + y.\vec{B}$ vektör toplamına $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörlerinin lineer bileşimi denir.

$\vec{A}$ ve $\vec{B}$ bir düzlemde sıfır vektöründen farklı ve birbirine paralel olmayan iki vektör iseler, aynı düzlemdeki her vektör $\vec{A}$ ile $\vec{B}$ nin doğrusal (lineer) bileşimi olarak yazılabilir. $\{\vec{A}, \vec{B}\}$ kümesine düzlemin **tabanı** denir.

Düzlemdeki her vektör tabanı, vektörlerinin bir lineer bileşimi olarak yazılabilir.

$\vec{e}_1 = (1, 0)$, $\vec{e}_2 = (0, 1)$ vektörlerinden oluşan $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ kümesine temel taban denir.

$$\vec{A} = (x, y) = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 \quad \text{yazıldığı unutulmamalıdır.}$$

ÖRNEK

- ★) $\vec{A} = (3, -5) = 3\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2$
- ★) $\vec{B} = (0, 2) = 0\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 = 2\vec{e}_2$
- ★) $\vec{C} = (-1, 0) = -\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2 = -\vec{e}_1$
- ★) $\vec{D} = 5\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 = (5, 2)$
- ★) $\vec{E} = 4\vec{e}_1 - \vec{e}_2 = (4, -1)$
- ★) $\vec{F} = 3\vec{e}_1 = (3, 0)$
- ★) $\vec{G} = -6\vec{e}_2 = (0, -6)$ olarak yazılabilir.

ÖRNEK

$\vec{A} = (-2, 4)$, $\vec{B} = (0, 2)$, $\vec{C} = (2, 6)$ ise $\vec{A}$ nı, $\vec{B}$, $\vec{C}$ vektörlerinin lineer bileşimi olarak yazınız.

ÇÖZÜM

$\vec{A}$ vektörü, $\vec{B}$, $\vec{C}$ vektörlerinin lineer bileşimi ise, $\vec{A} = x\vec{B} + y\vec{C}$ olarak yazılabilmelidir.

($x, y \in \mathbb{R}$)

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} = x \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} + y \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2y \\ 6y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2y \\ 2x+6y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} 2y = -2 \\ y = -1 \end{matrix} \quad \wedge \quad \begin{matrix} 2x+6y = 4 \\ 2x = 4-6y \end{matrix}$$

$$2x = 4+6$$

$$x = 5 \quad \text{bulunur.}$$

$$\vec{A} = x\vec{B} + y\vec{C} = 5\vec{B} - \vec{C} \quad \text{olur.}$$

ÖRNEK

$\vec{v}_1 = (a-2, 1)$, $\vec{v}_2 = (-1, a)$ ise $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2\}$ kümesinin $\mathbb{R}^2$ de bir taban olması için a ne olamaz?

ÇÖZÜM

$\vec{v}_1 // \vec{v}_2 \Rightarrow \mathbb{R}^2$ de taban olamazlar.

$\vec{v}_1 \not\parallel \vec{v}_2 \Rightarrow \mathbb{R}^2$ de taban olurlar.

$$\frac{a-2}{-1} = \frac{1}{a}$$

$$a^2 - 2a = -1$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$(a-1)^2 = 0$$

$$a-1 = 0 \Rightarrow a = 1 \quad \text{için } \mathbb{R}^2 \text{ de taban olamazlar.}$$

İKİ VEKTÖRÜN SKALER (İÇ) ÇARPIMI

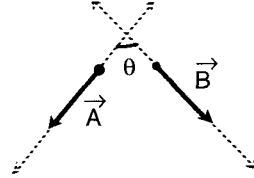
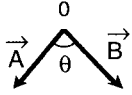
Sıfırdan farklı $\vec{A} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ ve $\vec{B} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ vektörleri arasındaki açı θ ise ;

A) BİLEŞENLER TÜRÜNDEN :

$\vec{A}$ ile $\vec{B}$ nin iç çarpımı : $\vec{A} \cdot \vec{B} = \langle \vec{A}, \vec{B} \rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ dir.

B) ARALARINDAKİ AÇI TÜRÜNDEN :

Vektörlerin başlangıç noktası orijin değilse; bir O noktasından bu iki vektöre eşit vektörler çizelim :



Bu durumda $\vec{A}$ ile $\vec{B}$ nin iç çarpımı :

$$\begin{aligned} \vec{A} \cdot \vec{B} &= \langle \vec{A}, \vec{B} \rangle = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta \\ \vec{A} \cdot \vec{B} &= \langle \vec{A}, \vec{B} \rangle = ||\vec{A}|| \cdot ||\vec{B}|| \cdot \cos\theta \end{aligned}$$

dir.

Bu eşitlikten iki vektör arasındaki açıya ;

$$\cos\theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}} \text{ eşitliği ile ulaşılır.}$$

İÇ ÇARPIMIN ÖZELLİKLERİ :

- 1) $\vec{A} \cdot \vec{A} = |\vec{A}|^2$
- 2) $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$
- 3) $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$
- 4) $\vec{A} \cdot \vec{A} = 0 \Rightarrow \vec{A} = \vec{0}$
- 5) $(\vec{A} \cdot \vec{B})^2 \leq |\vec{A}|^2 \cdot |\vec{B}|^2$
- 6) $\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ (İki vektör dik ise skaler çarpımları 0 dir.)

$$\vec{A} = [x_1, y_1] \wedge \vec{B} = [x_2, y_2] \text{ ise}$$

$$\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow x_1x_2 + y_1y_2 = 0$$

dir.

$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ ise $\vec{A} \perp \vec{B}$ veya $\vec{A}$ ile $\vec{B}$ den enaz biri $\vec{0}$ dür.

$$7) \quad \text{i. } \vec{A} // \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}|$$

$$\text{ii. } \vec{A} // \vec{B} \Rightarrow \vec{A} = k \cdot \vec{B}$$

$$\text{iii. } \vec{A} // \vec{B} \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \text{ dir.}$$

İki vektör paralel ise skaler çarpımları, uzunlukları çarpımına eşittir.

ÖRNEK

$\vec{A} \cdot \vec{A} = |\vec{A}|^2$ olduğunu ispatlayınız.

ÇÖZÜM

$\vec{A} = [x, y]$ olsun.

$\vec{A} \cdot \vec{A} = [x, y] \cdot [x, y] = x \cdot x + y \cdot y = x^2 + y^2$ dir. Öte yandan

$|\vec{A}| = \sqrt{x^2 + y^2}$ olup buradan,

$|\vec{A}|^2 = \left(\sqrt{x^2 + y^2} \right)^2 = x^2 + y^2$ dir. Öyleyse

$\vec{A} \cdot \vec{A} = x^2 + y^2 = |\vec{A}|^2$ elde edilir.

ÖRNEK

$\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ olduğunu ispatlayınız.

ÇÖZÜM

1. yol :

$\vec{A} \cdot \vec{B} = [x, 0] \cdot [0, y]$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = x \cdot 0 + 0 \cdot y = 0$ yada

$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$ dan

$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \underbrace{\cos 90^\circ}_0$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ bulunur.

2. yol :

$\vec{A} = [x_1, y_1] \Rightarrow m_{\vec{A}} = \frac{y_1}{x_1}$

$\vec{B} = [x_2, y_2] \Rightarrow m_{\vec{B}} = \frac{y_2}{x_2}$ dir.

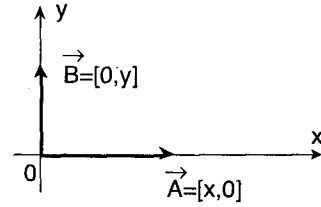
$\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow m_{\vec{A}} \cdot m_{\vec{B}} = -1$ den

$$\frac{y_1}{x_1} \cdot \frac{y_2}{x_2} = -1$$

$$x_1 x_2 = -y_1 y_2$$

$$x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$$

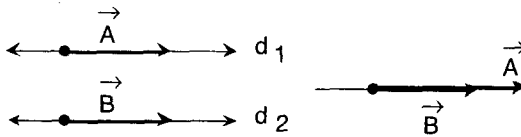
$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ bulunur.

**ÖRNEK**

$\vec{A} \parallel \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}|$ olduğunu ispatlayınız.

ÇÖZÜM

1. yol :



$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \underbrace{\cos 0^\circ}_1$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}|$ dir.

2. yol :

$$\vec{A} = [x_1, y_1] \Rightarrow m_{\vec{A}} = \frac{y_1}{x_1}$$

$$\vec{B} = [x_2, y_2] \Rightarrow m_{\vec{B}} = \frac{y_2}{x_2}$$

$$\vec{A} \parallel \vec{B} \Rightarrow m_{\vec{A}} = m_{\vec{B}} \Rightarrow \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} \text{ yada } \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \text{ bulunur.}$$

UYARI : $\vec{A} \parallel \vec{B}$ ve $\vec{A}$ ile $\vec{B}$ zıt yönlü vektörler ise :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = -|\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$A(-3, 4)$, $B(1, -5)$, $C(4, 3)$, $D(-1, 6)$ noktaları veriliyor. $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$ iç çarpımının değeri nedir?

ÇÖZÜM

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+3 \\ -5-4 \end{bmatrix} = (4, -9)$$

$$\vec{CD} = \vec{D} - \vec{C} = \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1-4 \\ 6-3 \end{bmatrix} = (-5, 3)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = (4, -9) \cdot (-5, 3) = 4 \cdot (-5) + (-9) \cdot 3 = -20 - 27 = -47 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$$\vec{A} = -3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$$

$$\vec{B} = (a+1)\vec{e}_1 - \vec{e}_2 \text{ dir. } \vec{A} \cdot \vec{B} = 4 \text{ ise } a \text{ değeri kaçtır?}$$

ÇÖZÜM

$$\vec{A} = (-3, 4)$$

$$\vec{B} = (a+1, -1)$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 4$$

$$(-3, 4) \cdot (a+1, -1) = 4$$

$$-3(a+1) + 4 \cdot (-1) = 4$$

$$-3a - 3 - 4 = 4$$

$$-3a = 11 \Rightarrow a = -\frac{11}{3} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$\vec{A} = (-2, 1)$, $\vec{B} = (2, 2)$ vektörleri arasındaki açının kosinüsü nedir?

ÇÖZÜM

$$\vec{A} = (-2, 1) \Rightarrow |\vec{A}| = \sqrt{5}$$

$$\vec{B} = (2, 2) \Rightarrow |\vec{B}| = 2\sqrt{2}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (-2, 1) \cdot (2, 2) = -4 + 2 = -2$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{-2}{\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{10}} \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$\vec{A} = 4\vec{e}_1 - \vec{e}_2$, $\vec{B} = \vec{e}_1 - (2-m)\vec{e}_2$ vektörleri dik olduğuna göre **m nedir?**

ÇÖZÜM

$$\vec{A} = 4\vec{e}_1 - \vec{e}_2 = (4, -1)$$

$$\vec{B} = \vec{e}_1 - (2-m)\vec{e}_2 = (1, -2+m)$$

$$\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \text{ dir.}$$

$$(4, -1) \cdot (1, -2+m) = 0$$

$$4+2-m = 0 \Rightarrow m = 6 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$\vec{A} = (\sin\alpha, \cos\alpha)$, $\vec{B} = (2\cos\alpha, \sin\alpha)$ vektörlerinin iç çarpımı nedir?

ÇÖZÜM

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \sin\alpha \cdot 2\cos\alpha + \cos\alpha \cdot \sin\alpha = \underbrace{3\sin\alpha \cos\alpha}_{1/2 \sin 2\alpha}$$

$$= \frac{3}{2} \sin 2\alpha \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$\vec{a} = -6\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ ve $\vec{b} = 3\vec{e}_1 + (\log_4 x)\vec{e}_2$ olmak üzere $\vec{a}$ vektörü $\vec{b}$ vektörüne paralel ise **x değeri kaçtır?**

ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} \vec{a} = [-6, 1] \\ \vec{b} = [3, \log_4 x] \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{a} // \vec{b} \Rightarrow \frac{-6}{3} = \frac{1}{\log_4 x}$$

$$\frac{1}{\log_4 x} = -2$$

$$\log_4 x = -\frac{1}{2}$$

$$x = (4)^{-\frac{1}{2}} = (2^2)^{-\frac{1}{2}} = 2^{-1}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$\vec{A} = [\log_3 x^{-1}, \cot\theta]$, $\vec{B} = [2, 3\tan\theta]$ ve $\vec{A} \cdot \vec{B} = 1$ ise **x nedir?**

ÇÖZÜM

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 1$$

$$2 \cdot \log_3 \frac{1}{x} + \underbrace{3 \tan\theta \cdot \cot\theta}_1 = 1$$

$$2 \log_3 \frac{1}{x} = -2$$

$$\log_3 \frac{1}{x} = -1$$

$$\frac{1}{x} = 3^{-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 3 \text{ dür.}$$

ÖRNEK

A(-1, 3), B(2, -1) ve C(5, 1) olmak üzere ABC üçgeninin ağırlık merkezi G ise

$\vec{GB} \cdot \vec{GC}$ skaler çarpımı nedir?

ÇÖZÜM

$$G\left(\frac{-1+2+5}{3}, \frac{3-1+1}{3}\right)$$

$$G(2, 1)$$

$$\vec{GB} = \vec{B} - \vec{G} = [2, -1] - [2, 1]$$

$$\vec{GB} = [0, -2]$$

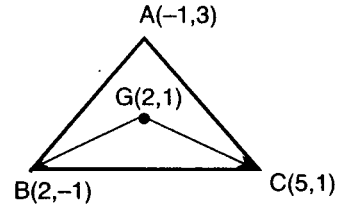
$$\vec{GC} = \vec{C} - \vec{G} = [5, 1] - [2, 1]$$

$$\vec{GC} = [3, 0]$$

$$\vec{GB} \cdot \vec{GC} = [0, -2] \cdot [3, 0]$$

$$= 0.3 + (-2).0$$

$$= 0 \text{ bulunur.}$$



ÖRNEK

$\vec{A} = [\ln(x+1), e^x]$ ve $\vec{B} = [-1, e^{-x}]$ olmak üzere $\vec{A}$ vektörü $\vec{B}$ vektörüne dik ise x nedir?

ÇÖZÜM

$$\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \text{ dir.}$$

$$-\ln(x+1) + e^x \cdot e^{-x} = 0$$

$$-\ln(x+1) + 1 = 0$$

$$\ln(x+1) = 1$$

$$\ln(x+1) = \ln e$$

$$x+1 = e \Rightarrow x = e-1 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$$|\vec{OA}| = 5$$

$|\vec{OB}| = 8$ ve $s(\hat{AOB}) = x^\circ$ dir. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ve $\sin x = \frac{3\sqrt{15}}{16}$ ise $|\vec{A} + \vec{B}|$ nedir?

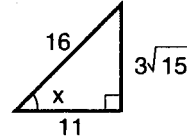
ÇÖZÜM

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos x$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 5 \cdot 8 \cdot \frac{11}{6} = \frac{55}{2} \text{ dir.}$$

$$|\vec{A} + \vec{B}|^2 = |\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B}$$

$$|\vec{A} + \vec{B}|^2 = 25 + 64 + 55 = 144 \Rightarrow |\vec{A} + \vec{B}| = 12 \text{ bulunur.}$$



ÖRNEK

Şekilde $\hat{A}$ açısı dik olan ABC ikizkenar dik üçgeni verilmiştir. $|AE| = |DC| = 2$ birim ve $|EB| = 3$ birimdir.

$\vec{DE} \cdot \vec{DB}$ iç çarpımının değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\vec{DE} \cdot \vec{DB}$$

↓

↓

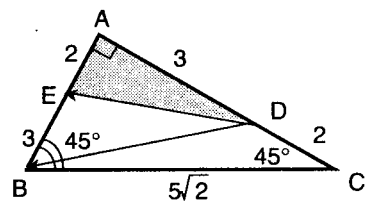
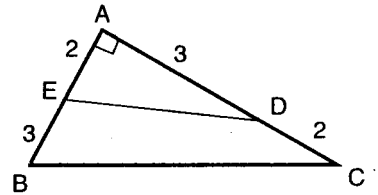
$$= (\vec{DA} + \vec{AE}) \cdot (\vec{DC} + \vec{CB})$$

$$= \vec{DA} \cdot \vec{DC} + \vec{DA} \cdot \vec{CB} + \vec{AE} \cdot \vec{DC} + \vec{AE} \cdot \vec{CB}$$

0

$$= 3 \cdot 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 5\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 2 \cdot 5\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= -6 + 15 + 10 = 19 \text{ bulunur.}$$



ÖRNEK

$$\vec{A} + \vec{B} = 3\vec{e}_1 - \sqrt{3}\vec{e}_2$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{3} \text{ ve } |\vec{B}| = 3 \text{ ise } \vec{A} \cdot \vec{B} \text{ nedir?}$$

ÇÖZÜM

$$\vec{A} + \vec{B} = [3, -\sqrt{3}]$$

$$|\vec{A} + \vec{B}|^2 = |\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B}$$

$$12 = 3 + 9 + 2\vec{A} \cdot \vec{B}$$

$$2\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

Şekildeki küpün bir ayrıtı a birimdir. $\vec{BH} \cdot \vec{BG} = 4$ ise a değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\vec{BH} \cdot \vec{BG} = 4$$

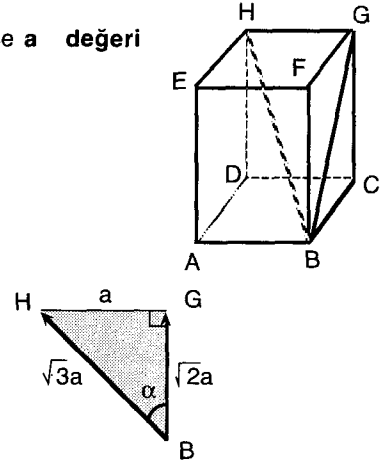
↓ yüzey köşegeni : $\sqrt{2}a$
cisim köşegeni : $\sqrt{3}a$

$$|\vec{BH}| \cdot |\vec{BG}| \cdot \cos\alpha = 4$$

$$\sqrt{3}a \cdot \sqrt{2}a \cdot \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}a} = 4$$

$$2a^2 = 4$$

$$a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2} \text{ dir.}$$

**ÖRNEK**

ABCD bir paralelkenar, $A = (m, n)$, $B = (0, -1)$, $C = (5, -3)$ ve $D = (2, 1)$ ise

$\tan(\angle \vec{AB}, \vec{AC})$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

ABCD paralelkenar ise ;

$$m+5 = 2 \quad \wedge \quad n-3 = 0$$

$$m = -3 \quad \wedge \quad n = 3 \text{ Yani}$$

$A(-3, 3)$ olur.

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = [0, -1] - [-3, 3] = [3, -4]$$

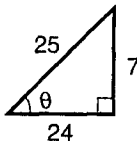
$$|\vec{AB}| = \sqrt{9 + 16} = 5$$

$$\vec{AC} = \vec{C} - \vec{A} = [5, -3] - [-3, 3] = [8, -6]$$

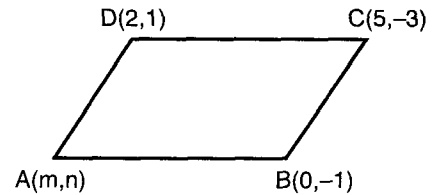
$$|\vec{AC}| = \sqrt{64 + 36} = 10$$

$$\cos(\angle \vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{24 + 24}{5 \cdot 10} = \frac{48}{50} = \frac{24}{25}$$

θ



$$\tan(\angle \vec{AB}, \vec{AC}) = \tan\theta = \frac{7}{24} \text{ bulunur.}$$



ÖRNEK

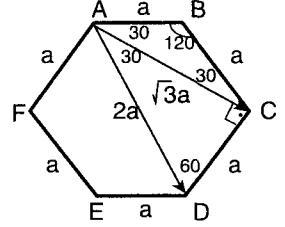
ABCDEF düzgün altıgen, $|AB| = a$ birimdir. $\vec{AD} \cdot \vec{AC}$ iç çarpımının değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$m\hat{A}' = \frac{360}{6} = 60^\circ$$

$m\hat{A} = 120^\circ$ olup tüm iç açıları 120° dir.

$$\begin{aligned}\vec{AD} \cdot \vec{AC} &= |\vec{AD}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \cos\theta \\ &= 2a \cdot \sqrt{3}a \cdot \cos 30^\circ \\ &= 2a \cdot \sqrt{3}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 3a^2 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

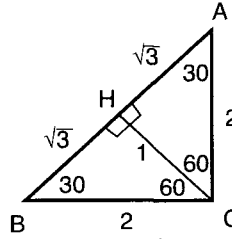


ÖRNEK

ABC ikizkenar üçgen, $|CA| = |CB| = 2$ birim ve $s(\hat{A}) = 30^\circ$ ise $\vec{AB} \cdot (\vec{AC} - \vec{BC})$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\vec{AB} \cdot (\vec{AC} - \vec{BC}) \\ &= \vec{AB} \cdot (\vec{AC} + \vec{CB}) \\ &= \vec{AB} \cdot \vec{AB} \\ &= |\vec{AB}|^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12 \text{ elde edilir.}\end{aligned}$$



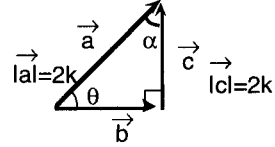
ÖRNEK

$\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$, $\vec{b} \perp \vec{c}$, $|\vec{a}| = 2|\vec{c}|$ koşullarını sağlayan $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ leri için $\vec{a}$ ve $\vec{c}$ leri arasındaki açının kosinüsü nedir?

ÇÖZÜM

$|\vec{c}| = k$ ise $|\vec{a}| = 2k$ dir.

$$\begin{aligned}\vec{a}, \vec{c} &= \alpha \text{ olduğundan} \\ \cos(\vec{a}, \vec{c}) &= \cos\alpha = \frac{k}{2k} = \frac{1}{2} \text{ dir.}\end{aligned}$$



ÖRNEK

ABCD karesinde

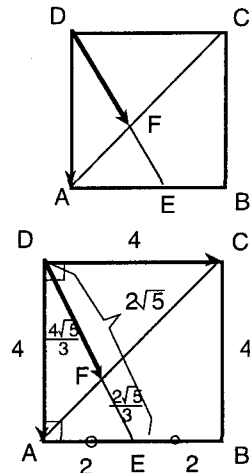
$|AE| = |EB|$, $|AD| = 4$ cm olup

$\vec{DA} \cdot (\vec{DF} + \vec{DC})$ skaler çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\vec{DA} \cdot (\vec{DF} + \vec{DC}) \\ &= \vec{DA} \cdot \vec{DF} + \vec{DA} \cdot \vec{DC} \\ &= |\vec{DA}| \cdot |\vec{DF}| \cdot \cos\alpha + |\vec{DA}| \cdot |\vec{DC}| \cdot \cos 90^\circ \\ &= 4 \cdot \frac{4\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{4}{2\sqrt{5}} + 4 \cdot 4 \cdot 0 \\ &= \frac{32}{3} \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

$\triangle AFE \sim \triangle CFD$



$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{|EF|}{|FD|} \Rightarrow |FD| = 2|EF|$$

ÖRNEK

$$\vec{A} = \sin 25^\circ \cdot \vec{e}_1 + \cos 25^\circ \cdot \vec{e}_2$$

$$\vec{B} = \cos 35^\circ \vec{e}_1 + \sin 35^\circ \cdot \vec{e}_2 \quad \text{vektörlerinin iç çarpımı nedir?}$$

ÇÖZÜM

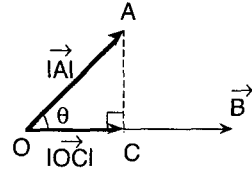
$$\vec{A} = [\sin 25^\circ, \cos 25^\circ]$$

$$\vec{B} = [\cos 35^\circ, \sin 35^\circ]$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \sin 25^\circ \cdot \cos 35^\circ + \cos 25^\circ \cdot \sin 35^\circ = \sin(25^\circ + 35^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ dir.}$$

İZDÜŞÜM VEKTÖRÜ

- i) $\vec{A}$ ile $\vec{B}$ arasındaki açı θ olsun.
 $\vec{A}$ nın $\vec{B}$ ü üzerindeki dik izdüşümü
 $\vec{OC}$ üdür.



$$\text{AOC dik üçgeninden : } \cos \theta = \frac{|\vec{OC}|}{|\vec{A}|}$$

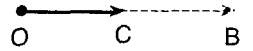
$$|\vec{OC}| = |\vec{A}| \cdot \cos \theta \text{ bulunur. } ①$$

$$\text{Öte yandan } \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} \text{ idi. } ① \text{ eşitliğinde yerine konursa } |\vec{OC}| = |\vec{A}| \cdot \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$$

$$\text{Dikizdüşüm vektörünün uzunluğu : } |\vec{OC}| = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|}$$

elde edilir.

- ii) $\vec{B}$ nın kendisi ile aynı yönlü ve k birim uzunluğundaki vektörü $k \cdot \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|}$ dir.



$$\vec{OC} \text{ nın uzunluğu} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|} \text{ idi. Öyleyse } \vec{A} \text{ nın } \vec{B} \text{ ü üzerindeki dik izdüşüm vektörü,}$$

$$\text{Yani } \vec{OC} = |\vec{OC}| \cdot \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|} \cdot \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|}$$

$$\vec{OC} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|^2} \cdot \vec{B}$$

elde edilir.

ÖRNEK

$[-6, 8]$ vektörünün $[0, 2]$ vektörü üzerindeki dik izdüşümünün uzunluğu kaç birimdir?

ÇÖZÜM

$$[-6, 8] = \vec{A}$$

$$[0, 2] = \vec{B} \text{ olsun.}$$

$\vec{A}$ nın $\vec{B}$ ü üzerindeki dik izdüşümünün uzunluğu

$$= \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|} = \frac{[-6, 8] \cdot [0, 2]}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ birimdir.}$$

ÖRNEK

$\vec{A} = [0, -5]$ ve $\vec{B} = [4, -3]$ olduğuna göre $\vec{A}$ nın $\vec{B}$ ü üzerindeki dik izdüşüm vektörü olan $\vec{P}$ vektörünü bulunuz.

ÇÖZÜM

$\vec{A}$ nın $\vec{B}$ ü üzerindeki dik izdüşüm vektörü :

$$\vec{P} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|^2} \cdot \vec{B} = \frac{[0, -5] \cdot [4, -3]}{25} \cdot [4, -3]$$

$$\vec{P} = \frac{15}{25} [4, -3] = \frac{3}{5} \cdot [4, -3]$$

$$\vec{P} = \left[\frac{12}{5}, -\frac{9}{5} \right] \text{ elde edilir.}$$

UYARI :

1) $ax + by + c = 0$ doğrusunun doğrultman vektörleri (doğruya paralel vektörleri) :

$ax + by + c = 0 \Rightarrow m = -\frac{a}{b}$ dir. Paralellik koşulu eğimlerinin eşit olmasıdır. Yani vektörlerin eğimi de $-\frac{a}{b}$ olmalıdır. $[x, y]$ vektörünün eğimi $\frac{y}{x}$ olduğundan istenilen vektörler :

$$\begin{aligned} \vec{A} &= (-b, a) \quad \vee \quad \vec{B} = (b, -a) \\ \vec{A} &= (-kb, ka) \quad \vee \quad \vec{B} = (kb, -ka) \end{aligned} \quad \text{dir.}$$

2) $ax + by + c = 0$ doğrusuna dik vektörler :

$ax + by + c = 0 \Rightarrow m = -\frac{a}{b}$ dir. Diklik koşulu eğimleri çarpımının -1 olmasıdır. Yani vektörlerin eğimi $\frac{b}{a}$ olmalıdır. Öyleyse istenilen vektörler :

$$\begin{aligned} \vec{C} &= (a, b) \quad \vee \quad \vec{D} = (-a, -b) \\ \vec{C} &= (ka, kb) \quad \vee \quad \vec{D} = (-ka, -kb) \end{aligned} \quad \text{dir.}$$

3) $R \times R = R^2$ de (düzlemde) :

$\vec{A} = (x_1, y_1), \vec{B} = (x_2, y_2)$ iken vektör bileşenlerinin oluşturduğu determinanta ;

$$i) \quad \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Vektörler;} \\ - \text{Lineer (Doğrusal) bağımlıdırlar.} \\ - \text{Geometrik olarak aynı düzlemde bulunmaktadır.} \\ - \text{Bulundukları uzayı germezler.} \\ - R^2 \text{ de taban oluşturmazlar.} \end{cases}$$

$$ii) \quad \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1 y_2 - x_2 y_1 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Vektörler;} \\ - \text{Lineer (Doğrusal) bağımsızdırlar.} \\ - \text{Bulundukları uzayı gererler.} \\ - R^2 \text{ de taban oluştururlar.} \end{cases}$$

ÖRNEK

$[-3, 6]$ ve $[2, m]$ vektörleri lineer bağımsız ise m in alamayacağı değer nedir?

ÇÖZÜM

Vektör bileşenlerinin oluşturduğu determinant sıfırdan farklı ise vektörler lineer bağımsızdır. Öyleyse determinantı sıfır kılan m bize gerekli sonuçtur.

$$\begin{vmatrix} -3 & 6 \\ 2 & m \end{vmatrix} = 0$$

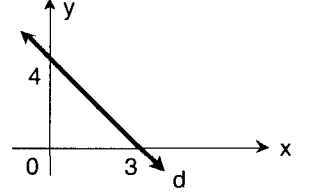
$$-3m - 12 = 0$$

$$3m = -12$$

$$m = -4 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

Şekildeki d doğrusunun denklemini yazarak doğruya paralel ve dik olan vektörleri yazınız.

**ÇÖZÜM**

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1 \Rightarrow 4x + 3y = 12$$

$$4x + 3y - 12 = 0 \text{ bulunur.}$$

$$4x + 3y - 12 = 0 \text{ doğrusunun :}$$

$$\text{Doğrultman vektörleri : } (-b, a) \vee (b, -a)$$

$$(-3, 4) \vee (3, -4)$$

$$\text{Dik vektörleri : } (a, b) \vee (-a, -b)$$

$$(4, 3) \vee (-4, -3)$$

ÖRNEK

$\vec{A} = (1, 3)$ ün $y = 2x - 3$ doğrusu üzerindeki dik izdüşümünün uzunluğu kaç birimdir?

ÇÖZÜM

$\vec{A}$ nın $y = 2x - 3$ doğrusu üzerindeki dik izdüşümü ile $y = 2x$ doğrusu üzerindeki dik izdüşümü aynıdır.

$$|\vec{OB}| = |\vec{A}| \cdot \cos\theta, \quad |\vec{A}| = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

$\cos\theta$ yı bulmak için $y = 2x$ doğrusu üzerinde bir $C(1, 2)$ noktası seçelim.

$$|\vec{OC}| = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5} \text{ dir.}$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{OC} = |\vec{OA}| \cdot |\vec{OC}| \cdot \cos\theta$$

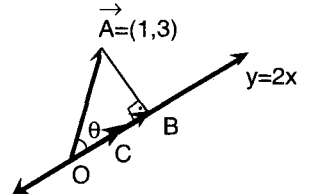
$$[1, 3] \cdot [1, 2] = \sqrt{10} \cdot \sqrt{5} \cdot \cos\theta$$

$$1 + 6 = 5\sqrt{2} \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{7}{5\sqrt{2}} \text{ dir.}$$

$$|\vec{OB}| = |\vec{A}| \cdot \cos\theta$$

$$|\vec{OB}| = \sqrt{10} \cdot \frac{7}{5\sqrt{2}} = \sqrt{5} \cdot \frac{7}{5} = \frac{7\sqrt{5}}{5} \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK**

Dik koordinat sisteminde $\vec{u} = [\cos\alpha, \cos 2\alpha]$ vektörü veriliyor. α değiştiğinde $\vec{u}$ vektörünün bitim (uç) noktasının geometrik yeri nedir?

ÇÖZÜM

$$\vec{u} = [\underbrace{\cos\alpha}_x, \underbrace{\cos 2\alpha}_y]$$

$y = \cos 2\alpha$ (Yarım açı uygulanırsa)

$$y = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$y = 2 \underbrace{(\cos\alpha)^2}_x - 1$$

$$y = 2x^2 - 1 \text{ bulunur.}$$

$$\left. \begin{array}{l} -1 \leq \cos\alpha \leq 1 \\ -1 \leq x \leq 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x \text{ için sınırlı bir aralık olacağından} \\ y \text{ için de sınırlı bir aralık olur.} \end{array}$$

Yani aranan geometrik yer bir parabol parçasıdır.

ÖRNEK

R^2 uzayında aşağıda verilen vektör ikililerinden hangisi bu uzayı gerer (taban vektörleridir)?

A) $(-2, 6), (1, -3)$

B) $(1, 2), (0, 0)$

C) $(0, 1), (0, 2)$

D) $(6, -4), (-3, 2)$

E) $(1, 2), (2, 3)$

ÇÖZÜM

Vektörlerin bulundukları uzayı girmesi için (taban oluşturması için) determinant sıfırdan farklı olmalıdır. Yada paralel olmamalıdır.

A) $\begin{vmatrix} -2 & 6 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = 6 - 6 = 0$, germezler.

B) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$, germezler.

C) $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 0$, germezler.

D) $\begin{vmatrix} 6 & -4 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = 12 - 12 = 0$, germezler.

E) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 4 = -1 \neq 0$, gererler.

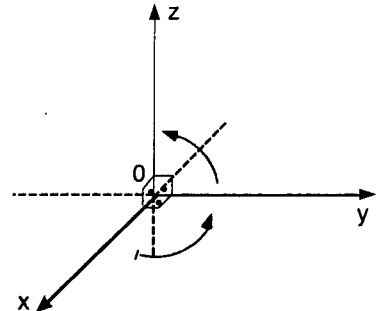
YANIT "E"

ÜÇ BOYUTLU VEKTÖR UZAYINDA İŞLEMLER

UZAYDA KOORDİNAT SİSTEMİ

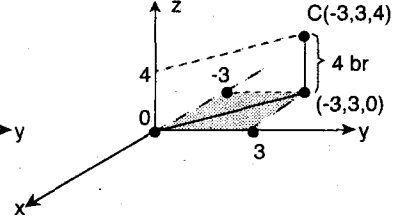
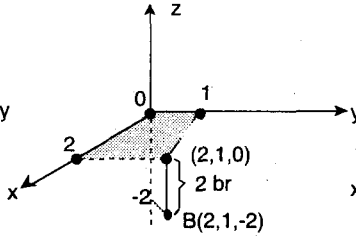
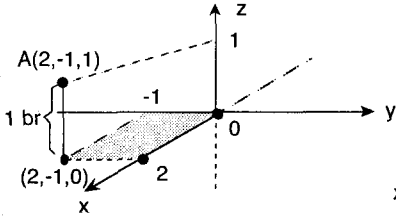
Uzaydaki her bir noktaya bir sıralı (a, b, c) üçlüsü, her (a, b, c) sıralı üçlüsüne de uzayda bir nokta karşı gelir.

$P(a, b, c)$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 apsis kod
 ordnat



ÖRNEK

$A(2, -1, 1)$, $B(2, 1, -2)$ ve $C(-3, 3, 4)$ noktalarını uzayda gösteriniz.

**İKİ NOKTA ARASINDAKİ UZAKLIK :**

Uzayda verilen $A(x_1, y_1, z_1)$ ve $B(x_2, y_2, z_2)$ noktaları arasındaki uzaklık :

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$A(2, -1, 1)$ ve $B(1, -2, 3)$ noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

ÇÖZÜM

$$|AB| = \sqrt{(1-2)^2 + (-2+1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{1 + 1 + 4} = \sqrt{6} \text{ br}$$

ÖRNEK

$P(4, 2, 4)$, $Q(t, -2, 1)$ noktaları arasındaki uzaklık 13 birim ise t nedir?

ÇÖZÜM

$$|PQ| = 13$$

$$\sqrt{(t-4)^2 + (-2-2)^2 + (1-4)^2} = 13$$

$$(t-4)^2 + 16 + 9 = 169$$

$$(t-4)^2 = 144 \Rightarrow t-4 = 12 \quad \vee \quad t-4 = -12$$

$$t = 16 \quad \vee \quad t = -8 \text{ bulunur.}$$

Not : $P(a, b, c)$ noktasının orijine olan uzaklığı $|OP| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ dir.

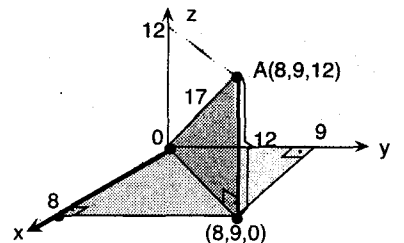
ÖRNEK

$A(8, 9, 12)$ noktasının orijine olan uzaklığı nedir?

ÇÖZÜM

$$|OA| = \sqrt{8^2 + 9^2 + 12^2} = \sqrt{64 + 81 + 144}$$

$$|OA| = \sqrt{289} = 17 \text{ br olur.}$$



KÜRE

Uzayda bir $M(a, b, c)$ noktasına eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerine **küre** denir.

Kürenin merkezi : $M(a, b, c)$

Kürenin yarıçapı : $IMPI = r$

Küreye ait bir nokta : $P(x, y, z)$ ise $IPMI = r$ olmalıdır.

$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2} = r$ de her iki yanın karesi alınırsa

$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$ olur.

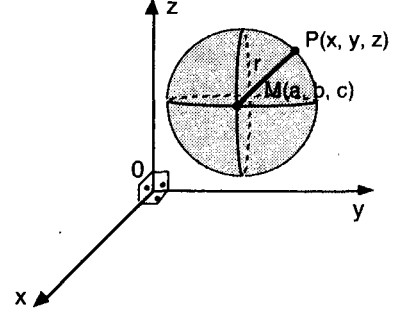
$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$ de gerekli açılımlar yapılır ve düzenlemeye gidilirse

$$x^2 + y^2 + z^2 \underbrace{-2ax}_{D} \underbrace{-2by}_{E} \underbrace{-2cz}_{F} + \underbrace{a^2 + b^2 + c^2 - r^2}_{G} = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + Dx + Ey + Fz + G = 0$$

$$M(a, b, c) = M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}, -\frac{F}{2}\right)$$

$$r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 + F^2 - 4G}}{2} \text{ elde edilir.}$$



UYARI : i) $M(0, 0, 0)$ ise $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ olur. (Standart yapıdaki küre ya da merkezli küre)

ii) $M(0, 0, 0)$ ve $r = 1$ ise $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ olur. (Merkezli birim küre)

ÖRNEK

Merkezi $(3, 0, 0)$ olan ve orijinden geçen kürenin denklemi ve alanı nedir?

ÇÖZÜM

$(x-3)^2 + y^2 + z^2 = r^2$ olup küre orijinden geçtiğine göre $O(0, 0, 0)$ noktası denklemi sağlamalıdır. Buradan $9 = r^2$ yada $r = 3$ bulunur.

Kürenin denklemi : $(x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9$

Kürenin alanı : $S = 4\pi r^2 = 4.9.\pi = 36\pi \text{ br}^2$ dir.

ÖRNEK

Merkezi $M(4, -1, 2)$ ve yarıçapı 5 olan kürenin denklemi nedir?

ÇÖZÜM

$(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 25$ yada

$x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y - 4z - 4 = 0$ bulunur.

ÖRNEK

$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y + 9 = 0$ denklemi ile verilen kürenin merkezinin koordinatları ve yarıçapı nedir?

ÇÖZÜM

$$a = -\frac{D}{2} = \frac{6}{2} = 3, \quad b = -\frac{E}{2} = -\frac{4}{2} = -2, \quad c = -\frac{F}{2} = 0$$

$$M(3, -2, 0)$$

$$r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 + F^2 - 4G}}{2} = \frac{\sqrt{36 + 16 - 36}}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ olur.}$$

UZAYDA VEKTÖRLER

- 1) $\vec{v} = (a, b, c)$ vektörünün uzunluğu – boyu – normu:

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ dir.}$$

- 2) $\|\vec{v}\| = 1$ ise $\vec{v} = (a, b, c)$ vektörüne **birim vektör** denir.

- 3) Başlangıç noktası $A(x_1, y_1, z_1)$ ve bitim noktası $B(x_2, y_2, z_2)$ olan $\vec{AB}$ vektörünün konum (yer) vektörü $\vec{OP}$ ise:

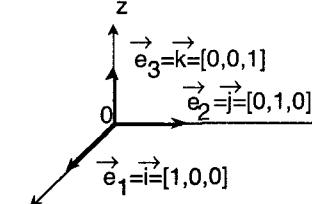
$$\vec{OP} = \vec{B} - \vec{A} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) \text{ dir.}$$

- 4) Standart birim vektörler:

$$\vec{e}_1 = \vec{i} = [1, 0, 0] = (1, 0, 0)$$

$$\vec{e}_2 = \vec{j} = [0, 1, 0] = (0, 1, 0)$$

$$\vec{e}_3 = \vec{k} = [0, 0, 1] = (0, 0, 1)$$



$$\vec{A} = [x, y, z]$$

$$\vec{A} = [x, 0, 0] + [0, y, 0] + [0, 0, z]$$

$$\vec{A} = x.[1, 0, 0] + y.[0, 1, 0] + z.[0, 0, 1]$$

$$\begin{cases} \vec{A} = x.\vec{e}_1 + y.\vec{e}_2 + z.\vec{e}_3 \\ \vec{A} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k} \end{cases}$$

biçiminde yazılabilir.

- 5) Vektörlerde toplama – çıkarma – bir skaler ile çarpma

$$\vec{A} = (x_1, y_1, z_1), \quad \vec{B} = (x_2, y_2, z_2) \text{ ise;}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$$

$$\vec{A} - \vec{B} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$$

$$k.\vec{A} = (kx_1, ky_1, kz_1) \quad (k \in \mathbb{R})$$

- 6) $\vec{A} = (x_1, y_1, z_1)$ ve $\vec{B} = (x_2, y_2, z_2)$ vektörlerinin paralel olma koşulu:

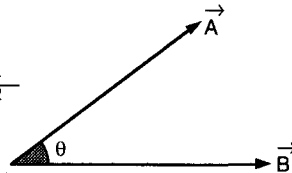
$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} \text{ dir.}$$

- 7) $\vec{A} = (x_1, y_1, z_1)$ ve $\vec{B} = (x_2, y_2, z_2)$ vektörlerinin skaler (iç) çarpımı:

a) $\vec{A} \cdot \vec{B} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$ (Bileşenler türünden)

b) $\vec{A} \cdot \vec{B} = \|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \cos\theta$ (Aralarındaki açı türünden)

$$\cos\theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\|} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$



c) $\vec{A} \neq \vec{0}$ ve $\vec{B} \neq \vec{0}$ olmak üzere,

$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{A} \perp \vec{B}$ dir. (İki vektörün diklik koşulu)

$\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ dan

$x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$ bulunur.

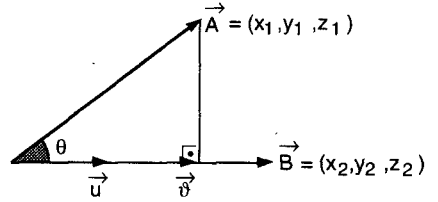
8) Bir vektörün diğer bir vektör üzerindeki dik izdüşüm vektörü:

a) $\vec{u} = \frac{1}{\|\vec{B}\|} \cdot \vec{B}$ ($\vec{u}$ vektörü $\vec{B}$ ile aynı yönlü birim vektördür .)

b) $\|\vec{\vartheta}\| = \|\vec{A}\| \cdot \cos\theta$

$$\|\vec{\vartheta}\| = \|\vec{A}\| \cdot \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\|} \Rightarrow \|\vec{\vartheta}\| = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{B}\|}$$

c) $\vec{\vartheta} = \|\vec{\vartheta}\| \cdot \vec{u} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{B}\|} \cdot \left(\frac{1}{\|\vec{B}\|} \cdot \vec{B} \right) \Rightarrow \vec{\vartheta} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{B}\|^2} \cdot \vec{B}$



9) $\mathbb{R}^3$ de: $\vec{A} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{B} = (x_2, y_2, z_2)$, $\vec{C} = (x_3, y_3, z_3)$ vektörlerinin lineer bağımlı (geometrik olarak düzlemsel) olma koşulu:

$$\det(\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0 \text{ dir.}$$

10) $\mathbb{R}^3$ de $\vec{A} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{B} = (x_2, y_2, z_2)$, $\vec{C} = (x_3, y_3, z_3)$ vektörlerinin lineer bağımsız olma koşulu:

$$\det(\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} \neq 0 \text{ dir.}$$

11) Lineer (doğrusal) bileşim :

$a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$\vec{u} = a_1 \cdot \vec{V}_1 + a_2 \cdot \vec{V}_2 + a_3 \cdot \vec{V}_3 + \dots + a_n \cdot \vec{V}_n \text{ ise}$$

$\vec{u}$ vektörüne $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3 \dots \vec{V}_n$ vektörlerinin lineer bileşimi denir.

ÖRNEK

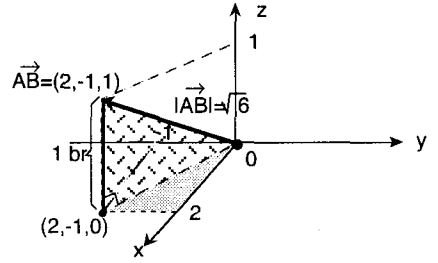
$\vec{A} = (1, 2, 1)$, $\vec{B} = (3, 1, 2)$ vektörleri veriliyor. $\vec{AB}$ vektörünü bularak uzunluğunu hesaplayınız. $\vec{AB}$ vektörünü uzayda gösteriniz.

ÇÖZÜM

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (3, 1, 2) - (1, 2, 1)$$

$$\vec{AB} = (2, -1, 1) \text{ dir.}$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{4 + 1 + 1} = \sqrt{6} \text{ br olur.}$$

**ÖRNEK**

$$\vec{A} = (1, a, -a), \vec{B} = (a, 1, -1) \text{ vektörleri veriliyor.}$$

$$|\vec{AB}| = 2\sqrt{3} \text{ ise } a \text{ nın alabileceği değerler çarpımı nedir?}$$

ÇÖZÜM

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A}$$

$$\vec{AB} = [a, 1, -1] - [1, a, -a]$$

$$\vec{AB} = [a-1, 1-a, -1+a] \text{ olur.}$$

$$|\vec{AB}| = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{(a-1)^2 + (1-a)^2 + (a-1)^2} = 2\sqrt{3}$$

$$(1-a)^2 = (a-1)^2 \text{ olduğundan}$$

$$\sqrt{3(a-1)^2} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} \cdot |a-1| = 2\sqrt{3}$$

$$|a-1| = 2$$

$$a-1 = 2 \quad \vee \quad a-1 = -2$$

$$a = 3 \quad \vee \quad a = -1 \text{ den}$$

a nın alabileceği değerler çarpımı -3 dür.

ÖRNEK

$$\vec{A} = (5, -4, 2)$$

$$\vec{B} = (2, -2, 6) \text{ vektörleri veriliyor.}$$

$$\text{a) } \vec{A} + \vec{B} \quad \text{b) } \vec{A} - \vec{B} \quad \text{c) } 2\vec{A} - 4\vec{B} \text{ nedir?}$$

ÇÖZÜM

$$\text{a) } \vec{A} + \vec{B} = (5, -4, 2) + (2, -2, 6) = (7, -6, 8)$$

$$\text{b) } \vec{A} - \vec{B} = (5, -4, 2) - (2, -2, 6) = (3, -2, -4)$$

$$\text{c) } 2\vec{A} = 2(5, -4, 2) = (10, -8, 4)$$

$$4\vec{B} = 4(2, -2, 6) = (8, -8, 24)$$

$$2\vec{A} - 4\vec{B} = (10, -8, 4) - (8, -8, 24) = (2, 0, -20) \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$\vec{u} = (3, 6, x)$, $\vec{v} = (1, y, -2)$ ve $\vec{u} \parallel \vec{v}$ ise $x+y$ nedir?

ÇÖZÜM

$$\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \frac{x_1}{y_1} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} \text{ den}$$

$$\frac{3}{1} = \frac{6}{y} = \frac{x}{-2} = 3$$

$$x = -6 \quad \wedge \quad 3y = 6$$

$$y = 2$$

$$x+y = -6 + 2 = -4 \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$\vec{m} = (5, 1, a)$ ve $\vec{n} = (1, 3, 4)$ vektörleri dik ise a nedir?

ÇÖZÜM

$$\vec{m} \perp \vec{n} \Rightarrow \vec{m} \cdot \vec{n} = 0$$

$$x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$$

$$5 + 3 + 4a = 0$$

$$4a = -8$$

$$a = -2 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$A(2, -1, 1)$, $B(1, -2, 3)$ noktaları veriliyor. $\vec{A}$ ile $\vec{AB}$ vektörlerinin $\vec{A} \cdot \vec{AB}$ iç çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\vec{A} = (2, -1, 1)$$

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (1, -2, 3) - (2, -1, 1)$$

$$\vec{AB} = (-1, -1, 2)$$

$$\vec{A} \cdot \vec{AB} = (2, -1, 1) \cdot (-1, -1, 2)$$

$$= -2 + 1 + 2 = 1 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$$\vec{A} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

$$\vec{B} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 \text{ vektörleri arasındaki açı kaç derecedir?}$$

ÇÖZÜM

$$\vec{A} = (1, 2, 1) \quad \wedge \quad |\vec{A}| = \sqrt{6}$$

$$\vec{B} = (2, 1, -1) \quad \wedge \quad |\vec{B}| = \sqrt{6} \text{ olup}$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{2 + 2 - 1}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ den } \theta = 60^\circ \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$\vec{A} = (2, -2, 1)$ vektörü ile aynı yönlü birim vektör nedir?

ÇÖZÜM

$$\vec{A}_e = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}, \quad |\vec{A}| = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$$

$$\vec{A}_e = \frac{(2, -2, 1)}{3} = \left(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right) \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$\vec{A} = (1, -1, 1)$ vektörünün $\vec{B} = (4, -4, 2)$ vektörü üzerindeki dik izdüşümünün uzunluğu nedir?

ÇÖZÜM

İstenilen vektör : $\vec{\vartheta}$ ise

$$\vec{\vartheta} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|^2} \cdot \vec{B} = \frac{4 + 4 + 2}{16 + 16 + 4} \cdot (4, -4, 2) = \frac{10}{36} \cdot (4, -4, 2)$$

$$\vec{\vartheta} = \frac{5}{18} \cdot (4, -4, 2) = \frac{5}{18} \cdot 2 \cdot (2, -2, 1) = \frac{5}{9} \cdot (2, -2, 1)$$

$$\vec{\vartheta} = \left(\frac{10}{9}, -\frac{10}{9}, \frac{5}{9}\right) \text{ bulunur.}$$

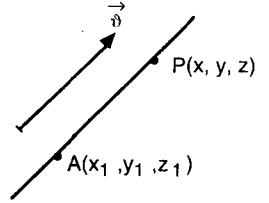
UZAYDA DOĞRU DENKLEMİ**1. Verilen bir noktadan geçen ve verilen bir vektöre paralel olan doğrunun denklemi :**

$\mathbb{R}^3$ deki $A(x_1, y_1, z_1)$ noktasından geçen ve $\vec{\vartheta} = (p, q, r)$ vektörüne paralel (çakışık) olan doğrunun denklemi:

Doğru üzerinde herhangi bir nokta $P(x, y, z)$ ise $\vec{AP} = (x - x_1, y - y_1, z - z_1)$ olur ki

$\vec{AP} // \vec{\vartheta}$ istenmektedir. Öyleyse aranılan denklem:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{AP} = (x - x_1, y - y_1, z - z_1) \\ \vec{\vartheta} = (p, q, r) \end{array} \right\} \vec{AP} // \vec{\vartheta} \Rightarrow \boxed{\frac{x - x_1}{p} = \frac{y - y_1}{q} = \frac{z - z_1}{r}} \text{ bulunur.}$$



Buradaki $\vec{\vartheta} = (p, q, r)$ vektörüne **doğrunun doğrultman vektörü**, p, q, r sayılarına da **doğrultman parametreleri** denir.

Doğru denklemiindeki oranları k 'ya eşitlersek doğrunun parametrik denklemleri denilen

$$\frac{x - x_1}{p} = \frac{y - y_1}{q} = \frac{z - z_1}{r} = k \text{ dan}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = x_1 + pk \\ y = y_1 + qk \\ z = z_1 + rk \end{array} \right\} \text{denklemleri elde edilir.}$$

ÖRNEK

$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{-1}$ olan doğrunun doğrultman vektörünü ve bu doğru üzerinde herhangi iki nokta bulunuz.

ÇÖZÜM

Doğrultman vektörü $\vec{v} = (3, 2, -1)$ dir. Şimdi bu doğru üzerinde iki nokta bulalım.

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{-1} = k \text{ olsun.}$$

$$x = 3k + 2$$

$$y = 2k - 1$$

$$z = -k + 4 \text{ elde edilir.}$$

Doğru üzerindeki tüm noktalar $(3k+2, 2k-1, -k+4)$ biçimindedir.

$$k = 0 \Rightarrow A(2, -1, 4)$$

$$k = 1 \Rightarrow B(5, 1, 3) \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

Orijinden geçen ve $\vec{u} = (-3, 3, 4)$ vektörüne paralel olan doğrunun denklemi nedir?

ÇÖZÜM

O(0, 0, 0) dan geçecek ve $\vec{u} = (-3, 3, 4)$ vektörüne paralel olacağından

$$\frac{x-0}{-3} = \frac{y-0}{3} = \frac{z-0}{4} \text{ den } \frac{x}{-3} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \text{ bulunur.}$$

2. İki noktası bilinen doğru denklemi:

$A(x_1, y_1, z_1)$ ve $B(x_2, y_2, z_2)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1} \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$A(2, 3, 1)$ ve $B(1, 0, -2)$ noktalarından geçen doğru denklemi nedir?

ÇÖZÜM

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$$

$$\frac{x-2}{1-2} = \frac{y-3}{0-3} = \frac{z-1}{-2-1}$$

$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-1}{-3} \text{ bulunur.}$$

3. İki doğrunun paralel olma koşulu:

$$\left. \begin{array}{l} d: \frac{x-x_0}{p} = \frac{y-y_0}{q} = \frac{z-z_0}{r} \\ d_1: \frac{x-x_1}{p_1} = \frac{y-y_1}{q_1} = \frac{z-z_1}{r_1} \end{array} \right\} \text{ doğrularının paralel olması demek doğrultman vektörlerinin paralel olması}$$

demektir.

$$\vec{d} = (p, q, r) \text{ ve } \vec{d}_1 = (p_1, q_1, r_1) \text{ dir.}$$

$$\vec{d} \parallel \vec{d}_1 \Rightarrow \frac{p}{p_1} = \frac{q}{q_1} = \frac{r}{r_1} \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$$d_1: \frac{x+1}{m} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+4}{-2}$$

$$d_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y+5}{6} = \frac{z-1}{n} \text{ doğrularının paralel olması için } m + n \text{ toplamı ne olmalıdır?}$$

ÇÖZÜM

$$d_1: \frac{x+1}{m} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+4}{-2} \Rightarrow \vec{d}_1 = (m, 3, -2)$$

$$d_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y+5}{6} = \frac{z-1}{n} \Rightarrow \vec{d}_2 = (2, 6, n) \text{ bulunur.}$$

$$d_1 // d_2 \Rightarrow \vec{d}_1 // \vec{d}_2 \Rightarrow \frac{m}{2} = \frac{3}{6} = -\frac{2}{n}$$

$$\frac{m}{2} = \frac{1}{2} = -\frac{2}{n}$$

$$m = 1 \wedge n = -4 \text{ olur ki aranan toplam } m + n = 1 - 4 = -3 \text{ bulunur.}$$

4. İki doğrunun dik olma koşulu:

İki doğrunun dik olması demek doğrultman vektörlerinin dik olması demektir.

$$d: \frac{x-x_0}{p} = \frac{y-y_0}{q} = \frac{z-z_0}{r}$$

$$d_1: \frac{x-x_1}{p_1} = \frac{y-y_1}{q_1} = \frac{z-z_1}{r_1} \text{ doğrularının doğrultman vektörleri: } \vec{d} = (p, q, r) \text{ ve } \vec{d}_1 = (p_1, q_1, r_1) \text{ dir.}$$

$$d \perp d_1 \Rightarrow \vec{d} \perp \vec{d}_1 \Rightarrow \vec{d} \cdot \vec{d}_1 = 0 \text{ olmalıdır. Yani } \boxed{pp_1 + qq_1 + rr_1 = 0} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$$d_1: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{-1}$$

$$d_2: \frac{x}{a} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-4} \text{ doğrularının dik durumlu olması için } a \text{ ne olmalıdır?}$$

ÇÖZÜM

$$d_1: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{-1} \Rightarrow \vec{d}_1 = (-2, 3, -1)$$

$$d_2: \frac{x}{a} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-4} \Rightarrow \vec{d}_2 = (a, 2, -4) \text{ bulunur.}$$

$$d_1 \perp d_2 \Rightarrow \vec{d}_1 \perp \vec{d}_2 \Rightarrow \vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$-2 \cdot a + 3 \cdot 2 + (-1) \cdot (-4) = 0$$

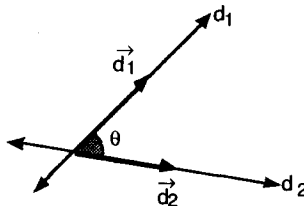
$$-2a + 6 + 4 = 0$$

$$2a = 10 \Rightarrow a = 5 \text{ elde edilir.}$$

5. İki doğru arasındaki açı:

İki doğru arasındaki açı doğrultman vektörleri arasındaki açıdır.

$$\cos \theta = \frac{\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2}{\|\vec{d}_1\| \cdot \|\vec{d}_2\|} \text{ dir.}$$



ÖRNEK

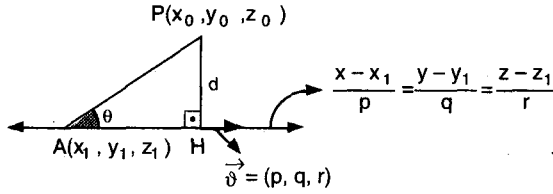
$$d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-5}{\sqrt{2}}$$

$$d_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-\sqrt{2}} \text{ doğruları arasındaki açı kaç derecedir?}$$

ÇÖZÜM

$$\vec{d}_1 = (1, 1, \sqrt{2}) \text{ ve } \vec{d}_2 = (-1, 1, -\sqrt{2}) \text{ olur.}$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2}{\|\vec{d}_1\| \cdot \|\vec{d}_2\|} = \frac{-1+1-2}{\sqrt{1+1+2} \cdot \sqrt{1+1+2}} = -\frac{2}{2 \cdot 2} = -\frac{1}{2} \text{ den } \theta = 120^\circ \text{ bulunur.}$$

6. Bir noktanın bir doğruya uzaklığı:

Önce $\vec{AP}$ ü bulunur. $\vec{AP}$ ve $\vec{v}$ vektörlerinin skaler çarpımından $\cos \theta$ elde edilir. $\cos \theta$ yardımıyla $\sin \theta$ hesaplanır. PAH dik üçgeninden $d = \|\vec{AP}\| \cdot \sin \theta$ ile noktanın doğruya olan uzaklığı hesaplanmış olur.

ÖRNEK

$$P(2, 1, 3) \text{ noktasının } \frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{-2} = z-1 \text{ doğrusuna uzaklığı nedir?}$$

ÇÖZÜM

$$\frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{-2} = z-1$$

$$\Rightarrow A(-2, 3, 1)$$

$$\vec{v} = (2, -2, 1) \text{ olur.}$$

$$P(2, 1, 3) \text{ verilmişti.}$$

$$i) \vec{AP} = \vec{P} - \vec{A} = (4, -2, 2)$$

$$\|\vec{AP}\| = \sqrt{16 + 4 + 4} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$\vec{v} = (2, -2, 1)$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$$

$$ii) \cos \theta = \frac{\vec{AP} \cdot \vec{v}}{\|\vec{AP}\| \cdot \|\vec{v}\|} = \frac{8 + 4 + 2}{3 \cdot 2\sqrt{6}} = \frac{14}{6\sqrt{6}} = \frac{7}{3\sqrt{6}} = \frac{7\sqrt{6}}{18}$$

$$iii) \sin \theta = \frac{\sqrt{30}}{18} \text{ olur. } \sin \theta = \frac{\sqrt{30}}{18} \text{ dir.}$$

$$iv) d = \|\vec{AP}\| \cdot \sin \theta = 2\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{30}}{18} = \frac{2\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{5}}{3 \cdot 6} = \frac{2\sqrt{5}}{3} \text{ br. elde edilir.}$$

UYARI: $\frac{x-x_1}{p} = \frac{y-y_1}{q} = \frac{z-z_1}{r}$ doğru denkleminde:

- i) Doğrultman parametrelerinden biri sıfır ise, örneğin $p=0$ ise, doğrultman vektörü x eksenine dik olur. Bu durumda doğru yz düzlemine paraleldir ve denklemi

$$x-x_1=0, \frac{y-y_1}{q} = \frac{z-z_1}{r} \text{ dir.}$$

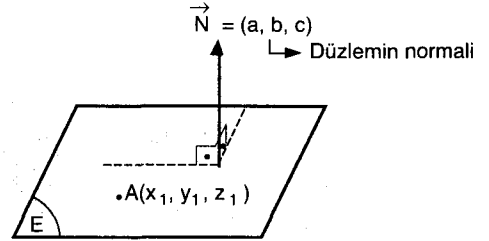
- ii) Doğrultman parametrelerinden ikisi sıfır ise örneğin $p=q=0$ ise doğrultman vektörü x ve y eksenlerine yani xOy düzlemine dik olur. Bu durumda doğru z eksenine paraleldir ve denklemi $x-x_1=0, y-y_1=0$ olur.

UZAYDA DÜZLEM DENKLEMİ

1. $A(x_1, y_1, z_1)$ noktasından geçen ve $\vec{N} = (a, b, c)$ vektörüne dik olan düzlemin denklemi:

$a(x-x_1) + b(y-y_1) + c(z-z_1) = 0$ denklemi düzenlenirse

E: $ax + by + cz + d = 0$ biçimini alır.



ÖRNEK

$2x - 3y + 4z + 7 = 0$ düzleminin normali nedir?

ÇÖZÜM

E: $ax + by + cz + d = 0$ düzleminin normali $\vec{N} = (a, b, c)$ dir. Öyleyse $2x - 3y + 4z + 7 = 0$ düzleminin normali $\vec{N} = (2, -3, 4)$ olur.

ÖRNEK

$A(2, -1, 3)$ noktasından geçen ve $\vec{N} = (3, 1, -1)$ vektörüne dik olan düzlemin denklemi nedir?

ÇÖZÜM

$A(x_1, y_1, z_1)$ noktasından geçen ve $\vec{N} = (a, b, c)$ vektörüne dik olan düzlemin denklemi $a(x-x_1) + b(y-y_1) + c(z-z_1) = 0$ olduğundan aranılan denklem;

$$3(x-2) + (y+1) - (z-3) = 0 \text{ dan}$$

$$3x + y - z - 2 = 0 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$A(1, 0, -1)$ noktasından geçen ve $\vec{N} = (-1, -2, 1)$ vektörüne dik olan düzlemin denklemi nedir?

ÇÖZÜM

$$-(x-1) - 2(y) + (z+1) = 0 \text{ dan}$$

$$-x + 1 - 2y + z + 1 = 0$$

$$x + 2y - z - 2 = 0 \text{ bulunur.}$$

UYARI :

i) Koordinat başlangıcından geçen düzlemin denklemi $ax + by + cz = 0$ dir.

ii) $E_1: a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$

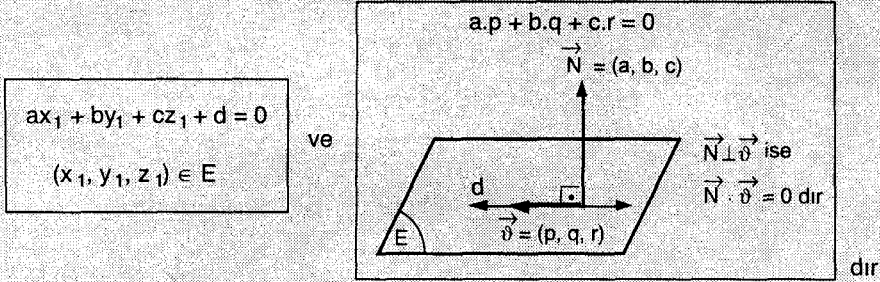
$E_2: a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ düzlemlerinin çakışık olmaları için

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{d_1}{d_2} \text{ olması gerekir.}$$

iii) Normal vektörü $\vec{N} = (a, b, c)$ olan tüm düzlemler $ax + by + cz + \lambda = 0$ denklemi ile verilirler.

iv) $d: \frac{x-x_1}{p} = \frac{y-y_1}{q} = \frac{z-z_1}{r}$ doğrusunun

$E: ax + by + cz + d = 0$ düzleminde bulunması koşulu:



v) $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ ve

$a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ düzlemlerinin ara kesitinden geçen düzlemlerin denklemi:

$$a_1x + b_1y + c_1z + d_1 + \lambda(a_2x + b_2y + c_2z + d_2) = 0 \text{ biçimindedir.}$$

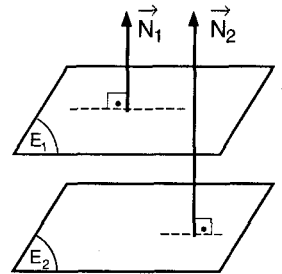
2) İki düzlemin paralel olma koşulu:

$$E_1: a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$$

$$E_2: a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0 \text{ düzlemlerinin paralel olması için}$$

$\vec{N}_1 = (a_1, b_1, c_1) \wedge \vec{N}_2 = (a_2, b_2, c_2)$ normallerinin paralel olması gerekir.

$$E_1 // E_2 \Rightarrow \vec{N}_1 // \vec{N}_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \text{ dir.}$$

**ÖRNEK**

$x - my + 3z - 4 = 0$ düzleminin $2x + 6y + 6z - 1 = 0$ düzlemine paralel olması için m ne olmalıdır?

ÇÖZÜM

$\vec{N}_1 = (1, -m, 3) \wedge \vec{N}_2 = (2, 6, 6)$ olup

$$\vec{N}_1 // \vec{N}_2 \Rightarrow \frac{1}{2} = -\frac{m}{6} = \frac{3}{6} \Rightarrow -\frac{m}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow -m = 3 \Rightarrow m = -3 \text{ bulunur.}$$

3) İki düzlemin dik olma koşulu:

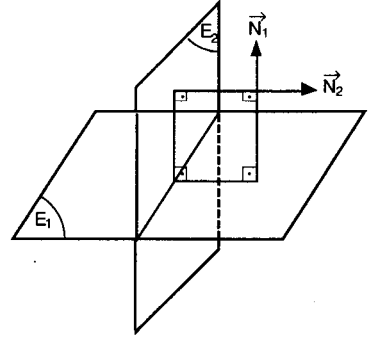
$$E_1: a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$$

$E_2: a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ düzlemlerinin dik olması için $\vec{N}_1 = (a_1, b_1, c_1) \wedge \vec{N}_2 = (a_2, b_2, c_2)$ normallerinin dik olması gerekir.

$$E_1 \perp E_2 \Rightarrow \vec{N}_1 \perp \vec{N}_2$$

$$\Rightarrow \vec{N}_1 \cdot \vec{N}_2 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0} \text{ olur.}$$



ÖRNEK

$$E_1: 2x + 3y + mz - 3 = 0$$

$$E_2: -x + 2y + 3z + 1 = 0 \text{ düzlemleri dik ise } m \text{ ne olmalıdır?}$$

ÇÖZÜM

$$\vec{N}_1 = (2, 3, m) \wedge \vec{N}_2 = (-1, 2, 3) \text{ elde edilir.}$$

$$E_1 \perp E_2 \Rightarrow \vec{N}_1 \perp \vec{N}_2 \Rightarrow \vec{N}_1 \cdot \vec{N}_2 = 0$$

$$\Rightarrow -2 + 6 + 3m = 0$$

$$3m = -4 \Rightarrow m = -\frac{4}{3} \text{ olur.}$$

4) İki düzlem arasındaki açı –(ölçek açısı):

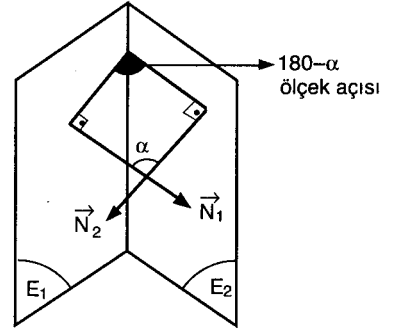
$$E_1: a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$$

$E_2: a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ düzlemleri arasındaki açı $\vec{N}_1$ ve $\vec{N}_2$ normalleri arasındaki açının bütünleyenidir.

$$\widehat{(E_1, E_2)} = 180 - \widehat{(\vec{N}_1, \vec{N}_2)} \text{ dir.}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{N}_1 \cdot \vec{N}_2}{\|\vec{N}_1\| \cdot \|\vec{N}_2\|} \text{ den } \alpha \text{ bulunur. Bütünleyeni olan açı ölçek}$$

açısıdır.



ÖRNEK

$$E_1: x + \sqrt{2}y - z + 5 = 0$$

$$E_2: x - \sqrt{2}y + z - 1 = 0 \text{ düzlemleri arasındaki açı kaç derecedir?}$$

ÇÖZÜM

$$\vec{N}_1 = (1, \sqrt{2}, -1) \wedge \vec{N}_2 = (1, -\sqrt{2}, 1) \text{ dir.}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{N}_1 \cdot \vec{N}_2}{\|\vec{N}_1\| \cdot \|\vec{N}_2\|} = \frac{1 - 2 - 1}{\sqrt{1 + 2 + 1} \cdot \sqrt{1 + 2 + 1}} = -\frac{2}{2 \cdot 2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 120' \text{ dir.}$$

Düzlemler arasındaki açı (ölçek açısı) 120° nin bütünleyeni, yani 60° dir.

5. Bir doğru ile bir düzlem arasındaki açı:

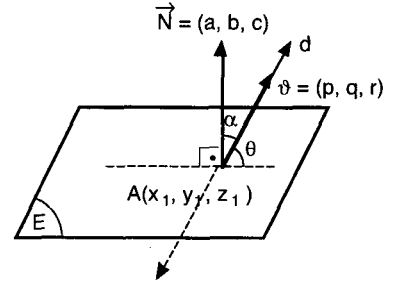
$$d: \frac{x-x_0}{p} = \frac{y-y_0}{q} = \frac{z-z_0}{r} \text{ doğrusu ile}$$

E: $ax + by + cz + d = 0$ düzlemi arasındaki açı doğrunun doğrultmanı ile düzlemin normali arasındaki açının sinüsüne eşittir.

Doğru ile düzlem arasındaki açı θ dir.

$\alpha + \theta = 90^\circ$ olup $\cos \alpha = \sin \theta$ dir.

$$\sin \theta = \cos \alpha = \frac{\vec{N} \cdot \vec{\vartheta}}{\|\vec{N}\| \cdot \|\vec{\vartheta}\|} \text{ eşitliğinden elde edilir.}$$



ÖRNEK

E: $\sqrt{2}x + y + z - 1 = 0$ düzlemi ile

$$d: \frac{x-1}{\sqrt{2}} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1} \text{ doğrusu arasındaki açı kaç derecedir?}$$

ÇÖZÜM

$$\vec{N} = (\sqrt{2}, 1, 1) \wedge \vec{\vartheta} = (\sqrt{2}, -1, 1) \text{ dir.}$$

$$\sin \theta = \frac{\vec{N} \cdot \vec{\vartheta}}{\|\vec{N}\| \cdot \|\vec{\vartheta}\|} = \frac{2 - 1 + 1}{\sqrt{2+1+1} \cdot \sqrt{2+1+1}} = \frac{2}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2} \text{ den}$$

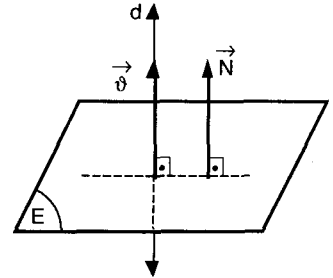
$\theta = 30^\circ$ elde edilir.

6) Doğrunun düzleme dikklik koşulu:

$$d: \frac{x-x_0}{p} = \frac{y-y_0}{q} = \frac{z-z_0}{r} \text{ doğrusu}$$

E: $ax + by + cz + d = 0$ düzlemine dik ise $\vec{N} \parallel \vec{\vartheta}$ dir. (Doğrultman ve normal vektörleri paralel olmalıdır).

$$E \perp d \Rightarrow \vec{N} \parallel \vec{\vartheta} \Rightarrow \frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r} \text{ elde edilir.}$$



ÖRNEK

$\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{m}$ doğrusunun $ax + 6y + 2z + 3 = 0$ düzlemine dik olması için $m + a$ ne olmalıdır?

ÇÖZÜM

$$\vec{\vartheta} = (2, -3, m) \wedge \vec{N} = (a, 6, 2) \text{ olur.}$$

$$E \perp d \Rightarrow \vec{N} \parallel \vec{\vartheta} \Rightarrow \frac{2}{a} = -\frac{3}{6} = \frac{m}{2} \Rightarrow \frac{2}{a} = -\frac{1}{2} = \frac{m}{2} \text{ den}$$

$$a = -4 \wedge m = -1 \text{ olur.}$$

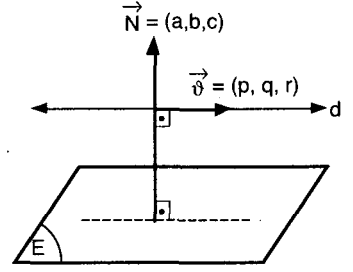
Aranılan toplam $m + a = -1 - 4 = -5$ dir.

7. Doğrunun düzleme paralel olma koşulu:

$$d: \frac{x-x_0}{p} = \frac{y-y_0}{q} = \frac{z-z_0}{r} \text{ doğrusunun}$$

E: $ax + by + cz + d = 0$ düzlemine paralel olması için doğrunun doğrultman vektörü düzlemin normaline dik olmalıdır.

$$d // E \Rightarrow \vec{\vartheta} \perp \vec{N} \Rightarrow \vec{\vartheta} \cdot \vec{N} = 0 \Rightarrow ap + bq + cr = 0 \text{ bulunur.}$$



ÖRNEK

$$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{m} = \frac{z-2}{5} \text{ doğrusu}$$

E: $3x - 2y + nz - 7 = 0$ düzlemine paralel ise m ile n arasında hangi bağıntı vardır?

ÇÖZÜM

$$\vec{\vartheta} = (2, m, 5) \wedge \vec{N} = (3, -2, n) \text{ olur.}$$

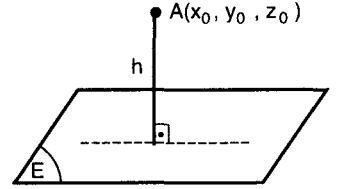
$$d // E \Rightarrow \vec{\vartheta} \perp \vec{N} \Rightarrow \vec{\vartheta} \cdot \vec{N} = 0 \Rightarrow 6 - 2m + 5n = 0$$

$$2m - 5n = 6 \text{ bulunur.}$$

8. Bir noktanın bir düzleme olan uzaklığı:

$A(x_0, y_0, z_0)$ noktasının E: $ax + by + cz + d = 0$ düzlemine olan uzaklığı:

$$h = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \text{ dir.}$$



ÖRNEK

$A(1, -3, 2)$ noktasının E: $2x - 9y + 6z + 8 = 0$ düzlemine olan uzaklığı kaç birimdir?

ÇÖZÜM

$$h = \frac{|2 + 27 + 12 + 8|}{\sqrt{4 + 81 + 36}} = \frac{|49|}{\sqrt{121}} = \frac{49}{11} \text{ br. dir.}$$

9. Paralel iki düzlem arasındaki uzaklık:

$$\left. \begin{array}{l} E_1: ax + by + cz + d_1 = 0 \\ E_2: ax + by + cz + d_2 = 0 \end{array} \right\} \text{ Paralel düzlemleri arasındaki uzaklık:}$$

$$l = \frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y - z + 1 = 0 \\ 2x + y - z + 7 = 0 \end{array} \right\} \text{ paralel düzlemleri arasındaki uzaklık kaç birimdir?}$$

ÇÖZÜM

$$l = \frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|1 - 7|}{\sqrt{4 + 1 + 1}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \frac{6\sqrt{6}}{6} = \sqrt{6} \text{ br. dir.}$$

ÖRNEK

$$\left. \begin{array}{l} x - y + 2z - 1 = 0 \\ -2x + 2y - 4z - 3 = 0 \end{array} \right\} \text{ düzlemleri arasındaki uzaklık kaç birimdir?}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{cases} 2/x - y + 2z - 1 = 0 \\ -1/-2x + 2y - 4z - 3 = 0 \\ 2x - 2y + 4z - 2 = 0 \\ 2x - 2y + 4z + 3 = 0 \end{cases}$$

$$c = \frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|-2 - 3|}{\sqrt{4 + 4 + 16}} = \frac{|-5|}{\sqrt{24}} = \frac{5}{2\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{12} \text{ br. olur.}$$

UYARI :

- i) $A(x_0, y_0, z_0)$ noktasından geçen ve doğrultman vektörleri $\vec{v}_1 = (p_1, q_1, r_1)$, $\vec{v}_2 = (p_2, q_2, r_2)$ olan doğrulara paralel bir düzlemin denklemi:

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & p_1 & p_2 \\ y - y_0 & q_1 & q_2 \\ z - z_0 & r_1 & r_2 \end{vmatrix} = 0 \text{ dir.}$$

- ii) $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A_2(x_2, y_2, z_2)$, $A_3(x_3, y_3, z_3)$ noktalarından geçen düzlemin denklemi:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & x_2 - x_1 & x_3 - x_1 \\ y - y_1 & y_2 - y_1 & y_3 - y_1 \\ z - z_1 & z_2 - z_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0 \text{ dir.}$$

- iii) $\frac{x - x_1}{p_1} = \frac{y - y_1}{q_1} = \frac{z - z_1}{r_1}$, $\frac{x - x_2}{p_2} = \frac{y - y_2}{q_2} = \frac{z - z_2}{r_2}$ doğrularının aynı düzlemde bulunmaları koşulu:

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & p_1 & p_2 \\ y_2 - y_1 & q_1 & q_2 \\ z_2 - z_1 & r_1 & r_2 \end{vmatrix} = 0 \text{ dir. Bu koşul doğrular paralel değilse kesişme koşuludur.}$$

- iv) $\frac{x - x_0}{p} = \frac{y - y_0}{q} = \frac{z - z_0}{r}$ doğrusu ve $ax + by + cz + d = 0$ düzlemi verilsin.

- a) $ap + bq + cr \neq 0$ ise doğru düzlemi keser.
b) $ap + bq + cr = 0$ ve $ax_0 + by_0 + cz_0 + d \neq 0$ ise doğru düzleme paraleldir.
c) $ap + bq + cr = 0$ ve $ax_0 + by_0 + cz_0 + d = 0$ ise doğru düzlemin içindedir.

ÖRNEK

$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{2}$ doğrusu ile $2x-3y+z-5=0$ düzleminin kesim noktasının koordinatlarını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{2} = k \text{ dan}$$

$$\begin{cases} x = 2k+1 \\ y = k \\ z = 2k-3 \end{cases} \text{ bulunur. Bu değerler } 2x-3y+z-5=0 \text{ düzlem denkleminde yerine yazılırsa}$$

(ortak nokta olacağından)

$$2(2k+1) - 3.k + (2k-3) - 5 = 0$$

$$4k + 2 - 3k + 2k - 8 = 0$$

$$3k - 6 = 0$$

$$k = 2 \text{ elde edilir.}$$

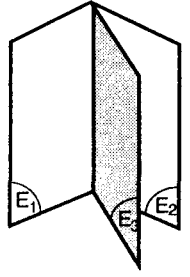
Öyleyse ortak nokta $A(5, 2, 1)$ bulunur.

İKİ DÜZLEMİN ARAKESİTİNDEN GEÇEN DÜZLEM DENKLEMİ

$$E_1 : a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$$

$E_2 : a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ düzlemlerinin arakesitinden geçen düzlemin denklemi $k \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$a_1x + b_1y + c_1z + d_1 + k(a_2x + b_2y + c_2z + d_2) = 0 \text{ dir.}$$



ÖRNEK

$x + 2y + z - 2 = 0$ ve $x - y + z = 0$ düzlemlerinin arakesitinden ve $A(-1, 2, 1)$ noktasından geçen düzlemin denklemi nedir?

ÇÖZÜM

Verilen düzlemlerin arakesitinden geçen düzlemin denklemi

$$x + 2y + z - 2 + k(x - y + z) = 0 \text{ olup}$$

bu düzlem $A(-1, 2, 1)$ noktasından da geçeceğinden bu nokta koordinatları düzlem denklemini sağlar.

$$-1 + 4 + 1 - 2 + k(-1 - 2 + 1) = 0$$

$$2 - 2k = 0 \text{ dan}$$

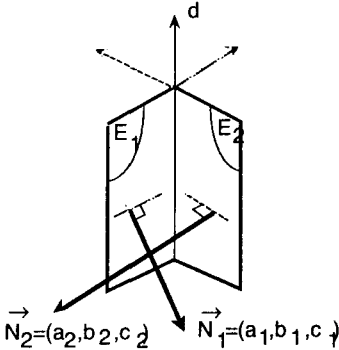
$$k = 1 \text{ bulunur. } k = 1 \text{ yerine yazılırsa}$$

$$x + 2y + z - 2 + x - y + z = 0$$

$$2x + y + 2z - 2 = 0 \text{ elde edilir.}$$

İKİ DÜZLEMİN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI

i) İki düzlem bir doğru boyunca kesişebilir.



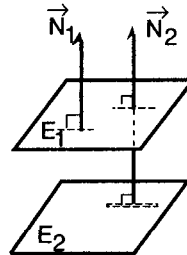
$$E_1 \cap E_2 = \{d\}$$

ii) İki düzlem paralel olabilir.

İki düzlem paralel olduğunda ortak hiçbir noktaları yoktur.

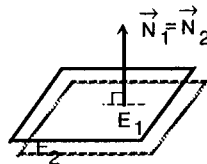
$$E_1 \cap E_2 = \emptyset$$

$$E_1 \parallel E_2 \Rightarrow \vec{N}_1 \parallel \vec{N}_2 \text{ dir.}$$



iii) İki düzlem çakışık olabilir.

Eğer iki düzlem çakışık ise bütün noktaları ortaktır.



ÖRNEK

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$$

düzlemleri kesişen düzlemler olduğuna göre arakesit doğrusu nedir?

ÇÖZÜM

$$x = k \text{ olsun}$$

$$-y + z = 3 - 2k$$

$$y + z = 6 - k$$

±

$$2z = 9 - 3k$$

$$z = \frac{9 - 3k}{2} \Rightarrow k = \frac{-2z + 9}{3}$$

$$x + y + z = 6$$

$$k + \frac{9 - 3k}{2} + y = 6 \Rightarrow y = \frac{k + 3}{2} \Rightarrow k = 2y - 3$$

$$k = x; \quad k = 2y - 3, \quad k = \frac{-2z + 9}{3}$$

$$\frac{x}{1} = \frac{2y - 3}{1} = \frac{-2z + 9}{3} \text{ arakesit doğrusunun denklemdir.}$$

ÖRNEK

$$x - 2y + 3z - 4 = 0$$

$$2x + my + 6z - 4 = 0 \quad \text{düzlemleri paralel ise } m \text{ nedir?}$$

ÇÖZÜM

İki düzlemin paralel olması için normal vektörleri paralel olmalıdır.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{N}_1 = (1, -2, 3) \\ \vec{N}_2 = (2, m, 6) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{N}_1 \parallel \vec{N}_2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{-2}{m} \Rightarrow m = -4 \text{ bulunur.}$$

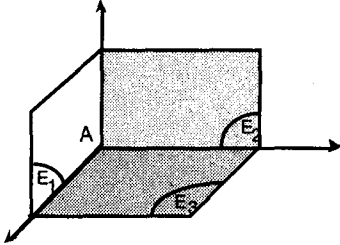
ÜÇ DÜZLEMİN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI

$$E_1 : a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$$

$$E_2 : a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$$

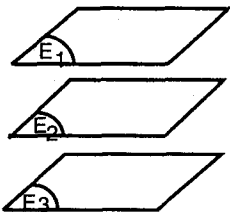
$$E_3 : a_3x + b_3y + c_3z + d_3 = 0 \quad \text{düzlem denklemleri verilmiş olsun.}$$

- a) Bu üç düzlemin bir tek ortak noktası olabilir.



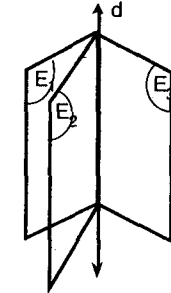
$$E_1 \cap E_2 \cap E_3 = \{A\}$$

- d) Üç düzlem birbirine paralel olabilir.



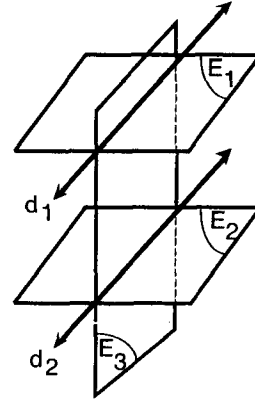
$$E_1 \cap E_2 \cap E_3 = \emptyset$$

- b) Üç düzlem bir doğru boyunca kesişebilir.



$$E_1 \cap E_2 \cap E_3 = \{d\}$$

- c) İki düzlem paralel olup, üçüncü düzlem bunları kesebilir.

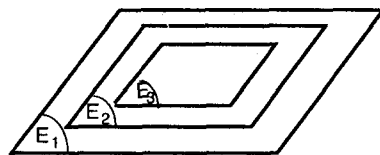


$$E_1 \cap E_2 = \emptyset$$

$$E_1 \cap E_3 = \{d_1\}$$

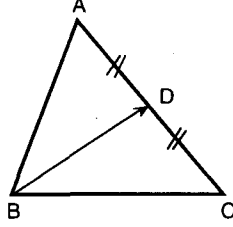
$$E_2 \cap E_3 = \{d_2\}$$

- e) Üç düzlem çakışık olabilir.



ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

1. Şekilde $IADI = ICDI$ ise $\vec{BD}$ aşağıdaki-lerden hangisine eşittir?



- A) $\frac{1}{2} \cdot \vec{AC}$ B) $2(\vec{BA} + \vec{BC})$
 C) $\frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{BC})$ D) $\vec{BA} + \vec{BC}$
 E) $\frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{AD})$

ÇÖZÜM

$$\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{AD}$$

$$\vec{BD} = \vec{BC} + \vec{CD}$$

+

$$2\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{AD} + \vec{CD}$$

$$\vec{AD} = \vec{DC} \text{ (D, orta nokta)}$$

$$\vec{AD} = -\vec{CD} \text{ ve } \vec{AD} + \vec{CD} = 0 \text{ olur.}$$

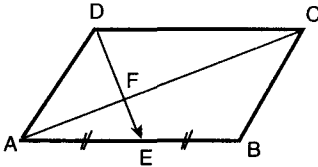
O halde;

$$2\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC} \Rightarrow \vec{BD} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{BA} + \vec{BC})$$

bulunur.

YANIT "C"

2. ABCD paralelkenar, $I AEI = I BEI$, $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$ ise



$\vec{FE}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{6} \vec{a} - \frac{1}{3} \vec{b}$ B) $\frac{1}{6} \vec{a} + \frac{1}{3} \vec{b}$ C) $-\frac{1}{3} \vec{a} - \frac{1}{3} \vec{b}$
 D) $-\frac{1}{6} \vec{a} - \frac{1}{3} \vec{b}$ E) $-\frac{1}{6} \vec{a} + \frac{1}{3} \vec{b}$

ÇÖZÜM

$$\vec{AB} = \vec{DC} = \vec{a}$$

$$\vec{BC} = \vec{AD} = \vec{b}$$

$$\vec{AE} = \vec{EB} = \frac{1}{2} \cdot \vec{a} \text{ olur.}$$

$$\vec{AEF} \sim \vec{CDF} \text{ dir.}$$

$$\frac{I AEI}{I DCI} = \frac{1}{2} \text{ olduğundan}$$

$$\frac{I DFI}{I FEI} = \frac{1}{2} \text{ olur. O halde}$$

$$\vec{DE} = 3 \cdot \vec{FE} \text{ olur.}$$

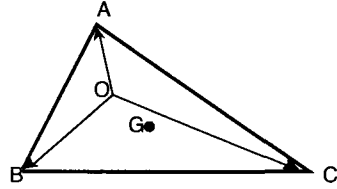
$$\vec{DE} = 3 \vec{FE} = \vec{DA} + \vec{AE}$$

$$3 \vec{FE} = -\vec{b} + \frac{1}{2} \vec{a}$$

$$\vec{FE} = \frac{1}{6} \vec{a} - \frac{1}{3} \vec{b}$$

YANIT "A"

3.

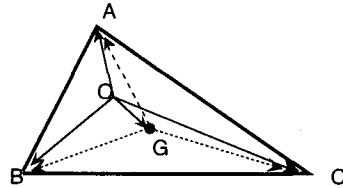


Şekildeki ABC üçgeninde G ağırlık merkezidir.

$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = m \cdot \vec{OG} \text{ ise } m \in \mathbb{R} \text{ kaçtır?}$$

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

ÇÖZÜM



$$\vec{OA} = \vec{OG} + \vec{GA}$$

$$\vec{OB} = \vec{OG} + \vec{GB}$$

$$\vec{OC} = \vec{OG} + \vec{GC}$$

+

$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG} + \underbrace{\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}}_0$$

O halde $3 \vec{OG} = m \cdot \vec{OG}$ olacağından $m = 3$ bulunur.

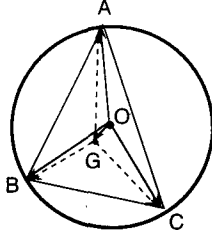
YANIT "E"

4. Bir ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezi O, ağırlık merkezi G olduğuna göre, $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{3}{2} \cdot \vec{OG}$ B) $3 \cdot \vec{OG}$ C) $-\frac{3}{2} \vec{OG}$
D) $-3 \vec{OG}$ E) $\vec{0}$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\vec{OA} &= \vec{OG} + \vec{GA} \\ \vec{OB} &= \vec{OG} + \vec{GB} \\ \vec{OC} &= \vec{OG} + \vec{GC}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}+ \\ \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} &= 3 \cdot \vec{OG} + \underbrace{\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}}_0\end{aligned}$$

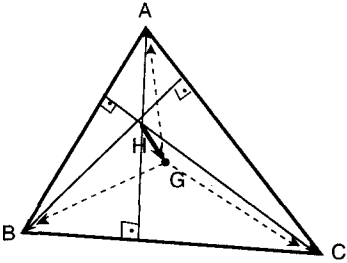
$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3 \cdot \vec{OG} \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

5. Bir ABC üçgeninin ortasantır'ı H ve ağırlık merkezi G olduğuna göre, $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC}$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{3}{2} \vec{HG}$ B) $\frac{3}{2} \vec{HG}$ C) $-3\vec{HG}$
D) $3 \vec{HG}$ E) $\vec{0}$

ÇÖZÜM



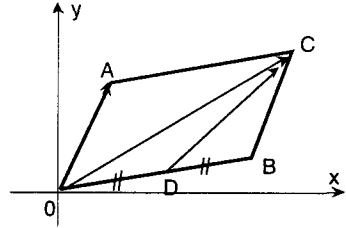
$$\begin{aligned}\vec{HA} &= \vec{HG} + \vec{GA} \\ \vec{HB} &= \vec{HG} + \vec{GB} \\ \vec{HC} &= \vec{HG} + \vec{GC}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}+ \\ \vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} &= 3\vec{HG} + \underbrace{\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}}_0\end{aligned}$$

$$\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = 3 \vec{HG} \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

6.



Şekilde OACB paralelkenar, $IODI = IBDI$ dir. $\vec{OA} = \vec{a}$ ve $\vec{OB} = \vec{b}$ olduğuna göre $\vec{DC}$ vektörü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2} \vec{a} + \vec{b}$ B) $\vec{a} - \frac{1}{2} \vec{b}$ C) $\vec{a} + \frac{1}{2} \cdot \vec{b}$
D) $\frac{1}{2} \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b}$ E) $\vec{a} - \vec{b}$

ÇÖZÜM

$$\vec{OD} = \frac{1}{2} \cdot \vec{OB} = \frac{1}{2} \cdot \vec{b}$$

$$\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB}$$

$$\vec{DC} = \vec{C} - \vec{D} \text{ olduğundan}$$

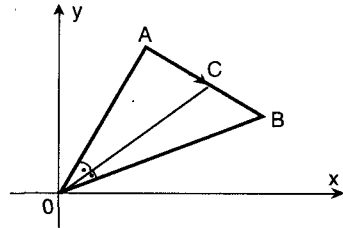
$$\vec{DC} = \vec{OA} + \vec{OB} - \vec{OD}$$

$$\vec{DC} = \vec{a} + \vec{b} - \frac{1}{2} \vec{b}$$

$$\vec{DC} = \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

7.



Şekildeki OAB üçgeninde OC açıortaydır.

$$\frac{|\vec{OA}|}{|\vec{OB}|} = \frac{2}{3}, \vec{OA} = \vec{a} \text{ ve } \vec{OB} = \vec{b} \text{ ise } \vec{AC}$$

vektörü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{2}{5} \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ B) $\frac{2}{5} (\vec{b} - \vec{a})$ C) $\frac{2}{3} \cdot (\vec{a} - \vec{b})$
D) $\frac{2}{3} (\vec{b} - \vec{a})$ E) $\vec{b} - \vec{a}$

ÇÖZÜM

$$\frac{|\vec{OA}|}{|\vec{OB}|} = \frac{|\vec{AC}|}{|\vec{CB}|} = \frac{2}{3} \text{ tür. (Açıortay teoremi)}$$

$$\text{Buradan } |\vec{AC}| = \frac{2}{5} \cdot |\vec{AB}| \text{ olur.}$$

$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A}$ ve $\vec{AC}$ ile $\vec{AB}$ aynı yönde ve aynı doğrultuda olduğundan,

$$\vec{AC} = \frac{2}{5} \cdot \vec{AB} = \frac{2}{5} \cdot (\vec{B} - \vec{A})$$

$$\vec{AC} = \frac{2}{5} \cdot (\vec{b} - \vec{a})$$

YANIT "B"

8. A(3, 1), B(3, -3) ise $\vec{AB}$ vektörünün uzunluğu kaç br dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM

Önce $\vec{AB}$ vektörünün konum vektörünü bulalım.

$$\vec{AB} = (3-3, -3-1)$$

$$\vec{AB} = (0, -4)$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{0^2 + (-4)^2}$$

$$|\vec{AB}| = 4 \text{ br. bulunur.}$$

YANIT "D"

9. $\vec{A} = (3^{m+4}, 2)$, $\vec{B} = (9, 4^{n-5})$ ve $\vec{A} = \vec{B}$ ise $(m+n)$ toplamı kaçtır?

A) $\frac{13}{2}$ B) $\frac{11}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $-\frac{7}{2}$ E) $-\frac{11}{2}$

ÇÖZÜM

$$\vec{A} = \vec{B} \text{ ise } 3^{m+4} = 9 \text{ ve}$$

$$2 = 4^{n-5} \text{ olmalıdır.}$$

$$3^{m+4} = 3^2 \Rightarrow m+4 = 2 \Rightarrow m = -2 \text{ ve}$$

$$2 = 2^{2n-10} \Rightarrow 2n-10 = 1 \Rightarrow n = \frac{11}{2} \text{ olur.}$$

$$m+n = -2 + \frac{11}{2} = \frac{7}{2} \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

10. A(1, 4), B(0, 3), C(-2, -5) noktaları veriliyor. $\vec{AB} + \vec{BC}$ toplam vektörünün bileşenleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) (-3, -9) B) (-3, -6) C) (3, 6)
D) (3, 9) E) (9, 0)

ÇÖZÜM

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} \text{ dür.}$$

$$\vec{AC} = \vec{C} - \vec{A} = (-2, -5) - (1, 4)$$

$$\vec{AC} = (-3, -9) \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

11. A(3, 2), B(-1, 4), C(2, 5) ve D(x, y) noktaları veriliyor. $\vec{AB} = \vec{CD}$ olduğuna göre, $(x+y)$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (-1, 4) - (3, 2) = (-4, 2)$$

$$\vec{CD} = \vec{D} - \vec{C} = (x, y) - (2, 5) = (x-2, y-5)$$

$$\vec{AB} = \vec{CD} \Rightarrow (-4, 2) = (x-2, y-5)$$

$$x-2 = -4 \Rightarrow x = -2$$

$$y-5 = 2 \Rightarrow y = 7$$

$$x+y = 5 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

12. $\vec{A} = (1, 2)$, $\vec{B} = (a, 5)$ ve $\vec{A} - 2\vec{B} = (4, -8)$ olduğuna göre a kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) 0

ÇÖZÜM

$$\vec{A} - 2\vec{B} = (4, -8)$$

$$(1, 2) - 2 \cdot (a, 5) = (4, -8)$$

$$(1, 2) - (2a, 10) = (4, -8)$$

$$(1-2a, 2-10) = (4, -8)$$

$$1-2a = 4 \text{ ve } 2-10 = -8 \text{ dir.}$$

$$2a = -3 \quad -8 = -8$$

$$a = -\frac{3}{2} \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

13. $\vec{A} = (2, 5)$, $\vec{B} = (-3, -4)$ $\vec{C} = (-5, -2)$ vektörleri veriliyor.
 $\vec{C} = x \cdot \vec{A} + y \cdot \vec{B}$ ise $(x + y)$ kaçtır?
 A) -5 B) -1 C) 0 D) 1 E) 5

ÇÖZÜM

$$\vec{C} = x \cdot \vec{A} + y \cdot \vec{B}$$

$$(-5, -2) = x \cdot (2, 5) + y \cdot (-3, -4)$$

$$(-5, -2) = (2x, 5x) + (-3y, -4y)$$

$$\underbrace{(-5, -2)}_{(2x-3y, 5x-4y)} = (2x-3y, 5x-4y)$$

$$2x-3y = -5$$

$$5x-4y = -2 \text{ olur.}$$

Denklemleri çözülürse $x = 2$ ve $y = 3$ bulunur.

$$x+y = 5 \text{ dir.}$$

YANIT "E"

14. $\vec{V}_1 = (2, -3)$ ve $\vec{V}_2 = (-4, m)$ vektörleri doğrusal bağımlı olduğuna göre m kaçtır?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

ÇÖZÜM

$\vec{V}_1$ ile $\vec{V}_2$ nün doğrusal bağımlı olmaları için koordinatlarının orantılı olması gerekir.

Buna göre,

$$\frac{2}{-4} = \frac{-3}{m} \Rightarrow m = 6 \text{ olur.}$$

YANIT "D"

15. $\vec{V}_1 = (3, 4)$ ve $\vec{V}_2 = (-1, m)$ vektörleri veriliyor.
 $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\vec{V}_1$ ile $\vec{V}_2$ arasında
 $a \cdot \vec{V}_1 + b \cdot \vec{V}_2 = \vec{0}$ bağıntısının olması için
 m ne olmalıdır?

A) $-\frac{4}{3}$ B) -1 C) $-\frac{3}{4}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) 0

ÇÖZÜM

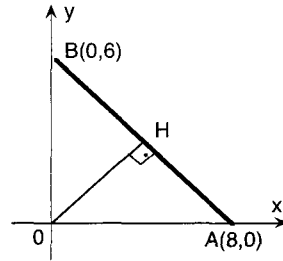
$$\vec{V}_1 \text{ ile } \vec{V}_2 \text{ arasında } a \cdot \vec{V}_1 + b \cdot \vec{V}_2 = \vec{0}$$

bağıntısının olması için $\vec{V}_1$ ile $\vec{V}_2$ vektörleri doğrusal bağımlı olmalıdır. O halde

$$\frac{3}{-1} = \frac{4}{m} \Rightarrow m = -\frac{4}{3} \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

16.



Şekilde $[OH] \perp [AB]$, $A(8, 0)$, $B(0, 6)$ ise $\vec{OH}$ vektörü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\left(\frac{36}{25}, \frac{48}{25}\right)$ B) $\left(\frac{48}{25}, \frac{96}{25}\right)$ C) $\left(\frac{72}{25}, \frac{96}{25}\right)$
 D) $\left(\frac{24}{5}, \frac{48}{5}\right)$ E) $\left(\frac{72}{25}, \frac{72}{25}\right)$

ÇÖZÜM

OAB dik üçge-

ninde $|OA| = 8$,

$|OB| = 6$ ise

$|AB| = 10$ dur.

$\triangle AHO \sim \triangle AOB$ dir.

$$\frac{|HO|}{6} = \frac{8}{10} \Rightarrow |HO| = \frac{24}{5} \text{ dir.}$$

$\triangle HCO \sim \triangle AOB$ dir.

$$\frac{|HC|}{8} = \frac{5}{10} \Rightarrow |HC| = \frac{96}{25} \text{ dir.}$$

$$\frac{|OC|}{6} = \frac{5}{10} \Rightarrow |OC| = \frac{72}{25} \text{ dir.}$$

O halde $\vec{OH} = \left(\frac{72}{25}, \frac{96}{25}\right)$ olur.

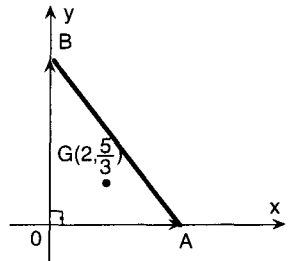
YANIT "C"

17. Şekildeki OAB dik üçgeninin ağırlık merkezi

$G(2, \frac{5}{3})$ dir.

$\vec{A} + \vec{B}$ vektörü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) (6, 5) B) (5, 6) C) (4, 5)
 D) (5, 4) E) (6, 6)



ÇÖZÜM

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{0} = 3 \cdot \vec{G} \text{ dür.}$$

Buna göre

$$\vec{A} + \vec{B} = 3 \cdot \left(2, \frac{5}{3}\right) = (6, 5) \text{ olur.}$$

YANIT "A"

18. $\vec{V} = (4, -3)$ vektörünün $\vec{e}_1$ ve $\vec{e}_2$ taban vektörlerinin lineer bileşimi olarak ifadesi, aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$ B) $4\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$ C) $-4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$
D) $3\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$ E) $3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$

ÇÖZÜM

$$\vec{V} = a \cdot \vec{e}_1 + b \cdot \vec{e}_2$$

$$(4, -3) = a \cdot (1, 0) + b \cdot (0, 1)$$

$$(4, -3) = (a, 0) + (0, b) \Rightarrow a = 4, b = -3 \text{ olur.}$$

$$\vec{V} = (4, -3) = 4\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

19. $\vec{A} = (2, -4)$, $\vec{B} = (-3, 5)$ ve $\vec{C} = (-6, 8)$ vektörleri veriliyor. $\vec{C}$ vektörünün $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ nin doğrusal bileşimi olarak ifadesi, aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) $\vec{A} + 2\vec{B}$ B) $4\vec{A} - 3\vec{B}$ C) $4\vec{A} + 3\vec{B}$
D) $3\vec{A} + 4\vec{B}$ E) $3\vec{A} - 4\vec{B}$

ÇÖZÜM

$$\vec{C} = a \cdot \vec{A} + b \cdot \vec{B} \text{ olmalıdır.}$$

$$(-6, 8) = a \cdot (2, -4) + b \cdot (-3, 5)$$

$$(-6, 8) = (2a, -4a) + (-3b, 5b)$$

$$(-6, 8) = (2a - 3b, -4a + 5b)$$

$$\begin{cases} 2a - 3b = -6 \\ -4a + 5b = 8 \end{cases} \text{ denklem sisteminin} \\ \text{çözümünden}$$

$a = 3$ ve $b = 4$ bulunur. O halde

$$\vec{C} = 3\vec{A} + 4\vec{B} \text{ olur.}$$

YANIT "D"

20. $A(5, -2)$ noktası ve $\vec{BA} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$ vektörü veriliyor. $\vec{B}$ vektörünün uzunluğu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) $2\sqrt{5}$ C) $\sqrt{41}$
D) $3\sqrt{5}$ E) 7

ÇÖZÜM

$$\vec{BA} = \vec{A} - \vec{B} \Rightarrow \vec{B} = \vec{A} - \vec{BA} \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = (5, -2) - (1, 3)$$

$$\Rightarrow \vec{B} = (4, -5) \text{ dir.}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{4^2 + (-5)^2} \Rightarrow |\vec{B}| = \sqrt{41} \text{ br bulunur.}$$

YANIT "C"

21. $\vec{A} = (m+3)\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$, $\vec{B} = -2\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2$,
 $\vec{C} = \vec{e}_1 + 5\vec{e}_2$ vektörleri veriliyor.

$\vec{A} \parallel \vec{CB}$ ise $m \in \mathbb{R}$ değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

ÇÖZÜM

$$\vec{CB} = \vec{B} - \vec{C}$$

$$\vec{CB} = (-2, 6) - (1, 5) \Rightarrow \vec{CB} = (-3, 1)$$

$$\vec{A} \parallel \vec{CB} \Rightarrow \vec{A} = k \cdot \vec{CB} \text{ dür.}$$

$$\begin{cases} \vec{A} = (m+3, -4) \\ \vec{CB} = (-3, 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+3 = -4 \\ -3 = 1 \end{cases}$$

$$m+3 = 12$$

$$m = 9 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

22. $\vec{A} = (m+1, 5)$, $\vec{B} = (3, 2m-1)$ ve $\vec{A} \perp \vec{B}$ ie $k \in \mathbb{R}$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{13}$ B) $\frac{2}{13}$ C) $\frac{3}{13}$ D) $\frac{4}{13}$ E) $\frac{5}{13}$

ÇÖZÜM

$$\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \text{ dir.}$$

$$\begin{cases} \vec{A} = (m+1, 5) \\ \vec{B} = (3, 2m-1) \end{cases} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 3 \cdot (m+1) + 5(2m-1) = 0$$

$$3m+3+10m-5 = 0$$

$$13m = 2$$

$$m = \frac{2}{13} \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

23. $\vec{A} = (3, -4)$ ve $\vec{B} = (1, 7)$ vektörleri arasındaki açı kaç derecedir?

A) 45 B) 60 C) 90 D) 120 E) 135

ÇÖZÜM

$\vec{A}$ ile $\vec{B}$ arasındaki açı α ise

$$\cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} \text{ dir.}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{9 + 16} = 5$$

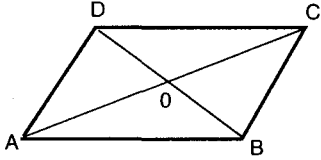
$$|\vec{B}| = \sqrt{1 + 49} = 5\sqrt{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{3 - 28}{5 \cdot 5\sqrt{2}} = \frac{-25}{25\sqrt{2}}$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 135^\circ \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

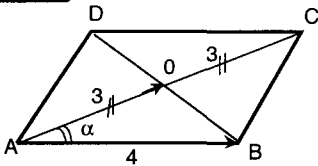
24.



Şekildeki ABCD paralelkenarında $|\vec{AB}| = 4$ br, $|\vec{AO}| = 3$ br ve $\vec{AB} \cdot \vec{AO} = 3$ ise paralelkenarın alanı kaç br^2 dir?

A) $2\sqrt{15}$ B) $4\sqrt{15}$ C) $6\sqrt{15}$
D) $8\sqrt{15}$ E) $10\sqrt{15}$

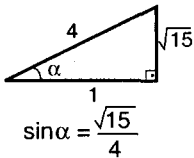
ÇÖZÜM



$$A(ABCD) = 4 \cdot A(OAB) \text{ dir.}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AO} = 3 \text{ ise}$$

$$3 \cdot 4 \cdot \cos \alpha = 3 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{4} \text{ olur.}$$



$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

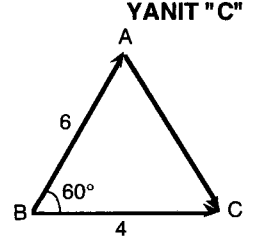
$$A(OAB) = \frac{1}{2} \cdot |\vec{AO}| \cdot |\vec{AB}| \cdot \sin \alpha$$

$$A(OAB) = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} \Rightarrow A(OAB) = \frac{3\sqrt{15}}{2} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

$$A(ABCD) = 4 \cdot \frac{3\sqrt{15}}{2} = 6\sqrt{15} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

25. Şekildeki ABC üçgeninde; $m(\hat{ABC}) = 60^\circ$, $|\vec{AB}| = 6$ br ve $|\vec{BC}| = 4$ br olduğuna göre $\vec{BA} \cdot \vec{AC}$ skalar çarpımı kaçtır?

A) -5 B) -10 C) -15
D) -20 E) -25



ÇÖZÜM

$$\vec{AC} = \vec{BC} - \vec{BA} \text{ dür.}$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{AC} = \vec{BA} \cdot (\vec{BC} - \vec{BA})$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{AC} = \vec{BA} \cdot \vec{BC} - \vec{BA} \cdot \vec{BA} \text{ olur.}$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{AC} = 6 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ - |\vec{BA}|^2$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{AC} = 6 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} - 6^2$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{AC} = 12 - 36$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{AC} = -20 \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

26. $\vec{a} = [-1, \frac{1}{\sqrt{2}}]$ ve $\vec{b} = [2, \sqrt{2}]$ vektörleri veriliyor. $\sin(2\vec{a}; 3\vec{b})$ değeri nedir?

A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

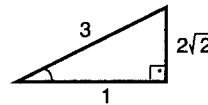
ÇÖZÜM

$$\vec{a} = [-1, \frac{1}{\sqrt{2}}] \Rightarrow 2\vec{a} = [-2, \sqrt{2}]$$

$$\vec{b} = [2, \sqrt{2}] \Rightarrow 3\vec{b} = [6, 3\sqrt{2}]$$

$$\cos(2\vec{a}; 3\vec{b}) = \frac{2\vec{a} \cdot 3\vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-12 + 6}{\sqrt{6} \cdot 3\sqrt{6}} = -\frac{6}{18} = -\frac{1}{3} \text{ dür.}$$

Dik üçgene aktarırsak



$$\sin(2\vec{a}; 3\vec{b}) = \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ olur.}$$

YANIT "A"

ÇÖZÜMLÜ TEST - 2

1. Şekilde

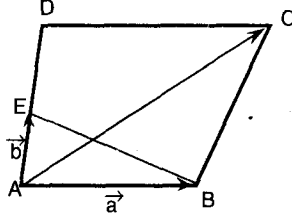
$$\vec{AB} = \vec{a},$$

$$\vec{AE} = \vec{b},$$

$$[AB] \parallel [DC],$$

$$\frac{|\vec{AE}|}{|\vec{AD}|} = \frac{1}{4},$$

$$|DC| = 2 \cdot |AB| \text{ dir.}$$



$\vec{AC}$ vektörünün $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\vec{b} - \vec{a}$ B) $4\vec{a} - 2\vec{b}$ C) $2(\vec{a} + \vec{b})$
 D) $2\vec{a} + 3\vec{b}$ E) $2\vec{a} + 4\vec{b}$

ÇÖZÜM

$$\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DC}$$

$$\vec{AC} = 4\vec{AE} + 2\vec{AB}$$

$$\vec{AC} = 4\vec{b} + 2\vec{a} \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

ZAFER YAYINLARI

2. $\vec{A} = (3, 1)$ ve $\vec{B} = (-4, -2)$ ise

$\vec{A} + \vec{B} - 2\vec{AB}$ vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (5, 13) B) (13, 5) C) (5, 1)
 D) (-13, -5) E) (-5, -13)

ÇÖZÜM

$$\vec{A} + \vec{B} - 2\vec{AB} = \vec{A} + \vec{B} - 2 \cdot (\vec{B} - \vec{A})$$

$$\vec{A} + \vec{B} - 2\vec{AB} = \vec{A} + \vec{B} - 2\vec{B} + 2\vec{A}$$

$$\vec{A} + \vec{B} - 2\vec{AB} = 3\vec{A} - \vec{B}$$

$$\vec{A} + \vec{B} - 2\vec{AB} = 3 \cdot (3, 1) - (-4, -2)$$

$$\vec{A} + \vec{B} - 2\vec{AB} = (9, 3) - (-4, -2)$$

$$\vec{A} + \vec{B} - 2\vec{AB} = (9 - (-4), 3 - (-2))$$

$$\vec{A} + \vec{B} - 2\vec{AB} = (13, 5) \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

3.

$$\vec{A} - \vec{B} = 3\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = 10$ ve $|\vec{A}| = 2\sqrt{3}$ olduğuna göre $|\vec{B}|$ kaçtır?

- A) $\sqrt{33}$ B) $\sqrt{29}$ C) $3\sqrt{3}$
 D) 5 E) $2\sqrt{6}$

ÇÖZÜM

$$\vec{A} - \vec{B} = (3, -4) \Rightarrow$$

$$(\vec{A} - \vec{B}) \cdot (\vec{A} - \vec{B}) = (3, -4) \cdot (3, -4)$$

$$(\vec{A} - \vec{B})^2 = (3, -4) \cdot (3, -4)$$

$$\vec{A} \cdot \vec{A} - 2 \cdot \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{B} \cdot \vec{B} = 3^2 + (-4)^2$$

$$|\vec{A}|^2 - 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2 = 25$$

$$(2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 10 + |\vec{B}|^2 = 25$$

$$|\vec{B}|^2 = 25 + 8 = 33$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{33} \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

4.

$\vec{A} = (3, -4)$ ve $\vec{B} = (-5, 12)$ vektörlerinin belirttiği açının kosinüsü θ ise $\cos \theta$ neye eşittir?

- A) 1 B) $\frac{63}{65}$ C) $-\frac{48}{65}$ D) $-\frac{63}{65}$ E) -1

ÇÖZÜM

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} \text{ olur.}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{9 + 16} = 5$$

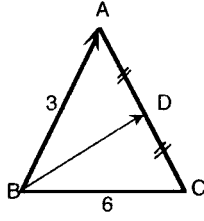
$$|\vec{B}| = \sqrt{25 + 144} = 13$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = -15 - 48 = -63$$

$$\cos \theta = \frac{-63}{5 \cdot 13} = -\frac{63}{65} \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

5. Şekildeki ABC üçgeninde $m(\hat{ABC}) = 60^\circ$ dir. $IA DI = ICDI$, $IA BI = 3$, $IB CI = 6$ olduğuna göre $\vec{BA} \cdot \vec{BD}$ skaler çarpımı kaçtır?



- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

ÇÖZÜM

$$\vec{BD} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{BA} + \vec{BC}) \text{ dir.}$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{BD} = \frac{1}{2} \cdot \vec{BA} \cdot (\vec{BA} + \vec{BC}) \text{ olur.}$$

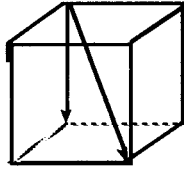
$$\vec{BA} \cdot \vec{BD} = \frac{1}{2} \cdot IBAI^2 + \frac{1}{2} \cdot \vec{BA} \cdot \vec{BC}$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{BD} = \frac{1}{2} \cdot 3^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{BD} = \frac{9}{2} + \frac{9}{2} = 9 \text{ bulunur.}$$

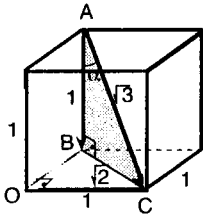
YANIT "C"

6. Birim küpün bir köşesinden diğer iki köşesine şekildeki gibi uzanan iki vektörün iç çarpımı kaçtır?



- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ÇÖZÜM



OBC dik üçgeninde ;

$$IBCI^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow IBCI = \sqrt{2}$$

ABC dik üçgeninde ;

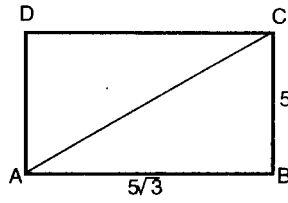
$$IACI^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2 = 3 \Rightarrow IACI = \sqrt{3} \text{ olur.}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = IABI \cdot IACI \cdot \cos \alpha$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 1 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 1 \text{ bulunur.}$$

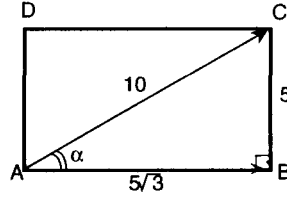
YANIT "A"

7.

ABCD bir dikdörtgendir. $IA BI = 5\sqrt{3}$ br, $IB CI = 5$ br olduğuna göre, $\vec{AC} \cdot \vec{AB}$ skaler çarpımı kaçtır?

- A) 90 B) 75 C) 60 D) 45 E) 30

ÇÖZÜM



ABC dik üçgeninde

$$IACI^2 = 75 + 25 \Rightarrow IACI = 10 \text{ br.}$$

$$\vec{AC} \cdot \vec{AB} = IACI \cdot IABI \cdot \cos \alpha$$

$$\vec{AC} \cdot \vec{AB} = 10 \cdot 5\sqrt{3} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{10} = 75 \text{ bulunur.}$$

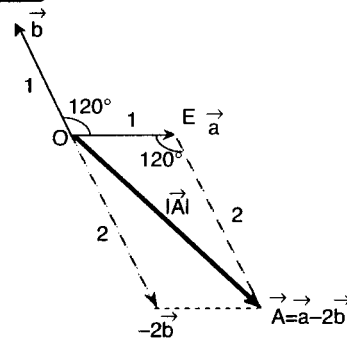
YANIT "B"

8.

$\vec{a}$ ve $\vec{b}$ birim vektörlerinin oluşturduğu açının ölçüsü 120° dir. $\vec{A} = \vec{a} - 2\vec{b}$ olduğuna göre $\vec{A}$ vektörünün uzunluğu kaç br. dir?

- A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{6}$ C) $\sqrt{7}$ D) 3 E) 4

ÇÖZÜM



OEA üçgeninde kosinüs teoremi uygulanırsa;

$$IAI^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos 120$$

$$IAI^2 = 1 + 4 - 4 \cdot \frac{-1}{2}$$

$$IAI^2 = 5 + 2 = 7 \Rightarrow IAI = \sqrt{7} \text{ br. bulunur.}$$

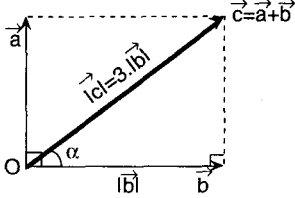
YANIT "C"

9. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektörleri $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} \perp \vec{b}$ ve $|\vec{c}| = 3 \cdot |\vec{b}|$ koşullarını sağladığına göre

$\cos(\vec{b}, \vec{c})$ nedir?

- A) 1 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

ÇÖZÜM



$m(\vec{b}, \vec{c}) = \alpha$ olsun.

$$\cos \alpha = \frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{c}|} = \frac{\vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{b})}{|\vec{b}| \cdot 3 \cdot |\vec{b}|}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2}{3 \cdot |\vec{b}|^2}$$

($\vec{a} \perp \vec{b}$ olduğundan $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ dir.)

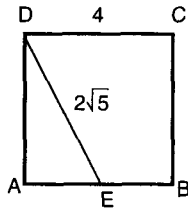
$$\cos \alpha = \frac{|\vec{b}|^2}{3 \cdot |\vec{b}|^2} = \frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

10. Şekildeki ABCD karesinin bir kenarı 4 br. dir.

$|\vec{DE}| = 2\sqrt{5}$ br ise

$\vec{AD} \cdot (\vec{DE} - \vec{EB})$ skaler çarpımı kaçtır?



- A) -16 B) -12 C) 0 D) 12 E) 16

ÇÖZÜM

ADE dik üçgeninde,

$$|\vec{AE}|^2 = (2\sqrt{5})^2 - 4^2 = 4$$

$|\vec{AE}| = 2$ br olur. Buradan

$|\vec{EB}| = 2$ br dir.

$\vec{EB} = -\vec{EA}$ ya da

$-\vec{EB} = \vec{EA}$ olur.

$$\vec{AD} \cdot (\vec{DE} - \vec{EB}) = \vec{AD} \cdot (\vec{DE} + \vec{EA})$$

$$\vec{AD} \cdot (\vec{DE} - \vec{EB}) = \vec{AD} \cdot \vec{DE} + \vec{AD} \cdot \vec{EA}$$

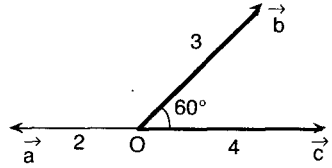
$$\vec{AD} \cdot (\vec{DE} - \vec{EB}) = -\vec{DA} \cdot \vec{DE} - \vec{AD} \cdot \vec{AE}$$

$$\vec{AD} \cdot (\vec{DE} - \vec{EB}) = -4 \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{4}{2\sqrt{5}} - 4 \cdot 2 \cdot 0$$

$$\vec{AD} \cdot (\vec{DE} - \vec{EB}) = -16 \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

11.



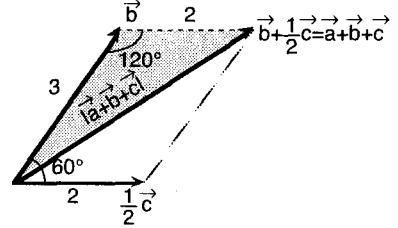
Şekilde $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 4$ olduğuna göre $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ kaçtır?

- A) $\sqrt{17}$ B) $\sqrt{19}$ C) $2\sqrt{5}$
D) 5 E) 9

ÇÖZÜM

$\vec{a} = -\frac{1}{2} \vec{c}$ dır. ($\vec{a}$ ile $\vec{c}$ doğrusal)

$$\vec{a} + \vec{c} = -\frac{1}{2} \vec{c} + \vec{c} = \frac{1}{2} \vec{c} \text{ olur.}$$



Taralı üçgende kosinüs teoremi uygulanırsa;

$$(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 = 9 + 4 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cos 120$$

$$(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 = 13 - 12 \cdot \frac{-1}{2} = 19$$

$$|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{19} \text{ br. bulunur.}$$

YANIT "B"

12. A(1, 4), B(-2, 0), C(x, y) noktaları veriliyor.

$\vec{CA} = k \cdot \vec{AB}$ eşitliğinin sağlanması için x ile y arasında aşağıdaki bağıntılardan hangisi olmalıdır?

- A) $x - y = 0$ B) $x + y = 0$
C) $4x + 3y - 8 = 0$ D) $4x - 3y + 8 = 0$
E) $4x - 3y - 8 = 0$

ÇÖZÜM

$$\vec{CA} = k \cdot \vec{AB} \Rightarrow \vec{CA} \parallel \vec{AB} \text{ olmalıdır.}$$

$$\vec{CA} = \vec{A} - \vec{C} = (1, 4) - (x, y) = (1-x, 4-y)$$

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (-2, 0) - (1, 4) = (-3, -4)$$

$$\vec{CA} = (1-x, 4-y), \vec{AB} = (-3, -4) \text{ ve}$$

$$\vec{CA} \parallel \vec{AB} \text{ ise ;}$$

$$\frac{1-x}{-3} = \frac{4-y}{-4} \Rightarrow 4x-4 = 3y-12$$

$$\Rightarrow 4x-3y+8 = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

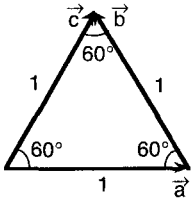
13. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ birim vektörlerdir.
 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ olduğuna göre $\vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{c})$ skaler çarpımı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

ÇÖZÜM

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1 \text{ br ve}$$

$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ ise $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektörleri bir eşkenar üçgen oluştururlar.



Şekilde de görüleceği gibi

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} \text{ olur.}$$

$$\vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{c}) = \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{c}$$

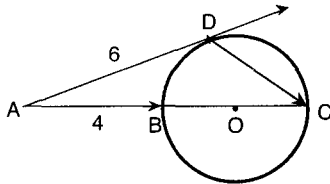
$$\vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{c}) = -\vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{c}$$

$$\vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{c}) = -1 \cdot 1 \cdot \cos 60 = 1 \cdot 1 \cdot \cos 60$$

$$\vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{c}) = -1 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{2} = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

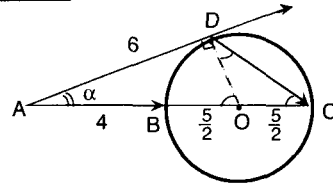
14.



Şekildeki O merkezli çembere [AD, D noktasında teğettir. $|\vec{AD}| = 6$ br, $|\vec{AB}| = 4$ br olduğuna göre $\vec{DC} \cdot \vec{AB}$ skaler çarpımı kaçtır?

A) -10 B) -5 C) 0 D) 5 E) 10

ÇÖZÜM



$$[\vec{OD}] \perp [\vec{AD}] ,$$

$$|\vec{AD}|^2 = |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|$$

$$6^2 = 4 \cdot |\vec{AC}| \Rightarrow |\vec{AC}| = 9 \text{ br ve}$$

$$|\vec{BC}| = 5 \text{ br dir.}$$

$$|\vec{OB}| = |\vec{OC}| = \frac{5}{2} \text{ br olur.}$$

$$\vec{DC} = \vec{DA} + \vec{AC}$$

$$\vec{DC} \cdot \vec{AB} = (\vec{DA} + \vec{AC}) \cdot \vec{AB}$$

$$\vec{DC} \cdot \vec{AB} = \vec{DA} \cdot \vec{AB} + \vec{AC} \cdot \vec{AB}$$

$$\vec{DC} \cdot \vec{AB} = -\vec{AD} \cdot \vec{AB} + \vec{AC} \cdot \vec{AB}$$

$$\vec{DC} \cdot \vec{AB} = -6 \cdot 4 \cdot \cos \alpha + 9 \cdot 4 \cdot \cos 0$$

$$\vec{DC} \cdot \vec{AB} = -6 \cdot 4 \cdot \frac{4 + \frac{5}{2}}{6} + 9 \cdot 4 \cdot 1$$

$$\vec{DC} \cdot \vec{AB} = -26 + 36 = 10 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

15. x ve y dar açılar olmak üzere;

$$\vec{A} = \tan \alpha \cdot \vec{e}_1 + \log_2(\sin y) \cdot \vec{e}_2$$

$$\vec{B} = \cot \alpha \cdot \vec{e}_1 - 4 \vec{e}_2 \text{ vektörleri veriliyor.}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 3 \text{ ise } y \text{ açısı kaç derecedir?}$$

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

ÇÖZÜM

$$\vec{A} = [\tan \alpha, \log_2(\sin y)]$$

$$\vec{B} = [\cot \alpha, -4]$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 3 \text{ ise;}$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha - 4 \cdot \log_2(\sin y) = 3$$

$$1 - 4 \log_2(\sin y) = 3$$

$$-4 \log_2(\sin y) = 2$$

$$\log_2(\sin y) = -\frac{1}{2}$$

$$\sin y = 2^{-\frac{1}{2}}$$

$$\sin y = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = 45^\circ \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

16. $\vec{a} = (\sin 48^\circ, \cos 48^\circ)$ ve $\vec{b} = (\cos 12^\circ, \sin 12^\circ)$ vektörleri veriliyor.

Buna göre $\text{Arccos}[\sin(\vec{a}, \vec{b})]$ değeri nedir?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ÇÖZÜM

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sin 48^\circ \cdot \cos 12^\circ + \cos 48^\circ \cdot \sin 12^\circ}{\sqrt{\sin^2 48^\circ + \cos^2 48^\circ} \cdot \sqrt{\cos^2 12^\circ + \sin^2 12^\circ}}$$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sin 60^\circ}{1 \cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ise}$$

$$m(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ \text{ dir.}$$

$$\sin(\vec{a}, \vec{b}) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

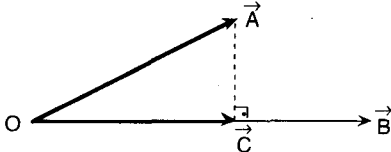
$$\text{Arccos}[\sin(\vec{a}, \vec{b})] = \text{Arccos}(\sin 30^\circ)$$

$$\text{Arccos}[\sin(\vec{a}, \vec{b})] = \text{Arccos} \frac{1}{2}$$

$$\text{Arccos}[\sin(\vec{a}, \vec{b})] = \frac{\pi}{3} \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

17.

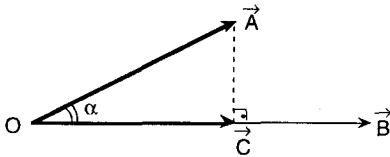


Şekilde $\vec{A}$ vektörünün $\vec{B}$ vektörü üzerindeki dik izdüşümü olan $\vec{C}$ vektörü verilmiştir.

$\vec{A} \cdot \vec{B} = 12$ ve $|\vec{B}| = 6$ ise $|\vec{C}|$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

ÇÖZÜM



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha \text{ dir.}$$

$$|\vec{C}| = |\vec{A}| \cdot \cos \alpha \text{ olduğundan}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{B}| \cdot |\vec{C}| \text{ yazılabilir.}$$

$$12 = 6 \cdot |\vec{C}| \Rightarrow |\vec{C}| = 2 \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

18. $5x - 12y - 4 = 0$ doğrusuna dik olan birim vektör, aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\left(-\frac{5}{13}, \frac{12}{13}\right)$ B) $\left(-\frac{5}{13}, -\frac{12}{13}\right)$ C) $\left(\frac{5}{13}, \frac{12}{13}\right)$
D) $\left(-\frac{12}{13}, \frac{5}{13}\right)$ E) $\left(\frac{12}{13}, -\frac{5}{13}\right)$

ÇÖZÜM

$$5x - 12y - 4 = 0 \text{ doğrusunun eğimi } m = \frac{5}{12} \text{ dir.}$$

Bu doğruya dik olan birim vektör $\vec{V} = (x, y)$ ise

$$\frac{y}{x} \cdot \frac{5}{12} = -1 \text{ olmalıdır. Buradan}$$

$$12x + 5y = 0 \text{ yazılır.}$$

$$|\vec{V}| = 1 \text{ olduğundan}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1 \text{ olur.}$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1 \\ 12x + 5y = 0 \end{array} \right\} \text{ denklem sistemi çözülürse}$$

$$x = \mp \frac{5}{13} \text{ ve } y = \mp \frac{12}{13} \text{ bulunur.}$$

O halde aranan birim vektörler;

$$\vec{V}_1 = \left(-\frac{5}{13}, \frac{12}{13}\right) \text{ veya } \vec{V}_2 = \left(\frac{5}{13}, -\frac{12}{13}\right) \text{ dir.}$$

YANIT "A"

19. $\vec{V} = (x, -1)$ ve $\vec{U} = (-2, 2x)$ vektörleri arasındaki açı 60° ise x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $2 - \sqrt{3}$ B) $-2 + \sqrt{3}$ C) $2 + \sqrt{3}$
D) 2 E) $\sqrt{3}$

ÇÖZÜM

$$\vec{V} \cdot \vec{U} = |\vec{V}| \cdot |\vec{U}| \cdot \cos 60^\circ$$

$$-2x - 2x = \sqrt{x^2 + 1} \cdot \sqrt{4 + 4x^2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$-4x = \sqrt{x^2 + 1} \cdot 2 \cdot \sqrt{1 + x^2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$-4x = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0$$

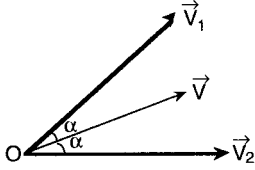
$$x = -2 \mp \sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

20. $\vec{V}_1 = (-7, 24)$ ve $\vec{V}_2 = (-5, 12)$ vektörleri arasındaki açıyı ortalayan bir vektör $\vec{V} = (x, 1)$ olduğuna göre x kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{13}{27}$ C) $\frac{13}{34}$ D) $\frac{13}{38}$ E) $\frac{1}{3}$

ÇÖZÜM



$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V} = |\vec{V}_1| \cdot |\vec{V}| \cdot \cos \alpha$$

$$\vec{V}_2 \cdot \vec{V} = |\vec{V}_2| \cdot |\vec{V}| \cdot \cos \alpha$$

eşitliklerini taraf tarafa bölersek,

$$\frac{\vec{V}_1 \cdot \vec{V}}{\vec{V}_2 \cdot \vec{V}} = \frac{|\vec{V}_1|}{|\vec{V}_2|} \text{ olur.}$$

$$\frac{-7x + 24}{-5x + 12} = \frac{\sqrt{(-7)^2 + 24^2}}{\sqrt{(-5)^2 + 12^2}}$$

$$\frac{-7x + 24}{-5x + 12} = \frac{25}{13}$$

$$-91x + 312 = -125x + 325$$

$$34x = 13 \Rightarrow x = \frac{13}{34} \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

21. $2x - 3y - 7 = 0$ doğrusuna paralel ve uzunluğu $\sqrt{13}$ br olan vektörlerden biri aşağıdaki vektörlerden hangisidir?

- A) (3, 2) B) (-3, 2) C) (3, -2)
D) (2, 3) E) (-2, -3)

ÇÖZÜM

$ax + by + c = 0$ doğrusuna paralel vektör

$\vec{V} = (k.b, -k.a)$ olacağından $2x - 3y - 7 = 0$

doğrusuna paralel vektör $\vec{V} = (-3k, -2k)$ olur.

$$|\vec{V}| = \sqrt{13} \text{ ise}$$

$$\sqrt{13} = \sqrt{(-3k)^2 + (-2k)^2}$$

$$\sqrt{13} = \sqrt{13k^2} \Rightarrow k^2 = 1 \text{ ve } k = \pm 1 \text{ olur.}$$

O halde aranan vektörler

$$k = -1 \Rightarrow \vec{V}_1 = (3, 2) \text{ ve}$$

$$k = 1 \Rightarrow \vec{V}_2 = (-3, -2) \text{ dir.}$$

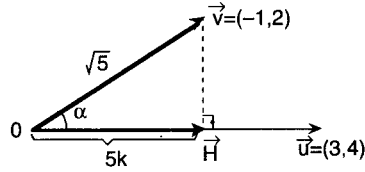
YANIT "A"

22. $\vec{V} = (-1, 2)$ ve $\vec{U} = (3, 4)$ vektörleri veriliyor. $\vec{V}$ vektörünün $\vec{U}$ vektörü üzerindeki dik izdüşüm vektörü, aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 1) B) $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ C) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$
D) $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ E) $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

ÇÖZÜM

$\vec{V}$ vektörünün $\vec{U}$ vektörü üzerindeki dik izdüşüm vektörü $\vec{H}$ vektörü olsun.



Şekilde de görüldüğü gibi $\vec{H}$ vektörü $\vec{U}$ vektörü ile çakışık ve aynı yönde olduğundan

$\vec{H} = (3k, 4k)$ dir.

$$|\vec{V}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5},$$

$$|\vec{U}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$|\vec{H}| = \sqrt{(3k)^2 + (4k)^2} = 5k \text{ olur.}$$

VOH dik üçgeninde ;

$$\cos \alpha = \frac{5k}{\sqrt{5}} \text{ dir.}$$

$\vec{V} \cdot \vec{U} = |\vec{V}| \cdot |\vec{U}| \cdot \cos \alpha$ olduğundan

$$-3 + 8 = \sqrt{5} \cdot 5 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ olur.}$$

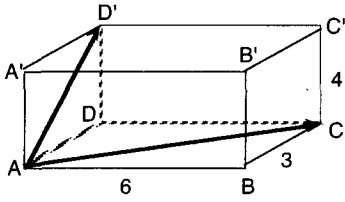
$$\frac{5k}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow k = \frac{1}{5} \text{ bulunur.}$$

O halde ;

$$\vec{H} = (3k, 4k) = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right) \text{ dir.}$$

YANIT "E"

23.

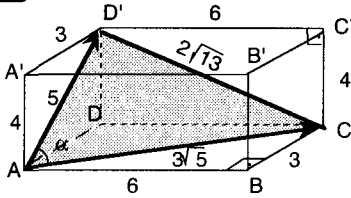


Şekildeki dikdörtgenler prizmasında ;
 $|AB| = 6$ br, $|BC| = 3$ br, $|CC'| = 4$ br dir.

$\vec{AC} \cdot \vec{AD'}$ skalar çarpımı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

ÇÖZÜM



ABC dik üçgeninde

$$|AC|^2 = 36 + 9 \Rightarrow |AC| = 3\sqrt{5} \text{ br.}$$

CC'D' dik üçgeninde

$$|CD'|^2 = 16 + 36 \Rightarrow |CD'| = 2\sqrt{13} \text{ br.}$$

AA'D' dik üçgeninde

$$|AD'|^2 = 16 + 9 \Rightarrow |AD'| = 5 \text{ br olur.}$$

ACD' üçgeninde kosinüs teoremi uygulanırsa;

$$\cos \alpha = \frac{25 + 45 - 52}{2 \cdot 5 \cdot 3\sqrt{5}} = \frac{3}{5\sqrt{5}} \text{ dir.}$$

$$\vec{AC} \cdot \vec{AD'} = |AC| \cdot |AD'| \cdot \cos \alpha$$

$$\vec{AC} \cdot \vec{AD'} = 3\sqrt{5} \cdot 5 \cdot \frac{3}{5\sqrt{5}}$$

$$\vec{AC} \cdot \vec{AD'} = 9 \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

ZAFER YAYINLARI

24. $\vec{a} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$ vektörünün x-eksenine göre simetriği $\vec{b}$ vektörüdür.
 $\vec{b} \perp \vec{c}$ ve $|\vec{c}| = 2|\vec{b}|$ koşulunu sağlayan $\vec{c}$ vektörünün bileşenleri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) (6, 8) B) (-8, 6) C) (-8, -6)
 D) (8, -6) E) (-6, -8)

ÇÖZÜM

$$\vec{a} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 \Rightarrow \vec{a} = (3, 4) \text{ dır.}$$

$\vec{a}$ vektörünün x-eksenine göre simetriği $\vec{b}$ vektörü ise,

$$\vec{b} = (3, -4) \text{ olur.}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{9 + 16} = 5 \text{ ise}$$

$$|\vec{c}| = 10 \text{ olur.}$$

$$\vec{c} = (x, y) \text{ olsun.}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 10 \Rightarrow x^2 + y^2 = 100 \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

$$\vec{b} \perp \vec{c} \Rightarrow \vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \text{ dır.}$$

$$3x - 4y = 0 \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 100 \\ 3x - 4y = 0 \end{array} \right\} \text{ denklem sistemi çözülürse}$$

$x = \mp 8$ ve $y = \mp 6$ bulunur.

O halde aranan $\vec{c}$ vektörü $\vec{c}_1 = (-8, -6)$

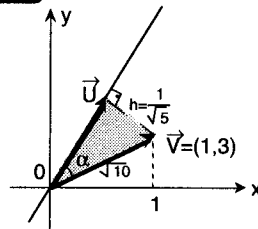
veya $\vec{c}_2 = (8, 6)$ dir.

YANIT "C"

25. $\vec{V} = (3, 1)$ vektörünün $y = 2x$ doğrusu üzerindeki dik izdüşümü $\vec{U}$ vektörü ise $\vec{V}$ ile $\vec{U}$ vektörleri arasındaki açının sinüsü nedir?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ÇÖZÜM



$$|\vec{V}| = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10} \text{ br dir.}$$

$V(1, 3)$ noktasının $2x - y = 0$ doğrusuna uzaklığı ;

$$h = \frac{|2 - 3|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ br dir.}$$

OVU dik üçgeninde

$$\sin \alpha = \frac{h}{|\vec{V}|} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{50}} = \frac{1}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{10} \text{ olur.}$$

YANIT "A"

ÇÖZÜMLÜ TEST - 3

1. $A(2, 1)$, $B(3, 5)$ ve $C(4, -1)$ noktaları veriliyor.
 $\vec{AB} = \vec{CD}$ ise D vektörünün boyu kaç birimdir?

- A) $2\sqrt{17}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{34}$
 D) $4\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{34}$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\vec{AB} &= \vec{B} - \vec{A} \Rightarrow \vec{AB} = (3, 5) - (2, 1) \\ &\Rightarrow \vec{AB} = (1, 4) \\ \vec{CD} &= \vec{D} - \vec{C} \Rightarrow \vec{CD} = \vec{D} - (4, -1) \\ \vec{AB} &= \vec{CD} \Rightarrow (1, 4) = \vec{D} - (4, -1) \\ &\Rightarrow (1, 4) + (4, -1) = \vec{D} \\ &\Rightarrow (5, 3) = \vec{D} \\ &\Rightarrow |\vec{D}| = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34} \\ &\Rightarrow |\vec{D}| = \sqrt{34} \text{ birim bulunur.}\end{aligned}$$

YANIT "C"

2. $\vec{A} = (x+2, x-1)$ vektörünün boyu $\sqrt{17}$ birim ise x kaç olabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}|\vec{A}| &= \sqrt{17} \Rightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (x-1)^2} = \sqrt{17} \\ &\Rightarrow x^2 + 4x + 4 + x^2 - 2x + 1 = 17 \\ &\Rightarrow 2x^2 + 2x - 12 = 0 \\ &\Rightarrow 2 \cdot (x+3) (x-2) = 0 \\ &\Rightarrow x+3 = 0 \vee x-2 = 0 \\ &\Rightarrow x = -3 \vee x = 2 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

YANIT "B"

3. $\vec{A} = (-3, 2)$, $\vec{B} = (1, 3)$, $\vec{C} = (6, 7)$ ise aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

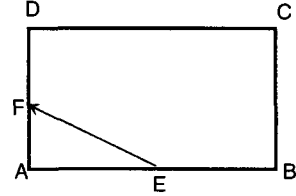
- A) $\vec{A} - 3\vec{B} + \vec{C} = 0$ B) $2\vec{A} - 4\vec{B} + \vec{C} = 0$
 C) $3\vec{A} - \vec{B} - \vec{C} = 0$ D) $\vec{A} - 3\vec{B} - \vec{C} = 0$
 E) $5\vec{A} - 4\vec{B} - \vec{C} = 0$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\vec{C} &= x\vec{A} + y\vec{B} \Rightarrow (6, 7) = x \cdot (-3, 2) + y \cdot (1, 3) \\ &\Rightarrow \begin{cases} -3/6 = -3x + y \\ 7 = 2x + 3y \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} 9x - 3y = -18 \\ + 2x + 3y = 7 \end{cases} \\ &\Rightarrow 11x = -11 \Rightarrow x = -1 \\ &\Rightarrow 2(-1) + 3y = 7 \Rightarrow y = 3 \text{ olup} \\ \vec{C} &= -\vec{A} + 3\vec{B} \Rightarrow \vec{A} - 3\vec{B} + \vec{C} = 0 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

YANIT "A"

4.



ABCD bir dikdörtgen, $|AE| = |EB|$, $|AD| = 3 \cdot |AF|$
 Yukarıda verilenlere göre
 $x \cdot \vec{EF} = y \cdot \vec{BC} + z \cdot \vec{DC}$ ise $x + y + z$ toplamının değeri nedir?

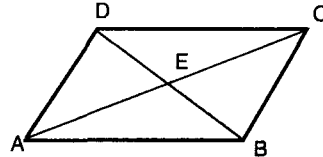
- A) -5 B) -3 C) 0 D) 3 E) 5

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\vec{EF} &= \vec{EA} + \vec{AF} \Rightarrow \vec{EF} = \frac{\vec{BA}}{2} + \frac{\vec{AD}}{3} \\ &\Rightarrow \vec{EF} = \frac{-\vec{DC}}{2} + \frac{\vec{BC}}{3} \\ &\Rightarrow 6\vec{EF} = -3\vec{DC} + 2\vec{BC} \\ &\Rightarrow x = 6, z = -3, y = 2 \\ &\Rightarrow x + y + z = 5 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

YANIT "E"

5.



ABCD bir paralelkenar $[AC] \cap [BD] = \{E\}$,
 $\vec{AB} + \vec{BC} + x \cdot \vec{EA} = \vec{0}$ ise x kaçtır?

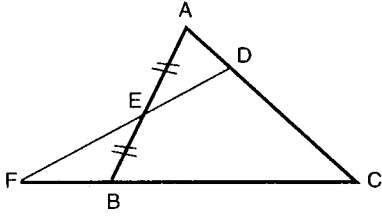
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 3

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
 \vec{AB} + \vec{BC} &= \vec{AC} \Rightarrow \vec{AC} + x \cdot \vec{EA} = \vec{0} \\
 &\Rightarrow -2\vec{EA} + x \cdot \vec{EA} = \vec{0} \\
 &\Rightarrow (-2+x) \cdot \vec{EA} = \vec{0} \\
 &\Rightarrow -2+x=0 \Rightarrow x=2 \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

YANIT "D"

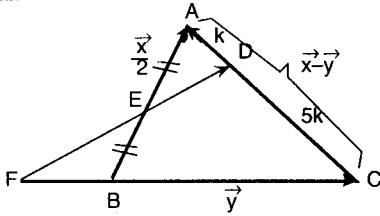
6.



ABC ve DFC birer üçgen, $IAEI = IEBI$,
 $IACI = 6 \cdot IADI$, $\vec{BA} = \vec{x}$, $\vec{BC} = \vec{y}$ ise
 $\vec{ED}$ vektörünün $\vec{x}$ ve $\vec{y}$ vektörleri türün-
 den değeri nedir?

- A) $\frac{3\vec{x}+2\vec{y}}{10}$ B) $\frac{3\vec{x}+\vec{y}}{10}$ C) $\frac{3\vec{x}-\vec{y}}{10}$
 D) $\frac{3\vec{x}+2\vec{y}}{5}$ E) $\frac{3\vec{x}+\vec{y}}{5}$

ÇÖZÜM



$$\vec{ED} = \frac{\vec{x}}{2} - \frac{\vec{x}-\vec{y}}{5} \Rightarrow \vec{ED} = \frac{3\vec{x}+2\vec{y}}{10} \text{ olur.}$$

YANIT "A"

7. $\vec{x} = (a-1, b+2)$ vektörü $2x-y+1=0$ doğrusuna paralel olup, boyu $2\sqrt{5}$ birimdir.

$\vec{x}$ vektörünün koordinatları aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $(-2, 4)$ B) $(-2, -4)$ C) $(2, -4)$
 D) $(-4, -2)$ E) $(4, -2)$

ÇÖZÜM

$2x-y+1=0$ doğrusunun eğimi $m=2$ olup

$$m_{\vec{x}} = \frac{b+2}{a-1} = 2 \Rightarrow 2a-2 = b+2$$

$$\Rightarrow b = 2a-4$$

$$|\vec{x}| = 2\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{(a-1)^2 + (b+2)^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(a-1)^2 + (2a-4+2)^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(a-1)^2 + 4(a-1)^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow 5(a-1)^2 = 4 \cdot 5$$

$$\Rightarrow |a-1| = 2$$

$$\Rightarrow a-1 = -2 \vee a-1 = 2$$

$$\Rightarrow a = -1 \vee a = 3 \text{ olur.}$$

$$a = -1 \Rightarrow b = -6 \text{ olup } \vec{x} = (-2, -4)$$

$$a = 3 \Rightarrow b = 2 \text{ olup } \vec{x} = (2, 4) \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

8. $A(-2, 3)$ $B(1, 2)$ $C(3, -1)$ ve $D(a-2, a)$ noktaları veriliyor. $\vec{AB} \perp \vec{CD}$ ise $\vec{D}$ vektörünün boyu kaç birimdir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

ÇÖZÜM

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} \Rightarrow \vec{AB} = (1, 2) - (-2, 3)$$

$$\Rightarrow \vec{AB} = (3, -1)$$

$$\vec{CD} = \vec{D} - \vec{C} \Rightarrow \vec{CD} = (a-2, a) - (3, -1)$$

$$\Rightarrow \vec{CD} = (a-5, a+1)$$

$$\vec{AB} \perp \vec{CD} \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{CD} = 0$$

$$\Rightarrow (3, -1) \cdot (a-5, a+1) = 0$$

$$\Rightarrow 3a-15-a-1 = 0$$

$$\Rightarrow 2a = 16$$

$$\Rightarrow a = 8$$

$$\vec{D} = (a-2, a) \Rightarrow \vec{D} = (8-2, 8)$$

$$\Rightarrow \vec{D} = (6, 8)$$

$$\Rightarrow |\vec{D}| = \sqrt{6^2 + 8^2}$$

$$\Rightarrow |\vec{D}| = \sqrt{100} = 10 \text{ br. olur.}$$

YANIT "E"

9. $\vec{A} = (2x-1, x+2)$ ve $\vec{B} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$ vektörleri veriliyor. $\vec{A} \parallel \vec{B}$ veya $\vec{A} \perp \vec{B}$ koşullarını sağlayan x reel sayılarının çarpımı nedir?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\vec{A} // \vec{B} &\Rightarrow \frac{2x-1}{2} = \frac{x+2}{-3} \\ &\Rightarrow 2x+4 = -6x+3 \\ &\Rightarrow 8x = -1 \\ &\Rightarrow x_1 = -\frac{1}{8}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{A} \perp \vec{B} &\Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \\ &\Rightarrow (2x-1, x+2) \cdot (2, -3) = 0 \\ &\Rightarrow 4x-2-3x-6 = 0 \\ &\Rightarrow x_2 = 8\end{aligned}$$

$$x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{8} \cdot 8 = -1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

10. $a > 0$ ve $b < 0$ olmak üzere,
 $\vec{A} = 4\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$ ve $\vec{B} = a\vec{e}_1 + b\vec{e}_2$ vektörleri
 veriliyor. $\vec{A}$ vektörü $\vec{B}$ birim vektörü ile aynı
 doğrultu ve yönde ise **$a+b$ nedir?**
 A) 0 B) $-\frac{1}{7}$ C) $-\frac{2}{7}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{2}{5}$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\vec{A} // \vec{B} &\Rightarrow \frac{4}{a} = \frac{-3}{b} \\ &\Rightarrow b = \frac{-3a}{4} \quad ①\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|\vec{B}| = 1 &\Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 1 \\ &\Rightarrow a^2 + b^2 = 1 \quad ②\end{aligned}$$

① ve ② den

$$a^2 + \left(\frac{-3a}{4}\right)^2 = 1 \Rightarrow a^2 + \frac{9a^2}{16} = 1$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow a = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow b = \frac{-3}{4} \cdot \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow b = \frac{-3}{5}$$

$$a + b = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \Rightarrow a + b = \frac{1}{5} \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

11. $3\vec{x} - 4\vec{y} = 2\vec{e}_1 - 11\vec{e}_2$
 $2\vec{x} + 3\vec{y} = 7\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$
 vektörleri veriliyor. $\vec{x} + 2\vec{y}$ vektörüne dik ve
 boyu 5 birim olan vektörlerden biri nedir?

- A) $(-3, 4)$ B) $(-3, -4)$ C) $(-4, 3)$
 D) $(4, -3)$ E) $(3, 4)$

ÇÖZÜM

$$3 / 3\vec{x} - 4\vec{y} = 2\vec{e}_1 - 11\vec{e}_2 = (2, -11)$$

$$4 / 2\vec{x} + 3\vec{y} = 7\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 = (7, 4)$$

$$9\vec{x} - 12\vec{y} = (6, -33)$$

$$8\vec{x} + 12\vec{y} = (28, 16)$$

$$\begin{array}{r} + \\ \hline 17\vec{x} = (34, -17) \Rightarrow \vec{x} = (2, -1) \end{array}$$

$$\begin{aligned}2.(2, -1) + 3\vec{y} &= (7, 4) \Rightarrow 3\vec{y} = (7, 4) - (4, -2) \\ &\Rightarrow 3\vec{y} = (3, 6) \\ &\Rightarrow \vec{y} = (1, 2) \text{ olur.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{x} + 2\vec{y} &= (2, -1) + 2 \cdot (1, 2) \\ &= (4, 3) \text{ vektörünün eğimi } \frac{3}{4} \text{ dür.}\end{aligned}$$

$\vec{A}$ vektörü aranan vektör ise, eğimi $\frac{-4}{3}$ olup

$\vec{A} = (3a, -4a)$ veya $\vec{A} = (-3a, 4a)$ şeklindedir.

$$|\vec{A}| = 5 \Rightarrow \sqrt{(3a)^2 + (-4a)^2} = 5$$

$$\Rightarrow 9a^2 + 16a^2 = 25$$

$$\Rightarrow 25a^2 = 25$$

$$\Rightarrow a = \mp 1 \text{ olur.}$$

O halde aranan vektör

$$\vec{A}_1 = (3, -4) \text{ veya } \vec{A}_2 = (-3, 4) \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

12. $\vec{A} = \vec{e}_1 \cdot \tan 15^\circ + \vec{e}_2$, $\vec{B} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 \cdot \cot 15^\circ$ ise
 $\vec{A} \cdot \vec{B}$ iç çarpımının değeri nedir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÇÖZÜM

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (\tan 15^\circ, 1) \cdot (1, \cot 15^\circ)$$

$$= \tan 15^\circ + \cot 15^\circ$$

$$= \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} + \frac{\cos 15^\circ}{\sin 15^\circ}$$

$$= \frac{\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ}{\cos 15^\circ \cdot \sin 15^\circ}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \sin 2 \cdot (15^\circ)}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = 4 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

13. $\vec{A} = (1, -2)$, $\vec{B} = (2, 4)$ vektörleri arasındaki açı α ise $\tan \alpha$ nedir?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{4}{3}$ E) $-\frac{3}{4}$

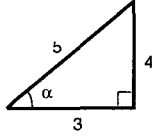
ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\vec{A} \cdot \vec{B} &= |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \alpha \Rightarrow 1 \cdot 2 - 2 \cdot 4 = \sqrt{1+4} \cdot \sqrt{4+16} \cdot \cos \alpha \\ &\Rightarrow -6 = \sqrt{5} \cdot \sqrt{20} \cdot \cos \alpha \\ &\Rightarrow -6 = \sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \cos \alpha \\ &\Rightarrow \cos \alpha = \frac{-6}{2 \cdot 5} = \frac{-3}{5}\end{aligned}$$

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ olup}$$

$$\tan \alpha = \frac{-4}{3} \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"



14. $\vec{A} = a \cdot \vec{e}_1 + \vec{e}_2$, $\vec{B} = (a+2) \cdot \vec{e}_1 - \vec{e}_2$ vektörleri veriliyor. $\vec{A} \cdot \vec{B}$ iç çarpımının en küçük değeri nedir?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\vec{A} \cdot \vec{B} &= a \cdot (a+2) + 1 \cdot (-1) \\ &= a^2 + 2a - 1 \\ &= (a+1)^2 - 1 - 1 \\ &= (a+1)^2 - 2 \text{ olup en küçük değer,} \\ a &= -1 \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = -2 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

YANIT "B"

15. $|\vec{x}| = 2$, $|\vec{y}| = 3$ ve $\vec{x} + \vec{y} = (-1, 2)$ ise $\vec{x}$ ve $\vec{y}$ arasındaki açının sinüsü kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

ÇÖZÜM

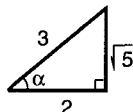
$$\begin{aligned}(\vec{x} + \vec{y})^2 &= (-1, 2)^2 \Rightarrow \vec{x}^2 + \vec{y}^2 + 2\vec{x} \cdot \vec{y} = 1+4 \\ &\Rightarrow |\vec{x}|^2 + |\vec{y}|^2 + 2\vec{x} \cdot \vec{y} = 5 \\ &\Rightarrow 4 + 9 + 2\vec{x} \cdot \vec{y} = 5 \\ &\Rightarrow \vec{x} \cdot \vec{y} = -4\end{aligned}$$

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \cos \alpha$$

$$-4 = 2 \cdot 3 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{-2}{3}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"



16. $|\vec{A}| = 6$, $|\vec{B}| = 5$, $|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{22}$ ise $|\vec{A} + \vec{B}|$ nedir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

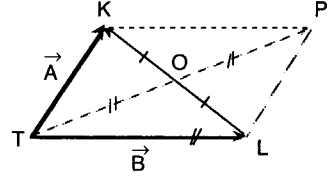
ÇÖZÜM

$$\vec{TK} = \vec{A}$$

$$\vec{TL} = \vec{B}$$

$$\vec{LK} = \vec{A} - \vec{B}$$

$$\vec{TP} = \vec{A} + \vec{B}$$



Şekildeki TKL üçgeninde kenarortay teoremin-den

$$2 \cdot |\vec{TO}|^2 = |\vec{TK}|^2 + |\vec{TL}|^2 - \frac{|\vec{KL}|^2}{2}$$

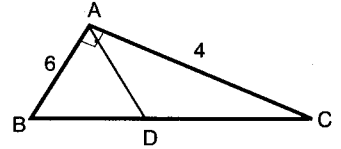
$$2 \cdot |\vec{TO}|^2 = 6^2 + 5^2 - \frac{(\sqrt{22})^2}{2}$$

$$2 \cdot |\vec{TO}|^2 = 36 + 25 - 11 \Rightarrow |\vec{TO}|^2 = 25 \\ \Rightarrow |\vec{TO}| = 5$$

$$|\vec{A} + \vec{B}| = 2 \cdot |\vec{TO}| = 10 \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

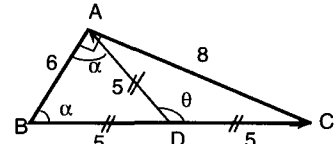
17. $m\hat{A} = 90^\circ$
 $|\vec{BD}| = |\vec{DC}|$
 $|\vec{AB}| = 6$ birim
 $|\vec{AC}| = 8$ birim



Şekilde $\vec{BC} \cdot \vec{DA}$ iç çarpımı kaçtır?

- A) -14 B) -7 C) $-\frac{7}{2}$ D) $-\frac{7}{4}$ E) $-\frac{7}{5}$

ÇÖZÜM



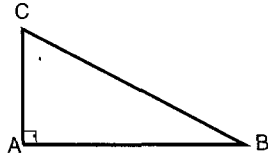
$$\begin{aligned}\vec{BC} \cdot \vec{DA} &= 10 \cdot 5 \cdot \cos \theta \\ &= 10 \cdot 5 \cdot \cos 2\alpha \\ &= 10 \cdot 5 \cdot (2 \cos^2 \alpha - 1) \\ &= 50 \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{6}{10} \right)^2 - 1 \right] \\ &= 50 \cdot \frac{-7}{25} = -14 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

YANIT "A"

18. $\hat{m}A = 90^\circ$

$\hat{m}C = 55^\circ$

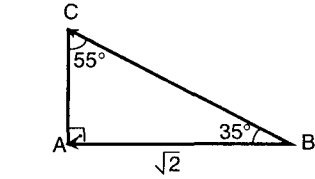
$|AB| = \sqrt{2}$ birim



Şekilde $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$ iç çarpımı kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

ÇÖZÜM



$$\begin{aligned}\vec{BA} \cdot \vec{BC} &= \sqrt{2} \cdot |BC| \cdot \cos 35^\circ \\ &= \sqrt{2} \cdot |BC| \cdot \frac{\sqrt{2}}{|BC|} \\ &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

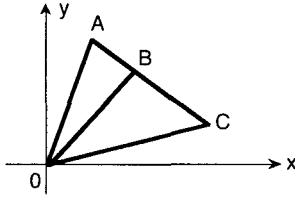
YANIT "C"

19. A(1, y)

B(3, 4)

C(x, 1)

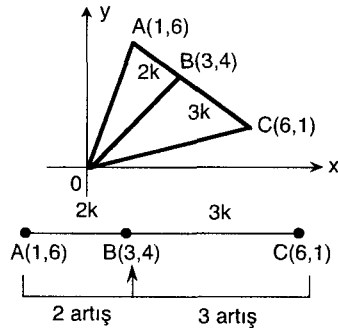
$3|AB| = 2|BC|$



Şekilde $(\vec{OB} - \vec{AB}) \cdot (\vec{OB} + \vec{BC})$ iç çarpımı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

ÇÖZÜM



$$\begin{aligned}\vec{OB} - \vec{AB} &= \vec{OA} = (1, 6) \\ \vec{OB} + \vec{BC} &= \vec{OC} = (6, 1) \\ (\vec{OB} - \vec{AB}) \cdot (\vec{OB} + \vec{BC}) &= \vec{OA} \cdot \vec{OC} \\ &= (1, 6) \cdot (6, 1) \\ &= 6 + 6 = 12 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

YANIT "E"

20.

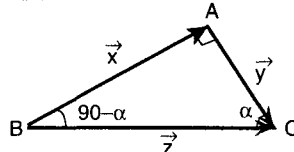
$\vec{x}, \vec{y}$ ve $\vec{z}$ vektörleri için

$\vec{z} = \vec{x} + \vec{y}$, $\vec{x} \perp \vec{y}$ ve $|\vec{z}| = 2 \cdot |\vec{y}|$ ise

$\vec{x}$ ve $\vec{z}$ vektörleri arasındaki açının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

ÇÖZÜM



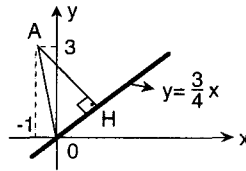
$$\begin{aligned}\text{Şekilde, } \cos \alpha &= \frac{|\vec{y}|}{|\vec{z}|} \\ \cos \alpha &= \frac{|\vec{y}|}{2 \cdot |\vec{y}|} \\ \cos \alpha &= \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ \\ 90 - \alpha &= 90 - 60 = 30^\circ \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

YANIT "B"

21. $\vec{A} = -\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$ vektörünün $y = \frac{3}{4}x$ doğrusu üzerindeki dik izdüşüm uzunluğu kaç birimdir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

ÇÖZÜM



$$\begin{aligned}\vec{A} &= -\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 = (-1, 3) \text{ ve} \\ y &= \frac{3}{4}x \Rightarrow 3x - 4y = 0 \text{ olup}\end{aligned}$$

A noktasının $3x - 4y = 0$ doğrusuna uzaklığı

$$|AH| = \frac{|3 \cdot (-1) - 4 \cdot 3|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{15}{5} = 3 \text{ olur.}$$

$|\vec{A}| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ olup OAH dik üçgeninden dik izdüşüm uzunluğu,

$$|OH|^2 = (\sqrt{10})^2 - 3^2 \Rightarrow |OH|^2 = 10 - 9 = 1$$

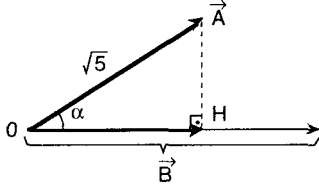
$$\Rightarrow |OH| = 1 \text{ birim bulunur.}$$

YANIT "B"

22. $\vec{A} = (2, 3)$ vektörünün $\vec{B} = (5, 1)$ vektörü üzerindeki izdüşüm vektörü nedir?

- A) $(5, 1)$ B) $\left(1, \frac{5}{2}\right)$ C) $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$
D) $\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$ E) $\left(\frac{5}{2}, 1\right)$

ÇÖZÜM



$$|\vec{A}| = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (2, 3) \cdot (5, 1) \\ = 10 + 3 = 13$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha \Rightarrow 13 = \sqrt{13} \cdot \sqrt{26} \cdot \cos \alpha \\ \Rightarrow 13 = \sqrt{13} \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos \alpha \\ \Rightarrow 13 = 13\sqrt{2} \cdot \cos \alpha \\ \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ olur.}$$

Aranan vektör $\vec{OH}$ vektörü olup,

$$\vec{OH} = \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|} \cdot |\vec{OH}| \text{ ve}$$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{OH}|}{|\vec{A}|} \Rightarrow |\vec{OH}| = |\vec{A}| \cdot \cos \alpha \text{ ise}$$

$$\vec{OH} = \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|} \cdot |\vec{A}| \cdot \cos \alpha \Rightarrow \vec{OH} = \frac{(5, 1)}{\sqrt{26}} \cdot \sqrt{13} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \vec{OH} = \frac{(5, 1)}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{2}} \cdot \sqrt{13} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \vec{OH} = \frac{(5, 1)}{2}$$

$$\Rightarrow \vec{OH} = \left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right) \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

23. Aşağıdakilerden hangisinde verilen vektörler bulundukları uzayı germez?

- A) $(1, 2), (2, 1)$ B) $(2, 3), (2, -3)$
C) $(3, 2), (2, -3)$ D) $\left(\frac{2}{3}, 2\right), (-1, -3)$
E) $\left(2, \frac{1}{2}\right), (-1, 4)$

ÇÖZÜM

1. YOL :

$$(-1, -3) = \frac{-3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}, 2\right) \text{ olup, } \left(\frac{2}{3}, 2\right) \text{ ve}$$

$(-1, -3)$ vektörleri lineer bağımlıdır. Lineer bağımlı vektörler bulundukları uzayı germezler. O halde yanıt D seçeneğidir.

2. YOL :

R^2 de paralel olan iki vektör bulundukları uzayı germez. $\left(\frac{2}{3}, 2\right)$ ve $(-1, -3)$ vektörleri paralel olduklarından bulundukları uzayı germez.

YANIT "D"

24. Aşağıdakilerden hangisinde verilen vektörler bir taban oluşturmazlar?

- A) $(2, 3), (-3, 2)$ B) $(2, -3), (2, 3)$
C) $(2, 3), (3, 2)$ D) $(2, -3), (-3, 2)$
E) $(-2, 3), (2, -3)$

ÇÖZÜM

$(-2, 3) = -1 \cdot (2, -3)$ olup $(-2, 3)$ ve $(2, -3)$ vektörleri lineer bağımlıdır. Lineer bağımlı vektörler ise bir taban oluşturmazlar.

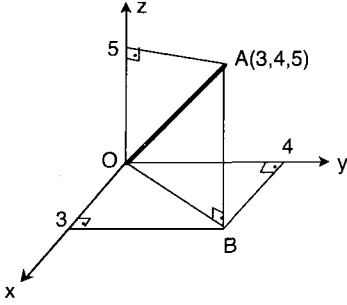
YANIT "E"

ÇÖZÜMLÜ TEST - 4

1. Uzayda $A(3, 4, 5)$ noktasının başlangıç noktasına olan uzaklığı kaç br dir?

A) 4 B) 5 C) $4\sqrt{2}$
D) $5\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{2}$

ÇÖZÜM



$$|OA| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ br dir.}$$

YANIT "D"

2. Uzayda $A(2, 4, 2)$ ve $B(4, 1, 8)$ noktaları arasındaki uzaklık kaç br dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

ÇÖZÜM

$$|AB| = \sqrt{(2-4)^2 + (4-1)^2 + (2-8)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{4 + 9 + 36}$$

$$|AB| = 7 \text{ br. bulunur.}$$

YANIT "C"

3. Merkezi $M(-1, 0, 0)$ olan ve orijinden geçen kürenin denklemi aşağıdakilerden hangisi-dir?

A) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 0$
B) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x = 0$
C) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2 = 0$
D) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2 = 0$
E) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

ÇÖZÜM

Kürenin yarıçapı $r = 1$ olacağından denklemi;
 $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 1$ olur. Ya da
 $x^2 + y^2 + z^2 + 2x = 0$ bulunur.

YANIT "B"

4. $A(4, 2, 2)$ noktasından geçen ve koordinat düzlemlerine teğet olan kürelerin merkezleri arasındaki uzaklık kaç br dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM

Küre koordinat düzlemlerine teğet olduğuna göre, merkezi $M(r, r, r)$ biçimindedir. O halde kürenin denklemi;

$$(x-r)^2 + (y-r)^2 + (z-r)^2 = r^2 \text{ olmalıdır.}$$

$A(4, 2, 2)$ noktası küre üzerinde olduğundan denklemi sağlar.

$$(4-r)^2 + (2-r)^2 + (2-r)^2 = r^2$$

$$16 - 8r + r^2 + 4 - 4r + r^2 + 4 - 4r + r^2 = r^2$$

$$2r^2 - 16r + 24 = 0$$

$$r^2 - 8r + 12 = 0 \Rightarrow r_1 = 2 \text{ veya } r_2 = 6 \text{ bulunur.}$$

O halde kürelerin merkezleri $M_1(2, 2, 2)$ ve $M_2(6, 6, 6)$ dir.

$$|M_1M_2| = r_1 + r_2 = 8 \text{ br dir.}$$

YANIT "E"

5. Merkezi $M(1, -2, 5)$ olan ve $P(4, 2, -7)$ noktasından geçen kürenin denklemi nedir?

A) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 10z + 139 = 0$
B) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 10z - 169 = 0$
C) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 10z - 139 = 0$
D) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 10z - 169 = 0$
E) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 10z - 139 = 0$

ÇÖZÜM

P ile M arasındaki uzaklık kürenin yarıçapı olacağından, $|PM| = R$ olup,

$$|PM| = \sqrt{(4-1)^2 + (2+2)^2 + (-7-5)^2}$$

$$R = \sqrt{9 + 16 + 144}$$

$$R = \sqrt{169} = 13 \text{ birim olur.}$$

O halde kürenin denklemi ,

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 13^2 \text{ yada}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 10z - 139 = 0$$

bulunur.

YANIT "A"

6. Denklemi $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ olan küre, merkezinden 3 birim uzaklıkta bir düzlemlle kesiliyor.

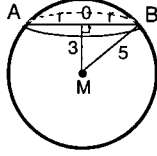
Elde edilen kesit daresinin alanı kaç birim-karedir?

- A) 4π B) 8π C) 12π D) 16π E) 20π

ÇÖZÜM

Şekilde kesit daresinin merkezi O, yarıçapı r olup

$IOMI = 3$ birimdir.



$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ küresinin yarıçapı $IOMI = R$ ise

$$R = \frac{\sqrt{(-2)^2 + 4^2 + (-6)^2 - 4 \cdot (-11)}}{2}$$

$$R = \frac{\sqrt{4 + 16 + 36 + 44}}{2} = \frac{\sqrt{100}}{2}$$

$$R = \frac{10}{2} = 5 \text{ birim olur.}$$

$\triangle MOB$ dik üçgeninden

$$r^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow r = 4 \text{ birim olur.}$$

O halde kesit daresinin alanı $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$ birimkare bulunur.

YANIT "D"

7. $\vec{V} = \left(\frac{1}{2}, x, -\frac{1}{3}\right)$ birim vektör ise **x kaç olabilir?**

- A) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{13}}{6}$ C) $\frac{\sqrt{23}}{6}$
D) $\frac{\sqrt{26}}{6}$ E) $\frac{\sqrt{17}}{3}$

ÇÖZÜM

$\vec{V}$ vektörü birim vektör ise

$|\vec{V}| = 1$ br olmalıdır.

$$\sqrt{\frac{1}{4} + x^2 + \frac{1}{9}} = 1$$

$$x^2 + \frac{13}{36} = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{23}{36}$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{23}}{6} \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

8. $\vec{V} = (2, -1, -1)$ vektörü ile aynı yöndeki birim vektör aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$ B) $\left(\frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$
C) $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ D) $\left(\frac{2}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
E) $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{6}\right)$

ÇÖZÜM

$\vec{V} = (a, b, c)$ ise $\vec{V}$ vektörü ile aynı yöndeki birim vektör

$$\vec{e} = \left(\frac{a}{|\vec{V}|}, \frac{b}{|\vec{V}|}, \frac{c}{|\vec{V}|}\right) \text{ idi.}$$

$$|\vec{V}| = \sqrt{4 + 1 + 1} = \sqrt{6} \text{ olduğundan}$$

$$\vec{e} = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right) \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

9. $\vec{A} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - 7\vec{e}_3$, $\vec{B} = -2\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$ vektörleri veriliyor.

$\vec{AB}$ vektörü ile aynı doğrultulu ve $\vec{AB}$ vektörü ile zıt yönlü birim vektör nedir?

- A) $\left(0, \frac{4}{13}, \frac{12}{13}\right)$ B) $\left(\frac{3}{13}, \frac{4}{13}, 0\right)$
C) $\left(-\frac{3}{13}, -\frac{4}{13}, \frac{12}{13}\right)$ D) $\left(-\frac{3}{13}, \frac{4}{13}, \frac{12}{13}\right)$
E) $\left(\frac{3}{13}, \frac{4}{13}, -\frac{12}{13}\right)$

ÇÖZÜM

$$\vec{A} = (1, 3, -7) \quad \vec{B} = (-2, -1, 5) \text{ olup}$$

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} \Rightarrow \vec{AB} = (-2, -1, 5) - (1, 3, -7)$$

$$\Rightarrow \vec{AB} = (-3, -4, 12)$$

$$\Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{9 + 16 + 144}$$

$$\Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{169}$$

$$\Rightarrow |\vec{AB}| = 13 \text{ olur.}$$

$\vec{AB}$ ile aynı doğrultu ve $\vec{AB}$ ile zıt yönlü birim vektör ise

$$\begin{aligned} -\frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} &= \frac{-(-3, -4, 12)}{13} \\ &= \frac{1}{13} \cdot (3, 4, -12) \\ &= \left(\frac{3}{13}, \frac{4}{13}, -\frac{12}{13} \right) \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

YANIT "E"

10. $\vec{A} = (-4, x-2, 6)$ ve $\vec{B} = (-2, x, 3)$ vektörlerinin paralel olması için **x ne olmalıdır?**

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

ÇÖZÜM

Vektörlerin paralel olması için bileşenleri orantılı olmalıdır.

$$\begin{aligned} \frac{-4}{-2} &= \frac{x-2}{x} = \frac{6}{3} \Rightarrow \frac{x-2}{x} = 2 \\ &\Rightarrow 2x = x-2 \\ &x = -2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

YANIT "A"

11. $\vec{V}_1 = (2, -3, 1)$ ve $\vec{V}_2 = (1, m-2, 4)$ vektörleri dik olduklarına göre **m kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

ÇÖZÜM

$$\vec{V}_1 \perp \vec{V}_2 \Rightarrow \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$(2, -3, 1) \cdot (1, m-2, 4) = 0$$

$$2 - 3 \cdot (m-2) + 4 = 0$$

$$2 - 3m + 6 + 4 = 0$$

$$3m = 12$$

$$m = 4 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

12. R^3 de $\vec{A} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3$ ve $\vec{B} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$ vektörleri arasındaki açı kaç derecedir?

A) 30 B) 60 C) 90 D) 120 E) 135

ÇÖZÜM

$$\vec{A} = (2, 1, -1) \Rightarrow |\vec{A}| = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$$

$$\vec{B} = (1, 2, 1) \Rightarrow |\vec{B}| = \sqrt{1+4+1} = \sqrt{6}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 2+2-1 \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 3$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha \Rightarrow 3 = \sqrt{6} \cdot \sqrt{6} \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 3 = 6 \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

13. $\vec{A} = (2, 1, -1)$ ve $\vec{B} = (1, -2, 1)$ vektörlerinin ikisine de dik olan ve boyu $\sqrt{35}$ birim olan vektör nedir?

A) (5, 3, 1) B) (-1, -3, 5)
C) (-1, -3, -5) D) (-5, -3, -1)
E) (1, -3, 5)

ÇÖZÜM

Aranan vektör $\vec{C} = (a, b, c)$ olsun.

$$\begin{aligned} \vec{A} \perp \vec{C} &\Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{C} = 0 \\ &\Rightarrow 2a + b - c = 0 \quad ① \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{B} \perp \vec{C} &\Rightarrow \vec{B} \cdot \vec{C} = 0 \\ &\Rightarrow a - 2b + c = 0 \quad ② \end{aligned}$$

① ve ② den

$$\begin{aligned} 2a + b - c &= 0 \\ + \quad a - 2b + c &= 0 \\ \hline 3a - b &= 0 \Rightarrow b = 3a \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2a + 3a - c = 0$$

$$\Rightarrow c = 5a$$

$$\begin{aligned} |\vec{C}| = \sqrt{35} &\Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{35} \\ &\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 35 \\ &\Rightarrow a^2 + (3a)^2 + (5a)^2 = 35 \\ &\Rightarrow 35a^2 = 35 \Rightarrow a = \pm 1 \end{aligned}$$

$$a = 1 \Rightarrow b = 3 \text{ ve } c = 5$$

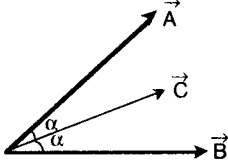
$$\Rightarrow \vec{C} = (1, 3, 5)$$

$$\text{Veya } a = -1 \Rightarrow b = -3, c = -5$$

$$\Rightarrow \vec{C} = (-1, -3, -5) \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

14. $\vec{A} = (2, 1, -1)$ ve $\vec{B} = (1, 2, 1)$ vektörleri arasındaki açıyı ortalamayan bir vektör $\vec{C} = (a, 1, 2)$ ise **a kaçtır?**
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÇÖZÜM

$$\vec{A} \cdot \vec{C} = |\vec{A}| \cdot |\vec{C}| \cdot \cos \alpha \text{ ve } \vec{B} \cdot \vec{C} = |\vec{B}| \cdot |\vec{C}| \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{\vec{A} \cdot \vec{C}}{\vec{B} \cdot \vec{C}} = \frac{|\vec{A}| \cdot |\vec{C}| \cdot \cos \alpha}{|\vec{B}| \cdot |\vec{C}| \cdot \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{2a+1-2}{a+2+2} = \frac{\sqrt{4+1+1}}{\sqrt{1+4+1}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$$

$$\Rightarrow \frac{2a-1}{a+4} = 1$$

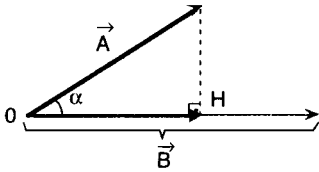
$$\Rightarrow 2a-1 = a+4$$

$$\Rightarrow a = 5 \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

15. $\vec{A} = (1, -1, 2)$ vektörünün $\vec{B} = (2, 4, 2)$ vektörü üzerindeki dik izdüşüm vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{6} \cdot (1, 2, 1)$ B) $\frac{1}{5} \cdot (1, 2, 1)$
 C) $\frac{1}{2} \cdot (1, 2, 1)$ D) $(1, 2, 1)$
 E) $2 \cdot (1, 2, 1)$

ÇÖZÜM

$$|\vec{A}| = \sqrt{1+1+4} = \sqrt{6}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{4+16+4} = 2\sqrt{6}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 2-2+4 = 2$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha \Rightarrow 2 = \sqrt{6} \cdot 2\sqrt{6} \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{6} \text{ olur.}$$

Aranan vektör $\vec{OH}$ vektörü olup,

$$\vec{OH} = \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|} \cdot |\vec{OH}| \text{ ve } \cos \alpha = \frac{|\vec{OH}|}{|\vec{A}|} \Rightarrow |\vec{OH}| = |\vec{A}| \cdot \cos \alpha$$

$$\text{ise } \vec{OH} = \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|} \cdot |\vec{A}| \cdot \cos \alpha \Rightarrow \vec{OH} = \frac{(2, 4, 2)}{2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{6} \cdot \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \vec{OH} = \frac{(2, 4, 2)}{2 \cdot 6}$$

$$\Rightarrow \vec{OH} = \frac{1}{6} \cdot (1, 2, 1) \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

16. $\vec{V} = (1, \sqrt{2}, 1)$ ve $\vec{U} = (1, m, 1)$ vektörleri arasındaki açı 45° ise **m kaçtır?**

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

ÇÖZÜM

$$\cos \theta = \frac{\vec{V} \cdot \vec{U}}{|\vec{V}| \cdot |\vec{U}|}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{1 + \sqrt{2} \cdot m + 1}{\sqrt{1+2+1} \cdot \sqrt{1+m^2+1}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2} m}{2 \cdot \sqrt{2+m^2}}$$

$$2 + \sqrt{2} \cdot m = \sqrt{4+2m^2}$$

$$4 + 4\sqrt{2} m + 2m^2 = 4 + 2m^2$$

$$4 + 4\sqrt{2} m = 4$$

$$4\sqrt{2} m = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

17. R^3 de verilen $\vec{A} = (2, -1, 3)$, $\vec{B} = (a, 1, 2)$ ve $\vec{C} = (1, 2, 3)$ vektörlerinin lineer bağımlı olmaları için **a ne olmalıdır?**

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{7}{9}$

ÇÖZÜM**1. YOL :**

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ a & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ a & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow (6 + 6a - 2) - (3 + 8 - 3a) = 0$$

$$\Rightarrow 9a - 7 = 0 \Rightarrow a = \frac{7}{9} \text{ bulunur.}$$

2. YOL :

$\vec{A}, \vec{B}$ ve $\vec{C}$ vektörleri lineer bağımlı iseler

$\vec{A} = x.\vec{B} + y.\vec{C}$ olarak yazılabilirler.

$$(2, -1, 3) = x.(a, 1, 2) + y.(1, 2, 3)$$

$$\begin{cases} 2 = ax + y \\ -1 = x + 2y \\ 3 = 2x + 3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2/x + 2y = -1 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x - 4y = 2 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \pm y = 5 \Rightarrow y = -5 \\ \Rightarrow x = 9 \text{ olur.} \end{cases}$$

$$2 = ax + y \Rightarrow 2 = a.9 - 5$$

$$\Rightarrow a = \frac{7}{9} \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

18. $P(-2, 3, 1)$ noktasından geçen ve

$\vec{V} = (5, -2, -1)$ vektörüne paralel olan doğrunun denklemi nedir?

$$\begin{aligned} \text{A) } \frac{x+2}{5} &= \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{-1} \\ \text{B) } \frac{x+2}{5} &= \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{-1} \\ \text{C) } \frac{x-2}{5} &= \frac{y+3}{-2} = \frac{z+1}{-1} \\ \text{D) } \frac{x-5}{-2} &= \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{1} \\ \text{E) } \frac{x-5}{2} &= \frac{y+2}{-3} = \frac{z+1}{-1} \end{aligned}$$

ÇÖZÜM

1. YOL :

$T(x, y, z)$ olsun.

Doğrunun vektörel denklemi

$$\vec{PT} = k \cdot \vec{d} \Rightarrow (x+2, y-3, z-1) = k.(5, -2, -1)$$

$$\Rightarrow x+2 = 5k$$

$$y-3 = -2k$$

$$z-1 = -k, \text{ k yok edilirse}$$

$$\frac{x+2}{5} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{-1} \text{ bulunur.}$$

2. YOL :

$\vec{V} = (5, -2, -1)$ vektörünü doğrultman vektörü olarak alırsak, doğrunun denklemi ;

$$\frac{x+2}{5} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{-1} \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

19. $A(3, -2, 5)$ noktasından geçen

$\vec{V} = (m, -3, 4)$ vektörünü doğrultman vektörü kabul eden ve Ox eksenine dik olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

$$\begin{aligned} \text{A) } x &= 3, \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4} \\ \text{B) } \frac{x-3}{2} &= \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4} \\ \text{C) } \frac{x-3}{2} &= \frac{y-2}{-3}, z=5 \\ \text{D) } \frac{x-3}{2} &= \frac{z-5}{4}, y=-2 \\ \text{E) } \frac{x-3}{2} &= \frac{y-2}{3} = \frac{z-5}{4} \end{aligned}$$

ÇÖZÜM

Doğrunun Ox eksenine dik olabilmesi için, doğrultman vektörünün birinci bileşeni Yani

$m = 0$ olmalıdır.

O halde doğrunun denklemi;

$$x = 3, \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4} \text{ olur.}$$

YANIT "A"

20. $\vec{V} = (3, a, -2)$ vektörünün $\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+3}{-4}$ doğrusuna paralel olması için a kaç olmalıdır?

$$\text{A) } -2 \quad \text{B) } -1 \quad \text{C) } 0 \quad \text{D) } 1 \quad \text{E) } 2$$

ÇÖZÜM

Bir vektörün bir doğruya paralel olması demek o doğrunun doğrultman vektörüne paralel olması demektir.

$\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+3}{-4}$ doğrusunun doğrultman vektörü

$$\vec{d} = (6, -2, -4) \text{ olduğundan}$$

$$\vec{V} // \vec{d} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{a}{-2} = \frac{-2}{-4}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{-2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

21. Uzayda $P(1, 0, -2)$ ve $T(2, 3, 1)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi, aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{1}$
 B) $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-1}{1}$
 C) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{-3}$
 D) $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-1}{3}$
 E) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{3}$

ÇÖZÜM

$P(1, 0, -2)$ ve $T(2, 3, 1)$ ise

$$\vec{PT} = (2-1, 3-0, 1+2)$$

$$\vec{PT} = (1, 3, 3) \text{ olacağından}$$

$T(2, 3, 1)$ noktasından geçen ve

$\vec{PT} = (1, 3, 3)$ vektörüne paralel olan doğrunun denklemi,

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{3} \text{ olur.}$$

YANIT "E"

22. Denklemleri

$$d_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{-1}$$

$$d_2 = \frac{x}{m} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3} \text{ olan}$$

doğruların birbirine dik durumlu olması için m kaç olmalıdır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

ÇÖZÜM

Birinci doğrunun doğrultmanı $\vec{d}_1 = (2, 3, -1)$

İkinci doğrunun doğrultmanı $\vec{d}_2 = (m, 3, -3)$

$$\vec{d}_1 \perp \vec{d}_2 \Rightarrow \vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$2m + 9 + 3 = 0 \Rightarrow m = -6 \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

$$23. d_1 : \frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{1}$$

$$d_2 : \frac{x+4}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{m}$$

doğruları arasındaki açı 60° ise m yerine gelebilecek değerlerin toplamı nedir?

- A) $-\frac{29}{7}$ B) $-\frac{36}{7}$ C) $-\frac{40}{7}$
 D) $\frac{45}{7}$ E) $\frac{52}{7}$

ÇÖZÜM

Verilen doğruların doğrultman vektörleri

$$\vec{d}_1 = (3, 1, 1) \text{ ve } \vec{d}_2 = (-2, 1, m) \text{ dir.}$$

İki doğru arasındaki açı, doğrultman vektörleri arasındaki açı olacağından,

$$\cos\theta = \frac{\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2}{|\vec{d}_1| \cdot |\vec{d}_2|}$$

$$\cos 60 = \frac{-6 + 1 + m}{\sqrt{9+1+1} \cdot \sqrt{4+1+m^2}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{-5 + m}{\sqrt{11} \cdot \sqrt{m^2+5}}$$

$$\sqrt{11m^2+55} = 2m-10$$

$$11m^2+55 = 4m^2-40m+100$$

$$7m^2+40m-45 = 0 \Rightarrow m_1+m_2 = -\frac{40}{7}$$

bulunur.

YANIT "C"

ÇÖZÜMLÜ TEST - 5

1. $d_1: \frac{x+1}{\sqrt{2}} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{1}$

$d_2: \frac{x-3}{-\sqrt{2}} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{-1}$

doğruları arasındaki açı kaç derecedir?

- A) 60 B) 90 C) 120 D) 135 E) 150

ÇÖZÜM

Doğruların doğrultman vektörleri

$\vec{d}_1 = (\sqrt{2}, 1, 1)$ ve $\vec{d}_2 = (-\sqrt{2}, 1, -1)$ dir.

$$\cos\theta = \frac{\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2}{|\vec{d}_1| \cdot |\vec{d}_2|}$$

$$\cos\theta = \frac{-2 + 1 - 1}{\sqrt{2+1+1} \cdot \sqrt{2+1+1}}$$

$$\cos\theta = \frac{-2}{2 \cdot 2} \Rightarrow \cos\theta = -\frac{1}{2} \text{ ve}$$

$\theta = 120^\circ$ bulunur.

YANIT "C"

2. A(3, -1, 2) noktasının $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2}$ doğru-
suna olan uzaklığı kaç br dir?

- A) $\frac{\sqrt{29}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{93}}{7}$ C) $\frac{\sqrt{93}}{5}$
D) $\frac{\sqrt{31}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{62}}{2}$

ÇÖZÜM

Doğru üzerinde bir nokta P(0, 1, -2) dir.

Doğrultman vektörü $\vec{d} = (1, 1, 2)$ ve

$\vec{PA} = (-3, 2, -4)$ olduğundan

$$\cos\theta = \frac{\vec{PA} \cdot \vec{d}}{|\vec{PA}| \cdot |\vec{d}|} = \frac{-3 + 2 - 8}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{6}} = -\frac{9}{\sqrt{174}} \text{ olur.}$$

$$\sin\theta = \sqrt{1 - \left(-\frac{9}{\sqrt{174}}\right)^2} \Rightarrow \sin\theta = \sqrt{\frac{93}{174}}$$

$$\ell = |\vec{PA}| \cdot \sin\theta$$

$$\ell = \sqrt{29} \cdot \sqrt{\frac{93}{174}} = \sqrt{29 \cdot \frac{93}{174}} = \sqrt{\frac{31}{2}} = \frac{\sqrt{62}}{2} \text{ br}$$

bulunur.

YANIT "E"

3. P(2, -1, 3) noktasından geçen ve
 $\vec{U} = (3, 2, 0)$ vektörüne paralel olan doğru-
nun denklemi nedir?

A) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$

B) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2}, z-3=0$

C) $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{2}, z=3$

D) $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$

E) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$

ÇÖZÜM

Doğrunun denklemi; $\frac{x-2}{3} = \frac{y-(-1)}{2} = \frac{z-3}{0}$ ise

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2}, z-3=0 \text{ olur.}$$

YANIT "B"

4. P(1, -2, 1) ve K(2, 1, -1) noktalarından ge-
çen doğrunun parametrik denklemleri ne-
dir?

A) $x = k + 1$ B) $x = k - 1$
 $y = 3k - 2$ $y = 3k - 2$

$z = 1 - 2k$ $z = 2k - 1$

D) $x = k - 1$ D) $x = k + 1$
 $y = 2k - 3$ $y = 3k + 4$

$z = 2k - 1$ $z = 2k - 1$

E) $x = k + 1$

$y = 3k + 2$

$z = 1 - 2k$

ÇÖZÜM

Doğrunun denklemi;

$$\frac{x-1}{2-1} = \frac{y-(-2)}{1-(-2)} = \frac{z-1}{-1-1} = k \text{ ise}$$

$$x-1 = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-2} = k$$

$$x-1 = k \Rightarrow x = 1+k$$

$$\frac{y+2}{3} = k \Rightarrow y = -2+3k$$

$$\frac{z-1}{-2} = k \Rightarrow z = 1-2k$$

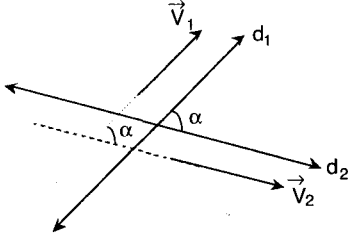
olur.

YANIT "A"

5. $x+1 = \frac{y-3}{2} = z-2$ doğrusu ile $P(1, -1, 3)$ ve $K(3, 0, 2)$ noktalarından geçen doğru arasındaki dar açı kaç derecedir?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

ÇÖZÜM



$$d_1 : x+1 = \frac{y-3}{2} = z-2 \text{ doğrusunun}$$

doğrultman vektörü $\vec{V}_1 = (1, 2, 1)$

$d_2 = PK$ doğrusunun doğrultman vektörü

$$\vec{V}_2 = \vec{PK} = \vec{K} - \vec{P}$$

$$\vec{V}_2 = (3-1, 0-(-1), 2-3)$$

$$\vec{V}_2 = (2, 1, -1) \text{ olup}$$

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = |\vec{V}_1| \cdot |\vec{V}_2| \cdot \cos \alpha$$

$$2 + 2 - 1 = \sqrt{1+4+1} \cdot \sqrt{4+1+1} \cdot \cos \alpha$$

$$3 = \sqrt{6} \cdot \sqrt{6} \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ \text{ olur.}$$

YANIT "D"

6. Denklemi $3x - y + \sqrt{6}z - 17 = 0$ olan düzlemin normal vektörünün uzunluğu kaç br dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM

Düzlemin normal vektörü

$$\vec{N} = (3, -1, \sqrt{6}) \text{ dir.}$$

$$|\vec{N}| = \sqrt{9 + 1 + 6} = 4 \text{ br bulunur.}$$

YANIT "D"

$$d_1 : \frac{x-2}{a} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$$

$$d_2 : \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{b} = \frac{z-3}{4}$$

doğrularının paralel durumlu olmaları için $a-b$ ne olmalıdır?

A) $-\frac{7}{12}$ B) $-\frac{5}{12}$ C) 0 D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{7}{12}$

ÇÖZÜM

d_1 doğrusunun doğrultmanı $\vec{u} = (a, 2, 3)$

d_2 doğrusunun doğrultmanı $\vec{v} = (3, b, 4)$ olup

$$d_1 \parallel d_2 \Rightarrow \vec{u} \parallel \vec{v} \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{2}{b} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{3}{4} \text{ ve } \frac{2}{b} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow a = \frac{9}{4} \text{ ve } b = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow a-b = \frac{9}{4} - \frac{8}{3}$$

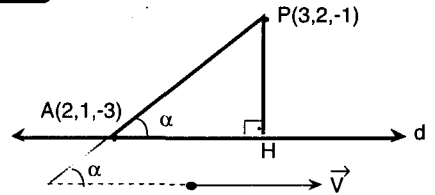
$$\Rightarrow a-b = \frac{-5}{12} \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

8. $P(3, 2, -1)$ noktasının, denklemi $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = z+3$ olan doğruya olan uzaklığı kaç birimdir?

A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
D) $3\sqrt{2}$ E) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

ÇÖZÜM



$d : \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = z+3$ doğrusunun geçtiği bir nokta $A(2, 1, -3)$ ve doğrultman vektörü

$\vec{V} = (2, -1, 1)$ olup;

$$\vec{AP} = \vec{P} - \vec{A} = (1, 1, 2) \text{ olur.}$$

$$\vec{AP} \cdot \vec{V} = |\vec{AP}| \cdot |\vec{V}| \cdot \cos \alpha$$

$$2 - 1 + 2 = \sqrt{1+1+4} \cdot \sqrt{4+1+1} \cdot \cos \alpha$$

$$3 = \sqrt{6} \cdot \sqrt{6} \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

$\triangle PAH$ dik üçgeninden;

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{AH}|}{|\vec{AP}|} = \frac{1}{2} \text{ olduğundan,}$$

$$\frac{|\vec{AH}|}{\sqrt{6}} = \frac{1}{2} \Rightarrow |\vec{AH}| = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ olur.}$$

$$|\vec{PA}|^2 = |\vec{AH}|^2 + |\vec{PH}|^2 \Rightarrow (\sqrt{6})^2 = \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2 + |\vec{PH}|^2$$

$$\Rightarrow 6 = \frac{6}{4} + |\vec{PH}|^2$$

$$\Rightarrow |\vec{PH}|^2 = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow |\vec{PH}| = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow |\vec{PH}| = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

9. $A(2, 0, -1)$ noktasından geçen ve $\vec{N} = (1, -2, -1)$ vektörüne dik olan düzlemin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x+2y+z-3=0$ B) $x+2y-z-3=0$
C) $x-2y-z+2=0$ D) $x-2y-z-1=0$
E) $x-2y-z-3=0$

ÇÖZÜM

$P(x, y, z)$ olsun.

$$\vec{AP} = (x-2, y, z+1)$$

$$\vec{N} = (1, -2, -1)$$

$$\vec{AP} \cdot \vec{N} = 0$$

$$x-2-2y-z-1=0$$

$$x-2y-z-3=0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

10. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{-1}$ doğrusunun

$2x+my-z-3=0$ düzlemine paralel olması için m kaç olmalıdır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

ÇÖZÜM

Doğrunun doğrultma vektörü $\vec{d} = (4, -3, -1)$

Düzlemin normal vektörü $\vec{N} = (2, m, -1)$ dir.

Doğrunun düzleme paralel olması için

$$\vec{d} \cdot \vec{N} = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$(4, -3, -1) \cdot (2, m, -1) = 0$$

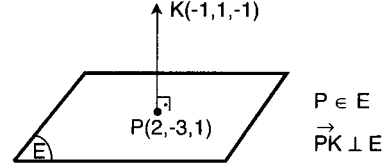
$$8-3m+1=0 \Rightarrow m=3 \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

11. $P(2, -3, 1)$ ve $K(-1, 1, -1)$ noktaları veriliyor. P noktasından geçen ve $\vec{PK}$ vektörüne dik olan düzlemin denklemi nedir?

- A) $3x+4y-2z-20=0$ B) $3x-4y+2z-20=0$
C) $3x-4y+2z-16=0$ D) $3x-4y+2z-18=0$
E) $3x+4y-2z-18=0$

ÇÖZÜM



E düzleminin normali

$$\vec{PK} = \vec{K} - \vec{P} = (-3, 4, -2) \text{ olup denklemi,}$$

$$-3(x-2) + 4(y-(-3)) - 2(z-1) = 0$$

$$-3x + 6 + 4y + 12 - 2z + 2 = 0$$

$$-3x + 4y - 2z + 20 = 0$$

$$3x - 4y + 2z - 20 = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

12. $\frac{x-a}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-2}{b}$ doğrusu $3x+2y-z+5=0$ düzlemi içinde ise $a \cdot b$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

ÇÖZÜM

Doğrunun doğrultmanı $\vec{u} = (4, -3, b)$ ve

geçtiği bir nokta $P(a, -2, 2)$; düzlemin normali

ise $\vec{v} = (3, 2, -1)$ olup,

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow 12 - 6 - b = 0 \Rightarrow b = 6$$

P düzlem denklemini sağlayacağından

$$3a - 4 - 2 + 5 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \text{ olur.}$$

$$a \cdot b = \frac{1}{3} \cdot 6 \Rightarrow a \cdot b = 2 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

13. $\sqrt{2}x - y + z - 5 = 0$ düzlemi ile

$\sqrt{2}x + y + z - 7 = 0$ düzlemi arasındaki

açının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 30 B) 90 C) 120 D) 135 E) 150

ÇÖZÜM

Düzlemlerin normal vektörleri,

$\vec{N}_1 = (\sqrt{2}, -1, 1)$ ve $\vec{N}_2 = (\sqrt{2}, 1, 1)$ dir.

$$\cos\theta = -\frac{\vec{N}_1 \cdot \vec{N}_2}{|\vec{N}_1| \cdot |\vec{N}_2|}$$

$$\cos\theta = -\frac{2 - 1 + 1}{\sqrt{2+1+1} \cdot \sqrt{2+1+1}} = -\frac{2}{2 \cdot 2} = -\frac{1}{2}$$

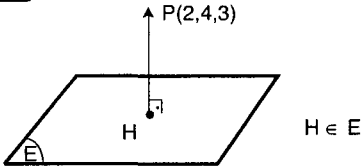
$$\cos\theta = -\frac{1}{2} \text{ ise } \theta = 120^\circ \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

14. $P(2, 4, 3)$ noktasının $3x - y - 2z - 10 = 0$ düzlemine olan uzaklığı kaç birimdir?

- A) $\sqrt{14}$ B) $\sqrt{13}$ C) $2\sqrt{3}$
D) $\sqrt{11}$ E) $\sqrt{10}$

ÇÖZÜM



$$|PH| = \frac{|3 \cdot 2 - 4 - 2 \cdot 3 - 10|}{\sqrt{9 + 1 + 4}} \Rightarrow |PH| = \frac{14}{\sqrt{14}}$$

$$\Rightarrow |PH| = \sqrt{14} \text{ birim}$$

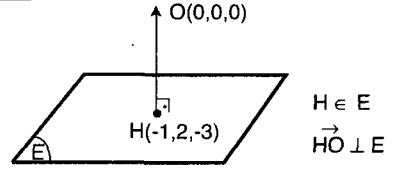
bulunur.

YANIT "A"

15. Bir düzleme orijinden inen dikin dikme ayağı $H(-1, 2, -3)$ ise bu düzlemin denklemi nedir?

- A) $x+2y+3z-14=0$ B) $x-2y+3z+14=0$
C) $2x-y-3z-14=0$ D) $x+2y-3z-14=0$
E) $2x+y+3z+14=0$

ÇÖZÜM



E düzleminin normali

$\vec{HO} = \vec{O} - \vec{H} = (1, -2, 3)$ olup denklemi;

$$1 \cdot (x - (-1)) - 2(y - 2) + 3 \cdot (z - (-3)) = 0$$

$$x + 1 - 2y + 4 + 3z + 9 = 0$$

$$x - 2y + 3z + 14 = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

16. $E_1 : 2x + (2m-1)y - 3z + 4 = 0$

$$E_2 : (m+1)x - 2y + 4z - 3 = 0$$

düzlemlerinin dik durumlulu olmaları için m ne olmalıdır?

- A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

ÇÖZÜM

E_1 düzleminin normali $\vec{u} = (2, 2m-1, -3)$

E_2 düzleminin normali $\vec{v} = (m+1, -2, 4)$ olup

$$E_1 \perp E_2 \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$$

$$\Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

$$\Rightarrow 2(m+1) - 2 \cdot (2m-1) - 3 \cdot 4 = 0$$

$$\Rightarrow 2m + 2 - 4m + 2 - 12 = 0$$

$$\Rightarrow -2m - 8 = 0$$

$$\Rightarrow m = -4 \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

17. $E : (m-1)x + 2y - 3z + 1 = 0$ düzlemi ile

$$d : \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-1} \text{ doğrusunun}$$

paralel durumlulu olması için m ne olmalıdır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 0 D) $-\frac{5}{2}$ E) $-\frac{7}{2}$

ÇÖZÜM

E düzleminin normal $\vec{u} = (m-1, 2, -3)$

d doğrusunun doğrultmanı $\vec{v} = (2, 3, -1)$ olup

$$E // d \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{v} \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

$$\Rightarrow 2(m-1) + 3 \cdot 2 + (-1) \cdot (-3) = 0$$

$$\Rightarrow 2m - 2 + 6 + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2m = -7$$

$$\Rightarrow m = \frac{-7}{2} \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

18. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2}$ doğrusunun $3x-y+2z-5=0$ düzlemini deldiği noktanın koordinatları nedir?

- A) $(-3, -2, 1)$ B) $(3, 2, -1)$
C) $(3, -2, -1)$ D) $(1, 2, -3)$
E) $(1, 2, 3)$

ÇÖZÜM

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2} = k \text{ ise}$$

$x = 2k+1$, $y = 3k-1$ ve $z = -2k+1$ olup bu koordinatlar düzlem denklemini sağlar.

$$3(2k+1) - (3k-1) + 2(-2k+1) - 5 = 0$$

$$6k + 3 - 3k + 1 - 4k + 2 - 5 = 0$$

$$-k + 1 = 0 \Rightarrow k = 1 \text{ dir.}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 2k + 1 \Rightarrow x = 3 \\ y = 3k - 1 \Rightarrow y = 2 \\ z = -2k + 1 \Rightarrow z = -1 \end{array} \right\} \text{ olur.}$$

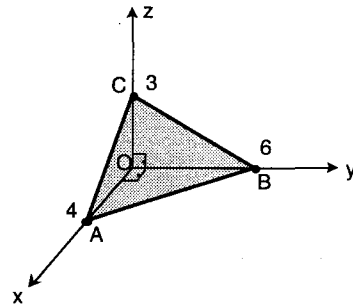
Aranan nokta $(3, 2, -1)$ bulunur.

YANIT "B"

19. $3x+2y+4z-12=0$ düzleminin koordinat düzlemleriyle kesişiminden oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

ÇÖZÜM



$3x+2y+4z-12=0$ düzleminde

$$\left. \begin{array}{l} y = z = 0 \Rightarrow x = 4 \\ x = z = 0 \Rightarrow y = 6 \\ x = y = 0 \Rightarrow z = 3 \end{array} \right\} \text{ olup oluşan cisim}$$

tabanı $\triangle OAB$ dik üçgeni ve yüksekliği $IOCI$ olan üçgen piramittir.

$$\text{Hacim} = \frac{1}{3} \cdot A(\triangle OAB) \cdot IOCI$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{4 \cdot 6}{2} \cdot 3$$

$$= 12 \text{ birimküp bulunur.}$$

YANIT "C"

20. $E_1 : \sqrt{2}x + y - z - 1 = 0$

$E_2 : -\sqrt{2}x + y + z + 3 = 0$

düzlemleri arasındaki dar açı kaç derecedir?

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

ÇÖZÜM

E_1 düzleminin normal $\vec{u} = (\sqrt{2}, 1, -1)$

E_2 düzleminin normal $\vec{v} = (-\sqrt{2}, 1, 1)$

olup E_1 ile E_2 arasındaki açı $\vec{u}$ ve $\vec{v}$ vektörleri arasındaki açıdır.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \alpha \Rightarrow -2 + 1 - 1 = \sqrt{2+1+1} \cdot \sqrt{2+1+1} \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow -2 = 2 \cdot 2 \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 120^\circ$$

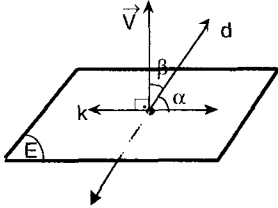
$$\Rightarrow 180^\circ - \alpha = 60^\circ \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

21. $d : \frac{x-1}{2} = y+2 = \frac{z-3}{-1}$ doğrusu ile
 $E : x + 2y + z - 5 = 0$ düzlemi arasındaki dar açı kaç derecedir?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

ÇÖZÜM



$k \in E$ olup

d nin doğrultmanı $\vec{u} = (2, 1, -1)$

E nin normali $\vec{v} = (1, 2, 1)$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \alpha \Rightarrow 2+2-1 = \sqrt{4+1+1} \cdot \sqrt{1+4+1} \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 3 = \sqrt{6} \cdot \sqrt{6} \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

d ve E arasındaki açı ise

$$\beta = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \beta = 90^\circ - 60^\circ$$

$$\Rightarrow \beta = 30^\circ \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

22. $A(3, 2, 1)$, $B(2, -1, 1)$ ve $C(1, 2, -2)$ noktalarından geçen düzlemin denklemi nedir?

A) $3x+2y-z-5=0$ B) $3x+y-2z-5=0$
 C) $3x-y-2z-5=0$ D) $2x-y-z-5=0$
 E) $2x+y+z+5=0$

ÇÖZÜM

$$\begin{vmatrix} x-3 & 2-3 & 1-3 \\ y-2 & -1-2 & 2-2 \\ z-1 & 1-1 & -2-1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} x-3 & -1 & -2 \\ y-2 & -3 & 0 \\ z-1 & 0 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (9(x-3) + 0 + 0) - (6(z-1) + 3(y-2) + 0) = 0$$

$$\Rightarrow 9x - 27 - 6z + 6 - 3y + 6 = 0$$

$$\Rightarrow 9x - 6z - 3y - 15 = 0$$

$$\Rightarrow 3x - y - 2z - 5 = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

23. Ox ekseninde olup,
 $E_1 : 2x+y-2z-4=0$ ve
 $E_2 : 3x+2y+6z-1=0$

düzlemlerine eşit uzaklıkta bulunan noktanın koordinatları nedir?

A) $\left(\frac{31}{23}, 1, 1\right)$ B) $\left(\frac{31}{23}, 0, 1\right)$
 C) $\left(\frac{31}{23}, 1, 0\right)$ D) $\left(\frac{31}{23}, 0, 0\right)$
 E) $\left(\frac{31}{23}, -1, 0\right)$

ÇÖZÜM

Ox ekseninde bir nokta $P(a, 0, 0)$ olmak üzere

$$\frac{|2a+0-2 \cdot 0-4|}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{|3a+2 \cdot 0+6 \cdot 0-1|}{\sqrt{9+4+36}}$$

$$\frac{|2a-4|}{3} = \frac{|3a-1|}{7}$$

$$7 \cdot |2a-4| = 3 \cdot |3a-1|$$

$$14a - 28 = \pm (9a - 3)$$

$$5a = 25 \text{ veya } 23a = 31$$

$$a = 5 \text{ veya } a = \frac{31}{23} \text{ olur}$$

$$P(5, 0, 0) \text{ veya } P\left(\frac{31}{23}, 0, 0\right) \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

24. $2x-3y+4z-5=0$ ve $-4x+6y-8z+2=0$ düzlemlerine eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

A) $3x+2y+4z-3=0$ B) $3x-2y-4z-5=0$
 C) $2x-3y+4z-5=0$ D) $2x+3y-4z-3=0$
 E) $2x-3y+4z-3=0$

ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} 2x-3y+4z-5=0 \\ -\frac{1}{2}(-4x+6y-8z+2)=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x-3y+4z-5=0 \\ 2x-3y+4z-1=0 \end{array} \right\}$$

Paralel düzlemler olduklarından geometrik yer denklemi;

$$\frac{2x+2x}{2} - \frac{3y+3y}{2} + \frac{4z+4z}{2} - \frac{5+1}{2} = 0$$

$$2x-3y+4z-3=0 \text{ olur.}$$

YANIT "E"

VEKTÖRLER

TEST 1

1. ABCD bir paralelkenardır. Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\vec{AB} = \vec{DC}$ B) $\vec{CB} = \vec{DA}$
C) $\vec{CD} = \vec{BA}$ D) $\vec{BC} = \vec{AD}$
E) $\vec{CB} = \vec{AD}$

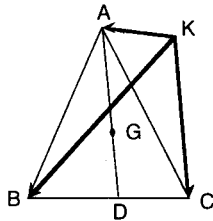
2. Uzunlukları sıfırdan farklı $\vec{AB}$ ve $\vec{CD}$ yönlü doğru parçaları için $\vec{AB} = -3\vec{CD}$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $|\vec{AB}| = 3 \cdot |\vec{CD}|$
B) $\vec{AB}$ ile $\vec{CD}$ aynı doğrultuda ve zıt yönlüdür.
C) $\vec{AB} = 3 \cdot \vec{DC}$
D) $\vec{AB}$ ile $\vec{CD}$ aynı doğrultuda ve aynı yöndedir.
E) $\vec{DC} = -\frac{1}{3} \cdot \vec{BA}$

3. ABCD paralelkenarının köşegenlerinin kesim noktası O dır. Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $\vec{AD} + \vec{AB} = \vec{DB}$
B) $\vec{AO} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{AD} + \vec{AB})$
C) $\vec{AD} + \frac{1}{2} \cdot \vec{DB} = \vec{OA}$
D) $\vec{AD} + \vec{AC} + \vec{CB} = \vec{BA}$
E) $\vec{CD} + \vec{CB} = 2 \cdot \vec{AO}$

4. ABC üçgeninin ağırlık merkezi G dir. K herhangi bir nokta olmak üzere $\vec{KA} + \vec{KB} + \vec{KC}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

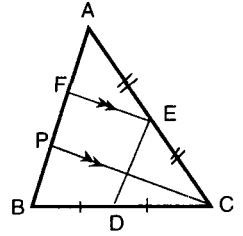


- A) $\vec{AD}$ B) $3\vec{AD}$ C) $2\vec{KD}$
D) $3 \cdot \vec{KD}$ E) $\vec{0}$

5. $\vec{AB} = -\frac{3}{2} \vec{CD}$ ve $\vec{CD} = -\frac{2}{3} \vec{EF}$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

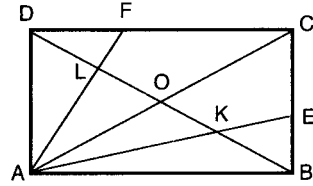
- A) $\vec{AB} = \vec{EF}$ B) $|\vec{AB}| > |\vec{EF}|$
C) $|\vec{AB}| < |\vec{EF}|$ D) $\vec{AB} = -\vec{EF}$
E) $\vec{AB} + \vec{EF} = \vec{CD}$

6. Şekildeki ABC üçgeninde, $|\vec{AE}| = |\vec{CE}|$, $|\vec{BD}| = |\vec{CD}|$, $[\vec{EF}] \parallel [\vec{CP}]$ dir. $\vec{AF} + \vec{CD} = m \cdot (\vec{CP} + \vec{AB})$ olduğuna göre m kaçtır?



- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) 2

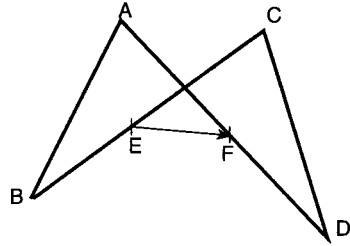
7.



ABCD dikdörtgeninde E ve F ait oldukları kenarların orta noktalarıdır. $\vec{AE} + \vec{AF} = m \cdot (\vec{AK} + \vec{AL})$ olduğuna göre m kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

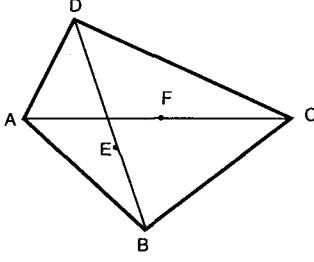
8.



Şekilde $|\vec{AF}| = |\vec{DF}|$, $|\vec{BE}| = |\vec{CE}|$ dir. $\vec{EF} = m \cdot \vec{AB} + n \cdot \vec{CD}$ olduğuna göre $m + n$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

9. ABCD dörtgeninde E ve F köşegenlerin orta noktalarıdır. $\vec{AD} + \vec{CB}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



- A) $\vec{EF}$ B) $\vec{CA}$ C) $2\vec{FE}$
D) $\frac{1}{2} \cdot \vec{FE}$ E) $\vec{DB}$

10. Doğrultuları farklı $\vec{0}$ dan farklı $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörleri için $|\vec{a} + \vec{b}| > |\vec{a} - \vec{b}|$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $\vec{a} \perp \vec{b}$ B) $\vec{a} = \vec{b}$
C) $m(\vec{a}, \vec{b}) < 90^\circ$ D) $m(\vec{a}, \vec{b}) > 90^\circ$
E) $\vec{a} \parallel \vec{b}$

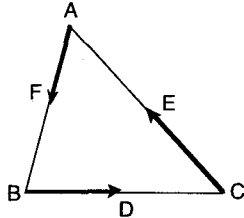
11. $\vec{0}$ dan farklı $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörleri için, $|\vec{a} - \vec{b}|^2 + |\vec{a} + \vec{b}|^2$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$ B) $2|\vec{a}|^2 - 2|\vec{b}|^2$
C) $|\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2$ D) $2|\vec{a}|^2 + 2|\vec{b}|^2$
E) $\frac{1}{2} \cdot (|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2)$

12. Şekildeki ABC üçgeninde D, E, F ait oldukları kenarların orta noktalarıdır.

Buna göre,

$\vec{AF} + \vec{BD} + \vec{CE}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



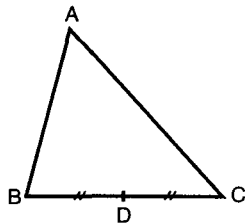
- A) $3 \cdot \vec{AB}$ B) $\vec{CA}$ C) $2\vec{BC}$
D) $\vec{BA}$ E) $\vec{CC}$

13. Şekildeki ABC üçgeninde $|\vec{BD}| = |\vec{CD}|$ dir.

Buna göre

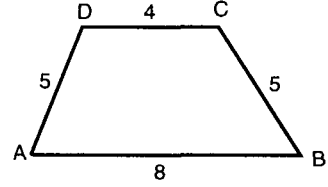
$$\frac{1}{2} \vec{AB} + \frac{1}{2} \vec{AC} + \vec{DB}$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?



- A) $\vec{BA}$ B) $\vec{BC}$ C) $\vec{AC}$
D) $\vec{AB}$ E) $\vec{CA}$

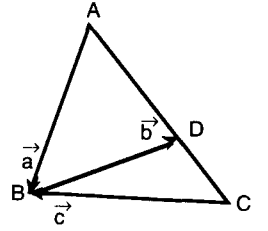
- 14.



Kenar uzunlukları şekilde verilen ikizkenar yamuk için, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{DC} + \vec{CB}$ B) $\vec{AB} = \vec{DC}$
C) $|\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD}| = 8$ D) $|\vec{AB} + \vec{BC}| = 9$
E) $\vec{AB} = \frac{1}{2} \cdot \vec{CD}$

15. Şekildeki ABC üçgeninde $|\vec{AD}| = 2 \cdot |\vec{DC}|$ dir. $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BD} = \vec{b}$ ve $\vec{CB} = \vec{c}$ olduğuna göre, $\vec{a}$ vektörünün $\vec{b}$ ve $\vec{c}$ vektörleri türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

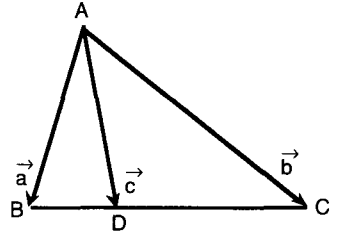


- A) $-3\vec{b} - 2\vec{c}$ B) $3\vec{b} + 2\vec{c}$ C) $2\vec{b} - 3\vec{c}$
D) $\frac{3\vec{c} - 2\vec{b}}{3}$ E) $\frac{\vec{b} - 2\vec{c}}{2}$

16. Şekildeki ABC

üçgeninde $\frac{|\vec{BD}|}{|\vec{BC}|} = \frac{2}{7}$ dir.

$\vec{AB} = \vec{a}$,
 $\vec{AC} = \vec{b}$ ve
 $\vec{AD} = \vec{c}$



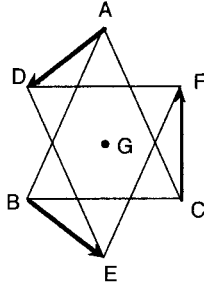
olduğuna göre $\vec{c}$ vektörünün $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{5\vec{a} - 2\vec{b}}{7}$ B) $\frac{5\vec{a} + 2\vec{b}}{7}$ C) $\frac{2\vec{a} + 5\vec{b}}{7}$
D) $\frac{2\vec{a} - 5\vec{b}}{7}$ E) $\frac{5}{7} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$

17. $\vec{A} = (x+y, y)$, $\vec{B} = (5, -x)$ $\vec{C} = (6, 1)$ dir. $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ ise (x, y) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

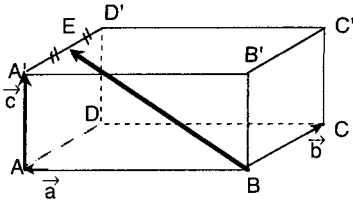
- A) $(-1, 0)$ B) $(-1, -1)$ C) $(0, 1)$
D) $(1, 0)$ E) $(1, 1)$

18. Şekildeki ABC ve DEF üçgeninin ağırlık merkezi G dir. $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



- A) $2\vec{AG}$ B) $2\vec{GC}$ C) $2\vec{GB}$
D) $2\vec{GD}$ E) $\vec{0}$

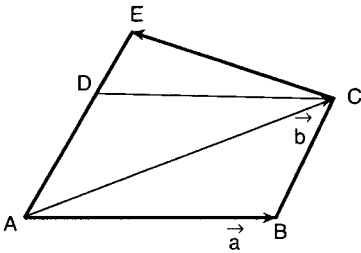
19.



Şekildeki dikdörtgenler prizmasında $IA'EI = ID'EI$ dir. $\vec{BA} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$ ve $\vec{AA'} = \vec{c}$ ise $\vec{BE}$ vektörü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2} \cdot (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ B) $\frac{1}{2} \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
C) $\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} + \vec{c}$ D) $\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2} \vec{c}$
E) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

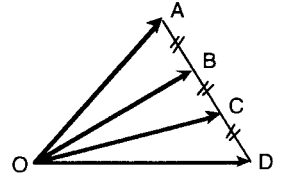
20.



Şekildeki ABCD paralelkenarında $\frac{IADI}{IAEI} = \frac{2}{3}$ dür. $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AC} = \vec{b}$ olduğuna göre $\vec{CE}$ vektörü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\vec{a} + \vec{b}$ B) $\vec{a} - \vec{b}$ C) $\frac{1}{2} \vec{b} - \frac{3}{2} \vec{a}$
D) $\frac{1}{2} \vec{a} - \frac{3}{2} \vec{b}$ E) $\frac{1}{2} \vec{a} + \frac{3}{2} \vec{b}$

21. Şekilde $IABI = IBCI = ICDI$ dir.

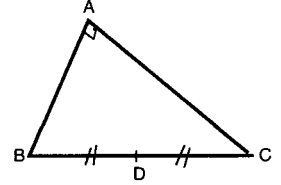


$\vec{OA} + \vec{OD} = k (\vec{OB} + \vec{OC})$ olduğuna göre k kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

22. Şekildeki ABC üçgeninde

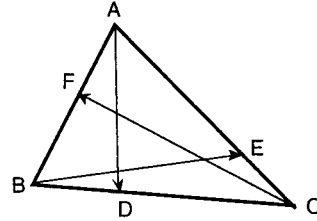
$m(\hat{BAC}) = 90^\circ$ ve $IBDI = ICDI$ dir.



$\vec{DP} = \frac{2}{3} \vec{PA}$ koşulunu sağlayan P noktası için $\frac{IDPI}{IBCI}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

23.



Şekildeki ABC üçgeninde $IBDI = ICEI = IAFI = \frac{1}{3}$ olduğuna göre

$\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF}$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2\vec{AC}$ B) $\vec{CA} + \frac{1}{3} \vec{AB}$
C) $\frac{1}{3} \cdot (\vec{BC} + \vec{CA} + \vec{AB})$ D) $\frac{1}{3} \vec{BC}$
E) $\vec{0}$

24. ABC üçgeninin iç bölgesinde bir P noktası alınıyor. $\vec{AB} - \vec{PC} + \vec{AC} - \vec{PB} = k \cdot \vec{AP}$ olduğuna göre k kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

25. A, B, C, D noktaları için $\vec{AB} = \frac{1}{3} \vec{BC} = 3 \vec{CD}$ olduğu biliniyor. $\vec{AD} = m \cdot \vec{CD}$ ise m kaçtır?

- A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

VEKTÖRLER

TEST 2

1. $\vec{2A} + \vec{B} = (5, 10)$ ve $\vec{A} - \vec{B} = (4, 2)$ olduğuna göre $\vec{A}$ vektörünün bileşenleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) (3, 4) B) (4, 3) C) (-1, 2)
D) (1, -2) E) (1, 2)

2. $\vec{A} = (2, 5)$, $\vec{B} = (-1, 3)$, $\vec{C} = (7, 1)$ vektörleri veriliyor. $\vec{C} = m\vec{A} + n\vec{B}$ olduğuna göre $m - n$ kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. $\vec{OA} = (2, -8)$, $\vec{OB} = (-3, 5)$ olduğuna göre, $\vec{AB}$ vektörü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) (5, 8) B) (-5, 13) C) (8, -3)
D) (13, 5) E) (8, -5)

4. $\vec{A} = (m, 1)$, $\vec{B} = (1-m, 2)$ ve $\vec{C} = 2\vec{A} + \vec{B}$ dir. $|\vec{C}| = 4$ olduğuna göre m kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $A(1, 2)$ ve $B(3, 4)$ noktaları veriliyor. $\vec{AB} = 2\vec{BC}$ eşitliğini sağlayan C noktasının orijine uzaklığı kaç br dir?

A) 3 B) $\sqrt{29}$ C) 6
D) $\sqrt{41}$ E) 7

6. $A(3a, 2b)$ ve $B(b, 2a-1)$ noktaları veriliyor. $[AB]$ doğru parçalarının P orta noktasına ait konum vektörü $\vec{OP} = (5, 3)$ ise $a-b$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $\vec{V} = \sqrt{3}\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ vektörünün x -ekseni ile pozitif yönde yaptığı kaç derecedir?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

8. Köşelerinin koordinatları $A(-3, -12)$, $B(5, -9)$ ve $C(1, 3)$ olan ABC üçgeninin ağırlık merkezi G dir. $\vec{GA}$ vektörü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) (2, -1) B) (-7, 0) C) (1, 3)
D) (4, 6) E) (-4, -6)

9. $\vec{A} = (3, 7)$, $\vec{AB} = (2, -6)$ olduğuna göre $\vec{B}$ vektörü aşağıdakilerden hangisine eşit-tir?

A) (-5, -1) B) (5, 1) C) (-1, -5)
D) (1, 5) E) (2, 1)

10. $A(2, 3)$, $B(7, 2)$ ve $C(3, 5)$ noktaları veriliyor. $\vec{AB} = \vec{CD}$ eşitliğini sağlayan D noktasının koordinatları toplamı nedir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

11. $A(1, -2)$, $B(4, 1)$, $C(3, m)$ ve $D(5, 4)$ noktaları veriliyor. $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$ olduğuna göre m kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. $\left. \begin{array}{l} x - y = 3 \\ 4x - 3y = 10 \end{array} \right\}$ denklem sistemi aşağıdaki vektörel eşitliklerden hangisine denktir?

A) $y \cdot [-1, 1] + x \cdot [4, -3] = [10, -3]$
B) $x \cdot [-1, 1] + y \cdot [4, -3] = [10, -3]$
C) $x \cdot [4, -1] + y \cdot [-3, 1] = [10, -3]$
D) $x \cdot [4, -1] + y \cdot [-3, 1] = [10, 3]$
E) $3 \cdot [x, -1] + 4 \cdot [y, -1] = [10, 3]$

13. $\vec{A} = -3 \cdot \vec{B}$ ve $\vec{A} + \vec{B} = 8\vec{e}_1 - 6\vec{e}_2$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\vec{A} + \vec{B} = -2\vec{B}$ B) $\vec{A} + 3\vec{B} = 0$
 C) $\vec{A} = \left(\frac{4}{5}, -1\right)$ D) $\vec{B} = (-4, 3)$
 E) $|\vec{A}| = 3 \cdot |\vec{B}|$

14. $k \in \mathbb{R}$ olmak üzere, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\vec{a} \cdot \vec{a} \geq 0$
 B) $\sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} = |\vec{a}|$
 C) $\vec{a} \cdot \vec{a} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$
 D) $(k \cdot \vec{a}) \cdot \vec{a} = k \cdot (\vec{a} \cdot \vec{a})$
 E) $\sqrt{k \cdot \vec{a} \cdot k \cdot \vec{a}} = k \cdot |\vec{a}|$

15. $\vec{A} = (-2, 2)$ ve $\vec{B} = (\log_3(x-2), 4)$ vektörleri veriliyor. $\vec{A} \perp \vec{B}$ olduğuna göre x kaçtır?

- A) 11 B) 29 C) 83 D) 245 E) 731

16. $\vec{A} = 3\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$ ve $\vec{B} = \vec{e}_1 + 7\vec{e}_2$ vektörleri arasındaki açı kaç derecedir?

- A) 45 B) 60 C) 90 D) 135 E) 150

17. $\vec{V}_1 - 2\vec{V}_2 = 5\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$ ve $\vec{V}_1 + 2\vec{V}_2 = -3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$ olduğuna göre $\vec{V}_1$ ile $\vec{V}_2$ vektörleri arasındaki açı kaç derecedir?

- A) 135 B) 120 C) 60 D) 45 E) 30

18. $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\vec{A} = (2m, m-1)$ vektörlerinin belirttiği birim vektörler arasındaki açının kosinüsü nedir?

- A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) 0 D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

19. $\vec{a} = (-1, 3)$, $\vec{b} = (2, 4)$ olduğuna göre $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ skaler çarpımı kaçtır?

- A) -9 B) -10 C) -11 D) -12 E) -13

20. Bir ABC üçgeninde $|AB| = 3$ br, $|BC| = 4$ br ve $|AC| = 6$ br dir. $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ skaler çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{29}{2}$ B) 15 C) $\frac{31}{2}$ D) 16 E) $\frac{33}{2}$

21. Bir ABCD karesinin içinde herhangi bir P noktası alınıyor. $(\vec{PA} + \vec{CP}) \cdot (\vec{PB} + \vec{DP})$ skaler çarpımı kaçtır?

- A) $-\sqrt{2}$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $\sqrt{2}$

22. $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2\sqrt{5}$ ve $\vec{a} + \vec{b} = (5, 6)$ olduğuna göre $\vec{a} \cdot \vec{b}$ iç çarpımı kaçtır?

- A) 9 B) $\frac{15}{2}$ C) 11 D) $\frac{23}{2}$ E) $\frac{25}{2}$

23. Şekildeki ABC üçgeninde

$$m(\hat{BAC}) = 90^\circ,$$

$$m(\hat{ACB}) = 30^\circ \text{ dir.}$$

$$\vec{CB} \cdot \vec{CA} = 12$$

olduğuna göre $|\vec{AB}|$ kaçtır?

- A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) 3

24. $|\vec{a} + \vec{b}| = 6$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 4$ olduğuna göre $\vec{a} \cdot \vec{b}$ skaler çarpımı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

25. Şekildeki ABC üçgeni eşkenardır.

$$|BD| = |CE| = 1 \text{ br ve}$$

$$|AE| = 2 \text{ br}$$

olduğuna göre

$\vec{BC} \cdot (\vec{DC} + \vec{EC})$ skaler çarpımı kaçtır?

- A) 6 B) 6,5 C) 7 D) 7,5 E) 8

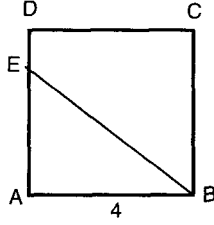
26. $\vec{V}_1 = (-1, \sqrt{3})$, $\vec{V}_2 = (2\sqrt{3}, 2)$ vektörleri arasındaki açıyı ortalayan bir vektör $\vec{V} = (a, 2)$ olduğuna göre, a kaç olabilir?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $2 - \sqrt{3}$ C) $2 + \sqrt{3}$
 D) $4 - 2\sqrt{3}$ E) $1 - \sqrt{3}$

VEKTÖRLER

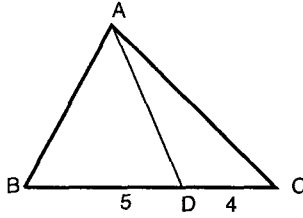
TEST 3

1. Şekildeki ABCD karesinin bir kenarı 4 br dir. $IAEI = 3$. $IDEI$ olduğuna göre $\vec{DA} \cdot (\vec{BA} + \vec{BE})$ çarpımının değeri nedir?



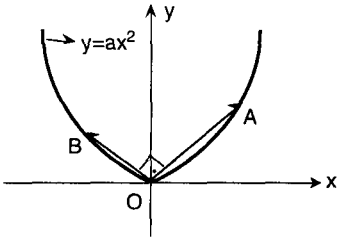
- A) -12 B) $-\frac{48}{5}$ C) $-\frac{12}{5}$
D) $\frac{48}{5}$ E) 12

2. Şekilde $IDBI = 5$ br ve $ICDI = 4$ br olduğuna göre, $\vec{CB} \cdot (\vec{AD} - \vec{AB})$ skaler çarpımı kaçtır?



- A) -25 B) -20 C) -16 D) 16 E) 20

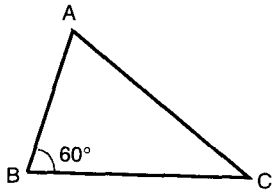
- 3.



Şekildeki $y = ax^2$ parabolü üzerinde apsisi sırasıyla 2 ve -1 olan A ve B noktaları alınıyor. $\vec{OA} \perp \vec{OB}$ ise a kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) 2

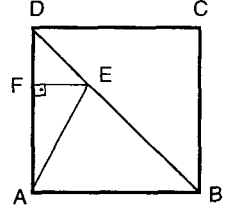
4. Şekildeki ABC üçgeninin alanı $6\sqrt{3}$ br² dir.



$m(\hat{ABC}) = 60^\circ$ olduğuna göre, $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$ skaler çarpımı kaçtır?

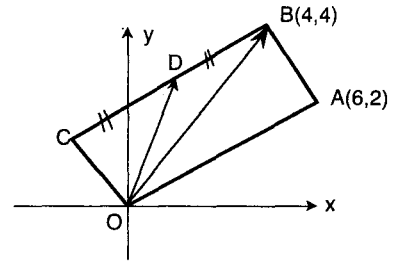
- A) 24 B) 18 C) 12 D) 6 E) 4

5. Şekildeki ABCD karesinde, $IABI = 12$ br, $IDEI = \frac{1}{3} \cdot IDBI$ ve $[EF] \perp [AD]$ ise $\vec{AE} \cdot (\vec{EF} + \vec{AB})$ vektörel çarpımı kaçtır?



- A) 0 B) 16 C) 32 D) 48 E) 64

- 6.



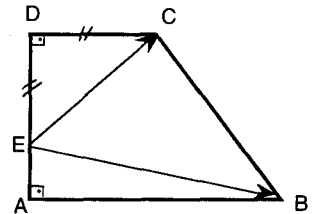
Şekilde OACB dikdörtgen, $A(6, 2)$, $B(4, 4)$ ve $IDBI = ICDI$ olduğuna göre, $\vec{OD} \cdot \vec{OB}$ iç çarpımı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

7. Bir ABCD paralelkenarında $\vec{AB} = (3, 4)$ ve $\vec{AD} = (2, 0)$ olduğuna göre $A(ABCD)$ kaç br² dir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

8. Şekilde ABCD dik yamuktur. $IDEI = ICDI = 2$ br, $IAEI = 1$ br ve $IABI = 2$. $IDCI$ olduğuna göre $\vec{EC} \cdot \vec{EB}$ skaler çarpımı kaçtır?



- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

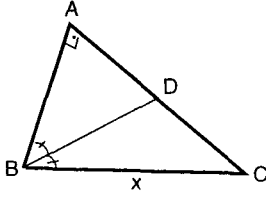
9. Şekildeki ABC üçgeninde,

$$m(\hat{BAC}) = 90^\circ,$$

$$m(\hat{ABD}) = m(\hat{CBD}),$$

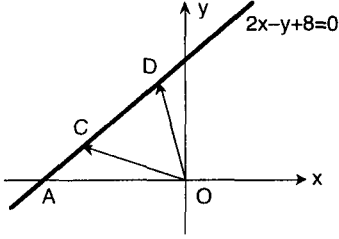
$$|AC| = 3|AD| \text{ ve}$$

$$\vec{AC} \cdot (\vec{AB} + \vec{AD}) = 27 \text{ ise } |BC| = x \text{ kaç br dir?}$$



- A) $8\sqrt{3}$ B) $7\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{3}$
D) $5\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

- 10.



Şekilde $2x - y + 8 = 0$ doğrusunun grafiği verilmiştir. $|OC| = |OD| = \frac{|CD|}{2}$ olduğuna öre

$\vec{OC} \cdot \vec{OD}$ skaler çarpımı kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

11. $\vec{V}_1 = (-3, -4)$, $\vec{V}_2 = (8, 6)$ vektörlerini ortala-
yan bir vektör $\vec{u} = (1, a)$ ise **a** aşağıdakiler-
den hangisi olabilir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $\vec{AB} = m \cdot \vec{BC}$ ve $\vec{AC} = 4 \cdot \vec{CB}$ olduğuna göre
m kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) 1 D) 3 E) 5

13. $\vec{A} = (1, 3)$ vektörünün $y = 3x$ doğrusu üzerin-
deki dik izdüşümünün uzunluğu kaç br dir?

- A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) 3 D) $\sqrt{10}$ E) 4

14. $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ birim vektörleri arasındaki açı 60° dir.
 $\vec{A} = 4\vec{a} + 3\vec{b}$ olduğuna göre, $|\vec{A}|$ nedir?

- A) 5 B) 6 C) $\sqrt{37}$
D) 7 E) $5\sqrt{2}$

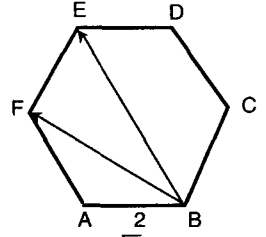
15. $6x - 8y - 17 = 0$ doğrusuna paralel olan birim vektörlerden biri aşağıdakilerden hangisi-
dir?

- A) $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ B) $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ C) $\left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$
D) $\left(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ E) $\left(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}\right)$

16. $\vec{A} = (x, 3x)$, $\vec{B} = (4-x, x)$ vektörleri doğrusal
(linear) bağımlı iki vektör ise $\vec{A} \cdot \vec{B}$ skaler
çarpımı kaçtır?

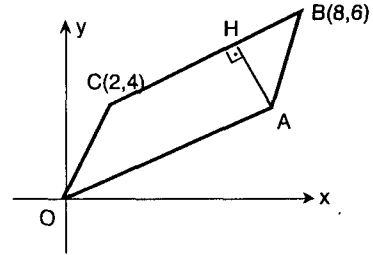
- A) 12 B) 18 C) 24 D) 27 E) 30

17. ABCDEF düzgün
altıgendir.
 $|AB| = 2$ br
olduğuna göre
 $\vec{BF} \cdot \vec{BE}$ skaler
çarpımı kaçtır?



- A) $4\sqrt{3}$ B) 9 C) 12 D) $6\sqrt{3}$ E) 15

- 18.

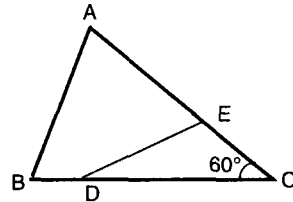


Şekildeki OACB paralelkenarında $B(8, 6)$ ve $C(2, 4)$ dir. $[AH] \perp [BC]$ olduğuna göre

$\vec{AH}$ vektörü aşağıdakilerden hangisine eşit-
tir?

- A) $(2, -6)$ B) $(-1, 4)$ C) $(-1, 3)$
D) $(1, 4)$ E) $(0, 4)$

- 19.



Şekildeki ABC üçgeninde $m(\hat{ACB}) = 60^\circ$ dir.

$|BD| = |CE| = \frac{|CD|}{2} = 4$ br olduğuna göre

$\vec{CD} \cdot (\vec{CE} + \vec{DB})$ skaler çarpımı kaçtır?

- A) 48 B) 52 C) 56 D) 60 E) 64

20. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$, $\vec{b} \perp \vec{c}$ ve $|\vec{b}| = \sqrt{3} \cdot |\vec{c}|$

olduğuna göre $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

21. $10x = \pi$ olmak üzere;

$\vec{A} = (\cos 4x, \sin 4x)$ ve $\vec{B} = (\sin x, \cos x)$

olduğuna göre, $\vec{A} \cdot \vec{B}$ skaler çarpımı kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

22. $3\vec{a} + 2\vec{b} = (-1, 3)$

$\vec{a} - 2\vec{b} = (5, 1)$ olduğuna göre

$\vec{a} + \vec{b}$ vektörünün x-ekseni üzerindeki dik izdüşümünün uzunluğu kaç br dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

23. $|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 = 11$, $\vec{a} - \vec{b} = (3, 4)$ olduğuna göre $\vec{a} \cdot \vec{b}$ skaler çarpımı kaçtır?

A) -12 B) -9 C) -7 D) -5 E) -1

24. $3x - 5y + 7 = 0$ doğrusuna paralel olan vektörlerden biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) (3, -5) B) (3, 5) C) (-3, 5)
D) (-10, 6) E) (5, 3)

25. $x^2 + y^2 - 4x = 0$ çemberinin bir çapı [AB] dir. Çember üzerinde herhangi bir nokta C ise $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$ skaler çarpımı kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

26. Dik koordinat sisteminde $\vec{V} = (\frac{2}{t}, t^2 - 1)$ yer vektöründe t değıştikçe vektörün uç noktasının çizdiği eğrinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x \cdot y = 4$ B) $y = x^2 - 4$ C) $y = \frac{4}{x^2} + 1$
D) $y = \frac{4}{x^2} - 1$ E) $y = x^2 + 4$

27. Bir ABC üçgeninin ağırlık merkezi G dir. $\vec{GA} + 2\vec{GB}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\vec{BC}$ B) $\vec{CB}$ C) $\vec{AC}$ D) $\vec{CA}$ E) $\vec{CG}$

28. $\vec{U} + 2\vec{V} = [1, 10]$ ve $3\vec{U} - \vec{V} = [10, 2]$ ise

$\vec{U} \cdot \vec{V}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 22 B) 12 C) 10 D) 8 E) 5

29. A = (-2, 1) ve B = (2, 4) olmak üzere,

AB // OC dir. |OC| = 1 ise, $\vec{AB} \cdot \vec{OC}$ aşağıdakilerden hangisidir?

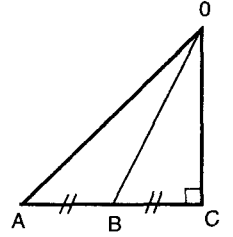
A) 25 B) $\frac{16}{5}$ C) $\frac{9}{5}$ D) 5 E) $\frac{1}{5}$

30. Şekilde
|AB| = |BC| = 3 br,
|OC| = 4 birim ve

$m(\hat{C}) = 90^\circ$ dir.

$\vec{OB} \cdot (\vec{OA} + \vec{OC})$ skaler (iç) çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 50 B) 49 C) 30 D) 25 E) 12



31. $\vec{a}$ ile $\vec{b}$ vektörü birim vektörlerdir.

$m(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$ ve $\vec{A} = \vec{a} - 2\vec{b}$ olduğuna göre $|\vec{A}|$ uzunluğu kaç br dir?

A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{6}$ C) $\sqrt{7}$
D) $2\sqrt{2}$ E) 3

32. $\vec{u} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$ ve $\vec{u} \cdot \vec{e}_1 = 4$,

$\vec{u} \cdot \vec{e}_2 = 1$ olduğuna göre

$\vec{u}$ vektörünün uzunluğu kaç br dir?

A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) 4
D) $\sqrt{17}$ E) $2\sqrt{5}$

VEKTÖRLER

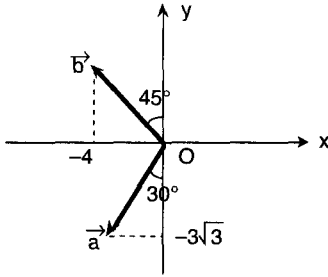
TEST 4

1. $\vec{A} = [2, 1]$, $\vec{B} = [-1, 3]$ olmak üzere,
 $\vec{AB} - 2\vec{CA} = [-4, 10]$ ise $\vec{C}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $[1, -3]$ B) $\left[\frac{3}{2}, 5\right]$ C) $[-1, -5]$
D) $[-1, -3]$ E) $[2, 6]$
2. $\vec{A} - 3\vec{B} = [4, -1]$ ve $\vec{A} - \vec{B} = [2, 5]$ ise $\vec{B}$ aşağıdakilerden hangi-sine eşittir?
- A) $[1, 3]$ B) $[-1, -3]$ C) 1
D) $[-1, 3]$ E) $[2, 6]$
3. $\vec{A} = (2, x)$, $\vec{B} = (-4, 2)$, $\vec{C} = (y, 5)$ vektörleri veriliyor. $\vec{A} \parallel \vec{B}$ ve $\vec{A} \perp \vec{C}$ ise $x \cdot y$ kaçtır?
- A) $-\frac{5}{2}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$
4. $\vec{A} = [m, 2, 5]$, $\vec{B} = [2, m-1, 6]$ vektörlerinin dik olması için m ne olmalıdır?
- A) -2 B) -4 C) -5 D) -6 E) -7
5. $\vec{u} = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, $\vec{v} = a\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$ $\vec{x} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ vektörleri veriliyor. $\vec{x} + \vec{u} \parallel \vec{v}$ ise a nedir?
- A) -3 B) -2 C) 2 D) 3 E) 4
6. $\vec{A} = [8, 0]$ vektörü ile 60° lik açı yapan ve boyu 6 br olan vektörlerden biri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $(2, 2\sqrt{3})$ B) $(3\sqrt{3}, \sqrt{3})$
C) $(3, -\sqrt{3})$ D) $(-3\sqrt{3}, 3)$
E) $(3, -3\sqrt{3})$

ZAFER YAYINLARI

7. $\vec{A} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$ vektörüne paralel ve $P = (2, -1)$ noktasından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $3x+2y+5=0$ B) $3x+2y-7=0$
C) $3x-2y=8$ D) $3x+2y-4=0$
E) $3x-2y-7=0$
8. $\vec{A} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$ ve $\vec{B} = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2$ vektörleri veriliyor.
 $\vec{AB}$ vektörüne dik ve $P(0, 2)$ noktasından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $7y - 4x = 14$ B) $3y + x = 6$
C) $4y + 7x = 8$ D) $7y - 4x = 6$
E) $4y + 7x = 14$
9. $\vec{A} = 3\vec{e}_1 + x \cdot \vec{e}_2$, $\vec{B} = -2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$ vektörleri için $|\vec{AB}| = 13$ ise x aşağıdaki değerlerden hangisi olabilir?
- A) -16 B) -12 C) -8 D) 8 E) 12
10. $3x + y = 5$ doğrusuna paralel ve uzunluğu $\sqrt{10}$ br olan vektörlerden biri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $(3, 1)$ B) $(1, 3)$ C) $(-1, 3)$
D) $(3, -1)$ E) $(2, 3)$
11. $\vec{A} = [1, 3]$, $\vec{B} = [1, 1]$, $\vec{C} = [-1, 3]$
 $\vec{C} = x\vec{A} + y\vec{B}$ ise $x - y$ nin değeri kaçtır?
- A) 6 B) 5 C) 4 D) 2 E) 1

12.



Şekildeki $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörleri 0y eksenine ile sırasıyla 30° ve 45° lik açılar yapıyorlar.

$$\vec{a} = x\vec{e}_1 - 3\sqrt{3}\vec{e}_2$$

$$\vec{b} = -4\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 \text{ ise}$$

$|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $6\sqrt{2}$ B) $12\sqrt{2}$ C) $18\sqrt{2}$
D) $24\sqrt{2}$ E) $36\sqrt{2}$

13. Düzlemde ;

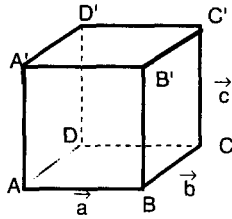
$$\vec{AB} = \frac{1}{3}\vec{BC} = \frac{2}{5}\vec{CD} \text{ ve } \vec{AD} = k \cdot \vec{BC} \text{ ise}$$

k nedir?

- A) $\frac{23}{6}$ B) $\frac{13}{2}$ C) $\frac{13}{6}$ D) $\frac{25}{3}$ E) $\frac{27}{4}$

14. Şekildeki dikdörtgenler prizmasında $\vec{a}$, $\vec{b}$ ve $\vec{c}$ vektörleri gösterilmiştir.

Buna göre hangisi yanlıştır?



- A) $\vec{AD}' = \vec{b} + \vec{c}$ B) $\vec{AB}' = \vec{a} + \vec{c}$
C) $\vec{BD}' = \vec{b} + \vec{c} - \vec{a}$ D) $\vec{DB} = \vec{a} + \vec{b}$
E) $\vec{B'D}' = \vec{b} - \vec{a}$

15. $\vec{A} = (\cos 12^\circ, -4\sin 48^\circ)$, $\vec{B} = (4\cos 48^\circ, \sin 12^\circ)$ ise $\vec{A} \cdot \vec{B}$ skaler çarpımının değeri nedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

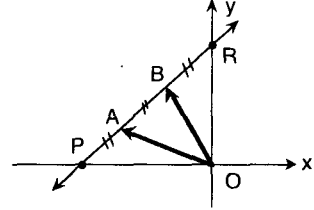
16. $x \in \mathbb{R}$ ve $\vec{A} = (x-1, 3)$, $\vec{B} = (x, -x)$ olmak üzere $\vec{A} \cdot \vec{B}$ nin en küçük değeri kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) -2 E) 0

17. $\vec{A} = (2, -1)$, $\vec{B} = (3, 1)$
 $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ arasındaki açının tanjantı neye eşittir?

- A) $\sqrt{3}$ B) 1 C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
D) $-\sqrt{3}$ E) -1

18.



$y = 4x + 12$ doğrusu çizilmiştir.

$|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = |\vec{OR}|$ ise $\vec{A} \cdot \vec{B}$ çarpımı kaçtır?

- A) 32 B) 34 C) 36 D) 38 E) 40

19. $\vec{U}$, $\vec{\vartheta}$ ve $\vec{x}$ vektörleri için
 $2|\vec{U}| = \sqrt{3} \cdot |\vec{x}|$, $\vec{x} = \vec{\vartheta} - \vec{U}$ ve $\vec{U} \perp \vec{\vartheta}$ ise
 $\vec{U}$ ve $\vec{x}$ vektörleri arasındaki açının $\cot$ 'ı neye eşittir?

- A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) -1
D) $-\sqrt{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

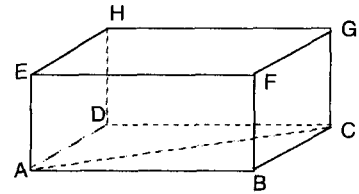
20. $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = \sqrt{5}$, $\vec{a} + \vec{b} = \vec{e}_1 + 5\vec{e}_2$ olduğuna göre $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörlerinin iç çarpımı nedir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 9

21. $\vec{A}$, $\vec{B}$ ve $\vec{C}$ vektörleri için $\sin(\vec{A}, \vec{C}) = \frac{3}{5}$,
 $\sin(\vec{B}, \vec{C}) = \frac{5}{13}$ dir. $|\vec{A}| = 10$, $|\vec{B}| = 26$,
 $|\vec{C}| = 3$ ise $\vec{AB} \cdot \vec{C}$ iç çarpımı ne olabilir?

- A) 48 B) 52 C) 64 D) 72 E) 86

22.



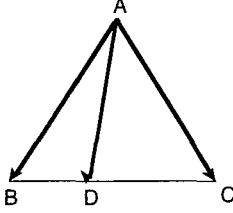
Şekildeki küpün bir ayrıntının uzunluğu a birimdir. $\vec{AH} \cdot \vec{AC} = 4$ ise, küpün alanı kaç birim karedir?

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 48

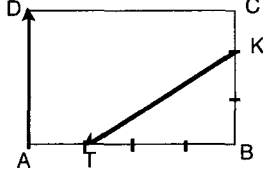
VEKTÖRLER

TEST 5

1. Şekilde, $\frac{|BD|}{|BC|} = \frac{1}{4}$ dır.
 $\vec{AD} = k \cdot \vec{AB} - m \vec{AC}$
 ise, $\frac{k}{m}$ aşağıdaki-
 lerden hangisine eşittir?
- A) -3 B) $-\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{4}{3}$

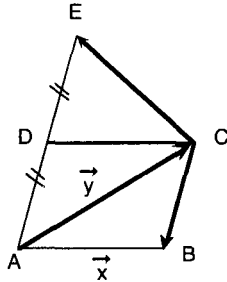


2. Şekilde, ABCD dikdörtgen ve $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$ dir.
 $\frac{|AT|}{|TB|} = \frac{1}{3}$ ve $\frac{|CK|}{|CB|} = \frac{1}{3}$ olduğuna göre, $\vec{KT}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



- A) $-\frac{1}{3} \vec{a} - \frac{1}{2} \vec{b}$ B) $\frac{3}{4} \vec{a} - \frac{1}{2} \vec{b}$
 C) $-\frac{3}{4} \vec{a} + \frac{1}{3} \vec{b}$ D) $-\frac{1}{4} \vec{a} - \frac{1}{3} \vec{b}$
 E) $-\frac{3}{4} \vec{a} - \frac{2}{3} \vec{b}$

3. Şekilde ABCD paralel kenar ve $|AD| = |DE|$ dir.
 $\vec{AB} = \vec{x}$ ve $\vec{AC} = \vec{y}$ ise $\vec{CE}$ aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $\vec{y} - 2\vec{x}$ B) $2\vec{y} - \vec{x}$ C) $\vec{y} + \vec{x}$
 D) $3\vec{y} - 2\vec{x}$ E) $\vec{y} - 3\vec{x}$

4. $a[1, 2] + b[2, -3] = 7\vec{e}_2$ ise, $a-b$ nedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) -2 E) -3

5. $\triangle ABC$ üçgeninin ağırlık merkezi G dir.
 $A = (2, 7)$, $B = (4, 4)$ ve $C = (-3, 2)$ ise $\vec{G}$ nedir?

- A) $\left[\frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}\right]$ B) $[-3, -1]$ C) $[-1, 3]$
 D) $[\sqrt{10}, -3\sqrt{10}]$ E) $[1, 3]$

6. $\vec{A} = [4, -3]$ ve $\vec{B} = [3t, t]$ olmak üzere $\vec{A} = k\vec{B}$ ise t aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{4}{9}$ B) $\frac{9}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) -3

7. $A = (2, 4)$ ve $B = (-1, 6)$ olmak üzere $2\vec{CA} = \vec{AB} = 2\vec{DB}$ ise C noktasının apsisi ile D noktasının ordinatı toplamı nedir?

- A) $\frac{15}{2}$ B) $\frac{17}{2}$ C) $\frac{19}{2}$ D) $\frac{21}{2}$ E) 11

8. $P = (3, 1)$ ve $T = (2, -3)$ noktaları veriliyor. $\vec{TP}$ vektörü ile aynı doğrultulu ve zıt yönlü olan birim vektörün bileşenleri toplamı nedir?

- A) $-\frac{3}{5}$ B) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$ C) $-\frac{5}{\sqrt{17}}$
 D) $-\frac{2}{\sqrt{19}}$ E) $\frac{2}{11}$

9. $\left. \begin{aligned} 3\vec{x} + 2\vec{y} &= 5\vec{e}_1 - 10\vec{e}_2 \\ 2\vec{x} - \vec{y} &= 3\vec{e}_1 - 8\vec{e}_2 \end{aligned} \right\}$ olduğuna göre, $|\vec{x} + 3\vec{y}|$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2
 D) $\sqrt{10}$ E) $2\sqrt{2}$

10. $[\log_2 25, 4]$ vektörü $[\log_5 4, -3]$ vektörüne dik ise, **k** aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 9 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

11. $2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$ vektörü, denklemleri aşağıda verilen doğrulardan hangisine diktir?

A) $6x = 4y$ B) $14x + 6y = 5$
C) $2x - 3y = 0$ D) $2x + 3y = 0$
E) $4x - 6y = 11$

12. $A = (3, 5)$, $B = (-1, 2)$ ve $C = (11, 7)$ olduğuna göre, $\vec{BA}$ ve $\vec{BC}$ vektörlerinin belirttiği açılardan birinin kosinüsü nedir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{63}{65}$ C) $\frac{1}{32}$ D) $\frac{48}{65}$ E) $\frac{5}{13}$

13. $\vec{U} = [a-1, a+2]$ ve $\vec{V} = [a+1, a]$ olduğuna göre $\vec{U}$ ve $\vec{V}$ vektörleri doğrusal bağımlı (lineer bağımlı) ise, $|\vec{V}|$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{4}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

14. Denklemi $2x+3y-7=0$ olan doğru ile $[m-1, 2m]$ vektörü birbirine paralel ise, **m** aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

15. $A = (-2, 3)$, $B = (0, -1)$ ve $\vec{U} = [m-3, 2]$ olmak üzere, $\vec{U}$ vektörü **AB** doğrusuna dik ise, **m** nedir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

16. $\vec{U}$ ve $\vec{V}$ vektörlerinin belirttiği açının ölçüsü $2x$ derece olsun. $|\vec{U}| = 3$, $|\vec{V}| = 5$ ve $\vec{U} \cdot \vec{V} = 12$ ise, **tan x** aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) 4 B) $\frac{1}{3}$ C) 3 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{16}$

17. $|\vec{x}| = \sqrt{13}$, $|\vec{y}| = 2$ ve $\vec{x} - \vec{y} = [2, 3]$ olduğuna göre, $\vec{x} \cdot \vec{y}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -4 B) -2 C) 4 D) 2 E) 1

18. $\sin x \cdot \vec{e}_1 + \cos x \cdot \vec{e}_2$ vektörü, $\left[\cos \frac{7\pi}{4}, -\sin \frac{7\pi}{4} \right]$ vektörüne dik ise, **x** aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) $\frac{3\pi}{4}$ B) $\frac{5\pi}{4}$ C) π D) $\frac{\pi}{4}$ E) $-\pi$

19. $\vec{A} = (3\vec{e}_1, -\vec{e}_2)$ vektörüne dik birim vektör $\vec{B}(x, y)$, ($x > 0$, $y > 0$) ise **x + y** nin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{4}{\sqrt{10}}$ B) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ C) $\frac{2}{\sqrt{10}}$
D) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ E) $\sqrt{10}$

20. $\vec{OA} = [\sqrt{3}, 1]$ ve $\vec{OB} = [-2\sqrt{3}, 2]$ olduğuna göre, **BO** ve **OA** vektörlerinin oluşturduğu açılardan birinin ölçüsü kaç π radyandır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{6}$

21. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 12$ ve $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| |\vec{b}|$ ise, **a** vektörünün uzunluğu (normu) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 24 B) 18 C) 12 D) 6 E) $\frac{4}{3}$

22. $\vec{a} = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$ ve $\vec{b} = 4\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2$ olduğuna göre, **a** vektörünün **b** vektörü üzerindeki dik izdüşümü olan vektör aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{23}{41}[2, 3]$ B) $\left[\frac{8}{41}, \frac{17}{41} \right]$ C) $\frac{23}{41}[-3, 2]$
D) $\frac{23}{41}[4, 5]$ E) $\frac{23}{41}[5, 4]$

VEKTÖRLER

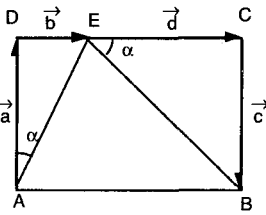
TEST 6

1. Şekildeki dikdörtgenler prizmasında $\vec{d}$ vektörünün $\vec{a}$, $\vec{b}$ ve $\vec{c}$ vektörleri türünden değeri nedir?
- A) $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ B) $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$
C) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ D) $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$
E) $\vec{b} - \vec{a} - \vec{c}$
2. ABCD paralelkenarında E ve F orta noktalarıdır. $\vec{AB} = \vec{a}$ ve $\vec{DA} = \vec{b}$ ise $\vec{KP} = \vec{x}$ vektörünün $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ cinsinden değeri kaçtır?
- A) $\frac{\vec{a} - \vec{b}}{2}$ B) $\frac{\vec{a} - \vec{b}}{3}$ C) $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$
D) $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{3}$ E) $\frac{2\vec{a} + 2\vec{b}}{3}$
3. ABCD yamuğunda E, F, G ve H noktaları üzerinde bulundukları kenarların orta noktalarıdır. $\vec{CE} = \vec{x}$, $\vec{CF} = \vec{y}$ ise $\vec{GH}$ vektörünün $\vec{x}$ ve $\vec{y}$ vektörleri cinsinden değeri kaçtır?
- A) $\frac{\vec{x} + \vec{y}}{2}$ B) $\frac{\vec{x} - 2\vec{y}}{2}$ C) $\frac{2\vec{x} - \vec{y}}{2}$
D) $\vec{x} - \vec{y}$ E) $\vec{x} + \vec{y}$
4. $\vec{A} = 3\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$ vektörü ile zıt yönde olan birim vektör aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\left[1, -\frac{4}{3}\right]$ B) $\left[-1, \frac{4}{3}\right]$ C) $\left[-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right]$
D) $\left[\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right]$ E) $\left[-\frac{3}{4}, 1\right]$

ZAFER YAYINLARI

5. $\vec{a} = [3, 4]$ $\vec{b} = 15\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2$ ise $\frac{|\vec{a} + \vec{b}|}{|\vec{a} + \vec{b}|}$ oranı kaçtır?
- A) $\frac{1}{6\sqrt{13}}$ B) $\frac{11\sqrt{13}}{39}$ C) $\frac{11\sqrt{11}}{39}$
D) $6\sqrt{39}$ E) $39\sqrt{6}$
6. $\vec{a} = [-1, 13]$ $\vec{b} = 5\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ $\vec{c} = [-3, 6]$ ise $\vec{a}$ nın $\vec{b}$ ve $\vec{c}$ cinsinden doğrusal bileşimi nedir?
- A) $\vec{b} + 2\vec{c}$ B) $\vec{b} - 2\vec{c}$ C) $2\vec{b} - \vec{c}$
D) $2\vec{b} + \vec{c}$ E) $2\vec{b} - 3\vec{c}$
7. $t \in \mathbb{R}$ iken $\vec{A} = [3 + t, 2t - 5]$ şeklindeki yer vektörlerinin geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $y = 2x - 5$ B) $y = 2x - 6$ C) $y = 2x - 11$
D) $y = 3x - 5$ E) $y = 3x - 6$
8. $\vec{a} + \vec{b} = 10$ $\vec{A} = [a, 4]$ $\vec{B} = b\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2$ vektörleri veriliyor. $\vec{A} \cdot \vec{B}$ skaler çarpımının alabileceği en büyük değer kaçtır?
- A) 34 B) 40 C) 45 D) 49 E) 56
9. $\vec{a} // \vec{b}$ ve $\vec{b} \perp \vec{c}$ olduğuna göre $\frac{(\vec{2a} + \vec{3b} + \vec{5c}) \cdot \vec{c}}{|\vec{c}|}$ oranı kaçtır?
- A) $2|\vec{a}|$ B) $3|\vec{c}|$ C) $5|\vec{c}|$
D) $5|\vec{c}|^2$ E) 10
10. $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ sıfırdan farklı vektörleri için $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$ olup $\vec{B} // \vec{C}$ ise aşağıdakilerden hangisi kesin doğrudur?
- A) $\vec{A} // \vec{C}$ B) $\vec{A} \perp \vec{C}$
C) $(\vec{A} + \vec{B}) // \vec{C}$ D) $(\vec{A} - \vec{B}) // \vec{C}$
E) $(\vec{A} + \vec{B}) \perp \vec{C}$

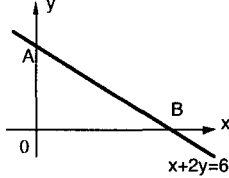
11. ABCD dikdörtgeninde
 $m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{BEC}) = \alpha$
 $\vec{a} = \vec{c} + \vec{a} \cdot \vec{d} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{d}$
skaler çarpımlarının toplamı kaçtır?



- A) $|\vec{a}|$ B) $|\vec{b}|$ C) $2 \cdot |\vec{c}|$ D) $|\vec{d}|$ E) 0

12. $\vec{OB} \cdot \vec{AB}$ skaler çarpımının değeri kaçtır?

- A) -36 B) -33
C) 0 D) 33
E) 36



13. $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörleri için $\left. \begin{array}{l} |\vec{a}|=2 \\ |\vec{b}|=4 \\ 2\vec{a}+\vec{b}=[6,8] \end{array} \right\}$ ise

- $\vec{a} \cdot \vec{b}$ skaler çarpımının değeri kaçtır?
A) 8 B) 16 C) 17 D) 32 E) 68

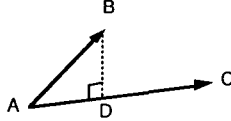
14. Şekilde $\vec{AB} = [1, 2]$

$$\vec{AC} = [6, 8]$$

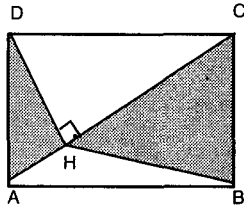
$\vec{BD} \perp \vec{AC}$ dir.

Buna göre $\vec{CD}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left[\frac{-117}{25}, \frac{-156}{25} \right]$ B) $\left[\frac{-3}{5}, \frac{-4}{5} \right]$
C) $\left[\frac{-3}{11}, \frac{-4}{11} \right]$ D) $\left[\frac{-3}{25}, \frac{-4}{25} \right]$
E) $\left[\frac{-4}{39}, \frac{-5}{39} \right]$

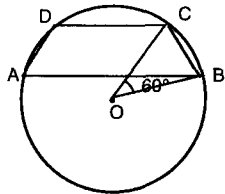


15. ABCD dikdörtgeninde $H \in [AC]$ ve $\Delta(A\widehat{D}H) \cdot \Delta(B\widehat{C}H) = 64 \text{ br}^2$ ise $(\vec{HC} + \vec{CD}) \cdot \vec{DH}$ skaler çarpımı kaçtır?



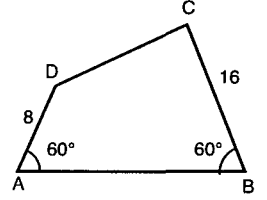
- A) -32 B) -16 C) -4 D) 4 E) 16

16. O Merkezli çemberde ABCD yamuğunun alanı 12 br^2 ve $m(\widehat{COB}) = 60^\circ$ ise $\vec{AC} \cdot \vec{BD}$ skaler çarpımının değeri kaçtır?



- A) $-8\sqrt{3}$ B) $-12\sqrt{3}$ C) 6
D) $8\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

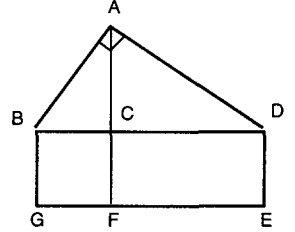
17. Şekildeki dörtgende $m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = 60^\circ$
 $|\vec{AD}| = 8 \text{ cm}$,
 $|\vec{BC}| = 16 \text{ cm}$ dir.
 $(\vec{DA} + \vec{AB} + \vec{BC}) \cdot \vec{BC} = 0$ olduğuna göre $|\vec{AB}|$ nin değeri nedir?



- A) 20 B) 24 C) 28 D) 32 E) 48

18. ABD dik üçgeninde BCFG kare ve CDEF dikdörtgendir.

Alan(BDEG) = 64 br^2
 $\vec{DB} = \vec{y}$ ve $\vec{DA} = \vec{x}$ vektörleri veriliyor.



$(\vec{y} \cdot \vec{y} - 2\vec{y} \cdot \vec{x} + \vec{x} \cdot \vec{x})^{\frac{1}{2}}$ ifadesi aşağıdakilerden

hangisine eşittir?

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

19. $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ $\vec{A} = \left[\cos \alpha, \sin \frac{\pi}{8} \right]$
 $\vec{B} = \left[\sec \alpha, \cos \frac{\pi}{8} \right]$

ise $\vec{A} \cdot \vec{B}$ iç çarpımının değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$
D) $\frac{4 + \sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{2 + \sqrt{2}}{4}$

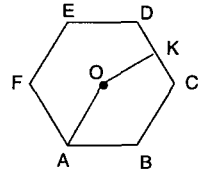
20. $\vec{A} = [8, 6]$
 $\vec{B} = [15, -8]$ vektörleri arasındaki açıyı

ortalayan vektör $\vec{C} = [m, n]$ ise $\left(\frac{m}{n} \right)$ oranı

kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 11 D) 13 E) 15

21. Bir kenarı 2 br olan ABCDEF düzgün altıgeninde K orta noktadır.



$\vec{OK} \cdot \vec{OA}$ skaler çarpımının değeri kaçtır?
(O, içteğet çemberin merkezidir.)

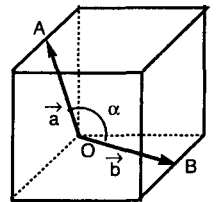
- A) $-2\sqrt{3}$ B) -3 C) $-\sqrt{6}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

22. Şekilde verilen küpte A ve B orta noktalarıdır.

$\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$

ve $\vec{a}$ ile $\vec{b}$ vektörleri arasındaki açı

$m(\widehat{AOB}) = \alpha$ ise $(\sin \alpha)$ nın değeri kaçtır?



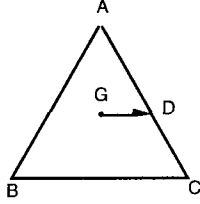
- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{\sqrt{35}}{6}$ D) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

VEKTÖRLER

TEST

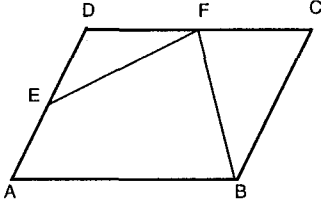
7

1. Şekilde G; ABC üçgeninin ağırlık merkezidir. $[GD] \parallel [BC]$
 $\vec{BA} - \vec{CA} = k \cdot \vec{GD}$ ise k nın değeri kaçtır?



- A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$
 D) 2 E) 3

2. ABCD eşkenar dörtgeninde E ve F orta noktalardır.

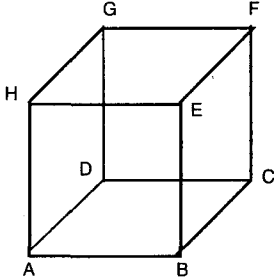


$$(\vec{EF} + \vec{BF})$$

toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\vec{AE}$ B) $3\vec{BC}$ C) $3\vec{DE}$
 D) $3\vec{ED}$ E) 0

3. Şekilde verilen birim küpte $\vec{IA} + \vec{EF} + \vec{DGI}$ aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B) 1 C) $\sqrt{3}$
 D) 2 E) 3

4. $A(\cos x, \sin x)$, $B(\sin x, -\cos x)$ noktaları için $|\vec{A}| + |\vec{B}|$ toplamının değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1
 D) $\sqrt{2} + 1$ E) 2

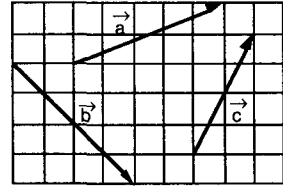
5. $A(4, 1)$, $B(0, 1)$, $C(5, -1)$, $D(7, -3)$ noktaları veriliyor. $3\vec{AB} - \vec{CD}$ vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[2, -2]$ B) $[-12, 0]$ C) $[0, -12]$
 D) $[14, 2]$ E) $[-14, 2]$

6. $\vec{A} - 2\vec{B} = [6, 8]$ ve $|\vec{A}| = 10$ ise $\vec{A} + 2\vec{B} = [10, a]$

a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?
 A) -20 B) -16 C) 4 D) 16 E) 20

7.



Şekildeki büyük dikdörtgen eş birim karelerden oluşmaktadır. $\vec{c}$ nın $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ cinsinden doğrusal birleşimi nedir?

- A) $\frac{6\vec{a} - 4\vec{b}}{7}$ B) $\frac{3\vec{a} - 4\vec{b}}{7}$
 C) $\frac{3\vec{a} - 4\vec{b}}{4}$ D) $\frac{\vec{a} + 3\vec{b}}{2}$
 E) $\frac{\vec{a} - 3\vec{b}}{2}$

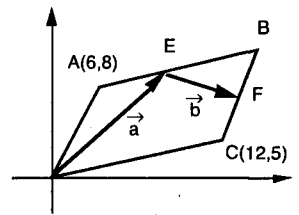
8. $3x - 4y + 24 = 0$ doğrusuna dik olan 2 br uzunluğundaki vektör aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left[\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right]$ B) $\left[\frac{-6}{5}, \frac{8}{5}\right]$ C) $\left[\frac{-4}{5}, \frac{-3}{5}\right]$
 D) $\left[\frac{6}{5}, \frac{8}{5}\right]$ E) $\left[\frac{-3}{10}, \frac{4}{5}\right]$

9. Sıfırdan farklı $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ gibi iki vektör için $(\vec{A} + 3\vec{B}) \perp (\vec{A} - 3\vec{B})$ ise $\frac{|\vec{A}| + 2|\vec{B}|}{|\vec{B}|}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 3 D) 4 E) 5

10. Şekilde $A(6, 8)$ ve $C(12, 5)$ noktalarını köşe kabul eden ABCD paralelkenarında E ve F orta noktalarıdır. $\vec{a} \cdot \vec{b}$ iç çarpımının değeri kaçtır?



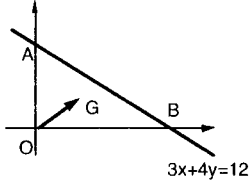
- A) $\frac{13}{2}$ B) 8 C) $\frac{81}{4}$ D) $\frac{39}{4}$ E) 12

11. $\vec{A} = [1, 3]$ ve $\vec{B} = [3, 1]$ konum vektörleri arasındaki açının sinüsü kaçtır?

- A) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ B) $\frac{4}{\sqrt{10}}$ C) $\frac{2}{5}$
D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

12. G; OAB üçgeninin ağırlık merkezidir.

$3x + 4y = 12$ doğrusu x ve y eksenlerini sırasıyla B ve A noktalarında kesmektedir.



$\vec{OG} \cdot \vec{AB}$ skaler çarpımının değeri kaçtır?

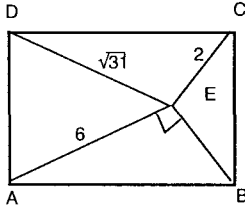
- A) -1 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{16}{3}$ E) 6

13. ABCD dikdörtgeninde A, E, C ve D, E, B noktaları doğrusal değildir.

$[AE] \perp [BE]$ ise

$(\vec{BE} + \vec{EA}) \cdot \vec{DC}$

skaler çarpımının değeri kaçtır?



- A) -75 B) -45 C) -15 D) 45 E) 75

14. Şekilde ABCD yamuktur.

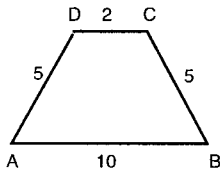
$|AB| = 10$ cm

$|AD| = |BC| = 5$ cm

$|CD| = 2$ cm ise

$\vec{BA} \cdot (\vec{AD} + \vec{CB})$ iç çarpımının değeri kaçtır?

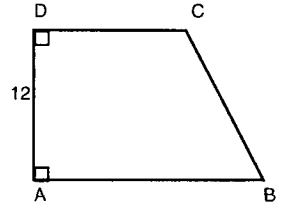
- A) -50 B) -60 C) -70
D) -80 E) -100



15. Köşeleri $A(2, 4)$, $B(5, -2)$, $C(6, 3)$ ve $D(-3, a)$ olan konveks bir dörtgenin köşegenlerinin dik olması için "a" nın değeri kaç olmalıdır?

- A) -34 B) -33 C) -32 D) -30 E) -28

16. ABCD dik yamukunda, $|AB| > |CD|$, $|AD| = 12$ br ise $\vec{AD} \cdot \vec{CB}$ skaler çarpımı kaçtır?



- A) -144 B) -36 C) -12
D) 36 E) 144

17. $\vec{A} = 6\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2$
 $\vec{B} = -5\vec{e}_1 + 12\vec{e}_2$ vektörleri arasındaki açıyı ortalayan vektör $\vec{c} = m \cdot \vec{e}_1 + 2 \cdot \vec{e}_2$ olduğuna göre "m" in değeri kaç olabilir?

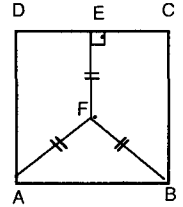
- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 1 D) 4 E) 8

18. $|\vec{A} + \vec{B}| = 2\sqrt{6}$
 $|\vec{A} - \vec{B}| = 4\sqrt{3}$ olduğuna göre $(\vec{A} + \vec{B}) \perp (\vec{A} - \vec{B})$

$|\vec{A}| + |\vec{B}|$ toplamının değeri kaçtır?

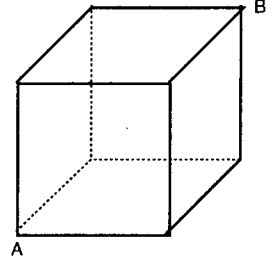
- A) $3\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{3}$
D) $9\sqrt{3}$ E) 12

19. ABCD karesinde $|AF| = |FB| = |EF|$ ve $|AB| = 8$ br ise $\vec{FB} \cdot \vec{BC}$ iç çarpımının değeri kaçtır?



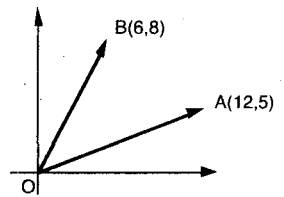
- A) -120 B) -40 C) -24 D) 40 E) 120

20. Şekilde verilen küpte $A(1, 0, m)$ ve $B(-1, 2, 1)$ noktaları veriliyor. Küpün yüzey alanı 24 br^2 ise m nin alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?



- A) -9 B) -8 C) $-2\sqrt{3}$ D) $-2\sqrt{2}$ E) -3

21. $\vec{A} = [12, 5]$ vektörünün $\vec{B} = [8, 6]$ vektörü üzerindeki dik izdüşüm vektörü $\vec{u}$ ve $\vec{B}$ nün $\vec{A}$ üzerindeki dik izdüşüm vektörü $\vec{v}$ ise $\frac{|\vec{u}|}{\sqrt{\vec{v} \cdot \vec{v}}}$ oranı kaçtır?

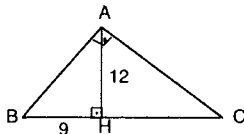


- A) $\frac{10}{13}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{5}{13}$ D) $\frac{13}{10}$ E) $\frac{13}{5}$

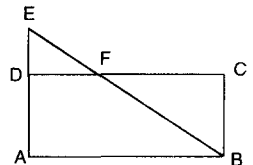
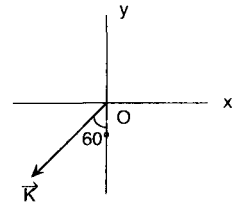
VEKTÖRLER

TEST 8

1. $\vec{b} \perp \vec{c}$, $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{b} \parallel \vec{d}$ ise
 $\vec{b} \cdot (2\vec{a} - 3\vec{c} - \vec{d}) = -8$ olduğuna göre, $\vec{d} \cdot \vec{b}$ skaler çarpımı kaçtır?
 A) 8 B) 4 C) 0 D) -4 E) -8
2. $\vec{AB} = [3, 2]$ ve $\vec{BC} = [2, 10]$ ise $|\vec{CA}|$ kaçtır?
 A) 5 B) 8 C) 10 D) 13 E) 15
3. Köşelerinin koordinatları $A(-1, 3)$, $B(7, 1)$ ve $C(3, 5)$ olan $\triangle ABC$ nin ağırlık merkezi G'dir. C kenarına ait kenarortayın kenarı kestiği K olmak üzere $\vec{GK}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $(0, -1)$ B) $(1, 2)$ C) $(-1, 2)$
 D) $(0, -2)$ E) $(0, 2)$
4. $A = (-2, 3)$, $B = (4, 5)$ ve $C = (1, 1)$ olmak üzere ABC üçgeninin ağırlık merkezi G ise $\vec{GA} + \vec{CG}$ toplam vektörü aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $(-3, 0)$ B) $(0, 2)$ C) $(-3, 2)$
 D) $(-3, -2)$ E) $(0, -2)$
5. $|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 = 3 \text{ br}^2$ ve
 $\vec{a} - \vec{b} = (-3, 4)$ ise $\vec{a} \cdot \vec{b}$ skaler çarpımı kaçtır?
 A) -11 B) -1 C) 0 D) 1 E) 11
6. ABC üçgeninde
 $[BA] \perp [CA]$,
 $[AH] \perp [BC]$,
 $|AH| = 12 \text{ br}$ ve
 $|BH| = 9 \text{ br}$ ise $\vec{BA} \cdot (\vec{HC} + \vec{CA})$ skaler çarpımı kaçtır?
 A) 72 B) 96 C) 108 D) 121 E) 144



7. $A(-3, 5)$ noktasından geçen ve $\vec{B} = (1, 3)$ vektörüne dik olan doğrunun denklemi nedir?
 A) $3x + y - 5 = 0$ B) $x - y - 12 = 0$
 C) $x + 3y + 7 = 0$ D) $x + 5y - 2 = 0$
 E) $x + 3y - 12 = 0$
8. $2x + 3y - 1 = 0$ doğrusuna dik olan vektörlerden biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?
 A) $3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$ B) $4\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$
 C) $3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$ D) $4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2$
 E) $4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$
9. $|\vec{x}| = 6 \text{ br}$, $|\vec{y}| = 4\sqrt{3} \text{ br}$, $\vec{x} + \vec{y} = (7\sqrt{3}, 3)$ ise $\vec{x}$ ve $\vec{y}$ arasındaki açı kaç derecedir?
 A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 120
10. Şekilde verilen $\vec{K}$ vektörü birim vektör olduğuna göre $\vec{K}$ vektörü aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ B) $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$
 C) $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$ D) $(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$
 E) $(-\frac{4}{5}, -\frac{3}{5})$
11. ABCD dikdörtgen $|DA| = 3|DE|$ ve $|AB| = 12 \text{ br}$ ise $\vec{DF} \cdot (\vec{FE} + \vec{BC})$ skaler çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 6 B) 3 C) -3 D) -6 E) -9



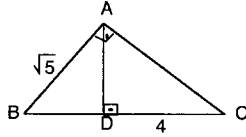
12. Şekilde $[AB] \perp [AC]$,
 $[AD] \perp [BC]$,

$$|AB| = \sqrt{5} \text{ br ve}$$

$$|DC| = 4 \text{ br ise}$$

$\vec{AD} \cdot (\vec{AB} + \vec{AC})$ skaler çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

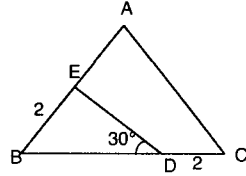


13. ABC eşkenar üçgendir. $m(\widehat{EDB}) = 30^\circ$

$$|BE| = |DC| = 2 \text{ br ise}$$

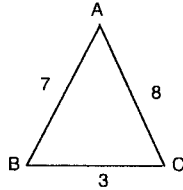
$\vec{DE} \cdot (\vec{DB} + \vec{DC})$ skaler çarpımının değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



14. Şekildeki ABC üçgeninde
 $|AB| = 7 \text{ br}$, $|AC| = 8 \text{ br}$,
 $|BC| = 3 \text{ br}$ olduğuna göre
 $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$ iç çarpımı kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{13}{14}$ C) $\frac{3}{16}$ D) $-\frac{3}{16}$ E) -3



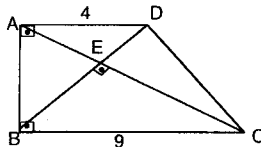
15. Şekildeki dik yamukta;
 $[AC] \perp [BD]$,

$$|AD| = 4 \text{ br ve}$$

$$|BC| = 9 \text{ br ise}$$

$\vec{BD} \cdot (\vec{CB} + \vec{CA} + \vec{CD})$ skaler çarpımı kaçtır?

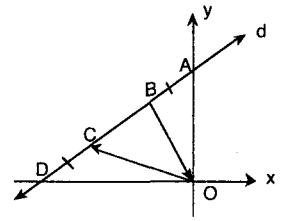
- A) -60 B) -50 C) -40 D) -20 E) 20



16. Şekildeki d doğrusunun denklemi
 $-3x + 4y - 48 = 0$ dır.
 $|AB| = |CD|$ ve
 $|BC| = 2|CD|$ ise

$\vec{OC} \cdot \vec{BO}$ skaler çarpımı kaçtır?

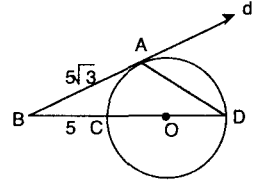
- A) -125 B) -90 C) -75 D) -50 E) -25



17. Şekilde d doğrusu O merkezli çembere A noktasında teğettir.
 $|AB| = 5\sqrt{3} \text{ br}$,
 $|BC| = 5 \text{ br}$ ise

$\vec{DB} \cdot \vec{AD}$ skaler çarpımı kaçtır?

- A) -120 B) -115 C) $-\frac{225}{2}$
D) $-\frac{205}{2}$ E) $-\frac{175}{2}$



18. Düzlemde $A(-1, 2)$ ve $B(2, 1)$ noktaları veriliyor. $\vec{AB}$ nün $x - 2y + k = 0$ doğruları üzerindeki dik izdüşüm uzunluğu kaç br dir?

- A) 1 B) 2 C) $\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{2}$ E) 3

19. $\mathbb{R}^2$ 'de $\vec{V} = [k, \frac{\sqrt{1-k^2}}{2}]$, ($k \in \mathbb{R}$) vektörünün uç noktasının çizdiği eğrinin uzunluğu kaç birimdir?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) π E) 3π

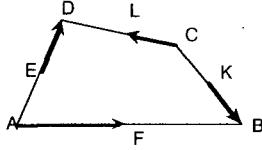
20. $\vec{M}_1 = (-3, 4)$ ve $\vec{M}_2 = (-8, 15)$ vektörleri arasındaki açıyı ortalamayan bir vektör $\vec{M} = (k, 3)$ ise k kaç olabilir?

- A) $-\frac{31}{11}$ B) $-\frac{21}{11}$ C) $-\frac{13}{11}$
D) $-\frac{7}{11}$ E) $-\frac{5}{11}$

VEKTÖRLER

TEST 9

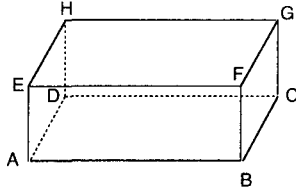
1. Şekildeki ABCD dörtgeninde E, F, K ve L bulundukları kenarların orta noktalarıdır. Buna



göre $(\vec{ED} + \vec{KB}) - (\vec{CL} + \vec{AF})$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\vec{AC}$ B) $\vec{CA}$ C) $\vec{O}$
D) $2\vec{AC}$ E) $2\vec{CA}$

2. Şekildeki dik-dörtgenler prizmasında $\vec{AB} + \vec{HD} + \vec{GF}$ toplam vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

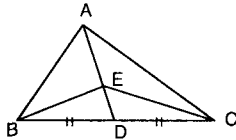


- A) $\vec{DG}$ B) $\vec{HA}$ C) $\vec{BH}$ D) $\vec{HB}$ E) $\vec{AH}$

3. $\vec{A} = 2\vec{e}_2 - \vec{e}_1$, $\vec{B} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$ vektörleri veriliyor. $\vec{BA}$ vektörünün uzunluğu kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

4. ABC üçgeninde;
 $IBDI = IDC I$,
 $2IAEI = 3IEDI$,



$$\vec{EB} + \vec{ED} + \vec{EC} = x\vec{EA}$$

ise x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

5. $\vec{x}$ ve $\vec{y}$ arasındaki açının ölçüsü 60° dir.

$|\vec{x}| = 3$, $|\vec{y}| = 7$ ise $|\vec{xy}|$ nin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{11}$ B) $\sqrt{37}$ C) $2\sqrt{11}$
D) 22 E) $2\sqrt{37}$

6. A(3, 2), B(-1, 6) noktaları ile $\vec{C} = (4, 8)$ vektörü veriliyor. $\vec{AB} + 3\vec{D} = \vec{C}$ ise $|\vec{D}|$ kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ B) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{4\sqrt{5}}{3}$
D) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{15}}{3}$

7. $\vec{x} = 4\cos\alpha \cdot \vec{e}_1 - \vec{e}_2$

$\vec{y} = \sin\alpha \cdot \vec{e}_1 + \sqrt{3} \cdot \vec{e}_2$ vektörleri dik olduğuna göre α kaç derece olabilir?

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 75 E) 90

8. $\vec{e}_1$ ve $\vec{e}_2$ temel birim vektörler olmak üzere,

$\vec{A} = m\vec{e}_1 + n\vec{e}_2$, $\vec{B} = (m-1, n+1)$ ve

$\vec{A} \parallel \vec{B}$ ise $(m-n)^2 + 4mn$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

9. $\left. \begin{array}{l} \vec{x} = -\vec{e}_2 + 2\vec{e}_1 \\ \vec{y} = -3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 \end{array} \right\}$ vektörleri arasındaki açı kaç derecedir?

- A) 150 B) 135 C) 120
D) 60 E) 30

10. $\vec{A} = -2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$

$\vec{B} = k \cdot \vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$ vektörleri veriliyor. $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ lineer bağımlı ise k kaçtır?

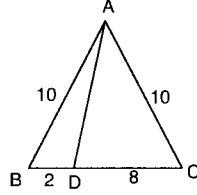
- A) $\frac{5}{3}$ B) 2 C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{8}{3}$ E) 3

11. $\vec{A} = (x, 3)$, $\vec{B} = (-1, 3)$, $\vec{C} = (4, y)$ olmak üzere, $\vec{B} \parallel \vec{C}$ ve $\vec{B} \perp \vec{A}$ ise $\frac{x}{y}$ kaçtır?

A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

12. ABC eşkenar üçgendir. $|BD| = 2$ br ve $|DC| = 8$ br dir. Buna göre

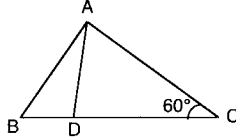
$\vec{BA} \cdot (\vec{DB} + \vec{AC})$ neye eşittir?



A) 50 B) 40 C) -50 D) -60 E) -70

13. ABC de $|DC| = 12$ br, $|CA| = 10$ br,

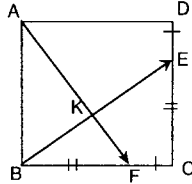
$$\vec{BC} = 4\vec{BD}, m(\hat{C}) = 60^\circ$$



ise $\vec{CA} \cdot \vec{DA}$ skaler çarpımının değeri kaçtır?

A) 40 B) 80 C) 120
D) 140 E) 160

14. Şekildeki ABCD kare, $|DE| = |CF|$, $|IE| = |IF|$ ve $|IFCI| (|IFCI| + 2|IECI|) = 18$ ise $\vec{AF} \cdot \vec{BE}$ skaler çarpımı kaçtır?



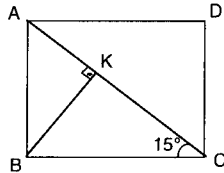
A) -18 B) -9 C) 0 D) 9 E) 18

15. Şekilde ABCD dik-dörtgen, $[BK] \perp [AC]$,

$$m(\hat{ACB}) = 15^\circ \text{ ve}$$

$$|AC| = 16 \text{ br ise}$$

$\vec{DA} \cdot \vec{KB}$ skaler çarpımı kaçtır?



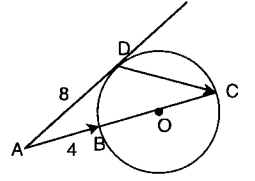
A) 32 B) 24 C) 16 D) 8 E) 4

16. Şekilde O merkezli çembere [AD, D noktasında teğettir.

$|AD| = 8$ br, $|AB| = 4$ br olduğuna göre

$\vec{DC} \cdot \vec{AB}$ skaler çarpımı kaçtır?

A) $\frac{96}{5}$ B) $\frac{96}{\sqrt{5}}$ C) $\frac{112}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{192}{5}$ E) $\frac{192}{\sqrt{5}}$



17. A(1, 3) ve B(3, 7) noktaları veriliyor. $\vec{AB}$ vektörünün $y - x + 1 = 0$ doğrusu üzerindeki dik izdüşümünün uzunluğu kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $5\sqrt{3}$

18. $\vec{A}(4, -1)$ vektörünün $y + 2x - 1 = 0$ doğrusu üzerindeki dik izdüşümü vektörü aşağıdaki-lerden hangisidir?

A) $(\frac{6}{5}, -\frac{12}{5})$ B) (6, -2)
C) $(\frac{1}{5}, -\frac{2}{5})$ D) (-2, 6)
E) (3, -1)

19. Dik koordinat sisteminde $\vec{K} = (k - 2, k + 1)$ yer vektörünün k değıştikçe uç noktasının çizdiği eğri (2m, m - 2) noktasından geçtiğine göre m kaçtır?

A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

20. $\vec{A} = (8, 15)$ ve $\vec{B} = (3, 4)$ vektörleri arasındaki açıyı ortalayan bir vektör $\vec{K} = (k, 1)$ olduğuna göre k kaç olabilir?

A) $\frac{17}{11}$ B) $\frac{11}{13}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{7}{11}$ E) $\frac{1}{2}$

VEKTÖRLER

TEST 10

1. $A(4, -3, 2)$ ve $B(-3, 2, 1)$ noktaları arasındaki uzaklık kaç br dir?

A) $3\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $5\sqrt{3}$
D) $6\sqrt{3}$ E) $7\sqrt{3}$

2. Denklemi $x^2+y^2+z^2-2x+4y=0$ olan kürenin yarıçapı kaç br dir?

A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{6}$
D) $2\sqrt{2}$ E) 3

3. Merkezinin koordinatları $M(1, -1, 2)$ olan ve orijinden geçen kürenin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+y^2+z^2+2x+4y+2z=0$
B) $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-6=0$
C) $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+6=0$
D) $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z=0$
E) $x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z=0$

4. $\vec{V}_1 = (0, 1, 1)$ ve $\vec{V}_2 = (1, 0, 1)$ vektörleri arasındaki açı kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 120

5. $\vec{U} = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$ vektörü ile $\vec{V} = 4\vec{e}_1 + (m-2)\vec{e}_2 + \vec{e}_3$ vektörü birbirine dik ise m kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

6. $\vec{V} = (5, -4, 3)$ vektörü ile uzunluğu 4 br olan $\vec{U}$ vektörü arasındaki açı 120° olduğuna göre $\vec{V} \cdot \vec{U}$ çarpımı kaçtır?

A) $-10\sqrt{2}$ B) $-5\sqrt{2}$ C) -2
D) $5\sqrt{2}$ E) $10\sqrt{2}$

7. $\vec{A} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3$
 $\vec{B} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$ ise

$\vec{AB}$ vektörü ile aynı doğrultuda zıt yöndeki birim vektör nedir?

A) $\frac{1}{\sqrt{21}}(-\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3)$
B) $\frac{1}{\sqrt{21}}(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3)$
C) $\frac{1}{21}(\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3)$
D) $\frac{1}{\sqrt{21}}(\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3)$
E) $\frac{1}{\sqrt{21}}(-\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3)$

8. $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ vektörleri R^3 de birim vektörlerdir.
 $\vec{AB} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$
 $\vec{BC} = -2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$ olduğuna göre $|\vec{CA}|$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3 B) $\sqrt{14}$ C) 4 D) $\sqrt{21}$ E) 5

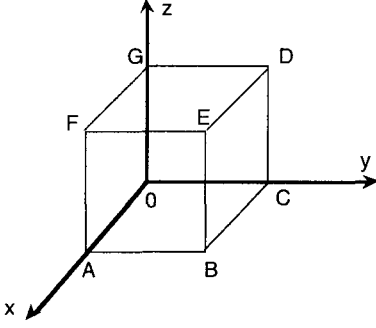
9. R^3 vektör uzayında $\vec{A} = (3, -1, -4)$ ve $\vec{B} = (5, -2, -2)$ vektörleri veriliyor.
 $(\vec{A} - \vec{B})^2$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 9

10. R^3 de $\vec{A} = [5, -8, a]$, $\vec{B} = [2, 1, -2]$, $\vec{C} = [3, -2, 4]$ vektörleri veriliyor.
 $\vec{A}$ vektörü $\vec{B}$ ile $\vec{C}$ nin lineer bileşimi ise a kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

11.



R^3 te verilen dikdörtgenler prizmasında E köşesinin koordinatları $(3, 4, 5)$ ise $\vec{OD}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) $\sqrt{41}$ E) $\sqrt{46}$

12. R^3 vektör uzayında $\{(1, -1, a), (2, 1, 0), (b, 0, 1)\}$ kümesinin lineer bağımlı olması için $a \cdot b$ çarpımı kaç olmalıdır?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

13. $\vec{A} = (1, a, a+1)$, $\vec{B} = (2, 3, 1)$, $\vec{C} = (1, 2, 0)$ vektörlerinin bir düzlem içinde olması için a ne olmalıdır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) 2 E) 4

14. $\vec{A} = (-3, 1, 0)$, $\vec{B} = (-1, 4, -3)$, $\vec{C} = (-2, -3, 3)$ vektörleri doğrusal bağımlı iseler aşağıdaki bağıntılardan hangisi doğrudur?

- A) $-A + B + C = 0$ B) $A + B + C = 0$
C) $-A - 2B - C = 0$ D) $2A + 3B - C = 0$
E) $-3A + B + C = 0$

15. α derecelik dönmeye karşı gelen dönüşüm

matrisi $\begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ dir. $\vec{x} = (-1, \sqrt{3})$

vektörü, $\frac{\pi}{3}$ radyan döndürüldüğünde görüntüsü ne olur?

- A) $(\sqrt{3}, 1)$ B) $(\sqrt{3}, -1)$ C) $(-1, \sqrt{3})$
D) $(1, -\sqrt{3})$ E) $(-2, 0)$

16. $f: R^2 \rightarrow R^2$ doğrusal dönüşümünde $f(\vec{e}_1) = (4, 2)$ $f(\vec{e}_2) = (3, 4)$ ise $f(x, y)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(4x+3y, 4y-2x)$ B) $(4x+2y, 2x+4y)$
C) $(4x+3y, 2x+4y)$ D) $(x+3y, 4x+2y)$
E) $(4x+3y, 2x-4y)$

17. R^2 vektör uzayında verilen aşağıdaki vektör kümelerinden hangisindeki vektörler doğrusal (lineer) bağımlıdır?

- A) $\{[0, 1], [1, 1]\}$ B) $\{[1, 0], [0, 1]\}$
C) $\left\{\left[\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}\right], [-2, 3]\right\}$ D) $\{[1, 3], [3, 1]\}$
E) $\left\{\left[\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right], [3, 2]\right\}$

18. $[1, -1, k]$, $[3, 1, -1]$ ve $[-k, 2, 1]$ vektörleri doğrusal (lineer) bağımsız ise, k aşağıdakilerden hangisine eşit olamaz?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

19. $f: R^3 \rightarrow R^3$ doğrusal dönüşümünde

$$f(\vec{e}_1) = (2, -1, 3) \quad f(\vec{e}_2) = (3, 4, -1),$$

$f(\vec{e}_3) = (4, -2, 6)$ olduğuna göre f dönüşümünün matrisinin rankı nedir?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

20. $d_1: \frac{x+2}{5} = \frac{y+2}{a} = \frac{z-1}{-1}$ ile

$$d_2: \frac{x-1}{b} = \frac{y+7}{4} = \frac{z+3}{1}$$

doğrularının paralel olması için $a+b$ kaç olmalıdır?

- A) -10 B) -9 C) -8 D) -7 E) -6

21. $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-1}{m}$ ile

$$d_2: \frac{x+1}{4} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+4}{-2}$$

doğrularının birbirine dik durumlu olması için m kaç olmalıdır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

22. Uzayda $A(2, -1, 3)$ $B(1, 0, 2)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-1}$
 B) $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-1}$
 C) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{1} = z+3$
 D) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}$
 E) $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-1}$

23. $A(-2, 1, 3)$ noktasından geçen ve $\vec{d} = (4, -2, 1)$ vektörüne paralel olan doğrunun denklemi nedir?

A) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+3}{1}$
 B) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{1}$
 C) $\frac{x-4}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{3}$
 D) $\frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$
 E) $\frac{x+4}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{3}$

24. $A(2, 1, -1)$ noktasının $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-2} = z+1$ doğrusuna uzaklığı nedir?

A) $\sqrt{6}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C) $\frac{5}{\sqrt{6}}$
 D) $\frac{\sqrt{6}}{5}$ E) $\frac{5\sqrt{5}}{3}$

25. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{3}$ doğrusu ile $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-3}$ doğrusu arasındaki açı α ise $\sin \alpha$ 'nın değeri kaçtır?

A) $-\frac{2\sqrt{10}}{7}$ B) $-\frac{\sqrt{10}}{7}$ C) $\frac{\sqrt{10}}{7}$
 D) $\frac{2\sqrt{10}}{7}$ E) $\frac{1}{2}$

26. $A(-1, 2, 3)$, $B(3, 4, -1)$ noktaları veriliyor. $[AB]$ doğru parçasının P orta noktasından AB doğrusuna dik çizilen düzlemin denklemi hangisidir?

A) $4x + 2y - 4z - 5 = 0$
 B) $4x - 2y + 4z - 9 = 0$
 C) $2x + y - 2z - 6 = 0$
 D) $2x + y - 2z - 3 = 0$
 E) $2x - y + 2z + 6 = 0$

27. $2x - y + 3z + 6 = 0$ düzleminin Ox eksenini kestiği noktadan bu düzleme dik çizilen doğrunun denklemi hangisidir?

A) $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{3}$
 B) $\frac{x}{2} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z}{3}$
 C) $\frac{x+3}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{3}$
 D) $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$
 E) $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{3}$

28. $\frac{x-1}{a+1} = \frac{y+2}{a-1} = \frac{z-5}{1-a}$ doğrusu

$2x + 3y - 6z - 12 = 0$ düzlemine paralel ise a kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

29. Köşeleri $A(1, 1, 1)$, $B(-1, 1, 1)$, $C(1, 1, -1)$ olan üçgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

VEKTÖRLER

TEST 11

1. Denklemi $x^2+y^2+z^2-2z-24=0$ olan kürenin merkezinin orijine olan uzaklığı kaç br dir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

2. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z+2=0$ küresine orijinden çizilen teğet parçasının uzunluğu kaç br dir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\sqrt{2}$
D) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ E) $2\sqrt{2}$

3. $A(3, -2, 4)$ noktasından geçen ve $\vec{N} = (2, -1, 3)$ vektörüne dik olan düzlemin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x-y+3z-1=0$ B) $2x-3y+z-20=0$
C) $2x-y+3z-20=0$ D) $2x-y+3z+20=0$
E) $2x-y+3z-4=0$

4. $2x+ay-6z+4=0$ düzleminin $x-4y-3z+2=0$ düzlemine paralel olması için a kaç olmalıdır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) -2 E) -8

5. $A(1, -2, 3)$ noktasından geçen ve $2x-3y+z-4=0$ düzlemine paralel olan düzlemin denklemi nedir?

A) $2x-3y+z+11=0$ B) $2x-3y+z-11=0$
C) $2x-3y-z+11=0$ D) $2x-3y+3z-11=0$
E) $x+y-z-11=0$

6. $\frac{x+4}{2} = \frac{y-m}{3} = \frac{z+1}{4}$ doğrusunun $x+my+z-7=0$ düzlemine paralel olması için m kaç olmalıdır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

7. $P(2, -1, 3)$ noktasından geçen ve $3x-4y-6z+7=0$ düzlemine paralel olan düzlemin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x-4y-6z+8=0$ B) $3x-4y-6z+6=0$
C) $3x-4y-6z+1=0$ D) $3x-4y-6z-3=0$
E) $3x-4y-6z+5=0$

8. $x^2+y^2+z^2-4x+6y-8z+13=0$ küresine üzerindeki $T(2, 1, 4)$ noktasında teğet olan düzlemin denklemi nedir?

A) $x=-1$ B) $y=1$ C) $z=-1$
D) $2x+2y-1=0$ E) $x+y-2=0$

9. $\begin{cases} 3x-4y+12z+6=0 \\ -6x+8y-24z+6=0 \end{cases}$ düzlemlerinin ikisine de teğet olan kürenin alanı kaç π dir?

A) $\frac{81}{169}$ B) $\frac{27}{83}$ C) $\frac{12}{17}$
D) $\frac{27}{169}$ E) 7

10. $2x+y-z+1=0$ düzlemi ile $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{-1}$ doğrusu arasındaki açının tanjantı nedir?

A) $2\sqrt{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$
D) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

11. $x-y+\sqrt{2}z+3=0$ ve $x+y-\sqrt{2}z+1=0$ düzlemleri arasındaki açı kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 150

12. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{2}$ doğrusu $2x-3y+z-23=0$ düzlemini A noktasında delmektedir. A noktasının koordinatları toplamı nedir?

A) 7 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

13. $A(2, 1, 1)$ noktasının $x-2y+2z-4=0$ düzlemine olan uzaklığı kaç birimdir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

14. $x+2 = \frac{y-3}{a} = \frac{z+4}{2}$ doğrusunun $2x+3y+bz-1=0$ düzlemine paralel olması için a ile b arasındaki bağıntı ne olmalıdır?

A) $3a+b=-2$ B) $3a+2b=2$
C) $3a+2b=-2$ D) $3a-2b=2$
E) $a+b=-4$

15. $x+2y-2z+5=0$ düzleminin $mx-2y-z+1=0$ düzlemine dik olması için m kaç olmalıdır?

A) -3 B) -2 C) 2 D) 3 E) 4

16. $3x+y+z+7=0$ düzlemi ile $6x+2y+2z+10=0$ düzlemi arasındaki uzaklık kaç br dir?

A) $\frac{2}{\sqrt{11}}$ B) $\frac{3}{\sqrt{11}}$ C) $\frac{4}{\sqrt{11}}$
D) $\frac{5}{\sqrt{11}}$ E) $\frac{6}{\sqrt{11}}$

17. $P(2, -3, 4)$ noktasının $x+2y+2z-13=0$ düzlemine olan uzaklığı kaç br dir?

A) 2 B) 3 C) 4
D) $2\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{5}$

18. $P(2, -3, -2)$ noktasından geçen bir düzlem $3x-2y+mz-6=0$ ise m kaçtır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 3 E) 4

19. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+4}{6}$ doğrusu ile $10x+2y-11z-7=0$ düzlemi arasındaki açının sinüsü kaçtır?

A) $\frac{5}{21}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{8}{21}$ E) $\frac{3}{7}$

20. $2x+y-2z-7=0$ ve $-3x+6y+2z+3=0$ düzlemleri arasındaki açının kosinüsü kaçtır?

A) $-\frac{1}{7}$ B) $-\frac{4}{21}$ C) $-\frac{5}{21}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{4}{21}$

21. Parametrik denklemi

$$x = 3-t$$

$$y = 2t$$

$$z = 2+3t$$

olan doğruya dik olan ve $P(2, -1, 4)$ noktasından geçen düzlemin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x-2y-3z-8=0$ B) $x-2y-3z+12=0$
C) $x-2y+3z-8=0$ D) $x+2y-3z+8=0$
E) $x-2y-3z+8=0$

22. $\frac{x-2}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$ doğrusu ile $2x-3y-z=7$ düzleminin arakesiti olan noktanın koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (2, 3, 4) B) (2, -2, 3)
C) (4, -3, 10) D) (-4, 3, -10)
E) (4, 3, 10)

23. $\frac{x+5}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{-1}$ doğrusunun $mx+y-2z-6=0$ düzlemini kesmemesi için m kaç olmalıdır?

A) $-\frac{4}{3}$ B) -1 C) $\frac{1}{3}$ D) 1 E) $\frac{4}{3}$

24. $x - \sqrt{2}y + z - 7 = 0$ düzlemi ile $x + \sqrt{2}y - z - 6 = 0$ düzlemi arasındaki açı kaç derecedir?

A) 45 B) 60 C) 120 D) 135 E) 150

25. $2x+3y-4z-6=0$ düzlemi ile $4x+6y-8z-18=0$ düzleminde eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x+3y-4z-7=0$ B) $2x+3y-4z-9=0$
C) $4x+6y-8z-12=0$ D) $4x+6y-8z-15=0$
E) $4x+6y-8z+12=0$

VEKTÖRLER

TEST 12

- $\vec{A} = (-3, 2, 1)$, $\vec{B} = (1, -3, 5)$ vektörleri veriliyor.
 $-\vec{A} + 2\vec{B}$ vektörü aşağıdakilerden hangisidir?
A) (5, -8, 9) B) (-5, 8, -9)
C) (2, 3, 5) D) (-2, -5, -9)
E) (4, -2, 9)
- $\vec{A} = (m, 2, -5)$, $\vec{B} = (m+3, -4, 10)$ vektörlerinin paralel olması için m ne olmalıdır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
- $A(2, 3, 4)$ noktasından geçen ve $\vec{u} = (2, 5, -1)$ vektörüne paralel olan doğrunun denklemi nedir?
A) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{5} = z-4$
B) $\frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{5} = z+4$
C) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{5} = -z+4$
D) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{5} = z-4$
E) $x-2 = y-3 = -z+4$
- $(2, 5, -3)$ ve $(-3, 0, 4)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi nedir?
A) $\frac{x-2}{5} = \frac{y-5}{5} = \frac{z-3}{-7}$
B) $\frac{x-2}{-3} = y-5 = \frac{z-3}{4}$
C) $\frac{x+3}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z-4}{-3}$
D) $\frac{x-2}{-5} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z+3}{7}$
E) $\frac{x+3}{-3} = \frac{y}{5} = \frac{z-4}{4}$
- $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z}{a}$
 $d_2: \frac{x}{a} = \frac{y}{4} = \frac{z-2}{-4}$
 d_1 ile d_2 doğrularının dik durumlu olması için a ne olmalıdır?
A) 2 B) 1 C) -2 D) -5 E) -6
- $d_1: x-2 = y+3 = \frac{z-5}{\sqrt{2}}$
 $d_2: \frac{x-4}{-1} = y+5 = \frac{z+3}{-\sqrt{2}}$
 d_1 ile d_2 doğruları arasındaki açı kaç derecedir?
A) 30° B) 45° C) 90° D) 120° E) 150°

- $A(1, -2, -3)$ noktasından geçen ve $\vec{N} = (2, -2, 3)$ vektörüne dik olan düzlemin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x - y + z - 6 = 0$
B) $2x - 2y + 3z + 3 = 0$
C) $2x - 2y + 3z + 9 = 0$
D) $2x + 2y - 3z - 9 = 0$
E) $2x - 2y + 2z - 3 = 0$
- $-2x + ay - 3z = 0$ düzlemi ile $6x - 2y + 9z + 4 = 0$ düzleminin paralel olması için a ne olmalıdır?
A) $-\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) 2 E) $\frac{5}{3}$
- $x + y + \sqrt{2}z + 7 = 0$
 $x - y + \sqrt{2}z - 5 = 0$
Yukarıda verilen düzlemler arasındaki dar açı aşağıdakilerden hangisidir?
A) 30° B) 45° C) 60° D) 75° E) 80°
- $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{-2} = z$
doğrusunun $6x + ay + 2z = 0$ düzlemine dik olması için a ne olmalıdır?
A) 1 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4
- $A(-3, 1, 2)$ noktasından geçen ve $x + 2y + z - 2 = 0$ düzlemine paralel olan düzlemin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x + y + z - 1 = 0$
B) $x + y + z = 0$
C) $x + 2y + z - 1 = 0$
D) $x + 2y + z + 1 = 0$
E) $-3x + y + 2z - 4 = 0$
- $3x - 2y + 4z - 7 = 0$
 $(a-2)x + by + (c+3)z + 7 = 0$
denklemleri aynı düzlemi gösterdiğine göre $a + b + c$ toplamı kaçtır?
A) -7 B) -6 C) 2 D) 3 E) 5

13. $R : x - 2z = 0$
 $Q : 3x - 2y + z - 3 = 0$
R ile Q düzlemlerinin arakesitleri olan doğrunun denklemi nedir?

A) $\frac{x}{2} = \frac{y + \frac{3}{2}}{14} = z$
 B) $\frac{x}{\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{y + 3}{3} = z$
 C) $\frac{x}{2} = \frac{y + 2}{7} = z$
 D) $\frac{x}{2} = \frac{y + \frac{3}{2}}{\frac{7}{2}} = z$
 E) $\frac{x}{3} = \frac{y + 3}{14} = z - 2$

14. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 8y + 14z - 26 = 0$ küresinin 16 birim uzunluğundaki kirişlerinin orta noktalarının **geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 36$
 B) $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 + (z - 7)^2 = 36$
 C) $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 + (z + 7)^2 = 36$
 D) $(x - 3)^2 + y^2 + (z + 7)^2 = 64$
 E) $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 + (z - 7)^2 = 36$

15. $\vec{A} = (6, 5, -2)$ vektörünün $\vec{B} = (2, 0, -2)$ vektörü üzerindeki **dik izdüşüm vektörü aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(2, 1, 0)$ B) $(0, -2, 4)$ C) $(4, 1, 3)$
 D) $(4, 0, -4)$ E) $(3, -6, 2)$

16. $2x - 3y + z - 4 = 0$ denklemli E düzlemi veriliyor. $P(2, -1, 0)$ noktasının **E düzlemine göre simetriği olan nokta aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\left(\frac{1}{7}, \frac{-8}{7}, \frac{4}{7}\right)$ B) $\left(-\frac{2}{7}, \frac{4}{7}, \frac{3}{7}\right)$
 C) $\left(\frac{8}{7}, \frac{2}{7}, -\frac{3}{7}\right)$ D) $\left(\frac{4}{7}, \frac{-2}{7}, \frac{9}{7}\right)$
 E) $\left(-\frac{1}{7}, \frac{-9}{7}, \frac{4}{7}\right)$

17. $P(3, -2, 1)$ noktasının $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{1}$ denklemli doğruya göre **simetriği aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\left(-\frac{51}{7}, \frac{25}{7}, \frac{34}{7}\right)$ B) $\left(\frac{97}{14}, -\frac{50}{14}, \frac{39}{14}\right)$
 C) $\left(-\frac{61}{14}, -\frac{41}{14}, -\frac{31}{14}\right)$ D) $\left(-\frac{51}{7}, -\frac{25}{7}, \frac{41}{14}\right)$
 E) $\left(-\frac{27}{14}, \frac{108}{14}, \frac{67}{14}\right)$

18. $x + 2y + 4z - 10 = 0$ düzleminin Oy eksenini kestiği noktadan **bu düzleme dik çizilen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{x+5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{4}$ B) $\frac{x}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{4}$
 C) $\frac{x}{-1} = \frac{y+5}{2} = \frac{z}{4}$ D) $\frac{x}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+1}{4}$
 E) $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{-4}$

19. $\left. \begin{array}{l} x = 2 + 3t \\ y = -3 + 2t \\ z = -1 - t \end{array} \right\}$ doğrusu ile $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{a} = \frac{z+1}{2}$ doğrusu dik ise **a kaçtır?**

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

20. Köşeleri $A(1, 1, 1)$, $B(1, -1, 1)$, $C(1, 1, -1)$ olan **üçgenin alanı kaç birim karedir?**

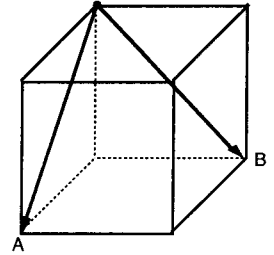
A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

21. $A(-2, 2, -3)$, $B(2, 6, 1)$ noktaları veriliyor. $[AB]$ doğru parçasının $\frac{|CA|}{|CB|} = \frac{1}{3}$ olacak biçimde **C noktasından AB doğrusuna dik çizilen düzlemin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x + y - z - 2 = 0$ B) $2x + y - z = 0$
 C) $x + y + z = 0$ D) $-x + y - z = 0$
 E) $x + y + z + 1 = 0$

22. Şekildeki bir kenarı 2 br olan küp verilmiştir.

Buna göre $\vec{A} \cdot \vec{B}$ kaçtır?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

23. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{-2}$ olan doğru ile denklemi $x + 3y - 2z - 6 = 0$ olan **düzlemin ortak noktasını merkez kabul eden ve yarıçapı 2 birim olan kürenin denklemi nedir?**

A) $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4$
 B) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 4$
 C) $x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 4$
 D) $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 4$
 E) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 4$

VEKTÖRLER

TEST 13

1. $\vec{A} = (2, 3, 5)$ ise aşağıdaki vektörlerden hangisi $\vec{A}$ ile bir uzayın tabanını oluşturur?

A) $(4, 6, 10)$ B) $(\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, 1)$
C) $(-6, -9, -15)$ D) $(8, 12, 15)$
E) $(10, 15, 25)$

2. R^3 de $\vec{A} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 4)$ ve $\vec{B} = (3, 2, k)$ vektörleri lineer bağımsız olduklarına göre k aşağıdaki-lerden hangisi olamaz?

A) 4 B) 6 C) 12 D) 18 E) 24

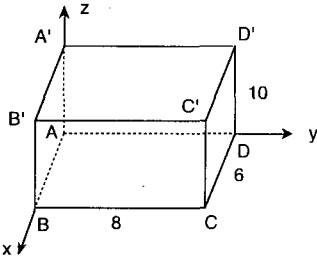
3. $\vec{A} = (1, 0, 2)$, $\vec{B} = (n, 1, -2)$ ve $\vec{C} = (0, 2, n)$ vektörlerinin aynı düzlemde olması için n kaç olmalıdır?

A) $-\frac{5}{4}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $-\frac{3}{5}$ D) $-\frac{5}{3}$ E) -4

4. R^3 de $\vec{A} = (-1, 2, \sqrt{3})$, $\vec{B} = (2, 1, -\sqrt{10})$ vektörleri arasındaki açı kaç derecedir?

A) 150 B) 120 C) 75 D) 45 E) 30

5.



Şekildeki dikdörtgenler prizmasında

$|BC| = 8$ cm, $|CD| = 6$ cm, $|DD'| = 10$ cm olduğuna göre $\vec{CD'} \cdot \vec{A'C}$ skaler çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) -164 B) -136 C) -100
D) -36 E) -28

6. $A(-1, 2, 0)$ noktasından geçen ve

$\vec{B} = (2, 1, 3)$ vektörüne dik olan düzlemin denklemi $2ax + 3by + cz = 0$ ise $a \cdot b \cdot c$ kaçtır?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) 2

7. $\begin{cases} x = 1 + 3k \\ y = -2 + k \\ z = 2 - k \end{cases}$ doğrusu ile

$\frac{x+5}{2a-3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+4}{b-2}$ doğrusu paralel ise

$a \cdot b$ kaçtır?

A) 6 B) 3 C) 1 D) -3 E) -6

8. $A(6, k, -4)$ ve $B(2, -4, 4)$ noktalarından geçen düzlem $x + 7 = \frac{y-9}{2} = \frac{z-5}{3}$ doğrusuna dik ise k kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 2 D) 4 E) 6

9. Uzayda $A(-2, 3, 5)$ noktasının

$2x + 4y + 4z - 1 = 0$ düzlemine uzaklığı kaç birimdir?

A) $\frac{7}{2}$ B) 4 C) $\frac{9}{2}$ D) 5 E) $\frac{11}{2}$

10. Merkezi $(0, 2, 1)$ olan ve $x - 2y - 2z + 3 = 0$ düzlemine teğet olan kürenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{4\pi}{3}$ B) 2π C) $\frac{8\pi}{3}$ D) 4π E) 8π

11. $\begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = -3 \end{cases}$ doğrusunun $2x + ky - 5z + 4 = 0$ düzlemine paralel olması için k kaç olmalıdır?

A) -5 B) -1 C) 2 D) 3 E) 4

12. Bir kübün birbirine en uzak iki köşesi $K(2, -1, 1)$ ve $P(4, 1, -1)$ noktalarıdır. Buna göre kübün tüm yüzey alanı kaç br^2 dir?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 32 E) 36

13. $(1, -1, -2)$ noktasından geçen ve $(3, 2, 3)$ vektörüne paralel olan doğrunun $-xoy-$ düzlemini kestiği noktanın koordinatları toplamının, $-yoz-$ düzlemini kestiği noktanın koordinatları toplamına oranı kaçtır?

A) $-\frac{6}{7}$ B) $-\frac{5}{7}$ C) $-\frac{3}{7}$ D) $\frac{7}{5}$ E) $\frac{7}{3}$

14. $x - y + 2z = 3$ ve $2x - 3z + y + 4 = 0$ düzlemlerinin arakesitinden ve $(1, -1, 2)$ noktasından geçen düzleme,

$\frac{x-m}{m-2} = \frac{y-k}{3k+1} = \frac{z+2}{4}$ doğrusu dik ise $m + k$ kaçtır?

A) $-\frac{15}{7}$ B) $-\frac{17}{7}$ C) $-\frac{18}{7}$
D) $-\frac{19}{7}$ E) $-\frac{22}{7}$

15. $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6y - 9z + 12x + 3 = 0$ küresine $2x - y + 2z + k = 0$ düzlemi teğet ise k 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

16. R^3 'de köşelerinin koordinatları; $A(-1, 4, 5)$, $B(-4, 10, 8)$ ve $C(4, 9, 0)$ olan ABC üçgeni veriliyor. $|BD| = 2|AD|$ ve $2|AF| = 3|FC|$ ise D ve F noktalarından geçen doğrunun denklemi nedir?

A) $\frac{x-2}{4} = y-6 = \frac{z-6}{-4}$
B) $\frac{x+2}{4} = y+6 = \frac{z-6}{-4}$
C) $\frac{x-2}{4} = y+6 = \frac{z-6}{-4}$
D) $\frac{x+2}{4} = y-6 = \frac{z-6}{-4}$
E) $\frac{x+2}{2} = \frac{y-6}{4} = \frac{z-6}{-4}$

17. $\frac{x-2}{k} = \frac{z-3}{3k-2} = \frac{y+1}{k+2}$ doğrusu

$3x - 2y + mz - 11 = 0$ düzleminde bulunduğuna göre $m + k$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 4

18. $\left. \begin{array}{l} x - 3y + 2z = 3 \\ x - y - z = 2 \end{array} \right\}$ düzlemlerinin kesişim kümesi olan doğrunun denklemi nedir?

A) $x = \frac{5y+7}{2} = \frac{5z-3}{3}$

B) $x = \frac{5y-7}{3} = \frac{5z+3}{2}$

C) $x = \frac{5y+7}{3} = \frac{5z+3}{2}$

D) $x = \frac{5y-7}{3} = \frac{5z-3}{2}$

E) $x = \frac{5y+7}{2} = \frac{5z+3}{3}$

19. $\frac{1-x}{2} = \frac{y+1}{2}$, $z = -4$ doğrusu ile

$x + 2y + z + 3 = 0$ düzleminin kesim noktasından geçen ve $\vec{V} = (2, -1, 4)$ vektörüne paralel olan doğrunun denklemi nedir?

A) $\frac{x+4}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{4}$

B) $\frac{x+5}{2} = \frac{3-y}{1} = \frac{z+4}{4}$

C) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+4}{4}$

D) $\frac{x-3}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-2}{4}$

E) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-4}{4}$

20. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 11 = 0$ küresinin 8 birim uzunluğundaki kirişlerinin orta noktalarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 16$

B) $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$

C) $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$

D) $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$

E) $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 16$

VEKTÖRLER

TEST 14

1. $\mathbb{R}^3$ te aşağıdaki önermelerden kaç tanesi doğrudur?

- Bir düzleme dışındaki bir noktadan, bir paralel düzlem çizilebilir.
- Bir düzleme dışındaki bir noktadan, bir paralel doğru çizilebilir.
- Birbirine dik olan iki düzlemden birinin içindeki doğrulardan en az biri diğer düzleme paraleldir.
- Birbirine paralel iki düzlemin üçüncü bir düzlemle arakesiti birbirine paralel iki doğrudur.
- Birbirinden farklı 6 noktadan en fazla 20 düzlem geçer.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\mathbb{R}^3$ de $\vec{A} = (3, 4, 2)$, $\vec{B} = (5, 2 - 3)$ ve

$\vec{C} = (13, 8, k)$ vektörleri bulundukları uzayı germediklerine göre k aşağıdakilerden hangisidir?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

3. $(-1, 2, 3)$ noktasından geçen ve $(2, -1, 1)$ vektörüne dik olan düzlemin x eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?

A) 2 B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) -1 E) -2

4. Uzayda

$$\vec{A} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

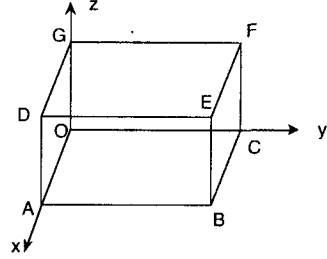
$$\vec{B} = 4\vec{e}_1 + \vec{e}_2$$

$$\vec{C} = k \cdot \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$$

vektörleri veriliyor. $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ vektörlerinin lineer bağımlı olması için k kaç olmalıdır?

A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 28

5.



$\mathbb{R}^3$ de verilen dikdörtgenler prizmasında E köşesinin koordinatları $(3, 4, 5)$ ise $\vec{AF} \cdot \vec{BG}$ skalar çarpımı kaçtır?

A) 4 B) 9 C) 18 D) 24 E) 36

6. $d_1: 2 - x = \frac{y+1}{2} = \frac{z+4}{-3}$

$d_2: \frac{x}{a} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-3}$ denklemleri ile verilen doğruların dik durumlu olması için a kaç olmalıdır?

A) 9 B) 10 C) 12 D) 13 E) 15

7. $\frac{x+2}{a} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{b}$ doğrusunun

$2x - 3y + z + 1 = 0$ düzlemine dik olması için $a + b$ toplamı kaç olmalıdır?

A) -12 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

8. Merkezi $(1, 0, 2)$ olan ve $x + y - z + 4 = 0$ düzlemine teğet olan kürenin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z + 2 = 0$

B) $x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 6z + 1 = 0$

C) $x^2 + y^2 + z^2 - x - 3z + 3 = 0$

D) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + z + 3 = 0$

E) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - y + z - 1 = 0$

9. $A(3, 1, 2)$ ve $B(-2, 5, 6)$ noktalarından geçen doğru denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + 2 = \frac{y-5}{3} = \frac{z-6}{7}$

B) $\frac{x-3}{-5} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{4}$

C) $\frac{x-3}{5} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-2}{3}$

D) $\frac{x+2}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-6}{4}$

E) $3 - x = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{5}$

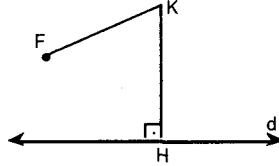
10. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{-9}$ doğrusunun $3x + 6y + k \cdot z - p = 0$ düzlemine paralel olması için k kaç olmalıdır?
A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2
11. $A(2, 2, 4)$ noktasının $-x + 2 = z - 1$, $y - 3 = 0$ doğrusuna olan uzaklığı kaç birimdir?
A) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{11}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{2}}$ E) $\sqrt{11}$
12. $\frac{x}{2} = y + 1 = \frac{z-2}{-2}$ doğrusu ile $2x - 3y + z - 6 = 0$ düzleminin kesim noktası aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(-1, 1, 2)$ B) $(-2, 1, 4)$
C) $(-2, -2, 4)$ D) $(2, -2, -4)$
E) $(-2, 1, 4)$
13. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 10$ denklemiyle verilen kürenin y o z düzlemiyle arakesitinin denklemi nedir?
A) $(y-3)^2 + (z-2)^2 = 10$
B) $(y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$
C) $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 6$
D) $(x-1)^2 + (z-2)^2 = 1$
E) $(y-3)^2 + (z-2)^2 = 8$
14. $x + y - \sqrt{2}z + 4 = 0$
 $x - y + \sqrt{2}z - 1 = 0$ düzlemleri arasındaki açı kaç derecedir?
A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 135
15. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = -z + 2$ doğrusunun $x - 2y + z + 5 = 0$ düzlemini deldiği noktanın, $3x - 4y + 12z - 8 = 0$ düzlemine olan uzaklığı kaç birimdir?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. Denklemi $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = 2 - z$ olan doğru ile denklemi $2x - y - 2z + 3 = 0$ olan düzlemin ortak noktasını merkez kabul eden ve yarıçapı 3 birim olan kürenin denklemi nedir?
A) $(x-1)^2 + (y-5)^2 + (z+3)^2 = 9$
B) $(x-1)^2 + (y+5)^2 + (z+3)^2 = 9$
C) $(x+1)^2 + (y+5)^2 + (z-3)^2 = 9$
D) $(x+1)^2 + (y-5)^2 + (z+3)^2 = 9$
E) $(x+1)^2 + (y+5)^2 + (z+3)^2 = 9$
17. $A(-1, 2, -3)$ noktasından geçen ve $6x + 5z - 3y - 11 = 0$ düzlemine dik olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{x+1}{6} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{5}$
B) $\frac{x+1}{-6} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{5}$
C) $\frac{x+1}{6} = \frac{-y+2}{3} = \frac{z+3}{5}$
D) $\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{5}$
E) $\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$
18. $P: 2x + y - z + 2 = 0$
 $Q: -x + 2y + z + 3 = 0$ düzlemleri arasındaki açı θ ise $\tan \theta$ kaçtır?
A) 6 B) $\sqrt{35}$ C) $\sqrt{30}$ D) $\sqrt{15}$ E) $\sqrt{10}$
19. $P(2, 1, -1)$ noktasının $\frac{x-1}{2} = \frac{-y-1}{2} = \frac{z+2}{3}$ denklemi doğruya göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(\frac{4}{5}, \frac{13}{5}, \frac{31}{5})$ B) $(2, -4, 1)$
C) $(-\frac{4}{5}, \frac{13}{5}, \frac{31}{5})$ D) $(\frac{4}{17}, -\frac{55}{17}, -\frac{45}{17})$
E) $(-\frac{4}{5}, -\frac{13}{5}, -\frac{31}{5})$
20. $x + 3y - 4z - 12 = 0$ düzleminin koordinat düzlemleriyle oluşturduğu piramit $z + 1 = 0$ düzlemiyle kesiliyor. Kesik piramidin hacmi kaç br^3 dür?
A) $\frac{140}{9}$ B) 16 C) $\frac{152}{9}$ D) 19 E) $\frac{178}{9}$

KONİKLER

BÖLÜM 4

GENEL KONİK TANIMI



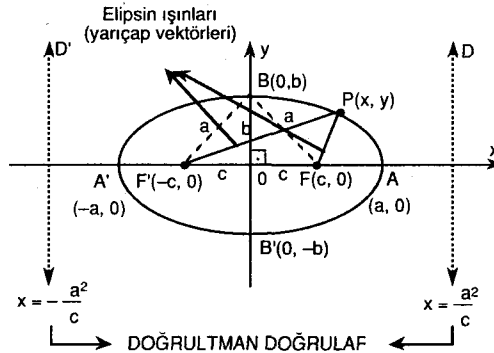
Düzlemde değişmeyen F noktası ile değişmeyen d doğrusu verilmiş olsun. F noktasına uzaklığının d doğrusuna uzaklığına olan oranı sabit kalan noktaların geometrik yerine **konik** denir. Şekilde K aranan noktadır. Buna göre: Değişmeyen bu oranı $\frac{|KF|}{|KH|} = e$ ile gösterelim.

- i) $e < 1$ ise, konik elipstir.
- ii) $e = 1$ ise, konik paraboldür.
- iii) $e > 1$ ise, konik hiperboldür.

ELİPS

TANIM

Düzlemde $|FF'| = 2c$ olmak üzere alınan sabit F ve F' noktalarına olan uzaklıkları toplamı $2c$ den büyük sabit $2a$ değerine eşit olan noktaların kümesine **elips** denir.



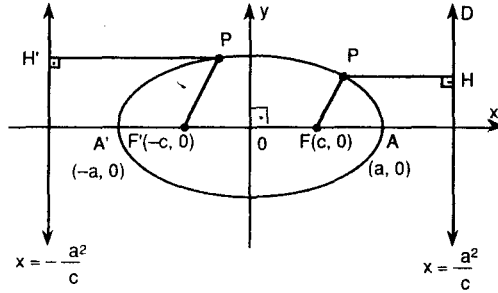
- ★ O, merkez
- ★ A, A', B, B' köşeler
- ★ F, F' odaklar
- ★ AA' doğrusu büyük eksen (asal eksen)
- ★ BB' doğrusu küçük eksen (yedek eksen)

- ★ $|BF| = |BF'| = |OA| = |OA'| = a$
- ★ $|B'F| = |B'F'| = |OA| = |OA'| = a$
- ★ $|AA'| = 2a$, büyük eksen uzunluğu
- ★ $|BB'| = 2b$, küçük eksen uzunluğu
- ★ $|CC'| = 2c$, odaklar arası uzaklık adını alır.

- 1) BOF dik üçgeninden a, b, c arasındaki bağıntı $a^2 = b^2 + c^2$ bulunur. ($a > b \wedge a > c$ dir.)
- 2) Elips üzerinde alacağımız her $P(x, y)$ noktasının odaklara olan uzaklıkları toplamı sabittir ve $2a$ değerine eşittir.

$$|PF| + |PF'| = 2a \text{ dir.}$$

- 3) Büyük ve küçük eksenler elipsin simetri eksenleridir.
- 4)



Elips üzerinde alacağımız her P noktası için,

$$\frac{|PF|}{|PH|} = e < 1 \text{ dir.}$$

$$\frac{|PF'|}{|PH'|} = e < 1 \text{ dir.}$$

- 5) Elipste, odaklar arasındaki uzaklığın asal eksen uzunluğuna oranına elipsin **dış merkezliği** denir ve e ile gösterilir.

$$e = \frac{|FF'|}{|AA'|} = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a} \text{ dir.}$$

$$a > c \text{ olduğundan, } 0 < e < 1 \text{ dir.}$$

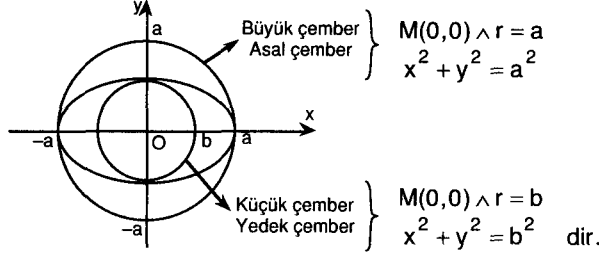
- 6) Doğrultman denklemleri: $x = \mp \frac{a^2}{c}$ dir.

- 7) Odaklardan birinden geçen ve asal eksene dik olan kirişin uzunluğuna **elipsin parametresi** denir.

$$2p = \frac{2b^2}{a} \text{ dir.}$$

- 8) Elipsin alanı: $S = \pi ab$ dir.

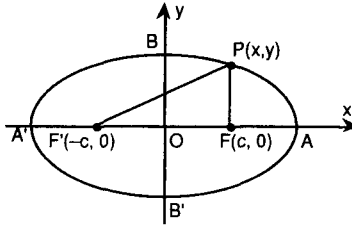
- 9) **Elipsin basıklığı:** Büyük eksen uzunluğu ile küçük eksen uzunluğu farkının büyük eksen uzunluğuna oranıdır. Yani, $\frac{2a - 2b}{2a} = \frac{2(a - b)}{2a} = \frac{a - b}{a} = 1 - \frac{b}{a}$ dir.
- 10) Bir elipste odakların üzerinde bulunduğu eksen asal eksendir.
- 11) Elipsin çevresi: $\mathcal{C} = (a + b)\pi$ dir.
- 12)



- 13) Merkezi elipsin odaklarından biri ve yarıçap uzunluğu $2a$ olan çembere **elipsin doğrultman çemberi** denir.
- i) $F(c, 0) \wedge r = 2a \Rightarrow (x - c)^2 + y^2 = 4a^2$
- ii) $F'(-c, 0) \wedge r = 2a \Rightarrow (x + c)^2 + y^2 = 4a^2$ dir.

ELİPSİN MERKEZİL DENKLEMİ

Merkezi orijinde ve eksenleri koordinat eksenleri olan elipse **merkezi elips** denir.



$P(x, y)$ noktalarının geometrik yerinin elips olması için gerek ve yeter koşul $|PF| + |PF'| = 2a$ olmasıdır.

Buradan $\sqrt{(x - c)^2 + y^2} + \sqrt{(x + c)^2 + y^2} = 2a$

Denklemin her iki yanının karesi alınarak gerekli sadeleştirmeler ve düzenlemeler yapılırsa $(a^2 = b^2 + c^2)$ eşitliği gözönünde tutularak $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ bulunur. Eşitlikte her terim a^2b^2 'ye bölündüğünden

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ elde edilir.}$$

UYARI

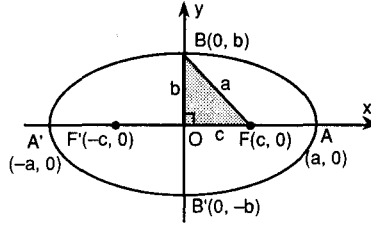
Merkezil elipsin parametrik denklemleri, $\begin{cases} x = a \cdot \cos \theta \\ y = b \cdot \sin \theta \end{cases}$ dir.

SONUÇ

Merkezil elips denkleminde;

- 1) Odaklar x ekseninde ise; (asal eksen x eksenine ise)

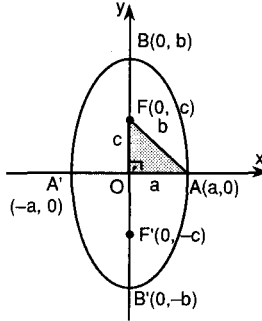
$a > b$ dir.



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ ve } a^2 = b^2 + c^2 \text{ dir.}$$

- 2) Odaklar y ekseninde ise; (Asal eksen y eksenine ise)

$b > a$ dir.



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ ve } b^2 = a^2 + c^2 \text{ dir.}$$

- 3) Bir elipsin $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ merkezli denkleminde hangi değişkenin payda değeri daha büyükse, odaklar o değişkenin oluşturduğu eksen üzerindedir.
- i) $a^2 > b^2$ ise, odaklar x ekseninde
 - ii) $b^2 > a^2$ ise, odaklar y ekseninde.

ÖRNEK

$9x^2 + 16y^2 = 576$ elipsi veriliyor.

- a) Eksen uzunlukları nedir?

- b) Odaklar arası uzaklığı nedir?
 c) Odaklarının ve köşelerinin koordinatları nedir?
 d) Doğrultman denklemleri nedir?
 e) Elipsin grafiğini çiziniz.
 f) Parametresi nedir?
 g) Dış merkezliği nedir?
 h) Basıklığı nedir?
 ı) Alanı nedir?
 j) Çevresi nedir?
 k) Asal - yedek - doğrultman çember denklemlerini yazınız.

ÇÖZÜM

$$\frac{9x^2}{576} + \frac{16y^2}{576} = \frac{576}{576}$$

$$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$$

$$a^2 = 64 \Rightarrow a = \pm 8$$

$$b^2 = 36 \Rightarrow b = \pm 6$$

Büyük değer x 'in paydasında olduğundan, odaklar x ekseninde. Yani asal eksen x eksenidir.

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 64 - 36 = 28 \Rightarrow c = \pm 2\sqrt{7} \text{ bulunur.}$$

a) Asal eksen uzunluğu : $|AA'| = 2a = 2 \cdot 8 = 16 \text{ br.}$

Yedek eksen uzunluğu : $|BB'| = 2b = 2 \cdot 6 = 12 \text{ br.}$

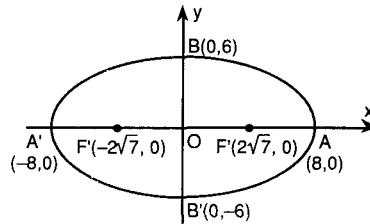
b) Odaklar arası uzaklık : $|FF'| = 2c = 2 \cdot 2\sqrt{7} = 4\sqrt{7} \text{ br.}$

c) $A(8, 0)$, $A'(-8, 0)$, $B(0, 6)$, $B'(0, -6)$, $F(2\sqrt{7}, 0)$, $F'(-2\sqrt{7}, 0)$

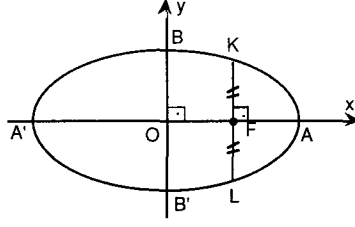
d) Doğrultman denklemleri : $x = \pm \frac{a^2}{c} = \pm \frac{64}{2\sqrt{7}} = \pm \frac{32}{\sqrt{7}}$

$$x = \pm \frac{32\sqrt{7}}{7}$$

e)



f) Parametre: $2p = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \cdot 36}{8} = 9$



$$|FK| = |FL| = \frac{9}{2} \text{ br. ya da } |KL| = 9 \text{ br dir.}$$

g) Dış merkezliği : $e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{7}}{8} = \frac{\sqrt{7}}{4} < 1$ dir.

h) Basıklığı : $\frac{2a-2b}{2a} = \frac{2(a-b)}{2a} = \frac{a-b}{a} = \frac{8-6}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ dür.

ı) Alanı : $S = \pi \cdot a \cdot b = \pi \cdot 8 \cdot 6 = 48\pi$ br² dir.

j) Çevresi : $\Ç = (a+b)\pi = (8+6)\pi = 14\pi$ br dir.

k) Asal çember : $M(0, 0) \wedge r = 8 \Rightarrow x^2 + y^2 = 64$

Yedek çember : $M(0, 0) \wedge r = 6 \Rightarrow x^2 + y^2 = 36$

Doğrultman çemberi : $F(2\sqrt{7}, 0) \wedge r = 16 \Rightarrow (x - 2\sqrt{7})^2 + y^2 = 256$

ya da $F'(-2\sqrt{7}, 0) \wedge r = 16 \Rightarrow (x + 2\sqrt{7})^2 + y^2 = 256$ bulunur.

ÖRNEK

$4x^2 + 25y^2 = 100$ elipsinin büyük eksen uzunluğu nedir?

ÇÖZÜM

$$\frac{4x^2}{100} + \frac{25y^2}{100} = \frac{100}{100}$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$a^2 = 25$, $b^2 = 4$ ve $a^2 > b^2$ olduğundan, büyük eksen yani asal eksen ox eksenini üzerindedir.

Büyük eksen uzunluğu: $|AA'| = 2a$ olup, $a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$ ve $|AA'| = 10$ br olur.

ÖRNEK

$9x^2 + 25y^2 = 225$ elipsinin odaklarının koordinatları nedir?

ÇÖZÜM

$$\frac{9x^2}{225} + \frac{25y^2}{225} = \frac{225}{225}$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$a^2 = 25 \wedge b^2 = 9$ dur. Öte yandan,

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2$ idi. Buradan,

$$c^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow c = \pm 4 \text{ elde edilir.}$$

Öyleyse, odakların koordinatları,

$$F(4, 0) \wedge F'(-4, 0) \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$4x^2 + 9y^2 = 36$ elipsinin doğrultman denklemlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{4x^2}{36} + \frac{9y^2}{36} = \frac{36}{36}$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$a^2 = 9 \wedge b^2 = 4$ olup, $a^2 = b^2 + c^2$ den,

$$c^2 = a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow c = \pm\sqrt{5} \text{ bulunur.}$$

$$\text{Doğrultman denklemleri: } x = \mp \frac{a^2}{c} = \mp \frac{9}{\sqrt{5}} \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$9x^2 + 25y^2 = 225$ elipsi ile asal dairesinin alanları farkı nedir?

ÇÖZÜM

$$9x^2 + 25y^2 = 225 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \text{ den,}$$

$$a^2 = 25 \Rightarrow a = 5 \wedge b^2 = 9 \Rightarrow b = 3 \text{ olur.}$$

$$\text{Elipsin alanı : } S = \pi ab = \pi \cdot 5 \cdot 3 = 15\pi \text{ br}^2$$

Asal dairesinin $M(0, 0) \wedge r = a$ olduğundan,

$$\text{alanı : } S = \pi a^2 = 25\pi \text{ br}^2 \text{ dir. İstenilen alanlar farkı } 25\pi - 15\pi = 10\pi \text{ br}^2 \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$\begin{cases} x = 4 \cos \theta \\ y = 3 \sin \theta \end{cases}$ parametrik denklemleri ile verilen elipsin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$y = 4 \cos \theta \Rightarrow \frac{x}{4} = \cos \theta \Rightarrow \frac{x^2}{16} = \cos^2 \theta$$

$$y = 3 \sin \theta \Rightarrow \frac{y}{3} = \sin \theta \Rightarrow \frac{y^2}{9} = \sin^2 \theta$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\text{den elipsin denklemini, } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

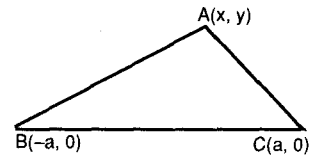
Köşeleri $A(x, y)$, $B(-a, 0)$, $C(a, 0)$ olan ABC üçgeninin $[AB]$ ve $[AC]$ kenarlarının

eğimleri çarpımı, $-\frac{b^2}{a^2}$ dir. **A köşesinin geometrik yeri nedir?**

ÇÖZÜM

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y}{x + a}$$

$$m_{AC} = \frac{y}{x - a} \text{ dir.}$$



$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -\frac{b^2}{a^2}$$

$$\frac{y}{x+a} \cdot \frac{y}{x-a} = -\frac{b^2}{a^2}$$

$$\frac{y^2}{x^2 - a^2} = -\frac{b^2}{a^2}$$

$$a^2 y^2 = -b^2 x^2 + a^2 b^2$$

$$\frac{a^2 y^2}{a^2 b^2} + \frac{b^2 x^2}{a^2 b^2} = \frac{a^2 b^2}{a^2 b^2}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ bulunur. Yani aranan geometrik yer elipstir.}$$

ÖRNEK

$T = \{ (x, y) : x = a \cos \theta, y = b \sin \theta, a, b \in \mathbb{R}^+, \theta \in \mathbb{R} \}$ kümesi analitik düzlemde ne belirtir?

ÇÖZÜM

$$x = a \cos \theta \Rightarrow \frac{x}{a} = \cos \theta \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} = \cos^2 \theta$$

$$y = b \sin \theta \Rightarrow \frac{y}{b} = \sin \theta \Rightarrow \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 \theta$$

$$+ \text{-----}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

T kümesi analitik düzlemde elips belirtir.

ÖRNEK

$9x^2 + 16y^2 = 576$ elipsinin F ve F' odaklarından asal eksene çizilen dikmeler elipsi K, L, M, N noktalarında kestiğine göre, KLMN dikdörtgeninin alanı kaç br^2 olur?

ÇÖZÜM

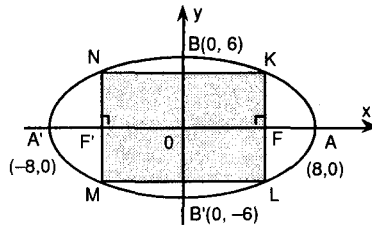
$$9x^2 + 16y^2 = 576$$

$$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$$

$$a^2 = 64 \Rightarrow a = \pm 8$$

$$b^2 = 36 \Rightarrow b = \pm 6$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c^2 = 64 - 36 = 28 \Rightarrow c = \pm 2\sqrt{7} \text{ dir.}$$



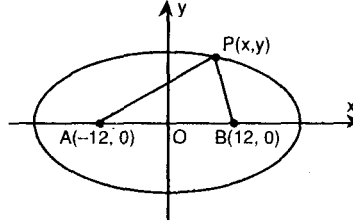
Oluşan dikdörtgenin [ML] boyutu odaklar arası uzaklık olup, $IMLI=IFF'I=2c=4\sqrt{7}$ dir.

[KL] boyutu ise, parametresi olup, $IKLI=2p=\frac{2b^2}{a}=\frac{2 \cdot 36}{8}=9$ dur.

$A(KLMN)=IMLI \cdot IKLI=9 \cdot 4\sqrt{7}=36\sqrt{7} \text{ br}^2$ elde edilir.

ÖRNEK

$A(-12, 0)$ ve $B(12, 0)$ noktalarına uzaklıklarının toplamı 26 br. olan noktaların geometrik yeri nedir?

ÇÖZÜM

Düzlemin sabit iki noktasına uzaklıkları toplamı sabit olan noktaların geometrik yeri elips olup, hatırlanacağı gibi,

$$|PA| + |PB| = 2a = 26 \text{ dan } a = 13 \text{ bulunur.}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 169 - 144 = 25 \Rightarrow b = 5 \text{ dir.}$$

Aranılan geometrik yer elipstir ve denklemi, $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$ dir.

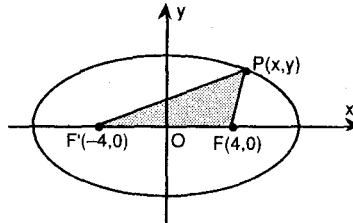
ÖRNEK

$9x^2 + 25y^2 = 225$ elipsi üzerinde birinci bölgede bir $P(x, y)$ ($x > 0 \wedge y > 0$) noktası alınmaktadır. F ve F' odaklar olduğuna göre, $PF'F$ üçgeninin çevresi kaç br. dir?

ÇÖZÜM

$$9x^2 + 25y^2 = 225 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow a^2 = 25 \wedge b^2 = 9 \text{ dur.}$$

$c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 9 = 16$ dir. Buradan $a = 5$, $b = 3$ ve $c = 4$ bulunur.



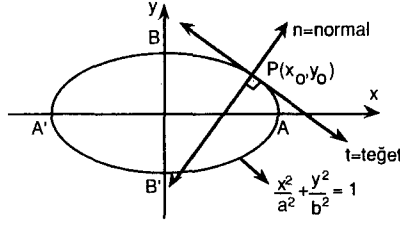
$$|PF| + |PF'| = 2a = 10 \text{ br.}$$

$$|FF'| = 2c = 8 \text{ br olduğundan,}$$

$$\text{Ç} = (PF'F) = |PF| + |PF'| + |FF'| = 10 + 8$$

$$= 18 \text{ br elde edilir.}$$

ELİPSTE TEĞET VE NORMAL DENKLEMLERİ



$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ya da $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ elipsine üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetin ve değme noktasında teğete dik olan normalin denklemlerini bulalım.

$P(x_0, y_0)$ noktası elips üzerinde olduğundan, koordinatları denklemi sağlar. $b^2x_0^2 + a^2y_0^2 = a^2b^2$ dir.

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

Türev yoluyla teğetin eğimini bulalım.

$$2b^2x + 2a^2yy' = 0$$

$$y' = -\frac{b^2x}{a^2y}$$

$$m_T = -\frac{b^2x_0}{a^2y_0} \text{ olur.}$$

Eğimi ve bir noktası bilinen doğru denklemini yazarsak;

$$y - y_0 = -\frac{b^2x_0}{a^2y_0} (x - x_0)$$

$$a^2yy_0 - a^2y_0^2 = -b^2xx_0 + b^2x_0^2$$

$$b^2xx_0 + a^2yy_0 = \underbrace{b^2x_0^2 + a^2y_0^2}_{a^2b^2}$$

$$b^2xx_0 + a^2yy_0 = a^2b^2 \text{ den}$$

$$\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1 \text{ elde edilir.}$$

$M_T \cdot m_N = -1 \Rightarrow m_N = \frac{a^2y_0}{b^2x_0}$ dir. Öyleyse normalin denklemi de;

$$y - y_0 = \frac{a^2y_0}{b^2x_0} (x - x_0) \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$4x^2 + 9y^2 = 72$ elipsinin $(3, -2)$ noktasındaki teğet ve normalin denklemlerini yazınız.

ÇÖZÜM

$4 \cdot 9 + 9 \cdot 4 = 72$ olduğundan, $(3, -2)$ noktası elipsin üzerindedir.

$$4x^2 + 9y^2 = 72$$

$$\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{8} = 1 \text{ den, } a^2 = 18 \wedge b^2 = 8 \text{ dir.}$$

$$m_T = -\frac{b^2 x_0}{a^2 y_0} = -\frac{8 \cdot 3}{18 \cdot (-2)} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3} \text{ dür.}$$

Teğet denklemi:

$$y + 2 = \frac{2}{3}(x - 3)$$

$$3y + 6 = 2x - 6$$

$$2x - 3y - 12 = 0 \text{ bulunur.}$$

$$m_T = \frac{2}{3} \Rightarrow m_N = -\frac{3}{2} \text{ dir. Buradan normal denklemi}$$

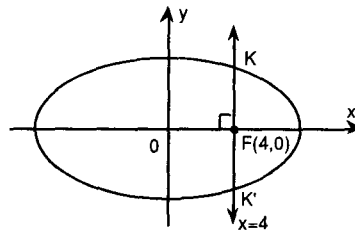
$$y + 2 = -\frac{3}{2}(x - 3)$$

$$2y + 4 = -3x + 9$$

$$3x + 2y - 5 = 0 \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ elipsinin F odağından x eksenine çizilen dikme elipsi K ve K' noktalarında kesiyor. K ve K' noktalarının birindeki teğet ve normalin denklemlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$a^2 = 25 \wedge b^2 = 9 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 9$$

$$c^2 = 16 \text{ dir.}$$

Buradan, $a = 5$, $b = 3$, $c = 4$ bulunur.

$x = 4$ doğrusu ile $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ elipsinin ortak çözümü K ve K' noktalarını verecektir.

$$x = 4 \Rightarrow \frac{16}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{9} = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{y^2}{9} = \frac{9}{25} \Rightarrow y^2 = \frac{81}{25} \wedge y = \pm \frac{9}{5} \text{ dir.}$$

$$K(4, \frac{9}{5}) \wedge K'(4, -\frac{9}{5}) \text{ elde edilir.}$$

$K(4, \frac{9}{5})$ noktasından çizilen teğet ve normalin denklemlerini bulalım.

$$m_T = -\frac{b^2 x_0}{a^2 y_0} = -\frac{9 \cdot 4}{25 \cdot \frac{9}{5}} = -\frac{9 \cdot 4}{5 \cdot 9} = -\frac{4}{5} \text{ dir.}$$

$$y - \frac{9}{5} = -\frac{4}{5}(x - 4)$$

$$5y - 9 = -4x + 16$$

$$4x + 5y - 25 = 0 \text{ (Teğet denklemi)}$$

$$m_T = -\frac{4}{5} \Rightarrow m_N = \frac{5}{4} \text{ olup}$$

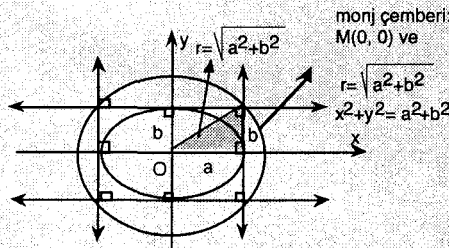
$$y - \frac{9}{5} = \frac{5}{4}(x - 4)$$

$$20y - 36 = 25x - 100$$

$$25x - 20y - 64 = 0 \text{ (Normal denklemi) elde edilir.}$$

UYARI :

- i) Bir elipsin üzerinde alınan bir M noktasındaki teğet, bu noktayı odaklara birleştiren yarıçap vektörlerinin oluşturduğu açının dış açıortayıdır.
- ii) Elipsin köşel teğetleri, bu köşelerden geçen eksenlere diktir.
- iii) Bir elipste dik kesişen teğetlerin kesim noktalarının geometrik yeri **MONJ ÇEMBERİ**dir.



- iv) Bir elipste odakların teğetler üzerindeki dik izdüşümlerinin geometrik yeri **ASAL ÇEMBERİ**dir.

ÖRNEK

$x^2 + 4y^2 = 5$ elipsinin $P(1, -1)$ noktasındaki teğetinin eğimi nedir?

ÇÖZÜM

$1^2 + 4(-1)^2 = 1 + 4 = 5 \Rightarrow P(1, -1)$ noktası elips üzerindedir.

Türev alırsak;

$$2x + 8yy' = 0$$

$$y' = -\frac{2x}{8y} = -\frac{x}{4y} \text{ den, } m_T = -\frac{1}{-4} = \frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$2x^2 + 5y^2 = 7$ elipsine üzerindeki $P(1, 1)$ noktasından çizilen normal denklemi nedir?

ÇÖZÜM

Türev alırsak;

$$4x + 10yy' = 0$$

$$y' = -\frac{4x}{10y} = -\frac{2x}{5y} \text{ den, } m_T = -\frac{2}{5} \text{ bulunur.}$$

$$m_T \cdot m_N = -1 \wedge m_T = -\frac{2}{5} \Rightarrow m_N = \frac{5}{2} \text{ elde edilir. Öyleyse normal denklemi}$$

$$y - 1 = \frac{5}{2}(x - 1)$$

$$2y - 2 = 5(x - 1)$$

$$2y - 2 = 5x - 5$$

$$6x - 2y - 3 = 0 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$9x^2 + 25y^2 = 225$ elipsinin dik kesişen teğetlerinin kesim noktalarının geometrik yeri nedir?

ÇÖZÜM

Bir elipste dik kesişen teğetlerin kesim noktalarının geometrik yeri $M(0, 0)$ ve $r = \sqrt{a^2 + b^2}$

olan monj çemberidir. $9x^2 + 25y^2 = 225 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ den

$a^2 = 25 \wedge b^2 = 9 \Rightarrow a^2 + b^2 = 34$ dür. Öyleyse aranılan geometrik yer denklemi $x^2 + y^2 = 34$ olan monj çemberidir.

ÖRNEK

Eksenleri koordinat eksenleri olan elipste, odağın teğet üzerindeki dik izdüşümü $H(4, 3)$ noktasıdır. Bu elipsin büyük eksen uzunluğu nedir?

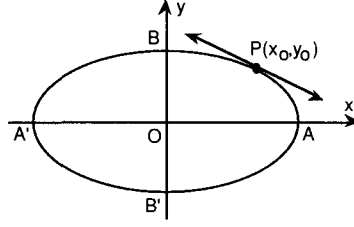
ÇÖZÜM

Bir elipste odakların teğetler üzerindeki dik izdüşümlerinin geometrik yeri asal çemberdir. Asal çemberin $M(0, 0) \wedge r = a$ olup denklemi $x^2 + y^2 = a^2$ dir.

Yani verilen $H(4, 3)$ noktası $x^2 + y^2 = a^2$ çemberinin üzerindedir.

Buradan $a^2 = 15 + 9 = 24 \Rightarrow a = 2\sqrt{6}$ br. olur. Büyük eksen uzunluğu ise, $|AA'| = 2a = 4\sqrt{6}$ br dir.

DEĞME NOKTASININ KOORDİNATLARI



$P(x_0, y_0)$ noktasından;

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ elipsine çizilen teğetin denklemi, $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$ veya $b^2xx_0 + a^2yy_0 = a^2b^2$ idi.

Söz konusu teğet $y = mx + n$ ya da $mx - y + n = 0$ şeklinde olacağından;

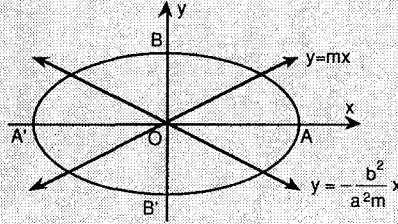
$\left. \begin{aligned} b^2xx_0 + a^2yy_0 - a^2b^2 &= 0 \\ mx - y + n &= 0 \end{aligned} \right\}$ doğruları çakışık olmalıdır. Öyleyse

$$\frac{b^2x_0}{m} = \frac{a^2y_0}{-1} = \frac{-a^2b^2}{n} \text{ den,}$$

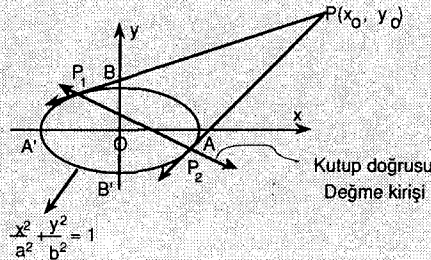
$x_0 = -\frac{a^2m}{n} \wedge y_0 = \frac{b^2}{n}$ bulunur. Yani değme noktasının koordinatları $DN\left(-\frac{a^2m}{n}, \frac{b^2}{n}\right)$ dir.

UYARI

i) Bir elipste $y = mx$ köşegeninin eşleniği $y = -\frac{b^2}{a^2m}x$ dir.



ii)



Bir elipse dışındaki bir P noktasından iki teğet çizilebilir. Teğetlerin değme noktaları P_1, P_2 ise, P_1P_2 doğrusuna **değme kirişi** ya da **kutup doğrusu** adı verilir.

Denklemi, $\boxed{\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1}$ dir.

BİR DOĞRU İLE BİR ELİPSİN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots\dots\dots (1) \text{ elipsi ile}$$

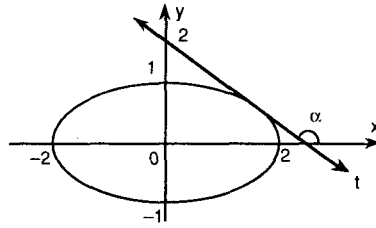
$y = mx + n \dots\dots\dots (2)$ doğrusunun birbirine göre durumları incelenirken (1) ve (2) nolu denklemlerin ortak çözümü yapılır. Bu ortak çözüm bize x ya da y 'ye bağlı bir ikinci derece denklemi oluşturur. Oluşan denklemde $\Delta = a^2m^2 + b^2 - n^2$ elde edilir.

i) $\Delta > 0 \Rightarrow a^2m^2 + b^2 - n^2 > 0 \Rightarrow$ doğru elipsi 2 farklı noktada keser.

ii) $\Delta = 0 \Rightarrow a^2m^2 + b^2 - n^2 = 0 \Rightarrow$ doğru elipse teğettir.

iii) $\Delta < 0 \Rightarrow a^2m^2 + b^2 - n^2 < 0 \Rightarrow$ doğru elipsi kesmez, dışındadır.

ÖRNEK



Şekildeki elipse, y eksenini $(0,2)$ noktasında kesen teğet çiziliyor. **Teğet doğrusunun x eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?**

ÇÖZÜM

$a = 2 \wedge b = 1 \Rightarrow$ Elipsin denklemi, $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ dir.

Teğet doğrusunun denklemi $y = mx + n$ olsun.

Teğet $(0, 2)$ noktasından geçtiğine göre bu noktanın koordinatları denklemi sağlamalıdır.

$(0, 2) \in y = mx + n \Rightarrow n = 2$ olur. Öte yandan teğetlik koşulu $a^2m^2 + b^2 - n^2 = 0$ idi.

Değerler yerine konursa;

$$4m^2 + 1 - 4 = 0 \text{ dan}$$

$$4m^2 = 3$$

$$m^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow m = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ olur.}$$

Eğim açısı α , geniş açı olduğundan $\text{tg} \alpha < 0$ olmalıdır. Öyleyse, $m = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ olmalıdır. Yani

teğetin denklemi, $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + 2$ dir.

Ox eksenini kestiği nokta: $y = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}x}{2} = 2 \Rightarrow x = \frac{4}{\sqrt{3}}$ elde edilir.

ÖRNEK

$9x^2 + 16y^2 = 144$ elipsinin $y = 3x + 4$ doğrusuna paralel teğetlerinin denklemleri nedir?

ÇÖZÜM

$$9x^2 + 16y^2 = 144$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow a^2 = 16 \wedge b^2 = 9 \text{ dur.}$$

Aranılan teğetler: $y = mx + n$ olsun. Aranılan teğetlerin $y = 3x + 4$ doğrusuna paralel olmaları için eğimleri 3 olmalıdır. Yani;

$$y = 3x + n \text{ biçiminde olmalıdır.}$$

Öte yandan teğetlik koşulu hatırlanırsa;

$$a^2m^2 + b^2 - n^2 = 0 \text{ idi.}$$

$$16.9 + 9 = n^2 \Rightarrow n^2 = 17.9 \Rightarrow n = \pm 3\sqrt{17} \text{ olur.}$$

Sonuç olarak teğetlerin denklemleri;

$$y = 3x + 3\sqrt{17}$$

$$y = 3x - 3\sqrt{17} \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$4x^2 = 9y^2 = 36$ elipsinin $y - 2x + 3 = 0$ doğrusuna dik teğetlerinin denklemleri nedir?

ÇÖZÜM

$$4x^2 + 9y^2 = 36$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow a^2 = 9 \wedge b^2 = 4 \text{ dür.}$$

Aranılan teğetler: $y = mx + n$ olsun. Aranılan teğetlerin $y = 2x - 3$ doğrusuna dik olması için eğimleri $-\frac{1}{2}$ olmalıdır. Yani; $y = -\frac{1}{2}x + n$ biçiminde olmalıdır.

Öte yandan teğetlik koşulu hatırlanırsa;

$$a^2m^2 + b^2 - n^2 = 0 \text{ idi.}$$

$$9 \cdot \frac{1}{4} + 4 = n^2 \Rightarrow n^2 = 4 + \frac{9}{4} = \frac{25}{4} \Rightarrow n = \pm \frac{5}{2} \text{ dur.}$$

Sonuç olarak teğetlerin denklemleri;

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2} \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$x^2 + 9y^2 = 52$ elipsinin $2x - 9y + k = 0$ doğrusuna teğet olması için k nın alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\frac{x^2}{52} + \frac{y^2}{\frac{52}{9}} = 1 \Rightarrow a^2 = 52 \wedge b^2 = \frac{52}{9} \text{ dur.}$$

$$2x - 9y + k = 0 \Rightarrow 9y = 2x + k \Rightarrow y = \frac{2}{9}x + \frac{k}{9} \text{ olur.}$$

Teğetlik koşulundan: $a^2m^2 + b^2 - n^2 = 0$

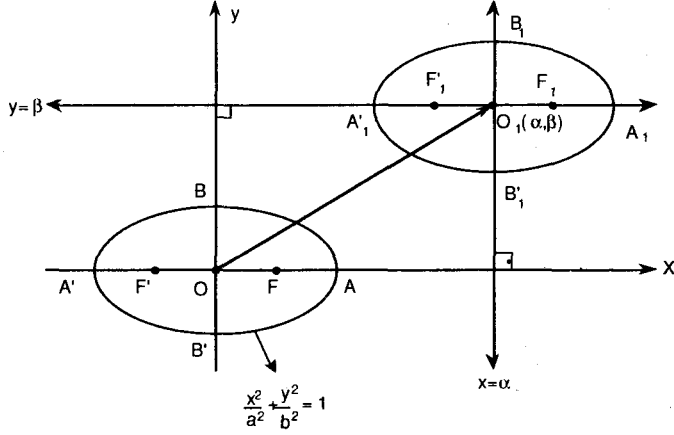
$$52 \cdot \frac{4}{81} + \frac{52}{9} = \frac{k^2}{81} \Rightarrow \frac{k^2}{81} = \frac{13.52}{81} \Rightarrow k^2 = 13.13.4$$

$$k = \pm 2.13$$

$$k = \pm 26 \text{ bulunur.}$$

k'nın alabileceği en küçük tamsayı -26'dır.

ELİPSİN ÖTELENMESİ



Şekil denklemi, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ve odakları F, F' olan elipsin, $\vec{OO_1} = (\alpha, \beta)$ vektörü ile ötelenerek, F₁ ve F₁' odaklı elipse dönüştüğünü göstermektedir.

Merkezi O₁(α, β) olan, eksenleri koordinat eksenlerine paralel olan ve yarı eksen uzunlukları a ve b olan elipsin denklemi:

$$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1 \text{ dir. Bu durumda}$$

$$A_1(\alpha + a, \beta), A'_1(\alpha - a, \beta), B_1(\alpha, \beta + b), B'_1(\alpha, \beta - b)$$

$$F_1(\alpha + c, \beta) \text{ ve } F'_1(\alpha - c, \beta) \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$$\frac{(x+3)^2}{169} + \frac{(y-4)^2}{144} = 1 \text{ denkleminin belirttiği elipsin merkezini ve odaklarını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\frac{(x+3)^2}{169} + \frac{(y-4)^2}{144} = 1 \text{ elipsinin merkezi } M(-3, 4) \text{ dır.}$$

$$a^2 = 169 \Rightarrow a = 13$$

$$b^2 = 144 \Rightarrow b = 12 \text{ ve } c^2 = a^2 - b^2 \text{ den}$$

$$c^2 = 169 - 144 = 25 \Rightarrow c = 5 \text{ bulunur.}$$

Elipsin odakları;

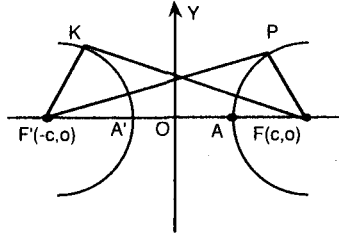
$$F_1(\alpha + c, \beta) = (-3 + 5, 4) = (2, 4) \text{ ve}$$

$$F'_1(\alpha - c, \beta) = (-3 - 5, 4) = (-8, 4) \text{ elde edilir.}$$

HİPERBOL

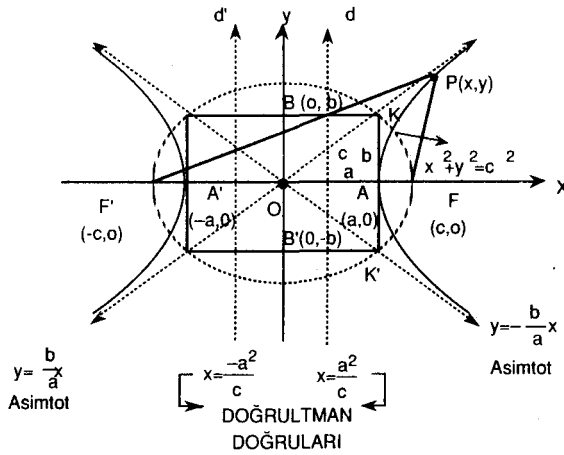
TANIM

Düzlemde, $|FF'| = 2c$ olmak üzere alınan sabit F ve F' noktalarına olan uzaklıkları farkı sabit bir $2a$ değerine eşit olan noktaların kümesine **hiperbol** denir.



A, K, P hiperbol üzerindeki noktalar ise;

$$|PF'| - |PF| = |KF'| - |KF| = |AF'| - |AF| = 2a \text{ dır.}$$



- ★ Sabit olan F ve F' noktaları hiperbolün odak noktaları,
- ★ $[FF']$ nün orta noktası O , hiperbolün merkezi,
- ★ FF' doğrusu hiperbolün odaklar eksenini ya da asal (büyük) eksen,
- ★ A, A' noktaları hiperbolün köşeleri
- ★ Oy doğrusu hiperbolün yedek eksenini,
- ★ Ox ve Oy eksenleri hiperbolün simetri eksenleri,
- ★ B, B' noktaları hiperbolün yedek eksen köşeleridir.

- 1) $|AA'| = 2a$ uzunluğuna, **asal (büyük) eksen uzunluğu** denir.
- 2) $|BB'| = 2b$ uzunluğuna, **yedek eksen** uzunluğudur.
- 3) $|FF'| = 2c$, odaklar arasındaki uzaklıktır.
- 4) O merkezli, c yarıçaplı çemberin $x = a$ doğrusunu kestiği noktalar K ve K' ,

$|AK| = |OB| = |OB'| = b$ olsun. OAK dik üçgeninden a, b, c arasındaki bağıntı bulunur. ($c > a \wedge c > b$ dir.)

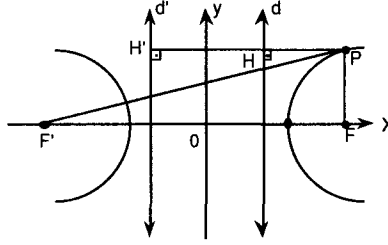
$$c^2 = a^2 + b^2$$

- 5) Hiperbol üzerinde alacağımız her $P(x, y)$ noktasının odaklara olan uzaklıklarının farkı sabittir ve $2a$ değerine eşittir. $|PF'| - |PF| = 2a$ dır.

- 6) Doğrultman denklemleri: $x = \pm \frac{a^2}{c}$ dir.

7) Asimtot denklemleri : $y = \pm \frac{b}{a} x$ dir.

8)



Hiperbol üzerinde alacağımız her P noktası için,

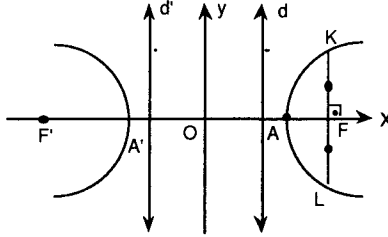
$$\frac{|PF|}{|PH|} = \frac{c}{a} = e > 1$$

$$\frac{|PF'|}{|PH'|} = \frac{c}{a} = e > 1 \text{ dir.}$$

9) Hiperbolde, odaklar arası uzaklığın asal eksen uzunluğuna oranına **hiperbolün dış merkezliği** denir ve e ile gösterilir.

$$e = \frac{|FF'|}{|AA'|} = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a} > 1 \text{ dir.}$$

10) Odaklardan birinden geçen ve asal eksene dik olan kirişin uzunluğuna **hiperbolün parametresi** denir. $2p$ ile gösterilir.



$$|KF| = |FL| \text{ olup, } |KLI| = 2p = \frac{2b^2}{a} \text{ dir.}$$

11) Merkezi O ve yarıçap uzunluğu a olan çembere **hiperbolün asal çemberi** denir.

$$\text{Denklemini: } x^2 + y^2 = a^2 \text{ dir.}$$

12) Merkezi O ve yarıçap uzunluğu b olan çembere **hiperbolün yedek çemberi** denir.

$$\text{Denklemini: } x^2 + y^2 = b^2 \text{ dir.}$$

13) Merkezi hiperbolün odaklarından biri ve yarıçap uzunluğu 2a olan çembere **hiperbolün doğrultman çemberi** denir.

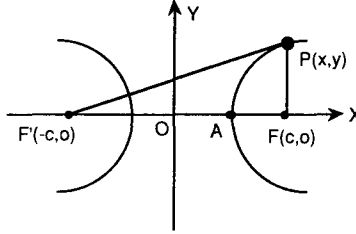
$$a) \quad F(c, 0) \wedge r = 2a \Rightarrow (x - c)^2 + y^2 = 4a^2$$

$$b) \quad F(-c, 0) \wedge r = 2a \Rightarrow (x + c)^2 + y^2 = 4a^2 \text{ bulunur.}$$

- 14) Merkezil hiperbolde dik kesişen teğetlerin kesim noktalarının geometrik yeri MONJ çemberi olup merkezi $O(0, 0)$ yarıçapı $r = \sqrt{a^2 - b^2}$ ve denklemi; $x^2 + y^2 = |a^2 - b^2|$ dir.

HİPERBOLÜN MERKEZİL DENKLEMİ

Merkezi orijinde ve eksenleri koordinat eksenleri olan hiperbole **merkezil hiperbol** denir.



$P(x, y)$ noktalarının geometrik yerinin hiperbol olması için gerek ve yeter koşul

$$|PF'| - |PF| = 2a \text{ olmasıdır. Buradan;}$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$$

Denklemden, eşitliğin her iki yanının karesi alınarak gerekli sadeleştirmeler ve düzenlemeler yapılırsa

$(c^2 = a^2 + b^2 \text{ eşitliği de gözönünde bulundurularak})$

$b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ bulunur. Eşitlikte her terim a^2b^2 'ye bölündüğünde,

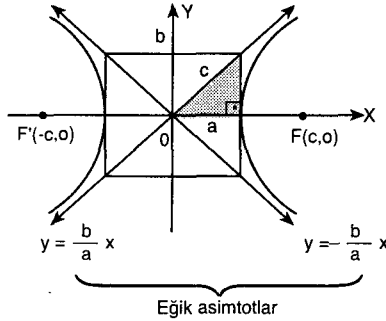
$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1} \text{ elde edilir.}$$

UYARI

Merkezil hiperbolün parametrik denklemleri: $\left. \begin{array}{l} x = a \sec \theta \\ y = b \tan \theta \end{array} \right\} \text{ dir.}$

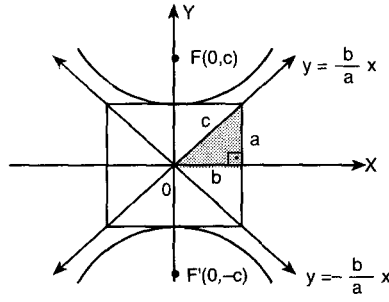
SONUÇ

- i) Odaklar x ekseninde ise, (Asal eksen x ekseninde ise)



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ ve } c^2 = a^2 + b^2 \text{ dir.}$$

- ii) Odaklar y ekseninde ise (Asal eksen y ise)



$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \text{ ve } c^2 = a^2 + b^2 \text{ dir.}$$

- iii) Bir hiperbolün merkezli denkleminde hangi değişkenin önündeki işaret pozitif ise, odaklar o değişkenin oluşturduğu eksen üzerindedir.

ÖRNEK

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1 \text{ hiperbolü verilmektedir.}$$

- Eksen uzunlukları nedir?
- Odaklar arası uzaklığı nedir?
- Odaklarının ve köşelerinin koordinatları nedir?
- Doğrultman denklemleri nedir?
- Asimptot denklemleri nedir?
- Hiperbolün grafiğini çiziniz.
- Parametresi nedir?
- Dış merkezliği nedir?
- Asal, yedek ve doğrultman çemberlerinin denklemleri nedir?

ÇÖZÜM

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ hiperbolünde x değişkeni, pozitif işaret taşıdığı için odaklar x eksenindedir.

a) $a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$ olup, asal eksen uzunluğu: $|AA'| = 6$ br dir.

$b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$ olup, yedek eksen uzunluğu: $|BB'| = 4$ br dir.

b) $c^2 = a^2 + b^2 = 9 + 4 = 13 \Rightarrow c = \pm\sqrt{13}$ olur.

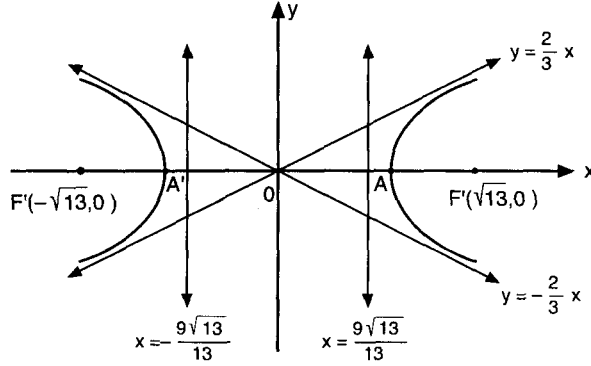
Odaklar arası uzaklık: $|FF'| = 2\sqrt{13}$ br dir.

c) $F(\sqrt{13}, 0)$, $F'(-\sqrt{13}, 0)$, $A(3, 0)$, $A'(-3, 0)$ dir.

d) $x = \pm \frac{a^2}{c} = \pm \frac{9}{\sqrt{13}} = \pm \frac{9\sqrt{13}}{13}$ den, $x = \frac{9\sqrt{13}}{13}$ ve $x = -\frac{9\sqrt{13}}{13}$ doğrultmanlarının denklemleridir.

e) $y = \pm \frac{b}{a}x = \pm \frac{2}{3}x$ den, $y = \frac{2}{3}x$ ve $y = -\frac{2}{3}x$ eğik asimptot denklemleridir.

f)



g) Parametre: $2p = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \cdot 4}{3} = \frac{8}{3}$ dür.

h) Dışmerkezlik: $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{13}}{3} > 1$ dir.

i) Asal çember: $M(0, 0) \wedge r = a \Rightarrow x^2 + y^2 = 9$

Yedek çember: $M(0, 0) \wedge r = b \Rightarrow x^2 + y^2 = 4$

Doğrultman çemberleri :

Merkez: $F(\sqrt{13}, 0) \wedge r = 2a = 6 \Rightarrow (x - \sqrt{13})^2 + y^2 = 36$

Merkez: $F'(-\sqrt{13}, 0) \wedge r = 2a = 6 \Rightarrow (x + \sqrt{13})^2 + y^2 = 36$ bulunur.

ÖRNEK

Bir odağı $F(6, 0)$ ve bu odağa ait doğrultmanın denklemi $x = 4$ olan hiperbolün denklemini yazarak x eksenini kestiği noktaları bulunuz.

ÇÖZÜM

$F(6, 0) \Rightarrow c = 6$ br dir. Bu odağa ait doğrultmanı $x = \frac{a^2}{c}$ olacağından,

$$x = \frac{a^2}{6} = 4 \Rightarrow a^2 = 24 \text{ dür. Öte yandan } c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = c^2 - a^2 = 36 - 24 = 12 \text{ olur.}$$

Hiperbolün denklemi $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ den,

$$\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{12} = 1 \text{ elde edilir.}$$

Hiperbolün x eksenini kestiği noktalar;

$A(a, 0) \wedge A'(-a, 0)$ dan, $A(2\sqrt{6}, 0) \wedge A'(-2\sqrt{6}, 0)$ dir.

ÖRNEK

$4x^2 - 8y^2 = 16$ denkleminin belirttiği hiperbolün asimptotlarının denklemlerini yazınız.

ÇÖZÜM

$$\frac{4x^2}{16} - \frac{8y^2}{16} = \frac{16}{16}$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1 \Rightarrow a^2 = 4 \wedge a = 2$$

$$b^2 = 2 \wedge b = \sqrt{2} \text{ bulunur.}$$

Asimptot denklemleri: $y = \mp \frac{b}{a}x$ dan, $y = \mp \frac{\sqrt{2}}{2}x$ elde edilir.

ÖRNEK

Bir asimptotunun denklemi $y = 2x$ olan ve $P(10, 12)$ noktasından geçen hiperbolün denklemini yazınız.

ÇÖZÜM

$$y = \frac{b}{a}x = 2x \Rightarrow \frac{b}{a} = 2 \Rightarrow b = 2a \text{ dir.}$$

Öte yandan $P(10, 12)$ noktası, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ hiperbolünün üzerinde olduğuna göre denklemi sağlamalıdır.

$$\frac{10^2}{a^2} - \frac{12^2}{(2a)^2} = 1 \text{ den,}$$

$$\frac{100}{a^2} - \frac{144}{4a^2} = 1 \Rightarrow \frac{100}{a^2} - \frac{36}{a^2} = 1 \Rightarrow \frac{64}{a^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 64 \Rightarrow a = 8 \text{ ve}$$

$$b = 2a \Rightarrow b = 2 \cdot 8 = 16 \Rightarrow b^2 = 256 \text{ bulunur.}$$

Aranılan hiperbol denklemi:

$$\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{256} = 1 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$16x^2 - 9y^2 = 144$ hiperbolünün odaklar arası uzaklığı kaç birimdir?

ÇÖZÜM

$$\frac{16x^2}{144} - \frac{9y^2}{144} = \frac{144}{144}$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow a^2 = 9 \wedge b^2 = 16 \text{ olup,}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 = 9 + 16 = 25 \text{ den}$$

$$c = 5 \text{ br. elde edilir.}$$

Öyleyse odaklar arası uzaklık: $|FF'| = 2c = 2 \cdot 5 = 10 \text{ br dir.}$

ÖRNEK

Bir köşesi $A(0, 4)$ ve dış merkezliği $e = 3$ olan hiperbolün denklemi nedir?

ÇÖZÜM

$A(0, 4)$ olduğuna göre odaklar y eksenı üzerindedir.

$$a = 4 \wedge e = \frac{c}{a} = \frac{c}{4} = 3 \Rightarrow c = 12 \text{ dir.}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = c^2 - a^2 = 144 - 16 = 128 \text{ olur.}$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \text{ den, } \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{128} = 1 \text{ ya da}$$

$$8y^2 - x^2 = 128 \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ hiperbolü üzerindeki bir M noktasının, F ve F' odaklarına olan uzaklıklarının kareleri farkı $|MF'|^2 - |MF|^2 = 160$ dır.

|MF'| kaç birimdir?

ÇÖZÜM

$$|MF'|^2 - |MF|^2 = 160 \wedge a^2 = 25 \Rightarrow a = 5 \text{ dir.}$$

$$(|MF'| - |MF|) (|MF'| + |MF|) = 160$$

Hiperbol tanımı gereğince $2a$ yani 10 br dir.

$$10(|MF'| + |MF|) = 160 \text{ dan,}$$

$$|MF'| + |MF| = 16 \text{ olur. Öte yandan,}$$

$$+ \quad |MF'| - |MF| = 10 \text{ dan,}$$

$$\begin{array}{r} \hline 2|MF'| = 26 \end{array}$$

$$|MF'| = 13 \text{ br bulunur.}$$

ÖRNEK

$x = \frac{2}{\cos \theta}$, $y = 3 \tan \theta$ parametrik denklemlerinin gösterdiği eğrinin türü ve denklemi nedir?

ÇÖZÜM

$$x = \frac{2}{\cos \theta} \Rightarrow \cos \theta = \frac{2}{x} \Rightarrow \frac{1}{\cos \theta} = \frac{x}{2} \text{ dir.}$$

$$y = 3 \tan \theta \Rightarrow \tan \theta = \frac{y}{3} \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{y}{3} \text{ dür.}$$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{x^2}{4} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{y}{3} \Rightarrow \frac{y^2}{9} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

----- Taraf tarafa çıkartalım.

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 1 \text{ den } \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1 \text{ denklemi}$$

bulunur ki bu da bir hiperbol denklemdir.

ÖRNEK

$a, b \in \mathbf{R}^+$, $\theta \in \mathbf{R}$, $\theta \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$ olmak üzere;

$$\left. \begin{array}{l} x = a \sec \theta \\ y = b \tan \theta \end{array} \right\} \text{ koşullarını sağlayan } (x, y) \text{ noktalarının geometrik yerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$x = a \sec \theta \Rightarrow \sec \theta = \frac{x}{a} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{1}{\cos \theta} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$y = b \tan \theta \Rightarrow \tan \theta = \frac{y}{b} \Rightarrow \frac{y}{b} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \Rightarrow \frac{y^2}{b^2} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 1$$

hiperbolü elde edilir.

ÖRNEK

$(x - 2)(x + 2) = 4y^2$ denklemi analitik düzlemde ne belirtir?

ÇÖZÜM

$$(x - 2)(x + 2) = 4y^2$$

$$x^2 - 4 = 4y^2$$

$$x^2 - 4y^2 = 4$$

$$\frac{x^2}{4} - y^2 = 1 \text{ hiperbol belirtir.}$$

ÖRNEK

$3x^2 - 4y^2 = 12$ hiperbolünün asimptotları arasındaki dar açının kosinüsü kaçtır?

ÇÖZÜM

$$3x^2 - 4y^2 = 12 \Rightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1 \Rightarrow a^2 = 4 \wedge a = 2$$

$$b^2 = 3 \wedge b = \sqrt{3} \text{ dür.}$$

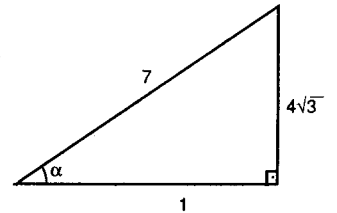
Asimptot denklemleri: $y = \pm \frac{b}{a}x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$ den,

$m_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \wedge m_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ dir. Asimptotlar arasındaki dar açı α ise;

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} \text{ den,}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{4}} = 4\sqrt{3} \text{ olur.}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{7} \text{ bulunur.}$$



ÖRNEK

$x^2 - 3y^2 = 1$ hiperbolünün asimptotlarından biri x eksenine kaç derecelik açı yapar?

ÇÖZÜM

$$x^2 - 3y^2 = 1$$

$$x^2 - \frac{y^2}{\frac{1}{3}} = 1 \Rightarrow a^2 = 1 \wedge a = 1$$

$$b^2 = \frac{1}{3} \wedge b = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ dür.}$$

Asimptot denklemleri: $y = \pm \frac{b}{a}x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$ den

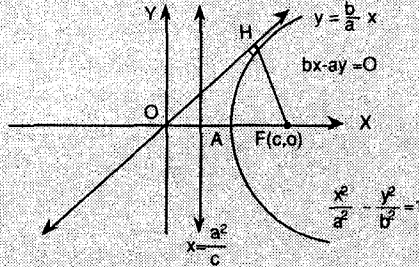
$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x \Rightarrow m_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow 30^\circ \text{ ya da}$$

$$y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x \Rightarrow m_2 = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \tan 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow 150^\circ \text{ dir.}$$

Aranılan açı 30° veya 150° dir.

UYARI

- i) Denklemi $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ olan hiperbolde, odaklardan birinin asimptotlardan birine olan uzaklığı sabittir ve $|b|$ dir.



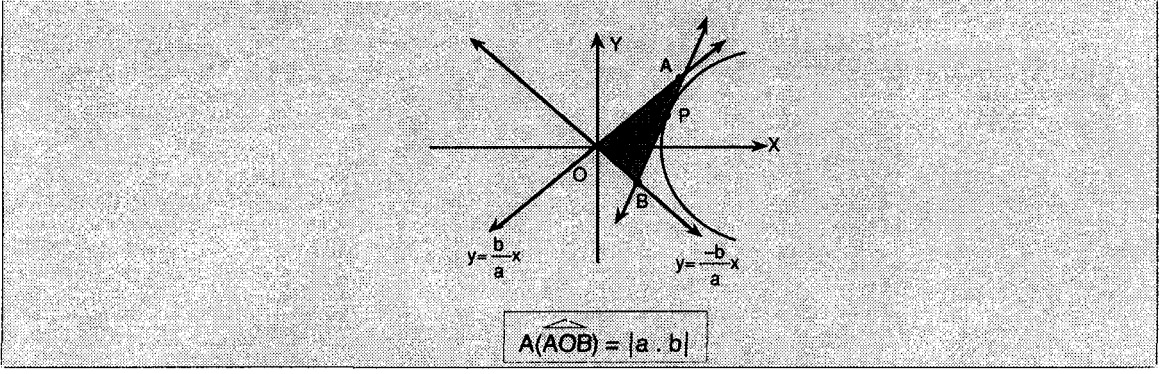
$|FH|$ uzunluğu bulunacaktır.

$F(c, 0)$ noktasının $bx - ay = 0$ doğrusuna uzaklığı:

$$|FH| = \frac{|bc + (-a) \cdot 0|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$|FH| = \frac{|bc|}{\sqrt{c^2}} = \frac{|b| \cdot |c|}{|c|} = |b| \text{ dir.}$$

- ii) Bir hiperbolde iki asimptot ile herhangi bir teğetin meydana getirdiği üçgenin alanı sabit ve $|a \cdot b|$ dir.

**ÖRNEK**

$3x^2 - 4y^2 = 12$ hiperbolü ve $P(4, 3)$ noktası veriliyor. P noktasından çizilen teğet ile asimptotların oluşturduğu üçgenin alanı kaç br^2 dir?

ÇÖZÜM

$$3x^2 - 4y^2 = 12$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1 \Rightarrow a^2 = 4 \wedge a = 2$$

$$b^2 = 3 \wedge b = \sqrt{3} \text{ olup,}$$

$$\text{Söz konusu üçgenin alanı: } S = |ab| = |2\sqrt{3}| = 2\sqrt{3} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

İKİZKENAR HİPERBOL

Asimptotları birbirine dik olan hiperbole **ikizkenar hiperbol** denir.

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ hiperbolünde asimptot denklemleri } y = \mp \frac{b}{a}x \text{ olup eğimleri } m_1 = \frac{b}{a} \text{ ve } m_2 = -\frac{b}{a} \text{ dir.}$$

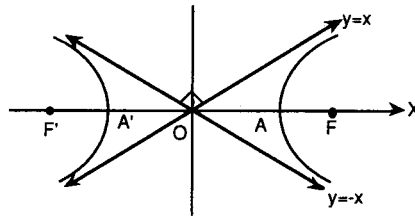
Asimptotlar dik olacağından; $m_1 \cdot m_2 = -1$ olmalıdır. Buradan,

$$\left(\frac{b}{a}\right) \cdot \left(-\frac{b}{a}\right) = -1 \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = 1 \Rightarrow a^2 = b^2 \Rightarrow a = b$$

bulunur. Yani ikizkenar hiperbolün denklemini;

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1 \text{ ya da } x^2 - y^2 = a^2 \text{ dir.}$$

i) $x^2 - y^2 = a^2$ ikizkenar hiperbolünün odakları x ekseninde olup, asimptotları $y = m x$ dir.



ii) İkizkenar hiperbolün odakları y ekseninde ise denklemini $y^2 - x^2 = a^2$ şeklindedir.

HİPERBOLDE TEĞET VE NORMAL DENKLEMLERİ

Denklemi $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ olan hiperbol üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğet ve normalin denklemlerini bulma işlemi elipste açık olarak verilmiştir. Aynı yöntemler uygulanarak hiperbol için de bulunabilir. Biz bu aşamada doğrudan sonucunu vereceğiz.

Teğetin eğimi : : $m_T = \frac{b^2 x_0}{a^2 y_0}$

Teğetin denklemi : : $\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$ ya da

..... : $b^2 x x_0 - a^2 y y_0 = a^2 b^2$ dir.

Normalin eğimi : : $m_N = -\frac{a^2 y_0}{b^2 x_0}$

Normalin denklemi : : $y - y_0 = -\frac{a^2 y_0}{b^2 x_0} (x - x_0)$ dir.

ÖRNEK

$x^2 - 9y^2 = 7$ hiperbolünün $P(-4, 1)$ noktasındaki teğet ve normalin denklemleri nedir?

ÇÖZÜM

$(-4)^2 - 9 \cdot 1 = 16 - 9 = 7$ olduğundan, $P(-4, 1)$ noktası hiperbolün üzerindedir.

Türev yoluyla teğet eğimini bulalım.

$$2x - 18yy' = 0$$

$$y' = \frac{2x}{18y} = \frac{x}{9y} \text{ dir.}$$

$$m_T = -\frac{4}{9} \wedge P(-4, 1) \text{ ise, teğet denklemi,}$$

$$y - 1 = -\frac{4}{9} (x + 4)$$

$$9y - 9 = -4x - 16 \Rightarrow 4x + 9y + 7 = 0 \text{ dir.}$$

$$m_T = -\frac{4}{9} \wedge m_T \cdot m_N = -1 \text{ den, } m_N = \frac{9}{4} \text{ dür.}$$

$$m_N = \frac{9}{4} \wedge P(-4, 1) \text{ ise, normal denklemi}$$

$$y - 1 = \frac{9}{4} (x + 4)$$

$$4y - 4 = 9x + 36 \Rightarrow 9x - 4y + 40 = 0 \text{ olur.}$$

DEĞME NOKTASININ KOORDİNATLARI

$P(x_0, y_0)$ noktasından, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ hiperbolüne çizilen teğetin denklemi

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1 \text{ ya da } \boxed{b^2xx_0 - a^2yy_0 - a^2b^2 = 0} \text{ idi.}$$



Sözkonusu teğet $y = mx + n$ ya da $mx - y + n = 0$ şeklinde olacağından,

$$\left. \begin{array}{l} b^2xx_0 - a^2yy_0 - a^2b^2 = 0 \\ mx - y + n = 0 \end{array} \right\} \text{ doğruları çakışık olmalıdır.}$$

Öyleyse; $\frac{b^2x_0}{m} = \frac{-a^2y_0}{-1} = \frac{-a^2b^2}{n}$ den

$$x_0 = -\frac{a^2m}{n} \text{ ve } y_0 = -\frac{b^2}{n} \text{ bulunur.}$$

Yani değme noktasının koordinatları;

$$DN\left(-\frac{a^2m}{n}, -\frac{b^2}{n}\right) \text{ dir.}$$

UYARI

Bir hiperbole çizilen iki teğetin değme noktalarını birleştiren kırışe **değme kırışi** ya da **kutup doğrusu** denir.

Bir hiperbole $M(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetlerin meydana getirdiği değme kırışinin denklemi;

$$\boxed{\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1} \text{ dir.}$$

BİR DOĞRU İLE BİR HİPERBOLÜN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots\dots (1) \text{ hiperbolü ile}$$

$y = mx + n \dots\dots\dots(2)$ doğrusunun birbirine göre durumları incelenirken (1) ve (2) nolu denklemlerin ortak çözümü yapılır. Bu ortak çözüm bize x ya da y ye bağlı bir ikinci derece denklemi oluşturur. Oluşan denklemden; $\Delta = -a^2m^2 + b^2 + n^2$ elde edilir.

i) $-a^2m^2 + b^2 + n^2 > 0$ ise, doğru hiperbolü 2 farklı noktada keser.

ii) $-a^2m^2 + b^2 + n^2 = 0$ ise, doğru hiperbole teğettir.

$$\boxed{\text{TEĞETLİK KOŞULU: } -a^2m^2 + b^2 + n^2 = 0}$$

iii) $-a^2m^2 + b^2 + n^2 < 0$ ise, doğru hiperbolü kesmez.

ÖRNEK

$2x^2 - 3y^2 = 6$ hiperbolünün bir teğetinin eğimi, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ dir. Değme noktasının koordinatlarını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$2x^2 - 3y^2 = 6 \Rightarrow \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 1 \Rightarrow a^2 = 3, b^2 = 2 \text{ dir.}$$

Teğetin eğimi, $m = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ise, teğet, $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + n$ dir. Öte yandan

teğetlik koşulu $-a^2m^2 + b^2 + n^2 = 0$ dan,

$$-3 \cdot \frac{3}{4} + 2 + n^2 = 0 \Rightarrow n^2 = \frac{9}{4} - 2 = \frac{1}{4} \Rightarrow n = \mp \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Yani teğetler, $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}$ $\wedge$ $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}$ olur.

$$n = \frac{1}{2} \Rightarrow DN\left(-\frac{a^2m}{n}, -\frac{b^2}{n}\right) = \left(\frac{-3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}, -\frac{2}{\frac{1}{2}}\right) = (-3\sqrt{3}, -4) \text{ dir.}$$

$n = -\frac{1}{2}$ ye göre de yazılabilir.

ÖRNEK

$3x - 2y + k = 0$ doğrusunun $3x^2 - 5y^2 = 55$ hiperbolüne teğet olması için, k ne olmalıdır?

ÇÖZÜM

$$3x - 2y + k = 0 \quad \wedge \quad 3x^2 - 5y^2 = 55$$

$$2y = 3x + k \quad \frac{x^2}{\frac{55}{3}} - \frac{y^2}{\frac{11}{5}} = 1 \text{ dir.}$$

$$y = \frac{3}{2}x + \frac{k}{2}$$

Teğetlik koşulundan ;

$$-a^2m^2 + b^2 + n^2 = 0$$

$$-\frac{55}{3} \cdot \frac{9}{4} + 11 + \frac{k^2}{4} = 0$$

$$\frac{k^2}{4} = \frac{165}{4} - 11 = \frac{121}{4} \text{ den } k^2 = 121 \text{ ve } k = \mp 11 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{36} = 1$ hiperbolünün $5x - 6y - 25 = 0$ doğrusuna paralel teğetlerinin denklemlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$5x - 6y - 25 = 0$ doğrusunun eğimi,

$m = -\frac{A}{B} = -\frac{5}{-6} = \frac{5}{6}$ olup, teğetler bu doğruya paralel olacaklarından eğimleri $\frac{5}{6}$

olmalıdır. Yani aranan teğet denklemleri, $y = \frac{5}{6}x + n$ biçimindedir.

$$\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{36} = 1 \Rightarrow a^2 = 81 \wedge b^2 = 36 \text{ dir.}$$

Teğetlik koşulundan;

$$-a^2m^2 + b^2 + n^2 = 0$$

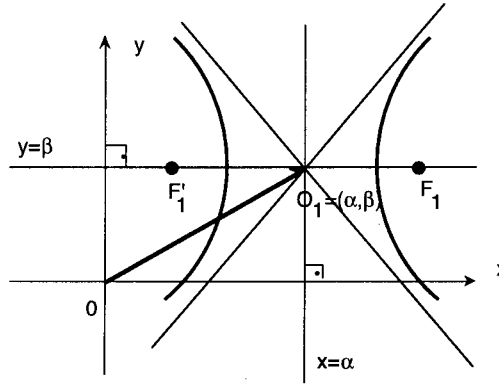
$$-81 \cdot \frac{25}{36} + 36 + n^2 = 0$$

$$n^2 = \frac{81 \cdot 25}{36} - 36 = \frac{81 \cdot 25 - 36 \cdot 36}{36}$$

$$n^2 = \frac{81(25 - 16)}{36} = \frac{81 \cdot 9}{36} = \frac{81}{4} \text{ den}$$

$$n^2 = \mp \frac{9}{2} \text{ bulunur. Öyleyse aranan teğet denklemleri}$$

$$y = \frac{5}{6}x + \frac{9}{2} \text{ ve } y = \frac{5}{6}x - \frac{9}{2} \text{ dir.}$$

HİPERBOLÜN ÖTELENMESİ

Denklemleri $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ olan hiperbol şekilde $\vec{OO_1} = (\alpha, \beta)$ vektörü ile ötelenmiştir. Yeni hiperbolün

denklemleri, $\boxed{\frac{(x - \alpha)^2}{a^2} - \frac{(y - \beta)^2}{b^2} = 1}$ dir.

Hiperbolün;

Merkezi : $O_1(\alpha, \beta)$

Odakları : $F_1(\alpha + c, \beta) \wedge F'_1(\alpha - c, \beta)$

Asimptotları : $y - \beta = \frac{b}{a}(x - \alpha)$ ve $y - \beta = -\frac{b}{a}(x - \alpha)$ dir.

ÖRNEK

$\frac{(x-4)^2}{16} - \frac{(y+6)^2}{9} = 1$ hiperbolünün merkezini, odaklarını ve asimptot denklemlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$M(4, -6)$ dir.

$a^2 = 16 \wedge b^2 = 9$ dan, $c^2 = a^2 + b^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow c = 5$ dir.

Odakları: $F_1(\alpha + c, \beta) = (4 + 5, -6) = (9, -6)$

$F_1'(\alpha - c, \beta) = (4 - 5, -6) = (-1, -6)$ dir.

Asimptotları: $y - \beta = \frac{b}{a}(x - \alpha)$

$$y + 6 = \frac{3}{4}(x - 4)$$

$$4y + 24 = 3x - 12$$

$$3x - 4y - 36 = 0$$

$$y - \beta = -\frac{b}{a}(x - \alpha)$$

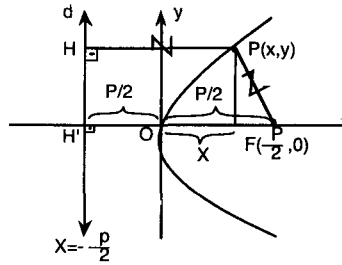
$$y + 6 = -\frac{3}{4}(x - 4)$$

$$4y + 24 = -3x + 12$$

$$3x + 4y + 12 = 0 \text{ bulunur.}$$

PARABOL**TANIM**

Düzlemde sabit bir F noktası ve sabit bir d doğrusu verilmiş olsun. F noktasına ve d doğrusuna aynı uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerine (kümesine) **parabol** denir.



★ x eksenine parabolün simetri eksen,

★ F noktasına parabolün odağı: $F(\frac{P}{2}, 0)$

★ d doğrusuna parabolün doğrultmanı: $x = -\frac{P}{2}$

★ Doğrultmana en yakın nokta O ya parabolün köşesi: $O(0, 0)$

★ Odağın doğrultmana olan uzaklığına parabolün parametresi denir.

$$|FH'| = P$$

PARABOLÜN MERKEZİL (STANDART) DENKLEMİ

Parabol üzerindeki bir nokta $P(x, y)$ ise, $|PF| = |PH|$ dir.

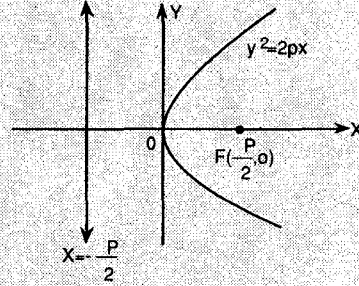
$$\sqrt{\left(x - \frac{P}{2}\right)^2 + y^2} = x + \frac{P}{2}$$

Her iki tarafın karesi alınıp, gerekli düzenlemeler yapılırsa;

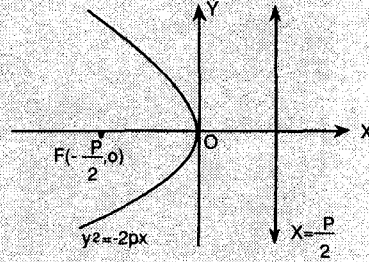
$$y^2 = 2px \quad \text{denklemi elde edilir.}$$

UYARI: $p > 0$ olmak üzere;

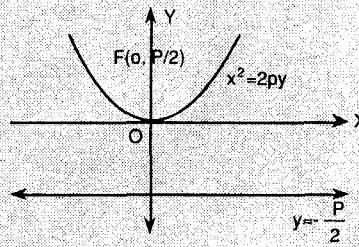
- i) Odağı $F\left(\frac{P}{2}, 0\right)$
doğrultmanı: $x = -\frac{P}{2}$
simetri eksen x eksen $\Rightarrow$



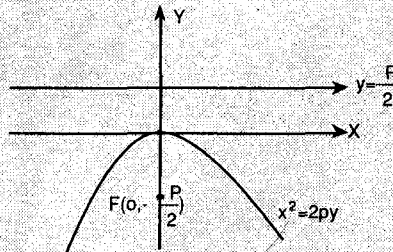
- ii) Odağı $F\left(-\frac{P}{2}, 0\right)$
doğrultmanı: $x = \frac{P}{2}$
simetri eksen x eksen $\Rightarrow$



- iii) Odağı $F\left(0, \frac{P}{2}\right)$
doğrultmanı: $y = -\frac{P}{2}$
simetri eksen y eksen $\Rightarrow$



- iv) Odağı $F\left(0, -\frac{P}{2}\right)$
doğrultmanı: $y = \frac{P}{2}$
simetri eksen y eksen $\Rightarrow$



ÖRNEK

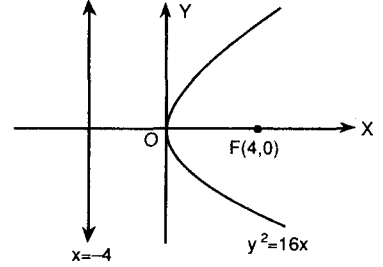
Doğrultmanı $x = -4$ ve köşesi $O(0, 0)$ olan parabol denklemini yazınız.

ÇÖZÜM

$$x = -\frac{P}{2} = -4 \Rightarrow P = 8 \text{ dir.}$$

$$\text{Odağı } F\left(\frac{P}{2}, 0\right) = F(4, 0)$$

$$\text{Denklemini: } y^2 = 2px \Rightarrow y^2 = 16x \text{ dir.}$$

**ÖRNEK**

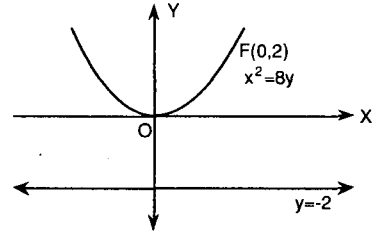
Doğrultmanı $y = -2$ ve odağı $F(0, 2)$ olan parabol denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$y = -2 \Rightarrow y = -\frac{p}{2} = -2 \Rightarrow p = 4 \text{ dür.}$$

$$\text{Odağı } F(0, 0)$$

$$\text{Denklemini } x^2 = 2py \Rightarrow x^2 = 8y \text{ dir.}$$

**ÖRNEK**

$y^2 = 2px$ parabolünün odağından geçen ve x eksenine dik olan kirisinin uzunluğu nedir? ($P > 0$)

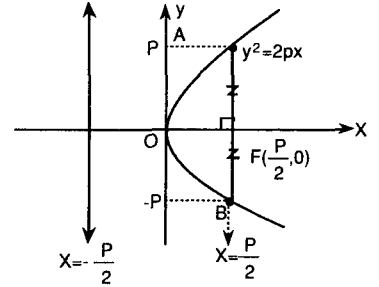
ÇÖZÜM

$x = \frac{p}{2}$ doğrusu ile $y^2 = 2px$ parabolünün ortak çözümünü A ve B noktalarını verecektir.

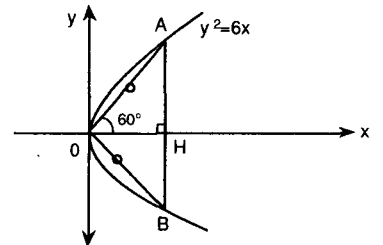
$$y^2 = 2p \cdot \left(\frac{p}{2}\right) \Rightarrow y^2 = p^2 \Rightarrow y = \pm p \text{ dir.}$$

$$A\left(\frac{p}{2}, p\right) \wedge B\left(\frac{p}{2}, -p\right) \text{ olup,}$$

$$|AB| = |AF| + |BF| = p + p = 2p \text{ olur.}$$

**ÖRNEK**

Şekilde verilenlere göre $|OA|$ uzunluğu kaç br dir?

**ÇÖZÜM**

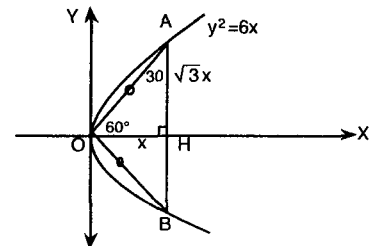
OHA dik üçgeninden; $A(x, \sqrt{3}x)$ şeklindedir.

A noktası parabolün üzerinde olduğundan koordinatları denklemini sağlar.

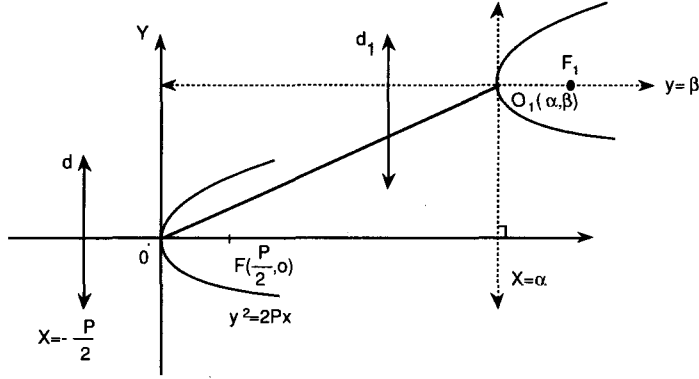
$$(\sqrt{3}x)^2 = 6x \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow$$

$$3x(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ bulunur.}$$

$$|OA| = 2x = 4 \text{ br dir.}$$



PARABOLÜN ÖTELENMESİ



$y^2 = 2px$ parabolü $\vec{OO_1} = (\alpha, \beta)$ vektörü ile ötelendiğinde yeni parabolün denklemi; $(y - \beta)^2 = 2p(x - \alpha)$ olur.

Odağı: $F_1(\alpha + \frac{p}{2}, \beta)$ ve köşesi: $O_1(\alpha, \beta)$,

Doğrultman denklemi ise: $x = \alpha - \frac{p}{2}$ dir.

ÖRNEK

$y^2 = -4x$ parabolünün $\vec{d} = (2, -4)$ vektörü ile ötelenmişinin denklemini yazınız.

ÇÖZÜM

Öteleme vektörü $\vec{d} = (2, -4)$ olduğundan, $y^2 = -4x$ parabolünde x yerine $x - 2$ ve y yerine $y - (-4) = y + 4$ yazarsak bu parabolün ötelenmiş elde edilir.

$$(y + 4)^2 = -4(x - 2)$$

$$y^2 + 8y + 16 = -4x + 8$$

$$y^2 = 8y + 4x + 8 = 0 \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$y^2 - 6y - 8x + 49 = 0$ denklemi veriliyor. Bu denklemin bir parabol belirttiğini gösteriniz.

Odağını ve doğrultmanını bularak grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

$$y^2 - 6y - 8x + 49 = 0$$

$$y^2 - 6y + 9 - 8x + 40 = 0$$

$$(y - 3)^2 - 8(x - 5) = 0$$

$$(y - 3)^2 = 8(x - 5) \text{ olur. } y^2 = 8x \text{ parabolünün } (5, 3) \text{ vektörü ile ötelenmişidir.}$$

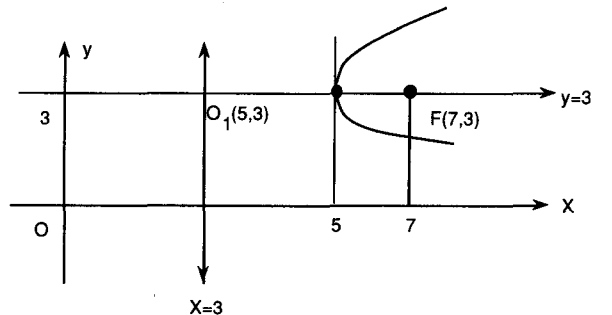
$$2p = 8 \Rightarrow p = 4$$

$$\begin{aligned} \text{Odağı: } F(\alpha + \frac{p}{2}, \beta) &= (5+2, 3) \\ &\Rightarrow F(7, 3) \end{aligned}$$

Doğrultmanı:

$$x = \alpha - \frac{p}{2} = 5 - 2 = 3 \Rightarrow x = 3$$

tür.



UYARI

$y = ax^2 + bx + c$ parabolünde

Merkez : $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$

Odak : $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} + \frac{1}{4a}\right)$

Doğrultman : $y = \frac{4ac - b^2}{4a} - \frac{1}{4a}$ dir.

PARABOLÜN TEĞET VE NORMAL DENKLEMLERİ

$A(x_0, y_0)$ noktası parabol üzerinde olduğundan koordinatları denklemi

sağlar. $y_0^2 = 2px_0$ dir.

$y^2 = 2px$ eşitliğinde türev alınırsa;

$$2yy' = 2p$$

$$y' = \frac{p}{y} \Rightarrow m_T = \frac{p}{y_0} \text{ dir.}$$

Teğet denklemi: $m_T = \frac{p}{y_0} \wedge A(x_0, y_0)$

$$y - y_0 = \frac{p}{y_0} (x - x_0)$$

$$yy_0 - y_0^2 = px - px_0$$

↓

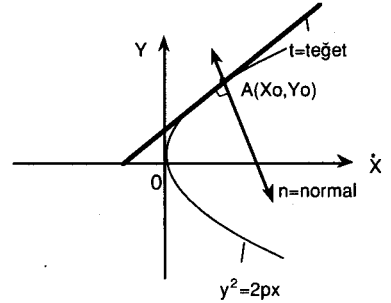
$$yy_0 - 2px_0 = px - px_0$$

$$yy_0 = px + px_0$$

$$yy_0 = p(x + x_0) \text{ dir.}$$

Normal denklemi: $m_N = -\frac{y_0}{p} \wedge A(x_0, y_0)$

$$y - y_0 = -\frac{y_0}{p} (x - x_0) \text{ dir.}$$

**ÖRNEK**

$y^2 = 9x$ parabolüne üzerindeki $P(4, -6)$ noktasından çizilen teğet ve normalin denklemlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$y^2 = 9x, P(4, -6)$$

$$2yy' = 9$$

$$y' = \frac{9}{2y} \Rightarrow m_T = \frac{9}{2 \cdot (-6)} = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4} \text{ dir.}$$

Teğet denklemi: $y + 6 = -\frac{3}{4}(x - 4)$

$$4y + 24 = -3x + 12$$

$$3x + 4y + 12 = 0 \text{ dir.}$$

Normal denklemi: $m_T = -\frac{3}{4} \Rightarrow m_N = \frac{4}{3}$ olup,

$$y + 6 = \frac{4}{3}(x - 4)$$

$$3y + 18 = 4x - 16$$

$$4x - 3y - 34 = 0 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$y = x^2$ parabolünün $P(2, 4)$ noktasındaki teğetin koordinat eksenleri ile meydana getirdiği üçgenin alanı kaç br^2 dir?

ÇÖZÜM

$4 = 2^2 = 4$ olduğundan, nokta parabol üzerindedir.

$$y' = 2x \Rightarrow m_T = 2 \cdot 2 = 4 \text{ dür.}$$

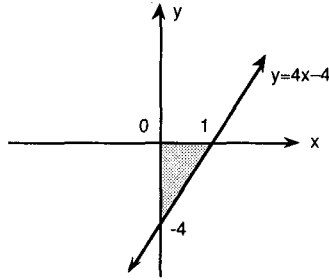
$$m_T = 4 \wedge P(2, 4) \Rightarrow y - 4 = 4(x - 2)$$

$$y - 4 = 4x - 8$$

$$y = 4x - 4 \text{ teğet denklemdir.}$$

$$y = 4x - 4 \text{ de } x = 0 \Rightarrow y = -4$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ dir.}$$



Taralı alan: $\frac{4}{2} = 2 \text{ br}^2 \text{ dir.}$

UYARI

Bir parabole dışındaki $M(x_0, y_0)$ noktasından çizilen iki teğetin değme noktalarını birleştiren doğru parçasına **değme kirişi** denir. $y^2 = 2px$ parabolünde değme kirişinin denklemi;

$$yy_0 = p(x + x_0) \text{ dir.}$$

BİR DOĞRU İLE BİR PARABOLÜN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI

$y = mx + n$ (1) doğrusu ile

$y^2 = 2px$ (2) parabolünün birbirine göre durumları incelenirse (1) ve (2) nolu denklemlerin ortak çözümü yapılır. Bu ortak çözüm, x ya da y 'ye bağlı bir ikinci derece denklemi oluşturur. Oluşan denklemde diskriminant;

$$\Delta = 4p(p - 2mn) \text{ bulunur.}$$

- i) $p(p - 2mn) > 0$ ise doğru parabolü 2 farklı noktada keser.
- ii) $p(p - 2mn) = 0$ ise doğru parabole bir noktada teğettir.
- iii) $p(p - 2mn) < 0$ ise doğru parabolü kesmez, dışındadır.

ÖRNEK

$y = x + 2$ doğrusunun $y^2 = 2px$ parabolüne teğet olması için p ne olmalıdır?

ÇÖZÜM

Teğetlik koşulu: $p(p - 2mn) = 0$ dir.

Buradan, $p - 2mn = 0$ olur.

$$p - 2 \cdot 1 \cdot 2 = 0 \Rightarrow p - 4 = 0 \Rightarrow p = 4 \text{ olmalıdır.}$$

ÖRNEK

$y^2 = 8x$ parabolünün $y = -2x + 12$ doğrusuna dik olan teğetinin denklemi nedir?

ÇÖZÜM

$$y^2 = 8x \Rightarrow 2p = 8 \Rightarrow p = 4 \text{ dür.}$$

$y = -2x + 12$ doğrusunun eğimi -2 olup aranan teğetin bu doğruya dik olması için eğimi $\frac{1}{2}$ olmalıdır. Yani teğet denklemi $y = \frac{1}{2}x + n$ şeklindedir. Teğetlik koşulundan,

$$p - 2mn = 0 \Rightarrow 4 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot n = 0 \Rightarrow 4 - n = 0 \Rightarrow n = 4 \text{ bulunur.}$$

$$\text{Teğet denklemi} \quad y = \frac{1}{2}x + 4$$

$$2y = x + 8$$

$$x - 2y + 8 = 0 \text{ elde edilir.}$$

GENEL KONİK DENKLEMİ

$A, B, C, D, E, F \in \mathbb{R}$ olmak üzere x ve y değişkenlerine göre gerçel katsayılı ikinci dereceden,

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

denklemi genel konik denklemdir.

Bu denklemde $\Delta = B^2 - 4AC$ olarak tanımlansın.

1) $\Delta = B^2 - 4AC < 0$ ise elips, çember, nokta veya boş küme belirtir.

i) $A = C \wedge B = 0$ ise çember, nokta veya boş kümedir.

ii) $A \neq C \wedge B \neq 0$ ise elips, nokta veya boş kümedir.

- 2) $\Delta = B^2 - 4AC = 0$ ise parabol, paralel iki doğru veya çakışık iki doğru belirtir.
- i) Denklem çarpanlarına ayrılabilir ise, paralel veya çakışık iki doğru belirtir.
- ii) Çarpanlarına ayrılmıyor ise parabol belirtir.
- 3) $\Delta = B^2 - 4AC > 0$ ise, hiperbol veya kesişen iki doğru belirtir.
- i) Denklem birinci dereceden asal iki çarpana ayrılmıyorsa hiperbol belirtir.
- ii) Denklem birinci dereceden iki çarpana ayrılabilir ise kesişen iki doğru belirtir.

UYARI

- i) $B = 0$ ise, yani $x \cdot y$ li terim yok ise denklem standart konik denklemlerine dönüşür.
- ii) $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ denkleminde x 'li ve y 'li terimlerin yok edilmesi için,
- $$\alpha = \frac{2CD - BE}{B^2 - 4AC} \wedge \beta = \frac{2AE - BD}{B^2 - 4AC}$$
- olmak üzere (α, β) vektörü ile koordinat eksenleri ötelenir. Bu ötelemede $x = X + \alpha$ $\wedge$ $y = Y + \beta$ yazılır.
- iii) Koninin genel denkleminde x 'li ve y 'li terimler yok ise konik denklemi
- $$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + F = 0$$
- biçimindedir. Bu durumda $x \cdot y$ li terimi yok etmek için,
- $$\tan 2\theta = \frac{B}{A - C}$$
- eşitliğini sağlayan θ reel sayısı bulunarak koordinat eksenlerine D_θ dönme dönüşümü uygulanır.
- Bu dönmenin matrisi, $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ dir.

ÖRNEK

$x^2 + 2y^2 + 6x - 4y + 7 = 0$ denklemi analitik düzlemde ne belirtir?

ÇÖZÜM

$A = 1$, $B = 0$, $C = 2$, $D = 6$, $E = -4$, $F = 7$ dir.

$\Delta = B^2 - 4AC = -4AC = -4 \cdot 1 \cdot 2 = -8 < 0$ olduğundan, denklem elips, çember, nokta ya da boş küme belirtir.

x^2 ve y^2 li terimlerin katsayıları farklı olduğundan bu denklem çember belirtmez. Denkleminde $x \cdot y$ li terimin olmadığı da görülmektedir.

Bu nedenle x 'li ve y 'li terimleri yok ederek koninin standart denklemini bulalım.

$$\alpha = \frac{2CD - BE}{B^2 - 4AC} = -3 \wedge \beta = \frac{2AE - BD}{B^2 - 4AC} = 1$$

olduğundan, x ve y koordinat eksenlerini $(-3, 1)$ vektörü ile öteleyelim. Bunun için verilen denkleminde $x = X - 3$ $\wedge$ $y = Y + 1$ koyalım.

$$(x - 3)^2 + 2(y + 1)^2 + 6(x - 3) - 4(y + 1) + 7 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2y^2 = 4$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1 \text{ elipsi elde edilir.}$$

ÖRNEK

$5x^2 + 6xy + 5y^2 - 32 = 0$ denklemini analitik düzlemde ne belirtir?

ÇÖZÜM

$A = 5$, $B = 6$, $C = 5$, $D = 0$, $E = 0$, $F = -32$ dir.

$\Delta = B^2 - 4AC = -64 < 0$ olduğundan, denklem elips, çember, nokta ya da boş küme belirtir.

Denklemden $x \cdot y$ li terim bulunduğundan bu denklem çember belirtmez. Koniğin kesin türünü saptamak için, denklemden x li ve y li terimler olmadığından, yalnız xy 'li terimi yok etmek yeterlidir. Bunun için koordinat eksenlerine uygulanacak D_θ dönme dönüşümüne ait θ sayısını bulalım.

$$\tan 2\theta = \frac{B}{A - C} = \frac{6}{5 - 5} \text{ ifadesi tanımsız olduğundan,}$$

$2\theta = \frac{\pi}{2} \wedge \theta = \frac{\pi}{4}$ dür. (xOy) koordinat sistemine $D_{\frac{\pi}{4}}$ dönme dönüşümü uygulandığından (x_1Oy_1) sistemi oluşsun. (xOy) sisteminde bir nokta (x, y) ise, aynı nokta (x_1Oy_1) sisteminde (X, Y) olsun. Buna göre;

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{4} & \sin \frac{\pi}{4} \\ -\sin \frac{\pi}{4} & \cos \frac{\pi}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \text{ ya da } \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{4} & -\sin \frac{\pi}{4} \\ \sin \frac{\pi}{4} & \cos \frac{\pi}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \text{ dir. Buradan}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}(X - Y) \wedge y = \frac{\sqrt{2}}{2}(X + Y) \text{ elde edilir.}$$

Bu değerler $5x^2 + 6xy + 5y^2 - 32 = 0$ konik denkleminde yerine yazılırsa;

$$16X^2 + 4Y^2 = 64 \text{ ya da } \frac{X^2}{4} + \frac{Y^2}{16} = 1 \text{ standart elipsi bulunur.}$$

ÖRNEK

$4x^2 - 9y^2 + 6y - 1 = 0$ denklemini analitik düzlemde ne belirtir?

ÇÖZÜM

$A = 4$, $B = 0$, $C = -9$ olduğundan, $\Delta = B^2 - 4AC = -4AC = 144 > 0$ dir.

Denklem hiperbol ya da kesişen iki doğru belirtir.

$$\begin{aligned} 4x^2 - 9y^2 + 6y - 1 &= (2x)^2 - (9y^2 - 6y + 1) \\ &= (2x)^2 - (3y - 1)^2 \\ &\Rightarrow (2x + 3y - 1)(2x - 3y - 1) = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} 2x + 3y - 1 &= 0 \\ 2x - 3y - 1 &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ doğruları oluşur.}$$

$$\frac{2}{2} \neq \frac{3}{-3} \text{ olduğundan, denklem sistemi bir noktada kesişen iki doğru belirtir.}$$

ÖRNEK

$2x^2 - 4xy + 2y^2 - 5x + 5y = 0$ denklemi analitik düzlemde ne belirtir?

ÇÖZÜM

$B^2 - 4AC = 0$ olduğundan, denklem parabol, paralel ya da çakışık iki doğru belirtir.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4xy + 2y^2 - 5x + 5y &= 2(x^2 - 2xy + y^2) - 5(x - y) \\ &= 2(x - y)^2 - 5(x - y) \\ &\Rightarrow (x - y)(2x - 2y - 5) = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x - y = 0 \vee 2x - 2y - 5 = 0 \text{ olur.}$$

$\Rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ 2x - 2y - 5 = 0 \end{cases}$ doğrularının eğimlerinin eşit olduğu görülür. Öyleyse denklem paralel iki doğru belirtir.

ÖRNEK

$x^2 + y^2 - 6x + 8y + 25 = 0$ denklemi analitik düzlemde ne belirtir?

ÇÖZÜM

$B^2 - 4AC = -4 < 0$ olduğundan, denklem elips, çember, nokta ya da boş küme belirtir.

x^2 ve y^2 nin katsayıları eşit ve $x \cdot y$ li terim olmadığından elips belirtmez.

$D^2 + E^2 - 4F = (-6)^2 + 8^2 - 4 \cdot 25 = 0$ olduğundan, denklem bir nokta belirtir. Bu nokta

$$\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right) = (3, -4) \text{ dür.}$$

ÖRNEK

$px^2 + 2xy + y^2 - x + y = 0$ koniğinin parabol göstermesi için, p nin değeri kaç olmalıdır?

ÇÖZÜM

$$\Delta = B^2 - 4AC = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$4 - 4p = 0$$

$$4p = 4$$

$$p = 1 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$x^2 + xy + ky^2 + 2x - 4y - 6 = 0$ denkleminin hiperbol belirtmesi için, k ne olmalıdır?

ÇÖZÜM

$$\Delta = B^2 - 4AC > 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$1 - 4 \cdot 1 \cdot k > 0$$

$$-4k > -1$$

$$4k < 1$$

$$k < \frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$x^2 - y^2 - x + y = 0$ denklemi analitik düzlemde ne belirtir?

ÇÖZÜM

$$x^2 - y^2 - x + y = 0$$

$$(x + y)(x - y) - (x - y) = 0$$

$$(x - y)(x + y - 1) = 0$$

$$x - y = 0 \vee x + y - 1 = 0$$

$y = x \vee y = -x + 1$ olur. Doğruların eğimleri sırasıyla $m_1 = 1 \wedge m_2 = -1$ olduğundan, $m_1 \cdot m_2 = -1$ elde edilir. Denklem analitik düzlemde dik kesişen iki doğru belirtir.

ÖRNEK

$\{ (x, y) \mid x = 2 + 3\cos\theta, y = 4 + 5\sin\theta, \theta \in \mathbb{R} \}$ kümesi analitik düzlemde ne belirtir?

ÇÖZÜM

$$x = 2 + 3\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{x-2}{3} \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{9} = \cos^2\theta \quad (1)$$

$$y = 4 + 5\sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{y-4}{5} \Rightarrow \frac{(y-4)^2}{25} = \sin^2\theta \quad (2)$$

(1) ve (2) eşitlikleri taraf tarafa toplanırsa,

$$\boxed{\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-4)^2}{25} = 1} \text{ olur. Denklem merkezi } (2, 4) \text{ olan ötelenmiş bir elips belirtir.}$$

ÖRNEK

$\{ (x, y): x = 4t^2, y = 8t, t \in \mathbb{R} \}$ kümesi analitik düzlemde ne belirtir?

ÇÖZÜM

$$x = 4t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{x}{4} \quad (1)$$

$$y = 8t \Rightarrow t = \frac{y}{8} \quad (2) \text{ olur.}$$

$t = \frac{y}{8}$ değerini (1) de yerine yazalım.

$$\frac{x}{4} = \left(\frac{y}{8}\right)^2$$

$$\frac{y^2}{64} = \frac{x}{4}$$

$$\boxed{y^2 = 16x} \text{ parabolü elde edilir.}$$

ÖRNEK

$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ doğrusal dönüşümünün matrisi $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ dir.

Bu dönüşüme göre $y^2 = 4x$ parabolünün görüntüsü ne olur?

ÇÖZÜM

$y^2 = 4x$ parabolündeki her nokta $(\alpha, 2\sqrt{\alpha})$ şeklindedir.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha \\ 2\sqrt{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha - 2\sqrt{\alpha} \\ 2\sqrt{\alpha} \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

$\left. \begin{array}{l} x = \alpha - 2\sqrt{\alpha} \\ y = 2\sqrt{\alpha} \end{array} \right\}$ elde edilir. $x = \alpha - 2\sqrt{\alpha}$ da $2\sqrt{\alpha}$ yerine y , α yerine $\frac{y^2}{4}$ yazarsak,

$$x = \frac{y^2}{4} - y \Rightarrow x = \frac{y^2 - 4y}{4} \Rightarrow 4x = y^2 - 4y$$

$$y^2 = 4x + 4y$$

$$y^2 = 4(x + y)$$

bulunur.

ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

1. Odakları $F(8, 0)$, $F'(-8, 0)$ ve asal eksen uzunluğu 20 br olan elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ B) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$
 C) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{100} = 1$ D) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$
 E) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$

ÇÖZÜM

Asal eksen uzunluğu $2a = 20$
 $a = 10$

$IOF = c = 8$ olduğundan

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 10^2 = b^2 + 8^2$$

$$\Rightarrow b = 6 \text{ bulunur.}$$

$a > b$ ve odaklar x-ekseni üzerinde bulunduğundan

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \Rightarrow \frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{6^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

2. Köşeleri $A(\sqrt{3}, 0)$, $A'(-\sqrt{3}, 0)$ olan ve $P(\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ noktasından geçen elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + 4y^2 = 3$ B) $4x^2 + 3y^2 = 16$
 C) $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ D) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$
 E) $3x^2 + 4y^2 = 12$

ÇÖZÜM

$$IAA' = 2a = 2\sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a^2 = 3 \text{ olur.}$$

Elipsin denklemi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ dir.}$$

$P(\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ noktası elipsin üzerinde olduğundan denklemi sağlar.

$$\frac{(\sqrt{2})^2}{3} + \frac{(\frac{1}{2})^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{4b^2} = 1 - \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4b^2} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow b^2 = \frac{3}{4} \text{ bulunur.}$$

O halde elipsin denklemi

$$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{\frac{3}{4}} = 1 \text{ ya da } x^2 + 4y^2 = 3 \text{ elde edilir.}$$

YANIT "A"

3. Denklemi $25x^2 + 4y^2 = 100$ olan elipsin odaklar arası uzaklığı kaç br dir?

- A) $2\sqrt{15}$ B) $\sqrt{21}$ C) $2\sqrt{21}$
 D) $4\sqrt{6}$ E) $\sqrt{30}$

ÇÖZÜM

$25x^2 + 4y^2 = 100$ denkleminin her iki tarafını 100 ile bölelim.

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1 \text{ olur. Buradan,}$$

$$a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$b^2 = 25 \Rightarrow b = 5 \text{ bulunur.}$$

$a < b$ olduğundan odaklar y-ekseni üzerindedir.

$$b^2 = a^2 + c^2$$

$$25 = 4 + c^2 \Rightarrow c = \pm \sqrt{21} \text{ olur.}$$

O halde elipsin odakları

$F(0, \sqrt{21})$ ve $F'(0, -\sqrt{21})$ dir. Odaklar arası uzaklık ise $IFF' = 2c = 2\sqrt{21}$ br dir.

YANIT "C"

4. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ elipsinin bir odağından geçen ve asal eksene dik olan doğru elipsi P ve Q noktalarında kesiyor. **POQ üçgeninin alanı kaç br^2 dir?**

- A) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ B) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ C) $\sqrt{5}$
D) $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ E) $\frac{5\sqrt{5}}{3}$

ÇÖZÜM

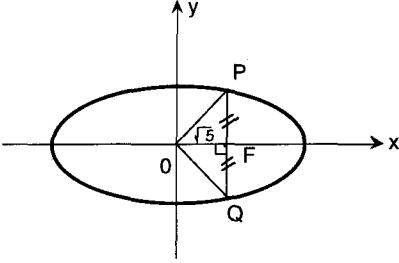
$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow b = 2 \text{ dir.}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 9 = 4 + c^2$$

$$c = \mp \sqrt{5} \text{ olur.}$$

O halde odaklar $F(\sqrt{5}, 0)$ ve $F'(-\sqrt{5}, 0)$ dir.



IPQI uzunluğu elipsin parametresi olduğundan

$$IPQI = 2p = \frac{2b^2}{a} \text{ dir.}$$

$$IPQI = 2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \text{ br olur.}$$

$$A(POQ) = \frac{\frac{8}{3} \cdot \sqrt{5}}{2} = \frac{4}{3} \sqrt{5} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

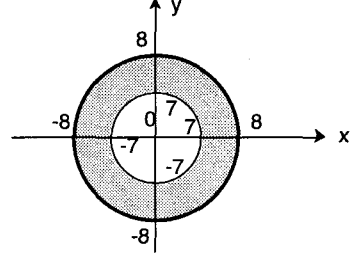
YANIT "D"

5. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{49} = 1$ elipsinin asal ve yedek çemberleri arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) π B) 7π C) 8π D) 13π E) 15π

ÇÖZÜM

$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{49} = 1 \Rightarrow a^2 = 64$ olduğundan asal çemberin denklemi $x^2 + y^2 = 64$ ve $b^2 = 49$ olduğundan yedek çemberin denklemi $x^2 + y^2 = 49$ dur.



Asal çember ile yedek çember arasında kalan bölgenin alanı ise $64\pi - 49\pi = 15\pi \text{ br}^2$ bulunur.

YANIT "E"

6. Parametrik denklemleri

$$x = \sqrt{5} \cdot \cos \alpha$$

$$y = \sqrt{2} \cdot \sin \alpha$$

olan elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1$ B) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{5} = 1$
C) $\frac{x^2}{\sqrt{5}} + \frac{y^2}{\sqrt{2}} = 1$ D) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$
E) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$

ÇÖZÜM

$$x = \sqrt{5} \cos \alpha \Rightarrow a = \sqrt{5}$$

$$y = \sqrt{2} \cdot \sin \alpha \Rightarrow b = \sqrt{2} \text{ olduğundan}$$

elipsin denklemi ;

$$\frac{x^2}{(\sqrt{5})^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{2})^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

7. İki köşesi $A(4, 0)$, $A'(-4, 0)$ ve dış merkezliği $e = \frac{\sqrt{5}}{4}$ olan elipsin odakları x-ekseni üzerinde ise denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1$ B) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{11} = 1$
C) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{\sqrt{5}} = 1$ D) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{16} = 1$
E) $\frac{x^2}{11} + \frac{y^2}{16} = 1$

ÇÖZÜM

Odaklar x-ekseni üzerinde olduğundan $(-4, 0)$ ve $(4, 0)$ köşeleri asal eksen köşeleridir. Buradan $a = 4$ olur.

Dış merkezlik $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{4}$ ise

$$\frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{c}{4} \Rightarrow c = \sqrt{5} \text{ dir.}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 16 = b^2 + 5 \Rightarrow b^2 = 11 \text{ dir.}$$

$$\left. \begin{array}{l} a^2 = 16 \\ b^2 = 11 \end{array} \right\} \text{ elipsin denklemi}$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{11} = 1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

8. Merkezi orijinde, dış merkezliği $\frac{\sqrt{2}}{3}$ olan ve $P(6, -\sqrt{7})$ noktasından geçen elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1$ B) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{7} = 1$
 C) $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{35} = 1$ D) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{49} = 1$
 E) $\frac{x^2}{72} + \frac{y^2}{35} = 1$

ÇÖZÜM

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow c = \sqrt{2}k \text{ ve}$$

$$a = 3k \text{ olur.}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 9k^2 = b^2 + 2k^2 \Rightarrow b^2 = 7k^2 \text{ dir.}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ denkleminde}$$

$$a^2 = 9k^2 \text{ ve } b^2 = 7k^2 \text{ yerine yazılırsa}$$

$$\frac{x^2}{9k^2} + \frac{y^2}{7k^2} = 1 \text{ olur.}$$

$P(6, -\sqrt{7})$ noktası elips denklemini sağlayacağından,

$$\frac{36}{9k^2} + \frac{7}{7k^2} = 1 \Rightarrow \frac{4}{k^2} + \frac{1}{k^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{5}{k^2} = 1$$

$$\Rightarrow k^2 = 5 \text{ olur.}$$

$$k^2 = 5 \Rightarrow a^2 = 45 \text{ ve } b^2 = 35 \text{ dir.}$$

O halde elipsin denklemi

$$\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{35} = 1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

9. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ elipsinde $P(0, -4)$ noktasının F' odağına olan uzaklığı h_1 , $x = -\frac{a^2}{c}$ doğrusuna uzaklığı h_2 ise $\frac{h_1}{h_2}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} a^2 = 25 \\ b^2 = 16 \end{array} \right\} c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c^2 = 25 - 16 \Rightarrow c = 3 \text{ olur.}$$

F' odağının koordinatları $F'(-c, 0)$ olduğundan $F'(-3, 0)$ dir.

$$|PF'| = h_1 = \sqrt{(0+3)^2 + (-4-0)^2} = 5 \text{ br dir.}$$

$$P(0, -4) \text{ noktasının } x = -\frac{a^2}{c} = -\frac{25}{3}$$

doğrusuna uzaklığı $h_2 = \frac{25}{3}$ br dir.

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{\frac{25}{3}} = \frac{3}{5} \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

10. Merkezi $M(4, -1)$, odaklarından biri $F(1, -1)$ olan ve $P(8, 0)$ noktasından geçen elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 + 8x - 4y = 0$ B) $2x^2 + y^2 - 4x + 8y = 0$
 C) $2x^2 + y^2 + 4x - 8y = 0$ D) $x^2 + 2y^2 + 8x - 4y = 0$
 E) $x^2 + 2y^2 - 8x + 4y = 0$

ÇÖZÜM

Merkezi $M(4, -1)$ olan elipsin denklemi

$$\frac{(x-4)^2}{a^2} + \frac{(y+1)^2}{b^2} = 1 \text{ dir. Bu elips } P(8, 0)$$

noktasından geçtiğinden

$$\frac{(8-4)^2}{a^2} + \frac{(0+1)^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{16}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \Rightarrow a^2 + 16b^2 = a^2b^2 \text{ ① olur.}$$

Merkezin odağa uzaklığı

$$c = \sqrt{(4-1)^2 + (-1+1)^2} = 3 \text{ dür.}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = b^2 + 9 \text{ ② olur.}$$

① ve ② den

$$b^2 + 9 + 16b^2 = (b^2 + 9) \cdot b^2$$

$$17b^2 + 9 = b^4 + 9b^2$$

$$b^4 - 8b^2 - 9 = 0 \Rightarrow b^2 = 9 \text{ ve } b^2 \neq -1 \text{ olur.}$$

$$a^2 = b^2 + 9 \Rightarrow a^2 = 9 + 9 \Rightarrow a^2 = 18 \text{ dir.}$$

O halde elipsin denklemi

$$\frac{(x-4)^2}{18} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1 \Rightarrow$$

$$x^2 - 8x + 16 + 2y^2 + 4y + 2 = 18$$

$$x^2 + 2y^2 - 8x + 4y = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

11. Odaklarından biri $F(4, -3)$, doğrultmanı $x = -1$ doğrusu ve dış merkezliği $e = \frac{2}{3}$ olan elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x^2 + 3y^2 - 6x + 6y + 20 = 0$
 B) $4x^2 + 5y^2 - 6x + 8y + 8 = 0$
 C) $3x^2 + 2y^2 + 4x - 3y + 12 = 0$
 D) $5x^2 + 9y^2 - 80x + 54y + 221 = 0$
 E) $5x^2 + 9y^2 - 80x + 54y + 221 = 0$

ÇÖZÜM

Elipsin bir noktası $P(x, y)$ ise P nin odağa olan uzaklığının doğrultmana olan uzaklığına oranı elipsin dış merkezliğidir.

$$\frac{2}{3} = \frac{\sqrt{(x-4)^2 + (y+3)^2}}{|x+1|}$$

$$9.(x-4)^2 + 9.(y+3)^2 = 4.(x+1)^2$$

$$9x^2 - 72x + 144 + 9y^2 + 54y + 81 = 4x^2 + 8x + 4$$

$$5x^2 + 9y^2 - 80x + 54y + 221 = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

12. $4x^2 + 3y^2 = 16$ elipsine üzerindeki $A(1, y)$, $y > 0$ noktasından çizilen teğetin denklemi nedir?

- A) $2x+3y-8=0$ B) $2x+3y+8=0$
 C) $8x+12y-1=0$ D) $8x+12y+1=0$
 E) $2x+3y=0$

ÇÖZÜM

$A(1, y)$ elips üzerinde olup, denklemi sağlayacağından

$$x = 1 \Rightarrow 4.1 + 3y^2 = 16$$

$$\Rightarrow 3y^2 = 12$$

$$\Rightarrow y^2 = 4$$

$$\Rightarrow y = 2 \text{ olup } A(1, 2) \text{ dir.}$$

Buna göre teğetin denklemi ,

1. YOL :

$$4x^2 + 3y^2 = 16 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{\frac{16}{3}} = 1$$

$$\frac{x \cdot x_1}{a^2} + \frac{y \cdot y_1}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x \cdot 1}{4} + \frac{y \cdot 2}{\frac{16}{3}} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{3y}{8} = 1$$

$$\Rightarrow 2x + 3y = 8 \text{ bulunur.}$$

2. YOL :

$$4x^2 + 3y^2 = 16 \Rightarrow 8x + 6y \cdot y' = 0$$

$$\Rightarrow y' = \frac{-4x}{3y} \text{ olup}$$

$$\text{eğim, } m_T = \frac{-4.1}{3.2} \Rightarrow m_T = \frac{-2}{3} \text{ olur.}$$

O halde eğimi $\frac{-2}{3}$ olan ve $A(1, 2)$ den geçen doğrunun denklemi

$$y - 2 = \frac{-2}{3} \cdot (x - 1) \Rightarrow 3y - 6 = -2x + 2$$

$$\Rightarrow 2x + 3y = 8 \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

13. $9x^2 + 16y^2 = 144$ elipsi üzerindeki noktalardan apsis eksenine inilen dikme parçalarının orta noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?

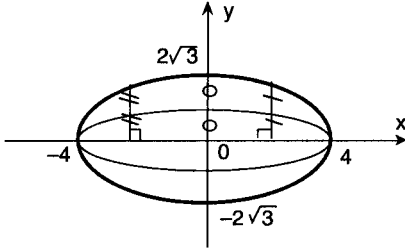
A) $16x^2 + 3y^2 = 48$ B) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{8} = 1$

C) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{3} = 1$ D) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$

E) $8x^2 + 16y^2 = 1$

ÇÖZÜM

$$9x^2 + 16y^2 = 144 \Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1 \text{ dir.}$$



Şekilde görüleceği gibi geometrik yer yine bir elipstir.

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1 \text{ elipsinde}$$

$$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$b^2 = 12 \Rightarrow b = 2\sqrt{3} \text{ olup aranan elipste}$$

$$(a')^2 = a^2 = 16 \text{ ve } (b')^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 = 3 \text{ olup}$$

$$\text{denklemini } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{3} = 1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

14. $\frac{(x-2)^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$ elipsinin odaklarından birisi, aşağıdakilerden hangisidir?

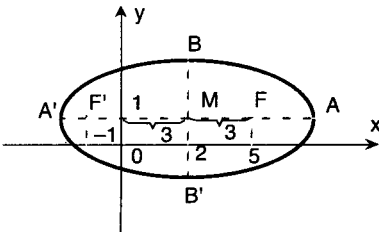
- A) (-2, 1) B) (-1, 1) C) (0, 1)
D) (1, 1) E) (2, 1)

ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} a^2 = 25 \\ b^2 = 16 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a^2 = b^2 + c^2 \\ 25 = 16 + c^2 \end{array} \Rightarrow c = 3 \text{ olur.}$$

Elipsin merkezi $(h, k) = (2, 1)$ dir.

Grafiği ise ;



dikkat edilirse elipsin odakları $F(5, 1)$ ve $F'(-1, 1)$ dir.

YANIT "B"

15. $y = 2x + n$ doğrusunun $9x^2 + 10y^2 = 90$ elipsine teğet olması için n kaç olmalıdır?

- A) ∓ 1 B) ∓ 3 C) ∓ 5 D) ∓ 7 E) ∓ 9

ÇÖZÜM

$$9x^2 + 10y^2 = 90 \Rightarrow \frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\Rightarrow a^2 = 10 \text{ ve } b^2 = 9 \text{ dur.}$$

$$y = mx + n \text{ doğrusunun } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ elipsine}$$

teğet olma koşulu

$$a^2 \cdot m^2 + b^2 = n^2 \text{ idi. Buna göre}$$

$$10 \cdot 2^2 + 9 = n^2 \Rightarrow n^2 = 49$$

$$n = \mp 7 \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

16. $x^2 + 6y^2 - 10 = 0$ elipsi ile $x - 3y + 1 = 0$ doğrusunun kesim noktasının ordinatları toplamı kaçtır?

- A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{2}{5}$ C) 0 D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + 6y^2 - 10 = 0 \\ x - 3y + 1 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{denklem sistemi} \\ \text{çözülür.} \end{array}$$

$$x - 3y + 1 = 0 \Rightarrow x = 3y - 1$$

$$x^2 + 6y^2 - 10 = 0 \Rightarrow (3y - 1)^2 + 6y^2 - 10 = 0$$

$$\Rightarrow 9y^2 - 6y + 1 + 6y^2 - 10 = 0$$

$$\Rightarrow 15y^2 - 6y - 9 = 0$$

$$\Rightarrow 5y^2 - 2y - 3 = 0$$

$$(5y + 3) \cdot (y - 1) = 0$$

$$y_1 = -\frac{3}{5} \text{ ve } y_2 = 1 \text{ olur.}$$

$$y_1 + y_2 = -\frac{3}{5} + 1 = \frac{2}{5} \text{ bulunur.}$$

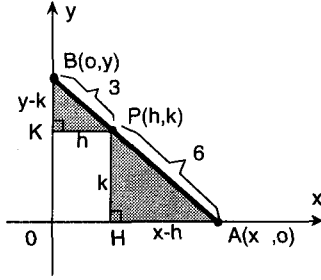
YANIT "D"

17. Uzunluğu 9 br olan bir [AB] doğru parçasının uç noktaları A, x-ekseni ve B, y-ekseni üzerinde hareket etmektedir.

AB doğrusu üzerinde ve B den 3 br uzaklıkta olan noktaların geometrik yeri, aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x^2 + 3y^2 = 12$ B) $9x^2 + 4y^2 = 36$
 C) $3x^2 + 4y^2 = 12$ D) $x^2 + 4y^2 = 36$
 E) $4x^2 + y^2 = 36$

ÇÖZÜM



$\triangle BKP \sim \triangle PHA$ dir.

$$\frac{y-k}{k} = \frac{h}{x-h} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{h}{x-h} = \frac{1}{2} \Rightarrow x-h = 2h \Rightarrow x = 3h$$

$$\frac{y-k}{k} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2y-2k = k \Rightarrow y = \frac{3k}{2}$$

$|AB| = \sqrt{x^2 + y^2} = 9$ dan

$$x^2 + y^2 = 81 \Rightarrow (3h)^2 + \left(\frac{3k}{2}\right)^2 = 81$$

$$\Rightarrow 9h^2 + \frac{9}{4}k^2 = 81$$

$$\Rightarrow 36h^2 + 9k^2 = 324$$

$$\Rightarrow 4h^2 + k^2 = 36 \text{ olur.}$$

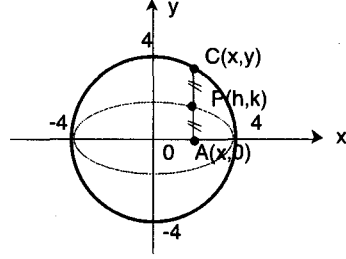
O halde aranan geometrik yer
 $4x^2 + y^2 = 36$ elipsidir.

YANIT "E"

18. $x^2 + y^2 = 16$ çemberi üzerindeki noktaların ordinatlarını $\frac{1}{2}$ oranında bölen noktaların **geometrik yerinin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{\sqrt{2}} = 1$ B) $x^2 + 4y^2 = 1$
 C) $x^2 + 3y^2 = 1$ D) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$
 E) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

ÇÖZÜM



[AC] nin orta noktasının koordinatları,

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{x+x}{2} = x \\ k &= \frac{y+0}{2} = \frac{y}{2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} x &= h \\ y &= 2k \end{aligned} \text{ dir.}$$

$$x^2 + y^2 = 16 \Rightarrow h^2 + 4k^2 = 16 \text{ dir.}$$

Geometrik yerin denklemini ise

$$x^2 + 4y^2 = 16 \text{ elipsidir.}$$

YANIT "B"

19. Denklemleri $2x^2 + 3y^2 - 8x + 6y - 7 = 0$ olan elipsin standart denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{6} = 1$
 B) $\frac{(x+2)^2}{6} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$
 C) $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{6} = 1$
 D) $\frac{(x-2)^2}{6} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$
 E) $\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{6} = 1$

ÇÖZÜM

$$2x^2 + 3y^2 - 8x + 6y - 7 = 0$$

$$2(x^2 - 4x) + 3(y^2 + 2y) - 7 = 0$$

$$2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3(y^2 + 2y + 1 - 1) - 7 = 0$$

$$2(x-2)^2 - 8 + 3(y+1)^2 - 3 - 7 = 0$$

$$2(x-2)^2 + 3(y+1)^2 = 18$$

$$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{6} = 1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

20. $7x^2 - 6\sqrt{3}xy + 13y^2 - 16 = 0$ elipsinde xy 'li terimi yok etmek için, elips kaç derece döndürülmelidir?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

ÇÖZÜM

xy 'li terimi yok etmek için

$\tan 2\theta = \frac{B}{A-C}$ eşitliğini sağlayan θ dönmesini uygulamamız gerekir.

$$\left. \begin{array}{l} A = 7 \\ B = -6\sqrt{3} \\ C = 13 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \tan 2\theta = \frac{-6\sqrt{3}}{7-13} = \frac{-6\sqrt{3}}{-6} \\ \tan 2\theta = \sqrt{3} \Rightarrow 2\theta = 60^\circ \text{ ve} \\ \theta = 30^\circ \text{ bulunur.} \end{array}$$

YANIT "B"

21. $16x^2 + 25y^2 = 400$ elipsinin $P(3, \frac{16}{5})$ noktasındaki normali ile PF doğrusu arasındaki dar açının tanjantı kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

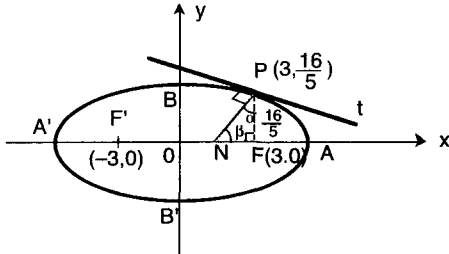
ÇÖZÜM

$$16x^2 + 25y^2 = 400 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \text{ dir.}$$

$$y' = -\frac{\frac{2x}{25}}{\frac{2y}{16}} = -\frac{16x}{25y} \text{ ise}$$

$$\text{teğetin eğimi } m_t = -\frac{16 \cdot 3}{25 \cdot \frac{16}{5}} = -\frac{3}{5} \text{ dir.}$$

$$\text{Normalin eğimi } m_n = \frac{5}{3} \text{ tür.}$$



$$\left. \begin{array}{l} a^2 = 25 \\ b^2 = 16 \end{array} \right\} c^2 = 9 \text{ ve } c = 3 \text{ tür.}$$

$F(3, 0)$ ve $P(3, \frac{16}{5})$ olduğundan

$$[PF] \perp [AA'] \text{ dür. } IPFI = \frac{16}{5} \text{ ve}$$

$m_n = \tan \beta = \frac{5}{3}$ ise PNF dik üçgeninde

$$\tan \beta = \frac{\frac{16}{5}}{INFI} = \frac{5}{3}$$

$$INFI = \frac{48}{25} \text{ olur.}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{48}{25}}{\frac{16}{5}} = \frac{48}{25} \cdot \frac{5}{16} = \frac{3}{5} \text{ bulunur.}$$

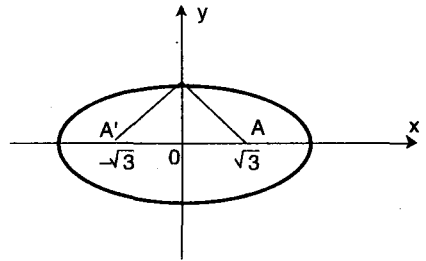
YANIT "C"

22. $A(-\sqrt{3}, 0)$ ve $B(\sqrt{3}, 0)$ noktalarına olan uzaklıkları toplamı $4\sqrt{3}$ birim olan noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

A) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ B) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$
C) $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{6} = 1$ D) $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{8} = 1$
E) $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{9} = 1$

ÇÖZÜM

Aranan geometrik yer odakları A' ve A olan şekildeki elipstir.



$$2a = 4\sqrt{3} \Rightarrow a = 2\sqrt{3} \text{ ve}$$

$$c = \sqrt{3} \text{ olup}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 12 = b^2 + 3$$

$$\Rightarrow b^2 = 9$$

$$\Rightarrow b = 3 \text{ olur.}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{9} = 1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

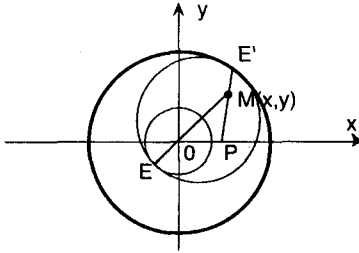
23. $x^2 + y^2 = 1$ ve $x^2 + y^2 - 4x - 21 = 0$ çemberlerine içten teğet olan değişken bir çemberin merkezinin geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$ B) $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$
 C) $\frac{(x-1)^2}{8} + \frac{y^2}{9} = 1$ D) $\frac{(x-1)^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$
 E) $8x^2 + 9y^2 = 72$

ÇÖZÜM

$$x^2 + y^2 - 4x - 21 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 + y^2 = 25$$

biçiminde yazarsak, çemberin merkezi $P(2, 0)$ ve yarıçapı $r = 5$ br olur. Bu iki çembere içten teğet olan çemberin merkezi $M(x, y)$ ve değme noktaları E, E' olsun.



$$IMEI = IME'I \text{ veya}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} - 1 = 5 - \sqrt{(x-2)^2 + y^2} \text{ dir.}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 6 - \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$$

$$x^2 + y^2 = 36 - 12\sqrt{(x-2)^2 + y^2} + x^2 - 4x + 4 + y^2$$

$$12\sqrt{(x-2)^2 + y^2} = 40 - 4x$$

$$3\sqrt{(x-2)^2 + y^2} = 10 - x$$

$$9(x-2)^2 + 9y^2 = 100 - 20x + x^2$$

$$9x^2 - 36x + 36 + 9y^2 = 100 - 20x + x^2$$

$$8x^2 - 16x + 9y^2 - 64 = 0$$

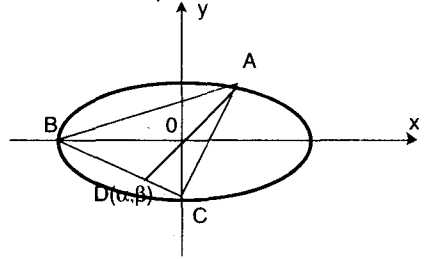
$$\text{Buradan } \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1 \text{ elipsi bulunur.}$$

YANIT "A"

24. Bir ABC üçgeninin kenarortaylarının kesim noktası O merkezi (orijin) ile çakıştığına göre, bu koşulu sağlayan bütün üçgenlerin kenarlarının orta noktalarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ B) $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$
 C) $\frac{x^2}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{b}{2}\right)^2} = 1$ D) $\frac{x^2}{\left(\frac{b}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = 1$
 E) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

ÇÖZÜM



A noktasının koordinatları (x, y) ve BC nin D orta noktasının koordinatları (α, β) olsun.

O ağırlık merkezi olduğundan

$$\vec{OA} = -2 \cdot \vec{OD} \text{ olur.}$$

$$x = -2\alpha, \quad y = -2\beta \text{ dir.}$$

$$A(x, y) \text{ koordinatları } b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

denklemini gerçekler. O halde,

$$b^2 \cdot (-2\alpha)^2 + a^2 \cdot (2\beta)^2 = a^2b^2$$

$$\frac{\alpha^2}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{\beta^2}{\left(\frac{b}{2}\right)^2} = 1 \text{ bulunur.}$$

α yerine x , β yerine y yazılırsa, bütün D noktalarının geometrik yeri olan

$$\frac{x^2}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{b}{2}\right)^2} = 1 \text{ elipsi elde edilir.}$$

YANIT "C"

ÇÖZÜMLÜ TEST - 2

1. Odaklarından biri $F'(-5, 0)$ ve asal eksen uzunluğu 6 br olan hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - y^2 = 9$ B) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$
 C) $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$ D) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$
 E) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

ÇÖZÜM

$$F'(-5, 0) \Rightarrow c = 5$$

$$\text{asal eksen uzunluğu } 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 25 = 9 + b^2 \Rightarrow b = 4 \text{ olur.}$$

$$a = 3 \left\{ \begin{array}{l} \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1 \text{ bulunur.} \\ b = 4 \end{array} \right.$$

YANIT "E"

2. Asimptotlarından biri $y = \frac{5}{4}x$ olan ve $P(8, 0)$ noktasından geçen hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{64} = 1$ B) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{100} = 1$
 C) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$ D) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$
 E) $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{10} = 1$

ÇÖZÜM

$$\text{Asimptot denklemi } y = \frac{b}{a}x \text{ dir.}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{b}{a}x \\ y = -\frac{b}{a}x \end{array} \right\} \frac{b}{a} = \frac{5}{4} \text{ olur.}$$

Hiperbol x-ekseni üzerindeki $P(8, 0)$ noktasından geçtiğine göre $a = 8$ dir.

$$\frac{b}{a} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{b}{8} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow b = 10 \text{ olur.}$$

Hiperbolün denklemi ise

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{100} = 1 \text{ dir.}$$

YANIT "B"

3. $4x^2 - y^2 = 16$ hiperbolünün asimptotları arasındaki açının sinüsü kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ÇÖZÜM

$$4x^2 - y^2 = 16 \Rightarrow \frac{4x^2}{16} - \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1 \text{ dir.}$$

$$a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$b^2 = 16 \Rightarrow b = 4 \text{ olup asimptotlar}$$

$$y = \pm \frac{b}{a}x \Rightarrow y = \pm \frac{4}{2}x$$

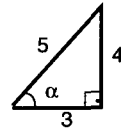
$$\Rightarrow y = \pm 2x \text{ olur.}$$

Asimptot doğrularının eğimleri $m_1 = -2$ ve $m_2 = 2$ alınırsa, asimptotlar arasındaki açının tanjantı,

$$\tan \alpha = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{-2 - 2}{1 + (-2) \cdot 2}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{-4}{-3}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{4}{3} \text{ olur.}$$



$$0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5} \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

4. $\{(x, y) \mid x = 2 \tan \alpha, y = \frac{4}{\cos \alpha}, \alpha \in \mathbb{R}\}$

kümesinin belirlediği geometrik yerin denklemi nedir?

A) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$ B) $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{2} = 1$
 C) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ D) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$
 E) $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{16} = 1$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
 x &= 2 \tan \alpha \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \\
 &\Rightarrow \frac{x^2}{4} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \\
 y &= \frac{4}{\cos \alpha} \Rightarrow \frac{y}{4} = \frac{1}{\cos \alpha} \\
 &\Rightarrow \frac{y^2}{16} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad \text{olup} \\
 \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \\
 \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} &= \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \\
 \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} &= \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \\
 \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} &= 1
 \end{aligned}$$

hiperbolü elde edilir.

YANIT "D"

5. $x^2 - y^2 = 4$ hiperbolü ile $y = 3 - x$ doğrusunun kesim noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{13}{6}, \frac{5}{6}\right)$ B) $\left(\frac{5}{6}, \frac{13}{6}\right)$ C) $\left(-\frac{13}{6}, -\frac{5}{6}\right)$
D) $\left(-\frac{13}{6}, \frac{5}{6}\right)$ E) $\left(\frac{13}{6}, -\frac{5}{6}\right)$

ÇÖZÜM

$$\left. \begin{aligned} x^2 - y^2 &= 4 \\ y &= 3 - x \end{aligned} \right\} \text{ denklemler sistemini çözelim.}$$

$$\begin{aligned}
 x^2 - (3-x)^2 &= 4 \Rightarrow x^2 - (9 - 6x + x^2) = 4 \\
 &\Rightarrow x^2 - x^2 + 6x - 9 = 4 \\
 &\Rightarrow 6x = 13 \\
 &\Rightarrow x = \frac{13}{6} \text{ ve } y = 3 - \frac{13}{6}
 \end{aligned}$$

$$y = \frac{5}{6} \text{ olur.}$$

O halde kesim noktası $\left(\frac{13}{6}, \frac{5}{6}\right)$ olup bir tanedir.

YANIT "A"

6. $y = 2x + n$ doğrusunun $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{10} = 1$ hiperbolüne teğet olması için n kaç olmalıdır?

A) $\pm\sqrt{5}$ B) $\pm\sqrt{6}$ C) $\pm\sqrt{7}$
D) ± 3 E) ± 4

ÇÖZÜM

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{10} = 1 \Rightarrow a^2 = 4 \text{ ve } b^2 = 10 \text{ dur.}$$

$$y = 2x + n \Rightarrow m = 2$$

$$n = n \text{ dir.}$$

Teğet olma koşulu : $a^2 \cdot m^2 - b^2 = n^2$ dir.

$$4 \cdot 2^2 - 10 = n^2$$

$$\Rightarrow n^2 = 6$$

$$\Rightarrow n = \pm\sqrt{6} \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

7. $4x^2 - 9y^2 = 7$ hiperbolüne üzerindeki $A(2, y)$, $y > 0$ noktasından çizilen teğetin denklemini nedir?

A) $8x - 9y = 7$ B) $9x - 8y = 7$
C) $8x - 9y = -7$ D) $9x - 8y = -7$
E) $8x + 9y = 7$

ÇÖZÜM

$$4x^2 - 9y^2 = 7 \text{ hiperbolünde}$$

$$x = 2 \Rightarrow 4 \cdot 2^2 - 9y^2 = 7$$

$$\Rightarrow 16 - 9y^2 = 7$$

$$\Rightarrow 9 = 9y^2$$

$$\Rightarrow y = 1$$

$$\Rightarrow A(2, 1) \text{ olur.}$$

$$4x^2 - 9y^2 = 7 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{7}{4}} - \frac{y^2}{\frac{7}{9}} = 1 \text{ dir.}$$

1. YOL :

Teğet denklemi ;

$$\frac{x \cdot x_1}{a^2} - \frac{y \cdot y_1}{b^2} = 1 \text{ olduğundan}$$

$$\frac{x \cdot 2}{\frac{7}{4}} - \frac{y \cdot 1}{\frac{7}{9}} = 1 \Rightarrow 8x - 9y = 7 \text{ bulunur.}$$

2. YOL : $4x^2 - 9y^2 = 7 \Rightarrow 8x - 18y \cdot y' = 0$

olup A(2, 1) deki teğetin eğimi

$$8 \cdot 2 - 18 \cdot 1 \cdot y' = 0 \Rightarrow m = y' = \frac{16}{18}$$

$$\Rightarrow m = \frac{8}{9} \text{ olur.}$$

O halde teğetin denklemi

$$y - 1 = \frac{8}{9}(x - 2) \Rightarrow 9y - 9 = 8x - 16$$

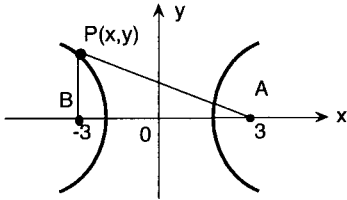
$$\Rightarrow 8x - 9y = 7 \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

8. A(3, 0) ve B(-3, 0) noktalarına uzaklıkları farkı $4\sqrt{2}$ birim olan noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $x^2 - y^2 = 1$ B) $3x^2 - 4y^2 = 1$
 C) $4x^2 - 3y^2 = 1$ D) $x^2 - 8y^2 = 1$
 E) $2x^2 - 8y^2 = 1$

ÇÖZÜM



Şekilden de görüleceği gibi problem hiperbolün tanımındır.

Odaklar A ve B olup $c = 3$ dür.

$$|PA| - |PB| = 2a \Rightarrow 2a = 4\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow a = 2\sqrt{2} \text{ dir.}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 9 = 8 + b^2$$

$$\Rightarrow b = 1 \text{ olur.}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{1} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 8y^2 = 1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

9. $9x^2 - 4y^2 = 36$ hiperbolünün eşleniği aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x^2 + 9y^2 = 36$ B) $9x^2 + 4y^2 = 36$
 C) $4x^2 - 9y^2 = 36$ D) $4y^2 - 9x^2 = 36$
 E) $9x^2 - 4y^2 = -36$

ÇÖZÜM

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ hiperbolünün eşleniği $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ hiperbolüdür. O halde $9x^2 - 4y^2 = 36$ hiperbolünün eşleniği $4y^2 - 9x^2 = 36$ hiperbolüdür.

YANIT "D"

10. A(2, 3), B(-4, -1) noktaları veriliyor. $m_{PA} \cdot m_{PB} = 4$ koşulunu sağlayan P(x, y) noktalarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $32x^2 - 8y^2 = 256$
 B) $8x^2 - 32y^2 = 256$
 C) $\frac{(x-2)^2}{8} - \frac{(y-3)^2}{32} = 1$
 D) $\frac{(x+4)^2}{8} - \frac{(y+1)^2}{32} = 1$
 E) $\frac{(x+1)^2}{8} - \frac{(y-1)^2}{32} = 1$

ÇÖZÜM

Geometrik yere ait nokta P(x, y) olsun.

$$m_{PA} \cdot m_{PB} = 4 \text{ ise}$$

$$\frac{y-3}{x-2} \cdot \frac{y+1}{x+4} = 4 \Rightarrow$$

$$y^2 - 2y - 3 = 4(x^2 + 2x - 8)$$

$$y^2 - 2y + 1 - 4 = 4 \cdot (x^2 + 2x + 1 - 9)$$

$$(y-1)^2 - 4 = 4 \cdot (x+1)^2 - 36$$

$$4(x+1)^2 - (y-1)^2 = 32$$

$$\frac{(x+1)^2}{8} - \frac{(y-1)^2}{32} = 1$$

hiperbolü geometrik yerdir.

YANIT "E"

11. Odakları apsis ekseninde, dış merkezliği $\frac{5}{4}$ ve odakların birinden geçen en küçük kirisinin uzunluğu 9 birim olan hiperbolün denklemi nedir?

- A) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ B) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$
 C) $\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{18} = 1$ D) $\frac{x^2}{18} - \frac{y^2}{32} = 1$
 E) $x^2 - y^2 = 36$

ÇÖZÜM

$$e = \frac{c}{a} = \frac{5}{4} \Rightarrow c = 5k, a = 4k \text{ alalım.}$$

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \Rightarrow 25k^2 = 16k^2 + b^2 \\ &\Rightarrow 9k^2 = b^2 \\ &\Rightarrow b = 3k \text{ olur.} \end{aligned}$$

Odaktan geçen en kısa kiriş parametre olup

$$\begin{aligned} 2p &= \frac{2b^2}{a} = 9 \Rightarrow \frac{2 \cdot 9k^2}{4k} = 9 \\ &\Rightarrow k = 2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$a = 4k = 8$ ve $b = 3k = 6$ ise

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

12. $\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{6} = 1$ hiperbolüne üzerindeki $P(5, -2)$ noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = x + 7$ B) $y = 7 - x$ C) $y = x - 7$
D) $y = -x - 5$ E) $y = x - 5$

ÇÖZÜM

$$y' = -\frac{\frac{25x}{15}}{\frac{2y}{6}} = \frac{2x}{5y}$$

$$\text{Teğetin eğimi } m_t = \frac{2.5}{5 \cdot (-2)} = -1$$

Normalin eğimi $m_n = 1$ dir.

Normalin denklemi ise

$$y + 2 = 1 \cdot (x - 5) \Rightarrow y = x - 7 \text{ dir.}$$

YANIT "C"

13. Bir üçgenin iki köşesinin koordinatları $A(-4, 0)$ ve $B(4, 0)$ dir. Bu üçgenin değişken kenarlarının üzerinde bulunduğu doğruların eğimleri çarpımı $\frac{3}{5}$ ise, üçüncü köşesinin geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $3x^2 + 5y^2 = 48$ B) $5x^2 + 3y^2 = 48$
C) $5x^2 - 3y^2 = 48$ D) $3x^2 - 5y^2 = 48$
E) $3x^2 - 3y^2 = 1$

ÇÖZÜM

Şekilde ;

$$m_{PA} = \frac{y}{x+4}$$

$$m_{PB} = \frac{y}{x-4}$$

olup

$$m_{PA} \cdot m_{PB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{y}{x+4} \cdot \frac{y}{x-4} = \frac{3}{5}$$

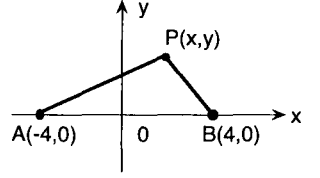
$$\Rightarrow \frac{y^2}{x^2 - 16} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 48 = 5y^2$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 5y^2 = 48$$

hiperbolü elde edilir.

YANIT "D"



14. Odağı $(3, 0)$ ve doğrultmanı $x+3 = 0$ olan parabolün denklemi nedir?

- A) $y^2 = 6x$ B) $y^2 = 12x$ C) $y^2 = -6x$
D) $y^2 = -12x$ E) $y^2 = x$

ÇÖZÜM

Odak ile doğrultman başlangıç noktasına göre simetrik olduğundan, parabolün köşesi orijin olup, odak apsis eksenı üzerindedir.

$$\frac{p}{2} = 3 \Rightarrow p = 6 \text{ olup denklem,}$$

$$y^2 = 2px \Rightarrow y^2 = 2 \cdot 6 \cdot x$$

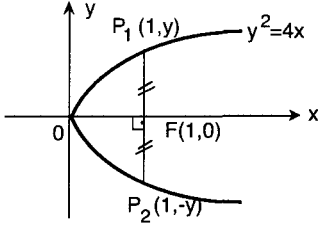
$$\Rightarrow y^2 = 12x \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

15. $y^2 = 4x$ parabolünün odağından geçen ve eksenine dik olan kirişin uzunluğu kaç br dir?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

ÇÖZÜM



$$2p = 4 \Rightarrow \frac{p}{2} = 1 \text{ dir.}$$

Parabolün odağı $F(1, 0)$ olur. Kirişin parabolü kestiği noktaların apsisi 1 dir.

$P(1, y)$ noktası parabol denkleminde yerine yazılırsa ;

$$y^2 = 4 \Rightarrow y = \pm 2 \text{ olur.}$$

Buradan $P_1(1, 2)$ ve $P_2(1, -2)$ bulunur.

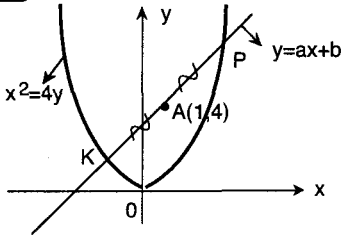
$$|P_1P_2| = 4 \text{ br dir.}$$

YANIT "E"

16. $x^2 - 4y = 0$ parabolünün bir kirişinin orta noktası $A(1, 4)$ ise, bu kirişin üzerinde bulunduğu doğrunun denklemi nedir?

- A) $x - y + 7 = 0$ B) $x - 2y - 7 = 0$
 C) $x - 2y + 7 = 0$ D) $x + 2y + 7 = 0$
 E) $x + y + 7 = 0$

ÇÖZÜM



Doğrunun denklemi $y = ax + b$ olsun.

$A(1, 4)$ bu denklemi sağlayacağından

$$4 = a \cdot 1 + b \Rightarrow a + b = 4 \quad \textcircled{1} \text{ olur.}$$

$K(x_1, y_1)$ $P(x_2, y_2)$ noktalarını ortak çözüm-den bulalım.

$$\left. \begin{array}{l} x^2 = 4y \\ y = ax + b \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 = 4 \cdot (ax + b) \\ \Rightarrow x^2 - 4ax - 4b = 0$$

Denklemin kökleri x_1 ve x_2 olup

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = 1 \Rightarrow \frac{4a}{2} = 1$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2} \quad \textcircled{2} \text{ olur.}$$

① ve ② den

$$a = \frac{1}{2} \text{ ve } a + b = 4 \Rightarrow \frac{1}{2} + b = 4$$

$$\Rightarrow b = \frac{7}{2} \text{ bulunur.}$$

O halde doğrunun denklemi

$$y = ax + b \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$$

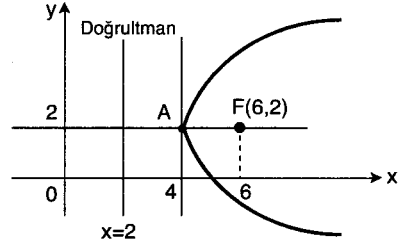
$$\Rightarrow x - 2y + 7 = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

17. Tepe noktası $A(4, 2)$, odağı $F(6, 2)$ olan parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y^2 - 4y - 8x - 36 = 0$ B) $y^2 - 4y + 8x = 0$
 C) $y^2 = 8x$ D) $y^2 + 4x - 8 = 0$
 E) $y^2 - 4y - 8x + 36 = 0$

ÇÖZÜM



$$|AF| = \frac{p}{2} = 6 - 4$$

$$\frac{p}{2} = 2 \Rightarrow p = 4 \text{ dür.}$$

Tepe noktası $(4, k)$ olan parabolün denklemi

$$(y - k)^2 = 2p \cdot (x - 4) \text{ dir.}$$

$$(y - 2)^2 = 2 \cdot 4 \cdot (x - 4)$$

$$y^2 - 4y + 4 = 8x - 32 \text{ veya}$$

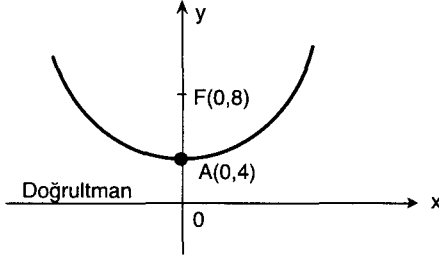
$$y^2 - 4y - 8x + 36 = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

18. Odağı $F(0, 8)$ noktası, doğrultmanı x -ekseni olan parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 8y - 32 = 0$ B) $x^2 - 8y + 64 = 0$
 C) $x^2 + 8y - 64 = 0$ D) $x^2 - 16y + 64 = 0$
 E) $x^2 + 16y - 64 = 0$

ÇÖZÜM



$$|AF| = \frac{p}{2} = 4 \Rightarrow p = 8 \text{ dir.}$$

Tepe noktası $(0, 4)$ olan parabolün denklemini

$$(x-0)^2 = 16 \cdot (y-4) \text{ yada}$$

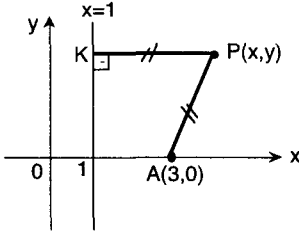
$$x^2 - 16y + 64 = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

19. $A(3, 0)$ noktasına ve $x = 1$ doğrusuna uzaklıkları eşit olan noktaların geometrik yerinin denklemini nedir?

- A) $y^2 + x - 1 = 0$ B) $y^2 + 2x + 4 = 0$
 C) $y^2 + 4x + 8 = 0$ D) $y^2 - 2x + 4 = 0$
 E) $y^2 - 4x + 8 = 0$

ÇÖZÜM



$IPK = x-1$ olup $IPA = IPK$ ise

$$\sqrt{(x-3)^2 + y^2} = x-1$$

$$(x-3)^2 + y^2 = (x-1)^2$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$y^2 - 4x + 8 = 0 \text{ parabolü bulunur.}$$

YANIT "E"

20. $y^2 = 16x$ parabolüne üzerindeki $P(1, 4)$ noktasından çizilen teğetin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 2x + 2$ B) $y = 2x + 1$ C) $y = 2x$
 D) $y = 2x - 1$ E) $y = 2x - 2$

ÇÖZÜM

$y^2 = 2px$ parabolüne $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetin denklemini $y \cdot y_0 = p \cdot (x + x_0)$ olduğundan

$$\left. \begin{array}{l} y^2 = 16x \\ P(1, 4) \\ 2p = 16 \\ p = 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y \cdot 4 = 8 \cdot (x + 1) \\ y = 2x + 2 \text{ bulunur.} \end{array}$$

YANIT "A"

21. $y = 2x + 4$ doğrusunun $y^2 = ax$ parabolüne teğet olması için $a \in \mathbb{R}^+$ ne olmalıdır?

- A) 34 B) 32 C) 30 D) 28 E) 24

ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} y^2 = ax \\ y = 2x + 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{denklemin sisteminin} \\ \text{çözümünde } \Delta = 0 \text{ olmalıdır.} \end{array}$$

$$(2x+4)^2 = ax$$

$$4x^2 + 16x + 16 = ax$$

$$4x^2 + (16-a)x + 16 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow \Delta = (16-a)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 16 = 0$$

$$\Rightarrow 256 - 32a + a^2 - 256 = 0$$

$$a^2 - 32a = 0$$

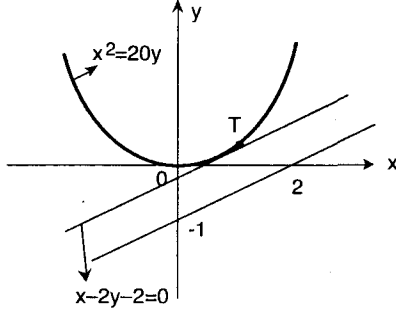
$$a \neq 0 \text{ ve } a = 32 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

22. Denklemini $x^2 = 20y$ olan parabolün $x - 2y - 2 = 0$ doğrusuna en yakın noktasının koordinatları nedir?

- A) $\left(\frac{5}{4}, 5\right)$ B) $(5, 5)$ C) $\left(5, \frac{5}{4}\right)$
 D) $\left(5, \frac{4}{5}\right)$ E) $\left(\frac{4}{5}, 5\right)$

ÇÖZÜM



En yakın nokta $x - 2y - 2 = 0$ doğrusuna paralel olan teğetin değme noktasıdır.

$$x^2 = 20y \Rightarrow 2x = 20y' \\ \Rightarrow y' = \frac{2x}{20} = \frac{x}{10}$$

eğimlerin eşitliğinden

$$\frac{x}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 5 \text{ olup } T(5, y) \text{ dir.}$$

T noktası parabolün üzerinde olup, denklemi sağlar.

$$x^2 = 20y \Rightarrow 25 = 20y \\ \Rightarrow y = \frac{25}{20} = \frac{5}{4} \text{ olur.}$$

O halde en yakın noktanın koordinatları

$$T\left(5, \frac{5}{4}\right) \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

23. Tepesi (0, 0) noktasında, eksen y-ekseni olan ve P(6, 4) noktasından geçen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 = 9y$ B) $x^2 = 6y$ C) $y^2 = 9x$
D) $y^2 = 16x$ E) $x^2 = \frac{9}{10}y$

ÇÖZÜM

Tepesi (0, 0), eksen y-ekseni olan parabolün denklemi $x^2 = 2py$ dir.

P(6, 4) noktası bu denklemi sağlar.

$$6^2 = 2p \cdot 4 \Rightarrow 2p = 9 \text{ olur.}$$

Parabolün denklemi ise $x^2 = 9y$ dir.

YANIT "A"

24. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ elipsi ile P(-2, 1) noktası veriliyor. P noktası tarafından iki eşit parçaya bölünen elips kirişinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x+2y-1=0$ B) $9x-5y-24=0$
C) $9x-5y+24=0$ D) $18x-25y+61=0$
E) $18x-25y-61=0$

ÇÖZÜM

P noktasından geçen elips köşegeninin denklemi $y = -\frac{1}{2}x$ dir. Aranılan kiriş ise, bu doğrunun eşleniği olan köşegene paraleldir.

Eşlenik köşegen denklemi

$$y = -\frac{b^2}{a^2 m} \cdot x \text{ veya } y = \frac{18}{25}x$$

olduğundan, aranılan kiriş eğimi $m = \frac{18}{25}$ olan ve P(-2, 1) noktasından geçen doğru olup, denklemi $18x - 25y + 61 = 0$ dir.

YANIT "D"

ÇÖZÜMLÜ TEST - 3

1. $4x^2 - 3xy + y^2 - 1 = 0$ denklemi nasıl bir konik belirtir?

A) Elips B) Hiperbol C) Parabol
D) Çember E) Paralel iki doğru

ÇÖZÜM

$$4x^2 - 3xy + y^2 - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} A = 4 & \quad B^2 - 4AC = (-3)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 \\ B = -3 & \quad B^2 - 4AC = 9 - 16 \\ C = 1 & \quad B^2 - 4AC = -7 < 0 \end{aligned}$$

olduğundan denklem elips, nokta çember yada boş küme belirtir.

$A \neq C$ ve $B \neq 0$ olduğundan denklemin elips, nokta ya da boş küme olduğu söylenebilir.

YANIT "A"

2. $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$ ikinci derece denklemi ne belirtir?

A) Elips B) Hiperbol
C) Parabol D) Kesişen iki doğru
E) Çakışık iki doğru

ÇÖZÜM

$$x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0 \text{ ise}$$

$$(x-y)^2 + 2 \cdot (x-y) + 1 = 0$$

$$(x-y+1) \cdot (x-y+1) = 0$$

$$x - y + 1 = 0, \quad x - y + 1 = 0 \text{ olup}$$

çakışık iki doğru belirtir.

YANIT "E"

3. $2x^2 - xy - 3y^2 = 0$ ikinci derece denklemi ne belirtir?

A) Elips B) Hiperbol
C) Parabol D) Kesişen iki doğru
E) Paralel iki doğru

ÇÖZÜM

$$2x^2 - xy - 3y^2 = 0 \Rightarrow (x+y)(2x-3y) = 0$$

$$\Rightarrow x+y = 0 \text{ veya } 2x-3y = 0$$

olup kesişen iki doğru belirtir.

YANIT "D"

4. $4x^2 + y^2 - 4x + 4y + 5 = 0$ ikinci derece denklemi ne belirtir?

A) Elips B) Hiperbol C) Nokta
D) Parabol E) Boş küme

ÇÖZÜM

$$4x^2 + y^2 - 4x + 4y + 5 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (2x-1)^2 + (y+2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2x-1 = 0 \text{ ve } y+2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ ve } y = -2$$

olup $\left(\frac{1}{2}, -2\right)$ noktasını belirtir.

YANIT "C"

ZAFER YAYINLARI

5. $3x^2 - 4y^2 + 6x + 24y - 135 = 0$ konik denkleminin standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{(x+1)^2}{34} - \frac{(y-3)^2}{\frac{51}{2}} = 1$

B) $\frac{(x+1)^2}{102} - \frac{(y-3)^2}{102} = 1$

C) $\frac{x^2}{34} - \frac{y^2}{51} = 1$

D) $\frac{(x-1)^2}{34} - \frac{(y+3)^2}{\frac{51}{2}} = 1$

E) $\frac{(x-1)^2}{102} - \frac{(y+3)^2}{102} = 1$

ÇÖZÜM

$$3x^2 - 4y^2 + 6x + 24y - 135 = 0$$

$$3(x^2 + 2x) - 4(y^2 - 6y) - 135 = 0$$

$$3(x^2 + 2x + 1 - 1) - 4(y^2 - 6y + 9 - 9) - 135 = 0$$

$$3(x+1)^2 - 3 - 4(y-3)^2 + 36 - 135 = 0$$

$$3(x+1)^2 - 4(y-3)^2 = 102$$

$$\frac{3(x+1)^2}{102} - \frac{4(y-3)^2}{102} = 1$$

$$\frac{(x+1)^2}{34} - \frac{(y-3)^2}{\frac{51}{2}} = 1$$

Hiperbolü bulunur.

YANIT "A"

6. $4x^2 - 4xy + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$ ikinci derece denklemini ne belirtir?

- A) Elips B) Paralel iki doğru
C) Kesişen iki doğru D) Hiperbol
E) Çember

ÇÖZÜM

$$4x^2 - 4xy + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0 \text{ ise}$$

$$(2x - y)^2 - 2(2x - y + 1) - 1 = 0$$

$$(2x - y)^2 - 1 - 2(2x - y + 1) = 0$$

$$(2x - y - 1)(2x - y + 1) - 2(2x - y + 1) = 0$$

$$(2x - y + 1)(2x - y - 1 - 2) = 0$$

$$(2x - y + 1)(2x - y - 3) = 0$$

$$2x - y + 1 = 0 \text{ veya } 2x - y - 3 = 0 \text{ olup}$$

paralel iki doğru belirtir.

YANIT "B"

7. $x^2 - mxy + y^2 - 2x + 3y = 0$ denkleminin bir parabol belirtmesi için m kaç olmalıdır?

- A) 0 B) ∓ 1 C) ∓ 2 D) ∓ 3 E) ∓ 4

ÇÖZÜM

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

denkleminin parabol belirtmesi için

$$B^2 - 4AC = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$B^2 - 4AC = 0 \Rightarrow m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 = 4$$

$$\Rightarrow m = \pm 2 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

8. $x^2 + 2xy + y^2 + 2x + 2y + n = 0$ koniğinin çakışık iki doğru belirtmesi için n kaç olmalıdır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

ÇÖZÜM

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2x + 2y + n = 0 \text{ ise}$$

$(x+y)^2 + 2(x+y) + n = 0$ denklemini bir tamkare olmalıdır.

$$n = 1 \Rightarrow (x+y)^2 + 2(x+y) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x+y+1)^2 = 0 \text{ olur. O halde}$$

$n = 1$ için çakışık iki doğru belirler.

YANIT "D"

9. $xy + 3x - 4y - 2 = 0$ koniğinin simetri merkezinin koordinatları nedir?

- A) (3, -3) B) (-3, -3) C) (4, 3)
D) (-4, 3) E) (4, -3)

ÇÖZÜM

$$xy + 3x - 4y - 2 = 0 \Rightarrow y(x-4) = -3x + 2$$

$$\Rightarrow y = \frac{-3x + 2}{x - 4} \text{ olup}$$

bu konik bir hiperboldür.

Simetri merkezi asimptotların kesim noktası olacağından,

$$\text{Düşey asimptot ; } x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$\text{Yatay asimptot ; } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x + 2}{x - 4} = -3$$

olup $y = -3$ dür.

O halde simetri merkezi (4, -3) olur.

YANIT "E"

10. $ax^2 + 9y^2 - 6xy - 4y + 3 = 0$ denkleminin bir elips belirtmesi için a nın en küçük tamsayı değeri kaç olmalıdır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

ÇÖZÜM

$$B^2 - 4AC < 0 \Rightarrow (-6)^2 - 4 \cdot a \cdot 9 < 0$$

$$\Rightarrow 36 - 36a < 0$$

$$\Rightarrow 1 < a \text{ olur.}$$

a'nın en küçük tamsayı değeri 2 olur.

YANIT "C"

11. $\frac{x^2}{3n-4} + \frac{y^2}{2n-9} = 1$ denkleminin, odakları apsis ekseninde olan bir hiperbol belirtmesi için n'nin alabileceği tamsayı değerleri toplamı kaç olmalıdır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

ÇÖZÜM

$$\frac{x^2}{3n-4} + \frac{y^2}{2n-9} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{3n-4} - \frac{y^2}{9-2n} = 1$$

olur.

$$a^2 = 3n-4 > 0 \Rightarrow n > \frac{4}{3}$$

$$b^2 = 9-2n > 0 \Rightarrow n < \frac{9}{2} \text{ olur}$$

$$\frac{4}{3} < n < \frac{9}{2} \Rightarrow n = 2, 3, 4 \in \mathbb{Z}$$

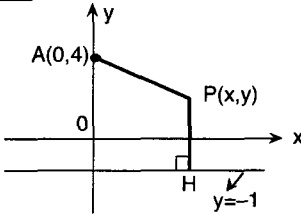
$$\Rightarrow 2 + 3 + 4 = 9 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

12. A(0, 4) noktasına uzaklığı, y = -1 doğrusuna olan uzaklığının 2 katına eşit olan noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $x^2 - 3y - 16x + 12 = 0$
 B) $x^2 - 3y^2 - 16y + 12 = 0$
 C) $3x^2 - y^2 - 16y + 12 = 0$
 D) $3x^2 - y^2 - 16x + 12 = 0$
 E) $x^2 - y^2 - 16y + 12 = 0$

ÇÖZÜM



$$IPAI = 2 \cdot IPHI \text{ ise}$$

$$\sqrt{x^2 + (y-4)^2} = 2 \cdot [y - (-1)]$$

$$x^2 + (y-4)^2 = 4 \cdot (y+1)^2$$

$$x^2 + y^2 - 8y + 16 = 4y^2 + 8y + 4$$

$$x^2 - 3y^2 - 16y + 12 = 0 \text{ elde edilir.}$$

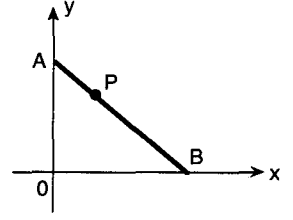
YANIT "B"

13. Şekilde A ve B noktaları eksenler üzerinde hareketli noktalar ve $P \in [AB]$ dir.

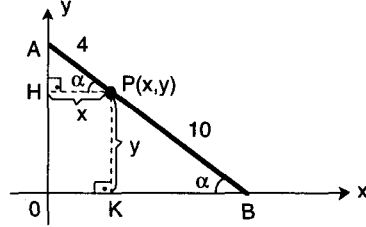
$$\frac{IPAI}{IPBI} = \frac{2}{5} \text{ ve}$$

$|ABI| = 14$ birim ise P noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ B) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{64} = 1$
 C) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ D) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{100} = 1$
 E) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{16} = 1$



ÇÖZÜM



$$IPAI = 2k \text{ ve } IPBI = 5k \text{ ise}$$

$$|ABI| = 7k = 14 \Rightarrow k = 2$$

$$IPAI = 4 \text{ ve } IPBI = 10 \text{ olur.}$$

$$\triangle AHP \text{ den : } \cos \alpha = \frac{x}{4} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{x^2}{16}$$

$$\triangle BKP \text{ den : } \sin \alpha = \frac{y}{10} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{y^2}{100} \text{ olur}$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{100} = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{100} = 1$$

bulunur.

YANIT "D"

14. $4x^2 - 9y^2 = 36$ hiperbolünün asimptotları ile $3x - 2y - 65 = 0$ doğrusunun kesim noktalarının koordinatlarından biri nedir?

- A) (15, -10) B) (-15, 10) C) (15, 10)
 D) (39, -26) E) (-39, 26)

ÇÖZÜM

$$4x^2 - 9y^2 = 36 \Rightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1 \text{ dir.}$$

$$a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$b^2 = 4 \Rightarrow b = 2 \text{ olup asimptot denklemleri,}$$

$$y = \pm \frac{b}{a}x \Rightarrow y = \pm \frac{2}{3}x \text{ olur.}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y - 65 = 0 \\ y = \frac{2}{3}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2 \cdot \frac{2x}{3} = 65 \\ \Rightarrow \frac{5x}{3} = 65 \\ \Rightarrow x = 39, y = 26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y - 65 = 0 \\ y = -\frac{2x}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2 \cdot \left(-\frac{2x}{3}\right) = 65 \\ \Rightarrow \frac{13x}{3} = 65 \\ \Rightarrow x = 15, y = -10 \end{cases}$$

olup kesim noktaları

(39, 26) ve (15, -10) bulunur.

YANIT "A"

15. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{9} = 1$ elipsi ile $y = ax + 7$ doğrusunun teğet olması için a kaç olmalıdır?

- A) 0 B) ∓ 1 C) ∓ 2 D) ∓ 3 E) ∓ 4

ÇÖZÜM

1. YOL : Teğetlik koşulu

$$\begin{aligned} a^2 \cdot m^2 + b^2 &= n^2 \Rightarrow 10 \cdot a^2 + 9 = 49 \\ &\Rightarrow 10a^2 = 40 \\ &\Rightarrow a^2 = 4 \\ &\Rightarrow a = \mp 2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

2. YOL :

Teğetin denklemi

$$\frac{xx_0}{10} + \frac{yy_0}{9} = 1 \Rightarrow 9xx_0 + 10yy_0 - 90 = 0 \text{ ile}$$

$y = ax + 7 \Rightarrow ax - y + 7 = 0$ doğrusu çakışık olmalıdır.

$$\frac{9x_0}{a} = \frac{10y_0}{-1} = \frac{-90}{7} \Rightarrow x_0 = \frac{-10a}{7} \text{ ve } y_0 = \frac{9}{7}$$

$$\text{olup } \frac{9}{7} = a \cdot \frac{-10a}{7} + 7 \Rightarrow 9 = -10a^2 + 49$$

$$\Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \mp 2$$

bulunur.

YANIT "C"

16. Merkezi orijin, dış merkezliği $\frac{\sqrt{5}}{3}$ olan ve $A\left(\sqrt{3}, \frac{2}{3}\right)$ noktasından geçen elipsin denklemi nedir?

A) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

B) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$

C) $\frac{9x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

D) $\frac{x^2}{4} + \frac{9y^2}{16} = 1$

E) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

ÇÖZÜM

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow c = \sqrt{5}k \text{ ve } a = 3k \text{ olur.}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 9k^2 = b^2 + 5k^2$$

$$\Rightarrow b^2 = 4k^2$$

$$\Rightarrow b = 2k \text{ olup elipsin denklemi}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{9k^2} + \frac{y^2}{4k^2} = 1 \text{ olur.}$$

$A\left(\sqrt{3}, \frac{2}{3}\right)$ noktası elips üzerinde olup denklemi sağlar.

$$\begin{aligned} \frac{3}{9k^2} + \frac{\frac{4}{9}}{4k^2} &= 1 \Rightarrow \frac{3}{9k^2} + \frac{1}{9k^2} = 1 \\ &\Rightarrow \frac{4}{9k^2} = 1 \\ &\Rightarrow k^2 = \frac{4}{9} \\ &\Rightarrow k = \frac{2}{3} \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{9k^2} + \frac{y^2}{4k^2} &= 1 \Rightarrow \frac{x^2}{9 \cdot \frac{4}{9}} + \frac{y^2}{4 \cdot \frac{4}{9}} = 1 \\ &\Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{9y^2}{16} = 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

YANIT "D"

17. $x \cdot y = 6$ koniğinin standart biçimi aşağıdaki-lerden hangisidir?

A) $x'^2 - y'^2 = 6$

B) $x'^2 - y'^2 = 12$

C) $x'^2 - y'^2 = 18$

D) $x'^2 - y'^2 = 24$

E) $x'^2 - y'^2 = 30$

ÇÖZÜM

$x \cdot y = 6$ koniğini standart biçime getirmek için

$$\tan 2\theta = \frac{B}{A-C} = \frac{1}{0} = \infty \text{ ise}$$

$$2\theta = 90^\circ \Rightarrow \theta = 45^\circ \text{ lik}$$

bir eksen döndürme dönüşümü uygulanır. Bu dönüşümün denklemi

$$x = x' \cdot \cos\theta - y' \cdot \sin\theta \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (x' - y')$$

$$y = x' \cdot \sin\theta + y' \cdot \cos\theta \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (x' + y')$$

$$x \cdot y = \frac{1}{2} \cdot (x' - y') \cdot (x' + y')$$

$$6 = \frac{1}{2} \cdot (x'^2 - y'^2) \Rightarrow x'^2 - y'^2 = 12$$

ikizkenar hiperbolü bulunur.

YANIT "B"

18. $3x^2 - 4y^2 - 6x - 8y - 10 = 0$ koniğinin birinci dereceden terimleri, eksenler uygun biçimde ötelenerek kaydırılırsa aşağıdaki denklemlerden hangisi elde edilir?

- A) $3x'^2 - 4y'^2 = 9$ B) $4x'^2 - 3y'^2 = 12$
 C) $x'^2 - 3y'^2 = 3$ D) $3x'^2 - 4y'^2 = 10$
 E) $4x'^2 - 3x'^2 = 10$

ÇÖZÜM

$$3x^2 - 4y^2 - 6x - 8y - 10 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) - 4(y^2 + 2y) - 10 = 0$$

$$3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 4(y^2 + 2y + 1 - 1) - 10 = 0$$

$$3(x-1)^2 - 3 - 4 \cdot (y+1)^2 + 4 - 10 = 0$$

$$3(x-1)^2 - 4 \cdot (y+1)^2 = 9 \text{ bulunur.}$$

$$\left. \begin{array}{l} x-1 = x' \\ y+1 = y' \end{array} \right\} \text{ alınırsa koniğin denklemi}$$

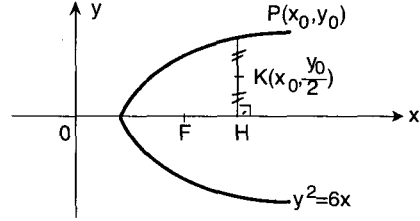
$$3x'^2 - 4y'^2 = 9 \text{ olur.}$$

YANIT "A"

19. $y^2 = 6x$ parabolü üzerinde alınan bir P noktasından x-eksenine indirilen [PH] dikmelelerinin K orta noktalarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 = 3y$ B) $x^2 = \frac{3}{2}y$ C) $y^2 = 2x$
 D) $y^2 = 3x$ E) $y^2 = \frac{3}{2}x$

ÇÖZÜM



$y^2 = 6x$ parabolü üzerinde alınan nokta

$P(x_0, y_0)$ olsun. [PH] in orta noktası olan K'nin koordinatları

$$x = x_0 \left\{ \begin{array}{l} x_0 = x \\ y_0 = 2y \end{array} \right. \text{ dir.}$$

$$y = \frac{y_0}{2} \left\{ \begin{array}{l} x_0 = x \\ y_0 = 2y \end{array} \right. \text{ dir.}$$

$$y_0^2 = 6x_0 \Rightarrow 4y^2 = 6x$$

$$y^2 = \frac{3}{2}x \text{ parabolü}$$

K orta noktalarının geometrik yeridir.

YANIT "E"

20. $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{8} = 1$ elipsine dışındaki $P(9, 2)$ noktasından çizilen teğetlerden birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = \frac{2}{21}x + \frac{20}{7}$ B) $y = -\frac{2}{21}x - \frac{20}{7}$
 C) $y = -\frac{2}{3}x - 4$ D) $y = \frac{2}{3}x - 4$
 E) $y = \frac{2}{3}x + 4$

ÇÖZÜM

P noktasından elipse çizilen teğet $y = mx + n$ olsun. Bu doğru $P(9, 2)$ noktasından geçtiğinden $2 = 9m + n$ ① olur.

$a^2m^2 + b^2 - n^2 = 0$ değme koşulundan

$$18m^2 + 8 - n^2 = 0 \text{ ② olur.}$$

$$\left. \begin{array}{l} 9m + n = 2 \\ 18m^2 + 8 - n^2 = 0 \end{array} \right\} \text{ denklem sistemi çözümlerse}$$

$$18m^2 + 8 - (2-9m)^2 = 0$$

$$18m^2 + 8 - 4 + 36m - 81m^2 = 0$$

$$63m^2 - 36m - 4 = 0 \text{ olur.}$$

$$(21m + 2) \cdot (3m - 2) = 0$$

$$m_1 = -\frac{2}{21}, \quad m_2 = \frac{2}{3}$$

$$n_1 = \frac{20}{7} \text{ ve } n_2 = -4 \text{ bulunur.}$$

Teğet denklemleri ise

$$y = -\frac{2}{21}x + \frac{20}{7} \text{ veya } y = \frac{2}{3}x - 4 \text{ olur.}$$

YANIT "D"

KONİKLER

TEST
1

1. $x^2 + 4y^2 = 8$ elipsinin odaklarından birisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\sqrt{6}, 0)$ B) $(0, -\sqrt{6})$ C) $(4, 0)$
D) $(-4, 0)$ E) $(0, 0)$

2. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1$ elipsi üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından x-eksenine [PH] dikmesi çiziliyor.

Asal eksen köşeleri A, A' olmak üzere;

$\frac{|PH|^2}{|AH| \cdot |A'H|}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{3}$

3. Köşeleri B(0,4), B'(0, -4) olan ve P(1,2) noktasından geçen elipsin denklemi nedir?

A) $12x^2 + 4y^2 = 9$ B) $12x^2 + y^2 = 16$
C) $9x^2 + 4y^2 = 21$ D) $x^2 + 12y^2 = 16$
E) $4x^2 + y^2 = 4$

4. $x^2 + 2y^2 = 17$ elipsine üzerindeki T(-3,2) noktasından çizilen teğetin denklemi nedir?

A) $x + 2y - 17 = 0$ B) $x - y + 17 = 0$
C) $3x - 4y + 17 = 0$ D) $3x - 4y - 17 = 0$
E) $2x - 3y = 0$

5. Parametrik denklemi

$x = 2 \sin \alpha$ ve $y = \sqrt{7} \cos \alpha$ olan elipsin odaklar arası uzaklığı kaç br dir?

A) 2 B) $2\sqrt{3}$ C) 3 D) $3\sqrt{3}$ E) 4

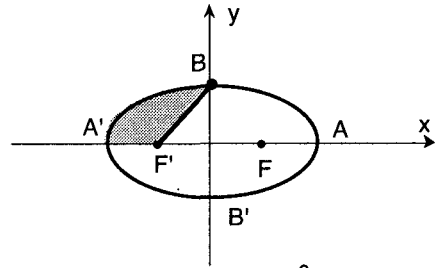
6. $x^2 + 3y^2 = 4$ elipsinin $x = 1$ apsisli noktalarındaki teğetlerinin kesim noktasının apsisi kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $y = x + n$ doğrusunun $5x^2 - 16y^2 = 80$ hiperbolüne teğet olması için n kaç olmalıdır?

A) 3 B) $\sqrt{10}$ C) $\sqrt{11}$
D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{13}$

- 8.



Şekildeki elipsin denklemi $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ dir. F ve F' odaklar olduğuna göre taralı alan kaç br^2 dir?

A) $\frac{4\pi - 1}{2}$ B) $\pi - 1$ C) $\frac{\sqrt{2}\pi - 2}{4}$
D) $\frac{2\pi - 1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}\pi - 1}{4}$

9. $x^2 + 4y^2 = 4$ elipsi ile $y = x - 1$ doğrusunun kesim noktalarının ordinatları toplamı kaçtır?

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) $-\frac{2}{5}$ E) $-\frac{3}{5}$

10. Merkezi orjinde ve doğrultan çemberi $x^2 + y^2 - 6x - 247 = 0$ olan elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $7x^2 + 16y^2 = 112$
B) $\frac{x^2}{256} + \frac{y^2}{247} = 1$
C) $\frac{x^2}{128} + \frac{y^2}{119} = 1$
D) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{55} = 1$
E) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{61} = 1$

11. Alanı 12π br² olan elipsin dış merkezliği $e = \frac{\sqrt{7}}{3}$ dir. Bu elipsin büyük eksen uzunluğu kaç br dir?
- A) $6\sqrt{2}$ B) $6\sqrt[3]{2}$ C) $6\sqrt[4]{2}$
D) $6\sqrt[4]{8}$ E) $12\sqrt[4]{8}$
12. Merkezi orjinde ve $P(1, -1)$, $T(\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{2})$ noktalarından geçen elipsin alanı kaç br² dir?
- A) $\frac{3\pi}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$ C) $2\sqrt{3}\pi$
D) 4π E) 6π
13. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ elipsinin asal eksen köşelerini odak kabul eden ve bu elipsin odaklarından geçen hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{64} = 1$ B) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$
C) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{100} = 1$ D) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{36} = 1$
E) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$
14. $x^2 - 7y^2 = 9$ hiperbolünün $P(4,1)$ noktasındaki teğeti eksenleri A ve B noktalarında kesiyor. $A(OB)$ kaç br² dir?
- A) $\frac{144}{7}$ B) $\frac{72}{7}$ C) $\frac{81}{28}$ D) $\frac{81}{56}$ E) 4
15. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{36} = 1$ hiperbolünün $y = 5x + 3$ doğrusuna paralel teğetlerinden birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $y = 5x - 1$ B) $y = 5x - 2$ C) $y = 5x - 3$
D) $y = 5x - 4$ E) $y = 5x - 5$
16. $4x^2 + 9y^2 = 36$ elipsi ile asal çemberi arasında kalan bölgenin alanı kaç π br² dir?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

17. Doğrultmanı $x+3 = 0$ doğrusu ve odağı $F(3, 0)$ olan parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $y^2 = 3x$ B) $y^2 = 6x$ C) $y^2 = 12x$
D) $x^2 = 6y$ E) $x^2 = 12y$
18. $x^2 = 4y$ parabolüne üzerindeki $P(2,1)$ noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $y - x = 1$ B) $y + x = 3$ C) $y - x = -1$
D) $y + 2x = 5$ E) $y - 3x + 5 = 0$
19. Merkezinin koordinatları $M(-2, 3)$, asal eksen uzunluğu 10 ve yedek eksen uzunluğu 8 olan elipsin asal eksenine paralel ise denklemi nedir?
- A) $\frac{(x+2)^2}{25} + \frac{(y-3)^2}{64} = 1$ B) $\frac{(x-2)^2}{25} + \frac{(y+3)^2}{16} = 1$
C) $\frac{(x+2)^2}{25} + \frac{(y-3)^2}{16} = 1$ D) $\frac{(x-2)^2}{10} + \frac{(y+3)^2}{8} = 1$
E) $\frac{(x+2)^2}{5} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$
20. $P(4, 2)$, $K(-2, 2)$ noktalarına uzaklıkları toplamı 8 br olan noktaların geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $16x^2 + 7y^2 - 14x - 64y - 41 = 0$
B) $16x^2 + 7y^2 - 14x + 64y - 41 = 0$
C) $7x^2 + 16y^2 - 14x - 64y - 41 = 0$
D) $7x^2 + 16y^2 + 14x + 64y - 41 = 0$
E) $7x^2 + 16y^2 - 14x - 64y = 0$
21. $P(3, -2)$, $K(-2, 1)$ noktalarına birleştirildiği zaman, eğimleri çarpımı -6 olan noktaların geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $x^2 + y^2 - 2xy - 6x + y = 0$
B) $x^2 + 6y^2 - 6x + y - 38 = 0$
C) $6x^2 + y^2 - 6x + y - 38 = 0$
D) $6x^2 - y^2 + 6x - y - 38 = 0$
E) $x^2 - 6y^2 + 6x - 3y - 38 = 0$
22. $y = 5$ doğrusuna olan uzaklığının $F(3, 2)$ noktasına olan uzaklığına oranı 1 olan noktaların geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $(x-3)^2 = 6.(y-2)$ B) $x^2 = 6y$
C) $y^2 = 6x$ D) $y^2 - 4y - 6x + 5 = 0$
E) $x^2 - 6x + 6y - 12 = 0$

KONİKLER

TEST

2

1. $3x^2 + 4y^2 = 7$ elipsine üzerindeki $P(1,1)$ noktasından çizilen normalin denklemi nedir?

A) $4x - 3y - 2 = 0$ B) $4x - 3y + 2 = 0$
 C) $4x - 3y - 1 = 0$ D) $4x - 3y + 1 = 0$
 E) $4x - 3y = 0$

2. $y^2 = 9x$ parabolüne üzerindeki $P(1,3)$ noktasından çizilen teğetin denklemi nedir?

A) $x - 2y + 1 = 0$ B) $3x - y = 0$
 C) $x - y + 2 = 0$ D) $3x - 2y + 3 = 0$
 E) $x - 3y + 7 = 0$

3. $3x^2 - 2y^2 = -12$ hiperbolünün odaklarından birinin koordinatları nedir?

A) $(\sqrt{10}, 0)$ B) $(4, 0)$ C) $(0, -\sqrt{10})$
 D) $(0, 6)$ E) $(0, -\sqrt{13})$

4. $y = x^2$ ve $y^2 = 8x$ parabollerinin ortak teğetlerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y + 2x = 0$ B) $y + 2x - 1 = 0$
 C) $y - 2x = 0$ D) $y - 2x + 1 = 0$
 E) $y + 2x + 1 = 0$

5. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ hiperbolünün F odağından $y = \frac{b}{a}x$ asimtotuna inilen dikmenin ayağı H ise $A(HOF)$ kaç br^2 dir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $\frac{x^2}{40} - \frac{y^2}{60} = 1$ hiperbolü üzerindeki bir noktayı odaklara birleştiren iki doğru birbirine diktir. Bu nokta aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2, \sqrt{3})$ B) $(2, -2\sqrt{3})$ C) $(-8, -6)$
 D) $(6, -8)$ E) $(-8, 6)$

7. Bir köşesinin koordinatları $(4,0)$ ve parametresi 18 olan hiperbolün eksenleri, koordinat eksenleridir. Bu hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ B) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$
 C) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ D) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{36} = 1$
 E) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$

8. $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{8} = 1$ elipsine dışındaki $P(2, 3)$ noktasından çizilen teğetlerden birinin denklemi nedir?

A) $x + 2y - 8 = 0$ B) $x - 2y - 8 = 0$
 C) $x + 2y + 8 = 0$ D) $x - 14y + 20 = 0$
 E) $x + 14y + 40 = 0$

9. $2x + 3y - 25 = 0$ doğrusuna $P(8, 3)$ noktasında teğet olan elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + 2y^2 = 50$ B) $x^2 + 4y^2 = 100$
 C) $2x^2 + y^2 = 50$ D) $4x^2 + y^2 = 100$
 E) $2x^2 + 4y^2 = 25$

10. $2x^2 + 3y^2 - 8x - 6y + 5 = 0$ elipsinin merkezi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-1, -1)$ B) $(1, 1)$ C) $(2, 1)$
 D) $(-2, 1)$ E) $(3, -1)$

11. $x^2 - xy - 2y^2 + 2x + 2y = 0$ denklemi nasıl bir konik belirtir?

A) Elips B) Çember
 C) Parabol D) Kesişen iki doğru
 E) Paralel iki doğru

12. $x^2 - mxy + y^2 + 3x - 2y = 0$ denkleminin bir parabol belirttiği bilindiğine göre m aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

13. $x^2 + 2xy + y^2 + 4x + 4y + m = 0$ koniğinin çakışık iki doğru belirtmesi için m ne olmalıdır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ elipsinin $x+2y - 10 = 0$ doğrusuna en yakın noktasının koordinatları toplamı nedir?

A) 3 B) 6 C) 8 D) 12 E) 15

15. $(m-2)x^2 + 4xy + y^2 - 2x + y - 4 = 0$ denkleminin bir hiperbol belirtmesi için m ne olmalıdır?

A) $m < -6$ B) $m > -6$ C) $m > 2$
D) $m < 6$ E) $m > 6$

16. $3x^2 - 2y^2 = 120$ hiperbolünün hangi noktasındaki teğeti y - eksenini $(0, 10)$ da keser?

A) $(-10, 2)$ B) $(-6, 5)$ C) $(-8, -6)$
D) $(6, 8)$ E) $(8, 6)$

17. $x^2 - 3y^2 = 1$ hiperbolünün asimptotları arasındaki açı kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 90 D) 120 E) 150

18. $y^2 = -16x$ ve $x^2 = 12y$ parabollerinin odakları sırasıyla F_1 ve F_2 dir. Merkezi orijinde ve F_1, F_2 noktalarından geçen elipsin bir odağı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(3, 0)$ B) $(4, 0)$ C) $(5, 0)$
D) $(\sqrt{7}, 0)$ E) $(\sqrt{10}, 0)$

19. Ekseni x - eksenine paralel olan ve $A(6, -3)$, $B(6, 5)$ ve $C(3, 3)$ noktalarından geçen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x-2)^2 = 4.(y+1)$
B) $y^2 = 4.(x-2)$
C) $(y-2)^2 = 4.(x-1)$
D) $(y-1)^2 = 4.(x-2)$
E) $(x-2)^2 = 4.(y-1)$

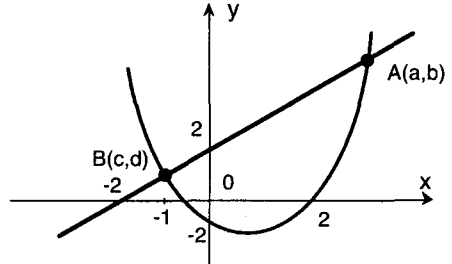
20. $x^2 - y^2 = 1$ hiperbolü ile $x^2 + y^2 = 4$ çemberinin kesim noktalarından ve $P(0, 3)$ noktasından geçen konik denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{9} = 1$ B) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{6} = 1$
C) $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{9} = 1$ D) $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$
E) $x^2 - y^2 = 1$

21. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1$ elipsine dışındaki $P(4, 0)$ noktasından çizilen teğetler arasındaki açı kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 105

22.



Şekildeki doğru ve parabol $A(a, b)$ ve $B(c, d)$ noktalarında kesişmektedirler.

Buna göre $a+c$ toplamı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 2 D) 3 E) 4

23. $y = x^2 + 4$ parabolünün $y = 2x + 13$ doğrusuna en yakın noktasının bu doğruya uzaklığı kaç br dir?

A) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ B) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ C) $\frac{4}{\sqrt{5}}$
D) $\frac{5}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{6}{\sqrt{5}}$

KONİKLER

TEST 3

1. Düzlemde A(-2, 0) ve B(2, 0) noktalarına olan uzaklıkları toplamı 6 birim olan **noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?**

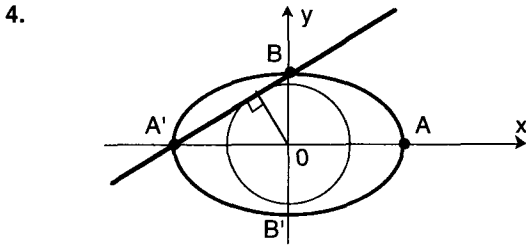
A) $x^2 + 6x = y$ B) $5x^2 - 9y^2 = 45$
 C) $9x^2 + 5y^2 = 45$ D) $5x^2 + 9y^2 = 45$
 E) $5x^2 = 6y^2 = 30$

2. Denklemi $9x^2 + 25y^2 = 225$ olan elips için **aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**

A) Odaklar x eksenı üzerindedir.
 B) Asal eksen uzunluğu 10 birimdir.
 C) Yedek eksen uzunluğu 6 birimdir.
 D) Odaklar arasındaki uzaklık 4 birimdir.
 E) Dış merkezlik $\frac{4}{5}$ sayısına eşittir.

3. Denklemi $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ olan elips üzerindeki $(2, \frac{5}{3})$ noktasından çizilen teğetin y eksenini kestiği noktanın ordinatı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) 5



Denklemi $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ olan şekildeki elipsin A' ve B köşelerinden geçen doğruya teğet olan ve merkezi elipsin merkezi ile aynı olan **çemberin yarıçapı kaç birimdir?**

A) 3,6 B) 3 C) 2,8 D) 2,4 E) 2

5. $\{(x, y) : \theta \in \mathbb{R} \text{ için } x = 2 \sin \theta \text{ ve } y = 3 \cos \theta\}$ kümesinin analitik düzlemdeki grafiği olan elipsin asal eksen uzunluğu kaç birimdir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

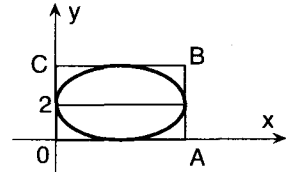
6. Odakları F' ve F olan elips üzerinde herhangi bir nokta M olsun. $F' = (-3, 0)$, $F = (3, 0)$ ve $|MF'| + |MF| = 10$ ise, **denklemi $x^2 + y^2 = 16$ olan çemberin dış bölgesi ile elipsin iç bölgesinin oluşturduğu bölgenin alanı kaç π birim karedir?**

A) 2 B) 4 C) 5 D) 9 E) 12

7. Denklemi $4x^2 + 25y^2 = 100$ olan elipsin üzerindeki noktalardan asal eksene indirilen dik doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri **aşağıdakilerden hangisi ile belirtilebilir?**

A) $2x^2 + y^2 = 100$ B) $x^2 + 25y^2 = 25$
 C) $25x^2 + y^2 = 25$ D) $x^2 + 4y^2 = 4$
 E) $2x^2 + 25y^2 = 25$

8. Eksenleri koordinat eksenlerine paralel olan şekildeki elips OABC dikdörtgeninin kenarlarına teğettir. $|OA| = 6$ birim ve $|OC| = 4$ birim ise **elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**



A) $4(x + 3)^2 + 9(y - 2)^2 = 36$
 B) $4x^2 - 9y^2 = 36$
 C) $4(x - 3)^2 + 9(y - 2)^2 = 36$
 D) $4(x - 2)^2 + 9(y - 3)^2 = 36$
 E) $9(x - 3)^2 + 4(y - 2)^2 = 36$

9. Odakları x eksenı üzerinde, dış merkezliği $\frac{3}{4}$ ve yedek eksen uzunluğu $2\sqrt{14}$ olan **elipsin asal eksen uzunluğu nedir?**

A) $8\sqrt{2}$ B) 8 C) 7 D) 6 E) $2\sqrt{7}$

10. Odakları x eksenı üzerinde, dış merkezliği $\frac{3}{2}$ ve odakların birinden asal eksene dik olarak çizilen kirişin uzunluğu 10 birim olan **hiperbolün köşeleri arasındaki uzaklık kaç birimdir?**

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

11. Büyük eksen köşelerinin koordinatları $A(1, 6)$ $A'(1, -4)$ olan ve odaklarından biri $2y = x + 7$ doğrusu üzerinde bulunan **elipsin denklemi nedir?**

A) $7x^2 + 16y^2 + 14x - 64y - 41 = 0$
 B) $6x^2 + 7y^2 - 36x + 14y + 53 = 0$
 C) $8x^2 + 4y^2 - 64x - 8y + 64 = 0$
 D) $25x^2 + 16y^2 - 50x - 32y - 359 = 0$
 E) $9x^2 + 25y^2 + 54x - 200y - 873 = 0$

12. $P_1(0, 13)$, $P_2(0, -13)$ noktalarına olan **uzaklıkları farkı 24 olan noktaların geometrik yeri nedir?**

A) $144y^2 - 25x^2 = 3600$
 B) $25y^2 - 144x^2 = 3600$
 C) $30x^2 - 2y^2 = 120$
 D) $7x^2 - 4y^2 = 47$
 E) $9y^2 - 25x^2 = 225$

13. $x^2 - 3y^2 = 6$ hiperbolü ile $2x - 3y - 3 = 0$ doğrusu veriliyor. **Doğru ile asimptotların kesim noktalarından biri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(6 + 3\sqrt{3}, 3 + 2\sqrt{3})$
 B) $(2 - \sqrt{3}, 3 - 2\sqrt{3})$
 C) $(2 + \sqrt{3}, 3 + 2\sqrt{3})$
 D) $(2 + \sqrt{3}, 3 - 3\sqrt{3})$
 E) $(6 - 3\sqrt{3}, 3 + 2\sqrt{3})$

14. $3x^2 - 4y^2 = 12$ denklemlili hiperbolün (x_1, y_1) noktasındaki teğetin denklemlili $y - x + 1 = 0$ olduğuna göre, **$x_1 + y_1$ kaçtır?**

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

15. $\frac{x^2}{k+2} + \frac{y^2}{k-1} = 1$ denklemlili odakları, x ekseninde olan bir hiperbol belirttiğine göre, **k için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

A) $k < -2$ B) $-2 < k < 1$ C) $1 < k < 2$
 D) $2 < k < 16$ E) $16 < k$

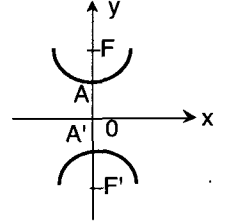
16. $P(9, 0)$ noktasına olan uzaklığı $x = 1$ doğru-suna olan uzaklığının 3 katı olan noktaların **geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $3x^2 - y^2 = 11$ B) $25x^2 - 9y^2 = 175$
 C) $8x^2 - y^2 = 72$ D) $x - y = 4$
 E) $9x^2 - 25y^2 = 225$

17. Denklemlili $\frac{(x+1)^2}{7} - \frac{(y-2)^2}{9} = 1$ olan hiper bölün odaklarından biri **aşağıdakilerden hangisidir?**

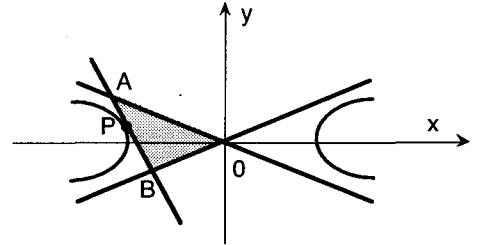
A) $(-1, 2)$ B) $(-4, 2)$ C) $(-1, 6)$
 D) $(3, 7)$ E) $(3, 2)$

18. Şekildeki hiperbolün köşelere A ve A', odakları F ve F' dür. $|OA| = |OA'| = 1$ birim ve $|OF| = |OF'| = 3$ birim ise, **hiperbolün asimptotlarından birinin denklemi nedir?**



A) $y = -2\sqrt{2}x$ B) $y = 3\sqrt{2}x$
 C) $y = \frac{\sqrt{2}}{4}x$ D) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$
 E) $y = -\frac{x}{3\sqrt{2}}$

- 19.



Şekildeki hiperbolün denklemi $x^2 - y^2 = 1$ dir. $P(-2, \sqrt{3})$ olduğuna göre **P deki teğet ile asimptotların oluşturduğu üçgenin alanı kaç birim karedir?**

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

20. $x^2 - y^2 = 4$ eğrisinin asimptotları ile $|y| = 3$ doğrularının sınırladığı bölgenin alanı **kaç birim karedir?**

A) 9 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30

KONİKLER

TEST

4

1. $A = (-2\sqrt{2}, 0)$ ve $B = (2\sqrt{2}, 0)$ olmak üzere, $|MA| - |MB| = 2\sqrt{2}$ ise **M** noktasının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{2} = 1$

B) $-\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{6} = 1$

C) $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{6} = 1$

D) $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$

E) $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{6} = 1$

2. $K = \{ (x, y) ; \exists \alpha \in \mathbb{R}, x = a \sec \alpha \text{ ve } y = b \tan \alpha \}$ kümesinin düzlemde belirttiği eğri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Elips
B) Hiperbol
C) Parabol
D) Paralel iki doğru
E) Kesişen iki doğru

3. Denklemi $y = \frac{3x-2}{4-x}$ olan hiperbolün simetri merkezi aşağıdaki noktalardan hangisidir?

- A) (3, 2) B) (4, -1) C) (3, -1)
D) (4, -2) E) (4, -3)

4. $6x^2 - 17xy + 12y^2 = 0$ denkleminin belirttiği eğrilerin kesim noktası nedir?

- A) (-2, 0) B) (-1, 0) C) (0, 0)
D) (1, 0) E) (2, 0)

5. Bir parabolde birbirine paralel olan kirişlerin orta noktalarının kümesi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Parabolün doğrultmanına paralel bir ışındır.
B) Parabolün asal eksenine paralel bir ışındır.
C) Parabol üzerinde bir noktadır.
D) Parabolün asal eksenine dik bir ışındır.
E) Merkezi parabolün odağı olan bir çemberdir.

6. Denklemi $y^2 = 20x$ olan parabolün $y = 2x + 2$ doğrusuna en yakın noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{1}{4}, 3\right)$ B) $\left(\frac{1}{3}, 4\right)$ C) $\left(\frac{5}{4}, 5\right)$
D) $\left(-\frac{1}{4}, -3\right)$ E) $\left(\frac{3}{2}, 4\right)$

7. Doğrultman denklemi $x = -\frac{9}{4}$ olan parabolün standart denklemi nedir?

- A) $y^2 = 9x$ B) $y^2 = \frac{9}{2}x$ C) $y^2 = \frac{9}{4}x$
D) $y^2 = 18x$ E) $y^2 = \frac{4}{9}x$

8. Denklemi $8x = y^2$ olan parabol üzerindeki $(1, 2\sqrt{2})$ noktasının parabolün odağına uzaklığı kaç birimdir?

- A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$
D) 3 E) $3\sqrt{2}$

9. Denklemi $y = x^2 - 4x$ olan parabolün odağı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(2, -\frac{15}{4}\right)$ B) $\left(2, -\frac{17}{4}\right)$
 C) $\left(-2, -\frac{15}{4}\right)$ D) $\left(4, \frac{15}{4}\right)$
 E) $\left(-4, -\frac{15}{4}\right)$

10. Odağı (3, 0) noktası, doğrultmanı 0y eksenine ve dış merkezliği $\frac{2}{3}$ olan konik denkleminde x^2 nin katsayısı kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

11. Odağı F(4, 12) ve doğrultmanı $y = 4$ olan parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x + 4)^2 = 16(y - 8)$
 B) $(x - 4)^2 = 16(y + 8)$
 C) $(x - 4)^2 = 16(y - 8)$
 D) $(x - 4) = 16(y + 8)^2$
 E) $(x - 4)^2 = (y - 8)^2$

12. $9x^2 - 6xy + y^2 - 12x + 4y + 3 = 0$ denkleminin belirttiği eğri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Elips B) Hiperbol C) Parabol
 D) Çember E) Paralel iki doğru

13. $(x-1)^2 - 4y^2 = 0$ denkleminin belirttiği eğri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Elips B) Kesişen iki doğru
 C) Çember D) Parabol
 E) Nokta

14. $9x^2 - 6xy + my^2 - 4x + 3 = 0$ denklemi bir elips denklemi belirttiğine göre m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $m < 1$ B) $0 < m < 1$ C) $m > 1$
 D) $m > -1$ E) $m < -1$

15. k nın aşağıda verilen, değerlerinden hangisi için $kx^2 + 4xy + 2y^2 + 3x + 2y + 4 = 0$ koniği bir parabol gösterir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. m, sıfırdan farklı gerçel sayı olmak üzere, $mx^2 + 2y + x - 2 = 0$ denklemi ile verilen parabol sabit bir noktadan geçerler.

Bu noktanın koordinatları toplamı nedir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

17. $3x^2 - 5xy + 2y^2 = 0$ denkleminin belirttiği eğri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Elips B) Hiperbol
 C) Çember D) Parabol
 E) Kesişen iki doğru

18. $x^2 + 4xy + y^2 - 4x + 3y + 8 = 0$ denklemler konikte xy li terim bulunmayan bir denklem biçimine dönüştürmek için koordinat eksenleri pozitif yönde kaç derece döndürülmelidir?

- A) 30 B) 45 C) 60 D) 80 E) 90

19. Odağı (0, 0) noktası, doğrultmanı $x + 8 = 0$ doğrusu ve dış merkezlik sayısı $\frac{1}{3}$ olan koniğin denklemi nedir?

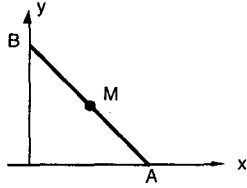
- A) $6x^2 + 7xy + 5y^2 + 2x + 4 = 0$
 B) $8x^2 + 9y^2 - 16x - 12 = 0$
 C) $6x^2 - 5y^2 + 2x + y + 3 = 0$
 D) $8x^2 + 9y^2 - 16x - 64 = 0$
 E) $x^2 - y^2 - 4x + y + 6 = 0$

KONİKLER

TEST

5

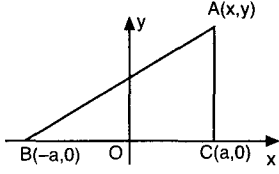
1. $K = \{ (x, y) : x^2 + kxy + 9y^2 + 4x - 2y + 5 = 0 \}$
 $(x, y) \in \mathbb{R}^2$
 eğrisinin elips olması için k hangi aralıkta olmalıdır?
 A) $-6 \leq k < 6$
 B) $k < -6$ veya $k > 6$
 C) $k = -6$ veya $k = 6$
 D) $-6 < k < 6$
 E) $-6 \leq k \leq 6$
2. $2x^2 + 3y^2 = 6$ olan elips için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
 A) Asal eksen uzunluğu $2\sqrt{3}$
 B) Yedek eksen uzunluğu $\frac{4}{\sqrt{2}}$
 C) Odaklar arasındaki uzaklık 2
 D) Dış merkezlik $\frac{\sqrt{3}}{3}$ sayısına eşittir.
 E) Odaklar y eksenı üzerindedir.
3. Dış merkezliği $\frac{3}{5}$, parametresi $2p = \frac{32}{5}$ olan bir elipsin $y = x + n$ doğrusuna teğet olması için $n \in \mathbb{R}^+$ kaç olmalıdır?
 A) 41 B) $\sqrt{21}$ C) $\sqrt{41}$
 D) $\sqrt{42}$ E) $2\sqrt{11}$
4. Yandaki AB doğru parçasının A ucu Ox, B ucu Oy üzerinde hareketlidir. $|AB|=9$ br ve $4|MA|=5|MB|$ ise M'nin geometrik yeri nedir?
 A) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ B) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$
 C) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ D) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$
 E) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$
5. $x^2 + 2y^2 = 9$ elipsinin üzerindeki (1,2) noktasından çizilen teğetinin koordinat eksenleriyle oluşturduğu üçgenin alanı kaçtır?
 A) $\frac{71}{8}$ B) $\frac{71}{9}$ C) $\frac{81}{8}$
 D) $3\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$



ZAFER YAYINLARI

6. $4x^2 + 9y^2 = 144$ elipsinin $P(x_0, 2)$ noktasındaki $x_0 \in \mathbb{R}^-$ noktasındaki teğeti x - eksenı hangi noktada keser?
 A) $(-4, 0)$ B) $(-2\sqrt{3}, 0)$ C) $(-3\sqrt{3}, 0)$
 D) $(-4\sqrt{3}, 0)$ E) $(-\sqrt{3}, 0)$
7. $4x^2 + 9y^2 = 100$ elipsinin asal çemberi ile yedek çemberi arasında kalan bölgenin alanı kaç π dir?
 A) $\frac{121}{9}$ B) $\frac{124}{9}$ C) $\frac{125}{9}$ D) $\frac{126}{7}$ E) $\frac{127}{7}$
8. $5x^2 - 11y^2 = 55$ hiperbolünün odakları arasındaki uzaklık kaç birimdir?
 A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10
9. $2\sqrt{3}x^2 + 3xy + \sqrt{3}y^2 - 5 = 0$
 denkleminin standart şekle dönüştürülmesi için koordinat eksenleri kaç derece döndürülmelidir?
 A) 75 B) 60 C) 45 D) 30 E) 15
10. $x^2 - y^2 + 2x - 4y + 2 = 0$ koniğinde x ve y li terimleri yoketmek için koordinat eksen merkezi hangi noktaya ötelenmelidir?
 A) $(-2, 1)$ B) $(-1, -2)$ C) $(2, -1)$
 D) $(-1, 2)$ E) $(1, 1)$
11. Bir hiperbolün asimtot denklemi $4y = 3x$ dir. $a - b = 1$ olduğuna göre bu hiperbolün parametresi kaçtır?
 A) $\frac{9}{16}$ B) $\frac{9}{8}$ C) $\frac{14}{5}$ D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

12. Şekildeki ABC üçgeninde $m_{AB} \cdot m_{AC} = k > 1$ ise A'nın bulunduğu eğri aşağıdakilerden hangisidir?



- A) Parabol B) Elips C) Hiperbol
D) Çember E) Doğru

13. Parametrik denklemleri $x = a \sec \alpha$, $y = b \tan \alpha$ olan koniğin adı nedir?

- A) Çember B) Hiperbol C) Doğru
D) Elips E) Parabol

14. $x^2 - y^2 = k$ eğrisinin dış merkezliği nedir?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$
D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E) 2

15. $4x^2 - y^2 = 4$ hiperbolünün bir odağının asimtota olan uzaklığı nedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. $x^2 - 3y^2 = 9$ hiperbolünün x eksenine ile 60° lik açı yapan teğeti, y-eksenini hangi noktada keser?

- A) $(0, \sqrt{6})$ B) $(0, 0)$ C) $(0, 1)$
D) $(0, -2\sqrt{6})$ E) $(2\sqrt{6}, 0)$

17. Denklemi $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{16} = 1$ olan hiperbolün odaklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-4, -2)$ B) $(-6, 2)$ C) $(6, -2)$
D) $(4, 2)$ E) $(6, 2)$

18. $x^2 + 2xy + py^2 + x - 3 = 0$ koniğinin parabol göstermesi için p kaç olmalıdır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

19. $y^2 = 8x$ parabolünün $y = x + 2$ doğrusuna en yakın noktasının apsisi nedir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

20. $y^2 = 16x$ parabolü üzerindeki noktalardan x eksenine inilen dikmelerin orta noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $2y^2 = x$ B) $y^2 = 4x$
C) $y^2 = 6x$ D) $4y^2 = x$
E) $2y^2 = 3x$

21. $y^2 = 8x$ parabolü ile $y = mx + n$ teğet ise m.n kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

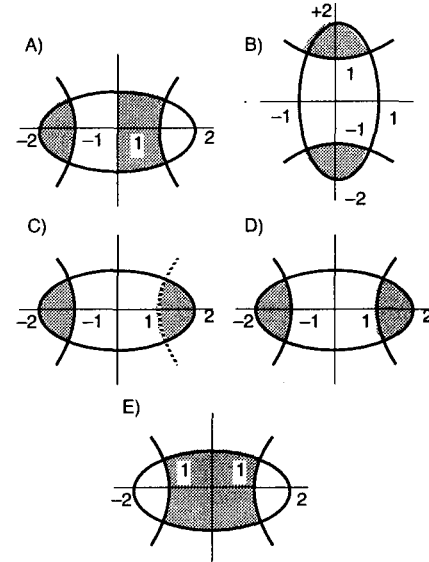
22. $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 = 0$

denkleminin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Çember B) Elips
C) Parabol D) Hiperbol
E) Nokta

23. $\begin{cases} 3x^2 - y^2 \geq 3 \\ \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1 \end{cases}$ sistemini sağlayan bölge

aşağıdakilerden hangisidir?



KONİKLER

TEST
6

1. $x^2 + xy - 6y^2 + 2y - x = 0$ şeklinde verilen ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisinin denklemidir?

- A) Elips B) Çember
C) Parabol D) Paralel iki doğru
E) Kesişen iki doğru

2. θ parametresine göre parametrik denklemleri $x = a \cdot \cos\theta$, $y = b \cdot \sin\theta$ olan konik aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Çember B) Kesişen iki doğru
C) Elips D) Hiperbol
E) Parabol

3. Küçük eksen uzunluğu 6 birim, büyük eksen köşelerinden biri $A(-5, 0)$ olan merkezli elipsin odaklar arası uzaklığı kaç birimdir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4. Çevresi 9π , alanı 20π olan ve odakları x ekseninde bulunan elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{10} = 1$ B) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$
C) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ D) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$
E) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$

5. $x^2 + 4y^2 = 16$ denklemiyle verilen elips ile yedek çemberi arasında kalan alan kaç π 'dir?

- A) 16π B) 8π C) 4π D) 2π E) π

6. Merkezi orijin, dış merkezliği $\frac{2}{3}$ olan elips

$(3, \sqrt{5})$ noktasından geçtiğine göre alanı kaç birimkaredir?

- A) $6\sqrt{5}\pi$ B) $\sqrt{5}\pi$ C) $4\sqrt{5}\pi$
D) $2\sqrt{5}\pi$ E) 2π

7. $2x^2 + 3y^2 - 24 = 0$ elipsine $y = x + a$ doğrusunun teğet olabilmesi için a 'nın pozitif değeri aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

- A) 5 B) $2\sqrt{5}$ C) 4 D) $2\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{2}$

8. $16x^2 + 25y^2 = 1600$ elipsinin odağından geçen en kısa kirişin uzunluğu kaç birimdir?

- A) 2,3 B) 2,5 C) 3,5 D) 3,7 E) 12,8

9. $x^2 + 6y^2 = 42$ denklemiyle verilen elipsin eğimi 1 olan teğetlerinden birinin değme noktasının apsisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) 2 E) 3

10. $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{4} = 1$ hiperbolünün asimptotlarından birinin denklemi nedir?

- A) $2x + 3y + 1 = 0$
B) $2x - 3y + 7 = 0$
C) $2x + 3y - 1 = 0$
D) $2x + 3y + 7 = 0$
E) $3x + 2y - 1 = 0$

ZAFER YAYINLARI

11. $F(4, 0)$ ve $F'(-4, 0)$ noktalarına olan uzaklıklarının farkı 6 olan noktaların oluşturduğu hiperbolün denklemi nedir?

A) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$
 B) $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{5} = 1$
 C) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$
 D) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$
 E) $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$

12. $y = x + 4$ doğrusu $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ elipsine teğet ise elipsin parametresi kaçtır?

A) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ B) $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 D) $4\sqrt{3}$ E) 4

13. $9x^2 - 4y^2 = 36$ hiperbolünün asimptotları ile $x = 2$ doğrusu arasında kalan üçgenin alanı kaç birim karedir?

A) 6 B) $\frac{9}{2}$ C) 4 D) 3 E) $\frac{8}{3}$

14. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ hiperbolünün asimptotları ile

$y = 6$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 16 B) 24 C) 36 D) 48 E) 64

15. $x^2 - y^2 = 4$ hiperbolünün $2x - y + 5 = 0$ doğrusuna paralel teğetlerinden birinin x eksenini kestiği nokta aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) (1, 0) B) $(\sqrt{2}, 0)$ C) $(\sqrt{3}, 0)$
 D) (2, 0) E) (3, 0)

16. $y^2 + 2y + 8x - 15 = 0$ parabolünün hangi noktasındaki teğeti, doğrultman doğrusuna paraleldir?

A) (2, 2) B) (2, 1) C) (2, 0)
 D) (2, -1) E) (2, -2)

17. $y = x^2 - 4x - 5$ ve $y = 2x^2 - 10x - 12$ parabollerinin kesim noktalarından ve $(0, -7)$ noktasından geçen aynı türden parabolün denklemi nedir?

A) $y = 9x^2 - 40x - 7$
 B) $y = \frac{9}{7}x^2 - \frac{40}{7}x - 7$
 C) $y = 9x^2 + 40x - 7$
 D) $y = 7x^2 - 40x - 7$
 E) $y = 18x^2 - 20x + 7$

18. Doğrultmanı $x = -4$ doğrusu ve köşesi orijin olan parabolün üzerindeki $P(k, 4)$ noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = x + 2$ B) $y = 2x + 1$
 C) $y = 2x + 2$ D) $y = 2x + 4$
 E) $y = 2x + 6$

19. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$ hiperbolüne (4,2) noktasından çizilen teğetin $y = x$ doğrusuna göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x - y = 2$ B) $x + y = 2$
 C) $y - 2x = 2$ D) $y - x = 2$
 E) $y + 2x = 2$

20. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ elipsinin bir odağından geçen ve asal eksene dik olan doğru elipsi A ve B noktalarında kesiyor. AOB üçgeninin x eksenine etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 dür?

A) $\frac{256\sqrt{5}\pi}{27}$ B) $\frac{232\sqrt{5}\pi}{27}$
 C) $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$ D) $\frac{48\sqrt{5}\pi}{9}$
 E) $\frac{128\sqrt{5}\pi}{27}$

KONİKLER

TEST

7

1. $4x^2 + y^2 + mxy - 2x + y - 6 = 0$ denkleminin paralel iki doğru belirtmesi için m aşağıdakilerden hangisine eşit olmalıdır?

A) 4 B) 2 C) 1 D) -2 E) -4

2. $3x^2 + 2xy + ky^2 + 2x - 6y + 1 = 0$ denkleminin hiperbol belirtmesi için k ne olmalıdır?

A) $k < \frac{1}{2}$ B) $k < \frac{1}{3}$ C) $k < 1$

D) $k < 2$ E) $k < 3$

3. Odaklar arası uzaklığı $6\sqrt{2}$ br, yedek eksen uzunluğu $2\sqrt{7}$ birim olan elipsin alanı kaç br^2 dir?

A) 25π B) 20π C) $7\sqrt{5}\pi$

D) $5\sqrt{7}\pi$ E) $3\sqrt{7}\pi$

4. Yedek eksen (küçük eksen) köşeleri $B(0, 3)$, $B'(0, -3)$ olan ve $D(1, \sqrt{5})$ noktasından geçen merkezli elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + 4y^2 = 21$ B) $3x^2 + 4y^2 = 23$

C) $x^2 + 4y^2 = 9$ D) $4x^2 + y^2 = 9$

E) $4x^2 + y^2 = 21$

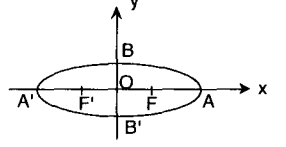
5. $\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{121} = 1$ elipsinin asal ve yedek çemberleri arasında kalan bölgenin alanı kaç π br^2 dir?

A) 81 B) 100 C) 104 D) 120 E) 121

6. Şekildeki elipsin denklemi

$9x^2 + 16y^2 = 1$ olup odakları F ve F' dür.

$BF'F$ üçgeninin alanı kaç br^2 dir?



A) $\frac{\sqrt{7}}{48}$ B) $\frac{\sqrt{7}}{24}$ C) $\frac{\sqrt{7}}{6}$ D) $\sqrt{7}$ E) $2\sqrt{7}$

7. $x^2 + 4y^2 = 20$ denklemiyle verilen elipsin eğimi 1 olan teğetlerinden birinin değme noktasının apsisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 3 E) 5

8. Odaklar arası uzaklığı 6 br ve bir odağından geçen en kısa kirişinin uzunluğu $\frac{32}{5}$ br olan elipsin büyük eksen uzunluğu kaç br dir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 16

9. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ elipsine ait $A(5, n)$ noktasındaki normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = x$ B) $x = 0$ C) $y = 0$

D) $y = -x$ E) $x + y = -1$

10. $4x^2 + 9y^2 = 36$ elipsinin $\frac{x}{6} - \frac{y}{12} = 1$ doğru-suna en yakın noktasının ordinatı kaçtır?

A) $-\frac{7\sqrt{2}}{3}$ B) $-\frac{4\sqrt{5}}{3}$ C) $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

D) $-\frac{5}{\sqrt{10}}$ E) $-\frac{\sqrt{10}}{5}$

11. $y = 2x + n$ doğrusu $9x^2 + 4y^2 = 144$ elipsine teğet olduğuna göre n aşağıdakilerden hangisidir?

A) ± 6 B) ± 7 C) ± 8 D) ± 9 E) ± 10

12. $16x^2 - 9y^2 = 144$ denklemiyle verilen hiperbolün odakları arası uzaklığı kaç br dir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

13. Odaklar arası uzaklığı 12 br olup asimptot denklemleri $y = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} x$ olan hiperbolün

denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{27} - \frac{y^2}{9} = 1$ B) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$
 C) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{5} = 1$ D) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$
 E) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$

14. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ hiperbolüne üzerindeki $A(4, 6)$ noktasından çizilen teğetin denklemi nedir?

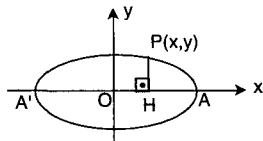
A) $y = x + 2$ B) $y = -x + 10$
 C) $y = 3x - 6$ D) $y = 2x - 2$
 E) $y = \frac{3x}{2}$

15. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1$ elipsi

üzerindeki $P(x, y)$ noktasından x eksenine inilen dikme

[PH] olup, H noktası odaktır. Buna göre $\frac{|PH|^2}{|AH| \cdot |A'H|}$ değeri nedir?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E) $\sqrt{\frac{3}{2}}$



16. $4x^2 - 9y^2 = 27$ hiperbolü ve üzerindeki $P(3, -1)$ noktası veriliyor. P noktasından çizilen teğet ile asimptotların oluşturduğu üçgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{7}{3}$ B) 4 C) $\frac{9}{2}$ D) 5 E) $\frac{11}{2}$

17. $y^2 - 4x = 0$ parabolünün üzerindeki $(1, -2)$ noktasından çizilen teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y + x + 1 = 0$ B) $y + x - 1 = 0$
 C) $2y + x - 1 = 0$ D) $2y - x + 1 = 0$
 E) $x - 2y - 2 = 0$

18. $y^2 = 4x$ parabolünün bir kirişinin orta noktası $A(3, 1)$ ise bu kirişin üzerinde bulunduğu doğrunun denklemi nedir?

A) $y = 2x - 5$ B) $y = 3x - 8$
 C) $y = x - 2$ D) $y = 4x + 1$
 E) $y = 5x - 14$

19. Şekilde köşe noktaları A, A', B, B' olan elipsin denklemi

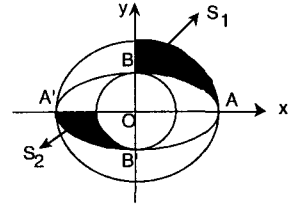
$$9x^2 + 25y^2 = 225$$

dir. Asal çember

ile elips arasında kalan S_1 , yedek çember ile elips arasında kalan olan S_2 olduğuna göre,

$S_1 \cdot S_2$ kaçtır?

A) $3\pi^2$ B) $\frac{15\pi^2}{4}$ C) $4\pi^2$
 D) $\frac{9\pi^2}{2}$ E) $5\pi^2$



20. $x^2 - y^2 = 6$ hiperbolünün $x + 2y - k = 0$ doğrusuna dik teğetlerinden birinin x eksenini kestiği nokta aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $(-\sqrt{2}, 0)$ B) $(-\frac{\sqrt{2}}{3}, 0)$
 C) $(-\frac{3\sqrt{2}}{2}, 0)$ D) $(-2\sqrt{5}, 0)$
 E) $(-\frac{5\sqrt{2}}{2}, 0)$

BÖLÜM

5

GEOMETRİK YER

Analitik olarak bir problemi çözerken aşağıdaki açıklamalar doğrultusunda hareket edilebilir.

1. Problemde koordinat sistemi verilmemişse probleme uyan bir koordinat sistemi seçilmelidir. Örneğin, problemde sabit bir nokta verilmişse, bu nokta başlangıç olarak seçilmeli veya hiç olmazsa eksenlerden biri verilen noktadan geçirilmelidir. Problemde sabit iki nokta verilmişse, bu noktaları birleştiren doğru parçasının orta dikmesi eksenlerden biri olarak alınmalıdır. Eğer problemde sabit bir doğru verilmişse bu doğru eksenlerden biri olarak kabul edilmeli veya eksenlerden biri bu doğruya paralel seçilmelidir.

Koordinat eksenlerinin seçiminde yukarıdaki açıklamalar sadece yol göstermek içindir, yoksa bu seçim için kesin yollar gösterilemez.

2. Aynı özelliğe sahip noktaların meydana getirdikleri şekil, bu noktaların geometrik yeridir. Geometrik yer problemlerinin çözümünde göz önünde bulundurulacak anayol şudur: Problemde verilen koşula uyan bir noktanın (x, y) koordinatları arasındaki bağıntıyı gösteren denklem aranır. Çoğu kez bu koordinatlar bir ya da iki parametreye bağlı olarak hesap edilir. Sonra x ve y nin bulunan parametrik değerleri arasında parametre yok edilerek x ile y arasında bir bağıntı kurulur. İşte bu bağıntı aranılan geometrik yerin denklemidir. Bu denklem x ve y ye göre birinci dereceden ise geometrik yer bir doğrudur. İkinci dereceden ise genel olarak bir konik gösterir. Bu durumda genel konik denklemi bölümünde sunduğumuz bilgiler doğrultusunda koniğin türü belirlenir.

ÖRNEK 1

Ox ve Oy eksenlerine olan uzaklıkları oranı $\frac{2}{3}$ olan noktaların geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM

Geometrik yere ait bir nokta $P(x, y)$ olsun. Bu noktaların Ox eksenine olan uzaklığı $|y|$, Oy eksenine olan uzaklığı ise $|x|$ olduğundan,

$$\frac{|y|}{|x|} = \frac{2}{3} \text{ veya } \left| \frac{y}{x} \right| = \frac{2}{3} \text{ den}$$

$$\frac{y}{x} = \pm \frac{2}{3} \Rightarrow 2x \mp 3y = 0 \text{ bulunur.}$$

Aranılan geometrik yer orijinden geçen iki doğrudur.

ÖRNEK 2

$A(8, 0)$ ve $B(2, 0)$ noktalarına olan uzaklıkları oranı 2 olan noktaların geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM

Geometrik yere ait bir nokta $P(x, y)$ olsun. P noktasının A ve B ye uzaklıkları

$$\sqrt{(x-8)^2 + y^2} \text{ ve } \sqrt{(x-2)^2 + y^2} \text{ olup bunların oranı 2 olduğundan,}$$

$$\frac{\sqrt{(x-8)^2 + y^2}}{\sqrt{(x-2)^2 + y^2}} = 2 \text{ veya}$$

$$(x-8)^2 + y^2 = 4[(x-2)^2 + y^2] \text{ den}$$

$$3x^2 + 3y^2 = 48 \text{ ya da } x^2 + y^2 = 16 \text{ bulunur.}$$

Aranılan geometrik yer, yarıçapı 4 br. olan merkezli çemberdir.

ÖRNEK 3

Sabit iki noktaya olan uzaklıklarının kareleri farkı sabit olan noktaların geometrik yeri nedir?

ÇÖZÜM

Verilen sabit iki nokta A ve B olsun. AB doğrusunu apsis ekseni ve AB doğru parçasının orta noktasından çıkılan dikmeyi de ordinat ekseni olarak seçelim.

A ve B arasındaki uzaklığı 2a ile gösterelim.

$$|PA|^2 = (x+a)^2 + y^2$$

$$|PB|^2 = (x-a)^2 + y^2 \text{ dir. Verilen sabit } k^2 \text{ ile gösterilirse,}$$

$$| |PA|^2 - |PB|^2 | \text{ den}$$

$$| (x+a)^2 + y^2 - (x-a)^2 - y^2 | = k^2$$

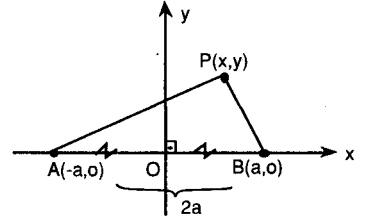
$$| x^2 + 2ax + a^2 + y^2 - x^2 + 2ax - a^2 - y^2 | = k^2$$

$$| 4ax | = k^2 \text{ ve}$$

$$| x | = \frac{k^2}{4a} \text{ dan}$$

$$x = \frac{k^2}{4a} \text{ ve } x = -\frac{k^2}{4a} \text{ elde edilir.}$$

Aranılan geometrik yer AB doğrusuna dik iki doğrudur.

**ÖRNEK 4**

O merkezi ve R yarıçapı ile verilen bir çemberin dışındaki sabit bir A noktasından geçen kirişlerinin orta noktalarının geometrik yerini bulunuz.

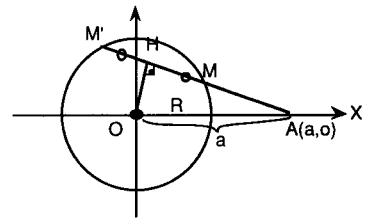
ÇÖZÜM

Verilen çemberin merkezi O ve yarıçapı R olsun. O ile A dan geçen ekseni apsis ekseni, O dan bu eksene çizilen dikmeyi de ordinat ekseni seçelim. A noktasının O ya olan uzaklığını a ile gösterelim.

A dan geçen kirişlerin eğimleri m olsun. MM' kirişlerinin H orta noktasını O ya birleştiren OH doğrusu AMM' kirişine diktir.

O halde OH in eğimi $-\frac{1}{m}$ dir. AMM' ve OH doğrularının denklemleri sırasıyla,

$$y = m(x - a) \quad (1)$$



$$y = -\frac{1}{m}x$$

(2) dir. Bu iki denklem arasında m parametresi yok edilirse, geometrik yerin denklemi bulunmuş olur. (1) ve (2) taraf tarafa çarpılırsa;

$$y^2 = -x(x-a) \text{ veya } x^2 + y^2 - ax = 0 \text{ bulunur.}$$

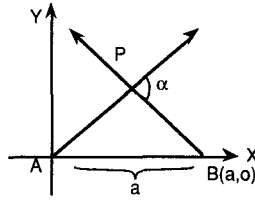
O halde geometrik yer,

Merkezi $(\frac{a}{2}, 0)$ ve yarıçapı $\frac{a}{2}$ olan bir çemberdir.

ÖRNEK 5

Sabit iki noktadan geçen ve birbirini ile sabit bir açı yapan iki doğrunun kesim noktalarının geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM



A ve B iki nokta, AP ve BP bu noktalardan çizilen iki doğru ve bunların arasındaki sabit açı α olsun. $|AB| = a$ diyelim. AB doğrusunu apsis eksenini, A dan buna çıkılan dikmeyi de ordinat eksenini seçelim. AP doğrusunun eğimi m ve BP doğrusunun eğimi m' ile gösterilirse;

AP doğrusunun denklemi : $y = mx$

BP doğrusunun denklemi : $y = m'(x-a)$ dır.

Bu iki doğru arasındaki açı α olduğundan;

$\text{tga} = \left| \frac{m - m'}{1 + mm'} \right|$ (1) elde edilir. Yukarıdan m ve m' nü çekersek $m = \frac{y}{x}$, $m' = \frac{y}{x-a}$ olur.

m ve m' nün bu değerleri (1) de yerine konursa;

$$\text{tga} = \left| \frac{\frac{y}{x} - \frac{y}{x-a}}{1 + \frac{y}{x} \cdot \frac{y}{x-a}} \right| = \left| \frac{y(x-a) - yx}{x(x-a) + y^2} \right| = \frac{\mp ay}{x^2 + y^2 - ax} \text{ veya}$$

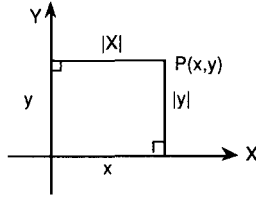
$$x^2 + y^2 - ax \mp \frac{a}{\text{tga}} \cdot y = 0 \text{ bulunur.}$$

Aranılan geometrik yer merkezi $(\frac{a}{2}, \mp \frac{a}{2\text{tga}})$ ve yarıçapı

$$R = \frac{a}{2\text{tga}} \cdot \sqrt{1 + \text{tga}^2} = \frac{a}{2 \sin a} \text{ olan iki çemberdir.}$$

ÖRNEK 6

Koordinat eksenlerine olan uzaklıklarının kareleri toplamı 10 olan noktaların geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM

Aranılan geometrik yere ait nokta $P(x, y)$ olsun. x eksenine uzaklığı $|y|$, y eksenine uzaklığı $|x|$ dir.

$x^2 + y^2 = 10$ bulunur. Aranılan geometrik yer merkezi $O(0, 0)$ $r = \sqrt{10}$ br olan merkezli çemberdir.

ÖRNEK 7

$A(3, 0)$, $B(0, -2)$ noktalarına olan uzaklıklarının kareleri farkı 8 olan noktaların geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM

Aranılan geometrik yere ait bir nokta $P(x, y)$ olsun.

$$|PA|^2 = (x - 3)^2 + y^2$$

$$|PB|^2 = x^2 + (y + 2)^2 \text{ olur.}$$

$$||PA|^2 - |PB|^2| = 8$$

$$|(x - 3)^2 + y^2 - x^2 - (y + 2)^2| = 8$$

$$|x^2 - 6x + 9 + y^2 - x^2 - y^2 - 4y - 4| = 8$$

$$|-6x - 4y + 5| = 8 \text{ den,}$$

$$-6x - 4y + 5 = 8 \quad \vee \quad -6x - 4y + 5 = -8$$

$$6x + 4y + 3 = 0 \quad \vee \quad 6x + 4y - 13 = 0 \text{ elde edilir.}$$

Aranılan geometrik yer paralel iki doğrudur.

ÖRNEK 8

$x - 4 = 0$, $y + 5 = 0$ doğrularına eşit uzaklıkta olan noktaların geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM

Aranılan geometrik yere ait bir nokta $P(x, y)$ olsun.

$$P \text{ noktasının } x - 4 = 0 \text{ doğrusuna uzaklığı : } l_1 = |x - 4|$$

$$P \text{ noktasının } y + 5 = 0 \text{ doğrusuna uzaklığı : } l_2 = |y + 5| \text{ dir.}$$

$$l_1 = l_2 \text{ den,}$$

$$|x - 4| = |y + 5|$$

$$x - 4 = y + 5 \quad \vee \quad x - 4 = -(y + 5)$$

$$x - y - 9 = 0 \quad \vee \quad x + y + 1 = 0 \text{ elde edilir.}$$

Aranılan geometrik yer kesişen iki doğrudur.

ÖRNEK 9

Bir kenarı $A(-2, -4)$, diğer kenarı $B(2, 6)$ noktasından geçen bir dik açının köşesinin geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM

Dik açının köşe noktası $D(x, y)$ olsun.

$$m_{PA} = \frac{y+4}{x+2} \wedge m_{PB} = \frac{y-6}{x-2} \text{ dir.}$$

$$[PA] \perp [PB] \Rightarrow m_{PA} \cdot m_{PB} = -1 \text{ olmalıdır.}$$

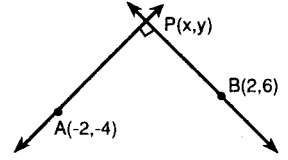
$$\frac{y+4}{x+2} \cdot \frac{y-6}{x-2} = -1$$

$$(x+2)(x-2) = -(y+4)(y-6)$$

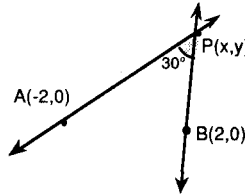
$$(x+2)(x-2) + (y+4)(y-6) = 0$$

$$x^2 - 4 + y^2 - 2y - 24 = 0$$

$x^2 + y^2 - 2y - 28 = 0$ bulunur. Söz konusu dik açının köşesi merkezi $M(0, 1)$ ve yarıçapı $\sqrt{29}$ br. olan çember üzerindedir.

**ÖRNEK 10**

Kenarları $A(-2, 0)$ ve $B(2, 0)$ noktalarından geçen 30° lik bir açının köşesinin geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM

30° lik açının köşesi $P(x, y)$ olsun.

$$m_{PA} = m_1 = \frac{y}{x+2}$$

$$m_{PB} = m_2 = \frac{y}{x-2} \text{ dir.}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ olup, } \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ olmalıdır.}$$

$$\left| \frac{\frac{y}{x+2} - \frac{y}{x-2}}{1 + \frac{y^2}{x^2 - 4}} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ den } \left| \frac{xy - 2y - xy - 2y}{x^2 + y^2 - 4} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\left| \frac{-4y}{x^2 + y^2 - 4} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

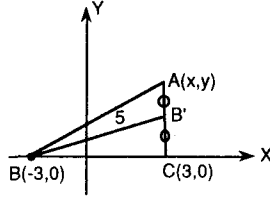
$$\frac{-4y}{x^2 + y^2 - 4} = \frac{1}{\sqrt{3}} \vee \frac{-4y}{x^2 + y^2 - 4} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x^2 + y^2 + 4\sqrt{3}y - 4 = 0 \vee x^2 + y^2 - 4\sqrt{3}y - 4 = 0$$

Çemberleri bulunur. Aranılan 30° lik açının köşesi kesişen iki çemberin yayları üzerindedir.

ÖRNEK 11

Köşelerinin koordinatları $A(x, y)$, $B(-3, 0)$, $C(3, 0)$ olan ABC üçgeninin BB' kenarortayı sabit olup, $|BB'| = 5$ br dir. **A köşesinin geometrik yerini bulunuz.**

ÇÖZÜM

B' noktası AC doğru parçasının orta noktası olup, koordinatları $B'(\frac{x+3}{2}, \frac{y}{2})$ dir.

$|BB'| = 5$ br olduğundan, $B(-3, 0) \wedge B'(\frac{x+3}{2}, \frac{y}{2})$ den,

$$\sqrt{(\frac{x+3}{2} + 3)^2 + (\frac{y}{2})^2} = 5$$

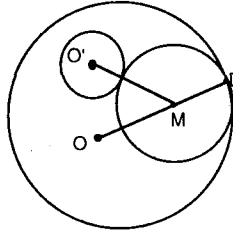
$$\frac{(x+9)^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 25$$

$(x+9)^2 + y^2 = 100$ bulunur.

$A(x, y)$ noktalarının geometrik yeri $M(-9, 0) \wedge r = 10$ yarıçaplı çemberdir.

ÖRNEK 12

Birbirinin içinde olan iki daireye teğet olan daire merkezlerinin geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM

Verilen iki daire O ve O' merkezli daireler olsun. İç içe olan bu iki dairenin yarıçaplarını r ve r' ile gösterelim. Bu iki daireye teğet olan M merkezli daire O dairesinin içindedir. O' ve M merkezli daireler birbirlerine dıştan ve içten teğet olabilirler.

O' ve M merkezli dairelerin şekilde görüldüğü gibi dıştan teğet olduklarını varsayalım. M merkezli dairenin yarıçapını R ile gösterirsek;

$$|OM| = r - R$$

$$|O'M| = r' + R \text{ olup buradan,}$$

$|OM| + |O'M| = r + r'$ elde edilir. O hâlde M noktası odakları O , O' noktaları olan bir (E) elipsi üzerindedir.

ÖRNEK 13

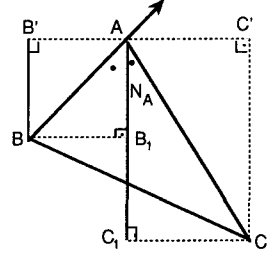
Bir ABC üçgeninin $BC = a$ kenarı ile $AC \cdot AB \cdot \cos^2 \frac{A}{2} = k^2$ çarpımı sabit kaldığına göre, A köşesinin geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM

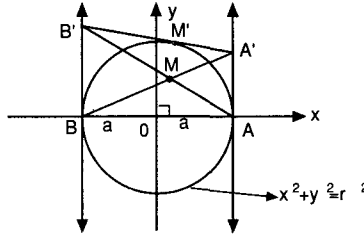
B, C köşelerinin A açısının iç açıortayına olan uzaklıkları BB_1 ve CC_1 , dış açıortayına olan uzaklıkları BB' , CC' olsun.

$$AB \cdot \cos \frac{A}{2} \cdot AC \cdot \cos \frac{A}{2} = AB_1 \cdot AC_1 = BB' \cdot CC' = k^2 \text{ yazılır.}$$

B, C köşelerinin değişken $B'C'$ doğrusuna olan uzaklıkları çarpımının sabit oluşu, $B'C'$ nün odakları B, C olan bir elipse teğet olduğunu gösterir. O hâlde A noktasının geometrik yeri odakları B, C küçük eksen uzunluğu k ve A noktasındaki teğeti $B'C'$ olan bir elipstir.

**ÖRNEK 14**

AB çaplı bir çemberin değişken bir teğeti, bu çapın iki ucundaki teğetlerini A', B' noktalarında kesiyor. AB' ve $A'B$ nin M kesim noktasının geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM

Çemberin AB çapını x eksenine ve buna dik olan çapı da y eksenine olarak alalım.

$|AB| = 2a$ ve M' noktasının koordinatları (x_1, y_1) olsun. Çemberin M' noktasındaki teğet denklemini;

$xx_1 + yy_1 = a^2$ olup buradan;

$$x_{A'} = a, \quad y_{A'} = \frac{a^2 - ax_1}{y_1}$$

$$x_{B'} = -a, \quad y_{B'} = \frac{a^2 + ax_1}{y_1}$$

bulunur. BA' nün denklemi;

$$(a^2 + ax)x_1 + 2ayy_1 - a^3 - a^2x = 0 \text{ dir.} \quad (1)$$

a yerine $-a$ koyarak AB' nün denklemi bulunur. Buna göre AB' nün denklemi;

$$(a^2 - ax)x_1 - 2ayy_1 + a^3 - a^2x = 0 \text{ dir.} \quad (2)$$

(1) ve (2) denklemlerinden;

$$x_1 = x, \quad y_1 = \frac{a^2 - x_1^2}{2y} = \frac{y_1^2}{2y}, \quad (y_1 = 2y)$$

bulunur. x_1, y_1 in bu değerleri $x_1^2 + y_1^2 = a^2$ çember denklemini sağlar.

$$x^2 + 4y^2 = a^2 \quad \text{veya} \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{(\frac{a}{2})^2} = 1 \quad \text{bulunur.}$$

Geometrik yer eksenlerinin yarı uzunlukları a ve $\frac{a}{2}$ olan bir elipstir.

ÖRNEK 15

Bir elipsin değişken bir M noktası F, F' odaklarına birleştiriliyor. MFF' üçgeninin G ağırlık merkezinin geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM

M noktasının koordinatları $M(x, y)$ olsun. G nin koordinatları;

$$X = \frac{x + (-c) - (-c)}{3} = \frac{x}{3}$$

$$Y = \frac{y}{3} \text{ olur. Buradan,}$$

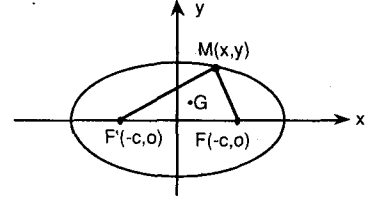
$$X = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 3X \quad \wedge \quad Y = \frac{y}{3} \Rightarrow y = 3Y \text{ dir.}$$

$M(x, y) = (3X, 3Y)$ noktası elips üzerinde olduğundan denklemi sağlamalıdır.

$$\frac{9X^2}{a^2} + \frac{9Y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{(\frac{a}{3})^2} + \frac{y^2}{(\frac{b}{3})^2} = 1 \text{ elde edilir.}$$

Geometrik yer eksen uzunlukları $\frac{a}{3}$ ve $\frac{b}{3}$ olan elipstir.

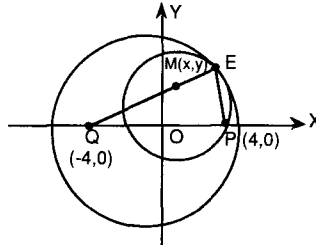
**ÖRNEK 16**

$P(4, 0)$ noktasından geçen ve $x^2 + y^2 + 8x - 84 = 0$ çemberine teğet olan daire merkezlerinin geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$x^2 + y^2 + 8x - 84 = 0$ çemberini $(x + 4)^2 + y^2 = 100$ şeklinde yazarsak,

merkezi $Q(-4, 0)$ ve $r = 10$ olur.



P den geçen ve Q merkezli verilen çembere E noktasında teğet olan çemberin merkezi $M(x, y)$ olsun.

$|ME| = |MP|$ veya $|ME| = 10 - \sqrt{(x+4)^2 + y^2}$ ve $|MP| = \sqrt{(x-4)^2 + y^2}$ olduğundan, $10 - \sqrt{(x+4)^2 + y^2} = \sqrt{(x-4)^2 + y^2}$ yazılır. Her iki yanın karesi alınarak gerekli sadeleştirmeler yapılırsa;

$$9x^2 + 25y^2 = 225 \text{ veya}$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \text{ elde edilir.}$$

Geometrik yer bir elipstir.

ÖRNEK 17

$y = mx^2 - 2(m+1)x - 4$ parabolünün tepe noktalarının geometrik yeri nedir?

ÇÖZÜM

TN($-\frac{b}{2a}$, $f(-\frac{b}{2a})$) dir.

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{2(m+1)}{2m} = \frac{m+1}{m} \Rightarrow x = \frac{m+1}{m}$$

$$y = f\left(\frac{m+1}{m}\right) = m \frac{(m+1)^2}{m \cdot m} - 2(m+1) \cdot \frac{m+1}{m} - 4$$

$$y = \frac{(m+1)^2}{m} - \frac{2(m+1)^2}{m} - 4$$

$$y = -\frac{(m+1)^2}{m} - 4 \quad (1) \text{ olur.}$$

$$x = \frac{m+1}{m} \Rightarrow mx = m+1 \Rightarrow mx - m = 1$$

$$m(x-1) = 1$$

$$m = \frac{1}{x-1} \text{ bulunur.}$$

(1) de yerine konursa;

$$y = -\left(\frac{m+1}{m}\right) \cdot (m+1) - 4$$

$$y = -x \cdot \left(\frac{1}{x-1} + 1\right) - 4$$

$$y = -x \cdot \frac{1+x-1}{x-1} - 4$$

$$y = -\frac{x^2}{x-1} - 4$$

$$y = \frac{-x^2 - 4x + 4}{x-1} \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK 18

$y = 2x^2 - 4(m-2)x - m + 1$ parabolünün tepe noktalarının geometrik yeri nedir?

ÇÖZÜM

TN($-\frac{b}{2a}$, $f(-\frac{b}{2a})$) dir.

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{4(m-2)}{4} = m-2 \Rightarrow x = m-2 \text{ ya da}$$

$$y = f(m-2) = 2(m-2)^2 - 4(m-2)(m-2) - m + 1$$

$$y = 2(m-2)^2 - 4(m-2)^2 - m + 1$$

$$y = -2(m-2)^2 - m + 1 \text{ bulunur.}$$

$m-2$ yerine x ve m yerine $x+2$ yazılırsa;

$$y = -2x^2 - (x+2) + 1$$

$$y = -2x^2 - x - 2 + 1$$

$$y^2 = -2x^2 - x - 1 \text{ parabolü oluşur. Buda aranan geometrik yerdir.}$$

ÖRNEK 19

Uç noktaları koordinat eksenleri üzerinde olan AB doğru parçalarının uzunlukları 5 br dir.

AB doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri nedir?

ÇÖZÜM

$$|AB| = 5 \text{ br.}$$

$A(a, 0)$, $B(0, b)$ ve $[AB]$ nin orta noktası $P(x, y)$ olsun.

OAB dik üçgeninden, $a^2 + b^2 = 25$ bulunur. (1)

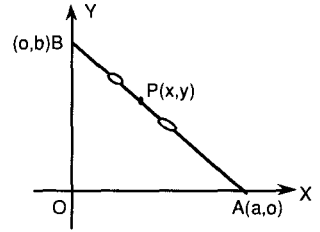
Öte yandan $P(x, y) = P\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ dir.

$$\text{Yani } x = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 2x \wedge y = \frac{b}{2} \Rightarrow b = 2y \text{ dir.}$$

Değerler (1) de yerine konursa;

$$4x^2 + 4y^2 = 25 \text{ ya da}$$

$$x^2 + y^2 = \frac{25}{4} \text{ merkezli çemberine ulaşılır. Aranan geometrik yer merkezli çemberdir.}$$

**ÖRNEK 20**

$A(3, 0)$ noktasının $y = mx - 2$ doğrularına göre simetriklerinin geometrik yeri nedir?

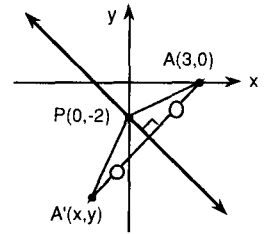
ÇÖZÜM

$y = mx - 2$ doğrusunda $x = 0 \Rightarrow y = -2$ olur. Yani $P(0, -2)$ noktası doğru demetinde tüm doğruların kesiştiği noktadır. Bu doğrulardan birisi d olsun. A nın d 'ye göre simetriği $A'(x, y)$ ise, PAA' üçgeni ikizkenar olacağından, $|PA| = |PA'|$ olmalıdır.

$$\sqrt{x^2 + (y+2)^2} = \sqrt{9+4}$$

$$x^2 + (y+2)^2 = 13 \text{ elde edilir.}$$

Aranılan geometrik yer $(0, -2)$ merkezli $r = \sqrt{13}$ yarıçaplı çemberdir.



GEOMETRİK YER

TEST


1. $4x^2 - 4xy + y^2 - 2x + y - 6 = 0$ denklemi aşağıdakilerden hangisini belirtir?
A) Elips B) Hiperbol
C) Parabol D) Çember
E) Paralel iki doğru
2. $16x^2 - y^2 = 2y + 1$ denklemi aşağıdakilerden hangisini belirtir?
A) Nokta B) Kesişen iki doğru
C) Parabol D) Çember
E) Elips
3. $x^2 + mxy + y^2 + x - y = 0$ denklemi, m 'nin hangi değeri için bir parabol belirtir?
A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4
4. $3x^2 - 5xy + 4y^2 + 2x - 3y - 1 = 0$ denklemi aşağıdakilerden hangisini belirtir?
A) Hiperbol B) Parabol
C) Elips D) Çember
E) Kesişen iki doğru
5. $K = \{ (a, b) \mid x = a \sec \alpha \text{ ve } y = b \tan \alpha, \alpha \in \mathbb{R} \}$ kümesinin tanımlı olduğu yerlerde, geometrik yerin denklemi nedir?
A) $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$
B) $a^2x^2 - b^2y^2 = a^2b^2$
C) $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$
D) $b^2x^2 - a^2y^2 = 1$
E) $a^2x^2 - b^2y^2 = 1$
6. $A(2, \frac{3}{2})$ ve $B(-6, \frac{1}{2})$ noktalarına eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?
A) $x + 8y + 15 = 0$ B) $8x + y - 15 = 0$
C) $8x + y + 15 = 0$ D) $8x - y + 15 = 0$
E) $8x - y - 15 = 0$
7. A ve B sabit iki nokta olmak üzere, $[CA] \perp [CB]$ koşulunu gerçekleyen C noktalarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) Kesişen iki doğru B) Paralel iki doğru
C) Parabol D) Elips
E) Çember

ZAFER YAYINLARI

8. $\theta \in \mathbb{R}$ olmak üzere, parametrik denklemleri
 $x = 2 \sin \theta + 1$
 $y = 2(1 + \cos \theta)$
olan noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?
A) $x^2 + y^2 = 4$
B) $(x - 1)^2 + y^2 = 4$
C) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$
D) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$
E) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$
9. $4x + 7y - 5 = 0$ ve $x - 8y + 8 = 0$ doğrularına eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?
A) $3x + y + 1 = 0$ B) $x - 3y - 11 = 0$
C) $3x + 15y - 13 = 0$ D) $2x + 7y + 11 = 0$
E) $3x - 15y - 13 = 0$
10. A(-1, 7) ve B(11, -9) noktalarından geçen doğrular birbirini dik kesmektedir. Bu doğruların kesim noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?
A) $(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 400$
B) $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 = 400$
C) $x^2 + y^2 = 100$
D) $(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 100$
E) $(x + 5)^2 + (y + 1)^2 = 100$
11. A(-3, 8) ve B(9, -8) noktaları veriliyor. **[AB] doğru parçasını dik açı altında gören noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?**
A) $(x - 3)^2 + y^2 = 400$
B) $(x - 3)^2 + (y + 8)^2 = 100$
C) $x^2 + (y - 3)^2 = 400$
D) $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 400$
E) $(x - 3)^2 + y^2 = 100$
12. $x^2 + y^2 - 12x - 16y + 75 = 0$ çemberinin 2 birim uzunluğundaki kirişlerinin orta noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?
A) $(x - 6)^2 + (y - 8)^2 = 22$
B) $(x - 6)^2 + (y - 8)^2 = 24$
C) $(x - 3)^2 + y^2 = 24$
D) $(x - 6)^2 + (y - 8)^2 = 25$
E) $(x - 6)^2 + (y - 8)^2 = 99$

13. Merkezi $(2, 3)$ noktası ve yarıçapı 4 birim olan çemberi 60° lik açı altında gören noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 81$
 B) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 64$
 C) $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$
 D) $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 36$
 E) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$

14. $A(6, 4)$ ve $B(2, -4)$ noktaları veriliyor.

$$\frac{|PB|}{|PA|} = \frac{1}{2} \text{ koşulunu sağlayan } P \text{ noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?}$$

- A) $x^2 + y^2 - 4x + 40y + 28 = 0$
 B) $x^2 + y^2 + 4x - 40y + 28 = 0$
 C) $3x^2 + 3y^2 - 4x + 40y + 28 = 0$
 D) $3x^2 + 3y^2 + 4x - 40y + 28 = 0$
 E) $3x^2 + 3y^2 + 40x - 4y + 28 = 0$

15. $y = x^2 + ax$ parabolünün tepe noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $y = -x^2$ B) $y = -2x^2$ C) $y = -4x^2$
 D) $y = x^2$ E) $y = 2x^2$

16. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 9$ çemberine teğet ve yarıçapı 1 birim olan çemberlerin merkezlerinin geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 16$
 B) $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 16$
 C) $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 16$
 D) $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$
 E) $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 4$

17. $x^2 + y^2 - 4x + 2y + c = 0$ çemberlerinin içindeki $A(3, 4)$ noktasından geçen kirişlerinin orta noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $x^2 + y^2 - 5x - 3y + 2 = 0$
 B) $x^2 + y^2 - 5x + 3y + 2 = 0$
 C) $x^2 + y^2 - 3x - 5y + 2 = 0$
 D) $x^2 + y^2 - 3x + 5y + 2 = 0$
 E) $x^2 + y^2 - 5x + 5y + 2 = 0$

18. Ordinat eksenine ve $5x + 12y = 0$ doğru-suna teğet olan, apsisi eksenini kesmeyen çemberlerin merkezlerinin geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $x + 5y = 0$ B) $3x - 2y = 0$
 C) $2x + 3y = 0$ D) $2x - 3y = 0$
 E) $3x + 2y = 0$

19. $A(1, 3)$ noktasının $x + ay - 2 = 0$ doğrularına göre simetriklerinin geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $(x+2)^2 + y^2 = 10$ B) $(x-2)^2 + y^2 = 10$
 C) $x^2 + (y-2)^2 = 10$ D) $x^2 + (y+2)^2 = 10$
 E) $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 10$

20. $x^2 + y^2 = r^2$ çemberinin üzerindeki noktalardan apsisi eksenine inilen dikmelerin orta noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $x^2 - 4y^2 = r^2$ B) $4x^2 - y^2 = r^2$
 C) $x^2 + 4y^2 = r^2$ D) $4x^2 + y^2 = r^2$
 E) $4x^2 + 4y^2 = r^2$

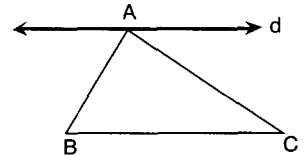
21. $x^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$ küresinin birbirlerini dik kesen teğetlerinin kesim noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 50$
 B) $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 50$
 C) $x^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 50$
 D) $x^2 + y^2 + z^2 = 50$
 E) $x^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 50$

22. $d \parallel [BC]$

$A \in d$

ABC bir üçgen



Şekilde, A noktası d doğrusu üzerinde hareketli bir nokta olmak koşuluyla $[AB]$ doğru parçasının orta noktalarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Bir doğru parçası
 B) d doğrusuna dik bir doğru
 C) d ye paralel bir doğru
 D) $[AC]$ ye paralel bir doğru parçası
 E) $[AB]$ çaplı bir çember

GEOMETRİK YER

TEST
2

1. $A(-1, 3)$ ve $B(2, 4)$ noktalarından eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + 3y - 5 = 0$
 B) $2x - y + 1 = 0$
 C) $3x + 2y + 5 = 0$
 D) $3x + y - 5 = 0$
 E) $4x - 2y - 1 = 0$

2. $3x + 4y - 2 = 0$ ve $5x - 12y - 3 = 0$ doğrularına eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $14x - 11y + 11 = 0$
 B) $14x + 11y - 22 = 0$
 C) $64x - 8y - 11 = 0$
 D) $-14x + 11y + 11 = 0$
 E) $64x - 8y - 41 = 0$

3. $(3, 1)$ noktasının $2x - ky - 1 + kx + y - 2k = 0$ doğrularına göre simetriklerinin geometrik yer denklemi nedir?

A) $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 8$
 B) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 8$
 C) $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$
 D) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$
 E) $x^2 + (y - 1)^2 = 8$

4. $A(3, -5)$ ve $B(1, -1)$ noktalarını dik açı altında gören noktaların geometrik yeri nedir?

A) $x^2 + y^2 - 4x + 5 = 0$
 B) $x^2 + y^2 - 2x + 3y - 6 = 0$
 C) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0$
 D) $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 2 = 0$
 E) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$

5. $k \in \mathbb{R}$, $x = 10k^2$, $y = \sqrt{5}k$ noktalarının geometrik yer denklemi nedir?

A) Çember B) Doğru C) Hiperbol
 D) Elips E) Parabol

6. $A(-6, 0)$ ve $B(4, 0)$ noktaları ve $[AC] \perp [BC]$ olacak biçimde bir C noktası veriliyor. $|AC|^2 + |BC|^2 = |AB|^2$ koşulunu sağlayan C noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?

A) $x^2 + y^2 + 2x - 24 = 0$
 B) $x^2 + y^2 - 4x - 26 = 0$
 C) $x^2 + y^2 + 6x - 36 = 0$
 D) $x^2 + y^2 - 8x - 40 = 0$
 E) $x^2 + y^2 - 10x - 20 = 0$

7. $A(-3, 0)$, $B(0, 4)$ noktaları veriliyor. $|PA| + |PB| = 9$ ise P noktalarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) Çember B) Parabol C) Hiperbol
 D) Elips E) APB açısının açıortayı

8. $A(2, 1)$ noktasından geçen ve x -eksenine teğet olan M merkezli çemberler çiziliyor. Buna göre M noktalarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

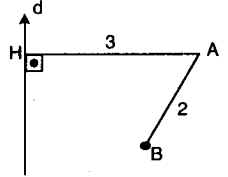
A) $x^2 - 2x - 2y = 0$
 B) $x^2 + 4x - 2y + 5 = 0$
 C) $x^2 - 4x - 2y - 5 = 0$
 D) $x^2 + 4x - 2y - 5 = 0$
 E) $x^2 - 4x - 2y + 5 = 0$

9. $\theta \in \mathbb{R}$ olmak üzere parametrik denklemleri $x = 2\cos\theta - 1$, $y = 2 + 2\sin\theta$ olan noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

A) $x^2 + y^2 = 4$
 B) $(x - 1)^2 + y^2 = 4$
 C) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$
 D) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$
 E) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$

10. $|HA| = 3br$, $|AB| = 2br$ ve B noktası ile d doğrusu sabittir. A noktasının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) Hiperbol B) Elips C) Parabol
 D) Çember E) Kesişen iki doğru



11. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$ denklemiyle verilen çembere dıştan teğet ve yarıçapları 2 br olan çemberlerin merkezlerinin geometrik yerinin denklemi nedir?

A) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 36$
 B) $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 49$
 C) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 49$
 D) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$
 E) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$

12. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 8$ çemberine üzerindeki $P(x, y)$ noktalarından teğetler çiziliyor. Teğetlerin üzerinde ve teğetlerin değme noktalarından itibaren 1 birim uzaklıkta olacak şekilde alınan noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$
 B) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9 + 4\sqrt{2}$
 C) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$
 D) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$
 E) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$

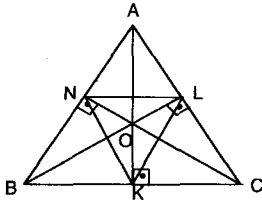
13. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 31 = 0$ çemberinin $A(-1, 3)$ noktasından geçen kirişlerinin orta noktalarının geometrik yer denklemi nedir?

- A) $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 25 = 0$
 B) $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 30 = 0$
 C) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 25 = 0$
 D) $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 30 = 0$
 E) $x^2 + y^2 - x - 2y + 5 = 0$

14. Merkezleri aynı ve yarıçapları sırası ile $2br$ ve $4br$ olan iki çembere aynı anda teğet olan çemberlerin merkezlerinin geometrik yerinin sınırladığı alan kaç br^2 dir?

- A) 36π B) 12π C) 9π D) 4π E) 2π

15. O noktası ABC üçgeninin diklik merkezidir. Buna göre aşağıdaki önermelerden hangisi kesinlikle doğrudur?



- A) $IAOI \cdot IBOI = ICOI \cdot IONI$ dir.
 B) O noktası KLN üçgeninin ağırlık merkezidir.
 C) O noktası KLN üçgenin kenarlarına eşit uzaklıkta bulunan bir noktadır.
 D) O noktası ABC üçgenin çevrel çemberinin merkezidir.
 E) $IBOI = 4IOI$ dir.

16. $A(1, -6)$ noktası ve $y = x^2 - 5$ parabolü veriliyor. B noktası parabol üzerinde hareket etmek koşuluyla AB doğru parçasının orta noktalarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 2x^2 - 2x + 3$
 B) $y = 2x^2 - 2x - 3$
 C) $y = 2x^2 - 2x - 5$
 D) $y = 2x^2 + 2x + 5$
 E) $y = 2x^2 + 2x - 3$

17. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$ hiperbolünün dik kesişen teğetlerinin geometrik yeri nedir?

- A) $x^2 + y^2 = 121$ B) $x^2 + y^2 = 36$
 C) $x^2 + y^2 = 25$ D) $x^2 + y^2 = 16$
 E) $x^2 + y^2 = 11$

18. $36x^2 + 49y^2 = 1764$ elipsinin üzerindeki noktalardan asal eksene çizilen dikmelerin orta noktalarının geometrik yerinin denklemi nedir?

- A) $9x^2 + 36y^2 = 441$
 B) $9x^2 + 49y^2 = 441$
 C) $36x^2 + 9y^2 = 441$
 D) $49x^2 + 9y^2 = 441$
 E) $6x^2 + 7y^2 = 42$

19. $A(1, -2)$ ve $B(4, 2)$ düzlemde sabit iki noktadır. Sabit iki noktaya göre eğimleri çarpımı 2 olan (x, y) noktalarının geometrik yeri nedir?

- A) Doğru B) Çember C) Elips
 D) Hiperbol E) Parabol

20. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{9} = 1$ elipsi $(\frac{4\sqrt{6}}{3}, 1)$ noktasından geçmektedir. Bu elipsin dik kesişen teğetlerinin geometrik yeri nedir?

- A) $x^2 + y^2 = 9$ B) $x^2 + y^2 = 12$
 C) $x^2 + y^2 = 16$ D) $x^2 + y^2 = 21$
 E) $x^2 + y^2 = 441$

YANIT ANAHTARI

BÖLÜM-1

TEST-1		TEST-2		TEST-3		TEST-4	
1. B	15. C	1. B	15. A	1. D	15. E	1. C	15. B
2. C	16. E	2. B	16. B	2. B	16. B	2. D	16. A
3. B	17. A	3. E	17. A	3. E	17. A	3. B	17. B
4. A	18. B	4. C	18. C	4. E	18. C	4. E	18. D
5. D	19. C	5. A	19. E	5. C	19. E	5. A	19. C
6. C	20. B	6. C	20. B	6. B	20. B	6. D	20. E
7. B	21. E	7. A	21. D	7. E	21. A	7. A	21. A
8. E	22. D	8. A	22. A	8. D	22. D	8. C	22. E
9. D	23. C	9. B	23. D	9. C	23. E	9. B	23. C
10. B	24. A	10. D	24. E	10. A	24. C	10. D	24. A
11. B	25. C	11. B	25. B	11. E	25. A	11. E	25. B
12. B		12. D		12. C		12. E	26. D
13. E		13. E		13. D		13. D	27. D
14. A		14. C		14. D		14. C	
TEST-5		TEST-6		TEST-7		TEST-8	
1. E	15. A	1. E	15. D	1. E	15. E	1. D	15. B
2. C	16. C	2. E	16. A	2. D	16. D	2. D	16. E
3. C	17. A	3. C	17. A	3. C	17. B	3. C	17. B
4. A	18. B	4. B	18. B	4. B	18. A	4. C	18. B
5. B	19. C	5. B	19. C	5. A	19. D	5. A	19. D
6. C	20. D	6. B	20. C	6. C	20. E	6. E	20. B
7. B	21. A	7. A	21. B	7. B	21. A	7. B	
8. E	22. C	8. E	22. C	8. E	22. C	8. C	
9. C	23. D	9. E	23. E	9. A	23. B	9. A	
10. B	24. D	10. C	24. A	10. D	24. B	10. C	
11. E	25. D	11. C	25. B	11. C	25. C	11. D	
12. A		12. E		12. D	26. A	12. C	
13. C		13. A		13. A		13. B	
14. A		14. A		14. C		14. A	
TEST-9		TEST-10		TEST-11		TEST-12	
1. E	15. C	1. A	15. B	1. B	15. C	1. D	15. C
2. C	16. D	2. D	16. C	2. C	16. B	2. C	16. A
3. E	17. C	3. D	17. E	3. D	17. E	3. E	17. E
4. C	18. D	4. B	18. D	4. E	18. D	4. B	18. A
5. C	19. C	5. A	19. D	5. B	19. C	5. A	19. D
6. B	20. A	6. E	20. B	6. A	20. A	6. B	20. C
7. B	21. C	7. A	21. D	7. C	21. B	7. A	21. D
8. D	22. B	8. C	22. A	8. E	22. E	8. D	22. E
9. E	23. D	9. A	23. C	9. D	23. A	9. E	23. A
10. A		10. A	24. D	10. B	24. C	10. C	24. C
11. C		11. E	25. A	11. C	25. D	11. A	
12. E		12. D	26. E	12. D	26. B	12. C	
13. A		13. D	27. E	13. A		13. B	
14. B		14. B	28. C	14. E		14. D	
TEST-13		TEST-14		TEST-15		TEST-16	
1. D	11. E	1. E	11. C	1. A	11. C	1. B	11. E
2. D	12. C	2. E	12. A	2. B	12. C	2. E	12. E
3. E	13. A	3. A	13. D	3. D	13. D	3. B	13. C
4. A	14. A	4. B	14. C	4. D	14. E	4. B	14. D
5. D	15. D	5. A	15. A	5. C	15. C	5. A	15. D
6. C	16. C	6. C	16. C	6. C	16. D	6. B	16. C
7. C	17. D	7. C	17. D	7. E	17. A	7. C	17. E
8. D	18. C	8. B	18. C	8. B	18. D	8. D	18. B
9. D	19. E	9. C	19. E	9. B	19. B	9. C	19. D
10. A	20. A	10. B	20. D	10. E	20. A	10. D	20. D

BÖLÜM-2

TEST-1		TEST-2		TEST-3		TEST-4		TEST-5		TEST-6	
1. A	16. C	1. B	16. B	1. A	16. D	1. B	16. C	1. E	16. C	1. B	16. E
2. C	17. B	2. D	17. A	2. C	17. D	2. C	17. D	2. D	17. B	2. C	17. B
3. D	18. E	3. C	18. A	3. B	18. B	3. E	18. A	3. C	18. A	3. A	18. B
4. B	19. A	4. E	19. C	4. E	19. B	4. B	19. C	4. E	19. C	4. D	19. D
5. A	20. D	5. A	20. E	5. D	20. A	5. B	20. B	5. B	20. D	5. E	20. B
6. C	21. E	6. A	21. C	6. E	21. B	6. C	21. B	6. A	21. D	6. A	21. E
7. B	22. A	7. C	22. E	7. A	22. E	7. B	22. E	7. C	22. A	7. B	
8. D	23. B	8. D	23. D	8. B		8. B	23. D	8. E	23. B	8. D	
9. B	24. C	9. E	24. A	9. D		9. D	24. C	9. B	24. C	9. C	
10. E		10. E	25. B	10. C		10. C	25. C	10. E	25. C	10. A	
11. D		11. B		11. C		11. D	26. A	11. C	26. A	11. D	
12. D		12. B		12. B		12. A	27. B	12. C	27. D	12. A	
13. A		13. C		13. C		13. C	28. B	13. D	28. E	13. C	
14. E		14. A		14. E		14. E	29. E	14. A	29. D	14. E	
15. B		15. D		15. A		15. C		15. C		15. B	
TEST-7		TEST-8		TEST-9		TEST-10		TEST-11		TEST-12	
1. B	13. C	1. A	13. B	1. A	13. B	1. D	13. D	1. C	13. D	1. B	13. C
2. C	14. E	2. C	14. A	2. D	14. E	2. C	14. A	2. C	14. E	2. B	14. E
3. D	15. D	3. C	15. C	3. C	15. C	3. E	15. D	3. C	15. E	3. B	15. E
4. A	16. E	4. E	16. A	4. E	16. A	4. B	16. C	4. C	16. D	4. A	16. E
5. D	17. C	5. B	17. D	5. B	17. D	5. C	17. A	5. C	17. B	5. E	17. A
6. A	18. E	6. B	18. B	6. B	18. B	6. B	18. A	6. A	18. E	6. A	18. D
7. B	19. A	7. C	19. A	7. C	19. A	7. E	19. A	7. D	19. B	7. A	19. C
8. D	20. B	8. D	20. E	8. D	20. E	8. D	20. D	8. D	20. B	8. A	20. A
9. C	21. E	9. E	21. D	9. E		9. E		9. A		9. E	
10. A	22. C	10. E	22. C	10. E		10. A		10. B		10. E	
11. D		11. D	23. B	11. D		11. C		11. B		11. B	
12. A		12. C	24. A	12. C		12. C		12. B		12. B	

BÖLÜM-3

TEST-1		TEST-2		TEST-3		TEST-4		TEST-5	
1. E	17. C	1. A	17. A	1. A	17. C	1. B	17. B	1. A	17. D
2. D	18. E	2. C	18. D	2. B	18. C	2. D	18. B	2. E	18. A
3. B	19. C	3. B	19. B	3. B	19. A	3. A	19. D	3. A	19. A
4. D	20. C	4. B	20. A	4. D	20. D	4. E	20. E	4. C	20. C
5. A	21. B	5. D	21. C	5. C	21. E	5. D	21. A	5. E	21. D
6. B	22. D	6. C	22. E	6. D	22. A	6. E	22. C	6. A	22. D
7. C	23. E	7. B	23. C	7. C	23. C	7. D		7. B	
8. C	24. E	8. E	24. D	8. A	24. D	8. A		8. C	
9. C	25. C	9. B	25. D	9. C	25. C	9. C		9. E	
10. C		10. E	26. D	10. C	26. D	10. C		10. D	
11. D		11. A		11. B	27. B	11. B		11. D	
12. E		12. C		12. A	28. E	12. D		12. B	
13. D		13. C		13. D	29. D	13. C		13. E	
14. C		14. E		14. C	30. A	14. D		14. B	
15. A		15. C		15. C	31. C	15. B		15. D	
16. B		16. D		16. E	32. D	16. C		16. B	
TEST-6		TEST-7		TEST-8		TEST-9		TEST-10	
1. C	17. B	1. E	17. B	1. A	15. D	1. C	15. C	1. C	17. C
2. B	18. B	2. D	18. B	2. D	16. C	2. D	16. D	2. B	18. A
3. D	19. D	3. C	19. C	3. A	17. C	3. C	17. C	3. D	19. C
4. C	20. D	4. D	20. E	4. C	18. C	4. A	18. A	4. C	20. B
5. B	21. B	5. E	21. D	5. A	19. C	5. B	19. B	5. A	21. E
6. A	22. D	6. B		6. E	20. B	6. C	20. D	6. A	22. A
7. C		7. A		7. E		7. B		7. D	23. D
8. D		8. B		8. D		8. A		8. B	24. E
9. C		9. E		9. A		9. B		9. E	25. D
10. B		10. C		10. C		10. D		10. E	26. D
11. E		11. E		11. E		11. A		11. D	27. C
12. C		12. C		12. B		12. D		12. E	28. D
13. C		13. B		13. E		13. A		13. B	29. B
14. A		14. D		14. E		14. C		14. A	
15. B		15. A						15. E	
16. A		16. A						16. C	

BÖLÜM-3							
TEST-11		TEST-12		TEST-13		TEST-14	
1. B	15. C	1. A	15. D	1. D	15. C	1. D	15. A
2. C	16. A	2. B	16. C	2. E	16. D	2. A	16. C
3. C	17. B	3. C	17. A	3. B	17. C	3. C	17. C
4. E	18. D	4. D	18. B	4. B	18. C	4. D	18. B
5. B	19. D	5. E	19. A	5. B	19. C	5. C	19. D
6. B	20. E	6. D	20. D	6. D	20. D	6. D	20. C
7. A	21. E	7. B	21. C	7. E		7. C	
8. B	22. B	8. B	22. D	8. E		8. A	
9. A	23. E	9. C	23. E	9. C		9. B	
10. D	24. B	10. E		10. D		10. E	
11. C	25. D	11. C		11. D		11. D	
12. A		12. B		12. C		12. C	
13. B		13. D		13. B		13. B	
14. C		14. C		14. D		14. C	

BÖLÜM-4							
TEST-1		TEST-2		TEST-3		TEST-4	
1. A	13. E	1. C	13. D	1. D	13. A	1. C	13. B
2. D	14. D	2. D	14. A	2. D	14. C	2. B	14. C
3. B	15. D	3. C	15. E	3. A	15. B	3. E	15. B
4. C	16. C	4. E	16. C	4. D	16. C	4. C	16. D
5. B	17. C	5. C	17. D	5. E	17. E	5. B	17. E
6. D	18. B	6. C	18. C	6. B	18. C	6. C	18. B
7. C	19. C	7. D	19. D	7. B	19. E	7. A	19. D
8. E	20. C	8. A	20. A	8. C	20. C	8. D	
9. D	21. C	9. B	21. D	9. A		9. A	
10. D	22. E	10. C	22. C	10. A		10. E	
11. D		11. A	23. A	11. D		11. C	
12. A		12. B		12. B		12. E	

TEST-5		TEST-6		TEST-7	
1. D	13. B	1. E	13. A	1. E	13. A
2. E	14. B	2. C	14. D	2. B	14. D
3. C	15. B	3. C	15. C	3. D	15. A
4. C	16. D	4. D	16. D	4. D	16. C
5. C	17. E	5. C	17. B	5. C	17. A
6. C	18. C	6. A	18. C	6. A	18. A
7. C	19. C	7. B	19. D	7. A	19. B
8. C	20. B	8. E	20. E	8. C	20. C
9. E	21. D	9. A		9. C	
10. B	22. E	10. C		10. E	
11. D	23. D	11. A		11. E	
12. C		12. B		12. D	

BÖLÜM-5			
TEST-1		TEST-2	
1. E	12. B	1. D	12. C
2. B	13. B	2. E	13. B
3. A	14. C	3. A	14. C
4. C	15. A	4. C	15. C
5. A	16. D	5. E	16. C
6. C	17. A	6. A	17. E
7. E	18. E	7. D	18. B
8. D	19. B	8. E	19. D
9. C	20. C	9. D	20. D
10. D	21. E	10. B	
11. E	22. C	11. C	