

MATEMATİK ÇKS

Toplam ve Çarpım Sembolü

ISBN 978-9944-194-11-2



9 781234 567897

2,00 YTL



CELAL AYDIN
YAYINLARI

Online satış: celalaydindershanesi.com.tr

TÜMEVARIM

İçinde en az bir değişken bulunan ve bu değişken ya da değişkenlerin alacağı değerlere göre doğru ya da yanlış olduğuna kesin olarak varılan ifadelerle açık önermeler denir. Açık önermeleri doğrulayan değerlerin kümesine de doğruluk kümesi denir.

Örneğin

$n, N^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$ sayma sayıları kümesinin herhangi bir elemanı olmak üzere,

$3n + 1 > n^2$ ifadesi bir açık önermedir.

Bu önerme $n = 1$ için $3 \cdot 1 + 1 > 1^2 \Rightarrow 4 > 1$

doğru

$n = 2$ için $3 \cdot 2 + 1 > 2^2 \Rightarrow 7 > 4$

doğru

$n = 3$ için $3 \cdot 3 + 1 > 3^2 \Rightarrow 10 > 9$

doğru

$n = 4$ için $3 \cdot 4 + 1 > 4^2 \Rightarrow 13 > 16$

yanlış

olur. Bu önerme 4 ve 4 den büyük sayma sayıları için yanlıştır.

Yukarıdaki önermede olduğu gibi, bazı değerler için doğru olan bir önermenin, tüm değerler için doğru olacağı söylenemez.

Doğal sayılarla ilgili önermelerin doğruluğunu göstermeye yarayan ispat yöntemlerinden biri tümevarım yöntemidir.

TÜMEVARIM İLKESİ (YÖNTEMİ)

$n \in N, P(n)$, n ye bağlı bir açık önerme,

$a \in N$ ve $N_a = \{a, a + 1, a + 2, \dots\}$ ise

1. $P(n)$ önermesinin N_a kümesinin en küçük elemanı olan $n = a$ için doğru olduğu gösterilir.

2. $k \in N_a$ için $P(k)$ nın doğru olduğu kabul edilip

$k + 1 \in N_a$ için $P(k + 1)$ nın doğru olduğu gösterilirse, bu önerme N_a kümesinin her elemanı için doğrudur. Bu yöntem ile bir önermenin doğru olduğunu göstermeye, tümevarım yöntemi ile ispat denir.

Örnek

$\forall n \in N^+$ için,

$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ önermesinin doğru olduğunu gösteriniz.

Çözüm

I. N^+ nın en küçük elemanı 1 için

$$P(1) : 1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} \Rightarrow 1 = 1 \text{ olur.}$$

II. $n = k$ için $P(k) : 1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$ olduğunu kabul edelim.

Bu önermeden yararlanarak $n = k + 1$ için

$$P(k+1) = 1 + 2 + 3 + \dots + k + k + 1 = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

eşitliğinin doğru olduğu gösterelim.

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2} \text{ olduğunu kabul etmiş-tik.}$$

Bu eşitliğin her iki tarafına $(k + 1)$ eklersek;

$$\frac{1 + 2 + \dots + k}{\frac{k(k+1)}{2}} + k + 1 = \frac{k(k+1)}{2} + (k+1) \text{ olur.}$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + k + k + 1 = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \text{ bulunur.}$$

$P(k + 1)$ doğru olduğundan, $\forall n \in N^+$ için $P(n)$ önermesi doğru olur.

Örnek

$\forall n \in N^+$ için

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

eşitliğinin doğru olduğunu tümevarım yöntemi ile ispatlayınız.

Çözüm

I. N^+ nın en küçük elemanı 1 için

$$P(1) : 1 = 1^2 \text{ olup } 1 = 1 \text{ doğru olur.}$$

II. $n = k$ için $P(k) : 1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) = k^2$ önermesinin doğru olduğunu kabul edelim.

Bu durumda

$$P(k+1) : 1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + (2k + 1) = (k + 1)^2$$

eşitliğinin doğru olduğunu gösterelim.

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) = k^2 \text{ olduğunu kabul etmiştik.}$$

Bu eşitliğin her iki tarafına $(2k + 1)$ eklersek

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + (2k + 1) = k^2 + 2k + 1$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + (2k + 1) = (k + 1)^2 \text{ bulunur.}$$

$P(k + 1)$ doğru olduğundan $\forall n \in N^+$ için

$P(n)$ önermesi doğru olur.

Örnek

$\forall n \in N^+$ için,

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \text{ önermesinin}$$

doğru olduğunu tümevarım yöntemi ile ispatlayınız.

Çözüm

I. N^+ nın en küçük elemanı 1 için

$$P(1) : 1^2 = \frac{1 \cdot (1+1) \cdot (2 \cdot 1 + 1)}{6} \text{ olup } 1 = 1 \text{ doğru olur.}$$

II. $n = k$ için

$$P(k) : 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} \text{ önermesinin doğru olduğunu kabul edelim.}$$

Bu önermeden yararlanarak $n = k + 1$ için

$$P(k+1) : 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

eşitliğin doğru olduğunu gösterelim.

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} \text{ olduğunu}$$

kabul etmiştik.

Bu eşitliğin her iki tarafına $(k+1)^2$ eklersek

$$\begin{aligned} 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 &= \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 \\ &= \frac{k(k+1)(2k+1) + 6(k+1)^2}{6} \\ &= \frac{(k+1)(k(2k+1) + 6(k+1))}{6} \\ &= \frac{(k+1)(2k^2 + 7k + 6)}{6} \\ &= \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$P(k+1)$ doğru olduğundan $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $P(n)$ önermesi doğru olur.

Örnek

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için,

$$1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

eşitliğin doğru olduğunu tümevarım yöntemi ile ispatlayınız.

Çözüm

I. $\mathbb{N}^+$ nın en küçük elemanı 1 için

$$P(1) : 1.2 = \frac{1 \cdot (1+1) \cdot (1+2)}{3} \text{ olup } 2 = 2 \text{ doğru olur.}$$

II. $n = k$ için

$$P(k) : 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + k(k+1) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3}$$

önermesinin doğru olduğunu kabul edelim.

Bu önermeden yararlanarak

$n = k + 1$ için

$$\begin{aligned} P(k+1) : 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + k(k+1) + (k+1)(k+2) \\ = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3} \end{aligned}$$

Eşitliğin doğru olduğunu gösterelim:

$$1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + k(k+1) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3} \text{ olduğunu kabul etmiştik.}$$

Bu eşitliğin her iki tarafına $(k+1)(k+2)$ eklersek

$$\begin{aligned} 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + k(k+1) + (k+1)(k+2) \\ = \frac{k(k+1)(k+2)}{3} + (k+1)(k+2) \\ = \frac{k(k+1)(k+2) + 3(k+1)(k+2)}{3} \\ = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$P(k+1)$ doğru olduğundan $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $P(n)$ önermesi doğru olur.

Örnek

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için,

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1} \text{ önermesinin}$$

doğru olduğunu tümevarım yöntemi ile ispatlayınız.

Çözüm

I. $\mathbb{N}^+$ nın en küçük elemanı 1 için

$$P(1) : \frac{1}{1.2} = \frac{1}{1+1} \text{ olup } \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ doğru olur.}$$

II. $n = k$ için

$$P(k) : \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{k+1}$$

önermesinin doğru olduğunu kabul edelim. Bu önermeden yararlanarak

$$\begin{aligned} P(k+1) : \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} \\ = \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} \end{aligned}$$

eşitliğin doğru olduğunu gösterelim.

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{k+1} \text{ olduğunu}$$

kabul etmiştik.

$$\text{Bu eşitliğin her iki tarafına } \frac{1}{(k+1)(k+2)} \text{ eklersek}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} &= \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} \\ &= \frac{k(k+2) + 1}{(k+1)(k+2)} \\ &= \frac{k^2 + 2k + 1}{(k+1)(k+2)} \\ &= \frac{(k+1)^2}{(k+1)(k+2)} \\ &= \frac{k+1}{k+2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$P(k+1)$ doğru olduğundan $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $P(n)$ önermesi doğru olur.

Örnek

$r \in \mathbb{R} - \{1\}$ ve $n \in \mathbb{N}^+$ için,

$$1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r} \quad \text{önermesinin doğru}$$

olduğunu tümevarım yöntemi ile ispatlayınız.

Çözüm

I. $\mathbb{N}^+$ nın en küçük elemanı 1 için

$$1 = \frac{1-r}{1-r}, \quad 1 = 1 \text{ doğru olur.}$$

II. $n = k$ için

$$P(k): 1 + r + r^2 + \dots + r^{k-1} = \frac{1-r^k}{1-r} \quad \text{önermesinin doğru}$$

olduğunu kabul edelim.

Bu önermeden yararlanarak $n = k + 1$ için

$$P(k+1): 1 + r + r^2 + \dots + r^{k-1} + r^k = \frac{1-r^{k+1}}{1-r} \quad \text{eşitliğinin}$$

doğru olduğunu gösterelim.

$$1 + r + r^2 + \dots + r^{k-1} = \frac{1-r^k}{1-r} \quad \text{olduğunu kabul etmiş-$$

tik.

Bu eşitliğin her iki tarafına r^k eklersek

$$\begin{aligned} 1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{k-1} + r^k &= \frac{1-r^k}{1-r} + r^k \\ &= \frac{1-r^k + r^k - r^{k+1}}{1-r} \\ &= \frac{1-r^{k+1}}{1-r} \quad \text{bulunur.} \end{aligned}$$

$P(k + 1)$ doğru olduğundan $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $P(n)$ önermesi doğru olur.

Örnek

Ardışık üç pozitif tam sayının küpleri toplamının 9 ile tam bölündüğünü tümevarım yöntemi ile ispatlayınız.

Çözüm

Belirtilen önermeyi sembolik olarak yazarsak

$$P(n): n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 = 9.k \quad (k \in \mathbb{Z}) \text{ elde edilir.}$$

$$\begin{aligned} \text{I. } n = 1 \text{ için } P(1): 1^3 + (1+1)^3 + (1+2)^3 &= 1 + 8 + 27 \\ &= 36 \\ &= 9.4 \text{ olur.} \end{aligned}$$

O halde $P(1)$ doğrudur.

II. $n = k$ için $P(k): k^3 + (k+1)^3 + (k+2)^3 = 9.m \quad (m \in \mathbb{Z})$ olduğunu kabul edelim.

Bu önermeden yararlanarak $n = k + 1$ için

$$P(k+1): (k+1)^3 + (k+2)^3 + (k+3)^3 = 9.t \quad \text{eşitliğinin doğru olduğunu gösterelim.}$$

$$\begin{aligned} (k+1)^3 + (k+2)^3 + (k+3)^3 &= (k+1)^3 + (k+2)^3 + (k^3 + 9k^2 + 27k + 27) \\ &= k^3 + (k+1)^3 + (k+2)^3 + 9(k^2 + 3k + 3) \\ &= 9m + 9(k^2 + 3k + 3) \\ &= 9(m + k^2 + 3k + 3) \text{ elde edilir.} \end{aligned}$$

m ve $k \in \mathbb{Z}$ olduğundan $(m + k^2 + 3k + 3)$ bir tam sayıdır.

O halde $P(k + 1)$ doğru olduğundan, $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $P(n)$ önermesi doğrudur.

Örnek

n , 2 den büyük bir doğal sayı olmak üzere, $2n + 1 < 2^n$ önermesinin doğru olduğunu tümevarım yöntemi ile ispatlayınız.

Çözüm

Verilen önermeyi sembolik olarak yazarsak

$$\forall n \in \mathbb{N}_3 \text{ için } P(n): 2n + 1 < 2^n \text{ dir.}$$

I. 2 den büyük en küçük doğal sayı 3 için

$$\begin{aligned} P(3): 2.3 + 1 &< 2^3 \\ 7 &< 8 \text{ doğru olur.} \end{aligned}$$

II. $k > 3$ olmak üzere $n = k$ için

$$P(k): 2k + 1 < 2^k \text{ olduğunu kabul edelim.}$$

Bu önermeden yararlanarak $n = k + 1$ için

$$P(k+1): 2(k+1) + 1 < 2^{k+1} \quad \text{önermesinin doğruluğunu gösterelim.}$$

$k > 3$ için $2k + 1 < 2^k$ nın doğru olduğunun kabul etmiş-tik.

Ayrıca $2 < 2^k$ dir.

$$2k + 1 < 2^k$$

$$+ \quad 2 < 2^k$$

$$2k + 3 < 2 \cdot 2^k$$

$$2k + 3 < 2^{k+1}$$

$$2k + 2 + 1 < 2^{k+1}$$

$$2(k+1) + 1 < 2^{k+1} \text{ bulunur.}$$

$P(k + 1)$ doğru olduğundan, $\forall n \in \mathbb{N}_3$ için $P(n)$ önermesi doğrudur.

Örnek

n , 3 den büyük bir doğal sayı olmak üzere; $P(n): 2^n < n!$ önermesinin doğru olduğunu gösteriniz.

Çözüm

I. n in en küçük değeri $n = 4$ için

$$P(4) : 2^4 < 4!$$

$16 < 24$ olup, $P(4)$ doğrudur.

II. $n = k$ için

$P(k) : 2^k < k!$ olduğunu kabul edelim.

Bu önermeden yararlanarak $n = k + 1$ için

$P(k + 1) : 2^{k+1} < (k + 1)!$ in doğru olduğunu gösterelim.

$P(k) : 2^k < k!$ in doğru olduğunu kabul etmiştik.

Eşitsizliğin her iki tarafını $(k + 1)$ pozitif sayısı ile çarpalım.

$$2^k(k + 1) < (k + 1)k!$$

$$2^k(k + 1) < (k + 1)! \text{ olur (*)}$$

$$k \geq 4 \text{ için } 2^k \cdot 2 < 2^k(k + 1)$$

$$2^{k+1} < 2^k(k + 1) \text{ olur (**)}$$

* ve ** eşitsizliklerini birleştirirsek

$$2^{k+1} < 2^k(k + 1) < (k + 1)!$$

$$2^{k+1} < (k + 1)! \text{ olur.}$$

O halde $P(k + 1)$ doğru olduğundan

$\forall n \in N_4$ için, $P(n)$ önermesi doğru olur.

Örnek

$n \in N_3$ olmak üzere

$P(n) : 3^n > 4n + 1$ eşitsizliğinin doğru olduğunu gösteriniz.

Çözüm

I. N_3 kümesinin en küçük elemanı $n = 3$ için

$$P(3) : 3^3 > 4 \cdot 3 + 1$$

$27 > 13$ olup doğrudur.

II. $n = k$ için

$P(k) : 3^k > 4k + 1$ in doğru olduğunu kabul edelim.

Bu önermeden yararlanarak $n = k + 1$ için

$P(k+1) : 3^{k+1} > 4(k + 1) + 1$ olduğunu gösterelim.

$$k \geq 3 \Rightarrow 3^k > 3$$

$$2 \cdot 3^k > 6 > 4 \text{ olur.}$$

* $3^k > 4k + 1$ olduğunu kabul etmiştik.

** $2 \cdot 3^k > 4$ olduğunu biliyoruz.

* ve ** eşitsizliklerini taraf tarafa toplarsak

$$3 \cdot 3^k > 4k + 4 + 1$$

$$3^{k+1} > 4(k + 1) + 1 \text{ bulunur.}$$

O halde $P(k + 1)$ doğru olduğundan $\forall n \in N_3$ için $P(n)$ önermesi doğrudur.

Örnek

n pozitif doğal sayıları için

$P(n) : n! \leq n^{n-1}$ eşitsizliğinin doğru olduğunu gösteriniz.

Çözüm

I. En küçük pozitif doğal sayı $n = 1$ için

$$P(1) : 1! \leq 1 \text{ olup } 1 \leq 1 \text{ doğrudur.}$$

II. $P(k) : k! \leq k^{k-1}$ doğru olduğunu kabul edelim.

Bu önermeden yararlanarak $n = k + 1$ için

$P(k + 1) : (k + 1)! < (k + 1)^k$ nın doğru olduğunu göstere-

lim.

$P(k) : k! \leq k^{k-1}$ in doğru olduğunu kabul etmiştik.

Bu eşitliğin her iki tarafını $(k + 1)$ ile çarparsak

$$(k + 1)k! \leq (k + 1)k^{k-1}$$

$$* (k + 1)! \leq k^k + k^{k-1} \text{ olur.}$$

Diğer taraftan, $(k + 1)^k$ nın binom açılımından

$$(k + 1)^k = \binom{k}{0}k^k + \binom{k}{1}k^{k-1} + \binom{k}{2}k^{k-2} + \dots + \binom{k}{k}k^0 \text{ olur.}$$

** $(k + 1)^k > k^k + k^{k-1}$ olduğu görülür.

* ve ** eşitsizliklerinden

$$(k + 1)! \leq k^k + k^{k-1} < (k + 1)^k \text{ bulunur.}$$

O halde $P(k + 1)$ doğru olduğundan $\forall n \in N^+$ için $P(n)$ önermesi doğrudur.

Örnek

$n \in N_2$ için

$P(n) : 3^n + 4^n \leq 5^n$ eşitsizliğinin doğru olduğunu tümevarım yöntemi ile gösteriniz.

Çözüm

I. N_2 nın en küçük elemanı $n = 2$ için

$$P(2) : 3^2 + 4^2 \leq 5^2$$

$25 \leq 25$ olup doğrudur.

II. $n = k$ için $P(k) : 3^k + 4^k \leq 5^k$ nın doğru olduğunu kabul edelim.

Bu önermeden yararlanarak

$n = k + 1$ için $P(k + 1) : 3^{k+1} + 4^{k+1} \leq 5^{k+1}$ in doğru olduğunu gösterelim.

$P(k) : 3^k + 4^k \leq 5^k$ nın doğru olduğunu kabul etmiştik.

$P(k)$ önermesinin her iki yanını 5 ile çarparsak

$$5 \cdot (3^k + 4^k) \leq 5 \cdot 5^k$$

$$5 \cdot 3^k + 5 \cdot 4^k \leq 5^{k+1}$$

$$2 \cdot 3^k + 3 \cdot 3^k + 1 \cdot 4^k + 4 \cdot 4^k \leq 5^{k+1}$$

$$2 \cdot 3^k + 4^k + 3^{k+1} + 4^{k+1} \leq 5^{k+1} \text{ elde edilir.}$$

Buradan $3^{k+1} + 4^{k+1} \leq 5^{k+1}$ bulunur.

O halde $P(k + 1)$ doğru olduğundan, $\forall n \in N_2$ için $P(n)$ doğru olur.

Örnek

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $P(n)$: $(3^{2n} - 1)$ sayısının 8 ile tam bölündüğünü tümevarım yöntemi ile gösteriniz.

Çözüm

I. En küçük pozitif doğal sayı $n = 1$ için

$$P(1): 3^{2 \cdot 1} - 1 = 9 - 1 = 8 \equiv 0 \pmod{8}$$

II. $n = k$ için

$P(k)$: $3^{2k} - 1$ sayısı 8 ile tam bölündüğünü kabul edelim. ($3^{2k} - 1 = 8t$)

Bu önermeden yararlanarak $n = k + 1$ için

$P(k + 1)$: $3^{2k+2} - 1$ sayısının 8 ile tam bölündüğünü gösterelim.

$$3^{2k+2} - 1 = 3^{2k} \cdot 3^2 - 1 = 3^{2k} \cdot 9 - 1 \quad (1)$$

$3^{2k} - 1 = 8t$ olduğunu kabul etmiştik.

$3^{2k} = 8t + 1$ olur. (1) nolu denklemde yerine yazarsak;

$$(8t + 1) \cdot 9 - 1 = 72t + 9 - 1$$

$$= 72t + 8$$

$$= 8(9t + 1) \quad 8 \text{ in katı olduğu için } 8 \text{ ile tam bölünür.}$$

O halde $P(k + 1)$ doğru olduğundan

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $P(n)$ önermesi doğru olur.

Örnek

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $P(n)$: $5 \mid (8^n - 3^n)$ olduğunu tümevarım yöntemi ile gösteriniz.

Çözüm

I. En küçük pozitif doğal sayı $n = 1$ için

$$P(1): 5 \mid (8^1 - 3^1), \quad 5 \mid 5 \text{ doğrudur.}$$

II. $n = k$ için

$P(k)$: $5 \mid (8^k - 3^k)$ doğruluğunu kabul edelim.

Bu önermeden yararlanarak $n = k + 1$ için

$P(k + 1)$: $5 \mid (8^{k+1} - 3^{k+1})$ doğruluğunu gösterelim.

$$8^k - 3^k = 5t \text{ kabul etmiştik.}$$

$$8^k = 5t + 3^k \text{ olur.}$$

$$8^{k+1} - 3^{k+1} = 8^k \cdot 8 - 3^k \cdot 3, \quad 8^k \text{ yerine } 5t + 3^k \text{ yazarsak,}$$

$$(5t + 3^k) \cdot 8 - 3^k \cdot 3 = 40t + 3^k \cdot 8 - 3^k \cdot 3$$

$$= 40t + 3^k(8 - 3)$$

$$= 40t + 3^k \cdot 5$$

$$= 5(8t + 3^k) \text{ bulunur.}$$

$$5 \text{ in katı olduğu için } 5 \text{ ile tam bölünür.}$$

O halde $P(k + 1)$ doğru olduğundan

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $P(n)$ önermesi doğru olur.

TOPLAM SEMBOLÜ

$k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $f(k) = a_k$ şeklinde tanımlanmış her fonksiyonun k nın p den n ye kadar aldığı değerlerinin toplamını

$$\sum_{k=p}^n a_k \text{ şeklinde gösteririz.}$$

Bu ifadede $k \in \mathbb{Z}$ ye indis veya değişken, $p \in \mathbb{Z}$ ye alt sınır, $n \in \mathbb{Z}$ ye de üst sınır denir.

Örneğin;

$$\sum_{k=5}^{11} a_k = a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11}$$

$$\sum_{k=2}^6 (2k^2) = 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 5^2 + 2 \cdot 6^2$$

$$\sum_{k=1}^4 (2k - 1) = (2 \cdot 1 - 1) + (2 \cdot 2 - 1) + (2 \cdot 3 - 1) + (2 \cdot 4 - 1)$$

Örnek

Aşağıda verilen toplamaları açık olarak yazınız.

a) $\sum_{k=3}^7 k^3$ b) $\sum_{k=2}^5 (2k + 1)$ c) $\sum_{k=3}^7 3^k$ d) $\sum_{k=4}^{10} 3$

Çözüm

a) $\sum_{k=3}^7 k^3 = 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3$

b) $\sum_{k=2}^5 (2k + 1) = (2 \cdot 2 + 1) + (2 \cdot 3 + 1) + (2 \cdot 4 + 1) + (2 \cdot 5 + 1)$
 $= 5 + 7 + 9 + 11 = 32$

c) $\sum_{k=3}^7 3^k = 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7$

d) $\sum_{k=4}^{10} 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 21$

Örnek

Aşağıda açık halde verilen ifadeleri $\sum$ sembolü kullanarak yazınız.

- A) $4 + 7 + 10 + 13 + \dots + 70$
 B) $5 + 1 - 3 - 7 - 11 - \dots - 87$
 C) $1 + 4 + 16 + 64 + \dots + 4096$
 D) $1 + 4 + 27 + 256 + 3125$
 E) $1 + 2 + 6 + 24 + 120 + 720 + 5040$
 F) $1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + \dots + 10 \cdot 19$

Çözüm

A) $\underbrace{4 + 7 + 10 + 13 + \dots + 70}_{3 \quad 3 \quad 3}$

Toplamında terimler 3 artarak devam etmektedir. O halde değişkenin çarpanı 3 tür. Değişken 3 ile çarpıldıktan sonra 1 ile toplanmıştır. Buna göre bu toplamı $3k + 1$ kuralı ile ifade edebiliriz.

Alt sınır için $3k + 1 = 4$ den $k = 1$

Üst sınır için $3k + 1 = 70$ den $k = 23$ elde edilir. Buradan

$$4 + 7 + 10 + \dots + 70 = \sum_{k=1}^{23} (3k + 1) \text{ bulunur.}$$

B) $\underbrace{5 + 1 - 3 - 7 - 11 - \dots - 87}_{4 \quad 4 \quad 4}$

Toplamında terimler 4 azalarak devam etmektedir. O halde değişkenin çarpanı (-4) olmalıdır. Değişken (-4) ile çarpıldıktan sonra 1 eklenmiştir. Buna göre bu toplam $-4k + 1$ ile ifade edilebilir.

Alt sınır için $-4k + 1 = 5$ den $k = -1$

Üst sınır için $-4k + 1 = -87$ den $k = 22$ elde edilir.

Buradan

$$5 + 1 - 3 - 7 - 11 - \dots - 87 = \sum_{k=-1}^{22} (-4k + 1) \text{ bulunur.}$$

C) $1 + 4 + 16 + 64 + \dots + 4096$

Toplamdaki terimler 4 ün doğal sayı kuvvetleridir.

$$1 = 4^0, 4 = 4^1, 16 = 4^2, 64 = 4^3, 4096 = 4^6$$

Alt sınır için $4^0 = 1$ den $k = 0$

Üst sınır için $4^6 = 4096$ den $k = 6$ elde edilir.

Buradan

$$1 + 4 + 16 + 64 + \dots + 4096 = \sum_{k=0}^6 4^k \text{ bulunur.}$$

D) $1 + 4 + 27 + 256 + 3125$

Toplamındaki her terim ardışık sayıların kendi kuvvetlerine eşittir. Şöyleki;

$$1 = 1^1, 4 = 2^2, 27 = 3^3, 256 = 4^4, 3125 = 5^5 \text{ dir.}$$

Alt sınır için $k = 1$

Üst sınır için $k = 5$ olduğundan

$$1 + 4 + 27 + 256 + 3125 = \sum_{k=1}^5 k^k \text{ bulunur.}$$

E) $1 + 2 + 6 + 24 + 120 + 720 + 5040$ toplamındaki her terim ardışık doğal sayıların faktörleriyelidir.

Şöyleki;

$$1 = 1!, 2 = 2!, 6 = 3!, 24 = 4!, 120 = 5!, 720 = 6! \text{ ve}$$

$$5040 = 7! \text{ dir.}$$

O halde alt sınır 1 ve üst sınır 7 için

$$1 + 2 + 6 + 24 + 120 + 720 + 5040 = \sum_{k=1}^7 k! \text{ bulunur.}$$

- F) $1.1 + 2.3 + 3.5 + \dots + 10.19$ toplamında her terimdeki birinci çarpan 1 den başlayan sayma sayıları, ikinci çarpan ise birinci çarpanın 2 katından 1 eksik sayıları gösteriyor. Buna göre, bu toplamdaki terimler $k(2k - 1)$ ile ifade edilebilir.

Alt sınır için $k(2k - 1) = 1.1$ den $k = 1$

Üst sınır için $k(2k - 1) = 10.19$ dan $k = 10$ elde edilir.

Buradan

$$1.1 + 2.3 + 3.5 + \dots + 10.19 = \sum_{k=1}^{10} [k(2k - 1)] \text{ bulunur.}$$

BAZI ÖNEMLİ TOPLAM FORMÜLLERİ

1. $\sum_{k=1}^n a = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{n \text{ tane}} = a.n$
2. $\sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
3. $\sum_{k=1}^n (2k) = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$
4. $\sum_{k=1}^n (2k - 1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$
5. $\sum_{k=1}^n k^2 = 1 + 4 + 9 + 16 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
6. $\sum_{k=1}^n k^3 = 1 + 8 + 27 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$
7. $\sum_{k=1}^n r^{k-1} = 1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r} \quad (r \neq 0 \text{ ve } r \neq 1)$
8. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$
9. $\sum_{k=1}^n (k.(k+1)) = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n.(n+1) = \frac{n.(n+1)(n+2)}{3}$

ÖRNEK SORU

İlk 10 sayma sayısının toplamı kaçtır?

- A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

Çözüm

$$1 + 2 + 3 + \dots + 10 = \sum_{k=1}^{10} k \text{ olarak ifade edilebilir.}$$

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \text{ formülü kullanılarak çözüm yapılır.}$$

$$n = 10 \text{ için } \sum_{k=1}^{10} k = \frac{10(10+1)}{2} = 55 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

ÖRNEK SORU

4 ile tam bölünebilen 100 den küçük doğal sayıların toplamı kaçtır?

- A) 1040 B) 1080 C) 1120 D) 1160 E) 1200

Çözüm

$$4 + 8 + 12 + 16 + \dots + 96$$

$$= 4(1 + 2 + 3 + \dots + 24)$$

$$= 4 \sum_{k=1}^{24} k \text{ olarak ifade edilebilir.}$$

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \text{ formülü kullanılarak}$$

$$4 \sum_{k=1}^{24} k = 4 \cdot \frac{24 \cdot 25}{2} = 1200 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

ÖRNEK SORU

İlk 25 pozitif çift tam sayının toplamı kaçtır?

- A) 650 B) 675 C) 700 D) 720 E) 750

Çözüm

İlk 25 pozitif çift tam sayının toplamı $\sum_{k=1}^{25} 2k$ ile ifade edilebilir.

$$\sum_{k=1}^n (2k) = n(n+1) \text{ formülü kullanılarak çözüm yapılır.}$$

$$\sum_{k=1}^{25} (2k) = 25(25+1) = 25 \cdot 26 = 650 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

ÖRNEK SORU

1 den 147 ye kadar (47 dahil) pozitif tek sayıların toplamı kaçtır?

- A) 540 B) 576 C) 596 D) 624 E) 640

Çözüm

$1 + 3 + 5 + \dots + 47$ toplamı toplam sembolü kullanılarak ifade edildiğinde

Alt sınır $2k - 1 = 1$ den $k = 1$

Üst sınır $2k - 1 = 47$ den $k = 24$ olmalıdır.

$$1 + 3 + 5 + \dots + 47 = \sum_{k=1}^{24} (2k - 1) \text{ bulunur.}$$

$$\sum_{k=1}^n (2k - 1) = n^2 \text{ formülü kullanılarak}$$

$$\sum_{k=1}^{24} (2k - 1) = 24^2 = 576 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

ÖRNEK SORU

$$\sum_{k=1}^6 k^3 - \sum_{k=1}^6 k^2 \text{ ifadesinin eđiti kaçtır?}$$

- A) 310 B) 330 C) 350 D) 370 E) 390

Çözüm

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 \text{ ve } \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

formüllerini kullanarak

$$\sum_{k=1}^6 k^3 = \left[\frac{6 \cdot (6+1)}{2} \right]^2 = 27^2 = 441 \text{ ve}$$

$$\sum_{k=1}^6 k^2 = \frac{6 \cdot (6+1) \cdot (2 \cdot 6 + 1)}{6} = 7 \cdot 13 = 91 \text{ elde edilir.}$$

Buradan

$$\sum_{k=1}^6 k^3 - \sum_{k=1}^6 k^2 = 441 - 91 = 350 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

TOPLAM SEMBOLÜNÜN ÖZELLİKLERİ

$$1. \sum_{k=1}^n c = n \cdot c \text{ dir.}$$

$$2. \sum_{k=1}^n (c \cdot a_k) = c \sum_{k=1}^n a_k \text{ dir.}$$

(Toplam sembolünde sabit çarpan sembol dışına çıkarılabilir.)

$$3. \sum_{k=1}^n (a_k \mp b_k) = \sum_{k=1}^n a_k \mp \sum_{k=1}^n b_k$$

(Toplam sembolünün toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılıma özelliği vardır.)

$$4. p < r < n \text{ ve } p, r, n \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere}$$

$$\sum_{k=p}^n (a_k) = \sum_{k=p}^r a_k + \sum_{k=r+1}^n a_k \text{ dir.}$$

$$5. \text{Taban değiştirme } (m \in \mathbb{Z})$$

$$\sum_{k=p}^n a_k = \sum_{k=p \mp m}^{n \mp m} a_{k \pm m} \text{ dir.}$$

Sınırlara m eklenirse fonksiyon içindeki k değişkeni yerine (k - m), eğer sınırlardan m çıkarılırsa fonksiyon içindeki k değişkeni yerine (k + m) yazılır.

$$6. \sum_{k=1}^n \left(\sum_{i=1}^m a_{ki} \right) = \sum_{i=1}^m \left(\sum_{k=1}^n a_{ki} \right) \text{ dir.}$$

(Toplam sembolünün değişme özelliği vardır.)

ÖRNEK SORU

$$\sum_{k=1}^{10} (2k + 3) \text{ toplamının değeri kaçtır?}$$

- A) 120 B) 140 C) 160 D) 170 E) 180

Çözüm

$$\sum_{k=1}^{10} (2k + 3) = \sum_{k=1}^{10} 2k + \sum_{k=1}^{10} 3$$

$$\sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k$$

$$= 2 \sum_{k=1}^{10} k + \sum_{k=1}^{10} 3$$

$$\sum_{k=1}^n (ca_k) = c \sum_{k=1}^n a_k$$

olarak yazılır.

$$\left(\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \text{ ve } \sum_{k=1}^n c = nc \text{ olduğundan} \right)$$

$$\sum_{k=1}^{10} (2k + 3) = 2 \sum_{k=1}^{10} k + \sum_{k=1}^{10} 3$$

$$= 2 \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} + 10 \cdot 3 = 140 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

ÖRNEK SORU

$$\sum_{k=6}^{10} (2k - 3) \text{ toplamının değeri kaçtır?}$$

- A) 61 B) 64 C) 65 D) 70 E) 72

Çözüm

Formüllerini kullanabilmek için alt sınır 1 olacak şekilde sınırlar değiştirilir.

$$\sum_{k=6-5}^{10-5} (2(k+5) - 3) = \sum_{k=1}^5 (2k + 7) \text{ elde edilir.}$$

$$= 2 \sum_{k=1}^5 k + \sum_{k=1}^5 7$$

$$= 2 \cdot \frac{5 \cdot 6}{2} + 5 \cdot 7$$

$$= 30 + 35 = 65 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

$$\sum_{k=6}^{10} k^3 \text{ toplamının değeri kaçtır?}$$

- A) 2800 B) 2900 C) 3000 D) 3100 E) 3200

Çözüm

$\sum_{k=6}^{10} k^3$ ifadesini taban değiştirmeden çözmek için

$\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^p a_k + \sum_{k=p+1}^n a_k$ özelliğini kullanabiliriz.

$$\sum_{k=1}^{10} k^3 = \sum_{k=1}^5 k^3 + \sum_{k=6}^{10} k^3 \text{ tür.}$$

$$\begin{aligned} \text{O halde } \sum_{k=6}^{10} k^3 &= \left(\frac{10 \cdot (10+1)}{2} \right)^2 - \left(\frac{5 \cdot (5+1)}{2} \right)^2 \\ &= 55^2 - 15^2 \\ &= 2800 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

ÖRNEK SORU

$\sum_{k=1}^8 \left(\frac{1}{3} \right)^k$ toplamının değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3^8} \right)$ B) $\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{3^8} \right)$ C) $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3^7} \right)$
D) $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3^9} \right)$ E) $\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{3^9} \right)$

Çözüm

$$\sum_{k=1}^n r^{k-1} = 1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r} \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^8 \left(\frac{1}{3} \right)^k &= \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3} \right)^2 + \left(\frac{1}{3} \right)^3 + \dots + \left(\frac{1}{3} \right)^8 \\ &= \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^7} \right) \\ &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^8 \left(\frac{1}{3} \right)^{k-1} \text{ elde edilir. Buradan;} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{3} \right)^8}{1 - \frac{1}{3}} \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3^8} \right) \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

ÖRNEK SORU

$\sum_{k=4}^{14} \frac{1}{k(k+1)}$ toplamının değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{60}$ B) $\frac{7}{60}$ C) $\frac{11}{60}$ D) $\frac{17}{60}$ E) $\frac{23}{60}$

Çözüm

$$\sum_{k=4}^{14} \frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{14} \frac{1}{k(k+1)} - \sum_{k=1}^3 \frac{1}{k(k+1)} \text{ dir.}$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1} \text{ olduğundan,}$$

$$\sum_{k=4}^{14} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{14}{14+1} - \frac{3}{3+1} = \frac{14}{15} - \frac{3}{4} = \frac{11}{60} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

$\sum_{k=-4}^6 (k(k+1))$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 96 B) 102 C) 108 D) 112 E) 132

Çözüm

$\sum_{k=-4}^6 (k(k+1))$ ifadesinin alt sınırını 1 yapmak için sınırlara

5 ekleyip k yerine (k-5) yazılıp düzenlenirse;

$$\begin{aligned} \sum_{k=-4}^6 (k(k+1)) &= \sum_{k=-4+5}^{6+5} ((k-5)(k-5+1)) \\ &= \sum_{k=1}^{11} ((k-5)(k-4)) \\ &= \sum_{k=1}^{11} (k^2 - 9k + 20) \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Burada Σ nın terimlerini dağıtıp, sabit çarpanlar Σ dışına alındığında,

$$= \sum_{k=1}^{11} k^2 - 9 \sum_{k=1}^{11} k + \sum_{k=1}^{11} 20 \text{ bulunur.}$$

Burada;

$$\text{Birinci terime } \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\text{İkinci terime } \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \text{ ve}$$

$$\text{Üçüncü terime } \sum_{k=1}^n c = n \cdot c \text{ formülleri uygulanırsa;}$$

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{11} k^2 - 9 \sum_{k=1}^{11} k + \sum_{k=1}^{11} 20 \\ &= \frac{11 \cdot 12 \cdot 23}{6} - 9 \cdot \frac{11 \cdot 12}{2} + 11 \cdot 20 \\ &= 506 - 594 + 220 \\ &= 132 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt E

ÖRNEK SORU

$$\sum_{k=1}^6 \sum_{p=4}^8 (k - 2p + kp) \text{ toplamının değeri kaçtır?}$$

- A) 325 B) 342 C) 364 D) 375 E) 380

Çözüm

$$\sum_{k=1}^6 \sum_{p=4}^8 (k - 2p + kp) \text{ tipindeki katlı toplam sembolü içeren}$$

ifadelerinde öncelikle en içteki Σ değeri hesaplanır. Bu işlem yapılırken dıştaki toplam sembollerinin değişkenleri sabit olarak kabul edilir ve sonra sırasıyla dışarı doğru diğer Σ değerleri hesaplanır.

O halde, $\sum_{k=1}^6 \sum_{p=4}^8 (k - 2p + kp)$ ifadesinde içteki Σ nın alt

sınırını 1 den başlatmak için alt ve üst sınırdan 3 çıkarılarak, fonksiyondaki p değişkenleri yerine (p + 3) yazılır.

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^6 \sum_{p=4}^8 (k - 2p + kp) &= \sum_{k=1}^6 \sum_{p=4-3}^{8-3} (k - 2(p+3) + k(p+3)) \\ &= \sum_{k=1}^6 \sum_{p=1}^5 (4k - 2p + kp - 6) \\ &= \sum_{k=1}^6 \left[\sum_{p=1}^5 (k-2)p + \sum_{p=1}^5 (4k-6) \right] \\ &= \sum_{k=1}^6 \left[(k-2) \sum_{p=1}^5 p + 5(4k-6) \right] \\ &= \sum_{k=1}^6 \left[(k-2) \frac{5 \cdot 6}{2} + 20k - 30 \right] \\ &= \sum_{k=1}^6 [15k - 30 + 20k - 30] \\ &= \sum_{k=1}^6 (35k - 60) = 35 \sum_{k=1}^6 k - \sum_{k=1}^6 60 \\ &= 35 \cdot \frac{6 \cdot 7}{2} - 6 \cdot 60 \\ &= 735 - 360 = 375 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt D**ÖRNEK SORU**

$$\sum_{k=-2}^6 (2^{k+1}) + \frac{1}{2} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

- A) 128 B) 256 C) 512 D) 1024 E) 2048

Çözüm

$$\sum_{k=-2}^6 2^{k+1} \text{ ifadesinde } \sum_{k=1}^n r^{k-1} = \frac{1-r^n}{1-r}$$

formülünü kullanabilmek için alt sınırı 1 yapmak gerekir. Bunun için alt ve üst sınırları 3 eklenip, fonksiyon içindeki k değişkenleri yerine k-3 yazılır.

$$\begin{aligned} \sum_{k=-2}^6 2^{k+1} &= \sum_{k=-2+3}^{6+3} 2^{k-3+1} = \sum_{k=1}^9 2^{k-2} \\ &= \sum_{k=1}^9 2^{k-1} \cdot 2^{-1} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^9 2^{k-1} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1-2^9}{1-2} \right) = \frac{1}{2} (2^9 - 1) = 2^8 - \frac{1}{2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

O halde;

$$\sum_{k=-2}^6 (2^{k+1}) + \frac{1}{2} = 2^8 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2^8 = 256 \text{ olur.}$$

Yanıt B**ÖRNEK SORU**

$$\sum_{k=2}^{16} \frac{20}{k(k+1)} \text{ toplamının değeri kaçtır?}$$

- A) $\frac{65}{17}$ B) $\frac{64}{15}$ C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{62}{13}$ E) $\frac{61}{10}$

Çözüm

$$\sum_{k=2}^{16} \frac{20}{k(k+1)} \text{ ifadesinde öncelikle 20 sabit çarpanını}$$

Σ dışına alalım.

$$20 \sum_{k=4}^{16} \frac{1}{k(k+1)} = 20 \left(\sum_{k=1}^{16} \frac{1}{k(k+1)} - \sum_{k=1}^3 \frac{1}{k(k+1)} \right)$$

şeklinde yazdıktan sonra,

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1} \text{ formülünü uygularsak,}$$

$$\begin{aligned} 20 \sum_{k=4}^{16} \frac{1}{k(k+1)} &= 20 \left(\sum_{k=1}^{16} \frac{1}{k(k+1)} - \sum_{k=1}^3 \frac{1}{k(k+1)} \right) \\ &= 20 \left(\frac{16}{17} - \frac{3}{4} \right) = 20 \cdot \frac{13}{68} = \frac{65}{17} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

ÖRNEK SORU

$$\sum_{n=1}^4 (n^3 + n^2 + 2n - 15) \text{ toplamının sonucu kaçtır?}$$

- A) 100 B) 90 C) 80 D) 70 E) 60

Çözüm

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^4 (n^3 + n^2 + 2n - 15) &= \sum_{n=1}^4 n^3 + \sum_{n=1}^4 n^2 + 2 \sum_{n=1}^4 n - \sum_{n=1}^4 15 \\ &= \left[\frac{4.5}{2} \right]^2 + \frac{4.5.9}{6} + 2 \cdot \frac{4.5}{2} - 4.15 \\ &= 100 + 30 + 20 - 60 = 90 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt B**ÖRNEK SORU**

3.5 + 6.7 + 9.9 + + 21.17 işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1092 B) 1096 C) 1098 D) 1102 E) 1106

Çözüm

3.5 + 6.7 + 9.9 + + 21.17 işlemini $\sum_{k=1}^7 (3k.(2k+3))$ şeklinde ifade edebiliriz.

O halde,

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^7 (3k.(2k+3)) &= \sum_{k=1}^7 (6k^2 + 9k) = 6 \cdot \sum_{k=1}^7 k^2 + 9 \cdot \sum_{k=1}^7 k \\ &= 6 \cdot \frac{7.8.15}{6} + 9 \cdot \frac{7.8}{2} \\ &= 840 + 252 = 1092 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt A**ÖRNEK SORU**

$$\sum_{n=1}^x \sum_{k=1}^n 8 = 4x^2 - 15x + 38 \text{ olduğuna göre, } x \text{ kaçtır?}$$

- A) 22 B) 14 C) 8 D) 6 E) 2

Çözüm

$$\sum_{k=1}^n 8 = 8n$$

$$\sum_{n=1}^x \sum_{k=1}^n 8 = \sum_{n=1}^x (8n) = 8 \sum_{n=1}^x n = 8 \left[\frac{x.(x+1)}{2} \right] = 4x^2 + 4x$$

$$\sum_{n=1}^x \sum_{k=1}^n 8 = 4x^2 - 15x + 38$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4x = 4x^2 - 15x + 38$$

$$\Rightarrow 19x = 38$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E**ÖRNEK SORU**

$$\sum_{k=a-1}^{3a+1} k = 28 \text{ olduğuna göre, } a \text{ kaçtır?}$$

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Çözüm

$$\sum_{k=a-1}^{3a+1} k = \sum_{k=a-1+2-a}^{3a+1+2-a} (k - (2-a)) = \sum_{k=1}^{2a+3} (k - 2 + a)$$

$$= \sum_{k=1}^{2a+3} k - \sum_{k=1}^{2a+3} 2 + \sum_{k=1}^{2a+3} a$$

$$= \frac{(2a+3).(2a+4)}{2} - 2.(2a+3) + a.(2a+3)$$

$$= \frac{(2a+3).2(a+2)}{2} - 4a - 6 + 2a^2 + 3a$$

$$= 2a^2 + 7a + 6 + 2a^2 - a - 6$$

$$= 4a^2 + 6a$$

$$\sum_{k=a-1}^{3a+1} k = 28 \Rightarrow 4a^2 + 6a = 28$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 6a - 28 = 0$$

$$\Rightarrow 2a^2 + 3a - 14 = 0$$

$$\Rightarrow (2a+7)(a-2) = 0 \Rightarrow a = 2 \text{ olur.}$$

Yanıt D**ÖRNEK SORU**

$$\sum_{k=3}^7 (k^2 + 2^k) \text{ toplamının değeri kaçtır?}$$

- A) 372 B) 383 C) 402 D) 416 E) 425

Çözüm

$$\sum_{k=3}^7 (k^2 + 2^k) = \sum_{k=3}^7 k^2 + \sum_{k=3}^7 2^k \text{ şeklinde yazarsak,}$$

sonra alt sınırları 1 yapmak için alt ve üst sınırlardan 2 çıkarır, fonksiyon içindeki k değişkenleri yerine (k+2) yazarız.

$$\sum_{k=1}^5 (k+2)^2 + \sum_{k=1}^5 2^{k+2} \text{ toplamı elde ederiz.}$$

Bu toplam sembollerini ayrı ayrı hesaplırsak;

$$\sum_{k=1}^5 (k+2)^2 = \sum_{k=1}^5 (k^2 + 4k + 4)$$

$$= \sum_{k=1}^5 k^2 + 4 \sum_{k=1}^5 k + \sum_{k=1}^5 4$$

$$= \frac{5 \cdot 6 \cdot 11}{6} + 4 \cdot \frac{5 \cdot 6}{2} + 4 \cdot 5$$

$$= 55 + 60 + 20 = 135$$

$$\sum_{k=1}^5 2^{k+2} = \sum_{k=1}^5 2^{k-1+3} = \sum_{k=1}^5 (2^{k-1} \cdot 2^3)$$

$$= 8 \cdot \sum_{k=1}^5 2^{k-1} = 8 \cdot \frac{1-2^5}{1-2} = 8 \cdot 31 = 248$$

Buradan;

$$\sum_{k=1}^5 (k+2)^2 + \sum_{k=1}^5 2^{k+2} = 135 + 248 = 383 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

ÖRNEK SORU

Pozitif doğal sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları;

$$f(x) = \sum_{k=1}^x (2k+1) \text{ ve } g(x) = \sum_{k=1}^x 2^k$$

şeklinde tanımlanıyor. Buna göre, fog(5) değeri kaçtır?

A) 3832 B) 3844 C) 3968 D) 4020 E) 4108

Çözüm

$$\text{fog}(5) = f(g(5)) = f\left(\sum_{k=1}^5 2^k\right)$$

$$= f\left(2 \sum_{k=1}^5 2^{k-1}\right)$$

$$= f\left(2 \cdot \frac{1-2^5}{1-2}\right) = f(62)$$

$$= \sum_{k=1}^{62} (2k+1) = 2 \sum_{k=1}^{62} k + \sum_{k=1}^{62} 1$$

$$= 2 \cdot \frac{62 \cdot 63}{2} + 62$$

$$= 64 \cdot 62 = 3968 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \sum_{k=1}^n (36k) \text{ olduğuna göre, } \sum_{k=1}^n n \text{ toplamının değeri}$$

kaçtır?

A) 49 B) 64 C) 81 D) 100 E) 121

Çözüm

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 \text{ ve } \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

formülleri kullanırsak;

$$\sum_{k=1}^n k^3 = 36 \sum_{k=1}^n k$$

$$\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 = 36 \left[\frac{n(n+1)}{2}\right] \Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 36$$

$n(n+1) = 72$ çarpımından $n = 8$ bulunur.

O halde;

$$\sum_{k=1}^n n = \sum_{k=1}^8 8 = 8 \cdot 8 = 64 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

ÖRNEK SORU

$$\sum_{k=1}^n \log\left(\frac{k+1}{k}\right) = 2 \text{ eşitliğini sağlayan } n \text{ değeri kaçtır?}$$

A) 91 B) 95 C) 97 D) 99 E) 101

Çözüm

Logaritma fonksiyon içeren toplam sembolü sorularında baştan birkaç terimi açarsak; çözüm yolunu daha kolay görürüz.

$$\sum_{k=1}^n \log\left(\frac{k+1}{k}\right) = \log \frac{2}{1} + \log \frac{3}{2} + \log \frac{4}{3} + \dots + \log \frac{n+1}{n} = 2$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \dots \cdot \frac{n+1}{n}\right) = 2$$

$$\Rightarrow \log(n+1) = 2$$

$$\Rightarrow n+1 = 10^2$$

$$\Rightarrow n = 99 \text{ olur.}$$

Yanıt D

ÖRNEK SORU

$f(x) = 3x^2 + 1$ için; $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_3 = -1$ veriliyor.

Buna göre; $\sum_{k=1}^3 ((x_k - 1)f(x_k))$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 35 B) 37 C) 39 D) 41 E) 61

Çözüm

Verilen x_k değişkenlerini kullanarak Σ sembolünün terimleri ni açık olarak yazarsak;

$$\sum_{k=1}^3 ((x_k - 1)f(x_k)) = (x_1 - 1)f(x_1) + (x_2 - 1)f(x_2) + (x_3 - 1)f(x_3)$$

elde edilir.

$$k = 1 \text{ için } x_1 = 2 \text{ ve } f(x_1) = f(2) = 3 \cdot 2^2 + 1 = 13$$

$$k = 2 \text{ için } x_2 = 3 \text{ ve } f(x_2) = f(3) = 3 \cdot 3^2 + 1 = 28$$

$$k = 3 \text{ için } x_3 = -1 \text{ ve } f(x_3) = f(-1) = 3(-1)^2 + 1 = 4$$

değerlerini açılımda yerine yazarsak;

$$\sum_{k=1}^3 ((x_k - 1)f(x_k)) = (2 - 1) \cdot 13 + (3 - 1) \cdot 28 + (-1 - 1) \cdot 4$$

$$= 13 + 56 - 8 = 61 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

ÖRNEK SORU

$\sum_{k=-3}^{13} ((-1)^k(3k - 1))$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 18 B) 24 C) 30 D) 36 E) 42

Çözüm

$\sum_{k=-3}^p ((-1)^k a_k)$ türünden ifadelerde kullanabileceğimiz her-

hangi bir formül yoktur. Bu tür ifadelerde, baştan birkaç terimi açarak terimler arasında bir bağıntı bulmaya çalışırız. Verilen ifadenin baştan birkaç terimini açtığımızda,

$$\sum_{k=-3}^{12} ((-1)^k(3k - 1)) = (-1)^{-3}(3(-3) - 1) + (-1)^{-2}(3(-2) - 1)$$

$$+ (-1)^{-1}(3(-1) - 1) + (-1)^0(3 \cdot 0 - 1)$$

$$+ (-1)^1(3 \cdot 1 - 1) + (-1)^2(3 \cdot 2 - 1)$$

$$\dots + (-1)^{12}(3 \cdot 12 - 1)$$

$$= 10 - 7 + 4 - 1 - 2 + 5 - \dots + 35$$

toplamı elde edilir.

Toplamda $12 - (-3) + 1 = 16$ terim vardır. Bu 16 terimi baştan başlayarak 2 şerli olarak gruplandırırdığımızda her bir top-

lamı 3 olan $\frac{16}{2} = 8$ grup elde ederiz. O halde;

$$\underbrace{10 - 7}_3 + \underbrace{4 - 1}_3 - \underbrace{2 + 5}_3 - \dots - \underbrace{32 + 35}_3 = 8 \cdot 3 = 24 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

ÖRNEK SORU

$\sum_{k=1}^{12} (k \cdot k!) = a! - 1$ eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Çözüm

$\sum_{k=1}^{12} (k \cdot k!)$ ifadesinde fonksiyona $k!$ ekleyip çıkarırsak;

$$\sum_{k=1}^{12} (k \cdot k!) = \sum_{k=1}^{12} (k \cdot k! + k! - k!)$$

$$= \sum_{k=1}^{12} (k!(k + 1)) - \sum_{k=1}^{12} k!$$

$$= \sum_{k=1}^{12} (k + 1)! - \sum_{k=1}^{12} k! \text{ elde edilir.}$$

(Her iki toplam sembolünün birkaç terimini açarsak)

$$= 2! + 3! + 4! + \dots + 13! - (1! + 2! + \dots + 12!)$$

$$= 13! - 1 \text{ olduğu görülür.}$$

$$13! - 1 = a! - 1 \text{ olduğundan, } a = 13 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

ÖRNEK SORU

$\sum_{k=1}^8 \binom{8}{k}$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 31 B) 63 C) 127 D) 255 E) 511

Çözüm

$\sum_{k=1}^8 \binom{8}{k}$ ifadesinin açılımı yapıldığında

$$\sum_{k=1}^8 \binom{8}{k} = \binom{8}{1} + \binom{8}{2} + \binom{8}{3} + \dots + \binom{8}{8}$$

$$= 2^8 - \binom{8}{0} = 256 - 1 = 255 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

ÖRNEK SORU

$$\sum_{k=4}^{n+4} a_{k-3} = 42, \sum_{k=1}^n a_k = 24 \text{ ve } a_{n+1} = a_n + 4 \text{ olduğuna}$$

göre, a_n kaçtır?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 10 E) 22

Çözüm

$$\sum_{k=4}^{n+4} a_{k-3} = 42 \text{ eşitliğinde alt sınırı 1 yapmak için alt ve}$$

üst sınırdan 3 çıkarır, fonksiyonundaki k yerine $k+3$ yazarsak,

$$\sum_{k=4-3}^{n+4-3} a_{(k+3)-3} = \sum_{k=1}^{n+1} a_k = 42 \text{ elde edilir.}$$

$$\sum_{k=1}^{n+1} a_k = \sum_{k=1}^n (a_k) + a_{n+1} \text{ olduğundan,}$$

$$42 = 24 + a_{n+1}$$

$$18 = a_{n+1} \text{ bulunur.}$$

$$a_{n+1} = a_n + 4 \text{ olduğundan}$$

$$18 = a_n + 4$$

$$14 = a_n \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

ÖRNEK SORU

$$\sum_{k=3}^{42} \sin^2 k^\circ + \sum_{k=48}^{87} \sin^2 k^\circ \text{ toplamının sonucu kaçtır?}$$

- A) -1 B) 0 C) 22 D) 40 E) 181

Çözüm

$$\sum_{k=3}^{42} \sin^2 k^\circ = \sin^2 3^\circ + \sin^2 4^\circ + \dots + \sin^2 41^\circ + \sin^2 42^\circ$$

$$\sum_{k=48}^{87} \sin^2 k^\circ = \sin^2 48^\circ + \sin^2 49^\circ + \dots + \sin^2 86^\circ + \sin^2 87^\circ$$

$$\sum_{k=3}^{42} \sin^2 k^\circ + \sum_{k=48}^{87} \sin^2 k^\circ$$

$$= \sin^2 3^\circ + \sin^2 87^\circ + \sin^2 4^\circ + \sin^2 86^\circ + \dots + \sin^2 42^\circ + \sin^2 48^\circ$$

$$= \underbrace{\sin^2 3^\circ + \cos^2 3^\circ}_1 + \underbrace{\sin^2 4^\circ + \cos^2 4^\circ}_1 + \dots + \underbrace{\sin^2 42^\circ + \cos^2 42^\circ}_1$$

$$= 40 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

ÖRNEK SORU

$$\sum_{k=2}^{10} \frac{1}{k^2 - k} \text{ toplamının değeri kaçtır?}$$

- A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{8}{9}$ C) $\frac{9}{10}$ D) $\frac{10}{11}$ E) $\frac{11}{12}$

Çözüm

$$\frac{1}{k^2 - k} = \frac{A}{k} + \frac{B}{k-1} \text{ şeklinde yazılabilir.}$$

$$\frac{1}{k^2 - k} = \frac{A.k - A + B.k}{k(k-1)} \text{ olur.}$$

polinom eşitliğinden $A + B = 0$ ve $-A = 1$ bulunur.

Buradan $A = -1$ ve $B = 1$ elde edilir. O halde;

$$\sum_{k=2}^{10} \frac{1}{k^2 - k} = \sum_{k=2}^{10} \left(\frac{1}{k-1} - \frac{1}{k} \right) \text{ olur}$$

Toplam sembolünün birkaç terimi seçildiğinde;

$$\sum_{k=2}^{10} \left(\frac{1}{k-1} - \frac{1}{k} \right) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}$$

$$= 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

$$\sum_{a=1}^8 \sum_{b=1}^3 \left(\frac{a}{b} \right) \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

- A) 64 B) 65 C) 66 D) 67 E) 68

Çözüm

$$\sum_{a=1}^8 \sum_{b=1}^3 \left(\frac{a}{b} \right) = \sum_{a=1}^8 \left(\frac{a}{1} + \frac{a}{2} + \frac{a}{3} \right)$$

$$= \sum_{a=1}^8 a + \frac{1}{2} \sum_{a=1}^8 a + \frac{1}{3} \sum_{a=1}^8 a$$

$$= \frac{8 \cdot 9}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8 \cdot 9}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{8 \cdot 9}{2} = 36 + 18 + 12 = 66 \text{ olur.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

$$\sum_{n=78}^{84} [(n-79)(n-82)] \text{ toplamının sonucu kaçtır?}$$

- A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

Çözüm

$$\begin{aligned} \sum_{n=78}^{84} [(n-79)(n-82)] &= \sum_{n=78-77}^{84-77} [(n+77-79)(n+77-82)] \\ &= \sum_{n=1}^7 [(n-2)(n-5)] = \sum_{n=1}^7 (n^2 - 5n - 2n + 10) \\ &= \sum_{n=1}^7 (n^2 - 7n + 10) \\ &= \sum_{n=1}^7 n^2 - 7 \sum_{n=1}^7 n + \sum_{n=1}^7 10 = \frac{7 \cdot 8 \cdot 15}{6} - 7 \cdot \frac{7 \cdot 8}{2} + 7 \cdot 10 \\ &= 140 - 196 + 70 = 14 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Yanıt B**ÖRNEK SORU**

$$\sum_{k_9=1}^{10} \dots \sum_{k_3=1}^4 \sum_{k_2=1}^3 \sum_{k_1=1}^2 1 \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

- A) 1572.7! B) 2.10! C) 10!
D) 5.9! E) 10

Çözüm

$$\begin{aligned} \sum_{k_9=1}^{10} \dots \sum_{k_3=1}^4 \sum_{k_2=1}^3 \sum_{k_1=1}^2 1 &= \sum_{k_9=1}^{10} \dots \sum_{k_3=1}^4 \sum_{k_2=1}^3 (2) \\ &= \sum_{k_9=1}^{10} \dots \sum_{k_3=1}^4 (3 \cdot 2) \\ &= \sum_{k_9=1}^{10} 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \\ &= 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \\ &= 10! \end{aligned}$$

Yanıt C**ÖRNEK SORU**

$$\sum_{x=1}^n \log x + \log 15 = \sum_{x=0}^{n-1} \log(x+2) \text{ olduğuna göre, } n \text{ kaçtır?}$$

- A) 8 B) 9 C) 11 D) 13 E) 14

Çözüm

$$\begin{aligned} \sum_{x=1}^n \log x &= \log 1 + \log 2 + \log 3 + \dots + \log n = \log(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n) = \log(n!) \\ \sum_{x=0}^{n-1} \log(x+2) &= \log 2 + \log 3 + \dots + \log n + \log(n+1) \\ &= \log(2 \cdot 3 \dots (n+1)) = \log[(n+1)!] \\ \sum_{x=1}^n \log x + \log 15 &= \log(n!) + \log 15 = \log[15 \cdot (n!)] \\ \sum_{x=1}^n \log x + \log 15 &= \sum_{x=0}^{n-1} \log(x+2) \\ \Rightarrow \log[15 \cdot n!] &= \log[(n+1)!] \\ \Rightarrow 15 \cdot n! &= (n+1)! \\ \Rightarrow 15 \cdot n! &= (n+1) \cdot n! \\ \Rightarrow n+1 &= 15 \\ \Rightarrow n &= 14 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt E

1 Aşağıda verilen toplama işlemlerini $\sum$ sembolü kullanarak ifade ediniz.

a) $\underbrace{5 + 5 + 5 + \dots + 5}_{20 \text{ tane}}$

b) $\underbrace{-4 - 4 - 4 - \dots - 4}_{13 \text{ tane}}$

c) $1 + 2 + 3 + \dots + 17$

d) $4 + 5 + 6 + \dots + 40$

e) $6 + 8 + \dots + 24$

f) $5 + 7 + 9 + \dots + 37$

g) $1 + 4 + 9 + \dots + 81$

h) $1 + 8 + 27 + \dots + 1331$

i) $2.3 + 3.4 + 4.5 + \dots + 33.34$

j) $3.4 + 4.9 + 5.16 + \dots + 10.81$

k) $2 + 5 + 8 + 11 + \dots + 35$

l) $1 + 5 + 9 + 13 + \dots + 41$

m) $3 + 8 + 15 + 24 + \dots + 99$

ÇÖZÜM:

2 $\sum_{k=1}^5 6$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

3 $\sum_{k=-2}^4 3$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

4 $\sum_{k=1}^{11} k$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

5 $\sum_{k=1}^{12} (2k)$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

6 $\sum_{k=1}^{13} (2k-1)$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

7 $\sum_{k=1}^{12} k^2$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

8 $\sum_{k=1}^{18} k^3$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

9 $\sum_{k=1}^{12} (k(k+1))$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

10 $\sum_{k=1}^7 (k(k+1)(k+2))$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

11 $\sum_{n=1}^8 \frac{1}{n(n+1)}$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

12 $\sum_{k=1}^5 3^{k-1}$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

13 $\sum_{k=0}^6 4^k$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

14 $\sum_{k=1}^6 (k.k!)$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

15 $\sum_{n=1}^{40} (n \cdot n!)$ toplamının sonucunun sondan kaç basamağı 9 dur?

ÇÖZÜM:

16 $\sum_{k=1}^{11} (5k)$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

17 $\sum_{k=1}^{11} (k-4)$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

18 $\sum_{k=1}^{13} (3k-2)$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

19 $\sum_{k=1}^{13} 3k-2$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

20 $\sum_{n=1}^{20} 2n+5$ toplamının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

21 $\sum_{k=1}^{10} (k^2+k+2)$ toplamının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

22 $\sum_{k=1}^{10} ((k+1)(k^2-k+1))$ toplamının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

23 $\sum_{k=1}^8 (k(2k+1))$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

24 $\sum_{n=1}^k (2n-3) = 360$ olduğuna göre, k kaçtır?

ÇÖZÜM:

25 $\sum_{k=1}^6 2^{k+1}$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

26 $\sum_{k=1}^5 \frac{5}{2^{k-1}}$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

27 $\frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{49.50}$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

28 $2^4 + 2^5 + \dots + 2^{20}$ toplamının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

29 $\sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k-1} \right)$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

30 $\sum_{n=1}^{15} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ toplamının değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

31 $\sum_{k=1}^{117} (\sqrt[3]{k+7} - \sqrt[3]{k+8})$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

32 $\sum_{n=-90}^{89} \sin n^\circ$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

33 $\sum_{n=1}^6 \frac{1}{n^2 + 3n + 2}$ toplamının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

34 $\sum_{k=1}^8 \frac{1}{k^2 + 5k + 6}$ toplamının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

35 $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{4n^2 - 1}$ toplamının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

36 $\sum_{n=1}^{22} [(-1)^n (n-1)]$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

37 $\sum_{n=1}^{20} ((-1)^n (2n+3))$ toplamının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

38 $\sum_{n=-2}^9 [(-1)^{n+2} (2n+1)]$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

39 $\sum_{n=-9}^{10} (n^3 + n)$ toplamının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

40 $\sum_{n=-4}^4 (n^3 + n + 1)$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

41 $\sum_{n=-8}^7 (n^3 + n + 2)$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

42 $\sum_{k=-8}^6 (k^3 + 3k^2 + 3k + 2)$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

43 $\sum_{k=4}^{20} (2k)$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

44 $\sum_{k=-3}^{17} (2k-1)$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

45 $\sum_{k=-5}^{10} (2k+3)$ toplamının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

46 $\sum_{k=4}^{12} (nk-4) = 180$ olduğuna göre, n kaçtır?

ÇÖZÜM:

47 $\sum_{k=4}^8 \frac{3^{k-1}}{27}$ işleminin sonucu kaçtır?

çözüm:

48 $\sum_{k=3}^7 2^{2k-1}$ toplamının sonucu kaçtır?

çözüm:

49 $5 + 10 + 17 + \dots + 101$ toplamının sonucu kaçtır?

çözüm:

50 $2 + 7 + 14 + \dots + 194$ işleminin sonucu kaçtır?

çözüm:

51 $28 + 65 + 126 + \dots + 1001$ işleminin sonucu kaçtır?

çözüm:

52 $\sum_{n=1}^{16} f(n) = 140$, $\sum_{n=1}^9 f(n) = 96$, $\sum_{n=8}^{16} f(n) = 52$

ve $f(8) = 4$ olduğuna göre, $f(9)$ kaçtır?

çözüm:

53 $\sum_{k=n+1}^{3n+1} (2k+3) = a.n^2 + b.n + c$ olduğuna göre, $(a+b+c)$ toplamı kaçtır?

çözüm:

54 $n > 1$ olmak üzere,

$\sum_{k=1}^n k^3 < 256$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane n değeri vardır?

çözüm:

55 $\sum_{n=5}^x \log \frac{n}{n+1} = -2$ olduğuna göre, x kaçtır?

çözüm:

56 $i^2 = -1$ olmak üzere,

$$\sum_{n=1}^{100} \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}i}{2} \right)^{2n} \text{ toplamının sonucu kaçtır?}$$

çözüm:

57 $\sum_{n=1}^{90} (\cos n^\circ - \sin n^\circ)$ toplamının sonucu kaçtır?

çözüm:

58 $x^2 - 9x + 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\sum_{k=1}^2 x_k \text{ ifadesinin eşiti kaçtır?}$$

çözüm:

59 $f(x) = 3x^2 - 20$ olduğuna göre, $\sum_{k=-4}^5 f(k)$ değeri kaçtır?

çözüm:

60 $\sum_{k=1}^{47} \cos \frac{k\pi}{2}$ toplamının sonucu kaçtır?

çözüm:

61 $\sum_{i=0}^6 \sum_{j=-2}^6 (i \cdot j + 2i)$ toplamının sonucu kaçtır?

çözüm:

62 $\sum_{n=1}^2 \sum_{k=1}^4 (n \cdot k^2 - k \cdot n^2 + 1)$ toplamının sonucu kaçtır?

çözüm:

63 $\sum_{n=1}^5 \left(\sum_{k=1}^n \log \left(1 + \frac{1}{k} \right) \right)$ toplamının değeri kaçtır?

çözüm:

64 $\sum_{n=1}^3 \sum_{k=1}^2 (2k + n + x) = 60$ olduğuna göre, x kaçtır?

çözüm:

ÇARPIM SEMBOLÜ

$k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $f(k) = a_k$ şeklinde tanımlanmış bir fonksiyonun $k = p$ den $k = n$ e kadar aldığı değerlerin çarpımını

$\prod_{k=p}^n a_k$ şeklinde gösteririz.

Örneğin; $\prod_{k=3}^8 a_k = a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8$

$$\prod_{k=-2}^2 (k^2 + 1) = ((-2)^2 + 1) \cdot ((-1)^2 + 1) \cdot (0^2 + 1) \cdot (1^2 + 1) \cdot (2^2 + 1) \\ = 5 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 5 = 100 \text{ bulunur.}$$

Örnek

Aşağıda verilen çarpımları açık olarak yazarak, hesaplayınız?

a) $\prod_{k=1}^4 5$ b) $\prod_{k=1}^6 k$ c) $\prod_{k=3}^8 (3k)$ d) $\prod_{k=1}^6 3^k$

Çözüm

a) Burada fonksiyonunda k ya bağlı bir değişken yoktur. Her k değer için bir 5 yazılarak cevaplayacaktır.

$$\prod_{k=1}^4 5 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4 = 625$$

b) $\prod_{k=1}^6 k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 6!$

c) $\prod_{k=3}^8 (3k) = (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 4) \cdot (3 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 6) \cdot (3 \cdot 7) \cdot (3 \cdot 8) = 3^6 \cdot \frac{8!}{2}$

d) $\prod_{k=1}^6 3^k = 3^1 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^4 \cdot 3^5 \cdot 3^6 = 3^{1+2+3+4+5+6} \\ = 3^{\sum_{k=1}^6 k} = 3^{\frac{6 \cdot (6+1)}{2}} = 3^{21}$

Örnek

Aşağıdaki çarpım işlemlerini çarpım sembolü kullanarak ifade ediniz?

- a) 1.2.3 n
b) 3.5.7 (2n - 1)
c) 6.8.10 102
d) 1.3.9.27 2187
e) (3.5).(5.7).(7.9) (97.99)

Çözüm

a) 1.2.3.....n, 1 den n e kadar ardışık sayıları çarpımıdır. Alt sınır 1 üst sınır n olduğu için,

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = \prod_{k=1}^n k \text{ olarak ifade edilir.}$$

b) 3.5.7..... (2n - 1), 3 den 2n-1 e kadar ardışık tek tam sayıların çarpımıdır. Alt sınır 2n - 1 = 3 den 2 bulunur. Üst sınır ise, n dir.

$$3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n - 1) = \prod_{k=2}^n (2k - 1) \text{ olarak ifade edilir.}$$

c) 6.8.10.....102, 6 dan 102 ye kadar çift doğal sayıların çarpımıdır.

Alt sınır 2n = 6 dan n = 3

Üst sınır 2n = 102 den n = 51 dir.

$$6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 102 = \prod_{k=3}^{51} (2k) \text{ olarak ifade edilir.}$$

d) 1.3.9.27.....2187 çarpımı 3 ün kuvvetlerinin çarpımıdır.

Alt sınır 1 = 3⁰ dan 0

Üst sınır 2187 = 3⁷ den 7 bulunur.

O halde;

$$1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 27 \cdot \dots \cdot 2187 = \prod_{k=0}^7 3^k \text{ olarak ifade edilir.}$$

e) (3.5).(5.7).(7.9) (97.99) çarpımı tek sayıların çarpımıdır. Her grupta çarpanlar ardışık tek sayılardır. Bu çarpım (2n - 1).(2n + 1) ile ifade edilir.

Bu çarpanda alt sınır (2n - 1)(2n + 1) = 3.5 den n = 2

Üst sınır (2n - 1)(2n + 1) = 97.99 den n = 49 olur.

O halde;

$$(3 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 9) \cdot \dots \cdot (97 \cdot 99) = \prod_{k=2}^{49} ((2k - 1)(2k + 1))$$

olarak ifade edilir.

ÖRNEK SORU

$$\prod_{k=1}^{50} \left(1 + \frac{1}{k+1} \right) \text{ çarpımının değeri kaçtır?}$$

- A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28

Çözüm

$$\prod_{k=1}^{50} \left(1 + \frac{1}{k+1}\right) = \prod_{k=1}^{50} \left(\frac{k+2}{k+1}\right)$$

İfadesinin birkaç terimi açılarak yazılırsa

$$\prod_{k=1}^{50} \left(\frac{k+2}{k+1}\right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \dots \cdot \frac{51}{50} \cdot \frac{52}{51}$$

$$= \frac{52}{2} = 26 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

$$\prod_{k=4}^{1023} (\log_k(k+1)) \text{ çarpımının değeri kaçtır?}$$

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm

Eğer çarpım sembolü içinde logaritmaya bağlı bir fonksiyon varsa çarpım sembolünün birkaç terimi açık olarak yazmak çözümü görmemize yardımcı olur.

$$\prod_{k=4}^{1023} (\log_k(k+1)) = \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \dots \cdot \log_{1023} 1024$$

$$= \log_4 1024 = \log_4 4^5 = 5 \log_4 4$$

$$= 5 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

ÇARPIM SEMBOLÜNÜN ÖZELLİKLERİ

$$1. \prod_{k=1}^n c = \underbrace{c \cdot c \cdot \dots \cdot c}_{n \text{ tane}} = c^n$$

$$2. \prod_{k=1}^n (ca_k) = ca_1 \cdot ca_2 \cdot ca_3 \cdot \dots \cdot ca_n$$

$$= c^n \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$$

$$= c^n \prod_{k=1}^n a_k$$

$$3. \prod_{k=1}^n k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$$

$$4. \prod_{k=1}^n (a_k \cdot b_k) = \prod_{k=1}^n a_k \cdot \prod_{k=1}^n b_k$$

$$5. \prod_{k=1}^n \left(\frac{a_k}{b_k}\right) = \frac{\prod_{k=1}^n a_k}{\prod_{k=1}^n b_k}$$

$$6. \prod_{k=1}^n c^{a_k} = c^{a_1} \cdot c^{a_2} \cdot c^{a_3} \cdot \dots \cdot c^{a_n}$$

$$= c^{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$$

$$= c^{\sum_{k=1}^n a_k}$$

$$7. \prod_{k=p}^n a_k = \prod_{k=p}^r a_k \cdot \prod_{k=r+1}^n a_k \quad (p < r < n)$$

$$8. \prod_{k=p}^n a_k = \prod_{k=p \pm r}^{n \pm r} a_{k \mp r} \quad (\text{Taban değiştirme})$$

$$9. \prod_{k=1}^n \left(\prod_{r=1}^m a_{kr} \right) = \prod_{r=1}^m \left(\prod_{k=1}^n a_{kr} \right) \quad (\text{Değişme özelliği})$$

ÖRNEK SORU

$$\prod_{k=1}^6 (2k) \text{ çarpımının değeri kaçtır?}$$

- A) $2^4 \cdot 6!$ B) $2^5 \cdot 6!$ C) $2^6 \cdot 6!$
D) $2^7 \cdot 6!$ E) $2^8 \cdot 6!$

Çözüm

$$\prod_{k=1}^n (ca_k) = c^n \prod_{k=1}^n a_k \text{ ve } \prod_{k=1}^n k = n! \text{ olduğundan,}$$

$$\prod_{k=1}^6 (2k) = 2^6 \cdot \prod_{k=1}^6 k = 2^6 \cdot 6! \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

$$\prod_{k=-2}^6 2^{k+1} \text{ çarpımının değeri kaçtır?}$$

- A) 2^{21} B) 2^{23} C) 2^{25} D) 2^{27} E) 2^{29}

Çözüm

$$\prod_{k=-2}^6 2^{k+1} \text{ ifadesinde alt sınırı 1 yapmak için alt ve üst}$$

sınırlara 3 eklenir, fonksiyondaki k yerine k-3 yazarsak,

$$\prod_{k=-2}^6 2^{k+1} = \prod_{k=1}^9 2^{k-2} \text{ olur.}$$

Buradan;

$$\prod_{k=1}^9 2^{k-2} = \prod_{k=1}^9 \left(2^k \cdot \frac{1}{2^2} \right) \\ = \left(\frac{1}{4} \right)^9 \prod_{k=1}^9 2^k \text{ olur.}$$

$$\prod_{k=1}^n c^{a_k} = c^{\sum_{k=1}^n a_k} \text{ olduğundan,} \\ = \frac{1}{2^{18}} \cdot \prod_{k=1}^9 2^k = \frac{1}{2^{18}} \cdot 2^{\sum_{k=1}^9 k} \\ = \frac{1}{2^{18}} \cdot 2^{\frac{9 \cdot 10}{2}} = 2^{45-18} \\ = 2^{27} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

ÖRNEK SORU

$$\prod_{k=1}^8 (k(k+1)) \text{ çarpımının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) 9!.8! B) 10!.9! C) 10!.9 D) 9.9! E) 10!.8!

Çözüm

$$\prod_{k=1}^n (a_k \cdot b_k) = \prod_{k=1}^n a_k \cdot \prod_{k=1}^n b_k \text{ olduğundan,} \\ \prod_{k=1}^8 (k(k+1)) = \prod_{k=1}^8 k \cdot \prod_{k=1}^8 (k+1) \\ = (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 8) \cdot (2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 9) \\ = 8!.9! \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

ÖRNEK SORU

$$\prod_{k=3}^{11} (2k) = 2^a \cdot b! \text{ eşitliğindeki en büyük } b \text{ değeri için } (a+b) \\ \text{toplamı kaçtır?}$$

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

Çözüm

$$\prod_{k=3}^{11} (2k) \text{ nın birkaç terimi açıldığında,}$$

$$\prod_{k=3}^{11} (2k) = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 4) \cdot (2 \cdot 5) \cdot \dots \cdot (2 \cdot 11)$$

Buradan, $11 - 3 + 1 = 9$ terimi vardır. O halde

$$\prod_{k=3}^{11} (2k) = 2^9 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 11$$

$$= 2^8 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 11$$

$$= 2^8 \cdot 11! \text{ olarak ifade edilebilir.}$$

$$2^8 \cdot 11! = 2^a \cdot b! \text{ olduğundan}$$

$$a + b = 8 + 11 = 19 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

ÖRNEK SORU

$$\prod_{k=1}^{99} 2^{\log \frac{k+1}{k}} \text{ çarpımının değeri kaçtır?}$$

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

Çözüm

$$\prod_{k=1}^n c^{a_k} = c^{\sum_{k=1}^n a_k} \text{ olduğundan,}$$

$$\prod_{k=1}^{99} 2^{\log \frac{k+1}{k}} = 2^{\sum_{k=1}^{99} \log \frac{k+1}{k}} \text{ dir.}$$

$$= 2^{\log \frac{2}{1} + \log \frac{3}{2} + \log \frac{4}{3} + \dots + \log \frac{100}{99}}$$

$$= 2^{\log \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \dots \cdot \frac{100}{99} \right)}$$

$$= 2^{\log 100} = 2^2 = 4 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

ÖRNEK SORU

$$\prod_{k=1}^n k \text{ çarpımında elde edilen sayının son 6 basamağı sıfır}$$

olduğuna göre, n nin en küçük değeri kaçtır?

- A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

Çözüm

$\prod_{k=1}^n k = n!$ olduğundan $n!$ sayısının çarpanlarında 6 tane

5 çarpanı bulunmalı ki sayının sonunda 6 tane 0 olsun.

$$20! = 5^4 \cdot A \quad A \in \mathbb{Z}$$

$$21! = 5^4 \cdot B \quad B \in \mathbb{Z}$$

$$22! = 5^4 \cdot C \quad C \in \mathbb{Z}$$

$$23! = 5^4 \cdot D \quad D \in \mathbb{Z}$$

$$24! = 5^4 \cdot E \quad E \in \mathbb{Z}$$

$$25! = 5^6 \cdot F \quad F \in \mathbb{Z}$$

O halde, n nin en küçük değeri 25 olmalıdır.

Yanıt D

ÖRNEK SORU

$\prod_{k=1}^n \frac{2k-1}{2k+1} = \frac{1}{63}$ olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 29 B) 30 C) 31 D) 32 E) 33

Çözüm

Bölme işlemi içeren çarpım sembollerinde sembolün birkaç terimini açmak çözümü kolay görmemizi sağlar.

Buradan da;

$$\prod_{k=1}^n \frac{2k-1}{2k+1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} \cdots \frac{2n-1}{2n+1} = \frac{1}{2n+1} \text{ elde edilir.}$$

$$\frac{1}{2n+1} = \frac{1}{63} \text{ olduğundan } n = 31 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

$\prod_{k=7}^{42} (48-3k)$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) -1800 B) -9 C) 0 D) 9 E) 1980

Çözüm

$$48 - 3k = 0$$

$$48 = 3k$$

$$16 = k$$

$7 < 16 < 42$ olduğundan;

$$\prod_{k=7}^{42} (48-3k) = 27 \cdot 24 \cdot 21 \cdots \underset{k=16 \text{ için}}{0} \cdots (-72) \cdot (-75) \cdot (-78)$$

O halde; 0 çarpma işleminin yutan elemanı olduğu için

$$\prod_{k=7}^{42} (48-3k) = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

$\prod_{k=1}^{19} (20k - k^2)$ çarpımının değeri kaçtır?

- A) $18! \cdot 19!$ B) $(19!)^2$ C) $20! \cdot 19!$
D) $21! \cdot 10!$ E) $(21!)^2$

Çözüm

$\prod_{k=1}^n (a_k \cdot b_k) = \prod_{k=1}^n a_k \cdot \prod_{k=1}^n b_k$ olduğundan,

$$\prod_{k=1}^{19} (20k - k^2) = \prod_{k=1}^{19} (k(20-k)) = \prod_{k=1}^{19} k \cdot \prod_{k=1}^{19} (20-k)$$

yazılabilir.

$$\prod_{k=1}^{19} k = 19! \text{ ve } \prod_{k=1}^{19} (20-k) = 19 \cdot 18 \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1 = 19!$$

olduğundan $\prod_{k=1}^{19} (k(20-k)) = (19!)^2$ bulunur.

Yanıt B

ÖRNEK SORU

$x^3 + 6x^2 - 13x - 42 = 0$ denkleminin kökleri, x_1, x_2 ve x_3 tür.

$\prod_{k=1}^3 x_k$ çarpımının değeri kaçtır?

- A) 42 B) 39 C) 36 D) 33 E) 30

Çözüm

$$\prod_{k=1}^3 x_k = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \text{ olur.}$$

Üçüncü dereceden $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ denkleminin kökleri çarpımı $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a}$ dir. Buradan,

$$\prod_{k=1}^3 x_k = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{-42}{1} = 42 \text{ olur.}$$

Yanıt A

ÖRNEK SORU

$$\prod_{m=2}^4 \prod_{k=1}^4 \frac{k}{m} \text{ çarpımının değeri kaçtır?}$$

- A) $\frac{1}{18}$ B) $\frac{1}{24}$ C) $\frac{1}{32}$ D) $\frac{1}{36}$ E) $\frac{1}{64}$

Çözüm

$$\begin{aligned} \prod_{m=2}^4 \prod_{k=1}^4 \frac{k}{m} &= \prod_{m=2}^4 \left(\prod_{k=1}^4 \frac{k}{m} \right) \\ &= \prod_{m=2}^4 \left(\left(\frac{1}{m} \right)^4 \cdot 4! \right) \\ &= \frac{1}{2^4} \cdot 4! \cdot \frac{1}{3^4} \cdot 4! \cdot \frac{1}{4^4} \cdot 4! \\ &= \frac{4^3 \cdot 3^3 \cdot 2^3 \cdot 1}{2^4 \cdot 3^4 \cdot 4^4} \\ &= \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{1}{24} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt B

ÖRNEK SORU

$$\prod_{k=1}^2 x + \sum_{m=1}^3 x - \sum_{n=1}^4 n = 0 \text{ olduğuna göre, } x \text{ aşağıdakilerden}$$

hangisi olabilir?

- A) 8 B) 3 C) -2 D) -5 E) -7

Çözüm

$$\begin{aligned} \prod_{k=1}^2 x &= x^2 \\ \sum_{m=1}^3 x &= 3x \\ \sum_{n=1}^4 n &= 10 \text{ dir.} \end{aligned}$$

O halde;

$$\begin{aligned} \prod_{k=1}^2 x + \sum_{m=1}^3 x - \sum_{n=1}^4 n &= 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \\ \Rightarrow (x+5)(x-2) &= 0 \\ \Rightarrow x &= -5 \text{ veya } x = 2 \text{ olarak bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt D

ÖRNEK SORU

$$\prod_{m=1}^2 \left[\sum_{k=3}^{19} (\sqrt{k+2} - \sqrt{k+1}) \right] + 4\sqrt{21} \text{ işleminin sonucu kaç}$$

tır?

- A) $\sqrt{19} - 5$ B) $\sqrt{21}$ C) 25
D) $15 + 4\sqrt{21}$ E) 85

Çözüm

$$\begin{aligned} \sum_{k=3}^{19} (\sqrt{k+2} - \sqrt{k+1}) &= \sqrt{5} - \sqrt{4} + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \dots + \sqrt{21} - \sqrt{20} \\ &= \sqrt{21} - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \prod_{m=1}^2 (\sqrt{21} - 2) &= (\sqrt{21} - 2)^2 \\ &= 21 - 4\sqrt{21} + 4 \\ &= 25 - 4\sqrt{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \prod_{m=1}^2 \left[\sum_{k=3}^{19} \sqrt{k+2} - \sqrt{k+1} \right] + 4\sqrt{21} \\ = 25 - 4\sqrt{21} + 4\sqrt{21} = 25 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

$$\sum_{k=1}^4 \prod_{p=3}^8 \log_p(p+1) \text{ ifadesinin eşiti kaçtır?}$$

- A) 0 B) $4\log_3 8$ C) 8
D) $12\log_3 2$ E) 16

Çözüm

$$\begin{aligned} \prod_{p=3}^8 \log_p(p+1) &= \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8 \cdot \log_8 9 \\ &= \log_3 9 \\ &= 2\log_3 3 \\ &= 2 \\ \sum_{k=1}^4 2 &= 8 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

a, b, c ve d pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$\prod_{k=-4}^3 (k+5) = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d \text{ olduğuna göre, } (a+b+c+d)$$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Çözüm

$$\begin{aligned} \prod_{k=-4}^3 (k+5) &= \prod_{k=-4+5}^{3+5} (k-5+5) = \prod_{k=1}^8 k \\ &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \\ &= 2^7 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \prod_{k=-4}^3 (k+5) &= 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d \\ \Rightarrow 2^7 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 &= 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d \\ \Rightarrow a=7, b=2, c=1, d=1 \\ \Rightarrow a+b+c+d &= 7+2+1+1=11 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt E**ÖRNEK SORU**

$$\prod_{c=1}^2 \prod_{a=1}^3 \prod_{b=1}^2 a^b \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

- A) 6³ B) 3⁶ C) 3¹² D) 6⁶ E) 6⁹

Çözüm

$$\begin{aligned} \prod_{c=1}^2 \prod_{a=1}^3 \prod_{b=1}^2 a^b &= \prod_{c=1}^2 \prod_{a=1}^3 (a^1 \cdot a^2) = \prod_{c=1}^2 \prod_{a=1}^3 a^3 \\ &= \prod_{c=1}^2 1^3 \cdot 2^3 \cdot 3^3 = \prod_{c=1}^2 6^3 = 6^3 \cdot 6^3 = 6^6 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Yanıt D**ÖRNEK SORU**

$$\prod_{n=1}^4 \sqrt[7]{16^{n-1} \cdot 2} \text{ çarpımının sonucu kaçtır?}$$

- A) 8 B) $8\sqrt[7]{2}$ C) 16 D) $16\sqrt[7]{2}$ E) 32

Çözüm

$$\begin{aligned} \prod_{n=1}^4 \sqrt[7]{2^{4(n-1)} \cdot 2} &= \prod_{n=1}^4 \sqrt[7]{2^{4n-4} \cdot 2} = \prod_{n=1}^4 \sqrt[7]{2^{4n-3}} = \prod_{n=1}^4 2^{\frac{4n-3}{7}} \\ &= 2^{\frac{1}{7}} \cdot 2^{\frac{5}{7}} \cdot 2^{\frac{9}{7}} \cdot 2^{\frac{13}{7}} = 2^{\frac{1+5+9+13}{7}} = 2^{\frac{28}{7}} = 2^4 = 16 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Yanıt C**ÖRNEK SORU**

$$\prod_{n=-4}^7 (0,2)^n = \left(4 + \frac{1}{2}\right)^{3x} \text{ olduğuna göre, } x \text{ kaçtır?}$$

- A) -9 B) -6 C) -3 D) 0 E) 3

Çözüm

$$\begin{aligned} \prod_{n=-4}^7 (0,2)^n &= \prod_{n=-4}^7 \left(\frac{2}{9}\right)^n = \left(\frac{2}{9}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^{-3} \cdot \dots \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^7 \\ &= \left(\frac{2}{9}\right)^{-4-3-2-\dots+7} = \left(\frac{2}{9}\right)^{5+6+7} = \left(\frac{2}{9}\right)^{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \prod_{n=-4}^7 (0,2)^n &= \left(4 + \frac{1}{2}\right)^{3x} \\ \Rightarrow \left(\frac{2}{9}\right)^{18} &= \left(\frac{9}{2}\right)^{3x} \Rightarrow \left(\frac{9}{2}\right)^{-18} = \left(\frac{9}{2}\right)^{3x} \\ \Rightarrow -18 &= 3x \Rightarrow x = -6 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt B**ÖRNEK SORU**

$$\prod_{m=1}^{10} 10^{3 \log m} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

- A) 0 B) 256 C) $(5!)^3 \cdot 10$
D) 2284 E) $(10!)^3$

Çözüm

Logaritma özelliğinden;

$$10^{3 \log m} = 10^{\log m^3} = m^3 \text{ bulunur. Buradan;}$$

$$\begin{aligned} \prod_{m=1}^{10} 10^{3 \log m} &= \prod_{m=1}^{10} m^3 = 1^3 \cdot 2^3 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot 10^3 \\ &= (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 10)^3 \\ &= (10!)^3 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt E

- 1 Aşağıdaki çarpma işlemlerini $\prod$ sembolünü kullanarak ifade ediniz.
- a) 5.6.7.8....19.20
b) 2.4.6.8....60.62
c) 11.13.15.17....99.101
d) 3.7.11.15....87.91
e) 2.5.10.17....82.101

ÇÖZÜM:

- 2 Aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

a) $\prod_{k=1}^9 5$ b) $\prod_{k=1}^{12} (2k)$
c) $\prod_{k=1}^{10} (3k^2)$ d) $\prod_{k=1}^7 (3k^3)$
e) $\prod_{k=1}^{20} (2^k)$

ÇÖZÜM:

3 $\prod_{k=1}^{10} (16 \cdot 5^k)$ sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır?

ÇÖZÜM:

4 $\prod_{k=1}^5 \prod_{n=1}^5 n^k$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

5 $\prod_{n=1}^{10} 4^n = 2^{x+50}$ olduğuna göre, x kaçtır?

ÇÖZÜM:

6 $\prod_{k=1}^{10} \left(\frac{3}{4}\right)^k = \left(\frac{16}{9}\right)^{3-x}$ olduğuna göre, x kaçtır?

ÇÖZÜM:

7 $\prod_{n=1}^k \sqrt[3]{4^n} = 16$ olduğuna göre, k değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

9 $\prod_{k=1}^{10} 4^{k+2} = 32^a$ olduğuna göre, a kaçtır?

ÇÖZÜM:

8 Aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

a) $\prod_{k=5}^{17} 4$

g) $\prod_{k=1}^{11} (k-7)$

b) $\prod_{k=5}^{11} (5k)$

h) $\prod_{k=1}^{100} \sin \frac{k\pi}{3}$

c) $\prod_{k=10}^{22} (k+3)$

ı) $\prod_{k=-10}^{10} (2k)$

d) $\prod_{k=1}^8 (9-k)$

j) $\prod_{k=4}^{15} 3^{k-1}$

e) $\prod_{k=2}^{15} (-k^2 + 17k - 16)$

k) $\prod_{k=1}^{10} (k^2 + k)$

f) $\prod_{k=1}^{16} k+1$

l) $\prod_{k=1}^7 (5 \cdot k \cdot 2^k)$

ÇÖZÜM:

10 $\prod_{n=1}^{10} (11-n)$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

11 $\prod_{k=3}^{10} 10^{\log(k+2)}$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

12 $\prod_{k=-1}^{n-2} e^{\ln(k+3)}$ ifadesinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

13 $\prod_{n=3}^{18} n^2 = A \cdot 2^x$ ve $A \in \mathbb{Z}^+$ olduğuna göre, x in alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

14 $\prod_{n=5}^{10} (n^2 - 3n - 28)$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

15 $\prod_{k=-4}^{18} \frac{k+2}{k^2+2}$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

16 $\prod_{k=2}^{22} \left(k - \frac{k+27}{k^2+1} \right)$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

17 $\prod_{n=-5}^5 (n^2 - 9)$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

18 $\prod_{n=1}^{40} \sin \frac{n\pi}{4}$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

19 Aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

a) $\prod_{k=1}^{99} \frac{k}{k+1}$

b) $\prod_{k=5}^{19} \frac{k+1}{k+3}$

c) $\prod_{k=2}^{15} \frac{k^2+2k}{k^2-1}$

d) $\prod_{k=1}^{89} \cot k^\circ$

e) $\prod_{k=5}^{124} \log_k(k+1)$

ÇÖZÜM:

20 $\prod_{k=1}^{89} \tan k^\circ$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

21 $\prod_{n=1}^x (3n) = f(x) \cdot (x-1)!$ olduğuna göre, $f(x)$ in eđiti nedir?

ÇÖZÜM:

22 $f(x) = \prod_{k=2}^{x+4} \left(\frac{1}{k} + 1\right)$ olduğuna göre, $f^{-1}(3)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

23 $\prod_{k=1}^{10} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2k+4} \right]$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

24 $\prod_{l=0}^2 \prod_{k=1}^6 \left(\frac{3k}{k+1} \right)$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

25 $\prod_{k=3}^{26} \log_k(k+1)$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

26 $\prod_{k=1}^{39} \log_{2k+1}(2k+3)$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

27 $\sum_{n=1}^5 f(n) = 10$ olduğuna göre, $\prod_{k=1}^5 2^{f(k)+1}$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

28 $\sum_{k=1}^8 \prod_{n=1}^3 (nk)$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

29 $\sum_{n=-5}^5 \prod_{k=0}^5 2$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

30 $\sum_{k=5}^{15} \prod_{n=5}^{15} 3$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

31 $\sum_{k=1}^8 \prod_{n=1}^3 \left(\frac{k}{3}\right)$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

32 $\prod_{n=2}^{12} \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{1}{k^2+k}\right)$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

33 $\sum_{n=1}^{16} \left(\prod_{k=1}^5 2^k\right)$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

34 $\sum_{n=1}^{30} \prod_{n=1}^{10} \left(\frac{n}{n+2}\right)$ sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

35 $\sum_{n=1}^k f(n) = \prod_{n=1}^k n$ olduğuna göre, $f(10)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

36 $\prod_{k=-2}^{10} \sum_{n=1}^{20} (2kn)$ sonucu kaçtır?

çözüm:

37 $\sum_{n=1}^4 \ln \left(\prod_{k=1}^n e^k \right)$ sonucu kaçtır?

çözüm:

38 $\prod_{k=1}^8 \left[\sum_{k=2}^{12} ((-1)^k (3k+2)) \right] = a^8$ olduğuna göre, a nın pozitif değeri kaçtır?

çözüm:

39 $\sum_{n=1}^6 \log \left(\prod_{k=1}^n 10^{2k-1} \right)$ sonucu kaçtır?

çözüm:

KONU İLE İLGİLİ SINAV SORULARI

1. $\sum_{k=1}^{20} 2^k$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^{20} - 2$ B) $2^{20} + 2$
C) $10(2^{20} + 2)$ D) $2(2^{19} - 1)$
E) $2(2^{20} - 1)$

2. $\sum_{n=1}^{17} (3n) = 3 + 6 + 9 + \dots + 51$ toplamının değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 450 B) 454 C) 457 D) 458 E) 459

3. $1 + 4 + 7 + 10 + \dots + 130$ toplamının kısa ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sum_{k=1}^{15} k^2$ B) $\sum_{k=0}^{30} (3k + 1)$
C) $\sum_{k=1}^{10} k^3$ D) $\sum_{k=0}^{43} (3k + 1)$
E) $\sum_{k=0}^{15} (3k - 1)$

4. $\sum_{j=1}^4 \sum_{i=0}^3 (3i - 2j + 1)$ toplamının değeri nedir?

A) -1 B) 5 C) 8 D) 11 E) 18

5. $\sum_{n=1}^{20} (n + 2)$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 440 B) 422 C) 420 D) 322 E) 250

6. p ve n pozitif tamsayılardır.

$$1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n.(n + 1) = \frac{1}{3} n(n + 1)(n + 2)$$

eşitliği bilindiğine göre,

$$p(p + 1) + (p + 1)(p + 2) + \dots + 2p(2p + 1)$$

toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3} p(p + 1)(7p + 5)$ B) $\frac{1}{3} p(p + 1)(6p + 6)$

C) $\frac{1}{3} p(p + 1)(5p + 8)$ D) $\frac{1}{3} p(p + 1)(7p - 6)$

E) $2p(p + 1)^2$

7. $f(x) = 2x - 1$, $\sum_{n=1}^{10} n^2 = 385$, $\sum_{n=1}^{10} n = 55$

olduğuna göre, $\sum_{n=1}^{10} [f(n)]^2$ toplamının değeri nedir?

A) 1163 B) 1245 C) 1330
D) 1526 E) 2012

8. $\sum_{p=1}^n (p(p + 1)) = \frac{n(n^2 + an + b)}{3}$ eşitliği bilindiğine göre

$2a + b$ aşağıdakilerden hangisidir?

(a, b sabit birer tamsayı ve $n \in \mathbb{N}$)

A) 8 B) 5 C) -3 D) -7 E) 11

9. $\sum_{i=1}^n (y_i + 1) = n + 1$ ve $\sum_{i=1}^n ((x_i - \alpha)y_i) = 0$

($a \in \mathbb{R}$) olduğuna göre, $\sum_{i=1}^n (x_i y_i)$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\alpha}{2}$ B) α C) $n\alpha$ D) $\alpha - 1$ E) $(n - 1)\alpha$

10. f ve g , $N \rightarrow N$ aşağıdaki biçimde tanımlı iki fonksiyondur.

$$f : x \rightarrow \sum_{n=1}^x n \quad g : x \rightarrow \sum_{n=1}^x n^2$$

Buna göre, $(f \circ g)(2)$ nin değeri nedir?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

11. $f(x) = 3x + 1$, $x_1 = 1$, $x_2 = 4$ olduğuna göre,

$$\sum_{i=1}^2 ((x_i - 3)f(x_i)) \text{ toplamı kaçtır?}$$

- A) -1 B) 0 C) 2 D) 3 E) 5

12. 1 den n ye kadar olan n tane doğal sayının kareleri toplamı $T = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$ dir.

Bu n tane sayıdan herbiri 1 kadar artırıldığında T ne kadar artar?

- A) n B) n^2 C) $n(n + 1)$
D) $n(n - 1)$ E) $n(n + 2)$

13. $\sum_{n=1}^4 \left[\sum_{m=2}^3 (m^2 n - 6n) \right]$ toplamının sayısal değeri kaçtır?

- A) -20 B) -10 C) 10 D) 20 E) 30

14. $\sum_{n=1}^{20} (2 + na) = 70$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{9}$

15. $\sum_{k=1}^4 \sum_{s=1}^2 (4s - 2k + 1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -12 B) -8 C) 0 D) 16 E) 24

16. $\sum_{n=1}^{10} \prod_{m=2}^8 (mn - 3n)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -726 B) -363 C) 0 D) 363 E) 726

1.E	2.E	3.D	4.C	5.E	6.A	7.C	8.A	9.B	10.D	11.E	12.E	13.C	14.C
15.D	16.C												

TEST 1**TOPLAM SEMBOLÜ**

1. $\sum_{k=1}^8 (k-2)^2$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 144 B) 132 C) 108 D) 92 E) 88

2. $\sum_{n=1}^{10} (nx+2) = 240$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

3. $\sum_{k=1}^8 (2k+3)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 96 B) 92 C) 86 D) 72 E) 75

4. $\sum_{n=1}^{75} a_n = 2004$ ve $\sum_{n=1}^{25} a_n = 404$

olduğuna göre, $\sum_{n=26}^{75} a_n$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 2408 B) 2400 C) 1808
D) 1800 E) 1600

5. $\sum_{n=-5}^1 [(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)(n+5)]$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 840 B) 820 C) 780 D) 720 E) 120

6. $\sum_{n=0}^{2007} n! = a \pmod{12}$ olduğuna göre, a aşağıdakilerden

hangisi olabilir?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 5

7. $\sum_{n=1}^{10} k \cdot \sum_{n=1}^{10} n = \sum_{n=1}^{11} (k+n)$ olduğuna göre, k kaçtır?

- A) $\frac{6}{49}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{8}{49}$ D) $\frac{5}{52}$ E) $\frac{7}{52}$

8. $\sum_{n=1}^{84} (\sqrt{2n-1} - \sqrt{2n+1})$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) -13 B) -12 C) 10 D) 12 E) 13

9. $\sum_{k=5}^{75} (-1)^k (k+3)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) -43 B) -39 C) 0 D) 39 E) 43

10. $\sum_{k=1}^8 (3n-5) = 32$ olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. $\sum_{k=1}^x 8^{\log_8(2k-1)} = 225$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

12. $\sum_{k=1}^7 \binom{7}{k}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 63 B) 64 C) 127 D) 128 E) 255

13. $\sum_{k=1}^{2007} \sin \frac{k\pi}{2}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

14. $f(x) = \sum_{n=1}^x \left(\frac{3n+1}{2} \right)$ olduğuna göre, (f of) (4) kaçtır?

- A) 234 B) 236 C) 238 D) 240 E) 243

15. $\sum_{k=x}^{x+8} (3k-5) = ax^2 + bx + c$ olduğuna göre, (a + b + c)

toplamı kaçtır?

- A) 36 B) 48 C) 72 D) 84 E) 90

16. $x_a = a + 1$

$f(x) = 2x - 3$ olduğuna göre,

$\sum_{n=0}^3 x_n f(x_n)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 20 B) 24 C) 28 D) 30 E) 32

17. $\sum_{n=1}^{120} \log_a(n+5) - \sum_{n=1}^{120} \log_a(n+4) = 2$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

18. $\sum_{k=1}^{2004} \frac{1}{k^2 + 3k + 2}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) $\frac{511}{1003}$ B) $\frac{507}{1003}$ C) $\frac{503}{1003}$
D) $\frac{501}{1003}$ E) $\frac{499}{1003}$

19. $\sum_{k=1}^{14} (k.k!)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) $14! - 1$ B) $14!$ C) $15! - 1$
D) $15!$ E) $16! - 1$

20. $\sum_{k=1}^8 \left[\sum_{n=1}^5 (2n - k + 3) \right]$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 280 B) 240 C) 180 D) 120 E) 90



DOĞRU



YANLIŞ



BOŞ



ÖĞRETMENİN KAŞESİ

1. Aşağıdaki ifadelerden kaç tanesi doğrudur?

I. $\sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$

II. $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$

III. $\sum_{k=1}^n k^3 = \left[\frac{n \cdot (n+1)}{2} \right]^2$

IV. $\sum_{k=1}^n r^{k-1} = \frac{1-r^n}{1-r}$

V. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k \cdot (k+1)} = \frac{n}{n+1}$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\sum_{k=1}^7 (2^{k+1} - 2^k)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) 254 B) 216 C) 208 D) 198 E) 126

3. $\sum_{k=1}^1 1 + \sum_{k=1}^2 2 + \sum_{k=1}^3 3 + \dots + \sum_{k=1}^n n = 385$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

4. $\sum_{k=1}^n \left(k + \frac{3}{n} \right) = 39$ olduğuna göre, n kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5. $\sum_{k=1}^{99} ((-1)^{n+1} \cdot n)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 9 C) 36 D) 45 E) 50

6. $\sum_{n=1}^{12} (2n-1)$ toplamının sonucu kaçtır?

A) 144 B) 128 C) 120 D) 116 E) 108

7. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$\sum_{k=-3}^{30} i^k$ toplamının değeri kaçtır?

A) -i B) -1 C) i-1 D) 1-i E) 1+i

8. $\sum_{k=1}^n a_k = n! - 2^n$ olduğuna göre,

$(a_3 + a_4)$ toplamının değeri kaçtır?

A) 6 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

9. $\sum_{n=1}^{10} x_n = \sum_{n=2}^{10} (x_{n-1} + n)$ eşitliğine göre, x_{10} kaçtır?

A) 15 B) 45 C) 54 D) 55 E) 56

10. $\sum_{m=1}^6 (mx + 3) = \sum_{n=5}^{12} 2 + 23$ olduğuna göre, x kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

11. $\sum_{k=-2}^7 (kx - 2) = ax + b$ eşitliğine göre, (a - b) kaçtır?
A) 20 B) 25 C) 45 D) 50 E) 55

12. $\sum_{k=-3}^6 [(k + 4) \cdot (k + 2)]$ toplamının değeri kaçtır?
A) 72 B) 108 C) 144 D) 250 E) 275

13. $\sum_{k=1}^n \left[\sum_{r=1}^3 (2k + 1) \right] = 105$ olduğuna göre, n kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

14. $\sum_{k=1}^6 \left[\sum_{p=1}^4 (k \cdot p \cdot n) \right] = -420$ olduğuna göre, n kaçtır?
A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

15. $\sum_{k=-3}^{194} \log \frac{k+6}{k+5}$ toplamının değeri kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

16. $\sum_{k=10}^{99} \frac{1}{k(k-1)}$ toplamının değeri kaçtır?
A) $\frac{2}{19}$ B) $\frac{10}{97}$ C) $\frac{10}{99}$ D) 10 E) $\frac{1}{9!}$

17. $\sum_{n=-8}^a (2n + 5)$ toplamında a sayısı 3 arttırılırsa toplam nasıl değişir?
A) 27 - 3a artar B) 6a + 27 artar
C) 27 - 3a azalır D) 6a + 27 azalır
E) -3a - 27 azalır

18. $f(x) = x - 1$, $a_n = n$ olduğuna göre,
 $\sum_{n=1}^5 (a_n \cdot f(a_n))$ toplamı kaçtır?
A) 8 B) 10 C) 14 D) 22 E) 40

19. $\sum_{k=n}^{5n} (k + 2) = 143$ olduğuna göre, n kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

20. $\sum_{k=-2}^3 \sin(k\pi)$ toplamının sonucu kaçtır?
A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

☐ DOĞRU	☐ YANLIŞ	☐ BOŞ	☐ ÖĞRETMENİN KAŞESİ
--------------------------------	---------------------------------	------------------------------	--

TEST 3**TOPLAM SEMBOLÜ**

1. $\sum_{k=n+3}^{2n+3} (2k-1) = 120$ olduğuna göre, n kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7
2. $\sum_{k=1}^{n+3} (2k+5) = 55$ olduğuna göre, n kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
3. $\sum_{k=n}^{15} (2k-3) = 180$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^{n+1} (2k+3)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 70 B) 77 C) 84 D) 92 E) 99
4. $\sum_{k=-2}^8 (2k+3) + x = \sum_{k=3}^8 k^2$ olduğuna göre, x kaçtır?
A) 99 B) 100 C) 101 D) 103 E) 107
5. $4n+4 \geq \sum_{k=-2}^n (2k)$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane n tam sayısı vardır?
A) 9 B) 8 C) 6 D) 5 E) 3

6. $\sum_{a=1}^5 (xa+y) = 20$ ve $\sum_{b=1}^4 (bx-2y) = 2$ olduğuna göre, $(17x+y)$ toplamının sonucu kaçtır?
A) 18 B) 21 C) 35 D) 37 E) 55
7. $f: \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = \sum_{n=1}^x (6n-9)$ olduğuna göre, $f^{-1}(24)$ kaçtır?
A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2
8. $\sum_{m=1}^{11} (2x-m)^2 = ax^2 + bx + c$ olduğuna göre, $(a+b+c)$ toplamının sonucu kaçtır?
A) 110 B) 184 C) 256 D) 286 E) 584
9. $2,3 + 4,3 + 6,3 + \dots + 60,3$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 927 B) 930 C) 933 D) 935 E) 939
10. $x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 ve $f(x) = 3x + 1$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^3 \frac{f(x_k) + 5}{3x_k}$ ifadesinin sonucu kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

11. $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = 2x - 3$ fonksiyonu veriliyor.

$$\sum_{n=1}^k n^2 = A, \sum_{n=-3}^{k-4} (n+4) = B \text{ olduğuna göre,}$$

$$\sum_{n=1}^k ([f(n)]^2 - 9) \text{ ifadesinin A ve B türünden eşiti aşağı}$$

dakilerden hangisidir?

- A) $A^2 - 9B$ B) $A^2 - 9$ C) $4A - 12B$
D) $A + B + 4$ E) $A - 9B - 9$

12. $\sum_{k=1}^{49} k!$ ifadesinin eşitinin 36 ile bölümünden kalan kaç-
tır?

- A) 5 B) 9 C) 13 D) 15 E) 21

13. $2 + \frac{9}{4} + \frac{28}{9} + \frac{65}{16} + \frac{126}{25} + \dots$ toplamı aşağıdakilerden

hangisi ile ifade edilebilir?

- A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+7}{2n}$ B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n}$ C) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2n} \right)$
D) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(n + \frac{1}{n^2} \right)$ E) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(n^2 + \frac{1}{n} \right)$

14. $\sum_{n=1}^k (4n-2) = 2x$, $\sum_{n=1}^k (2n-3) = y-1$ olduğuna göre,

x ve y arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 2\sqrt{x} + 1$ B) $y + \sqrt{y} = 2\sqrt{x}$
C) $y + 2\sqrt{y} = x - 1$ D) $\sqrt{y} = \sqrt{x} - 1 + x$
E) $y + \sqrt{y} = x - 1$

15. $\sum_{n=1}^{16} f(n) = a$, $\sum_{k=18}^{26} f(k) = b$, $\sum_{p=1}^{26} f(p) = c$ olduğuna göre,

$f(17)$ nedir?

- A) $c - a + b$ B) $a + b - c$ C) $c - a - b$
D) $2a - b + c$ E) $c - 2a - 2b$

16. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{4!} = x$ olduğuna göre, $\sum_{k=4}^{n+1} \frac{1}{4!}$ ifadesinin değeri

nedir?

- A) $x - \frac{1}{4!}$ B) $x + \frac{1}{12}$ C) $x - \frac{1}{12}$
D) $4! \cdot x$ E) $x - 4!$

17. $\sum_{k=1}^n (k(k^2 + 2)) = 120$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^n k$ ifadesinin

değeri kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

18. (abc) üç basamaklı bir sayı olmak üzere,

$$\sum_{a=1}^2 \sum_{b=2}^3 \sum_{c=1}^2 (abc) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

- A) 1012 B) 1182 C) 1412 D) 1518 E) 1642

19. $x_k = k^2 + 5$, $f(x) = 3x - 2$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^3 (x_k \cdot f(k))$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 126 B) 132 C) 140 D) 146 E) 150

20. $\sum_{k=1}^p \left(\sum_{n=1}^k 6 \right) = 90$ olduğuna göre, p kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



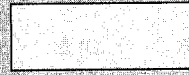
DOĞRU



YANLIŞ



BOŞ



ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 4

ÇARPIM SEMBOLÜ

1. $\prod_{k=1}^8 \left(\frac{16}{9} \right)^k = \left(\frac{3}{4} \right)^x$ eşitliğinde x değeri kaçtır?
A) -72 B) -70 C) -66 D) -62 E) -60

2. $\prod_{k=5}^{82} \log_{(k-2)}(k-1)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. $\prod_{k=1}^{19} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2k+2} \right]$ işleminin sonucu kaçtır?
A) $\frac{21}{2^{23}}$ B) $\frac{21}{2^{22}}$ C) $\frac{21}{2^{21}}$
D) $\frac{21}{2^{20}}$ E) $\frac{21}{2^{19}}$

4. $i^2 = -1$ olduğuna göre,
 $\prod_{k=1}^{21} i^k$ işleminin sonucu kaçtır?
A) -i B) i C) -1 D) 1 E) 2

5. $\prod_{k=-4}^9 \prod_{p=-3}^9 8 = 2^x$ olduğuna göre, x kaçtır?
A) 546 B) 506 C) 496 D) 346 E) 182

6. $\prod_{a=-23}^{25} 25^a$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 5^{96} B) 5^{97} C) 5^{98} D) 5^{99} E) 5^{100}

7. $\prod_{n=1}^{2005} \left(1 - \frac{10}{n} + \frac{25}{n^2} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2005
D) 2010 E) 4010

8. $\prod_{k=1}^5 (k \cdot 2^k)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) $4! \cdot 2^{15}$ B) $5! \cdot 2^{15}$ C) $4! \cdot 2^{16}$
D) $4 \cdot 10^6$ E) $8 \cdot 10^6$

9. $\prod_{n=1}^{1999} \left(1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $2 \cdot 10^3$ B) $4 \cdot 10^3$ C) $8 \cdot 10^3$
D) $4 \cdot 10^6$ E) $8 \cdot 10^6$

10. $\prod_{k=1}^{36} \cos \frac{k\pi}{4}$ işleminin sonucu kaçtır?
A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

11. $\prod_{k=1}^6 \log_2 \sqrt[k]{4}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{4}{45}$ B) $\frac{8}{45}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{8}{9}$ E) $\frac{8}{15}$

12. $\prod_{k=1}^{40} (k^2 - 2k - 8)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 40! B) 2^{40} C) 2^{20} D) 2^{10} E) 0

13. $\prod_{k=1}^n (2a_k) = 2^{n+2}$ ve $\prod_{k=1}^n (a_k \cdot b_k) = 64$

olduğuna göre, $\prod_{k=1}^n b_k$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 32 B) 16 C) 14 D) 12 E) 8

14. $\prod_{a=1}^{89} \tan a^\circ$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

15. $\prod_{k=1}^{13} 1 \cdot \prod_{k=1}^{13} 2 \cdot \prod_{k=1}^{13} 3 \dots \prod_{k=1}^{13} 13$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) $(13!)^{13}$ B) $(13!)^{169}$ C) $(13!)^{13!}$
D) $(13)^{13!}$ E) 169

16. $\prod_{k=1}^{10} \prod_{n=1}^{10} n^k$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(10!)^{55}$ B) $(11!)^{55}$ C) $(10!)^{110}$
D) $(11)^{110}$ E) $(9!)^{55}$

17. $\log_3 \left(\prod_{k=1}^{80} \left(1 + \frac{1}{k} \right) \right)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

18. $\prod_{k=-1}^{x+2} 2^{2k-1} = 2^{45}$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

19. $\prod_{m=1}^4 \prod_{n=1}^4 ((m+1) \cdot (n+1)) = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$

olduğuna göre, $(x + y + z)$ toplamı kaçtır?

- A) 80 B) 60 C) 40 D) 20 E) 16

20. $\prod_{k=1}^{n-2} \left(k + 4 + \frac{4}{k} \right)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $n^2(n-1)^2$ B) $n(n-1)(n!)$ C) $\frac{(n-1)n!}{4}$
D) $\frac{n(n!)}{4}$ E) $\frac{n(n-1)(n!)}{4}$



DOĞRU



YANLIŞ



BOŞ



ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 5

ÇARPIM SEMBOLÜ

1. 13.15.17.....95.97 çarpımı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

A) $\prod_{k=6}^{48} (2k+1)$

B) $\prod_{k=6}^{48} (2k-1)$

C) $\prod_{k=6}^{49} (2k+1)$

D) $\prod_{k=6}^{49} (2k-1)$

E) $\prod_{k=8}^{50} (2k-1)$

2. $x = \prod_{n=1}^3 \left(\frac{6}{n}\right)$ ve $y = \prod_{n=0}^5 6$ şeklinde tanımlanan x ve y

sayıları için $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{1}{6}$ C) 6^2 D) 6^{-3} E) 6^{-4}

3. $\sum_{k=1}^n (2k-1) = \prod_{k=1}^2 5$ eşitliğini sağlayan n doğal sayısı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. $\sum_{k=1}^7 \prod_{n=1}^8 \left(1 + \frac{1}{n}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 49 B) 56 C) 63 D) 70 E) 77

5. $\prod_{k=1}^{20} \left(\frac{2}{5}\right)^{-k} = \left(\frac{5}{2}\right)^x$ eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -210 B) -105 C) 21 D) 105 E) 210

6. $\prod_{n=1}^{20} \left[\sum_{k=1}^9 (-1)^k \right]$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -20 B) -1 C) 0 D) 1 E) 20

7. $f(x) = \sum_{k=1}^x (k-1)$ ve $g(x) = \prod_{k=1}^x 2$

olduğuna göre, $(f \circ g)(4)$ kaçtır?

- A) 90 B) 100 C) 110 D) 120 E) 130

8. $f(x) = \prod_{k=1}^x (3k)$ fonksiyonu tanımlanmıştır.

Buna göre, $(f \circ f)(1)$ değeri kaçtır?

- A) 3^3 B) 3^4 C) $2 \cdot 3^4$ D) $2 \cdot 3^5$ E) 3^5

9. $\prod_{k=1}^n (5k) = f(n) \cdot (n+1)!$ eşitliğine göre,

$f(n)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 5.n B) 5.n! C) $\frac{5.n}{n+1}$ D) $\frac{5^n}{n+1}$ E) n

10. $\prod_{k=-2}^{2006} [(3 \cdot (k-1))]$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -3^{2006} B) -3^{2005} C) 0
D) 3^{2005} E) 3^{2006}

11. $\prod_{i=1}^4 \left(\prod_{k=1}^i k \right)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 12 B) 24 C) 72 D) 144 E) 288

12. $P(x) = \prod_{k=1}^{117} (x+2)^k$ polinomu $(x+3)$ ile bölümünden ka-

lan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

13. $\prod_{n=1}^{50} n = a \cdot 24^x$ eşitliğinde, a ve x doğal sayıdır.

Buna göre, x sayısının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 253 B) 200 C) 180 D) 160 E) 120

14. $x^2 - 6x + m - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\prod_{k=1}^2 (1 - x_k) = 7$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

15. $\prod_{k=1}^n k = 120.336$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^n k^2$ toplamı kaçtır?

- A) 205 B) 204 C) 203 D) 202 E) 201

16. $\prod_{k=1}^{12} \frac{k}{2^k}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{12!}{2}$ B) $\frac{12!}{2^{120}}$ C) $\frac{12!}{2^{60}}$
D) $\frac{12!}{2^{78}}$ E) $\frac{12!}{2^{39}}$

17. n iki basamaklı doğal sayı olmak üzere,

$\prod_{k=2}^n (k^2 - 9)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 7! B) 6! C) 5! D) 3! E) 0

18. $\prod_{k=3}^{80} \log_k (k+1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 9

19. $\prod_{k=-1}^4 \cos \left(\frac{(2k+1) \cdot \pi}{3} \right)$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $-\frac{1}{8}$ E) $-\frac{1}{16}$

20. $\prod_{k=1}^{24} \log_{(k+2)} (k+3)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



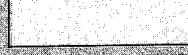
DOĞRU



YANLIŞ



BOŞ



ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 6

ÇARPIM SEMBOLÜ

1. $\prod_{k=3}^n (k-3)! = 12$ olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $x = \prod_{k=4}^{18} (4k)$ ve $y = \frac{2^{29} \cdot 18!}{6}$ olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 6 D) 12 E) 18

3. $\prod_{k=-5}^{19} (k^2 + 7k - 60)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -48 B) -26 C) 0 D) 38 E) 114

4. $\prod_{k=4}^{27} \sqrt{1 - \frac{4k}{(k+1)^2}}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{8}{63}$ B) $\frac{4}{63}$ C) $\frac{1}{63}$ D) $\frac{1}{56}$ E) $\frac{4}{49}$

5. $\prod_{n=1}^8 (2^{\frac{n}{3}} \cdot 5)$ işleminin sonucunda elde edilen sayı kaç basamaklıdır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 13 E) 14

6. $\prod_{n=1}^{12} \left(\frac{2}{5}\right)^n = \left(\frac{5}{2}\right)^{3a-6}$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -12 B) -18 C) -24 D) -32 E) -36

7. m ve n pozitif tam sayıdır.

$\prod_{a=1}^{24} a = 4^m \cdot n$ olduğuna göre, m nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 22 B) 18 C) 16 D) 12 E) 11

8. $\prod_{k=1}^7 (3 \cdot k)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3^7 B) $7!$ C) 3^{10} D) $3^7 \cdot 7!$ E) $6! \cdot 3^8$

9. $\prod_{k=1}^n 3^k = 3^{21}$ olduğuna göre, $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 24 B) 38 C) 52 D) 64 E) 78

10. $\sum_{k=6}^{14} \left[\prod_{n=1}^{49} \left(\frac{n^2}{4} - 9 \right) + 9 \right]$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 81 B) 126 C) 184 D) 256 E) 308

11. $\prod_{k=1}^8 3^{2k-1}$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) 3^{16} B) 3^{32} C) 3^{64} D) 3^{108} E) 3^{144}

12. $\prod_{k=4}^{27} \left(1 - \frac{1}{k}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{10}$

13. $\prod_{k=3}^{80} \frac{\log(k+1)}{\log k}$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

14. $\prod_{k=1}^4 (2k^2)$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) $2 \cdot 3^2$ B) $2^4 \cdot 3^2$ C) $2^6 \cdot 3^2$
 D) $2^8 \cdot 3^2$ E) $2^{10} \cdot 3^2$

15. $\prod_{x=1}^p \sqrt[3]{2^x} = 128$ olduğuna göre, p kaçtır?
 A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

16. $\prod_{n=3}^{20} \left(\frac{2}{n+1} - 1\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) $-\frac{1}{35}$ B) $-\frac{1}{60}$ C) $-\frac{1}{78}$
 D) $\frac{1}{70}$ E) $\frac{1}{85}$

17. $\prod_{k=2}^{20} (k^2 - k - 12)$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -120 B) -72 C) 0 D) 72 E) 120

18. $\prod_{n=5}^{124} \log_n(n+1)$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

19. $\prod_{k=1}^3 1 + \prod_{k=2}^4 2 + \prod_{k=3}^5 3 + \dots + \prod_{k=7}^9 7$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) 784 B) 841 C) 900 D) 941 E) 1024

20. $\prod_{a=1}^3 \prod_{k=1}^2 \prod_{n=1}^3 n$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) $6! \cdot 6$ B) 6^5 C) $6! \cdot 6^5$
 D) $3! \cdot 6^6$ E) 6^6

☐ DOĞRU	☐ YANLIŞ	☐ BOŞ	☐ ÖĞRETMENİN KAŞESİ
--------------------------------	---------------------------------	------------------------------	--

TEST 7**TOPLAM VE ÇARPIM SEMBOLÜ (KARMA)**

1. $\sum_{k=5}^6 (k^3 - k^2)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 280 B) 286 C) 287 D) 288 E) 289

2. $\sum_{n=4}^{14} (n+3) = a$ olduğuna göre, a kaçtır?
A) 136 B) 135 C) 134 D) 133 E) 132

3. $\log 20 = a$ olduğuna göre,
 $\sum_{k=1}^{19} \log \left(\frac{1}{k} + 1 \right)$ toplamının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $3 - 3a$ B) $3 - 2a$ C) $3 - a$ D) a E) $3a$

4. $\sum_{k=1}^3 5 + \prod_{p=2}^4 3$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 25 B) 27 C) 39 D) 42 E) 55

5. $\sum_{p=-2}^{10} ((-1)^p (p+5))$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

6. $\sum_{k=-2}^7 (k^2 - 9)$ toplamının eşiti kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 30 D) 45 E) 55

7. $\prod_{n=-5}^5 ((n+1)(n^2 - n + 1))$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 22 B) 20 C) 11 D) 10 E) 0

8. $\sum_{k=1}^5 \log_2 \left(\prod_{n=1}^k 2^n \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 30 B) 32 C) 35 D) 38 E) 40

9. $f(x) = \sum_{k=1}^x (2k - 4)$ olduğuna göre,
 $f(a) = 40$ eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

10. $\sum_{k=1}^n \left[\frac{2^n}{n} - \binom{n}{k-1} \right]$ ifadesinin sonucu kaçtır?
A) 1 B) 2 C) n D) 0 E) n!

11. $\sum_{k=1}^{25} (k.k!)$ toplamının sonucu kaçtır?
A) $25! - 1$ B) $25!$ C) $25! + 1$
D) $26! - 1$ E) $26! + 1$

12. $\sum_{k=1}^{20} [(k-1)(k+1)] + 2$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) 242 B) 2850 C) 2852
 D) 2880 E) 2892

13. $\sum_{k=1}^{2003} \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)$ işleminin değeri kaçtır?
 A) -2003 B) -1 C) 0
 D) 1 E) 2003

14. $\sum_{i=1}^{3p} i = \left(\sum_{i=1}^p i\right) + 68$ olduğuna göre, $\sum_{i=1}^{2p} i$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 24 B) 36 C) 44 D) 48 E) 60

15. $\sum_{m=1}^5 \sum_{p=2}^4 (m+np+3) = 135$ olduğuna göre, n kaçtır?
 A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

16. $\sum_{k=-3}^5 \left(\prod_{p=2}^{13} (p^2 - 6p + 5)\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -8 B) -1 C) 0 D) 1 E) 8

17. $\prod_{n=1}^{20} \frac{5n}{(n+1)}$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) $\frac{5^{20}}{19}$ B) $\frac{5^{20}}{20}$ C) $\frac{5^{20}}{21}$
 D) $\frac{5^{21}}{22}$ E) $\frac{5^{22}}{23}$

18. $\sum_{n=2}^8 \sum_{n=2}^8 \dots \sum_{n=2}^8 1$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) 1 B) 7 C) 7^6 D) 7^7 E) 7^8

19. $a = \prod_{k=1}^5 \left(k \cdot \prod_{k=1}^7 k\right)$ ve $b = \left(\prod_{k=1}^5 k\right) \left(\prod_{k=1}^7 k\right)$ olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?
 A) $5! \cdot 7!$ B) $5! \cdot (7!)^2$ C) $(5!)^6$
 D) $(7!)^4$ E) $(5!)^6 \cdot (7!)^4$

20. $\sum_{k=1}^{10} 2^k = a$ ve $\sum_{k=1}^{10} k = b$ olduğuna göre, $\sum_{k=4}^{13} (2^k + k)$ toplamının a ve b türünden değeri nedir?
 A) $a + b + 30$ B) $8a - b + 30$ C) $8a + b + 30$
 D) $a + 8b + 30$ E) $4a + 2b + 30$

☐ DOĞRU	☐ YANLIŞ	☐ BOŞ	☐ ÖĞRETMENİN KAŞESİ
--------------------------------	---------------------------------	------------------------------	--

TEST 8**TOPLAM VE ÇARPIM SEMBOLÜ (KARMA)**

1. $\sum_{k=1}^6 \left(\prod_{k=1}^5 \frac{k+2}{k} \right)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 126 B) 102 C) 98 D) 90 E) 84

2. $\sum_{k=1}^{19} \left[\prod_{p=2}^{19} (kp - 5k) \right]$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 19 D) 38 E) 46

3. $\sum_{k=1}^5 \ln \left(\prod_{p=1}^k e^{2p} \right)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 62 B) 68 C) 70 D) 72 E) 76

4. $\prod_{k=1}^6 \left(\sum_{k=0}^{16} ((-1)^k \cdot (3k+1)) \right) = x^{12}$ olduğuna göre, x kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

5. $\sum_{k=2}^4 \prod_{n=1}^2 (k \cdot n^k)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 332 B) 336 C) 338 D) 340 E) 344

6. $\sum_{k=0}^{15} \left(\prod_{k=5}^{14} \left(1 + \frac{1}{k} \right) \right)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 52 B) 50 C) 48 D) 42 E) 36

7. $f(x) = \sum_{k=1}^x (2k-1)$ ve $(gof)(x) = \prod_{k=1}^x k$ olduğuna göre, $g(16)$ değeri kaçtır?
A) 120 B) 100 C) 80 D) 48 E) 24

8. $\sum_{k=1}^{10} \left(\prod_{p=1}^2 (k+p) \right)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 570 B) 560 C) 550 D) 540 E) 510

9. $\sum_{k=1}^4 \left(\prod_{p=1}^2 (3p-k) \right)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) -132 B) -60 C) -12 D) 0 E) 12

10. $\prod_{k=1}^{40} \left(\sum_{p=1}^3 (k \cdot p) \right)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) $6^{39} \cdot 30!$ B) $6^{39} \cdot 40!$ C) $6^{40} \cdot 39!$
D) $6^{40} \cdot 40!$ E) $6^{20} \cdot 80!$

11. $\sum_{k=1}^{12} \left(\prod_{p=1}^3 (p.k) \right)$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) 36504 B) 32402 C) 30504
 D) 28402 E) 6084

12. $\sum_{k=1}^{81} \left(\prod_{p=1}^{10} 3^p \right)$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) 3^{60} B) 3^{59} C) 3^{58} D) 3^{57} E) 3^{56}

13. $\sum_{k=1}^n \log(x_k) = 5$ ve $\prod_{k=1}^n x_k = y^5$ olduğuna göre, y kaçtır?
 A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

14. $x^2 - 9x + 20 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $\prod_{k=1}^2 (5x_k) - \sum_{k=1}^2 (3x_k)$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) 473 B) 470 C) 468 D) 465 E) 462

15. $f(x) = \prod_{k=x-2}^{x+1} 2^{k-1}$ ve $g(x) = \sum_{k=x}^{x+2} k$ olduğuna göre, $(g \circ f)(4)$ kaçtır?
 A) $3(2^{10} + 1)$ B) $3 \cdot 2^{10}$ C) $3(2^{10} - 1)$
 D) $3(2^{10} - 3)$ E) 2^{10}

16. $\sum_{k=-8}^{971} \left(\prod_{k=91}^{179} \tan k^\circ \right)$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) -970 B) -971 C) -976
 D) -980 E) -990

17. $x^2 - 6x - 5 = 0$ dekleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $\sum_{m=1}^2 \prod_{n=1}^2 (x_n + x_m)$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 18 B) 24 C) 36 D) 48 E) 72

18. $\prod_{k=1}^n 3^{f(k)} = 729$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^n f(k)$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

19. $\prod_{k=3}^{29} \sum_{p=1}^k \frac{1}{p(p+1)}$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) 10 B) 5 C) 1 D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{10}$

20. $\sum_{k=1}^{10} \left((k+2)! \cdot \prod_{p=1}^{k+1} \frac{1}{p} \right)$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) 68 B) 72 C) 75 D) 82 E) 85



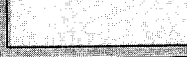
DOĞRU



YANLIŞ



BOŞ



ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 9**TOPLAM VE ÇARPIM SEMBOLÜ (KARMA)**

1. $\sum_{k=-2}^6 (k^2 - 2k + 1)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 60 B) 65 C) 69 D) 73 E) 121

2. $\sum_{k=2}^7 \binom{9}{k}$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 510 B) 492 C) 256 D) 228 E) 210

3. $\sum_{n=5}^m \log\left(\frac{n-1}{n}\right) = -1$ olduğuna göre, m kaçtır?
A) 35 B) 40 C) 42 D) 45 E) 62

4. $i^2 = -1$ olduğuna göre,
 $\sum_{m=1}^8 (1+i)^{2m}$ ifadesinin reel kısmı kaçtır?
A) 204 B) 198 C) 176 D) 152 E) 144

5. $\sum_{m=3}^k \frac{1}{m \cdot (m-1)} = \frac{1}{4}$ olduğuna göre, k kaçtır?
A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

6. $f(x) = \sum_{k=1}^x (k + 1)$ olduğuna göre, $f(3)$ değeri kaçtır?
A) 6 B) 9 C) 11 D) 12 E) 15

7. $x^2 + (m-2)x + 3m + 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. Bu durumda $\sum_{i=1}^2 \frac{1}{x_i} = 4$ olduğuna göre, m değeri kaçtır?
A) $-\frac{1}{13}$ B) $-\frac{2}{13}$ C) $-\frac{3}{13}$
D) $-\frac{4}{13}$ E) $-\frac{5}{13}$

8. $\prod_{k=2}^3 \prod_{i=1}^2 (k+i)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 100 B) 120 C) 180 D) 240 E) 300

9. $\prod_{x=1}^{30} (31-x)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 3^{30} B) 30^3 C) $31!$ D) $30!$ E) 30

10. $\prod_{j=1}^4 \prod_{i=1}^5 \frac{i}{j}$ işleminin sonucu kaçtır?
A) $\frac{5!}{4}$ B) $\frac{125}{16}$ C) $\frac{125}{24}$ D) $\frac{625}{24}$ E) $\frac{5^4}{4^5}$

11. $\sum_{k=3}^5 \prod_{n=3}^{11} \left(1 + \frac{3}{n-2}\right)$ ifadesinin sonucu kaçtır?
A) 220 B) 440 C) 660 D) 880 E) 990

12. $\prod_{b=1}^4 \left(\sum_{a=-2}^6 \left(\prod_{n=1}^3 3 \right) \right)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 3^8 B) 3^{10} C) 3^{12} D) 3^{18} E) 3^{20}

13. $\sum_{n=1}^5 \log_5 \left(\prod_{k=1}^n 5^{2k-1} \right)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 65

14. $f(x) = \sum_{k=1}^x (2k+4)$, $g(x) = \prod_{k=1}^x k^2$ olduğuna göre,
 $\sum_{k=1}^2 (f \circ g)(k)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 6 B) 18 C) 24 D) 36 E) 42

15. $\sum_{m=4}^9 \left[m \cdot \prod_{a=1}^m a \right]$ işleminin sonucu kaçtır?
A) $5! - 5$ B) $5!$ C) $9! - 4!$
D) $10! - 4!$ E) $8! - 3!$

16. $\prod_{n=1}^{210} \left[\left(\sum_{k=1}^{211} (-1)^k \right) \cdot 3 \right]$ işleminin sonucu kaçtır?
A) $3 \cdot 210!$ B) $-3 \cdot 210!$ C) -3^{210}
D) 3^{210} E) $3^{105} \cdot 3!$

17. $\sum_{m=1}^x m = \prod_{i=1}^2 (6i - 1)$ olduğuna göre, x kaçtır?
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

18. 17 ile bölündüğünde 3 kalanını veren iki basamaklı doğal sayıların toplamı, aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A) $\sum_{k=1}^7 (17k - 3)$ B) $\sum_{k=1}^7 (17k + 3)$
C) $\sum_{k=1}^5 (17k + 3)$ D) $\sum_{k=1}^4 (17k - 3)$
E) $\sum_{k=1}^6 (17k + 3)$

19. $\sum_{x=1}^y f(x) = \prod_{x=1}^y x$ olduğuna göre, $f(6)$ değeri kaçtır?
A) 600 B) 580 C) 360 D) 240 E) 200

20. $i = \sqrt{-1}$ olduğuna göre, $\prod_{x=1}^{64} (2 - i^x)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 14^{13} B) 15^{16} C) 16^{15} D) 4^{45} E) 12^{14}



DOĞRU



YANLIŞ



BOŞ



ÖĞRETMENİN KASESİ

MATEMATİK ÇKS - TOPLAM VE ÇARPIM SEMBOLÜ - ÖDEV TESTLERİ YANIT ANAHTARI

Test - 1	1.D	2.B	3.A	4.E	5.A	6.A	7.A	8.B	9.A	10.B	11.D	12.C	13.C	14.C	15.E	16.D	17.A	18.D	19.C	20.C
Test - 2	1.E	2.A	3.C	4.D	5.E	6.A	7.C	8.B	9.C	10.A	11.C	12.E	13.A	14.B	15.A	16.C	17.B	18.E	19.A	20.C
Test - 3	1.C	2.D	3.B	4.B	5.B	6.A	7.C	8.D	9.E	10.C	11.C	12.B	13.D	14.C	15.C	16.C	17.B	18.C	19.C	20.B
Test - 4	1.A	2.B	3.D	4.A	5.A	6.C	7.A	8.B	9.D	10.C	11.A	12.E	13.B	14.C	15.A	16.A	17.C	18.C	19.C	20.E
Test - 5	1.A	2.E	3.A	4.C	5.E	6.D	7.D	8.C	9.D	10.C	11.E	12.B	13.E	14.A	15.B	16.D	17.E	18.B	19.A	20.C
Test - 6	1.E	2.B	3.C	4.C	5.B	6.C	7.E	8.D	9.D	10.A	11.C	12.D	13.C	14.E	15.C	16.D	17.C	18.B	19.A	20.E
Test - 7	1.A	2.E	3.D	4.D	5.D	6.E	7.E	8.C	9.D	10.A	11.D	12.C	13.B	14.B	15.D	16.C	17.C	18.D	19.D	20.C
Test - 8	1.A	2.A	3.C	4.B	5.E	6.C	7.E	8.A	9.E	10.D	11.A	12.B	13.D	14.A	15.A	16.D	17.E	18.D	19.E	20.C
Test - 9	1.C	2.B	3.B	4.A	5.E	6.B	7.B	8.D	9.D	10.D	11.C	12.E	13.C	14.E	15.D	16.D	17.B	18.C	19.A	20.B