

LYS
KARMAŞIK SAYILAR

$$Z = r \operatorname{Cis} \theta$$

SONUÇ YAYINLARI

LYS

Karmaşık Sayılar

Bu kitabın tamamının ya da bir kısmının, kitabı yayımlayan şirketin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemiyle çoğaltılması, yayımlanması ve depolanması yasaktır.

Bu kitabın tüm hakları, Etkin Sonuç Yayıncılık Mat. Dağ. Eğt. San. Tic. Ltd. Şti.'ne aittir.

Baskı Tarihi

Eylül – 2012

Baskı – Cilt



MATBAACILIK SAN. VE TİC. AŞ

Bahçekapı Mah. 2460. Sok. Nu.:7
06370 Şişmaz / ANKARA
Tel: (0312) 278 34 84 (pbx)
www.tunamatbaacilik.com.tr
Sertifika No: 16102

Dizgi – Grafik

Sonuç Yayınları Dizgi Birimi

Ana Dağıtım

Necatibey Cad. Oyak İş Merkezi 51/19

Çankaya / ANKARA

Tel: (0 312) 229 02 81

Cep: (0 533) 215 06 84

İÇİNDEKİLER

KARMAŞIK SAYILAR

SANAL SAYI BİRİMİ VE SANAL BİRİMİN KUVVETLERİ	5
KARMAŞIK SAYI, KARMAŞIK SAYILARIN EŞİTLİĞİ, KARMAŞIK DÜZLEM	10
KARMAŞIK SAYININ EŞLENİĞİ VE MODÜLÜ	13
KARMAŞIK SAYILarda DÖRT İŞLEM VE KARMAŞIK SAYILarda İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEM ÇÖZÜMÜ	15
KARMAŞIK SAYILarda MODÜL İLE İLGİLİ ÖZELLİKLER	26
İKİ KARMAŞIK SAYI ARASINDAKİ UZAKLIK	30
KARMAŞIK SAYILARIN KUTUPSAL GÖSTERİMİ	36
KUTUPSAL BİÇİMDE İŞLEMLER	43
KARMAŞIK SAYILARIN ORJİN ETRAFINDA DÖNDÜRÜLMESİ VE KUVVETLERİ	47
KARMAŞIK SAYILARIN KÖKLERİ	51

SANAL SAYI BİRİMİ VE SANAL BİRİMİN KUVVETLERİ	56
---	----

TEST

KARMAŞIK SAYI, KARMAŞIK SAYILARIN EŞİTLİĞİ, KARMAŞIK DÜZLEM, KARMAŞIK SAYININ EŞLENİĞİ	58
---	----

TEST

KARMAŞIK SAYININ MODÜLÜ VE KARMAŞIK SAYILarda DÖRT İŞLEM	60
--	----

TEST 1, TEST 2, TEST 3, TEST 4

KARMAŞIK SAYILarda MODÜL İLE İLGİLİ ÖZELLİKLER	68
--	----

TEST

İKİ KARMAŞIK SAYI ARASINDAKİ UZAKLIK	70
--	----

TEST 1, TEST 2

KARMAŞIK SAYILARIN KUTUPSAL GÖSTERİMİ VE KUTUPSAL BİÇİMDE İŞLEMLER	75
--	----

TEST 1, TEST 2, TEST 3, TEST 4, TEST 5

KARMAŞIK SAYILARIN ORIJİN ETRAFINDA DÖNDÜRÜLMESİ VE KUVVETLERİ 83

TEST 1, TEST 2

KARMAŞIK SAYININ KÖKLERİ 86

TEST

KARMAŞIK SAYILAR 88

KARMA TEST 1, KARMA TEST 2, KARMA TEST 3, KARMA TEST 4

KARMAŞIK SAYILAR 95

ÇIKMIŞ SORULAR

Sanal Sayı Birimi

Örnek

$\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-4} \cdot \sqrt{-6}$ işleminin sonucu nedir?

- A) $-6\sqrt{2}i$ B) $-3\sqrt{2}i$ C) $\sqrt{2}i$
D) $3\sqrt{2}i$ E) $6\sqrt{2}i$

Çözüm

Karesi -1 e eşit olan sayıya, sanal (imajiner) sayı birimi denir ve i ile gösterilir.

Yani $i^2 = -1$ veya $i = \sqrt{-1}$ dir.

$m \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere;

$\sqrt{-m} = i\sqrt{m}$ dir.

$$\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-4} \cdot \sqrt{-6} = i\sqrt{3} \cdot i\sqrt{4} \cdot i\sqrt{6}$$

$$i\sqrt{3} \cdot i\sqrt{4} \cdot i\sqrt{6} = \sqrt{3 \cdot 4 \cdot 6} \cdot i^2 \cdot i$$

$$= \sqrt{72} \cdot (-1) \cdot i$$

$$= 6\sqrt{2} \cdot -i$$

$$= -6\sqrt{2}i \text{ olur.}$$

Cevap A

TEST - 1

1. $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-2}$ işleminin sonucu nedir?

- A) $-\sqrt{2}$ B) -1 C) i
D) 1 E) $\sqrt{2}$

4. $2 + \sqrt{-9}$ işleminin sonucu nedir?

- A) 2 B) 3 C) $3i$
D) $2 - 3i$ E) $2 + 3i$

2. $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3}$ işleminin sonucu nedir?

- A) $-\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{3}$ C) $-\sqrt{6}$
D) $i\sqrt{2}$ E) $i\sqrt{3}$

5. $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{-3}}{3}$ işleminin sonucu nedir?

- A) $-i$ B) 1 C) i D) $\sqrt{3}$ E) $i\sqrt{3}$

3. $\sqrt{-4} \cdot \sqrt{-9}$ işleminin sonucu nedir?

- A) -6 B) -3 C) -2
D) $2i$ E) $3i$

6. $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} \cdot \sqrt{-6}$ işleminin sonucu nedir?

- A) $-6i$ B) $-3i$ C) $-2i$
D) i E) $2i$

i nin (Sanal Birimin) Kuvvetleri - I

Örnek

$$P(x) = x^3 - x^2 + x - 1$$

olduğuna göre, $P(i)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = i^2 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$$

$$i^4 = 1$$

$$P(x) = x^3 - x^2 + x - 1$$

$$\Rightarrow P(i) = i^3 - i^2 + i - 1$$

$$\Rightarrow P(i) = -i + 1 + i - 1$$

$$\Rightarrow P(i) = 0 \text{ dir.}$$

Cevap C

TEST - 2

1. $i + i^3$ işleminin sonucu nedir?

- A) -1 B) -i C) 0 D) i E) $i - 1$

4. $P(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ ise $P(-i)$ nedir?

- A) $1 - i$ B) $1 + i$ C) $2 + i$
D) $3 + i$ E) $4 + i$

2. $i^2 + i^4$ işleminin sonucu nedir?

- A) 0 B) 1 C) i D) $1 + i$ E) 2

5. $P(x) = x^4 - x^2 + 1$ ise $P(-i)$ nedir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

3. $i^3 + i^2 + 1$ işleminin sonucu nedir?

- A) -i B) -1 C) 0 D) 1 E) i

6. $P(x) = x^4 + x^3 - x^2 - 1$ ise $P(-i)$ nedir?

- A) $1 - i$ B) i C) $1 + i$
D) $2i$ E) $3i$

sonuç yayınıları

i nin (Sanal Birimin) Kuvvetleri - II

Örnek

$$i^{42} + i^{-13}$$
 işleminin sonucu nedir?

- A) -i B) $1 - i$ C) $1 + i$
D) $-1 - i$ E) i

i^n ifadesi bulunurken n sayısı 4 ile bölünür. Daha sonra kalan üs olarak yazılıp hesaplanır.

$$i^n = \begin{cases} 1, & n = 4k + 0 \\ i, & n = 4k + 1 \\ -1, & n = 4k + 2 \\ -i, & n = 4k + 3 \end{cases}$$

Çözüm

$$i^{42}$$
 için

42 sayısının 4 ile bölümünden kalan 2 dir.

$$\begin{array}{r} 42 \\ 40 \end{array} \overline{) \quad 4} \qquad i^{42} = i^2 = -1 \text{ olur.}$$

$$i^{-13}$$
 için

-13 sayısının 4 ile bölümünden kalan 3 tür.

$$\begin{array}{r} -13 \\ -16 \end{array} \overline{) \quad -4} \qquad i^{-13} = i^3 = i^2 \cdot i = -i \text{ olur.}$$

Buna göre, $i^{42} + i^{-13} = -1 - i$ dir.

Cevap D

TEST - 3

1. $i^{18} + i^{21}$ işleminin sonucu nedir?

- A) -1 B) -i C) $1 + i$
D) $-1 + i$ E) $1 - i$

4. $i^2 + \frac{1}{i^3}$ işleminin sonucu nedir?

- A) -i B) $1 - i$ C) $2i$
D) i E) $-1 + i$

2. $i^{2011} + i^8$ işleminin sonucu nedir?

- A) -1 B) -i C) $1 - i$
D) $1 + i$ E) i

5. $i^{-14} + i^{-25}$ işleminin sonucu nedir?

- A) -i B) $-1 - i$ C) $-1 + i$
D) i E) $2i$

3. $i^{264} + i^{283}$ işleminin sonucu nedir?

- A) -1 B) -i C) $1 - i$
D) $1 + i$ E) i

6. $i^{-206} + i^{-208}$ işleminin sonucu nedir?

- A) -i B) -1 C) 0 D) 1 E) i

i nin (Sanal Birimin) Kuvvetleri - III

Örnek

$i^1 + i^2 + i^3 + \dots + i^{61}$ işleminin sonucu nedir?

- A) $-i$ B) -1 C) $1+i$
 D) $-1-i$ E) i

Çözüm

i nin ardışık dört teriminin toplamı her zaman 0 dir.

$$\underbrace{i^1 + i^2 + i^3 + i^4}_{0} + \underbrace{i^5 + i^6 + i^7 + i^8}_{0} + \dots + \underbrace{i^{57} + i^{58} + i^{59} + i^{60}}_{0} + i^{61}$$

$= i^{61} = i^1 = i$ olur.

$$\begin{array}{r} 61 \\ 60 \quad | \quad 4 \\ \hline 15 \\ \hline 1 \end{array}$$

Cevap E

TEST - 4

1. $i^8 + i^9 + i^{11}$ işleminin sonucu nedir?

- A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

4. $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{74}$ işleminin sonucu nedir?

- A) $-i$ B) $-1-i$ C) $-1+i$
 D) 0 E) $1+i$

2. $i^4 + i^5 + i^6 + i^7$ işleminin sonucu nedir?

- A) 0 B) 1 C) i D) $2i$ E) $3i$

5. $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{15}$ işleminin sonucu nedir?

- A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

3. $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{41}$ işleminin sonucu nedir?

- A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

6. $i^2 = -1$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlışır?

- A) $i^{2000} = 1$ B) $i^{-101} = -i$ C) $i^{43} = i^{39}$
 D) $i^{41} = i^{51}$ E) $i^{18} + i^{41} = 0$

sonuç yayınıları

i nin (Sanal Birimin) Kuvvetleri - IV

Örnek

$n \in N$ olmak üzere,

$$i^{4n+2} + i^{12n+3}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1-i$ B) $1+i$ C) $-1+i$
 D) $-1-i$ E) $-2-i$

Çözüm

$$i^{4n} = i^{8n} = i^{12n} = i^{16n} = \dots = 1 \text{ dir.}$$

$$i^{4n+2} + i^{12n+3} = \underbrace{i^{4n}.i^2}_{=1.i^2} + \underbrace{i^{12n}.i^3}_{=1.i^3}$$

$$= 1.i^2 + 1.i^3$$

$$= -1-i \text{ olur.}$$

Cevap D

TEST - 5

1. $n \in Z$ olmak üzere,

$$i^{4n+3}$$

sayısının eşiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

4. $n \in Z$ olmak üzere,

$$\frac{i^{4n+2} + i^{8n-3}}{i^{2-12n}}$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-i$ B) $-1-i$ C) $-1+i$
 D) $1-i$ E) $1+i$

2. $n \in Z$ olmak üzere,

$$i^{8n-2}$$

ifadesinin eşiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

5. $n \in N$ olmak üzere,

$$\frac{i^{6n+2}}{i^{2n-1}}$$

işleminin sonucu nedir?

- A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

6. $n \in N$ olmak üzere,

$$\frac{i^{3n+1}.i^{2n+3}}{i^{5n-1}}$$

işleminin sonucu nedir?

- A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

Karmaşık Sayı

Örnek

$$z = i^2 + i^4 + 3i^5 + 2$$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z)$ ve $\operatorname{Im}(z)$ sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 ve 1 B) -1 ve 3 C) 2 ve -1
D) 2 ve 3 E) -1 ve 4

- $i^2 = -1$ ve $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $a + bi$ biçimindeki sayılar karmaşık (kompleks) sayılar denir.
- Karmaşık sayılar kümesi C ile gösterilir ve $C = \{z : z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}\}$ dir.
- z karmaşık sayısının $z = a + bi$ biçimindeki yazımına karmaşık sayının standart yazılışı denir.
- a ya karmaşık sayının reel kısmı denir ve $\operatorname{Re}(z) = a$ şeklinde gösterilir.
- b ye karmaşık sayının sanal (imajiner) kısmı denir ve $\operatorname{Im}(z) = b$ şeklinde gösterilir.

Çözüm

$z = i^2 + i^4 + 3i^5 + 2$ karmaşık sayısını standart biçimde dönüştürelim.

$$i^2 = -1$$

$$i^4 = 1$$

$$i^5 = i^4 \cdot i^1 = i$$

Buna göre, $z = i^2 + i^4 + 3i^5 + 2$

$$\Rightarrow z = -1 + 1 + 3i + 2$$

$$\Rightarrow z = 2 + 3i \text{ olur.}$$

$\operatorname{Re}(z) = 2$ ve $\operatorname{Im}(z) = 3$ tür.

Cevap D

TEST - 6

1. $z = 3 - 2i$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. Reel kısmı -1, sanal (imajiner) kısmı 1 olan karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $i - 1$ B) $-1 - i$ C) $1 + i$
D) $-i$ E) i

3. $z = 2 - 3i$

$$w = i - 1$$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(w)$ kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

4. $z = 3$, $w = 2i$

olduğuna göre, $\operatorname{Im}(z)$ ve $\operatorname{Re}(w)$ sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 ve 2 B) 0 ve 2 C) 0 ve 0
D) 2 ve 3 E) 3 ve 0

5. $z = \sqrt{4} + \sqrt{-9}$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z)$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $z = i + i^2 + i^3 + \dots + i^{42}$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

İki Karmaşık Sayının Eşitliği

Örnek

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$z_1 = a - 2 - 3i$$

$$z_2 = 4 + (b + 1)i$$

karmaşık sayıları için $z_1 = z_2$ olduğuna göre, $a.b$ çarpımı kaçtır?

- A) -24 B) -12 C) 0 D) 12 E) 24

Çözüm

İki karmaşık sayının eşit olabilmesi için, reel kısımların birbirine; sanal (imajiner) kısımların birbirine eşit olması gereklidir.

$$z_1 = a + bi \quad \text{ve} \quad z_2 = c + di \text{ olmak üzere,}$$

$$z_1 = z_2 \Rightarrow a = c \quad \text{ve} \quad b = d \text{ dir.}$$

$$z_1 = a - 2 - 3i, z_2 = 4 + (b + 1)i$$

$$z_1 = z_2 \Rightarrow a - 2 = 4 \quad \text{ve} \quad -3 = b + 1$$

$$a = 6 \quad \text{ve} \quad b = -4$$

O halde $a.b = 6 \cdot (-4) = -24$ olur.

Cevap A

TEST - 7

1. $z_1 = a + 2 - 4i$

$$z_2 = 3 + (b - 1)i$$

karmaşık sayıları için $z_1 = z_2$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$a + b - 3 + (a - b + 5)i = 0$$

olduğuna göre, $a.b$ çarpımı kaçtır?

- A) 0 B) -2 C) -4 D) -6 E) -8

5. $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$2a - b + i - 1 = 2 - bi$$

olduğuna göre, $a.b$ çarpımı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$a - 1 - 3i = 5 + bi$$

olduğuna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

- A) -3 B) 0 C) 3 D) 6 E) 9

3. $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$a + bi = 3$$

olduğuna göre, $a.b$ çarpımı kaçtır?

- A) -3 B) 0 C) 3 D) 6 E) 9

6. $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$a^2 - b^2 - 1 - (a - b + 1)i = 11 + 5i$$

olduğuna göre, $a.b$ çarpımı kaçtır?

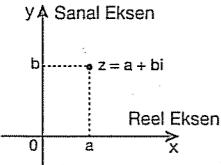
- A) -8 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

Karmaşık Düzlem

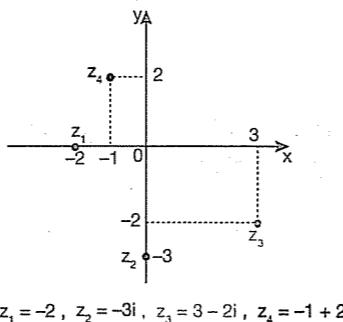
Örnek

$z_1 = -2$, $z_2 = -3i$, $z_3 = 3 - 2i$, $z_4 = -1 + 2i$ sayılarını karmaşık düzlemede gösteriniz.

Karmaşık sayıların analitik düzlemin noktalarıyla bire bir eşlenmesiyle elde edilen düzleme karmaşık düzlemeden denir.



Çözüm

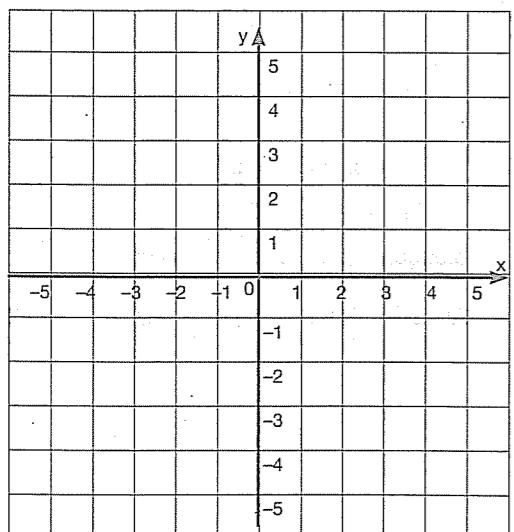


$$z_1 = -2, z_2 = -3i, z_3 = 3 - 2i, z_4 = -1 + 2i$$

TEST - 8

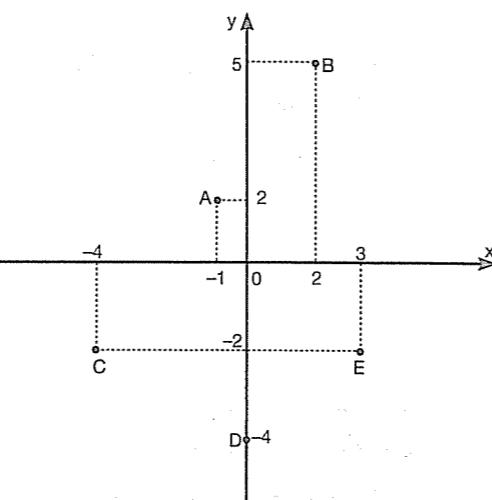
1. $z_1 = 2 + 3i$
 2. $z_2 = 2 - 3i$
 3. $z_3 = -2 - 3i$
 4. $z_4 = -4 + i$

sayılarını karmaşık düzlemede gösteriniz.



sonuç yayınıları

2.



Yukarıdaki karmaşık düzlemede verilen A, B, C, D ve E noktalarına karşılık gelen karmaşık sayıları yazınız.

- A $\rightarrow z_1 = -1 + 2i$ B $\rightarrow z_2 = 2 + 5i$
 C $\rightarrow z_3 = -4 - 2i$ D $\rightarrow z_4 = -4i$
 E $\rightarrow z_5 = 3 - 2i$

sonuç yayınıları

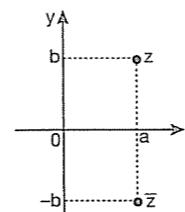
Karmaşık Sayının Eşleniği

Örnek

$$z = \frac{4 - 3i}{2}$$

karmaşık sayısının eşleniğini karmaşık düzlemede gösteriniz.

$z = a + bi$ karmaşık sayısının reel eksene göre simetriği olan $a - bi$ sayısına z nin eşleniği denir ve $\bar{z} = a - bi$ şeklinde gösterilir.

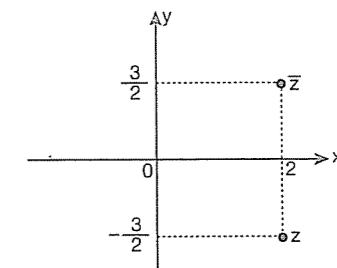


Çözüm

$$z = \frac{4 - 3i}{2} \Rightarrow z = \frac{4}{2} - \frac{3}{2}i$$

$$\Rightarrow z = 2 - \frac{3}{2}i$$

$$\Rightarrow \bar{z} = 2 + \frac{3}{2}i \text{ olur.}$$



TEST - 9

1. $z = 3 + 4i$ sayısının eşleniği aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $-3 - 4i$ B) $3 - 4i$ C) $-3 + 4i$
 D) $4i - 3$ E) $4i$

4. $z = 3 - 3i$ karmaşık sayısının eşleniği $x + yi$ olduğuna göre, $x + y$ kaçtır?
 A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

5. $z = \sqrt{2} + 1 - 4i$ olduğuna göre, \bar{z} aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $-\sqrt{2} - 1 - 4i$ B) $-\sqrt{2} - 1 + 4i$
 C) $\sqrt{2} + 1 + 4i$ D) $4i - \sqrt{2} - 1$
 E) $4 + \sqrt{2} + i$

6. $z = (a - 2) - 4i$
 $\bar{z} = 2 - (b + 1)i$ olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?
 A) -20 B) -10 C) -5 D) 10 E) 20

sonuç yayınıları

3. $z = \frac{3 - 2i}{5}$ olduğuna göre, \bar{z} aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\frac{-3 - 2i}{5}$ B) $\frac{-3 + 2i}{5}$ C) $\frac{3 + 2i}{5}$
 D) $\frac{2 - 3i}{5}$ E) $\frac{2 + 3i}{5}$

Karmaşık Sayının Mutlak Değeri (Modülü)

Örnek

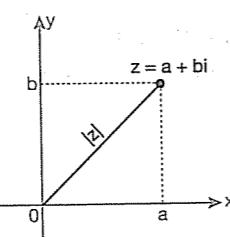
$$z = 6 - 8i$$

karmaşık sayısının mutlak değeri (modülü) kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

Çözüm

Karmaşık düzlemede, bir karmaşık sayıya karşılık gelen noktanın başlangıç noktasına olan uzaklığa bu karmaşık sayısının mutlak değeri (modülü) denir ve $|z|$ biçiminde gösterilir.



$$|z|^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Buna göre, $z = 6 - 8i$

$$\begin{aligned} \Rightarrow |z| &= \sqrt{6^2 + (-8)^2} \\ \Rightarrow |z| &= \sqrt{100} \\ \Rightarrow |z| &= 10 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap C

TEST - 10

1. $z = 9 - 12i$

karmaşık sayısının mutlak değeri (modülü) kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 13 D) 15 E) 20

2. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$$z = 12 - 5i$$

karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı kaç birimdir?

- A) 5 B) 12 C) 13 D) 17 E) 20

3. $z = 4 - 3i$

olduğuna göre, $|\bar{z}|$ kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4. $z = 2i$ ve $w = 4$

olduğuna göre, $|z| + |w|$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

5. $z - 3 = 3i - |z|$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3i$ B) $3i$ C) $3 + i$
D) $3 - i$ E) $3 + 3i$

6. $z = \sin x + i \cdot \cos x$

olduğuna göre, $|z|$ nedir?

- A) -1 B) 0 C) $\sin x - \cos x$
D) $\sin x + \cos x$ E) 1

sonuç yayınıları

Karmaşık Sayılarda Toplama İşlemi

Örnek

$$z = 8 - 3i$$

$$w = 2 + 4i$$

olduğuna göre, $z + w$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $6 - i$ B) $8 + i$ C) $10 - i$
D) $10 + i$ E) $10 + 7i$

Çözüm

$$z_1 = a + bi$$

$$z_2 = c + di$$

icin $z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$ dir.

Ayrıca $z = a + bi$ karmaşık sayısının toplama işlemine göre tersi $-z = -a - bi$ dir.

$z = 8 - 3i$ ve $w = 2 + 4i$ olduğuna göre,

$$\begin{aligned} z + w &= (8 - 3i) + (2 + 4i) \\ &= (8 + 2) + (-3 + 4)i \\ &= 10 + i \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap D

TEST - 11

1. $z = 5 - 2i$

$$w = 3 + 4i$$

olduğuna göre, $z + w$ işleminin sonucu nedir?

- A) $2 + 2i$ B) $8 + 6i$ C) $6 + 8i$
D) $8 + 2i$ E) $9 + 8i$

4. $z = 2 - 3i$

olduğuna göre, $z + \bar{z}$ işleminin sonucu nedir?

- A) $-6i$ B) $4 - 6i$ C) 0
D) $6i$ E) 4

2. $z = 3 + 4i$

$$w = -5$$

olduğuna göre, $z + w$ işleminin sonucu nedir?

- A) $-2 + 4i$ B) $3 - i$ C) $3 + 9i$
D) $8 + 4i$ E) $8 + 9i$

5. $z = 5 - 2ki$

$$w = m + 3i$$

$$z + w = 6 - 5i$$

olduğuna göre, k.m çarpımı kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) 0 D) 4 E) 8

3. $z = 2 - 5i$

$$w = 3i$$

olduğuna göre, $z + w$ işleminin sonucu nedir?

- A) $-2 + i$ B) $2 - 2i$ C) $2 + 8i$
D) $5 - 4i$ E) $5 + 5i$

6. $z - |z| = 8i - 4$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $8 + 6i$ B) $10 + 6i$ C) $6 + 8i$
D) $8 - 6i$ E) $6 - 8i$

1. D 2. A 3. B 4. E 5. D 6. C

Karmaşık Sayılarda Çıkarma İşlemi

Örnek

$$z = 3 - 4i$$

$$w = 6 + 2i$$

olduğuna göre, $z - w$ farkı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3 - 6i$ B) $3 - i$ C) $3 + 9i$
 D) $8 + 4i$ E) $8 + 9i$

Çözüm

$$z = a + bi$$

$$w = c + di$$

$$z - w = (a + bi) - (c + di)$$

$$= (a - c) + (b - d)i \text{ dir.}$$

$z = 3 - 4i$ ve $w = 6 + 2i$ olduğuna göre,

$$z - w = (3 - 4i) - (6 + 2i)$$

$$= 3 - 4i - 6 - 2i$$

$$= (3 - 6) + (-4 - 2)i$$

$$= -3 - 6i$$

Cevap A

TEST - 12

1. $z = 2 - 3i$

$$w = 3 - 4i$$

olduğuna göre, $z - w$ işleminin sonucu nedir?

- A) $-1 + i$ B) $1 + i$ C) $5 - i$
 D) $5 + i$ E) $5 + 7i$

4. $z = 6 + 8i$

olduğuna göre, $z - \bar{z}$ işleminin sonucu nedir?

- A) $-16i$ B) $-8i$ C) 0 D) 12 E) $16i$

5. $z = 3 - m.i$

$$w = n - 5i$$

$$z - w = 1 + i$$

olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. $z = 8 - 15i$

karmaşık sayısı için $|z - \bar{z}|$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 17 B) 23 C) 30 D) 34 E) 35

sonuç yayınları

2. $z = 3 - 4i$

$$w = -5$$

olduğuna göre, $z - w$ işleminin sonucu nedir?

- A) $2 - 4i$ B) $2 + i$ C) $8 - 4i$
 D) $8 - 5i$ E) $8 + 8i$

3. $z = 5 - 6i$

$$w = 2i$$

olduğuna göre, $z - w$ işleminin sonucu nedir?

- A) $5 - 8i$ B) $3 - 6i$ C) $3 - 8i$
 D) $3 + 8i$ E) $5 + 8i$

Karmaşık Sayılarda Toplama - Çıkarma İşlemi

Örnek

$$|z| + z = 9 - 3i$$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3 - 4i$ B) $3i + 4$ C) $3 + 4i$
 D) $4 + 4i$ E) $4 - 3i$

Çözüm

$z = a + bi$ olsun.

$$z = a + bi \Rightarrow |z| + z = |a + bi| + a + bi = 9 - 3i$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} + a + bi = 9 - 3i$$

$$b = -3 \text{ tür.}$$

$$b = -3 \text{ ise } \sqrt{a^2 + (-3)^2} + a = 9$$

$$\Rightarrow (\sqrt{a^2 + 9})^2 = (9 - a)^2$$

$$\Rightarrow a^2 + 9 = 81 - 18a + a^2$$

$$\Rightarrow 18a = 72$$

$$\Rightarrow a = 4 \text{ olur.}$$

Buna göre, $z = 4 - 3i$ olur.

Cevap E

TEST - 13

1. $z + \bar{z} = 4$

olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $-2 - 3i$ B) $-2 + 4i$ C) $2 - 3i$
 D) $3 + 4i$ E) $4 + 3i$

3. $z + |z| = 18 + 12i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5 - 12i$ B) $12 - 5i$ C) $5i + 12$
 D) $5 + 12i$ E) $-5 - 12i$

2. $z + \bar{z} = -6$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının reel kısmı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

4. $z + |z| = 25 - 15i$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z)$ kaçtır?

- A) -23 B) -7 C) 0 D) 7 E) 23

Karmaşık Sayılarda Çarpma İşlemi - I

Örnek

$$z = 2 - 3i$$

$$w = 4 + 5i$$

olduğuna göre, $z \cdot w$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $23 - 2i$ B) $23 + 2i$ C) $25 + 3i$
 D) $25 + 6i$ E) $30 + 4i$



Çözüm

Karmaşık sayılarda çarpma işlemi, $i^2 = -1$ olduğunu göz önüne alınarak reel sayılardaki gibi yapılır.

$z = a + bi$ ve $w = c + di$ olmak üzere,

$$z \cdot w = (a + bi) \cdot (c + di)$$

$$= ac + a di + b ci + b di^2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

$$z = 2 - 3i \text{ ve } w = 4 + 5i$$

$$z \cdot w = (2 - 3i) \cdot (4 + 5i)$$

$$\Rightarrow z \cdot w = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5i - 3i \cdot 4 - 3i \cdot 5i$$

$$\Rightarrow z \cdot w = 8 + 10i - 12i - 15 \cdot \frac{i^2}{-1}$$

$$\Rightarrow z \cdot w = 8 - 2i - 15 \cdot (-1)$$

$$\Rightarrow z \cdot w = 23 - 2i \text{ olur.}$$

Cevap A

TEST - 14

1. $z = 5 - 6i$

olduğuna göre, $2z$ işleminin sonucu nedir?

- A) $10 - 6i$ B) $5 - 12i$ C) $10 - 12i$
 D) $10 + 12i$ E) $10 + 20i$

2. $z = 2 - 3i$

$$w = -1 + 4i$$

olduğuna göre, $2z - 3w$ işleminin sonucu nedir?

- A) $5 - 3i$ B) $5 + 3i$ C) $7 - 9i$
 D) $7 - 18i$ E) $7 + 18i$

3. $z = 3 - 4i$

$$w = 5 + i$$

olduğuna göre, $z \cdot w$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $15 - 3i$ B) $15 + 4i$ C) $19 - 17i$
 D) $19 + 15i$ E) $20 + 15i$

4. $(6 - i) \cdot (2 + 5i)$

işleminin sonucu nedir?

- A) $17 + 28i$ B) $17 - 13i$ C) $15 - 13i$
 D) $15 + 19i$ E) $17 - 28i$

5. $z = 1 + i$ olmak üzere,

$$z(2 - i) = m + z$$

eşitliğini sağlayan m reel sayısı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $z(2 - i) = 5 - i + \bar{z}$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

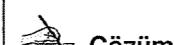
- A) $4 - i$ B) $1 - 4i$ C) $4 - 5i$
 D) $4 + i$ E) $4 + 2i$

Karmaşık Sayılarda Çarpma İşlemi - II

Örnek

$(1 - i)^{25}$ ifadesinin sonucu nedir?

- A) $-2^{12}(1 + i)$ B) $-2^{12}(1 - i)$
 C) $2^{12}(2 - 2i)$ D) $2^{12}(1 + i)$
 E) $2^{12}(1 - i)$



Çözüm

$$\begin{aligned} & (1 - i)^{25} = ((1 - i)^2)^{12} \cdot (1 - i) \\ & = (-2i)^{12} \cdot (1 - i) \\ & = 2^{12} \cdot i^{12} \cdot (1 - i) \\ & = 2^{12} \cdot 1 \cdot (1 - i) \\ & = 2^{12}(1 - i) \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap E

TEST - 15

1. $(1 - i)^5$ ifadesinin sonucu nedir?

- A) $-4 - 4i$ B) $-4 + 4i$ C) $4 - 4i$
 D) $8 - 8i$ E) $8 + 8i$

4. $(1 + i)^{14}$ ifadesinin sonucu nedir?

- A) -2^7i B) -2^7 C) $-2^{14}i$
 D) -2^{14} E) 2^{14}

5. $(1 - i)^{19}$ ifadesinin sonucu nedir?

- A) $-2^9 \cdot (1 + i)$ B) $-2^9 \cdot (1 - 5i)$
 C) $2^9 \cdot (1 - i)$ D) $2^9 \cdot (1 + 2i)$
 E) $2^9 \cdot (2 + 2i)$

6. $(3 + 3i)^{41}$ ifadesinin sonucu nedir?

- A) $3^{41} \cdot (1 + i)$ B) $3^{41} \cdot (3 - 3i)$
 C) $3^{41} \cdot 2^{20} \cdot (1 + i)$ D) $3^{41} \cdot 2^4 \cdot (1 + i)$
 E) $3^{20} \cdot 2^{41} \cdot (1 + i)$

Karmaşık Sayılarda Bölme İşlemi - I

Örnek

$$z_1 = 2 + i$$

$$z_2 = 1 - i$$

olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ B) $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ C) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$
 D) $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$ E) $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$

Çözüm

Karmaşık sayılarda bölme işlemi, pay ile paydanın, paydanın eşleniği ile genişletilmesiyle yapılır.

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{z_2} &= \frac{2+i}{1-i} = \frac{(2+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} & (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2 \\ &= \frac{2+2i+i+i^2}{1+1} = \frac{3i+2-1}{2} & z \cdot \bar{z} = |z|^2 \\ &= \frac{3i+1}{2} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i \end{aligned}$$

Cevap C

TEST - 16

$$1. \quad z = \frac{5}{3-4i}$$

sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ B) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$ C) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$
 D) $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ E) $\frac{3}{5} + \frac{3}{5}i$

$$2. \quad z_1 = 2i$$

$$z_2 = 1 + i$$

olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-i$ B) $1 - i$ C) $1 + i$ D) i E) $2i$

$$3. \quad z = \frac{1+i}{2i}$$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-i$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

$$4. \quad z = 2 + i$$

karmaşık sayısının çarpma işlemine göre, tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$ B) $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$ C) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i$
 D) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$ E) $\frac{2}{5} + \frac{2}{5}i$

$$5. \quad z = \frac{2}{1-i}$$

karmaşık sayısının eşleniğinin sanal kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$6. \quad z = \frac{x-i}{1+i}$$

karmaşık sayısı için $\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z)$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

Karmaşık Sayılarda Bölme İşlemi - II

Örnek

$$\frac{(1+i)^{12}}{(1-i)^{11}}$$

ifadesinin sonucu nedir?

- A) $1 - i$ B) $-i$ C) i
 D) 1 E) $1 + i$

Çözüm

$$\frac{(1+i)^{12}}{(1-i)^{11}} = \frac{(1+i)^{11} \cdot (1+i)^1}{(1-i)^{11}}$$

$$= \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{11} \cdot (1+i)$$

$$= \left(\frac{2i}{2}\right)^{11} \cdot (1+i)$$

$$= \frac{i^{11}}{-i} \cdot (1+i)$$

$$= -i(1+i)$$

$= -i + 1$ olur.

Cevap A

TEST - 17

$$1. \quad z = \frac{3+i}{3-i}$$

sayısının çarpma işlemine göre tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$ B) $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ C) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$
 D) $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ E) $\frac{4}{5} + \frac{4}{5}i$

$$3. \quad \frac{(2+2i)^8}{(2-2i)^7}$$

ifadesinin sonucu nedir?

- A) $2 - 2i$ B) $2i - 2$ C) $2 + 2i$
 D) $4 - 4i$ E) $4 + 4i$

sonuç yayinları

$$2. \quad \frac{1-i}{1+i} + \frac{1+i}{1-i}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

4. x ve y gerçek sayılar olmak üzere,

$$\frac{5}{2-i} + x + yi = 4 + i$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Karmaşık Sayılarda Dört İşlem - Karma

Örnek

$$(\bar{z} + 1) \cdot (1 + i) = 2 - i$$

olduğuna göre, $\operatorname{Im}(z)$ kaçtır?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2



Cözüm

$$(\bar{z} + 1) \cdot (1 + i) = 2 - i$$

$$\Rightarrow \bar{z} + 1 = \frac{2 - i}{1 + i}$$

$$\Rightarrow \bar{z} = \frac{2 - i}{1 + i} - 1$$

$$\Rightarrow \bar{z} = \frac{(2 - i)(1 - i)}{2} - 1$$

$$\Rightarrow \bar{z} = \frac{2 - 2i - i - 1}{2} - 1$$

$$\Rightarrow \bar{z} = \frac{1 - 3i - 2}{2}$$

$$\Rightarrow \bar{z} = \frac{-1 - 3i}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$$

$$\Rightarrow z = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i \text{ olur. Buna göre, } \operatorname{Im}(z) = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

Cevap D

TEST - 18

1. $z \cdot (2 - i) = 1 + i$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z)$ kaçtır?

- A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) -1 D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

4. $z = \frac{2 - i}{1 + i}$

karmaşık sayısının çarpma işlemine göre tersi
w ise, \bar{w} aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$ B) $\frac{3}{5} - \frac{1}{5}i$ C) $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}i$

D) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$ E) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}i$

2. z karmaşık sayısı için,

$$(\bar{z} - 1) \cdot (1 + i) = 1 - i$$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z)$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

3. $x^2 - kx + 2 = 0$

denkleminin bir kökü $1 - i$ olduğuna göre, k kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

sonuç yayınıları

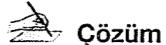
Eşlenik ile İlgili Özellikler

Örnek

$$z = \frac{3 + 5i}{2 - i} + \frac{1}{2 + i}$$

olduğuna göre, $z - (\bar{z})$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2



Cözüm

Karmaşık Sayının Eşleniği ile İlgili Özellikler

- $(\bar{z}) = z$
- $\bar{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$
- $\bar{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$
- $\bar{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$
- $\bar{z_1 : z_2} = \bar{z}_1 : \bar{z}_2$

Bir karmaşık sayının eşleniğinin eşleniği kendisine eşittir.

Buna göre, $z - (\bar{z}) = z - z = 0$ olur.

Cevap C

TEST - 19

1. $z = \frac{1 + i}{1 - i} - \frac{1 - i}{1 + i}$

olduğuna göre, $z - (\bar{z})$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. Aşağıdakilerden hangisi yanlışır?

- A) $\bar{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$ B) $\bar{z}_1 - \bar{z}_2 = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$
 C) $\bar{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$ D) $\bar{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$
 E) $\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right) = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$

sonuç yayınıları

2. $z - 2\bar{z} + \overline{\bar{z}} = 2i$

olduğuna göre, $\operatorname{Im}(z)$ kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

4. $z = \frac{2 - i}{4}$

$$w = \frac{3 - 2i}{4 + 5i}$$

olduğuna göre, $\frac{z - \bar{w}}{\bar{z} - w}$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Karmaşık Sayılarda II. Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Çözümü - I

Örnek

$$x^2 - 2x + 3 = 0$$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 - 2\sqrt{2}i$ B) $1 - \sqrt{2}i$
 C) $1 - i$ D) $1 + i$
 E) $2 + 2\sqrt{2}i$

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin diskriminanti

$\Delta = b^2 - 4ac < 0$ ise denklemin karmaşık(sanal) iki kökü vardır.

Bu kökler;

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ve} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{dir.}$$

TEST - 20

1. $2x^2 + 3x + k = 0$

denkleminin birbirinden farklı iki karmaşık kökü olduğuna göre, k nin alabileceği en küçük tam-sayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $ax^2 + 4x + 5 = 0$

denkleminin birbirinden farklı iki karmaşık kökü olduğuna göre, a nin alabileceği en küçük tam-sayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $x^2 + 4 = 0$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-i$ B) $-\frac{1}{2}i$ C) $\frac{1}{2}i$
 D) i E) $2i$



Çözüm

$$x^2 - 2x + 3 = 0 \text{ denkleminde}$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4 - 12 = -8 \text{ olur.}$$

$\Delta < 0$ olduğundan, iki sanal kök vardır.

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{-8}}{2} \quad \text{ve} \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{-8}}{2}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{2 + 2\sqrt{2}i}{2} \quad \text{ve} \quad x_2 = \frac{2 - 2\sqrt{2}i}{2}$$

$$\Rightarrow x_1 = 1 + \sqrt{2}i \quad \text{ve} \quad x_2 = 1 - \sqrt{2}i \text{ dir.}$$

Cevap B

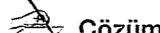
Karmaşık Sayılarda II. Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Çözümü - II

Örnek

Köklerinden biri $2 - 3i$ olan reel katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 4x + 1 = 0$ B) $x^2 - 4x + 9 = 0$
 C) $x^2 + 4x - 13 = 0$ D) $x^2 - 4x + 13 = 0$
 E) $x^2 + 4x + 13 = 0$

İkinci dereceden bir bilinmeyenli gerçel katsayılı bir denklemin köklerinden biri $a + bi$ ise diğer $a - bi$ dir. ($a, b \in \mathbb{R}$)



Çözüm

Kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden denklem

$$T = x_1 + x_2 \quad \text{ve} \quad \mathcal{C} = x_1 \cdot x_2 \text{ olmak üzere,}$$

$$x^2 - Tx + \mathcal{C} = 0 \text{ dir.}$$

$$x_1 = 2 - 3i \Rightarrow x_2 = 2 + 3i \text{ dir.}$$

$$T = x_1 + x_2 = 2 - 3i + 2 + 3i \Rightarrow T = 4$$

$$\mathcal{C} = x_1 \cdot x_2 = (2 - 3i) \cdot (2 + 3i) = 2^2 + 3^2 = 13 \text{ olur.}$$

Buna göre, denklem

$$x^2 - 4x + 13 = 0 \text{ olur.}$$

Cevap D

TEST - 21

1. Köklerinden biri $1 + i$ olan reel katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + 2x - 2 = 0$ B) $x^2 - 2x + 2 = 0$
 C) $x^2 + x - 2 = 0$ D) $x^2 - 2x + 1 = 0$
 E) $x^2 - 2x + 3 = 0$

4. Köklerinden biri $3 + 2i$ olan reel katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 6x + 13 = 0$ B) $x^2 + 6x + 13 = 0$
 C) $x^2 + 6x - 13 = 0$ D) $x^2 - 6x - 13 = 0$
 E) $x^2 + 13x + 6 = 0$

2. Köklerinden biri i olan reel katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 2 = 0$ B) $x^2 - 1 = 0$
 C) $x^2 + 1 = 0$ D) $x^2 - x + 1 = 0$
 E) $x^2 + x + 1 = 0$

5. Toplamları 2 ve çarpımı 5 olan iki karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1 - i, 1 + i\}$ B) $\{1 - 2i, 1 + 2i\}$
 C) $\{1 + 3i, 1 - 3i\}$ D) $\{1 - 4i, 1 + 4i\}$
 E) $\{1 - 5i, 1 + 5i\}$

3. Köklerinden biri $1 - 3i$ olan reel katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - x - 10 = 0$ B) $x^2 + x - 10 = 0$
 C) $x^2 - 2x - 10 = 0$ D) $x^2 - 2x + 10 = 0$
 E) $x^2 + 2x + 10 = 0$

6. Reel katsayılı $x^2 - 4x + m = 0$ denkleminin köklerinden biri $2 - i$ ise m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

sonuçlar

1. B

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-i$ B) $-\frac{1}{2}i$ C) $\frac{1}{2}i$
 D) i E) $2i$

2. $x^4 + 8x^2 = 9$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{\pm 1, \pm 2i\}$ B) $\{\pm 1, \pm 3i\}$ C) $\{\pm 1\}$
 D) $\{\pm 2i\}$ E) $\{\pm 3i\}$

Karmaşık Sayılarda Mutlak Değer

(Modül) ile İlgili Özellikler - I

Örnek

$$z = (2 + 3i) \cdot (3 - i)$$

olduğuna göre, $|\bar{z}|$ nin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $\sqrt{30}$
D) $5\sqrt{5}$ E) $\sqrt{130}$

➤ $|z| = |\bar{z}| = |-z| = |-\bar{z}|$

➤ $z \cdot \bar{z} = |z|^2$

➤ $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$

Cözüm

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2| \text{ olduğundan}$$

$$\Rightarrow |z| = |2 + 3i| \cdot |3 - i|$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{2^2 + 3^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-1)^2}$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{13} \cdot \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{130} \text{ olur.}$$

$$|\bar{z}| = |z| \text{ olduğundan, } |\bar{z}| = \sqrt{130} \text{ olur.}$$

Cevap E

TEST - 22

1. $z = 3 - 4i$

olduğuna göre, $|-z|$ nin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{5}$ B) 3 C) 4 D) 5 E) 25

2. $\frac{|z| + |\bar{z}|}{|-z| + |-\bar{z}|}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

3. $z \cdot \bar{z} + |z| = 12$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı kaç birimdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $z = (6 - 8i) \cdot (5 + 12i)$

olduğuna göre, $|z|$ kaçtır?

- A) 10 B) 13 C) 50 D) 80 E) 130

5. $z_1 = 3 - 4i$

$$z_2 = 2 + 5i$$

olduğuna göre, $|z_1 \cdot z_2|$ nin değeri kaçtır?

- A) $3\sqrt{5}$ B) $5\sqrt{6}$ C) $6\sqrt{37}$
D) $5\sqrt{29}$ E) $5\sqrt{37}$

6. $z_1 = 12 - 5i$

$$z_2 = 4 + 3i$$

olduğuna göre, $|z_1 \cdot \bar{z}_2|$ nin değeri kaçtır?

- A) 15 B) 25 C) 45 D) 65 E) 130

sonuç yayınları

Karmaşık Sayılarda Mutlak Değer

(Modül) ile İlgili Özellikler - II

Örnek

$$z = \frac{(2 - 3i) \cdot (3 - 4i)}{(3 + 2i)^2}$$

sayısının modülü kaçtır?

- A) $\frac{3}{13}$ B) $\frac{\sqrt{13}}{13}$ C) $\frac{5}{13}$
D) $\frac{3\sqrt{13}}{13}$ E) $\frac{5\sqrt{13}}{13}$

Cözüm

$$\Rightarrow \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$$

$$\Rightarrow |z^n| = |z|^n$$

$$|z| = \left| \frac{(2 - 3i) \cdot (3 - 4i)}{(3 + 2i)^2} \right| = \frac{|2 - 3i| \cdot |3 - 4i|}{|(3 + 2i)^2|}$$

$$= \frac{|2 - 3i| \cdot |3 - 4i|}{|(3 + 2i)|^2}$$

$$= \frac{\sqrt{2^2 + (-3)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-4)^2}}{(\sqrt{3^2 + 2^2})^2} \\ = \frac{\sqrt{13} \cdot \sqrt{25}}{(\sqrt{13})^2} = \frac{5\sqrt{13}}{13} \text{ olur.}$$

Cevap E

TEST - 23

1. $z = \frac{2 - 4i}{3 + 6i}$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının modülü kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1
D) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ E) $\frac{3\sqrt{5}}{3}$

4. $z = \frac{(1 - i) \cdot (2 + i)}{(2 - 2i)^2}$

olduğuna göre, $|\bar{z}|$ kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{8}$ C) $\frac{\sqrt{10}}{8}$ D) $\frac{3\sqrt{5}}{8}$ E) $\frac{5\sqrt{5}}{8}$

5. $z_1 = 3 + 4i$

$$z_2 = 7 - 24i$$

olduğuna göre, $|z_1^{-1} \cdot \bar{z}_2|$ kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) $5\sqrt{5}$
D) 25 E) 30

2. $z = 1 - 3i$

olduğuna göre, $|z^4|$ kaçtır?

- A) $\sqrt{10}$ B) $10\sqrt{10}$ C) 100
D) $100\sqrt{10}$ E) 1000

3. $z = \frac{8 - 15i}{9 + 12i}$

olduğuna göre, $|\bar{z}|$ kaçtır?

- A) $\frac{15}{17}$ B) $\frac{17}{15}$ C) $\frac{18}{15}$ D) $\frac{23}{21}$ E) $\frac{25}{23}$

6. $z = \frac{(6 + 8i)^2 \cdot (1 + \sqrt{2}i)^3}{(\sqrt{3} - \sqrt{2}i)^4}$

karmaşık sayısının modülü kaçtır?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{3}$
D) $9\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

**Karmaşık Sayılarda Mutlak Değer
(Modül) ile İlgili Özellikler - III**

Örnek

θ dar açı olmak üzere,

$$z = \sin\theta + (1 + \cos\theta)i$$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı kaç birimdir?

- A) $\sin\theta$ B) $\cos\theta$ C) $\sin\frac{\theta}{2}$
D) $\cos\frac{\theta}{2}$ E) $2\cos\frac{\theta}{2}$

Çözüm

$$z = \sin\theta + (1 + \cos\theta)i$$

$$\begin{aligned} |z| &= \sqrt{\sin^2\theta + (1 + \cos\theta)^2} \\ &= \sqrt{\sin^2\theta + 1 + 2\cos\theta + \cos^2\theta} \\ &= \sqrt{2 + 2\cos\theta} \\ &= \sqrt{2(1 + \cos\theta)} \\ &= \sqrt{2 \cdot \left(1 + 2\cos^2\frac{\theta}{2} - 1\right)} \quad (\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1) \\ &= \sqrt{2 \cdot 2\cos^2\frac{\theta}{2}} \\ &= \left|2\cos\frac{\theta}{2}\right| = 2\cos\frac{\theta}{2} \quad (\theta \text{ dar açı olduğundan}) \end{aligned}$$

Cevap E

TEST - 24

1. θ dar açı olmak üzere,

$$z = 1 + \cos\theta + i \cdot \sin\theta$$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının modülü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cos\theta$ B) $\sin\theta$ C) $2\cos\frac{\theta}{2}$
D) $2\sin\frac{\theta}{2}$ E) $\sin 2\theta$

2. θ dar açı olmak üzere,

$$z = 1 + \cos\theta - i \cdot \sin\theta$$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının modülü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin\frac{\theta}{2}$ B) $\cos\frac{\theta}{2}$ C) $2\sin\frac{\theta}{2}$
D) $2\cos\frac{\theta}{2}$ E) $\cos 2\theta$

3. $z = \cos\theta + i \cdot \sin\theta$

olduğuna göre, $|z^{-1}|$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4.
$$z = \frac{(1+i)(3-i)}{(2+i)(1-i)}$$

olduğuna göre, $|z^{-1}|$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{5}$

5.
$$z = \frac{1+ai}{a-i}$$

olduğuna göre, $|z|$ değeri nedir?

- A) $-a$ B) -1 C) a D) 1 E) $a^2 + 1$

6.
$$(1+i)^4 \cdot \bar{z} = 16i$$

olduğuna göre, $|z^3|$ değeri kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

**Karmaşık Sayılarda Mutlak Değer
(Modül) ile İlgili Özellikler - IV**

Örnek

$$|z + 3i| + z = 2 - i$$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı için

$\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm

$$z = x + iy \text{ olsun.}$$

$$|x + iy + 3i| + x + iy = 2 - i$$

$$|\sqrt{x^2 + (y+3)^2} + x + iy = 2 - i|$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + (y+3)^2} + x = 2 \text{ ve } y = -1 \text{ dir.}$$

$$y = -1 \text{ için } \sqrt{x^2 + (-1+3)^2} + x = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + 4} = 2 - x$$

$$\Rightarrow x^2 + 4 = 4 - 4x + x^2$$

$$\Rightarrow 4x = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ olur.}$$

$$z = 0 - i \Rightarrow \operatorname{Re}(z) = 0 \text{ ve } \operatorname{Im}(z) = -1$$

$$\Rightarrow \operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z) = 0 + (-1) = -1 \text{ dir.}$$

Cevap B

TEST - 25

1.
$$z + 3\bar{z} + 8i = 12$$

olduğuna göre, $|z|$ değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 10 E) 15

4. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$$z = \frac{(3-i)(1-i)^2}{(1+3i)}$$

olduğuna göre, $|z^{-1}|$ değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 4 E) 8

2.
$$z + |z| = 18 + 12i$$

olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5 - 12i$ B) $12 - 5i$ C) $12 + 16i$
D) $9 + 12i$ E) $5 + 12i$

5. z_1, z_2 ve z_3 karmaşık sayılarının orijine olan uzaklıklar sırasıyla; 1, 2 ve 3 birimidir. Buna göre,

$$\frac{|z_1 \bar{z}_1 + z_2 \bar{z}_2|}{|z_1 \bar{z}_3|}$$
 işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

3.
$$\frac{|\bar{z} - z|}{4} = 1 + 2i$$

olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3 - 4i$ B) $3 + 4i$ C) $6 - 8i$
D) $6 + 8i$ E) $9 + 12i$

6.
$$z = \frac{(1-2i)(3+4i)}{(2-i)(6-8i)}$$

olduğuna göre, $|z^{-1}|$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

İki Karmaşık Sayı Arasındaki Uzaklık - I

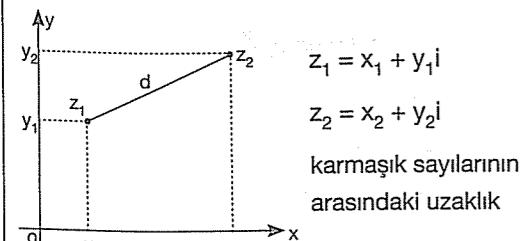
Örnek

$$z_1 = 3 + i$$

$$z_2 = 2 - mi$$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklık $\sqrt{10}$ br olduğuna göre, m nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2



$$|z_1 - z_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \text{ dir.}$$

Çözüm

z_1 ve z_2 karmaşık sayılarına karşılık gelen noktaları birleştiren doğru parçasının uzunluğuna, bu iki karmaşık sayı arasındaki uzaklık denir.

$$d = |z_1 - z_2| = |z_2 - z_1| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

z_1 ve z_2 arasındaki uzaklık $\sqrt{10}$ br ise

$$|z_1 - z_2| = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow |(3+i) - (2-mi)| = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow |(3-2) + (1+m)i| = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow |1+(1+m)i| = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1^2 + (1+m)^2} = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow 1 + (1+m)^2 = 10$$

$$\Rightarrow (1+m)^2 = 9$$

$$\Rightarrow |1+m| = 3$$

$$\Rightarrow 1+m = 3 \quad \text{veya} \quad 1+m = -3$$

$$\Rightarrow m = 2 \quad \text{veya} \quad m = -4$$

Cevap A

TEST - 26

1. $z_1 = 2 + i$

$$z_2 = 1 - i$$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{7}$ E) $\sqrt{10}$

2. $z = 3 - i$

$$w = 4 + 2i$$

karmaşık sayıları için $|\bar{z} - w|$ kaçtır?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{5}$

3. $z = 2 - i$

$$w = 5 + k \cdot i$$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklık 5 br olduğuna göre, k nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $z = x + 3i$

$$w = 2 - i$$

karmaşık sayıları için $|z - w| = 5$ olduğuna göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. Karmaşık düzlemede köşelerinin koordinatları

$$z_1 = 0, z_2 = 3 \text{ ve } z_3 = 4i$$

karmaşık sayıları olan üçgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

6. $z = \frac{1+i}{1-i}$

karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı kaç br dir?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) 3

1. $|z| = 3$

İki Karmaşık Sayı Arasındaki Uzaklık - II

Örnek

$$|z - 1 + 2i| = 4$$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$
 B) $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$
 C) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$
 D) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 16$
 E) $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 32$

$z = x + iy$ ve $z_0 = a + bi$ olmak üzere,

$|z - z_0| = r$ eşitliği merkezi (a, b) ve yarıçapı r olan bir çember belirtir.

Çözüm

$$z = x + iy \text{ olsun.}$$

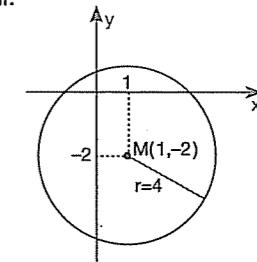
$$|z - 1 + 2i| = 4 \Rightarrow |x + yi - 1 + 2i| = 4$$

$$\Rightarrow |(x-1) + (y+2)i| = 4$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2} = 4$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$$

Bu eşitlik, merkezi (1, -2) ve yarıçapı 4 br olan çember belirtir.



Cevap C

TEST - 27

1. $|z| = 3$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x-3)^2 + y^2 = 3$ B) $x^2 + (y-3)^2 = 3$
 C) $x^2 + y^2 = 3$ D) $x^2 + y^2 = 9$
 E) $(x+3)^2 + (y+3)^2 = 9$

3. $|z - 1| = |z + 2|$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = -\frac{1}{2}$ B) $y = -\frac{1}{2}$ C) $x = \frac{1}{2}$
 D) $y = \frac{1}{2}$ E) $x + y = \frac{1}{2}$

2. $|z - 1| = 2$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$
 B) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$
 C) $(x-1)^2 + y^2 = 2$
 D) $(x-1)^2 + y^2 = 4$
 E) $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$

4. $|z - 1| = |z + i|$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + y = -1$ B) $x + y = 0$ C) $x + y = 1$
 D) $x + y = 2$ E) $x + y = 3$

İki Karmaşık Sayı Arasındaki Uzaklık - III

Örnek

$$|z - 2 + i| < 3$$

eşitsizliğine karşılık gelen noktaların geometrik yerini bulunuz.

$z = x + iy$ ve $z_0 = a + bi$ olmak üzere,
 $|z - z_0| < r$ eşitsizliği, merkezi (a, b) ve
yarıçapı r olan çemberin iç bölgesini belirtir.

Çözüm

$$z = x + iy \text{ olsun.}$$

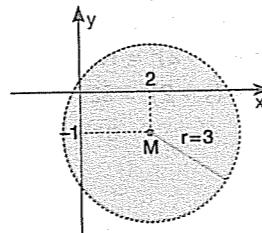
$$|z - 2 + i| < 3 \Rightarrow |x + yi - 2 + i| < 3$$

$$\Rightarrow |(x - 2) + (y + 1)i| < 3$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 1)^2} < 3$$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 < 9 \text{ olur.}$$

Bu eşitsizlik merkezi $(2, -1)$ ve yarıçapı 3 br olan çemberin iç bölgesini belirtir.



TEST - 28

1. $|z - 1 + i| < 2$

eşitsizliğine karşılık gelen noktaların geometrik yerini gösteriniz.

2. $|z - 2 + 2i| \leq 3$

eşitsizliğine karşılık gelen noktaların geometrik yerini gösteriniz.

3. $z = x + yi$ olmak üzere,

$$|z - 1 + 2i| < 3$$

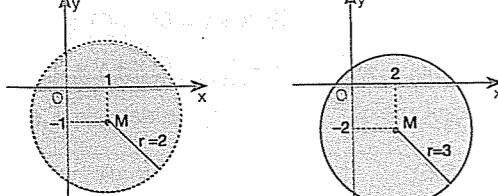
eşitsizliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yerini gösteriniz.

4. $|z + 2 - 2i| < |z - 1 + 2i|$

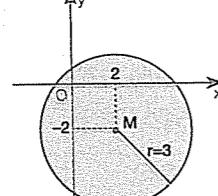
eşitsizliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yerini gösteriniz.

sonuç yayınları

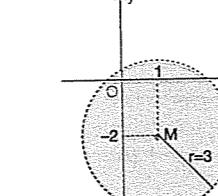
1. $|z - 1 + i| < 2$



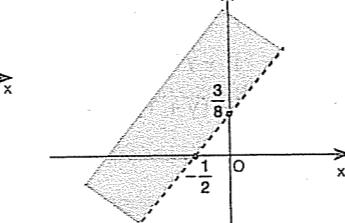
2. $|z - 2 + 2i| \leq 3$



3.



4.



İki Karmaşık Sayı Arasındaki Uzaklık - IV

Örnek

$$|z - 2 + 3i| \geq 2$$

eşitsizliğine karşılık gelen noktaların geometrik yerini bulunuz.

Çözüm

$$z = x + yi \text{ olsun.}$$

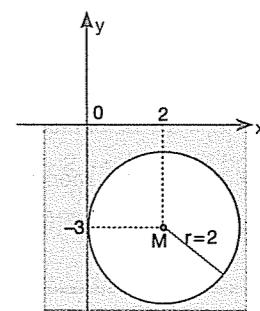
$$|z - 2 + 3i| \geq 2 \Rightarrow |x + yi - 2 + 3i| \geq 2$$

$$\Rightarrow |x - 2 + (y + 3)i| \geq 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 3)^2} \geq 2$$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 \geq 4 \text{ olur.}$$

Bu eşitsizlik merkezi $(2, -3)$ ve yarıçapı 2 br olan çemberi ve çemberin dış bölgesini belirtir.



TEST - 29

1. $|z - 2| \geq 1$

eşitsizliğine karşılık gelen noktaların geometrik yerini gösteriniz.

3. $|z - 1 + i| \geq 2$

eşitsizliğine karşılık gelen noktaların geometrik yerini gösteriniz.

2. $|z - i| \geq 1$

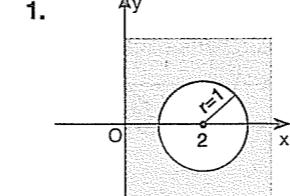
eşitsizliğine karşılık gelen noktaların geometrik yerini gösteriniz.

4. $|z + 2| > 2$

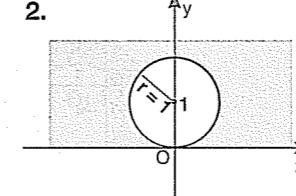
eşitsizliğine karşılık gelen noktaların geometrik yerini gösteriniz.

sonuç yayınları

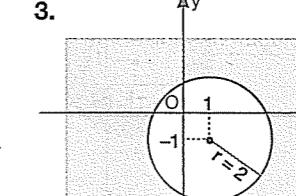
1.



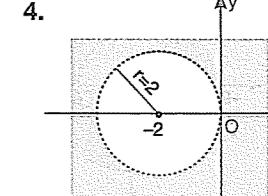
2.



3.



4.



İki Karmaşık Sayı Arasındaki Uzaklık - V

Örnek

$$1 < |z - 2 - i| \leq 2$$

eşitsizliğine karmaşık düzlemede karşılık gelen noktalar kümesini gösteriniz.

Çözüm

$$1 < |z - 2 - i| \leq 2$$

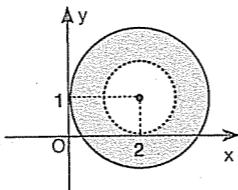
$$1 < |x + iy - 2 - i| \leq 2$$

$$\Rightarrow 1 < |(x - 2) + (y - 1)i| \leq 2$$

$$\Rightarrow 1 < \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 1)^2} \leq 2$$

$$\Rightarrow 1 < (x - 2)^2 + (y - 1)^2 \leq 4 \text{ olur.}$$

Bu eşitsizlik merkezi $(2, 1)$ yarıçapı 1 br ve 2 br olan çemberler arasındaki bölgeyi gösterir.



$z = x + iy$ ve $z_0 = a + bi$ olmak üzere,

$r_1 < |z - z_0| < r_2$ eşitsizliği, merkezi (a, b) ve yarıçapı r_1 ile r_2 olan çemberler arasındaki bölgeyi belirtir.

TEST - 30

1. $4 < |z| \leq 9$

eşitsizliğine karmaşık düzlemede karşılık gelen noktaların kümesini gösteriniz.

3. $4 < |z - 1 + i| \leq 9$

eşitsizliğine karmaşık düzlemede karşılık gelen noktaların kümesini gösteriniz.

2. $3 < |z + 1 - i| < 4$

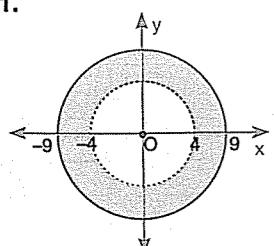
eşitsizliğine karmaşık düzlemede karşılık gelen noktaların kümesini gösteriniz.

4. $\frac{3}{2} \leq |z + 2 - i| \leq 2$

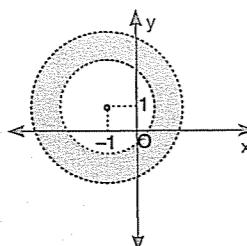
eşitsizliğine karmaşık düzlemede karşılık gelen noktaların kümesini gösteriniz.

sonuç yayınıları

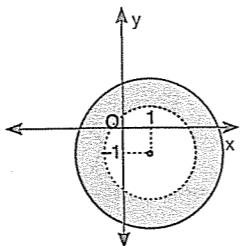
1.



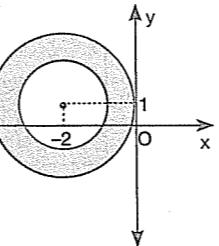
2.



3.



4.



İki Karmaşık Sayı Arasındaki Uzaklık - VI

Örnek

$|z| \leq 2$ olmak üzere,

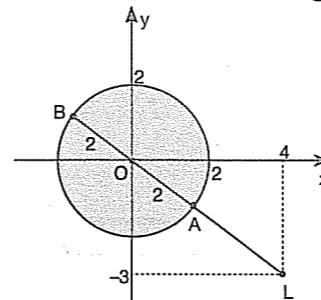
$$|z - 4 + 3i|$$

ifadesinin alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

➤ $|z| \leq 2$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarının görüntüsü $O(0, 0)$ merkezli ve $r = 2$ yarıçaplı çember ile bu çemberin iç bölgesidir.

➤ $|z - 4 + 3i| = |z - (4 - 3i)|$ ifadesi z noktaları ile $z_0 = 4 - 3i$ noktası arasındaki uzaklığını belirtir.



Çözüm

z_0 noktasından ve çemberin merkezinden geçen doğru, çemberi A ve B noktasında kessin.

- z ile z_0 arasındaki en kısa uzaklık $|AL|$
- z ile z_0 arasındaki en uzun uzaklık $|BL|$ dir.

$$|OL| = \sqrt{3^2 + 4^2} \text{ br}$$

$$|OL| = 5 \text{ br}$$

Bunlara göre,

- $|z - 4 + 3i|$ ifadesinin en büyük değeri;
 $|BL| = |OL| + |OB|$
 $|BL| = 5 + 2 \Rightarrow |BL| = 7 \text{ br}$
- $|z - 4 + 3i|$ ifadesinin en küçük değeri;
 $|AL| = |OL| - |OA|$
 $|AL| = 5 - 2 \Rightarrow |AL| = 3 \text{ br} \text{ olur.}$

$$7 + 3 = 10 \text{ olur.}$$

Cevap E

TEST - 31

1. $|z| \leq 5$ olmak üzere,

$$|z - 6 - 8i|$$

ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 15

3. $|z - 3 - 2i| \leq 4$ olmak üzere,

$$|z + 1 - 5i|$$

ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. $|z| \leq 4$ olmak üzere,

$$|z - 9 + 12i|$$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

- A) 4 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

4. $|z + 3 - 2i| \leq 4$ olmak üzere,

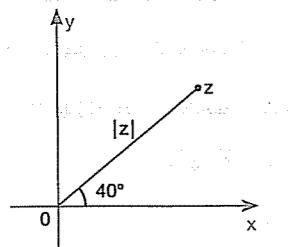
$$|z - 1 + i|$$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

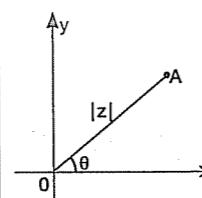
Karmaşık Sayıların Kutupsal Gösterimi - I

Örnek



Yukarıdaki grafikte verilen z karmaşık sayısının kutupsal biçimdeki yazılışını bulunuz.

Çözüm



$|OA| = |z| = r$ ve $[OA]$ doğru parçasının x ekseniyle pozitif yönde yaptığı açının ölçüsü θ olmak üzere, A noktasına karşılık gelen (r, θ) ikilisine A noktasının kutupsal koordinatları denir.

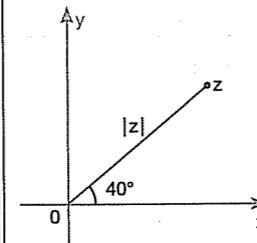
$0 \leq \theta < 2\pi$ olmak üzere, θ açısına z karmaşık sayısının esas argümenti denir ve $\text{Arg}(z) = \theta$ ile gösterilir.
 $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ yazılışına karmaşık sayısının kutupsal gösterimi denir.

Bu gösterim kısaca, $z = r \cdot \text{cis}\theta$ biçiminde gösterilir.

$$z = |z|(\cos 40^\circ + i\sin 40^\circ) \text{ veya}$$

$$z = |z| \cdot \text{cis} 40^\circ \text{ dir.}$$

$$r = |z| \text{ ve } \text{Arg}(z) = 40^\circ$$



TEST - 32

1.
 Yandaki grafikte verilen z karmaşık sayısının kutupsal biçimdeki yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $4 \text{cis} 50^\circ$ B) $\text{cis} 50^\circ$ C) $4 \text{cis} 40^\circ$
 D) $\text{cis} 40^\circ$ E) $4 \text{cis} 130^\circ$

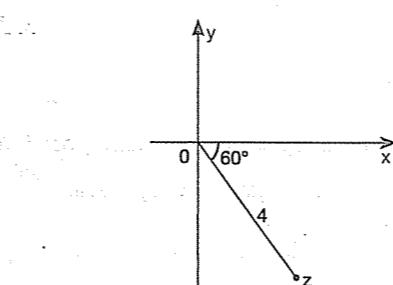
2.
 Yandaki grafikte verilen z karmaşık sayısının kutupsal biçimdeki yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $2 \text{cis} 90^\circ$ B) $2 \text{cis} 0^\circ$ C) $\text{cis} 90^\circ$
 D) $\text{cis} 0^\circ$ E) $2 \text{cis} 180^\circ$

3.
 Yandaki grafikte verilen z karmaşık sayısının kutupsal biçimdeki yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\text{cis} 0^\circ$ B) $3 \text{cis} 0^\circ$ C) $\text{cis} 180^\circ$
 D) $3 \text{cis} 180^\circ$ E) $\text{cis} 270^\circ$

4.
 Yandaki grafikte verilen z karmaşık sayısının kutupsal biçimdeki yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\text{cis} 50^\circ$ B) $4 \text{cis} 50^\circ$ C) $\text{cis} 130^\circ$
 D) $4 \text{cis} 130^\circ$ E) $4 \text{cis} 230^\circ$

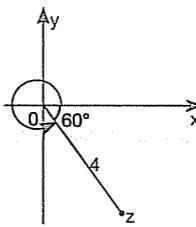
Karmaşık Sayıların Kutupsal Gösterimi - II

Örnek



Yukarıdaki grafikte verilen z karmaşık sayısının standart biçimdeki yazılışını bulunuz.

Çözüm



z nin x ekseniyle pozitif yönde yaptığı açının ölçüsü 300° dir.

Yani $\text{Arg}(z) = 300^\circ$

$$\theta = 300^\circ \text{ ve } |z| = 4 \text{ tür.}$$

$$z = 4 \cdot (\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ)$$

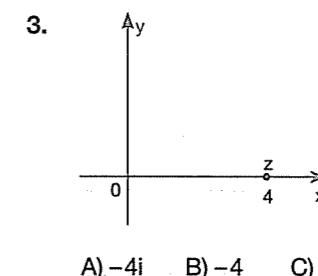
$$z = 4 \cdot (\cos 60^\circ - i \sin 60^\circ)$$

$$z = 4 \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i \right)$$

$$z = 2 - 2\sqrt{3}i \text{ olur.}$$

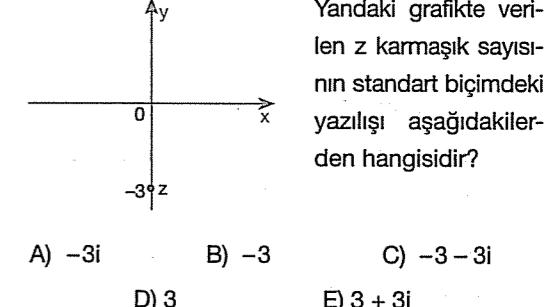
TEST - 33

1.
 Yandaki grafikte verilen z karmaşık sayısının standart biçimdeki yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ B) $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$
 C) $3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}i$ D) $3 + 3i$
 E) $6 + 6i$



- A) $-4i$ B) -4 C) 4 D) $4i$ E) $8i$

2.
 Yandaki grafikte verilen z karmaşık sayısının standart biçimdeki yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $-4 - 4\sqrt{3}i$ B) $-4\sqrt{3} - 4i$ C) $-\sqrt{3} - i$
 D) $-2\sqrt{3} - \sqrt{3}i$ E) $4 - 4i$



- A) $-3i$ B) -3 C) $-3 - 3i$ D) 3 E) $3 + 3i$

sonuç yayınları

Karmaşık Sayıların Kutupsal Gösterimi - III

Örnek

$$z = 1 - \sqrt{3}i$$

karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\text{cis}240^\circ$ B) $2\text{cis}300^\circ$ C) $2\text{cis}330^\circ$
D) $4\text{cis}300^\circ$ E) $4\text{cis}330^\circ$

Cözüm

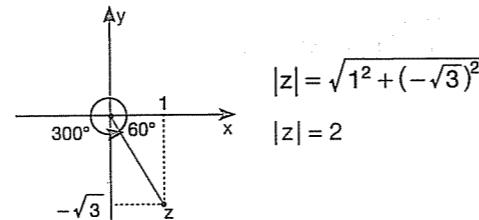
$z = 1 - \sqrt{3}i$ karmaşık sayısını kutupsal biçimde yazabilmek için

1) θ yi bulmalıyız.

$z = 1 - \sqrt{3}i$ karmaşık sayısının reel kısmı pozitif ve sanal kısmı negatif olduğu için IV. bölgededir.

$$\tan \theta = \frac{-\sqrt{3}}{1} = -\sqrt{3} \quad \theta = 300^\circ$$

2) $|z|$ yi bulmalıyız.



Buna göre,

$$z = 2 \cdot (\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ) = 2\text{cis}300^\circ \text{ olur.}$$

Cevap B

TEST - 34

1. $z = 2 + 2i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{2} \text{cis}45^\circ$ B) $2\sqrt{2} \text{cis}45^\circ$
C) $4\text{cis}45^\circ$ D) $4\sqrt{2} \text{cis}45^\circ$
E) $8\text{cis}45^\circ$

3. $z = -\sqrt{3} - i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\text{cis}150^\circ$ B) $2\text{cis}210^\circ$
C) $2\text{cis}240^\circ$ D) $2\text{cis}270^\circ$
E) $2\text{cis}300^\circ$

4. $z = -5i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\text{cis}90^\circ$ B) $\text{cis}180^\circ$
C) $5\text{cis}180^\circ$ D) $5\text{cis}270^\circ$
E) $5\text{cis}360^\circ$

sonuçlar

2. $z = -2 + 2i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\sqrt{2} \text{cis}45^\circ$ B) $\sqrt{2} \text{cis}135^\circ$
C) $2\sqrt{2} \text{cis}135^\circ$ D) $4\text{cis}45^\circ$
E) $4\text{cis}135^\circ$

Karmaşık Sayıların Kutupsal Gösterimi - IV

Örnek

$$z = 2\text{cis}\frac{\pi}{3} \text{ ve } w = 4\text{cis}\frac{3\pi}{4}$$

olduğuna göre, $\text{Re}(z) + \text{Re}(w)$ kaçtır?

- A) $2 - 2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$
D) 1 E) $1 - 2\sqrt{2}$

Cözüm

$$z = 2\text{cis}\frac{\pi}{3}$$

$$z = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$z = 2\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

$$z = 1 + \sqrt{3}i \Rightarrow \text{Re}(z) = 1$$

$$w = 4\text{cis}\frac{3\pi}{4}$$

$$w = 4\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \sin\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$w = 4\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$w = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i \quad \text{Re}(w) = -2\sqrt{2}$$

$$\text{Re}(z) + \text{Re}(w) = 1 - 2\sqrt{2} \text{ olur.}$$

Cevap E

TEST - 35

1. Kutupsal koordinatları $\left(4, \frac{\pi}{3}\right)$ olan karmaşık sayının standart biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{3} + i$ B) $1 + \sqrt{3}i$ C) $2 + \sqrt{3}i$
D) $\sqrt{3} + 2i$ E) $2 + 2\sqrt{3}i$

2. $z = 4\text{cis}\frac{\pi}{6}$ ve $w = 2\text{cis}\frac{\pi}{4}$

olduğuna göre, $\text{Re}(z) + \text{Im}(w)$ kaçtır?

- A) $2 + \sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3} + \sqrt{2}$ C) $2 + 2\sqrt{3}$
D) $3 + \sqrt{2}$ E) $3 + \sqrt{3}$

3. $|z| = 4$ ve $\text{Arg}(z) = \frac{2\pi}{3}$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının standart biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2 - 2\sqrt{3}i$ B) $-2\sqrt{3} - 2i$ C) $-2 + 2\sqrt{3}i$
D) $2 + 2\sqrt{3}i$ E) $2\sqrt{3} + 2i$

4. $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\text{cis}240^\circ$ B) $\text{cis}270^\circ$ C) $\text{cis}300^\circ$
D) $\text{cis}330^\circ$ E) $2\text{cis}330^\circ$

5. $z = 6(\cos 1200^\circ + i \sin 1200^\circ)$

karmaşık sayısının standart biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3\sqrt{3} - 3i$ B) $-3 + 3\sqrt{3}i$ C) $3i$
D) $6i$ E) $6 + 6\sqrt{3}i$

6. $z = 8\left(\cos\frac{11\pi}{4} + i \sin\frac{11\pi}{4}\right)$

karmaşık sayısının standart biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}i$ B) $-4 - 4i$ C) $-2\sqrt{2} - 2i$
D) $-4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$ E) $4 + 4i$

Karmaşık Sayıların Kutupsal
Gösterimi - V

Örnek

$$z = \sin 70^\circ - i \cdot \cos 70^\circ$$

olduğuna göre, z nin esas argümenti kaç derecedir?

- A) 340° B) 320° C) 280° D) 200° E) 160°

Çözüm

Verilen karmaşık sayıyı $z = |z| \cdot (\cos\theta + i\sin\theta)$ şeklinde yazmalıyız.

$$\begin{aligned} z &= \sin 70^\circ - i \cos 70^\circ \\ &= \cos(90^\circ - 70^\circ) - i\sin(90^\circ - 70^\circ) \\ &= \cos 20^\circ - i\sin 20^\circ \\ &= \cos(360^\circ - 340^\circ) - i\sin(360^\circ - 340^\circ) \\ &= \cos 340^\circ - i(-\sin 340^\circ) \\ &= \cos 340^\circ + i\sin 340^\circ \text{ olduğundan} \end{aligned}$$

$\operatorname{Arg}(z) = 340^\circ$ olur.

Cevap A

TEST - 36

1. $z = \sin 50^\circ - i\cos 50^\circ$

olduğuna göre, z nin esas argümenti kaç derecedir?

- A) 320° B) 300° C) 220° D) 200° E) 160°

2. $z = \cos 80^\circ - i\sin 80^\circ$

olduğuna göre, z nin esas argümenti kaç derecedir?

- A) 300° B) 280° C) 240° D) 200° E) 180°

3. $z = \cos \frac{\pi}{4} - i\sin \frac{\pi}{4}$

olduğuna göre, z nin esas argümenti kaç radiandır?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{5\pi}{4}$ D) $\frac{3\pi}{2}$ E) $\frac{7\pi}{4}$

4. θ dar açı olmak üzere,

$z = 1 + \cos 4\theta + i\sin 4\theta$ karmaşık sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\theta}{3}$ B) $\frac{\theta}{2}$ C) θ D) 2θ E) 4θ

Not: ($\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1$ ve $\sin 2\theta = 2\sin\theta \cdot \cos\theta$)

5. $z = 1 + \cos 30^\circ + i\sin 30^\circ$

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

- A) 10° B) 15° C) 20° D) 25° E) 30°

6. $z = 1 + i \cdot \tan 40^\circ$

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

- A) 10° B) 20° C) 30° D) 40° E) 50°

Argümentin Maksimum - Minimum

Olaması

Örnek

$$|z - 4i| = 2$$

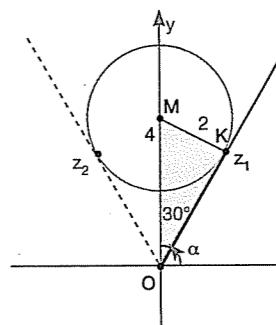
eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en küçük olanın esas argümenti kaç derecedir?

- A) 30° B) 60° C) 75° D) 90° E) 120°

Çözüm

$|z - 4i| = 2$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayıları

$M(0, 4)$ merkezli $r = 2$ yarıçaplı çember üzerindeki noktalardır.



Grafikte görüldüğü gibi z karmaşık sayılarından argümenti en küçük olan z_1 dir. (En büyük olan z_2 dir)

OMK dik üçgeninde
 $|OM| = 4$ br ve
 $|MK| = 2$ br
olduğundan $m(\widehat{MOK}) = 30^\circ$ olur.

Buna göre, $\operatorname{Arg}(z_1) = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ olur.

Cevap B

TEST - 37

1. $|z - 4i| = 2\sqrt{3}$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en küçük olanın esas argümenti kaç derecedir?

- A) 30° B) 45° C) 60° D) 70° E) 90°

3. $|z + 8| = 4$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en büyük olanının esas argümenti kaç derecedir?

- A) 120° B) 150° C) 180° D) 210° E) 240°

2. $|z + 6| = 3$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en küçük olanın esas argümenti kaç derecedir?

- A) 90° B) 120° C) 150° D) 180° E) 210°

4. $|z - 2\sqrt{3}| = 3$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en büyük olanı esas argümenti kaç derecedir?

- A) 210° B) 240° C) 270° D) 300° E) 330°

Argümenti Verilen Karmaşık Sayının Görüntüsü

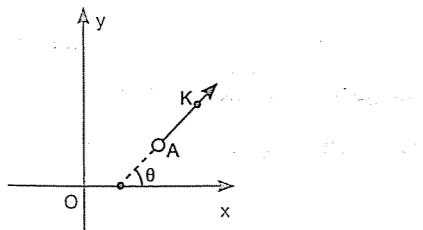
Örnek

$$\operatorname{Arg}(z - 2i) = \frac{\pi}{6}$$

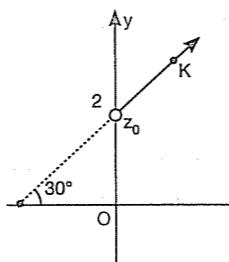
eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsünü bulunuz.

$z_0 = a + bi$ karmaşık sayısının karmaşık düzlemdeki görüntüsü A(a, b) olmak üzere;

$\operatorname{Arg}(z - z_0) = \theta$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarının görüntüsü z_0K yarı doğrusudur.



Çözüm



$\operatorname{Arg}(z - 2i) = \frac{\pi}{6}$ olduğundan z karmaşık sayılarının görüntüsü z_0K yarı doğrusudur.

TEST - 38

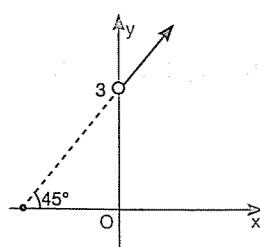
1. $\operatorname{Arg}(z - 3i) = \frac{\pi}{4}$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsünü bulunuz.

2. $\operatorname{Arg}(z - 1 - i) = \frac{\pi}{4}$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsünü bulunuz.

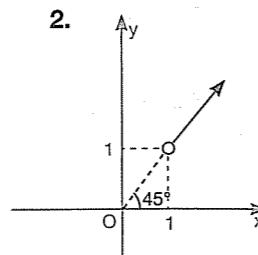
1.



3. $\operatorname{Arg}(z + 3) = \frac{\pi}{3}$ ve $\operatorname{Arg}(z - i) = \frac{\pi}{2}$

koşullarını sağlayan z karmaşık sayısını bulunuz.

2.



3. $3\sqrt{3}i$

sonuç yayınları

Kutupsal Biçimde

Toplama - Çıkarma İşlemi - I

Örnek

$$z_1 = 4(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$$

$$z_2 = 2(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamını bulunuz.

Çözüm

Kutupsal biçimde verilen iki karmaşık sayı toplanırken veya çıkarılırken reel kısımları kendi aralarında, sanal kısımları da kendi aralarında toplanır veya çıkarılır.

Buna göre,

$$z_1 = 4\cos 60^\circ + 4i \sin 60^\circ$$

$$z_2 = 2\cos 45^\circ + 2i \sin 45^\circ$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow z_1 + z_2 &= 4\cos 60^\circ + 2\cos 45^\circ + (4\sin 60^\circ + 2\sin 45^\circ)i \\ &= 4 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \left(4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)i \\ &= 2 + \sqrt{2} + (2\sqrt{3} + \sqrt{2})i \text{ olur.} \end{aligned}$$

TEST - 39

1. $z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$

$$z_2 = \cos 30^\circ + i \sin 30^\circ$$

olduğuna göre $z_1 - z_2$ farkının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 - \sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})i$ B) $1 + \sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})i$

C) $1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\right)i$ D) $1 + \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(\sqrt{3} + \frac{1}{2}\right)i$

E) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)i$

3. $z_1 = \cos 105^\circ + i \sin 105^\circ$

$$z_2 = \cos 15^\circ + i \sin 15^\circ$$

ise $z_1 + z_2$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$

D) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$ E) $\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

ipucu: $\begin{cases} \cos a + \cos b = 2 \cdot \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2} \\ \sin a + \sin b = 2 \cdot \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2} \end{cases}$

2. $z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$

$$z_2 = 2(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamının imajiner (sanal) kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ C) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

D) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

4. $z_1 = 4\left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}\right)$

$$z_2 = 4\left(\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12}\right)$$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamının reel kısmı kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{6}$ E) $3\sqrt{3}$

**Kutupsal Biçimde
Toplama - Çıkarma İşlemi - II**

Örnek

$$|3\text{cis}70^\circ - 2\text{cis}10^\circ|$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{7}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 3
D) $3\sqrt{2}$ E) 5

Grafikte görüldüğü gibi istenen

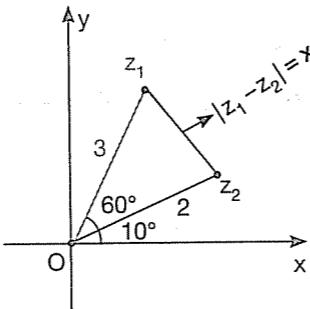
$$|z_1 - z_2| = x \text{ değeridir.}$$

Oz₁z₂ üçgeninde

$$x^2 = 3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cos 60^\circ \quad (\text{cosinüs teoremi})$$

Çözüm

$z_1 = 3\text{cis}70^\circ$ ve $z_2 = 2\text{cis}10^\circ$ olmak üzere aradığımız değer $|z_1 - z_2|$ olup bu da z_1 ile z_2 arasındaki uzaklığı eşittir.



$$\Rightarrow x^2 = 9 + 4 - 12 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 = 13 - 6 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow x = \sqrt{7} \text{ olur.}$$

Cevap A

TEST - 40

1. $|2\text{cis}85^\circ - \text{cis}25^\circ|$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{6}$ D) 3 E) 4

3. $z = 4\text{cis}45^\circ$

$$w = 2\text{cis}165^\circ$$

olduğuna göre $|z - w|$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $2\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{7}$ C) $\sqrt{7}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{5}$

sonuç yayınları

2. $z = 3\text{cis}50^\circ$

$$w = 3\text{cis}110^\circ$$

olduğuna göre, $|z - w|$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) 3

4. $|\text{cis}10^\circ - 2\text{cis}40^\circ|$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{5 + \sqrt{3}}$ B) $\sqrt{5 - 2\sqrt{3}}$ C) $\sqrt{6 + 2\sqrt{3}}$
D) $\sqrt{6 + 3\sqrt{3}}$ E) $\sqrt{9 + 2\sqrt{3}}$

Kutupsal Biçimde Çarpma İşlemi

Örnek

$$z = 2\text{cis}95^\circ$$

$$w = 3\text{cis}25^\circ$$

olduğuna göre, $z \cdot w$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3\sqrt{3}i$ B) $-3i$ C) $3 - 3\sqrt{3}i$
D) $-3 - 3\sqrt{3}i$ E) $-3 + 3\sqrt{3}i$

Çözüm

$$z_1 = r_1 \cdot (\cos \theta + i \sin \theta) \text{ ve}$$

$$z_2 = r_2 \cdot (\cos \alpha + i \sin \alpha) \text{ için}$$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot (\cos(\theta + \alpha) + i \sin(\theta + \alpha))$$

$$= r_1 \cdot r_2 \cdot \text{cis}(\theta + \alpha) \text{ dir.}$$

$$z \cdot w = 2 \cdot \text{cis}95^\circ \cdot 3 \cdot \text{cis}25^\circ$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot \text{cis}95^\circ \cdot \text{cis}25^\circ$$

$$= 6 \cdot \text{cis}(95^\circ + 25^\circ)$$

$$= 6 \cdot \text{cis}120^\circ$$

$$= 6 \cdot (\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$$

$$= 6 \cdot \left(-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= -3 + 3\sqrt{3}i \text{ olur.}$$

Cevap E

TEST - 41

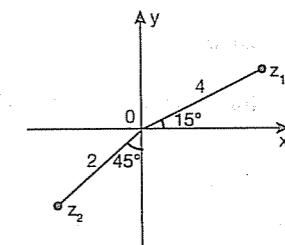
1. $z_1 = 2(\cos 65^\circ + i \sin 65^\circ)$

$$z_2 = 3(\cos 25^\circ + i \sin 25^\circ)$$

olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-6i$ B) -6 C) 6 D) $6i$ E) $12i$

4.



Yandaki grafikte verilen z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için $z_1 \cdot z_2$ çarpımının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-4\sqrt{3} - 4i$ B) $-4 - 4\sqrt{3}i$ C) $-2 - 2\sqrt{3}i$

- D) $-2\sqrt{3} - 2i$ E) $-2 - \sqrt{3}i$

2. $z = 3\text{cis}80^\circ$

$$w = 4\text{cis}40^\circ$$

olduğuna göre, $z \cdot w$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-6 - 6\sqrt{3}i$ B) $-6 + 6\sqrt{3}i$
C) $-12 + 12\sqrt{3}i$ D) $6 + 6\sqrt{3}i$
E) $12 + 12\sqrt{3}i$

5. $z_1 = \left(3, \frac{2\pi}{3}\right)$

$$z_2 = \left(2, \frac{\pi}{6}\right)$$

olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımının standart biçimde aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3\sqrt{3} - 3i$ B) $-3 + 3\sqrt{3}i$

- C) $-3\sqrt{3} + 3i$ D) $-\sqrt{3} - i$

$$E) \sqrt{3} + i$$

Kutupsal Biçimde Bölme İşlemi

Örnek

$$z = 4\text{cis}110^\circ$$

$$w = 2\text{cis}20^\circ$$

olduğuna göre, $\frac{z}{w}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2i$ B) $-i$ C) 1 D) i E) $2i$

Cözüm

$$z_1 = r_1 \cdot (\cos\theta + i\sin\theta) \text{ ve}$$

$$z_2 = r_2 \cdot (\cos\alpha + i\sin\alpha) \text{ için}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \cdot (\cos(\theta - \alpha) + i\sin(\theta - \alpha))$$

$$= \frac{r_1}{r_2} \cdot \text{cis}(\theta - \alpha) \text{ dir.}$$

$$\frac{z}{w} = \frac{4 \cdot \text{cis}110^\circ}{2 \cdot \text{cis}20^\circ}$$

$$= \frac{4}{2} \cdot \text{cis}(110^\circ - 20^\circ)$$

$$= 2 \cdot \text{cis}90^\circ$$

$$= 2 \cdot (\cos 90^\circ + i\sin 90^\circ)$$

$$= 2(0 + i \cdot 1)$$

$$= 2i \text{ olur.}$$

Cevap E

TEST - 42

1. $z_1 = 8(\cos 140^\circ + i\sin 140^\circ)$

$$z_2 = 4(\cos 80^\circ + i\sin 80^\circ)$$

olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 + \sqrt{3}i$ B) $\sqrt{3} + i$ C) $2 + \sqrt{3}i$
D) $2 + 2\sqrt{3}i$ E) $3 + \sqrt{3}i$

2. $z_1 = 9(\cos 130^\circ + i\sin 130^\circ)$

$$z_2 = 3(\cos 100^\circ + i\sin 100^\circ)$$

olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ aşağıdakilerden hangisidir?

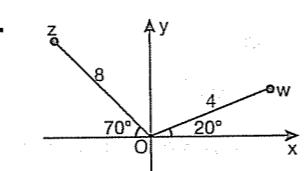
- A) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ B) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C) $\sqrt{3} + i$
D) $\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$ E) $\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

3. $z = 2\sqrt{3} - 2i$

$$w = -1 + i$$

olduğuna göre, $\text{Arg}\left(\frac{z}{w}\right)$ kaç derecedir?

- A) 175 B) 195 C) 205 D) 215 E) 225



Yandaki grafikte verilen z ve w karmaşık sayıları için $\frac{z}{w}$ işleminin sonucu nedir?

- A) i B) 1 C) 2i D) 2 E) 4

sonuç yayınıları

5. $z_1 = \cos 128^\circ + i\sin 52^\circ$

$$z_2 = \cos 36^\circ + i\sin 144^\circ$$

$$z_3 = \sin 16^\circ - i\sin 254^\circ$$

olduğuna göre, $\frac{z_1 \cdot z_2}{z_3}$ işleminin sonucu nedir?

- A) $-2i$ B) $-i$ C) 1 D) i E) $2i$

Bir Karmaşık Sayının Orijin Etrafında Döndürülmesi - I

Örnek

$$z = \cos 40^\circ + i\sin 40^\circ$$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 20° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$
C) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$
E) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

Cözüm

$$z = r \cdot (\cos\theta + i\sin\theta) \text{ olmak üzere}$$

z karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde α kadar döndürülmesi ile elde edilen karmaşık sayı w olmak üzere,

$$w = z \cdot \text{cis}\alpha$$

$$w = r \cdot (\cos(\theta + \alpha) + i\sin(\theta + \alpha))$$

Buna göre,

z = $\cos 40^\circ + i\sin 40^\circ$ sayısını orijin etrafında pozitif yönde 20° döndürürsek,

$$w = \cos(40^\circ + 20^\circ) + i\sin(40^\circ + 20^\circ)$$

$$w = \cos 60^\circ + i\sin 60^\circ$$

$$w = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \text{ elde edilir.}$$

Cevap E

TEST - 43

1. $z = \cos 35^\circ + i\sin 35^\circ$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 10° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C) $1 + i$
D) $2 + 2i$ E) $3 + 3i$

3. $z = 8\text{cis}230^\circ$

sayısının orijin etrafında negatif yönde 80° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-4\sqrt{3} - 4i$ B) $-4 + 4\sqrt{3}i$ C) $-4 - 4\sqrt{3}i$
D) $-4\sqrt{3} + 4i$ E) $4 + 4i$

4. $z = 1 - i$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 45° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) 3

5. $z = -2 - 2\sqrt{3}i$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 30° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-4i$ B) -4 C) $-2i$ D) -2 E) 2

Bir Karmaşık Sayının Orijin
Etrafında Döndürülmesi - II

Örnek

$$z = 4 - 2i$$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 60° döndürülmesi ile elde edilen karmaşık sayının reel kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 + \sqrt{3}$ B) $3 + \sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3} - 1$
D) $2\sqrt{3} + 1$ E) $2\sqrt{3} + 2$

Çözüm

z karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde α kadar döndürülmesiyle oluşan karmaşık sayı w olmak üzere

$$w = z \cdot \text{cis} \alpha \text{ idi}$$

Buna göre,

$$w = z \cdot \text{cis} 60^\circ$$

$$\Rightarrow w = (4 - 2i) \cdot (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$$

$$\Rightarrow w = (4 - 2i) \cdot \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\Rightarrow w = (2 - i) \cdot (1 + i\sqrt{3})$$

$$\Rightarrow w = 2 + 2\sqrt{3}i - i + \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow w = 2 + \sqrt{3} + (2\sqrt{3} - 1)i$$

$$\Rightarrow \text{Re}(w) = 2 + \sqrt{3} \text{ olur.}$$

Cevap A

TEST - 44

1. $z = 3 + 4i$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 90° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-4 - 3i$ B) $-4 + 3i$ C) $3 - 4i$
D) $-3 + 4i$ E) $3 + 4i$

3. $z = 2 + 2i$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 45° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayının reel kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\sqrt{2}$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $\sqrt{2}$

sonuçlar

2. $z = 2 - i$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 30° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayının sanal kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-1 - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C) $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
D) $\sqrt{3} + \frac{1}{2}i$ E) $1 + \sqrt{3}i$

Karmaşık Sayının Kuvvetleri

Örnek

$$z = -1 + \sqrt{3}i$$

olduğuna göre, z^8 aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^7(1 + \sqrt{3}i)$ B) $2^7(\sqrt{3} - 1)$
C) $2^7(1 - \sqrt{3}i)$ D) $2^7(-1 + \sqrt{3}i)$
E) $2^7(-1 - \sqrt{3}i)$

Çözüm

$$z = r \cdot (\cos \theta + i \sin \theta) \text{ ise,}$$

$$z^n = r^n \cdot (\cos(n \cdot \theta) + i \sin(n \cdot \theta))$$

$$z^n = r^n \text{ cis}(n \cdot \theta) \text{ olur (De' Moivre Teoremi)}$$

$z = -1 + \sqrt{3}i$ karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı,

$$z = 2 \cdot (\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ) \text{ olduğundan}$$

$$z^8 = 2^8 \cdot (\cos(8 \cdot 120^\circ) + i \sin(8 \cdot 120^\circ))$$

$$z^8 = 2^8 \cdot (\cos 960^\circ + i \sin 960^\circ)$$

960° nin esas ölçüsü 240° olduğundan

$$z^8 = 2^8 \cdot (\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ)$$

$$z^8 = 2^8 \cdot \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$$

$$z^8 = 2^7 \cdot (-1 - \sqrt{3}i) \text{ olur.}$$

Cevap E

TEST - 45

1. $z = 4 \cdot (\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ)$

olduğuna göre, z^9 aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2^{16}i$ B) $-2^{18}i$ C) $2^{16}i$ D) $2^{18}i$ E) 2^{18}

4. $z = 1 + i$

olduğuna göre, z^{16} nin sanal kısmı kaçtır?

- A) -12^{16} B) -2^8 C) 0 D) 2^8 E) 2^{16}

2. $z = 3 \cdot (\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)$

olduğuna göre, z^3 ün kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(3, 40^\circ)$ B) $(9, 40^\circ)$ C) $(3, 120^\circ)$
D) $(9, 120^\circ)$ E) $(27, 120^\circ)$

5. $(\sqrt{3} - i)^{30}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2^{30} B) $-2^{30}i$ C) $2^{30}(1 - i)$
D) $2^{30}(1 + i)$ E) $2^{60}(1 - i)$

3. $z = 1 - \sqrt{3}i$

olduğuna göre, z^{12} aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2^{12}i$ B) -2^{12} C) $2^{12}i$
D) 2^{12} E) $2^{12}(1 + i)$

6. $(\sqrt{3} + i)^{-12}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2^{-12} B) 2^{-6} C) $2^{-12} \cdot i$
D) $2^{-6} \cdot i$ E) $2^{-3} \cdot i$

Karmaşık Sayının Argümenti

İle İlgili İşlemler

Örnek

z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için

$$\operatorname{Arg}(z_1^3 \cdot z_2) = 165^\circ$$

$$\operatorname{Arg}\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right) = 285^\circ$$

olduğuna göre, $\operatorname{Arg}(z_1) - \operatorname{Arg}(z_2)$ kaç derecedir?

- A) 15° B) 20° C) 25° D) 30° E) 35°

$\operatorname{Arg}z = \alpha$ olmak üzere,

$$\operatorname{Arg}(-z) = \pi + \alpha$$

$$\operatorname{Arg}(\bar{z}) = 2\pi - \alpha$$

$$\operatorname{Arg}(z^{-1}) = 2\pi - \alpha$$
 dır.

Çözüm

$$\operatorname{Arg}(z_1 \cdot z_2) = \operatorname{Arg}(z_1) + \operatorname{Arg}(z_2)$$

$$\operatorname{Arg}\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \operatorname{Arg}(z_1) - \operatorname{Arg}(z_2)$$

$$\operatorname{Arg}(z_1^3 \cdot z_2) = 165^\circ \Rightarrow \operatorname{Arg}(z_1^3) + \operatorname{Arg}(z_2) = 165^\circ$$

$$\Rightarrow 3\operatorname{Arg}(z_1) + \operatorname{Arg}(z_2) = 165^\circ \dots \text{I}$$

$$\operatorname{Arg}\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right) = 285^\circ \Rightarrow \operatorname{Arg}(\bar{z}_1) - \operatorname{Arg}z_2 = 285^\circ$$

$$\Rightarrow 360 - \operatorname{Arg}(z_1) - \operatorname{Arg}(z_2) = 285^\circ$$

$$\Rightarrow \operatorname{Arg}(z_1) + \operatorname{Arg}(z_2) = 75^\circ \dots \text{II}$$

I ve II yi ortak çözelim.

$$3\operatorname{Arg}(z_1) + \operatorname{Arg}(z_2) = 165^\circ$$

$$2/\ \operatorname{Arg}(z_1) + \operatorname{Arg}(z_2) = 75^\circ$$

$$-\quad\quad\quad$$

$$\operatorname{Arg}(z_1) - \operatorname{Arg}(z_1) = 15^\circ$$

Cevap A

TEST - 46

1. $\operatorname{Arg}(z) = \frac{\pi}{4}$

olduğuna göre, $\operatorname{Arg}(z) + \operatorname{Arg}(-z^{-1})$ kaç derecedir?

- A) 180 B) 270 C) 360 D) 450 E) 540

3. $z = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$

olduğuna göre, $\operatorname{Im}((\bar{z})^6)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -i B) -1 C) 0 D) 1 E) i

sonuç yayınları

2. $\operatorname{Arg}\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right) = 80^\circ$

olduğuna göre, $\operatorname{Arg}(z_1) + \operatorname{Arg}(z_2)$ kaç derecedir?

- A) 100 B) 150 C) 200 D) 240 E) 280

4. z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için

$$\operatorname{Arg}(z_1^3 \cdot z_2^2) = 120^\circ$$

$$\operatorname{Arg}\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = 40^\circ$$

olduğuna göre, $\operatorname{Arg}(z_1) + \operatorname{Arg}(z_2)$ kaç derecedir?

- A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

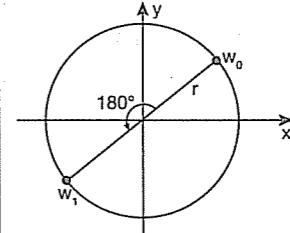
Bir Karmaşık Sayının Kökleri - I

Örnek

$$z = 2 + 2\sqrt{3}i$$

karmaşık sayısının köklerini bulunuz.

Çözüm



$z = 2 + 2\sqrt{3}i$ sayısını kutupsal biçimde yazalım.

$$|z| = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4 \text{ ve } \operatorname{Arg}(z) = 60^\circ \text{ olduğundan,}$$

$$z = 4 \cdot (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) = 4 \cdot \operatorname{cis} 60^\circ$$

$$w_0 = \sqrt{r} \cdot \operatorname{cis} \frac{\theta}{2} \text{ ve } w_1 = \sqrt{r} \cdot \operatorname{cis} \left(\frac{\theta}{2} + 180^\circ \right)$$

$$\triangleright w_0 = \sqrt{4} \cdot \operatorname{cis} \frac{60^\circ}{2} = 2 \operatorname{cis} 30^\circ = 2 \cdot (\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ) = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i \cdot \frac{1}{2} \right) = \sqrt{3} + i$$

$$\triangleright w_1 = \sqrt{4} \cdot \operatorname{cis} \left(\frac{60^\circ}{2} + 180^\circ \right) = 2 \cdot \operatorname{cis} 210^\circ = 2 \cdot (\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ) = 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - i \cdot \frac{1}{2} \right) = -\sqrt{3} - i$$

TEST - 47

1. $z = 16 \operatorname{cis} 50^\circ$

karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 \operatorname{cis} 25^\circ$ B) $2 \operatorname{cis} 205^\circ$ C) $4 \operatorname{cis} 25^\circ$
D) $16 \operatorname{cis} 25^\circ$ E) $16 \operatorname{cis} 205^\circ$

3. $z^2 + 16i = 0$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4 \operatorname{cis} 75^\circ$ B) $4 \operatorname{cis} 95^\circ$ C) $4 \operatorname{cis} 115^\circ$
D) $4 \operatorname{cis} 135^\circ$ E) $4 \operatorname{cis} 155^\circ$

4. $z^2 = 1 + \sqrt{3}i$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{\sqrt{2} \operatorname{cis} 60^\circ, \sqrt{2} \operatorname{cis} 240^\circ\}$
B) $\{\sqrt{2} \operatorname{cis} 90^\circ, \sqrt{2} \operatorname{cis} 270^\circ\}$
C) $\{\sqrt{2} \operatorname{cis} 30^\circ, \sqrt{2} \operatorname{cis} 210^\circ\}$
D) $\{\sqrt{3} \operatorname{cis} 60^\circ, \sqrt{3} \operatorname{cis} 240^\circ\}$
E) $\{\sqrt{3} \operatorname{cis} 30^\circ, \sqrt{3} \operatorname{cis} 210^\circ\}$

Bir Karmaşık Sayının Kökleri - II

Örnek

$$z = 3 + 4i$$

karmaşık sayısının kareköklerini bulunuz.

Çözüm

$z = 3 + 4i$ karmaşık sayısını kutupsal biçimde yazmak zor olduğundan dolayı farklı bir yolla soruyu çözeceğiz.

z karmaşık sayısının karekökleri w_0 ve w_1 olsun.
 $w_0 = a + bi$ alalım. Bu durumda,

$$w_0^2 = z \Rightarrow (a + bi)^2 = 3 + 4i \text{ olur.}$$

$$a^2 + 2abi - b^2 = 3 + 4i$$

$$a^2 - b^2 = 3 \text{ ve } 2ab = 4 \quad (\text{iki karmaşık sayının eşitliği})$$

$$2ab = 4 \Rightarrow b = \frac{2}{a} \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow a^2 - \left(\frac{2}{a}\right)^2 = 3 \Rightarrow a^2 - \frac{4}{a^2} = 3$$

$$\Rightarrow a^4 - 3a^2 - 4 = 0 \Rightarrow (a^2 - 4) \cdot (a^2 + 1) = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 4 = 0 \Rightarrow a = 2 \text{ ve } a = -2 \text{ olur.}$$

$$b = \frac{2}{2} = 1 \text{ ve } b = \frac{2}{-2} = -1 \text{ olur.}$$

Buna göre, z karmaşık sayısının kökleri;

$$w_0 = 2 + i \text{ ve } w_1 = -2 - i$$

TEST - 48

1. $z = 6 + 8i$

karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2\sqrt{2} - \sqrt{2}i$
- B) $-2\sqrt{2} + \sqrt{2}i$
- C) $\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$
- D) $\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$
- E) $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$

2. $z^2 - 5 + 12i = 0$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3 - 2i$
- B) $-2 - 3i$
- C) $3 - 2i$
- D) $3 + 2i$
- E) $2 - 3i$

Bir Karmaşık Sayının Kökleri - III

Örnek

$$z^3 = 8i$$

denkleminin köklerini bulunuz.

Çözüm

$$z^3 = 8i = 8 \cdot \text{cis} 90^\circ$$

$$z_k = \sqrt[3]{8} \cdot \text{cis} \left(\frac{90 + k \cdot 360^\circ}{3} \right)$$

$$\Rightarrow k = 0 \text{ için } z_0 = 2 \cdot \text{cis} \left(\frac{90^\circ}{3} \right) = 2 \cdot \text{cis} 30^\circ$$

$$\Rightarrow k = 1 \text{ için } z_1 = 2 \cdot \text{cis} \left(\frac{90^\circ + 120^\circ}{3} \right) = 2 \cdot \text{cis} 150^\circ$$

$$\Rightarrow k = 2 \text{ için } z_2 = 2 \cdot \text{cis} \left(\frac{90^\circ + 240^\circ}{3} \right) = 2 \cdot \text{cis} 270^\circ$$

$z = r \text{ cis } \theta$ karmaşık sayısının

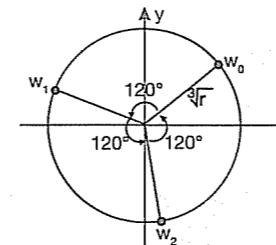
küpkökleri

$$z^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{r} \cdot \text{cis} \frac{\theta + k \cdot 2\pi}{3} \text{ olup}$$

$$k = 0 \text{ için } w_0 = \sqrt[3]{r} \cdot \text{cis} \frac{\theta}{3}$$

$$k = 1 \text{ için } w_1 = \sqrt[3]{r} \cdot \text{cis} \left(\frac{\theta}{3} + 120^\circ \right)$$

$$k = 2 \text{ için } w_2 = \sqrt[3]{r} \cdot \text{cis} \left(\frac{\theta}{3} + 240^\circ \right)$$



TEST - 49

1. $z = -64i$

sayısının küpköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4\text{cis}60^\circ$
- B) $4\text{cis}90^\circ$
- C) $4\text{cis}180^\circ$
- D) $4\text{cis}270^\circ$
- E) $4\text{cis}360^\circ$

2. $z^3 + 8 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1 - \sqrt{3}i, -2, 1 + \sqrt{3}i\}$
- B) $\{\sqrt{3} - i, -2, \sqrt{3} + i\}$
- C) $\{2 - \sqrt{3}i, -2, 2 + \sqrt{3}i\}$
- D) $\{-\sqrt{3}i, -2, \sqrt{3}i\}$
- E) $\{-\sqrt{3}, -2, \sqrt{3}\}$

Notlar ...

... ve bir dizi teknolojiyi kullanarak, her biri 1000 milyon dolarlık bir bütçeye sahip olan 1000 farklı projeyi yönetmektedir. Bu projelerin hepsi, 1000 farklı teknolojiyi kullanarak, 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir. Bu projelerin hepsi, 1000 farklı teknolojiyi kullanarak, 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir. Bu projelerin hepsi, 1000 farklı teknolojiyi kullanarak, 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir. Bu projelerin hepsi, 1000 farklı teknolojiyi kullanarak, 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir. Bu projelerin hepsi, 1000 farklı teknolojiyi kullanarak, 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir. Bu projelerin hepsi, 1000 farklı teknolojiyi kullanarak, 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

... ve 1000 farklı projeyi yönetmektedir.

➤ Testler

➤ @kmis-Sonlar

1. $i^2 = -1$ olmak üzere

$$\sqrt{-4} + \sqrt{-16}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2i$ B) $3i$ C) $4i$ D) $5i$ E) $6i$

2. $i^2 = -1$ olmak üzere

$$\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-4} \cdot \sqrt{-8}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -8 B) -4 C) $-4i$ D) $-8i$ E) $-16i$

3. $i^2 = -1$ olmak üzere

$$\frac{\sqrt{-16} + \sqrt{-25}}{3\sqrt{-27}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-9i$ B) $-3i$ C) $3i$ D) $6i$ E) $9i$

4. Aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

- A) $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{8} = 4i$ B) $\sqrt{(-3)(-9)} = 3\sqrt{3}$
 C) $\frac{\sqrt{-27}}{\sqrt{-3}} = 3$ D) $(\sqrt{-9})^2 = -9i$
 E) $\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-12} = -6$

5. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$$i^2 + i^3 + i^4 + i^5$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2i$ B) i C) 1 D) 0 E) -1

6. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$$P(x) = x^5 - x^4 + 2x^3 - x^2$$

olduğuna göre, $P(i)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2i$ B) i C) $-i$ D) $-2i$ E) $-3i$

7. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$$P(x, y) = 2x^5y^3 - x^3y^2 + 2x^2y + 3xy$$

olduğuna göre, $P(i, -i)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $1+i$ B) $1-i$ C) $2i$ D) i E) $-i$

$$\frac{i^{72} + i^{73} + i^{74}}{i^{36} + i^{37} + i^{38}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2i$ B) $-i$ C) 1 D) i E) $2i$

9. $i^{-128} + i^{-148}$

$$\frac{i^{-128} + i^{-148}}{2i^{-21}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3i$ B) $-i$ C) i D) $3i$ E) $1+i$

10. $i^6 + i^7 + i^8 + \dots + i^{75}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2+i$ B) $-1-i$ C) $1-i$
 D) $1+i$ E) 1

11. $1+i+i^2+i^3+\dots+i^{102}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2i$ B) i C) $-i$
 D) $-2i$ E) $-3i$

12. $-i^3 + i^5 - i^7 + i^9 - \dots + i^{33} - i^{35}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $18i$ B) $17i$ C) $16i$
 D) $15i$ E) $14i$

13. $i^n = -1$

eşitliğini sağlayan iki basamaklı kaç farklı doğal sayı vardır?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

14. $i = \sqrt{-1}$ ve n pozitif tamsayı olmak üzere,

$$\frac{i^{12n-2} + 2i^{4n}}{i^{4n-3}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-i$ B) i C) $2i$ D) $3i$ E) $4i$

15. $i = \sqrt{-1}$ ve $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere,

$$\frac{i^{5n-1} \cdot i^{4n+3}}{i^{3n+1} \cdot i^{2n-1}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

16. $i = \sqrt{-1}$ ve $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere,

$$i^{4n+1} - i^{20n+11} + (-i)^{4n-3} + i^{16n-2}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1-i$ B) $-1-2i$ C) $-1+i$
 D) $2-i$ E) $2+i$

Karmaşık Sayı, Karmaşık Sayıların Eşitliği, Karmaşık Düzleml ve Karmaşık Sayının Eşleniği

1. $z = -6 + 5i$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z) - \operatorname{Im}(z)$ kaçtır?

- A) -1 B) -3 C) -7 D) -9 E) -11

2. $z = 1 + i + i^3 + i^5$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z)$ kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

3. $z = i^2 + i^3 + \dots + i^{54}$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z)$ kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

4. $z = \sqrt{-16} + \sqrt[3]{-8}$

$w = \sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} \cdot \sqrt{-6}$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(w)$ kaçtır?

- A) 2 B) 0 C) -2 D) -4 E) -8

5. $z = 3x + (x-1)i$

karmaşık sayısının real ve sanal kısmının toplamı 7 olduğuna göre, real kısmı kaçtır?

- A) -3 B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

6. $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$z_1 = a + 3 - 5i$

$z_2 = 2 + (b-4)i$

 $z_1 = z_2$ olduğuna göre, $a + b$ kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

7. $a, b \in \mathbb{R}$ ve $\sqrt{-1} = i$ olmak üzere,

$z_1 = 3 - 2a + \sqrt{-4}$

$z_2 = 5 + (4b-6)i$

 $z_1 = z_2$ olduğuna göre, $a + b$ kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

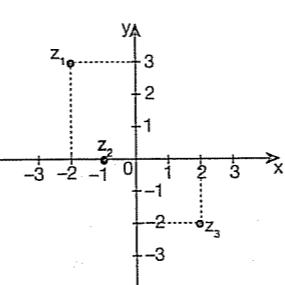
8. $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$(3x + 2y + 5) + (x + y + 3)i = 0$

olduğuna göre, $x + y$ kaçtır?

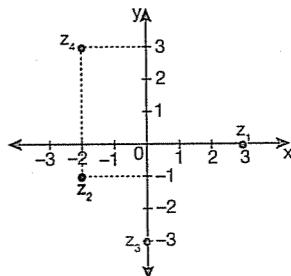
- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

9.

Karmaşık düzlemlerde görüntüleri verilen z_1 , z_2 , z_3 karmaşık sayıları aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $z_1 = 2 + 3i$ B) $z_1 = -2 + 3i$
 $z_2 = -1$ $z_2 = -1$
 $z_3 = 2 - 2i$ $z_3 = 2 - 2i$
- C) $z_1 = 3 + 2i$ D) $z_1 = -3 - 2i$
 $z_2 = -1$ $z_2 = -1$
 $z_3 = 2 + 2i$ $z_3 = 2 + 2i$
- E) $z_1 = -2 + 3i$
 $z_2 = -i$
 $z_3 = -2 + 2i$

12.

Karmaşık düzlemede görüntüleri verilen, z_1, z_2, z_3, z_4 karmaşık sayıları için

$$\frac{\operatorname{Re}(z_1) + \operatorname{im}(z_2)}{\operatorname{Re}(z_4) - \operatorname{im}(z_3)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

13. $z = a + 3 - ai$

karmaşık sayısının eşleniğinin sanal kısmı 4 ise reel kısmı kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

10. $z_1 = 2x + i$

$z_2 = 8 + yi$

karmaşık sayıları veriliyor.

 z_1 karmaşık sayısının eşleniği z_2 olduğuna göre, $x \cdot y$ kaçtır?

- A) 8 B) 4 C) 2 D) -2 E) -4

14. $\bar{z} = xi + 5$

karmaşık sayısı veriliyor.

$\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z) = 6$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

11. $z = -4 + 5i$

karmaşık sayısının eşleniği aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $4 + 5i$
- B)
- $4 - 5i$
- C)
- $-4 + 5i$
-
- D)
- $-4 - 5i$
- E)
- $5 - 4i$

15. $z_1 = \sqrt{-1} + x$

$z_2 = \sqrt[3]{-8} + yi$

karmaşık sayıları veriliyor. $z_1 = \bar{z}_2$ olduğuna göre, $x \cdot y$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Karmaşık Sayının Modülü ve Karmaşık Sayılarda Dört İşlem

Test 1

1. $z = -15 + 8i$

karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı kaç birimdir?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

2. $z = -3i$

$w = 4$

karmaşık sayıları için $|z| + |w|$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 7 E) 9

3. $z = 4 + xi$

karmaşık sayısının modülü $2\sqrt{5}$ br olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -3 B) -1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $x > 0$ olmak üzere,

$$\bar{z} = -3i + x$$

karmaşık sayı için $|z| = 3\sqrt{3}$ br olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z)$ kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{3}$

5. $z_1 = -2 + 3i$

$$z_2 = 5 + 2i$$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamının eşi aşağıdaki kilerden hangisidir?

- A) $2 + 5i$ B) $7 + 3i$ C) $7 + 5i$
D) $3 + 3i$ E) $3 + 5i$

6. $z_1 = 4 + 8i$

$$z_2 = -3i + 5$$

olduğuna göre, $z_1 + \bar{z}_2$ toplamının eşi aşağıdaki kilerden hangisidir?

- A) $9 + 11i$ B) $9 + 5i$ C) $-1 + 5i$
D) $-1 + 11i$ E) $9 - 11i$

7. $z_1 = x + (2x - 1)i$

$$z_2 = 3 + yi$$

$$z_1 + z_2 = 5 + 8i$$

olduğuna göre, x . y kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 7 D) 10 E) 12

8. $z_1 = 2 + 3i$

$$z_2 = 1 - i$$

olduğuna göre, $z_1 - \bar{z}_2$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 + 2i$ B) $3 + 2i$ C) $3 + 4i$
D) $1 + 2i$ E) $1 - 4i$

9. $z_1 = 1 - xi$

$$z_2 = (y + 1) + 4i$$

$$z_1 - \bar{z}_2 = 4 + 8i$$

olduğuna göre, x - y farkı kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) -2 E) 0

13. $z + |z| = 6 + 12i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $9 - 12i$ B) $12 - 9i$ C) $-9 + 12i$
D) $9 + 12i$ E) $9 + 15i$

14. $|z| - \bar{z} = 8 - 12i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının reel kısmı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

15. $z_1 = 1 + 3i$

$$z_2 = 2 + xi$$

karmaşık sayıları için $|z_1 + \bar{z}_2| = 5$ olduğuna göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 3 D) 5 E) 6

16. $z + iz = 1 + 7i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

- 1.** $z + \bar{z} = 6$ olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?
- A) $3 + 2i$ B) $4 + 2i$ C) $-3 - i$
 D) $2 + 3i$ E) $4 - 3i$
- 2.** $z - \bar{z} = 8i$ olduğuna göre, z karmaşık sayısının imajiner kısmı kaçtır?
- A) 8 B) 4 C) -4 D) -8 E) -12
- 3.** $z + |z| = 8 - 12i$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $5 + 12i$ B) $5 - 12i$ C) $-5 - 12i$
 D) $7 + 12i$ E) $12 - 5i$
- 4.** $|z| + i \cdot z = 9 + 3i$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?
- A) -4 B) -3 C) 1 D) 3 E) 4
- 5.** $z - i|z| = 6 - 2i$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $6 + i$ B) $6 + 3i$ C) $4 - 2i$
 D) $4 + 8i$ E) $6 + 8i$
- 6.** $z = \sqrt{-4} + 5$ olduğuna göre, $z \cdot \bar{z}$ kaçtır?
- A) 25 B) 27 C) 29 D) 30 E) 32
- 7.** $(5 - i)(2 + 3i)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $12 + 10i$ B) $12 - 8i$ C) $13 + 12i$
 D) $13 + 13i$ E) $12 + 13i$
- 8.** $z_1 = -2 + xi$
 $z_2 = 1 + 3i$ karmaşık sayıları için $z_1 \cdot z_2 = -5 - 5i$ olduğuna göre, x kaçtır?
- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1
- 9.** $z_1 = 5 + 2i$
 $z_2 = x - 4i$ karmaşık sayıları veriliyor.
- $z_1 \cdot \bar{z}_2 = -8 + 20i$ olduğuna göre, x kaçtır?
- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) 0
- 10.** $z_1 = 1 + i$
 $z_2 = 1 + xi$ karmaşık sayıları veriliyor.
- $z_1 \cdot z_2 = 3 - i$ olduğuna göre, $|z_2|$ kaçtır?
- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) $\sqrt{7}$
- 11.** $(2 - i) \cdot z + i - 2 = -3 - 6i$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?
- A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6
- 12.** $\bar{z} = 4 - z \cdot (1 + i)$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının sanal kısmı aşağıdakilerden hangisidir?
- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5
- 13.** $z = 2 + 3i$ olduğuna göre,
 $\bar{z} \cdot (1 - 2i) = z + w$ eşitliğini sağlayan w karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $-3 - 5i$ B) $-4 - 5i$ C) $-5 - 8i$
 D) $-5 - 10i$ E) $-6 - 10i$
- 14.** $z \cdot (4 + iz) = 8 - 11i$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $1 + i$ B) $1 - i$ C) $1 - 2i$
 D) $1 + 2i$ E) $1 - 3i$
- 15.** $(1 + 2i) \cdot z = \bar{z} + 3$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{3}{2}(1 + i)$ B) $\frac{3}{2}(1 - i)$ C) $\frac{1}{2}(1 - i)$
 D) $\frac{1}{4}(1 - i)$ E) $3(1 - i)$
- 16.** $|z| - 5 = \sqrt{5}i - i \cdot \bar{z}$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının imajiner kısmı kaçtır?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

sonuçlar

sonuçlar

1. $(1+i)^5$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-4-4i$ B) $-4+4i$ C) $4-4i$
 D) $2+4i$ E) $4+5i$

2. $(1+i)^3 + (1-i)^3$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-4-4i$ B) $2-2i$ C) -4
 D) -2 E) $-4i$

3. $(2+2i)^{12}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^{12}(1+i)$ B) $2^{16}(1+i)$ C) $2^{18}(1+i)$
 D) -2^{18} E) $2^{18}i$

4. $(4+4i)^{10} + (2-2i)^{16}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^{24}(1+2i)$ B) $2^{20}(1+2i)$
 C) $2^{18}(1+2i)$ D) $2^{16}(1+2i)$
 E) $2^{12}(1+2i)$

5. $z = \frac{10}{6+8i}$

karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{5}(3+4i)$ B) $\frac{1}{5}(3-4i)$ C) $6-8i$
 D) $\frac{1}{5}(-3-4i)$ E) $3-4i$

6. $z_1 = 6i$

$z_2 = 1-i$

olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-1+3i$ B) $-2-2i$ C) $-2+3i$
 D) $-3-3i$ E) $-3+3i$

7. $z = \frac{4+3i}{3i}$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z)$ toplamı kaçtır?

- A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

8. $z = \frac{1+4i}{1-i}$

karmaşık sayısının imajiner kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

9. $z = \frac{2+i}{1+2i}$

karmaşık sayısının çarpmaya işlemeye göre tersinin orijine uzaklıği kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. $z \cdot (1+i) = 4-3i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının reel kısmı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{9}{2}$

14. $(\bar{z}+1)(3+4i) = 2-4i$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z)$ kaçtır?

- A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) $-\frac{2}{5}$ D) $-\frac{1}{5}$ E) -1

15. $(1+i)^{19} \cdot (z-1) = (1-i)^{20}$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

11. $z = \frac{1}{i} - \frac{1}{1-i}$

karmaşık sayısının çarpmaya işlemeye göre tersinin sanal kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{2}{5}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

12. $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\frac{10}{3+i} + x - yi = 6 - 5i$$

olduğuna göre, x, y kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

16. $(4-3i) \cdot z - 2 = 2+3i$

olduğuna göre $\operatorname{Im}(z)$ kaçtır?

- A) $\frac{7}{25}$ B) $\frac{11}{25}$ C) $\frac{14}{25}$ D) $\frac{19}{25}$ E) $\frac{24}{25}$

1. $z = 1 + i$
olduğuna göre, $(z - \bar{z})^4$ ifadesinin eşiti nedir?
A) 2^4i B) -2^4 C) 2^4 D) -2^4i E) 2^2i
2. $z = 2 + 3i$
olduğuna göre, $(z - \bar{z})^{13}$ ifadesinin eşiti nedir?
A) $3^{13}i$ B) $-3^{13}i$ C) 6^{13} D) -6^{13} E) $-6^{13}i$
3. $z = (3 + 2i)(2 - i)$
olduğuna göre, $\operatorname{Im}(\bar{z})$ kaçtır?
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3
4. $z = 1 - 2i$
olduğuna göre, $z^{-1} \cdot (\bar{z})$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ B) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$
C) $-\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ D) $-\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$
E) $\frac{3}{5} + \frac{3}{5}i$
5. $i \cdot z - 1 = i \cdot \bar{z} + \bar{z} + i$
olduğuna göre $|z|$ değeri kaçtır?
A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{7}$ D) $\sqrt{10}$ E) $\sqrt{13}$
6.
$$z = \frac{(1+i)^5 + (1+i)^7}{(1+i)^8}$$

karmaşık sayısının eşleniği aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$ B) $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$
C) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}i$ D) $\frac{1}{4} - \frac{3}{4}i$
E) $\frac{1}{6} - \frac{1}{2}i$
7. $z = \sqrt{3} - \sqrt{3}i$
olduğuna göre, $\left(\frac{z \cdot \bar{z}}{z + \bar{z}}\right)^{z\bar{z}}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 1 B) 3 C) 9 D) 27 E) 81
8. $z = 3 + i$
 $w = \frac{2-i}{1+i}$
olduğuna göre $\frac{z+w}{z-w}$ ifadesinin sanal kısmı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-\frac{1}{13}$ B) $-\frac{2}{13}$ C) $-\frac{1}{11}$ D) $-\frac{2}{11}$ E) $-\frac{1}{6}$
9. $x^2 + 6x + m = 0$
denkleminin birbirinden farklı iki karmaşık kökü olduğuna göre m'nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?
A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12
10. $ax^2 + ax + 1 = 0$
denkleminin birbirinden farklı iki karmaşık kökü olduğuna göre a'nın alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?
A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2
11. $x^2 + 16 = 0$
denkleminin karmaşık sayılarla çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{-4, 4\}$ B) $\{-4i\}$ C) $\{4i\}$
D) $\{-4i, 4i\}$ E) $\{-2i, 2i\}$
12. $x^2 - 2x + 4 = 0$
denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $1 + \sqrt{3}i$ B) $-1 + \sqrt{3}i$ C) $-2 - \sqrt{3}i$
D) $-2 - 2\sqrt{3}i$ E) $2 + 2\sqrt{3}i$
13. $x^2 + 10x + 41 = 0$
denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $5 + 4i$ B) $5 - 4i$ C) $-5 + 4i$
D) $4 + 5i$ E) $4 - 5i$
14. Köklerinden biri $2 - 5i$ olan reel katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x^2 - 4x + 20 = 0$ B) $x^2 - 4x + 21 = 0$
C) $x^2 + 4x + 29 = 0$ D) $x^2 - 4x + 29 = 0$
E) $x^2 - 4x + 19 = 0$
15. Köklerinden biri $-i + 1$ olan reel katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x^2 + x + 1 = 0$ B) $x^2 - x - 1 = 0$
C) $x^2 - 2x + 2 = 0$ D) $x^2 - 2x - 2 = 0$
E) $x^2 - x + 2 = 0$
16. Reel katsayılı $x^2 + ax + b = 0$ denkleminin köklerinden biri $-1 - 2i$ olduğuna göre a + b kaçtır?
A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

Karmaşık Sayılarda Modül İle İlgili Özellikler

Test

1. $z = 5 - 12i$

olduğuna göre $|z - \bar{z}|$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 17 B) 15 C) 13 D) 11 E) 9

2. $|z| + |\bar{z}| + |2\bar{z}| = 36$

olduğuna göre $|z|$ kaçtır?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

3. $z \cdot \bar{z} + |\bar{z}| = 20$

olduğuna göre z karmaşık sayısının orijine uzaklıği kaç birimdir?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

4. $z_1 = 2 + 3i$

$z_2 = -1 + 5i$

olduğuna göre $|z_1 \cdot z_2|$ nin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{13}$ B) $2\sqrt{13}$ C) $13\sqrt{2}$
D) $13\sqrt{3}$ E) $13\sqrt{13}$

5. $z_1 = 4 + 3i$

$z_2 = 1 - 2i$

olduğuna göre $\left| \frac{z_1}{z_2} \right|$ nin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) 5
D) $3\sqrt{3}$ E) $5\sqrt{5}$

6. $z = \frac{1+3i}{1-2i}$

olduğuna göre z karmaşık sayısının modülü kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$
D) $\sqrt{7}$ E) $\sqrt{10}$

7. $z = 1 - 2i$

olduğuna göre $|z|^6$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 5 C) 25 D) 125 E) 625

8. $z = \frac{(1+3i)(1-2i)}{2+2i}$

olduğuna göre, $|z|$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{9}{2}$

9. $z = \frac{(6+8i)^4}{(2\sqrt{5}+\sqrt{5})^2}$

karmaşık sayısının modülü kaçtır?

- A) 2^4 B) 5^2 C) $2^2 \cdot 5^2$ D) $2^4 \cdot 5$ E) $2^4 \cdot 5^2$

13. $z = \frac{x-2+2i}{x+1+3i}$

$|z| = 1$

olduğuna göre x kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $-\frac{1}{5}$ E) $-\frac{1}{6}$

10. $z = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3}i)^4 \cdot (3+i)^3}{(1-2i)^2}$

karmaşık sayısının modülü kaçtır?

- A) $10\sqrt{10}$ B) $20\sqrt{10}$ C) $30\sqrt{10}$
D) $40\sqrt{10}$ E) $50\sqrt{10}$

14. $\frac{|z|+z}{6} = 3-2i$

olduğuna göre z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2-3i$ B) $4-5i$ C) $6-4i$
D) $5-12i$ E) $15+8i$

11. z karmaşık sayı olmak üzere

$$\bar{z} = \frac{16}{z}$$

olduğuna göre $|z|$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

15. z_1, z_2, z_3 karmaşık sayılarının orijine uzaklıkları sırasıyla 1, 2, 4 birimidir.

Buna göre, $\frac{z_2 \cdot \bar{z}_2 + |z_3|}{|z_1 \cdot z_3|}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

12. α dar açı olmak üzere

$$z = 1 - \cos\alpha - i \cdot \sin\alpha$$

olduğuna göre z karmaşık sayısının modülü kaçtır?

- A) $\cos\theta$ B) $\sin\theta$ C) $2\sin\frac{\theta}{2}$
D) $2\cos\frac{\theta}{2}$ E) $\cos\frac{\theta}{2}$

16. $z \cdot \bar{z} - |z - \bar{z}| = 20$

olduğuna göre z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) $3+4i$ B) $-3-4i$ C) $-5i$
D) $2\sqrt{3} + \sqrt{13}i$ E) $2\sqrt{5} + 4i$

İki Karmaşık Sayı Arasındaki Uzaklık

1. $z_1 = 2 + 6i$

$z_2 = -1 + 2i$

karmaşık sayılarının arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

2. $z_1 = 2 + i$

$z_2 = 3 + 2i$

karmaşık sayıları için $|z_1 - z_2|$ kaçtır?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 3 E) $2\sqrt{2}$

3. $z_1 = 6 + 15i$

$z_2 = 1 + xi$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklık 13 br olduğuna göre x aşağıda kilerden hangisi olabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Karmaşık düzlemede köşeleri

A) $2 - i$, B) $3 + 2i$, C) $1 + 2i$

karmaşık sayıları olan üçgenin çevresi kaç birimdir?

- A) $2 + 2\sqrt{10}$ B) $1 + 2\sqrt{10}$ C) $\sqrt{10} + 1$
D) $2\sqrt{10} + 3$ E) $3\sqrt{10}$

5. $|z| = 4$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 = 16$ B) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$
C) $x^2 + y^2 = 4$ D) $x^2 + y^2 = 2$
E) $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 4$

6. $|z - 3| = 1$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 = 1$ B) $x^2 + (y - 3)^2 = 1$
C) $(x - 3)^2 + y^2 = 1$ D) $(x + 3)^2 + y^2 = 1$
E) $x^2 + (y + 3)^2 = 1$

sonuç yayınları

7. $|z - 2| = |z + 1|$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = 1$ B) $x = \frac{1}{2}$ C) $x = -\frac{1}{2}$
D) $x = -1$ E) $x = -\frac{3}{2}$

8. $|z + 2| = |z - 2i|$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + y = -1$ B) $x + y = 0$ C) $x + y = 2$
D) $x + y = 3$ E) $x + 2y = 1$

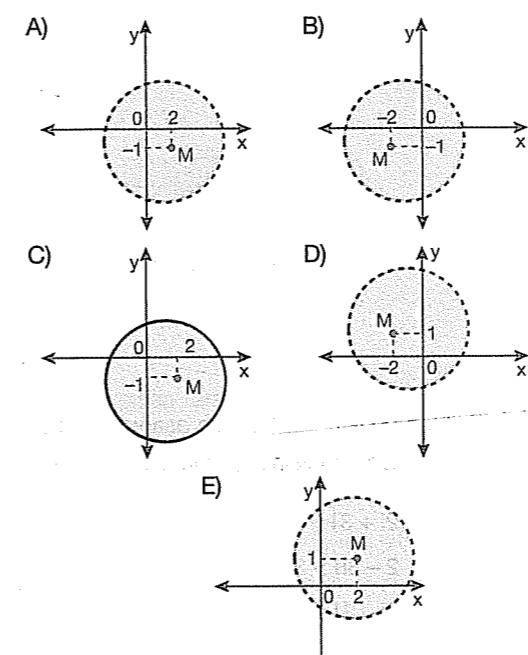
9. $\left| \frac{z - 3i}{z + 2i} \right| = 1$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

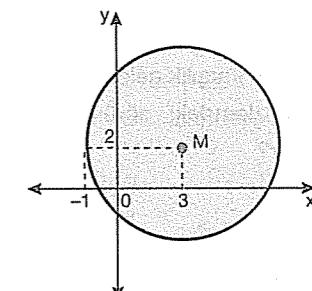
- A) $y = -\frac{1}{2}$ B) $y = -1$ C) $y = 0$
D) $y = \frac{1}{2}$ E) $y = 1$

10. $|z - 2 + i| < 4$

eşitsizliğine karşılık gelen karmaşık sayıların karmaşık düzlemedeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



11.

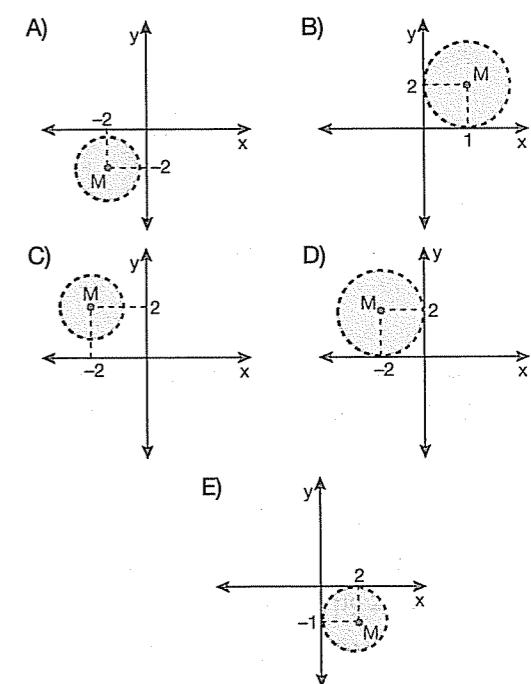


Yukarıdaki şekilde verilen taralı bölge aşağıda verilen eşitsizliklerden hangisinin çözüm kümesidir?

- A) $|z - 2 - 3i| \leq 4$
B) $|z + 2 + 3i| \leq 4$
C) $|z - 3 - 2i| \leq 4$
D) $|z + 3 - 2i| \leq 2$
E) $|z - 3 - 2i| \leq 2$

12. $|z + 2 - 2i| < 1$

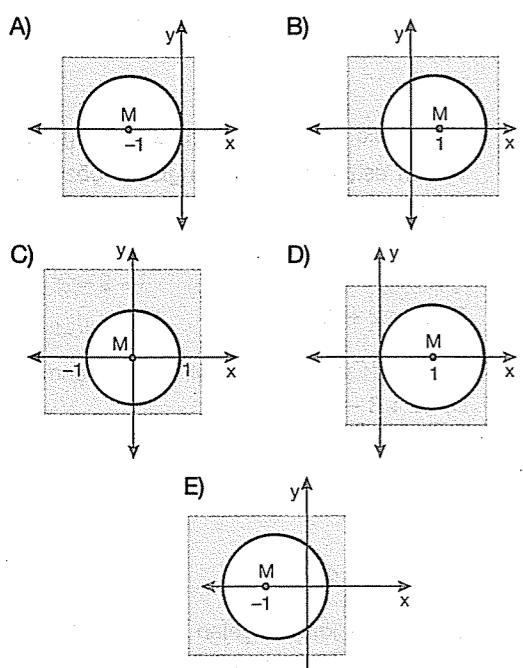
eşitsizliğine karşılık gelen karmaşık sayıların karmaşık düzlemedeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



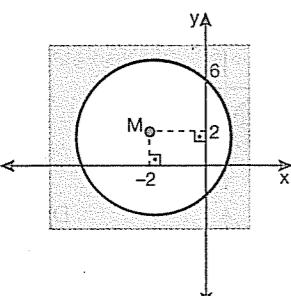
İki Karmaşık Sayı Arasındaki Uzaklık

1. $|z + 1| \geq 2$

eşitsizliğine karşılık gelen karmaşık sayıların karmaşık düzlemindeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



2.

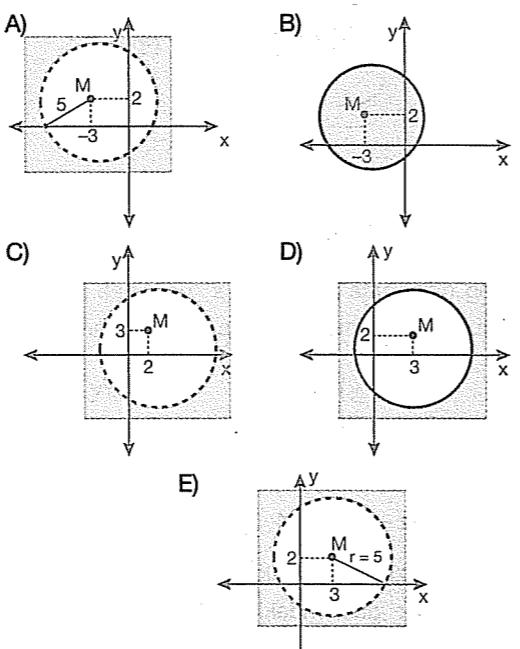


Şekilde verilen taralı bölge aşağıda verilen eşitsizliklerden hangisinin çözüm kümesidir?

- A) $|z + 2 + 2i| \geq 4$
- B) $|z + 2 - 2i| \geq 2\sqrt{5}$
- C) $|z - 2 + 2i| \geq 4$
- D) $|z - 2 + 2i| \geq 2\sqrt{5}$
- E) $|z + 2 + 2i| \geq 2\sqrt{5}$

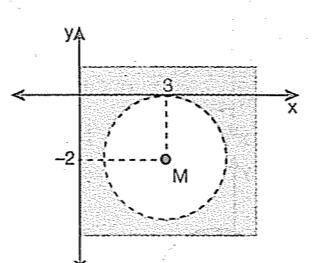
3. $|z - 3 - 2i| > 5$

eşitsizliğine karşılık gelen karmaşık sayıların karmaşık düzlemindeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



sonuç yayınları

4.

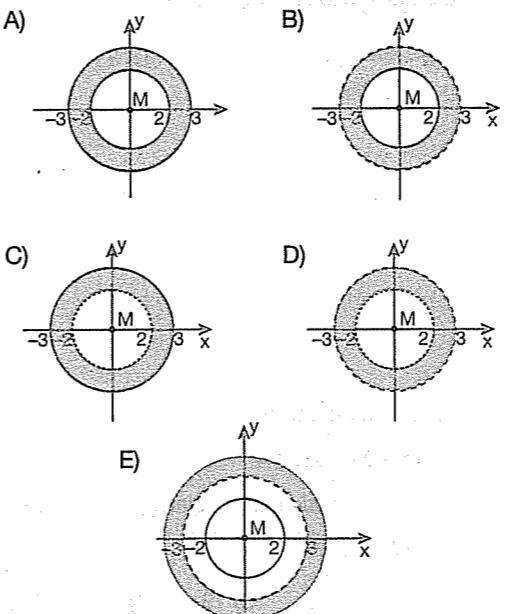


Şekilde verilen taralı bölge aşağıda verilen eşitsizliklerden hangisinin çözüm kümesidir?

- A) $|z + 2i + 3| > 2$
- B) $|z + 2 - 3i| > 3$
- C) $|z + 2i - 3i| > 2$
- D) $|z - 2 + 3i| > 3$
- E) $|z + 3 - 2i| > 3$

5. $\{z : 2 \leq |z| < 3, z \in \mathbb{C}\}$

kümelerinin karmaşık düzlemindeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



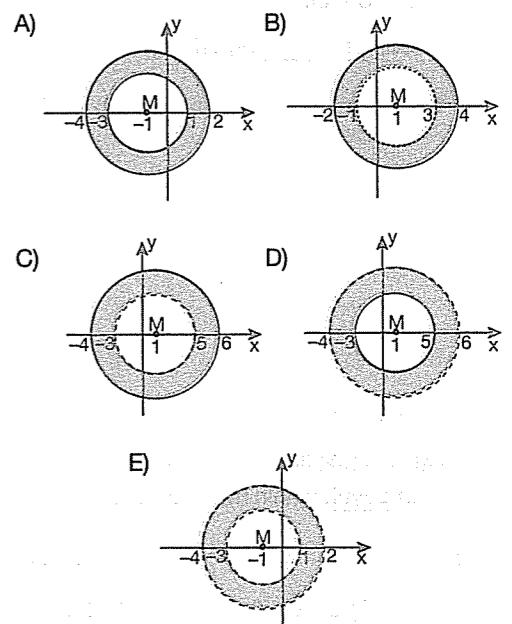
7. $A = \{x : 5 \leq z \cdot \bar{z} \leq 6, z \in \mathbb{C}\}$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarının oluşturduğu geometrik yerin alanı kaç br^2 dir?

- A) π
- B) 5π
- C) 8π
- D) 11π
- E) 16π

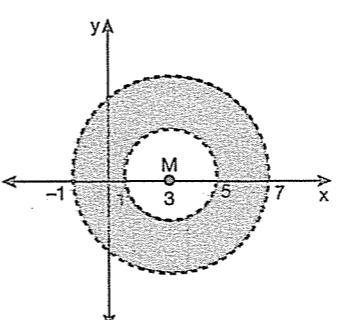
8. $\{z : 4 < |z - 1| \leq 5, z \in \mathbb{C}\}$

kümelerinin karmaşık düzlemindeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



sonuç yayınları

6.



Şekilde verilen taralı bölge aşağıda verilen eşitsizliklerden hangisinin çözüm kümesidir?

- A) $2 < |z - 3i| < 4$
- B) $2 \leq |z + 3i| \leq 4$
- C) $4 < |z - 3i| < 7$
- D) $2 \leq |z - 3i| \leq 7$
- E) $1 \leq |z - 3i| \leq 7$

9. $A = \{x : 2 \leq |z| \leq 3, z \in \mathbb{C}\}$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarının oluşturduğu geometrik yerin alanı kaç br^2 dir?

- A) π
- B) 5π
- C) 32π
- D) 45π
- E) 65π

Karmaşık Sayının Kutupsal Gösterimi ve Kutupsal Biçimde İşlemler

Test 1

1. $|z| \leq 4$ olmak üzere,

$$|z - 5 - 12i|$$

ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

- A) 21 B) 20 C) 19 D) 18 E) 17

2. $|z| \leq 2$ olmak üzere,

$$|z - 15 + 8i|$$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

- A) 13 B) 15 C) 17 D) 19 E) 21

3. $|z - 2 + 2i| = 4$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarından modülü en büyük olanın modülü kaçtır?

- A) $\sqrt{2} + 2$ B) $\sqrt{2} + 4$ C) $2\sqrt{2}$
D) $2\sqrt{2} + 2$ E) $2\sqrt{2} + 4$

4. $|z + 1 + 2i| \leq 2$ olmak üzere,

$$|z - 2 - 2i|$$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

5. $|z - 2 - 6i| = 2$

$$|z - 8 + 2i| = 4$$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayıları arasındaki en kısa uzaklık kaç br dir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

6. $z \in C$ olmak üzere

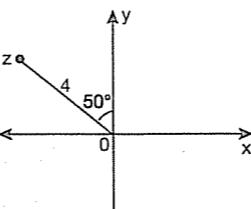
$$|z - 9 + 12i| \leq 4$$

kümelerinin grafiğinin başlangıç noktasına olan uzaklığı en çok kaç br dir?

- A) 21 B) 20 C) 19 D) 18 E) 17

sonuç yayınıları

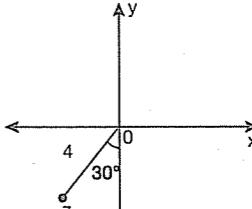
8.



Yandaki karmaşık düzlemede gösterilmiş z karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\text{cis}40^\circ$ B) $\text{cis}50^\circ$ C) $4\text{cis}40^\circ$
D) $4\text{cis}130^\circ$ E) $4\text{cis}140^\circ$

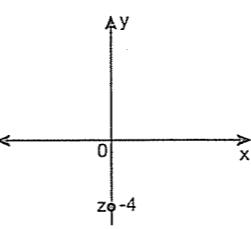
11.



Grafikte verilen z karmaşık sayısının standart biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2 - 2\sqrt{3}i$ B) $2 - 2\sqrt{3}i$ C) $2 + 2\sqrt{3}i$
D) $2 + 2\sqrt{3}i$ E) $-2\sqrt{3} - 2i$

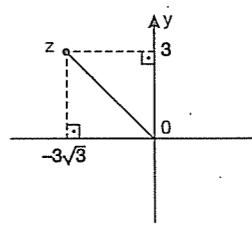
9.



Yandaki karmaşık düzlemede gösterilmiş z karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\text{cis}90^\circ$ B) $40\text{cis}90^\circ$ C) $\text{cis}180^\circ$
D) $\text{cis}270^\circ$ E) $4\text{cis}270^\circ$

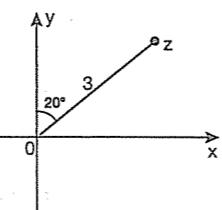
12.



Grafikte verilen z karmaşık sayısının standart biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3\sqrt{3} + 3i$ B) $3\sqrt{3} - 3i$ C) $-3\sqrt{3} + 3i$
D) $3 + 3\sqrt{3}i$ E) $-3 + 3\sqrt{3}i$

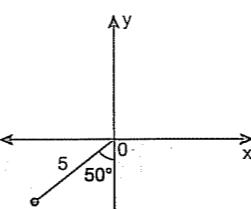
7.



Yukarıdaki karmaşık düzlemede gösterilmiş z karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\text{cis}20^\circ$ B) $\text{cis}70^\circ$ C) $3\text{cis}70^\circ$
D) $3\text{cis}20^\circ$ E) $3\text{cis}110^\circ$

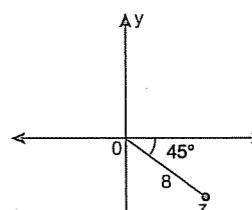
10.



Yandaki karmaşık düzlemede gösterilmiş z karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\text{cis}40^\circ$ B) $\text{cis}50^\circ$ C) $5\text{cis}50^\circ$
D) $5\text{cis}220^\circ$ E) $\text{cis}220^\circ$

13.



Grafikte verilen z karmaşık sayısının standart biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $8\sqrt{2} + 8\sqrt{2}i$ B) $4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$
C) $-4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$ D) $4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}i$
E) $-4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}i$

Karmaşık Sayının Kutupsal Gösterimi ve Kutupsal Biçimde İşlemler

1. $z = 4 + 4i$

Karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{2} \operatorname{cis} 45^\circ$ B) $2\sqrt{2} \operatorname{cis} 45^\circ$ C) $\sqrt{2} \operatorname{cis} 135^\circ$
 D) $4\sqrt{2} \operatorname{cis} 45^\circ$ E) $4\sqrt{2} \operatorname{cis} 135^\circ$

2. $z = -1 + \sqrt{3}i$

Karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\operatorname{cis} 150^\circ$ B) $2\operatorname{cis} 120^\circ$ C) $2\operatorname{cis} 60^\circ$
 D) $2\operatorname{cis} 30^\circ$ E) $\operatorname{cis} 60^\circ$

3. $z = 2\sqrt{3} - 2i$

Karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4\operatorname{cis} 30^\circ$ B) $2\operatorname{cis} 150^\circ$ C) $4\operatorname{cis} 210^\circ$
 D) $4\operatorname{cis} 240^\circ$ E) $4\operatorname{cis} 330^\circ$

4. $z = 4i$

Karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\operatorname{cis} 90^\circ$ B) $2\operatorname{cis} 90^\circ$ C) $4\operatorname{cis} 90^\circ$
 D) $4\operatorname{cis} 180^\circ$ E) $4\operatorname{cis} 270^\circ$

5. $z = -1 - i$

olduğuna göre, \bar{z} karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\operatorname{cis} 45^\circ$ B) $\operatorname{cis} 35^\circ$ C) $2\operatorname{cis} 135^\circ$
 D) $\sqrt{2} \operatorname{cis} 135^\circ$ E) $\sqrt{2} \operatorname{cis} 225^\circ$

6. $z = -\sqrt{2} - \sqrt{6}i$

olduğuna göre, $(-\bar{z})$ karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

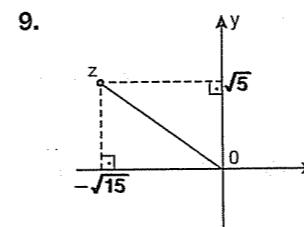
- A) $2\sqrt{2} \operatorname{cis} 60^\circ$ B) $\sqrt{2} \operatorname{cis} 120^\circ$ C) $2\sqrt{2} \operatorname{cis} 210^\circ$
 D) $2\sqrt{2} \operatorname{cis} 300^\circ$ E) $2\sqrt{2} \operatorname{cis} 330^\circ$

7. Kutupsal koordinatları $\left(4, \frac{\pi}{3}\right)$ olan karmaşık sayının standart biçimde aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 + \sqrt{3}i$ B) $2 + 2\sqrt{3}i$ C) $2\sqrt{3}i + 2i$
 D) $2 - 2\sqrt{3}i$ E) $-2\sqrt{3} + 2i$

8. Kutupsal koordinatları $\left(2, \frac{7\pi}{6}\right)$ olan karmaşık sayının standart biçimde aşağıdakilerden hangisidir?

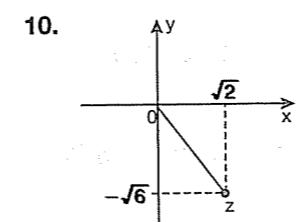
- A) $1 + i$ B) $2 + 2i$ C) $-\sqrt{3} - i$
 D) $\sqrt{3} - i$ E) $1 - \sqrt{3}i$



Grafikte z karmaşık sayısı verilmiştir.

Buna göre (\bar{z}) sayısının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(2\sqrt{5}, \frac{\pi}{6}\right)$ B) $\left(2\sqrt{5}, \frac{7\pi}{6}\right)$ C) $\left(2\sqrt{5}, \frac{\pi}{3}\right)$
 D) $\left(2\sqrt{5}, \frac{2\pi}{3}\right)$ E) $\left(2\sqrt{5}, \frac{4\pi}{3}\right)$



Grafikte z karmaşık sayısı verilmiştir. Buna göre $(-\bar{z})$ sayısının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(2\sqrt{2}, \frac{\pi}{3}\right)$ B) $\left(2\sqrt{2}, \frac{\pi}{6}\right)$ C) $\left(2\sqrt{2}, \frac{4\pi}{3}\right)$
 D) $\left(2\sqrt{2}, \frac{4\pi}{3}\right)$ E) $\left(2\sqrt{5}, \frac{7\pi}{6}\right)$

11. $z = 4\operatorname{cis} \frac{\pi}{4}$

$w = 2\operatorname{cis} \frac{2\pi}{3}$

olduğuna göre $\operatorname{Re}(w) + \operatorname{Im}(z)$ kaçtır?

- A) $\sqrt{2} + 1$ B) $\sqrt{3} + 1$ C) $2\sqrt{2} - 1$
 D) $2\sqrt{2} + \sqrt{3}$ E) $2\sqrt{2} + \sqrt{6}$

12. $z = 3\operatorname{cis} \frac{\pi}{2}$

$w = 2\operatorname{cis} \frac{5\pi}{3}$

olduğuna göre $\operatorname{Im}(z) - \operatorname{Re}(w)$ kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) $3 - \sqrt{3}$
 D) $2 - \sqrt{3}$ E) $\sqrt{3} - 1$

13. $\operatorname{Arg}(z) = \frac{4\pi}{3}$

$z \cdot \bar{z} = 16$

olduğuna göre z karmaşık sayısının reel kısmı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) $-2\sqrt{3}$ D) $-\sqrt{3}$ E) -1

14. $|z| = 2$

$\operatorname{Arg}(z) = \frac{7\pi}{4}$

olduğuna göre z karmaşık sayısının standart biçimini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ B) $\sqrt{2} - i$ C) $1 - i$
 D) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ E) $-\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

15. $z = 4(\cos 2160^\circ + i \sin 2160^\circ)$

Karmaşık sayısının reel kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) 3 C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

16. $z = 2(\cos \frac{51\pi}{4} + i \sin \frac{51\pi}{4})$

Karmaşık sayısının standart biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ B) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ C) $-\sqrt{2} + \sqrt{2}i$
 D) $-2\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ E) $-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$

Karmaşık Sayının Kutupsal Gösterimi ve Kutupsal Biçimde İşlemler

1. $z = \sin 40^\circ - i \cos 40^\circ$

olduğuna göre, z nin esas argümenti kaç derecedir?

- A) 210 B) 240 C) 280 D) 310 E) 330

2. $z = \sin 10^\circ - i \cos 10^\circ$

olduğuna göre, z nin esas argümenti kaç derecedir?

- A) 310 B) 300 C) 280 D) 240 E) 210

3. $z = -\sin 20^\circ + i \cos 20^\circ$

olduğuna göre, z nin esas argümenti kaç derecedir?

- A) 40 B) 70 C) 90 D) 110 E) 140

4. $z = -\sin 15^\circ - i \cos 15^\circ$

olduğuna göre, z nin esas argümenti kaç derecedir?

- A) 145 B) 165 C) 185 D) 215 E) 255

5. $z = 1 + \cos 20^\circ + i \sin 20^\circ$

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

6. $z = \sin 80^\circ + (1 + \cos 80^\circ)i$

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

- A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

7. $z = 1 - \cos 30^\circ + i \sin 30^\circ$

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

- A) 75 B) 65 C) 55 D) 45 E) 35

8. $z = 1 + i \tan 20^\circ$

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

- A) 40 B) 30 C) 20 D) 10 E) 5

9. $|z + 10| = 5$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en büyük olanın esas argümenti kaç derecedir?

- A) 240 B) 210 C) 180 D) 150 E) 120

13. $\operatorname{Arg}(z - 2 - 2i) = \frac{\pi}{2}$

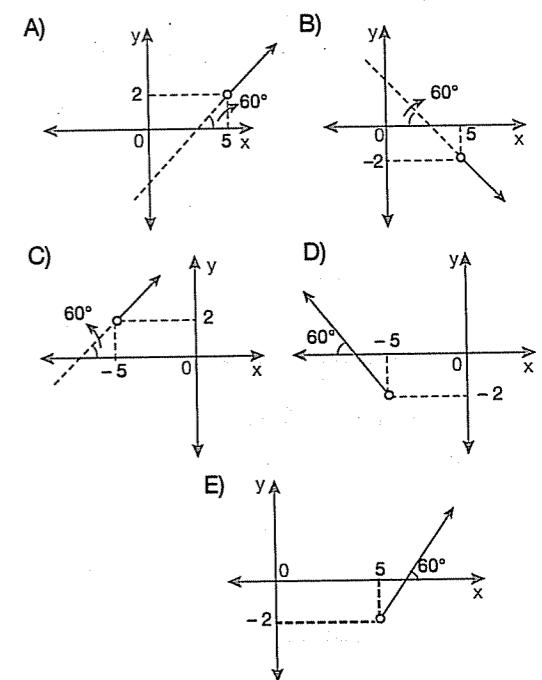
$|z| = 4$ br

koşulunu sağlayan z karmaşık sayısının reel kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2
D) $2\sqrt{3}$ E) $2 + 2\sqrt{3}$

14. $\operatorname{Arg}(z - 5 + 2i) = \frac{\pi}{3}$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



10. $|z - 8i| = 4\sqrt{3}$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en küçük olanın esas argümenti kaç derecedir?

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 50

11. $|z - 6 - 6\sqrt{3}i| = 6\sqrt{2}$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en büyük olanın esas argümenti kaç derecedir?

- A) 60 B) 75 C) 105 D) 135 E) 225

12. $|z + 6i| = 3\sqrt{3}$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en büyük olanın esas argümenti kaç derecedir?

- A) 330 B) 300 C) 270 D) 240 E) 210

15. $\operatorname{Arg}(z + 4) = \frac{3\pi}{2}$ ve $\operatorname{Arg}(z + 3i) = \frac{3\pi}{4}$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayısının standart biçimde aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 + i$ B) $2 + 3i$ C) $4 + 2i$
D) $-4 + i$ E) $1 - 4i$

Karmaşık Sayının Kutupsal Gösterimi ve Kutupsal Biçimde İşlemler

Test 4

1. $z_1 = 4(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$

$z_2 = 2(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamının imajiner kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\sqrt{3} + \sqrt{2}$ B) $\sqrt{3} + 1$ C) $\sqrt{2} + 1$
D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{2}$

2. $z_1 = 2(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$

$z_2 = 4(\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ)$

olduğuna göre, $z_1 - z_2$ karmaşık sayısının reel kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{2} + 2$ B) $-\sqrt{2} + 2$ C) $\sqrt{2} - 1$
D) $-\sqrt{2} - 1$ E) $-\sqrt{2} - 2$

3. $z_1 = 2 \operatorname{cis} 300^\circ$

$z_2 = 2 \operatorname{cis} 210^\circ$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ karmaşık sayısının reel kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 + \sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) 1
D) $1 - \sqrt{3}$ E) $2 - \sqrt{3}$

4. $z_1 = 3(\cos 42^\circ + i \sin 42^\circ)$

$z_2 = 3(\cos 48^\circ + i \sin 48^\circ)$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ karmaşık sayısının standart biçimde aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3 \cos 3(\sqrt{2} + \sqrt{2}i)$
B) $\cos 6(-\sqrt{2} + \sqrt{2}i)$
C) $\cos 8(\sqrt{2} - \sqrt{2}i)$
D) $\cos 8(\sqrt{3} + i)$
E) $3 \cos 6(1 + \sqrt{3}i)$

5. $z_1 = 2(\sin 53^\circ + i \cos 53^\circ)$

$z_2 = 2(\sin 37^\circ + i \cos 37^\circ)$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ karmaşık sayısının imajiner kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $6\sqrt{2} \cos 8^\circ$ B) $6\sqrt{2} \sin 8^\circ$ C) $6 \cos 8^\circ$
D) $6 \sin 8^\circ$ E) $2\sqrt{2} \cos 8^\circ$

6. $|3 \operatorname{cis} 165^\circ - 2 \operatorname{cis} 45^\circ|$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{10}$ B) $\sqrt{11}$ C) $\sqrt{13}$ D) $\sqrt{15}$ E) $\sqrt{19}$

7. $z_1 = 4 \operatorname{cis} 35^\circ$

$z_2 = 6 \operatorname{cis} 95^\circ$

olduğuna göre, $|z_1 - z_2|$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{7}$ C) $2\sqrt{3}$
D) $2\sqrt{7}$ E) $3\sqrt{5}$

8. $|2 \operatorname{cis} 50^\circ - \operatorname{cis} 20^\circ|$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{1+\sqrt{3}}$ B) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$ C) $\sqrt{2+2\sqrt{3}}$
D) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ E) $\sqrt{5-2\sqrt{3}}$

9. $z_1 = 2 \operatorname{cis} 75^\circ$

$z_2 = 2 \operatorname{cis} 15^\circ$

olduğuna göre, $|z_1 + z_2|$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\sqrt{7}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{3}$
D) $2\sqrt{2}$ E) $\sqrt{7}$

13. Kutupsal koordinatları $(2, \frac{\pi}{2})$ ve $(4, \frac{\pi}{4})$ olan z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için $\operatorname{Re}(z_1 \cdot z_2)$ kaçtır?

- A) $8\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$
D) $-2\sqrt{2}$ E) $-4\sqrt{2}$

14. $z_1 = 2 + 2\sqrt{3}i$
 $z_2 = -1 + \sqrt{3}i$

olduğuna göre, $\operatorname{Arg}(z_1 \cdot z_2)$ kaç derecedir?

- A) 120 B) 160 C) 180 D) 210 E) 210

11. $z_1 = 6(\cos 27^\circ + i \sin 27^\circ)$

$z_2 = 3(\cos 33^\circ + i \sin 33^\circ)$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z_1 \cdot z_2)$ aşağıdakilerden hangisidir?

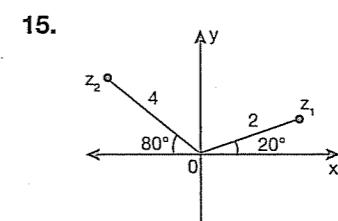
- A) 18 B) 12 C) 9 D) 6 E) 3

12. $z_1 = -\sin 20^\circ + i \cos 20^\circ$

$z_2 = \sin 20^\circ + i \cos 20^\circ$

olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ sayısının standart biçimde aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) -i C) 1+i
D) 1-i E) -1-i



Grafikte verilen z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için $z_1 \cdot z_2$ nin aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4 + \sqrt{3}i$ B) $4 + 4\sqrt{3}i$ C) $4\sqrt{3} + 4i$
D) $-4 + 4\sqrt{3}i$ E) $4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$

Karmaşık Sayının Kutupsal Gösterimi ve Kutupsal Biçimde İşlemler

1. $z_1 = 8 \cdot (\cos 155^\circ + i \sin 155^\circ)$
 $z_2 = 2 \cdot (\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)$

olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ karmaşık sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ B) $2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$
C) $-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ D) $-\sqrt{2} + \sqrt{2}i$
E) $-\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

2. $z_1 = 16 \cdot (\cos 170^\circ + i \sin 170^\circ)$
 $z_2 = 4 \cdot (\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)$

olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ karmaşık sayısının reel kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $-\sqrt{3}$
D) $-2\sqrt{3}$ E) $-4\sqrt{3}$

3. $z_1 = 12 \cdot \text{cis} 230^\circ$
 $z_2 = 3 \cdot \text{cis} 80^\circ$

olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ karmaşık sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

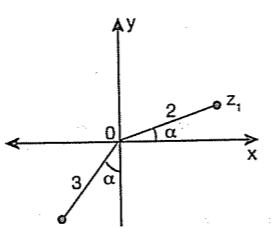
- A) $-2\sqrt{3} + 2i$ B) $-2\sqrt{3} - 2i$ C) $-\sqrt{3} - i$
D) $1 + \sqrt{3}i$ E) $1 - \sqrt{3}i$

4. $z_1 = 4i$
 $z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{6}i$

Karmaşık sayıları veriliyor. Buna göre, $\text{Arg}\left(\frac{z_2}{z_1}\right)$ kaç derecedir?

- A) 300 B) 270 C) 240 D) 210 E) 180

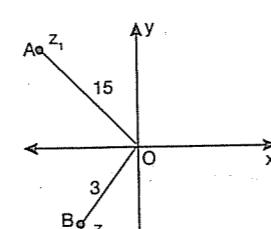
5.



Grafikte z_1 ve z_2 sayılarının kutupsal koordinatları verilmiştir. Buna göre, $z_1 \cdot z_2$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $6+i$ B) $6-i$ C) $6i$
D) $-6i$ E) -6

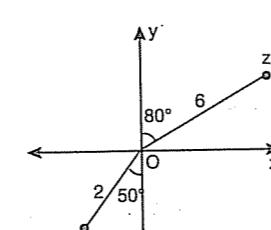
6.



Grafikte z_1 ve z_2 karmaşık sayılarının kutupsal koordinatları verilmiştir.
 $m(\widehat{AOB}) = 120^\circ$

- olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $-\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$
C) $-\frac{5}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}i$ D) $\frac{5\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$
E) $-\frac{5\sqrt{3}}{2} - \frac{5}{2}i$

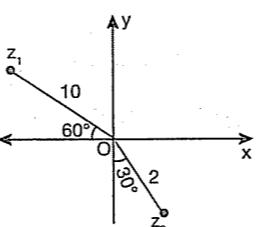
7.



Grafikte z_1 ve z_2 sayılarının kutupsal koordinatları verilmiştir.
 $z_1 \cdot z_2$ sayısının reel kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $12\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) 12
D) $-6\sqrt{3}$ E) $-12\sqrt{3}$

8.



Grafikte z_1 ve z_2 karmaşık sayılarının kutupsal koordinatları verilmiştir.

Buna göre, $\frac{z_1 \cdot z_2}{z_2}$ sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $10i$ B) 10 C) $-10i$ D) -10 E) $-5i$

11. $z = 12 \cdot \text{cis} 130^\circ$

sayısının orijin etrafında negatif yönde 40° döndürülmesi ile elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $12 + 12i$ B) $12 - 12i$ C) $12i$
D) $-12i$ E) -12

12. $z = 1 + i$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 45° döndürülmesi ile elde edilen karmaşık sayıın real kısmı hangisidir?

- A) $\sqrt{2}i$ B) $-\sqrt{2}i$ C) i
D) $-i$ E) 0

13. $z = 2 + 3i$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 90° döndürülmesi ile elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3 + 2i$ B) $3 + 2i$ C) $-2 + 3i$
D) $2 - 3i$ E) $-3 - 2i$

14. Karmaşık düzlemede bir $A(x, y)$ noktası orijin etrafında pozitif yönde 50° döndürülerek $(4, 5)$ noktası elde ediliyor. Aynı $A(x, y)$ noktası orijin etrafında pozitif yönde 230° döndürülmesi ile elde edilen noktanın koordinatları nedir?

- A) $(4, -5)$ B) $(-4, -5)$ C) $(-4, 5)$
D) $(5, 4)$ E) $(-5, -4)$

Karmaşık Sayıların Orjin Etrafında Döndürülmesi ve Kuvvetleri

1. $z = 2 \cdot (\cos 12 + i \sin 12)$

olduğuna göre, z^{10} aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^9(-1 + \sqrt{3}i)$ B) $2^{10}(-1 + \sqrt{3}i)$
 D) $2^9(-1 - \sqrt{3}i)$ E) $2^{10}(\sqrt{3} - i)$

2. $z = 4 \cdot (\cos 40 + i \sin 40)$

olduğuna göre, z^{18} aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2^{36}i$ B) -2^{36} C) 2^{36}
 D) $2^{36}i$ E) $2^{32}i$

3. $z = \sqrt{3} - i$

olduğuna göre, z^6 sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2^6 B) 2^6i C) -2^6i
 D) -2^6 E) $2^6(-1 + i)$

4. $z = \sqrt{3} \cdot \text{cis } 15^\circ$

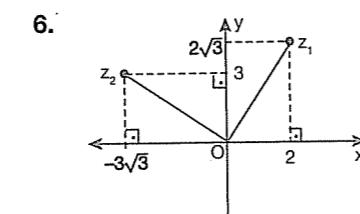
olduğuna göre, z^{10} sayısının sanal kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3^{10} B) $\frac{3^{10}}{2}$ C) 3^5 D) $\frac{3^5}{2}$ E) 3^4

5. $z = 1 + \sqrt{3}i$

olduğuna göre, z^{24} aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2^{24} B) 2^{20} C) 2^{18} D) 2^{12} E) 2^6

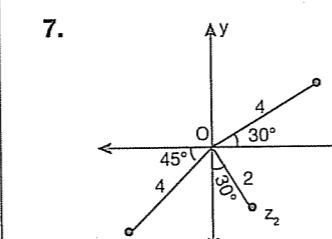


Şekilde z_1 ve z_2 karmaşık sayıları verilmiştir.

Buna göre, $z_1^2 \cdot z_2$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $16i$ B) $32i$ C) $-16i$ D) $-48i$ E) $-96i$

sonuç yayınları



Şekilde z_1 , z_2 , z_3 karmaşık sayılarının kutupsal koordinatları verilmiştir.

Buna göre, $\frac{z_1^2 \cdot z_2^2}{z_3^4}$ sayısının reel kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{8}$ D) $-\frac{1}{16}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{16}$

8. $\text{Arg}(z) = \frac{5\pi}{3}$

olduğuna göre, $\text{Arg}(z^{-1})$ kaç radyandır?

- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{4\pi}{3}$ D) $\frac{5\pi}{3}$ E) $\frac{7\pi}{3}$

9. $\text{Arg}(z_1 \cdot z_2) = \frac{5\pi}{3}$

$\text{Arg}\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \frac{2\pi}{3}$

olduğuna göre, $\text{Arg}(z_1)$ kaç radyandır?

- A) $\frac{7\pi}{6}$ B) $\frac{7\pi}{3}$ C) $\frac{5\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{6}$

10. $\text{Arg}(z_1) = 15^\circ$

$\text{Arg}(z_2) = 40^\circ$

$\text{Arg}(z_3) = 20^\circ$

olduğuna göre $\text{Arg}\left(\frac{z_1^6 \cdot \overline{z_2}}{z_3}\right)$ kaç derecedir?

- A) 90 B) 70 C) 80 D) 30 E) 10

11. $\text{Arg}(z_1) = 10^\circ$

$\text{Arg}(z_2) = 25^\circ$ ve $\text{Arg}\left(\frac{z_1^2 \cdot z_2^4}{z_3^3}\right) = 45^\circ$

olduğuna göre, $\text{Arg}(z_3)$ kaç derecedir?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

12. $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$

$z_2 = -2 - 2i$

olduğuna göre, $\text{Arg}(z_2^{-2} \cdot z_1)$ kaç derecedir?

- A) 300 B) 310 C) 320 D) 330 E) 340

1. $z = 25 \cdot \text{cis}70^\circ$

karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $25\text{cis}35^\circ$ B) $25\text{cis}145^\circ$ C) $5\text{cis}70^\circ$
D) $25 \cdot \text{cis}35^\circ$ E) $5\text{cis}35^\circ$

2. $z = -8$

karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2\sqrt{2}i$ B) $-\sqrt{2}i$ C) $-2\sqrt{2}$
D) $-\sqrt{2}$ E) $\sqrt{2}$

3. $z = 3 - 3\sqrt{3}i$

karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{-3\sqrt{2} + \sqrt{6}i}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}i}{2}$
C) $\frac{\sqrt{6} + 2\sqrt{2}i}{2}$ D) $\frac{\sqrt{6} - 3\sqrt{2}i}{2}$
E) $3\sqrt{2} + \sqrt{6}i$

4. $z \in \mathbb{C}$ olmak üzere,

$$z^2 - 4i = 0$$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ B) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ C) $1 + i$
D) $1 - i$ E) $\sqrt{2}i$

5. $z = -64i$

karmaşık sayısının küpköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) $-4i$ C) $-2\sqrt{3} + 2i$
D) $2\sqrt{3} - 2i$ E) -4

6. $z = 8 \cdot \text{cis} \frac{3\pi}{4}$

sayısının küpköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{2}i$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$
D) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ E) $1 - i$

7. $z = 9 + 12i$

sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{3} + i$ B) $2\sqrt{3} + i$ C) $2\sqrt{3} + \sqrt{3}i$
D) $2\sqrt{3} + 3i$ E) $\sqrt{3} + \sqrt{3}i$

8. $z = 7 - 24i$

sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-4 + 3i$ B) $4 + 3i$ C) $2 + 2i$
D) $2 - 2i$ E) $1 + i$

9. $z = 625$ karmaşık sayısının 4. dereceden kökleri ni köşe kabul eden dörtgenin alanı kaç b^2 dir?

- A) 75 B) 50 C) 40 D) 36 E) 25

12. $z^4 + 15z^2 - 16 = 0$

denkleminin karmaşık sayılardaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1, 1\}$ B) $\{-i, i\}$
C) $\{-1, 1, 4i\}$ D) $\{-1, 1, 4i, -4i\}$
E) $\{-1, 1, 2i, -2i\}$

10. $z = 3 \cdot \text{cis} \frac{\pi}{3}$

karmaşık sayısı veriliyor.

Buna göre, $(z+1)(z^2 - z + 1)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -27 B) -26 C) -25 D) -24 E) -23

13. $z_1 = \sqrt{3} + i$

$z_2 = 3 + 3\sqrt{3}i$

olmak üzere, $z = z_1 \cdot z_2$ dir.

z sayısının küpköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt[3]{3}$ B) $\sqrt[3]{9}i$ C) $\sqrt[3]{12}$
D) $\sqrt[3]{12}i$ E) $-\sqrt[3]{12}i$

14. $z = -\sin 15 - i \cos 15$

sayısının küpköklerinden birinin esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{17\pi}{36}$ B) $\frac{15\pi}{36}$ C) $\frac{19\pi}{36}$ D) $\frac{5\pi}{9}$ E) $\frac{7\pi}{12}$

Karmaşık Sayılar

1. $i^3 - i^5 + i^7 - i^9 + \dots + i^{23} - i^{25}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-12i$ B) -12 C) 0 D) 12 E) $12i$

2. $i.i^2.i^3.\dots.i^{24}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-i$ B) -1 C) 1 D) i E) $2i$

3. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$P(x) = 3x^{26} - 2x^{24} + 3x^{12} + 5x^4$$

olduğuna göre, $P(i)$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

4. $x < 0 < y$ olmak üzere,

$$z = \sqrt{x^2(y-x)} + \sqrt{y^2(x-y)}$$

olduğuna göre, $\frac{\operatorname{Re}(z)}{\operatorname{Im}(z)}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{y}{x}$ B) $-\frac{x}{y}$ C) $\frac{x}{y}$ D) $\frac{y}{x}$ E) $\frac{y^2}{x^2}$

5. $a < b < 0 < c$ olmak üzere,

$$\sqrt{ab} + \sqrt{ac + bc} = 12 + 10i$$

ise, $ab + ac + bc$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 36 B) 44 C) 60 D) 72 E) 100

6. a ve b birer gerçel sayı ve $z = a + bi$ olmak üzere,

$$|\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z)| = |z|$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $a = 0$ B) $b = 0$ C) $a + b = 0$
D) $a = b$ E) $a \cdot b = 0$

7. $x, y \in \mathbb{R}$ ve $z = x + yi$ olmak üzere,

$|\operatorname{Re}(z) - \operatorname{Im}(z)| < |z|$ eşitsizliğini sağlayan karmaşık düzlemdeki bölgeler aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) I. ve II. bölge B) I. ve III. bölge
C) II. ve III. bölge D) II. ve IV. bölge
E) I. ve IV. bölge

8. $|z| + z = 18 + 6i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $6 + 8i$ B) $8 + 6i$ C) $6 + 6i$
D) $8 + 8i$ E) $8 + 10i$

9. $f, g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ olmak üzere,

$$f(z) = z + \bar{z} \text{ ve } g(z) = z - \bar{z}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(fog)(1-i)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2i$ B) $-i$ C) 0 D) 1 E) 2

13. $(3-i)^2 \cdot (3+i)^2$

ifadesinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 9 B) $9i$ C) 10 D) $10i$ E) 100

Karma Test 1

14. $a, b \in \mathbb{R}$ ve $z = a + bi$ olmak üzere,

$$a + b - 1 = ai - bi + i$$

olduğuna göre, z^{2011} karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

11. $(4-4i)^6 \cdot (4+4i)^7$

ifadesinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^{32} \cdot (1-i)$ B) $2^{32} \cdot (1+i)$ C) $2^{34} \cdot (1-i)$
D) $2^{34} \cdot (1+i)$ E) $2^{36} \cdot (1+i)$

12. $(1-i)^{20} \cdot (1+i)^{21}$

ifadesinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^{20} \cdot (1-i)$ B) $2^{20} \cdot (1+i)$ C) $2^{22} \cdot (1-i)$
D) $2^{22} \cdot (1+i)$ E) $2^{24} \cdot (1+i)$

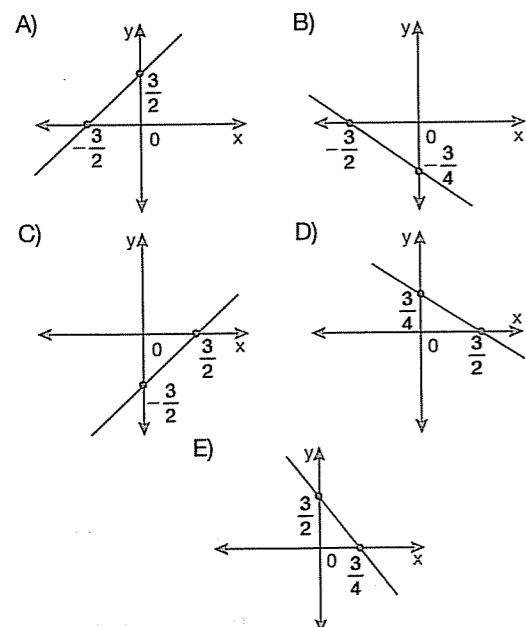
15. $x^3 - 8 = 0$ denkleminin karmaşık köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\sqrt{3} - i$ B) $-1 - \sqrt{3}i$ C) $\sqrt{3} + i$
D) $1 + \sqrt{3}i$ E) $\sqrt{3} + \sqrt{3}i$

Karmaşık Sayılar

1. $\left| \frac{z+i}{z-2} \right| = 1$

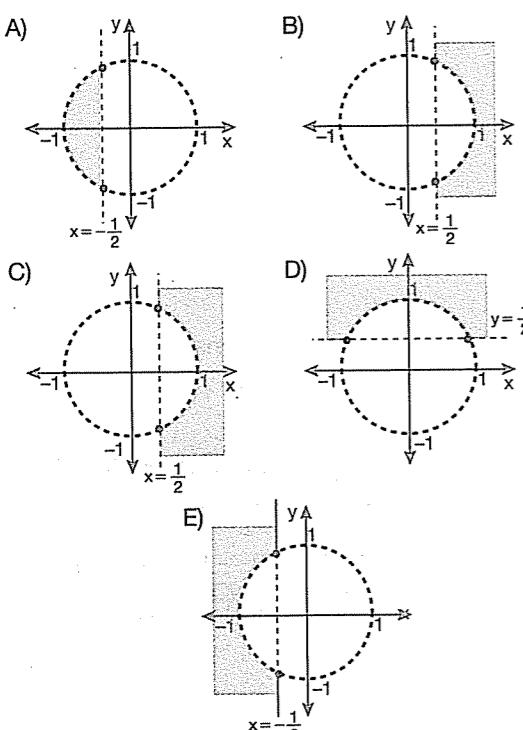
eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemindeki grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



2. $z = x + yi$ olmak üzere,

$$A = \{z : z \in C, |z+1| \leq |z| \text{ ve } |z| > 1\}$$

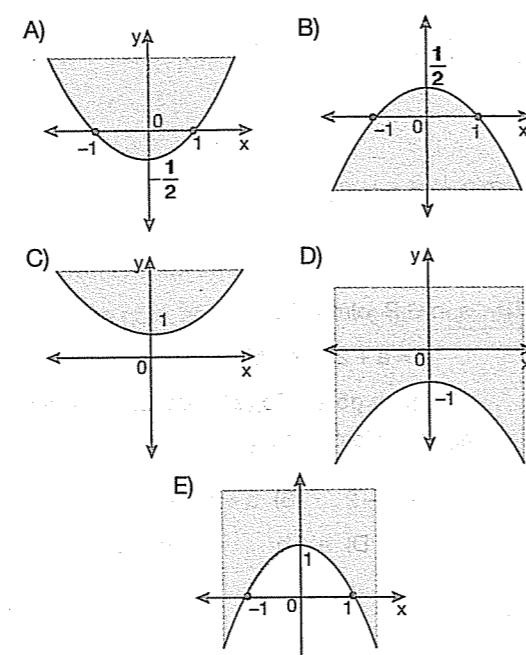
kümelerinin karmaşık düzlemindeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



3. $z = x + yi$ olmak üzere,

$$A = \{z : z \in C, |z| + \operatorname{Im}(z) \leq 1\}$$

kümelerinin karmaşık düzlemindeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



4. $z_1 = 2 + \cos x + i \sin x$

$$z_2 = 2$$

olduğuna göre, z_1 in z_2 ye olan uzaklığı kaç birimdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $|z - 3 + i| \leq 6$ olmak üzere,

$|z + 1 - 2i|$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

- A) 1 B) 4 C) 5 D) 9 E) 10

6. z ve w karmaşık sayı olmak üzere,

$$|z - 1 + i| = 2$$

$$|w + 5 - 7i| = 4$$

olduğuna göre $|z - w|$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $|z - 8i| = 4$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının esas argümenti en küçük olanının esas argümenti kaç derecedir?

- A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 90

8. $z = \frac{\operatorname{cis} 80^\circ}{\cos 80^\circ}$

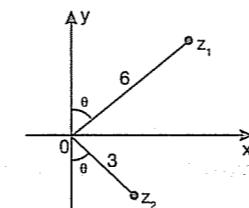
karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

- A) 10 B) 20 C) 40 D) 60 E) 80

9. Yandaki grafikte,

$$|z_1| = 6$$

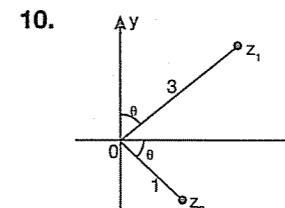
$$|z_2| = 3 \text{ tür.}$$



Buna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -18i B) -18 C) 6 + 3i D) 18 E) 18i

Karma Test 2



Yandaki grafikte,
 $|z_1| = 3$
 $|z_2| = 1$ dir.

Buna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3\operatorname{cis}(90 - 2\theta)$ B) $3\operatorname{cis}(90 + 2\theta)$
C) $3\operatorname{cis}(180 - \theta)$ D) $3\operatorname{cis}(180 + \theta)$
E) $3\operatorname{cis}\theta$

11. Bir ABC üçgeninin iç açılarının ölçütleri $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ olmak üzere,

$$z_1 = 3\operatorname{cis}\theta_1$$

$$z_2 = 2\operatorname{cis}\theta_2$$

$$z_3 = \operatorname{cis}\theta_3$$

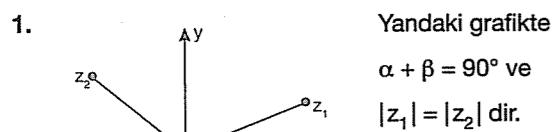
ise $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$ çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -6 B) -3 C) -2 D) 2 E) 6

12. $\frac{-\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ}{\sin 120^\circ - i \cos 120^\circ}$

işlemının sonucu nedir?

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ B) -1 C) -i
D) 1 E) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$



Yandaki grafikte
 $\alpha + \beta = 90^\circ$ ve
 $|z_1| = |z_2|$ dir.

$z_1 = 5 + 6i$ olduğuna göre, z_2 karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-6 + 5i$ B) $-5 - 6i$ C) $-5 + 6i$
 D) $5 + 6i$ E) $6 + 5i$

2. Karmaşık düzlemede $z_1 = \sqrt{3} + i$ sayısı orijin etrafında pozitif yönde kaç derece döndürülürse $z_2 = 2i$ sayısı elde edilir?

- A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 120

3. $z_1 = 2 \operatorname{cis} 10^\circ$, $z_2 = 3 \operatorname{cis} 20^\circ$ ve $z_3 = 6 \operatorname{cis} 25^\circ$ ise,
 $\frac{z_1^6 \cdot z_2^3}{z_3^2}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $24 \operatorname{cis} 50^\circ$ B) $24 \operatorname{cis} 70^\circ$ C) $48 \operatorname{cis} 50^\circ$
 D) $48 \operatorname{cis} 70^\circ$ E) $96 \operatorname{cis} 70^\circ$

4. $z = \sin \frac{\pi}{8} + i \cos \frac{\pi}{8}$
 olduğuna göre, z^{-1} aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\operatorname{cis} \frac{\pi}{8}$ B) $\operatorname{cis} \frac{3\pi}{8}$ C) $\operatorname{cis} \frac{7\pi}{8}$
 D) $\operatorname{cis} \frac{9\pi}{8}$ E) $\operatorname{cis} \frac{13\pi}{8}$

5. $z = 3(\cos 50^\circ - i \sin 50^\circ)$
 olduğuna göre z^2 nin kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(9, 40^\circ)$ B) $(9, 50^\circ)$ C) $(9, 130^\circ)$
 D) $(9, 200^\circ)$ E) $(9, 260^\circ)$

6. $z = \cos 6^\circ + i \sin 6^\circ$
 olduğuna göre, z^{30} karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-i$ B) -1 C) 1 D) i E) $2i$

7. $z = \sin 105^\circ - i \cos 255^\circ$
 olduğuna göre, z^{100} karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ B) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$
 D) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

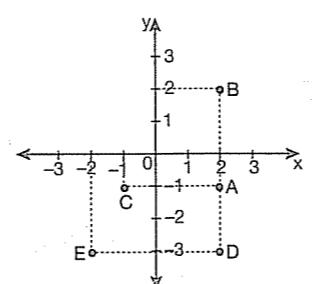
8. $z = \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$
 olduğuna göre, z karmaşık sayısının çarpma işlemine göre tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
 C) $-2\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
 E) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

9. $z^4 - 16i = 0$
 denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

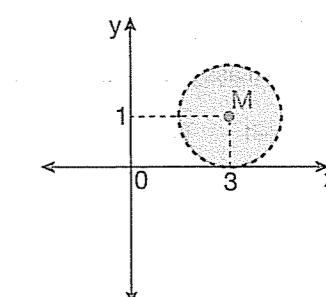
- A) $2 \operatorname{cis} 25^\circ$ B) $2 \operatorname{cis} 42,5^\circ$ C) $2 \operatorname{cis} 92,5^\circ$
 D) $2 \operatorname{cis} 202,5^\circ$ E) $2 \operatorname{cis} 282,5^\circ$

10. $z_1 = 2 + i$,
 $z_2 = -1 + i$,
 $z_3 = 2 - 2i$,
 $z_4 = 3i + 2$



Yukarıda verilen karmaşık sayıların eşleniklerinin karmaşık düzlemedeki görüntüleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) A, C, B, D B) A, C, B, E
 C) B, C, D, E D) A, C, E, D
 E) A, B, C, D



Yukarıdaki şekilde verilen taralı bölge aşağıda verilen eşitsizliklerden hangisinin çözüm kümesidir?

- A) $|z - 3 - i| < 1$
 B) $|z - 3 - i| < 3$
 C) $|z + 3 + i| < 3$
 D) $|z + 3 + i| < 1$
 E) $|z - 1 - 2i| < 1$

Karmaşık Sayılar

1. $(1+i^8).(1+i^{11}) \dots (1+i^{41})$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -i B) -1 C) 0 D) 1 E) i

2. $\bar{z} = \frac{1}{1+\frac{1}{i}} - \frac{2}{2-\frac{2}{i}}$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -i B) -1 C) 0 D) 1 E) i

3. $\frac{z\bar{z}+4}{|\bar{z}|+2i} = 5-2i$

olduğuna göre, $|z|$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $|z_1 - 5 + 2i| = 1$

$|z_2 + 1 - 6i| = 2$

olduğuna göre, $|z_1 - z_2|$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

5. $i^2 = -1$ olmak üzere,

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) n , tek doğal sayıdır.
 B) n , çift doğal sayıdır.
 C) n , asal sayıdır.
 D) n , pozitif tamsayıdır.
 E) n , 3 ün katı olan doğal sayıdır.

6. $z = \frac{1+i \cot x}{1-i \tan x}$

olduğuna göre, $|z|$ nin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $|\sin x|$ B) $|\cos x|$ C) $|\tan x|$
 D) $|\cot x|$ E) 1

7. $\left| \frac{z}{z+1} \right| = 1$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının kompleks düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x=2$ doğrusu B) $y=2$ doğrusu
 C) $x=-\frac{1}{2}$ doğrusu D) $y=-\frac{1}{2}$ doğrusu
 E) $x=1$ doğrusu

8. Karmaşık düzlemede $z_1 = 2\sqrt{3} - 2i$ sayısı orijin etrafında ve pozitif yönde kaç derece döndürülsürse $z_2 = -2 + 2\sqrt{3}i$ sayısı elde edilir?

- A) 180 B) 150 C) 120 D) 90 E) 60

sonuç yayınları

9. $z = i^{0!} + i^{1!} + i^{2!} + \dots + i^{19!}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) i B) -14i C) 14
 D) 14 - 2i E) 14 + 2i

10. $x^2 - (3-i)x + 2 - 2i = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1-i, 2\}$ B) $\{1+i, 2\}$ C) $\{i-1, 2\}$
 D) $\{i+1, -2\}$ E) $\{i-1, -2\}$

13. $|2z| = |z - 3 + 4i|$

olduğuna göre, $\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

14. $z = i(\cos 15 + i \sin 15)$

olduğuna göre, $\operatorname{Arg}(z)$ kaç derecedir?

- A) 90 B) 105 C) 120
 D) 135 E) 150

sonuç yayınları

11. $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere

$(1-i)^n$

ifadesinin pozitif bir reel sayı belirtmesi için n en az kaç olmalıdır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

12. $z_1 = -3 + i$

$z_2 = 5 + 3i$

noktalarından eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 3x + 12$ B) $y = -4x + 6$
 C) $y = 2x - 6$ D) $y = 2x + 6$
 E) $y = 4x + 12$

15. $2\sin^2 x + i \sin 4x = 1$

denklemini sağlayan x dar açısı kaç derecedir?

- A) 15 B) 30 C) 45
 D) 60 E) 75

Cıkmış Sorular

1. $(1+i)$ kompleks sayısının $(1-i)$ kompleks sayısına bölümünün sonucu kaçtır?

- A) 0 B) $-i$ C) -1 D) i E) 1

(1970 – ÜSS)

2. $\frac{2-i}{2+i}$
kesrinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ B) $\frac{5}{3} - \frac{4}{3}i$ C) $\frac{2}{5} - \frac{2}{5}i$
D) $-\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ E) -1

(1971 – ÜSS)

3. Kökleri $3+2i$ ve $3-2i$ olan ikinci derece denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 3x + 12 = 0$ B) $x^2 - 2x + 5 = 0$
C) $x^2 + 5x - 13 = 0$ D) $x^2 + 6x - 13 = 0$
E) $x^2 - 6x + 13 = 0$

(1972 – ÜSS)

4. $1+2i$ kompleks sayısının $1-2i$ kompleks sayısına bölümü nedir?

- A) -2 B) $\frac{3}{5} - \frac{2}{5}i$ C) $-\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$
D) $\frac{2}{3} + \frac{5}{3}i$ E) $-\frac{2}{3} + \frac{5}{3}i$

(1973 – ÜSS)

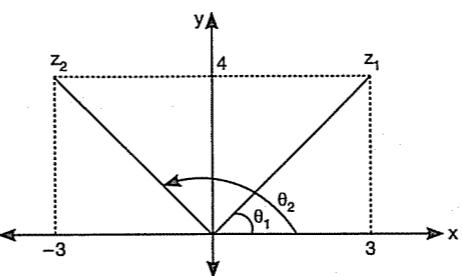
5. $z = i + \sqrt{3}$

sayısının kutupsal koordinatlarda ifadesi hangisidir?

- A) $\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$
B) $\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$
C) $\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$
D) $2\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$
E) $2\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$

(1974 – ÜSS)

8.



Şekildeki z_1 ve z_2 karmaşık sayılarının çarpımının kutupsal şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $7[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$
B) $12[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$
C) $-5i$
D) 12
E) -25

(1976 – ÜSS)

11. $z = -1 + \sqrt{3}i$

karmaşık sayısının eşleniği \bar{z} ile gösterildiğine göre, aşağıdakilerden hangisi \bar{z} nin bir kareköküdür?

- A) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}\right)$
B) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{4\pi}{3} - i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$
C) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$
D) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{2\pi}{3} - i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$
E) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

(1979 – ÜSS)

6. $\frac{1}{4-3i}$

sayısının eşleniğinin sanal (imajiner) kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) $\frac{3}{25}$ C) $-\frac{3}{25}$ D) $-3i$ E) $3i$

(1974 – ÜSS)

9. $z = a + i(a+1)$, $a \in \mathbb{R}$ ve $|z + \bar{z}| = \sqrt{2}$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

(1977 – ÜSS)

7. $z = 3\sqrt{3} - 3i$

karmaşık (kompleks) sayısı için z^6 nedir?

- A) 36^3 B) -36^3 C) 36^3i^3
D) -36^3i^3 E) 0

(1975 – ÜSS)

10. $3+2i$

karmaşık sayısının çarpmaya göre tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2+3i$ B) $-3-2i$ C) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}i$
D) $\frac{3}{13} - \frac{2}{13}i$ E) $5i$

(1978 – ÜSS)

13. $(2-i)z = 1 - \bar{z}$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir? (\bar{z} , z nin eşleniğidır.)

- A) $\frac{1}{3}(1+i)$ B) $\frac{1}{4}(1+i)$ C) $\frac{2}{3}-2i$
D) $1+\frac{1}{3}i$ E) $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}i$

(1983 – ÖYS)

Cıkmış Sorular

14. $\frac{3-2i}{1-i}$

sayısının sanal kısmı kaçtır?

- A) $\frac{1}{13}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) $\frac{5}{2}$

(1984 - ÖYS)

15. $\frac{1}{1+i} + a + bi = 1 - i$

olduğuna göre, $a + b$ nin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

(1985 - ÖYS)

16. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$(1+i)(1+i^3)(1+i^6)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 1 C) 0 D) -1 E) -3

(1988 - ÖYS)

17. $(1+i)^5 + (1-i)^5$ toplamı kaçtır? ($i^2 = -1$)

- A) -8 B) -5 C) 0 D) 5 E) 8

(1989 - ÖYS)

18. $z = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $9\left(\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6}i\right)$
 B) $9\left(\cos\frac{2\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{3}i\right)$
 C) $3\left(\cos\frac{2\pi}{3} + \sin\frac{2\pi}{3}i\right)$
 D) $3\left(\cos\frac{7\pi}{6} + \sin\frac{7\pi}{6}i\right)$
 E) $3\left(\cos\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{3}i\right)$

(1989 - ÖYS)

19. $z = 3 + 2i$, $\bar{z} = 3 - 2i$

olduğuna göre, $\left(\frac{z+\bar{z}}{z-\bar{z}}\right)^4$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{81}{16}$ B) $-\frac{81}{16}$ C) $-\frac{81}{16}i$ D) $\frac{81}{16}i$ E) i

(1990 - ÖYS)

20. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$(1+i)(1+i^3)(1+i^5)(1+i^7)$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2 B) 4 C) $1+i$ D) $1-i$ E) $4i$

(1991 - ÖYS)

21. Karmaşık düzlemede,

A) $(4+6i)$, B) $(-2-i)$, C) $(4+5i)$

noktaları veriliyor. A nin [BC] nin orta noktasına olan uzaklığı kaç birimdir?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) $3\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{3}$

(1991 - ÖYS)

22. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{20}$ sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2i$ B) $-i$ C) -1 D) 1 E) $2i$

(1992 - ÖYS)

23. Karmaşık düzlemede,

$z = 3 - i$ olduğuna göre, $|z^{-1}|$ kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B) $\frac{\sqrt{10}}{20}$ C) $\frac{\sqrt{15}}{20}$
 D) $\frac{\sqrt{15}}{30}$ E) $\frac{\sqrt{10}}{50}$

(1993 - ÖYS)

24. Karmaşık düzlemede,

$(\cos x + i \sin x)^2 = \cos^2 x - i \sin^2 x$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi x in değerlerinden biridir?

- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

(1993 - ÖYS)

25. $|z + 2 - i| = 10$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 16$
 B) $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 64$
 C) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 100$
 D) $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 81$
 E) $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 121$

(1994 - ÖYS)

26. $i = \sqrt{-1}$ ve n pozitif tamsayı olmak üzere,

$$\frac{i^{8n-1} + i^{4n}}{i^{4n-1}}$$

ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) i B) $i+1$ C) $i-1$ D) 1 E) 2

(1995 - ÖYS)

27. $z = x + iy$ ve $|z| = |z-2|$

olduğuna göre, z nin karmaşık düzlemedeki geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Gerçel eksene dik bir doğru
 B) Sanal eksene dik bir doğru
 C) 2 birim çaplı bir çember
 D) Bir elips
 E) Bir parabol

(1995 - ÖYS)

Cıkmış Sorular

28. $z - 5 - i = 1$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayısının argümenti θ olduğuna göre, $\tan \theta$ kaçtır?

- A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{6}$ E) 1

(1996 – ÖYS)

29. $z = 2 + 4i$ ve $u = 3i$

karmaşık sayılar olduğuna göre, $\frac{\bar{z} \cdot \bar{u}}{6+3i}$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) 2
D) $\frac{1+2i}{3}$ E) $\frac{1-2i}{3}$

(1997 – ÖYS)

30. $i^2 = -1$ ve $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

olduğuna göre, z^9 aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-i$ B) 1 C) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
D) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

(1998 – ÖYS)

31. $|z| + z = 3 - 2i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3}{5} - 2i$ B) $\frac{5}{6} - 2i$ C) $\frac{3}{4} + 2i$
D) $\frac{2}{3} - 3i$ E) $\frac{3}{5} + 3i$

(2006 – ÖSS Mat 2)

32. Karmaşık sayılar kümesi üzerinde $*$ işlemi,

$$z_1 * z_2 = z_1 + z_2 + |z_1 z_2|$$

birimde tanımlanıyor.

Buna göre, $(1 - 2i) * (2 + i)$ işleminin sonucu nedir?

- A) $1 + 8i$ B) $1 - 8i$ C) $8 + i$
D) $8 - i$ E) $2 - i$

(2007 – ÖSS Mat 2)

35. Karmaşık sayılar düzleminde,

$$|z - 1| = |z + 2|$$

denklemi aşağıdakilerden hangisini belirtir?

- A) $x = 1$ doğrusu
B) $x = -\frac{1}{2}$ doğrusu
C) $x = 2$ doğrusu
D) $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ çemberi
E) $x^2 + (y + 2)^2 = 1$ çemberi

(2010 – LYS)

38. b ve c gerçel sayılar olmak üzere,

$P(x) = x^2 + bx + c$ polinomunun bir kökü $3 - 2i$ karmaşık sayısıdır. Buna göre, $P(-1)$ kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 20 D) 25 E) 30

(2010 – LYS)

33. z_1 ve z_2 karmaşık sayıları, $z^2 = i$ denkleminin kökleridir.

Karmaşık düzlemede z_1 ve z_2 noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

(2008 – ÖSS Mat 2)

36. \bar{z} ile z nin eşleniği gösterildiğine göre,

$z = 2 + i$ karmaşık sayısı için, $\frac{z}{\bar{z} - 1}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisi eşittir?

- A) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ B) $\frac{2}{3} - \frac{3}{2}i$ C) $1 + 3i$
D) $2 - 3i$ E) $3 + i$

(2010 – LYS)

34. $z = \frac{\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ}{\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ}$

karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{3} + i}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3} - i}{2}$ C) 1
D) $\frac{1 - i\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1 + i\sqrt{3}}{2}$

(2008 – ÖSS Mat 2)

37. $z = 1 + i\sqrt{3}$

karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$ B) $2\left(\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6}\right)$
C) $2\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$ D) $4\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$
E) $4\left(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}\right)$

(2010 – LYS)

40. $z = a + bi$ ($b \neq 0$) ve $w = c + di$

karmaşık sayıları için $z + w$ toplamı ve $z \cdot w$ çarpımı birer gerçel sayı olduğuna göre,

I. z ve w birbirinin eşlenigidir.

II. $z - w$ gerçeldir.

III. $z^2 + w^2$ gerçeldir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

(2011 – LYS)

Cıkmuş Sorular

41. Karmaşık sayılar kümesi üzerinde f fonksiyonu

$$f(z) = \sum_{k=0}^{101} z^k$$

birçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $f(i)$ değeri nedir?

- A) $1+i$ B) $1-i$ C) i D) $-i$ E) 1

(2011 - LYS)

42. \bar{z} ile z nin eşleniği gösterildiğine göre, $z^2 = \bar{z}$ eşitliğini sağlayan ve argümenti $\frac{\pi}{2}$ ile π arasında olan sıfırdan farklı z karmaşık sayısı nedir?

- A) $-\frac{1}{2} + (\sqrt{3})i$ B) $-\frac{1}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)i$
 C) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)i$ D) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)i$
 E) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)i$

(2011 - LYS)

43. Karmaşık sayılar kümesi üzerinde

$$f(z) = 1 - 2z^6$$

fonksiyonu tanımlanıyor.

$$z_0 = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

icin $f(z_0)$ kaçtır?

- A) $1+i$ B) $2i$ C) $1-i$ D) -1 E) 3

(2012 - LYS)

44. $(|z|+z) \cdot (|z|-\bar{z}) = i$

denklemini sağlayan z karmaşık sayıların sanal kısmı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{2}{|z|}$ B) $\frac{1}{|z|}$ C) $\frac{-|z|}{2}$ D) $\frac{1}{2|z|}$ E) $-|z|$

(2012 - LYS)

45. 1 sayısına olan uzaklığı 2 birim ve i sayısına olan uzaklığı 3 birim olan $z = a + ib$ karmaşık sayılar için $a - b$ farkı kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{7}{3}$

(2012 - LYS)

sonuç yayınları

Karmaşık Sayılar

- | | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. D | 9. C | 17. A | 25. C | 33. D | 41. A |
| 2. A | 10. D | 18. D | 26. B | 34. E | 42. B |
| 3. E | 11. C | 19. A | 27. A | 35. B | 43. D |
| 4. C | 12. C | 20. B | 28. D | 36. A | 44. D |
| 5. D | 13. B | 21. A | 29. A | 37. C | 45. B |
| 6. C | 14. B | 22. D | 30. A | 38. C | |
| 7. B | 15. C | 23. A | 31. B | 39. B | |
| 8. E | 16. C | 24. E | 32. D | 40. C | |