

LYS MATRİS ve DETERMİNANT

SONUÇ YAYINLARI

Matris ve Determinant

Bu kitabın tamamının ya da bir kısmının, kitabı yayımlayan şirketin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemiyle çoğaltılması, yayımlanması ve depolanması yasaktır.

Bu kitabın tüm hakları, Etkin Sonuç Yayıncılık Mat. Dağ. Eğt. San. Tic. Ltd. Şti.'ne aittir.

Baskı Tarihi

Mayıs – 2012

Baskı – Cilt

TUNA
MATBAACILIK SAN. VE TİC. AŞ

Bahçekapı Mahallesi 2460. Sokak Nu.:7

06370 Şaşmaz / ANKARA

Tel: (0 312) 278 34 84 (pbx)

www.tunamatbaacilik.com.tr

Sertifika No: 16102

Dizgi – Grafik

Sonuç Yayınları Dizgi Birimi

Ana Dağıtım

Necatibey Cad. Oyak İş Merkezi 51/19

Çankaya / ANKARA

Tel: (0 312) 229 02 81

Cep: (0 533) 215 06 84

İÇİNDEKİLER

MATRİS	5
DETERMINANT	37
DOĞRUSAL DENKLEM SİSTEMLERİ	34 ve 51

MATRİS	56
TEST 1, TEST 2, TEST 3, TEST 4, TEST 5	
DETERMINANT	66
TEST 1, TEST 2, TEST 3	
DOĞRUSAL DENKLEM SİSTEMLERİ	72
TEST	

ÇIKMIŞ SORULAR	90
----------------------	----

Matris - I

Matris

$k, n \in \mathbb{N}^+$ ve $(i = 1, 2, 3, \dots, k; j = 1, 2, 3, \dots, n)$ olmak üzere,

➤ a_{ij} reel sayılarıyla

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kj} & \dots & a_{kn} \end{bmatrix}$$

şeklinde oluşturulan dikdörtgensel tabloya $k \times n$ türünde bir matris denir.

Matrisler $A, B, C, \dots$ gibi büyük harflerle gösterilir. Tanımda kısaca $A = [a_{ij}]_{k \times n}$ şeklinde gösterilir.

Burada k sayısına, matrisin satır sayısı; n sayısına da matrisin sütun sayısı denir. k satırlı ve n sütunlu bir matrise $k \times n$ boyutlu ya da $k \times n$ türünde bir matris denir.

➤ $A = [a_{ij}]_{k \times n}$ matrisinde a_{ij} sayısı, A matrisinin elemanı denir. a_{ij} elemanı, matrisin i satır ve j sütununun kesim noktasındaki elemanıdır.

Kare Matris

Satır sayısı sütun sayısına eşit olan matrislere kare matris denir. $n \times n$ türündeki $[a_{ij}]_{n \times n}$ matrisi n . sıradan (n . basamaktan) bir kare matristir.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Matrisi bir kare matristir.

$a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ elemanlarının oluşturduğu köşegene 1. köşegen (asal köşegen) denir.

$a_{n1}, a_{(n-1)2}, \dots, a_{1n}$ elemanlarının oluşturduğu köşegene 2. köşegen (yedek köşegen) denir.

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

matrisi 2×2 türünde bir kare matristir.

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 5 & 1 & 7 \\ -2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

matrisi 3×3 türünde bir kare matristir.

Sıfır Matris

Bütün elemanları sıfır olan matrislere sıfır matris denir.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ matrisi } 2 \times 2 \text{ türünde bir sıfır matristir.}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ matrisi } 3 \times 3 \text{ türünde bir sıfır matristir.}$$

Birim Matris

➤ Bütün asal köşegen elemanları 1 ve diğer bütün elemanları sıfır olan kare matrislere birim matris denir ve birim matris I harfi ile gösterilir.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{n \times n}$$

Matris - II

Köşegen Matris

- Asal köşegen üzerindeki elemanlar hariç ($a_{11}, a_{22}, \dots, a_{ii}, \dots, a_{nn}$ elemanları dışında) diğer tüm elemanları sıfır olan matrise, köşegen matris denir.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

A matrisi 2×2 türünde köşegen matristir.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

B matrisi köşegen matris değildir. Çünkü, köşegen matriste asal köşegen dışındaki diğer elemanlar sıfırdır. Ancak B matrisinde 2. satır, 3. sütunda sıfırdan farklı bir sayı vardır.

Alt Üçgen Matris

- Asal köşegenin üstünde kalan bütün elemanları sıfır olan kare matrise alt üçgen matris denir.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 7 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & 6 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

A matrisi, asal köşegenin üst tarafında kalan tüm elemanları sıfır olduğundan bir alt üçgen matristir.

Üst Üçgen Matris

- Asal köşegenin altında kalan bütün elemanları sıfır olan kare matrise üst üçgen matris denir.

$$B = \begin{bmatrix} 6 & 11 & 4 \\ 0 & 3 & 8 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

B matrisi, asal köşegenin alt tarafında kalan tüm elemanları sıfır olduğundan bir üst üçgen matristir.

Matris - III

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 7 \\ 3 & 5 & 2 & 8 \\ 4 & -3 & 1 & 6 \end{bmatrix}_{m \times n} \quad \text{matrisi için}$$

- $m + n$ kaçtır?
1. satırdaki elemanların toplamı kaçtır?
2. sütundaki elemanların toplamı kaçtır?

Çözüm

- satır sayısı $m = 3$
sütun sayısı $n = 4$ olduğundan
 $m + n = 3 + 4 = 7$ dir.
1. satırdaki elemanların toplamı :
 $2 + 1 + 4 + 7 = 14$ tür.
2. sütundaki elemanların toplamı :
 $1 + 5 + (-3) = 3$ tür.

TEST - 1

1. - 3. soruları aşağıda verilen matrise göre cevaplayınız.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 7 \end{bmatrix}_{m \times n}$$

1. $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. 2. satırdaki elemanların toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

3. 3. sütundaki elemanların çarpımı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 14

4. - 6. soruları aşağıda verilen matrise göre cevaplayınız.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 7 \\ 4 & 2 & 9 \\ 3 & 2 & 8 \end{bmatrix}_{m \times n}$$

4. $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. 4. satırdaki elemanların toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

6. 2. sütundaki elemanların çarpımı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

sonuç yayınları

Matris - IV

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 7 \\ 3 & 8 & 5 \\ 1 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

matrisi için $a_{21} + a_{13} + a_{33} + a_{23}$ toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 17 C) 19 D) 21 E) 23



Çözüm

a_{21} ; A matrisinin 2. satır ve 1. sütundaki elemanı olduğundan $a_{21} = 3$ tür.

a_{13} ; A matrisinin 1. satır ve 3. sütundaki elemanı olduğundan $a_{13} = 7$ dir.

a_{33} ; A matrisinin 3. satır ve 3. sütundaki elemanı olduğundan $a_{33} = 2$ dir.

a_{23} ; A matrisinin 2. satır ve 3. sütundaki elemanı olduğundan $a_{23} = 5$ tir.

Buna göre,

$$a_{21} + a_{13} + a_{33} + a_{23} = 3 + 7 + 2 + 5 = 17 \text{ dir.}$$

Cevap B

TEST - 2

1. $A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 3 \\ -3 & 2 & 5 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$

matrisi için $a_{23} + a_{12}$ toplamı kaçtır?

- A) -7 B) -2 C) 3 D) 4 E) 6

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$

matrisi için $a_{12} + a_{22} - a_{21}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

3. $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \\ 4 & -6 & 7 \end{bmatrix}$

matrisi için $a_{31} + a_{11} - a_{23}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$$A = \begin{bmatrix} 1-i & 1+i \\ i & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

ise $a_{11} \cdot a_{21}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) -i C) i-1 D) i+1 E) 1

5. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & -2 & 6 \end{bmatrix}$

$2a_{12} + 3a_{22} - a_{31}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

6. $A = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} 4 & 7 & -3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 9 \end{bmatrix}$

$a_{31} + m + n$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

sonuç yayınları

Matris - V

Örnek

$$A = [a_{ij}]_{3 \times 2}, \quad a_{ij} = \begin{cases} i+j, & i \leq j \text{ ise} \\ i-j, & i > j \text{ ise} \end{cases}$$

matrisini oluşturarak $a_{32} + a_{22} \cdot a_{12}$ ifadesinin değerini hesaplayınız.



Çözüm

$i = 1, 2, 3$ ve $j = 1, 2$ değerlerini alır.

a_{11} de $i = 1$ ve $j = 1$ dir.

Buna göre, $1 \leq 1$ olduğundan $a_{11} = 1 + 1 = 2$ dir.

a_{21} de $i = 2$ ve $j = 1$ dir.

Buna göre, $2 > 1$ olduğundan $a_{21} = 2 - 1 = 1$ dir.

a_{31} de $i = 3$ ve $j = 1$ dir.

Buna göre, $3 > 1$ olduğundan $a_{31} = 3 - 1 = 2$ dir.

a_{12} de $i = 1$ ve $j = 2$ dir.

Buna göre, $1 \leq 2$ olduğundan $a_{12} = 1 + 2 = 3$ tür.

a_{22} de $i = 2$ ve $j = 2$ dir.

Buna göre, $2 \leq 2$ olduğundan $a_{22} = 2 + 2 = 4$ tür.

a_{32} de $i = 3$ ve $j = 2$ dir.

Buna göre, $3 > 2$ olduğundan $a_{32} = 3 - 2 = 1$ dir.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

Buna göre, $a_{32} + a_{22} \cdot a_{12} = 1 + 4 \cdot 3 = 13$ olur.

TEST - 3

1. $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}, \quad a_{ij} = \begin{cases} i+j, & i < j \\ j-1, & i \geq j \end{cases}$

matrisine göre, $a_{12} + a_{22}$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $A = [a_{ij}]_{3 \times 4}, \quad a_{ij} = \begin{cases} i-j, & i > j \\ i, & i \leq j \end{cases}$

matrisine göre, $a_{23} + a_{11} + a_{31}$ toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ matrisi $a_{ij} = \begin{cases} i+j, & i+j \text{ tek ise} \\ j, & i+j \text{ çift ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $a_{23} + a_{12} + a_{22}$ toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

4. $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}, \quad a_{ij} = \begin{cases} i+j, & i < j \\ 2, & i = j \\ i-j, & i > j \end{cases}$

matrisine göre, $a_{23} + a_{11} + a_{32}$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

sonuç yayınları

Matris - VI

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 5 & 1 \\ -3 & 1 & 7 & 4 \end{bmatrix} \text{ matrisi için,}$$

$$\sum_{n=2}^3 (a_{22} + a_{n3}) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20



Çözüm

$$\sum_{n=2}^3 (a_{22} + a_{n3}) = (a_{22} + a_{23}) + (a_{22} + a_{33}) \text{ dir.}$$

$$a_{22} + a_{23} + a_{22} + a_{33} = 2 + 5 + 2 + 7$$

$$= 16 \text{ dir.}$$

Cevap C

TEST - 4

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ matrisi için

$$\sum_{i=1}^2 \prod_{j=2}^3 a_{ij} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2. $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ olmak üzere $a_{ij} = 2i + j$ matrisi veriliyor.

Buna göre, $\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 a_{ij}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

sonuç yayınları

Matris - VII

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 5 & \sin^2 x & \cos x \\ \cos^2 x & \sin x & 4 \end{bmatrix}$$

matrisinin yedek köşegenindeki elemanları toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9



Çözüm

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 5 & \sin^2 x & \cos x \\ \cos^2 x & \sin x & 4 \end{bmatrix}$$

matrisinin yedek köşegenindeki elemanları; 5, $\sin^2 x$ ve $\cos^2 x$ tir.

Buna göre,

$$5 + \sin^2 x + \cos^2 x = 5 + 1 = 6 \text{ dir.}$$

Cevap B

TEST - 5

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 5 \\ 4 & 7 & -2 \end{bmatrix}$

matrisinin asal köşegenindeki terimlerin toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ 2 & -3 & 6 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$

matrisinin yedek köşegenindeki terimlerin toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & a \\ 1 & -1 & b \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

matrisi alt üçgen matris olduğuna göre, $a + b$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $A = \begin{bmatrix} 2 & a & 4 \\ b & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$

matrisi üst üçgen matris olduğuna göre, $a.b$ kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 2 D) 4 E) 6

sonuç yayınları

Matrislerin Eşitliği - I

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} x+1 & 6 & 4 \\ 1 & 0 & 3y \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 4 \\ 1 & 0 & 9 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

A = B olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

m x n türündeki A ve B matrislerinde $\forall i, j$ için $a_{ij} = b_{ij}$ ise $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ matrisi $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ matrisine eşittir denir ve $A = B$ biçiminde gösterilir.

Yani türleri aynı olan iki matrisin, aynı yerde bulunan tüm terimleri birbirine eşit ise bu iki matris birbirine eşittir.



Çözüm

A = B olduğuna göre,

$x + 1 = 5$ ve $3y = 9$ eşitlikleri sağlanmaktadır.

Buna göre, $x = 4$ ve $y = 3$ bulunur.

$x + y = 4 + 3 = 7$ dir.

Cevap C

TEST - 6

1. $\begin{bmatrix} x+3 & 5 \\ 4 & y-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, x + y kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. $\begin{bmatrix} 2a+1 & 3c \\ 4 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 12 \\ b & 8 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \\ x & 7 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & y \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$

matrisleri eşit olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

4. $A = \begin{bmatrix} a+2 & 4 \\ b-6 & 9 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2a & 4 \\ a & 9 \end{bmatrix}$

matrisleri eşit olduğuna göre, a + b kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

5. $A = \begin{bmatrix} 2 & x & 3 \\ y & -5 & 6 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & -5 & z \end{bmatrix}$

matrisleri eşit olduğuna göre, x + y + z toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. $A = \begin{bmatrix} a+b & 8 & 3 \\ 4 & a-b & 9 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 3 \\ 4 & -1 & c+4 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

A = B olduğuna göre, a.b.c kaçtır?

- A) 18 B) 24 C) 30 D) 34 E) 36

Matrislerin Eşitliği - II

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 5 & \log_3 a \\ |b+2| & 4^c \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 64 \end{bmatrix}$$

olmak üzere, A = B ise a + b + c kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10



Çözüm

A = B olduğuna göre karşılıklı olarak aynı satır ve sütundaki terimler birbirine eşittir.

$$\log_3 a = 2 \Rightarrow a = 9$$

$$|b+2| = 0 \Rightarrow b = -2$$

$$4^c = 64 \Rightarrow c = 3 \text{ tür.}$$

Buna göre, $a + b + c = 9 - 2 + 3 = 10$ dur.

Cevap E

TEST - 7

1. $A = \begin{bmatrix} \log 4 & 3 \\ 7 & y \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} x & 3 \\ 7 & \log 25 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor. A = B olduğuna göre, x + y kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\begin{bmatrix} \log_2 a & a-b \\ 3^{c-2} & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 9 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, a + b + c kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

2. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$$\begin{bmatrix} i^3 - 1 & 2 \\ i + i^2 & i \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

matrisleri eşit ise a + b + c + d toplamının değeri kaçtır?

- A) -1 B) -i C) i-1 D) i E) i+1

3. $A = \begin{bmatrix} 3^x & 81 \\ 1 & 3^{b+2} \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 9 & 3^y \\ 3^a & 3 \\ 9 & 27^a \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

A = B olduğuna göre, x.a + y.b kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

5. $A = [a_{ij}]_{m \times 4}$, $B = [b_{ij}]_{n \times (n+1)}$

matrisleri eşit olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $A = [a_{ij}]_{k^3 \times 8}$, $B = [b_{ij}]_{n \times n}$

matrisleri eşit olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

Matrislerde Toplama - Çıkarma - I

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 9 & 7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $A + B$ toplamını bulunuz.

Aynı türden matrisler toplanıp, çıkarılabilir.

Bunun için, aynı indisli terimler toplanır veya çıkarılır.

$$A = [a_{ij}]_{m \times n}$$

$$B = [b_{ij}]_{m \times n}$$

$$A \pm B = [a_{ij} \pm b_{ij}]_{m \times n} \text{ olur.}$$



Çözüm

$$A + B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 9 & 7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2 & 4+(-6) \\ (-4)+9 & 1+7 \\ 5+(-2) & 6+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 5 & 8 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

TEST - 1

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

ise $A + B$ matrisini bulunuz.

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & 5 \\ 6 & -1 & 7 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 3 \\ -2 & 6 & -4 \end{bmatrix}$

ise $A + B$ toplamını bulunuz.

4. $A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 6 \\ 2 & 7 & 3 \\ 1 & -4 & 5 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 & 9 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ -4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

ise $A - B$ matrisini bulunuz.

2. $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $A - B$ farkını bulunuz.

5. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ve $C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$

ise $A + B + C$ matrisini bulunuz.

1. $\begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} 3 & 7 & 3 \\ 7 & 5 & 8 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 6 & 1 \\ 5 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ 5. $\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$

Matrislerde Toplama - Çıkarma - II

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & x+2 \\ 3 & 4 & y-4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -6 \\ 5 & 1 & y+3 \end{bmatrix} \text{ ve}$$

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 8-x \\ 8 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

$A + B = C$ ise (x, y) sıralı ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (6, 5) B) (6, 4) C) (5, 6)
D) (4, 6) E) (3, 5)



Çözüm

$A + B = C$ ise

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & x+2 \\ 3 & 4 & y-4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 2 & -6 \\ 5 & 1 & y+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 8-x \\ 8 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

$$x + 2 - 6 = 8 - x$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

$$y - 4 + y + 3 = 9$$

$$2y - 1 = 9$$

$$2y = 10$$

$$y = 5 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, (x, y) sıralı ikilisi (6, 5) dir.

Cevap A

TEST - 2

1. $\begin{bmatrix} 2x+4 \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y-8 \\ 7-2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 13 \end{bmatrix}$

eşitliği için $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

2. $\begin{bmatrix} 2 & a & -3 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \log b & 2 & 7 \\ 1 & 2^c & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 4 \\ 2 & 12 & 11 \end{bmatrix}$

ise $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

3. $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ ve $A + B = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, B matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 10 \\ 9 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$

4. $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$ ve $A + B = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, B matrisinin toplamaya göre tersi olan $(-B)$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -5 \\ -4 \end{bmatrix}$

5. $A = \begin{bmatrix} 3 & a & 2 \\ -1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -2 \\ 0 & b & 3 \end{bmatrix}$

matrisleri için $A - B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 4 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, a, b kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

Bir Matrisin Bir Gerçek Sayı ile Çarpımı - I

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$$

ise $3A + 2B$ matrisini bulunuz.

$k \in \mathbb{R}$ ve $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ ise

$\triangleright k \cdot A = [k \cdot a_{ij}]_{m \times n}$ olur.

$k, p \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ matrisleri için

$\triangleright k \cdot (A + B) = k \cdot A + k \cdot B$

$\triangleright (k + p) \cdot A = k \cdot A + p \cdot A$

$\triangleright (k \cdot p) \cdot A = k \cdot (p \cdot A)$ dir.



Çözüm

$$3 \cdot A = 3 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix} \text{ dir.}$$

$$2 \cdot B = 2 \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 8 & -4 \end{bmatrix} \text{ dir.}$$

$$3A + 2B = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 8 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 10 \\ 17 & -7 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

TEST - 1

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

ise $2 \cdot A$ matrisini bulunuz.

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 10 & -12 & 6 \end{bmatrix}$

ise $\frac{A}{2}$ matrisini bulunuz.

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$

ise $-3A$ matrisini bulunuz.

4. $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 9 & -2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $4A - 2B$ matrisini bulunuz.

1. $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} -6 & 9 \\ -12 & -3 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & -6 & 3 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} 6 & 12 \\ 30 & -22 \end{bmatrix}$

Bir Matrisin Bir Gerçek Sayı ile Çarpımı - II

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $2A - 3I$ matrisinin elemanları toplamı kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14



Çözüm

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 8 \end{bmatrix} \text{ dir.}$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow 3I = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ dir.}$$

$$2A - 3I = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

$2A - 3I$ matrisinin elemanları toplamı

$1 + 6 + 2 + 5 = 14$ bulunur.

Cevap E

TEST - 2

1. $2A + \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 12 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A matrisini bulunuz.

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ matrisi ve $f(x) = 2x - 3$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(A)$ matrisini bulunuz.

2. $A - B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ ve $2A + B = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ -1 & 8 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A matrisini bulunuz.

4. $a \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = 3 \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -8 \\ 3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

1. $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ 4. 2

Matrislerin Çarpımı - I

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, A.B matrisini bulunuz.

 Çözüm

$$A.B = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.3 + 6.(-1) & 1.4 + 6.5 \\ 2.3 + 3.(-1) & 2.4 + 3.5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 - 6 & 4 + 30 \\ 6 - 3 & 8 + 15 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3 & 34 \\ 3 & 23 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

➤ A matrisi m x n türünde, B matrisi n x p türünde ise A.B işlemi yapılabilir.

➤ A.B işlemi sonucunda elde edilen matris m x p türünde olur.

Yani A.B nin tanımlı olabilmesi için A matrisinin sütun sayısının, B matrisinin satır sayısına eşit olması gerekir.

TEST - 1

$$1. A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, A.B matrisini bulunuz.

$$3. A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, A.B matrisini bulunuz.

$$2. A = [-4 \ 6] \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, A.B matrisini bulunuz.

$$4. A = [2 \ 3 \ 1] \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, A.B matrisini bulunuz.

$$1. \begin{bmatrix} 1 & 19 \\ -7 & 7 \end{bmatrix} \quad 2. [-8 \ 14] \quad 3. \begin{bmatrix} 10 & 4 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} \quad 4. [5]$$

Matrislerin Çarpımı - II

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -4 & 3 & 0 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, A.B matrisini bulunuz.

 Çözüm

$$A.B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -4 & 3 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2.(-1) + 1.2 + 3.3 & 2.2 + 1.4 + 3.5 \\ -4.(-1) + 3.2 + 0.3 & -4.2 + 3.4 + 0.5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 + 2 + 9 & 4 + 4 + 15 \\ 4 + 6 + 0 & -8 + 12 + 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & 23 \\ 10 & 4 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

TEST - 2

$$1. A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, A.B matrisini bulunuz.

$$3. A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} \text{ ve } B = [3 \ 2 \ 4]$$

olduğuna göre, A.B matrisini bulunuz.

$$2. \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ işleminin sonucunu bulunuz.}$$

$$4. A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 6 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, A.B matrisini bulunuz.

$$1. \begin{bmatrix} 2 & 18 \\ 5 & 26 \end{bmatrix} \quad 2. \begin{bmatrix} 11 & 25 \\ 1 & 3 \\ 8 & 20 \end{bmatrix} \quad 3. \begin{bmatrix} 6 & 4 & 8 \\ 3 & 2 & 4 \\ -9 & -6 & -12 \end{bmatrix} \quad 4. \begin{bmatrix} 0 & 2 & -4 \\ 5 & 5 & 3 \\ 9 & -1 & 14 \end{bmatrix}$$

Matrislerin Çarpımı - III

Örnek 1

A matrisi $(2n-3) \times 5$ türünde,
B matrisi $(n+1) \times 9$ türünde
olmak üzere, B.A işlemi tanımlıdır.
Buna göre, n kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm

B.A işleminde; B ve A matrislerinin türleri sırasıyla
 $(n+1) \times 9$ ve $(2n-3) \times 5$ dir.
B.A işlemi tanımlı olduğuna göre,
 $9 = 2n - 3$
 $12 = 2n$
 $n = 6$ olur.

Cevap D

Örnek 2

$A = [a_{ij}]_{(m+3) \times 4}$, $B = [b_{jk}]_{(n-1) \times 2p}$, $C = [c_{ik}]_{5 \times 6}$
için $A.B = C$ olduğuna göre, $m + n + p$ işleminin
değeri kaçtır?
A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

Çözüm

$A.B = C$ olduğuna göre
 $A.B = [a_{ij}]_{(m+3) \times 4} \cdot [b_{jk}]_{(n-1) \times 2p} = [c_{ik}]_{5 \times 6}$
A.B çarpımının tanımlı olabilmesi için $4 = n - 1$ ol-
malıdır. $n = 5$ bulunur.
 $m + 3 = 5$ ve $2p = 6$ olmalıdır.
 $m = 2$ ve $p = 3$ bulunur.
 $m + n + p = 2 + 5 + 3 = 10$ dur.

Cevap B

TEST - 3

1. $A = [a_{ij}]_{4 \times 3}$, $B = [b_{jk}]_{3 \times 3}$, $C = [c_{ik}]_{3 \times 4}$
olduğuna göre, aşağıdaki işlemlerden hangisi ta-
nımlı değildir?
A) C.A B) A.C C) B.B D) C.B E) B.C

2. A matrisi $5 \times (3n+1)$ türünde,
B matrisi $7 \times (2n+4)$ türünde
olmak üzere, A.B işlemi tanımlıdır.
Buna göre, n kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $A = [a_{ij}]_{(m-2) \times 6}$, $B = [b_{jk}]_{(n+2) \times 4}$, $C = [c_{ik}]_{3 \times 4}$
için $A.B = C$ olduğuna göre, $m - n$ ifadesinin
değeri kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $A = [a_{ij}]_{5 \times (m+3)}$, $B = [b_{jk}]_{6 \times (2n+1)}$, $C = [c_{ik}]_{(p+1) \times 7}$
için $A.B = C$ olduğuna göre, $m.n - p$ işleminin
sonucu kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Matrislerin Çarpımı - IV

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ -9 & -2 \end{bmatrix}$$

matrisleri veriliyor.

$A.X = B$ olduğuna göre, X matrisinin toplama
işlemine göre tersi olan matrisi bulunuz.

Çözüm

$X = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ matrisi olsun.

$A.X = B$

$$A.X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ -9 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A.X = \begin{bmatrix} x+2z & y+2t \\ -2x+3z & -2y+3t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ -9 & -2 \end{bmatrix}$$

Matrislerin eşitliğinden;

$$\begin{array}{rcl} 2 / & x+2z=1 & 2 / & y+2t=8 \\ & -2x+3z=-9 & & -2y+3t=-2 \\ \hline & 7z=-7 & & 7t=14 \\ & z=-1 & & t=2 \\ & x=3 & & y=4 \end{array}$$

$$X = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

X matrisinin toplamaya göre tersi olan matris :

$$\begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \text{ dir.}$$

TEST - 4

1. $\begin{bmatrix} 3 & a+2 \\ 2 & a-1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 7 \end{bmatrix}$ ise $a + b$ kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
eşitliğine göre, $x.t - y.z$ aşağıdakilerden hangi-
sine eşittir?
A) 0 B) 2 C) $x-y$ D) $x+y$ E) $x-y+2$

3. $\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$
eşitliğine verildiğine göre, $a + b + c + d$ kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$
matrisleri veriliyor.
 $A.B = 4A - B$ olduğuna göre, $a + b + c + d$
kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

Matrislerin Çarpımı - V

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

matrisleri için $A^2 + BA + AB + B^2$ ifadesini bulunuz.

$k, p \in \mathbb{R}$ olmak üzere, A, B ve C aşağıdaki işlemler tanımlı olacak türde matrisler ve I birim matris, O sıfır matris olsun.

- $\triangleright A^2 = A.A$
- $A.(B.C) = (A.B).C$
- $A.(B+C) = A.B + A.C$
- $(A+B).C = A.C + B.C$
- $A.I = I.A = A$
- $A.O = O.A = O$

Çözüm

$$A^2 + B.A + A.B + B^2$$

$$A.(A+B) + (A+B).B$$

$$A+B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A.(A+B) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.2 + 2.(-2) & 1.1 + 2.2 \\ (-3).2 + 0.(-2) & (-3).1 + 0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$$

$$(A+B).A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2.1 + 1.(-3) & 2.2 + 1.0 \\ (-2).1 + 2.(-3) & (-2).2 + 2.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -8 & -4 \end{bmatrix}$$

bulunur.

O halde

$$A^2 + B.A + A.B + B^2 = A(A+B) + (A+B).B$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -6 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -8 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 9 \\ -14 & -7 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

TEST - 5

1. $A+B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $AC + BC$ matrisini bulunuz.

3. $A.C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}_{2 \times 2}, B.C = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$

olduğuna göre, $(A+B).C$ ifadesini bulunuz.

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

matrisleri için $A^2 + AB + B$ ifadesini bulunuz.

4. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$

olmak üzere, $A.I$ ve $I.A$ matrislerini bulunuz.

1. $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 6 & 16 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$ 4. $A.I = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}, I.A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 8 & 3 \end{bmatrix} (A.I = I.A = A)$

Matrislerin Çarpımı - VI

Örnek

$$f(x) = x^2 + x + 2 \text{ ve } A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

ise $f(A)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

$$A^2 = A.A$$

$$f(A) = A^2 + A + 2I$$

$$A^2 = A.A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.1 + (-1).2 & 1.(-1) + (-1).0 \\ 2.1 + 0.2 & 2.(-1) + 0.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$f(A) = A^2 + A + 2I$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1+1+2 & -1-1+0 \\ 2+2+0 & -2+0+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

TEST - 6

1. $f(x) = x^2 - 4$ ve $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

ise $f(A)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

3. $f(x) = x^2 + 2x + 4$ ve $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

ise $f(A)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

2. $f(x) = x^2 - 3x$ ve $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$

ise $f(A)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

4. $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$

$$a_{ij} = \begin{cases} i-j, & i \neq j \\ i+j, & i = j \end{cases}$$

olduğuna göre A^2 yi bulunuz.

1. $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 12 & 3 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 10 & -12 \\ -16 & 22 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} 11 & 4 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 6 & 15 \end{bmatrix}$

Kare Matrisinin Kuvvetleri - I

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ ise } A^{150} \text{ matrisini bulunuz.}$$

A matrisi n. sıradan bir kare matris ve $k \in \mathbb{Z}^+$ ise A'nın çarpma işlemine göre kuvvetleri

$$A^0 = I_n$$

$$A^1 = A$$

$$A^2 = A \cdot A$$

$$A^3 = A^2 \cdot A$$

$$A^k = A^{k-1} \cdot A$$

$$\vdots$$

$$(A^m)^n = A^{m \cdot n}$$

$$I^k = I$$



Çözüm

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \\ 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 & 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4 = 2 \cdot 2)$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \cdot 1 + 4 \cdot 0 & 1 \cdot 2 + 4 \cdot 1 \\ 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 & 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6 = 3 \cdot 2)$$

Bu durumda

$$A^n = \begin{bmatrix} 1 & n \cdot 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ olacağından}$$

$$A^{150} = \begin{bmatrix} 1 & 150 \cdot 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 300 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

TEST - 1

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ise A^{25} matrisini bulunuz.

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ise A^{104} matrisini bulunuz.

sonuç yayınları

1. $\begin{bmatrix} 1 & -100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 312 & 1 \end{bmatrix}$

Kare Matrisinin Kuvvetleri - II

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -6 & -4 \end{bmatrix} \text{ ise } A^{2000} \text{ matrisini bulunuz.}$$



Çözüm

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -6 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -6 & -4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 \cdot 4 + 2 \cdot (-6) & 4 \cdot 2 + 2 \cdot (-4) \\ (-6) \cdot 4 + (-4) \cdot (-6) & (-6) \cdot 2 + (-4) \cdot (-4) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = 2^2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

$$A^2 = 2^2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ ise}$$

$$A^{2000} = (A^2)^{1000} = \left(2^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^{1000}$$

$$A^{2000} = 2^{2000} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{1000}$$

$$= 2^{2000} \cdot I \text{ bulunur.}$$

TEST - 2

1. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ ise A^{30} matrisini bulunuz.

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ ise A^{1500} matrisini bulunuz.

sonuç yayınları

1. $11^{15} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 2. $8^{750} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Kare Matrisinin Kuvvetleri - III

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, A^{13} matrisini bulunuz.

 Çözüm

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 \cdot 5 + 0 \cdot 0 & 5 \cdot 0 + 0 \cdot 2 \\ 0 \cdot 5 + 2 \cdot 0 & 0 \cdot 0 + 2 \cdot 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{bmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 25 \cdot 5 + 0 \cdot 0 & 25 \cdot 0 + 0 \cdot 2 \\ 0 \cdot 5 + 4 \cdot 0 & 0 \cdot 0 + 4 \cdot 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 125 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5^3 & 0 \\ 0 & 2^3 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

$$\text{Bu durumda } A^n = \begin{bmatrix} 5^n & 0 \\ 0 & 2^n \end{bmatrix} \text{ olacağı görülmektedir.}$$

$$\text{O halde, } A^{13} = \begin{bmatrix} 5^{13} & 0 \\ 0 & 2^{13} \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

TEST - 3

1. $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{35} matrisini bulunuz.

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{120} matrisini bulunuz.

sonuç yayınları

1. $\begin{bmatrix} 4^{35} & 0 \\ 0 & 3^{35} \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 2^{120} & 0 \\ 0 & 7^{120} \end{bmatrix}$

Kare Matrisinin Kuvvetleri - IV

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

olmak üzere, A^{21} matrisini bulunuz.

 Çözüm

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 1 + (-1) \cdot 3 & 3 \cdot 2 + (-1) \cdot (-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= 7 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = 7 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{20} = (A^2)^{10} = \left(7 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^{10} = 7^{10} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{21} = A^{20} \cdot A = 7^{10} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{21} = 7^{10} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

TEST - 4

1. $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$

olmak üzere, A^{13} matrisini bulunuz.

2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{45} matrisini bulunuz.

sonuç yayınları

1. $18^6 \cdot \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ 2. $14^{22} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$

Kare Matrisinin Kuvvetleri - V

Örnek 1

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$$

ise A^{50} matrisini bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} A^2 &= A.A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3.3 + (-2).4 & 3.(-2) + (-2).(-3) \\ 4.3 + (-3).4 & 4.(-2) + (-3).(-3) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \text{ olup} \\ A^{50} &= (A^2)^{25} = I^{25} = I \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek 2

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, A^{375} matrisini bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} A^2 &= A.A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1-2 & 1-2 \\ -2+4 & -2+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = A \\ \text{Bu durumda, } A^n &= A \text{ dır.} \\ \text{O halde, } A^{375} &= \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \text{ olur.} \end{aligned}$$

TEST - 5

1. $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}$

ise A^{26} matrisini bulunuz.

2. $A = \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{1024} matrisini bulunuz.

sonuç yayınları

1. I 2. $\begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$

Bir Matrisin Çarpma İşlemine Göre Tersi - I

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \text{ matrisinin tersini bulunuz.}$$

A bir kare matris ve I, A ile aynı türde birim matris olmak üzere,

$$A.B = I$$

olacak biçimde B matrisi var ise bu B matrisine A matrisinin çarpma işlemine göre tersi denir ve A^{-1} ile gösterilir.

Yukarıdaki eşitlikte B matrisi yerine A^{-1} yazılırsa

$$A.A^{-1} = I \text{ olur.}$$

Çözüm

I. Yol

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ ise } A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \cdot \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \text{ olur.} \\ A &= \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \text{ ise } A^{-1} = \frac{1}{3.2 - 1.(-4)} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \\ A^{-1} &= \frac{1}{10} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

II. Yol

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} \text{ olsun.}$$

$A.A^{-1} = I$ olacak şekilde A^{-1} i bulunuz.

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3.x + 1.z & 3.y + 1.t \\ -4.x + 2.z & -4.y + 2.t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

O halde

$$\begin{array}{rcl} -2 / 3x + z = 1 & -2 / 3y + t = 0 \\ -4x + 2z = 0 & -4y + 2t = 1 \\ -10x = -2 & -10y = 1 \\ x = \frac{1}{5} & y = -\frac{1}{10} \\ z = \frac{2}{5} & t = \frac{3}{10} \text{ bulunur.} \end{array}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{1}{10} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{10} \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

TEST - 1

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ matrisinin tersini bulunuz.

3. $A = \begin{bmatrix} 6 & x \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

matrisinin çarpma işlemine göre tersinin olmaması için x kaç olmalıdır?

2. $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$ matrisinin tersini bulunuz.

4. $A = \begin{bmatrix} 4 & m \\ 2 & -1 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$

matrisinin tersi olmadığına göre, m kaçtır?

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisinde $a.d - b.c = 0$ ise A matrisinin değeri yoktur.

1. $A^{-1} = \frac{1}{5} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ 2. $A^{-1} = \frac{1}{4} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -8 & 4 \end{bmatrix}$ 3. $x = 9$ 4. $m = -2$

sonuç yayınları

Bir Matrisin Çarpma İşlemine Göre Tersi - II

Örnek 1

$$A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ -4 & b \end{bmatrix}$$

matrisinin tersi kendisine eşit olduğuna göre, a'nın pozitif değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Çözüm

$$A = A^{-1} = \begin{bmatrix} a & 2 \\ -4 & b \end{bmatrix} \text{ değerini}$$

$A \cdot A^{-1} = I$ eşitliğinde yerine yazarsak

$$\begin{bmatrix} a & 2 \\ -4 & b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & 2 \\ -4 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

$$\begin{bmatrix} a^2 - 8 & 2a + 2b \\ -4a - 4b & -8 + b^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$a^2 - 8 = 1 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3$$

$\Rightarrow a$ nın pozitif değeri 3 tür.

Örnek 2

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -6 & 20 \\ -7 & 26 \end{bmatrix} \text{ ve } A \cdot C = B$$

ise C matrisini bulunuz.



Çözüm

$A \cdot C = B$ ise her iki tarafı A^{-1} ile çarpalım

$$A^{-1} \cdot A \cdot C = A^{-1} \cdot B$$

$$I \cdot C = A^{-1} \cdot B$$

$$C = A^{-1} \cdot B$$

$$A^{-1} = \frac{1}{2 \cdot 5 - 3 \cdot 4} \cdot \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{-2} \cdot \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{5}{2} & 2 \\ \frac{3}{2} & -1 \end{bmatrix}$$

$$C = A^{-1} \cdot B = \begin{bmatrix} -\frac{5}{2} & 2 \\ \frac{3}{2} & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -6 & 20 \\ -7 & 26 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \left(-\frac{5}{2}\right)(-6) + 2(-7) & \left(-\frac{5}{2}\right) \cdot 20 + 2 \cdot 26 \\ \left(\frac{3}{2}\right)(-6) + (-1)(-7) & \left(\frac{3}{2}\right) \cdot 20 + (-1) \cdot 26 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

TEST - 2

1. $A = \begin{bmatrix} a & -4 \\ 6 & b \end{bmatrix}$

matrisinin tersi kendisine eşit olduğuna göre, a'nın pozitif değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 8 & 10 \end{bmatrix}$ ve $A \cdot C = B$

ise C matrisini bulunuz.

Bir Matrisin Çarpma İşlemine Göre Tersi - III

Örnek

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ ise } A \text{ matrisini bulunuz.}$$

$k \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere, n. sıradan bir A kare matrisinin çarpma işlemine göre tersi varsa

$$(k \cdot A)^{-1} = \frac{1}{k} \cdot A^{-1} \text{ dir.}$$

n. sıradan A ve B kare matrislerinin çarpma işlemine göre tersleri A^{-1} ve B^{-1} ise

$$(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$$

$$(A^{-1})^{-1} = A$$

$$A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = I$$



Çözüm

$$(A^{-1})^{-1} = A \text{ olduğundan}$$

$$(A^{-1})^{-1} = \frac{1}{3 \cdot 5 - 2 \cdot (-4)} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A = \frac{1}{23} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

TEST - 3

1. $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ ise A matrisini bulunuz.

3. A matrisinin çarpma işlemine göre tersi A^{-1} dir.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ ve } B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $(A \cdot B)^{-1}$ eşitini bulunuz.

2. $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ ise $(3A)^{-1}$ matrisini bulunuz.

4. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ x & y \end{bmatrix}$

matrisinin toplama ve çarpma işlemlerine göre, tersleri eşit olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{10}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{11}{3}$

1. D 2. $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

1. $A = \frac{1}{9} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ 2. $\frac{1}{6} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} -1 & 8 \\ -3 & 21 \end{bmatrix}$ 4. C

Bir Matrisin Transpozu (Devriği) - I

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

olmak üzere,

- A^T
- B^T
- $A^T + B^T$
- $(A + B)^T$ matrislerini bulunuz.



Çözüm

$$a) A^T = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$b) B^T = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$$c) A^T + B^T = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$d) A + B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(A + B)^T = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

➤ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ matrisinin aynı indisli satırları ile sütunlarının yer değiştirilmesiyle oluşturulan $[a_{ji}]_{n \times m}$ matrisine A matrisinin transpozu (devriği) denir ve A^d veya A^T ile gösterilir.

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ x & y & z \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} a & x \\ b & y \\ c & z \end{bmatrix}$$

TEST - 1

1. Aşağıdaki matrislerin transpozlarını bulunuz.

- $A = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 3 \end{bmatrix}$
- $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$
- $C = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$

$$3. A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $3A - 2B^T$ matrisini bulunuz.

$$2. A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $A - B^T$ matrisini bulunuz.

$$4. A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ ise } A.A^T \text{ matrisini bulunuz.}$$

$$1. a) \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad b) \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad c) \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \quad 2. \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad 3. \begin{bmatrix} -2 & 12 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \quad 4. \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}$$

Bir Matrisin Transpozu (Devriği) - II

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

ise $(A^T.B)^T$ matrisini bulunuz.

$k \in \mathbb{R}$ olmak üzere, A ve B aşağıdaki işlemler tanımlı olacak türde matrisler olsun.

- $(A^T)^T = A$
- $(A + B)^T = A^T + B^T$
- $(k.A)^T = k.(A^T)$
- $(A.B)^T = B^T.A^T$
- $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$



Çözüm

$$(A^T.B)^T = (B^T).(A^T)^T \\ = B^T.A$$

$$B^T = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B^T.A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 11 \\ -1 & 14 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

TEST - 2

$$1. A.B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix} \text{ ise } B^T.A^T \text{ matrisini bulunuz.}$$

$$3. A = \begin{bmatrix} a & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 10 & 10 \\ 10 & 10 \end{bmatrix}$$

olmak üzere, $A.A^T = B$ olduğuna göre, a değeri kaçtır?

- A) -5 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$2. A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix} \text{ olmak üzere, } (2.A)^T \text{ matrisini bulunuz.}$$

$$4. A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$

$B^{-1}.A = A^T$ olduğuna göre, B matrisini bulunuz.

$$1. \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad 2. \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 6 & 10 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \quad 3. D \quad 4. \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ -2 & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

Doğrusal Denklem Sistemleri - I

Örnek

$$R_1 : x - 3y + z = -8$$

$$R_2 : 2x + y - 6z = 13$$

$$R_3 : -x + 2y + z = 3$$

denklem sisteminin çözümünü temel satır işlemleri ile bulunuz.

Çözüm

$$\left. \begin{array}{l} R_1 : x - 3y + z = -8 \\ R_2 : 2x + y - 6z = 13 \\ R_3 : -x + 2y + z = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{1. satır ile 3. satırı toplayalım.} \\ R_1 + R_3 \rightarrow R_1 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} R_1 : -y + 2z = -5 \\ R_2 : 2x + y - 6z = 13 \\ R_3 : -x + 2y + z = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{3. satırın 2 katı ile 2. satırı} \\ \text{toplayalım.} \\ R_2 + 2R_3 \rightarrow R_2 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} R_1 : -y + 2z = -5 \\ R_2 : 5y - 4z = 19 \\ R_3 : -x + 2y + z = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{1. satırın 2 katı ile 2. satırı} \\ \text{toplayalım.} \\ 2R_1 + R_2 \rightarrow R_2 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} R_1 : -y + 2z = -5 \\ R_2 : 3y = 9 \\ R_3 : -x + 2y + z = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{2. satırı } \left(\frac{1}{3}\right) \text{ ile çarpalım.} \\ \left(\frac{1}{3}\right)R_2 \rightarrow R_2 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} R_1 : -y + 2z = -5 \\ R_2 : y = 3 \\ R_3 : -x + 2y + z = 3 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{l} y = 3 \\ -y + 2z = -5 \Rightarrow -3 + 2z = -5 \Rightarrow z = -1 \\ -x + 2y + z = 3 \Rightarrow -x + 6 - 1 = 3 \Rightarrow x = 2 \text{ bulunur.} \end{array}$$

Doğrusal denklem sistemleri için temel satır işlemleri

- Sistemde iki denklemin yerlerinin değiştirilmesi
 - Sistemde bir denklemin sıfır olmayan bir gerçek sayı ile çarpılması
 - Sistemde bir denklemin bir katının başka denkleme eklenmesi
- şeklindedir.

TEST - 1

1. $R_1 : 3x + 2y + 4z = 10$

$$R_2 : x - y - 2z = 0$$

$$R_3 : 2x + y + 3z = 3$$

denklem sisteminin çözümünü temel satır işlemleri ile bulunuz.

2. $R_1 : 3x + y - z = 6$

$$R_2 : x - 2y + z = 8$$

$$R_3 : 2x + 3y + 6z = 6$$

denklem sisteminin çözümünü temel satır işlemleri ile bulunuz.

sonuç yayınları

$$\begin{array}{ll} x = 2 & x = 3 \\ 1. \ y = 8 & 2. \ y = -2 \\ z = -3 & z = 1 \end{array}$$

Doğrusal Denklem Sistemleri - II

Örnek

$$R_1 : 2x + y + z = 3$$

$$R_2 : x - y + z = -2$$

$$R_3 : x - y - z = 0$$

denklem sisteminin çözümünü Gauss yok etme yöntemi ile bulunuz.

Matris gösterimi $A \cdot X = B$ olan doğrusal denklem sisteminin çözümü Gauss yok etme yöntemi ile bulunur.

Gauss Yok Etme Yöntemi

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12}^I & a_{13}^I \\ 0 & 1 & a_{23}^I \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1^I \\ b_2^I \\ b_3^I \end{bmatrix}$$

Çözüm

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_1 - R_3 \rightarrow R_1 \\ R_1 - 2R_2 \rightarrow R_2 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_1 - R_3 \rightarrow R_3 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 3 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_2 - R_3 \rightarrow R_3 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \left(\frac{1}{3}\right)R_2 \rightarrow R_2 \\ \left(-\frac{1}{4}\right)R_3 \rightarrow R_3 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ \frac{7}{3} \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$z = -1$$

$$y - \frac{1}{3}z = \frac{7}{3} \Rightarrow y = 2$$

$$x + 2y + 2z = 3 \Rightarrow x + 4 - 2 = 3 \Rightarrow x = 1 \text{ bulunur.}$$

TEST - 2

1. $\left. \begin{array}{l} x - y + z = 2 \\ 2x + y - z = 4 \\ x + y + z = 6 \end{array} \right\}$

denklem sisteminin çözümünü Gauss yok etme yöntemi ile bulunuz.

2. $\left. \begin{array}{l} x + 2y + z = 1 \\ x - y + 2z = 5 \\ x + y - z = 0 \end{array} \right\}$

denklem sisteminin çözümünü Gauss yok etme yöntemi ile bulunuz.

sonuç yayınları

$$\begin{array}{ll} x = 2 & x = 2 \\ 1. \ y = 2 & 2. \ y = -1 \\ z = 2 & z = 1 \end{array}$$

Doğrusal Denklem Sistemleri - III

Örnek

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 6 & 2 & -6 \\ 3 & 0 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -10 \\ 3 \end{bmatrix}$$

denklem sisteminin çözümünü Gauss - Jordan yok etme yöntemi ile bulunuz.

Gauss - Jordan Yok Etme Yöntemi

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1'' \\ b_2'' \\ b_3'' \end{bmatrix}$$



Çözüm

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 6 & 2 & -6 \\ 3 & 0 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -10 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 6 & 2 & -6 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -10 \\ -4 \end{bmatrix} \quad R_3 \rightarrow R_1 - R_3$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -8 \\ -4 \end{bmatrix} \quad R_2 \rightarrow -2R_1 + R_2$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -12 \\ -4 \end{bmatrix} \quad R_2 \rightarrow R_2 + R_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5/3 \\ -6 \\ -2 \end{bmatrix} \quad R_1 \rightarrow \frac{1}{3}R_1$$

$$\begin{aligned} x &= -\frac{5}{3} \\ y &= -6 \\ z &= -2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

TEST - 3

$$1. \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & -3 \\ 3 & 6 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

denklem sisteminin çözümünü Gauss - Jordan yok etme yöntemi ile bulunuz.

$$2. \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & -5 & 2 \\ 3 & -4 & -6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 5 \end{bmatrix}$$

denklem sisteminin çözümünü Gauss - Jordan yok etme yöntemi ile bulunuz.

$$\begin{aligned} x &= 1 & a &= 5 \\ 1. \ y &= 2 & 2. \ b &= 1 \\ z &= 3 & c &= 1 \end{aligned}$$

Determinant - I

Örnek

$$A = [3]$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $\det A + \det B$ kaçtır?

- A) 7 B) 10 C) 13 D) 16 E) 19

> A bir kare matris olmak üzere, A'nın determinantı $\det A$ veya $|A|$ biçiminde gösterilir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$A = [a]_{1 \times 1} \text{ ise } \det A = a$$

$$A = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} \text{ ise } \det A = x \cdot t - y \cdot z$$



Çözüm

$$A = [3] \Rightarrow \det A = 3$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \det B = 1 \cdot 4 - (-2) \cdot 3 = 4 - (-6) = 10$$

$$\det A + \det B = 3 + 10 = 13 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

TEST - 1

$$1. |A| = |-\sqrt{3}| \text{ determinantının değeri kaçtır?}$$

- A) $-\sqrt{3}$ B) $[-\sqrt{3}]$ C) 0 D) $[\sqrt{3}]$ E) $\sqrt{3}$

$$2. |A| = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} \text{ determinantının değeri kaçtır?}$$

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

$$3. A = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & x \end{vmatrix} \text{ olmak üzere, } \det A = 7 \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$4. A = \begin{bmatrix} a+1 & a+2 \\ a+2 & a+4 \end{bmatrix} \text{ ise } |A| \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) -a B) -4 C) 0 D) 4 E) a

$$5. A = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix} \text{ ise } |A| \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) $\sin x + \cos x$ B) $\sin x - \cos x$ C) 1
D) $\sin 2x$ E) $\cos 2x$

$$6. i^2 = -1 \text{ olmak üzere,}$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 1-i \\ 1+i & -1 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

Determinant - II

Örnek

$$\begin{vmatrix} 1006 & 1004 \\ 1008 & 1005 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1004 B) -1002 C) -1000
D) 1002 E) 1004



Çözüm

1004 = x alalım. Bu durumda

1005 = x + 1, 1006 = x + 2, 1008 = x + 4 olur.

Bu değerleri determinantta yerine yazarsak

$$\begin{vmatrix} x+2 & x \\ x+4 & x+1 \end{vmatrix} = (x+2) \cdot (x+1) - x \cdot (x+4) \\ = x^2 + 2x + x + 2 - x^2 - 4x \\ = 2 - x \\ = 2 - 1004 \\ = -1002 \text{ bulunur.}$$

Cevap B

TEST - 2

1. $\begin{vmatrix} 41 & 40 \\ 39 & 42 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

- A) 160 B) 161 C) 162 D) 163 E) 164

2. $\begin{vmatrix} 3000 & 3002 \\ 3001 & 3004 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

- A) 2998 B) 2999 C) 3001 D) 3003 E) 3005

3. $\begin{vmatrix} x & 2 \\ x-2 & 3 \end{vmatrix} = 8$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {2} B) {3} C) {4} D) {5} E) {6}

4. $\begin{vmatrix} \log_2 x & \log_4 x \\ -3 & \log_x 16 \end{vmatrix} = 7$ ise x değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $\begin{vmatrix} x+a & -3 \\ a-1 & x \end{vmatrix} = 0$

denkleminin bir kökü 3 ise a değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. m reel sayı olmak üzere,

$$f(x) = 2x + 1 \text{ ve } f(m) = \begin{vmatrix} 2 & m-2 \\ -3 & 5-m \end{vmatrix}$$

olduğuna göre, m değeri kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

Determinant - III

Örnek

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 3

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{bmatrix}$$

matrisinin determinantını bulalım.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix}$$

İlk iki satır son satırın altına yazılır.

$$\det A = a \cdot e \cdot k + d \cdot h \cdot c + g \cdot b \cdot f - g \cdot e \cdot c - a \cdot h \cdot f - d \cdot b \cdot k \text{ olur.}$$

Yukarıdaki yöntem, sadece 3 x 3 türündeki matrisin determinantını bulmak için kullanılır.

Bu yöntem Sarrus kuralı denir.



Çözüm

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= (3 \cdot 0 \cdot 3 + 1 \cdot 1 \cdot 4 + 2 \cdot 2 \cdot 5) - (2 \cdot 0 \cdot 4 + 3 \cdot 1 \cdot 5 + 1 \cdot 2 \cdot 3) \\ = (0 + 4 + 20) - (0 + 15 + 6) \\ = 24 - 21 = 3 \text{ bulunur.}$$

Cevap D

TEST - 3

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, det A değeri kaçtır?

- A) 10 B) 13 C) 16 D) 19 E) 22

2. $|A| = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

olduğuna göre, A determinantının değeri kaçtır?

- A) -20 B) -18 C) -16 D) -14 E) -12

3. $A = \begin{bmatrix} 2m-2 & 4 & 2m-6 \\ 2m+2 & 6 & 2m \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, determinantının değeri kaçtır?

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

4. $A = \begin{bmatrix} a-3 & 2 & a-1 \\ a & 3 & a+1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, determinantının değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

Determinant - IV

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, A matrisinin a_{12} elemanının minörü kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \text{ ise}$$

$$M_{32} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} \text{ ifadesine } a_{32} \text{ elemanının minörü denir.}$$

Çözüm

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

Matrisinde a_{12} elemanı; 1. satır, 2. sütun elemanı olan -3 tür. -3 ün olduğu satır ve sütunu silerek,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$M_{12} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-2) - 3 \cdot 1$$

$$= 2 - 3$$

$$= -1 \text{ bulunur.}$$

Cevap A

TEST - 4

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$

matrisinin a_{12} elemanının minörü kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 7 E) 10

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

matrisinin a_{23} elemanının minörü kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $A = \begin{bmatrix} 4 & a & -2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 8 & 10 & 2 \end{bmatrix}$

matrisinde, $M_{23} = 8$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & 5 \\ -3 & 2 & 1 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & -2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A matrisinin a_{34} elemanının minörü kaçtır?

- A) -15 B) -20 C) -25 D) -30 E) -35

Determinant - V

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \\ 2 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$

matrisinde, 1 elemanının kofaktörü kaçtır?

- A) -22 B) -18 C) -14 D) -10 E) -6

$A = [a_{ij}]_{n \times n}$ kare matrisinde, a_{ij} elemanının minörü M_{ij} olsun.

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$$

ifadesine a_{ij} elemanının kofaktörü ya da işaretli minörü denir.

Çözüm

1. verilen matrisinin 2. satır ve 3. sütundaki terimdir.

Bu terimin kofaktörü A_{23} tür.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \\ 2 & 6 & 8 \end{bmatrix} \text{ ise } A_{23} = (-1)^{2+3} \cdot M_{23}$$

$$= (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)^5 \cdot (2 \cdot 6 - 2 \cdot (-3))$$

$$= (-1) \cdot (12 + 6)$$

$$= (-1) \cdot 18$$

$$= -18 \text{ olur.}$$

Cevap B

TEST - 5

1. $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

matrisinin $a_{12} = 5$ elemanının kofaktörü kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) 2 D) 3 E) 5

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 2 \\ 3 & 4 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

matrisinin 2. satır, 3. sütundaki elemanın kofaktörü kaçtır?

- A) -3 B) -5 C) -7 D) -9 E) -11

2. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

matrisinde 6 elemanının kofaktörü kaçtır?

- A) -6 B) -2 C) 0 D) 2 E) 6

4. $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & a & 1 \end{bmatrix}$

matrisinde a_{23} elemanının kofaktörü -25 olduğuna göre, a değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Determinant - VI

Örnek

Düzlemde $(-1, 2)$ ve $(2, 3)$ noktalarından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

Düzlemde (x_1, y_1) ve (x_2, y_2) noktalarından geçen doğru denklemini

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \text{ biçiminde yazılabilir.}$$



Çözüm

$(-1, 2)$ ve $(2, 3)$ noktalarından geçen doğru denklemini:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Determinantını hesaplamak için, Saruss Metodu kullanalım:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} & (x \cdot 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot y \cdot 1) - (2 \cdot 2 \cdot 1 + x \cdot 3 \cdot 1 + (-1) \cdot y \cdot 1) = 0 \\ & (2x - 3 + 2y) - (4 + 3x - y) = 0 \\ & 2x - 3 + 2y - 4 - 3x + y = 0 \\ & -x + 3y - 7 = 0 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

TEST - 6

1. Düzlemde $(2, 1)$ ve $(3, 4)$ noktalarından geçen doğrunun denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3x + y + 5 = 0$ B) $3x + y + 5 = 0$
C) $x + 3y + 5 = 0$ D) $3x + y - 5 = 0$
E) $x + 3y - 5 = 0$

3.

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 9 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

denklemini ile verilen doğrunun eğimi kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 3 E) 6

2. Düzlemde $(3, 2)$ ve $(-1, 3)$ noktalarından geçen doğrunun denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 4y - 11 = 0$ B) $x + 4y + 11 = 0$
C) $4x + y - 11 = 0$ D) $x + 4y - 11 = 0$
E) $4x + y + 11 = 0$

4.

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ a & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

denklemini ile verilen doğrunun eğimi -1 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Bir Determinantın Herhangi Bir Satıra veya Sütuna Göre Açılışı

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 24 & -4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 20 & -3 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $\det(A)$ kaçtır?

- A) 0 B) 4 C) 8 D) 12 E) 14

$n \geq 2$ olmak üzere, $n \times n$ türündeki bir matrisin determinantı; herhangi bir satırdaki ya da sütundaki tüm terimlerin kofaktörleriyle çarpımlarının toplamına eşittir.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} = 0$$

$|A| = a_{i1} \cdot A_{i1} + a_{i2} \cdot A_{i2} + \dots + a_{ij} \cdot A_{ij} + \dots$ dir. ... (*)

(*) eşitliği matristeki her satır ya da her sütun için yazılabilir. Özellikle terimleri arasında çok sıfır olan bir satır ya da sütun için bu eşitliği kullandığımızda determinantı kolayca bulmuş oluruz.



Çözüm

Determinantı en fazla sıfır içeren ikinci satıra göre bulalım.

$$\det A = 0 \cdot A_{21} + 2 \cdot A_{22} + 0 \cdot A_{23}$$

$$= 2 \cdot (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \cdot (-1)^4 \cdot (3 \cdot (-3) - 4 \cdot (-4))$$

$$= 2 \cdot 1 \cdot (-9 + 16)$$

$$= 14$$

Cevap E

TEST

1. $A = \begin{bmatrix} 6 & 28 & 4 \\ 3 & 12 & 5 \\ 0 & -3 & 0 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $\det A$ kaçtır?

- A) 51 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

matrisinin determinantı kaçtır?

- A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

Determinantın Özellikleri - I

Örnek

$$A = \begin{vmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix} \text{ olduğuna göre, } \begin{vmatrix} d & e & f \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

determinantının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2A B) A C) 0 D) -A E) -2A

➤ Bir determinantın bir satırındaki (veya bir sütunundaki) terimlerin tümü sıfır ise determinantın değeri sıfırdır.

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

➤ Bir determinantın iki satırındaki (veya iki sütunundaki) terimler orantılı ise, determinantın değeri sıfırdır.

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

➤ Bir determinantın iki satırındaki (veya iki sütunundaki) terimler yer değiştirirse, determinant işaret değiştirir.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 2 & 3 \\ x & y & z \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 2 & 3 \\ a & b & c \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a & x & 1 \\ b & y & 2 \\ c & z & 3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} x & a & 1 \\ y & b & 2 \\ z & c & 3 \end{vmatrix}$$

Çözüm

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix}$$

1. satır ile 3. satır yer değiştirerek

$$\begin{vmatrix} d & e & f \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix} \text{ elde edilmiş. O halde } \begin{vmatrix} d & e & f \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix} = -A \text{ dir.}$$

Cevap D

TEST - 1

1. $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}$ olduğuna göre, detA kaçtır?

- A) -2A B) -A C) 0 D) A E) 2A

2. $A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \\ 2 & 6 & 10 \end{vmatrix}$ olduğuna göre, detA kaçtır?

- A) -2 B) -2A C) -A D) 0 E) A

3. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 7 \\ -1 & -2 & -3 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} = A$ olduğuna göre,

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & -3 \\ 2 & 3 & 7 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -3A B) -A C) 0 D) A E) 3A

4. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix} = A$ olduğuna göre, $\begin{vmatrix} g & h & k \\ d & e & f \\ a & b & c \end{vmatrix}$

determinantının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2A B) A C) 0 D) -1 E) -A

1. C 2. D 3. B 4. E

Determinantın Özellikleri - II

Örnek 1

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ x & y & z \end{vmatrix} = 6$$

olduğuna göre, $\begin{vmatrix} a & 3b & c \\ d & 3e & f \\ x & 3y & z \end{vmatrix}$ değeri kaçtır?

- A) -6 B) 0 C) 6 D) 12 E) 18

➤ Bir determinantın herhangi bir satır veya sütunundaki tüm elemanlar $k \in \mathbb{R}$ ile çarpılırsa determinant değeri k ile çarpılmış olur.

$$\begin{vmatrix} k.x & k.y & k.z \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix} = k \cdot \begin{vmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix}$$

Çözüm

$$\begin{vmatrix} a & 3b & c \\ d & 3e & f \\ x & 3y & z \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ x & y & z \end{vmatrix} = 3 \cdot 6 = 18$$

Cevap E

Örnek 2

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ x & y & z \end{vmatrix} = 4 \text{ olduğuna göre,}$$

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d+5a & e+5b & f+5c \\ x & y & z \end{vmatrix} \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 20 E) 24

➤ Bir determinantın herhangi bir satırındaki (veya sütunundaki) elemanlar $k \in \mathbb{R}$ ile çarpılıp başka bir satır veya sütuna eklenirse determinantın değeri değişmez.

Çözüm

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ x & y & z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b & c \\ 5a & 5b & 5c \\ x & y & z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d+5a & e+5b & f+5c \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

$$4 + 0 = 4$$

Determinantın değeri değişmez.

Cevap A

Determinantın Özellikleri - III

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

ise $|A^3|$ determinantının değeri kaçtır?

- A) 4 B) -1 C) -4 D) -16 E) -64

- > $|A^n| = |A|^n$
> $|A^T| = |A|$
> $|A^{-1}| = |A|^{-1}$

 Çözüm

1. sütuna göre $\det A$ yı hesaplayalım.

$$\det A = 0 \cdot A_{11} + A_{21} + 0 \cdot A_{31}$$

$$= 1 \cdot (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (-1) \cdot (2 - (-2) \cdot 1)$$

$$= (-1) \cdot 4$$

$$= -4$$

$$|A| = -4 \Rightarrow |A^3| = |A|^3 = (-4)^3 = -64$$

Cevap E

TEST - 3

1. $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, $\det(A^5)$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

2. $A = \begin{bmatrix} -5 & -8 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, $|A^{-1}|$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $A^T = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}_{2 \times 2}$

$\det(A^T) = 6$ olduğuna göre, $\det A$ değeri kaçtır?

- A) -6 B) $-\frac{1}{6}$ C) 0 D) $\frac{1}{6}$ E) 6

4. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \\ 6 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, $|A^{3541}|$ determinantının değeri kaçtır?

- A) -2^{3541} B) -3541 C) 0
D) 3541 E) 2^{3541}

5. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

olmak üzere, $|A^{-1}|$ determinantının değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) 2 E) 4

6. $A^T = \begin{bmatrix} 6 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & -1 \\ a & 2 & 1 \end{bmatrix}$

$\det A = 14$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -12 B) -10 C) -8 D) -6 E) -4

1. E 2. B 3. E 4. C 5. B 6. A

Determinantın Özellikleri - IV

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

olmak üzere, $|A^3 \cdot B^2| + |2A|$ determinantının değeri kaçtır?

- A) 72 B) 80 C) 88 D) 96 E) 104

- > $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$
> $n \times n$ türünde bir A matrisi için $k \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|k \cdot A| = k^n \cdot |A| \text{ dir.}$$

 Çözüm

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot 2 - 1 \cdot 4 = 6 - 4 = 2$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 4 \cdot 6 - 3 \cdot 7 = 3$$

$$\begin{aligned} |A^3 \cdot B^2| + |2A| &= |A|^3 \cdot |B|^2 + 2^2 \cdot |A| \\ &= 2^3 \cdot 3^2 + 2^2 \cdot 2 \\ &= 8 \cdot 9 + 4 \cdot 2 \\ &= 80 \end{aligned}$$

Cevap B

TEST - 4

1. $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $\det(3A)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -18 B) -16 C) -14 D) -12 E) -10

2. A matrisi 2×2 türünde bir matristir.
 $|A| = 5$ olduğuna göre, $\det(4A)$ değeri kaçtır?

- A) 20 B) 40 C) 60 D) 80 E) 100

3. $A = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $\det(A^3 \cdot B)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 2 D) 4 E) 8

4. $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

olmak üzere, $|A^3 \cdot B^2|$ determinantının değeri kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) -2 E) 0

5. $|A \cdot B| = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ ve $|B| = -2$

ise $|A|$ determinantının değeri kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

6. $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$

ise $|A^2 \cdot B^3| + |2B|$ determinantının değeri kaçtır?

- A) 118 B) 120 C) 122 D) 124 E) 126

1. A 2. D 3. E 4. A 5. B 6. B

Ek (Adjoint) Matris

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \text{ olduğuna göre, } Ek(A) \text{ yı bulunuz.}$$

➤ Bir A kare matrisinin her elemanının yerine o elemanın kofaktörünün yazılmasıyla oluşan matrisin devriğine A matrisinin ek matrisi denir ve $Ek(A)$ biçiminde gösterilir.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow Ek(A) = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^T$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow Ek(A) = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}^T$$

Pratik Yol:

Bu özellik sadece 2×2 boyutundaki matrislerde geçerlidir.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow Ek(A) = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Çözüm

I. Yol

A matrisindeki her terimin kofaktörünü bulalım.

4 ün kofaktörü; A_{11}

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot |2| = 1 \cdot 2 = 2 \text{ dir.}$$

5 in kofaktörü; A_{12}

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot |3| = (-1) \cdot 3 = -3 \text{ tür.}$$

3 ün kofaktörü; A_{21}

$$A_{21} = (-1)^{1+2} \cdot |5| = (-1) \cdot 5 = -5 \text{ tir.}$$

2 nin kofaktörü; A_{22}

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot |4| = 1 \cdot 4 = 4 \text{ tür.}$$

Bulduğumuz kofaktörleri, A matrisinde her terimin bulunduğu yere yazalım.

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$$

Buna göre,

$$Ek(A) = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

II. Yol

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow Ek(A) = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \text{ olduğuna göre,}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow Ek(A) = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

TEST

1. $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, $Ek(A)$ yı bulunuz.

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

matrisinin ek matrisini bulunuz.

2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, $Ek(A)$ yı bulunuz.

1. $\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 8 & -6 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} 3 & -10 & 6 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & -6 & 3 \end{bmatrix}$

Bir Matrisin Tersinin Ek Matris Yardımıyla Bulunması - I

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 19 & 10 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, matrisinin terisini ek matris yardımıyla bulunuz.

➤ A kare matrisinde $|A| \neq 0$ olmak üzere,

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} Ek(A) \text{ dir.}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow Ek(A) = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\text{olduğundan, } A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \text{ dir.}$$

Çözüm

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 19 & 10 \end{bmatrix} \text{ ise } |A| = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 19 & 10 \end{vmatrix} = 4 \cdot 10 - 2 \cdot 19 = 2 \dots\dots (*)$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 19 & 10 \end{bmatrix} \text{ ise } Ek(A) = \begin{bmatrix} 10 & -2 \\ -19 & 4 \end{bmatrix} \dots\dots (**)$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} Ek(A)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 10 & -2 \\ -19 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -19 & 2 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

TEST - 1

1. $A = \begin{bmatrix} 4 & 11 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{-1} matrisini ek matris yardımıyla bulunuz.

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{-1} matrisini ek matris yardımıyla bulunuz.

2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{-1} matrisini ek matris yardımıyla bulunuz.

1. $\begin{bmatrix} 3 & -11 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} -9 & 7 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ 3. $\frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} -4 & 2 & -3 \\ -7 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

**Bir Matrisin Tersinin Ek Matris Yardımıyla
Bulunması - II**

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -a & 0 & -b \\ -b & 0 & a+6 \end{bmatrix} \text{ matrisi veriliyor.}$$

$\forall a \in \mathbb{R}$ için A matrisinin tersi olduğuna göre, b nin değer alabileceği en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-3, 3)$ B) $(-\infty, 3)$ C) $(-3, \infty)$
D) $\mathbb{R}$ E) $\mathbb{R} - [-3, 3]$

> A matrisinin ters matrisinin olmaması için $\det A = 0$ olmalıdır.

Çözüm

A matrisinin tersi olduğuna göre $\det A \neq 0$ dir.

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -a & 0 & -b \\ -b & 0 & a+6 \end{vmatrix}$$

$$= (0 + 0 + (-b) \cdot (-b)) - (0 + 0 + (-a) \cdot (a+6))$$

$$b^2 + a^2 + 6a \neq 0 \text{ (Her iki tarafa 9 ekleyelim)}$$

$$b^2 + a^2 + 6a + 9 \neq 9$$

$$b^2 + (a+3)^2 \neq 9$$

$$\Rightarrow b \notin [-3, 3]$$

$$\Rightarrow b \text{ nin değer alabileceği en geniş aralık } \mathbb{R} - [-3, 3]$$

Cevap E

TEST - 2

1. $A = \begin{bmatrix} 6 & x \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

matrisinin tersinin bulunmaması için x kaç olmalıdır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

2. $A = \begin{bmatrix} x & 5 \\ 6 & x-1 \end{bmatrix}$

matrisinin tersi olmadığına göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

3. $A = \begin{bmatrix} x-3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

matrisinin çarpma işlemine göre tersi olmadığına göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -x & 0 & -y \\ -y & 0 & x+10 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

$\forall x \in \mathbb{R}$ için A matrisinin tersi olduğuna göre, y nin değer alabileceği en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $(-5, 5)$ C) $[-5, 5]$
D) $\mathbb{R} - [-5, 5]$ E) $\mathbb{R}$

**Doğrusal Denklem Sisteminin Ters Matris
Yardımlarıyla Çözümü**

Örnek 1

$$2x + y = 7$$

$$x + 2y = 8$$

denklem sistemini, ters matris yardımıyla çözü-
nüz.

> Matris gösterimi $A \cdot X = B$ olan doğrusal denklem sistemlerini $X = A^{-1} \cdot B$ yöntemi ile çözebiliriz.

Çözüm

Verilen denklem sisteminin matris biçiminde yazılışı.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

$$X = A^{-1} \cdot B \text{ dir.}$$

A matrisinin çarpma işlemine göre tersi olan A^{-1} matrisi

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \text{Ek}(A) \text{ kuralı kullanılarak}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

Buna göre,

$$X = A^{-1} \cdot B$$

$$X = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{14}{3} + \left(-\frac{8}{3}\right) \\ -\frac{7}{3} + \frac{16}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$x = 2 \text{ ve } y = 3 \text{ olur.}$$

Örnek 2

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ y + z = 1 \\ x - 2z = -3 \end{cases}$$

denklem sistemini, ters matris yardımıyla çözü-
nüz.

Çözüm

Verilen denklem sisteminin matrisle gösterimi;

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} \text{ tür.}$$

A matrisinin tersini ek matris yardımıyla bulalım.

$$\text{Ek}(A) = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \end{bmatrix}^T$$

$$\text{Ek}(A) = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -2 & -2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$\text{Ek}(A) = \begin{bmatrix} -2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|A| = -3 \text{ olduğundan}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Ek}(A) = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Devamı arka sayfada;

Doğrusal Denklem Sisteminin Ters Matris Yardımıyla Çözümü

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

Bu durumda,

$A \cdot X = B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B$ olacağından A^{-1} matrisini yerine yazarsak

$$X = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}}_{A^{-1}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}}_B$$

$$X = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} + \frac{2}{3} + \left(-\frac{3}{3}\right) \\ -\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \left(-\frac{3}{3}\right) \\ \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{3}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

O halde, $x = 1$, $y = -1$, $z = 2$ dir.

$$1. \quad \begin{cases} x + 2y = 7 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

denklem sistemini ters matris yardımıyla çözü-
nüz.

$$2. \quad \begin{cases} x + y = 3 \\ x + 2z = 0 \\ 2y + z = 1 \end{cases}$$

denklem sistemini ters matris yardımıyla çözü-
nüz.

$$\begin{array}{ll} 1. & x = 1 \\ & y = 3 \end{array} \quad \begin{array}{ll} & x = 2 \\ 2. & y = 1 \\ & z = -1 \end{array}$$

Doğrusal Denklem Sisteminin Cramer Kuralıyla Çözümü

Katsayılar matrisi kare matris olan doğrusal denklem sistemlerinin çözümü bu yöntemle yapılabilir.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3$$

denklem sisteminde

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{bmatrix} \text{ olsun.}$$

1. $|A| \neq 0$ ise;

denklem sisteminin tek çözümü vardır ve

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|}, \quad x_2 = \frac{|A_2|}{|A|}, \quad x_3 = \frac{|A_3|}{|A|} \text{ dir.}$$

2. $|A| = 0$ ise;

a) $|A_1|$, $|A_2|$, $|A_3|$ determinantlarından en az biri sıfırdan farklı ise, denklem sisteminin çözümü yoktur.

b) $|A_1| = |A_2| = |A_3| = 0$ ise denklem sisteminin sonsuz çözümü vardır.

Örnek 1

$$2x - 3y = -5$$

$$3x + 2y = 12$$

doğrusal denklem sistemini Cramer yöntemi ile
çözüünüz.

Çözüm

Verilen denklem sisteminin matris biçiminde yazılışı:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} -5 \\ 12 \end{bmatrix}}_B \text{ dir.}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 13 \text{ olur.}$$

$$|A_1| = \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 12 & 2 \end{vmatrix} = 26$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 12 \end{vmatrix} = 39$$

Buna göre,

$$x = \frac{|A_1|}{|A|} = \frac{26}{13} = 2$$

$$y = \frac{|A_2|}{|A|} = \frac{39}{13} = 3 \text{ olur.}$$

Doğrusal Denklem Sisteminin Cramer

Kuralıyla Çözümü

Örnek 2

$$\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ x - y + z = -1 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$$

doğrusal denklem sistemini Cramer yöntemi ile çözünüz.



Çözüm

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 2 \text{ olur.}$$

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 6 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 4$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 6 & 0 \end{vmatrix} = 2$$

$$|A_3| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 6 \end{vmatrix} = -4$$

Buna göre,

$$x = \frac{|A_1|}{|A|} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y = \frac{|A_2|}{|A|} = \frac{2}{2} = 1$$

$$z = \frac{|A_3|}{|A|} = \frac{-4}{2} = -2 \text{ bulunur.}$$

1.

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$$

doğrusal denklem sistemini Cramer yöntemi ile çözünüz.

2.

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 2z = 0 \\ x - y + z = 4 \end{cases}$$

doğrusal denklem sistemini Cramer yöntemi ile çözünüz.

$$\begin{array}{ll} 1. & x = 1 \\ & y = 3 \end{array} \quad \begin{array}{ll} & x = 2 \\ 2. & y = -1 \\ & z = 1 \end{array}$$

➤ Testler

➤ Çıkış Sorular

$$1. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}_{m \times n}$$

matrisinde $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$2. \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & -7 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}_{m \times n}$$

matrisinde 2. satırdaki elemanların toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$3. \quad C = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}_{m \times n}$$

matrisinde m^n değeri kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

$$4. \quad D = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 0 & -4 \\ 3 & 4 & -6 & 1 \end{bmatrix}_{m \times n}$$

matrisinde 3. sütundaki elemanların çarpımı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$5. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 1 \\ 0 & 2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}_{4 \times 2}$$

matrisi için, $a_{32} + 2 \cdot a_{12}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -10 B) -8 C) -5 D) -3 E) 1

6. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$$A = \begin{bmatrix} i & 1-i & 1 \\ -1 & -i & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

matrisi için, $\frac{a_{12} \cdot a_{11}}{a_{22}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) $1+i$ C) -1 D) i E) $-1+i$

$$7. \quad A = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}$$

matrisi veriliyor. Buna göre, $\frac{m+n}{a_{31}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

$$8. \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

matrisi için, $\frac{a_{14} \cdot (a_{11} + 3 \cdot a_{24})}{a_{23} + a_{11}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$9. \quad A = [a_{ij}]_{2 \times 3} \text{ matrisi } a_{ij} = \begin{cases} i-j, & i, j \text{ çift ise} \\ i+j, & i, j \text{ tek ise} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanıyor. Buna göre, $a_{23} + a_{11}$ toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$$10. \quad B = [b_{ij}]_{3 \times 3} \text{ matrisi } b_{ij} = \begin{cases} 2i+j, & i < j \\ -1, & i = j \\ j^i, & i > j \end{cases}$$

şeklinde tanımlanıyor. Buna göre, $b_{13} + b_{22} + b_{32}$ toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

$$11. \quad A = \begin{bmatrix} -2 & 9 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 4 & -11 & 6 \end{bmatrix} \text{ matrisi için,}$$

$\sum_{n=1}^2 (a_{1n} + a_{n2})$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 11 B) 9 C) 6 D) 4 E) 3

12. $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ olmak üzere, $a_{ij} = (j - 2i)$ matrisi veriliyor.

Buna göre, $\sum_{j=1}^2 \prod_{i=1}^1 a_{ij}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -10 B) -6 C) -4 D) -2 E) -1

$$13. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -7 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

matrisinin asal köşegenindeki terimlerin toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$$B = \begin{bmatrix} -i & 2 & -3 \\ i & 1+i & 1 \\ -1+i & 4 & 3i \end{bmatrix}$$

matrisinin yedek köşegenindeki terimlerin çarpımı kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 9 E) 12

$$15. \quad A = \begin{bmatrix} -1 & a & 0 \\ 2 & 3 & b \\ 5 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

matrisi alt üçgen matris olduğuna göre, $2a + b$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 4 E) 7

$$16. \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & a \\ 0 & -4 & -1 \\ b & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

matrisi üst üçgen matris olduğuna göre, a^b değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

1. $\begin{bmatrix} x+2y & 5 \\ -4 & y-x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $x \cdot y$ değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \\ x & 4 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \\ y & x+y \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

$A = B$ olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ değeri kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -3 D) 0 E) 1

3. $A = [a_{ij}]_{m \times 3}$, $B = [b_{ij}]_{2 \times (n+1)}$

matrisleri eşit olduğuna göre, $m + n$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\begin{bmatrix} 27 & x \\ y & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z^3 & \log_2 8 \\ \sum_{k=1}^2 k & t+4 \end{bmatrix}$

matrisleri eşit olduğuna göre, $x + y + z + t$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

5. $A = \begin{bmatrix} \sum_{k=-1}^1 k^7 & 6 \\ 4 & \prod_{k=-4}^{10} k \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} c & 6 \\ \log_2 a & b \end{bmatrix}$

matrisleri eşit olduğuna göre, $b \cdot (a + c)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 4 E) 0

6. $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} -6 & 3 \\ -8 & 4 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor. Buna göre, $A + B$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -2 & 9 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -9 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -2 & -9 \end{bmatrix}$

7. $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ -4 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \\ -3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor. Buna göre, $A - B$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 6 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 6 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$
C) $\begin{bmatrix} 6 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -6 & 0 & -3 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$
E) $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 6 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

8. $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ ve $A + B = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ olduğuna göre,

$(-B)$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -1 \\ 6 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -1 \\ -6 \end{bmatrix}$

9. $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & y \end{bmatrix}$

$A - B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, $x \cdot y$ kaçtır?

- A) 2 B) 6 C) 10 D) 12 E) 16

10. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3x & 5 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \log_2 y & -1 & 0 \\ -4 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & z & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

11. $\begin{bmatrix} \log_2 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \log_2 5 \\ \log_3 y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \log_2 x \\ 3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ değeri kaçtır?

- A) 5 B) 3 C) 2 D) 1 E) -1

12. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, $2A - 3B$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 9 & -5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 9 & 5 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 8 & 4 \\ -9 & 5 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -8 & 4 \\ -9 & 5 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 8 & 4 \\ -9 & -5 \end{bmatrix}$

13. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $3A + 4I$ matrisinin elemanları toplamı kaçtır?

- A) -7 B) -3 C) 1 D) 3 E) 6

14. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ matrisi ve $f(x) = x - 4$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(A)$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -5 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, $A \cdot B$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -6 & -15 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -4 & 5 \\ -6 & 15 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -4 & -5 \\ 6 & 15 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 6 & 15 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -6 & -15 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, $A \cdot B$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 0 & 4 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 3 & -4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -3 & -4 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -4 & 3 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, $A \cdot B$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} -6 & -3 & -2 \\ 6 & 3 & 2 \\ -24 & -12 & -8 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -6 & -1 & -2 \\ 6 & 3 & 2 \\ 24 & 12 & 8 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} -6 & -3 & -2 \\ -6 & 3 & 2 \\ 24 & -12 & 8 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} -6 & -3 & -2 \\ 6 & 3 & 2 \\ 24 & 12 & 8 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 6 & -3 & -2 \\ 6 & 3 & 2 \\ -24 & 12 & -8 \end{bmatrix}$

4. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 0 & 9 \\ -1 & 2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, $A \cdot B$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 18 & -3 \\ 5 & -31 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -18 & 3 \\ 5 & -31 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 18 & -3 \\ 5 & 31 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 18 & 3 \\ -5 & 31 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 18 & -3 \\ -5 & -31 \end{bmatrix}$

5. $\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ -3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 \\ -4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

işleminin değeri aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

A) $\begin{bmatrix} 26 & 10 & 6 \\ -19 & -4 & -15 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 26 & -10 & -6 \\ 19 & -15 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 26 & 10 & -6 \\ -19 & -15 & 4 \\ 1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 26 & 10 & -6 \\ 19 & 15 & 4 \\ 1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} -26 & 10 & 6 \\ 19 & -15 & 4 \\ -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

6. $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

$A \cdot X = B$ olduğuna göre, X matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

7. $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ x & x-3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $x \cdot y$ kaçtır?

A) 6 B) 1 C) 0 D) -3 E) -6

8. A matrisi $5 \times (2m + 4)$ türünde, B matrisi $(6 - 2n) \times 3$ türünde olmak üzere, $A \cdot B$ işlemi tanımlıdır. Buna göre, $m + n$ toplamının değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

9. $A = [a_{ij}]_{3 \times (n+2)}$, $B = [b_{jk}]_{6 \times 2}$, $C = [c_{ik}]_{3 \times (m+1)}$ ve $C = A \cdot B$ olduğuna göre, n^m değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 16 D) 64 E) 256

10. $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$, $B = [b_{jk}]_{3 \times 2}$ ve $C = [c_{ik}]_{2 \times 2}$ olduğuna göre, aşağıdaki işlemlerden hangisi tanımlı değildir?

A) $A \cdot B$ B) $B \cdot A$ C) $C \cdot B$ D) $C \cdot A$ E) $B \cdot C$

11. $A \cdot C = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$ ve $B \cdot C = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $(A + B) \cdot C$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 1 & 11 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -1 & 9 \\ -1 & 11 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -1 & 9 \\ 1 & 11 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -1 & 9 \\ 1 & -11 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -1 & -9 \\ 1 & 11 \end{bmatrix}$

12. $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 7 & -9 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, $A^2 - \frac{BA}{3}$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$

13. $A = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, $BA - AB$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 13 & 1 \\ -1 & -13 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -13 & -1 \\ 1 & 13 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -1 & -13 \\ -1 & 13 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

1. $f(x) = x^2 - 2x + 3$ fonksiyonu ve $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor. Buna göre, $f(A)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 8 & -8 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 0 & -10 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 8 & -8 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -8 & 4 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

2. $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$

$$a_{ij} = \begin{cases} 2i + j, & i \neq j \\ i - 2j, & i = j \end{cases}$$

olduğuna göre, A^2 matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 21 & -12 \\ -15 & 24 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -21 & -12 \\ 15 & 24 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 21 & -12 \\ 15 & 24 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 21 & 12 \\ -15 & 24 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 21 & -12 \\ -15 & -24 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^{13} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & 62 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 78 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 78 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 1 & 78 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 62 & 1 \end{bmatrix}$

4. $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, B^{90} matrisi aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & 270 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -270 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -270 & 0 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 270 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & -270 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

5. $A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^{48} matrisi aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

A) $3^{24} \cdot I_2$ B) $3^{25} \cdot I_2$ C) $3^{26} \cdot I_2$
D) $3^{27} \cdot I_2$ E) $3^{28} \cdot I_2$

6. $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^{39} matrisi aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

A) $5^{20} \cdot I_2$ B) 5^{19} C) $5^{19} \cdot I_2$
D) $5^{19} \cdot A$ E) $5^{20} \cdot A$

7. $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^{200} matrisi aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2^{200} & 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2^{200} \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{200} \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2^{200} \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2^{200} \end{bmatrix}$

8. $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^{11} matrisi aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

A) $\begin{bmatrix} -3^{11} & 0 \\ 0 & -2^{11} \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -2^{11} & 0 \\ 0 & -3^{11} \end{bmatrix}$
C) $\begin{bmatrix} -3^{11} & 0 \\ 0 & 2^{11} \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 3^{11} & 0 \\ 0 & -2^{11} \end{bmatrix}$
E) $\begin{bmatrix} 2^{11} & 0 \\ 0 & 3^{11} \end{bmatrix}$

9. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^{17} matrisi aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

A) 2^{32} B) $2^{32} A$ C) $2^{32} I$
D) $2^{34} A$ E) 2^{34}

10. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^{360} matrisi aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

A) A B) I C) $5A$
D) $5^{180} A$ E) $5^{180} I$

11. $A = \begin{bmatrix} 7 & 7 \\ -6 & -6 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^{1923} matrisi aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

A) I_2 B) A C) $2A$
D) $-2A$ E) $-A$

12. $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -6 & -5 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^{2017} matrisi aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

A) $-5A$ B) $-A$ C) I_2
D) A E) $5A$

1. $A = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$

matrisinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} -7 & -5 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 7 & -5 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$

matrisinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{5} \\ 2 & -\frac{3}{5} \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{5} \\ 2 & -\frac{3}{5} \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & -\frac{1}{5} \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} 2x & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

matrisinin çarpma işlemine göre tersi olduğuna göre, x kaç olamaz?

A) 6 B) 4 C) 2 D) -3 E) -6

4. $B = \begin{bmatrix} e^y & a \\ 4 & e^{-y} \end{bmatrix}$

matrisinin çarpma işlemine göre tersi tanımlı olmadığına göre, a kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

5. $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & b \end{bmatrix}$

matrisinin tersi kendisine eşit olduğuna göre, a . b çarpımının değeri kaçtır?

A) 1 B) 0 C) -1 D) 2 E) 3

6. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -10 & 1 \end{bmatrix}$ ve $A \cdot C = B$

olduğuna göre, C matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -4 & -5 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$

7. $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ olduğuna göre,

A matrisinin birinci satırı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$

8. $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, 4A matrisinin elemanlarının toplamı kaçtır?

A) -3 B) -2 C) 0 D) 1 E) 2

9. A matrisinin çarpma işlemine göre tersi A^{-1} dir.

$A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -5 & 6 \end{bmatrix}$ ve $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $(A \cdot B)^{-1}$ matrisinin 2. sütunu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} -45 \\ 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 45 \\ 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 0 \\ 45 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 45 \\ 45 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 0 \\ -45 \end{bmatrix}$

10. $A = \begin{bmatrix} x & y \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$ matrisinin toplama ve çarpma işlemlerine göre tersleri eşit olduğuna göre, $-\frac{x}{y}$ kaçtır?

A) $\frac{14}{65}$ B) $\frac{11}{65}$ C) $\frac{8}{65}$ D) $\frac{7}{65}$ E) $\frac{6}{65}$

11. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor. Buna göre, $2A + B^T$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 2 & 8 \\ -9 & 7 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -2 & 8 \\ -9 & 7 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -2 & -8 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 & 8 \\ -9 & -7 \end{bmatrix}$

12. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -9 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor. Buna göre, $3A - 2B^T$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 6 & -12 \\ -1 & -17 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 6 & -12 \\ 1 & 17 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 6 & 12 \\ 1 & 17 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 6 & -12 \\ 1 & -17 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -6 & 12 \\ 1 & 17 \end{bmatrix}$

13. $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor. $A \cdot A^T = B$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

14. $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

Buna göre, $B^{-1} \cdot A = A^T$ olduğuna göre, B matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

1. $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $A = \begin{bmatrix} 1920 & 1921 \\ 1922 & 1923 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $|A|$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 3 D) 5 E) 6

3. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$$\begin{vmatrix} (1+i)^6 & 5 \\ 13 & (1-i)^6 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

4. $A = \begin{bmatrix} \cos 15^\circ & \sin 75^\circ \\ -\sin 15^\circ & \cos 75^\circ \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $|A|$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ a & 5 \end{bmatrix}$

olmak üzere, $|A| = 13$ olduğuna göre, a değeri kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 0 E) 4

6. $\begin{vmatrix} x-3 & -2 \\ ax+1 & 5 \end{vmatrix} = 7$

denkleminin bir kökü 4 olduğuna göre, a değeri kaçtır?

- A) 5 B) 3 C) 0 D) -1 E) -4

7. $p \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 3x - 10 \text{ ve } f(p) = \begin{vmatrix} p+1 & 1 \\ -p+4 & 0 \end{vmatrix}$$

olduğuna göre, $f(p)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $\begin{vmatrix} \log_3 2 & \log_7 \frac{1}{7} \\ \log_7 25 & \log 9 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 2 B) 0 C) -3 D) -4 E) -5

9. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $\det A$ değeri kaçtır?

- A) 39 B) 45 C) 49 D) 54 E) 59

10. $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ x+3 & -4 & x \\ x^2 & 1 & x^2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $|A|$ değeri kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 2 D) 3 E) 6

11. $\begin{vmatrix} 1 & x^3 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 82$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $A = \begin{bmatrix} 1 & 11 & -7 \\ -4 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A matrisinin a_{23} elemanının minörü kaçtır?

- A) 11 B) 8 C) 5 D) 3 E) 1

13. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 3 & 6 & -1 \\ -4 & x & 2 \end{bmatrix}$

matrisinde $M_{21} = -65$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 11 B) 13 C) 15 D) 16 E) 19

14. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & -1 & 2 \\ -6 & 0 & -1 & -4 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, bu matrisin a_{14} elemanının minörü kaçtır?

- A) 80 B) 70 C) 65 D) 60 E) 55

15. $A = \begin{bmatrix} \log_5 x & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

matrisinde a_{22} elemanının kofaktörü -1 olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{1}{25}$ B) $\frac{1}{5}$ C) 1 D) 5 E) 25

16. $A = \begin{bmatrix} 1 & -7 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 5 & 8 & -1 \end{bmatrix}$

matrisinin a_{33} elemanının kofaktörü kaçtır?

- A) 21 B) 18 C) 15 D) 13 E) 10

1. $A = \begin{bmatrix} -7 & a & 1 \\ 3 & 6 & 0 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

matrisinde a_{33} elemanının kofaktörü -45 olduğuna göre, $a^2 + a$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. Düzlemde $(2, -1)$ ve $(0, 4)$ noktalarından geçen doğru denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5y - 2x + 8 = 0$ B) $2y + 5x + 8 = 0$
C) $2y + 5x - 8 = 0$ D) $5y - 2x - 8 = 0$
E) $2y - 5x - 8 = 0$

3. $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -3 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$

denklemleri ile verilen doğrunun eğimi kaçtır?

- A) $-\frac{7}{2}$ B) $-\frac{5}{2}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) -1 E) 1

4. $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 2 & 7 & 1 \end{vmatrix} = 0$

denklemleri ile verilen doğrunun y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

- A) -15 B) -13 C) -11 D) -9 E) -4

5. $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & -4 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$

denklemleri ile verilen doğrunun eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 3 C) $\frac{15}{2}$ D) 9 E) $\frac{21}{2}$

6. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & -12 \\ 5 & -10 & -15 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $\det A$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) A D) $2A$ E) $3A$

7. $A = \begin{vmatrix} x & y & z \\ t & k & l \\ m & n & p \end{vmatrix}$ olduğuna göre,

$\begin{vmatrix} y & x & z \\ n & m & p \\ k & t & l \end{vmatrix}$ determinantının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2A$ B) A C) 0 D) $-A$ E) $-2A$

8. $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & -6 \\ 0 & 0 & -4 \end{vmatrix} = A$ olduğuna göre,

$\begin{vmatrix} 4 & 0 & -1 \\ -6 & 2 & 3 \\ -4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

- A) $-A$ B) -1 C) 0 D) 1 E) A

9. $\begin{vmatrix} 0 & 11 & -45 \\ 9 & -3 & 6 \\ \prod_{k=1}^4 k & 1 & \sum_{m=-4}^4 m^3 \end{vmatrix} = A$ olduğuna göre,

$\begin{vmatrix} 0 & 11 & -45 \\ 9 & -3 & 6 \\ 5! & 5 & 0 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

- A) $5A$ B) $3A$ C) $2A$ D) A E) 0

10. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & k & l \end{vmatrix} = 13$ olduğuna göre,

$\begin{vmatrix} a-g & b-k & c-l \\ 3d & 3e & 3f \\ g & k & l \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

- A) -13 B) 0 C) 13 D) 26 E) 39

11. $A = \begin{bmatrix} (-i+1)^4 & 5 \\ 2 & (i+1)^4 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $\det(A^3)$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 6 D) 36 E) 216

12. $A^T = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $\det(A^{-1})$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 4

13. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ve $\det A = 3$

olduğuna göre, $|A^{-1}| \cdot (|A^T| + |A|)$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 4

14. $A^T = \begin{bmatrix} 9 & 1 & 0 \\ 11 & 3 & -1 \\ 2 & 17 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $|A| \cdot |A^{-1}|$ çarpımının değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

15. $A = \begin{bmatrix} -6 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & -3 \\ 12 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $|A^{2012}|$ değeri kaçtır?

- A) -10 B) 0 C) 10 D) 20 E) 30

16. $A = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ ve $\det A = 4$

olduğuna göre, $|A^2|$ değeri kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 10 D) 16 E) 18

1. $|A.B| = \begin{vmatrix} x+1 & x-1 \\ x+4 & x+2 \end{vmatrix}$ ve $|B| = 1$

olduğuna göre, $|A|$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 3 E) 6

2. A matrisi 3×3 türünde bir matristir.

$|A| = 2$ olduğuna göre, $\det(3A)$ değeri kaçtır?

- A) 54 B) 27 C) 9 D) 3 E) 1

3. $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -7 \\ 1 & -2 & 0 \\ -8 & -6 & 14 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, $|A^3 \cdot B|$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -23 B) 0 C) 23 D) 46 E) 69

4. $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $|2A^T \cdot B^2|$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 10 E) 12

5. $A = \begin{bmatrix} x & 5 \\ 1 & x-4 \end{bmatrix}$

matrisinin tersi olmadığına göre, x in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

- A) -9 B) -7 C) -5 D) -3 E) -1

6. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -a & 0 & b \\ b & 0 & a+4 \end{bmatrix}$

matrisi veriliyor.

$\forall a \in \mathbb{R}$ için A matrisinin tersi olduğuna göre, b nin en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $(-2, 2)$ C) $[-2, 2]$
D) $\mathbb{R} - [-2, 2]$ E) $\mathbb{R}$

7. $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2x+1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

matrisinin çarpma işlemine göre tersi olmadığına göre, x kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 4 E) 8

8. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

matrisi için $\text{Ek}(A)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

9. $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$

matrisi için $\text{Ek}(A)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} -4 & 18 & -19 \\ 2 & 0 & 5 \\ 2 & 0 & -4 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -4 & 2 & 2 \\ 18 & 0 & 0 \\ -19 & 5 & -4 \end{bmatrix}$
C) $\begin{bmatrix} 4 & -18 & -19 \\ 2 & 0 & -5 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 4 & -18 & 19 \\ 2 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & -4 \end{bmatrix}$
E) $\begin{bmatrix} -4 & 18 & -19 \\ 2 & 0 & 5 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

10. $\begin{vmatrix} x-5 & 3 \\ 3 & x+3 \end{vmatrix} \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 15 E) 18

11. $\begin{vmatrix} x^3 & y^3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ ve $x - y = 3$ ise,

$x^2 + xy + y^2$ değeri kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 13 E) 14

12. $2x^2 + (a+1)x + 3 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\begin{vmatrix} x_1 \cdot x_2 & -x_1 \cdot x_2 \\ x_2 & x_1 \end{vmatrix} = 9$$

olduğuna göre, a değeri kaçtır?

- A) -5 B) -7 C) -9 D) -11 E) -13

1. $x - 2y = 5$
 $x + y - z = -4$
 $3x + z = -3$
denklemler sistemine göre, x değeri kaçtır?
A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 5

2. $a - b = 4$
 $2a + 3c = 7$
 $-a + b + c = 3$
denklemler sisteminin katsayılar matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
C) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
E) $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

3. $2a - b + c = -5$
 $a + c = 1$
 $a + b - c = -7$
denklemler sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{(-4, 2, 5)\}$ B) $\{(-4, -2, 5)\}$
C) $\{(1, -2, 5)\}$ D) $\{(-1, 2, 5)\}$
E) $\{(-1, -2, 4)\}$

4. $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$
matris biçiminde yazılışı yukarıdaki gibi olan denklemler sisteminin denklemlerinden biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?
A) $x + 2y - z = 0$ B) $2x - 3y + z = -4$
C) $-3 + y = 0$ D) $x + 2y - z = 4$
E) $x - 2y - z = 4$

5. $ax + 3y = 6$
 $2x - y = -2$
denklemler sisteminin sonsuz çözümü olduğuna göre, a değeri kaçtır?
A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

6. $mx + 4y - 6z = 9$
 $2x + y + z = 6$
 $-x + z = 7$
denklemler sisteminin çözüm kümesi tek elemanlı olduğuna göre, m kaç olamaz?
A) 13 B) 15 C) 18 D) 20 E) 22

7. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$
olduğuna göre, $a.b.c$ kaçtır?
A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

8. $x + y - z = 0$
 $2x - z = 1$
denklemler sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{m | m, m - 1, 2m - 1\}$
B) $\emptyset$
C) $\{m | m, m + 1, 2m\}$
D) $\{m | -m, m + 1, m\}$
E) R

Çıkış Sorular

1. $\begin{bmatrix} x-y \\ 2x+y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y \\ -3 \end{bmatrix}$

eşitliğini sağlayan x ve y değerleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x=2, y=-2$ B) $x=-2, y=-2$
C) $x=-2, y=3$ D) $x=2, y=-3$
E) Çözümlemeyiz.

(1970 - ÜSS)

2. A, $a \times b$ türünden bir matris

B, $c \times d$ türünden bir matris

olmak üzere, A ve B matrislerinin çarpılabilmesi için aşağıdakilerden hangisi sağlanmalıdır?

- A) $b=d$ B) $a=d$ C) $c=a$
D) $b=c$ E) $a=b$

(1971 - ÜSS)

3. $\begin{bmatrix} 2x+y \\ -x+y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x-2y \\ 2y+x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -4 \end{bmatrix}$

eşitliğini sağlayan x ve y değerleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x=0, y=1$ B) $x=1, y=-2$
C) $x=1, y=2$ D) $x=-1, y=-2$
E) $x=1, y=0$

(1972 - ÜSS)

4. $\begin{bmatrix} 2x-3y \\ x-3y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x-y \\ x-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x+y \\ y+4 \end{bmatrix}$

eşitliğini sağlayan x ve y değerleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x=-1, y=5$ B) $x=5, y=1$
C) $x=-2, y=-1$ D) $x=5, y=2$
E) $x=-1, y=2$

(1973 - ÜSS)

5. Terimleri birer matris olan geometrik bir dizinin ilk

terimi $a_1 = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$

ve ortak çarpan matrisi $r = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $r^3 a_1$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\begin{bmatrix} -54 & 54 \\ 0 & -32 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -27 & 27 \\ 0 & -16 \end{bmatrix}$
C) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 24 & -32 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 24 & 32 \end{bmatrix}$
E) $\begin{bmatrix} 27 & -27 \\ 0 & 16 \end{bmatrix}$

(1975 - ÜSS)

6. $A = \begin{bmatrix} m & n \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 1-n & n \\ m & 1-m \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A.B nedir?

- A) B.A B) A C) B
D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}$

(1976 - ÜSS)

7. Elemanları, $(Z/(3), +, \cdot)$ olan,

$A = \begin{bmatrix} \bar{2} & \bar{1} \\ -\bar{1} & \bar{0} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \bar{1} & -\bar{2} \\ \bar{0} & \bar{2} \end{bmatrix}$

matrisleri için de çarpma kuralı geçerli ise, (negatif eleman kullanmadan) A.B çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} \bar{1} & \bar{1} \\ \bar{1} & \bar{0} \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} \bar{0} & \bar{2} \\ \bar{2} & \bar{0} \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} \bar{2} & \bar{1} \\ \bar{1} & \bar{2} \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} \bar{2} & \bar{1} \\ \bar{2} & \bar{2} \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} \bar{1} & \bar{1} \\ \bar{1} & \bar{2} \end{bmatrix}$

(1978 - ÜSS)

8. $M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ($a, b, c, d \in Z$) matrisinin tersi,

$M^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ gibi bir matristir.

x, y, z, t $\in Z$ olması için, a, b, c, d aşağıdaki bağıntılardan hangisini sağlamalıdır?

- A) $ac - bd = 1$ B) $ad + bc = 1$
C) $ab - dc = 1$ D) $ab + dc = 1$
E) $ad - bc = 1$

(1979 - ÜSS)

9. $M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

matrisinde her satırın terimleri toplamı 3 olduğuna göre, M^2 matrisinin 1. satır terimleri toplamı nedir?

- A) 4 B) 9 C) 12 D) 15 E) 16

(1981 - ÖYS)

10. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{15} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4^{15} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $(-2)^{15} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
C) $4^{15} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ D) $(-2)^{15} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
E) $2^{15} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(1982 - ÖYS)

11. $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, xy çarpımı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{24}$ B) $-\frac{1}{18}$ C) $-\frac{1}{16}$
D) $-\frac{1}{12}$ E) $-\frac{1}{6}$

(1983 - ÖYS)

12. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ biçiminde bir matrisin tersi,

$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ dir.

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $AX = B$ eşitliğini sağlayan X matrisinin tüm elemanlarının toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(1984 - ÖYS)

Çıkış Sorular

13. $\begin{bmatrix} a & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{12} & b \end{bmatrix}$

matrisinin tersi kendisine eşit olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{35}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{17}}{6}$ C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{1}{12}$ E) 0

(1985 - ÖYS)

14. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}^{1986}$

matrisinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $9^{993} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $3^{1986} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$
C) $3^{993} \begin{bmatrix} 2^{993} & 2^{993} \\ 0 & -3^{993} \end{bmatrix}$ D) $3^{1986} \begin{bmatrix} 2^{1986} & 2^{1986} \\ 0 & 3^{1986} \end{bmatrix}$
E) 0

(1986 - ÖYS)

15. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ve $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

olduğuna göre, c kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

(1987 - ÖYS)

16. $A_{m \times m}$ matrisi ve $B = A^T + A$ verildiğine göre, B^T aşağıdakilerden hangisine eşittir? (A^T , A matrisinin transpozesidir (devriğidir).)

- A) B^{-1} B) B C) A^{-1} D) A^T E) A

(1988 - ÖYS)

17. $\begin{bmatrix} a & b \\ c & x \end{bmatrix}$

matrisinin elemanları k ($k \neq 0$) kadar artırıldığında determinantı değişmediğine göre x in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a + b - c$ B) $b + c - a$ C) $c + a - b$
D) $a + b + c$ E) $-a - b - c$

(1989 - ÖYS)

18. K, 2×2 türünden bir matris olmak üzere,

$K \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ve $K \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $K \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} -9 \\ 7 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -7 \\ -4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

(1990 - ÖYS)

19. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & a & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = [0]$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) 3 D) 4 E) 5

(1991 - ÖYS)

20. $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & \cdot & \cdot \\ \cdot & b & \cdot \\ \cdot & \cdot & c \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 10 C) 2 D) -1 E) -2

(1992 - ÖYS)

21. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}^2 - 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

toplamı aşağıdaki matrislerden hangisine eşittir?

- A) $\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ -9 & -3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -6 & 6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$

(1993 - ÖYS)

22. I, 2×2 türünde birim matrisi ve

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $A^2 - 4A + 4I$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(1994 - ÖYS)

23. $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ olmak üzere,

$A \cdot B = A - B$

olduğuna göre, B matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

(1995 - ÖYS)

24. $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ y & -2 \end{bmatrix}$ matrisi için,

$A^{-1} \cdot A = A^2$

olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

(1996 - ÖYS)

25. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & 7 \\ 1 & 3 & a-9 \end{bmatrix}$

matrisinin ters matrisinin olmaması için a kaç olmalıdır?

- A) 15 B) 14 C) 11 D) 6 E) 5

(1996 - ÖYS)

26. $\begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & a+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

(1997 - ÖYS)

Çıkış Sorular

27. $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $(AB)^t$ aşağıdakilerden hangisidir? (A^t : A matrisinin devriği (transpozisi))

A) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -19 \\ 8 & -18 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & -10 \\ -5 & -19 \\ 8 & -18 \end{bmatrix}$
C) $\begin{bmatrix} 3 & -10 \\ -5 & -19 \\ 7 & -18 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 2 & -5 & 0 \\ -10 & -17 & 3 \end{bmatrix}$
E) $\begin{bmatrix} 3 & 8 & -5 \\ 10 & 19 & 18 \end{bmatrix}$

(1998 - ÖYS)

28. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

matrisler için $A \cdot X = B$ denklemini sağlayan X matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

(2007 - ÖSS Mat 2)

29. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

Yukarıda matris gösterimi verilen doğrusal denklem sisteminin çözümünde x kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

(2009 - ÖSS)

30. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

matrisinin devriği A^t ve ters matrisi A^{-1} olduğuna göre, $A^t \cdot A^{-1}$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -2 & -9 \\ 3 & 5 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$

(2010 - LYS 1)

31. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

(2011 - LYS 1)

ÇIKMIŞ SORULAR
CEVAP ANAHTARI

1. C	6. B	11. A	16. B	21. C	26. C
2. D	7. D	12. C	17. B	22. D	27. B
3. C	8. E	13. A	18. B	23. C	28. C
4. B	9. E	14. A	19. A	24. C	29. A
5. C	10. B	15. D	20. B	25. B	30. A
					31. B

1. $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \\ m & 3 & 1 \end{bmatrix}$

determinantının 3 e eşit olması için m nin değeri aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

(1973 - ÜSS)

2. $\begin{vmatrix} -\sin a & \cos a \\ \cos a & \sin a \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos a & \sin a \\ -\cos a & \sin a \end{vmatrix}$

determinantlarının çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) $\sin 2a$ C) -1

D) 0 E) $-\sin 2a$

(1973 - ÜSS)

3. Aşağıdakilerden hangisi $A(2, -3)$ ve $B(-1, 3)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi değildir?

A) $\begin{vmatrix} x+1 & y-3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$ B) $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$

C) $\begin{vmatrix} x-2 & y+3 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} = 0$ D) $y = -2x + 1$

E) $\frac{y+3}{6} = \frac{x-2}{-3}$

(1975 - ÜSS)

4. $\begin{vmatrix} x+1 & 2 & 3 \\ 1 & x+2 & 3 \\ 1 & 2 & x+3 \end{vmatrix} = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-1, -2, -3\}$ B) $\{0, -6, 6\}$

C) $\{-6, 0\}$ D) $\{0, 6\}$

E) $\{1, 2, 3\}$

(1977 - ÜSS)

5. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 2 \end{bmatrix}$ ve $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

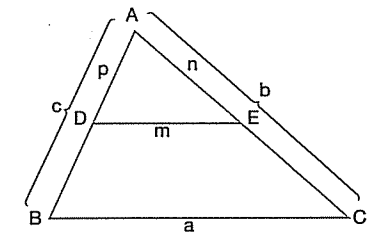
olduğuna göre, $\det(A - \lambda I) = 0$ eşitliğini sağlayan λ değerleri λ_1, λ_2 dir.

Bu değerlerden meydana gelen $A - \lambda I$ matrislerinin çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(1980 - ÜSS)

6.



Verilen şekilde $[DE] \parallel [BC]$ dir.

ABC üçgeninin kenarları a, b, c ve ADE üçgeninin kenarları m, n, p olduğuna göre,

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ m & n & p \\ a & b & c \end{vmatrix}$

determinantının değeri nedir?

A) 6 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

(1981 - ÖYS)

7.

$\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ 2 & 3 & 4 \\ x & 5 & x \end{vmatrix} = 16$

denkleminin kökü kaçtır?

A) 0 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4

(1987 - ÖYS)

Çıkış Sorular

8. $\begin{vmatrix} 99876 & 99877 \\ 99874 & 99875 \end{vmatrix}$

determinantının değeri nedir?

- A) $(99870)^2$ B) 99872 C) 99882
D) 4 E) 2

(1988 - ÖYS)

9. $\begin{vmatrix} 1376 & 1375 \\ 1375 & 1376 \end{vmatrix}$

determinantının değeri nedir?

- A) 7253 B) 3502 C) 2751
D) 2150 E) 1

(1992 - ÖYS)

10. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$\begin{vmatrix} 1 & i & i-1 \\ 0 & 1 & i-1 \\ 0 & i & i \end{vmatrix}$

determinantının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2i - 1$ B) $2i + 1$ C) i
D) 0 E) 1

(1994 - ÖYS)

11. $\begin{vmatrix} 0 & 3 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 10 B) 28 C) 47 D) 93 E) 100

(1997 - ÖYS)

12. $\begin{vmatrix} 1998 & 1990 \\ 2006 & 1998 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 8 B) 16 C) 32 D) 64 E) 128

(1998 - ÖYS)

13. $\begin{vmatrix} \log_2 8 & \log_4 5 \\ \log_5 4 & \frac{1}{\log_{27} 3} \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 5

(2006 - ÖSS Mat 2)

14. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -6

(2010 - LYS 1)

15. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

matrisi veriliyor.

Buna göre, $\det(A^2 - B^2)$ kaçtır?

- A) -4 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

(2011 - LYS 1)

sonuç yayınları

ÇIKMIŞ SORULAR
CEVAP ANAHTARI

1. D 4. C 7. C 10. B 13. C
2. B 5. D 8. E 11. E 14. B
3. A 6. E 9. C 12. D 15. E