

TEST - 39

1. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 3x$ fonksiyonunun dönüm noktasının ordinatı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -10 B) -6 C) -3 D) 3 E) 6

2. $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$ fonksiyonunun dönüm noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

A) $-2\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{2}$ C) 0 D) 2 E) 4

3. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6$ fonksiyonunun dönüm noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) 1 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4

4. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$ fonksiyonunun dönüm noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 3x - 1$ B) $3y = 3x - 1$ C) $3y = 3x - 2$
D) $3y = -3x - 4$ E) $3y = -3x + 4$

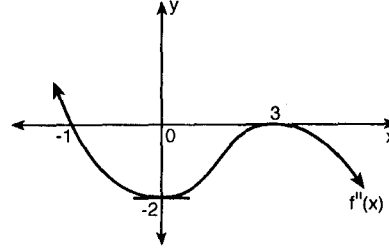
5. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ fonksiyonunun kaç tane gerçel kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. $f(x) = x^3 + 2x + 1$ fonksiyonunun kaç tane gerçel kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7.



Şekilde 2.türevi verilen $f(x)$ fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi kaçtır?

A) 3 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

8. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ fonksiyonunun $x = -1$ de, dönüm noktası olduğuna göre, $x = -2$ deki yerel ekstremum değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

9. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisi nokta dönüm noktasıdır. Fonksiyonun bu noktadaki teğetinin eğimi -1 olduğuna göre, b 'nin değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) -1 E) -2

10. Denklemi $y = x^3 + ax^2 + ax + a$ olan eğrinin dönüm noktasının apsisi -1 olduğuna göre, ordinatı kaçtır?

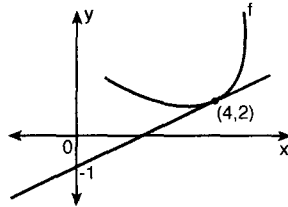
A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

TEST - 40

1. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisi noktasında yerel maksimumu varsa **a** aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

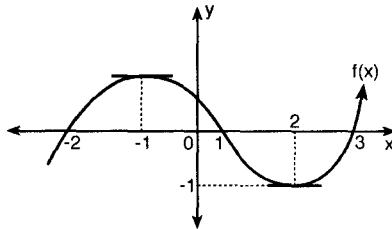
2.



Şekilde f fonksiyonunun grafiğinin bir parçası verilmiştir. $g(x^2 - 15) = \frac{f(x)}{x}$ olduğuna göre, $g'(1)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{128}$ B) $\frac{1}{64}$ C) $\frac{1}{32}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{8}$

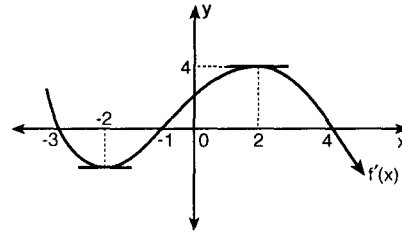
3.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır**?

- A) $(-\infty, -1)$ aralığında $f'(x) > 0$
 B) $f'(2) = 0$
 C) $f'(0) > 0$
 D) $(2, +\infty)$ aralığında $f'(x) > 0$
 E) $f'(-1) = 0$

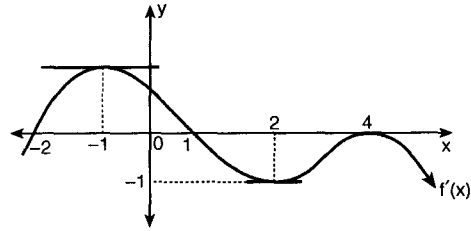
4.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır**?

- A) $x = -3$ 'te yerel maksimum vardır.
 B) $x = 4$ 'te yerel maksimum vardır.
 C) $x = -1$ 'de yerel minimum vardır.
 D) $f'(-2) = 0$ ve $f''(2) = 0$
 E) $(-2, -1)$ aralığında $f(x)$ artandır.

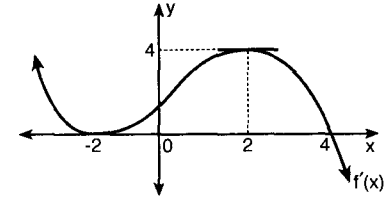
5.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir. Buna göre aşağıdakilerden hangisi $f(x)$ fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi-dir?

A) -2 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

6.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır**?

- A) $x = 4$ için f fonksiyonu yerel maksimuma sahiptir.
 B) $x = 2$ için f' fonksiyonu yerel maksimuma sahiptir.
 C) $x = 2$ noktası f fonksiyonunun dönüm noktasıdır.
 D) $x = -2$ noktası f fonksiyonunun dönüm noktasıdır.
 E) $x = 0$ noktası f fonksiyonunun yerel minimum noktasıdır.

ASİMPTOTLAR**1) YATAY ASİMPTOT**

$y = f(x)$ fonksiyonu için; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ veya $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$ ise $y = a$ doğrusu f fonksiyonunun yatay asimptotudur. ($a \in \mathbb{R}$)

ÖRNEK

$y = \frac{3x^3 + x^2 + 1}{x^3 - x + 1}$ fonksiyonunun yatay asimptotunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^3 + x^2 + 1}{x^3 - x + 1} = \frac{3}{1} = 3$ olduğundan $y = 3$ doğrusu yatay asimptottur.

2) DÜŞEY ASİMPTOT

$y = f(x)$ fonksiyonu için, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty$ veya $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty$ ise $x = a$ doğrusu f fonksiyonunun düşey asimptotudur. ($a \in \mathbb{R}$)

ÖRNEK

$y = \frac{x+1}{x^2+5x+4}$ fonksiyonunun düşey asimptotlarını bulunuz.

ÇÖZÜM

$x^2 + 5x + 4 = (x+4)(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1, x = -4$

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2+5x+4} = \frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan $x = -1$ düşey asimptot olamaz.

$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x+1}{x^2+5x+4} = \frac{-3}{0} = -\infty$ olduğundan $x = -4$ düşey asimptottur.

ÖRNEK

$y = \frac{(a-1)x^2 + bx + 1}{ax + c}$ fonksiyonunun düşey ve yatay asimptotlarının kesim noktası (2,3) ise $a + b + c$ toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y \in \mathbb{R}$ olması için $a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$

$ax + c = 0 \Rightarrow x = -\frac{c}{a}$ düşey asimptot, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{bx+1}{ax+c} = \frac{b}{a} = y$ yatay asimptot olur.

$-\frac{c}{a} = 2$ ve $\frac{b}{a} = 3$

$c = -2, b = 3, a = 1 \Rightarrow a + b + c = 1 + 3 - 2 = 2$

ÖRNEK

$x = 2$ ve $y = 1$ doğrularını asimptot kabul eden ve y eksenini $y = -1$ noktasında kesen eğrinin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ olsun. } cx+d=0 \Rightarrow x = -\frac{d}{c} = 2 \Rightarrow d = -2c$$

$$\frac{a}{c} = 1 \Rightarrow a = c$$

$$x = 0 \Rightarrow \frac{b}{d} = -1 \Rightarrow b = -d$$

$$\Rightarrow a, b = 2a, c = a, d = -2a,$$

$$y = \frac{ax+2a}{ax-2a} = \frac{a(x+2)}{a(x-2)} \Rightarrow y = \frac{x+2}{x-2}$$

3) EĞİK VE EĞRİ ASİMPOT

i) $f(x) = Q(x) + \frac{a}{R(x)}$ şeklinde yazılabilen fonksiyonlar için; $Q(x)$, 1. dereceden ise $y = Q(x)$ eğik asimptot, $Q(x)$ 2 ya da daha büyük dereceden ise $y = Q(x)$ eğri asimptot olur.

ii) $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ fonksiyonu için eğik asimptot $y = \sqrt{a} \left(x + \frac{b}{2a} \right)$ olur.

ÖRNEK

$$y = \frac{x^2 + 3x + 1}{x - 1} \text{ eğrisinin asimptotlarını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ düşey asimptot}$$

$$\begin{array}{r|l} x^2 + 3x + 1 & x - 1 \\ -/ x^2 - x & \\ \hline 4x + 1 & \\ -/ 4x - 4 & \\ \hline 5 & \end{array} \quad y = x + 4 + \frac{5}{x-1} \Rightarrow y = x + 4 \text{ eğik asimptot olur.}$$

ÖRNEK

$$y = x + \sqrt{x^2 - 2x} \text{ fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktasını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

i) Yatay asimptot:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x + \sqrt{x^2 \left(1 - \frac{2}{x} \right)} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x + |x| \cdot \sqrt{1 - \frac{2}{x}} \right] = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x + \sqrt{x^2 \left(1 - \frac{2}{x} \right)} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x + |x| \cdot \sqrt{1 - \frac{2}{x}} \right] = \infty - \infty \text{ belirsizliği}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x + \sqrt{x^2 - 2x})(x - \sqrt{x^2 - 2x})}{(x - \sqrt{x^2 - 2x})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x^2 + 2x}{x - |x| \cdot \sqrt{1 - \frac{2}{x}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{2x} = 1$$

 $y = 1$ doğrusu yatay asimptot,

ii) Düşey asimptot yok

iii) Eğik asimptot: $y = x + 1 \cdot \left(x + \frac{-2}{2 \cdot 1} \right) \Rightarrow y = x + x - 1 \Rightarrow y = 2x - 1$ doğrusu eğik asimptottur. $y = 1$ ve $y = 2x - 1$ için; $1 = 2x - 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow (1, 1)$ asimptotların kesim noktasıdır.**ÖRNEK**

$$y = \frac{x^3 - 3x^2 + 2x + 1}{x - 2} \text{ eğrisinin asimptotlarını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

i) Yatay asimptot yoktur.

ii) $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ düşey asimptot.

iii) Eğri asimptot için horner yöntemini kullanırsak;

2	1	-3	2	1
	↓	2	-2	
	1	-1	0	

$$y = x^2 - x + 0 \Rightarrow y = x^2 - x \text{ eğri asimptot olur.}$$

ÖRNEK

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 10}{x - 3} \text{ fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktasının orijine uzaklığını bulunuz.}$$

ÇÖZÜMi) Düşey asimptot $x = 3$ doğrusu

$x^2 - 5x + 10$	$x - 3$
$-x^2 + 3x$	$x - 2$
$-2x + 10$	
$-2x + 6$	
4	

eğik asimptot $y = x - 2$ doğrusudur.Asimptotların kesim noktası $x = 3$ için $y = 1$ olur. $K(3, 1)$ noktasının orijine uzaklığı $\sqrt{10}$ birimdir.

TEST - 41

1. $y = \frac{2x^2 - 2x - 7}{x^2 + x}$

fonksiyonunun yatay asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = 1$ B) $x = 2$ C) $y = 1$
D) $y = 2$ E) $y = -1$

2. $y = \frac{6x^3 + x^2 + x - 1}{3x^3 - x + 1}$

fonksiyonunun yatay asimptotu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $y = 6$ B) $y = 3$ C) $y = 2$
D) $y = 1$ E) $y = -1$

3. $y = \frac{mx + 1}{x - 2}$ eğrisinin düşey ve yatay asimptotları

$2x + y - 5 = 0$ doğrusu üzerinde kesiştiklerine göre, m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $3xy + x - 2y + 5 = 0$ eğrisinin yatay asimptotunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = -\frac{5}{3}$ B) $y = -\frac{1}{2}$ C) $y = -\frac{1}{3}$
D) $y = \frac{1}{3}$ E) $y = \frac{1}{2}$

5. $y^2 = \frac{x+2}{x-2}$ denklemi ile verilen eğrinin yatay asimptotlarından birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 2$ B) $y = 1$ C) $y = 0$
D) $y = -\frac{1}{2}$ E) $y = -2$

6. $y = \frac{1}{x-2}$

fonksiyonunun düşey asimptotunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = -2$ B) $x = -1$ C) $x = 0$
D) $x = 1$ E) $x = 2$

7. $y = \frac{x+1}{x^2 + 3x + 2}$

fonksiyonunun düşey asimptotunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = -2$ B) $x = -1$ C) $x = 0$
D) $x = 1$ E) $x = 2$

8. $f(x) = \ln(x - 1)$ fonksiyonunun düşey asimptotunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = -1$ B) $x = 0$ C) $x = 1$
D) $x = 2$ E) $x = e + 1$

9. $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + ax + a}$

fonksiyonunun düşey asimptotunun bulunmaması için a 'nın alabileceği tamsayı değerleri toplamı kaç olmalıdır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

10. $y = \frac{x-1}{x^2 + ax + a}$

fonksiyonunun iki tane düşey asimptotu varsa a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) 2 D) 4 E) 6

TEST - 42

1. $y = \frac{x+3}{x-1}$ fonksiyonunun düşey ve yatay asimptotlarının kesim noktasının koordinatları toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $y = \frac{(a-1)x^3 - bx - 1}{ax + c}$ fonksiyonunun yatay ve düşey asimptotlarının kesim noktası (1,2) olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

3. $y = \frac{(a-2)x^3 + bx^2 - 2}{cx^2 - 3}$ fonksiyonunun yatay ve düşey asimptotlarının kesim noktalarından biri (-1,-2) olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

4. $y = \frac{ax-2}{5x-a}$ fonksiyonunun yatay ve düşey asimptotlarının kesim noktalarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = \frac{x}{5}$ B) $y = \frac{x}{2}$ C) $y = x$
D) $y = 2x$ E) $y = 5x$

5. $y = \frac{ax-3}{bx+2}$ fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktası aynı zamanda $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ fonksiyonunun dönüm noktası ise $a + b$ toplamı kaçtır?

A) 1 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4

6. $y = \frac{2x+3}{ax+b}$ fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktası (-2,1) olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. $y = \frac{2x^2 - 4x + 2}{ax^2 - 2}$ fonksiyonunun yatay asimptotu 1 olduğuna göre, düşey asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x = -2$ B) $x = -1$ C) $x = 0$ D) $x = 1$ E) $x = 2$

8. $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \tan x$ fonksiyonunun düşey asimptotlarının toplamı kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) $\frac{5\pi}{2}$

9. $f(x) = \frac{2x-a}{bx+c}$ fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktası (1,2) ve fonksiyonun y eksenini kestiği nokta 3 olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -2

10. $f(x) = \frac{(a-1)x^2 + bx + c}{ax + d}$ fonksiyonunun yatay ve düşey asimptotlarının kesim noktası (2,-3) ve eğri x eksenini $x = -1$ noktasında kestiğine göre, $a \cdot b \cdot c \cdot d$ çarpımı kaçtır?

A) -6 B) -8 C) -12 D) -16 E) -18

TEST - 43

1. $y = x + 2 + \frac{3}{x+1}$

fonksiyonunun eğik asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = x$ B) $y = x + 1$ C) $y = x + 2$
D) $y = x + 3$ E) $y = x + 4$

2. $y = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x+2}$

fonksiyonunun eğik asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 2x - 1$ B) $y = 2x$ C) $y = 2x + 1$
D) $y = 2x + 2$ E) $y = 2x + 3$

3. $y = \frac{x^3 + 2x^2 - 3x - 5}{x+1}$

fonksiyonunun eğri asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = x^2 + x + 1$ B) $y = x^2 + x$ C) $y = x^2 + x - 1$
D) $y = x^2 + x - 2$ E) $y = x^2 + x - 4$

4. $y = ax + 1 + \frac{a}{x}$

fonksiyonunun eğik asimptotu $y = 3x + 1$ olduğuna göre, **a kaçtır?**

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

5. $f(x) = (a-1)x + \frac{a+4}{x}$ fonksiyonunun eğik asimptotu $y = x$ olduğuna göre, **f(a) kaçtır?**

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $f(x) = \sqrt{4x^2 + 8x - 1}$

fonksiyonunun asimptotlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 2x - 1$ B) $y = 2x + 1$
C) $y = 2x + 2$ D) $y = 2x + 3$
E) $y = 2x + 4$

7. $y = \frac{x^2 - 4x - 3}{x-1}$

fonksiyonunun düşey asimptotu ile eğik asimptotunun kesim noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $y = x + \sqrt{x^2 - 4x + 2}$

fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktaları koordinatlarının apsisi toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 1 D) -2 E) -4

9. $y = \frac{x^2 - ax - 4}{x-b}$

fonksiyonunun gösterdiği eğrinin y eksenini 4'te kesmesi ve $y = x + 2$ doğrusunu eğik asimptot kabul etmesi için **a + b toplamı kaç olmalıdır?**

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10. $y = \frac{ax^2 - 2x + 1}{x-2}$ fonksiyonunun eğik asimptotu $y = ax$ olduğuna göre, **a kaçtır?**

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

TEST 44

1. $y = \frac{ax^2 - x}{x + b}$

fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktası $(-2, 3)$ olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $y = \frac{x^a + 1}{x - a}$

fonksiyonunun eğik asimptotu olduğuna göre, asimptotların kesim noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

3. $y = \frac{x^2 - ax + 4}{x - a}$

fonksiyonunun eğik asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = x - 1$ B) $y = x$ C) $y = x + 1$
D) $y = x + 2$ E) $y = x + 3$

4. $y = \frac{x^2 + ax + 2}{x - b}$

fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktası $(1, 2)$ olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. $y = 1$ ve $x = 2$ doğrularını asimptot kabul eden ve y eksenini -1 noktasında kesen eğrinin fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $y = \frac{x+1}{x-1}$ B) $y = \frac{x+2}{x-2}$ C) $y = \frac{x+2}{x-1}$
D) $y = \frac{x+1}{x+2}$ E) $y = \frac{x}{x-2}$

6. $y = \frac{x^2 - ax}{x^2 - ax - 3}$

eğrisinin grafiği x eksenini $x = 2$ noktasında kestiğine göre, düşey asimptotları aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) $x = \pm 1$ B) $x = \pm 2$
C) $x = 1$ ve $x = 2$ D) $x = -3$ ve $x = 1$
E) $x = -1$ ve $x = 3$

7. $y = x - 1 + \frac{3}{x - 2}$

fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktasının orijine uzaklığı kaç birimdir?

- A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{10}$ C) $2\sqrt{5}$ D) 5 E) $2\sqrt{10}$

8. $y = x - 2 + \frac{2}{x + 1}$

eğrisine ait asimptotlarla koordinat eksenleri arasında kalan bölgenin alanı kaç birim-karedir?

- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{9}{2}$

9. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx + 1$

fonksiyonunun simetri merkezi $(1, 1)$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x - 1}$

fonksiyonunun simetri merkezi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 0) B) (2, 3) C) (2, 5)
D) (3, 4) E) (1, 5)

FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ**1) POLİNOM FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ**

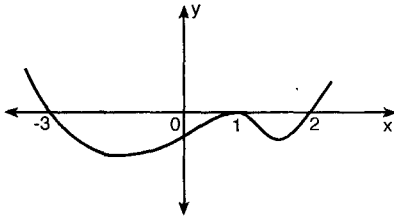
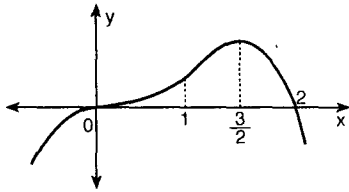
- i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ ise grafik III. bölgeden başlar. $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty & \text{ise I. bölgede biter.} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty & \text{ise IV. bölgede biter.} \end{cases}$
- ii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ ise grafik II. bölgeden başlar. $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty & \text{ise I. bölgede biter.} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty & \text{ise IV. bölgede biter.} \end{cases}$
- iii) $P(x) = 0$ denkleminin kökleri grafiğinin x eksenini kestiği noktalardır.
- $(x - a)^2 = 0$ için $x = a$ noktasında grafik x eksenine teğet olur.
 - $(x - a)^3 = 0$ için $x = a$ noktası grafiğin dönüm noktasıdır.

ÖRNEK

$y = (x - 1)^2 \cdot (x - 2) \cdot (x + 3)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

- i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, (grafik II. bölgeden başlar I. bölgede biter.)
- ii) $y = (x - 1)^2 (x - 2)(x + 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 1$ (çift kök) $x_2 = 2$, $x_3 = -3$

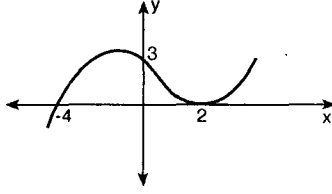
**ÖRNEK (ÖYS)**

Şekilde grafiği verilen fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $y = x(x - 2)$ B) $y = x^2(x - 2)$ C) $y = x^2(2 - x)$
D) $y = x^3(2 - x)$ E) $y = x^3(x - 2)$

ÇÖZÜM

- i) Grafik III. bölgeden başlayıp IV. bölgede bittiği için $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ ve $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ olur.
- ii) $x = 0$ ve $x = 1$ noktaları dönüm noktasıdır. $x = 2$ ve $x = 0$ fonksiyonunun köküdür. $x = 0$ hem kök hem dönüm noktası olduğundan $y = x^3$ şeklinde başlar.
- $y = x^3(x - 2)$ ya da $y = x^3(2 - x)$. (i) deki şartların sağlanabilmesi için $y = x^3(2 - x)$ olur.

ÖRNEK (ÖYS)

Şekildeki eğri aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin grafiği olabilir?

A) $y = 3(x - 2)^2 \cdot (x + 4)$

B) $y = \frac{1}{16}(x - 2)^2(x + 4)$

C) $y = \frac{4}{3}(x + 2)^2 \cdot (x + 4)$

D) $y = \frac{3}{4}(x + 2)^2 \cdot (x - 4)$

E) $y = \frac{3}{16}(x - 2)^2(x + 4)$

ÇÖZÜM

- i) $x = -4$ kök, $x = 2$ çift kök olduğundan $y = a(x - 2)^2 \cdot (x + 4)$ şeklinde olur.
 ii) $x = 0$ için $y = 3$ olduğundan $3 = a \cdot 4 \cdot 4 \Rightarrow a = \frac{3}{16}$ olur.

Bundan dolayı fonksiyon $y = \frac{3}{16}(x - 2)^2(x + 4)$ olur.

2) RASYONEL FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ

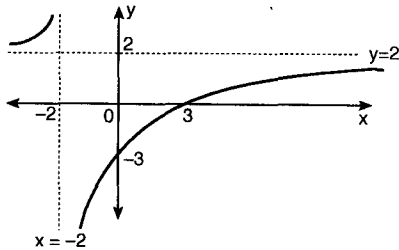
- i) Polinom fonksiyonlarda uygulanan işlemler uygulanır.
 ii) Asimptotlar bulunur.
 iii) 1. türev alınarak fonksiyonun artan-azalan olduğu bölgeler bulunur.

ÖRNEK (ÖYS)

$y = \frac{2x - 6}{x + 2}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

- i) $x = 0$ için $y = -3$ (0, -3); $y = 0$ için $x = 3$ (3, 0)
 ii) $x = -2$ düşey asimptot, $y = 2$ yatay asimptot
 iii) $y' = \frac{2(x+2) - (2x-6) \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{2x+4-2x+6}{(x+2)^2} = \frac{10}{(x+2)^2} > 0$ olduğundan fonksiyon hep artandır.

**ÖRNEK (ÖYS)**

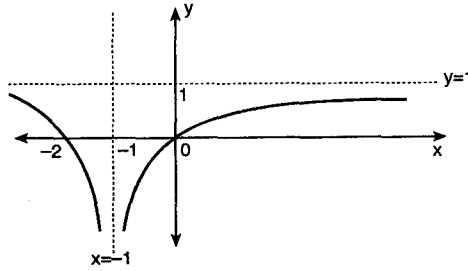
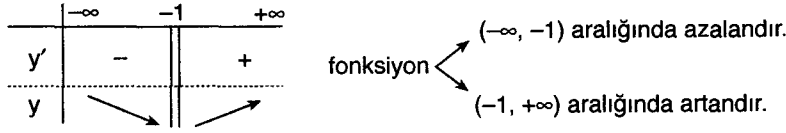
$y = \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 1}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

i) $x = 0$ ise $y = 0$ (0,0); $y = 0$ ise $x(x+2) = 0 \Rightarrow (0,0), (-2,0)$

ii) $x = -1$ düşey asimptot, $y = 1$ yatay asimptot

iii)
$$y' = \frac{(2x+2)(x^2+2x+1) - (x^2+2x)(2x+2)}{((x+1)^2)^2} = \frac{(2x+2)(x^2+2x+1-x^2-2x)}{(x+1)^4} = \frac{2(x+1)}{(x+1)^4} = \frac{2}{(x+1)^3}$$

**ÖRNEK (ÖYS)**

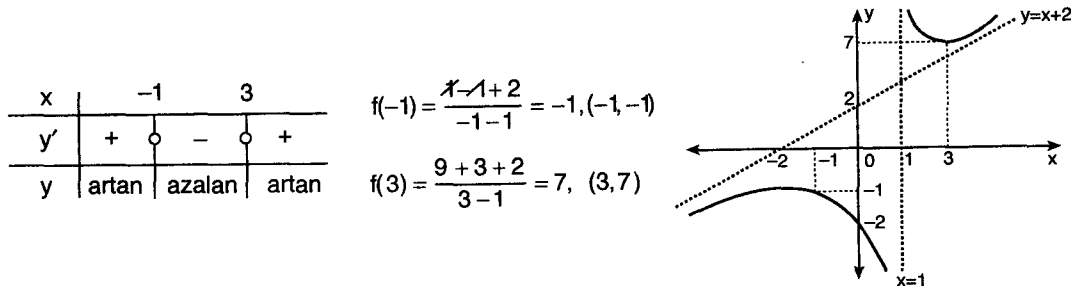
$y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

i) $x = 0$ ise $y = -2$ (0, -2); $y = 0$ ise $x^2 + x + 2 = 0$ denkleminin reel kökü olmadığı için fonksiyon x eksenini kesmez.

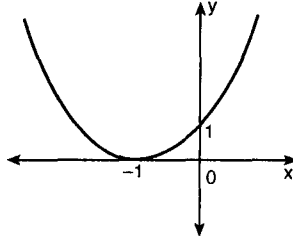
ii) $x = 1$ düşey asimptot;
$$\left. \begin{array}{l} \frac{x^2 + x + 2}{x^2 - x} \Big| \frac{x-1}{x+2} \\ \frac{2x+2}{-2x-2} \end{array} \right\} y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} = x + 2 + \frac{4}{x - 1} \Rightarrow y = x + 2 \text{ eğik asimptottur.}$$

iii)
$$y' = \frac{(2x+1)(x-1) - (x^2+x+2)}{(x-1)^2} = \frac{2x^2-2x+x-1-x^2-x-2}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = \frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2} = 0$$



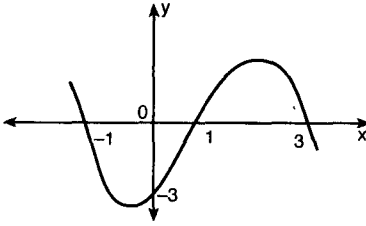
TEST - 45

1. Yanda grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $y = x^2 + 2x + 1$
 B) $y = x^2 - 1$
 C) $y = x^3 - 1$
 D) $y = x^2 - 2x + 1$
 E) $y = x^2 + 1$

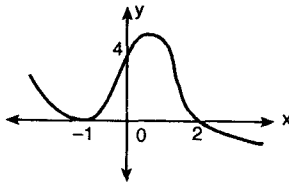
2.



Yukarıda grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = -3(x + 1)(x - 1)(x - 3)$
 B) $y = -2(x - 1)(x + 1)(x - 3)$
 C) $y = -(x + 1)(x - 1)(x - 3)$
 D) $y = (x + 1)(x - 1)(x - 3)$
 E) $y = 3(x + 1)(x - 1)(x - 3)$

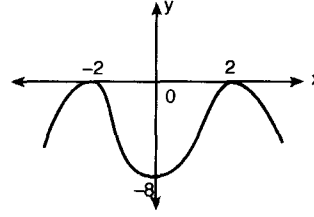
3.



Yukarıda grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 4(x + 1)^2(x - 2)$
 B) $y = 2(x + 1)^2(x - 2)$
 C) $y = (x + 1)^2(x - 2)$
 D) $y = -(x + 1)^2(x - 2)$
 E) $y = -2(x + 1)^2(x - 2)$

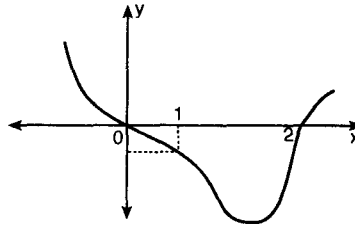
4.



Yukarıda grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = -(x^2 - 2)^2$
 B) $y = -(x^2 - 4)^2$
 C) $-\frac{1}{2}(x^2 - 4)^2$
 D) $-\frac{1}{2}(x^2 - 2)^2$
 E) $-2(x^2 - 4)^2$

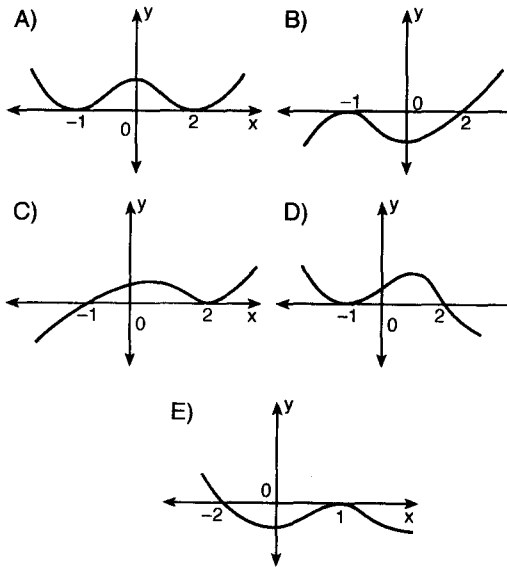
5.



Yukarıda grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = -x^2(x^2 - 2)$
 B) $y = -x(x - 2)$
 C) $y = x(x - 2)$
 D) $y = x^2(x - 2)$
 E) $y = x^3(x - 2)$

6. $y = (2 - x)(x + 1)^2$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

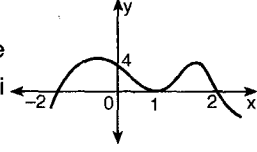


TEST - 46

1. Şekilde

$$y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



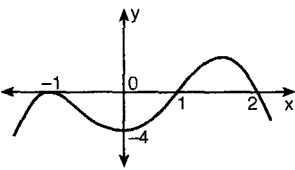
Buna göre, $a + b + c + d + e$ toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

2. Şekilde
- $y = (x + 1)^2 (x - 1) (ax + b)$

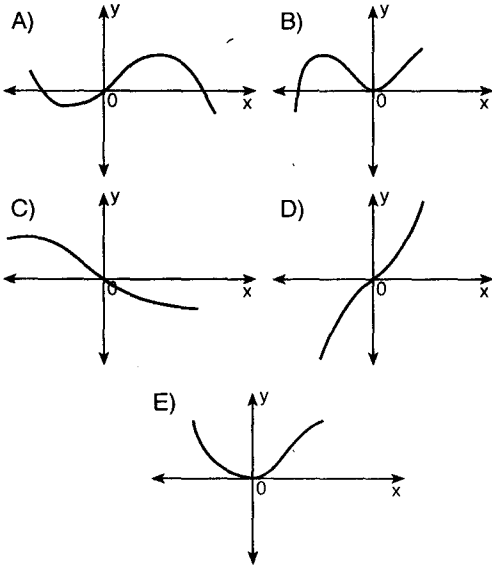
fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?



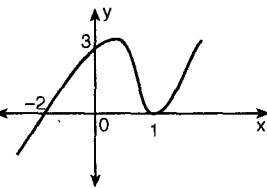
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

- 3.
- $f(x - 2) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$
- fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



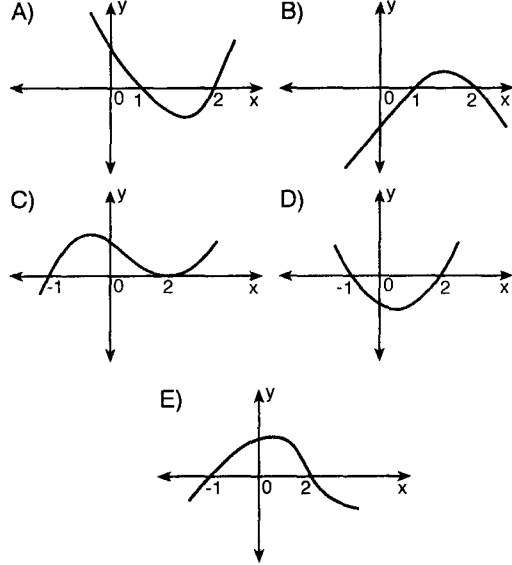
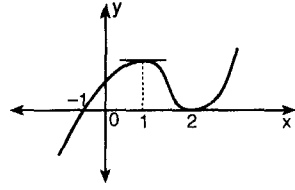
4. Şekilde grafiği

verilen 3. dereceden $y = f(x)$ fonksiyonu için $f(2)$ değeri kaçtır?

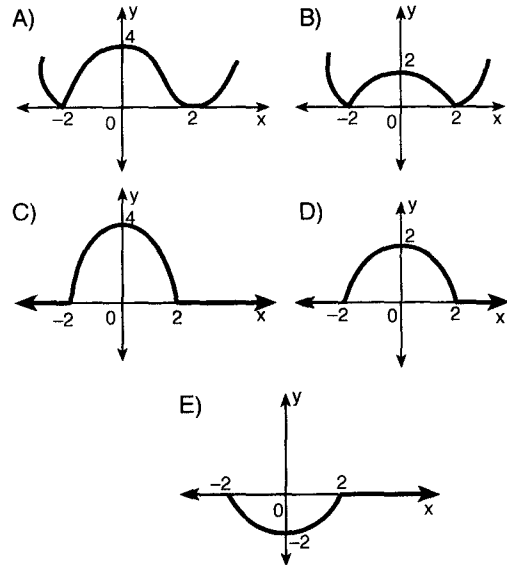
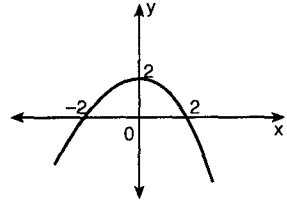


- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

5. Şekilde grafiği verilen
- $y = f(x)$
- fonksiyonunun türevinin grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

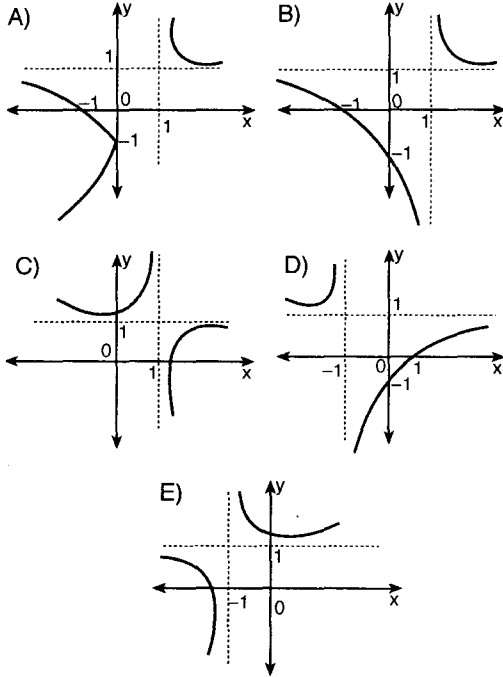


6. Şekilde
- $f(x)$
- fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre,
- $y = f(x) + |f(x)|$
- fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

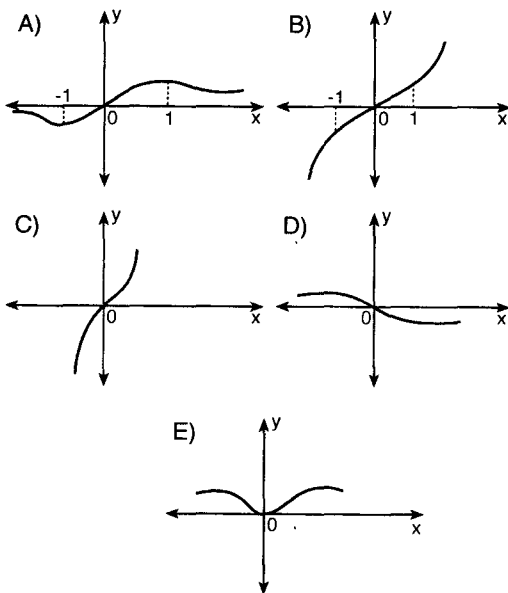


TEST - 47

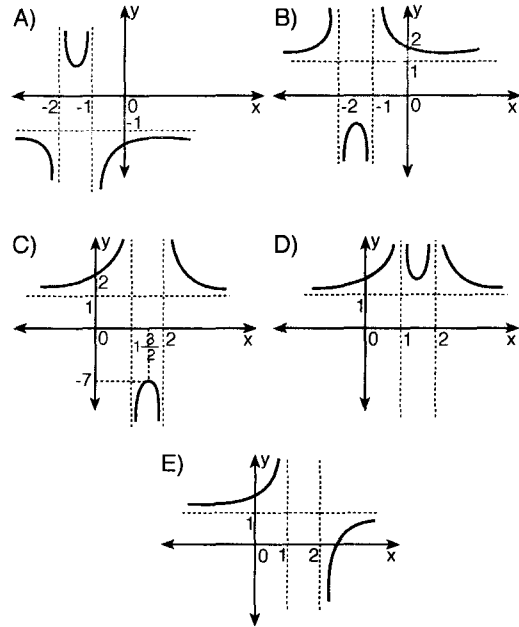
1. $y = \frac{x+1}{x-1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



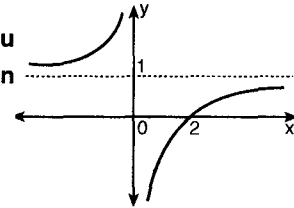
2. $y = \frac{x}{x^2+1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



3. $y = \frac{x^2-3x+4}{x^2-3x+2}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

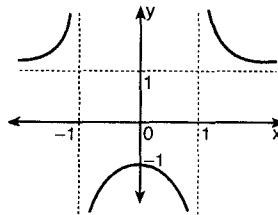


4. Şekildeki grafiğin fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $y = \frac{x-1}{x}$ B) $y = \frac{x-2}{x}$ C) $y = \frac{x-3}{x}$
D) $y = \frac{x+2}{x}$ E) $y = \frac{x}{x-2}$

- 5.

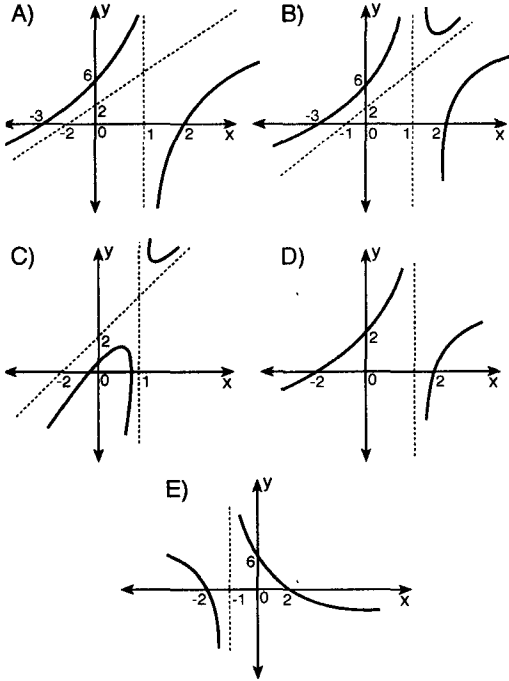


- Şekildeki grafiğe ait fonksiyonun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

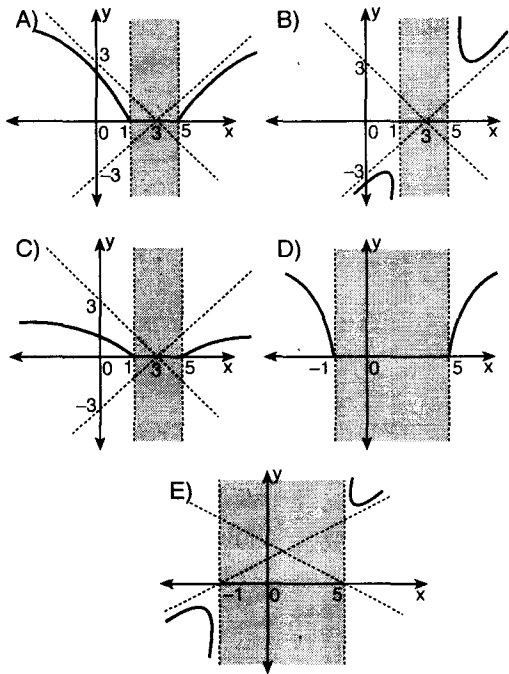
- A) $y = \frac{1}{x^2-1}$ B) $y = \frac{x+1}{x-1}$ C) $y = \frac{x^2}{x^2-1}$
D) $y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ E) $y = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

TEST - 48

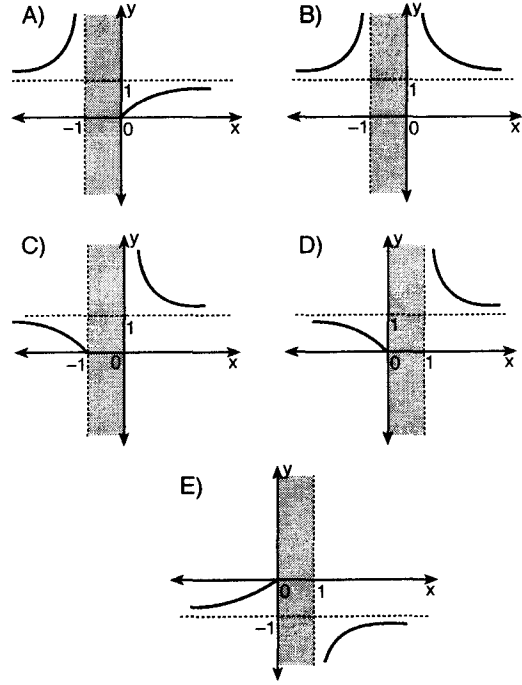
1. $y = \frac{x^2 + x - 6}{x - 1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



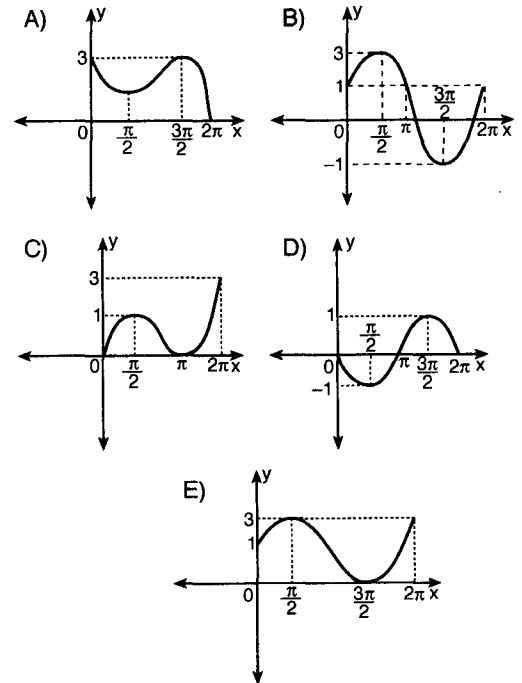
2. $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



3. $y = \sqrt{\frac{x+1}{x}}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



4. $y = 2\sin x + 1$ fonksiyonunun $[0, 2\pi]$ aralığında grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



KARMA TEST - 1

1. $f(x) = (1 - 2x^2)(x^3 + 2x)$ olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?
- A) -194 B) -180 C) -160 D) -142 E) -84

2. $f(2x - 3) = 3x^2 + 2x - 4$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?
- A) 11 B) 9 C) 7 D) 6 E) 4

3. $\frac{d}{dx}(\ln(\tan x))$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin x \cos x$ B) $\cot x$ C) $\frac{\sin x}{\cos^2 x}$
D) $\frac{1}{\sin x \cos x}$ E) $\frac{\sin^2 x}{\cos x}$

4. $f(x) = e^{\cot x}$ olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{f(x) - f\left(\frac{\pi}{4}\right)}{x - \frac{\pi}{4}} \text{ değeri aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) $\frac{1}{2e}$ B) $\frac{1}{e}$ C) $-\frac{1}{e}$ D) $-e$ E) $-2e$

5. $f(x) = 3x^2 + 4$ olduğuna göre,
- $$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

6. $\frac{d^2}{dx^2}(\sin^2 5x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $50 \cos 10x$ B) $50 \sin 10x$
C) $25(\cos 5x + \sin 5x)$ D) $25 \sin 10x$
E) $25 \cos^2 5x$

7. $f(x) = (x - 1)^2(x - a)$
 $f''(1) = 8$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -1 D) 3 E) 4

8. $e^{-x} \cdot \frac{d}{dx}(\sin^2 x \cdot e^x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cos x + \sin x$ B) $\cos^2 x + \sin x$
C) $\sin 2x + \sin^2 x$ D) $\cos 2x$
E) $\sin 2x$

9. $f(x) = \ln(2^{\cos 3x})$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ kaçtır?

- A) $-\ln 64$ B) $-\ln 16$ C) $-\ln 8$
D) 0 E) $\ln 4$

10. $f(x) = \sin(\cos 5x)$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{10}\right)$ kaçtır?

- A) 5 B) 1 C) 0 D) -5 E) -10

KARMA TEST - 2

1. $f(x) = |9 - x^2|$ olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 0 E) 4

2. $f(x) = x^2 + 6x$ olduğuna göre,

$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{f(4+a) - f(4)}{a}$ değeri kaçtır?

- A) 14 B) 12 C) 10 D) 8 E) 4

3. $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu

$f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

- A) -8 B) -5 C) -3 D) 2 E) 6

4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$

$f(x) = |x^2 + x - 3|$ olduğuna göre,
 $f'(-1)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $f(x) = |x^2 - 2| + \text{sgn}(x - 2) + [|x - 2|]$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

6. $f(x) = |x^2 - 2x| + 3x$ olduğuna göre,
 $f'(3)$ kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 3 E) 1

7. $f(x) = |x + 2| + |2x - 5| + 3x$ olduğuna göre,
 $f'(-1)$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 7

8. $f(x) = (3x^2 - 1)\sqrt{x}$ olduğuna göre,
 $f'(1)$ kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 2

9. $f(x) = \frac{\cos x}{x}$ olduğuna göre,

$f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{4}{\pi}$ B) $-\frac{2}{\pi}$ C) 0 D) $\frac{1}{\pi}$ E) 2

10. $y = f(x)$ fonksiyonu $x.y = x + y$ olarak tanımlandığına göre, $f'(3)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$

KARMA TEST - 3

1. $f(x) = \sin^3 4x$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{12}\right)$ kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 3 C) $\frac{9}{2}$ D) 9 E) 18

2. $\left. \begin{array}{l} x = \sqrt{3t+1} \\ y = \ln(t+1) \end{array} \right\}$ olduğuna göre,

$t = 1$ için $\frac{dy}{dx}$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $\frac{d^3}{dx^3} (x + \sin^2 x)$ in $x = \frac{\pi}{12}$ için değeri kaçtır?

- A) -4 B) $2\sqrt{3}$ C) -2 D) -1 E) $\sqrt{3}$

4. $x^2 + y^2 = 5$ ise $\frac{d^2y}{dx^2}$ nin A(2, 1) noktasındaki değeri kaçtır?

- A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

5. $f(x) = x|x - 6| + x + 4$ olduğuna göre, $f'(3)$ kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

6. $x^3y - y^2x + 2 = 0$ fonksiyonunun birinci türevinin (1, 2) noktasındaki değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

7. $f(x) = \ln(\sin 3x)$ olduğuna göre,

$f'\left(\frac{\pi}{12}\right)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $\frac{d}{dx} (\ln x^2)^2$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{16}{x} \ln x^2$ B) $\frac{8}{x} \ln x^2$ C) $\frac{4}{x} \ln x^2$
D) $\frac{2}{x} \ln x^2$ E) $\frac{\ln x^2}{x}$

9. $\left. \begin{array}{l} x = \arctan t \\ y = \ln(t+1) \end{array} \right\}$ olduğuna göre,

$t = 1$ için $\frac{dy}{dx}$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

10. $\frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 2$ ile verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için,

$f'(3)$ kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) $-\frac{4}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) 0

KARMA TEST - 4

1. $f(x) = x^3 - 3$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun $x = 5$ noktasındaki türevi kaçtır?

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{11}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{8}$

2. $f(x) = \frac{1}{\ln x} + \ln x^2$ fonksiyonunun $x = e$ noktasındaki türevinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{e}$ C) e D) $\frac{2}{e}$ E) $\frac{3}{e}$

3. $f(x) = x|x^2 - 5|$ ise $f'(-1)$ kaçtır?

A) -4 B) -3 C) -2 D) 2 E) 4

4. $f(x) = \sin 2x$ olduğuna göre,

$(f \circ f')\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

5. $f(x) = \ln(\tan 2x)$ ise $f'\left(\frac{\pi}{24}\right)$ değeri kaçtır?

A) 4 B) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) 8

6. $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{e^x}$ ise,

$f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^{-x} \cos x$ B) $e^{-x} \sin x$
C) $2e^{-x} \cos x$ D) $2e^{-x} \sin x$
E) $e^{-x}(\cos x - \sin x)$

7. $x^2 + f(2x - 1) = 3x^2 + 5x - 4$ olduğuna göre, $f(1)$ değeri kaçtır?

A) 3 B) $\frac{9}{2}$ C) 5 D) 6 E) $\frac{15}{2}$

8. $x = u^3 + 3u$, $y = u^3 - 3u$ ise,

$u = 1$ için $\frac{d^2y}{dx^2}$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 3 E) 6

9. $f(x) = e^{\sin 2x}$ olduğuna göre,

$\frac{f'(0)}{2}$ kaçtır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

10. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-\cos x + \sin x}{1 - \cot x}$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) 1 D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{2}$

KARMA TEST - 5

1. $f(x) = 14 \cdot \sin 7x \cdot \cos 7x$ fonksiyonu için,
 $f'\left(\frac{\pi}{42}\right)$ kaçtır?
A) 98 B) 49 C) 45 D) 42 E) 28
2. $f(x) = |x^3 - 5x| + \ln(x^2 + 1)$ olduğuna göre,
 $\frac{d^2 f(x)}{dx^2}$ nin $x = -1$ için değeri kaçtır?
A) 6 B) 4 C) 0 D) -2 E) -6
3. $f(x) = e^{3x}$ olduğuna göre, $f^5(0)$ kaçtır?
(f^5 , f in 5. türevini göstermektedir.)
A) e^5 B) e^3 C) 3^4 D) 3^5 E) 3^6
4. $f(x) = x^3 - |x^2 - 4|$ olduğuna göre, $f'(-1)$ kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 5
5. $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x - 1 & x \geq 1 \text{ ise} \\ 3x + b & x < 1 \text{ ise} \end{cases}$
 $f(x)$ fonksiyonu $\forall x \in \mathbb{R}$ için türevli olduğuna göre,
b kaçtır?
A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) -1 E) $-\frac{3}{2}$

6. $f(x) = \frac{x^2 + a}{x^2 - x + 1}$ fonksiyonunda
 $f'(0) = f'(1)$ olduğuna göre, **a** kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2
7. $f(x) = (x^3 - 2x + 1)^2$ olduğuna göre,
 $f'(2)$ kaçtır?
A) 30 B) 40 C) 60 D) 80 E) 100
8. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)^2}{1 + \cos \pi x}$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $5\pi^2$ B) $2\pi^2$ C) π^2 D) $\frac{2}{\pi^2}$ E) $-\frac{1}{\pi^2}$
9. $f(2x+3) = x^2 + 2x - 5$ olduğuna göre,
 $f'(-1)$ kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
10. $y = 2e^{2t}$ ve $x = e^{-t}$ olduğuna göre,
 $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $-2e^{2t}$ B) $-4e^{2t}$ C) $-4e^{3t}$
D) $2e^{3t}$ E) $4e^{3t}$

KARMA TEST - 6

1. $f(x) = \sin^2 2x$ olduğuna göre,

$$f''\left(\frac{\pi}{6}\right) \text{ kaçtır?}$$

- A) -4 B) -2 C) 1 D) 2 E) 4

2. $f(x) = \sin[\ln(\sin x)]$ olduğuna göre,

$$\frac{dy}{dx} \text{ aşağıdakilerden hangisine eşittir?}$$

- A) $\tan x \cdot \cos[\ln(\cos x)]$
 B) $\cot x \cdot \cos[\ln(\sin x)]$
 C) $\tan x \cdot \sin[\ln(\cos x)]$
 D) $\cot x \cdot \sin[\ln(\cos x)]$
 E) $\tan x \cdot \cos[\ln(\sin x)]$

3. $f(x) = \sqrt{\frac{\cos 2x + 1}{1 - \cos^2 x}}$ olduğuna göre,

$$f'\left(\frac{3\pi}{4}\right) \text{ kaçtır?}$$

- A) $-2\sqrt{3}$ B) $-2\sqrt{2}$ C) 1
 D) $2\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3}$

4. $y = 12u^3 - u$ ve $x = 3u^2 + u$ olduğuna göre,

$$\frac{dy}{dx} \text{ in } u = \frac{1}{2} \text{ için değeri kaçtır?}$$

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

5. $f(x) = (x - 1)^{\cos x}$ olduğuna göre,

$$f'\left(\frac{3\pi}{2}\right) \text{ aşağıdakilerden hangisine eşittir?}$$

- A) 0 B) 1 C) $\ln\left(\frac{\pi}{2}\right)$
 D) $\ln(\pi - 2)$ E) $\ln\left(\frac{3\pi - 2}{2}\right)$

6. $f'(2) = 0$, $f(2) = -5$

$$g(3x) = (x+1)^2 \cdot f(x) \text{ olduğuna göre,}$$

$$g'(6) \text{ kaçtır?}$$

- A) -30 B) -15 C) -10 D) 0 E) 5

7. $f(x) = x^2 + mx - 12$ ile tanımlanan f fonksiyonu için,

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = 16 \text{ olduğuna göre, } m \text{ kaçtır?}$$

- A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

8. $f(x) = 4x$ ve $g(x) = \tan x$ olduğuna göre,

$$(g \circ f)\left(\frac{\pi}{4}\right) \text{ kaçtır?}$$

- A) 4 B) 2 C) 0 D) -2 E) -4

9. $f(x) = \cos(\arctan 2x)$ olduğuna göre,

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) \text{ aşağıdakilerden hangisine eşittir?}$$

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$
 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

10. $g(x) = f(5x)$ ve $f'(5) = 4$ olduğuna göre,

$$g'(1) \text{ kaçtır?}$$

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 16 E) 20

KARMA TEST - 7

1. $y = x^x \cdot \ln x$ fonksiyonu için,
 $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $x^x(\ln x)^2$ B) $\ln x + 2$ C) $2\ln x + x$
 D) $x^x(\ln x + x)$ E) $x^x \left[\ln^2 x + \ln x + \frac{1}{x} \right]$
2. $f(x) = \cos(\arcsin x) + \sin(\arccos x)$ fonksiyonu için,
 $f'(0)$ kaçtır?
 A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3
3. $f(x) = \arctan \frac{x}{a} + \operatorname{arccot} \frac{x}{a}$ olduğuna göre,
 $f'(a)$ kaçtır?
 A) 0 B) 1 C) 3 D) a E) 2a
4. $f(x) = \frac{9x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ olduğuna göre,
 $f'(\sqrt{3})$ kaçtır?
 A) $\frac{13}{4}$ B) $\frac{9}{4}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{9}{8}$ E) $\frac{7}{3}$
5. $f(x) = 4\sin 2x \cdot \cos x$ olduğuna göre,
 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $-3\sqrt{2}$ B) $-2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$
 D) $2\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{2}$

6. $f(x) = x^2 - 2x + 5$ fonksiyonunun tanımlı olduğu değerler için $(f^{-1})'(8)$ kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

7. $f(x) = \arctan(\ln x)$ olduğuna göre,
 $f'(e)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2}{e}$ B) $\frac{1}{e}$ C) $\frac{1}{2e}$ D) e E) 2e

8. $f(x) = 3x^3 - 1$ ve $g(x) = a^2x + 1$ fonksiyonları için
 $(f-g)'(1) = 0$ olduğuna göre, a 'nın pozitif değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

9. $f(1-x) = x^2 - 2x - 3$ olduğuna göre, $f'(-5)$ kaçtır?

A) -10 B) -6 C) -5 D) -1 E) 0

10. $f(x) = \arcsin(\cos x)$ olduğuna göre,
 $f'\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ kaçtır?

A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

KARMA TEST - 8

1. $f(x) = \ln x + x - \sqrt{x}$ olduğuna göre,

$f'(4)$ kaçtır?

- A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

2. $f(x) = \sqrt{x} \cdot \ln x$ olduğuna göre, $f'(e)$ kaçtır?

- A) $\frac{3\sqrt{e}}{2e}$ B) $\frac{2\sqrt{e}}{e}$ C) $\frac{3\sqrt{e}}{2}$
D) $\frac{2\sqrt{e}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{e}}{2}$

3. $f(x) = e^x$, $g(x) = x^3$ olduğuna göre,
 $(fog)'(2)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $12.e^8$ B) $8.e^8$ C) $12.e^4$ D) $8.e^4$ E) $16.e^4$

4. $f(3) = 6$, $f'(3) = 2$, $g'(6) = -3$ olduğuna göre,

$\left[\frac{d}{dx} (gof) \right] (3)$ kaçtır?

- A) -18 B) -6 C) 6 D) 9 E) 12

5. $f(x) = (3)^{x^2}$ olduğuna göre,

$f'(2)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $27.\ln 3$ B) $81.\ln 3$ C) $324.\ln 3$
D) $27.\log_3 e$ E) $81.\log_3 e$

6. $f(x) = x^2.g(1-x)$, $f'(-1) = 8$ ve $g(2) = -3$ olduğuna göre, $g'(2)$ kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) 2 E) 4

7. $f(x) = x^2.2^x$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) $\ln 4$ B) $4+\ln 4$ C) $2+\ln 4$
D) $4+\ln 2$ E) $8+\ln 2$

8. $f(x) = \frac{e^{3\ln x}}{3}$ olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) $2e$ D) $4e$ E) $\frac{1}{2e}$

9. $f(x) = \log_3(x^2-1)$ olduğuna göre,

$f'(2)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2\ln 3}$ B) $\frac{1}{3\ln 3}$ C) $\frac{2}{\ln 3}$
D) $\frac{4}{3\ln 3}$ E) $\frac{2}{3\ln 3}$

10. $f(x) = x.\sin x$ olduğuna göre,

$f''\left(\frac{\pi}{3}\right) + f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

KARMA TEST - 9

1. $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$ olduğuna göre,
 $x = \frac{3}{2}$ ve $y = -\sqrt{3}$ için $\frac{dy}{dx}$ kaçtır?
 A) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 D) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ E) $-2\sqrt{3}$
2. $x \cdot y + y^2 - x + y = 0$ olduğuna göre,
 $\frac{dy}{dx}(1, 2)$ kaçtır?
 A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$
3. $f(x) = x^2 + 4x - 6$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?
 A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10
4. $f(x) = x^2 - 3x + 1$ fonksiyonunun $x = -1$ noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?
 A) -5 B) $-\frac{1}{5}$ C) 5 D) 1 E) $\frac{1}{5}$
5. $f(x) = x^2 + |4 - x^2|$ fonksiyonunun $x = 3$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?
 A) 14 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6

6. $f(x) = x^3 - 6x + 2$ fonksiyonunun $y = 6x - 1$ doğrusuna paralel teğetlerinden birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $y = 6x - 3$ B) $y = 6x - 6$ C) $y = 6x - 10$
 D) $y = 6x - 14$ E) $y = 6x - 18$

7. $f(x) = x^3 - x^2 + 2x + 3$ fonksiyonunun $y = 3x - 5$ doğrusuna paralel teğetlerinden birinin değme noktasının apsisi kaçtır?
 A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

8. $f(x) = x^2 - 2x + 4$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasındaki teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $y - x + 2 = 0$ B) $y - 2x + 1 = 0$ C) $y - 2x = 0$
 D) $y - x = 0$ E) $y - 3x = 0$

9. $f(3x - 2) = x^3 + x^2 + 2x + 1$ fonksiyonunun $x = 4$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

10. $f(x) = 3x^2 - 8x + 5$ ve $g(x) = ax^2 + bx + 3$ fonksiyonları veriliyor.

Bu fonksiyonların eğrilerinin üzerindeki aynı apsisi noktadaki teğetler birbirine paralel ise $a + b$ kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

KARMA TEST - 10

1. $x^2+2y^2-x-y-3=0$ eğrisinin $(-1, 1)$ noktasındaki teğetin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y+x=0$ B) $x+2y-2=0$
 C) $y-2x=0$ D) $y-x-2=0$
 E) $3x+4y-1=0$

2. $3y^2=x$ eğrisine üzerindeki $A(12, 2)$ noktasından çizilen teğetin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x-12y-6=0$ B) $x-12y+12=0$
 C) $x-12y+6=0$ D) $x-6y+12=0$
 E) $x-6y+24=0$

3. Her x gerçel sayısı için, $f(x) = \frac{mx-2}{x+1}$ fonksiyonunun daima artan olması için m 'nin alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

4. $f(x) = x^3 - |x^2 - 4|$ eğrisinin $x = -1$ apsisi noktasındaki teğetin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

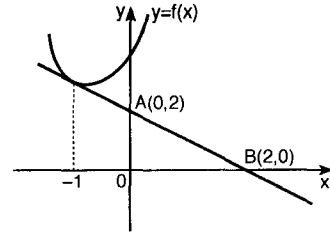
A) $y = x + 5$ B) $y = x + 3$ C) $y = x + 1$
 D) $y = x - 3$ E) $y = x - 2$

5. f ve g reel sayılarda türevi alınabilen fonksiyonlardır. $A(3, -2)$ noktasında f fonksiyonunun yerel ekstremumu vardır.

$g(2x) = x^2 \cdot f(x)$ olduğuna göre, $g'(6)$ kaçtır?

A) -12 B) -9 C) -6 D) -3 E) -1

6. Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun $x = -1$ noktasındaki teğeti çizilmiştir.



$A(0, 2)$, $B(2, 0)$ ve $g(x) = x^2 + \frac{f(2x-3)}{x}$ şeklinde tanımlanan $g(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ deki teğetin eğimi kaçtır?

A) -4 B) -3 C) -2 D) 3 E) 4

7. $f(x)$ $(0, \infty)$ aralığında azalan bir fonksiyon ise aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta artandır?

A) $f^2(x)$ B) $2f(x)$ C) $f(x^2)$
 D) $-x+f(x)$ E) $x-f(x)$

8. $f(x) = mx^3 + 2x^2 - 4nx + 2$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki teğetin eğimi 2 dir.

$f(x)$ fonksiyonunun dönüm noktası -1 olduğuna göre, $m+n$ toplamı kaçtır?

A) $\frac{5}{3}$ B) 1 C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{1}{3}$

9. $f(x) = x^2 - x^3$ eğrisinin yerel maksimum noktasındaki teğetin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x = 3$ B) $4y = 9$ C) $3y = 4x$
 D) $27y = 4$ E) $9y = 8$

10. $f(x) = 2^x - (\ln 2) \cdot x$ fonksiyonunun minimum noktası nedir?

A) $(1, 0)$ B) $(0, 1)$ C) $\left(\frac{1}{e}, 0\right)$
 D) $\left(\frac{1}{e}, \frac{1}{e}\right)$ E) $\left(e, \frac{1}{e}\right)$

KARMA TEST - 11

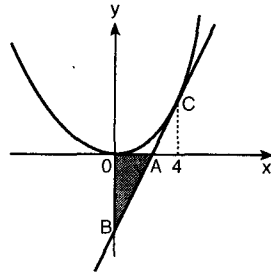
1. $f(x) = x \cdot \ln x$ olduğuna göre,
 $f'(x) < 0$ eşitsizliğinin çözüm küme aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 0)$ B) $(1, \infty)$ C) $(0, \frac{1}{e})$
 D) $(\frac{1}{e}, e)$ E) $(1, e)$

2. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + a$ fonksiyonunun yerel maksimum ve minimum değerleri sırasıyla m ve n dir. m ile n arasında $3m + 5n = 0$ bağıntısı olduğuna göre, a kaçtır?

A) 7 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

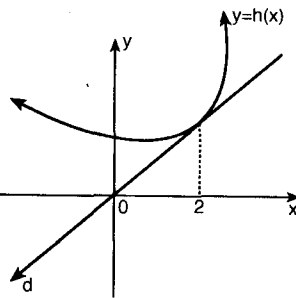
3. Şekildeki grafik;
 $f(x) = x^2$ fonksiyonuna aittir. Grafiğe, üzerindeki $x = 4$ apsisli



C noktasından çizilen teğet eksenleri A ve B noktalarını kesmektedir. Buna göre, taralı AOB üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

A) 20 B) 16 C) 12 D) 9 E) 8

4. Şekilde orijinden geçen d doğrusu $y = h(x)$ eğrisine $x = 2$ apsisli noktada teğettir.



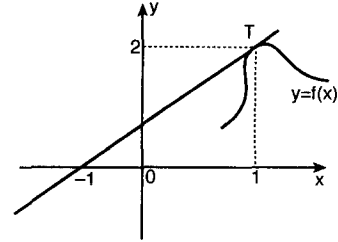
$f(3x-5) = x \cdot h(x)$ ve $f'(1) = 4$ olduğuna göre, d doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 3x$ B) $y = 2x$ C) $y = x$
 D) $y = \frac{x}{2}$ E) $y = \frac{x}{3}$

5. $f(x) = 2x^3 + mx^2 + nx + 3$ fonksiyonunun dönüm noktası $(1, -2)$ olduğuna göre, m . n çarpımı kaçtır?

A) 6 B) 4 C) -1 D) -4 E) -6

6. Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun $T(1, 2)$ noktasındaki teğeti çizilmiştir.



$$g(x) = \frac{f(x)}{x^2 + 1}$$

olduğuna göre $g'(1)$ kaçtır?

A) -4 B) -2 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{8}$

7. $f: [3, 7] \rightarrow \mathbb{R}$

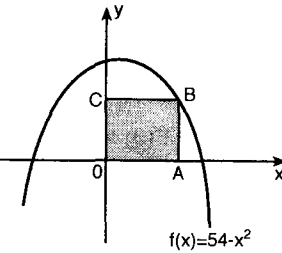
$f(x) = x^2 + 5$ fonksiyonuna aşağıdaki x değerlerinden hangisinde ortalama değer teoremi uygulanabilir?

A) 3,5 B) 4 C) 4,5 D) 5 E) 5,5

8. $y = x^2$ fonksiyonuna $A(3, -7)$ noktasından çizilen teğetlerinden birinin değme noktasının apsisi kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

9. Şekilde;
 $f(x) = 54 - x^2$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

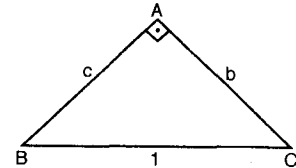


OACB dikdörtgeninin alanı en fazla kaç birimkaredir?

A) $72\sqrt{2}$ B) 96 C) $108\sqrt{2}$
 D) 128 E) 136

10. Şekilde;

$m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$
 $|BC| = 1$ birim
 $|AB| = c$ birim
 $|AC| = b$ birim olduğuna göre,



$c + 2b$ toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) $\sqrt{5}$ B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

KARMA TEST - 12

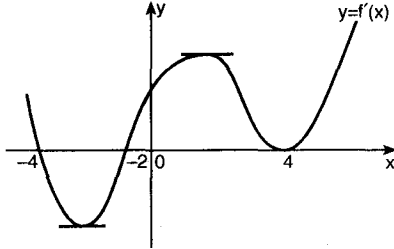
1. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x \cdot \ln x - x$ fonksiyonunun yerel minimum değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x - 1}$ fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktasının orijine uzaklığı kaç birimdir?

A) $3\sqrt{2}$ B) $\sqrt{17}$ C) 4
D) $2\sqrt{3}$ E) 3

3.



Şekilde, $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

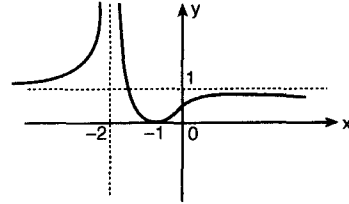
- A) $f'(-6) < 0$
B) $(-\infty, -4)$ aralığında $f(x)$ artandır.
C) $(-2, f(-2))$ noktası $f(x)$ in yerel minimum noktasıdır.
D) $f''(0) \cdot f'(6) > 0$
E) $(4, f(4))$ noktası $f(x)$ in yerel minimum noktasıdır.
4. $A(1, a)$ ve $B(2a-1, 3)$ noktaları veriliyor. $|AB|$ nin en küçük olması için a kaç olmalıdır?
- A) $\frac{4}{5}$ B) 1 C) $\frac{7}{5}$ D) $\frac{8}{3}$ E) 3
5. $f(x) = (2-x)(x+7)$ fonksiyonunun alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) $\frac{117}{8}$ B) $\frac{81}{4}$ C) $\frac{27}{4}$ D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{9}{2}$

6. $x^2 - (a-1)x + a + 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_1^2 + x_2^2$ toplamının minimum olması için a kaç olmalıdır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

7.



Şekildeki grafiğin denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y = \frac{(x-1)^2}{(x+2)^2}$ B) $y = \frac{(x+1)^2}{x-2}$
C) $y = \frac{(x+1)^2}{(x+2)^2}$ D) $y = \frac{x+1}{(x+2)^2}$
E) $y = \frac{(x+2)^2}{x+1}$

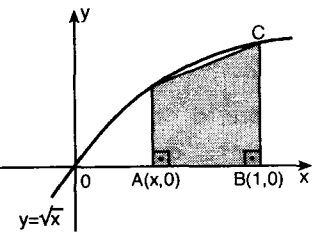
8. Köşeleri Ox eksen ve $y = -x^2 + 6$ parabolü üzerinde bulunan dikdörtgenlerden alanı en büyük olanının alanı kaç birimkaredir?

A) $24\sqrt{2}$ B) $18\sqrt{2}$ C) $16\sqrt{2}$
D) $12\sqrt{2}$ E) $8\sqrt{2}$

9. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasında dönüm noktası olduğuna göre, a kaçtır?

A) -9 B) -6 C) -3 D) 2 E) 5

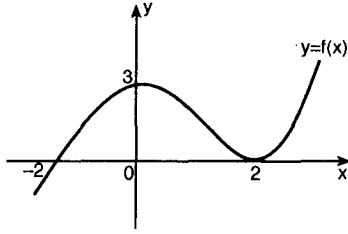
10. Şekilde $y = \sqrt{x}$ grafiği çizilmiştir. $A(x, 0)$, $B(1, 0)$ olduğuna göre, ABCD yamuğunun alanı en çok kaç birimkaredir?



A) $\frac{8}{9}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{16}{27}$ E) $\frac{7}{9}$

KARMA TEST - 13

1.

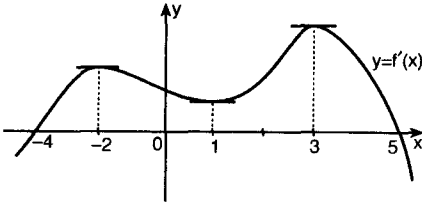


Şekilde; 3. dereceden bir $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x = 2$ için $f(x) = 0$ dir.
 B) $x = 2$ için $f'(x) = 0$ dir.
 C) $x = 0$ için $f(x) = 3$ tür.
 D) $x = -2$ için $f(x) = 0$ dir.
 E) $x = 1$ için $f'(x) > 0$ dir.

2.



Türevinin grafiği verilen f fonksiyonu, hangi x değeri için maksimum değerini alır?

- A) -4 B) -2 C) 1 D) 3 E) 5

3. $y = 3$ ve $x = 2$ doğrularını asimptot kabul eden ve y eksenini -3 noktasında kesen eğrinin fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $y = \frac{3x+6}{x-2}$ B) $y = \frac{3x-6}{x-2}$
 C) $y = \frac{3x-4}{x-2}$ D) $y = \frac{3x+1}{x+2}$
 E) $y = \frac{3x+4}{x+2}$

4. $f(x) = 2x^3 - 6x + 9$ fonksiyonunun $[-1, 3]$ aralığında alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 7 D) 9 E) 13

5. Denklemleri $y = x^3 + mx^2 + (m+5)x - 3$ olan eğrinin dönüm (büküm) noktasının apsisi 2 ise ordinatı kaçtır?

- A) -7 B) -11 C) -13 D) -21 E) -25

6. $f(x) = \frac{x^2 + ax + 2}{x + 3}$ fonksiyonunun $x = -1$ noktasında ekstremum noktasının olması için a kaç olmalıdır?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{7}{3}$ E) 3

7. m nin hangi aralıktaki değerleri için

$f(x) = \frac{mx+4}{x+m}$ fonksiyonu daima azalandır?

- A) $(-\infty, 2)$ B) $(-2, 2)$ C) $(-2, \infty)$
 D) $(2, \infty)$ E) $(-1, 4)$

8. $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) = x^3 + 3x^2 + mx$ fonksiyonunun daima artan olması için m 'nin alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. $f(x) = x^2 - 5x + 12$ parabolü üzerindeki bir noktanın koordinatları toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

10. Şekilde merkezi O, yarıçapı

$IOAI = IOBI = 2\sqrt{2}$ cm

olan dörtte bir çember

yaşı üzerindeki bir D

noktasından yarıçap-

lara inen dikme ayak-

ları C ve E'dir.

Buna göre, OCDE dikdörtgeninin en büyük alanı kaç cm^2 dir?

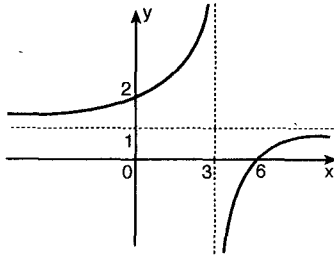
- A) $2\sqrt{6}$ B) 5 C) 6
 D) 4 E) $5\sqrt{2}$

KARMA TEST - 14

1. $f(x) = x^2 + 5x - 6$ parabolünün koordinatları toplamının minimum olduğu noktanın ordinatı kaçtır?

A) -12 B) -10 C) -8 D) -6 E) -2

2.



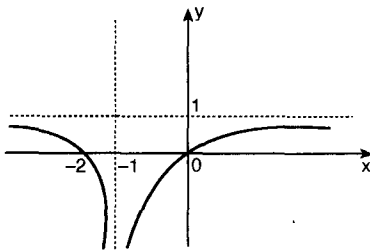
Şekilde; $y = \frac{ax-b}{x-c}$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) 14 B) 12 C) 10 D) 9 E) 7

3. $f(x) = 4x^3 - 6x^2$ fonksiyonunun $[0, 2]$ aralığında alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) -4 B) -3 C) -2 D) 0 E) 1

4.



Şekildeki grafik aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine eşit olabilir?

A) $y = \frac{x^2 + 2}{(x+1)^2}$ B) $y = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$

C) $y = \frac{x^2 - x}{(x+1)^2}$ D) $y = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$

E) $y = \frac{x^2 - 1}{x - 2}$

5. $A(a, b)$ noktası $f(x) = x(7 - x)$ parabolünün üzerindedir.

a 'nın hangi değeri için $a + b$ toplamı maksimum olur?

A) 5 B) 4 C) $\frac{7}{2}$ D) 3 E) $\frac{5}{2}$

6. $f(x) = \frac{-2x^2 - 4x + 17}{2x - 8}$ fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktasının ordinatı kaçtır?

A) -10 B) -8 C) -6 D) 2 E) 4

7. 3 cm yarıçaplı küre içine çizilen maksimum hacimli silindirin hacmi kaç $\pi \text{ cm}^3$ tür?

A) $6\sqrt{3}$ B) $8\sqrt{3}$ C) $12\sqrt{3}$
D) $16\sqrt{3}$ E) $18\sqrt{3}$

8. $y = f(x) = (x + 2)^3$ fonksiyonunun dönüm (büküm) noktasının apsisi kaçtır?

A) 8 B) 4 C) 2 D) 0 E) -2

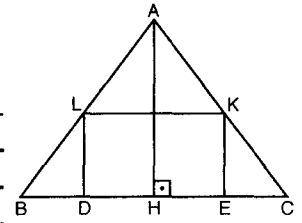
9. Şekilde;

$IBC I = 20 \text{ cm}$,

$IAHI = 12 \text{ cm}$,

$IABI = IACI$ olduğuna göre, ABC üçgeninin içine çizilebilecek dikdörtgenlerden alanı en büyük olanının alanı kaç cm^2 dir?

A) 90 B) 80 C) 75 D) 60 E) 45

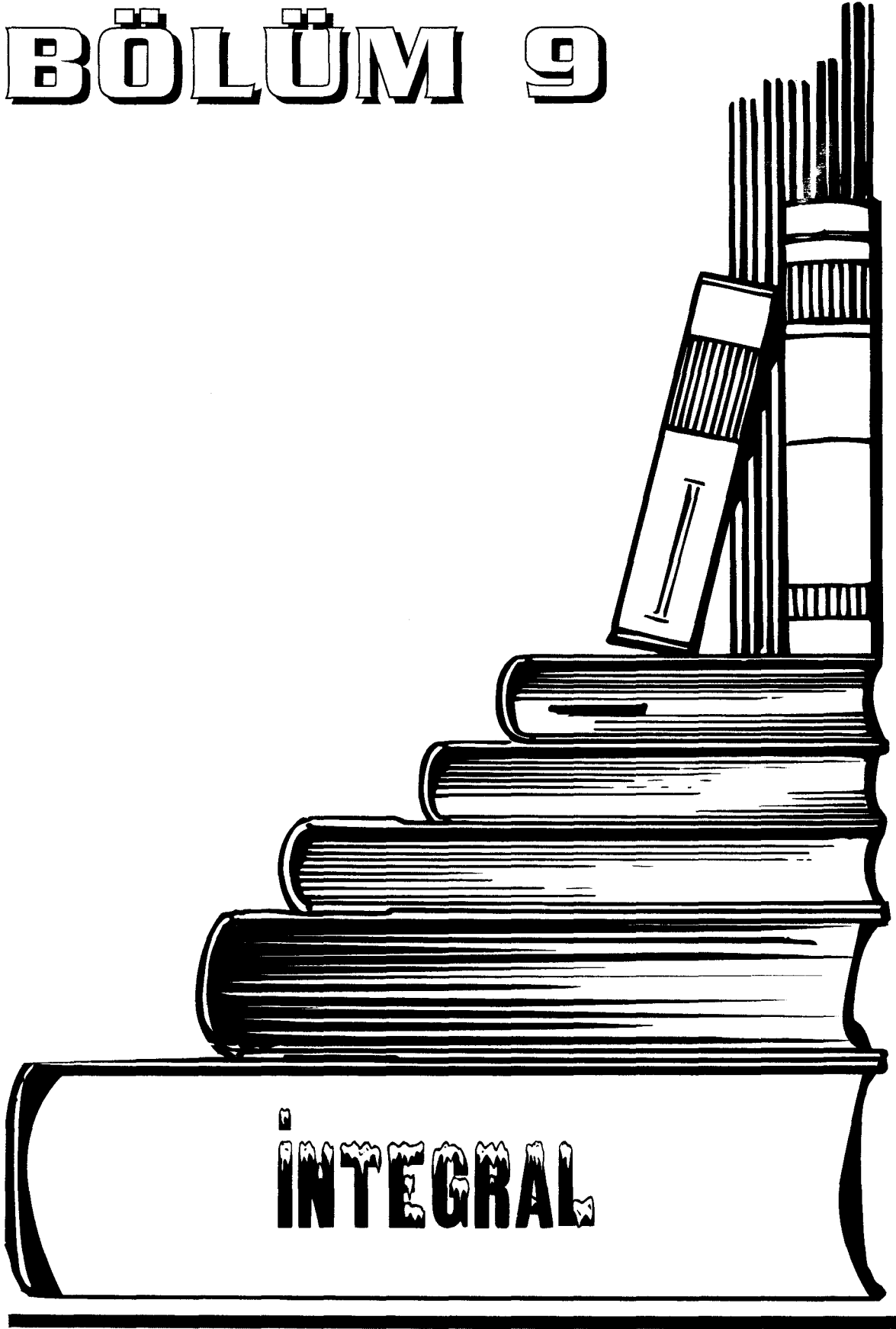


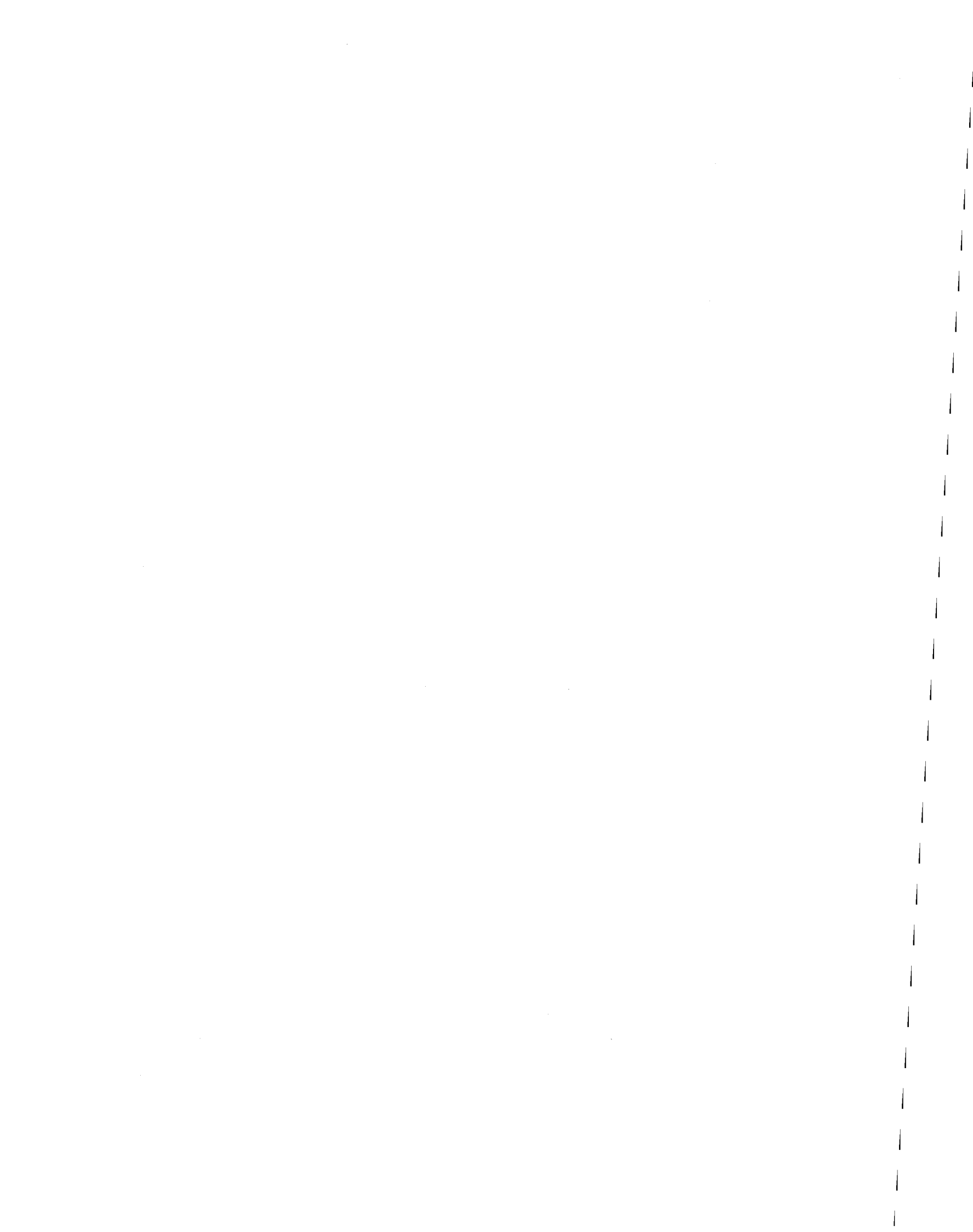
10. $f(x) = \frac{3x-1}{x-2}$ ile tanımlı

$f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu aşağıdaki noktalardan hangisine göre simetrik?

A) (2, 1) B) (2, 3) C) (-2, 3)
D) (-2, 1) E) (1, 2)

BÖLÜM 9





İNTEGRAL

Türevi veya diferansiyeli belli olan fonksiyonu bulabilmek için kullanılan kavrama integral denir.

ÖRNEK

$f(x) = x^2 + x + 2$ fonksiyonunun türevi $f'(x) = 2x + 1$ dir.

Bundan dolayı $\int (2x + 1)dx$ integrali de $(x^2 + x + c)$ 'ye eşit olur. c sabittir.

İNTEGRALIN ÖZELLİKLERİ

- 1) $\frac{d}{dx} \int f(x)dx = f(x)$: f fonksiyonunun integralinin diferansiyeli kendisidir.
- 2) $\int df(x) = f(x) + c$: integralini hesapladığımız fonksiyona " c " sabiti eklenir.
- 3) $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$
- 4) $\int af(x)dx = a \int f(x)dx$

BELİRSİZ İNTEGRAL FORMÜLLERİ

- 1) $\int adx = ax + c$ **Örnek:** $\int 2dx = 2x + c$
- 2) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ **Örnek:** $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + c$
- 3) $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$ **Örnek:** $\int \frac{3}{x} dx = 3 \int \frac{1}{x} dx = 3 \ln|x| + c$
- 4) $\int e^x dx = e^x + c$ **Örnek:** $\int 2e^{2x} dx = e^{2x} + c$
- 5) $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$ **Örnek:** $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + c$
- 6) $\int \cos x dx = \sin x + c$; $\int \sin x dx = -\cos x + c$
- 7) $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \int (1 + \tan^2 x) dx = \tan x + c$; $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \int (1 + \cot^2 x) dx = -\cot x + c$
- 8) $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + c = -\arccos x + c$; $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + c = -\operatorname{arccot} x + c$
- 9) $\int \sec x dx = \ln|\sec x + \tan x| + c$; $\int \operatorname{cosec} x dx = \ln|\operatorname{cosec} x - \cot x| + c$

ÖRNEK

$\int (x^4 + x^3 + x^{-2} + x + 1)dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \int (x^4 + x^3 + x^{-2} + x + 1)dx &= \int x^4 dx + \int x^3 dx + \int x^{-2} dx + \int x dx + \int dx \\ &= \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^{-1}}{-1} + \frac{x^2}{2} + x + c = \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + x + c \end{aligned}$$

ÖRNEK

$$\int \left(\frac{x^3 + x + \sqrt{x}}{x} \right) dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \int \frac{x^3 + x + \sqrt{x}}{x} dx &= \int \left(\frac{x^3}{x} + \frac{x}{x} + \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^1} \right) dx = \int \left(x^2 + 1 + x^{\frac{1}{2}-1} \right) dx = \int \left(x^2 + 1 + x^{-\frac{1}{2}} \right) dx \\ &= \frac{x^3}{3} + x + \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c = \frac{x^3}{3} + x + 2\sqrt{x} + c \end{aligned}$$

ÖRNEK

$$\int \left(\frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}}{x^2} \right) dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\int \left(\frac{x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{4}}}{x^2} \right) dx = \int \left(x^{\frac{1}{3}-2} + x^{\frac{1}{4}-2} \right) dx = \int \left(x^{-\frac{5}{3}} + x^{-\frac{7}{4}} \right) dx = \frac{x^{-\frac{5}{3}+1}}{-\frac{5}{3}+1} + \frac{x^{-\frac{7}{4}+1}}{-\frac{7}{4}+1} + c = -\frac{3}{2}x^{-\frac{2}{3}} - \frac{4}{3}x^{-\frac{3}{4}} + c$$

ÖRNEK

$$\int (2^x + e^x + x^{-1} + 1) dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\int (2^x + e^x + \frac{1}{x} + 1) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + e^x + \ln|x| + x + c$$

ÖRNEK

$$\int \left(\cos x - \sin x - \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \int \cos x dx - \int \sin x dx - \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} dx + \int \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin^2 x} dx &= \sin x + \cos x - \int (\tan^2 x + 1) dx + \int (\cot^2 x + 1) dx \\ &= \sin x + \cos x - \tan x - \cot x + c \end{aligned}$$

ÖRNEK (ÖYS)

$f'(x) = 3x^2 + 2x$ ve $f(1) = 3$ olduğuna göre, $f(-1)$ in sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$f'(x) = 3x^2 + 2x$ (Her iki tarafın x 'e göre integrali alınır.)

$$\int f'(x) dx = \int (3x^2 + 2x) dx \Rightarrow f(x) = 3 \cdot \frac{x^3}{3} + 2 \cdot \frac{x^2}{2} + c \Rightarrow f(x) = x^3 + x^2 + c$$

$$f(1) = 3 \Rightarrow 1 + 1 + c = 3 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow f(x) = x^3 + x^2 + 1 \Rightarrow f(-1) = -1 + 1 + 1 = 1$$

ÖRNEK

$f''(x) = 3x^2 - 1$ olmak üzere, $y = f(x)$ fonksiyonunun $A(1, 2)$ noktasındaki teğetinin denklemi $y - x - 1 = 0$ ise $f(-1)$ i bulunuz.

ÇÖZÜM

$$m_{\text{teğet}} = 1 \Rightarrow f'(1) = 1 \text{ olmalı. } f(1) = 2 \text{ ve } f(-1) = ?$$

$$\Rightarrow \int f''(x) dx = \int (3x^2 - 1) dx \Rightarrow f'(x) = 3 \cdot \frac{x^3}{3} - x + c_1 \Rightarrow f'(x) = x^3 - x + c_1$$

$$f'(1) = 1 \Rightarrow 1 - 1 + c_1 = 1 \Rightarrow c_1 = 1$$

$$\Rightarrow f'(x) = x^3 - x + 1 \Rightarrow \int f'(x) dx = \int (x^3 - x + 1) dx \Rightarrow f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + x + c_2$$

$$f(1) = 2 \Rightarrow \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 + c_2 = 2 \Rightarrow c_2 = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + x + \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow f(-1) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 1 + \frac{5}{4} = -1 + 1 = 0$$

ÖRNEK

$$\int \left(\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)} \right) dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\int \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)} dx = \frac{f(x)}{g(x)} + c$$

ÖRNEK

$$\int x \cdot f(x) dx = x^3 + x^2 + c \text{ olduğuna göre, } f(2) \text{ yi bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

Her iki tarafın x' e göre türevi alınırsa:

$$\frac{d}{dx} \int x f(x) dx = \frac{d}{dx} (x^3 + x^2 + c)$$

$$x \cdot f(x) = 3x^2 + 2x$$

$$f(x) = 3x + 2$$

$$f(2) = 3 \cdot 2 + 2 = 8$$

TEST - 1

1. $\int 2x \, dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^2+c B) $2x^2+c$ C) x^3+c
D) $2x^3+c$ E) 2

2. $\int (3x^2 + 4x) \, dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x^3+2x^2+c$ B) x^3+2x^2+c
C) x^3+4x^2+c D) $6x^3+4x^2+c$
E) $6x+4+c$

3. $\int (x^4 - x^3 - 1) \, dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^5 - x^4 - x + c$ B) $\frac{x^5}{4} - \frac{x^4}{3} - x + c$
C) $\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x + c$ D) $\frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{4} - x + c$
E) $\frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{4} - 1$

4. $\int (6x^5 - 5x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x) \, dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^6}{5} - \frac{x^5}{4} - \frac{x^4}{3} + \frac{x^3}{2} + x^2 + c$
B) $36x^6 - 25x^5 - 16x^4 + 9x^3 + 4x^2 + c$
C) $x^6 + x^5 - x^4 + x^3 + x^2 + c$
D) $x^5 - x^4 - x^3 + x^2 + x + c$
E) $x^6 - x^5 - x^4 + x^3 + x^2 + c$

5. $\int \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{2}{5}x + 1 \right) \, dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^3}{2} - \frac{x^2}{5} + x + c$ B) $3x^3 - 2x^2 + x + c$
C) $3x^2 - 2x + c$ D) $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{5} + c$
E) $\frac{3x^3}{2} - \frac{2x^2}{5} + x + c$

6. $\int \frac{x^3 + x^2 + x}{x} \, dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x^2+x+c B) $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c$
C) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + c$ D) $3x^3 + 2x^2 + x + c$
E) $x^3 + x^2 + x + c$

7. $\int \frac{3x^4 + 2x^3 + x^2}{x^2} \, dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + c$ B) $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c$
C) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + c$ D) $x^2 + x + c$
E) $x^3 + x^2 + x + c$

8. $\int \frac{6x^4 + x^3}{x^3} \, dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $6x^2 + x + c$ B) $3x^2 + x + c$ C) $x^2 + x + c$
D) $\frac{x^2}{2} + x + c$ E) $x + 1$

9. $\int (4ax^3 - 3bx^2 + 2x) \, dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^4 - x^3 + x^2 + c$ B) $ax^3 - bx^2 + x + c$
C) $\frac{x^4}{a} - \frac{x^3}{b} + x^2 + c$ D) $ax^2 - bx + 2 + c$
E) $ax^4 - bx^3 + x^2 + c$

10. $\int (ax^{a-1} + bx^{b-1} - 1) \, dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $ax^a + bx^b - x + c$ B) $ax^{a+1} + bx^{b+1} - x + c$
C) $x^a + x^b - x + c$ D) $\frac{x^a}{a} + \frac{x^b}{b} - x + c$
E) $\frac{ax^a}{a-1} + \frac{bx^b}{b-1} - x + c$

TEST - 2

1. $\int (x^{-2} - 2x^{-3}) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + c$ B) $\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} + c$
 C) $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} + c$ D) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + c$
 E) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^3} + c$

2. $\int (3x^{-4} - 2x^{-3} - x^{-2}) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^{-3} - x^{-2} - x^{-1} + c$ B) $x^{-3} + x^{-2} - x^{-1} + c$
 C) $x^{-3} - x^{-2} + x^{-1} + c$ D) $-x^{-3} + x^{-2} + x^{-1} + c$
 E) $-x^{-3} - x^{-2} - x^{-1} + c$

3. $\int \left(-\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} + 1 \right) dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{2x^2} - \frac{1}{x} + x + c$ B) $\frac{1}{2x^2} - \frac{1}{x} - x + c$
 C) $\frac{1}{2x^2} + \frac{1}{x} + x + c$ D) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + x + c$
 E) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + c$

4. $\int \frac{4x^3 - 3x^2 - 4}{x^2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4x^2 - 3x - \frac{4}{x} + c$ B) $4x^2 - 3x + \frac{4}{x} + c$
 C) $2x^2 - 3x + \frac{4}{x} + c$ D) $2x^2 - 3x - \frac{4}{x} + c$
 E) $2x^2 + 3x - \frac{4}{x} + c$

5. $\int \left(\frac{2x^3 + 1}{x^2} \right) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x - 1 + c$ B) $x - \frac{1}{x} + c$ C) $x + \frac{1}{x} + c$
 D) $x^2 + \frac{1}{x} + c$ E) $x^2 - \frac{1}{x} + c$

6. $\int (3\sqrt{x} + 1) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2x^{\frac{3}{2}} + x + c$ B) $x^{\frac{3}{2}} + x + c$ C) $2x^{\frac{2}{3}} + x + c$
 D) $x^{\frac{2}{3}} + x + c$ E) $x^{\frac{1}{2}} + x + c$

7. $\int (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x}) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}} + \frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} + c$ B) $\frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$
 C) $\frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} + c$ D) $x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{3}{2}} + c$
 E) $x^{\frac{5}{3}} + x^{\frac{3}{2}} + c$

8. $\int \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x}} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + c$ B) $\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + x^{\frac{1}{2}} + c$
 C) $\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + c$ D) $\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + c$
 E) $\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + x^{\frac{1}{2}} + c$

9. $\int \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{5}x^{\frac{5}{6}} - \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + c$ B) $\frac{1}{5}x^{\frac{5}{6}} - \frac{1}{4}x^{\frac{4}{5}} + c$
 C) $\frac{5}{6}x^{\frac{5}{6}} - \frac{5}{4}x^{\frac{4}{5}} + c$ D) $\frac{5}{4}x^{\frac{4}{5}} - \frac{4}{3}x^{\frac{3}{4}} + c$
 E) $\frac{6}{5}x^{\frac{5}{6}} - \frac{4}{3}x^{\frac{3}{4}} + c$

TEST - 3

1. $\int \left(2^x + \frac{1}{x}\right) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2^x}{\ln 2} + \ln|x| + c$ B) $\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{1}{x^2} + c$
 C) $2^x + \ln|x| + c$ D) $2^x \cdot \ln 2 + \ln|x| + c$
 E) $2^x + \frac{1}{x^2} + c$

2. $\int (3 \cdot 7^x + 2x - 1) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3 \cdot 7^x + x^2 - x + c$ B) $3 \cdot 7^x + 2x^2 - x + c$
 C) $\frac{3 \cdot 7^x}{\ln 7} + x^2 - x + c$ D) $\frac{3 \cdot 7^x}{\ln 7} + x^2 - 1$
 E) $\frac{3 \cdot 7^x}{\ln 7} - x^2 - x + c$

3. $\int (2^{-x} + x^{-1}) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2^{-x} \cdot \ln 2 + \ln|x| + c$ B) $-\frac{2^x}{\ln 2} + \ln|x| + c$
 C) $\frac{2^x}{\ln 2} + \ln|x| + c$ D) $\frac{1}{2^x \cdot \ln 2} + \ln|x| + c$
 E) $-\frac{1}{2^x \cdot \ln 2} + \ln|x| + c$

4. $\int \left(3e^x - 2x + \frac{1}{x}\right) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^{3x} - 2x^2 + \ln|x| + c$ B) $e^{3x} - x^2 + \ln|x| + c$
 C) $3e^x - x^2 + \frac{1}{x^2} + c$ D) $3e^x - x^2 + \ln|x| + c$
 E) $\frac{3e^x}{\ln 3} - x^2 + \ln|x| + c$

5. $\int (\cos x - \sin x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin x + \cos x + c$ B) $\sin x - \cos x + c$
 C) $\cos x - \sin x + c$ D) $\tan x + c$
 E) $\cot x + c$

6. $\int (4 \sin 2x + 3 \cos 3x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $8 \cos 2x + 9 \sin 3x + c$ B) $6 \sin 3x - 6 \cos 2x + c$
 C) $\sin 3x - 2 \cos 2x + c$ D) $\sin 3x + 2 \cos 2x + c$
 E) $\sin 3x + \cos 2x + c$

7. $\int \left(\frac{2}{\cos^2 x} - \frac{3}{\sin^2 x} \right) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\tan x}{2} + \frac{\cot x}{3} + c$ B) $2 \tan x + 3 \cot x + c$
 C) $2 \tan^2 x + 3 \cot^2 x + c$ D) $\tan^2 x + \cot^3 x + c$
 E) $\tan^2 x - \cot^2 x + c$

8. $\int (\tan^2 x - \cot^2 x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2 \tan^2 x - 2 \cot^2 x + c$ B) $2 \tan x - 2 \cot x + c$
 C) $\cot x - \tan x + c$ D) $\tan x + \cot x + c$
 E) $\tan x - \cot x + c$

9. $\int \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arccot x - \arccos x + c$ B) $\arccot x + \arccos x + c$
 C) $\arctan x + \arcsin x + c$ D) $\arctan x + \cos x + c$
 E) $\arctan x + \arccos x + c$

TEST - 4

1. $f'(x) = 3x^2 + 2x + 1$ ve $f(1) = 5$ olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

A) -5 B) -3 C) -1 D) 1 E) 3

2. $f''(x) = x + 1$ olmak üzere,
 $y = f(x)$ fonksiyonuna $x = 1$ noktasında çizilen teğetin eğimi $-\frac{1}{2}$ olduğuna göre, $f'(2)$ değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -2

3. $y = f(x)$ fonksiyonunun herhangi bir (x, y) noktasındaki teğetin eğimi $m = 4x$ ve $f(-1) = 3$ olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

A) -1 B) 1 C) 3 D) 5 E) 9

4. $y = f(x)$ fonksiyonu için $dy = (3x^2 + 2x + 1)dx$ ve $f(-1) = -3$ olduğuna göre, $f(-2)$ kaçtır?

A) -8 B) -4 C) -2 D) -1 E) 2

5. $f''(x) = 6x^2 - 2$ olmak üzere;
 $y = f(x)$ eğrisi $y - 2x + 3 = 0$ doğrusuna $(1, -1)$ noktasında teğet olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

A) 1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

6. $f''(x) = x - 3$ olmak üzere;
 $y = f(x)$ fonksiyonunun $(0, 1)$ noktasındaki teğetin eğimi 1 olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{4}{3}$ C) $-\frac{5}{3}$ D) -2 E) -3

7. $\int x \cdot f'(x) \cdot dx = x^3 - x^2 + c$ ve
 $f(0) = 1$ olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

8. $\int f'(x) \cdot f''(x) \cdot dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2} [f'(x)]^2 + c$ B) $[f'(x)]^2 + c$
 C) $\frac{1}{2} f^2(x) + c$ D) $f^2(x) + c$
 E) $\frac{1}{f(x)} + c$

9. $\int \frac{f(x)}{x} dx = x^2 + x + c$ olduğuna göre,
 $f(1)$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $df(x) = (10x^4 + 4x - 1)dx$ ve $f(0) = 1$ olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) -1

TEST - 5

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\int e^{\cos x} \cdot \sin x dx = -e^{\cos x} + c$
 B) $\int \frac{2dx}{x} = 2\ln|x| + c$
 C) $\int \frac{e^{2x} - 4x^2}{e^x - 2x} dx = e^x + x^2 + c$
 D) $\int \frac{\cos 2x - 1}{\sin x} dx = 2\cos x + c$
 E) $\int \frac{2x^2 - x + 1}{x} dx = x^2 - x - \frac{1}{x^2} + c$

2. $\int x \cdot f(x-1) dx = x^2 + 2x + 2$ olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

3. $f(x) = \int \frac{x^2 + x + a}{x+1} dx$ olmak üzere;

f fonksiyonunun grafiğine $x=1$ apsisli noktadan çizilen teğet $y = 2x-1$ doğrusuna paralel olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $f''(x) = 4x$ olmak üzere, $y = f(x)$ eğrisinin yerel ekstremum noktalarından biri $A(1, 2)$ olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

- A) 4 B) $\frac{10}{3}$ C) 3 D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{14}{3}$

5. $\int (3x+1)f(3x+1) dx = x^3 + x^2 + x + c$ olduğuna göre, $f(-2)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $\int (x+1)f'(x) dx = x^3 + x^2 - x + c$ ve $f(0) = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. $\int [f(x) \cdot g'(x) + f'(x) \cdot g(x)] dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $f(x) + g(x) + c$ B) $f(x) \cdot g(x) + c$ C) $\frac{f(x)}{g(x)} + c$
 D) $\frac{g(x)}{f(x)} + c$ E) $f(g(x)) + c$

8. $\int f'(g(x)) \cdot g'(x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $f(g(x)) + c$ B) $g(f(x)) + c$ C) $f(x) + g(x) + c$
 D) $f(x) \cdot g(x) + c$ E) $f^2(x) + c$

9. $f^{-1}(x) = \frac{1}{x+1}$ olduğuna göre,

$\int f(x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x + \ln|x| + c$ B) $x - \ln|x| + c$ C) $-x - \ln|x| + c$
 D) $-x + \ln|x| + c$ E) $-1 + \ln|x| + c$

10. $\int f'(x) dx = \frac{x^3}{3} + x^2 - 8x + c$ olduğuna göre,

$y = f(x)$ eğrisinin yerel ekstremum noktalarının apsisleri toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

BİR İNTEGRAL ALMA YÖNTEMİ (DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME)

Bu yöntem, integrali alınacak ifadenin içinde bir fonksiyon ile onun türev fonksiyonunun çarpım ya da bölüm halinde bulunması durumunda uygulanır.

$$\int f(x) \cdot f'(x) \cdot dx \quad \text{İçin } u = f(x) \text{ değişken değıştirmesi uygulanır.}$$

$$u = f(x) \text{ ise } du = f'(x) \cdot dx \Rightarrow \int f(x) f'(x) dx = \int u du \text{ integrali kolaylıkla hesaplanabilir.}$$

1) POLİNOM FONKSİYONLARIN İNTEGRALİNDE DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YÖNTEMİ**ÖRNEK**

$$\int (x^2 + 1)^5 x dx \quad \text{integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\left(\begin{array}{l} u = x^2 + 1 \\ du = 2x dx \\ \frac{du}{2} = x dx \end{array} \right) \int (x^2 + 1)^5 x dx = \int u^5 \cdot \frac{du}{2} = \frac{1}{2} \int u^5 du = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^6}{6} + c = \frac{1}{12} \cdot (x^2 + 1)^6 + c$$

ÖRNEK

$$\int 3(x^2 - 3x + 1)^2 \cdot (2x - 3) dx \quad \text{integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\left(\begin{array}{l} u = x^2 - 3x + 1 \\ du = (2x - 3) dx \end{array} \right) \int 3(x^2 - 3x + 1)^2 \cdot (2x - 3) dx = \int 3 \cdot u^2 du = 3 \int u^2 du = 3 \cdot \frac{u^3}{3} + c = (x^2 - 3x + 1)^3 + c$$

2) İRRASYONEL FONKSİYONLARIN İNTEGRALİNDE DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YÖNTEMİ**ÖRNEK**

$$\int \frac{2x dx}{\sqrt{x^2 - 1}} \quad \text{integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\left(\begin{array}{l} u = x^2 - 1 \\ du = 2x \cdot dx \end{array} \right) \int \frac{2x dx}{\sqrt{x^2 - 1}} = \int \frac{du}{\sqrt{u}} = \int \frac{du}{u^{\frac{1}{2}}} = \int du \cdot u^{-\frac{1}{2}} = \frac{u^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + c = \frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = 2\sqrt{u} + c = 2\sqrt{x^2 - 1} + c$$

ÖRNEK

$$\int 18 \cdot \sqrt[5]{3x - 1} dx \quad \text{integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\left(\begin{array}{l} u = 3x - 1 \\ du = 3 dx \\ \frac{du}{3} = dx \end{array} \right) \int 18 \sqrt[5]{3x - 1} dx = \int 18 \sqrt[5]{u} \frac{du}{3} = 6 \cdot \int u^{\frac{1}{5}} du = 6 \cdot \frac{u^{\frac{1}{5}+1}}{\frac{1}{5}+1} + c = 5(3x - 1)^{\frac{6}{5}} + c$$

3) TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN İNTEGRALİNDE DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YÖNTEMİ

ÖRNEK

$\int 8x \sin(x^2 - 1) dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\left(\begin{array}{l} u = x^2 - 1 \\ du = 2x dx \\ \frac{du}{2} = x dx \end{array} \right) \int 8x \sin(x^2 - 1) dx = \int 4 \cdot \sin u du = 4 \int \sin u du = 4 \cdot (-\cos u) + c = -4 \cos(x^2 - 1) + c$$

ÖRNEK (ÖYS)

$\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\left(\begin{array}{l} u = \sin x \\ du = \cos x dx \end{array} \right) \int \sin^2 x \cos x dx = \int u^2 du = \frac{u^3}{3} + c = \frac{\sin^3 x}{3} + c$$

ÖRNEK (ÖYS)

$\int -\cos(\cos^2 x) \sin 2x dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\left(\begin{array}{l} u = \cos^2 x \\ du = 2 \cos x (-\sin x) dx \\ du = -\sin 2x dx \\ -du = \sin 2x dx \end{array} \right) \int -\cos(\cos^2 x) \sin 2x dx = \int (-\cos u) \cdot (-du) = \int \cos u du = \sin u + c = \sin(\cos^2 x) + c$$

ÖRNEK

$\int 5 \tan^4 x \cdot \sec^2 x dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\left(\begin{array}{l} u = \tan x \\ du = (1 + \tan^2 x) dx = \sec^2 x dx \end{array} \right) \int 5 \tan^4 x \cdot \sec^2 x dx = \int 5 u^4 du = 5 \int u^4 du = 5 \cdot \frac{u^5}{5} + c = \tan^5 x + c$$

4) RASYONEL FONKSİYONLARIN İNTEGRALİNDE DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YÖNTEMİ

ÖRNEK

$\int \frac{(2x+1)}{x^2+x+1} dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\left(\begin{array}{l} u = x^2 + x + 1 \\ du = (2x+1) dx \end{array} \right) \int \frac{(2x+1) dx}{x^2+x+1} = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c = \ln(x^2+x+1) + c$$

ÖRNEK

$$\int \frac{\sin 2x}{1 + \sin^2 x} dx \quad \text{integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\left(\begin{array}{l} u = 1 + \sin^2 x \\ du = 2 \sin x \cdot \cos x dx \\ du = \sin 2x dx \end{array} \right) \int \frac{\sin 2x dx}{1 + \sin^2 x} = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c = \ln(1 + \sin^2 x) + c$$

ÖRNEK

$$\int \frac{\cos 2x + 1}{\sin 2x} dx \quad \text{integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\left(\begin{array}{l} \cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \\ \sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x \\ u = \sin x \\ du = \cos x dx \end{array} \right) \int \frac{\cos 2x + 1}{\sin 2x} dx = \int \frac{2\cos^2 x - 1 + 1}{2\sin x \cdot \cos x} dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c = \ln|\sin x| + c$$

D) ÖSTEL FONKSİYONLARIN İNTEGRALİNDE DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YÖNTEMİ**ÖRNEK**

$$\int e^{x^2} \cdot 2x dx \quad \text{integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\left(\begin{array}{l} u = x^2 \\ du = 2x dx \end{array} \right) \int e^{x^2} \cdot 2x dx = \int e^u du = e^u + c = e^{x^2} + c$$

ÖRNEK

$$\int 2^{\cos x} \cdot \sin x dx \quad \text{integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\left(\begin{array}{l} u = \cos x \\ du = -\sin x dx \\ -du = \sin x dx \end{array} \right) \int 2^{\cos x} \cdot \sin x dx = \int 2^u (-du) = -\frac{2^u}{\ln 2} + c = -\frac{2^{\cos x}}{\ln 2} + c$$

ÖRNEK

$$\int e^{x+\sin^2 x} \cdot (\sin x + \cos x)^2 dx \quad \text{integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\left(\begin{array}{l} u = x + \sin^2 x \\ du = (1 + 2\sin x \cdot \cos x) dx \\ du = (\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cdot \cos x) dx \\ du = (\sin x + \cos x)^2 dx \end{array} \right) \int e^{x+\sin^2 x} \cdot (\sin x + \cos x)^2 dx = \int e^u du = e^u + c = e^{x+\sin^2 x} + c$$

TEST - 6

1. $\int 6(2x+1)^2 dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $(2x+1)^3+c$ B) $2(2x+1)^3+c$ C) $3(2x+1)^3+c$
D) $3(2x+1)^2+c$ E) $(2x+1)^2+c$

2. $\int 10x \cdot (x^2+1)^4 dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $(x^2+1)^4+c$ B) $10(x^2+1)^4+c$
C) $(x^2+1)^5+c$ D) $2(x^2+1)^5+c$
E) $5(x^2+1)^5+c$

3. $\int 3 \cdot (x^2-x+1)^2 \cdot (2x-1) dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3(x^2-x+1)^3+c$ B) $3(x^3-x^2+x)^2 \cdot (x^2-x)+c$
C) $3(x^3-x^2+x) \cdot (2x-1)+c$ D) $(x^2-x+1)^3+c$
E) $(x^2-x)^3+c$

4. $\int 8x \cdot (2x^2-x+1) \cdot (6x^2-2x+1) dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4x^2 \cdot (2x^2-x+1)^2+c$ B) $2x^2 \cdot (2x^2-x+1)^2+c$
C) $4 \cdot (x^3-x^2+x)^2+c$ D) $4 \cdot (x^2-x+1)^2+c$
E) $2x^3 \cdot (2x^2-x+1)^2+c$

5. $\int (x+1) \cdot (x^2+2x-3)^{11} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{24} (x^2+2x-3)^{12} + c$
B) $\frac{1}{12} (x^2+2x-3)^{12} + c$
C) $\frac{1}{11} (x^2+2x-3)^{12} + c$
D) $\frac{1}{12} (x^2+2x-3)^{11} + c$
E) $\frac{1}{24} (x^2+2x-3)^{10} + c$

6. $\int x\sqrt{x-1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2}{5} (x+1)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} (x+1)^{\frac{3}{2}} + c$
B) $\frac{2}{3} (x-1)^{\frac{3}{2}} + 2(x-1)^{\frac{1}{2}} + c$
C) $\frac{2}{5} (x-1)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} (x-1)^{\frac{3}{2}} + c$
D) $\frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + c$
E) $\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + c$

7. $\int 4x\sqrt{2x^2+3} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2} (2x^2+3)^2 + c$ B) $\frac{2}{3} (2x^2+3)^{\frac{3}{2}} + c$
C) $2(2x^2+3)^{\frac{1}{2}} + c$ D) $\frac{5}{2} (2x^2+3)^{\frac{2}{5}} + c$
E) $3(2x^2+3)^3+c$

8. $\int x \sqrt[5]{(x^2-1)^4} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{4}{5} (x^2-1)^{\frac{5}{4}} + c$ B) $\frac{2}{5} (x^2-1)^{\frac{5}{2}} + c$
C) $\frac{5}{8} (x^2-1)^{\frac{8}{5}} + c$ D) $\frac{5}{9} (x^2-1)^{\frac{9}{5}} + c$
E) $\frac{5}{18} (x^2-1)^{\frac{9}{5}} + c$

9. $\int \frac{dx}{\sqrt{2-x}}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{2} \sqrt{2-x} + c$ B) $-\sqrt{2-x} + c$
C) $-2\sqrt{2-x} + c$ D) $-2\sqrt[3]{(2-x)^2} + c$
E) $-\sqrt[3]{2-x}$

TEST - 7

1. $\int \frac{dx}{(2x+1)^4}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{6(2x+1)^3} + c$ B) $-\frac{1}{4(2x+1)^3} + c$
 C) $-\frac{1}{3(2x+1)^3} + c$ D) $-\frac{1}{(2x+1)^5} + c$
 E) $-\frac{1}{2(2x+1)^5} + c$

2. $\int \frac{xdx}{(2+3x^2)^6}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{6(3x^2+2)^5} + c$ B) $\frac{1}{30(3x^2+2)^5} + c$
 C) $-\frac{1}{30(2+3x^2)^5} + c$ D) $-\frac{1}{30(6x+2)^6} + c$
 E) $-\frac{1}{15(3x^2+1)^6} + c$

3. $\int 2\sin(2x-1)dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\sin(2x-1) + c$ B) $\sin(2x-1) + c$
 C) $2\cos(2x-1) + c$ D) $-\cos(2x-1) + c$
 E) $-\cos x - 1 + c$

4. $\int 3\cos(5x+3)dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-5\sin(5x+3) + c$ B) $-3\sin(5x+3) + c$
 C) $\sin(5x+3) + c$ D) $\frac{5}{3}\sin(5x+3) + c$
 E) $\frac{3}{5}\sin(5x+3) + c$

5. $\int (x+1)\sin(x^2+2x)dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos(x+1) + c$
 B) $\cos(x^2+2x) + c$
 C) $\frac{1}{2}\cos(x^2+2x) + c$
 D) $-\frac{1}{2}\cos(x^2+2x) + c$
 E) $-\cos(x^2+2x) + c$

6. $\int 6\sin x \cdot \cos x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sin^2 x + c$ B) $-3\sin^2 x + c$ C) $-3\cos^2 x + c$
 D) $\cos^2 x + c$ E) $3\cos^2 x + c$

7. $\int 2\sin^2 x \cdot \cos x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3\sin^3 x + c$ B) $2\sin^3 x + c$
 C) $\frac{\sin^3 x}{2} + c$ D) $\frac{2\sin^3 x}{3} + c$
 E) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$

8. $\int \cos^3 x \cdot \sin x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{\cos^4 x}{4} + c$ B) $-\frac{\cos^4 x}{3} + c$
 C) $-\frac{\cos^3 x}{3} + c$ D) $-\frac{\cos^4 x}{2} + c$
 E) $-\frac{\sin^4 x}{4} + c$

9. $\int 4\tan^3 x \sec^2 x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4\tan^4 x + c$ B) $2\tan^4 x + c$ C) $\tan^4 x + c$
 D) $\cot^4 x + c$ E) $\operatorname{cosec}^4 x + c$

10. $\int 3\cot^2 x \cdot \operatorname{cosec}^2 x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cot^3 x + c$ B) $\cot^2 x + c$ C) $-\cot x + c$
 D) $-\cot^2 x + c$ E) $-\cot^3 x + c$

TEST - 8

1. $\int \frac{dx}{x+1}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x+1|+c$ B) $\ln|x|+c$ C) $\ln\left|\frac{1}{x+1}\right|+c$
 D) $\ln\left|\frac{1}{x}\right|+c$ E) $\ln\left(\frac{1}{x^2}\right)+c$

2. $\int \frac{dx}{2x+3}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3\ln|2x+3|+c$ B) $2\ln|2x+3|+c$
 C) $\frac{1}{2}\ln|2x+3|+c$ D) $\frac{1}{3}\ln|2x+3|+c$
 E) $\ln|2x+3|+c$

3. $\int \frac{3dx}{3x+7}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $7\ln|3x+7|+c$ B) $3\ln|3x+7|+c$
 C) $\ln|3x+7|+c$ D) $\frac{1}{3}\ln|3x+7|+c$
 E) $\frac{1}{7}\ln|3x+7|+c$

4. $\int \frac{5dx}{2x+11}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2}{5}\ln|2x+11|+c$ B) $\frac{1}{2}\ln|2x+11|+c$
 C) $2\ln|2x+11|+c$ D) $\frac{5}{2}\ln|2x+11|+c$
 E) $5\ln|2x+11|+c$

5. $\int \frac{2xdx}{x^2+1}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\ln(x^2+1)+c$ B) $\ln(x^2+1)+c$
 C) $\frac{1}{2}\ln(x^2+1)+c$ D) $\ln|2x|+c$
 E) $\frac{1}{2}\ln|2x|+c$

6. $\int \frac{6xdx}{3x^2-7}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|6x-7|+c$ B) $6\ln|3x^2-7|+c$
 C) $3\ln|3x^2-7|+c$ D) $2\ln|3x^2-7|+c$
 E) $\ln|3x^2-7|+c$

7. $\int \frac{3xdx}{7x^2-1}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $7\ln|7x^2-1|+c$ B) $3\ln|7x^2-1|+c$
 C) $\frac{3}{7}\ln|7x^2-1|+c$ D) $\frac{3}{14}\ln|7x^2-1|+c$
 E) $\frac{3}{7}\ln|14x|+c$

8. $\int \frac{(2x+1)dx}{x^2+x}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x^2+x|+c$ B) $2\ln|x^2+x|+c$
 C) $\ln|2x+1|+c$ D) $\ln|x+1|+c$
 E) $4x+2+c$

9. $\int \frac{6x^2dx}{x^3+5}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln(3x^2)+c$ B) $\ln(6x^2)+c$
 C) $6\ln|x^3+5|+c$ D) $3\ln|x^3+5|+c$
 E) $2\ln|x^3+5|+c$

10. $\int \frac{3x^2-x+1}{2x^3-x^2+2x-1}dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3}\ln|2x^3-x^2+2x-1|+c$
 B) $\frac{1}{2}\ln|2x^3-x^2+2x-1|+c$
 C) $\frac{3}{2}\ln|2x^3-x^2+2x-1|+c$
 D) $2\ln|2x^3-x^2+2x-1|+c$
 E) $\frac{1}{2}\ln|3x^2-x+1|+c$

TEST - 9

1. $\int \frac{\sin x}{\cos x + 1} dx$ integralinin sonucu aşağıdaki-
lerden hangisine eşittir?

A) $-\ln|\cos x + 1| + c$ B) $-\ln|\cos x| + c$
C) $\ln|\sin x| + c$ D) $\ln|\cos x| + c$
E) $\ln|\cos x + 1| + c$

2. $\int \frac{2 \sin x}{5 + 3 \cos x} dx$ integralinin sonucu aşağıda-
kilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2}{5} \ln(5 + 3 \cos x) + c$
B) $\frac{2}{3} \ln(5 + 3 \cos x) + c$
C) $-\frac{2}{3} \ln(5 + 3 \cos x) + c$
D) $-\frac{2}{5} \ln(5 + 3 \cos x) + c$
E) $\frac{2}{3} \ln|3 \cos x| + c$

3. $\int \frac{5 \cos 3x}{\sin 3x - 3} dx$ integralinin sonucu aşağıda-
kilerden hangisine eşittir?

A) $5 \ln|\sin 3x - 3| + c$ B) $\frac{5}{3} \ln|\sin 3x - 3| + c$
C) $\ln|\sin 3x - 3| + c$ D) $\frac{1}{3} \ln|\sin 3x - 3| + c$
E) $\frac{1}{5} \ln|\sin 3x - 3| + c$

4. $\int \frac{\sin 2x}{7 + \sin^2 x} dx$ integralinin sonucu aşağıdaki-
lerden hangisine eşittir?

A) $\frac{11}{2} \ln(7 + \sin^2 x) + c$ B) $\ln(7 + \sin^2 x) + c$
C) $2 \ln(7 + \sin^2 x) + c$ D) $\ln|\sin 2x| + c$
E) $2 \ln|\sin 2x| + c$

5. $\int \frac{3 - \sin 2x}{3x + \cos^2 x} dx$ integralinin sonucu aşağıda-
kilerden hangisine eşittir?

A) $\ln(3 - \sin 2x) + c$ B) $2 \ln(3 - \sin 2x) + c$
C) $3 \ln|3x + \cos^2 x| + c$ D) $\ln|3x + \cos^2 x| + c$
E) $\frac{1}{3} \ln|3x + \cos^2 x| + c$

6. $\int \frac{1 + \cos 2x}{\sin 2x} dx$ integralinin sonucu aşağıdaki-
lerden hangisine eşittir?

A) $\ln|\sin x| + c$ B) $\ln|\cos x| + c$
C) $\ln|\sin 2x| + c$ D) $\ln|\cos 2x| + c$
E) $\ln|1 + \cos 2x| + c$

7. $\int \frac{\cos x}{3 + \sin x} dx$ integralinin sonucu aşağıdaki-
lerden hangisine eşittir?

A) $3 \ln(3 + \sin) + c$ B) $\ln(3 + \cos x) + c$
C) $\ln|\cos x| + c$ D) $\ln|\sin x| + c$
E) $\ln(3 + \sin x) + c$

8. $\int \frac{2 \cos 2x - 2}{\sin x \cdot \cos x} dx$ integralinin sonucu aşağıda-
kilerden hangisine eşittir?

A) $-4 \ln|\cos x| + c$ B) $-4 \ln|\sin x| + c$
C) $-2 \ln|\cos x| + c$ D) $\ln|\cos x| + c$
E) $4 \ln|\cos x| + c$

9. $\int \frac{e^{3x}}{e^{3x} + 2} dx$ integralinin sonucu aşağıdaki-
lerden hangisine eşittir?

A) $3 \ln(e^{3x} + 2) + c$ B) $\ln(e^{3x} + 2) + c$
C) $\frac{1}{2} \ln(e^{3x} + 2) + c$ D) $\frac{1}{3} \ln(e^{3x} + 2) + c$
E) $\frac{1}{3} \ln(e^{3x}) + c$

10. $\int \frac{2}{x \ln x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakiler-
den hangisine eşittir?

A) $2x \ln|x| + c$ B) $2 \ln|x| + c$ C) $2 \ln|\ln|x|| + c$
D) $\ln|\ln|x|| + c$ E) $x \ln|x| + c$

TEST - 10

1. $\int (e^x + 2)^4 \cdot e^x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{(e^x + 2)^5}{5} + c$ B) $\frac{(e^x + 2)^4}{4} + c$
 C) $\frac{(e^x + 2)^3}{3} + c$ D) $\frac{(e^x + 2)^2}{2} + c$
 E) $e^{2x} + 2 + c$

2. $\int \frac{e^x}{x^2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-e^{\frac{1}{x^2}} + c$ B) $-e^{x^2} + c$ C) $-e^{\frac{1}{x}} + c$
 D) $e^x + c$ E) $e^{\frac{1}{x}} + c$

3. $\int e^{3x^2} \cdot x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^{3x^2} + c$ B) $\frac{1}{3} e^{3x^2} + c$
 C) $\frac{1}{6} e^{3x^2} + c$ D) $e^{3x^2} + x^2 + c$
 E) $\frac{e^{3x^2} \cdot x^2}{2} + c$

4. $\int 2^{2x^2 - x} \cdot (4x - 1) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2^{2x^2 - x} + c$ B) $\frac{\ln 2}{2^{2x^2 - x}} + c$
 C) $e^{2x^2 - x} \ln 2 + c$ D) $\frac{2^{2x^2 - x}}{\ln 2} + c$
 E) $\frac{2^{4x-1}}{\ln 2} + c$

5. $\int e^x \cdot \sin(e^x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sin(e^x) + c$ B) $-\cos(e^x) + c$
 C) $\sin(e^x) + c$ D) $\cos(e^x) + c$
 E) $\cos(e^x) + e^x + c$

6. $\int e^{\cos x + \ln(\sin x)} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^{\sin x - \cos x} + c$ B) $e^{\sin x + \cos x} + c$
 C) $e^{\cos x} + c$ D) $-e^{\cos x} + c$
 E) $-e^{\sin x} + c$

7. $\int 5^{-\cos x} \cdot \sin x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{5^{-\cos x}}{\ln 5} + c$ B) $\frac{5^{-\sin x}}{\ln 5} + c$
 C) $\frac{5^{\sin x}}{\ln 5} + c$ D) $\frac{5^{\cos x}}{\ln 5} + c$
 E) $-5^{-\cos x} \cdot \ln 5 + c$

8. $\int \frac{\cot x}{\ln(\sin x)} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|\cot x| + c$ B) $\ln|\tan x| + c$
 C) $\ln(\ln|\cos x|) + c$ D) $\ln(\ln|\cot x|) + c$
 E) $\ln(\ln|\sin x|) + c$

9. $\int 2x \cdot \cos x^2 \cdot e^{\sin x^2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^{\sin^2 x^2} + c$ B) $e^{\sin^2 x} + c$ C) $e^{\cos^2 x} + c$
 D) $e^{\cos x^2} + c$ E) $e^{\sin x^2} + c$

10. $\int 3x^2 \cdot \sin 2x^3 \cdot e^{3+\sin^2 x^3} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^{\sin^2 x^3} + c$ B) $e^{3+\sin^2 x^3} + c$
 C) $\frac{1}{3} e^{3+\sin^2 x^3} + c$ D) $e^{3+\cos^2 x^3} + c$
 E) $e^{\cos^3 x^2} + c$

TEST - 11

1. $\int \frac{x \cdot \ln(x^2 + 1)}{x^2 + 1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\ln^2(x^2 + 1)}{2} + c$ B) $\frac{\ln^2(x^2 + 1)}{4} + c$
 C) $\frac{\ln(x^2 + 1)}{2} + c$ D) $\frac{\ln(x^2 + 1)}{4} + c$
 E) $\frac{\ln(\ln(x^2 + 1))}{4} + c$

2. $\int \sin 2x \cdot \sin x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin^2 x + c$ B) $2\sin^2 x + c$ C) $\sin^3 x + c$
 D) $\frac{1}{3}\sin^3 x + c$ E) $\frac{2}{3}\sin^3 x + c$

3. $\int \sin^2 x dx + \int (\cos^2 x + 1) dx$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|\sin x| + c$ B) $\ln|\cos x| + c$
 C) $\frac{\sin^3 x}{3} + \frac{\cos^3 x}{3} + x + c$ D) $2x + c$
 E) $x + c$

4. $\int \frac{dx}{1 + \cos x}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan x + c$ B) $\cot x + c$ C) $\frac{1}{2} \tan x + c$
 D) $\frac{1}{2} \cot \frac{x}{2} + c$ E) $\frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + c$

5. $\int x^2 \cdot (x^3 - 1)^3 dx = a \cdot (x^3 - 1)^4 + c$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{18}$

6. $\int \frac{dx}{\cot x} - \int (\tan x - 1) dx$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x + c$ B) $-x + c$ C) $\ln|\tan x| + c$
 D) $\ln|\cot x| + c$ E) $\ln|\sin x| + c$

7. $\int \frac{2(\ln x)^3 + 1}{x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{(\ln x)^4}{2} + \ln x + c$ B) $\frac{(\ln x)^4}{4} + \ln x + c$
 C) $\frac{(\ln x)^4}{8} + \ln x + c$ D) $\frac{(\ln x + 1)^3}{3} + c$
 E) $\frac{(\ln x)^4 + x}{4} + c$

8. $\int -\sin(\sin^2 x) \sin 2x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin(\sin^2 x) + c$ B) $\cos(\sin^2 x) + c$
 C) $\cos(\cos^2 x) + c$ D) $\sin(\cos^2 x) + c$
 E) $\cos^2(\sin x) + c$

9. $\int \cos(\cos^2 x) \cdot \sin 2x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sin(\cos^2 x) + c$ B) $-\cos(\cos^2 x) + c$
 C) $\cos(\sin^2 x) + c$ D) $\sin(\sin^2 x) + c$
 E) $\sin(\cos^2 x) + c$

10. $\int \frac{dx}{x^2 + x} + \int \frac{xdx}{x^2 + x}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x^2 + x| + c$ B) $\ln(x^2) + c$
 C) $\ln|x + 1| + c$ D) $\ln|x| + c$
 E) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c$

ÖZEL DURUMLARDA İNTEGRAL ALMA

Bu başlık altında, integrali alınması istenen bir fonksiyonun integral sonucu bilinen başka bir fonksiyona benzetilmek için kullanılacak özel işlemler incelenecektir.

1) İRRASYONEL FONKSİYONLARIN İNTEGRALİNDE KULLANILAN ÖZEL İŞLEMLER

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}} dx = \arcsin f(x) + c \text{ olduğunu biliyoruz.}$$

ÖRNEK

$$\int \frac{dx}{\sqrt{4-36x^2}} \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\sqrt{4[1-(3x)^2]}} &= \int \frac{dx}{2\sqrt{1-(3x)^2}} = \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\sqrt{1-(3x)^2}} \Rightarrow \begin{cases} u = 3x \\ du = 3dx \\ \frac{du}{3} = dx \end{cases} \Rightarrow \\ \frac{1}{2} \int \frac{du}{3\sqrt{1-u^2}} &= \frac{1}{6} \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{1}{6} \arcsin u + c = \frac{1}{6} \arcsin(3x) + c \end{aligned}$$

ÖRNEK

$$\int \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}} \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\sqrt{-(x^2-4x+4)+9}} &= \int \frac{dx}{\sqrt{9\left[1-\left(\frac{x-2}{3}\right)^2\right]}} = \frac{1}{3} \int \frac{dx}{\sqrt{1-\left(\frac{x-2}{3}\right)^2}} \Rightarrow \begin{cases} u = \frac{x-2}{3} \\ du = \frac{1}{3} dx \\ 3du = dx \end{cases} \Rightarrow \\ \frac{1}{3} \int \frac{3du}{\sqrt{1-u^2}} &= \arcsin u + c = \arcsin\left(\frac{x-2}{3}\right) + c \end{aligned}$$

2) RASYONEL FONKSİYONLARIN İNTEGRALİNDE KULLANILAN ÖZEL İŞLEMLER

$$\int \frac{f'(x)}{1+f^2(x)} dx = \arctan f(x) + c \text{ olduğunu biliyoruz. Burada } 1+f^2(x) \text{ ifadesinin reel kökü yoktur.}$$

ÖRNEK

$$\int \frac{dx}{x^2-2x+5} \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\int \frac{dx}{(x^2 - 2x + 1) + 4} = \int \frac{dx}{(x-1)^2 + 4} = \int \frac{dx}{4 \left[1 + \left(\frac{x-1}{2} \right)^2 \right]} = \frac{1}{4} \int \frac{dx}{1 + \left(\frac{x-1}{2} \right)^2} \Rightarrow \begin{cases} u = \frac{x-1}{2} \\ du = \frac{1}{2} dx \\ 2du = dx \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{4} \int \frac{2du}{1+u^2} = \frac{2}{4} \arctan u + c = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{x-1}{2} \right) + c$$

ÖRNEK

$$\int \frac{(2x-7)}{x^2 - 6x + 10} dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\int \frac{2x-6-1}{x^2 - 6x + 10} dx = \int \frac{(2x-6)}{x^2 - 6x + 10} dx - \int \frac{1 \cdot dx}{x^2 - 6x + 9 + 1} = \int \frac{(2x-6)}{x^2 - 6x + 10} dx - \int \frac{dx}{1+(x-3)^2} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} u = x^2 - 6x + 10 \\ du = (2x-6)dx \\ t = x-3 \\ dt = dx \end{cases} \Rightarrow \int \frac{du}{u} - \int \frac{dt}{1+t^2} = \ln|u| - \arctan t + c = \ln(x^2 - 6x + 10) - \arctan(x-3) + c$$

3) TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN İNTEGRALİNDE KULLANILAN ÖZEL İŞLEMLER

- i) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- ii) $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$
- iii) $1 + \cot^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$
- iv) $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$
- v) $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}$
- vi) $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

ÖRNEK

$$\int \sin^2 3x dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\cos 2 \cdot 3x = 1 - 2 \sin^2 3x \Rightarrow \sin^2 3x = \frac{1 - \cos 6x}{2} = \frac{1}{2} - \frac{\cos 6x}{2}$$

$$\int \left(\frac{1}{2} - \frac{\cos 6x}{2} \right) dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \int \cos 6x dx \Rightarrow \begin{cases} u = 6x \\ du = 6 dx \\ \frac{du}{6} = dx \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{2} \int \cos u \cdot \frac{du}{6} = \frac{x}{2} - \frac{1}{12} \sin u + c = \frac{x}{2} - \frac{\sin 6x}{12} + c$$

ÖRNEK

$\int \cos^3 x \, dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\cos^3 x = \cos^2 x \cdot \cos x = (1 - \sin^2 x) \cos x = \cos x - \cos x \cdot \sin^2 x$$

$$\int (\cos x - \cos x \cdot \sin^2 x) dx = \sin x - \int \cos x \cdot \sin^2 x dx \quad \left\{ \begin{array}{l} u = \sin x \\ du = \cos x dx \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \sin x - \int u^2 du = \sin x - \frac{u^3}{3} + c = \sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + c$$

ÖRNEK

$\int \sin^5 x \cdot \cos^4 x \, dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

Sinüs ve kosinüslü ifadelerden çift kuvvetli olana değişken değiştirme uygulanır.

$$(u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx \Rightarrow -du = \sin x dx)$$

$$\int (\sin^2 x)^2 \cdot \cos^4 x \cdot \sin x dx = \int (1 - \cos^2 x)^2 \cdot \cos^4 x \cdot \sin x dx = \int (1 - u^2)^2 \cdot u^4 du = \int (1 - 2u^2 + u^4) u^4 du$$

$$= \int (u^4 - 2u^6 + u^8) du = \frac{u^5}{5} - 2 \frac{u^7}{7} + \frac{u^9}{9} + c = \frac{\cos^5 x}{5} - 2 \frac{\cos^7 x}{7} + \frac{\cos^9 x}{9} + c$$

4) RASYONEL FONKSİYONLARIN İNTEGRALİNDE KULLANILAN ÖZEL İŞLEMLER

Burada, (2) de incelediğimizden farklı olarak; payın derecesi paydaninkine eşit ya da büyük olduğu durumlarda polinom bölmesi yapılır. Aksi durumlarda paydadaki ifade çarpanlarına ayrılarak basit kesirler halinde yazılır.

ÖRNEK

$\int \frac{2x+3}{x+4} dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM**1. YOL**

$$\int \frac{2x+8-5}{x+4} dx = \int \left(\frac{2(x+4)}{x+4} - \frac{5}{x+4} \right) dx = \int \left(2 - \frac{5}{x+4} \right) dx = 2x - 5 \ln|x+4| + c$$

2. YOL

$$\begin{array}{r|l} 2x+3 & x+4 \\ -2x+8 & 2 \\ \hline & -5 \end{array}$$

$$\frac{2x+3}{x+4} = 2 - \frac{5}{x+4}$$

ÖRNEK

$$\int \frac{x^3 - x^2 + 3x + 1}{x + 1} dx \quad \text{integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\left(\begin{array}{r} x^3 - x^2 + 3x + 1 \quad | \quad x + 1 \\ -x^3 + x^2 \quad \quad \quad | \quad x^2 - 2x + 5 \\ \hline -2x^2 + 3x + 1 \\ -2x^2 - 2x \quad \quad \quad | \\ \hline 5x + 1 \\ 5x + 5 \quad \quad \quad | \\ \hline -4 \end{array} \right) \int \frac{x^3 - x^2 + 3x + 1}{x + 1} dx = \int \left(x - 2x + 5 - \frac{4}{x + 1} \right) dx = \frac{x^3}{3} - x^2 + 5x - 4 \ln|x + 1| + c$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$\int \frac{dx}{x^2 - 1} \quad \text{integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\frac{1}{x^2 - 1} = \frac{1}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{A}{(x - 1)} + \frac{B}{(x + 1)} \Rightarrow \frac{1}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{A(x + 1) + B(x - 1)}{(x - 1)(x + 1)} \Rightarrow 1 = A(x + 1) + B(x - 1)$$

$$x = 1 \Rightarrow 1 = 2A \Rightarrow A = \frac{1}{2}$$

$$x = -1 \Rightarrow 1 = -2B \Rightarrow B = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{x^2 - 1} = \frac{1}{2(x - 1)} - \frac{1}{2(x + 1)} \Rightarrow \int \frac{dx}{x^2 - 1} = \int \frac{1}{2(x - 1)} dx - \int \frac{1}{2(x + 1)} dx \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \ln|x - 1| - \frac{1}{2} \ln|x + 1| + c = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x - 1}{x + 1} \right| + c$$

ÖRNEK

$$\int \frac{x^2 - 14}{x^2 + x - 6} dx \quad \text{integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} x^2 - 14 \quad | \quad x^2 + x - 6 \\ -x^2 + x - 6 \quad | \quad 1 \\ \hline -x - 8 \end{array}$$

$$\frac{x^2 - 14}{x^2 + x - 6} = 1 - \frac{x + 8}{x^2 + x - 6} \Rightarrow \frac{x + 8}{(x + 3)(x - 2)} = \frac{A}{x + 3} + \frac{B}{x - 2} \Rightarrow$$

$$x + 8 = A(x - 2) + B(x + 3)$$

$$x = 2 \Rightarrow 10 = 5B \Rightarrow B = 2$$

$$x = -3 \Rightarrow 5 = -5A \Rightarrow A = -1$$

$$\Rightarrow 1 - \left(-\frac{1}{x + 3} + \frac{2}{x - 2} \right) = 1 + \frac{1}{x + 3} - \frac{2}{x - 2} \Rightarrow \int \left(1 + \frac{1}{x + 3} - \frac{2}{x - 2} \right) dx = x + \ln|x + 3| - 2 \ln|x - 2| + c$$

ÖRNEK

$$\int \frac{2x^3 + x^2 - 4}{x^4 - 4x^2} dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\frac{2x^3 + x^2 - 4}{x^2(x^2 - 4)} = \frac{2x^3 + x^2 - 4}{x^2(x-2)(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-2} + \frac{D}{x+2} \Rightarrow$$

$$2x^3 + x^2 - 4 = A(x)(x^2 - 4) + B.(x^2 - 4) + C(x^2).(x+2) + D(x^2)(x-2)$$

$$x=0 \Rightarrow -4 = -4B \Rightarrow B=1$$

$$x=2 \Rightarrow 16 = 16C \Rightarrow C=1$$

$$x=-2 \Rightarrow -16 = -16D \Rightarrow D=1$$

$$x=1 \Rightarrow -1 = -3A - 3 + 3 - 1 \Rightarrow A=0$$

$$\int \frac{2x^3 + x^2 - 4}{x^4 - 4x^2} dx = \int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} \right) dx = -\frac{1}{x} + \ln|x-2| + \ln|x+2| + c = -\frac{1}{x} + \ln|x^2 - 4| + c$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$\int \frac{x+3}{x^2 - 9x + 14} dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\frac{x+3}{x^2 - 9x + 14} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-7}$$

$$x+3 = Ax - 7A + Bx - 2B \Rightarrow A+B=1, \quad -7A-2B=3$$

$$\Rightarrow 2A+2B=2$$

$$\frac{-7A-2B=3}{-5A=5} \Rightarrow A=-1, B=2$$

$$\int \frac{x+3}{x^2 - 9x + 14} dx = \int \left[\frac{-1}{x-2} + \frac{2}{x-7} \right] dx$$

$$\int \frac{-1}{x-2} dx + \int \frac{2}{x-7} dx = -\ln|x-2| + 2\ln|x-7| + c$$

TEST - 12

1. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin x + c$ B) $\cos x + c$ C) $\arcsin x + c$
D) $\arccos x + c$ E) $\arctan x + c$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arcsin\left(\frac{x}{2}\right) + c$ B) $\arcsin\left(\frac{x}{4}\right) + c$
C) $\frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{x}{2}\right) + c$ D) $\frac{1}{4} \arcsin\left(\frac{x}{4}\right) + c$
E) $\arctan\left(\frac{x}{2}\right) + c$

3. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{9} \arcsin(9x) + c$ B) $\frac{1}{3} \arcsin(3x) + c$
C) $\frac{1}{3} \arcsin(9x) + c$ D) $3 \arcsin(3x) + c$
E) $9 \arcsin(9x) + c$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2-2x}}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arcsin(-x-2) + c$ B) $\arcsin(-x-1) + c$
C) $\arcsin x + c$ D) $\arcsin(x+1) + c$
E) $\arcsin(x-1) + c$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt{6x-x^2-8}}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arcsin(x-2) + c$ B) $\arcsin(x-6) + c$
C) $\arcsin(x-3) + c$ D) $\arcsin(x+3) + c$
E) $\arcsin(3-x) + c$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{12+4x-x^2}}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{4} \arcsin\left(\frac{x-16}{4}\right) + c$ B) $\arcsin\left(\frac{x-4}{4}\right) + c$
C) $\arcsin\left(\frac{x-4}{2}\right) + c$ D) $\arcsin\left(\frac{x-2}{2}\right) + c$
E) $\arcsin\left(\frac{x-2}{4}\right) + c$

7. $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^4}}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2} \arcsin x^2 + c$ B) $\frac{1}{2} \arcsin x^4 + c$
C) $\frac{1}{2} \arcsin x + c$ D) $\arcsin x^2 + c$
E) $\arcsin x^4 + c$

8. $\int \frac{(1-2x)dx}{\sqrt{16-x^2}}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arcsin\left(\frac{x}{4}\right) + c$
B) $-x^2 + \arcsin\left(\frac{x}{4}\right) + c$
C) $\frac{1}{2} \sqrt{16-x^2} + \arcsin\left(\frac{x}{2}\right) + c$
D) $\sqrt{16-x^2} + \arcsin\left(\frac{x}{4}\right) + c$
E) $2\sqrt{16-x^2} + \arcsin\left(\frac{x}{4}\right) + c$

9. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^6}}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3} \arcsin\left(\frac{x^3}{3}\right) + c$ B) $\arcsin\left(\frac{x^3}{3}\right) + c$
C) $\arcsin\left(\frac{x^2}{2}\right) + c$ D) $\arcsin\left(\frac{x^6}{3}\right) + c$
E) $\arcsin(x^2) + c$

TEST - 13

1. $\int \frac{dx}{1+x^2}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arctan x + c$ B) $\arcsin x + c$
 C) $\arccos x + c$ D) $\operatorname{arccot} x^2 + c$
 E) $\arctan x^2 + c$

2. $\int \frac{dx}{16+x^2}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arctan(4x) + c$ B) $4\arctan x + c$
 C) $\frac{1}{4}\arctan\left(\frac{x}{4}\right) + c$ D) $\frac{1}{4}\arctan\left(\frac{x}{16}\right) + c$
 E) $\frac{1}{16}\arctan\left(\frac{x}{16}\right) + c$

3. $\int \frac{dx}{x^2 - 10x + 26}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arctan(x-5) - 1 + c$ B) $\arctan(x+5) + c$
 C) $\arctan(5x) + c$ D) $\arctan\left(\frac{x-5}{2}\right) + c$
 E) $\arctan(x-5) + c$

4. $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arctan(x-3) + c$ B) $2\arctan(x-3) + c$
 C) $4\arctan(x-3) + c$ D) $\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{x-3}{2}\right) + c$
 E) $\frac{1}{2}\arctan(x-3) + c$

5. $\int \frac{2xdx}{9+x^4}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3}\arctan\left(\frac{x}{3}\right) + c$ B) $\frac{1}{3}\arctan\left(\frac{x^2}{3}\right) + c$
 C) $\frac{1}{9}\arctan\left(\frac{x^2}{3}\right) + c$ D) $\arctan\left(\frac{x^2}{3}\right) + c$
 E) $2\arctan\left(\frac{x^2}{3}\right) + c$

6. $\int \frac{2x-8}{x^2+4} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arctan\left(\frac{x}{2}\right) + c$
 B) $\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{x}{2}\right) + c$
 C) $x^2 - 4\arctan\left(\frac{x}{2}\right) + c$
 D) $\ln(x^2+4) + 4\arctan\left(\frac{x}{2}\right) + c$
 E) $\ln(x^2+4) - 4\arctan\left(\frac{x}{2}\right) + c$

7. $\int \frac{x^5-x}{x^8-1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2}\arctan(x^2) + c$ B) $\frac{1}{2}\arctan(x^4) + c$
 C) $\arctan(x^4) + c$ D) $\arctan(x^2) + c$
 E) $\ln|\arctan(x^2)| + c$

8. $\int \frac{x^6}{4+x^{14}} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{7}\arctan\left(\frac{x^7}{2}\right) + c$ B) $\frac{1}{14}\arctan\left(\frac{x^7}{2}\right) + c$
 C) $\frac{1}{14}\arctan x^7 + c$ D) $\frac{1}{12}\arctan\left(\frac{x^6}{2}\right) + c$
 E) $\frac{1}{12}\arctan x^6 + c$

TEST - 14

1. $\int 4\sin^2 x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2x - \sin 2x + c$ B) $x - \sin 2x + c$
 C) $x - \sin x + c$ D) $2x - \sin x + c$
 E) $\frac{1}{2}x - \sin 2x + c$

2. $\int 3\sin^3 x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\cos x + \cos^3 x + c$ B) $-2\cos x + \cos^3 x + c$
 C) $-3\cos x + \cos^3 x + c$ D) $-3\cos x - \cos^3 x + c$
 E) $\cos^3 x + c$

3. $\int 8\cos^2 x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $8x + 2\sin 2x + c$ B) $4x + 2\sin 2x + c$
 C) $2x + 2\sin 2x + c$ D) $2x - 2\sin 2x + c$
 E) $4x - 2\sin 2x + c$

4. $\int 3\cos^3 x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin x + \sin^3 x + c$ B) $\cos x - \sin^3 x + c$
 C) $3\cos x - \sin^3 x + c$ D) $3\sin x - \sin^3 x + c$
 E) $\sin^3 x - 3\sin x + c$

5. $\int 5\sin^4 x \cdot \cos x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin^4 x + c$ B) $20\sin^4 x + c$ C) $\sin^5 x + c$
 D) $\cos^4 x + c$ E) $\cos^5 x + c$

6. $\int 8\cos^7 x \cdot \sin x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-x\cos^8 x + c$ B) $-\sin^7 x + c$ C) $-\cos^7 x + c$
 D) $-\cos^8 x + c$ E) $-\sin^8 x + c$

7. $\int \sin 2x \cdot \cos 2x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\cos 2x}{4} + c$ B) $\frac{\sin 4x}{4} + c$ C) $-\frac{\cos 4x}{4} + c$
 D) $-\frac{\sin 4x}{8} + c$ E) $-\frac{\cos 4x}{8} + c$

8. $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^3 x}{3} + c$ B) $\frac{\cos^5 x}{5} + \frac{\cos^3 x}{3} + c$
 C) $\frac{\cos^4 x}{4} - \frac{\cos^3 x}{3} + c$ D) $\frac{\sin^4 x}{4} - \frac{\sin^3 x}{3} + c$
 E) $\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^3 x}{3} + c$

9. $\int \sin^6 x \cdot \cos^3 x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sin^6 x}{6} - \frac{\sin^4 x}{4} + c$ B) $\frac{\sin^7 x}{7} - \frac{\sin^9 x}{9} + c$
 C) $\frac{\sin^7 x}{7} - \frac{\sin^8 x}{8} + c$ D) $\frac{\sin^7 x}{7} + \frac{\sin^8 x}{8} + c$
 E) $\frac{\cos^7 x}{7} - \frac{\sin^9 x}{9} + c$

10. $\int \sin^5 x \cdot \cos^3 x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^7 x}{7} + c$ B) $\frac{\cos^6 x}{6} - \frac{\cos^8 x}{8} + c$
 C) $\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + c$ D) $\frac{\sin^6 x}{6} - \frac{\sin^7 x}{7} + c$
 E) $\frac{\sin^6 x}{6} - \frac{\sin^8 x}{8} + c$

TEST - 15

1. $\int \frac{x+1}{x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x + \ln|x| + c$ B) $x - \ln|x| + c$
 C) $\frac{x^2}{2} + \ln|x| + c$ D) $x + \ln(x^2) + c$
 E) $\ln|x| + c$

2. $\int \frac{x+4}{x+1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x + \ln|x+1| + c$ B) $x + 2\ln|x+1| + c$
 C) $x + 3\ln|x+1| + c$ D) $x + 4\ln|x+1| + c$
 E) $4\ln|x+1| + c$

3. $\int \frac{x+2}{x+5} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x + \ln|x+5| + c$ B) $x - \ln|x+5| + c$
 C) $x - 2\ln|x+5| + c$ D) $x - 3\ln|x+5| + c$
 E) $x - 3\ln|x+5| + c$

4. $\int \frac{2x+3}{x+1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2x + 2\ln|x+1| + c$ B) $2x + \ln|x+1| + c$
 C) $x + \ln|x+1| + c$ D) $2x - \ln|x+1| + c$
 E) $x - \ln|x+1| + c$

5. $\int -\frac{x^2 - x + 1}{x - 3} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^2}{2} - 2x - 7\ln|x - 3| + c$
 B) $-\frac{x^2}{2} - 2x - 7\ln|x - 3| + c$
 C) $-x^2 - 2x - 7\ln|x - 3| + c$
 D) $-x^2 - 7\ln|x - 3| + c$
 E) $-\frac{x^2}{2} - x - \ln|x - 3| + c$

6. $\int \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^2}{2} + \ln|x + 2| + c$ B) $x^2 + \ln|x + 2| + c$
 C) $x + \ln|x + 2| + c$ D) $x - \ln|x + 2| + c$
 E) $\frac{x^2}{2} - \ln|x + 2| + c$

7. $\int \frac{3x+5}{x+2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x + \ln|x+2| + c$ B) $x - \ln|x+2| + c$
 C) $x - 3\ln|x+2| + c$ D) $3x - \ln|x+2| + c$
 E) $3x - 3\ln|x+2| + c$

8. $\int \frac{2x^2 - 6x - 1}{x - 3} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x + \ln|x - 3| + c$ B) $x^2 + \ln|x - 3| + c$
 C) $x - \ln|x - 3| + c$ D) $x^2 - \ln|x - 3| + c$
 E) $\frac{x^2}{2} - \ln|x - 3| + c$

9. $\int \frac{3x^2 - 3x + 7}{x - 1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^2}{2} - 7\ln|x - 1| + c$ B) $x^2 - \ln|x - 1| + c$
 C) $\frac{3x^2}{2} + 7\ln|x - 1| + c$ D) $x^2 + 7\ln|x - 1| + c$
 E) $\frac{x^2}{2} + 7\ln|x - 1| + c$

10. $\int \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^2}{2} - \ln|x - 2| + c$ B) $x^2 - \ln|x - 2| + c$
 C) $x - x^2 + \ln|x - 2| + c$ D) $x^2 - x + \ln|x - 2| + c$
 E) $\frac{x^2}{2} - x + \ln|x - 2| + c$

TEST - 16

1. $\int \frac{x^2 + x - 3}{x^2 - x - 2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x + \ln|x^2 - x - 2| + c$ B) $x - \ln|x^2 - x - 2| + c$
 C) $\frac{x^2}{2} - \ln|x^2 - x - 2| + c$ D) $x - \ln|x^2 - x + 3| + c$
 E) $x + \ln|x^2 - x + 3| + c$

2. $\int \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x + \ln(x^2 + 1) + c$ B) $x + \arctan x + c$
 C) $x - \arctan x + c$ D) $x + \arcsin x + c$
 E) $x - \arcsin x + c$

3. $\int \frac{3x^3 - 3x + 1}{x + 1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^2 - x + \ln|x + 1| + c$
 B) $x^2 - 3x + \ln|x + 1| + c$
 C) $x^3 + x^2 - \ln|x + 1| + c$
 D) $x^3 - \frac{3x^2}{2} + \ln|x + 1| + c$
 E) $x^3 - x^2 + \ln|x + 1| + c$

4. $\int \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^2}{2} + 3\ln|x - 2| + c$ B) $x^2 + x + \ln|x - 2| + c$
 C) $x^2 + x + 3\ln|x - 2| + c$ D) $x^2 - x + 3\ln|x - 2| + c$
 E) $x^2 - 3\ln|x - 2| + c$

5. $\int \frac{4x^3 + 4x + 2}{x^2 + 1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2x^2 - \arctan x + c$ B) $x^2 - \arctan x + c$
 C) $x^2 + \arctan x + c$ D) $x^2 + 2\arctan x + c$
 E) $2x^2 + 2\arctan x + c$

6. $\int \frac{3x + 4}{x^2 + 3x + 2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x + 1| + \ln|x + 2| + c$ B) $\ln|x + 1| - \ln|x + 2| + c$
 C) $\ln|x + 2| - \ln|x + 1| + c$ D) $\ln|x + 1| + 2\ln|x + 2| + c$
 E) $\ln|x + 1| - 2\ln|x + 2| + c$

7. $\int \frac{14 - 2x}{x^2 + 2x - 3} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3\ln|x - 1| - 5\ln|x + 3| + c$ B) $3\ln|x + 3| - 5\ln|x - 1| + c$
 C) $5\ln|x + 3| - 3\ln|x - 1| + c$ D) $\ln|x + 3| - 3\ln|x - 1| + c$
 E) $14\ln|x - 1| - 5\ln|x + 3| + c$

8. $\int \frac{x^2 - 2x - 1}{x^3 - x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln\left|\frac{x^2 - x}{x + 1}\right| + c$ B) $\ln\left|\frac{x^2 + x}{x - 1}\right| + c$
 C) $\ln\left|\frac{x^2 + 1}{x - 1}\right| + c$ D) $\ln\left|\frac{x^2 + 1}{x}\right| + c$
 E) $\ln\left|\frac{x^2}{x - 1}\right| + c$

9. $\int \frac{4x^3 + x^2 - 1}{x^4 - x^2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\ln\left|\frac{x - 1}{x + 1}\right| - \frac{1}{x} + c$ B) $2\ln\left|\frac{x + 1}{x - 1}\right| - \frac{1}{x} + c$
 C) $2\ln|x^2 - 1| - \frac{1}{x} + c$ D) $\ln|x^2 - 1| - \frac{1}{x} + c$
 E) $\ln|x^2 - 1| + \frac{1}{x} + c$

BİR İNTEGRAL ALMA YÖNTEMİ (PARÇALI (KİSMİ) İNTEGRASYON)

u ve v , x in diferansiyellenebilen iki fonksiyonu olmak üzere, $\int u dv = uv - \int v du$ teoremi çarpım halinde bulunan x e bağlı fonksiyonların integral hesabında kullanılır. Integralini hesaplayacağımız ifadenin bir kısmını u , kalan kısmını da dv olarak kabul edeceğiz. Burada, hangi kısmın u olacağını

- i) L: Logaritmik fonksiyonlar ($\log x$, $\ln x$, ...)
- ii) A: Ters trigonometrik fonksiyonlar ($\arcsin x$, $\arctan x$, ...)
- iii) P: Polinom fonksiyonlar (x , x^2+1 , ...)
- iv) T: Trigonometrik fonksiyonlar ($\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, ...)
- v) Ü: Üstel fonksiyonlar (a^x , e^x , ...)

"LAPTÜ" sıralamasındaki öncelik belirler.

ÖRNEK

$\int x \cdot e^x dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{c} x \quad e^x \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{LAPTÜ} \end{array} \text{ ise } \left(\begin{array}{l} u = x \\ du = dx \end{array} \quad \begin{array}{l} dv = e^x dx \\ v = e^x \end{array} \right) \Rightarrow \int u dv = u \cdot v - \int v du \\ \Rightarrow \int x \cdot e^x dx = x \cdot e^x - \int e^x dx \\ \Rightarrow \int x \cdot e^x dx = x \cdot e^x - e^x + c$$

ÖRNEK

$\int x^2 \cdot \ln x dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{c} \ln x \quad x^2 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{LAPTÜ} \end{array} \text{ ise } \left(\begin{array}{l} u = \ln x \\ du = \frac{1}{x} dx \end{array} \quad \begin{array}{l} dv = x^2 dx \\ v = \frac{x^3}{3} \end{array} \right) \Rightarrow \int u \cdot dv = u \cdot v - \int v du \\ \Rightarrow \int \ln x \cdot x^2 dx = \ln x \cdot \frac{x^3}{3} - \int \frac{1}{x} \cdot \frac{x^3}{3} dx \\ \Rightarrow \int x^2 \cdot \ln x dx = \frac{x^3 \cdot \ln x}{3} - \frac{1}{3} \int x^2 dx = \frac{x^3 \ln x}{3} - \frac{x^3}{9} + c$$

ÖRNEK

$\int x^2 \cdot \sin x dx$ integralinin değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{c} x^2 \sin x \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{LAPTÜ} \end{array} \text{ ise } \left(\begin{array}{l} u = x^2 \\ du = 2x dx \end{array} \quad \begin{array}{l} dv = \sin x dx \\ v = -\cos x \end{array} \right) \Rightarrow \int u \cdot dv = u \cdot v - \int v du \\ \Rightarrow \int x^2 \cdot \sin x dx = -x^2 \cos x - \int -\cos x \cdot 2x dx \\ \Rightarrow \int x^2 \cdot \sin x dx = -x^2 \cos x + 2 \int x \cos x \cdot dx \dots\dots\dots ①$$

$$\left(\begin{array}{l} \textcircled{1} \text{ 'i hesaplayalım:} \\ \int x \cdot \cos x dx \text{ için } u = x \quad dv = \cos x dx \\ \quad \quad \quad du = dx \quad \quad v = \sin x \\ \int x \cdot \cos x dx = x \cdot \sin x - \int \sin x dx \\ \quad \quad \quad = x \cdot \sin x - (-\cos x) \\ \quad \quad \quad = x \cdot \sin x + \cos x \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow \int x^2 \cdot \sin x dx = -x^2 \cos x + 2[x \sin x + \cos x] + c \Rightarrow \int x^2 \cdot \sin x dx = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + c$$

ÖRNEK

$\int e^{2x} \cdot (x^2 + x - 2) dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

1 Yol:

$$\left(\begin{array}{l} u = x^2 + x - 2 \quad dv = e^{2x} dx \\ du = (2x + 1) dx \quad v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned} \int e^{2x} (x^2 + x - 2) dx &= (x^2 + x - 2) \frac{e^{2x}}{2} - \int (2x + 1) \frac{e^{2x}}{2} dx \\ &= (x^2 + x - 2) \frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{2} \int (2x + 1) e^{2x} dx \\ &= (x^2 + x - 2) \frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{2} \left[2 \int x \cdot e^{2x} dx + \int e^{2x} dx \right] \\ &= (x^2 + x - 2) \frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{2} \left[2 \left(\frac{x}{2} e^{2x} - \frac{e^{2x}}{4} \right) + \frac{1}{2} e^{2x} \right] \\ &= (x^2 + x - 2) \frac{e^{2x}}{2} - \frac{x}{2} e^{2x} + \frac{1}{4} e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + c \\ &= e^{2x} \left(\frac{x^2 + x - 2}{2} - \frac{x}{2} \right) + c = e^{2x} \left(\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} - \frac{2}{2} - \frac{x}{2} \right) + c \\ &= e^{2x} \left(\frac{x^2}{2} - 1 \right) + c \end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{l} \int x e^{2x} dx \text{ i hesaplayalım:} \\ \left(\begin{array}{l} u = x \quad dv = e^{2x} dx \\ du = dx \quad v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{array} \right) \\ \int x e^{2x} dx = \frac{x}{2} e^{2x} - \int \frac{1}{2} e^{2x} dx \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{x}{2} e^{2x} - \frac{1}{2} \frac{1}{2} e^{2x} \end{array} \right)$$

2. Yol:

$$\begin{aligned} \int e^{2x} (x^2 + x - 2) dx &= e^{2x} \left[\frac{x^2 + x - 2}{2} - \frac{(x^2 + x - 2)'}{2^2} + \frac{(x^2 + x - 2)''}{2^3} \right] + c \\ &\Rightarrow e^{2x} \left(\frac{x^2 + x - 2}{2} - \frac{2x + 1}{4} + \frac{2}{8} \right) + c \\ &\Rightarrow e^{2x} \left(\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} - 1 - \frac{x}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) + c \\ &\Rightarrow e^{2x} \left(\frac{x^2}{2} - 1 \right) + c \end{aligned}$$

NOT: Türev alma işlemi türev 0 ı verinceye kadar devam eder. İşaretler bir +, bir - şeklindedir.

TEST - 17

1. $\int x \cdot \ln x \cdot dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^2}{2} \left(\ln x - \frac{1}{2} \right) + c$ B) $\frac{x^2}{2} (\ln x - 1) + c$
 C) $\frac{x}{2} \left(\ln x - \frac{1}{2} \right) + c$ D) $\frac{x}{2} (\ln x - 1) + c$
 E) $\frac{x^2}{2} \left(\ln x + \frac{1}{2} \right) + c$

2. $\int (3x^2 + 1) \ln x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $(x^3 + x) \ln x - x^3 - x + c$
 B) $(x^3 + x) \ln x - \frac{x^3}{3} + x + c$
 C) $(x^3 + x) \ln x - \frac{x^3}{3} - x + c$
 D) $x^3 \ln x - x^3 - x + c$
 E) $x^3 \ln x - x^3 + x + c$

3. $\int e^{x+\ln x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^2 - x + c$ B) $e^2 + x + c$
 C) $x \cdot e^x + e^x + c$ D) $x \cdot e^x - e^x + c$
 E) $\frac{x^2}{2} e^x - e^x + c$

4. $\int x \cdot \ln 2x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^2}{2} (\ln 2x - 1) + c$ B) $\frac{x^2}{2} \left(\ln 2x - \frac{1}{2} \right) + c$
 C) $\frac{x^2}{2} (\ln x - 1) + c$ D) $\frac{x^2}{2} \left(\ln x - \frac{1}{2} \right) + c$
 E) $x^2 (\ln x - 1) + c$

5. $\int \frac{\ln x}{(x-1)^2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln \left| \frac{x-1}{x} \right| - \frac{\ln |x|}{x-1} + c$
 B) $\ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + \frac{\ln |x|}{x-1} + c$
 C) $\ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + \frac{\ln |x|}{x-1} + c$
 D) $\ln |x(x-1)| + \ln |x|(x-1) + c$
 E) $\ln |x(x-1)| + \ln |x| + c$

6. $\int \ln x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\ln x}{x} + c$ B) $\frac{x}{\ln x} + c$
 C) $x \ln x + \frac{x^2}{2} + c$ D) $x \ln x - x + c$
 E) $x \ln x + x + c$

7. $\int x^2 e^x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^x \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x \right) + c$
 B) $e^x (x^2 - 2x - 2) + c$
 C) $e^x (x^2 - x + 2) + c$
 D) $e^x (x^2 + 2x + 2) + c$
 E) $e^x (x^2 - 2x + 2) + c$

8. $\int 2x \cdot e^{4x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^{4x} \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{8} \right) + c$ B) $e^{4x} \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{8} \right) + c$
 C) $e^{4x} \left(x - \frac{1}{4} \right) + c$ D) $e^x \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{8} \right) + c$
 E) $e^x (x-1) + c$

TEST - 18

1. $\int e^x \sin x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $e^x \frac{(\sin x - \cos x)}{2} + c$
 B) $e^x \frac{(\sin x + \cos x)}{2} + c$
 C) $e^x (\sin x - \cos x) + c$
 D) $e^x (\sin x + \cos x) + c$
 E) $e^x \sin x - \cos x + c$

2. $\int e^x \ln e^{x^2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $e^x (x^2 + 2x + 2) + c$ B) $e^x (x^2 - 2x + 2) + c$
 C) $e^x (x^2 - x - 1) + c$ D) $e^x (x^2 - 1) + c$
 E) $e^x (x^2 - x) + c$

3. $\int \arctan x dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x \arctan x - \ln |\tan x| + c$
 B) $x \arctan x + \ln(1 + x^2) + c$
 C) $x \arctan x + \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + c$
 D) $x \arctan x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + c$
 E) $x \arctan x - \ln(1 + x^2) + c$

4. $\int x \cdot \sin x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin x + \cos x + c$ B) $\sin x - \cos x + c$
 C) $\sin x - x \cos x + c$ D) $\cos x - x \sin x + c$
 E) $\sin x + x \cos x + c$

5. $\int x^2 \cos x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin x \cdot (x^2 - 1) + x \cdot \cos x + c$
 B) $\sin x \cdot \cos x - 2x + c$
 C) $\sin x \cdot x^2 + 2x \cdot \cos x + c$
 D) $\sin(x^2 + 2) + 2x \cdot \cos x + c$
 E) $\sin x(x^2 - 2) + 2x \cdot \cos x + c$

6. $\int 2x^2 \cdot \sin 3x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{2}{3} \cos 3x \left(\frac{2}{9} - x^2 \right) + \frac{4x}{9} \sin 3x + c$
 B) $\frac{2}{3} \cos 3x \left(\frac{2}{9} - x^2 \right) - \frac{4x}{9} \sin 3x + c$
 C) $\frac{2}{3} \cos 3x \left(x^2 - \frac{2}{9} \right) + \frac{4x}{9} \sin 3x + c$
 D) $\frac{2}{3} \sin 3x \left(x^2 - \frac{2}{9} \right) + \frac{4x}{9} \cos 3x + c$
 E) $x^2 \cos 3x - \frac{4}{27} \sin 3x + c$

7. $\int x^2 \cdot \ln x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^2 (\ln x - 1) + c$ B) $\frac{x^3}{3} \left(\ln x - \frac{2}{3} \right) + c$
 C) $\frac{x^3}{3} \left(\ln x - \frac{1}{3} \right) + c$ D) $\frac{x^3}{3} \ln x + 1 + c$
 E) $x^3 (\ln x - 1) + c$

8. $\int (3x^2 + 1) \arctan x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(x^2 + 1) \arctan x - x + c$
 B) $(x^2 + 1) \arctan x - \frac{x^2}{2} + c$
 C) $(x^3 + x) \arctan x - \frac{x^2}{2} + c$
 D) $(x^3 + x) \arctan x - x^2 + c$
 E) $(x^3 + x) \arctan x - x + c$

İNTEGRAL FONKSİYONUNUN TÜREVİ

$$F(x) = \int_{h(x)}^{g(x)} f(t) \cdot dt \Rightarrow F'(x) = g'(x) \cdot f(g(x)) - h'(x) \cdot f(h(x))$$

ÖRNEK

$$f(x) = \int_3^{3x^2} (u^2 + u) du \text{ ise } f'(1) \text{ sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$f'(x) = (3x^2)' \cdot [(3x^2)^2 + 3x^2] - [(3)' \cdot (3^2 + 3)] = 6x \cdot [(3x^2)^2 + 3x^2] \Rightarrow f'(1) = 6 \cdot [9 + 3] = 72$$

ÖRNEK

$$f(x) = \int_1^{\ln x} e^{t^2} dt \text{ ise } f'(e) \text{ 'nin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$f'(x) = (\ln x)' \cdot e^{(\ln x)^2} - (1)' \cdot e = \frac{1}{x} e^{(\ln x)^2} \Rightarrow f'(e) = \frac{1}{e} \cdot e^{(\ln e)^2} = \frac{1}{e} \cdot e = 1$$

ÖRNEK

$$\frac{d}{dx} \int_{\cos x}^{\sin x} t^2 dt \text{ ifadesinin } x = \frac{\pi}{3} \text{ için sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\frac{d}{dx} \int_{\cos x}^{\sin x} t^2 dt = (\sin x)' \cdot \sin^2 x - (\cos x)' \cdot \cos^2 x = \cos x \cdot \sin^2 x + \sin x \cdot \cos^2 x = \sin x \cdot \cos x (\sin x + \cos x)$$

$$x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{3} \left(\sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \right) = \frac{3 + \sqrt{3}}{8}$$

BELİRLİ İNTEGRAL

$$1) \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \quad , \quad F'(x) = f(x)$$

$$2) \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \quad (a < c < b)$$

$$3) \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$\int_0^1 (2x - 3) \cdot (x^2 - 3x + 2)^4 dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{l} u = x^2 - 3x + 2 \\ du = (2x - 3)dx \end{array} \right) &\Rightarrow \int u^4 du = \frac{u^5}{5} = \frac{(x^2 - 3x + 2)^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{(1 - 3 + 2)^5}{5} - \frac{(0 - 0 + 2)^5}{5} = 0 - \frac{32}{5} = -\frac{32}{5} \end{aligned}$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$\int_0^{e-1} \frac{x}{x+1} dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \int_0^{e-1} \frac{x+1-1}{x+1} dx &= \int_0^{e-1} \left(\frac{x+1}{x+1} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \int_0^{e-1} \left(1 - \frac{1}{x+1} \right) dx = x - \ln|x+1| \Big|_0^{e-1} = (e-1 - \ln|e-1+1|) - (0 - \ln|0+1|) \\ &= (e-1 - \ln e) - (-\ln 1) = e-1-1+0 = e-2 \end{aligned}$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$\int_0^1 \frac{d(x)^2}{x^2+1} \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\int_0^1 \frac{2x}{x^2+1} dx = \ln(x^2+1) \Big|_0^1 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot \sin x dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{l} u = \cos x \\ du = -\sin x dx \end{array} \right) &\Rightarrow 3 \int -u^2 du = 3 \cdot \left(-\frac{u^3}{3} \right) = -\cos^3 x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = - \left[\left(\cos \frac{\pi}{2} \right)^3 - (\cos 0)^3 \right] = -(0 - 1) = 1 \end{aligned}$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$\int_0^{\frac{\pi}{12}} \sin^3 2x \cdot \sin 4x dx \quad \text{integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\sin^3 2x \cdot \sin 4x = \sin^3 2x \cdot 2 \sin 2x \cdot \cos 2x = 2 \sin^4 2x \cdot \cos 2x$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{12}} 2 \sin^4 2x \cdot \cos 2x dx &\Rightarrow \left(\begin{array}{l} u = \sin 2x \\ du = 2 \cos 2x dx \end{array} \right) \Rightarrow \int u^4 du = \frac{u^5}{5} = \frac{(\sin 2x)^5}{5} \Bigg|_0^{\frac{\pi}{12}} = \frac{(\sin 2 \cdot \frac{\pi}{12})^5}{5} - \frac{(\sin 2 \cdot 0)^5}{5} \\ &= \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^5}{5} - 0 = \frac{1}{32 \cdot 5} = \frac{1}{160} \end{aligned}$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$\int_a^b (2x + 3) dx = 50 \quad \text{ve } b - a = 5 \text{ ise } a + b \text{ toplamını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \int_a^b (2x + 3) dx &= 2 \cdot \frac{x^2}{2} + 3x \Big|_a^b = (b^2 + 3b) - (a^2 + 3a) = 50 \Rightarrow b^2 + 3b - a^2 - 3a = 50 \Rightarrow b^2 - a^2 + 3(b - a) = 50 \\ &\Rightarrow (b - a)(b + a) + 3(b - a) = 50 \Rightarrow \underbrace{(b - a)}_5 \underbrace{(b + a + 3)}_{10} = 50 \Rightarrow b + a + 3 = 10 \Rightarrow a + b \end{aligned}$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$f(x) = \frac{1}{x+1} \quad \text{ise} \quad \int_1^2 d(f^{-1}(x)) \quad \text{değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\int_1^2 d(f^{-1}(x)) = f^{-1}(x) \Big|_1^2 = \frac{-x+1}{x} \Big|_1^2 = \frac{-2+1}{2} - \frac{-1+1}{2} = -\frac{1}{2}$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$\left(\int_0^a x dx \right)^3 = \int_0^a x^3 dx \quad \text{ise pozitif } a \text{ değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\left(\frac{x^2}{2} \Big|_0^a \right)^3 = \frac{x^4}{4} \Big|_0^a \Rightarrow \left(\frac{a^2}{2} - 0 \right)^3 = \left(\frac{a^4}{4} - 0 \right) \Rightarrow \frac{a^6}{8} = \frac{a^4}{4} \Rightarrow a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

ÖRNEK (ÖYS)

$0 < a < \frac{\pi}{3}$, $\int_0^a (\tan^4 x + \tan^2 x) dx = \frac{1}{3}$ ise a değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\int_0^a \tan^2 x (\tan^2 x + 1) dx \Rightarrow \begin{pmatrix} u = \tan x \\ du = (1 + \tan^2 x) dx \end{pmatrix} \Rightarrow \int u^2 \cdot du = \frac{u^3}{3} = \frac{(\tan x)^3}{3} \Big|_0^a = \frac{(\tan a)^3}{3} - 0 = \frac{1}{3} \Rightarrow (\tan a)^3 = 1$$

$$\Rightarrow \tan a = 1 \Rightarrow a = \frac{\pi}{4}$$

ÖRNEK (ÖYS)

$\int_0^{\ln 3} (e^{3x} - e^x) dx$ integraline $e^x = t$ dönüşümü yapınız.

ÇÖZÜM

$$\begin{pmatrix} e^x = t \Rightarrow e^x \cdot dx = dt \\ x = 0 \Rightarrow e^x = e^0 = 1 = t \\ x = \ln 3 \Rightarrow e^x = e^{\ln 3} = 3 = t \end{pmatrix} \int_0^{\ln 3} e^x (e^{2x} - 1) dx = \int_1^3 (t^2 - 1) dt$$

ÖRNEK (ÖYS)

$\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$ integraline $x = 2 \sin t$ dönüşümü yapınız.

ÇÖZÜM

$$\begin{pmatrix} x = 2 \sin t \\ dx = 2 \cos t dt \\ x = 0 \Rightarrow 2 \sin t = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = 2 \Rightarrow 2 \sin t = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \end{pmatrix} \sqrt{4 - (2 \sin t)^2} = \sqrt{4 - 4 \sin^2 t} = \sqrt{4 \cdot (1 - \sin^2 t)} = 2 \sqrt{\cos^2 t} = 2 |\cos t|$$

$$\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos t \cdot 2 \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 4 \cos^2 t dt$$

TEST - 19

1. $f(x) = \int_1^x (t^2 + t + 1) dt$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $f(x) = \int_2^{2x} (t^2 - 1) dt$ olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri kaçtır?

A) -3 B) -1 C) 0 D) 3 E) 6

3. $f(x) = \int_{-1}^{x^2} \sqrt{t^2 - 2t} dt$ olduğuna göre, $f'(-2)$ değeri kaçtır?

A) $-8\sqrt{2}$ B) $-4\sqrt{2}$ C) $-2\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $8\sqrt{2}$

4. $f(x) = \int_{-2}^{x+1} \frac{dt}{t-1}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

5. $f(x) = \int_{11}^{x^{11}} (-t^2 - 3t) dt$ olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri kaçtır?

A) -44 B) -22 C) -11 D) 11 E) 22

6. $f(x) = \int_x^{2x} (t^3 - t^2 + t) dt$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) 16 B) 11 C) 8 D) 4 E) 2

7. $f(x) = \int_{\ln(x^2-1)}^{\ln(x^3+5)} e^u du$ olduğuna göre, $f'(2)$ değeri kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

8. $f(x) = \int_{\sin x}^{\cos x} (2t^2 - t) dt$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?

A) $-\sqrt{2}$ B) $1-\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$
D) $\sqrt{2} + 1$ E) $2 + \sqrt{2}$

9. $f(x) = \int_{e^{2x}}^{e^{x^2}} \frac{du}{u}$ olduğuna göre, $f'(2)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) e C) 3 D) e^2 E) e^4

10. $f(t) = \frac{d}{dt} \int_{-t}^{t^2} (x+1) dx$ olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

A) 21 B) 19 C) 17 D) 15 E) 13



1. $\int_1^2 (2x + 3) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2. $\int_0^3 (3x^2 - 2x - 5) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 9 B) 6 C) 3 D) 1 E) -1

3. $\int_{-1}^1 (5x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 2x - 1) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

4. $\int_{-2}^2 \frac{x^2 + 1}{x^2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) -3

5. $\int_0^1 (1-x)\sqrt{x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{7}{15}$

6. $\int_{-1}^0 20x \cdot (x+1)^3 dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

7. $\int_0^3 \frac{x^2}{\sqrt{x^3+9}} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $2\sqrt{3}$ E) 3

8. $\int_0^1 \frac{x+1}{x^2+2x+3} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln 3$ B) $\frac{\ln 3}{2}$ C) $\ln 2$ D) $\frac{\ln 2}{2}$ E) 1

9. $\int_1^{16} \frac{x^{1/6} - 1}{x^{2/3} - x^{1/2}} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. $\int_1^4 \frac{dx}{x^2 - 2x + 2}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arctan 3 - \frac{3\pi}{4}$ B) $\arctan 3 - \frac{\pi}{4}$
 C) $\arctan 3 - \frac{\pi}{2}$ D) $\arctan 3 + \pi$
 E) $\arctan 3$

TEST - 21

1. $\int_e^{e^2} \frac{\ln x^2}{x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) e^3 B) e^2 C) e D) 3 E) 4

2. $\int_{e^{1/4}}^{e^{1/2}} \frac{dx}{x \cdot \sin^2(\ln x)}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) 0 C) 1 D) e E) e^2

3. $\int_{e^2}^{e^4} \frac{dx}{x \cdot \ln x}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 2 C) $\ln 2$ D) 4 E) $\ln 4$

4. $\int_1^{e^2} \frac{\ln^2 x}{x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) 2 E) $\frac{8}{3}$

5. $\int_{\frac{e}{m}}^{\frac{e^2}{m}} \frac{\ln(mx)}{x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) e^2 B) e C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

6. $\int_3^7 \frac{d(x^2)}{x^2 + x}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln 6$ B) $2\ln 3$ C) $\ln 3$ D) $2\ln 2$ E) $\ln 2$

7. $\int_1^{e^2} x \ln x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^4 + 1$ B) $\frac{e^4}{2}$ C) $\frac{e^4 + 1}{4}$
D) $\frac{3e^4 + 1}{2}$ E) $\frac{3e^4 + 1}{4}$

8. $\int_2^4 \frac{dx}{x^2 - 1}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2} \ln \frac{9}{5}$ B) $\frac{1}{2} \ln \frac{8}{5}$ C) $\frac{1}{2} \ln \frac{4}{5}$
D) $\ln \frac{4}{5}$ E) $\ln \frac{9}{5}$

9. $\int_1^3 \frac{x^2 + x - 1}{x + 1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $1 - 2\ln 2$ B) $4 - \ln 2$ C) $3 - \ln 2$
D) $5 - 2\ln 2$ E) $2\ln 2$

10. $\int_0^4 \frac{dx}{x^2 + 3x + 2}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln \frac{5}{3}$ B) $\ln \frac{1}{2}$ C) $\ln \frac{5}{6}$ D) $\ln \frac{7}{6}$ E) $\ln \frac{11}{6}$



1. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) 2π

2. $\int_0^4 \frac{(2+4x)dx}{\sqrt{16-x^2}}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) $\pi - 4$ B) $\pi - 8$ C) $\frac{\pi}{2} - 16$
D) $\frac{\pi}{2} + 16$ E) $\pi + 16$

3. $\int_0^1 \left(e^x - \frac{3}{x^2+1} \right) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) $e - 3$ B) $e - \frac{3\pi}{2}$ C) $e - \frac{3\pi}{4}$
D) $e - \frac{3\pi}{4} - 1$ E) $e - \frac{3\pi}{4} + 1$

4. $\int_{-1}^{e-2} \frac{2x+3}{x+2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e - 3$ B) $e - 2$ C) $e - 1$
D) $2e - 1$ E) $2e - 3$

5. $\int_3^4 \frac{x^2 - 3x - 5}{x - 2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3}{2} - 7\ln 2$ B) $\frac{5}{2} - 7\ln 2$ C) $\frac{1}{2} - 5\ln 2$
D) $\frac{3}{2} - 3\ln 2$ E) $\frac{5}{2} - 5\ln 2$

6. $\int_0^1 \frac{2x(x^2+1)}{(x^2+1)^2+1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln \frac{5}{2}$ B) $\ln \frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{2} \ln \frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{2} \ln \frac{5}{2}$

7. $\int_4^5 \frac{x}{x^2-x-6} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3}{5} \ln 2 - \frac{2}{5} \ln 7$ B) $\frac{3}{5} \ln 2 + \frac{2}{5} \ln \frac{7}{6}$
C) $\frac{2}{5} \ln 2 + \frac{3}{5} \ln \frac{6}{7}$ D) $\frac{2}{5} \ln \frac{3}{5} + \ln \frac{6}{7}$
E) $\frac{2}{5} \ln 2 + \frac{3}{5} \ln 6$

8. $\int_0^{1/2} e^{2x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{e+1}{2}$ B) $\frac{e}{2}$ C) $\frac{e-1}{2}$
D) $\frac{e-2}{2}$ E) $e - 1$

9. $\int_{\ln 2}^{\ln 3} e^{3x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln 2$ B) 2 C) $\ln 3$
D) $\frac{19}{3}$ E) $\frac{26}{3}$

10. $\int_{-1}^0 e^{x^2-1} \cdot 2x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e - 1$ B) $\frac{e-1}{2}$ C) $\frac{e-1}{3}$
D) $\frac{1-e}{e}$ E) $\frac{e-2}{e}$



1. $\int_0^1 (3x + 1) \cdot e^x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) e B) e + 1 C) e² + 1
D) e + 2 E) e²

2. $\int_0^1 2^{x+1} \cdot 4^{x-1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{5}{6\ln 2}$ B) $\frac{6}{7\ln 2}$ C) $\frac{7}{6\ln 2}$
D) $\frac{6}{5\ln 2}$ E) $\frac{3}{4\ln 2}$

3. $\int_0^1 \frac{e^{\sqrt[4]{x^3}}}{\sqrt[4]{x}} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) e B) $\frac{3}{4}(e-1)$ C) $\frac{2}{3}(e-1)$
D) e - 1 E) $\frac{4}{3}(e-1)$

4. $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (e^x + e^{-x})^2 dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{e^2 + 2e - 1}{e}$ B) $\frac{e^2 - 2e - 1}{e}$ C) $\frac{e^2 - 1}{e}$
D) $\frac{e^2 + 1}{e}$ E) $\frac{e^2 - e - 1}{e}$

5. $\int_1^2 \frac{\ln(x^2 \cdot e^{x^2})}{x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln 2 + \frac{3}{2}$ B) $\ln^2 2 + 1$ C) $\ln^2 2 + \frac{3}{2}$
D) $\ln 2 - 3$ E) $\ln 3$

6. $\int_1^{\sqrt{2}} e^{\ln x + x^2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{e^2 + e}{2}$ B) $\frac{e^2 - e}{2}$ C) e² - e
D) e² - 2 E) e² - 1

7. $\int_0^2 e^x \cdot (x^2 + x + 1) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) e² - 4 B) e² - 2 C) 2e² - 2
D) 4e² - 1 E) 4e² - 2

8. $\int_4^9 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) e² - e B) e³ - e² C) 2(e³ - e²)
D) 2(e⁴ - e²) E) 2(e - e³)

9. $\int_{-1}^0 2^{x+1} \cdot 6^{1-x} dx = \frac{k}{\ln 3}$ olduğuna göre, k kaçtır?

A) 36 B) 24 C) 18 D) -6 E) -12

10. $\int_{\ln 3}^{\ln 4} \frac{e^x dx}{e^{2x} - 3e^x + 2}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln \frac{8}{3}$ B) $\ln 2$ C) $\ln \frac{4}{3}$ D) 2 E) 1

TEST - 24

1. $\int_0^{\pi} (\cos x - \sin x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

2. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin x + \cos x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

3. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} \right) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-2\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

4. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{\cos 2x + 1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sqrt{3}$ B) $-\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{3}$

5. $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} (\sin^4 x - \cos^4 x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sqrt{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. $\int_0^{\pi} \sin x \cdot e^{\cos x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e - 2$ B) $e - 1$ C) $e^2 - 1$
D) $\frac{e^2 - 1}{2}$ E) $\frac{e^2 - 1}{e}$

7. $\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} 2x \cdot \cos x^2 \cdot e^{\sin x^2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e - 1$ B) $e - 2$ C) $\frac{e - 2}{2}$
D) $\frac{e - 1}{2}$ E) $\frac{e}{2}$

8. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x} \cos x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

9. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} 8 \cos^2 x \cdot \sin x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) -1

10. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$ B) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{6}$

TEST - 25

1. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\pi-2}{2}$ B) $\frac{\pi-4}{2}$ C) $\frac{\pi-8}{2}$
D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

2. $\int_0^1 \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\pi^2}{4}$ B) $\frac{\pi^2}{8}$ C) $\frac{\pi^2}{16}$ D) $\frac{\pi^2}{32}$ E) $\frac{\pi^2}{64}$

3. $\int_{\pi}^{2\pi} \sqrt{\cos^2 x - \cos 2x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) 2 C) 1 D) -1 E) -2

4. $\int_0^{\pi} \sin x \cdot \cos(\cos x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 1 C) $\sin 1$ D) $2\sin 1$ E) $\sin 2$

5. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + \sin x + 1}{\sin x + 1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\pi}{2} - \ln 2$ B) $\frac{\pi}{2} + \ln 2$ C) $\ln 2$
D) $\frac{\pi}{2}$ E) $2 + \ln \pi$

6. $\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \sin 2x \cdot \cos x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

7. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} x \cdot \cos x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -4π B) $-\frac{3\pi}{2} - 2$ C) $-\frac{3\pi}{2} - 1$
D) $-2\pi - 1$ E) -2π

8. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \cdot \sin 2x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin 2x + 1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

10. $\int_{-2}^2 \cos x (x^3 + 5x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

TEST - 26

1. $\int_0^{\ln 2} (e^{2x} - e^x) dx$ Integraline $e^x = u$ dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

A) $\int_1^2 (u - 1) du$ B) $\int_1^2 (u^2 - u) du$
 C) $\int_1^2 (u^2 - u) u du$ D) $\int_0^2 (u^2 - u) du$
 E) $\int_0^2 (\ln 2 - \ln u) du$

2. $\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} dx$ Integraline $x = 3 \sin t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 t dt$ B) $\int_0^{\pi/2} 9 \sin^2 t dt$
 C) $\int_{\pi/2}^{\pi} 9 \cos t \sin t dt$ D) $\int_0^{\pi/2} 9 \cos^2 t dt$
 E) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 t dt$

3. $\int_0^{\ln 2} \sin e^{-x} dx$ Integraline $e^{-x} = t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

A) $\int_1^{1/2} \frac{-\cos t dt}{t}$ B) $\int_1^{1/2} \frac{-\sin t dt}{t}$
 C) $\int_0^1 -\sin t dt$ D) $\int_0^2 -\cos t dt$
 E) $\int_0^1 -t \cos t dt$

4. $\int_{-\ln \frac{2}{\sqrt{3}}}^{-\ln 2} e^x \sqrt{1 - e^{2x}} dx$

Integraline $e^x = \cos t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 t dt$ B) $\int_0^{\pi/6} -\sin^2 t dt$
 C) $\int_{\pi/3}^0 -\cos^2 t dt$ D) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \cos^2 t dt$
 E) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} -\sin^2 t dt$

5. $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin(\tan x)}{\cos^2 x} dx$

Integraline $u = \tan x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

A) $\int_0^1 \tan u du$ B) $\int_1^4 \cot u du$
 C) $\int_0^1 \sin u du$ D) $\int_0^1 \cos u du$
 E) $\int_{-1}^1 \sin u du$

6. $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{x}} dx$ Integraline $\sqrt{x} = \sin t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \sin^2 t dt$ B) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} 2 \cos^2 t dt$
 C) $\int_{\pi/4}^{\pi} \cos^2 t dt$ D) $\int_0^{\pi/4} \tan^2 t dt$
 E) $\int_0^{\pi/2} 2 \cos^2 t dt$

TEST - 27

1. $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$ olduğuna göre, $\int_3^4 d(f^{-1}(x))$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{7}{2}$ B) -3 C) $-\frac{5}{2}$ D) $-\frac{4}{3}$ E) $-\frac{5}{6}$

2. $f(x)=2x+1$ olduğuna göre, $\int_0^2 f(x)d(f(x))$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

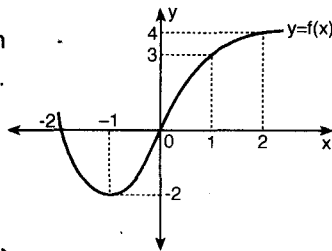
3. $a > 0$ ve $\int_{-a}^0 \frac{(a+x)^2}{a} dx = 12$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

4. $\frac{d}{dx} \left[\int_0^5 \frac{x+1}{x^2+4x-5} dx \right]$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{2}$

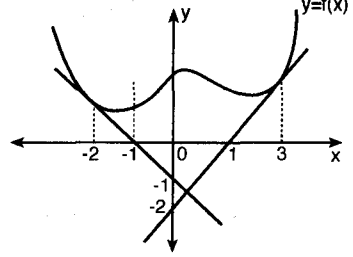
5. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$\int_{-1}^2 \frac{f(x) - x f'(x)}{f^2(x)} dx$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

6. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği ile $x = -2$ ve $x = 3$ apsisi noktalardaki teğetlerinin grafikleri verilmiştir.



- Buna göre, $\int_{-2}^3 \frac{f''(x)}{f'(x)} dx$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $\ln \frac{1}{2}$ B) 0 C) $\ln \frac{3}{2}$ D) $\ln 2$ E) $\ln \frac{2}{3}$

7. $\sum_{n=1}^3 \left(\int_2^n (2x+3) dx \right)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

8. $\int_{-4}^4 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-15}}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln 4$ B) $\ln \sqrt{15}$ C) $-\ln \sqrt{15}$
D) 1 E) 0

9. $\int_{-3}^3 (x+3x^2+x^3+x^5+x^9) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 55 B) 54 C) 27 D) 18 E) 0

10. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos x \sin y dx = 1$ olduğuna göre, y aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2\pi}{3}$ B) $\frac{4\pi}{3}$ C) $\frac{5\pi}{6}$ D) $\frac{7\pi}{6}$ E) 2π

TEST - 28

1. $\int_0^{\pi} \frac{\cos x}{x^2+1} dx = A$ olduğuna göre, $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{4 \cos x}{x^2+1} dx$ integralinin A türünden değeri kaçtır?

A) 2A B) 3A C) 4A D) 8A E) 16A

2. Şekilde $y = f(x)$

fonksiyonun grafiği verilmiştir.

$\int_{-2}^1 f'(x) dx$ integralinin sonucu

aşağıdakilerden

hangisine eşittir?

A) -2 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye fonksiyonunun $x_1 = 1$ noktasındaki yerel ekstremum değeri 2, $x_2 = 3$ noktasındaki teğeti x eksenine ile pozitif yönde 135° 'lik açı yapmaktadır. $\int_1^3 2 \cdot f'(x) \cdot f''(x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3 B) 1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) -3

4. $\int_{-2}^4 \left(\lim_{y \rightarrow x} \frac{y^3 - y^2x + x^2y - x^3}{y^2 - x^2} \right) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

5. $\frac{d}{dx} \left(\int_2^{3x} \frac{1}{t} dt \right)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{x}$ B) $\ln x$ C) $-\ln x$ D) 1 E) $-\frac{1}{x}$

6. $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{3h}$ olduğuna

göre, $\int_1^4 g(x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) 5 C) 12 D) 16 E) 20

7. $\int d(f^{-1}(x)) = \int \frac{1}{x} dx$ olduğuna göre, $\int_0^1 f(x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e - 1$ B) e C) $\frac{e-1}{2}$ D) $\frac{e+1}{2}$ E) $2e$

8. $\int_1^2 f(x+m) dx = \int_4^5 f(x) dx$ eşitliğine göre, m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. $\int_0^1 x dx - \int_0^1 x dt$ ifadesinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) $\frac{t}{2}$ C) $\frac{x}{2}$ D) $\frac{x-t}{2}$ E) $\frac{t-x}{2}$

10. $\int_1^m \frac{1}{x} dx = \int_m^2 \frac{1}{x} dx$ eşitliğine göre, m kaçtır?

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) 1 D) 0 E) $-\sqrt{2}$

TEST - 29

1. $f(x) = \int_0^{3x} (t^2 - 8)dt$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisi-
li noktasındaki teğetin eğimi kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

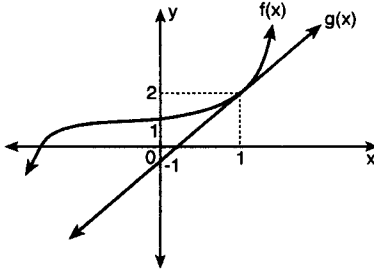
2. $\int_b^a (2x + 1)dx = 6$ ve $a + b = 5$ olduğuna göre,
 $a - b$ farkı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\int_2^5 f(x+3)dx = \int_{a+1}^{b-2} f(x)dx$ olduğuna göre,
 $a + b$ toplamı kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 11 D) 12 E) 14

4.



Şekilde $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir. Buna göre,

$$\int_0^1 f'(x)g(x)dx - \int_1^0 f(x) \cdot g'(x)dx \text{ ifadesinin değeri}$$

kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

5. $\int_1^e \left[\frac{d}{dx} \int_1^x \ln t dt \right] dx$ integralinin sonucu aşağı-
dakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) e E) 2e

6. $\int_a^b f(x)dx = 2$ ve $\int_a^b [f(x) - 1]dx = 1$ olduğuna
göre, $b - a$ farkı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $\int_a^b f(-x + a + b)dx$ ifadesi aşağıdakilerden han-
gisine eşittir?

A) $\int_a^{b+a} f(u)du$ B) $\int_b^a f(u)du$
C) $-\int_{a+b}^b f(u)du$ D) $\int_b^a f(-x)dx$
E) $-\int_b^a f(u)du$

8. $f(x) = ax^2 + 2x + c$ ve $\int_0^{27} \left[\frac{d}{dx} (f'(x)) \right] dx = 4$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1

9. $\frac{d}{dx} \left[\int_{\pi/6}^{\pi/12} \log_2(\sin x) dx + \int_0^x t dt \right]$ ifadesi aşağıda-
kilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 1 C) $\frac{x}{2}$ D) x E) $\frac{x^2}{2}$

10. $b^a = \sqrt[3]{e\sqrt{e}}$ olduğuna göre, $\int_1^b \frac{a}{x} dx$ integralini-
nin sonucu kaçtır?

A) 2 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

TEST - 30

1. $f(x) = \int_0^x (t^2 - t - 2)dt$ fonksiyonunun minimum değeri kaçtır?

A) -6 B) $-\frac{17}{2}$ C) $-\frac{14}{3}$ D) -4 E) $-\frac{10}{3}$

2. $a + b = 2c + 3$ ve $b - c = 1$ olduğuna göre,

$\int_a^b (x - c)^2 dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $-\frac{4}{3}$ D) $-\frac{5}{3}$ E) $-\frac{7}{3}$

3. $\int_a^b x^2 dx = 9$ ve $\int_a^b 2dx = 6$ olduğuna göre, $a^2 + ab + b^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 4

4. $\int_a^b f(3x - 1)dx$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\int_a^b f(x)dx$ B) $3 \int_{3a-1}^{3b-1} f(x)dx$
 C) $\frac{1}{3} \int_{3a-1}^{3b-1} f(x)dx$ D) $\frac{1}{3} \int_{a-1}^{b-1} f(x)dx$
 E) $\frac{1}{3} \int_{3b-1}^{3a-1} f(x)dx$

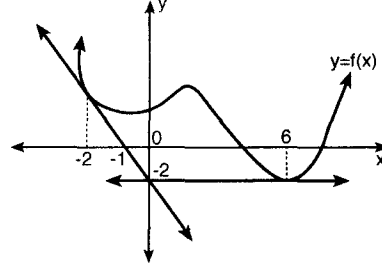
5. $\int_a^b xdx = 12$ ve $\int_a^b 2dx = 8$ olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

6. $\int_1^3 \left(\sum_{n=1}^x \frac{1}{n(n+1)} \right) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $1 + \ln 2$ B) $2 + \ln 2$ C) $2 - \ln 2$
 D) $1 - \ln 2$ E) $-\ln 2$

- 7.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonu ile bu fonksiyona $x = -2$ ve $x = 6$ apsisli noktalardan çizilen teğetlerin grafikleri verilmiştir. $x = 6$ apsisli noktadan çizilen doğru x eksenine paraleldir.

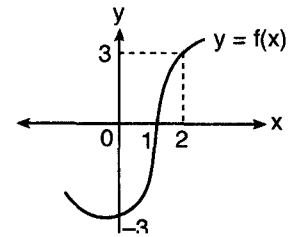
Buna göre, $\int_{-2}^6 f''(x)dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

8. $f(x) = \tan x$ olduğuna göre, $\int_1^{\sqrt{3}} d[f^{-1}(x)]$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\pi}{16}$ B) $\frac{\pi}{12}$ C) $\frac{\pi}{10}$ D) $\frac{\pi}{8}$ E) $\frac{\pi}{6}$

9. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

$\int_0^{\pi/2} \sin x \cdot f'(\cos x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -3 B) 3 C) 0 D) 2 E) -2

10. $\int_0^1 f(x+1)dx = \int_a^b f(x)dx$ eşitliğine göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

MUTLAK DEĞER FONKSİYONUNUN İNTEGRALİ

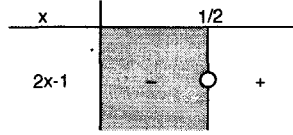
Mutlak değer fonksiyonunun integrali hesaplanırken, fonksiyonun negatif olduğu aralıklar için ifadenin negatif değeri alınarak, pozitif olduğu aralıklar için ifade aynen alınarak integral hesabı yapılır.

ÖRNEK

$$\int_{-1/2}^{1/2} |2x - 1| dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

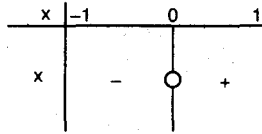
$2x - 1$ ifadesinin kökü; $2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ 'dir.



$$\begin{aligned} \int_{-1/2}^{1/2} |2x - 1| dx &= \int_{-1/2}^{1/2} -(2x - 1) dx = \int_{-1/2}^{1/2} (1 - 2x) dx = x - 2 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_{-1/2}^{1/2} = x - x^2 \Big|_{-1/2}^{1/2} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) - \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1 \end{aligned}$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$\int_{-1}^1 |x| dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

x 'in kökü $x = 0$ 'dır.

$$\int_{-1}^1 |x| dx = \int_{-1}^0 -x dx + \int_0^1 x dx = \left[-\frac{x^2}{2} \right]_{-1}^0 + \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^1 = 0 - \left(-\frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - 0 \right) = 1$$

SİGNUM (İŞARET) FONKSİYONUNUN İNTEGRALİ

İşaret fonksiyonunun integrali hesaplanırken, signum fonksiyonunun negatif olduğu değerler için (-1) , pozitif olduğu değerler için (1) , sıfır olduğu değerler için (0) değeri yazılarak integral alınır.

ÖRNEK

$$\int_{-2}^4 2x \operatorname{sgn}(x - 2) dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$x - 2$ ifadesinin kökü $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ 'dir.

x	-2	2	4
$x - 2$	-	0	+
$\text{sgn}(x-2)$	-1		1

$$\begin{aligned}\int_{-2}^4 2x \text{sgn}(x-2) dx &= \int_{-2}^2 2x \cdot (-1) dx + \int_2^4 2x \cdot (1) dx \\ &= -2 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_{-2}^2 + 2 \frac{x^2}{2} \Big|_2^4 = -[2^2 - (-2)^2] + [4^2 - 2^2] = -(4 - 4) + (16 - 4) = 12\end{aligned}$$

ÖRNEK

$\int_{-1}^2 (|x-1| + \text{sgn}(x)) dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$x - 1$ ifadesinin kökü $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ dir.
ve $x = 0$

x	-1	0	1	2
x	-	0	+	+
$x - 1$	-	-	0	+

$$\begin{aligned}\int_{-1}^2 (|x-1| + \text{sgn}(x)) dx &= \int_{-1}^0 (-x+1-1) dx + \int_0^1 (-x+1+1) dx + \int_1^2 (x-1+1) dx \\ &\Rightarrow \int_{-1}^0 -x dx + \int_0^1 (-x+2) dx + \int_1^2 x dx = \frac{-x^2}{2} \Big|_{-1}^0 + \left(\frac{-x^2}{2} + 2x \right) \Big|_0^1 + \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 \\ &\Rightarrow 0 - \left(\frac{-1}{2} \right) + \left(\frac{-1}{2} + 2 - 0 \right) + \left(\frac{2^2}{2} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 2 + 2 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}\end{aligned}$$

TAMDEĞER FONKSİYONUNUN İNTEGRALİ

Tamdeğer fonksiyonunun integrali hesaplanırken, integral aralığı, fonksiyonun aralık boyuna bakılarak bölünür ve integral alınır.

ÖRNEK

$\int_{-1}^3 x \left\lfloor \frac{x+1}{2} \right\rfloor dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{x+1}{2} = \frac{1x}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = 2 \text{ aralık boyudur.}$$

$$\begin{cases} -1 \leq x < 1 \Rightarrow \left\lfloor \frac{x+1}{2} \right\rfloor = 0 \\ 1 \leq x < 3 \Rightarrow \left\lfloor \frac{x+1}{2} \right\rfloor = 1 \end{cases}$$

$$\int_{-1}^3 x \left\lfloor \frac{x+1}{2} \right\rfloor dx = \int_{-1}^1 x \cdot 0 dx + \int_1^3 x \cdot 1 \cdot dx = \left[\frac{x^2}{2} \right]_1^3 = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 4$$

ÖRNEK

$$\int_0^3 12x^{\lfloor x \rfloor} dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\text{Aralık boyu: } \frac{1}{1} = 1 \text{ dir.}$$

$$\begin{cases} 0 \leq x < 1 \Rightarrow \lfloor x \rfloor = 0 \\ 1 \leq x < 2 \Rightarrow \lfloor x \rfloor = 1 \\ 2 \leq x < 3 \Rightarrow \lfloor x \rfloor = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int_0^3 12x^{\lfloor x \rfloor} dx &= \int_0^1 12x^0 dx + \int_1^2 12x dx + \int_2^3 12x^2 dx = 12x \Big|_0^1 + 12 \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 + 12 \frac{x^3}{3} \Big|_2^3 \\ &= 12(1-0) + 12 \left(\frac{4}{2} - \frac{1}{2} \right) + 12 \left(\frac{27}{3} - \frac{8}{3} \right) = 12 + 12 \cdot \frac{3}{2} + 12 \cdot \frac{19}{3} = 12 + 18 + 76 = 106 \end{aligned}$$

ÖRNEK

$$\int_{-2}^3 (\lfloor x+1 \rfloor + |x-2| + \text{sgn}(x+1)) dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\text{Aralık boyu: } \frac{1}{1} = 1 \text{ dir.}$$

$$\begin{cases} -2 \leq x < -1 \Rightarrow \lfloor x+1 \rfloor = -1, |x-2| = 2-x, \text{sgn}(x+1) = -1 \\ -1 \leq x < 0 \Rightarrow \lfloor x+1 \rfloor = 0, |x-2| = 2-x, \text{sgn}(x+1) = 1 \\ 0 \leq x < 1 \Rightarrow \lfloor x+1 \rfloor = 1, |x-2| = 2-x, \text{sgn}(x+1) = 1 \\ 1 \leq x < 2 \Rightarrow \lfloor x+1 \rfloor = 2, |x-2| = 2-x, \text{sgn}(x+1) = 1 \\ 2 \leq x < 3 \Rightarrow \lfloor x+1 \rfloor = 3, |x-2| = x-2, \text{sgn}(x+1) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{-2}^{-1} (-1+2-x-1)dx + \int_{-1}^0 (0+2-x+1)dx + \int_0^1 (1+2-x+1)dx + \int_1^2 (2+2-x+1)dx + \int_2^3 (3+x-2+1)dx \\
& \Rightarrow \int_{-2}^{-1} -x dx + \int_{-1}^0 (3-x)dx + \int_0^1 (4-x)dx + \int_1^2 (5-x)dx + \int_2^3 (2+x)dx \\
& \Rightarrow \left[-\frac{x^2}{2} \right]_{-2}^{-1} + \left[3x - \frac{x^2}{2} \right]_{-1}^0 + \left[4x - \frac{x^2}{2} \right]_0^1 + \left[5x - \frac{x^2}{2} \right]_1^2 + \left[2x + \frac{x^2}{2} \right]_2^3 \\
& \Rightarrow -\left[\frac{1}{2} - \frac{4}{2} \right] + \left[0 - \left(-3 - \frac{1}{2} \right) \right] + \left[\left(4 - \frac{1}{2} \right) - 0 \right] + \left[\left(10 - \frac{4}{2} \right) - \left(5 - \frac{1}{2} \right) \right] + \left[\left(6 + \frac{9}{2} \right) - \left(4 + \frac{4}{2} \right) \right] \\
& \Rightarrow +\frac{3}{2} + \frac{7}{2} + \frac{7}{2} + 8 - \frac{9}{2} + \frac{21}{2} - 6 = \frac{17-9+21}{2} + 2 = 2 + \frac{29}{2} = \frac{33}{2}
\end{aligned}$$

ÖRNEK

$$\int_{-1}^1 (|\cos x| - [|x-2|] + \operatorname{sgn}(x+3)) dx \quad \text{integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$-1 < x < 1 \text{ için } \cos x > 0 \Rightarrow |\cos x| = \cos x, \quad (x+3) > 0 \Rightarrow \operatorname{sgn}(x+3)=1$$

$$\int_{-1}^1 (|\cos x| - [|x-2|] + \operatorname{sgn}(x+3)) dx = \int_{-1}^1 (\cos x - [|x-2|] + 1) dx$$

$$\int_{-1}^0 (\cos x + 3 + 1) dx + \int_0^1 (\cos x + 2 + 1) dx = \sin x + 4x \Big|_{-1}^0 + \sin x + 3x \Big|_0^1 = -(\sin(-1) - 4) + \sin 1 + 3$$

$$= \sin 1 + 4 + \sin 1 + 3 = 7 + 2 \sin 1$$

ÖRNEK

$$\int_{-8}^8 \operatorname{sgn}(2-x) dx \quad \text{integralinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\operatorname{sgn}(2-x) = \begin{cases} 1 & x < 2 \text{ ise} \\ -1 & x > 2 \text{ ise} \end{cases}$$

$$\int_{-8}^2 dx + \int_2^8 (-1) dx = x \Big|_{-8}^2 + (-x) \Big|_2^8 = 2 - (-8) + (-8) - (-2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 + 8 - 8 + 2 = 4$$

TEST - 31

1. $\int_{-1}^2 |x + 1| dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) $\frac{9}{2}$

2. $\int_{-1}^1 |x - 1| dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) $\frac{3}{2}$

3. $\int_{-2}^2 |x| dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) -2

4. $\int_{-2}^1 \frac{|2x|}{x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

5. $\int_0^3 x|x - 2| dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3 B) $\frac{8}{3}$ C) 2 D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

6. $\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} \sin|x| dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. $\int_0^{\frac{3\pi}{2}} |\cos x| dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

8. $\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{dx}{|x|}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

9. $\int_{e^2}^{e^3} \frac{dx}{x|\ln x|}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln 2$ B) $\ln 3$ C) $\ln \frac{3}{2}$ D) $\ln \frac{2}{3}$ E) 1

10. $\int_{-1}^2 (|x| + |x - 1|) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

TEST - 32

1. $\int_{-2}^2 |x^2 - x| dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{17}{3}$ B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{14}{3}$ D) $\frac{11}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

2. $\int_{-1}^1 \operatorname{sgn} x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

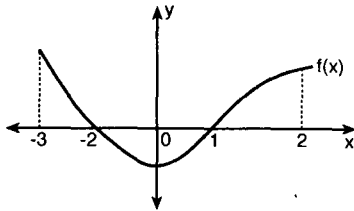
3. $\int_1^3 2x \operatorname{sgn}(x-2) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\int_{-2}^3 \operatorname{sgn}(x^2 - x - 2) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5.

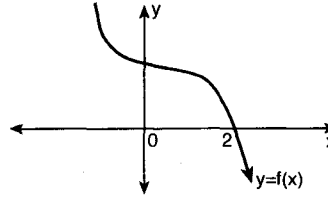


Şekilde $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\int_{-3}^2 \operatorname{sgn}(f(x)) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

6.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\int_{-2}^4 x \cdot \operatorname{sgn}(f(x)) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 1 C) -1 D) -5 E) -6

7. $\int_0^3 (x + |x - 3| + \operatorname{sgn} x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 20

8. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} |\cos x - \operatorname{sgn}(\sin x)| dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{\pi + \sqrt{3}}{6}$
D) $\frac{\pi - \sqrt{3}}{6}$ E) $\frac{\pi - \sqrt{3} + 1}{6}$

9. $\int_{-1}^1 \frac{(x^2 - 1) dx}{x - \operatorname{sgn} x}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

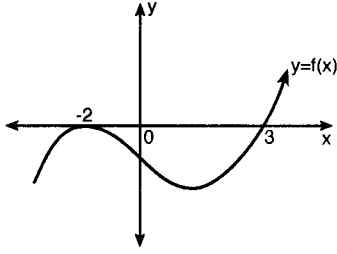
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10. $\int_{\frac{1}{4}}^2 |x| \operatorname{sgn}(\log x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{11}{2}$ E) $\frac{33}{32}$

TEST - 33

1.

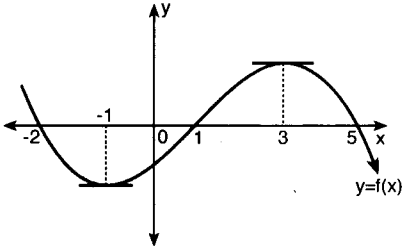


Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\int_{-1}^3 |x + \operatorname{sgn}(f(x))| dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) $\frac{9}{2}$ C) 4 D) $\frac{7}{2}$ E) 3

2.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\int_{-2}^5 \operatorname{sgn}(f'(x)) dx = \int_0^2 a |x| dx$ eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

3. $\int_1^3 [|x|] x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{17}{2}$ B) $\frac{13}{2}$ C) $\frac{11}{2}$ D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

4. $\int_{-1}^5 \left[\frac{x+1}{2} \right] dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 1

5. $\int_{-2}^1 2^{|x|} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{7}{4}$

6. $f(x) = \begin{cases} \left[\frac{x}{2} \right] & , x \geq 0 \text{ ise} \\ |x-1| & , x < 0 \text{ ise} \end{cases}$ olduğuna göre,

$\int_{-2}^4 f(x) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

7. $\int_{-1}^3 (|x| + \operatorname{sgn} x + x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1

8. $\int_{-1}^2 (-1)^{[|x|]} \cdot |x| dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $\int_{\frac{1}{2}}^3 [2x + 1] dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

10. $a, b \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $\int_a^b |x| dx = \int_a^b a dx$ ise

$\int_a^b dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

TEST - 34

1. $\int_1^3 3x^2 [|x+1|] dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 67 B) 71 C) 79 D) 83 E) 89

2. $\int_0^2 [|x-1| + [|x|]] dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\int_0^1 [|3x+2|] dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) 2 D) $\frac{7}{3}$ E) 3

4. $\int_0^\pi [\text{sgn}(\sin x) + \text{sgn}(\cos x) - \left\lfloor \frac{x}{\pi} \right\rfloor] dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) π B) $\frac{\pi}{2}$ C) 1 D) $-\frac{\pi}{2}$ E) $-\pi$

5. $\int_0^1 (|2x-1| - |2x-1| + \text{sgn}(2x-1)) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

6.
$$f(x) = \begin{cases} |x-2| & , \quad x < -2 \text{ ise} \\ \text{sgn}(x^2+x+1) & , \quad -2 \leq x < 0 \text{ ise} \\ \sin x + |\cos x| & , \quad x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$$

olduğuna göre,

$\int_{-4}^2 f(x) dx$ sonucu kaçtır?

- A) 13 B) $13 + \cos 2 - \sin 2$
C) $13 + \sin 2 - \cos 2$ D) $11 + \sin 4$
D) $10 - \cos 4$

7.
$$f(x) = \begin{cases} \text{sgn}(x-1) & , \quad x < -1 \text{ ise} \\ |x-1| & , \quad -1 \leq x < 1 \text{ ise} \\ [|x+1|] & , \quad x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

olduğuna göre, $\int_{-2}^3 f(x) dx$ sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

8. $\int_0^2 (|x-1| + \text{sgn}(x+1) - |x|) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

9. $\int_{-2}^4 (|x-1| + \text{sgn}(x-2) + \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

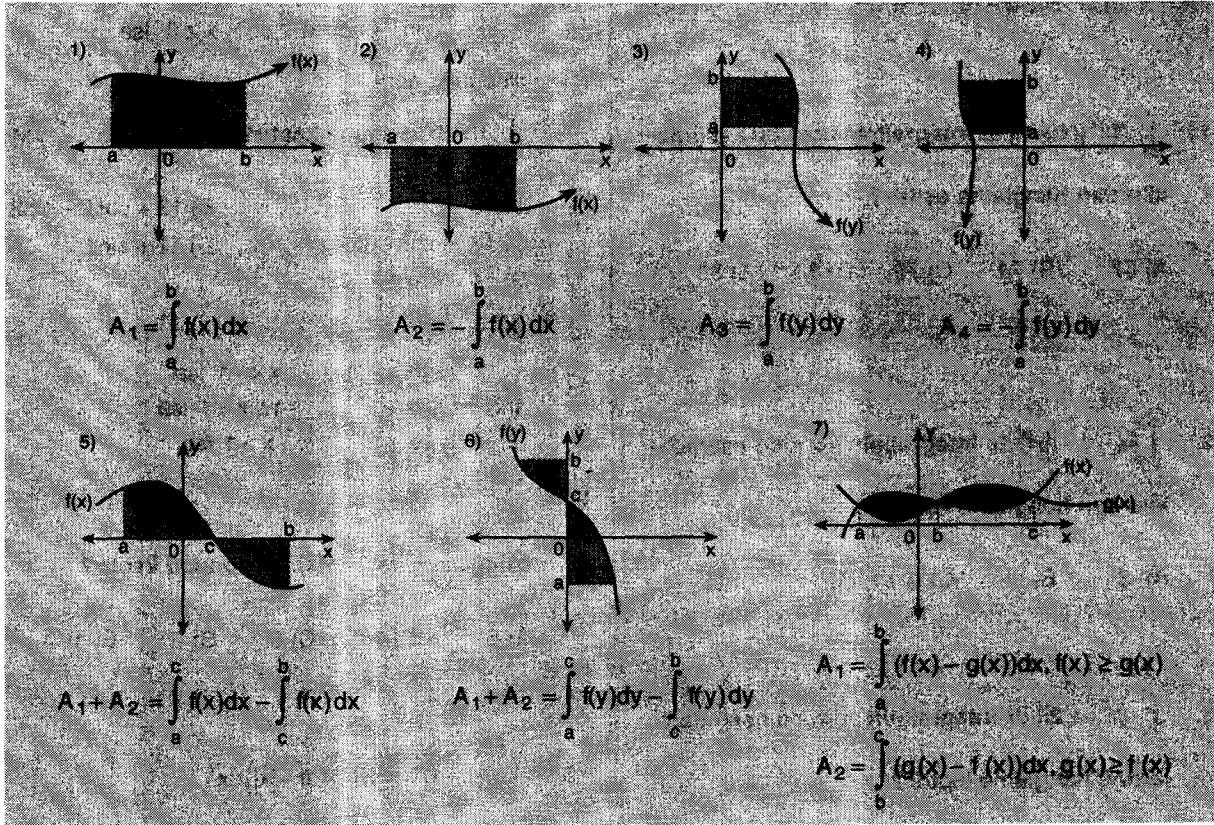
- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

10. $\int_{-1}^1 (|x| + \text{sgn}(x) + [|x|] + x) dx$

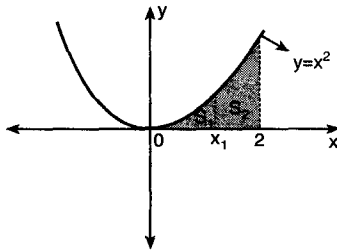
integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

İNTEGRAL İLE ALAN HESABI



ÖRNEK (ÖYS)



Şekilde $y = x^2$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $3S_1 = S_2$ bağıntısına göre, x_1 değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$3S_1 = S_2 \Rightarrow S_1 + S_2 = S + 3S = 4S \Rightarrow \int_0^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^2 = \frac{8}{3} \Rightarrow 4S = \frac{8}{3} \Rightarrow S = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow S_1 = S \Rightarrow \int_0^{x_1} x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^{x_1} = \frac{x_1^3}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow x_1 = \sqrt[3]{2}$$

ÖRNEK (ÖYS)

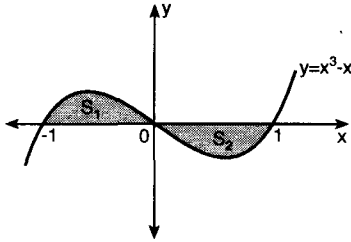
$y = x^3 - x$ eğrisi ile x eksenî arasında kalan alanı bulunuz.

ÇÖZÜM

$$y = x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x - 1)(x + 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$x_2 = 1$$

$$x_3 = -1$$



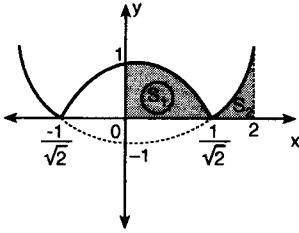
$$S_1 = \int_{-1}^0 (x^3 - x) dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right]_{-1}^0 = 0 - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4}$$

$$S_2 = - \int_0^1 (x^3 - x) dx = - \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right]_0^1 = - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4}$$

$$S_1 + S_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ br}^2$$

ÖRNEK (ÖYS)

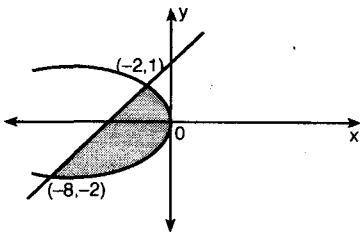
$y = 12x^2 - 11$, $x = 0$, $y = 0$, $x = 2$ eğrilerinin sınırladığı alanı bulunuz.

ÇÖZÜM

$$S_1 = - \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} (2x^2 - 1) dx = - \left[\frac{2x^3}{3} - x \right]_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = - \left(\frac{1}{3\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$S_2 = \int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^2 (2x^2 - 1) dx = \left[\frac{2x^3}{3} - x \right]_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^2 = \left(\frac{2}{3} \cdot 8 - 2 \right) - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{10}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{10 + \sqrt{2}}{3}$$

$$S_1 + S_2 = \frac{10 + 2\sqrt{2}}{3} \text{ br}^2$$

ÖRNEK (ÖYS)

Şekilde $y^2 = -\frac{1}{2}x$ parabolü ve parabolü $(-2, 1)$, $(-8, -2)$ noktalarında kesen doğru verilmiştir. Taralı alanı bulunuz.

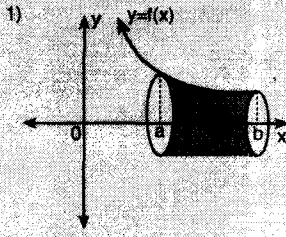
ÇÖZÜM

$$m_d = \frac{1+2}{-2+8} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Denklem: $\frac{1}{2}(x+2) = y-1$
 $x+2 = 2y-2 \Rightarrow x = 2y-4$

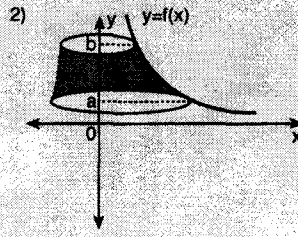
$$\begin{aligned} \text{Taralı alan} &= \int_{-2}^1 [-2y^2 - (2y-4)]dy = \int_{-2}^1 (-2y^2 - 2y + 4)dy = -2 \frac{y^3}{3} - 2 \cdot \frac{y^2}{2} + 4y \Big|_{-2}^1 \\ &= \left(-\frac{2}{3} \cdot 1 - 1 + 4 \right) - \left(-\frac{2}{3} \cdot (-8) - 4 - 8 \right) = -\frac{2}{3} + 3 - \frac{16}{3} + 12 = 15 - 6 = 9 \text{ br}^2 \end{aligned}$$

İNTEGRAL İLE HACİM HESABI



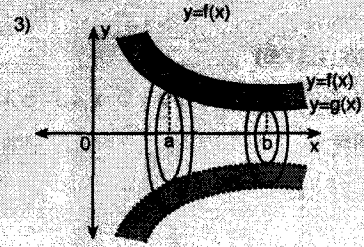
$$V_1 = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

(x ekseninde 360°
döndürme)



$$V_2 = \pi \int_a^b f^2(y) dy$$

(y ekseninde 360°
döndürme)

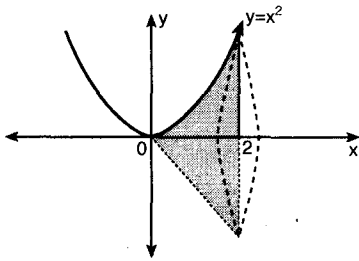


$$\text{Toplam Hacim} = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$$

ÖRNEK

$y = x^2$ eğrisi, $x = 2$ doğrusu ve x ekseninde kalan bölgenin x ekseninde 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmini bulunuz.

ÇÖZÜM



$$\text{Hacim} = \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 x^4 dx = \pi \frac{x^5}{5} \Big|_0^2 = \pi \cdot \frac{32}{5} = \frac{32\pi}{5}$$

TEST - 35

1. $y = x + 1$ doğrusu ile eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

2. $y = x^2$ parabolü, $x = 1$, $x = 2$ doğruları ve x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{7}{3}$ C) 2 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

3. $y = (x - 1)^2$ parabolü, $x = -1$ ve $x = 2$ doğruları ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{10}{3}$

4. $y = \frac{3}{x}$ eğrisi, $x = 2$ ve $x = 6$ doğruları ile x eksenini tarafından sınırlanan düzlemsel bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\ln 3$ B) $\ln 9$ C) $\ln 18$ D) $\ln 16$ E) $\ln 27$

5. $y = x^2 - 1$ eğrisi ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 2

6. $y = x^2 - 3x$ eğrisi ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 3 B) 3,5 C) 4 D) 4,5 E) 5

7. $y = x^3 - 4x$ eğrisi ile $y = 0$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

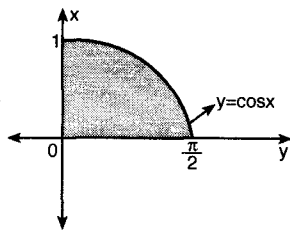
8. $y = \ln x$ eğrisi, $x = e$ doğrusu ve x eksenini ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $e - 1$ B) e C) 1 D) $e + 1$ E) $e + 2$

9. $y = x^2 + 1$ eğrisi x ve y eksenleri ile $x = -3$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 12 B) 9 C) 6 D) 5 E) 3

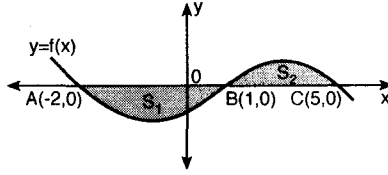
10. Şekilde $y = \cos x$ fonksiyonunun grafiği verildiğine göre, taralı alan kaç birimkaredir?



A) $\frac{\pi}{2} - 1$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) 1 D) $1 + \frac{\pi}{2}$ E) $2 + \frac{\pi}{2}$

TEST - 36

1.

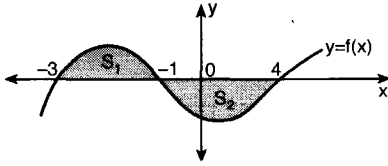


Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği, $S_1 = 10$ birimkare ve $S_2 = 4$ birimkare alanlı bölgeler gösterilmiştir.

Buna göre, $\int_{-2}^5 f(x) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) -6 B) 6 C) 14 D) 40 E) 60

2.

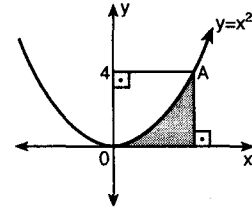


Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği ile S_1 ve S_2 alanları gösterilmiştir. $S_2 = 3$ birimkare ve

$\int_{-3}^4 f(x) dx = 11$ olduğuna göre, S_1 alanı kaç birimkaredir?

- A) 8 B) 11 C) 14 D) 17 E) 33

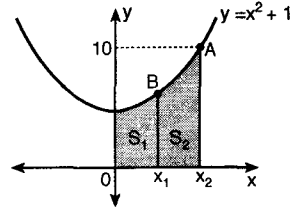
3.



Şekilde $y = x^2$ parabolü ile parabolün üzerinde ordinatı 4 olan A noktası verilmiştir. Buna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

- A) 2 B) $\frac{8}{3}$ C) 3 D) $\frac{10}{3}$ E) 4

4.

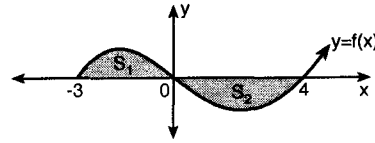


Şekilde $y = x^2 + 1$ parabolü ve parabolün üzerinde ordinatı 10 olan A noktası ile başka bir B noktası verilmiştir. S_1 ve S_2 taralı alanları için

$8S_1 = S_2$ bağıntısı olduğuna göre, B noktasının apsisi x_1 kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

5.



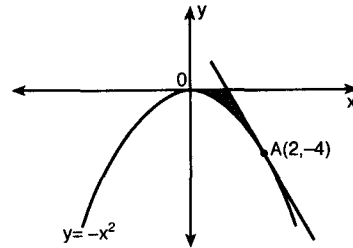
Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği ve S_1 ve S_2

alanlı bölgeler gösterilmiştir. $S_2 = 9$ birimkare ve

$\int_{-3}^4 f(x) dx = -7$ olduğuna göre, S_1 kaç birimkaredir?

- A) 1 B) 2 C) 8 D) 12 E) 16

6.



Şekilde $y = -x^2$ parabolü, A(2, -4) noktasından çizilen teğet ve apsiler eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

TEST - 37

1. $x = y^2 - 4$ eğrisi ile y eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{16}{3}$ B) 8 C) $\frac{32}{3}$ D) 12 E) 16

2. $x = y^2 - 3y$ eğrisi ile $x = 0$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 6 B) 5 C) 4,5 D) 4 E) 3,5

3. $y = 2x^2 + 1$ ve $y = x^2 + 5$ parabolleri arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{8}{3}$ B) 4 C) $\frac{16}{3}$ D) 3 E) $\frac{32}{3}$

4. $y = x^2 - 2x$ eğrisi ve $y = 6 - x$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{37}{2}$ B) 19 C) $\frac{59}{3}$ D) $\frac{121}{6}$ E) $\frac{125}{6}$

5. $y = x^3 + 1$ eğrisi, $x = 3$ doğrusu ve apsisler eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 24 B) 25 C) 28 D) 30 E) 32

6. $y = x^2$ ve $y^2 = 4x$ eğrileri tarafından sınırlanan düzlemsel bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) $\frac{8}{3}$

7. $y = x^2$ eğrisi ile $y = |x|$ doğrusunun sınırladığı düzlemsel bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 3 B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

8. $y = |x^2 - 1|$ eğrisi ile $x = 0$, $y = 0$ ve $x = 3$ doğrularının sınırladığı alan kaç birimkaredir?

A) 8 B) $\frac{22}{3}$ C) $\frac{20}{3}$ D) $\frac{16}{3}$ E) $\frac{11}{3}$

9. Şekilde $y^2 = -\frac{1}{3}x$ parabolü ve parabolü $A(-3,1)$

ile $B\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ noktalarında kesen bir

doğru verilmiştir.

Buna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{13}{3}$ D) $\frac{35}{27}$ E) $\frac{32}{27}$

10. $y = e^x$ ve $y = 16e^{-x}$ eğrileri ile $x = 0$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

TEST - 38

1. $\int_0^{2\sqrt{2}} (\sqrt{16-x^2} - x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2π B) $\frac{3\pi}{2}$ C) π D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

2. $\int_{-2}^0 (\sqrt{4-x^2} - (x+2)) dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\pi - 4$ B) $\pi - 2$ C) $\frac{\pi}{2} - 2$ D) $\frac{\pi}{2} - 1$ E) $\frac{\pi}{4} - 4$

3. $y = \frac{1}{x}$ eğrisi, $x = 1$, $x = 4$ ve $y = 0$ doğruları ile sınırlanan alanın x eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) π E) $\frac{5\pi}{4}$

4. $y^2 = 2x$ eğrisi, $y = 0$ ve $y = 2$ doğruları ile sınırlı bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{18\pi}{5}$ B) $\frac{13\pi}{5}$ C) $\frac{9\pi}{5} - 2$ D) $\frac{8\pi}{5}$ E) $\frac{7\pi}{5}$

5. $y = x^2$, $y = -x^2 + 2$ fonksiyonlarının grafikleri ile sınırlanan alanın x eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{10\pi}{3}$ B) 4π C) $\frac{13\pi}{3}$ D) 5π E) $\frac{16\pi}{3}$

6. $y = x^2$ parabolü, $y = 6$ ve $x = 0$ doğrusu ile sınırlı bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) 18π B) 16π C) 12π D) 8π E) 6π

7. $y = x$, $x = 0$, $x = 1$ ve $y = 0$ doğruları ile sınırlanan bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) 2π B) $\frac{4\pi}{3}$ C) π D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{3}$

8. $\{(x,y): x \geq 0, x + y \geq 4, 2x + y \leq 6\}$ bölgesinin y eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle meydana gelen cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{4\pi}{3}$ B) 2π C) $\frac{8\pi}{3}$ D) 3π E) $\frac{16\pi}{3}$

9. $y = 2x + 6$, $x = 0$ ve $y = 0$ doğruları arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi ile y eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi arasındaki fark kaç birimküptür?

A) 8π B) 10π C) 12π D) 18π E) 24π

10. $y = \sqrt{4-x^2}$ eğrisi, $y = x$ ve x eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) 2π B) $\frac{8\pi}{3}$ C) 3π D) $\frac{10\pi}{3}$ E) $\frac{16\pi}{3}$

KARMA TEST - 1

1. $\int df(x) = \int (3x^2 - 2x + 5)dx$ ve $f(1) = 6$ olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

2. $\int x^2 \cdot f(x)dx = x^3 + 4x - 1$ olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\frac{d}{dx} \left[\int_0^2 (3x^2 - 4)dx \right]$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4. $y = f(x)$ tek fonksiyon ve $\int_{-3}^3 (f(x) + k)dx = 6$ olduğuna göre, k kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $\int_{-1}^2 [|x|]dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) -3

6. $\int_0^1 (x + \sqrt{x})dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{6}{5}$ B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{7}{6}$

7. $f'(x) = 9x^2 - 4x$ ve $f(1) = 7$ olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

8. $\int_{-1}^3 d\left(\frac{x+2}{2x+1}\right)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{12}{7}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

9. $\int_a^b (2x + 4)dx = 24$ ve $a + b = 4$ olduğuna göre, $(b - a)$ nın değeri kaçtır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 4 E) 3

10. $\frac{d}{dt} \left[\int_1^3 (x^2 + x)dx \right]$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) $\frac{23}{2}$ C) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$ D) $x^3 + x^2$ E) 9

KARMA TEST - 2

1. $\int (x^2 + 2)^3 dx$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{(x^2 + 2)^4}{4} + c$ B) $\frac{(x^2 + 2)^4}{8} + c$
C) $\frac{(x^2 + 2)^3}{4} + c$ D) $\frac{(x^2 + 2)^4}{2} + c$
E) $\frac{(x^2 + 2)^2}{4} + c$

2. $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2+2x-1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{2}$ B) $\ln \frac{7}{2}$ C) $\ln \frac{7}{3}$
D) $\frac{1}{4} \ln \frac{7}{2}$ E) $\ln \frac{3}{2}$

3. $\int_0^1 \frac{dx}{6x+1}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln \frac{5}{3}$ B) $\frac{\ln 4}{3}$ C) $\frac{\ln 5}{6}$ D) $\frac{\ln 7}{6}$ E) $\ln 4$

4. $\int x f'(x) dx = x^3 + 4x^2 - 6x + 2$ ise $f(x)$ fonksiyonunun eğrisine üzerindeki $x = 2$ apsisli noktadan çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 8 D) 10 E) 11

5. $\int_0^4 \sqrt{x^2 + 9} \cdot x dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{125}{3}$ B) $\frac{101}{3}$ C) $\frac{98}{3}$ D) 27 E) 9

6. $f(x) = \int_2^{\ln x} (e)^{u^2} du$ olduğuna göre, $f'(e)$ kaçtır?

A) 0 B) 1 C) e D) e^2 E) e^4

7. $\int_0^2 \frac{xdx}{\sqrt{x^2+5}}$ integralinin sonucu kaçtır?

A) $3 - \sqrt{5}$ B) $4 - \sqrt{5}$ C) $6 - \sqrt{5}$
D) $2\sqrt{2} - \sqrt{5}$ E) $3\sqrt{2} - \sqrt{5}$

8. $\int [f'(x^3+1)] x^2 dx$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3x^2 + c$ B) $x^3 + 1$
C) $\frac{1}{3} f(x^3+1) + c$ D) $f(x^3+1) + c$
E) $\frac{1}{6} f(x^3+1) + c$

9. $\int_0^3 |x-2| dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

10. $\int_0^1 (2x-4)(x^2-4x+1)^3 dx$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{21}{4}$ B) $\frac{19}{4}$ C) 4 D) $\frac{17}{4}$ E) $\frac{15}{4}$

KARMA TEST - 3

1. $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ olduğuna göre,

$$\int_0^2 d(f^{-1}(x)) \quad \text{integralinin sonucu kaçtır?}$$

- A) -6 B) -4 C) 2 D) 4 E) 8

2. $\int_{-1}^2 ([|x|] + 3) dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

3. $f(x) = \int_0^x \frac{t}{t^2+3} dt$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{7}$

4. $\int_0^{\ln 2} (e^{2x} - e^x) dx$ integralinde $e^x = t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_1^2 (t^2 - t) dt$ B) $\int_1^2 (t - 1) dt$
 C) $\int_1^2 (e^{2t} - e^t) e^t dt$ D) $\int_1^2 (t^2 - t) dt$
 E) $\int_1^2 (\ln 2t - \ln t) dt$

5. $\int \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ integralinde $t = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa, aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

- A) $\int \frac{1+\sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt$ B) $\int \frac{1+t}{t} dt$ C) $\frac{1}{2} \int \frac{1+t}{t} dt$
 D) $2 \int \frac{1+\sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt$ E) $2 \int (1+t) dt$

6. $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

7. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x (\cos x + \sin x) dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{4}{3}$ B) -1 C) $\frac{4}{3}$ D) 1 E) $\frac{2}{3}$

8. $\int_0^{\frac{3}{2}} \frac{x^3 dx}{\sqrt{9-x^2}}$

integralinde $x = 3 \sin u$ dönüşümü yapılırsa, aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} 27 \sin^3 u du$ B) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} 27 \sin^3 u du$
 C) $\int_0^{\frac{3}{2}} 81 \sin^3 u du$ D) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 9 \sin^3 u du$
 E) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} 81 \sin^3 u du$

9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos 2x + 1} dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) $-\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{2}-1$ E) 1

10. $\int \sin^2(2x) \sin(4x) dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{\sin^3 2x}{3} + c$ B) $\frac{\sin^4 2x}{4} + c$ C) $\frac{\cos^3 2x}{3} + c$
 D) $\frac{\cos^4 2x}{4} + c$ E) $\sin^3 2x \cos x + c$

KARMA TEST - 4

1. $\int 3xf(x)dx = x^3 + 3x^2 + 9x$ olduğuna göre,

f(x) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x+2+\frac{3}{x}$ B) $x+1+\frac{1}{x}$ C) $x+3$
D) x^2+2x+3 E) $\frac{x^3}{3}+x+3$

2. $\int_1^8 (x+1)dx$ integralinde, $t = \sqrt[3]{x}$

dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_1^2 (3t^3+1)dt$ B) $\int_1^2 (3t^5+3t^2)dt$
C) $\int_1^2 (t^3+1)dt$ D) $\int_1^2 (3t^3+t^2)dt$
E) $\int_1^2 (t^5-t)dt$

3. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

4. $\int_0^2 \frac{x^2+1}{x+1} dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) $\ln 2$ B) $\ln 3$ C) $\ln 6$ D) $\ln 8$ E) $\ln 9$

5. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

6. $\int_2^9 x.d(\ln x)$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) 11 B) 9 C) 8 D) 7 E) 5

7. $\int d\left(\frac{2x+1}{x+2}\right)$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{3}{x+2}+c$ B) $-\frac{1}{2x+1}+c$ C) $\frac{2x+1}{x+2}+c$
D) $\frac{1}{2x+1}+c$ E) $\frac{3}{2x+1}+c$

8. $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\ln \frac{1}{2}$ B) $\ln 3$ C) $\ln 4$
D) $\ln 2$ E) $\ln \sqrt{2}$

9. $\int \frac{2x+1}{x+1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln x+1+c$ B) $\ln 2x+1+c$
C) $2x-\ln x+1+c$ D) $x+\ln x+1+c$
E) $\frac{x}{2}+\ln x+1+c$

10. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos^2 x - \sin^2 x) dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

KARMA TEST - 5

1. $\int_0^1 x^7 dx - \int_1^0 x^7 dx$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{16}$

2. $\int_0^{\pi/6} \frac{\sin 2x}{1 + \sin^2 x} dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) $\ln \frac{5}{4}$ B) $\ln \frac{3}{2}$ C) $\ln 2$ D) $\ln 4$ E) 0

3. $\int x \cos x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin x - 1 + c$ B) $x^2 \cos x - 1 + c$
C) $x \sin x + \cos x + c$ D) $\sin x(x - 1) + c$
E) $\cos x(x - 1) + c$

4. $\frac{d}{dy} \left[\int (x^3 \cdot y - x + y) dx \right]$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{x^3 + 2x}{3}$ B) $\frac{x^4 + 4x}{4}$ C) $\frac{x^4 + 2x}{4}$
D) $\frac{x^4 + 6x}{4}$ E) $\frac{x^3 + 4x}{3}$

5. $y = f(x)$ eğrisi için, $\frac{dy}{dx} = \sqrt{x} + x^2$ olup $y = f(x)$ eğrisi (0,2) noktasından geçmektedir. Buna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

6. $\int_0^1 (x+1)e^{3x^2+6x} dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}(e^9 - 1)$ B) $\frac{1}{3}(e^6 - 1)$ C) $\frac{1}{3}(e^8 - 1)$
D) $\frac{1}{6}(e^6 - 1)$ E) $\frac{1}{6}(e^3 - 1)$

7. $\int_2^3 \sqrt{x-2} \sqrt[3]{x-2} dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{11}{6}$ B) $\frac{11}{5}$ C) 3 D) $\frac{5}{11}$ E) $\frac{6}{11}$

8. $f(x)$ bire - bir ve örten fonksiyondur.

$f(2) = 1, f^{-1}(4) = 3$ olduğuna göre,

$\int_2^3 f'(x)f^2(x) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) 23 B) 21 C) 20 D) 17 E) 15

9. $\int_2^{10} (\operatorname{sgn}(|x-2|-5)) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) 0 E) 3

10. $\int_0^m [|x|] dx = 36$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

KARMA TEST - 6

1. $\int \frac{\cos(\ln x) dx}{x}$ integralinin sonucu aşağıdaki-
lerden hangisidir?

A) $\sin(\ln x) + c$ B) $\frac{\sin(\ln x)}{x} + c$
C) $\frac{\sin(\ln x)}{x^2} + c$ D) $\frac{\sin(\ln x)}{e} + c$
E) $\sin(\ln x) + x + c$

2. $\int_0^{2x-1} f^{-1}(u) du = x^2 - 4x + 5$ ve $f(2) = a + 3$ olduğuna
göre, **a kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. $\int_0^4 \frac{|x-2| \operatorname{sgn}(x-4)}{\left\lfloor \frac{x}{2} + 1 \right\rfloor} dx$ integralinin sonucu kaç-
tır?

A) -6 B) -5 C) -3 D) 0 E) 2

4. f tek fonksiyondur. $\int_{-5}^5 [f(x) + 2|f(x)|] dx = 16$ oldu-

ğuna göre, $\int_0^5 |f(x)| dx$ integralinin sonucu kaç-
tır?

A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

5. $y = f(x)$ fonksiyonunun $(-2, 3)$ noktasındaki teğeti-
nin eğimi 1 dir. $f'(x) = 6x - 2$ olduğuna göre, **$f(0)$**
kaçtır?

A) -21 B) -20 C) -18 D) -15 E) -12

6. $\int_n^m f(x) dx \neq 0$ olduğuna göre,

$$\frac{\int_{m-3}^m f(x) dx - \int_m^n f(x) dx}{\int_{n-3}^n f(x+3) dx - \int_m^n f(x) dx} \text{ oranı kaçtır?}$$

A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

7. $f(u) = \frac{d}{du} \int_0^{u^2} x dx$ olduğuna göre, **$f'(3)$ kaçtır?**

A) 54 B) 36 C) 27 D) 18 E) 9

8. $\int_{\pi}^{2\pi} |\cos x| dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) -1 E) -2

9. $\int_0^8 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

10. $\int_0^6 f(x+3) dx = \int_a^b f(x) dx$ olduğuna göre, **$a + b$ top-**
lamı kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 10 E) 12

YENİ SINAV SİSTEMİNE GÖRE

ÖSS

ÖZET KONU ANLATIMLI

MATEMATİK 2

SORU BANKASI

(OKULA YARDIMCI)

Fahrettin ARLI

Nazan ÖKSÜZ



PALME YAYINCILIK
ANKARA 2006

PALME YAYINCILIK: 372

Matematik 2 Soru Bankası

Fahrettin ARLI, Nazan ÖKSÜZ

ISBN: 975-8982-75-3

Kapak: Nilüfer ŞAHİN, Özgür GÜVERCİN

Dizgi-Grafik: Faruk YÜCEL, Filiz ÖZYALÇIN, Hakan ESEN (0312 418 67 14)

Baskı: Özkan Matbaacılık

Bu kitabın her hakkı yazarlarına aittir. Kitaptaki sorular aynen ya da değiştirilerek yayımlanamaz.
Hiçbir yöntemle izinsiz çoğaltılıp kullanılamaz.

*Bu kitabın hazırlanmasında bize destek veren
Nevin ÖKSÜZ'e çok teşekkür ederiz.*



PALME

YAYIN, DAĞITIM, PAZARLAMA, İÇ VE DIŞ TİCARET LTD. ŞTİ.

Merkez: A. Adnan Saygun Cad. No: 10/A Sıhhiye-ANKARA

Tel: 0.312-433 37 57 • Fax: 0.312-433 52 72

e-mail: palmeyayin@superonline.com • http://www.palmekitabevi.com

Ankara Şubesi : Olgunlar Sok. No: 4/5 Bakanlıklar/ANKARA

Tel: 0.312-417 95 28 Fax: 0.312-419 69 64

Antalya Şubesi : Meltem Mah. Dumlupınar Blv. Başkent Sit. No: 4 ANTALYA Tel: 0.242-238 32 09 Fax: 0.242-238 45 02

ÖN SÖZ

Sevgili öğrenciler,

2006 yılı ile birlikte değişen ÖSS sistemi, Matematik derslerinde de büyük yenilikler ve değişiklikler yapmayı beraberinde getirmiştir.

Yenilenen bu sınav sistemi ile Matematik derslerinin önemi daha da artmış, Matematik, üniversiteyi hedefleyen öğrenciler için en temel derslerden biri olmuştur.

Bu kitabın hazırlanmasında iki önemli nokta vardır. Birincisi "Matematik 1" konularından oluşan bilgilerin üzerine "Matematik 2" konuları ile destek olmak; ikincisi de okul derslerine yardımcı olmak ve okulda öğrenilen konuları çok sayıda örnek soru ve çözümleri ile pekiştirmektir.

10 bölümden oluşan bu kitapta diğer kitaplardan farklı olarak şu özelliklere yer verilmiştir:

- ⇒ Özet konu anlatımları,
- ⇒ Konunun anlaşılmasını sağlayan çözümlü örnekler,
- ⇒ Bölüm sonlarına eklenen karma testler,
- ⇒ 4000'den fazla soru ve yanıtları,

Öğrencilerin bu kitaptan tam olarak yararlanabilmeleri için önce konuyu anlamaya örnek soru ve testlerle pratik kazanmaya, karma testlerle de zamana karşı yarışmaya özen göstermeleri gerekmektedir.

Matematik derslerinde başarılı olmanın temel koşullarının konuyu iyi bilmek ve konuyla ilgili çok sayıda soru çözmek olduğunu unutmamalısınız.

Tüm öğrencilere üniversite sınavında ve yaşamlarında başarı dileklerimizle...

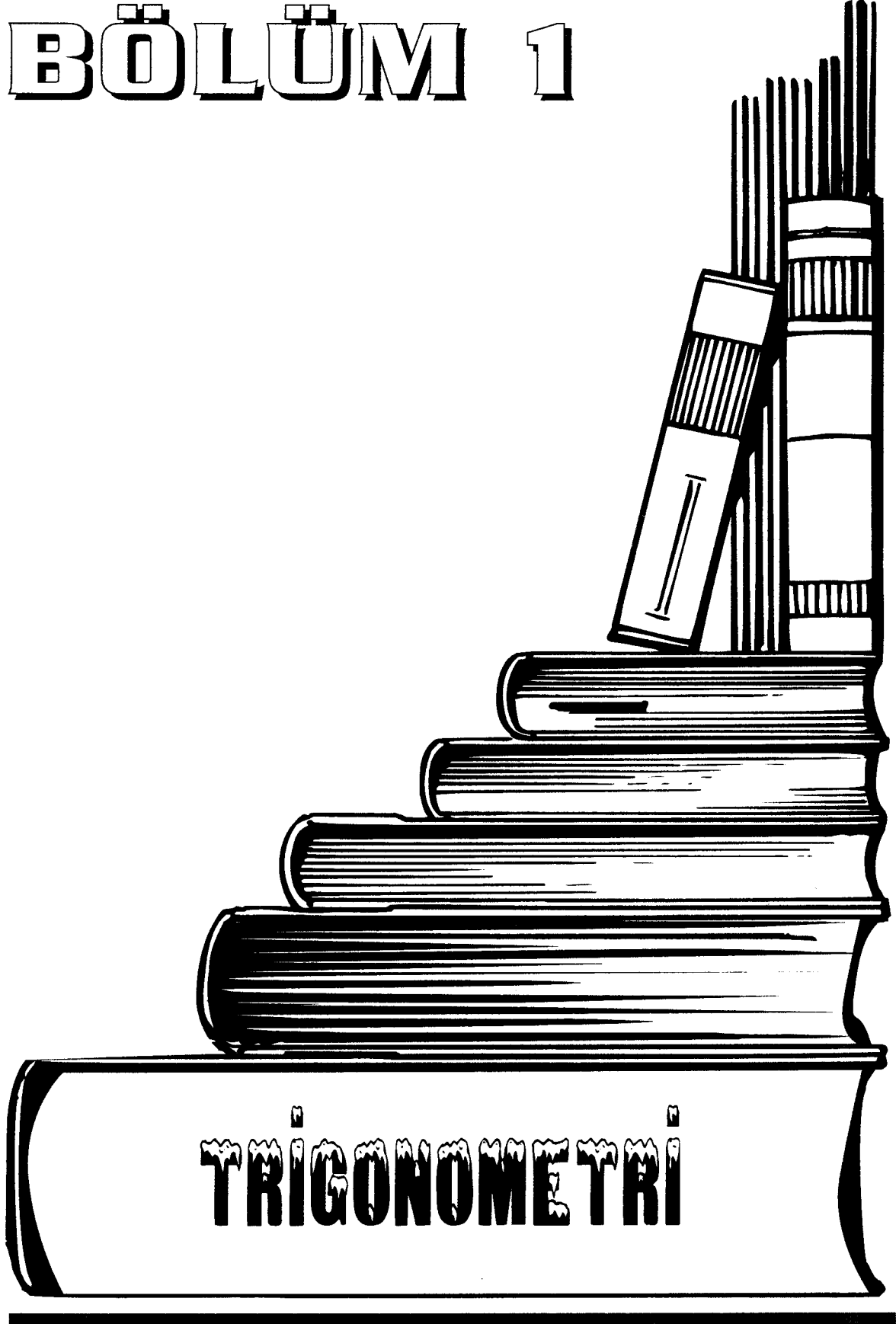
Fahrettin ARLI

Nazan ÖKSÜZ

İÇİNDEKİLER

Trigonometri	9-90
Karmaşık Sayılar	93-128
Logaritma	131-171
Tümevarım	175-195
Diziler	199-239
Özel Tanımlı Fonksiyonlar	243-296
Limit ve Süreklilik	299-334
Türev	337-430
İntegral	433-509
Matrisler	513-540
Yanıt Anahtarı	543-558

BÖLÜM 1



AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ

Bir çemberin tüm yayının ölçüsü 360 derece ya da 2π radyan ya da 400 gradtır. Öyleyse;

$$360^\circ = 400 \text{ grad} = 2\pi \text{ radyan}$$

$$180^\circ = 200 \text{ grad} = \pi \text{ radyan}$$

olur. Buna göre, herhangi bir birimde verilen açıyı başka birimlere çevirmek için;

$$\frac{D}{180} = \frac{G}{200} = \frac{R}{\pi} \quad \text{bağıntısı kullanılır.}$$

ÖRNEK

45° lik açının kaç radyan ve kaç grad olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{45}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{\pi}{4} \text{ radyan}$$

$$\frac{45}{180} = \frac{G}{200} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{G}{200} \Rightarrow G = 50 \text{ grad}$$

NOT:

1 derece = 60 dakika, 1 dakika = 60 saniye

$$1^\circ = 60' \quad \text{ve} \quad 1' = 60'' \Rightarrow 1^\circ = 60' = 3600''$$

ÖRNEK

$19810''$ lik açının kaç derece, kaç dakika ve kaç saniye olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} 19810 \overline{) 60} \\ - 180 \quad \overline{) 330} \overline{) 60} \\ \hline 181 \quad \overline{) 300} \overline{) 5} \\ - 180 \quad \overline{) 30} \\ \hline 10'' \end{array} \quad 19810'' = 5^\circ 30' 10''$$

ESAS ÖLÇÜ

Herhangi bir açının $[0, 360^\circ)$ aralığındaki değeri o açının esas ölçüsüdür.

1. Herhangi bir açının esas ölçüsünü bulmak için, istediğimiz kadar 360° ekleyebilir ya da çıkarabiliriz.
2. Herhangi bir açının 360° ($2\pi = 400 \text{ G}$) ye bölünmesinden elde edilen kalan, o açının esas ölçüsüdür.

ÖRNEK

Aşağıdaki açıların esas ölçüsünü bulunuz.

$$360^\circ, -120^\circ, \frac{7\pi}{3}, 590 \text{ G}$$

ÇÖZÜM

$$390^\circ \Rightarrow 390^\circ - 360^\circ = 30^\circ$$

$$-120^\circ \Rightarrow -120^\circ + 360^\circ = 240^\circ$$

$$\frac{7\pi}{3} \Rightarrow \frac{7\pi}{3} - 2\pi = \frac{\pi}{3}$$

$$590G \Rightarrow 590 - 400 = 190 G$$

ÖRNEK

4546° lik açının esas ölçüsünü bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r|l} 4536 & 360 \\ - 360 & 12 \\ \hline 936 & \\ - 720 & \\ \hline 216^\circ & \end{array} \quad 4536^\circ = 12 \cdot 360^\circ + 216^\circ \rightarrow \text{esas ölçü}$$

ÖRNEK

-1520° lik açının esas ölçüsünü bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r|l} 1520 & 360 \\ - 1440 & 4 \\ \hline 80 & \end{array} \quad \begin{aligned} -1520^\circ &= -(4 \cdot 360^\circ + 80^\circ) \\ &= -4 \cdot 360^\circ - 80^\circ + 360^\circ \\ &= -4 \cdot 360^\circ + 280^\circ \end{aligned} \rightarrow \text{esas ölçü}$$

ÖRNEK

$\frac{54\pi}{7}$ lik açının esas ölçüsünü bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{54\pi}{7} = \frac{42\pi + 12\pi}{7} = 6\pi + \frac{12\pi}{7} \rightarrow \text{esas ölçü}$$

ÖRNEK

$\frac{-25\pi}{3}$ lik açının esas ölçüsünü bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{-25\pi}{3} \Rightarrow \frac{-30\pi + 5\pi}{3} = -10\pi + \frac{5\pi}{3} \rightarrow \text{esas ölçü}$$

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR**1. Kosinüs ve Sinüs Fonksiyonları**

$\forall \alpha \in \mathbb{R}$ için,

i) $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$ ve $\cos \alpha: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$

ii) $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$ ve $\sin \alpha: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$

- iii) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha > 0, \sin \alpha > 0$
- iv) $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha < 0, \sin \alpha > 0$
- v) $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha < 0, \sin \alpha < 0$
- vi) $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \cos \alpha > 0, \sin \alpha < 0$

2. Tanjant ve Kotanjant Fonksiyonları

$\forall \alpha \in \mathbb{R}$ için,

- i) $-\infty < \tan \alpha < \infty$ ve $\tan \alpha : \mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R}$
- ii) $-\infty < \cot \alpha < \infty$ ve $\cot \alpha : \mathbb{R} - \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R}$
- iii) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \alpha > 0, \cot \alpha > 0$
- iv) $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$
- v) $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \tan \alpha > 0, \cot \alpha > 0$
- vi) $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$
- vii) $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

3. Sekant ve Kosekant Fonksiyonları

- i) $\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}, \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$
- ii) $\sec \alpha : \mathbb{R} - \{\alpha \mid \alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R} - (-1, 1)$
- iii) $\operatorname{cosec} \alpha : \mathbb{R} - \{\alpha \mid \alpha = k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R} - (-1, 1)$

ÖRNEK

$a = \sin 200^\circ, b = \cos 680^\circ, c = \tan 130^\circ, d = \cot 325^\circ, e = \sec 900^\circ, f = \operatorname{cosec} 1720^\circ$ ifadelerinin işaretlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
 a &= \sin 200^\circ \text{ için } \pi < 200^\circ < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin 200^\circ < 0 \\
 b &= \cos 680^\circ = \cos 320^\circ \text{ için } \frac{3\pi}{2} < 320^\circ < 2\pi \Rightarrow \cos 680^\circ > 0 \\
 c &= \tan 130^\circ \text{ için } \frac{\pi}{2} < 130^\circ < \pi \Rightarrow \tan 130^\circ < 0 \\
 d &= \cot 325^\circ \text{ için } \frac{3\pi}{2} < 325^\circ < 2\pi \Rightarrow \cot 325^\circ < 0 \\
 e &= \sec 900^\circ = \sec 180^\circ = \frac{1}{\cos 180^\circ} = \frac{1}{-1} = -1 \Rightarrow \sec 900^\circ < 0 \\
 f &= \operatorname{cosec} 1720^\circ = \operatorname{cosec} 280^\circ \text{ için } \frac{3\pi}{2} < 280^\circ < 2\pi \Rightarrow \operatorname{cosec} 1720^\circ < 0 \\
 a, b, c, d, e \text{ ve } f \text{ nin işaretleri sırasıyla: } -, +, -, -, - \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

TEST - 1

1. 3661 saniyenin derece, dakika ve saniye cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1^{\circ} 2' 3''$ B) $1^{\circ} 2' 2''$ C) $1^{\circ} 2' 1''$
 D) $1^{\circ} 1' 2''$ E) $1^{\circ} 1' 1''$

2. $\hat{m}\hat{A} = 13^{\circ} 41' 18''$ ve $\hat{m}\hat{B} = 10^{\circ} 11' 17''$ olduğuna göre, $\hat{m}\hat{A} + \hat{m}\hat{B}$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $23^{\circ} 52' 35''$ B) $23^{\circ} 53' 35''$ C) $22^{\circ} 52' 35''$
 D) $22^{\circ} 53' 35''$ E) $22^{\circ} 54' 35''$

3. $\hat{m}\hat{A} = 49^{\circ} 39' 59''$ açısının tümleyeni aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $11^{\circ} 21' 1''$ B) $41^{\circ} 21' 1''$ C) $39^{\circ} 20' 1''$
 D) $40^{\circ} 20' 1''$ E) $41^{\circ} 19' 1''$

4. $45^{\circ} + 50$ grad toplamı kaç radyandır?

A) π B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

5. 1840° lik bir açının esas ölçüsü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 20° B) 30° C) 40° D) 50° E) 60°

6. 1098° lik bir açının esas ölçüsü kaç gradtır?

A) 18 B) 20 C) 28 D) 30 E) 40

7. 1560 gradlık bir açının esas ölçüsü kaç gradtır?

A) 160 B) 180 C) 200 D) 360 E) 380

8. 1000 gradlık bir açının esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 90 B) 100 C) 120 D) 160 E) 180

9. 1500° lik bir açının esas ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{4\pi}{3}$

10. Aşağıda verilen açı-esas ölçüsü eşlemelerinden hangisi yanlıştır?

A) $4565^{\circ} \rightarrow 245^{\circ}$ B) $2785^{\circ} \rightarrow 265^{\circ}$
 C) $(-1470^{\circ}) \rightarrow 30^{\circ}$ D) $(-5340^{\circ}) \rightarrow 60^{\circ}$
 E) $(-1110^{\circ}) \rightarrow 330^{\circ}$

TEST - 2

1. $\frac{25\pi}{4}$ radyanın esas ölçüsü kaç radyandır?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{5\pi}{4}$ E) $\frac{7\pi}{4}$

2. $\frac{46\pi}{5}$ radyanın esas ölçüsü kaç radyandır?

- A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{2\pi}{5}$ C) $\frac{3\pi}{5}$ D) $\frac{4\pi}{5}$ E) $\frac{6\pi}{5}$

3. $-\frac{45\pi}{7}$ radyanlık bir açının esas ölçüsü kaç radyandır?

- A) $\frac{3\pi}{7}$ B) $\frac{4\pi}{7}$ C) $\frac{6\pi}{7}$ D) $\frac{9\pi}{7}$ E) $\frac{11\pi}{7}$

4. $-\frac{67\pi}{11}$ radyanlık bir açının esas ölçüsü kaç radyandır?

- A) $\frac{\pi}{11}$ B) $\frac{3\pi}{11}$ C) $\frac{7\pi}{11}$ D) $\frac{17\pi}{11}$ E) $\frac{21\pi}{11}$

5. (-1820) gradlık bir açının esas ölçüsü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 180° B) 200° C) 180 grad
D) 200 grad E) 220 grad

6. $-\frac{307\pi}{13}$ radyanlık bir açının esas ölçüsü kaç radyandır?

- A) $\frac{5\pi}{13}$ B) $\frac{6\pi}{13}$ C) $\frac{17\pi}{13}$ D) $\frac{19\pi}{13}$ E) $\frac{21\pi}{13}$

7. $\sin 110^\circ$, $\cos 19^\circ$, $\tan 190^\circ$, $\cot 290^\circ$ ifadelerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- A) +, +, +, + B) +, +, +, - C) -, +, +, -
D) +, -, +, - E) +, +, -, -

8. $\sin 210^\circ$, $\cos 179^\circ$, $\tan 245^\circ$, $\cot 127^\circ$, $\sec 310^\circ$, $\operatorname{cosec} 11^\circ$ ifadelerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- A) -, -, +, -, -, + B) +, -, +, -, +, -
C) -, +, +, -, +, + D) -, -, +, -, +, +
E) -, -, -, +, +, +

9. $\tan 170^\circ$, $\cot 210^\circ$, $\cos 271^\circ$, $\sin 359^\circ$ ifadelerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- A) -, +, +, - B) -, +, -, - C) +, +, +, -
D) -, -, +, - E) -, +, +, +

10. $\sin(-120^\circ)$, $\cos(-220^\circ)$, $\tan(-150^\circ)$, $\cot(-290^\circ)$ ifadelerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- A) -, -, -, + B) -, -, +, - C) -, +, +, -
D) -, -, +, + E) +, -, +, +

TEST - 3**1. Aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?**

- A) $-1 \leq \sin x \leq 1$ B) $-\infty < \cot x < +\infty$
 C) $\sec x > 1 \vee \sec x < -1$ D) $-\infty < \tan x < +\infty$
 E) $|\cos x| \leq 1$

2. $3m + 5 \sin 5x - 1 = 0$ eşitliğinde m gerçel sayılarının alabileceği değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left[-\frac{1}{3}, 0\right]$ B) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right]$ C) $\left[-\frac{4}{3}, 2\right]$
 D) $\left[\frac{1}{3}, 2\right]$ E) $\left[\frac{4}{3}, 5\right]$

3. $\sin^2 x - k = 2 \sin x$ eşitliğinde k'nın alabileceği farklı tamsayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 5 E) 7

4. $x = \cos 80^\circ$, $y = \sin 190^\circ$, $z = \cos 300^\circ$ sayıları arasında aşağıdaki bağıntılardan hangisi vardır?

- A) $x < y < z$ B) $y < z < x$ C) $y < x < z$
 D) $z < y < x$ E) $z < x < y$

5. $a = \cos 50^\circ$, $b = \sin 20^\circ$, $c = \cot 200^\circ$, $d = \tan 230^\circ$ sayılarının sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $b < a < d < c$ B) $a < b < d < c$
 C) $a < d < b < c$ D) $b < a < c < d$
 E) $a < d < c < b$

6. $a = \cos 300^\circ$, $b = \cos 100^\circ$, $c = \sin 260^\circ$ sayılarının sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < c < b$ B) $b < c < a$ C) $c < a < b$
 D) $c < b < a$ E) $b < a < c$

7. $a = \sin 160^\circ$, $b = \tan 230^\circ$, $c = \cos 340^\circ$, $d = \cot 205^\circ$ sayılarının sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $d > b > c > a$ B) $d > c > a > b$
 C) $d > b > a > c$ D) $c > b > d > a$
 E) $c > d > b > a$

8. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\sin 50^\circ < \tan 50^\circ$
 B) $\cos 30^\circ < \sin 40^\circ$
 C) $\sin 320^\circ > \tan 320^\circ$
 D) $\sin 240^\circ < \cos 240^\circ$
 E) $\cos 310^\circ > \sin 310^\circ$

9. Aşağıdakilerden hangisi en büyüktür?

- A) $\cos 5^\circ$ B) $\cos 120^\circ$ C) $\cos 90^\circ$
 D) $\cos 220^\circ$ E) $\cos 340^\circ$

10. $\frac{\pi}{2} < a < b < \pi$

koşulunu sağlayan a ve b için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\sin a > \sin b$
 B) $\cos a > \cos b$
 C) $\tan a < \tan b$
 D) $\sec a > \sec b$
 E) $\csc a < \csc b$

TRİGONOMETRİK BAĞINTILAR

1. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

a) $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = (1 - \cos x)(1 + \cos x)$

b) $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = (1 - \sin x)(1 + \sin x)$

2. $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \quad \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

3. $\tan x \cdot \cot x = 1$

a) $\tan x = \frac{1}{\cot x}$

b) $\cot x = \frac{1}{\tan x}$

4. $\sec x = \frac{1}{\cos x}, \quad \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$

5. $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$

6. $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} = \operatorname{cosec}^2 x$

ÖRNEK

$(\tan x + \cot x)^2 \cdot \sin^2 x - \tan^2 x$ ifadesini sadeleştiriniz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} \right)^2 \cdot \sin^2 x - \tan^2 x \\ &= \left(\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} \right)^2 \cdot \sin^2 x - \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right)^2 \\ &= \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} \cdot \sin^2 x - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \\ &= \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1 - \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = 1 \end{aligned}$$

ÖRNEK

$\left(\frac{1 + \cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} \right) \left(\frac{1 - \cos^2 x}{2} \right)$ ifadesini sadeleştiriniz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{1 + \cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} \right) \cdot \left(\frac{1 - \cos^2 x}{2} \right) \\
&= \left[\frac{1 + 2 \cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x \cdot (1 + \cos x)} \right] \cdot \left(\frac{1 - \cos^2 x}{2} \right) \\
&= \left[\frac{1 + 2 \cos x + 1}{\sin x \cdot (1 + \cos x)} \right] \cdot \left(\frac{1 - \cos^2 x}{2} \right) \\
&= \frac{\cancel{2}(1 + \cos x)}{\sin x \cdot \cancel{(1 + \cos x)}} \cdot \frac{(1 - \cos^2 x)}{\cancel{2}} = \frac{\sin^2 x}{\sin x} = \sin x
\end{aligned}$$

ÖRNEK

$4\cos^5 x + 4 + 4\sin^2 x \cdot \cos^3 x - 4\cos^3 x$ ifadesini sadeleştiriniz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
& 4\cos^3 x (\cos^2 x + \sin^2 x - 1) + 4 \\
&= 4\cos^3 x (1 - 1) + 4 = 4
\end{aligned}$$

ÖRNEK

$\cot x + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ ifadesini sadeleştiriniz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
& \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} \\
&= \frac{\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x(1 + \cos x)} \\
&= \frac{\cos x + 1}{\sin x(1 + \cos x)} = \frac{1}{\sin x} = \operatorname{cosec} x
\end{aligned}$$

ÖRNEK

$\sec x = 2 \tan x$ olduğuna göre, $\operatorname{cosec} x$ in değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\sec x = 2 \tan x$$

$$\frac{1}{\cos x} = 2 \cdot \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\frac{1}{\sin x} = 2$$

$$\operatorname{cosec} x = 2$$

TEST - 4

1. $\sin x - 2\cos x = 0$ olduğuna göre, **$\tan x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 3

2. $\frac{1 + \tan^2 x}{1 + \cot^2 x}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan^2 x$ B) $\cot^2 x$ C) $\operatorname{cosec}^2 x$
D) $\sec^2 x$ E) 1

3. $A = \cos^2 0 + \cos^2 10 + \cos^2 20 + \dots + \cos^2 90$
 $B = \sin^2 0 + \sin^2 10 + \sin^2 20 + \dots + \sin^2 90$
olduğuna göre, **A + B toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 0 B) 5 C) 9 D) 10 E) 11

4. $\sec x = 3 \operatorname{cosec} x$ eşitliğine göre, **$\cot x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 3

5. Tanımlı olduğu değerler için aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır**?

A) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
B) $\tan x \cdot \cot x = 1$
C) $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$
D) $1 + \cot^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$
E) $\tan^2 x + \cot^2 x = 1$

6. $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ olduğuna göre, **$\sin x \cdot \cos x$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

7. $\tan x + \cot x = 3$ olduğuna göre, **$\tan^2 x + \cot^2 x$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 9 B) 7 C) 5 D) 3 E) 1

8. $\cos x - \sec x = \frac{1}{3}$ olduğuna göre,

$\frac{1 + \cos^4 x}{\cos^2 x}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{7}{9}$ C) $\frac{8}{9}$ D) $\frac{19}{9}$ E) $\frac{21}{9}$

9. $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4\sin x \cdot \cos x$ B) $2\sin x \cdot \cos x$ C) 4
D) 2 E) 1

10. $\tan^2 x \cdot \cos^2 x + \cot^2 x \cdot \sin^2 x$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\tan^2 x$ B) 1 C) 2
D) $\tan^2 x + \cot^2 x$ E) 0

TEST - 5

1. $\sec^2 x - \sec^2 x \cdot \sin^2 x$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) $\sin^2 x$
D) $\cos^2 x$ E) $\sec^2 x$

2. $\frac{\cos x}{\sec x} + \frac{\sin x}{\operatorname{cosec} x}$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos^2 x$ B) $\sin^2 x$ C) 1
D) 2 E) $\operatorname{cosec} x$

3. $\frac{(1 + \sin^2 x)(1 - \sin^2 x)}{\cot^2 x} - \sin^2 x$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos^4 x$ B) $\sin^4 x$ C) $\operatorname{cosec}^4 x$
D) $\sec^2 x$ E) 0

4. $(\operatorname{cosec} x - \cot x)(1 + \cos x)$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos x$ B) $\sin x$ C) $\cos^2 x$
D) $\sin^2 x$ E) 1

5. $\frac{\sec x + 2 \sin x}{\sin x + \cos x}$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan x + 1$ B) $\cot x + 1$ C) $\tan x$
D) $\cot x$ E) 1

6. $\tan^2 x + 1$ ifadesini aşağıdakilerden hangisi ile çarparsak sonuç 1 olur?

A) $\tan^2 x$ B) $\cot^2 x$ C) $\sin^2 x$
D) $\cos^2 x$ E) $\cos x + \sin x$

7. $\frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} - \sin x$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) $\sin^2 x$
D) $\cos^2 x$ E) $\sec x$

8. $\frac{\tan x + \cot x}{\sec x}$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\operatorname{cosec} x$ B) $\sec x$ C) $\sin x$
D) $\cos x$ E) 1

9. $\frac{\sin^2 x \cdot \cos x - \cos^3 x}{\sin^4 x - \cos^4 x}$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin x$ B) $\cos x$ C) $\sec x$
D) $\operatorname{cosec} x$ E) 1

10. $\frac{\cot x + \tan x}{\operatorname{cosec} x}$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos x$ B) $\sin x$ C) $\operatorname{cosec} x$
D) $\sec x$ E) $\tan x$

TEST - 6

1. $\frac{\cot x + 1}{\sec x + \operatorname{cosec} x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cos x$ B) $\sin x$ C) $\operatorname{cosec} x$
D) $\sec x$ E) 1

2. $(\sec x + 1)(\operatorname{cosec} x + 1)(\sec x - 1)(\operatorname{cosec} x - 1)$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cos x$ B) $\sin x$ C) $\sec x$
D) $\tan x$ E) 1

3. $\cot x + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\operatorname{cosec} x$ B) $\cos x$ C) $\sin x$
D) $\tan x$ E) $\cot x$

4. $\left(\frac{1 + \cot x}{1 + \tan x} \right) \cdot \tan x$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\sin x$ C) $\sec x$
D) $\tan x$ E) $\cot x$

5. $\frac{\cot x - 1}{\tan x - 1}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\tan x$ B) $-\tan x$ C) $\frac{1}{\tan x}$
D) $\frac{-1}{\tan x}$ E) 1

6. $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\tan^2 x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sec^2 x$ B) $\sin^2 x$ C) $\sec x$
D) $\cot x$ E) 1

7. $\frac{\tan x - \sec x}{\operatorname{cosec} x - 1}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cos x$ B) $\sin x$ C) $-\sin x$
D) $-\tan x$ E) $-\cot x$

8. $\frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} - 1$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin x$ B) $\sin^2 x$ C) $\cos x$
D) $\sec^2 x$ E) $\cos^2 x$

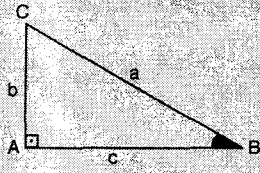
9. $\cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cos^2 x$ B) $\sin^2 x$ C) $\operatorname{cosec}^2 x$
D) $\sec^2 x$ E) 1

10. $\frac{1 + \sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\tan x$ B) $2 \cos x$ C) $2 \sec x$
D) $\sec x$ E) $\cos x$

DİK ÜÇGENDE BİR DAR AÇININ TRİGONOMETRİK ORANLARI

i) $\sin \hat{B} = \frac{b}{a}$

iv) $\cot \hat{B} = \frac{c}{b}$

ii) $\cos \hat{B} = \frac{c}{a}$

v) $\sec \hat{B} = \frac{a}{c}$

iii) $\tan \hat{B} = \frac{b}{c}$

vi) $\operatorname{cosec} \hat{B} = \frac{a}{b}$

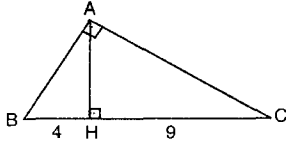
NOT: Ölçüleri toplamı 90° olan tümler iki açıdan birinin sinüsü, ötekinin kosinüsüne eşittir.

Ölçüleri toplamı 90° olan tümler iki açıdan birinin tanjantı, ötekinin kotanjantına eşittir.

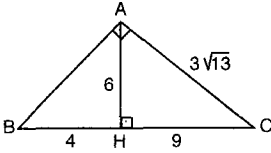
ÖRNEK

$$\cos 70^\circ = \sin 20^\circ \quad (20 + 70 = 90)$$

$$\tan 15^\circ = \cot 75^\circ \quad (15 + 75 = 90)$$

ÖRNEK

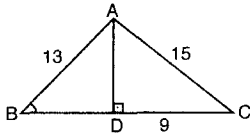
ABC dik üçgeninde $[AH] \perp [BC]$, $[AB] \perp [AC]$, $|BH| = 4$ cm, $|HC| = 9$ cm ise $\sin \hat{C}$ yi bulunuz.

ÇÖZÜM

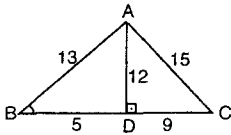
$$|AH|^2 = 4 \cdot 9 \text{ ise } |AH| = 6 \text{ cm}$$

$$|AC|^2 = 9^2 + 6^2 \Rightarrow |AC| = 3\sqrt{13} \text{ cm}$$

$$\sin \hat{C} = \frac{6}{3\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

ÖRNEK

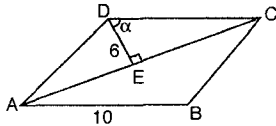
ABC üçgeninde $[AD] \perp [BC]$, $|DC| = 9$ cm, $|AC| = 15$ cm, $|AB| = 13$ cm ise $\cos \hat{B}$ yi bulunuz.

ÇÖZÜM

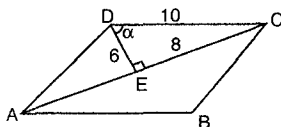
$$15^2 = |AD|^2 + 9^2 \Rightarrow |AD| = 12 \text{ cm}$$

$$13^2 = 12^2 + |BD|^2 \Rightarrow |BD| = 5 \text{ cm}$$

$$\cos \hat{B} = \frac{5}{13}$$

ÖRNEK

ABCD paralelkenar, $[DE] \perp [AC]$, $|DE| = 6$ cm $|AB| = 10$ cm, $m(\hat{EDC}) = \alpha$ ise $\tan \alpha$ yi bulunuz.

ÇÖZÜM

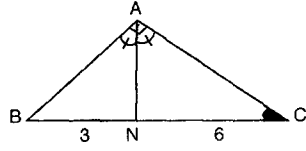
$$|AB| = |DC| = 10 \text{ cm}$$

$$10^2 = 6^2 + |EC|^2 \Rightarrow |EC| = 8 \text{ cm}$$

$$\tan \alpha = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

TEST - 7

1. ABC dik üçgeninde, [AN] açıortay, $IBNI = 3$ cm, $INCI = 6$ cm olduğuna göre,

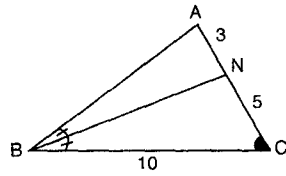


$\tan \hat{C}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

2. Şekildeki ABC üçgeninde,

[BN] açıortay,
 $IANI = 3$ cm,
 $INCI = 5$ cm,



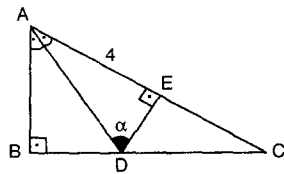
$IBCI = 10$ cm olduğuna göre,

$\sin \hat{C}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{5}{8}$

3. Şekildeki ABC üçgeninde,

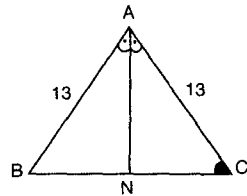
[AB] $\perp$ [BC],
[DE] $\perp$ [AC],
[AD] açıortay,



$IAEI = 4$ cm ve $A(ABDE) = 12$ cm² ve $m(\hat{ADE}) = \alpha^\circ$ olduğuna göre, $\cos \alpha$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

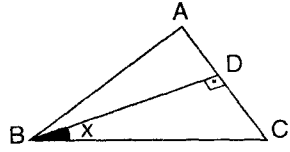
- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

4. Şekildeki ABC üçgeninde, [AN] açıortay, $IABI = IACI = 13$ cm $IBCI = 10$ cm olduğuna göre, $\cot \hat{C}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



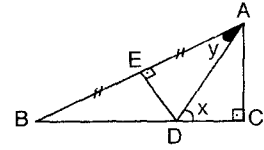
- A) $\frac{5}{13}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{6}{5}$ E) 1

5. Şekildeki ABC üçgeninde, [BD] $\perp$ [AC]
 $IABI = IACI = 10$ cm,
 $BCI = 12$ cm olduğuna göre, $\cos x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



- A) 0,8 B) 0,6 C) 0,5 D) 0,3 E) 0,2

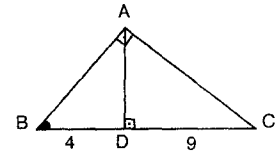
6. Şekildeki ABC üçgeninde, [AC] $\perp$ [BC],
[DE] $\perp$ [AB],
 $IAEI = IEI$, $\cos x = 0,6$ olduğuna göre,



tany aşağıdakilerden hangisine eşittir?

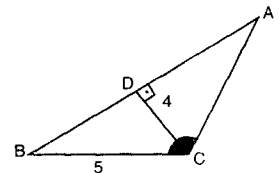
- A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

7. Şekildeki ABC üçgeninde, [AB] $\perp$ [AC],
[AD] $\perp$ [BC],
 $IBDI = 4$ cm,
 $IDCI = 9$ cm olduğuna göre, $\tan \hat{B}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



- A) 3 B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

8. Şekildeki ABC üçgeninde, [CD] $\perp$ [AB],
 $IABI = 10$ cm,
 $IBCI = 5$ cm,
 $IDCI = 4$ cm olduğuna göre, $\tan \hat{C}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



- A) -8 B) -5 C) -3 D) -1 E) 8

TEST - 8

1. Şekildeki ABC üçgeninde

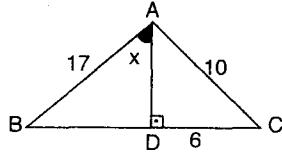
$$[AD] \perp [BC],$$

$$|AC| = 10 \text{ cm},$$

$$|DC| = 6 \text{ cm},$$

$|AB| = 17 \text{ cm}$ olduğuna göre, $\tan x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

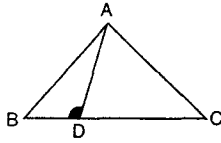
- A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{7}{6}$ C) $\frac{12}{17}$ D) $\frac{15}{8}$ E) $\frac{21}{8}$



2. Şekildeki ABC eşkenar üçgeninde, $3|BD| = |DC|$ olduğuna göre,

$\tan(\widehat{BDA})$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-3\sqrt{3}$ B) $-2\sqrt{3}$ C) $-\sqrt{3}$
D) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$



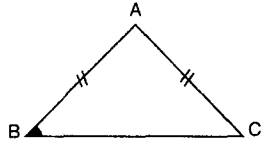
3. Şekildeki ABC üçgeninde, $|AB| = |AC|$,

$$\tan A = \frac{3}{4}$$

olduğuna göre, $\tan \widehat{B}$ aşağı-

dakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{4}{3}$ B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



4. Şekildeki ABC üçgeninde, $[AB] \perp [AC]$,

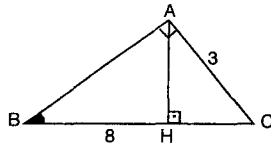
$$[AH] \perp [BC],$$

$$|AC| = 3 \text{ cm},$$

$$|BH| = 8 \text{ cm}$$

olduğuna göre, $\tan \widehat{B}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{8}$



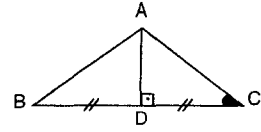
5. ABC üçgeninde,

$$|BD| = |DC|,$$

$$[AD] \perp [BC]$$

$\tan(\widehat{BAC}) = -\frac{3}{4}$ olduğuna göre, $\cot \widehat{C}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{2}$



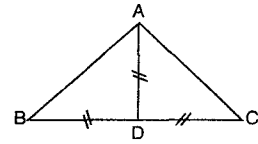
6. Şekildeki ABC üçgeninde,

$$|BD| = |DC| = |AD|$$

olduğuna göre,

$\cot \widehat{B} \cdot \cot \widehat{C} + \cot \widehat{A}$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) $\frac{1}{3}$



7. Şekildeki ABC üçgeninde, $[DF] \perp [AB]$,

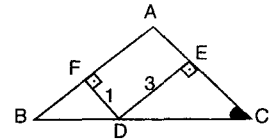
$$[DE] \perp [AC]$$

$$|AB| = |AC| = 5 \text{ cm},$$

$$|FD| = 1 \text{ cm},$$

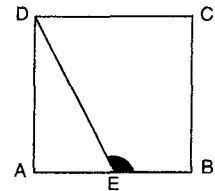
$|DE| = 3 \text{ cm}$ olduğuna göre, $\tan \widehat{C}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$



8. Şekildeki ABCD kare ve $|AE| = |EB|$ olduğuna göre, $\tan(\widehat{DEB})$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

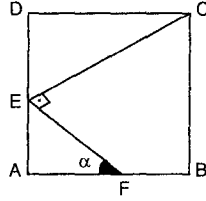
- A) -3 B) -2 C) -1 D) $-\frac{3}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$



TEST - 9

1. Şekilde ABCD kare,
[CE] ⊥ [EF],

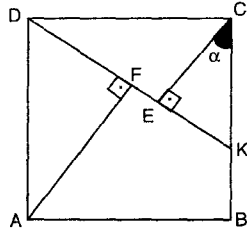
$$|DE| = \frac{|AD|}{3},$$



olduğuna göre, $\tan \alpha$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

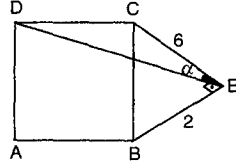
- A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. Şekilde ABCD kare,
|DF| = 3|FE|,
[AF] ⊥ [DK],
[CE] ⊥ [DK] olduğuna
göre, $\tan \alpha$ aşağıdaki-
lerden hangisine eşit-
tir?



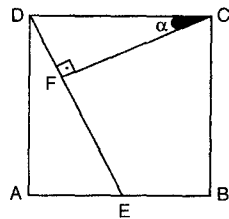
- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

3. Şekilde ABCD kare,
[CE] ⊥ [BE]
|CE| = 6 cm,
|BE| = 2 cm olduğuna
göre, $\sin \alpha$ aşağıda-
kilerden hangisine
eşittir?



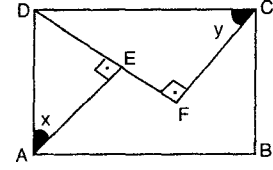
- A) 0,1 B) 0,3 C) 0,5 D) 0,6 E) 0,8

4. Şekilde ABCD kare,
[DE] ⊥ [CF], |AE| = |EB|
olduğuna göre, $\tan \alpha$
aşağıdakilerden han-
gisine eşittir?



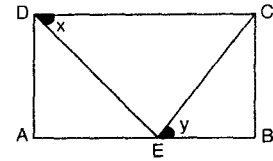
- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{5}{4}$

5. Şekilde ABCD dik-
dörtgen [CF] ⊥ [DF],
[AE] ⊥ [DF] olduğuna
göre, $\tan x \cdot \tan y$
çarpımı aşağıdaki-
lerden hangisine
eşittir?



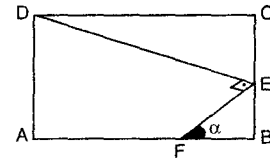
- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

6. Şekilde ABCD dik-
dörtgen,
2|AD| = |AE| = |EB|,
olduğuna göre,
 $\tan x + \tan y$ topla-
mı aşağıdakilerden hangisine eşittir?



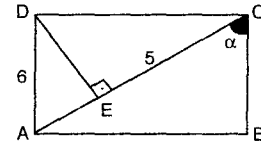
- A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 1

7. Şekilde ABCD dik-
dörtgen,
2|EB| = 3|EC|,
2|BC| = |DC|,
[DE] ⊥ [EF]
olduğuna göre,
 $\cot \alpha$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



- A) 0,1 B) 0,2 C) 0,3 D) 0,4 E) 0,5

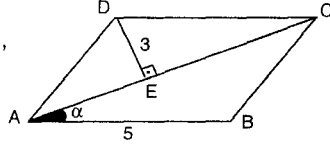
8. Şekilde ABCD dik-
dörtgen,
[DE] ⊥ [AC],
|EC| = 5 cm,
|AD| = 6 cm oldu-
ğuna göre, $\tan \alpha$ aşağıdakilerden hangisine
eşittir?



- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

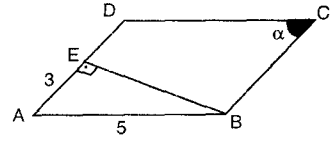
TEST - 10

1. Şekilde ABCD paralelkenar, $[DE] \perp [AC]$, $|DE| = 3$ cm, $|AB| = 5$ cm olduğuna göre, $\cos \alpha$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



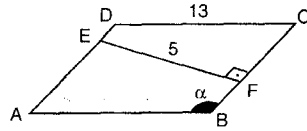
A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{4}$

2. Şekilde ABCD paralelkenar, $[BE] \perp [AD]$, $|AB| = 5$ cm, $|AE| = 3$ cm olduğuna göre, $\tan \alpha$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



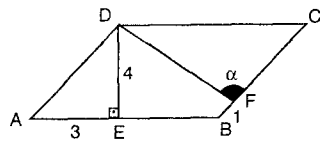
A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{3}{5}$

3. Şekilde ABCD paralelkenar, $[EF] \perp [BC]$, $|DC| = 13$ cm, $|EF| = 5$ cm olduğuna göre, $\sin \alpha$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



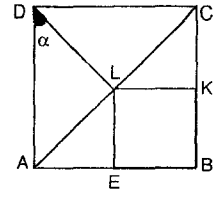
A) $\frac{5}{13}$ B) $\frac{12}{13}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{10}{13}$ E) $\frac{4}{5}$

4. Şekilde ABCD eşkenardörtgen, $[DE] \perp [AB]$, $|DE| = 4$ cm, $|AE| = 3$ cm, $|BF| = 1$ cm olduğuna göre, $\tan \alpha$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



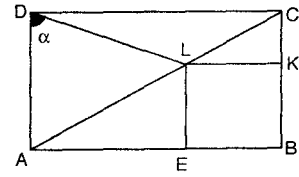
A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) $\frac{3}{4}$

5. Şekilde ABCD ve EBKL kare olduğuna göre, $\tan \alpha$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



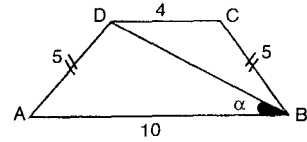
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{4}$ E) 1

6. Şekilde ABCD dikdörtgen, EBKL kare olup, $|KB| = 2|CK|$ dir. Buna göre, $\tan \alpha$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



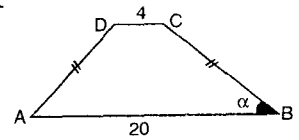
A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) 4 E) $\frac{9}{2}$

7. Şekilde ABCD ikizkenar yamuğunda, $|AD| = |BC| = 5$ cm, $|DC| = 4$ cm, $|AB| = 10$ cm olduğuna göre, $\tan \alpha$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{4}{7}$

8. Şekilde ABCD ikizkenar yamuğunda $|DC| = 4$ cm, $|AB| = 20$ cm ve



$\sin \alpha = \frac{3}{5}$ olduğuna göre, $A(ABCD)$ kaç cm^2 dir?

A) 96 B) 84 C) 72 D) 60 E) 48

TRİGONOMETRİK ÖZDEŞLİKLER

1. $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ olmak üzere, $(\pi - x) \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ 'dir.

i) $\cos(\pi - x) = -\cos x$

iii) $\tan(\pi - x) = -\tan x$

ii) $\sin(\pi - x) = \sin x$

iv) $\cot(\pi - x) = -\cot x$

ÖRNEK

☆ $\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ$

☆ $\tan 100^\circ = -\tan 80^\circ$

☆ $\sin 170^\circ = \sin 10^\circ$

☆ $\cot 130^\circ = -\cot 50^\circ$

2. $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ olmak üzere, $(\pi + x) \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$ 'dir.

i) $\cos(\pi + x) = -\cos x$

iii) $\tan(\pi + x) = \tan x$

ii) $\sin(\pi + x) = -\sin x$

iv) $\cot(\pi + x) = \cot x$

ÖRNEK

☆ $\cos 200^\circ = -\cos 20^\circ$

☆ $\tan 250^\circ = \tan 70^\circ$

☆ $\sin 185^\circ = -\sin 5^\circ$

☆ $\cot 210^\circ = \cot 30^\circ$

3. $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ olmak üzere, $(-x) \in (2\pi - x) \in (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ 'dir.

i) $\cos(-x) = \cos(2\pi - x) = \cos x$

iii) $\tan(-x) = \tan(2\pi - x) = -\tan x$

ii) $\sin(-x) = \sin(2\pi - x) = -\sin x$

iv) $\cot(-x) = \cot(2\pi - x) = -\cot x$

ÖRNEK

☆ $\cos(-20^\circ) = \cos 20^\circ$

☆ $\tan(-10^\circ) = -\tan 10^\circ$

☆ $\sin(-70^\circ) = -\sin 70^\circ$

☆ $\cot(-80^\circ) = -\cot 80^\circ$

4. $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ olmak üzere, $(\frac{\pi}{2} - x) \in (0, \frac{\pi}{2})$ 'dir.

i) $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$

iii) $\tan(\frac{\pi}{2} - x) = \cot x$

ii) $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$

iv) $\cot(\frac{\pi}{2} - x) = \tan x$

ÖRNEK

☆ $\cos 70^\circ = \sin 20^\circ$

☆ $\tan 10^\circ = \cot 80^\circ$

☆ $\sin 15^\circ = \cos 75^\circ$

☆ $\cot 1^\circ = \tan 89^\circ$

5. $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ olmak üzere, $(\frac{\pi}{2} + x) \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ 'dir.

i) $\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin x$

iii) $\tan(\frac{\pi}{2} + x) = -\cot x$

ii) $\sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos x$

iv) $\cot(\frac{\pi}{2} + x) = -\tan x$

ÖRNEK

☆ $\cos 110^\circ = -\sin 20^\circ$

☆ $\tan 140^\circ = -\cot 50^\circ$

☆ $\sin 120^\circ = \cos 30^\circ$

☆ $\cot 160^\circ = -\tan 70^\circ$

6. $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ olmak üzere, $(\frac{3\pi}{2} - x) \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$ dir.

i) $\cos(\frac{3\pi}{2} - x) = -\sin x$

iii) $\tan(\frac{3\pi}{2} - x) = \cot x$

ii) $\sin(\frac{3\pi}{2} - x) = -\cos x$

iv) $\cot(\frac{3\pi}{2} - x) = \tan x$

ÖRNEK

☆ $\cos 260^\circ = -\sin 10^\circ$

☆ $\tan 240^\circ = \cot 30^\circ$

☆ $\sin 250^\circ = -\cos 20^\circ$

☆ $\cot 200^\circ = \tan 70^\circ$

7. $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ olmak üzere, $(\frac{3\pi}{2} + x) \in (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ dir.

i) $\cos(\frac{3\pi}{2} + x) = \sin x$

iii) $\tan(\frac{3\pi}{2} + x) = -\cot x$

ii) $\sin(\frac{3\pi}{2} + x) = -\cos x$

iv) $\cot(\frac{3\pi}{2} + x) = -\tan x$

ÖRNEK

☆ $\cos 275^\circ = \sin 5^\circ$

☆ $\tan 290^\circ = -\cot 20^\circ$

☆ $\sin 280^\circ = -\cos 10^\circ$

☆ $\cot 300^\circ = -\tan 30^\circ$

ÖRNEK

$$\frac{\tan(\frac{43\pi}{2} + x) - \tan(\frac{13\pi}{2} - x)}{-\tan(-x) + \cot(\frac{29\pi}{2} + x) + \cot(x - 9\pi)}$$
 işleminin sonucunu bulunuz .

ÇÖZÜM

$$\frac{43\pi}{2} = \frac{40\pi + 3\pi}{2} \Rightarrow \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{13\pi}{2} = \frac{12\pi + \pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{29\pi}{2} = \frac{28\pi + \pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$-9\pi = -9\pi + 10\pi \Rightarrow \pi$$

$$\frac{\tan(\frac{3\pi}{2} + x) - \tan(\frac{\pi}{2} - x)}{-\tan(-x) + \cot(\frac{\pi}{2} + x) + \cot(x + \pi)} = \frac{-\cot x - \cot x}{-(-\tan x) - \tan x + \cot x} = \frac{-2\cot x}{\cot x} = -2$$

ÖRNEK

$\cot 50^\circ = p$ ise $\frac{\cot 320^\circ + \tan 140^\circ}{\tan 310^\circ - \cot 130^\circ}$ ifadesinin p türünden değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{\cot(\frac{3\pi}{2} + 50^\circ) + \tan(\frac{\pi}{2} + 50^\circ)}{\tan(2\pi - 50^\circ) - \cot(\pi - 50^\circ)} = \frac{-\tan 50^\circ - \cot 50^\circ}{-\tan 50^\circ + \cot 50^\circ} = \frac{-\frac{1}{p} - p}{-\frac{1}{p} + p} = \frac{-1 - p^2}{-1 + p^2} \cdot \frac{\cancel{p}}{\cancel{p}} = \frac{p^2 + 1}{1 - p^2}$$

ÖNEMLİ DAR AÇILARIN TRİGONOMETRİK ORANLARI

R	D	sin	cos	tan	cot	sec	cosec
0	0°	0	1	0	T	1	T
$\pi/6$	30°	1/2	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}/3$	2
$\pi/4$	45°	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
$\pi/3$	60°	$\sqrt{3}/2$	1/2	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}/3$	2	$2\sqrt{3}/3$
$\pi/2$	90°	1	0	T	0	T	1

(T: Tanımsız)

ÖRNEK

$\frac{\cos 390^\circ \cdot \sin 120^\circ \cdot \sec 210^\circ}{\tan 480^\circ \cdot \cot 150^\circ \cdot \operatorname{cosec} 300^\circ}$ işleminin sonucunu bulunuz.

$$\begin{aligned} \frac{\cos(360^\circ + 30^\circ) \cdot \sin(180^\circ - 60^\circ) \cdot \sec(180^\circ + 30^\circ)}{\tan(360^\circ + 180^\circ - 60^\circ) \cdot \cot(180^\circ - 30^\circ) \cdot \operatorname{cosec}(360^\circ - 60^\circ)} &= \frac{\cos 30^\circ \cdot \sin 60^\circ \cdot \left(-\frac{1}{\cos 30^\circ}\right)}{(-\tan 60^\circ) \cdot (-\cot 30^\circ) \cdot \left(-\frac{1}{\sin 60^\circ}\right)} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

ÖRNEK

$\sin 150^\circ + \cos 70^\circ + \sin 340^\circ$ işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} &\sin(180^\circ - 30^\circ) + \sin 20^\circ + \sin(360^\circ - 20^\circ) \\ &= \sin 30^\circ + \sin 20^\circ - \sin 20^\circ \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

TEST - 11

1. $\tan 15^\circ = a$ olduğuna göre, $\tan 105^\circ$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) a C) $\frac{1}{a}$ D) -a E) $-\frac{1}{a}$

2. Aşağıdaki eşitliklerden kaç tanesi yanlıştır?

- I) $\sin(180^\circ - x) = \sin x$
 II) $\cos(180^\circ + x) = -\cos x$
 III) $\cos(270^\circ - x) = -\sin x$
 IV) $\cot(90^\circ + x) = \tan x$
 V) $\tan(270^\circ + x) = -\cot x$
 VI) $\tan(360^\circ + x) = \tan x$
 VII) $\tan(-x) = -\tan x$
 VIII) $\sin(90^\circ + x) = -\cos x$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin(x - \pi) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3\sin x$ B) $2\sin x + \cos x$
 C) $-\sin x$ D) $-2\cos x - \sin x$
 E) $-3\sin x$

4. $5x + 3y = 90^\circ$ olarak verildiğine göre,

$\frac{\sin(x - y)}{\cos(4x + 4y)}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

5. $2a + 3b = 90^\circ$ olarak verildiğine göre,

$\frac{\tan(7a + 3b)}{\tan(3b - 3a)}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) -1 E) -2

6. $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit değildir?

A) $-\cos(x - 4\pi)$ B) $\cos(\pi + x)$ C) $\cos(\pi - x)$
 D) $\cos(-x)$ E) $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$

7. $\cos 125^\circ + \cos 55^\circ$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) -1 C) 1
 D) $2\cos 55^\circ$ E) $\cos 55^\circ$

8. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\cos(90^\circ + 3x) = -\sin 3x$
 B) $\tan\left(270^\circ - \frac{x}{2}\right) = \cot \frac{x}{2}$
 C) $\cos(8\pi - x) = -\cos x$
 D) $\sin\left(270^\circ + \frac{7x}{5}\right) = -\cos \frac{7x}{5}$
 E) $\cot(180^\circ + 11x) = \cot 11x$

9. $\tan(1678^\circ)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan 58^\circ$ B) $\tan 32^\circ$ C) $\cot 58^\circ$
 D) $-\tan 58^\circ$ E) $-\cot 58^\circ$

10. $\cos(1920^\circ)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$

TEST - 12

1. $\cos\left(\frac{29\pi}{3}\right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $\sin\left(\frac{31\pi}{6}\right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. $\cot\left(-\frac{59\pi}{3}\right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $-\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\sqrt{3}$ E) 1

4. $\tan\left(-\frac{49\pi}{6}\right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $-\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\sqrt{3}$ E) 1

5. $\sin\left(\frac{71\pi}{4}\right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. $\cot\left(\frac{67\pi}{4}\right)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $-\sqrt{3}$ C) -1 D) 1 E) $\sqrt{3}$

7. $\frac{\tan(1500^\circ)}{\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sqrt{3}$ B) -1 C) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) 1 E) $\sqrt{3}$

8. $\frac{\sin 1475^\circ \cdot \cos 775^\circ}{\cos 55^\circ \cdot \sin 1045^\circ}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\sin 35^\circ$

9. $\frac{\tan 320^\circ \cdot \cot 290^\circ}{\cot 70^\circ \cdot \tan 220^\circ}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan 40^\circ$ B) $\tan 20^\circ$ C) -1
D) 0 E) 1

10. $\frac{\sin 1790^\circ \cdot \tan 1000^\circ}{\cot 10^\circ \cdot \cos 1160^\circ}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) -1
D) $\sin 10^\circ$ E) $\tan 10^\circ$

TEST - 13

1. $\sin(-310^\circ) \cdot \cos(-40^\circ) + \sin 220^\circ \cdot \cos(-590^\circ)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$
D) 1 E) $\sin 250^\circ$

2. $\frac{\cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ}{\sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

3. $\frac{\sin(-120^\circ) \cdot \sin 240^\circ}{\cos 330^\circ \cdot \cos(-240^\circ)}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) 1 D) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $-\sqrt{3}$

4. $\frac{\sin 420^\circ \cdot \cos 330^\circ}{\tan 480^\circ \cdot \cot 600^\circ}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) -1 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\sqrt{3}$

5. Aşağıdakilerden kaç tanesi yanlıştır?

I) $\sin 290^\circ = -\cos 20^\circ$
II) $\sin 150^\circ = -\sin 30^\circ$
III) $\cos 315^\circ = -\cos 45^\circ$
IV) $\tan 250^\circ = \tan(-70^\circ)$
V) $\tan 310^\circ = \cot(-50^\circ)$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. A, B, C bir üçgenin iç açılarının ölçüleri olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman doğrudur?

A) $\sin A = \cos(B + C)$
B) $\cos^2 A + \cos^2(B + C) = 1$
C) $\tan B = \tan(A + C)$
D) $\sin C = \sin(A + B)$
E) $\cos C = \cos(A + B)$

7. $f(x) = x + \frac{\pi}{2}$ şeklinde tanımlanan f fonksiyonu için $\sin[f(x)] - \cos x$ farkı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\cos x$ B) $2\sin x$ C) 0 D) -1 E) 1

8. $\cos(x - 7\pi) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\cos x$ B) $2\sin x$ C) $-2\cos x$
D) $-2\sin x$ E) 0

9. $\frac{\sin(x - 11\pi) + \cos(x + \frac{27\pi}{2})}{\tan\left(\frac{53\pi}{7} - x\right) + \left(\cos \frac{195\pi}{11} + x\right)}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\sin x$ B) $2\tan x$ C) -1
D) 1 E) 0

10. $\frac{\sin(3x + \frac{41\pi}{2}) + \cos 3x}{\tan(\frac{3\pi}{2} - 3x) - \tan(3x - \frac{21\pi}{2})}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan 3x$ B) $\sin 3x$ C) $\cos 3x$
D) $\cot 3x$ E) 0

TEST - 14

1. $\frac{\sin(-630^\circ) \cdot \cos(-1800^\circ)}{\tan(-765^\circ) \cdot \cot(-1125^\circ)}$

İfadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

2. $\cos\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) + \cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)$

toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 \sin x$ B) $2 \cos x$ C) $-2 \sin x$
D) $-2 \cos x$ E) 0

3. $\sin(a + b) = \cos(2a - b)$ olduğuna göre, $\sin a$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

4. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\sin 160^\circ = \sin 20^\circ$
B) $\sin(-160^\circ) = \sin 20^\circ$
C) $\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ$
D) $\tan(-70^\circ) = -\tan 70^\circ$
E) $\cos(-70^\circ) = \cos 70^\circ$

5. $f\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) = \sin x - \cos x$ olduğuna göre, $f(\pi)$ kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

6. $\sin 10^\circ = a$ olduğuna göre, $\cos 260^\circ$ ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2a$ B) $-\frac{a}{2}$ C) $-a$ D) a^2 E) $\frac{1}{a}$

7. $f(x) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \sin(\pi + x)$ olduğuna göre,

$f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) 0 C) $\sin x - \cos x$
D) $2 \cos x$ E) $2 \sin x$

8. $\tan 20^\circ = a$ olduğuna göre,

$\frac{1 + \cot 70^\circ}{1 + \tan 70^\circ}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-a$ B) -1 C) 0 D) 1 E) a

9. $\tan 5^\circ = a$ olduğuna göre,

$\frac{\sin 365^\circ \cdot \cot 185^\circ}{\sin 265^\circ}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-a$ B) $-2a$ C) -1 D) 1 E) a

10. $\frac{\sin 3^\circ \cdot \cos 183^\circ \cdot \tan 273^\circ \cdot \cot 363^\circ}{\sin 543^\circ \cdot \cos 1083^\circ \cdot \tan^2 87^\circ}$

İfadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

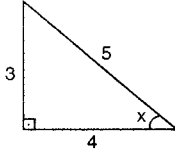
- A) $-2 \sin 3^\circ$ B) $-\sin 3^\circ$ C) -1
D) 0 E) 1

TRİGONOMETRİK ORANLARDAN BİRİ BELLİ İKEN DİĞERİNİ BULMAK

Verilen trigonometrik değer dik üçgene aktarıldıktan sonra, açının bulunduğu bölge dikkate alınarak sonuca gidilir.

ÖRNEK

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \text{ ve } \sin x = \frac{3}{5} \text{ ise } \tan x \text{ i bulunuz.}$$

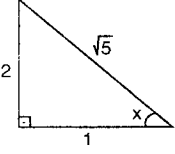
ÇÖZÜM

$$\tan x < 0 \text{ (II. bölge)}$$

$$\tan x = \frac{-3}{4}$$

ÖRNEK

$$\left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right) \text{ de } \tan x = -2 \text{ ise } \frac{\sin x + 2\cos x - \tan x}{\sec x + 2\operatorname{cosec} x - \cot x} \text{ işleminin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

IV. bölge:

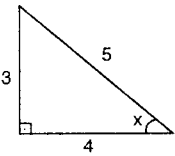
$$\sin x = \frac{-2}{\sqrt{5}}, \quad \cos x = \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad \tan x = -2$$

$$\sec x = \sqrt{5}, \quad \operatorname{cosec} x = \frac{-\sqrt{5}}{2}, \quad \cot x = \frac{-1}{2}$$

$$\frac{\frac{-2}{\sqrt{5}} + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} + 2}{\sqrt{5} - 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

ÖRNEK

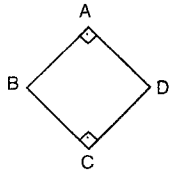
$$\tan x = 0,75 \text{ ise } \cot x + \operatorname{cosec}^2 x \text{ toplamının sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\tan x = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$\cot x = \frac{4}{3}, \quad \operatorname{cosec} x = \pm \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{4}{3} + \frac{25}{9} = \frac{37}{9}$$

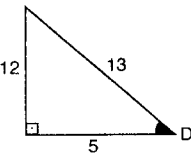
NOT: Aynı bölgede $\cot x$ ile $\tan x$ aynı işaretlidir. $\operatorname{cosec}^2 x = (\operatorname{cosec} x)^2$ ifadesinin pozitif olduğuna dikkat ediniz.

ÖRNEK

Şekildeki ABCD dörtgeninde $\hat{m}A = \hat{m}C = 90^\circ$

$$\cos \hat{B} = \frac{5}{13} \text{ ise } \tan \hat{D} \text{ yi bulunuz.}$$

ÇÖZÜM: $\hat{m}B + \hat{m}D = 180^\circ$ olup $\hat{m}B < 90^\circ$ ve $\hat{m}D > 90^\circ$ dir. ($\cos \hat{B} > 0$ olduğundan)



$$\cos \hat{B} = \frac{5}{13} \text{ ise } \cos \hat{D} = -\frac{5}{13} \text{ (II. bölge)}$$

$$\Rightarrow \tan \hat{D} = -\frac{12}{5}$$

TEST - 15

1. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ve $\sin x = \frac{3}{5}$ olduğuna göre, $\cos x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$
2. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ve $\tan x = 2$ olduğuna göre, $\sin x + \cos x$ toplamı kaçtır?
- A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
D) $\frac{1}{2}$ E) 3
3. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ olmak üzere, $\sin x = 0,6$ olduğuna göre, $\tan x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $-\frac{4}{3}$ E) $-\frac{3}{4}$
4. $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere $\tan x = \frac{5}{12}$ ise $\sin x - \cos x$ farkı kaçtır?
- A) $\frac{17}{13}$ B) $\frac{7}{13}$ C) $-\frac{1}{13}$ D) $-\frac{7}{13}$ E) $-\frac{17}{13}$
5. $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ ve $\sec x = -\frac{17}{8}$ ise $\csc x + \cot x$ toplamı kaçtır?
- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) -1 D) $-\frac{3}{5}$ E) $-\frac{5}{3}$

6. $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ olmak üzere, $\sec x = 2\sqrt{2}$ ise $\tan x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{7}}{7}$ C) $-\sqrt{7}$ D) 7 E) $\frac{1}{7}$

7. $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, $\sin x = 0,3$ olduğuna göre,

$\cot x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) $2\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D) $-2\sqrt{2}$ E) -3

8. $\tan x = 0,75$ olduğuna göre, $\cot x + \csc^2 x$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{37}{9}$ B) $\frac{41}{9}$ C) $\frac{43}{16}$ D) $\frac{37}{16}$ E) $\frac{41}{16}$

9. $4^{\cos x} = 8^{\sin x}$ olduğuna göre, $\cot x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 3

10. $\tan x = 3$ olduğuna göre, $(\sin^2 x - \cos x \cdot \sin x)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) 1 D) $-\frac{4}{5}$ E) $-\frac{3}{5}$

TEST - 16

1. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ve $\cos x + \sin x \cdot \tan x = \frac{5}{3}$ ise $\tan x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 1 D) $\frac{5}{3}$ E) 2

2. $x \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ olduğuna göre,

$$\left(\sqrt{\sin^2 x} + \sqrt{\cos^2 x} - \sin x - \cos x\right)$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

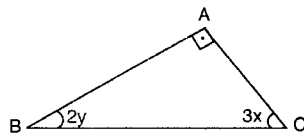
A) 0 B) $-2\sin x$
C) $-2\cos x$ D) $-2\sin x - 2\cos x$
E) $-\sin 2x$

3. $(\sqrt{32})^{\sin x} = 8^{\cos x}$ olduğuna göre,

$\tan x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{3}{4}$

4. Şekildeki dik üçgene göre,
[AB] $\perp$ [AC],
 $\sin 2x = \cos 3y$ olduğuna göre,
x kaç derecedir?



A) 9 B) 12 C) 18 D) 21 E) 27

5. Şekildeki ABC üçgeninde

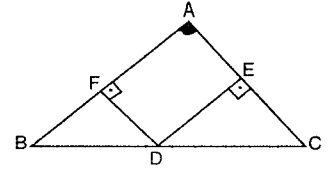
[DE] $\perp$ [AC],

[DF] $\perp$ [AB] ve

$$\cos(\widehat{FDE}) = \frac{4}{5}$$

ise $\cot \hat{A}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) $-\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{4}$



6. Şekildeki ABC dik üçgeninde,

[AB] $\perp$ [BC]

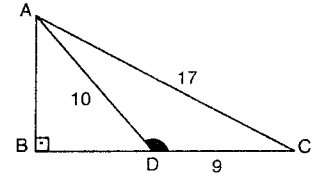
IADl = 10 cm,

IDCl = 9 cm,

IACl = 17 cm olduğuna göre,

$\cos(\widehat{ADC})$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $-\frac{9}{17}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

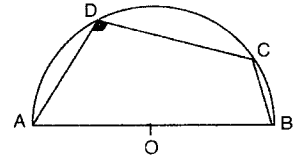


7. Şekildeki O merkezli yarı çember içine ABCD kirişler dörtgeni çizilmiştir.

$\tan \hat{B} = \sqrt{2}$ olduğuna göre,

$\cos \hat{D}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{3}$



8. Şekildeki ABCD

dörtgeninde

[DA] $\perp$ [AB],

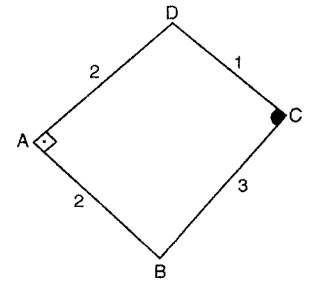
IADl = IABl = 2 cm,

IDCl = 1 cm,

IBCl = 3 cm ise

$\sec \hat{C}$ aşağıdaki-lerden hangisine eşittir?

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) 3 E) 4



İKİ AÇININ TOPLAMININ VE FARKININ TRİGONOMETRİK DEĞERLERİ

i) $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x$

v) $\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$

ii) $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \sin y \cdot \cos x$

vi) $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$

iii) $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$

vii) $\cot(x + y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$

iv) $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$

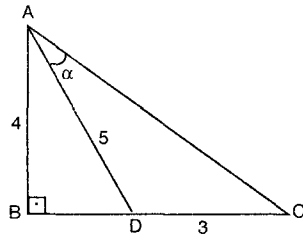
viii) $\cot(x - y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot y - \cot x}$

ÖRNEK

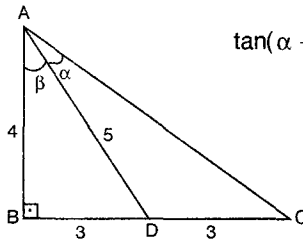
$\sin 20^\circ \cdot \sin 10^\circ - \cos 20^\circ \cdot \cos 10^\circ$ ifadesinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$-(\cos 20^\circ \cdot \cos 10^\circ - \sin 20^\circ \cdot \sin 10^\circ) = -(\cos(20^\circ + 10^\circ)) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

ÖRNEK

ABC üçgeninde, $AD = 5$ cm, $DC = 3$ cm, $AB = 4$ cm $m(\widehat{DAC}) = \alpha$ ise $\tan \alpha$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

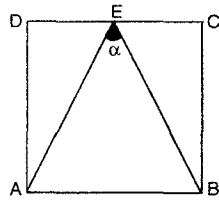
$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{\tan \alpha + \frac{3}{4}}{1 - \tan \alpha \cdot \frac{3}{4}} \quad (\tan \alpha = a \text{ olsun})$$

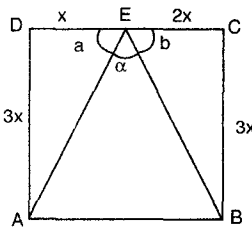
$$\frac{3}{2} = \frac{4a + 3}{4 - 3a} \Rightarrow 12 - 9a = 8a + 6$$

$$6 = 17a$$

$$a = \frac{6}{17} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{6}{17}$$

ÖRNEK

Şekilde ABCD kare, $EC = 2DE$ ise $\tan \alpha$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$a + b + \alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - (a + b)$$

$$\tan \alpha = \tan[180 - (a + b)]$$

$$\tan \alpha = -\tan(a + b)$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$= \frac{3 + \frac{3}{2}}{1 - 3 \cdot \frac{3}{2}} = \frac{9}{-7} = -\frac{9}{7}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{9}{7}$$

TEST - 17

1. $\sin 55^\circ \cdot \cos 5^\circ + \sin 5^\circ \cdot \cos 55^\circ$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\sin 50^\circ$

2. $\sin \frac{\pi}{5} \cdot \cos \frac{\pi}{20} + \cos \frac{\pi}{5} \cdot \sin \frac{\pi}{20}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\sin \frac{3\pi}{20}$ E) 1

3. $\sin 65^\circ \cdot \cos 35^\circ - \cos 65^\circ \cdot \sin 35^\circ$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. $\frac{\sin 85^\circ \cdot \cos 15^\circ - \cos 85^\circ \cdot \sin 15^\circ}{\cos 20^\circ}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2} \cos 20^\circ$ D) $\cos 40^\circ$ E) $\tan 20^\circ$

5. $\frac{\sqrt{3} \cdot \sin 40^\circ + \cos 40^\circ}{2 \cos 20^\circ}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan 20^\circ$ B) $\cot 20^\circ$ C) $\frac{1}{2} \tan 20^\circ$
D) $\frac{1}{2}$ E) 1

6. $\cos 43^\circ \cdot \cos 47^\circ + \sin 43^\circ \cdot \sin 47^\circ$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) $\cos 4^\circ$
D) $\sin 4^\circ$ E) $-\cos 4^\circ$

7. $\frac{\cos 95^\circ \cdot \cos 50^\circ - \sin 95^\circ \cdot \sin 50^\circ}{\cos 55^\circ}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2 \cos 55^\circ}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\cot 55^\circ$
D) $\tan 55^\circ$ E) $-\tan 55^\circ$

8. $\sin 195^\circ$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$
C) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$
E) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

9. $\frac{\sin 6A}{\sin 3A} - \frac{\cos 6A}{\cos 3A}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $\sec 3A$ C) $\sin 3A$
D) $\cos 3A$ E) $\operatorname{cosec} 3A$

10. $\frac{\cos 4x}{\sin 2x} + \frac{\sin 4x}{\cos 2x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\operatorname{cosec} 2x$ B) $\sec 2x$ C) $\cos 2x$
D) $\sin 2x$ E) $\frac{\cos 6x}{\sin 2x \cdot \cos 2x}$

TEST - 18

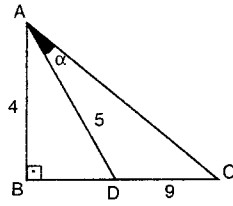
1. Bir ABC üçgeninde, $\sin A = \frac{4}{5}$, $\sin B = \frac{3}{5}$ olduğuna göre, $\sin \hat{C}$ nin değeri kaçtır?

A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

2. Bir ABC üçgeninde, $\cot A = \frac{1}{2}$, $\cot B = \frac{1}{3}$ olduğuna göre, $\cot \hat{C}$ nin değeri kaçtır?

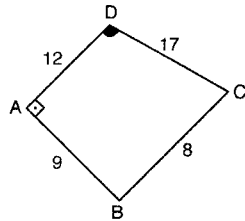
A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) 1 C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

3. Şekildeki ABC dik üçgeninde,
 $AB = 4$ cm,
 $AD = 5$ cm,
 $DC = 9$ cm olduğuna göre, $\tan \alpha$ değeri kaçtır?



A) $\frac{9}{13}$ B) $\frac{9}{11}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{1}{5}$

4. Şekildeki ABCD dörtgeninde
 $[AD] \perp [AB]$,
 $AB = 9$ cm,
 $AD = 12$ cm,
 $DC = 17$ cm,
 $BC = 8$ cm olduğuna göre, $\tan(\hat{ADC})$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



A) $\frac{84}{13}$ B) $\frac{88}{9}$ C) $\frac{77}{36}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

5. ABCD dörtgeninde

$[AD] \perp [AB]$,

$AD = 3$ cm,

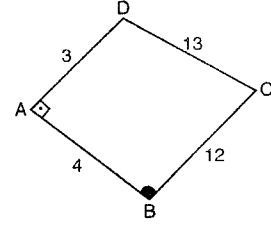
$AB = 4$ cm,

$BC = 12$ cm,

$DC = 13$ cm

olduğuna göre, $\cos(\hat{ABC})$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3}{5}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{3}{5}$ E) $-\frac{4}{5}$



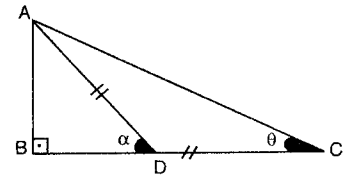
6. Şekildeki ABC dik üçgeninde,

$\tan \alpha = \frac{4}{3}$

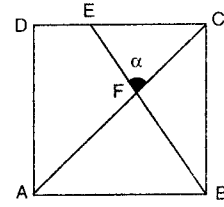
$AD = DC$ ise

$\tan \theta$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{5}$

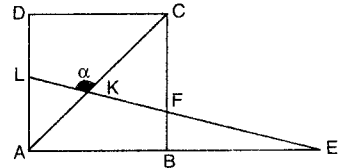


7. Şekilde ABCD kare ve $2|DE| = |EC|$ olduğuna göre, $\tan \alpha$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



A) -5 B) -3 C) -1 D) 3 E) 5

8. Şekildeki ABCD kare,

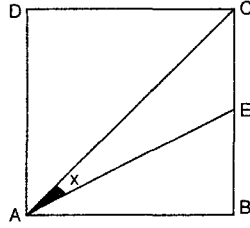


$|DL| = |AL| = \frac{2}{3} |CF|$ olduğuna göre, $\tan \alpha$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{5}{3}$ C) $-\frac{4}{3}$ D) -1 E) -2

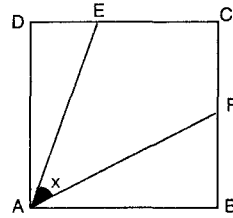
TEST - 19

1. Şekilde ABCD kare, $ICEI = IEBI$ olduğuna göre, $\tan x$ in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



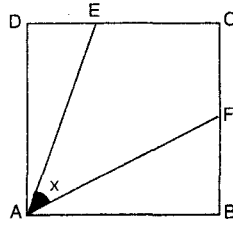
- A) 3 B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

2. Şekilde ABCD kare, $2IEDI = IECI$, $3IBFI = ICFI$ olduğuna göre, $\tan x$ in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



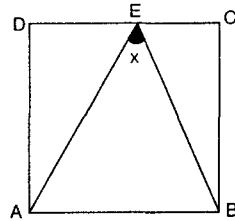
- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{11}{7}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{7}{11}$

3. Şekilde ABCD kare, $2IEDI = IECI$, $IBFI = ICFI$ olduğuna göre, x açısı kaç derecedir?



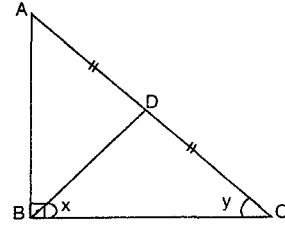
- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

4. Şekilde ABCD kare, $ICEI = \frac{|DCI|}{4}$ olduğuna göre, $\sin x$ in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



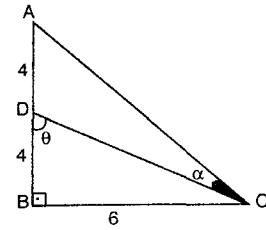
- A) $\frac{19}{5\sqrt{17}}$ B) $\frac{16}{5\sqrt{17}}$ C) $\frac{13}{5\sqrt{17}}$
D) $\frac{8}{5\sqrt{17}}$ E) $\frac{4}{5\sqrt{17}}$

5. Şekilde $\hat{m}B = 90^\circ$, $IABI = 6$ cm, $IBCI = 8$ cm ve $IADI = IDC I$ olduğuna göre, $\sin(x + y)$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?



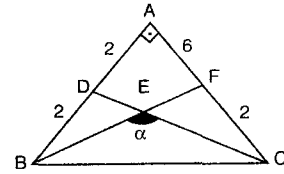
- A) $\frac{24}{25}$ B) $\frac{12}{25}$ C) $\frac{11}{25}$ D) $\frac{8}{25}$ E) $\frac{1}{5}$

6. Şekilde $\hat{m}B = 90^\circ$, $IBCI = 6$ cm, $IBDI = IDAI = 4$ cm olduğuna göre, $\cos(\theta - \alpha)$ nın eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



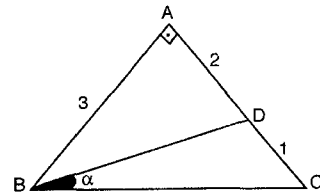
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{3}{4}$

7. Şekilde ABC dik üçgen, $IADI = IDBI = 2$ cm, $IAFI = 6$ cm, $IFCI = 2$ cm, $m(\widehat{BEC}) = \alpha$ ise $\cot \alpha$ nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $-\frac{12}{5}$ B) $-\frac{13}{5}$ C) $-\frac{14}{5}$ D) -2 E) $-\frac{7}{3}$

8. ABC dik üçgen, $[AB] \perp [AC]$, $IABI = 3$ cm, $IADI = 2$ cm, $IDCI = 1$ cm $m(\widehat{DBC}) = \alpha$ ise $\tan \alpha$ nın eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

YARIMAÇI FORMÜLLERİ

i) $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$

iii) $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$

ii) $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$

iv) $\cot 2x = \frac{\cot^2 x - 1}{2 \cot x}$

ÖRNEK

$\sin 70^\circ = p$ ise $\cos 40^\circ$ in p türünden eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\sin 70^\circ = \cos 20^\circ = p$$

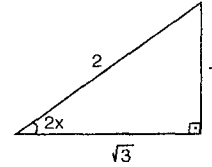
$$\cos 40^\circ = \cos 2 \cdot 20^\circ = 2 \cos^2 20^\circ - 1 = 2p^2 - 1$$

ÖRNEK

$\sin x - \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ise $\tan^2 2x$ in değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$(\sin x - \cos x)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \Rightarrow \sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - \sin 2x = \frac{1}{2}$$



$$\sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan 2x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow (\tan 2x)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

ÖRNEK

$\left(\frac{\sin 24^\circ}{\sin 8^\circ} - \frac{\cos 24^\circ}{\cos 8^\circ}\right) \cdot \cos 45^\circ$ ifadesinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\left(\frac{\sin 24^\circ}{\sin 8^\circ} - \frac{\cos 24^\circ}{\cos 8^\circ}\right) \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sin 24^\circ \cdot \cos 8^\circ - \cos 24^\circ \cdot \sin 8^\circ}{\sin 8^\circ \cdot \cos 8^\circ} \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sin(24^\circ - 8^\circ)}{\frac{2}{2} \cdot \sin 8^\circ \cdot \cos 8^\circ} \cdot \cos 45^\circ$$

$$= \frac{\sin 16^\circ}{\frac{\sin 16^\circ}{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

ÖRNEK

$\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ$ ifadesinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{2 \sin 20^\circ}{2 \sin 20^\circ} \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ = \frac{2 \sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ}{2 \cdot 2 \sin 20^\circ} = \frac{2 \sin 80^\circ \cdot \cos 80^\circ}{2 \cdot 4 \sin 20^\circ} = \frac{\sin 160^\circ}{8 \cdot \sin 20^\circ} = \frac{\sin 20^\circ}{8 \cdot \sin 20^\circ} = \frac{1}{8}$$

TEST - 20

1. $\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$ çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

2. $\sin 22,5^\circ \cdot \cos 22,5^\circ \cdot \cos 45^\circ$ çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

3. $\sin 5^\circ \cdot \cos 5^\circ \cdot \cos 10^\circ = m$ olduğuna göre, $\cos 290^\circ$ 'nin m türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{4}{m}$ B) $\frac{4}{m}$ C) $4m$ D) $-4m$ E) $16m^2$

4. $8 \cdot \sin 285^\circ \cdot \sin 165^\circ \cdot \sec 300^\circ$ çarpımının sonucu kaçtır?

A) -4 B) -3 C) 1 D) 2 E) 4

5. $\frac{4 \sin 4x}{\cos 2x \cdot \cos x}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $16 \cos x$ B) $16 \sin x$ C) $8 \cos x$
D) $8 \sin x$ E) $4 \sin x$

6. $\cos 8^\circ = x$ ise $\sin 74^\circ$ ün x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x - 1$ B) $2x$ C) $1 - 2x^2$
D) $2x^2 + 1$ E) $2x^2 - 1$

7. $2 \cos^2 x - 8 \sin x \cdot \cos x = 1$ ise $\tan 2x$ 'in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

8. $\frac{\sec x + \operatorname{cosec} x}{\sin x + \cos x}$

ifadesinin sadeleşmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 \sin 2x$ B) $2 \operatorname{cosec} 2x$ C) $2 \cos 2x$
D) $2 \sec 2x$ E) 2

9. $\sin 9^\circ = m$ ise $\sin 72^\circ$ 'nin m türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2m - 1$ B) $2m$ C) $1 - 2m^2$
D) $2m^2 + 1$ E) $2m^2 - 1$

10. $\cos 35^\circ = a$ ise $\sin 20^\circ$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2a^2 - 1$ B) $2a^2 + 1$ C) $1 - 2a^2$
D) $2a^2$ E) $2a$

TEST - 21

1. $4\sin 3^\circ \cdot \cos 3^\circ \cdot \cos 6^\circ = a$ olduğuna göre, $\tan 78^\circ$ in a cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a}{3}$ B) $\frac{1-a^2}{a}$ C) $\frac{\sqrt{1-a^2}}{a}$
D) $\frac{\sqrt{a^2-1}}{a}$ E) $\frac{a}{2}$

2. $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere, $\sin x = \frac{3}{5}$ ise

$\tan 2x$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{24}{7}$ C) $\frac{17}{2}$
D) 3 E) 1

3. $\frac{2 \cdot \cos^2 67,5^\circ - 1}{\sin 67,5^\circ \cdot \cos 67,5^\circ}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

4. $\frac{2(-1 + \sin^2 a)}{\cos 2a + 1}$

ifadesinin sadeleşmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) -4 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

5. $\frac{2\cos 2x + 1}{5\cos^2 x + 4\cos x + \sin^2 x}$

ifadesinin sadeleşmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2\cos x}{\cos x + 1}$ B) $\frac{2\cos x - 1}{\cos x + 1}$ C) $\frac{2\cos x + 1}{2\cos x - 1}$
D) $\frac{2\cos x - 1}{2\cos x + 1}$ E) $\frac{1 - 2\cos x}{2\cos x + 1}$

6. $\frac{\sin 2x + \sin x}{2 + \cos x - 2\sin^2 x}$

işleminin sadeleşmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\cos x + 1$ B) $2\sin x + 1$ C) $\cos x$
D) $\cot x$ E) $\tan x$

7. $x = \frac{\pi}{12}$ için $\cos^2 x \cdot (1 - \tan^2 x)$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) 1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. $f(x) = \frac{\cot 2x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$ ise $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$

değeri kaçtır?

A) $-\sqrt{2}$ B) -1 C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

9. $\sin 2x = \frac{4}{5}$ ise $\tan x$ aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) 2

10. Şekilde $\hat{m}A = 90^\circ$

$[ED] \perp [BC]$

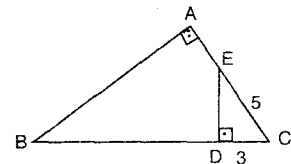
$IEC = 5$ cm,

$IDC = 3$ cm

olduğuna göre,

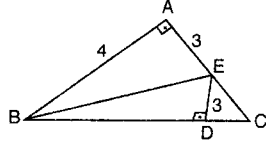
$\tan(\hat{ABC})$ 'nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{3}$



TEST - 22

1. Şekildeki ABC dik üçgeninde $\hat{m}A = 90^\circ$
 $[ED] \perp [BC]$,
 $|AB| = 4$ cm,
 $|AE| = |DE| = 3$ cm ise



$\cot(\hat{ABC})$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{7}{25}$ B) $\frac{7}{24}$ C) $\frac{24}{7}$ D) 3 E) 1

2. $8 \cdot \sin \frac{\pi}{16} \cdot \cos \frac{\pi}{16} \cdot \cos \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{4}$

çarpımının sayısal değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

3. $\left(2 \sin^2 \frac{\pi}{24} - 1\right) \cdot \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{6}$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{8}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{8}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ E) $\frac{1}{8}$

4. $\sin 44^\circ = m$ olduğuna göre, $\cos 23^\circ$ ün m türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) m B) $\sqrt{\frac{m}{2}}$ C) $\frac{m^2}{2}$ D) $\frac{m+1}{2}$ E) $\sqrt{\frac{m+1}{2}}$

5. $\sin 15^\circ$ in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{1-\sqrt{3}}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ E) $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$

6. $a + b = \frac{\pi}{6}$ olmak üzere,

$(\cos a + \sin b)^2 + (\sin a + \cos b)^2$ toplamının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

7. $\frac{\cos 2x - 1}{\sin 2x \cdot \sec x}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\sin x$ B) $\sin x$ C) $-\cos x$
D) $\cos x$ E) $\csc x$

8. $\frac{\cot x - \tan x}{2}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

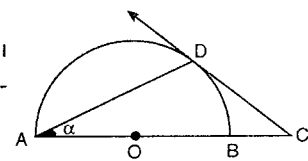
- A) $\tan 2x$ B) $\cot 2x$ C) $\sin 2x$
D) $\cos 2x$ E) 1

9. O merkezli yarım çemberde [CD] ışını çembere D noktasında teğettir.

$$2|OB| = |BC|,$$

$\hat{m}(\widehat{DAC}) = \alpha$ olduğuna göre, $\tan 2\alpha$ 'nın değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) $2\sqrt{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$



10. $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = \frac{1}{5}$ olduğuna göre, $\sin^2 \alpha$ nin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) 1 E) 2

DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİ

$$i) \sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$v) \tan x + \tan y = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cdot \cos y}$$

$$ii) \sin x - \sin y = 2 \sin\left(\frac{x-y}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x+y}{2}\right)$$

$$vi) \tan x - \tan y = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cdot \cos y}$$

$$iii) \cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$vii) \cot x + \cot y = \frac{\sin(x+y)}{\sin x \cdot \sin y}$$

$$iv) \cos x - \cos y = -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$viii) \cot x - \cot y = -\frac{\sin(x-y)}{\sin x \cdot \sin y}$$

ÖRNEK

$$\frac{\cos 7x - \cos x}{\sin 7x + \sin x} \text{ ifadesinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\frac{-\cancel{2} \sin \frac{7x+x}{2} \cdot \sin \frac{7x-x}{2}}{\cancel{2} \sin \frac{7x+x}{2} \cdot \cos \frac{7x-x}{2}} = \frac{-\cancel{\sin 4x} \cdot \sin 3x}{\cancel{\sin 4x} \cdot \cos 3x} = -\tan 3x$$

ÖRNEK

$$x = \frac{\pi}{24} \text{ olmak üzere, } \frac{\cos x + \cos 5x + \cos 9x}{\sin 3x + \sin 7x + \sin 11x} \text{ ifadesinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\frac{\cos x + \cos 9x + \cos 5x}{\sin 3x + \sin 11x + \sin 7x} = \frac{2 \cos 5x \cdot \cos 4x + \cos 5x}{2 \sin 7x \cdot \cos 4x + \sin 7x} = \frac{\cos 5x(2 \cos 4x + 1)}{\sin 7x(2 \cos 4x + 1)} = 1 \begin{cases} 5x + 7x = 12x \\ 12x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

TERS DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİ

$$i) \cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$ii) \sin x \cdot \sin y = \frac{-1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$iii) \sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

ÖRNEK

$$\frac{\sin(60^\circ + x) \cdot \sin(60^\circ - x)}{1 + 2 \cos 2x} \text{ ifadesinin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\frac{-\frac{1}{2} [\cos(60^\circ + x + 60^\circ - x) - \cos(60^\circ + x - 60^\circ - x)]}{1 + 2 \cos 2x} = \frac{-\frac{1}{2} [\cos 120^\circ - \cos 2x]}{1 + 2 \cos 2x}$$

$$= \frac{-\frac{1}{2} [-\frac{1}{2} - \cos 2x]}{1 + 2 \cos 2x} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{1 + 2 \cos 2x}{2} \right)}{1 + 2 \cos 2x} = \frac{1}{4}$$

TEST - 23

1. $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$ toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) 1 E) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

2. $\sin 80^\circ - \sin 20^\circ$ farkının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 \cos 50^\circ$ B) $\cos 50^\circ$ C) $\cos 100^\circ$
D) $\sin 50^\circ$ E) $\sin 100^\circ$

3. $\cos 105^\circ + \cos 15^\circ$ toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 \cos 15^\circ$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

4. $\cos 140^\circ - \cos 40^\circ$ farkının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\cos 100^\circ$ B) $-\cos 50^\circ$ C) $-\cos 40^\circ$
D) $-2 \cos 40^\circ$ E) 0

5. $\frac{\cos 70^\circ + \cos 20^\circ}{\cos 70^\circ - \cos 20^\circ}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\operatorname{cosec} 25^\circ$ B) $\tan 25^\circ$ C) $-\tan 25^\circ$
D) $\cot 25^\circ$ E) $-\cot 25^\circ$

6. $\frac{1}{\sin 15^\circ} + \frac{1}{\cos 15^\circ}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{6} + 1$ B) $-2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{6}$
D) $2\sqrt{6}$ E) $-3\sqrt{3}$

7. $\frac{\sin 74^\circ + \cos 44^\circ}{\cos 46^\circ + \sin 16^\circ}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

8. $\frac{\cos 16^\circ - \sin 6^\circ}{\sin 33^\circ + \cos 23^\circ}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin 17^\circ$ B) $2 \sin 17^\circ$ C) $\tan 17^\circ$
D) $2 \tan 17^\circ$ E) $\cos 34^\circ$

9. $\tan 15^\circ + \cot 15^\circ$ toplamının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4 B) 2 C) 1 D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

10. $\frac{\tan 25^\circ + \tan 65^\circ}{\sec 25^\circ}$

ifadesinin sadeleşmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\operatorname{cosec} 25^\circ$ B) $\operatorname{cosec} 65^\circ$ C) $\sec 65^\circ$
D) $\sin 65^\circ$ E) $\cos 65^\circ$

TEST - 24

1. $\frac{\sin 11a - \sin 7a}{\cos 10a + \cos 8a}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cos 2a$ B) $2 \cos a$ C) $2 \sin a$
D) $\sin a$ E) $\cos a$

2. $\frac{\sin 7x + \sin 9x}{\sin 8x \cdot \sin 2x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cot x$ B) $\tan x$ C) $\sin x$
D) $\cos x$ E) $\operatorname{cosec} x$

3. $\frac{\cos 12a + \cos 4a}{\sin 16a}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan 4a$ B) $\frac{\sec 4a}{2}$ C) $\sec 4a$
D) $\operatorname{cosec} 4a$ E) $\frac{\operatorname{cosec} 4a}{2}$

4. $\frac{\cos x - \cos 7x}{\sin 7x - \sin x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan 3x$ B) $\tan 4x$ C) $\cot x$
D) $\cot 4x$ E) $-\tan 4x$

5. $\frac{\cos 8x + \cos 6x}{\cos 10x - \cos 6x}$

kesrinin $18x = \pi$ için değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) 1

6. $18a = \frac{\pi}{2}$ olduğuna göre, $\frac{\cos 12a + \cos 6a}{\sin 9a \cdot \sin 15a}$

ifadesinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

7. $x = \frac{\pi}{13}$ ise $\frac{\cos x \cdot \cos 10x}{\cos 2x + \cos 4x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

8. $\frac{\cos 8^\circ - \cos 10^\circ + \cos 12^\circ}{\sin 8^\circ - \sin 10^\circ + \sin 12^\circ}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cot 8^\circ$ B) $2 \cot 8^\circ$ C) $\tan 10^\circ$
D) $\cot 10^\circ$ E) $2 \cot 10^\circ$

9. $\frac{\sin 5^\circ + \sin 15^\circ + \sin 25^\circ}{\cos 5^\circ + \cos 15^\circ + \cos 25^\circ}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 + \sqrt{3}$ B) $1 + \sqrt{2}$ C) $2 - \sqrt{3}$
D) $\sqrt{2} - 1$ E) $\sqrt{3} - 2$

10. $\frac{1 + \cos 11a - \cos 3a}{\cos 3a}$

ifadesinin $a = \frac{\pi}{11}$ için eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

TEST - 25

1. $\cos 75^\circ \cdot \cos 15^\circ$ çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) 0

2. $\cos \frac{5\pi}{24} \cdot \cos \frac{\pi}{24}$

çarpımı, aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4}$
D) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{8}$ E) $\frac{2+\sqrt{3}}{8}$

3. $\sin 255^\circ \cdot \sin 315^\circ$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{1-\sqrt{3}}{4}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

4. $\sin \frac{\pi}{8} \cdot \sin \frac{3\pi}{8}$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ D) $\frac{1}{8}$ E) 0

5. $\frac{4 \sin 85^\circ \cdot \sin 35^\circ}{2 \cos 25^\circ - 1}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos 25^\circ$ B) $2 \cos 25^\circ - 1$ C) $2 \cos 25^\circ$
D) $2 \cos 25^\circ + 1$ E) $\cos 25^\circ + 2$

6. $\frac{\sin 50^\circ \cdot \sin 140^\circ}{\cos 10^\circ}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

7. $\frac{1}{\cos 80^\circ} - 4 \sin 70^\circ$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 4 D) $\frac{1}{2}$ E) 2

8. $\cos 13^\circ \cdot \cos 77^\circ \cdot \sin 64^\circ = x$ ise $\cos 38^\circ$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

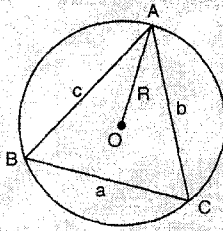
A) $4x$ B) $2x$ C) x D) $\frac{x}{2}$ E) $\frac{x}{4}$

9. $\cos 80^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 20^\circ$ çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin 20^\circ$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{16}$

10. $\sin 80^\circ \cdot \sin 60^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 20^\circ$ çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{2}$

ÜÇGENDE SİNÜS TEOREMİ

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

ÖRNEK

ABC dik üçgeninde $\hat{m}A = 90^\circ$, $b = \frac{R}{4}$ ise $\cos \hat{C}$ yi bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{b}{\sin B} = 2R \Rightarrow \frac{\frac{R}{4}}{\sin B} = 2R \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{1}{8}$$

$$\hat{m}B + \hat{m}C = 90^\circ \Rightarrow \sin \hat{B} = \cos \hat{C} = \frac{1}{8}$$

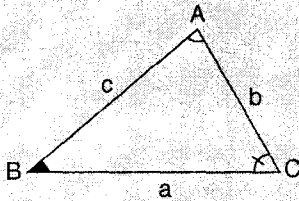
ÖRNEK

Bir ABC üçgeninde $\hat{m}A = 120^\circ$, $\hat{m}B = 15^\circ$, $a = 2\sqrt{3}$ ise c kenarının uzunluğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\hat{m}A + \hat{m}B + \hat{m}C = 180 \Rightarrow \hat{m}C = 45^\circ$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{c}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow c = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

ÜÇGENDE KOSİNÜS TEOREMİ

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A} \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \hat{B} \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C} \end{aligned}$$

ÖRNEK

Bir ABC üçgeninde $\hat{m}A = 60^\circ$, $b = 2 + \sqrt{2}$ cm, $c = 2 - \sqrt{2}$ cm ise a kenarının uzunluğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \\ a^2 &= (2 + \sqrt{2})^2 + (2 - \sqrt{2})^2 - 2 \cdot (2 + \sqrt{2}) (2 - \sqrt{2}) \cdot \frac{1}{2} \\ &= 4 + 4\sqrt{2} + 2 + 4 - 4\sqrt{2} + 2 - \cancel{2} \cdot (4 - 2) \cdot \frac{1}{2} \\ a^2 &= 12 - 2 = 10 \Rightarrow a = \sqrt{10} \end{aligned}$$

ÖRNEK

Bir ABC üçgeninin kenarları arasında, $\frac{b^2 - bc}{ac} = \frac{b^2 - ab}{c^2 + bc}$ bağıntısı varsa C açısının kaç derece olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{b(b-c)}{ac} = \frac{b(b-a)}{c(c+b)} \Rightarrow (b-c)(b+c) = a(b-a)$$

$$b^2 - c^2 = ab - a^2$$

$$c^2 = b^2 + a^2 - ab$$

$$\text{Kosünüs teoreminden, } c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C} \quad \left. \begin{array}{l} b^2 - c^2 = ab - a^2 \\ c^2 = b^2 + a^2 - ab \end{array} \right\} \text{Taraf tarafa çıkarılırsa,}$$

$$0 = -ab + 2ab \cdot \cos \hat{C}$$

$$\frac{ab}{2ab} = \cos \hat{C}$$

$$\frac{1}{2} = \cos \hat{C} \Rightarrow m \hat{C} = 60^\circ \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

ABC üçgeninde, açılar arasında

$2\cos B \cdot \sin C = \sin A$ bağıntısı varsa, bu üçgenin ikizkenar üçgen olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\sin C = \frac{c}{2R}$$

$$\sin A = \frac{a}{2R}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \text{ bağıntıları yerlerine yazıldığında}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \cdot \frac{c}{2R} = \frac{a}{2R}$$

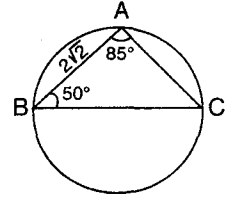
$$\Rightarrow a^2 + c^2 - b^2 = a^2$$

$$\Rightarrow c^2 = b^2 \Rightarrow c = b$$

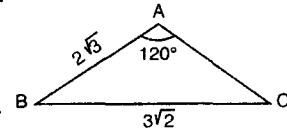
TEST - 26

- Bir ABC üçgeninde, $a = 4$ cm, $\hat{A} = 45^\circ$, $\hat{B} = 60^\circ$ ise **b kaç cm dir?**
A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{6}$
- Bir ABC üçgeninde, $a = 2\sqrt{2}$ cm, $\hat{A} = 45^\circ$, $\hat{B} = 105^\circ$ ise **c kaç cm dir?**
A) 1 B) 2 C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 3
- Bir ABC üçgeninde, $a = 6\sqrt{2}$ cm, $b = 3$ cm, $\hat{A} = 45^\circ$ olduğuna göre, **$\sin B$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?**
A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$
- Bir ABC üçgeninde, $b = 4$ cm, $c = 4\sqrt{3}$ cm, $\hat{B} = 30^\circ$ olduğuna göre, **A açısının ölçüsü aşağıdakilerden hangisine eşittir?**
A) 30° B) 45° C) 60° D) 75° E) 120°
- Bir ABC üçgeninde, $a = 3\sqrt{3}$ cm ve $\hat{A} = 60^\circ$ olduğuna göre, **ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı kaç cm dir?**
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

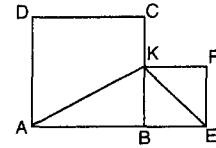
- Şekildeki çember A, B ve C noktalarından geçmektedir. ABC üçgeninde; $\hat{A} = 85^\circ$, $\hat{B} = 50^\circ$, $|AB| = 2\sqrt{2}$ cm olduğuna göre, **çemberin yarıçapı kaç cm dir?**
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 2 E) 4



- Şekildeki ABC üçgeninde $\hat{A} = 120^\circ$, $|BC| = 3\sqrt{2}$ cm, $|AB| = 2\sqrt{3}$ cm olduğuna göre, **B açısının ölçüsü kaç derecedir?**
A) 15 B) 20 C) 30 D) 45 E) 50



- Şekildeki ABCD, BEFK kare ve $4|BE| = 3|AB|$ olduğuna göre, **$\sin(\widehat{AKE})$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?**
A) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ C) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{7\sqrt{2}}{10}$



- Bir ABC üçgeninde, $\hat{A} = 120^\circ$, $2a = c\sqrt{6}$ olduğuna göre, **B açısının ölçüsü kaç derecedir?**
A) 15 B) 20 C) 30 D) 45 E) 50
- Bir ABC üçgeninde $\hat{A} = 135^\circ$ ve $a = 8\sqrt{2}$ cm olduğuna göre, **A, B ve C noktalarından geçen dairenin alanı kaç π cm² dir?**
A) 8 B) 16 C) 32 D) 48 E) 64

TEST - 27

1. Kenar uzunlukları $a = 5$ cm, $b = 7$ cm, $c = 8$ cm olan ABC üçgeninde B açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

2. Kenar uzunlukları $a = 3$ cm, $b = 5$ cm, $c = 7$ cm olan ABC üçgeninde C açısının ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

3. Şekildeki ABC üçgeninde,

$$\hat{m}A = 135^\circ,$$

$$|AC| = 3 \text{ cm},$$

$$|AB| = \sqrt{2} \text{ cm}$$

olduğuna göre, bir kenarının uzunluğu |BC| olan karenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 9 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

4. Kenar uzunlukları 3 cm, 4 cm, 6 cm olan bir üçgenin en küçük açısının kosinüsü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{43}{48}$ B) $\frac{29}{36}$ C) $\frac{11}{24}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

5. Şekildeki ABC

üçgeninde,

$$|AD| = 5 \text{ cm},$$

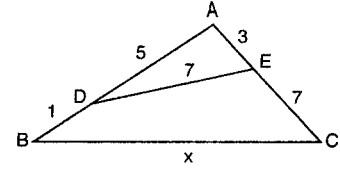
$$|DB| = 1 \text{ cm},$$

$$|AE| = 3 \text{ cm},$$

$$|EC| = 7 \text{ cm}$$

olduğuna göre, $|BC| = x$ kaç cm dir?

A) 16 B) 15 C) 14 D) 12 E) 10



6. Şekildeki ABC

üçgeninde

$$|AD| = |DC| = 8 \text{ cm},$$

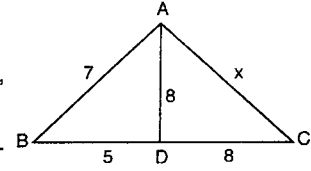
$$|AB| = 7 \text{ cm},$$

$$|BD| = 5 \text{ cm}$$

olduğuna göre,

$|AC| = x$ kaç cm dir?

A) 12 B) 10 C) 9 D) $9\sqrt{3}$ E) $8\sqrt{3}$



7. Şekildeki ABC

üçgeninde,

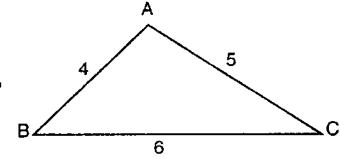
$$|AB| = 4 \text{ cm},$$

$$|AC| = 5 \text{ cm},$$

$$|BC| = 6 \text{ cm}$$

olduğuna göre, $\cos(\widehat{B+C})$ nin değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{3}{7}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{4}$



8. Şekilde, ABC

ve FBD birer

üçgen,

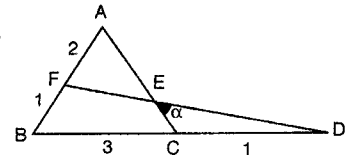
$$|AF| = 2 \text{ cm},$$

$$|FB| = 1 \text{ cm},$$

$$|BC| = 3 \text{ cm},$$

$|CD| = 1 \text{ cm}$ ve $|AE| = |EF|$, $s(\widehat{CED}) = \alpha$ olduğuna göre, $\cos \alpha$ nın değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{7}{8}$



TEST - 28

1. Şekilde ABC ve

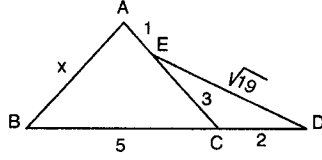
ECD üçgen,

IAEI = 1 cm,

IECI = 3 cm,

IBCI = 5 cm,

ICDI = 2 cm,

IEDI = $\sqrt{19}$ cm olduğuna göre, **IABI = x kaç cm dir?**

- A)
- $\sqrt{15}$
- B)
- $\sqrt{17}$
- C)
- $\sqrt{19}$
- D)
- $\sqrt{21}$
- E)
- $\sqrt{23}$

2. Şekilde, ABC ve

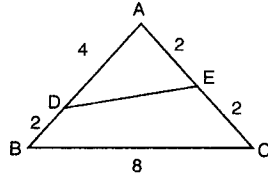
ADE üçgen,

IADI = 4 cm,

IDBI = 2 cm,

IAEI = 2 cm,

IECI = 2 cm ve

IBCI = 8 cm olduğuna göre, **IDEI kaç cm dir?**

- A) 4 B)
- $4\sqrt{2}$
- C)
- $4\sqrt{3}$
- D)
- $2\sqrt{6}$
- E)
- $4\sqrt{6}$

3. Şekilde ABCD eş-

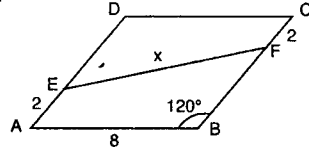
kenar dörtgen,

 $m(\widehat{ABF}) = 120^\circ$,

IAEI = ICFI = 2 cm,

IABI = 8 cm

olduğuna göre,

IEFI = x kaç cm dir?

- A)
- $\sqrt{13}$
- B) 7 C)
- $2\sqrt{13}$
- D)
- $4\sqrt{7}$
- E) 7

4. Şekilde

IACI = 4 cm,

IABI = 7 cm,

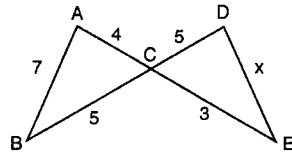
IBCI = ICDI = 5 cm,

ICEI = 3 cm oldu-

na göre,

IDEI = x kaç cm dir?

- A) 7 B)
- $3\sqrt{5}$
- C)
- $2\sqrt{10}$
- D) 6 E)
- $2\sqrt{7}$



5. Şekilde, ABCD

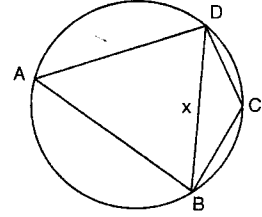
kirişler dörtgeni-

nin çevrel çembe-

rinin yarıçapı

 $r = 3$ cm ve $m(\widehat{DCB}) = 2m(\widehat{DAB})$ olduğuna göre,**IBDI = x kaç cm dir?**

- A)
- $\sqrt{3}$
- B) 3 C)
- $2\sqrt{3}$
- D)
- $3\sqrt{2}$
- E)
- $3\sqrt{3}$



6. Şekilde ABCD

kirişler dörtgeninde,

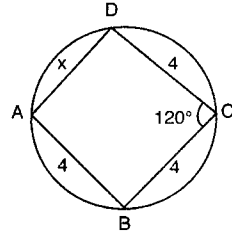
 $m(\widehat{BCD}) = 120^\circ$,

IDCI = IBCI = IABI = 4 cm

olduğuna göre,

IADI = x kaç cm dir?

- A) 8 B)
- $4\sqrt{3}$
- C) 6 D)
- $3\sqrt{3}$
- E) 4



7. Şekildeki ABCD

kare, $2IBFI = ICFI$,

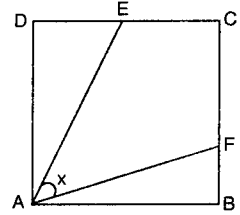
IDEI = IECI,

 $m(\widehat{EAF}) = x$

olduğuna göre,

 $\cos x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

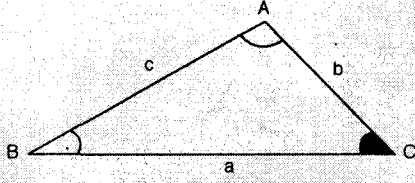
- A)
- $\frac{13\sqrt{2}}{25}$
- B)
- $\frac{13\sqrt{2}}{24}$
- C)
- $\frac{\sqrt{2}}{2}$
-
- D)
- $\frac{1}{2}$
- E)
- $\frac{3}{5}$



8. Bir ABC üçgeninin kenarları arasında

 $2c\sqrt{3} = 6b = 3a$ bağıntısı varsa,**A açısının ölçüsü kaç derecedir?**

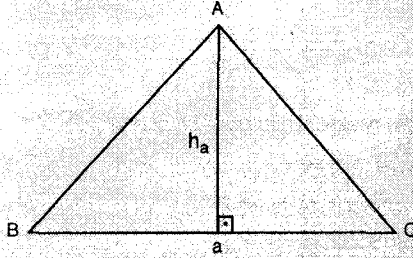
- A) 120 B) 90 C) 60 D) 45 E) 30

TANJANT TEOREMİ

$$\frac{b+c}{b-c} = \frac{\tan \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2}}{\tan \frac{\hat{B} - \hat{C}}{2}}$$

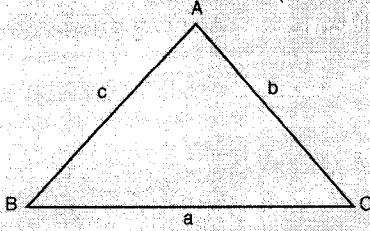
ÜÇGENİN ALAN FORMÜLLERİ

I.



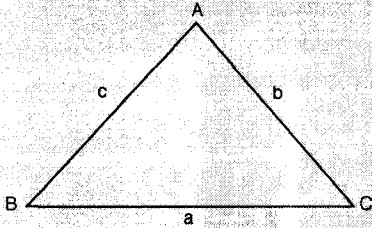
$$A(\triangle ABC) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

II.



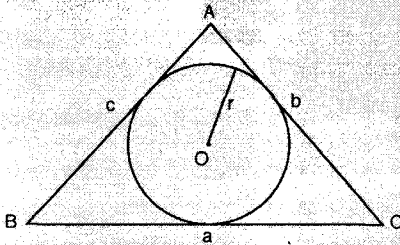
$$\begin{aligned} A(\triangle ABC) &= \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \hat{C} \\ &= \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin \hat{B} \\ &= \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \hat{A} \end{aligned}$$

III.



$$u = \frac{a+b+c}{2} \text{ olmak üzere, } A(\triangle ABC) = \sqrt{u \cdot (u-a)(u-b)(u-c)}$$

IV.

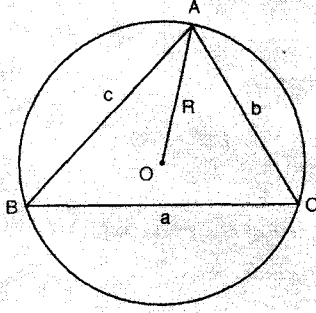


r: iç teğet çemberin yarıçapı

$$u = \frac{a+b+c}{2}$$

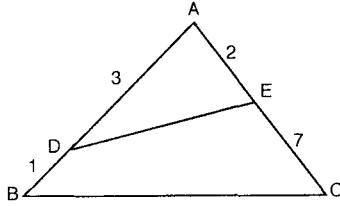
$$A(\triangle ABC) = u \cdot r$$

v.

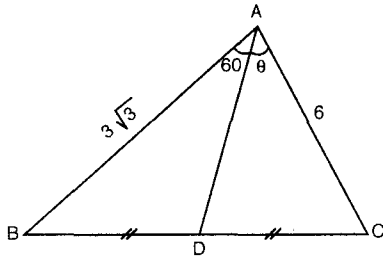


R: Çevrel çemberin yarıçapı

$$A(\triangle ABC) = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$$

ÖRNEKŞekildeki ABC üçgeninde $|AE| = 2$ cm, $|AD| = 3$ cm, $|DB| = 1$ cm $|EC| = 7$ cm ise $\frac{A(\triangle ADE)}{A(\triangle ABC)}$ oranını bulunuz.**ÇÖZÜM**

$$\frac{A(\triangle ADE)}{A(\triangle ABC)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 \cdot \sin \hat{A}}{\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 9 \cdot \sin \hat{A}} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ÖRNEKABC üçgeninde, $m(\hat{BAD}) = 60^\circ$, $m(\hat{DAC}) = \theta$, $|BD| = |DC|$, $|AB| = 3\sqrt{3}$ cm, $|AC| = 6$ cm ise $\sin \theta$ yı bulunuz.**ÇÖZÜM**

$$A(\triangle ABD) = A(\triangle ADC)$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{3} \cdot |AD| \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot |AD| \cdot 6 \cdot \sin \theta$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2} = 6 \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

TEST - 29

1. Bir ABC üçgeninde, $\frac{b-c}{b+c} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ve $\hat{m}A = 90^\circ$ olduğuna göre, $\hat{m}B$ kaç derecedir?

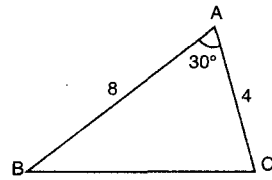
A) 75 B) 60 C) 45 D) 30 E) 15

2. Bir ABC üçgeninin kenarları arasında, $\frac{b}{c} = 2 + \sqrt{3}$ bağıntısı vardır. $\hat{m}A = 90^\circ$ ise $\hat{m}C$ kaç derecedir?

A) 75 B) 60 C) 45 D) 30 E) 15

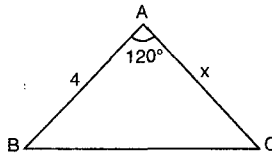
3. Şekildeki ABC üçgeninde, $IBI = 8$ cm, $IACI = 4$ cm, $\hat{m}(BAC) = 30^\circ$ olduğuna göre, $A(ABC)$ kaç cm^2 dir?

A) 16 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2



4. Şekildeki ABC üçgeninde, $\hat{m}(BAC) = 120^\circ$, $IBI = 4$ cm ve $A(ABC) = 3$ cm^2 olduğuna göre, $IACI = x$ kaç cm dir?

A) $3\sqrt{3}$ B) 4 C) $2\sqrt{3}$
D) 3 E) $\sqrt{3}$



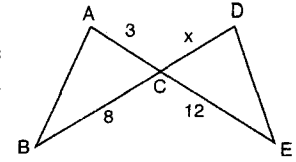
5. Şekildeki ABC ve DCE üçgenlerinin alanları birbirine eşittir.

$IACI = 3$ cm

$IBC I = 8$ cm,

$ICEI = 12$ cm olduğuna göre, $ICDI = x$ kaç cm dir?

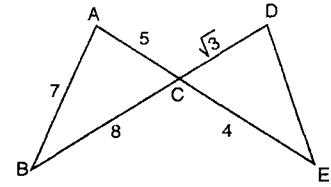
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



6. Şekilde, $IACI = 5$ cm, $IBC I = 8$ cm, $IBAI = 7$ cm, $ICEI = 4$ cm,

$ICDI = \sqrt{3}$ cm olduğuna göre, $A(CDE)$ kaç cm^2 dir?

A) 1 B) $2\sqrt{3}$ C) 3 D) $4\sqrt{3}$ E) 6



7. Şekilde

$[BD] \perp [DE]$,

$IACI = 5$ cm,

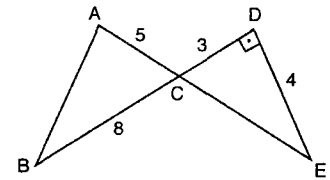
$IBC I = 8$ cm,

$IDCI = 3$ cm,

$IDEI = 4$ cm

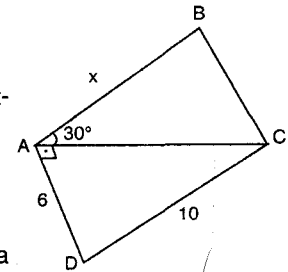
olduğuna göre, $A(ABC)$ kaç cm^2 dir?

A) 16 B) 15 C) 12 D) 10 E) 8



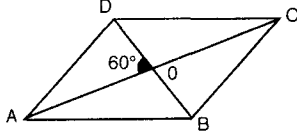
8. Şekildeki ABC ve ADC üçgenlerinin alanları birbirine eşittir. $[AD] \perp [AC]$, $\hat{m}(BAC) = 30^\circ$, $IDCI = 10$ cm $IADI = 6$ cm olduğuna göre, $IBAI = x$ kaç cm dir?

A) 16 B) 12 C) 10 D) 8 E) 4



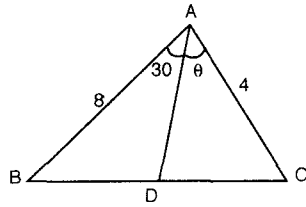
TEST - 30

1. Şekilde ABCD paralelkenarında, [AC] ve [BD] köşegen, IDBI = 10 cm, IACI = 6 cm ve $m(\widehat{AOD}) = 60^\circ$ olduğuna göre, paralelkenarın alanı kaç cm^2 dir?



A) $6\sqrt{3}$ B) 12 C) 15 D) $10\sqrt{3}$ E) $15\sqrt{3}$

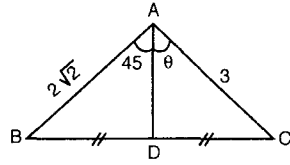
2. Şekilde $m(\widehat{BAD}) = 30^\circ$, $m(\widehat{DAC}) = \theta$, IABI = 8 cm, IACI = 4 cm,



$A(\widehat{ABD}) = \sqrt{2} \cdot A(\widehat{ADC})$ olduğuna göre, θ kaç derece olabilir?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 90

3. Şekilde $m(\widehat{BAD}) = 45^\circ$, $m(\widehat{DAC}) = \theta$, IACI = 3 cm,



IABI = $2\sqrt{2}$ cm ve IBDI = IDCI olduğuna göre, $\sin \theta$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

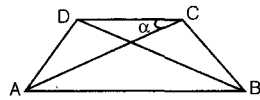
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

4. Şekilde ABCD yamuğunda,

IACI = IDBI = 5 cm $A(ABCD) = \frac{15}{2} \text{ cm}^2$ olduğuna göre,

$\sin(\widehat{ACD}) = \sin \alpha$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{1}{\sqrt{10}}$



5. Şekildeki çemberde,

$$m\widehat{BCI} = 34^\circ,$$

$$m\widehat{ADI} = 86^\circ,$$

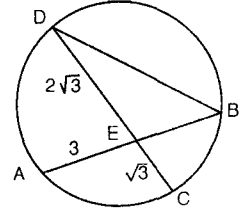
$$IDEI = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$IECI = \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$IAEI = 3 \text{ cm}$$

olduğuna göre, $A(\widehat{DEB})$ kaç cm^2 dir?

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) 3 E) $3\sqrt{3}$



6. Kenar uzunlukları 4 cm, 6 cm ve 8 cm olan bir ABC üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

A) 24 B) 16 C) 12
D) $3\sqrt{15}$ E) $2\sqrt{15}$

7. Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları arasında, $6c = 4a = 3b$ bağıntısı olduğuna göre, $\sin \widehat{C}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sqrt{15}}{8}$ B) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{4}$
D) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ E) $\frac{3}{8}$

8. Şekildeki ABC üçgeninde,

$$IABI = 7 \text{ cm},$$

$$IBDI = 8 \text{ cm},$$

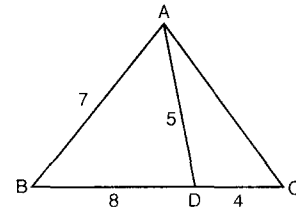
$$IDCI = 4 \text{ cm},$$

$$IADI = 5 \text{ cm}$$

olduğuna göre,

$A(\widehat{ADC})$ kaç cm^2 dir?

A) $10\sqrt{3}$ B) 10 C) $5\sqrt{3}$
D) 5 E) 3



TEST - 31

1. Kenar uzunlukları 6 cm, 8 cm ve 10 cm olan bir üçgenin **çevrel çemberinin yarıçapı kaç cm** dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. Şekilde ABC üçgeninin çevrel çemberi verilmiştir.

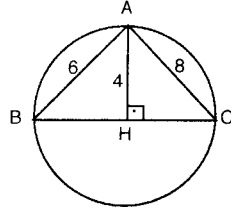
[AH] $\perp$ [BC],

|AB| = 6 cm,

|AC| = 8 cm, |AH| = 4 cm

olduğuna göre, **çevrel çemberin yarıçapı kaç cm** dir?

A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3



3. Çevresi 12 cm ve iç teğet çemberinin yarıçap uzunluğu 2 cm olan bir üçgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 24 B) 18 C) 12 D) 8 E) 6

4. Çevresi 18 cm olan bir üçgenin kenar uzunlukları ardışık çift sayılardır. Buna göre, **bu üçgenin iç teğet çemberinin yarıçapı kaç cm** dir?

A) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{15}}{9}$ D) 1 E) 2

5. Çevrel çemberinin yarıçapı R cm olan bir ABC üçgeninde, $\frac{a}{12} = \frac{R}{b}$ ve $c = 1$ cm olduğuna göre, **$A(\triangle ABC)$ kaç cm^2 dir?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 12

6. Şekildeki ABC üçgeninde

|AD| = 3 cm,

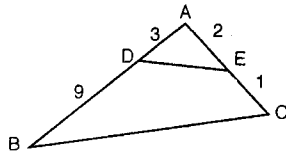
|BD| = 9 cm,

|AE| = 2 cm,

|EC| = 1 cm

olduğuna göre, $\frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle ADE)}$ **oranı kaçtır?**

A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3



7. Şekildeki ABC üçgeninde

$m(\hat{BAD}) = 60^\circ$,

$m(\hat{DAC}) = 30^\circ$ ve

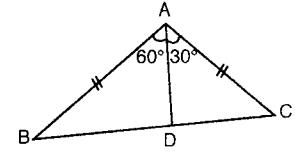
|AB| = |AC| olduğuna

na

göre, $\frac{A(\triangle ABD)}{A(\triangle ADC)}$ **oranı kaçtır?**

A) $3\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$



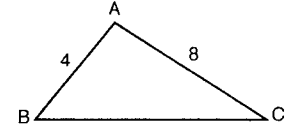
8. Şekildeki ABC üçgeninde

|AB| = 4 cm,

|AC| = 8 cm olduğuna göre,

ABC üçgeninin alanı en fazla kaç cm^2 dir?

A) 32 B) 16 C) 12 D) 10 E) 8



9. Şekilde,

$A(\triangle ABC) = A(\triangle ECD)$

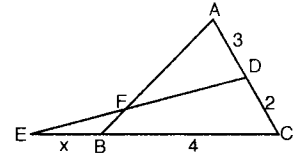
|AD| = 3 cm,

|DC| = 2 cm,

|BC| = 4 cm ise

|EB| = x kaç cm dir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



10. Şekildeki ABC üçgeninde,

|AC| = b cm

|BC| = a cm,

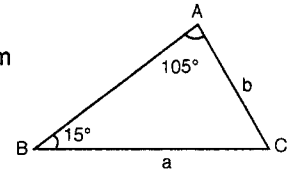
$m\hat{A} = 105^\circ$,

$m\hat{B} = 15^\circ$ ise

$\frac{a}{b}$ **oranı kaçtır?**

A) $2 + \sqrt{3}$ B) $2 - \sqrt{3}$ C) $1 + \sqrt{3}$

D) $\sqrt{3} - 1$ E) $\sqrt{3}$



PERİYOT BULMA

T, bir trigonometrik fonksiyonun periyodunu gösterebilir.

$$\text{i) } \left. \begin{array}{l} f(x) = \sin^n(ax \pm b) \\ g(x) = \cos^n(ax \pm b) \end{array} \right\} \begin{array}{l} n \text{ tek doğal sayı ise, } T = \frac{2\pi}{a} \\ n \text{ çift doğal sayı ise, } T = \frac{\pi}{a} \end{array}$$

$$\text{ii) } \left. \begin{array}{l} f(x) = \tan^n(ax \pm b) \\ g(x) = \cot^n(ax \pm b) \end{array} \right\} n \text{ doğal sayı ise, } T = \frac{\pi}{a}$$

ÖRNEK

$f(x) = 4 \sin^7(5x + 2) + 9$ fonksiyonunun periyodunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$a = 5 \text{ ve } 7 \text{ tek doğal sayı olduğundan, } T = \frac{2\pi}{5}$$

ÖRNEK

$f(x) = \sin^3 5x + 2 \cos^6 6x + \tan^{11} 3x$ fonksiyonunun periyodunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f(x) = \sin^3 5x + 2 \cos^6 6x + \tan^{11} 3x$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ T_1 = \frac{2\pi}{5} & T_2 = \frac{\pi}{6} & T_3 = \frac{\pi}{3} & T = \frac{\pi}{30} \cdot \text{okek}(12, 5, 10) \\ (6) & (5) & (10) & \end{array}$$

$$T_1 = \frac{12\pi}{30} \quad T_2 = \frac{5\pi}{30} \quad T_3 = \frac{10\pi}{30} \quad T = \frac{\pi}{30} \cdot 60 = 2\pi$$

ÖRNEK

$\sin 8x \cdot \sin 2x + \cos 7x \cdot \cos x$ fonksiyonunun periyodunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f(x) = -\frac{1}{2} [\cos 10x - \cos 6x] + \frac{1}{2} [\cos 8x + \cos 6x]$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \searrow \\ T_1 = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5} & T_2 = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} & T_3 = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4} & T_4 = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \end{array}$$

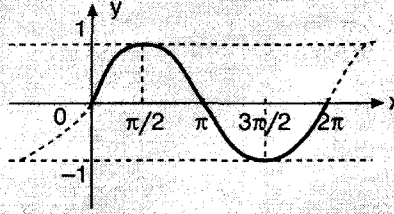
$$T_1 = \frac{12\pi}{60}, \quad T_2 = \frac{20\pi}{60}, \quad T_3 = \frac{15\pi}{60} \Rightarrow T = \frac{\pi}{60} \cdot \text{okek}(12, 20, 15) = \frac{\pi}{60} \cdot 60 = \pi$$

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ

i) $y = \sin x$

$T = 2\pi$

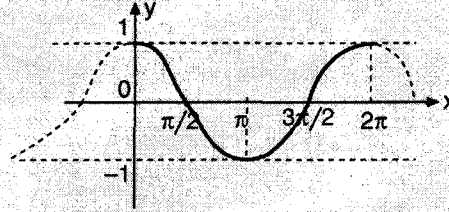
x	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0



ii) $y = \cos x$

$T = 2\pi$

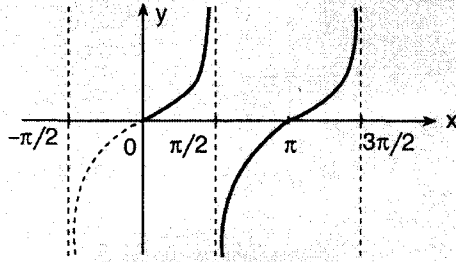
x	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$\cos x$	1	0	-1	0	1



iii) $y = \tan x$

$T = \pi$

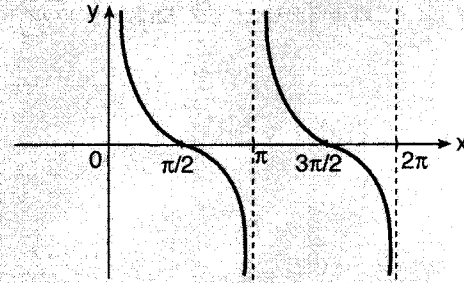
x	0	$\pi/2$	π
$\tan x$	0		0



iv) $y = \cot x$

$T = \pi$

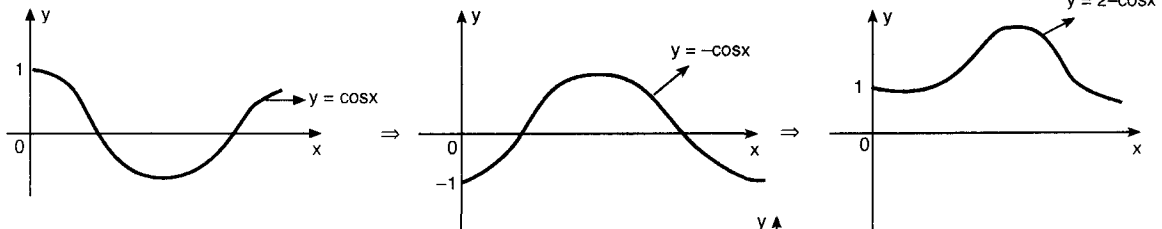
x	0	$\pi/2$	π
$\cot x$		0	

**ÖRNEK**

$y = 2 - \cos x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

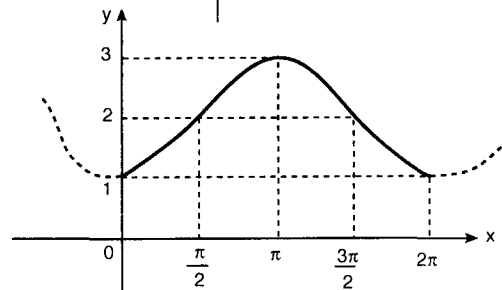
ÇÖZÜM

1. yol:



2. yol:

x	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$\cos x$	1	0	-1	0	1
$-\cos x$	-1	0	1	0	-1
$2 - \cos x$	1	2	3	2	1



TEST - 32

1. $f(x) = \sin(3x + 5)$ fonksiyonunun periyodu, aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2π B) π C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{2\pi}{5}$ E) $\frac{\pi}{4}$

2. $f(x) = \cos^4(5x + 3)$ fonksiyonunun periyodu, aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2\pi}{5}$ B) $\frac{\pi}{5}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) π

3. $f(x) = \tan^7\left(\frac{1}{2}x + 4\right)$ fonksiyonunun periyodu, aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\pi}{7}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) 2π E) 4π

4. $f(x) = 2\sin^5(4x + \pi) + 3\sin^6(5x + \frac{\pi}{2})$ fonksiyonunun periyodu, aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2\pi}{5}$ B) $\frac{\pi}{5}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) π

5. $f(x) = \sin^9(6\pi x + 7) + \cos^{10}(8\pi x + 1) + 7$ fonksiyonunun periyodu, aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2π B) π C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

6. $f(x) = \frac{1}{2}\sin^3 5x + 3\cos^2 4x + \cot^3 2x$

fonksiyonunun periyodu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2π B) π C) $\frac{2\pi}{5}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{2}$

7. $f(x) = \sin^2 \frac{3x}{2} + \cos \frac{5x}{2} + \tan^4 \frac{x}{4} + \cot x$

fonksiyonunun periyodu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 6π B) 4π C) 3π D) 2π E) π

8. $f(x) = 4\cos^3 5x \cdot \sin^3 5x$ fonksiyonunun periyodu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{2\pi}{5}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{10}$

9. $f(x) = \cos 4x \cdot \cos 2x$ fonksiyonunun periyodu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

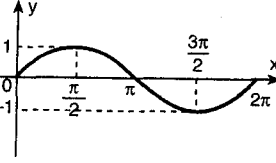
A) 3π B) 2π C) π D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{\pi}{4}$

10. $f(x) = \sin 5x \cdot \sin 3x + \cos 7x \cdot \cos 3x$ fonksiyonunun periyodu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2\pi}{5}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) 2π

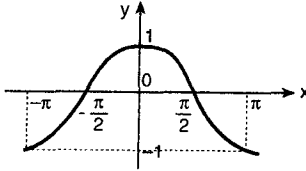
TEST - 33

1. Şekilde grafiği verilmiş olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?



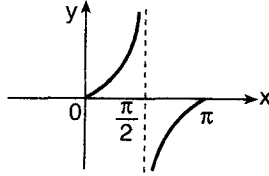
- A) $y = \cos x$ B) $y = \sin x$ C) $y = \sec x$
D) $y = \operatorname{cosec} x$ E) $y = \tan x$

2. Şekilde grafiği verilmiş olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?



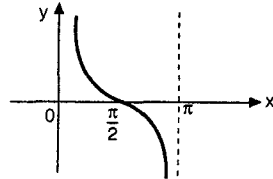
- A) $y = \cos x$ B) $y = \sin x$ C) $y = \sec x$
D) $y = \operatorname{cosec} x$ E) $y = \tan x$

3. Şekilde grafiği verilmiş olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?



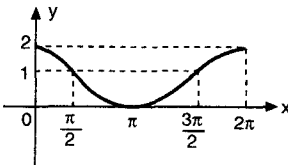
- A) $y = \cos x$ B) $y = \sin x$ C) $y = \sec x$
D) $y = \tan x$ E) $y = \cot x$

4. Şekilde grafiği verilmiş olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?



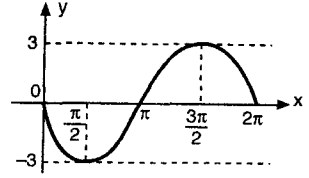
- A) $y = \sin x$ B) $y = \cos x$ C) $y = \tan x$
D) $y = \cot x$ E) $y = \operatorname{cosec} x$

5. Şekilde grafiği verilmiş olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?



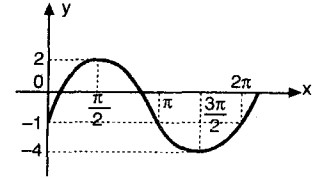
- A) $y = \cos x$ B) $y = 2 \cos x$ C) $y = \cos x + 1$
D) $y = \cos x + 2$ E) $y = 2 \cos x + 1$

6. Şekilde grafiği verilmiş olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?



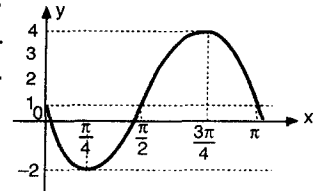
- A) $y = 3 \cos x$ B) $y = 3 \sin x$ C) $y = -3 \cos x$
D) $y = -3 \sin x$ E) $y = -\sin 3x$

7. Şekilde grafiği verilmiş olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?



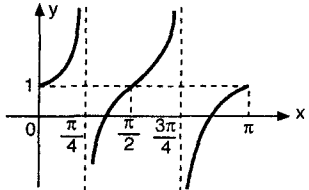
- A) $y = 3 \sin x$ B) $y = 3 \cos x$ C) $y = 3 \sin x + 2$
D) $y = 3 \sin x + 1$ E) $y = 3 \sin x - 1$

8. Yanda grafiği verilmiş olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $y = -3 \sin 2x$ B) $y = -3 \sin x$
C) $y = 3 \sin 2x + 1$ D) $y = 1 - 3 \sin 2x$
E) $y = 2 - 3 \sin 2x$

9. Yanda grafiği verilmiş olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $y = 2 + 2 \tan 2x$ B) $y = 1 - 2 \tan 2x$
C) $y = \tan 2x$ D) $y = 1 - \tan \frac{x}{2}$
E) $y = 1 + \tan 2x$

10. $f(x) = 4 \cos 7x \cos 5x + 3 \sin 11x \cos x$ fonksiyonunun periyodu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) π B) 2π C) 3π D) 4π E) 5π

TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

$$\text{i) } \arcsin x: [-1, 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$y = \arcsin x \Rightarrow x = \sin y$$

$$\text{ii) } \arccos x: [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$$

$$y = \arccos x \Rightarrow x = \cos y$$

$$\text{iii) } \arctan x: \mathbb{R} \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$y = \arctan x \Rightarrow x = \tan y$$

$$\text{iv) } \operatorname{arccot} x: \mathbb{R} \rightarrow (0, \pi)$$

$$y = \operatorname{arccot} x \Rightarrow x = \cot y$$

ÖRNEK

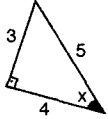
$\arcsin\left(\frac{3}{2\pi} \cdot \arccos \frac{1}{2}\right)$ ifadesinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\arccos \frac{1}{2} = x \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \arcsin \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{3} = \arcsin \frac{1}{2} = y \Rightarrow \sin y = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{\pi}{6}$$

ÖRNEK

$\sin(\arctan \frac{3}{4})$ ifadesinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\arctan \frac{3}{4} = x \quad \sin x = ?$$

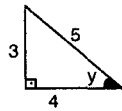
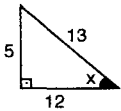
$$\tan x = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin x = \frac{3}{5}$$

ÖRNEK

$\tan(\arccos \frac{12}{13} + \operatorname{arccot} \frac{4}{3})$ ifadesinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\arccos \frac{12}{13} = x, \quad \operatorname{arccot} \frac{4}{3} = y, \quad \tan(x + y) = ?$$



$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = \frac{\frac{5}{12} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{\frac{14}{12}}{\frac{11}{16}} = \frac{14}{3} \cdot \frac{4}{11} = \frac{56}{33}$$

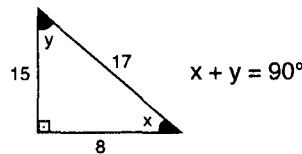
ÖRNEK

$\arccos \frac{8}{17} + \arccos \frac{15}{17}$ ifadesinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\arccos \frac{8}{17} = x \Rightarrow \cos x = \frac{8}{17}$$

$$\arccos \frac{15}{17} = y \Rightarrow \cos y = \frac{15}{17}$$



TEST - 34

1. $\arcsin \frac{1}{2}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $-\frac{\pi}{3}$

2. $\sin\left(\arcsin\left(-\frac{3}{5}\right)\right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) 0 D) $-\frac{4}{5}$ E) $-\frac{3}{5}$

3. $\arcsin 0 + \arcsin 1 - \arcsin(-1)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{3\pi}{2}$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{3\pi}{2}$ E) π

4. $\cos\left(\arcsin \frac{4}{5}\right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 2

5. $\sin\left[2\arcsin\left(\frac{1}{3}\right)\right]$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
D) $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ E) $\frac{2\sqrt{10}}{9}$

6. $\arccos 0 - \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{5\pi}{6}$ E) $\frac{3\pi}{2}$

7. $\arctan\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \arctan\sqrt{3} - \arctan(-1)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{5\pi}{12}$ D) $-\frac{3\pi}{4}$ E) $-\frac{5\pi}{12}$

8. $\frac{\operatorname{arccot} 0 + \operatorname{arccot}(-\sqrt{3})}{\operatorname{arccot}(-1) + \operatorname{arccot} 1}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

9. $\operatorname{arccot}\left(-\frac{3}{4}\right) = x$ ise $\sin 2x + \cos 2x$

toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{31}{25}$ B) $-\frac{17}{25}$ C) $\frac{17}{25}$ D) $\frac{31}{25}$ E) 2

10. $\cos\left(\arcsin\left[\tan\left[\operatorname{arccot}\left(-\frac{5}{3}\right)\right]\right]\right)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) $-\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

TEST - 35

1. $\arcsin \frac{3}{5} + \arcsin \frac{4}{5}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) π B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{6}$

2. $\arcsin \frac{1}{4} + \arcsin \left(-\frac{1}{4}\right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) π C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{8}$

3. $\arccos \frac{1}{\sqrt{7}} + \arccos \left(-\frac{1}{\sqrt{7}}\right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

4. $\arctan \frac{4}{9} + \arctan \frac{9}{4}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) π B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

5. $\arctan 3 + \operatorname{arccot} 3$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) π B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

6. $\arccos \left(\frac{2x}{9} - 1\right)$

ifadesinin tanımlı olabilmesi için x yerine kaç farklı tamsayı yazılabilir?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

7. $\sin \left(\arccos \frac{5}{13} + \arccos \frac{4}{5} \right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{17}{65}$ B) $\frac{21}{65}$ C) $\frac{49}{65}$ D) $\frac{63}{65}$ E) $\frac{64}{65}$

8. $\arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{3}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) 1

9. $\sin \left(2 \arctan \frac{1}{2} \right)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

10. $\arccos x = 2 \arccos \frac{3}{5}$

eşitliğine göre, x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $-\frac{7}{25}$ D) $-\frac{24}{25}$ E) $-\frac{3}{5}$

TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

- i) $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi \vee x = (\pi - \alpha) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 ii) $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi \vee x = -\alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 iii) $\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 iv) $\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

ÖRNEK

$\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ denklemini çözünüz.

ÇÖZÜM

$$\tan x = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$x = \left(-\frac{\pi}{6}\right) + k\pi$$

$$\mathcal{C} = \{x : x = \frac{11\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

ÖRNEK

$\cos(2x - \frac{\pi}{3}) = \cos(\frac{\pi}{6} - x)$ denklemini çözünüz.

ÇÖZÜM

$$2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} - x + 2k\pi \text{ veya } 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} + x + 2k\pi$$

$$3x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad x = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$3x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}$$

$$\mathcal{C} = \{x : x = \frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3} \text{ veya } x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

ÖRNEK

$\sin 2x = \cos x$ denklemini çözünüz.

ÇÖZÜM

$$2\sin x \cdot \cos x = \cos x$$

$$\cos x (2\sin x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \vee 2\sin x - 1 = 0$$

$$x_1 = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad x_2 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad x_3 = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\mathcal{C} = \{x \mid x = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ veya } x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ veya } x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

ÖRNEK

$\sqrt{3} \cdot \cos x + 3 \sin x = \sqrt{6}$ denklemini çözünüz.

ÇÖZÜM

Her tarafı $\sqrt{3}$ e bölersek;

$$\cos x + \sqrt{3} \cdot \sin x = \sqrt{2} \quad (\sqrt{3} = \tan 60^\circ)$$

$$\cos x + \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} \cdot \sin x = \sqrt{2}$$

$$\frac{\cos x \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cdot \sin x}{\cos 60^\circ} = \sqrt{2}$$

$$\cos(x - 60^\circ) = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\cos(x - 60^\circ) = \cos \frac{\pi}{4}$$

$$x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ veya } x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$x_1 = \frac{7\pi}{12} + 2k\pi \quad x_2 = \frac{\pi}{12} + 2k\pi$$

$$\mathcal{C} = \{x \mid x = \frac{7\pi}{12} + 2k\pi \vee \frac{\pi}{12} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

TEST - 36

1. $[0, 2\pi)$ aralığında aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\sin x = 1$ ise, $\varnothing = \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$
 B) $\sin x = -1$ ise, $\varnothing = \left\{ \frac{3\pi}{2} \right\}$
 C) $\sin x = 0$ ise, $\varnothing = \{0, \pi\}$
 D) $\sin x = \frac{1}{2}$ ise, $\varnothing = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$
 E) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ise, $\varnothing = \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$

2. $[0, 2\pi)$ aralığında aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\cos x = 1$ ise, $\varnothing = \{0\}$
 B) $\cos x = -1$ ise, $\varnothing = \{\pi\}$
 C) $\cos x = 0$ ise, $\varnothing = \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$
 D) $\cos x = \frac{1}{2}$ ise, $\varnothing = \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\}$
 E) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ise, $\varnothing = \left\{ \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$

3. $[0, 2\pi)$ aralığında aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ise, $\varnothing = \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \right\}$
 B) $\cos x = -\frac{1}{2}$ ise, $\varnothing = \left\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$
 C) $\tan x = \sqrt{3}$ ise, $\varnothing = \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$
 D) $\cot x = 1$ ise, $\varnothing = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\}$
 E) $\tan x = -1$ ise, $\varnothing = \left\{ \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\}$

4. Aşağıdakilerden hangisi $\tan 3x = 1$ denkleminin köklerinden biri değildir?

- A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{5\pi}{12}$ C) $\frac{3\pi}{2}$ D) $\frac{13\pi}{12}$ E) $\frac{7\pi}{4}$

5. $\cos 2x = -1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\varnothing = \left\{ x: x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 B) $\varnothing = \left\{ x: x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 C) $\varnothing = \left\{ x: x = \frac{3\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 D) $\varnothing = \left\{ x: x = k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 E) $\varnothing = \left\{ x: x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

6. $\sin 2x = \frac{1}{2}$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\varnothing = \left\{ x: x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 B) $\varnothing = \left\{ x: x = \frac{\pi}{12} + k\pi \vee x = \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 C) $\varnothing = \left\{ x: x = \frac{\pi}{12} + 2k\pi \vee x = \frac{5\pi}{12} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 D) $\varnothing = \left\{ x: x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \vee x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 E) $\varnothing = \left\{ x: x = \frac{\pi}{6} + k\pi \vee x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

7. Aşağıdakilerden hangisi $\cos 3x = -1$ denkleminin köklerinden biri değildir?

- A) $\frac{\pi}{3}$ B) π C) $\frac{5\pi}{3}$ D) $\frac{7\pi}{3}$ E) $\frac{8\pi}{3}$

8. Aşağıdakilerden hangisi $\tan x = -\sqrt{3}$ denkleminin köklerinden biri değildir?

- A) 60° B) 120° C) 300° D) 480° E) -60°

9. Aşağıdakilerden hangisi $\cot 5x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ denkleminin köklerinden biri değildir?

- A) $\frac{2\pi}{15}$ B) $\frac{4\pi}{15}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{8\pi}{15}$ E) $\frac{11\pi}{15}$

10. Aşağıdakilerden hangisi $\cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ denkleminin köklerinden biri değildir?

- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) π D) $\frac{8\pi}{3}$ E) $\frac{14\pi}{3}$

TEST - 37

1. $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin 3x$

denkleminin $[0, \pi)$ aralığındaki köklerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{7\pi}{8}$ B) $\frac{5\pi}{16}$ C) $\frac{13\pi}{16}$ D) $\frac{15\pi}{16}$ E) π

2. $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

denkleminin $[0, \pi)$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\sin 2x = \sin x$ denkleminin $\left(0, \frac{\pi}{2}\right]$ aralığındaki kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{8}$

4. $\cos 4x = \cos x$ denkleminin $[0, \pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $\cos 2x + \cos x = 0$ denkleminin $[0, \pi]$ aralığında ki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right\}$ B) $\left\{\pi, \frac{\pi}{2}\right\}$ C) $\left\{\pi, \frac{\pi}{3}\right\}$
D) $\left\{\frac{\pi}{6}, \pi\right\}$ E) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}\right\}$

6. $\tan 5x = \tan 85^\circ$ denkleminin $[0^\circ, 90^\circ]$ aralığındaki köklerinin toplamı kaçtır?

A) 70° B) 87° C) 123° D) 140° E) 159°

7. Aşağıdakilerden hangisi $\cos 3x = \sin x$ denkleminin köklerinden biri değildir?

A) $22,5^\circ$ B) $67,5^\circ$ C) $112,5^\circ$
D) 135° E) 315°

8. $\cos 4x + \sin 3x = 0$ denkleminin pozitif en küçük kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3\pi}{14}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{11\pi}{14}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{6\pi}{7}$

9. $\cot\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(6x + \frac{\pi}{3}\right)$

denkleminin pozitif en küçük kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{12}$ E) $\frac{\pi}{18}$

10. $\tan 3x \cdot \cot 4x = -1$ denkleminin $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ aralığındaki köklerinin toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3\pi}{7}$ B) $\frac{4\pi}{7}$ C) $\frac{5\pi}{7}$ D) $\frac{6\pi}{7}$ E) π

TEST - 38

1. $\sin^2 x + 6\sin x + 9 = 0$ denkleminin $[0, \pi]$ aralığındaki kökü aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\emptyset$
2. Aşağıdakilerden hangisi $3\cos^2 x = \sin^2 x$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki köklerinden biri değildir?
- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) π D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{3}$
3. $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki en büyük kökü aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{11\pi}{6}$ B) $\frac{3\pi}{2}$ C) $\frac{7\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{5\pi}{6}$
4. $2\sin^2 x - 5\sin x = 3$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki köklerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?
- A) π B) $\frac{7\pi}{6}$ C) $\frac{11\pi}{6}$ D) 2π E) 3π
5. $3\sin^2 x + 3\sin x + \cos^2 x = 0$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında kaç kökü vardır?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
6. $\sin 2x + \sin x = 0$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki kökleri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\left\{0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$ B) $\left\{0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$
 C) $\left\{0, \pi, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right\}$ D) $\left\{0, \pi, \frac{\pi}{3}\right\}$
 E) $\left\{0, \pi, \frac{5\pi}{3}\right\}$
7. $\cos 2x + \cos x = 0$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki en büyük kökü aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 2π B) π C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{3}$
8. $\cos 2x = \cos x - 1$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki köklerinden biri aşağıdakilerden hangisi olamaz?
- A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{3\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{3}$
9. Aşağıdakilerden hangisi $\sin^2 2x - \cos^2 2x = \frac{1}{2}$ denkleminin $[0, \pi]$ aralığındaki köklerinden biri değildir?
- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{3}$
10. $\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ denkleminin $[0^\circ, 90^\circ]$ aralığındaki kökleri aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?
- A) $\{15^\circ, 30^\circ\}$ B) $\{30^\circ, 45^\circ\}$ C) $\{30^\circ, 60^\circ\}$
 D) $\{60^\circ, 90^\circ\}$ E) $\{60^\circ, 75^\circ\}$

TEST - 39

1. $179^{2\sin x + 1} = \tan \frac{\pi}{4}$ eşitliğini sağlayan x açılarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 300° B) 270° C) 240° D) 225° E) 210°

2. $\tan^2 x - \sqrt{3} \cdot \tan x = 0$ denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) 75°

3. $\sin 8x + 2\sin 5x + \sin 2x = 0$ denkleminin pozitif en küçük iki kökünün toplamı kaçtır?

A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{3\pi}{5}$ D) $\frac{8\pi}{15}$ E) π

4. $\sin 5x + \sin x = 1 - 2\sin^2 x$ denklemini aşağıdakilerden hangisi sağlamaz?

A) 250° B) 135° C) 130° D) 30° E) 10°

5. $\sin x - \cos x = 1$ denkleminin $[0^\circ, 180^\circ]$ aralığındaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{0^\circ, 90^\circ\}$ B) $\{0^\circ, 60^\circ\}$ C) $\{0^\circ, 180^\circ\}$
D) $\{90^\circ, 180^\circ\}$ E) $\{0^\circ, 30^\circ\}$

6. $\sqrt{3} \cdot \cos x - \sin x = \sqrt{3}$ denkleminin bir kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) π B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

7. Aşağıdakilerden hangisi $\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - 2\cos^2 x = 0$ denkleminin bir köküdür?

A) $\frac{3\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{\pi}{6}$

8. $\sin x + \cos x = \cos 2x$ denkleminin $[0, \pi]$ aralığındaki kökleri toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

9. $\sin(x + 60^\circ) + \sin(x - 60^\circ) = -\frac{1}{2}$ denkleminin pozitif köklerinin en küçükü kaç derecedir?

A) 30 B) 150 C) 210 D) 240 E) 300

10. $y = (3 - \sin x)(2 + \sin x)$ fonksiyonunun $[0, 2\pi]$ aralığında en büyük değeri almasını sağlayan x açılarının en küçükü kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

KARMA TEST - 1

1. $\tan(x + 45^\circ) \cdot \frac{1 - \tan x}{\tan x} - 1$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\tan^2 x$ B) $\sin x$ C) $-\tan x$
D) $-\cot x$ E) $\cot x$

2. $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$\cos x = k$ ise $\sin^3 x + \cos^2 x \cdot \sin x$ ifadesinin k türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{1 - k^2}$ B) $-\sqrt{1 - k^2}$ C) $1 - k^2$
D) $\frac{1 - k^2}{2}$ E) $\sqrt{\frac{1 - k^2}{2}}$

3. $\frac{\sin(\pi + x)}{\cot(\frac{\pi}{2} - x)} \cdot \frac{\cos(2\pi - x)}{\cos(\frac{3\pi}{2} - x)} \cdot \frac{\tan(x - \pi)}{\cot(\pi + x)}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin x$ B) $\cos x$ C) $\tan x$
D) $\cot x$ E) $\sec x$

4. $\sin 18^\circ = u$ olduğuna göre, $\sin 54^\circ$ nin u türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $u^2 - 1$ B) $\sqrt{\frac{u - 1}{2}}$ C) $\sqrt{\frac{u + 1}{2}}$
D) $2u^2 - 1$ E) $1 - 2u^2$

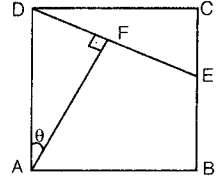
5. ABCD kare

$|BC| = 4|EC|,$

$[AF] \perp [DE]$

$m(\widehat{DAF}) = \theta$ olduğuna göre, $(1 - \tan \theta)$ nin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{3}{8}$



6. $2 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) - (\sin \theta + \cos \theta)^2$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) 0 E) -1

7. $\frac{\operatorname{cosec}^2 x + \sec^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x - \sec^2 x}$ ifadesi

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sec 2x$ B) 1 C) $\sin x \cdot \cos x$
D) $\tan^2 2x$ E) $\operatorname{cosec} 2x$

8. B açısı dik olan bir ABC üçgeninde, açılar arasında $\tan \hat{A} - \cos \hat{C} = \sin \hat{A}$ bağıntısı varsa bu üçgenin C açısının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

9. $\sin 10^\circ = m$ olduğuna göre, $\sin 110^\circ$ nin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $m^2 + 1$ B) $1 - m^2$ C) $1 - 2m^2$
D) $2m^2 - 1$ E) $m^2 - 1$

10. $\sin 19^\circ = a$ ve $\cos 19^\circ = b$

olduğuna göre, $\sin 52^\circ$ nin a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - b$ B) $b - a$ C) $b^2 + a^2$
D) $b^2 - a^2$ E) $2b - 2a$

KARMA TEST - 2

1. $\frac{1}{\cot x} + \frac{1}{\tan x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{\sin 2x}$ B) $\frac{1}{\cos 2x}$ C) $\frac{1}{\cot x}$
D) $\cos 2x$ E) $\sin 2x$

2. $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ve $\tan \theta = \frac{4}{3}$ olduğuna göre,
 $\sin\left(-\frac{3\pi}{2} + \theta\right) + \cos\left(\frac{9\pi}{2} + \theta\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{8}{5}$

3. $x + y = \frac{\pi}{6}$ olduğuna göre,
 $(\sin x + \cos y)^2 + (\sin y + \cos x)^2$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

4. $1 - \sin^2 x - 4 \sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin 2x$ B) $\sin x$ C) $\cos 2x$
D) $\cos x$ E) $1 + \sin 2x$

5. $a = \sin 110^\circ$

$b = \cos 10^\circ$

$c = \sin 10^\circ$

olduğuna göre; a, b, c arasındaki sıralama aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $b < a < c$ B) $a < c < b$ C) $c < b < a$
D) $c < a < b$ E) $a < b < c$

6. $\frac{\cos 2x + \cos x + 1}{\sin 2x + \sin x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cot x$ B) $\tan x$ C) $2 \tan x$
D) $\sin x$ E) $\cos x$

7. $\frac{1 + \sin 64^\circ}{1 - \cos 26^\circ}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\tan^2 13^\circ$ B) $\cot^2 13^\circ$ C) $\cot 26^\circ$
D) $\tan 26^\circ$ E) $\tan 52^\circ$

8. $\frac{1 + \sin \theta}{1 + \cos \theta} : \frac{1 + \operatorname{cosec} \theta}{1 + \sec \theta}$

ifadesinin sadeleşmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\sec \theta$ C) $\operatorname{cosec} \theta$
D) $\tan \theta$ E) $\cot \theta$

9. ABCD yamuk

[AB] // [DC]

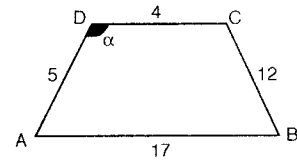
|AB| = 17 cm,

|BC| = 12 cm,

|DC| = 4 cm,

|AD| = 5 cm olduğuna göre, $\tan \alpha$ nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{12}{13}$ C) $-\frac{5}{13}$ D) $-\frac{5}{12}$ E) $-\frac{12}{5}$



10. $\frac{\cos 20^\circ - \cos 80^\circ}{\cos 40^\circ}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

KARMA TEST - 3

1. $K = 3 \sin 2\hat{A} - 4 \cos 3\hat{B}$ eşitliğinde, K'yı en büyük yapan pozitif en küçük A ve B açılarının toplamı kaç derecedir?

A) 150 B) 135 C) 120 D) 105 E) 75

2. $\cos(a + b) \cos b + \sin(a + b) \sin b$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos a$ B) $\sin a$ C) $\cos b$
D) $\sin b$ E) 1

3. ABC üçgeninde $m\hat{A} = 60^\circ$ olduğuna göre, $\cos \hat{B} \cos \hat{C} - \sin \hat{B} \sin \hat{C}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) -1 E) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. $\frac{\cot x + \tan 2x}{\tan 2x - \tan x}$

ifadesinin sadeleşmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan x$ B) $\cot x$ C) $\frac{\sin 2x}{2}$
D) $\tan^2 x$ E) $\cot^2 x$

5. $\sin 22,5^\circ \cdot \cos 22,5^\circ$ çarpımının değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

6. $\frac{\sin 72^\circ}{\sin 24^\circ} - \frac{\cos 72^\circ}{\cos 24^\circ}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 4 D) $\sin 48^\circ$ E) $\sin 24^\circ$

7. $\frac{\cos 75^\circ + \cos 15^\circ}{1 - 2 \cos^2 22,5^\circ}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\sqrt{3}$ B) $-\sqrt{2}$ C) -1 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

8. $\frac{\sin 27^\circ + \cos 27^\circ}{\sin 72^\circ}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) -1 E) -2

9. $\frac{\sin^2 22,5^\circ - \cos^2 22,5^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -1 B) $-\sqrt{2}$ C) $-2\sqrt{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

10. $\frac{\cos\left(\frac{21\pi}{2} + x\right) + \sin(7\pi + x)}{\sin 2x}$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin x$ B) $\cos x$ C) $\sec x$
D) $-\operatorname{cosec} x$ E) $-\sec x$

KARMA TEST - 4

1. $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere;

$\operatorname{cosec} x = -2$ olduğuna göre, $\tan x$ in değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) -1 E) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. $\frac{\cot 20^\circ + \cot 130^\circ}{1 + \tan 70^\circ \cot 50^\circ}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\sqrt{3}$ B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

3. $\frac{1 + \sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 \tan x$ B) $2 \sec x$ C) $2 \operatorname{cosec} x$
D) $2 \cot x$ E) 1

4. $\cos 12^\circ = m$ olduğuna göre;
 $\sin 84^\circ$ ün m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) m B) $-2m^2 + 1$ C) $2m^2 - 1$
D) $\sqrt{\frac{1+m}{2}}$ E) $\sqrt{\frac{1-m}{2}}$

5. $a = \frac{1}{2} \cos 2x$ ve $b = 2 \cos x$ olduğuna göre,
 a ile b arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $b^2 = 4a + 1$ B) $b^2 = 2a + 1$ C) $b^2 = 4a + 2$
D) $b = 2a + 1$ E) $b = 4a + 2$

6. $\frac{\cos 36^\circ}{\cos 12^\circ} - \frac{\sin 36^\circ}{\sin 12^\circ}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

7. $\frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} \cdot \frac{\sec x}{\operatorname{cosec} x}$

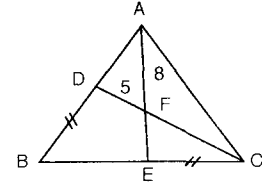
ifadesinin sadeleşmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $\tan x$ C) $\cot x$
D) $\tan^3 x$ E) $\cot^3 x$

8. $\tan(30^\circ + 3x) - \cot(60^\circ - 3x) + 2 \tan x \cot x$
ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\sqrt{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) 1 D) 2 E) $2\sqrt{3}$

9. ABC eşkenar
üçgen, $IBDI = IECI$,
 $IAFI = 8$ cm,
 $IDFI = 5$ cm olduğuna göre, $IADI$ kaç
cm dir?



A) 7 B) 6 C) 4 D) $5\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{3}$

10. $m \cos 15^\circ - \sin 15^\circ + m = 0$
denkleminde, m aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cot 15^\circ$ B) $\tan 15^\circ$ C) $\tan 7,5^\circ$
D) $\cot 7,5^\circ$ E) $\sin 7,5^\circ$

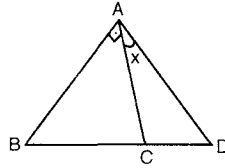
KARMA TEST - 5

1. $\frac{\cos x}{1 + \tan x} - \frac{\sin x}{\cot x + 1} = \sin x$

olduğuna göre, $\cot x$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

2. Şekilde; $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$
 $m(\widehat{CAD}) = x$, $|AB| = |AC|$
ve $|BC| = 4|CD|$ olduğuna göre, $\cot x$ kaçtır?



- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $\frac{\cos(x-y)}{\cos(x+y)} = \frac{7}{3}$ ve $\cot y = 2$

olduğuna göre, $\tan x$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{4}{5}$

4. ABCD dörtgeninde,

$|AD| = 3$ birim

$|AB| = 4$ birim

$|BC| = 12$ birim

$|DC| = 13$ birim oldu-

ğuna göre, $\tan x$ kaçtır?

- A) $-\frac{56}{33}$ B) $-\frac{51}{19}$ C) $-\frac{19}{27}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) -2

5. $a = \tan 25^\circ$

$b = \tan 200^\circ$

$c = \tan 260^\circ$

a, b, c sayılarının sıralaması için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $b < c < a$ B) $a < b < c$ C) $b < a < c$
D) $c < b < a$ E) $a < c < b$

6. $\frac{2}{3} \operatorname{cosec} x = 1 - \cot x$

olduğuna göre, $\sin 2x$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{4}{9}$ E) $-\frac{5}{9}$

7. $\frac{\sin^4 20^\circ - \sin^4 70^\circ}{\cos 320^\circ}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin 20^\circ$ B) $\tan 20^\circ$ C) $\cot 20^\circ$
D) 1 E) -1

8. A, B, C bir üçgenin iç açıları olmak üzere,

$$\cot \left(\frac{\hat{A} + \hat{B}}{2} \right) \cot \frac{\hat{C}}{2} + \sin^2 \frac{\hat{B}}{2} + \sin^2 \left(\frac{\hat{A} + \hat{C}}{2} \right)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

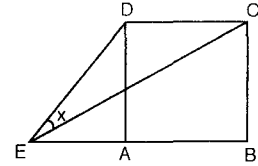
9. ABCD kare,

$|AB| = 2|AE|$

olduğuna göre,

$\tan(\widehat{DEC})$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{3}{4}$



10. $\arcsin\left(\frac{1}{2}\right) - \arctan(-\sqrt{3})$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) π B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

KARMA TEST - 6

1. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\cos^2 x = \frac{m+1+\cos 2x}{m} + \sin(\pi-x) \cdot \operatorname{cosec}(-x)$$

olduğuna göre, **m kaçtır?**

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

2. $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $\tan x = \frac{1}{2}$ olduğuna göre,

$$\frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{1 + \sin 2x} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

3. $6 \sin^2 x - 11 \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 10 = 0$

denkleminde $\sin x$ kaçtır?

A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{2}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{4}{5}$

4. $3\pi/2 < x < 2\pi$ olmak üzere,

$$\sqrt{3} \cos x - \sin x + \sin 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

denklemini sağlayan x açısı kaç radyandır?

A) $\frac{7\pi}{6}$ B) $\frac{5\pi}{4}$ C) $\frac{3\pi}{2}$ D) $\frac{5\pi}{3}$ E) $\frac{11\pi}{6}$

5. $a + b = \frac{\pi}{2}$ ise

$$\frac{\cot a + \cot b}{\tan a - \tan b} \text{ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?}$$

A) $\cos 2b$ B) $\frac{1}{\sin 2b}$ C) $\frac{1}{\tan 2b}$

D) $\cot 2a$ E) $\frac{1}{\cos 2b}$

6. $\frac{\sin^2 50^\circ - \cos^2 50^\circ}{\cos 80^\circ}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 4

7. $\cos 17^\circ = m$ olduğuna göre,
 $\sin 62^\circ + \sin 28^\circ$ ifadesinin m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2m$ B) m C) $\sqrt{2}m$
D) $\sqrt{3}m$ E) $\frac{m}{4}$

8. $\frac{\sin 70^\circ + \sin 50^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 50^\circ + \cos 20^\circ + \cos 10^\circ}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{3\sqrt{3}-3}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}+1}{3}$
D) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ E) $\sqrt{3}-1$

9. $\frac{\sin 7x + \sin 5x}{\cos 7x - \cos 5x} = 1$ ise

x açısı kaç derece olabilir?

A) 30 B) 45 C) 120 D) 135 E) 150

10. x pozitif bir gerçel sayıdır.

$$\sin(4x - 21)^\circ = \cos(3x - 29)^\circ$$

eşitliğini sağlayan en küçük x kaç derecedir?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

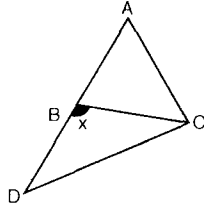
KARMA TEST - 7

1. I. $\sin 95^\circ$
 II. $\cos 140^\circ$
 III. $\sin 250^\circ$
 IV. $\tan 310^\circ$

Yukarıdaki trigonometrik değerlerin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, -, -, - B) -, +, -, - C) +, -, +, +
 D) +, -, +, - E) -, +, +, -

2. Şekilde A, B, D noktaları doğrusaldır.
 $|AB| = |AC|$
 $m(\widehat{DBC}) = x^\circ$ ise
 $\tan x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



- A) $\tan \frac{\hat{A}}{2}$ B) $\cot \frac{\hat{A}}{2}$ C) $\sin \frac{\hat{A}}{2}$
 D) $-\tan \frac{\hat{A}}{2}$ E) $-\cot \frac{\hat{A}}{2}$

3. Aşağıdakilerden hangisi $\tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ 'e eşittir?

- A) $-\tan x$ B) $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ C) $\tan(2\pi - x)$
 D) $\cot(\pi + x)$ E) $\cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

4. $\sin^2 75^\circ + \sin^2 15^\circ - \sin 15^\circ \sin 75^\circ$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

5. Aşağıdakilerden hangisi değer olarak $\cos(-20^\circ)$ 'ye özdeş değildir?

- A) $\cos 20^\circ$ B) $\sin 110^\circ$ C) $\sin(-250^\circ)$
 D) $\cos 160^\circ$ E) $\cos 340^\circ$

6. $a = \cos 40^\circ - \cos 60^\circ$
 $b = \sin 120^\circ - \sin 130^\circ$
 $c = \sin 50^\circ - \cos 50^\circ$

Yukarıda verilen a, b, c trigonometrik değerlerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, +, + B) +, +, - C) -, +, -
 D) +, -, + E) +, -, -

7. $18x = \pi$ olduğuna göre,
 $\frac{\cos 7x + \cos 5x}{\sin 3x \cdot \cos x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

8. $0 < x < \frac{\pi}{4}$ olmak üzere,

$$\frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin x - \cos x} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$$

ise $\tan x$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

9. $\frac{1}{2 \sin 40^\circ} - \frac{\cos^2 25^\circ}{\sin 40^\circ}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

10. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x} = \sqrt{3}$$

denkleminde x açısı kaç radyandır?

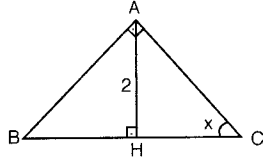
- A) $\frac{\pi}{18}$ B) $\frac{\pi}{12}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

KARMA TEST - 8

1. $3 \sin 5x + 2m = 21$ olduğuna göre, m 'nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

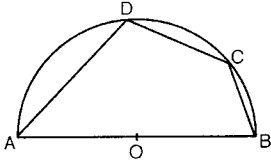
2. Şekilde,
 $[AB] \perp [AC]$,
 $[AH] \perp [BC]$
 $|AH| = 2$ cm ve
 $m(\widehat{ACB}) = x^\circ$ ise



$[BC]$ nin uzunluğu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $2\sin 2x$ B) $\cos 2x$ C) $2\cos 2x$
D) $4\sec 2x$ E) $4\csc 2x$

3. O merkezli, $[AB]$ çaplı çemberde $|AB| = 20$ birim, $|AD| = 12$ birim olduğuna göre, $\cos(\widehat{DCB})$ kaçtır?



A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{3}{5}$ E) $-\frac{4}{5}$

4. $x \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ için

$$\frac{\sqrt{1 - \sin 2x}}{\cos x - \sin x}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

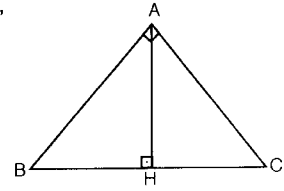
A) $-\sin x$ B) $-\cos x$ C) -1
D) 1 E) $\cos 2x$

5. $\cos x + \frac{\sqrt{3}}{3} \sin x = 1$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{5\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{12}$

6. Şekilde, $[AH] \perp [BC]$,
 $[AB] \perp [AC]$,
 $|AH| = 4$ cm,
 $\tan \hat{B} + \tan \hat{C} = \frac{5}{2}$ olduğuna göre,
 $|BC|$ kaç cm dir?



A) 10 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

7. $\sin 64^\circ = k$ ise
 $\cot 58^\circ + \cot 32^\circ$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) k B) $2k$ C) $\sqrt{2}k$
D) $\frac{1}{k}$ E) $\frac{2}{k}$

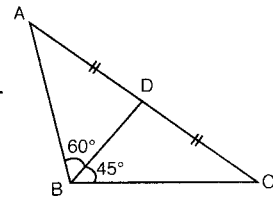
8. $\frac{\sin 5^\circ + \sin 10^\circ}{1 + \cos 5^\circ + \cos 10^\circ}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2 \tan 5^\circ$ B) $\tan 5^\circ$ C) $\cot 5^\circ$
D) $2 \cot 5^\circ$ E) $\sin 5^\circ$

9. $\sin 70^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \sin 10^\circ$
çarpımının sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{16}$

10. Şekilde $|AD| = |DC|$,
 $m(\widehat{ABD}) = 60^\circ$,
 $m(\widehat{DBC}) = 45^\circ$ olduğuna göre,



$\frac{\sin \hat{C}}{\sin \hat{A}}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

KARMA TEST - 9

1. $\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{10\pi}{3}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

2. $\frac{2 \sin 10^\circ - \sin 20^\circ}{2 \sin 10^\circ + \sin 20^\circ}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\tan 5^\circ$ B) $\cot 5^\circ$ C) $\tan^2 5^\circ$
D) $\cot^2 5^\circ$ E) 1

3. $\frac{\cos 12x - \cos 4x}{\sin 12x + \sin 4x} = 1$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{12}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{7\pi}{16}$ E) $\frac{9\pi}{32}$

4. ABC üçgeninde

$|AB| = 6$ birim,

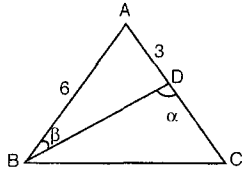
$|AD| = 3$ birim,

$m(\widehat{ABD}) = \beta^\circ$,

$m(\widehat{BDC}) = \alpha^\circ$ olduğuna

göre, $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ oranı kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$



5. $\sin\left(2 \arctan \frac{1}{4}\right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{12}{17}$ B) $\frac{8}{17}$ C) $\frac{4}{17}$ D) $\frac{2}{17}$ E) $\frac{1}{17}$

6. $\cos\left(\arcsin \frac{1}{2}\right)$ nin

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. $\frac{1 - \cos 2x}{\tan x} = \cos 20^\circ$

denklemini sağlayan en küçük pozitif x açısı kaç derecedir?

- A) 35 B) 30 C) 25 D) 20 E) 10

8. $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \arcsin \frac{1}{3}\right)$ ün

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

9. $\sin 2x = \cos 45^\circ \cdot (\sin 5^\circ + \cos 5^\circ)$

denklemini sağlayan x dar açılarından biri kaç derecedir?

- A) 70 B) 65 C) 60 D) 50 E) 30

10. Şekilde, $[AB] \perp [AC]$,

$[AD] \perp [BC]$,

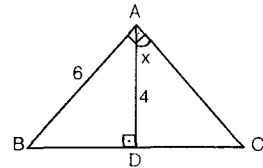
$|AB| = 6$ birim,

$|AD| = 4$ birim,

$m(\widehat{DAC}) = x$ olduğuna

göre, $\cos x$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{4}$



KARMA TEST - 10

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\sin 15^\circ = \cos 75^\circ$
 B) $\tan 50^\circ = \cot 40^\circ$
 C) $\sec 40^\circ = \operatorname{cosec} 50^\circ$
 D) $\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ = 1$
 E) $\tan 20^\circ \cdot \tan 70^\circ = 0$

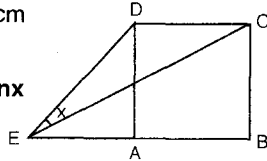
2. $\frac{\pi}{2} < x < y < \pi$ ise, aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

- I. $\sin x > \sin y$ II. $\cos x > \cos y$
 III. $\tan x > \tan y$ IV. $\cot y > \cot x$
 V. $\sec x > \sec y$
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. ABC üçgeni için,
 $\sin \hat{A} \cdot \sin(\hat{B} + \hat{C}) - \cos \hat{A} \cdot \cos(\hat{B} + \hat{C})$
 ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. ABCD kare, $|AB| = 2$ cm
 $|AE| = 1$ cm
 $m(\hat{DEC}) = x$ ise $\tan x$
 kaçtır?

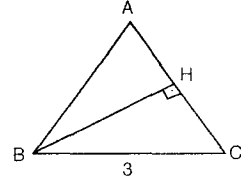


- A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

5. $2 \sin^2 x + \sin x \cos x - 1 = 0$
 denkleminde $\cot 2x$ in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 3

6. Şekilde; $[BH] \perp [AC]$,
 $|AB| = |AC| = n$ birim,
 $|BC| = 3$ birim olduğuna göre, $\sin(\hat{HBC})$
 nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $2n$ B) $\frac{2n}{3}$ C) $\frac{3}{2n}$ D) $\frac{1}{n}$ E) n

7. $\sin a - \cos b = \frac{1}{6}$ ve

$\sin b + \cos a = \frac{5}{6}$ olduğuna göre,

$\sin(a - b)$ kaçtır?

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{23}{18}$ E) $\frac{23}{36}$

8. $\sin a \cdot \cos a = m$ olduğuna göre, $\sin^6 a + \cos^6 a$
 toplamının m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 - 3m^2$ B) $3 - m^2$ C) $1 + m^3$
 D) $1 - m^3$ E) $1 + 2m^3$

9. $16 \cdot \cos 10^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$
 ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\sqrt{3}$
 D) $2\sqrt{3}$ E) 2

10. $2(\cos^2 x + 4 \sin^2 x) - 10 \sin x \cdot \cos x = 0$
 denklemini sağlayan x dar açılarından biri kaç
 radyandır?

- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{8}$ E) $\frac{\pi}{12}$

KARMA TEST - 11

1. $\sin x \cdot \cos 2x + 1 = \cos 2x + \sin x$ denkleminin $[0, \pi]$ aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\sin 25^\circ = a$ olduğuna göre, $\cos 110^\circ \cdot \cos 20^\circ$ çarpımının a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2a^2 - \frac{1}{2}$ B) $1 - 2a^2$ C) $\frac{1}{2} - a^2$
D) $a^2 + \frac{1}{2}$ E) $a^2 - \frac{1}{2}$

3. $\frac{\sin(x+y)}{\sin(x-y)} = \frac{4}{3}$ ve $\tan y = \frac{2}{7}$

olduğuna göre, $\tan x$ kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

4. $\frac{1 - \sin 10^\circ}{1 + \sin 10^\circ}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan^2 40^\circ$ B) $\tan^2 50^\circ$ C) 2
D) 1 E) $\frac{1}{2}$

5. Şekilde, ABCD kirişler dörtgenidir.

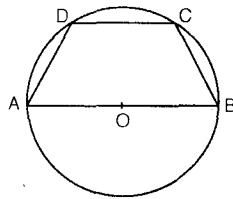
$|BC| = 6$ cm ve

$$\cos \hat{A} + \cos \hat{C} + \cos \hat{D} = -\frac{2}{3}$$

olduğuna göre,

O merkezli çemberin çapı kaç cm dir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

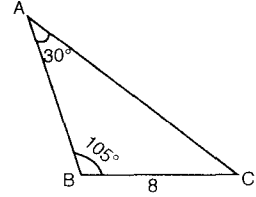


6. $\cos 70^\circ \cdot \cos 20^\circ + \frac{1}{2} \cos 130^\circ$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

7. ABC üçgeninde, $|BC| = 8$ cm, $m(\widehat{BAC}) = 30^\circ$, $m(\widehat{ABC}) = 105^\circ$ olduğuna göre, $|AB|$ kaç cm dir?



A) $8\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{2}$ C) 16 D) 12 E) 10

8. $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$4\cos^2 x - 4\sin x - 5 = 0$ denklemini sağlayan x açısı kaç radyandır?

A) $\frac{9\pi}{8}$ B) $\frac{13\pi}{12}$ C) $\frac{5\pi}{4}$ D) $\frac{7\pi}{6}$ E) $\frac{4\pi}{3}$

9. $1 - 2\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x = 2\sin^2 x$

denklemini sağlayan x dar açısı kaç derecedir?

A) 7,5 B) 15 C) 22,5 D) 30 E) 45

10. $\frac{1}{\sin 18^\circ} - \frac{1}{\cos 36^\circ}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) -1 E) -2

KARMA TEST - 12

1. $(\sin 30^\circ + \cos 30^\circ)^2 + (\sin 30^\circ - \cos 30^\circ)^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

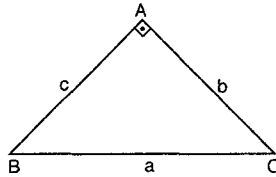
A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. $\left(\sin \frac{17\pi}{6} + \sin \frac{11\pi}{2} \right) : \left(\cos \frac{13\pi}{3} + \cos \frac{9\pi}{2} \right)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) -3 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

3. ABC dik üçgen,
 $\hat{A} = 90^\circ$
olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



A) $\sin^2 \hat{B} = \frac{b^2}{a^2}$

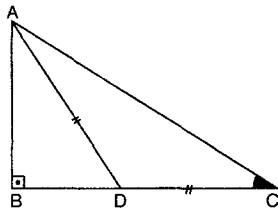
B) $\cos^2 \hat{B} = \frac{c^2}{a^2}$

C) $\cos^2 \hat{C} = \frac{b^2}{a^2}$

D) $\frac{\sin^2 \hat{B}}{\cos^2 \hat{B}} = \frac{c^2}{b^2}$

E) $\cos \hat{C} \cdot \sin \hat{C} = \frac{b \cdot c}{a^2}$

4. ABC dik üçgen,
 $\hat{A} = 90^\circ$,
 $IAD = IDC$,
 $\tan(\hat{ADB}) = \frac{5}{12}$
olduğuna göre,
 $\cot(\hat{ACB})$ kaçtır?



A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 3 E) 5

5. ABC üçgeninde,
 $[AD] \perp [BC]$,

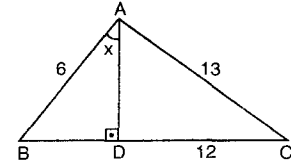
$\hat{BAD} = x^\circ$ ve

$IACI = 13$ birim,

$IDCI = 12$ birim,

$IABI = 6$ birim

olduğuna göre, $\sin x$ 'in değeri kaçtır?



A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{\sqrt{11}}{6}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6. $\sin 20^\circ + \cos 20^\circ = a$ ise
 $\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ$ nin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a-1}{2}$ B) $\frac{a^2+1}{2}$ C) $\frac{2a-1}{2}$

D) $\frac{a^2-1}{2}$ E) $a+1$

7. $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$

$\frac{1}{1+\tan^2 x} + \frac{1}{1+\cot^2 x} + \sin x = \frac{3}{2}$

olduğuna göre, x kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 90

8. $\cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 60^\circ$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{7}{4}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

9. $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ ve

$1 - \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} = \frac{1}{2}$ olduğuna göre,

x açısı kaç derecedir?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

10. ABC dik üçgeninde,
 $\hat{ACB} = 90^\circ$ ve $\cos \hat{A} + \sin \hat{A} - \sin \hat{B} = \frac{3}{5}$
olduğuna göre, $\tan \hat{A}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{27}{20}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{3}{4}$

KARMA TEST - 13

1. $2^{\sin x} = m$

koşulunu sağlayan m tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $0^\circ < x < 90^\circ$ olmak üzere,

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} - \sec x = \sqrt{3} \text{ ise } x \text{ kaç derecedir?}$$

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

3. $x \in \mathbb{R}$,

$f(x) = \sin^2 x + \sin x - 1$ eşitliğinde, $f(x)$ 'in en küçük değeri kaçtır?

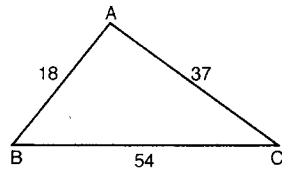
- A) $-\frac{5}{4}$ B) $-\frac{6}{5}$ C) $-\frac{4}{3}$
D) $-\frac{3}{7}$ E) $-\frac{3}{5}$

4. $\frac{1 + \sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2\operatorname{cosec} x$ B) $2\sec x$ C) 1
D) $2\cot x$ E) $2\tan x$

5. ABC üçgen,
 $|AB| = 18$ birim,
 $|AC| = 37$ birim,
 $|BC| = 54$ birim
olduğuna göre,

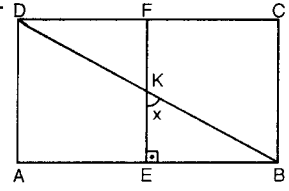


$(54\cos\hat{C} + 18\cos\hat{A})$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 18 B) 16 C) 37 D) 40 E) 54

6. Şekilde ABCD dik-

dörtgen,
 $[EF] \perp [AB]$,
 $|AB| = 2|BC|$,
 $|DK| = |KB|$,
 $m(\widehat{EKB}) = x^\circ$



olduğuna göre, $\tan x$ in değeri kaçtır?

- A) 2 B)
- $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- C)
- $\sqrt{5}$
- D)
- $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- E)
- $\sqrt{3}$

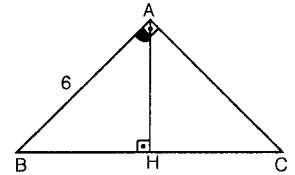
7. $\sin^2 x - 4\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \frac{13}{9} = 0$

olduğuna göre, $\sin x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $\frac{1}{7}$
- B)
- $\frac{1}{6}$
- C)
- $\frac{1}{5}$
- D)
- $\frac{1}{4}$
- E)
- $\frac{1}{3}$

8. ABC dik üçgen,

$[AB] \perp [AC]$,
 $[AH] \perp [BC]$,
 $|AB| = 6$ birim,
 $|BC| = 9$ birim
olduğuna göre,



$\cot(\widehat{BAH})$ nın değeri kaçtır?

- A)
- $\frac{\sqrt{5}}{4}$
- B)
- $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- C)
- $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- D)
- $\frac{2}{5}$
- E)
- $\frac{1}{5}$

9. $0^\circ < x < 90^\circ$ ve

$\cot x = 4$ olduğuna göre,

$\sin^2 x - \sin x \cos x$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $\frac{2}{7}$
- B)
- $\frac{3}{13}$
- C)
- $\frac{4}{17}$
- D)
- $-\frac{2}{13}$
- E)
- $-\frac{3}{17}$

10. $0^\circ < x < 90^\circ$ ve

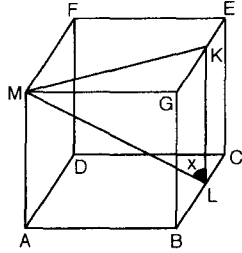
$8^{\cos x} = 4^{2\sin x}$ olduğuna göre,

$\cos x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $\frac{2}{3}$
- B)
- $\frac{3}{4}$
- C)
- $\frac{2}{5}$
- D)
- $\frac{4}{5}$
- E)
- $\frac{3}{5}$

KARMA TEST - 14

1. Şekildeki küpte,
 $IGKI = IKEI$ ve
 $IBLI = ILCI$ ve
 $m(\widehat{MLK}) = x^\circ$ olduğuna
göre, $\cos x$ in değeri
kaçtır?



- A) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

2. $\frac{1}{1+\cos x} + \frac{1+\cos x}{1-\cos x} - \frac{\sec x + 1}{\tan^2 x}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{\sin^2 x}$ B) $\frac{\cos x}{\sin^2 x}$ C) $\sin^2$
D) $\tan x$ E) $\cos^2 x$

3. $0 < x < y < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

- I. $\sin x < \sin y$
II. $\cos x < \cos y$
III. $\tan x < \tan y$
IV. $\cot x < \cot y$
V. $\sec x < \sec y$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Bir üçgenin iç açıları x, y, z ise $\cos(x + y + 2z)$ nin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\sin z$ B) $-\cos z$
C) $-\cos x$ D) $-\sin y$
E) $-\sin 2z$

5. $\frac{\cos^3 x + \sin^2 x \cdot \cos^3 x}{\sin^4 x - 1}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\cos^2 x$ B) $\cos^2 x - 1$ C) $\cos^2 x + 1$
D) $-\cos x$ E) $\cos x$

6. ABC üçgeninde,

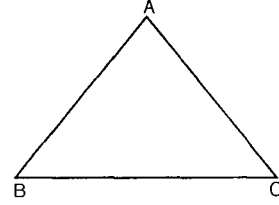
$$\sin \hat{A} = \frac{3}{4},$$

$$\sin \hat{B} = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre,

$\frac{|BC|}{|AC|}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{2}$



7. $\cos x$ in $\cot x$ türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\cot x}{1 + \cot^2 x}$ B) $\frac{\cot x}{\sqrt{1 + \cot^2 x}}$
C) $\frac{\sqrt{1 + \cot x}}{\cot x}$ D) $\frac{\cot x}{\sqrt{1 - \cot^2 x}}$
E) $\frac{\cot x + 1}{1 - \cot x}$

8. $\left[\sin^2 \left(\frac{5\pi}{16} \right) + \cos^2 \left(\frac{3\pi}{16} \right) - 1 \right] \sin \left(\frac{3\pi}{8} \right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

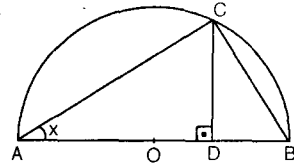
9. Şekildeki O merkezli yarım çemberde,

$[AB] \perp [CD]$,

$m(\widehat{BAC}) = x^\circ$ ve

$|OD| = 8(\cos^2 x - \sin^2 x)$ ise $|AB|$ kaç birimdir?

- A) 8 B) 16 C) $8\cos 4x$
D) $16\sin 2x$ E) 20



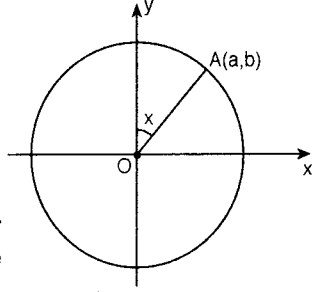
10. $\sqrt{1 - \cos 2x} \sqrt{1 + \cos 2x} = 1$

eşitliğini sağlayan x açısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{7\pi}{6}$ B) $\frac{3\pi}{2}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{5\pi}{2}$ E) $\frac{\pi}{2}$

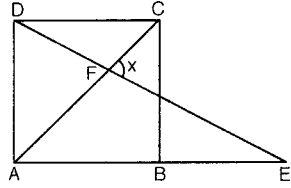
KARMA TEST - 15

1. Şekildeki birim çember üzerinde $A(a, b)$ noktası alınmıştır. Buna göre, $a^2 - b^2$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



- A) $\cos 2x$ B) $\tan x$ C) $\cot x$
D) $2\sin^2 x - 1$ E) $\sin 2x$

2. Şekilde, ABCD kare, $IBEI = 2IBI$, $m(\widehat{CFE}) = x^\circ$ olduğuna göre, $\tan x$ kaçtır?

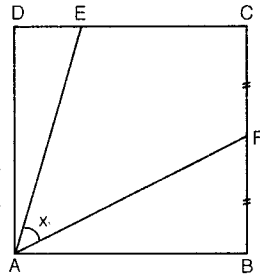


- A) $\frac{3}{4}$ B) 2 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 1

3. $a = \sin\left(x + \frac{31\pi}{2}\right) + \cos\left(x + \frac{23\pi}{2}\right)$
 $b = \sin(-x - 9\pi) + \cos(x + 13\pi)$ ise $(a - b)$ nin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

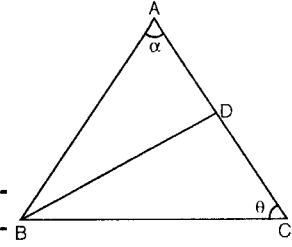
- A) 0 B) 1 C) $2\sin x$
D) $2\cos x$ E) $-2\sin x$

4. Şekilde ABCD kare, $3IDEI = IEIC$, $IBFI = IFCI$, $m(\widehat{EAF}) = x$ ise $\tan x$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?



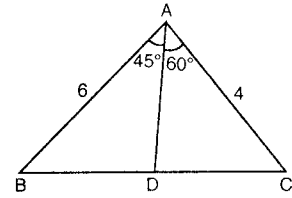
- A) $\frac{6}{7}$ B) $\frac{7}{6}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{7}{5}$

5. Şekilde, $IBI = IACI$, $IBC = IBD = IDAI$, $m(\widehat{BAC}) = \alpha^\circ$, $m(\widehat{ACB}) = \theta^\circ$ ise $\cos \alpha \cdot \cos \theta$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{8}$ C) 4 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

6. Şekilde, $m(\widehat{BAD}) = 45^\circ$, $m(\widehat{CAD}) = 60^\circ$, $IBI = 6$ cm, $IACI = 4$ cm olduğuna göre, $\frac{IBDI}{IDCI}$ oranı kaçtır?



- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{5}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

7. $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$,

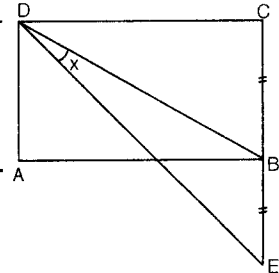
$\sin x = -m - 1$ ve $\cos x = m$ olduğuna göre, $\tan x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) 1 E) $\sqrt{2}$

8. Şekilde ABCD dikdörtgendir.

$$IBC = IBE = \frac{IDCI}{2}$$

ise $\tan x$ aşağıdakilerden hangisidir?



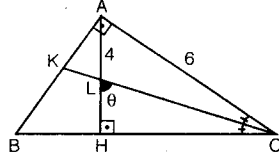
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

KARMA TEST - 17

1. Şekilde,

 $[BA] \perp [AC]$, $[AH] \perp [BC]$ $|AL| = 4 \text{ cm}$, $|AC| = 6 \text{ cm}$, $m(\widehat{ACK}) = m(\widehat{BCK})$, $m(\widehat{HLC}) = \theta^\circ$ ise $\tan \theta^\circ$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

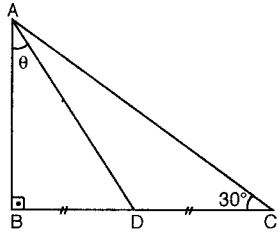
- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C) $\frac{\sqrt{15}}{5}$
 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

2. $\frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha - 1}$ ifadesinin en sade şekli aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) $\sin \alpha$ B) $-1 - \cos \alpha$ C) $\cos \alpha - 1$
 D) $-\sin \alpha$ E) $1 + \cos \alpha$

3. Şekildeki ABC üçge-
ninde, $|BD| = |DC|$, $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$, $m(\widehat{ACB}) = 30^\circ$, $m(\widehat{BAD}) = \theta^\circ$ ise $\tan \theta^\circ$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) 1 E) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

4. $\frac{\tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} \cdot \frac{\cot^2 \theta - 1}{\cot \theta}$ ifadesi aşağıdakilerden
hangisine eşittir?

- A) 1 B) $\tan \theta$ C) $\cot \theta$
 D) $\cos 2\theta$ E) $\frac{1}{2} \sin 2\theta$

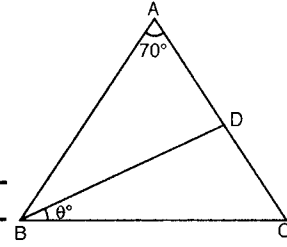
5. $\frac{\cos \theta}{\sin \theta + 1} + \tan \theta$ ifadesi aşağıdakilerden hangi-
sine eşittir?

- A) $\sin \theta$ B) $\operatorname{cosec} \theta$ C) $\sec \theta$
 D) $\cos \theta$ E) 1

6. Şekilde,

 $|AB| = |AC| = |BD|$, $m(\widehat{BAC}) = 70^\circ$ ve $m(\widehat{DBC}) = \theta^\circ$ ise $\sin 2\theta^\circ$ aşağıdakiler-
den hangisine eşit-
tir?

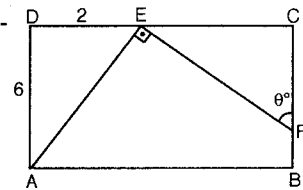
- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. $\frac{\sec^2 \theta - \tan^2 \theta}{\sec^2 \theta}$ ifadesi aşağıdakilerden han-
gisine eşittir?

- A) $\sin 2\theta$ B) $\cos 2\theta$ C) $\sin^2 \theta$
 D) $\cos^2 \theta$ E) $\sin \theta$

8. Şekilde, ABCD dik-
dörtgen, $|DE| = 2 \text{ cm}$, $|AD| = 6 \text{ cm}$, $m(\widehat{AEF}) = 90^\circ$, $m(\widehat{CFE}) = \theta^\circ$ ise, $\cos \theta^\circ$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ B) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$



KARMA TEST - 18

1. $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$, $\sqrt{\frac{2}{1+\cos \alpha} + \frac{2}{1-\cos \alpha}}$
rasyonel ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\operatorname{cosec} \alpha$ B) $\sec \alpha$ C) $\operatorname{cosec} 2\alpha$
D) $2\sec \alpha$ E) $2\sin \alpha$

2. $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta - \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin 2\theta$ B) $\cos 2\theta$ C) 1
D) $\frac{1}{2} \sin 2\theta$ E) 0

3. $\cos^2 \theta + \cot^2 \theta - \frac{1}{\sin^2 \theta}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\cos^2 \theta$ B) $\cos^2 \theta$ C) $-\sin^2 \theta$
D) $\tan^2 \theta$ E) $-\operatorname{cosec}^2 \theta$

4. $\frac{1}{\cos^2 \theta} - \tan^2 \theta \cdot (\cos^2 \theta + 1)$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin 2\theta$ B) $\cos^2 \theta$ C) $\sec^2 \theta$
D) $\operatorname{cosec}^2 \theta$ E) 1

5. $\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} \cdot \tan^2 \alpha$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\operatorname{cosec}^2 \alpha$ B) $\sec^2 \alpha$ C) $\sin^2 \alpha$
D) $\cos^2 \alpha$ E) 1

6. $\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$

İfadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan 2\alpha$ B) $-\frac{1}{2} \cot 2\alpha$
C) $-\frac{1}{2} \tan \alpha$ D) $-2\cot 2\alpha$
E) $-2\tan 2\alpha$

7. $\frac{1}{\cos \theta \cdot [\sin^2 \theta + \tan^2 \theta + \cos^2 \theta]}$

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos \theta$ B) $\sin \theta$ C) $\sec \theta$
D) $\tan \theta$ E) $\operatorname{cosec} \theta$

8. $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta}$

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan \frac{\theta}{2}$ B) $\cot \frac{\theta}{2}$ C) $\sin \frac{\theta}{2}$
D) $\frac{1}{2} \sin \frac{\theta}{2}$ E) $\cos \frac{\theta}{2}$

9. $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\cot^2 \alpha}$

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sec \alpha$ B) $\operatorname{cosec} \alpha$ C) 1
D) $\sin \alpha$ E) $\cos \alpha$

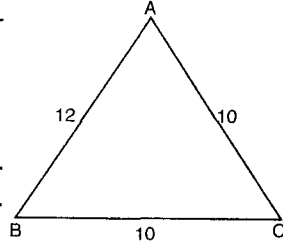
10. $\frac{(\sec \theta - \tan \theta)^2 + 1}{\operatorname{cosec} \theta (\sec \theta - \tan \theta)}$

İfadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sin \theta$ B) $2\tan \theta$ C) $2\cot \theta$
D) $2\cos \theta$ E) $2\sec \theta$

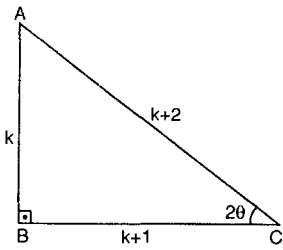
KARMA TEST - 19

1. Şekildeki ABC üçgeninde,
 $|BC| = |AC| = 10\text{cm}$,
 $|AB| = 12\text{ cm}$ ise
 $\tan \hat{A}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



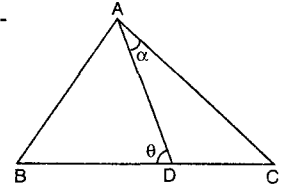
- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{13}{5}$ E) $\frac{13}{10}$

2. Şekildeki ABC üçgeninde,
 $[AB] \perp [BC]$,
 $m(\hat{BCA}) = 20^\circ$ ve
 $|AB| = k\text{ cm}$,
 $|BC| = k + 1\text{ cm}$,
 $|AC| = k + 2\text{ cm}$ ise
 $\tan \theta^\circ$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{3}{16}$

3. Şekildeki ABC üçgeninde,
 $|BD| = |DC| = |AD|$,
 $m(\hat{DAC}) = \alpha^\circ$,
 $m(\hat{ADB}) = \theta^\circ$,
 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ise $\sin \theta^\circ$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

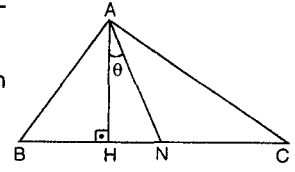


- A) $\frac{12}{25}$ B) $\frac{14}{25}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{16}{25}$ E) $\frac{24}{25}$

4. $\tan^2\left(-\frac{43\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{127\pi}{6}\right) \cdot \cos\left(\frac{64\pi}{3}\right)$
ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

5. Şekildeki ABC üçgeninde, $[AH] \perp [BC]$,
 $[AN]$, $\hat{BAC}$ açısının açıortayı,
 $m(\hat{HAN}) = \theta^\circ$ ve



$\cos \theta^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ise $m(\hat{ABC}) - m(\hat{ACB})$ kaç derecedir?

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

6. $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ için $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ise
 $\cos \alpha + \tan \alpha + \cot \alpha$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{169}{60}$ B) $-\frac{17}{6}$ C) $-\frac{173}{60}$
D) $-\frac{35}{12}$ E) $-\frac{179}{60}$

7. $\sin(-70^\circ)$ in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\sin 110^\circ$ B) $-\cos 110^\circ$ C) $\sin(-110^\circ)$
D) $-\cos 200^\circ$ E) $-\sin 290^\circ$

8. $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ olmak üzere, $\sin x = \frac{1}{3}$ ise

$\frac{\sin^2 x + \sin x \cos x}{\cos^2 x + \cos x \sin x}$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$
D) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $-\frac{\sqrt{2}}{6}$

9. Tanımlı olduğu değerler için, $\frac{\tan^2 x + \cot^2 x + 2}{\sec^2 x \cdot \operatorname{cosec}^2 x}$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\sin x$ C) 2
D) $\tan x$ E) $\cos x$

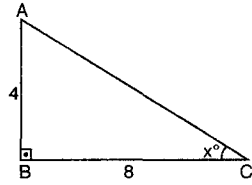
10. $\frac{\sin(-540^\circ) + \cos(1800^\circ) + \tan(405^\circ)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi - x) + 1}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan x$ B) -1 C) $\cos x$ D) 1 E) 2

KARMA TEST - 20

1. Şekildeki ABC üçgeninde, $[AB] \perp [BC]$, $|AB| = 4$ cm, $|BC| = 8$ cm, $m(\widehat{ACB}) = x^\circ$ ise



$\tan\left(\frac{x}{2}\right)^\circ$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

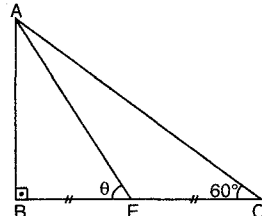
- A) $1 + \sqrt{2}$ B) $\sqrt{5} - 1$ C) $\sqrt{5} + 1$
D) $2 + \sqrt{2}$ E) $\sqrt{5} - 2$

2. $\frac{1 + \sin \theta}{1 + \cos \theta} \cdot \frac{1 + \sec \theta}{1 + \csc \theta}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) $\sin \theta$ C) $\cos \theta$
D) $\tan \theta$ E) $\cot \theta$

3. Şekildeki ABC üçgeninde, $m(\widehat{ACB}) = 60^\circ$, $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$, $|BE| = |EC|$ ise $m(\widehat{AEB}) = \theta$ için



$\tan \theta^\circ$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{2}$
D) $5\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{6}$

4. $\frac{1}{\cos^2 x} - \tan^2 x - \sin^2 x$

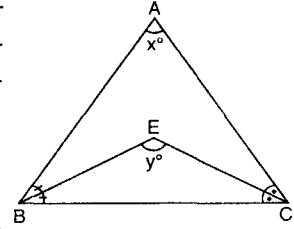
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sec^2 x$ B) $\csc^2 x$ C) $\tan^2 x$
D) $\cos^2 x$ E) $\sin^2 x$

5. Şekildeki ABC üçgeninde E, iç açıortayların kesim noktasıdır.

$$m(\widehat{BAC}) = x^\circ, \\ m(\widehat{BEC}) = y^\circ \text{ ise}$$

$\sin y^\circ$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



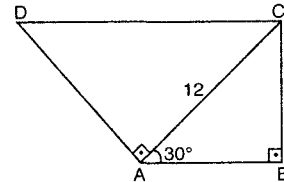
- A) $\sin\left(\frac{x}{2}\right)^\circ$ B) $\cos\left(\frac{x}{2}\right)^\circ$ C) $\frac{\tan x^\circ}{2}$
D) $\sec\left(\frac{x}{2}\right)^\circ$ E) $\csc\left(\frac{x}{2}\right)^\circ$

6. $\frac{1}{\sin^2 x} - \cot^2 x \cdot [1 + \sin^2 x]$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sec^2 x$ B) $\csc^2 x$ C) $\sin^2 x$
D) $\sec x$ E) $\cos^2 x$

- 7.



Şekilde, $[AB] \parallel [DC]$, $m(\widehat{CBA}) = m(\widehat{DAC}) = 90^\circ$, $m(\widehat{CAB}) = 30^\circ$, $|AC| = 12$ cm ise ABCD dörtgeninin çevresi kaç cm dir?

- A) $6 + 18\sqrt{3}$ B) $6 + 12\sqrt{3}$ C) $6 + 8\sqrt{3}$
D) $12 + 8\sqrt{3}$ E) $12 + 12\sqrt{3}$

8. $\frac{\sin^2 x - 1}{\cos^2 x - 1} + \tan x \cdot \cot x$

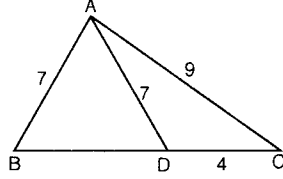
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan x$ B) $\cot x$ C) $\tan^2 x$
D) $\sec^2 x$ E) $\csc^2 x$

KARMA TEST - 21

1. Şekilde,

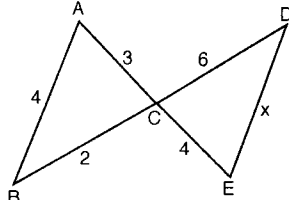
$|AB| = |AD| = 7$ cm,
 $|DC| = 4$ cm,
 $|AC| = 9$ cm ise
 $|BD|$ kaç cm dir?



- A) 3 B) 4 C) $2\sqrt{6}$
D) 5 E) $2\sqrt{7}$

2. Şekilde,

$|AB| = 4$ cm,
 $|AC| = 3$ cm,
 $|BC| = 2$ cm,
 $|CD| = 6$ cm,
 $|CE| = 4$ cm ise
 $|ED| = x$ kaç cm dir?
($C \in [AE] \cap [BD]$)



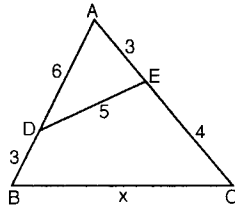
- A) 6 B) $4\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$
D) 7 E) 8

3. $2\sin x - m = 4$ eşitliğini sağlayan kaç tane m tamsayısı vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

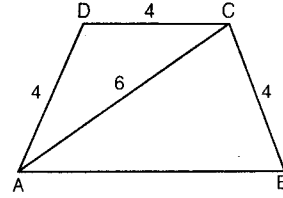
4. Şekildeki ABC

üçgeninde,
 $|AD| = 6$ cm,
 $|AE| = 3$ cm,
 $|DE| = 5$ cm,
 $|BD| = 3$ cm,
 $|EC| = 4$ cm ise
 $|BC| = x$ kaç cm dir?



- A) $6\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{15}$ C) $5\sqrt{2}$
D) $4\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{5}$

5.



Şekilde ABCD yamuk,

$|BC| = |DC| = |AD| = 4$ cm, $|AC| = 6$ cm ise $|AB|$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

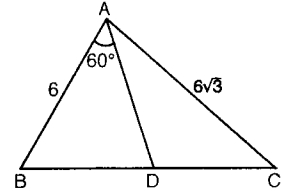
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. Bir ABC üçgeninin kenarları arasında $b^2 + ac = a^2 + c^2$ bağıntısı varsa, üçgenin B açısı kaç derecedir?

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 90

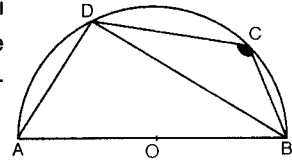
7. Şekildeki ABC

üçgeninde,

 $m(\widehat{BAD}) = 60^\circ$, $\triangle BAD \sim \triangle DAC$, $|AB| = 6$ cm, $|AC| = 6\sqrt{3}$ cm ise $|AD|$ kaç cm dir?

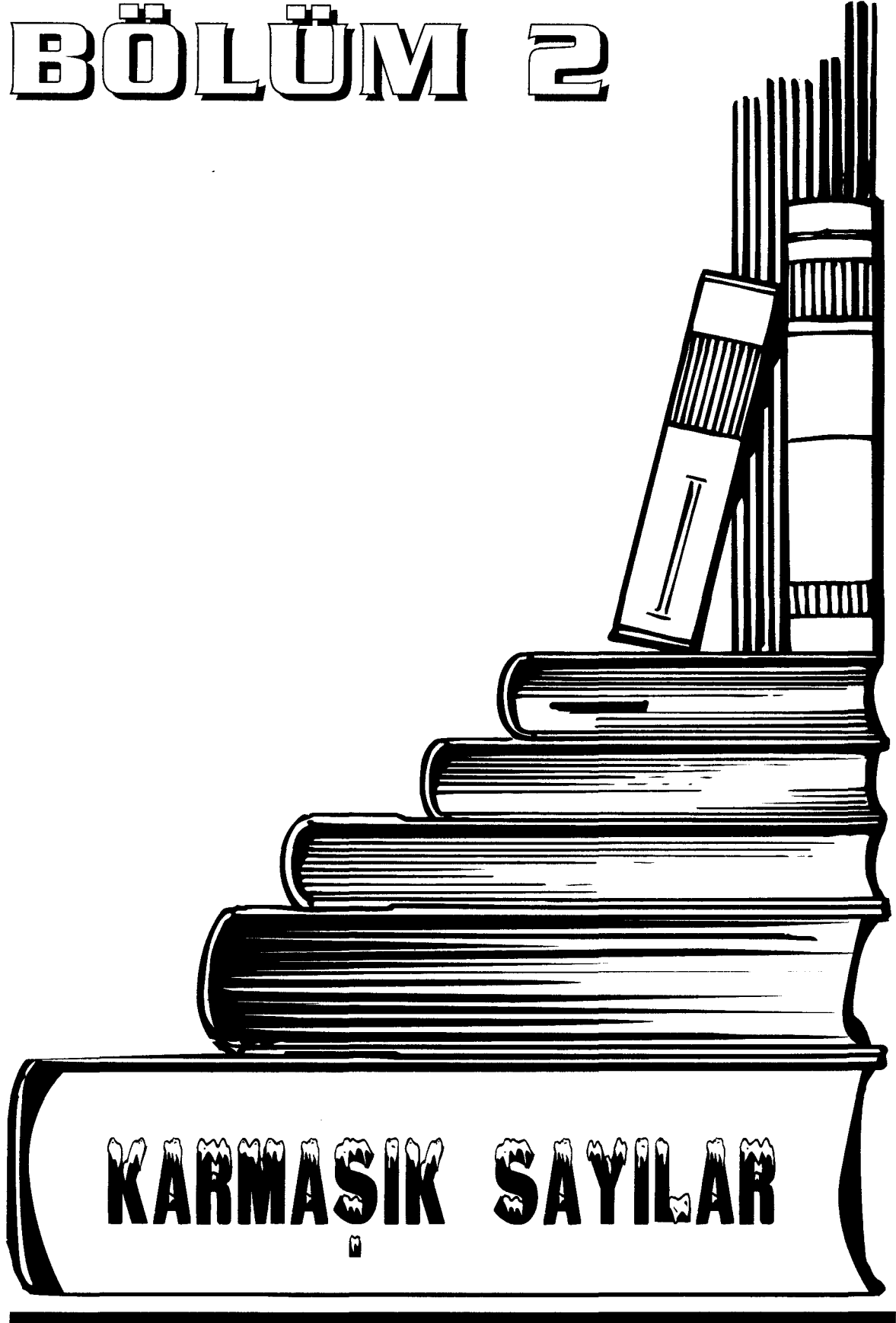
- A) 4 B) $4\sqrt{2}$ C) 5
D) $5\sqrt{2}$ E) 6

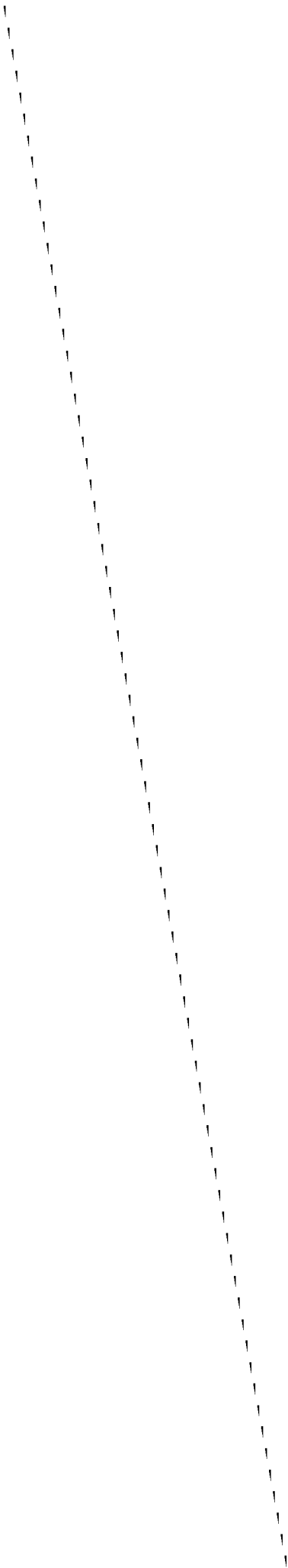
8. Şekilde O merkezli yarım çember içine ABCD kirişler dörtgeni çizilmiştir.

 $\sqrt{3}|AD| = |DB|$ ise $m(\widehat{DCB})$ kaç derecedir?

- A) 95 B) 110 C) 120
D) 155 E) 150

BÖLÜM 2





KARMAŞIK SAYILARIN GÖSTERİMİ

$z = x + iy$ karmaşık sayısında x gerçel (reel), y sanal (imajiner) kısımdır.

ÖRNEK

$$\begin{aligned} z = 2 + 3i & \quad \text{ise} \quad \text{Re}(z) = 2, \text{Im}(z) = 3 \\ z = -2i & \quad \text{ise} \quad \text{Re}(z) = 0, \text{Im}(z) = -2 \\ z = 4 & \quad \text{ise} \quad \text{Re}(z) = 4, \text{Im}(z) = 0 \end{aligned}$$

ÖRNEK

$x^2 + 2x + 2 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -4 \\ x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{-4}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 2i}{2} = -1 \pm i \\ \mathcal{C} &= \{-1 + i, -1 - i\} \end{aligned}$$

SONUÇ: $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} (i)^{4n} &= 1 \\ (i)^{4n+1} &= i \\ (i)^{4n+2} &= -1 \\ (i)^{4n+3} &= -i \end{aligned}$$

ÖRNEK

$\frac{i^{98} + i^{71}}{i^{17} + i^{128}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} 98 \overline{) 4} \\ \underline{-96} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 71 \overline{) 4} \\ \underline{-68} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \overline{) 4} \\ \underline{-16} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 128 \overline{) 4} \\ \underline{-128} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{i^2 + i^3}{i^1 + i^0} = \frac{-1 - i}{i + 1} = \frac{-(1+i)}{1+i} = -1$$

NOT: $z_1 = a + ib$, $z_2 = c + id$ iken

$$z_1 = z_2 \Leftrightarrow a = c \wedge b = d \text{ ya da}$$

$$z_1 = z_2 \Leftrightarrow \text{Re}(z_1) = \text{Re}(z_2) \wedge \text{Im}(z_1) = \text{Im}(z_2)$$

ÖRNEK

$z_1 = 2mi + 4 + i$, $z_2 = 7i - n + 1$ ve $z_1 = z_2$ ise $(m + n)$ yi bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} z_1 &= 4 + i(2m + 1), \quad z_2 = 1 - n + i \cdot 7 \\ 4 &= 1 - n \wedge 2m + 1 = 7 \\ n &= -3 \quad \quad \quad m = 3 \\ m + n &= 3 - 3 = 0 \end{aligned}$$

KARMAŞIK SAYININ EŞLENİĞİ

$z = x + iy$ karmaşık sayısı için $\bar{z} = x - iy$ sayısı z 'nin eşleniğidir.

NOT:

1) $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$

2) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$

3) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}, z_2 \neq 0$

4) $\overline{(\bar{z})} = z$

5) $\overline{(z^n)} = (\bar{z})^n$

6) $\overline{(z^{-1})} = \left(\frac{1}{\bar{z}}\right) = \frac{1}{\bar{z}}$

ÖRNEK

$$z_1 = 3 + i \Rightarrow \bar{z}_1 = 3 - i$$

$$z_2 = 2i - 1 \Rightarrow z_2 = -1 + 2i \Rightarrow \bar{z}_2 = -1 - 2i$$

$$z_3 = 4i \Rightarrow \bar{z}_3 = -4i$$

$$z_4 = 4 \Rightarrow \bar{z}_4 = 4$$

KARMAŞIK SAYILARDA DÖRT İŞLEM

$$z_1 = a + ib, z_2 = c + id \text{ iken}$$

1) $z_1 + z_2 = (a + ib) + (c + id) = (a + c) + i(b + d)$

2) $z_1 - z_2 = (a + ib) - (c + id) = (a - c) + i(b - d)$

3) $z_1 \cdot z_2 = (a + ib) \cdot (c + id) = ac + aid + ibc + bdi^2$
 $= (ac - bd) + i(ad + bc)$

4) $z_1 \cdot \bar{z}_1 = (a + ib)(a - ib) = a^2 - b^2i^2 = a^2 + b^2$

5) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + ib}{c + id} = \frac{(a + ib)(c - id)}{(c + id)(c - id)} = \frac{ac + bd + i(bc - ad)}{c^2 + d^2}$

ÖRNEK

$$z = \frac{2 + 4i}{1 - i} - \frac{4 - 3i}{i} + 2i + 5 \text{ sayısının sanal ve reel kısımlarını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$z = \frac{(2 + 4i)(1 + i)}{(1 - i)(1 + i)} - \frac{(4 - 3i) \cdot (-i)}{i \cdot (-i)} + 2i + 5$$

$$= \frac{2 + 2i + 4i - 4}{1 + 1} - \frac{(-4i - 3)}{1} + 2i + 5$$

$$= \frac{-2 + 6i}{2} + 4i + 3 + 2i + 5$$

$$= -1 + 3i + 6i + 8$$

$$= 7 + 9i$$

$$\Rightarrow \operatorname{Re}(z) = 7, \operatorname{Im}(z) = 9$$

TEST - 1

1. $x^2 + 25 = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-5, 5\}$ B) $\{-5, 5i\}$ C) $\{5, 5i\}$
 D) $\{5, -5i\}$ E) $\{5i, -5i\}$

2. $x^2 + 6x + 13 = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{2 + i, 2 - i\}$ B) $\{3 + i, 3 - i\}$
 C) $\{3 + 2i, 3 - 2i\}$ D) $\{-3 + i, -3 - i\}$
 E) $\{-3 + 2i, -3 - 2i\}$

3. $\sqrt{-4} + \sqrt{-16} - \sqrt{-3} \cdot \sqrt{-12}$
 İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6i - 6$ B) $6i + 6$ C) $-12i$
 D) $12i$ E) 0

4. $\frac{\sqrt{-36} - \sqrt{-100}}{\sqrt{-121} - \sqrt{-49}}$
 İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-4i$ B) $-2i$ C) $-i$ D) -1 E) 1

5. $\sqrt{-72} \cdot \sqrt{-2} - \sqrt[3]{-27} + \sqrt[5]{-32} + \sqrt{-3} \cdot \sqrt{-27}$
 İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-21 - i$ B) -22 C) -20
 D) $21 + i$ E) 22

6. $\frac{i^4 + i^3 + i^2 + i}{i^{27x+1}}$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 - i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $1 + i$

7. $\frac{i^{75} + i^{68}}{i^{105} + i^{134}}$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $i - 1$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $-i + 1$

8. $i^{1496} + i^{197} + i^{201} + i^{398}$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2i$ B) 1 C) 0 D) -1 E) $-2i$

9. $i^{237} + i^{198} - \sqrt{-1}$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2i$ B) $-i$ C) -1 D) 0 E) $2i$

10. $i^{4n+3} + i^{4n+7} - i^{4n-11}$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

($n \in \mathbb{N}$)

A) $-3i$ B) -3 C) 0 D) 3 E) $3i$

TEST - 2

1. $\frac{8i^{69} + 5i^{459}}{7i^{41} + i^{387}}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{13}{5}$ B) $\frac{13}{8}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{2}$

2. $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere,

$$i^{56n+3} + i^{48n+29} - i^{96n+95}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) -i C) -1 D) i E) 1 - i

3. $f(x) = -x^7 + 3x^6 + 2x^5 + 7x + 8$ ise

$f(i)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $11 + 10i$ B) $5 + 10i$ C) $11 + 8i$
D) $5 + 8i$ E) $5 - 8i$

4. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + \dots + i^{182}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $i + 1$ B) $i - 1$ C) $1 - i$
D) $-i$ E) -1

5. $i^{299} + i^{300} + i^{301} + i^{302} + \dots + i^{1487}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 + i$ B) $1 - i$ C) $-i$
D) -1 E) i

6. $(i^{19} - i^{189})^2 \cdot i + (i^{218} + i^{585}) \cdot 4$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-4i$ B) $-i$ C) -4 D) 4 E) $9i - 4$

7. $z_1 = i^{198} + i^{197} + i^{196} + \dots + i^1$ ve

$$z_2 = i^{1520} + i^{1515} + i^{1510} + i^{1505} + \dots + i^5$$

olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $i - 1$ B) $-i - 1$ C) -1
D) 0 E) 1

8. $f(x) = x^2 + 4x + 1$, $g(x) = -x^2 - 3x - 4$ olduğuna göre, $f(i) + g(-2i)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-10i$ B) $10i$ C) -10 D) 10 E) $8 + 10i$

9. $P(x) = x^8 + 7x^7 - 6x^6 + x^4 + 4x + 313$ olduğuna göre, $P(i) - P(-i)$ farkı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-6i$ B) $6i$ C) -6 D) 6 E) 313

10. $z_1 = 3 - 4i$, $z_2 = 2 - i$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $z_1 + z_2 = 5 - 5i$

B) $z_1 - z_2 = 1 - 3i$

C) $2z_1 - 3z_2 = -5i$

D) $z_1 = z_2^2$

E) $z_2 \cdot (2 + i) = 3$

TEST - 3

1. $(2 + i)(3 - 2i) - (1 + i)(1 - i)$
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $8 + i$ B) $6 + i$ C) $8 - i$
D) $6 - i$ E) $2 - i$

2. $\frac{(2 - i)^8 \cdot (2 + i)^8}{(\sqrt{-4} - 1)^7 \cdot (\sqrt{-4} + 1)^7}$
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) -5 B) -3 C) -1 D) 3 E) 5

3. $z = 1 - i$ olduğuna göre, z^{10} aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-32i$ B) -32 C) $32i$ D) 32 E) 64

4. $\sqrt{(2 - i)^2 \cdot (3 + 4i)}$
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-5i$ B) $5i$ C) -5 D) 5 E) $5 + i$

5. $\frac{(1 + i)^{62}}{(1 - i)^{62}}$
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-i$ B) -1 C) i D) 1 E) $2i$

6. $(z + 1)i = 2i + 3$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 + i$ B) $1 + 3i$ C) $1 - 3i$
D) $2 - i$ E) $2 - 3i$

7. $ai + (1 + i)^8 = b + 4i$ eşitliğini sağlayan a ve b tamsayı değerleri için $\frac{b}{a}$ oranı kaçtır?

A) 16 B) $4i$ C) 4 D) -4 E) $-4i$

8. $z \cdot (1 - 3i) + zi - 1 = -2i$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

9. $z_1 = a(2 + 3i) + b(1 - 2i)$, $z_2 = 3a + 2b + 5i$ ve $z_1 = z_2$ ise (a, b) ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(3, -3)$ B) $(2, -2)$ C) $(1, 1)$
D) $(1, -1)$ E) $(0, 1)$

10. $z = 3 + i$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $z + \bar{z} = 6$
B) $z - \bar{z} = 2i$
C) $z \cdot \bar{z} = 10$
D) $z^2 + (\bar{z})^2 = z + \bar{z} + \bar{z} \cdot z$
E) $z^{-1} = 3 - i$

TEST - 4

1. $z = 3 - 2i$ sayısının çarpma işlemine göre tersinin, eşleniğinin sanal kısmı kaçtır?

A) $\frac{2}{13}$ B) $-\frac{2}{13}$ C) $\frac{3}{13}$ D) $-\frac{3}{13}$ E) 1

2. $z = 1 - i\sqrt{3}$ sayısının eşleniğinin, çarpma işlemine göre tersinin reel kısmı kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

3. $z = \frac{1+i}{1-i}$ ise $\text{Im}(z)$ kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

4. $\left(\frac{2+3i}{3-2i}\right)^{47} - \left(\frac{4+i}{1-4i}\right)^{17}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2i$ B) $2i$ C) $i-1$ D) $i+1$ E) 0

5. $z = \frac{1+i}{2+i} + \frac{2-i}{1-i}$ ise $\text{Re}(z)$ kaçtır?

A) $-\frac{21}{10}$ B) $-\frac{7}{10}$ C) 0 D) $\frac{7}{10}$ E) $\frac{21}{10}$

6. $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 2 - i$ olduğuna göre,

$\frac{z_1 \cdot z_2^2}{5 \cdot \bar{z}_2}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) z_1 B) $\bar{z}_1$ C) z_2 D) $\bar{z}_2$ E) $z_1 + z_2$

7. $(1-i)^5 \cdot \bar{z} = z + i + 1$ eşitliğine göre, z karmaşık sayısının sanal kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{9}{31}$ B) $-\frac{1}{31}$ C) 0 D) $\frac{1}{31}$ E) $\frac{9}{31}$

8. $z = \sqrt{3} - i\sqrt{2}$ ise $(\bar{z})^{-2}$ sayısının reel kısmı kaçtır?

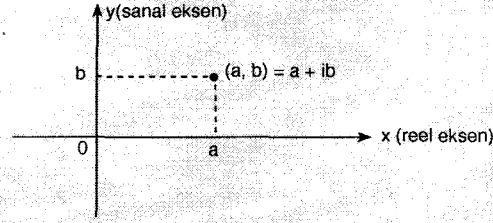
A) $-\frac{2\sqrt{6}}{25}$ B) $-\frac{1}{25}$ C) 0
D) $\frac{1}{25}$ E) $\frac{2\sqrt{6}}{25}$

9. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$, $g(x) = x^2 + 2x + 1$ ise $f(i\sqrt[3]{4} + 1) + g(i + 1)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4i$ B) 4 C) 3 D) -4 E) $-4i$

10. $\frac{z}{\bar{z}} = \frac{4-3i}{5}$ ise z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $3 + i$ B) $2 + i$ C) $2 - i$
D) $3 - i$ E) $1 - i$

KARMAŞIK DÜZLEM**KARMAŞIK SAYILARIN MUTLAK DEĞERİ (MODÜLÜ)**

$z = a + ib$ karmaşık sayısının orijine olan uzaklığına, karmaşık sayının modülü denir.

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

NOT: 1) $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$

$$2) \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}, \quad z_2 \neq 0$$

$$3) |z^n| = |z|^n$$

$$4) |z| = |-z| = |\bar{z}|$$

$$5) z \cdot \bar{z} = |z|^2 = a^2 + b^2$$

ÖRNEK

$$z = \frac{(4\sqrt{2} + 2i) \cdot (3 - 4i)^5}{(2 + i)^{10}} \text{ sayısının modülünü bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$|z| = \frac{|4\sqrt{2} + 2i| \cdot |3 - 4i|^5}{|2 + i|^{10}} = \frac{\sqrt{32 + 4} \cdot (\sqrt{9 + 16})^5}{(\sqrt{4 + 1})^{10}} = \frac{6 \cdot 5^5}{5^5} = 6$$

İKİ KARMAŞIK SAYI ARASINDAKİ UZAKLIK

$$z_1 = a + ib, \quad z_2 = c + id \text{ ise } |z_1 - z_2| = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2}$$

NOT: 1) $|z - z_0|$ gösterimi, z sayısının z_0 sayısına uzaklığını belirtir.

2) $|z - z_0| = r$ koşuluna uyan z karmaşık sayılarının kümesi, z_0 merkezli r yarıçaplı çemberdir.

3) $|z - z_0| < r$ koşuluna uyan z karmaşık sayılarının kümesi, z_0 merkezli r yarıçaplı çemberin içidir.

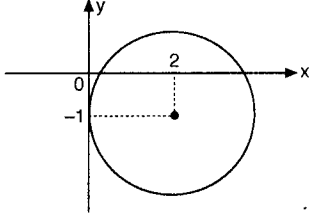
4) $|z - z_0| > r$ koşuluna uyan z karmaşık sayılarının kümesi, z_0 merkezli r yarıçaplı çemberin dışıdır.

ÖRNEK

$|z - 2 + i| = 2$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarının görüntüsünü bulunuz.

ÇÖZÜM

$$|z - (2 - i)| = 2 \Rightarrow M(2, -1), r = 2 \text{ birim}$$



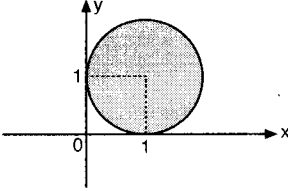
Merkezi $M(2, -1)$, yarıçapı $r = 2$ birim olan çemberdir.

ÖRNEK

$|z - 1 - i| \leq 1$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarının görüntüsünü bulunuz.

ÇÖZÜM

$$|z - (1 + i)| \leq 1 \Rightarrow M(1, 1), r = 1 \text{ birim}$$



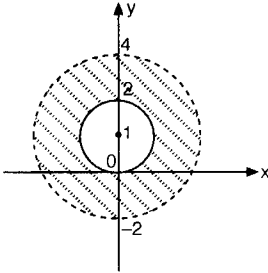
Merkezi $M(1, 1)$, yarıçapı $r = 1$ birim olan çember ve çemberin içidir.

ÖRNEK

$1 \leq |z - i| < 3$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarının görüntüsünü bulunuz.

ÇÖZÜM

$$M(0, 1)$$



$1 \leq |z - i|$ ise merkezi $M(0, 1)$ ve yarıçapı $r = 1$ olan çember ve çemberin dışı
 $|z - i| < 3$ ise merkezi $M(0, 1)$ ve yarıçapı $r = 3$ olan çember ve çemberin içi-
 dir.

ÖRNEK

$z_1 = 2 + i$, $z_2 = 3 + 4i$ karmaşık sayıları arasındaki uzaklığı bulunuz.

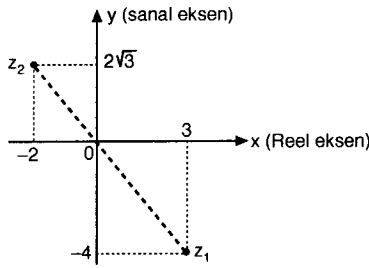
ÇÖZÜM

z_1 ve z_2 arasındaki uzaklık l olsun.

$$\begin{aligned} l &= \sqrt{(3-2)^2 + (4-1)^2} \\ &= \sqrt{1+9} \\ &= \sqrt{10} \text{ birim} \end{aligned}$$

TEST - 5

1.



Şekildeki karmaşık düzlemde görüntülenen z_1 ve z_2 karmaşık sayılarının mutlak değerleri toplamı nedir?

- A) 1 B) 4 C) 5 D) 6 E) 9

2. $z = -3 - 4i$ karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı kaç birimdir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. $z_1 = 1 + i$, $z_2 = -4 + 3i$ ise $|2z_1 + 2z_2|$ kaç birimdir?

- A) 5 B) 6 C) $3\sqrt{5}$ D) 10 E) $10\sqrt{5}$

4. $z_1 = \frac{2+i}{1-2i}$, $z_2 = \frac{3-2i}{2-3i}$ ise

$|z_1 - 13z_2|$ kaç birimdir?

- A) $\sqrt{10}$ B) $2\sqrt{10}$ C) $4\sqrt{10}$
D) $5\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{2}$

5. $z = i^{999} + i^{998} + i^{997} + \dots + i$ ise $|z|$ kaç birimdir?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{5}$

6. $z = \frac{(1+i)^3 \cdot (2+i2\sqrt{3})^4}{(2-2i)^5}$ ise

$|z|$ kaç birimdir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

7. $z = (4-3i)(4i-3)$ ise $|z^{-1}|$ kaç birimdir?

- A) $\frac{1}{25}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{5}$ D) 5 E) 25

8. $z = \sqrt[3]{-27} + \sqrt{-12} + \sqrt{-3}$ ise $|z|$ kaç birimdir?

- A) 6 B) 9 C) 27
D) 36 E) $36 + 18\sqrt{3}$

9. $(2+i)z = \bar{z} + 4i$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı için $|z|$ kaç birimdir?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{5}$

10. $z = \left(\frac{2+i}{1-2i}\right)^{75} - \left(\frac{3-i}{1+3i}\right) + i^{103}$ ise

$\left|\frac{1}{z}\right|$ kaç birimdir?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3}$

TEST - 6

1. $z = 1 + \frac{i}{1+i}$ ise $|z|$ kaç birimdir?

- A) $\frac{6}{\sqrt{5}}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

2. $z = 4 + 2i$ ise $\frac{|z+i| - |z+2i-1|}{|z+2\sqrt{3}i+4\sqrt{13}|}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $z = \frac{(\sqrt{5}+2i)(\sqrt{7}-3i)(1+i\sqrt{3})}{(2\sqrt{7}+6i)}$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının orijine uzaklığı kaç birimdir?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

4. $z = \frac{(2-3i)^{-2} \cdot (25+7i)}{(71-25i)}$ ise

$|z^{-1}|$ kaç birimdir?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

5. $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 3 + 2i$ olduğuna göre,

$\frac{|z_1 + z_2|}{|z_1 \cdot z_2|}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{9}{13}$ B) $\frac{5\sqrt{3}}{13}$ C) $\frac{5\sqrt{2}}{13}$ D) $\frac{4\sqrt{2}}{13}$ E) $\frac{5}{13}$

6. $z = \frac{2+4i\sqrt{6}}{4-3i}$ ise $|z| + 2$ ifadesi için aşağı-

dakilerden hangisi doğrudur?

- A) $\operatorname{Re}(z) > \operatorname{Im}(z)$ B) $\operatorname{Re}(z) < \operatorname{Im}(z)$
C) $\operatorname{Re}(z) = -4$ D) $\operatorname{Re}(z) = -\operatorname{Im}(z)$
E) $\operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(z)$

7. $z = (1+i)^6 - (1-i)^6$ karmaşık sayısının mutlak değeri kaç birimdir?

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

8. $z = (1+i)^2 + (1+i)^3 + (1+i)^4$ ise $|z+3|$ kaç birimdir?

- A) 5 B) $3\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{5}$ D) 10 E) $5\sqrt{5}$

9. $z + |z| = 3 + i\sqrt{3}$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının modülü kaç birimdir?

- A) 1 B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) 3

10. $z - \bar{z} + |z| = 5 - 8i$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?

- A) -8 B) -5 C) -4 D) -3 E) 3

TEST - 7

1. $z_1 = 2 + i$, $z_2 = -1 - 3i$ ise z_1 ve z_2 sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?
A) 4 B) 5 C) $5\sqrt{2}$ D) 8 E) 10
2. $z_1 = 4 + ai$ ve $z_2 = b - i$ karmaşık sayıları için $|z_1 - z_2| = \sqrt{10}$ ise a ve b sayıları arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $a^2 + b^2 = 10$
B) $(4 - b)^2 + (a + 1)^2 = 10$
C) $b^2 + (a + 1)^2 = 10$
D) $(b + 4)^2 + (a - 1)^2 = 10$
E) $a + b = 10$
3. $|z| = |z + 1|$ ise z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?
A) $y = -2x$ doğrusu
B) $y = -\frac{1}{2}x$ doğrusu
C) $y = \frac{1}{2}x$ doğrusu
D) $y = 2x$ doğrusu
E) $x = -\frac{1}{2}$ doğrusu
4. $|z - i| = |z - 2i|$ ise z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?
A) $y = 3x$ doğrusu B) $y = \frac{3}{2}x$ doğrusu
C) $y = 2x$ doğrusu D) $x = \frac{3y}{2}$ doğrusu
E) $y = \frac{3}{2}$ doğrusu
5. $|z - i| = |z + 2i|$ ise z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2x + 3y + 3 = 0$ doğrusu
B) $4x + 3y + 3 = 0$ doğrusu
C) $4x + y + 3 = 0$ doğrusu
D) $4x + 2y + 3 = 0$ doğrusu
E) $2x + 4y + 3 = 0$ doğrusu

6. "Merkezi orijin ve yarıçapı 2 birim olan çember" görüntüsünü oluşturan karmaşık sayılar için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
A) $|z| = 1$ B) $|z| = 2$ C) $|z - 1| = 2$
D) $|z| = 4$ E) $|z + 1| = 4$
7. "Merkezi (2, 0) ve yarıçapı 3 birim olan çember" görüntüsünü oluşturan karmaşık sayılar için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
A) $|z - 2| = 3$ B) $|z - 2| = 9$ C) $|z - 2i| = 3$
D) $|z + 2| = 3$ E) $|z + 2i| = 3$
8. "Merkezi (0, -1) ve yarıçapı 1 birim olan çember" görüntüsünü oluşturan karmaşık sayılar için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
A) $|z - i| = 1$ B) $|z + i| = 1$ C) $|z + 1| = 1$
D) $|z - 1| = 1$ E) $|z| = 1$
9. "Merkez (3, 2) ve yarıçapı 4 birim olan çember" görüntüsünü oluşturan karmaşık sayılar için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
A) $|z + 3 + 2i| = 2$ B) $|z - 3 - 2i| = 2$
C) $|z - 3 - 2i| = 4$ D) $|z + 3 + 2i| = 4$
E) $|z + 3 - 2i| = 4$
10. "Merkezi (1, -2) ve yarıçapı 3 birim olan çember ve çemberin içi" görüntüsünü oluşturan karmaşık sayılar için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
A) $|z - 1 + 2i| = 3$ B) $|z - 1 + 2i| < 3$
C) $|z - 1 + 2i| > 3$ D) $|z - 1 - 2i| \leq 3$
E) $|z - 1 + 2i| \leq 3$

TEST - 8

1. $\{z: z \in \mathbb{C} \text{ ve } |z - (1 + 2i)| = 5\}$ kümesi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $M(1, 2)$ ve yarıçapı 5 birim olan çember
 B) $M(1, 2)$ ve yarıçapı $\sqrt{5}$ birim olan çember
 C) $M(-1, 2)$ ve yarıçapı 5 birim olan çember
 D) $M(-1, -2)$ ve yarıçapı $\sqrt{5}$ birim olan çember
 E) $M(1, -2)$ ve yarıçapı 5 birim olan çember

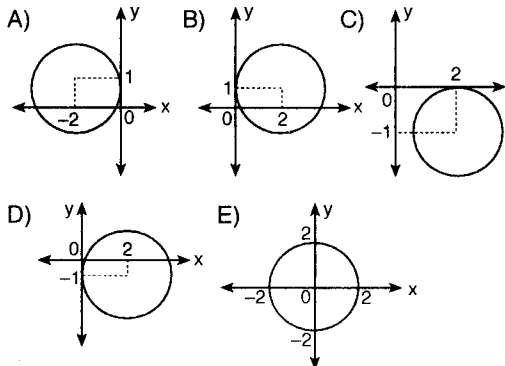
2. $\{z: z \in \mathbb{C} \text{ ve } |z + 4| = 3\}$ kümesi için z karmaşık sayılarının belirttiği çemberin merkez koordinatları ve yarıçapı aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $M(4, 0)$, $r = 3$ B) $M(-4, 0)$, $r = \sqrt{3}$
 C) $M(-4, 0)$, $r = 3$ D) $M(0, 4)$, $r = 3$
 E) $M(0, -4)$, $r = 3$

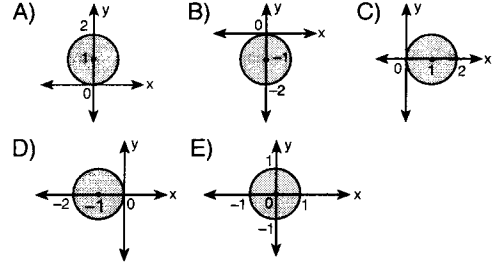
3. $\{z: z \in \mathbb{C} \text{ ve } |z - 2 + i| \leq 4\}$ kümesi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $M(2, -1)$ ve yarıçapı 4 birim olan çember
 B) $M(2, -1)$ ve yarıçapı 4 birim olan çember ve çemberin içi
 C) $M(2, -1)$ ve yarıçapı 4 birim olan çember ve çemberin dışı
 D) $M(2, 1)$ ve yarıçapı 2 birim olan çember ve çemberin içi
 E) $M(2, 1)$ ve yarıçapı 4 birim olan çember ve çemberin dışı

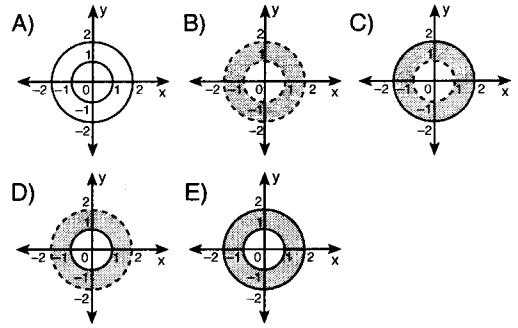
4. $|z - 2 + i| = 2$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



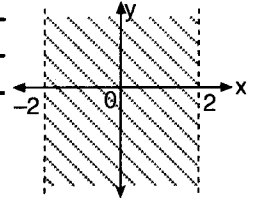
5. $|z + i| \leq 1$ eşitsizliğinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



6. $1 \leq |z| < 2$ eşitsizliğinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?

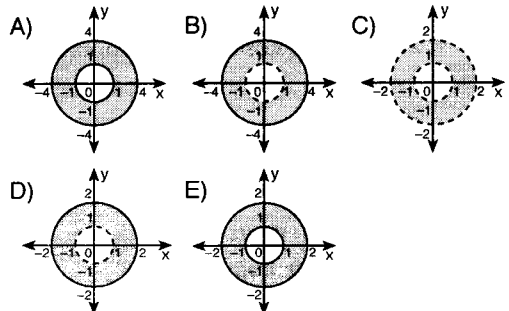


7. Şekildeki karmaşık düzlemde verilen taralı bölgenin görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



A) $|\operatorname{Im}(z)| < 2$ B) $|\operatorname{Re}(z)| < 2$ C) $\operatorname{Re}(z) < 2$
 D) $\operatorname{Im}(z) < 2$ E) $\operatorname{Re}(z) < \operatorname{Im}(z)$

8. $1 < z \cdot \bar{z} \leq 4$ eşitsizliğini sağlayan z karmaşık sayılarının görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



TEST - 9

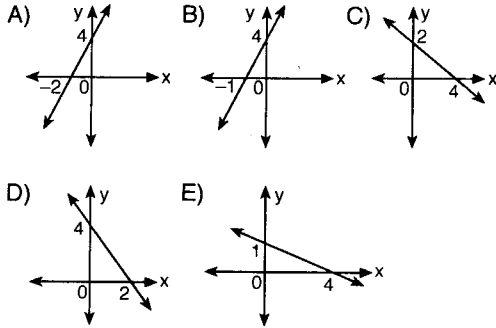
1. $|z| \leq 4$ ise $|z - 4 + 3i|$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 9

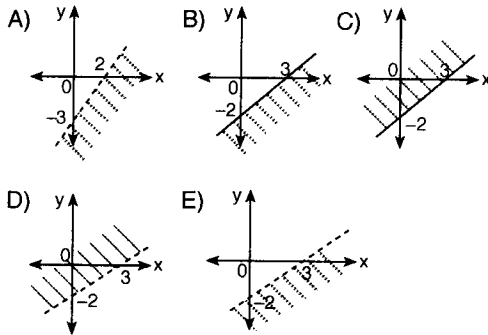
2. $z \in \mathbb{C}$ olmak üzere, $|z - 6 - 8i| \leq 4$ kümesinin grafiğinin başlangıç noktasına uzaklığı en az kaç birimdir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 14

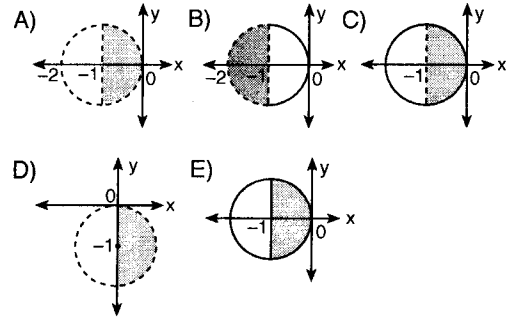
3. $A = \{z | z \in \mathbb{C}, \operatorname{Re}(z) + 2 \operatorname{Im}(z) = 4\}$ kümesinin karmaşık düzlemde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



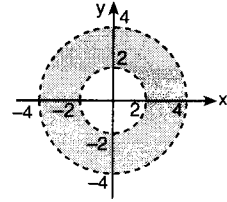
4. $A = \{z | z \in \mathbb{C}, 2\operatorname{Re}(z) - 3\operatorname{Im}(z) > 6\}$ kümesinin karmaşık düzlemde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



5. $A = \{z | z \in \mathbb{C}, |z + 1| < 1 \wedge \operatorname{Re}(z) > -1\}$ kümesinin karmaşık düzlemde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



6. Şekilde karmaşık düzlemdeki taralı bölgeyi ifade eden küme aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\sqrt{2} < |z| < 2$ B) $\sqrt{2} \leq |z| \leq 2$
 C) $2 \leq |z| \leq 4$ D) $2 < |z| \leq 4$
 E) $2 < |z| < 4$

7. $A = \{z | z \in \mathbb{C}, 1 \leq |z + 2i| \leq 3\}$ kümesinin karmaşık düzlemde belirttiği bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 4π B) 5π C) 6π D) 8π E) 9π

8. $z \in \mathbb{C}$ olmak üzere, $|z - 7i - 24| \leq 4$ kümesinin grafiğinin başlangıç noktasına uzaklığı en çok kaç birimdir?

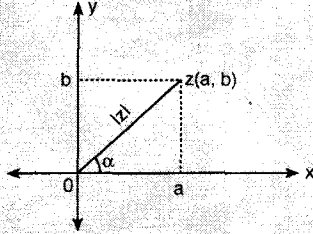
A) 4 B) 7 C) 21 D) 24 E) 29

9. $|z - 5i| \leq 3$ ise $|z + 12i|$ ifadesinin en küçük değeri kaç birimdir?

A) 5 B) 10 C) 12 D) 13 E) 16

10. $A = \{z | z \in \mathbb{C}, |z - 1 + i| \leq 1 \wedge \operatorname{Im}(z) \leq -1\}$ kümesinin karmaşık düzlemde belirttiği bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) 2π E) 4π

BİR KARMAŞIK SAYININ KUTUPSAL (TRİGONOMETRİK) BİÇİMİ

Bir karmaşık sayının

$$z = |z| \cdot (\cos\alpha + i\sin\alpha) = |z| \cdot \text{cis}\alpha$$

şeklinde gösterimine kutupsal gösterim denir.

NOT: $z = |z| \cdot [\cos(\alpha + 2k\pi) + i \sin(\alpha + 2k\pi)]$ için,

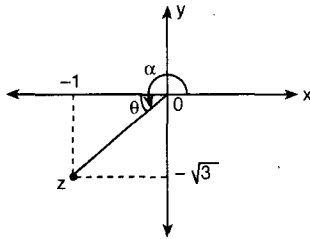
☆ $\alpha + 2k\pi$ açıları z 'nin argümentleri

☆ α açısı z nin esas argümenti

☆ $(|z|, \alpha)$ ikilisi z nin kutupsal koordinatlarıdır.

ÖRNEK

$z = -1 - i\sqrt{3}$ karmaşık sayısını trigonometrik biçimde yazınız.

ÇÖZÜM

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} \text{ ise } \theta = 60^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ + 60^\circ = 240^\circ$$

$$|z| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = 2$$

$$z = 2 (\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ) = 2 \text{cis} 240^\circ$$

ÖRNEK

$z = 3(-\sin 70^\circ + i \cos 70^\circ)$ sayısının esas argümentini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$z = 3(-\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ) \quad (\sin 70^\circ = \cos 20^\circ)$$

$$z = 3[\cos (180^\circ - 20^\circ) + i \sin (180^\circ - 20^\circ)]$$

$$z = 3(\cos 160^\circ + i \sin 160^\circ)$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(z) = 160^\circ$$

KUTUPSAL BİÇİMDE İŞLEMLER**1) TOPLAMA-ÇIKARMA**

Kutupsal biçimdeki karmaşık sayılarda toplama-çıkarma işlemlerini yapabilmek için önce sayıları standart biçime dönüştürmeliyiz.

ÖRNEK

$z_1 = 2\text{cis } \frac{\pi}{3}$ ve $z_2 = 4\text{cis } \frac{11\pi}{6}$ sayıları için $z_1 + z_2$ ve $z_2 - z_1$ yi bulunuz.

ÇÖZÜM

$$z_1 = 2(\cos 60^\circ + i\sin 60^\circ)$$

$$= 2\left(\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 + i\sqrt{3}$$

$$z_2 = 4\left[\cos\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right)\right]$$

$$= 4\left(\cos \frac{\pi}{6} - i\sin \frac{\pi}{6}\right) = 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - i \cdot \frac{1}{2}\right) = 2\sqrt{3} - 2i$$

$$z_1 + z_2 = 1 + i\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2i = (1 + 2\sqrt{3}) + i(\sqrt{3} - 2)$$

$$z_2 - z_1 = (2\sqrt{3} - 2i) - (1 + i\sqrt{3}) = (2\sqrt{3} - 1) + i(-2 - \sqrt{3})$$

2) ÇARPMA

$$z_1 = |z_1| (\cos \alpha_1 + i\sin \alpha_1)$$

$$z_2 = |z_2| (\cos \alpha_2 + i\sin \alpha_2) \text{ iken}$$

$$z_1 \cdot z_2 = |z_1| |z_2| [\cos(\alpha_1 + \alpha_2) + i\sin(\alpha_1 + \alpha_2)]$$

$$\text{Arg}(z_1 \cdot z_2) = \text{Arg}(z_1) + \text{Arg}(z_2) = \alpha_1 + \alpha_2 \text{ olur.}$$

3) KUVVET

$$z = |z|(\cos \alpha + i\sin \alpha) \text{ iken}$$

$$z^n = |z|^n (\cos n\alpha + i\sin n\alpha), n \in \mathbb{R}$$

$$z^{-1} = \frac{1}{|z|} [\cos(-\alpha) + i\sin(-\alpha)]$$

$$\text{Arg}(z^n) = n \cdot \text{Arg}(z) = n \cdot \alpha \text{ olur.}$$

4) BÖLME

$$z_1 = |z_1| (\cos \alpha_1 + i\sin \alpha_1)$$

$$z_2 = |z_2| (\cos \alpha_2 + i\sin \alpha_2) \text{ iken}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{|z_1|}{|z_2|} [\cos(\alpha_1 - \alpha_2) + i\sin(\alpha_1 - \alpha_2)]$$

$$\text{Arg}\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \text{Arg}(z_1) - \text{Arg}(z_2) = \alpha_1 - \alpha_2 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$$z_1 = 16\text{cis}20^\circ, \quad z_2 = 8\text{cis}50^\circ, \quad z_3 = 2\text{cis}11^\circ \text{ ise}$$

$$\frac{z_1^2 \cdot z_2^3}{z_3^{20}} \text{ işleminin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$z_1^2 = (2^4)^2 \cdot \text{cis}(2 \cdot 20^\circ) = 2^8 \cdot \text{cis}40^\circ$$

$$z_2^3 = (2^3)^3 \cdot \text{cis}(3 \cdot 50^\circ) = 2^9 \cdot \text{cis}150^\circ$$

$$z_3^{20} = 2^{20} \cdot \text{cis}(20 \cdot 11^\circ) = 2^{20} \cdot \text{cis}220^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{z_1^2 \cdot z_2^3}{z_3^{20}} = \frac{(2^8 \cdot \text{cis}40^\circ) \cdot (2^9 \cdot \text{cis}150^\circ)}{2^{20} \cdot \text{cis}220^\circ}$$

$$= \frac{2^8 \cdot 2^9 \cdot \text{cis}(40^\circ + 150^\circ)}{2^{20} \cdot \text{cis}220^\circ}$$

$$= \frac{2^{17} \cdot \text{cis}(190^\circ)}{2^{20} \cdot \text{cis}220^\circ} = \frac{1}{8} \cdot \text{cis}(190^\circ - 220^\circ)$$

$$= \frac{1}{8} \cdot \text{cis}(-30^\circ) = \frac{1}{8} \text{cis}(360^\circ - 30^\circ)$$

$$= \frac{1}{8} \cdot \text{cis}(330^\circ) = \frac{1}{8} (\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ)$$

$$= \frac{1}{8} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} + i \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \right] = \frac{1}{8} \left(\frac{\sqrt{3} - i}{2} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{16} - \frac{i}{16}$$

ÖRNEK

$$\text{Arg}(z_1) = \frac{\pi}{12}, \quad \text{Arg}(z_2) = \frac{11\pi}{6} \text{ olduğuna göre, } \text{Arg}(z_1^3 \cdot \bar{z}_2) \text{ değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\text{Arg}(z_1) = \frac{\pi}{12} \Rightarrow \text{Arg}(z_1^3) = 3 \cdot \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4}$$

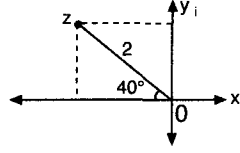
$$\text{Arg}(z_2) = \frac{11\pi}{6} \Rightarrow \text{Arg}(\bar{z}_2) = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{Arg}(z_1^3 \cdot \bar{z}_2) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{5\pi}{12}$$

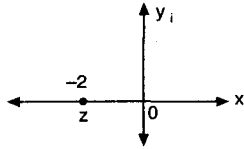
TEST - 10

1. Şekildeki z karmaşık sayısının modülü 2 ve x eksenine negatif yönde yaptığı açı 40° ise z sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?



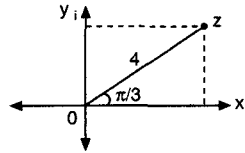
- A) $2(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)$
 B) $2(\cos 40^\circ - i \sin 40^\circ)$
 C) $2(\cos 140^\circ + i \sin 140^\circ)$
 D) $2(\cos 140^\circ - i \sin 140^\circ)$
 E) $2(\cos 40^\circ + i \sin 140^\circ)$

2. Şekildeki z karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $-2(\cos \pi + i \sin \pi)$ B) $-2(\cos \pi - i \sin \pi)$
 C) $2(\cos \pi - i \sin \pi)$ D) $2(\cos \pi + i \sin \pi)$
 E) $2(\cos 0 + i \sin 0)$

3. Şekildeki karmaşık düzlemde gösterilen z sayısı aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $1 + i\sqrt{3}$ B) $1 - i\sqrt{3}$
 C) $\sqrt{3} + i$ D) $2 + 2i\sqrt{3}$
 E) $2 - 2i\sqrt{3}$

4. $z = 2 + 2i$ karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$
 B) $2\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$
 C) $2\sqrt{2}(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4})$
 D) $2(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$
 E) $2(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$

5. $z = -2i$ karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$
 B) $2(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$
 C) $2(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2})$
 D) $2(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$
 E) $2(\cos \pi + i \sin \pi)$

6. $z = -\sqrt{3} - 3i$ karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\sqrt{3}(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6})$
 B) $2\sqrt{3}(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3})$
 C) $2\sqrt{3}(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3})$
 D) $2\sqrt{3}(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})$
 E) $2\sqrt{3}(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$

7. $z = -2$ karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

- A) 270 B) 180 C) 90 D) 45 E) 0

8. $z = -1 - i$ karmaşık sayısının esas argümenti kaç radyandır?

- A) $\frac{5\pi}{4}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{5\pi}{8}$ E) $\frac{\pi}{8}$

9. $z = 3 - 3\sqrt{3}i$ sayısının esas argümenti kaç radyandır?

- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{4\pi}{3}$ D) $\frac{5\pi}{3}$ E) $\frac{11\pi}{6}$

10. $2 \cdot \bar{z} - 1 = z + 3i$ olduğuna göre, z karmaşık sayısının esas argümenti kaç radyandır?

- A) $\frac{7\pi}{4}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{5\pi}{3}$ E) $\frac{11\pi}{6}$

TEST - 11

1. Kutupsal koordinatları $(2, \frac{4\pi}{3})$ olan karmaşık sayının standart yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 + i\sqrt{3}$ B) $1 - i\sqrt{3}$ C) $-1 - i\sqrt{3}$
 D) $\sqrt{3} + i$ E) $\sqrt{3} - i$

2. $z = \cos 50^\circ - i \sin 50^\circ$ karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 130 B) 140 C) 230 D) 240 E) 310

3. $z = -\sin 70^\circ - i \cos 70^\circ$ karmaşık sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 340° B) 290° C) 250° D) 200° E) 160°

4. $z = 1 + \cos 20^\circ + i \sin 20^\circ$ karmaşık sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 10° B) 20° C) 70° D) 75° E) 80°

5. $z = \sin 80^\circ + (1 + \cos 80^\circ)i$ karmaşık sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 40° B) 50° C) 70° D) 75° E) 85°

6. Aşağıda verilen karmaşık sayıların kutupsal biçimlerinden hangisi yanlıştır?

A) $z = i = \text{cis}\left(\frac{\pi}{2}\right)$
 B) $z = 3 + 3i = 3\sqrt{2}\text{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right)$
 C) $z = 1 - \sqrt{3}i = 4\text{cis}\left(\frac{5\pi}{3}\right)$
 D) $z = -3 - 3\sqrt{3}i = 6\text{cis}\left(\frac{4\pi}{3}\right)$
 E) $z = -3 = 3\text{cis}(\pi)$

7. Kutupsal koordinatları $(8, \frac{3\pi}{4})$ olan karmaşık sayının standart yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$ B) $4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$
 C) $-4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}i$ D) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$
 E) $-\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

8. $z_1 = 2\text{cis}\frac{\pi}{3}$, $z_2 = 4\text{cis}\frac{5\pi}{6}$ ise $z_1 + z_2$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-3\sqrt{3} - 3i$ B) $3\sqrt{3} + 3i$
 C) $(1 - 2\sqrt{3}) + (2 + \sqrt{3})i$ D) $3 - 2\sqrt{3}i$
 E) $2\sqrt{3} - 2i$

9. $z_1 = 6\text{cis}\frac{\pi}{6}$, $z_2 = 8\text{cis}\frac{11\pi}{6}$ ise $z_1 - z_2$ farkı aşağıdakilerden hangisidir?

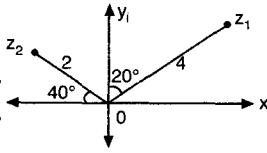
A) $-\sqrt{3}i$ B) $7i$ C) $-2\sqrt{3} + 2$
 D) $7i - \sqrt{3}$ E) $7i + \sqrt{3}$

10. $z = \sin 960^\circ - i \cos 960^\circ$ karmaşık sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 30° B) 60° C) 120° D) 150° E) 330°

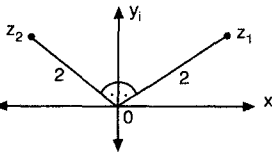
TEST - 12

1. Şekilde verilen karmaşık sayılara göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?



- A) $4\sqrt{3} + 4i$ B) $4\sqrt{3} - 4i$ C) $-4\sqrt{3} - 4i$
D) $-4 - 4\sqrt{3}i$ E) $-4 + 4\sqrt{3}i$

2. Şekilde verilen karmaşık sayılara göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?



- A) -4 B) -4i C) 4 D) 4i E) -4 + 4i

3. $z_1 = 5\text{cis } \frac{5\pi}{6}$, $z_2 = 2\text{cis } \frac{\pi}{2}$ ise $z_1 \cdot z_2$ çarpımı yapıldığında elde edilen sayının sanal kısmı kaçtır?

- A) $-5\sqrt{3}$ B) -5 C) 5 D) 10 E) $5\sqrt{3}$

4. $z_1 = \text{cis } \frac{11\pi}{6}$, $z_2 = \text{cis } \frac{\pi}{6}$ ise $z_1 \cdot z_2$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) -1 B) -i C) 0 D) 1 E) i

5. $z_1 = 3(\cos 20^\circ - i\sin 20^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 70^\circ - i\sin 70^\circ)$ olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) -6 B) -6i C) 5 D) 6 E) 6i

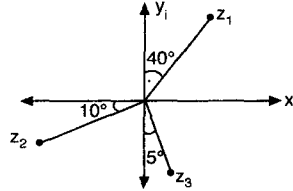
6. $z_1 = 2(-\cos 25^\circ - i\sin 25^\circ)$, $z_2 = 4(-\cos 15^\circ + i\sin 15^\circ)$ olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $8\text{cis } 320^\circ$ B) $8\text{cis } 220^\circ$
C) $8\text{cis } 140^\circ$ D) $8\text{cis } 40^\circ$
E) $8\text{cis } 10^\circ$

7. $z_1 = -4(\cos 40^\circ + i\sin 40^\circ)$, $z_2 = 3(\cos 20^\circ - i\sin 20^\circ)$ olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-12\text{cis } 60^\circ$ B) $12\text{cis } 20^\circ$
C) $12\text{cis } 160^\circ$ D) $12\text{cis } 200^\circ$
E) $12\text{cis } 340^\circ$

8. Şekilde verilen karmaşık sayılar için, $\text{Arg}(z_1 \cdot z_2 \cdot z_3)$ aşağıdakilerden hangisidir?



- A) 25° B) 55° C) 155° D) 215° E) 315°

9. $z_1 = (8, \frac{\pi}{10})$, $z_2 = (9, \frac{2\pi}{5})$ ise, $\text{Arg}(z_1 \cdot z_2)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{10}$ B) $\frac{\pi}{5}$ C) $\frac{2\pi}{5}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{2}$

10. $z = 2(\cos \frac{5\pi}{7} + i\sin \frac{5\pi}{7})$ olduğuna göre, $z \cdot \bar{z}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 4 E) $3\sqrt{2}$

TEST - 13

1. $z_1 = 1 + i$ ve $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$ olduğuna göre,
 $\text{Arg}(z_1 \cdot z_2)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{5\pi}{12}$ B) $\frac{7\pi}{12}$ C) $\frac{11\pi}{12}$ D) $\frac{13\pi}{12}$ E) $\frac{23\pi}{12}$

2. $z_1 = -3 - \sqrt{3}i$ ve $z_2 = \sqrt{3} - i$ olduğuna göre,
 $\text{Arg}(\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) π D) $\frac{5\pi}{6}$ E) $\frac{7\pi}{6}$

3. $z = 2(\cos 18^\circ + i \sin 18^\circ)$ sayısı için z^5 aşağıdaki-
 lerden hangisine eşittir?

A) -32 B) $-32i$ C) $32 - 32i$
 D) $32i$ E) 32

4. $z = 1 + i$ sayısı için z^6 aşağıdakilerden hangi-
 sine eşittir?

A) $-8i$ B) -8 C) $8 - 8i$ D) $8i$ E) 8

5. $(\sqrt{3} - i)^4 \cdot (\sqrt{2} + i\sqrt{2})^8$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $2^{12}(-1 - i\sqrt{3})$ B) $2^{11}(-1 - i\sqrt{3})$
 C) $2^{12}(-1 + i\sqrt{3})$ D) $2^{13}(-1 - i\sqrt{3})$
 E) $2^{11}(1 - i\sqrt{3})$

6. $z = -\sqrt{3} - i$ ise z^{12} kaçtır?

A) 2^{12} B) $2^{12}i$ C) $2^{12}(-\sqrt{3} - i)$
 D) $2^{12}(\sqrt{3} - i)$ E) $2^{12}(-\sqrt{3} + i)$

7. $z = 2\text{cis}20^\circ$ ise z^3 sayısı aşağıdakilerden han-
 gisine eşittir?

A) $4 + 4i\sqrt{3}$ B) $2 + 2i\sqrt{3}$
 C) $2 - 2i\sqrt{3}$ D) $4 - 4i\sqrt{3}$
 E) $3 + 3i\sqrt{3}$

8. $z = 9\text{cis}9^\circ$ ise z^{1000} sayısı aşağıdakilerden
 hangisine eşittir?

A) 3^{1000} B) 3^{2000} C) $3^{2000}i$
 D) $3^{2000}(i + 1)$ E) -3^{2000}

9. $z = 2\text{cis}20^\circ$ ise z^{-1} sayısı aşağıdakilerden
 hangisine eşittir?

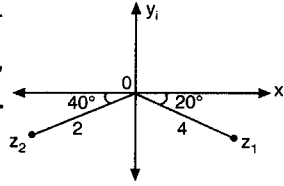
A) $-2\text{cis}20^\circ$ B) $\frac{\text{cis}160^\circ}{2}$
 C) $\frac{\text{cis}200^\circ}{2}$ D) $\frac{\text{cis}250^\circ}{2}$
 E) $\frac{\text{cis}340^\circ}{2}$

10. $z = 2\text{cis}\frac{\pi}{8}$ ise z^{-6} sayısı aşağıdakilerden
 hangisine eşittir?

A) $\frac{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{64}$ B) $\frac{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{128}$
 C) $\frac{-(\sqrt{2} + i\sqrt{2})}{128}$ D) $\frac{-(\sqrt{2} + i\sqrt{2})}{64}$
 E) $\frac{-\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{128}$

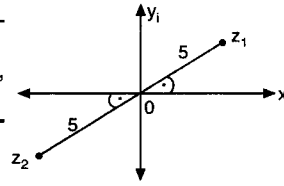
TEST - 14

1. Şekilde verilen karmaşık sayılara göre, $\frac{z_1}{z_2}$ işleminin sonucu kaçtır?



- A) $-1 + i\sqrt{3}$ B) $-1 - i\sqrt{3}$ C) $1 - i\sqrt{3}$
D) $1 + i\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3} - i$

2. Şekilde verilen karmaşık sayılara göre, $\frac{z_1}{z_2}$ işleminin sonucu kaçtır?



- A) -1 B) 1 C) -i D) i E) 5i

3. $z_1 = 6(\cos 67^\circ + i\sin 67^\circ)$ ve $z_2 = 3(\cos 22^\circ + i\sin 22^\circ)$ ise $\frac{z_1}{z_2}$ işleminin sonucu kaçtır?
- A) $2(\sqrt{2} + i\sqrt{2})$ B) $\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2} - i\sqrt{2}$
D) $-\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ E) $3(-\sqrt{2} + i\sqrt{2})$

4. $z_1 = 8\text{cis}\frac{47\pi}{3}$ ve $z_2 = 4\text{cis}\frac{59\pi}{3}$ ise $\frac{z_1}{z_2}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 2 B) 2i C) -2i
D) -2 E) $2(-1 + i\sqrt{3})$

5. $z_1 = 6(\cos 200^\circ - i\sin 200^\circ)$ ve $z_2 = -3(\cos 20^\circ + i\sin 20^\circ)$ ise $\frac{z_1}{z_2}$ işleminin sonucu kaçtır?
- A) -2 B) 2 C) $2\text{cis}40^\circ$
D) $2\text{cis}220^\circ$ E) $2\text{cis}320^\circ$

6. $z_1 = 6\text{cis}100^\circ$, $z_2 = 3\text{cis}130^\circ$, $z_3 = 9\text{cis}140^\circ$ ise

$\frac{z_1 \cdot z_2}{z_3}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) 2 C) 2i D) -2i E) $2 + 2i$

7. $z_1 = \sin 130^\circ - i\cos 130^\circ$, $z_2 = \cos 10^\circ + i\sin 10^\circ$ ise $z_1^4 \cdot z_2^{-1}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3} + i}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3} - i}{2}$ C) $\frac{-\sqrt{3} + i}{2}$
D) $\frac{-\sqrt{3} - i}{2}$ E) $\frac{2i - \sqrt{3}}{2}$

8. $z_1 = 2\sqrt{2}\text{cis}\frac{7\pi}{4}$ ve $z_2 = 2\text{cis}\frac{5\pi}{6}$ ise $\frac{z_1^2}{z_2^3}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{2}$ C) 1 D) -1 E) -i

9. $z_1 = 6\text{cis}10^\circ$ ve $z_2 = 9\text{cis}40^\circ$ ise

$\text{Arg}\left(\frac{z_1^8}{z_2^3}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 320° B) 300° C) 230° D) 130° E) 40°

10. $z = \frac{(2 + 2i)^4}{(-3 - 3\sqrt{3}i)^9}$ sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 120° B) 150° C) 180° D) 240° E) 270°

TEST - 15

$$1. z = \frac{(3 - i\sqrt{7}) \cdot (4\sqrt{2} + 2i)}{12\text{cis}\frac{3\pi}{7}}$$

olduğuna göre, $|z|$ nin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) 1 D) 2 E) 4

$$2. z_1 = 1 - i\sqrt{3} \quad z_2 = 2\text{cis}\frac{11\pi}{6} \text{ ise } \frac{z_2^6}{z_1^3}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 8 B) 8i C) 4 D) $-8i$ E) -8

3. A, B, C bir üçgenin iç açılarının ölçüleri ve D, E, F, G bir dörtgenin iç açılarının ölçüleri olmak üzere, $z_1 = 2\text{cis}A$, $z_2 = 4\text{cis}B$, $z_3 = 6\text{cis}C$, $z_4 = 9\text{cis}D$, $z_5 = 8\text{cis}E$, $z_6 = 12\text{cis}F$, $z_7 = \text{cis}G$ ise

$$\frac{z_4 \cdot z_5 \cdot z_6 \cdot z_7}{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3} \text{ işleminin sonucu aşağıdaki-}$$

lerden hangisidir?

- A) 36 B) 18 C) $18 + i$
D) -18 E) $-18i$

4. $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$, $z_2 = 2 + 2i$ ise $\widehat{z_1 O z_2}$ kaç derece olabilir? (O, orijin)

- A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 90

5. z bir karmaşık sayı olmak üzere; $\text{Arg}\left(\frac{z - \bar{z}}{z + \bar{z}}\right)$ nedir?

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

$$6. z = \frac{|\cos 170^\circ + i \sin 170^\circ| |\cos 5^\circ + i \sin 5^\circ|}{|-\cos 205^\circ - i \sin 205^\circ|}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1 E) 2

$$7. z_1 = 8\text{cis}20^\circ \text{ ve } z_2 = 4\text{cis}40^\circ \text{ ise } \left| \frac{z_1^4}{z_2^5} \right| \text{ değeri}$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

$$8. z_1 = \left(3, \frac{2\pi}{3}\right) \text{ ve } z_2 = -\sqrt{2} - i\sqrt{2} \text{ ise}$$

$(-\bar{z}_1) \cdot z_2^{-3}$ karmaşık sayısının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{3}{8}, \frac{\pi}{12}\right)$ B) $\left(\frac{3}{8}, \frac{5\pi}{12}\right)$ C) $\left(\frac{3}{8}, \frac{\pi}{2}\right)$
D) $\left(\frac{3}{8}, \frac{11\pi}{12}\right)$ E) $\left(\frac{3}{8}, \frac{7\pi}{12}\right)$

$$9. z = 2\text{cis}\frac{\pi}{6} \text{ ise } (z - 1)(z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1) \text{ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) 64 B) 65 C) -64 D) -65 E) 63

$$10. z_1 = 2\text{cis}10^\circ, z_2 = \text{cis}5^\circ \text{ ise } \text{Arg}\left(\frac{z_1^7}{z_2^3}\right) \text{ aşağıda-}$$

kilerden hangisine eşittir?

- A) 35° B) 40° C) 50° D) 55° E) 70°

BİR KARMAŞIK SAYININ n . KUVVETTEN KÖKLERİ

$$z = r \cdot (\cos \alpha + i \sin \alpha), \quad r = |z|$$

1) KAREKÖK

$$z_0 = \sqrt{r} \left[\cos \frac{\alpha}{2} + i \sin \frac{\alpha}{2} \right], \quad \text{Arg}(z_0) = \frac{\alpha}{2}$$

$$z_1 = \sqrt{r} \left[\cos \left(\frac{\alpha}{2} + \pi \right) + i \sin \left(\frac{\alpha}{2} + \pi \right) \right], \quad \text{Arg}(z_1) = \frac{\alpha}{2} + \pi$$

$$z_1 = -z_0$$

ÖRNEK

$z = 1 - i\sqrt{3}$ sayısının kareköklerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$|z| = r = \sqrt{1 + 3} = 2, \quad \tan \alpha = -\sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 300^\circ$$

$$\Rightarrow z = 2 (\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ)$$

$$\Rightarrow z_0 = \sqrt{2} \cdot \left(\cos \frac{300^\circ}{2} + i \sin \frac{300^\circ}{2} \right)$$

$$\Rightarrow z_0 = \sqrt{2} \cdot (\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ)$$

$$z_0 = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right) = \frac{-\sqrt{6}}{2} + \frac{i\sqrt{2}}{2}$$

$$z_1 = -z_0 \Rightarrow z_1 = \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{i\sqrt{2}}{2}$$

NOT: $z = a + ib$ karmaşık sayısının karekökleri:

☆ $b > 0$ için

$$z_0, z_1 = \pm \sqrt{\frac{|z|+a}{2}} + i \sqrt{\frac{|z|-a}{2}}$$

☆ $b < 0$ için

$$z_0, z_1 = \pm \sqrt{\frac{|z|+a}{2}} - i \sqrt{\frac{|z|-a}{2}}$$

ÖRNEK

$z = 3 - 4i$ sayısının kareköklerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$a = 3, b = -4 \quad (b < 0)$$

$$|z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$$

$$z_0 = \sqrt{\frac{5+3}{2}} - i \sqrt{\frac{5-3}{2}} = 2 - i$$

$$z_0 = 2 - i, \quad z_1 = -2 + i$$

2) n. KUVVETTEN KÖK

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left[\cos \left(\frac{\theta}{n} + k \frac{2\pi}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\theta}{n} + k \frac{2\pi}{n} \right) \right]$$

ÖRNEK

$z = -32i$ sayısının 5. kuvvetten köklerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$z = 32 \text{ cis} 270^\circ$$

$$z_k = \sqrt[5]{32} \left[\cos \left(\frac{270^\circ}{5} + k \frac{2\pi}{5} \right) + i \sin \left(\frac{270^\circ}{5} + k \frac{2\pi}{5} \right) \right]$$

$$z_0 = 2 \text{ cis} 54^\circ$$

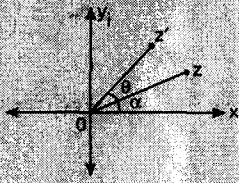
$$z_1 = 2 \text{ cis} 126^\circ$$

$$z_2 = 2 \text{ cis} 198^\circ$$

$$z_3 = 2 \text{ cis} 270^\circ$$

$$z_4 = 2 \text{ cis} 342^\circ$$

ORJİN ETRAFINDA DÖNME



z karmaşık sayısı orijin etrafında pozitif yönde θ derece döndürülürse;

$$z = |z| \cdot \text{cis} \alpha$$

$$z' = z \cdot \text{cis} \theta \Rightarrow \boxed{z' = z \cdot (\cos \theta + i \sin \theta)}$$

ÖRNEK

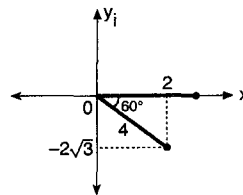
$z = 2 - 2i\sqrt{3}$ sayısı orijin etrafında pozitif yönde 60° döndürüldüğünde oluşacak sayıyı bulunuz.

ÇÖZÜM

$$z = (2 - 2i\sqrt{3}) (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$$

$$z = 2(1 - i\sqrt{3}) \left(\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= (1 - i\sqrt{3})(1 + i\sqrt{3}) = 1 + 3 = 4$$



TEST - 16

1. $z = 2i$ sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ B) i C) $-i$
D) $1 + i$ E) $1 - i$

2. $z = 4\text{cis}200^\circ$ sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\text{cis}20^\circ$ B) $2\text{cis}40^\circ$ C) $2\text{cis}80^\circ$
D) $2\text{cis}140^\circ$ E) $2\text{cis}280^\circ$

3. $z = 2\text{cis}\frac{3\pi}{2}$ sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2} - i\sqrt{2}$ C) $1 + i$
D) $1 - i$ E) $-1 - i$

4. $z = -3 - 3i\sqrt{3}$ sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{3} - i}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3} + i}{2}$ C) $\frac{\sqrt{6} - 3i\sqrt{2}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{6} + 3i\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{3\sqrt{2} - i\sqrt{6}}{2}$

5. $5 - 12i$ sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3 + 2i$ B) $3 - 2i$ C) $2 + 3i$
D) $2 - 3i$ E) $-2 + 3i$

6. $z = 3 + 4i$ sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2 - i$ B) $-2 + i$ C) $2 - 2i$
D) $1 - 2i$ E) $2 - i$

7. $z = 8\text{cis}42^\circ$ sayısının küpköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\text{cis}166^\circ$ B) $2\text{cis}194^\circ$ C) $2\text{cis}254^\circ$
D) $2\text{cis}256^\circ$ E) $2\text{cis}304^\circ$

8. $z = -4\sqrt{3} + 4i$ sayısının küpköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\text{cis}40^\circ$ B) $2\text{cis}70^\circ$ C) $2\text{cis}160^\circ$
D) $2\text{cis}250^\circ$ E) $2\text{cis}290^\circ$

9. $z = -8 + 8i\sqrt{3}$ sayısının 4. dereceden köklerinden biri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) $\sqrt{3} + i$ B) $-\sqrt{3} - i$ C) $-1 + i\sqrt{3}$
D) $1 - i\sqrt{3}$ E) $1 + i\sqrt{3}$

10. $z = 16 + 16\sqrt{3}i$ sayısının 5. dereceden köklerinden biri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) $2\text{cis}12^\circ$ B) $2\text{cis}60^\circ$ C) $2\text{cis}84^\circ$
D) $2\text{cis}156^\circ$ E) $2\text{cis}300^\circ$

TEST - 17

1. $z = \sqrt{3} - i$ karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde 30° döndürülmesi ile oluşacak karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{3} - i$ B) $\sqrt{3} + i$ C) $-2i$
D) -2 E) 2

2. $z = -2i\sqrt{3}$ sayısının orijin etrafında pozitif yönde 60° döndürülmesi ile oluşacak karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3 - i\sqrt{3}$ B) $3 + i\sqrt{3}$ C) $-3 + i\sqrt{3}$
D) $3 - 2i\sqrt{3}$ E) $3 + 2i\sqrt{3}$

3. $z_1 = 4 + 3i$ karmaşık sayısı orijin etrafında pozitif yönde 90° döndürüldüğünde z_2 sayısı elde ediliyor. Buna göre, $|z_1 - z_2|$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5 B) $5\sqrt{2}$ C) $5\sqrt{3}$ D) 7 E) 10

4. $z_1 = 2i\sqrt{2}$ karmaşık sayısı orijin etrafında kaç derece döndürülmelidir ki $z_2 = 2i - 2$ karmaşık sayısı elde edilsin?

A) 45° B) 60° C) 90° D) 135° E) 215°

5. $\arg(z - \sqrt{3}) = \frac{2\pi}{3}$ ve $\arg(z + 3i) = \frac{\pi}{6}$ koşulunu sağlayan z sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$ C) $3\sqrt{3}i$
D) $3i$ E) $-3\sqrt{3}i$

6. $z = 64$ ise z nin 6. dereceden köklerinden biri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 2 B) -2 C) $2i$
D) $1+i\sqrt{3}$ E) $-1+i\sqrt{3}$

7. $z_1 = 5\text{cis}40^\circ$ ve $z_2 = 12\text{cis}130^\circ$ ise z_1 ve z_2 sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 12 B) 12,5 C) 13 D) 13,5 E) 14

8. $z_1 = 5\text{cis}40^\circ$ ve $z_2 = 8\text{cis}100^\circ$ ise z_1 ve z_2 sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) 13

9. $|z + 8i| = 4$ koşulunu sağlayan z sayılarının esas argümenti en az kaç olabilir?

A) 30° B) 150° C) 210° D) 240° E) 300°

10. $|z + 2\sqrt{3} + 2i| = 2\sqrt{2}$ koşulunu sağlayan z sayılarının esas argümenti en çok kaç olabilir?

A) 210° B) 225° C) 240°
D) 250° E) 255°

KARMA TEST - 1

1. $m, n \in \mathbb{R}$ ve $z = m + ni$ için
 $(2m - n)i - (2m + 3n)i + 5m = 12i + 10n$ olduğuna göre, $z \cdot \bar{z}$ kaçtır?
- A) 36 B) 40 C) 45 D) 56 E) 72

2. $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{12} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{12}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
- A) -2 B) -2i C) 1 D) 2 E) 4

3. $\bar{z}$, z karmaşık sayısının eşleniğidir.
 $z = \frac{(1-2i)(2+4i)}{2i+1}$ olduğuna göre, $|\bar{z}|$ kaçtır?
- A) $2\sqrt{3}$ B) 4 C) $3\sqrt{2}$
D) $2\sqrt{5}$ E) 5

4. $|z+1| = |z+2|$ olduğuna göre, z karmaşık sayılarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $2x+1=0$ B) $2x-3=0$
C) $2x-1=0$ D) $x-2=0$
E) $2x+3=0$

5. $z = \frac{1-i}{3+i} + \frac{1}{3-i}$ ise z karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?
- A) $-\frac{4}{7}$ B) $-\frac{3}{10}$ C) $-\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{3}{10}$

6. $(1+i)^5 \cdot (1-i)^5$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) -32 B) -16 C) -8 D) 16 E) 32

7. $z - \bar{z} = 5 + (1+z)i$ ise z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $9+5i$ B) $8+3i$ C) $7-4i$
D) $6-2i$ E) $5-3i$

8. $\frac{(1+i)^8}{(1-i)^4}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) -8 B) -4 C) 2 D) 4 E) 8

9. $z = (1-i)(1-2i)(1-3i)$ olduğuna göre, z karmaşık sayısının reel kısmı kaçtır?

A) -10 B) -5 C) 0 D) 5 E) 10

10. Karmaşık sayılarda, $(1-\sqrt{-36})(1+\sqrt{-4})$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6+2i$ B) $8+3i$ C) $9+4i$
D) $13-4i$ E) $12+5i$

KARMA TEST - 2

1. $z_1 = 2 + i$

$z_2 = 3 + 2i$

olduğuna göre, $|z_1 \cdot z_2|$ kaçtır?

- A)
- $\sqrt{5}$
- B)
- $\sqrt{13}$
- C)
- $2\sqrt{5}$
- D)
- $\sqrt{35}$
- E)
- $\sqrt{65}$

2. $z_1 = 2 - 3i$ ve $z_2 = -3 + 2i$

sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A)
- $5\sqrt{2}$
- B) 5 C)
- $2\sqrt{5}$
- D) 2 E)
- $\sqrt{5}$

3. $z = \frac{2i + a(2 + i)}{(a + 2) + 2ai}$

ise $|z|$ nin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\frac{1}{2}$
- B) 1 C) a D)
- $\sqrt{a}$
- E)
- $a + 2$

4. $\frac{i^{25} - i^{84}}{i^{35} - i^{46}}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) i C) -1 D) -i E)
- $1 - i$

5. $\frac{i^{136} + i^{85} - i^{94}}{i^{144} + i^{23} - i^{95}}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) i D)
- $2 + i$
- E)
- $1 + i$

6. $z = x + iy$

olmak üzere, $\left| \frac{z+1}{z-2} \right| = 1$ ise z karmaşık sayılarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $2x - 1 = 0$
- B)
- $x + 1 = 0$
-
- C)
- $x - 1 = 0$
- D)
- $2x + 1 = 0$
-
- E)
- $x = 0$

7. $a, b, \in \mathbb{R}$ olmak üzere, karmaşık sayılar kümesinde, $2x^2 + ax + b = 0$ denkleminin bir kökü $1 - i$ ise $a \cdot b$ nin değeri kaçtır?

- A) 16 B) 4 C) -8 D) -12 E) -16

8. Karmaşık düzlemde $A(2 + i)$, $B(4 + 5i)$ ve $C(1 + 2i)$ noktaları veriliyor. $[AB]$ nin orta noktası ile C noktası arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) 2 B)
- $\sqrt{5}$
- C)
- $2\sqrt{2}$
- D)
- $3\sqrt{2}$
- E) 4

9. $z = (1 - i)^5$ olduğuna göre, $|z|$ kaçtır?

- A)
- $2\sqrt{5}$
- B) 5 C)
- $4\sqrt{2}$
- D) 6 E)
- $4\sqrt{3}$

10. $(i^6 - i^5)^{10}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -64i B) -32i C) 8i D) 32i E) 64i

KARMA TEST - 3

1. $\frac{i^{69} - 2i^{89} + i^{52}}{-i^{86} + i^{113}}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-i$ B) -1 C) $-2i$ D) 1 E) i

2. $\frac{i}{2-i} + \frac{1}{2i} + \frac{1}{2+i} = x + yi$

olduğuna göre, $x - y$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

3. $(1 + 2i)(z + 2 - 3i) = 11 + 2i$
eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-1 - i$ B) $-2 - i$ C) $1 - i$
D) $1 + i$ E) $2 + i$

4. Katsayıları rasyonel olan $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin köklerinden biri $2 - i$ dir. Buna göre, bu ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 4x + 3 = 0$ B) $x^2 + 6x - 5 = 0$
C) $x^2 - 4x + 8 = 0$ D) $x^2 - 4x + 5 = 0$
E) $x^2 + 3x + 5 = 0$

5. $(1 + i)^4 + (1 - i)^8$
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

6. $\frac{ai + 5}{2i + b} = i^{2048}$

olduğuna göre, $a + b$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. $\frac{1 - 3i}{1 + i}$

karmaşık sayısının mutlak değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{6}$ C) 3 D) $3\sqrt{2}$ E) 4

8. $12zi - 3 = 4i - 5z$
eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının eşle-
niğinin uzunluğu kaç birimdir?

- A) $\frac{12}{5}$ B) $\frac{12}{13}$ C) $\frac{13}{5}$ D) $\frac{5}{13}$ E) 1

9. Karmaşık düzlemde, $(z + 1)(1 + i) = 1 - i$ eşitli-
ğini sağlayan z karmaşık sayısının orijine
uzaklığı kaç birimdir?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) 3

10. $z_1 = 2$ ve $z_2 = 5 + 4i$ karmaşık sayıları arasın-
daki uzaklık kaç birimdir?

- A) 4 B) $2\sqrt{5}$ C) 5 D) $4\sqrt{2}$ E) 6

KARMA TEST - 4

1. $\left(\frac{1}{1-i} - \frac{1}{1+i} \right)^{12}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) i C) 0 D) -i E) -1

2. $z = \frac{(1+3i)(2-i)(5+12i)}{(3-i)(1+2i)}$

karmaşık sayısı için $z \cdot \bar{z}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{13}$ B) 13 C) 26 D) 52 E) 169

3. $z = (1+i^3)(2-i^{10})$

olduğuna göre, $|z|$ kaçtır?

- A) $2\sqrt{3}$ B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{5}$ E) 5

4. $(1+i^{11})(1+i^{13})(1-i^{11})(1-i^{13})$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4 B) -4i C) 0 D) 4i E) 4

5. $z = \frac{i^{19} + i^{20}}{(1-i)^3}$

karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

6. $z = 2 - i$ olmak üzere,

$\frac{\bar{z} - z}{|z|}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ B) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ C) $\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{5}$ E) 5

7. $z = x + iy$ olmak üzere, $|z + 1 - i| = 2$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$
 B) $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$
 C) $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 2$
 D) $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$
 E) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$

8. Karmaşık düzlemde, merkezi $M(2, 0)$ ve yarıçapı 1 birim olan çember aşağıdakilerden hangisi ile belirtilir?

- A) $|z - 2| = 1$ B) $|z + 2i| = 1$
 C) $|z + i| = 1$ D) $|z - i| = 1$
 E) $|z - 1 - 2i| = 1$

9. Karmaşık düzlemde, $|z - 2 - 2i| = 2$ çemberi ile eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) $\pi + 4$ B) $\pi + 2$ C) $\frac{2 + \pi}{4}$
 D) $\frac{4 - \pi}{2}$ E) $4 - \pi$

10. $z_1 = -2i$ $z_2 = 3$ olduğuna göre, $\text{Arg}(z_1 \cdot z_2)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) $\frac{5\pi}{3}$ E) 2π

KARMA TEST - 5

1. $(1 - i)(1 - i^2)(1 + i^3)(1 + i^4)(1 + i^5)(1 + i)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
A) 32 B) 16 C) 8 D) 0 E) -8
2. $|z| + z = 2 - i$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının reel kısmı kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$
3. $z_1 = 2$ ve $z_2 = 3i$ noktalarına eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $4x - 6y + 5 = 0$ B) $2x - 3y + 4 = 0$
C) $4x - 3y + 2 = 0$ D) $4x - y + 7 = 0$
E) $2x - 6y + 7 = 0$
4. $z_1 = 1 + i$ ve $z_2 = 2 - 2i$ olduğuna göre, $z_1^3 \cdot \bar{z}_2$ karmaşık sayısının reel kısmı kaçtır?
A) 8 B) 4 C) -4 D) -8 E) -16
5. z karmaşık sayısı için $|z| \leq 5$ ise $|6 - 8i + z|$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?
A) 8 B) 10 C) 12 D) 13 E) 15

6. $2z - \bar{z} = 6i - 2$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı için $\text{Arg}(z)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) 120° B) 135° C) 150° D) 210° E) 215°
7. $z = \cos 10^\circ - i \sin 10^\circ$ olduğuna göre, $\text{Arg}(-\bar{z})$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) 10° B) 170° C) 190° D) 260° E) 350°
8. $z_1 = 2(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)$ ve $z_2 = 3(\cos 310^\circ + i \sin 310^\circ)$ karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?
A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $\sqrt{10}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{13}$
9. $z = 4(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ)$ karmaşık sayısının sanal kısmı aşağıdakilerden hangisidir?
A) 2 B) $2\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $-2\sqrt{3}$ E) -2
10. $z = -2 + 2\sqrt{3}i$ karmaşık sayısının esas argümenti radyan olarak aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{4\pi}{3}$ B) $\frac{7\pi}{6}$ C) $\frac{5\pi}{6}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{6}$

KARMA TEST - 6

1. $z = -\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ$

 $(-\bar{z})$ sayısının esas argümenti kaç derecedir?

- A) 40 B) 140 C) 220 D) 260 E) 320

2. $z = -1 - i$ sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $z = \sqrt{2} (\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$
 B) $z = \sqrt{2} (\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$
 C) $z = \sqrt{2} (\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)$
 D) $z = 2 (\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$
 E) $z = 2 (\cos 315^\circ + i \sin 315^\circ)$

3. $z = \cos \frac{2\pi}{9} + i \sin \frac{2\pi}{9}$ ise

 z^6 aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
 D) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

4. $z_1 = 4 (\cos 65^\circ + i \sin 65^\circ)$ ve
 $z_2 = 2 (\sin 70^\circ + i \cos 70^\circ)$

olduğuna göre, $\left| \frac{z_1}{z_2} \right|$ kaç birimdir?

- A)
- $\frac{1}{2}$
- B)
- $\frac{1}{4}$
- C) 4 D) 2 E) 1

5. $\left| \frac{z+4}{z} \right| = 1$ ve $\text{Arg}(z) = \frac{2\pi}{3}$

koşuluna uyan z karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?

- A)
- $-2\sqrt{3}$
- B) -2 C) 2 D)
- $\sqrt{3}$
- E)
- $2\sqrt{3}$

6. $z = \cos 6^\circ - i \sin 6^\circ$ ise

 z^{10} sayısının esas argümenti kaç radyandır?

- A)
- $\frac{\pi}{6}$
- B)
- $\frac{\pi}{3}$
- C)
- $\frac{2\pi}{3}$
- D)
- $\frac{4\pi}{3}$
- E)
- $\frac{5\pi}{3}$

7. $z = \cos 12^\circ + i(1 + \sin 12^\circ)$

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

- A) 39 B) 42 C) 45 D) 48 E) 51

8. $\frac{\cos \theta + i \sin \theta}{\cos \theta - i \sin \theta}$

karmaşık sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- 2θ
- B)
- θ
- C)
- $\frac{\theta}{2}$
- D)
- $-\theta$
- E)
- -2θ

9. $z = 2(\cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7})$

ise $z \cdot \bar{z}$ çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

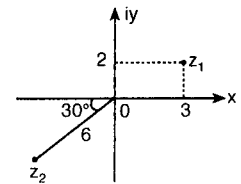
- A) 8 B) 4 C)
- $2\sqrt{2}$
- D) 2 E)
- $\sqrt{2}$

10. Karmaşık düzlemde

$z_1 = 3 + 2i$,

$|z_2| = 6$ birim

$z_1 \cdot z_2 = a + bi$ ise

 $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) $12 + 3\sqrt{3}$ B) $-12 + 3\sqrt{3}$
 C) $-3 - 15\sqrt{3}$ D) $3 - 15\sqrt{3}$
 E) $-15 - 3\sqrt{3}$

KARMA TEST - 7

1. $\{ |z + 2 - 3i| \leq 4 \text{ ve } z \text{ karmaşık sayı} \}$ kümesi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- A) M(2, -3) ve yarıçapı 4 birim olan çemberdir.
 B) Merkezi (-2, 3) ve yarıçapı 4 birim olan çemberdir.
 C) Merkezi (2, -3) ve yarıçapı 4 birim olan çemberle, iç bölgesidir.
 D) Merkezi (-2, 3) ve yarıçapı 4 birim olan çemberle, iç bölgesidir.
 E) Merkezi (-2, 3) ve yarıçapı 4 birim olan çemberle, dış bölgesidir.
2. $z = -1 - \sqrt{3}i$ karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}i$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$
 D) $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ E) $\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$
3. $z = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$ olduğuna göre, $\text{Arg}(z^{-1})$ aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{11\pi}{6}$ B) $\frac{5\pi}{3}$ C) $\frac{4\pi}{3}$ D) $\frac{7\pi}{6}$ E) $\frac{2\pi}{3}$
4. $|z| = 5$ ve $|z - 5 - 5i|$ olduğuna göre, z karmaşık sayılarının belirttiği çemberlerin en uzak noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?
- A) 15 B) $15\sqrt{2}$ C) $5\sqrt{2} + 5$
 D) $10\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{2} + 10$
5. $z_1 = 6(\cos 77^\circ + i \sin 77^\circ)$ ve $z_2 = \cos 17^\circ + i \sin 17^\circ$ olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ karmaşık sayısının reel kısmı kaçtır?
- A) 6 B) 5 C) 3 D) 2 E) 1

6. $|z + 1 - i| = 1$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının orijin etrafında pozitif yönde 135° döndürülmesiyle oluşan karmaşık sayıların geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + (y + 1)^2 = 1$
 B) $(x + 1)^2 + y^2 = 1$
 C) $x^2 + (y + \sqrt{2})^2 = 1$
 D) $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$
 E) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$

7. z karmaşık sayısı için, $z = \cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8}$ ise $\text{Arg}(-\bar{z})$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{3\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{5\pi}{8}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{7\pi}{8}$

8. $z = \frac{(\cos 140^\circ + i \sin 140^\circ)(\cos 380^\circ + i \sin 380^\circ)}{\cos 80^\circ + i \sin 80^\circ}$

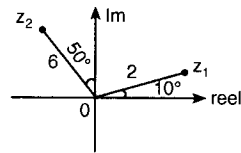
olduğuna göre, $\text{Arg}(z)$ kaç derecedir?

- A) 60 B) 80 C) 100 D) 120 E) 140

9. $z_1 = \cos 12^\circ + i \sin 12^\circ$
 $z_2 = \cos 18^\circ + i \sin 18^\circ$
 olduğuna göre, $(z_1 \cdot z_2)^6$ karmaşık sayısının reel kısmı kaçtır?

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) -1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. z_1 ve z_2 karmaşık sayılarının görüntüleri karmaşık düzlemde verilmiştir. $|z_1| = 2$, $|z_2| = 6$ ise $z_1 \cdot z_2$ karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?



- A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) 6 E) $6\sqrt{3}$

KARMA TEST - 8

1. $z^2 = \frac{1}{i}$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$
 D) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ E) $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

2. $z = \sin 20^\circ + (1 + \cos 20^\circ)i$ karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 80 B) 70 C) 50 D) 20 E) 10

3. $z^3 = -8$ denkleminin reel olmayan kökleri arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) 4 D) $2\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{6}$

4. $z_1 = 4(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)$ karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde 60° döndürülmesiyle elde edilen z_2 sayısı ile z_1 sayısı arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$ D) 4 E) 8

5. $\text{Arg}(z_1) = \frac{\pi}{12}$ ve $\text{Arg}(z_2) = \frac{3\pi}{4}$

olduğuna göre, $\text{Arg}\left(\frac{z_1^3}{z_2}\right)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{5\pi}{4}$ D) π E) $\frac{3\pi}{2}$

6. $|z - 4 + 3i| = 2$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarından reel kısmı en büyük olan noktanın reel kısmı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. $\sqrt{-i}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C) $1 + \sqrt{2}i$
 D) $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

8. Karmaşık düzlemde; $|z + 5 - 12i| = 11$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en küçük olanın orijine uzaklığı kaç birimdir?

A) $2\sqrt{5}$ B) 6 C) $4\sqrt{3}$ D) 8 E) $8\sqrt{2}$

9. $z = x + iy$ olmak üzere $|z - 2| \leq |z + 1 - 3i|$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x - y + 1 \geq 0$ B) $x + y - 1 \geq 0$
 C) $x - y - 1 \geq 0$ D) $-x + y + 2 \geq 0$
 E) $x - y + 2 \geq 0$

10. Karmaşık düzlemde, $z = 2 - 3i$ noktası orijin etrafında negatif yönde 90° döndürülüyor. Elde edilen noktaya karşılık gelen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3 - 2i$ B) $-3 - 2i$ C) $-3 + 2i$
 D) $2 + 3i$ E) $-2 + 3i$

KARMA TEST - 9

1. $\frac{10}{2+i} - \frac{10}{2-i}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 8 B) 4 C) 2 D) $-2i$ E) $-4i$

2. $z - i = (2 - i)(z + i)$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 - 2i$ B) $1 + 3i$ C) $2 + i$
D) $1 - i$ E) $1 + i$

3. $z = \frac{-2 - ai}{a - 1 + 3i}$ ve $|z| = 1$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) -3 B) -2 C) 2 D) 3 E) 6

4. $z = x + iy$ olmak üzere, karmaşık düzlemde $|z - 4i| = |z - 2i|$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x - 2y + 1 = 0$ B) $x - 2y + 3 = 0$
C) $x + 2y + 1 = 0$ D) $x + 2y + 3 = 0$
E) $2x + y - 3 = 0$

5. $z_1 = 2\sqrt{2} \text{ cis } 25^\circ$
 $z_2 = \text{cis } 115^\circ$ karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) 3
D) $3\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

6. $z = 3 - 3i$ karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3 \text{cis } \frac{\pi}{4}$ B) $3\sqrt{2} \text{cis } \frac{\pi}{4}$
C) $3 \text{cis } \frac{3\pi}{4}$ D) $3\sqrt{2} \text{cis } \frac{5\pi}{4}$
E) $3\sqrt{2} \text{cis } \frac{7\pi}{4}$

7. $z_1 = -1 + \sqrt{3}i$, $z_2 = -2i$ olduğuna göre, $\text{Arg}(z_1 \cdot z_2)$ kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 150 E) 300

8. $z = \text{cis } \frac{5\pi}{3}$ olduğuna göre,

$z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

9. $z^3 + 8 = 0$ denklemini sağlayan z karmaşık sayılarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 + i$ B) $1 + \sqrt{3}i$
C) $-\sqrt{3} - i$ D) $-1 - \sqrt{3}i$
E) $-1 - i$

10. $z = 1 - \sqrt{3}i$ olduğuna göre, z^5 sayısının reel kısmı kaçtır?

A) $-16\sqrt{3}$ B) -16 C) 8
D) 16 E) 32

KARMA TEST - 10

1. $z = \frac{2}{\sqrt{3} + i}$ sayısının esas argümenti kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{7\pi}{6}$ D) $\frac{5\pi}{3}$ E) $\frac{11\pi}{6}$

2. $\arg(i \cdot z) = 160^\circ$ olduğuna göre, z sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 35 B) 70 C) 110 D) 250 E) 290

3. $z - 1 - i = 5$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayısının argümenti α ise $\cos \alpha$ kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{\sqrt{7}}$ C) $\frac{2}{\sqrt{13}}$
D) $\frac{6}{\sqrt{37}}$ E) $\frac{5}{\sqrt{29}}$

4. $z = \frac{\sqrt{3} + i}{2}$ olduğuna göre, z^9 sayısının sanal kısmı kaçtır?

A) $-2\sqrt{2}$ B) -2 C) -1
D) 1 E) 2

5. z karmaşık sayısının esas argümenti 210° olduğuna göre, z^{-2} sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 30 B) 60 C) 150 D) 300 E) 330

6. $z = x + iy$ olmak üzere, $z \bar{z} - \bar{z} - z = 0$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yerinin alanı kaç birim-karedir?

A) 4π B) 3π C) $\frac{5\pi}{2}$ D) 2π E) π

7. $z = x + yi$ olmak üzere, $|z + 2| \leq 1$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarından argümenti en küçük olanının esas argümenti kaç derecedir?

A) 120 B) 135 C) 150 D) 210 E) 240

8. $z = \text{cis } \frac{7\pi}{4}$ olduğuna göre, $\arg(-\bar{z})$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{7\pi}{4}$ B) $\frac{5\pi}{4}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $-\frac{\pi}{4}$

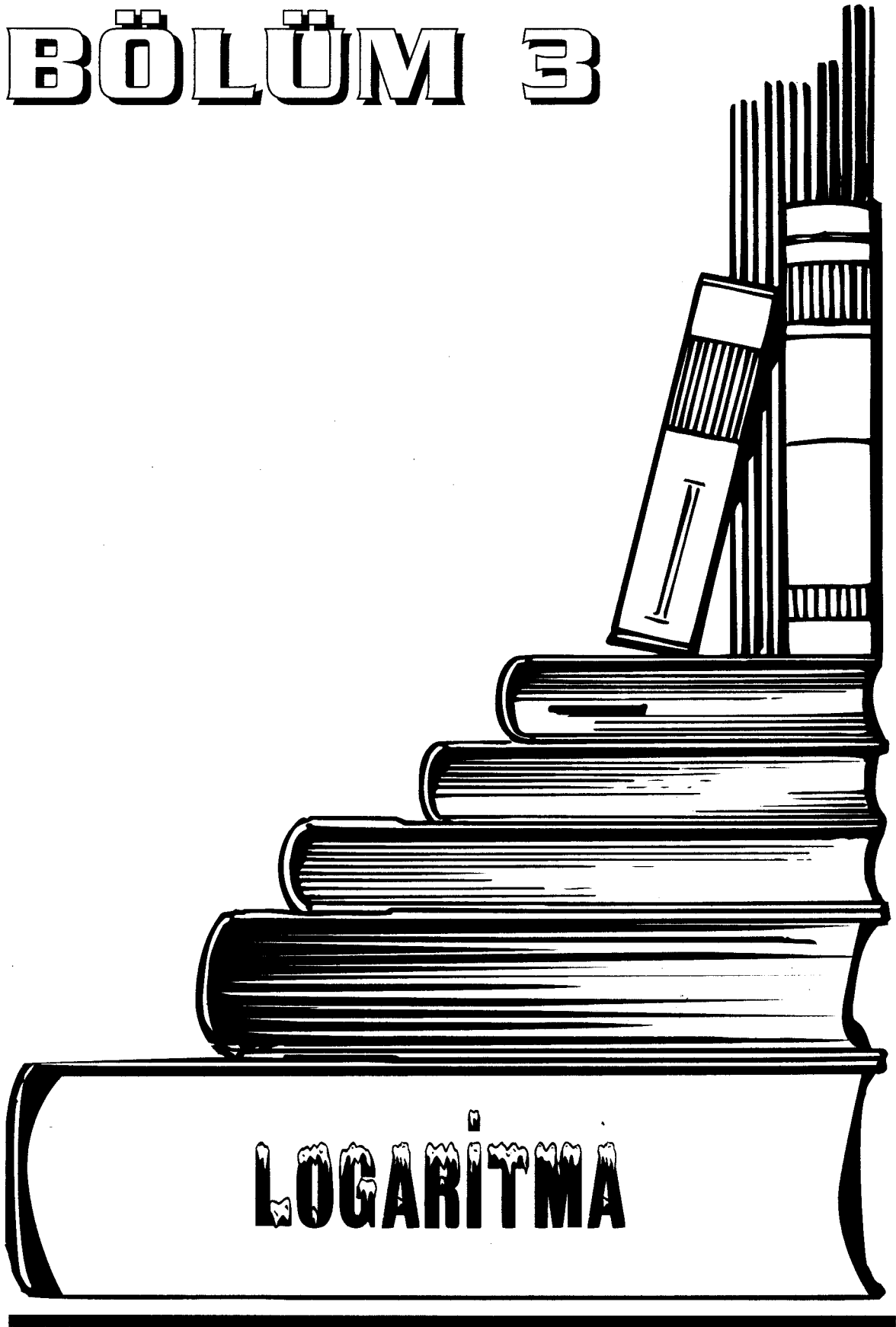
9. $|z - 3 - 4i| \leq 1$ eşitsizliğini sağlayan z karmaşık sayılarından orijine en yakın olan sayının mutlak değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

10. $z = 1 + \cos 20^\circ + i \sin 20^\circ$ sayısının modülü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\cos 5^\circ$ B) $\cos 10^\circ$ C) $2\cos 10^\circ$
D) $2\sin 20^\circ$ E) $2\sin 70^\circ$

BÖLÜM 3



LOGARİTMA

$a, b \in \mathbb{R}^+, x \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 1$ olmak üzere,

$a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x$ gerçektirmesinde x , b sayısının a tabanındaki logaritmasıdır.

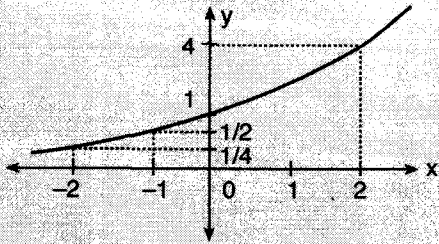
ÖRNEK

- a) $2^x = 5 \Rightarrow x = \log_2 5$
b) $\log_2 16 = x \Rightarrow 2^x = 16 \Rightarrow 2^x = 2^4 \Rightarrow x = 4$
c) $\log_3 \frac{1}{27} = x \Rightarrow 3^x = \frac{1}{27} \Rightarrow 3^x = 3^{-3} \Rightarrow x = -3$
d) $\log_{0,2} \frac{1}{25} = x \Rightarrow (0,2)^x = \frac{1}{25} \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^x = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \Rightarrow x = 2$
e) $\log_5 5 = x \Rightarrow 5^x = 5^1 \Rightarrow x = 1$
f) $\log_{11} 1 = x \Rightarrow 11^x = 1 \Rightarrow x = 0$
g) $\log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[5]{8} = x \Rightarrow (\sqrt[3]{2})^x = \sqrt[5]{8} \Rightarrow \left(2^{\frac{1}{3}}\right)^x = 2^{\frac{3}{5}} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = \frac{9}{5}$
h) $\log_{13} [\log_{10} (8 + \log_3 x)] = 0 \Rightarrow \log_{10} (8 + \log_3 x) = 1$
 $\Rightarrow 8 + \log_3 x = 10 \Rightarrow \log_3 x = 2 \Rightarrow x = 3^2 \Rightarrow x = 9$

NOT: $y = a^x$ fonksiyonu ile $y = \log_a x$ fonksiyonunun grafikleri $y = x$ doğrusuna göre simetrikler.

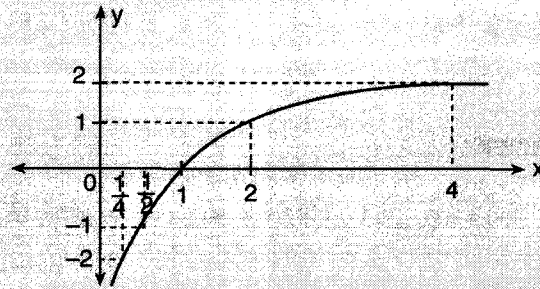
$y = 2^x$ fonksiyonunun grafiği:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2^x$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4



$y = \log_2 x$ fonksiyonunun grafiği:

x	1/4	1/2	1	2	4
$y = \log_2 x$	-2	-1	0	1	2

**ÖRNEK**

$f(x) = \log_{x-1}(7-x)$ fonksiyonunun en geniş tanım küme aralığını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$7-x > 0 \wedge x-1 > 0 \wedge x-1 \neq 1$$

$$x < 7 \wedge x > 1 \wedge x \neq 2$$

$$\text{Aralık: } (1, 7) - \{2\}$$

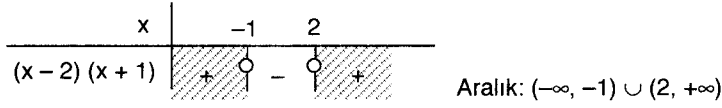
ÖRNEK

$f(x) = \log_2(x^2 - x - 2)$ fonksiyonunun en geniş tanım küme aralığını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$x^2 - x - 2 > 0$$

$$(x - 2)(x + 1) > 0$$

**ÖRNEK**

$f(x) = 2^{x+1}$ fonksiyonunun tersinin kuralını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$y = 2^{x+1} \Rightarrow \log_2 y = x + 1 \Rightarrow \log_2 y - 1 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_2 x - 1$$

ÖRNEK

$f(x) = 2 - \log_3(x - 1)$ fonksiyonunun tersinin kuralını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} y = 2 - \log_3(x - 1) &\Rightarrow \log_3(x - 1) = 2 - y \Rightarrow 3^{2-y} = x - 1 \Rightarrow 3^{2-y} + 1 = x \\ &\Rightarrow f^{-1}(x) = 3^{2-x} + 1 \end{aligned}$$

ÖRNEK

$f(x) = \log_5 x$, $g(x) = 3^x$ ise $(g \circ f^{-1})(x) = 3$ eşitliğini sağlayan x değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} g(f^{-1}(x)) = 3 &\Rightarrow 3^{f^{-1}(x)} = 3^1 \Rightarrow f^{-1}(x) = 1 \Rightarrow f(1) = x \\ &\Rightarrow f(1) = \log_5 1 = 0 \end{aligned}$$

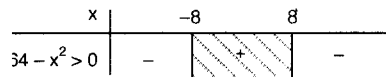
ÖRNEK

$f(x) = \log_{x-3}(64 - x^2)$ fonksiyonunun en geniş tanım küme aralığını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$64 - x^2 > 0 \wedge x - 3 > 0 \wedge x - 3 \neq 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$(8 - x)(8 + x) > 0 \wedge x > 3 \wedge x \neq 4$$



$-8 < x < 8$ ve $x > 3$ ve $x \neq 4$ olduğundan tanım küme aralığı $(3, 4) \cup (4, 8)$

TEST - 1

1. $2^x = 64$ eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

2. $2^x = 11$ eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) 3 B) 4 C) $\log_{11} 2$
D) $\log_2 11$ E) $\log 11$

3. 64 sayısının kaç tabanında logaritması alınır-
sa sonuç bir tamsayı olmaz?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 64

4. $\log_3 81$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 9

5. $\log_2 \frac{1}{32}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -1 D) 3 E) 5

6. $\log_{0,1} 10000$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -2 D) 4 E) 5

7. $\log_8 128$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 7 B) 4 C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{7}{3}$

8. $\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{81} + 9 \cdot \log_{\sqrt{27}} \sqrt[3]{81} - 5 \cdot \log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[5]{4}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) 0 D) 6 E) 8

9. $\log_{\sqrt{3}} (2x - 1) = 2$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $\log_3 \frac{2x - 4}{x + 2} = 1$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -10 B) -8 C) 0 D) 2 E) 4

TEST - 2

1. $\log_{21} (\log_2 x) = 0$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 2^{20} E) 2^{21}

2. $\log_2 [17 + \log_3 x] = 4$ olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 9 B) 3 C) 1 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{9}$

3. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\log_8 \left[\log_5 \left(\log_2 32 \right) \right] = 0$
 B) $-\log_6 \left(\log_2 \sqrt[3]{\sqrt{2}} \right) = 1$
 C) $\log_{16} \left(-15 \cdot \log_{\sqrt{32}} \sqrt[3]{\frac{1}{16}} \right) = \frac{3}{4}$
 D) $\log_{0,5} \left[\log_4 (\log_{0,01} 0,0001) \right] = 0$
 E) $\log_{101} \left[-\log_6 \left(-\log_{25} \frac{1}{\sqrt[3]{5}} \right) \right] = 0$

4. $f: 1 - 1$ ve örten bir fonksiyon olmak üzere;
 $f(x) = 2^{x-1}$ fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\log_2 x - 1$ B) $\log_2 x$ C) $\log_2 x + 1$
 D) $\log_2 x + 2$ E) $\log x - 1$

5. $f: 1 - 1$ ve örten bir fonksiyon olmak üzere;
 $f(x) = \sqrt[3]{5^{x+1}}$ fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3 \log_5 x - 1$ B) $3 \log_5 x + 1$ C) $5 \log_3 x - 1$
 D) $5 \log_3 x + 1$ E) $\log_3 3x + 3$

6. $f: 1 - 1$ ve örten bir fonksiyon olmak üzere;
 $f(x) = \log_3 (x - 3)$ fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3^{x-3} B) 3^{x+3} C) $3^x - 3$
 D) $3^x + 3$ E) 3^x

7. $f: 1 - 1$ ve örten bir fonksiyon olmak üzere;
 $f(x) = \log_7 2x - 5$ fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2} 7^{x+5}$ B) $\frac{1}{2} (7^x + 5)$ C) 7^{2x+5}
 D) $7^{\frac{x+5}{2}}$ E) $2 \cdot 7^{x+5}$

8. $f(x) = \log_3 (5x - 3)$ olduğuna göre, $f^{-1}(3)$ değeri kaçtır?

- A) 9 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

9. $f(x) = \log_{\sqrt{3}} (x - a)$ ve $f^{-1}(2) = 5$ olduğuna göre, a kaçtır?

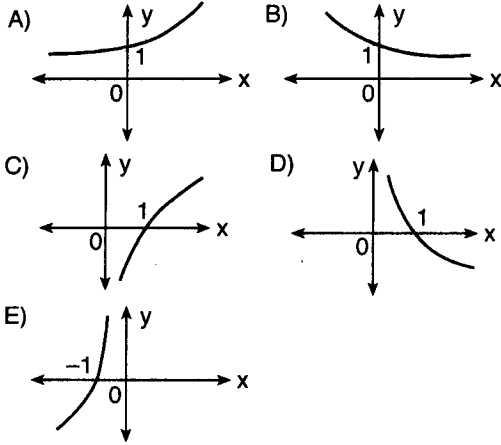
- A) $3\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 3 D) $\sqrt{3}$ E) 2

10. $f^{-1}(x) = \log_2 (2x + m)$ ve $f(3) = 2$ olduğuna göre, m kaçtır?

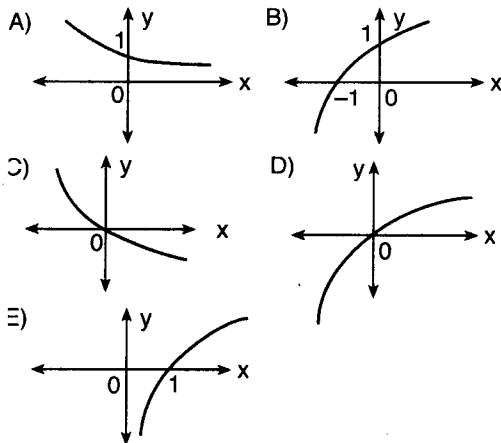
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

TEST - 3

1. $f(x) = 3^x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



2. $f(x) = \log_2(x + 1)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



3. $f(x) = \log_3 x$ ve $g(x) = 3^x$ olduğuna göre, $(f \circ g)^{-1}(9)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 6 D) 8 E) 9

4. $f(x) = \log_2 x$ ve $g(x) = 5^x$ olduğuna göre, $(f^{-1} \circ g)(x) = 4$ eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 5^2 B) 2^5 C) $\log 5$ D) $\log_5 2$ E) $\log_{25} 2$

5. $f(x) = \log_2 x - 3$ fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[3, +\infty)$ B) $(3, +\infty)$ C) $(-\infty, 3)$
D) $(-3, +\infty)$ E) $\mathbb{R}^+$

6. $f(x) = \log_3(x - 1) + \log_5(7 - x)$ fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[1, 7]$ B) $(1, 7)$ C) $(3, 7)$
D) $[2, 6]$ E) $(1, 6]$

7. $f(x) = \log_5(6 - x) - \log_6 \frac{-1}{x - 4}$ fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 6]$ B) $(-\infty, 6)$ C) $(-\infty, 4]$
D) $(-\infty, 4)$ E) $(4, 6)$

8. $f(x) = \log_2(-x^2 + 2x + 3)$ fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-1, 3]$
B) $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$
C) $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$
D) $[-1, 3]$
E) $(-1, 3)$

9. $f(x) = \log \frac{(x-1)^2}{3-x} + \log x + 4$

fonksiyonunun tanımlı olmasını sağlayan x tamsayı değerleri toplamı kaçtır?

A) 3 B) 2 C) -3 D) -4 E) -8

10. $f(x) = 3 + \log_2(x + 3)$ olduğuna göre, $f^{-1}(5)$ değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

LOGARİTMA FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ

$a, b, c \in \mathbb{R}^+$, $m, n \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 1$, $d \neq 1$ olmak üzere,

1) $\log_a 1 = 0$

8) $\log_a b = \frac{\log_d b}{\log_d a}$

2) $\log_a a = 1$

9) $\log_a d \cdot \log_d a = 1$

3) $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

10) $\log_a d = \frac{1}{\log_d a}$

4) $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

11) $\log_a d \cdot \log_d c = \log_a c$

5) $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$

12) $a^{\log_d c} = c^{\log_d a}$

6) $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \cdot \log_a b$

13) $\log_{10} a = \log a$

7) $a^{\log_a b} = b$

14) $\log_e a = \ln a$

ÖRNEK

$2 \log a - 3 \log b + 5 \log c$ ifadesini bir tek sayının logaritması türünden yazınız.

ÇÖZÜM

$$\log a^2 - \log b^3 + \log c^5 = \log \frac{a^2 \cdot c^5}{b^3}$$

ÖRNEK

$\ln \frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{b}}{\sqrt{c}}$ ifadesini a, b, c nin logaritmaları türünden yazınız.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \ln a^2 + \ln \sqrt[3]{b} - \ln \sqrt{c} &= \ln a^2 + \ln b^{\frac{1}{3}} - \ln c^{\frac{1}{2}} \\ &= 2 \ln a + \frac{1}{3} \ln b - \frac{1}{2} \ln c \end{aligned}$$

ÖRNEK

$\log 2 = a$, $\log 3 = b$ olduğuna göre, $\log 144$ ün a ve b türünden değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{l|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$144 = 2^4 \cdot 3^2$$

$$\begin{aligned} \log 144 &= \log 2^4 \cdot 3^2 = \log 2^4 + \log 3^2 \\ &= 4 \log 2 + 2 \log 3 \\ &= 4a + 2b \end{aligned}$$

ÖRNEK

$\log_2 5 = a$, $\log_3 4 = b$ olduğuna göre, $\log_{15} 16$ nın a ve b türünden değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\log_{15} 16 = \log_{15} 2^4 = 4 \log_{15} 2 = \frac{4}{\log_2 15} = \frac{4}{\log_2 3 \cdot 5} = \frac{4}{\log_2 3 + \log_2 5} = \frac{4}{\frac{2}{b} + a} = \frac{4b}{2 + ab}$$

$$\left(\begin{array}{l} \log_3 4 = \log_3 2^2 = 2 \log_3 2 = b \Rightarrow \\ \log_3 2 = \frac{b}{2} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{2}{b} \end{array} \right)$$

ÖRNEK

$\log_{49} 8 \cdot \log_9 25 \cdot \log_5 3 \cdot \log_{16} 7$ işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

Farklı tabanlarda yazılmış tüm logaritmik ifadeleri, ortak bir taban olan 10 tabanına çevirelim.

$$\frac{\log 8}{\log 49} \cdot \frac{\log 25}{\log 9} \cdot \frac{\log 3}{\log 5} \cdot \frac{\log 7}{\log 16} \Rightarrow$$

$$\frac{\log 2^3}{\log 7^2} \cdot \frac{\log 5^2}{\log 3^2} \cdot \frac{\log 3}{\log 5} \cdot \frac{\log 7}{\log 2^4} \Rightarrow$$

$$\frac{3 \log 2}{2 \log 7} \cdot \frac{2 \log 5}{2 \log 3} \cdot \frac{\log 3}{\log 5} \cdot \frac{\log 7}{4 \log 2} \Rightarrow$$

$$= \frac{3}{8}$$

ÖRNEK

$\log_2 7! = a$ olduğuna göre, $\log_2 8!$ in a türünden değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \log_2 8! &= \log_2 8 \cdot 7! = \log_2 8 + \log_2 7! = \log_2 2^3 + \log_2 7! \\ &= 3 \log_2 2 + \log_2 7! = 3 + a \end{aligned}$$

ÖRNEK

$a = \log_2 15$, $b = \log_3 11$, $c = \log_7 39$ olduğuna göre, a , b , c sayıları arasındaki sıralamayı bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} a = \log_2 15 \Rightarrow 2^a = 15 \Rightarrow 3 < a < 4 \\ b = \log_3 11 \Rightarrow 3^b = 11 \Rightarrow 2 < b < 3 \\ c = \log_7 39 \Rightarrow 7^c = 39 \Rightarrow 1 < c < 2 \end{array} \right\} a > b > c$$

TEST - 4

1. $2 \log 2 + \log 25$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 5 E) 10

2. $\frac{\log 64}{2} + 3 \log 5$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 8 E) 9

3. $\frac{\log_2 48 - \log_2 3}{\log_3 36 - \log_3 4}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

4. $\frac{\ln(\tan x) + \ln(\cot x)}{\ln(\sin x) + \ln(\cos x)}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $2 \sin 2x$ B) $2 \operatorname{cosec} 2x$ C) $2 \sec 2x$
D) 1 E) 0

5. $\log_2(\sin 15^\circ) + \log_2(\cos 15^\circ)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

6. $\log 2 = a$ ve $\log 3 = b$ olduğuna göre, $\log 6$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $a + b$ B) $a - b$ C) $b - a$
D) $a \cdot b$ E) $\frac{a}{b}$

7. $\log 2 = a$ ve $\log 3 = b$ olduğuna göre, $\log 18$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $a + b$ B) $a \cdot b^2$ C) $2b + a$
D) $b + 2a$ E) $2b + 2a$

8. $\log 3 = a$ ve $\log 5 = b$ olduğuna göre, $\log 360$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2a - b - 1$ B) $2a - b + 3$ C) $2a - 2b - 1$
D) $2a - 2b - 2$ E) $2a - 2b + 3$

9. $\log_2 15! = x$ olduğuna göre, $\log_2 16!$ in x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x$ B) $16x$ C) $x + 2$
D) $x + 4$ E) x^4

10. $\log_3 5 = x$ olduğuna göre, $\log_{\frac{5}{3}} 25$ ifadesinin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x^3 B) x^6 C) $\frac{x}{6}$ D) $\sqrt[6]{x}$ E) $6x$

TEST - 5

1. $\log 132 = a$, $\log 3 = b$, $\log 2 = c$ olduğuna göre, $\log 11$ 'in değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $a + c - 2b$ B) $a - c - b$ C) $a - c - 2b$
D) $a - 2c + b$ E) $a - 2c - b$

2. $\log \sqrt[4]{2} = a$ ve $\log 50 = b$ olduğuna göre, b 'nin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 - 2a$ B) $1 - 4a$ C) $2 - 4a$
D) $3 - 4a$ E) $4 - 4a$

3. $\log_2 x + \log_{\sqrt[4]{2}} x = 5$ eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 2 B) $\sqrt[4]{2}$ C) $\sqrt[5]{4}$ D) $\sqrt[5]{8}$ E) $\sqrt[4]{8}$

4. $\frac{1}{2} \log a - 2 \log b + \frac{1}{3} \log c$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\log \frac{\sqrt[6]{a^2 c^3}}{b^2}$ B) $\log \frac{\sqrt[6]{a^3 c^2}}{b^2}$
C) $\log \frac{\sqrt{a^3} \cdot \sqrt[3]{c^2}}{b^2}$ D) $\log \frac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{c}}{b}$
E) $\log(\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{c} - b^2)$

5. $-3 \log a + 2 \log b - 5 \log c$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\log a^3 b^2 c^5$ B) $\log \frac{b^2}{a^3 c}$
C) $\log \frac{b^2}{a^3 c^5}$ D) $\log \frac{b^2 a^3}{c^5}$
E) $\log \frac{a^3 c^5}{b^2}$

6. $\log 125 = a$ olduğuna göre, $\log 20$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2 - \frac{a}{3}$ B) $1 - \frac{a}{3}$ C) $2 - 3a$
D) $1 - 3a$ E) $1 + \frac{a}{3}$

7. $\log x = 2,56$ olduğuna göre, $\sqrt[64]{x^{25}}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0,1 B) 1 C) 10 D) 100 E) 1000

8. $\log \cot 1^\circ + \log \cot 2^\circ + \log \cot 3^\circ + \dots + \log \cot 89^\circ$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) 1 D) 5 E) 10

9. $3^{1+\log_3 x} = 9$ eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 1 E) 3

10. $27^{\log_9 (x+2)} = 3\sqrt{3}$ eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

TEST - 6

1. $9^{\log_3 2} + 16^{\log_2 3}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 16 B) 51 C) 65 D) 81 E) 85

2. $-7^{\log_7 2} + 8^{\log_2 3} = 5^{\log_{\sqrt{5}}(x+2)}$ denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\log_2 x + \log_x 2 = 2$ denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 4 C) 8 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

4. $\frac{1}{\log_2 30} + \frac{1}{\log_3 30} + \frac{1}{\log_5 30}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

5. $\log_2 x + \log_x 64 = -5$ denklemini sağlayan x değerleri toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{1}{4}$

6. $\log_7 10 = x$ olduğuna göre $\log_{100} 343$ ün x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2x}$ B) $\frac{3}{2x}$ C) $\frac{2}{x}$ D) $\frac{3}{x}$ E) $\frac{2}{3x}$

7. $\frac{(\log_2 9 + 4 \cdot \log_{16} 3) \cdot \log_3 7}{\log_2 7}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

8. $\left(\frac{1}{10}\right)^{[\log(x-\sqrt{6})]-1} = x + \sqrt{6}$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 10 B) 5 C) 4 D) $\sqrt{11}$ E) 3

9. $\log_2 3 = a$ ve $\log_5 2 = b$ olduğuna göre, $\log_6$ 'nın a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a(b+1)}{a+1}$ B) $\frac{b(a+1)}{a}$ C) $\frac{b+1}{a+1}$
D) $\frac{b(b+1)}{a+1}$ E) $\frac{b(a+1)}{b+1}$

10. $\frac{(\log_2 9 + 8 \log_{16} 3) \cdot \log_3 25}{\log_2 5}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 9 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

TEST - 7

1. $\log_{\sqrt{3}} 16 \cdot \log_{\sqrt[4]{3}} \frac{1}{1000} \cdot \log_2 \frac{1}{1000}$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $\log_2 = a$ ve $\log_3 = b$ olduğuna göre, $\log_5 54$ 'ün a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3b+a}{1-a}$ B) $\frac{3b+a}{1+a}$ C) $\frac{b+3a}{1-a}$
D) $\frac{b+3a}{1+a}$ E) $\frac{1-a}{a+3b}$

3. $\log_{ab} a = 2$ olduğuna göre, $\log_b a$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

4. $\log_2 3 = m$ ve $\log_3 5 = n$ olduğuna göre, $\log_{120}$ nin m ve n türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{mn+m+3}{mn+1}$ B) $\frac{mn+n+3}{mn+1}$
C) $\frac{mn+m+2}{mn+1}$ D) $\frac{mn+n+2}{mn+1}$
E) $\frac{mn+n+1}{mn+1}$

5. $\log_{\frac{1}{8}} \sqrt[3]{e} \cdot \ln 27 \cdot \log_3 2\sqrt{2}$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

6. $\ln 2 = a$ olmak üzere,

$$\sqrt{(\ln 8)^2 + \left(\ln \frac{1}{16}\right)^2}$$

ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) a^5 B) $5a$ C) $\frac{a}{5}$ D) $4a$ E) $3a$

7. $\log_3 69 = x$ eşitliğine göre x için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $1 < x < 2$ B) $2 < x < 3$ C) $3 < x < 4$
D) $4 < x < 5$ E) $5 < x < 6$

8. $a = \log_2 7$, $b = \log_5 170$, $c = \log_7 40$ olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $c < a < b$ B) $c < b < a$ C) $a < c < b$
D) $a < b < c$ E) $b < a < c$

9. $a = \log_2 12$, $b = \log_3 12$, $c = \log_4 12$ olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < c < a$
D) $c < b < a$ E) $c < a < b$

10. $\log_2 9 \cdot \log_3 16 \cdot \log_4 25 \cdot \log_5 36 \cdot \log_6 49 \cdot \log_7 64$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 32 B) 96 C) 64 D) 180 E) 192

ÜSLÜ VE LOGARİTMALİ DENKLEMLER

$a \in \mathbb{R}^+$ ve $a \neq 1$ olmak üzere,

1. $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Rightarrow f(x) = g(x)$
2. $\log_a f(x) = b \Rightarrow f(x) = a^b$ ($f(x) > 0$)
3. $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ ($f(x) > 0, g(x) > 0$)

ÖRNEK

$$3^{4x+1} = \frac{1}{27} \text{ denklemini çözünüz.}$$

ÇÖZÜM

$$3^{4x+1} = 3^{-3} \Rightarrow 4x+1 = -3 \Rightarrow 4x = -4 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow \mathcal{C} = \{-1\}$$

ÖRNEK

$$e^x - 2e^{-x} = 1 \text{ denklemini çözünüz.}$$

ÇÖZÜM

$$e^x - \frac{2}{e^x} = 1 \quad (e^x = m \text{ olsun.})$$

$$m - \frac{2}{m} = 1 \Rightarrow m^2 - 2 = m \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0$$

$$\Rightarrow m = 2 \vee m = -1$$

$$e^x = 2 \vee e^x = -1 \text{ (olamaz)}$$

$$\Rightarrow x = \ln 2 \Rightarrow \mathcal{C} = \{\ln 2\}$$

ÖRNEK

$$\log_2 x + 6 \cdot \log_x 2 = 5 \text{ denklemini çözünüz.}$$

ÇÖZÜM

$$\log_2 x = a \text{ olsun. } (\log_x 2 = \frac{1}{a})$$

$$a + \frac{6}{a} = 5 \Rightarrow a^2 - 5a + 6 = 0 \Rightarrow (a-3)(a-2) = 0$$

$$\Rightarrow a = 3 \vee a = 2$$

$$\Rightarrow \log_2 x = 3 \vee \log_2 x = 2$$

$$\Rightarrow x = 8 \vee x = 4 \Rightarrow \mathcal{C} = \{4, 8\}$$

ÖRNEK

$$x^{\ln x} = e^4 \text{ denklemini çözünüz.}$$

ÇÖZÜM

$$x^{\ln x} = e^4 \text{ (her iki tarafın ln i alınır.)}$$

$$\ln x^{\ln x} = \ln e^4 \Rightarrow \ln x \cdot \ln x = 4 \cdot \ln e \Rightarrow (\ln x)^2 = 4$$

$$\ln x = 2 \vee \ln x = -2$$

$$x = e^2 \vee x = e^{-2} \Rightarrow \mathcal{C} = \{\frac{1}{e^2}, e^2\}$$

TEST - 8

1. $4^{3x+1} = \frac{1}{16}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1\}$ B) $\{-2\}$ C) $\{2\}$
D) $\{1\}$ E) $\{0\}$

2. $11^{7x-14} = 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-2\}$ B) $\{-1\}$ C) $\{0\}$
D) $\{1\}$ E) $\{2\}$

3. $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 360$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{4\}$ B) $\{3\}$ C) $\{2\}$
D) $\{1\}$ E) $\{-2\}$

4. $\frac{4^{x-1} - 4^x + 4^{x+1}}{2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}} = \frac{13}{4}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\frac{1}{7}\right\}$ B) $\{7\}$ C) $\{\log_2 7\}$
D) $\{-\log_2 7\}$ E) $\{-\log_7 2\}$

5. $2^{x^2-5x} = 64$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{-\frac{1}{6}, -1\right\}$ B) $\left\{-1, \frac{1}{6}\right\}$ C) $\{-1, 6\}$
D) $\{1, -6\}$ E) $\{-1, -6\}$

6. $2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$ denklemini sağlayan x değeri, aşağıdaki denklemlerden hangisini sağlamaz?

- A) $\log_2 x = 1$
B) $3^{-x} = \frac{1}{9}$
C) $10^{1+\log_{10} x} = 20$
D) $\log_{\sqrt[4]{2}} 2 = 2x$
E) $\log_2 x = \log_2 6 + \log_2 4 - \log_2 8$

7. $e^x + 2 \cdot e^{-x} = 3$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{0, \ln 2\}$ B) $\{0, \ln 3\}$ C) $\{\ln 2, \ln 3\}$
D) $\{0, -\ln 2\}$ E) $\{1, \ln 2\}$

8. $2^x + 3^y = 5$

$2^{x+1} - 3^{y-1} = \frac{16}{3}$

denklemin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(\log_3 2, \log_2 3)\}$ B) $\{(\log_2 3, \log_3 2)\}$
C) $\{(\log_2 3, -\log_3 2)\}$ D) $\{(\log_2 6, -1)\}$
E) $\{(1, 1)\}$

9. $2^x + 2^{4-x} = 10$ denklemini sağlayan x değerleri toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. $\log_2 x^3 - \frac{2^{\log_2 3}}{\log_2 x} = 5^{\log_5 3} + \frac{4^{\log_4 3}}{\log_2 x}$

denklemini sağlayan x değerleri çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 4

TEST - 9

1. $\log_3(\log_2 16) = \log_9 x$ denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 4 C) 16 D) 18 E) 25

2. $\log_7(\log_5 x) = \log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{2}$

denkleminin kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 5 C) 8 D) 14 E) 25

3. $\log_4 x + \log_8 x = \frac{5}{6}$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

4. $\log_3(2x - 5) = \log_{11}(\log_{19} 19)$ denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 16

5. $\log_2(3^x) = 3^{\log_3 4}$

denklemini sağlayan x için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $5 < x < 6$ B) $4 < x < 5$ C) $3 < x < 4$
D) $2 < x < 3$ E) $1 < x < 2$

6. $\log_a 2 + \log_a 4 + \log_a 8 = 3$ denklemini sağlayan a değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

7. $\log_{11}(\log_2(\log_5(21 - x))) = \log_{121}(\log_3 3)$ denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 16 B) 4 C) -2 D) -3 E) -4

8. $\log(x - 1) + \log(x + 1) = 1$ denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{11}$ C) $\sqrt{10}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{2}$

9. $\log_2(3x - 2) + \log_2(4 - x) = 3$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{\frac{2}{3}, 4\right\}$ B) $\left\{2, \frac{8}{3}\right\}$ C) $\left\{-2, \frac{8}{3}\right\}$
D) $\left\{2, -\frac{8}{3}\right\}$ E) $\{2\}$

10. $\log_{\sqrt{2}} x - \log_2(x - 2) = 3$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{4, 8\}$ B) $\{8\}$ C) $\{-4\}$
D) $\{4\}$ E) $\{-4, 4\}$

TEST - 10

1. $\log_{15}(\log_3(\log_2(3x - 1))) = 0$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) 3 D) 4 E) 11

2. $2\log x - \log(2x + 3) = 0$ denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

3. $(\log_x 8)^{\log_3 27} = 27$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

4. $\log(x - 1) = 1 - \log(x + 2)$ denklemini sağlayan x değerleri toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4 B) -1 C) 1 D) 3 E) 7

5. $\log_9 36 - \log_{27} 8 = \log_2 x$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

6. $\log_2 x + 6 \cdot \log_x 2 = 5$ denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

- A) 32 B) 16 C) 8 D) 4 E) 2

7. $\log_x(x^2 + x) = 3$ denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0
D) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

8. $\log_3(3^{2x} + 2) = x + 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{0, \log_2 3\}$ B) $\{\log_2 3, 1\}$ C) $\{0, \log_3 2\}$
D) $\{\log_3 2, 1\}$ E) $\{0, 1\}$

9. $\sqrt{\log_2 x} - \log_2 \sqrt{x} = \frac{1}{2}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{16\}$ B) $\{8\}$ C) $\{4\}$ D) $\{2\}$ E) $\{1\}$

10. $\log_7 [2 + \log_2 (3 + \log_3 x)] = 1$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) 3^5 C) 3^{13} D) 3^{27} E) 3^{29}

TEST - 11

1. $2^{\log_x 3} = 3$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $\log_2 \sqrt[3]{x \sqrt[3]{x \sqrt[3]{x \dots}}} = 2$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 64

3. $x = (\log_3 81)^{\log_{81} 3}$ olduğuna göre, $\log_4 x$ kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) $\frac{1}{4}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) -4

4. $x^{\log_3 x^2} = 3^8$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{3, \frac{1}{3}\right\}$ B) $\left\{\frac{1}{9}, 9\right\}$ C) $\left\{3, \frac{1}{9}\right\}$
D) $\{3, 9\}$ E) $\{-9, 9\}$

5. $x^{\ln x} = e$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1, -1\}$ B) $\{-e, 1\}$ C) $\{-e, e\}$
D) $\left\{-\frac{1}{e}, e\right\}$ E) $\left\{\frac{1}{e}, e\right\}$

6. $x^{\ln x^2} = e^{18}$ denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) e E) e^3

7. $x^{\log_5 \sqrt{x}} = 25$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\frac{1}{25}, 25\right\}$ B) $\left\{\frac{1}{5}, 5\right\}$ C) $\{-25, 25\}$
D) $\{-5, 5\}$ E) $\{5, 25\}$

8. $x^{\ln x} = \frac{e^3}{x^2}$ denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

- A) e^2 B) e C) 1 D) e^{-1} E) e^{-2}

9. $\log_3 2 \cdot \log_{\sqrt{2}} x = \log_3 (6 - x)$ denkleminin kökler toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 5

10. $\log_2 x + \log_{\sqrt{2}} y = 4$

$\log_8 x + \log_2 \sqrt[3]{y} = 1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(4, 4)\}$ B) $\{(4, 2)\}$ C) $\{(2, 4)\}$
D) $\{(2, 8)\}$ E) $\{(4, 8)\}$

LOGARİTMALİ EŞİTSİZLİKLER $a \in \mathbb{R}^+$ ve $a \neq 1$ olmak üzere1) $\log_a f(x) < b$ iken,i) $a > 1 \Rightarrow f(x) < a^b \wedge f(x) > 0$ ii) $0 < a < 1 \Rightarrow f(x) > a^b \wedge f(x) > 0$

2)

i) $a > 1$ için, $0 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2$ ii) $0 < a < 1$ için, $0 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2$ **ÖRNEK** $\log_2(x-1) > 3$ eşitsizliğini çözünüz.**ÇÖZÜM**

$$x-1 > 0 \wedge x-1 > 2^3$$

$$x > 1 \wedge x > 9 \quad \mathcal{C} = (9, +\infty)$$

ÖRNEK $\log_{\frac{1}{3}}(3-x) > 0$ eşitsizliğini çözünüz.**ÇÖZÜM**

$$3-x > 0 \quad \wedge \quad 3-x < \left(\frac{1}{3}\right)^0$$

$$x < 3 \quad \wedge \quad \begin{matrix} 3-x < 1 \\ x > 2 \end{matrix}$$

$$\mathcal{C}: (2, 3)$$

ÖRNEK $\log_2(x-2) + \log_{1/2}(3-x) < 1$ eşitsizliğini çözünüz.**ÇÖZÜM**

$$\log_2(x-2) - \log_2(3-x) < 1 \Rightarrow \log_2 \frac{x-2}{3-x} < 1$$

$$\Rightarrow x-2 > 0 \quad \wedge \quad 3-x > 0 \quad \wedge \quad \frac{x-2}{3-x} < 2^1$$

$$x > 2 \quad \wedge \quad x < 3 \quad \frac{x-2}{3-x} - 2 = \frac{x-2-6+2x}{3-x} \Rightarrow \frac{3x-8}{3-x} < 0$$

x	2	$\frac{8}{3}$	3
x-2	-	+	+
3-x	+	+	-
$\frac{3x-8}{3-x}$	-	+	-

$$\mathcal{C}: \left(2, \frac{8}{3}\right)$$

ÖRNEK $\log_3[\log_2(\log_5(x-2))] < 0$ eşitsizliğini çözünüz.**ÇÖZÜM**

$$x-2 > 0 \quad \wedge \quad \log_5(x-2) > 0 \quad \wedge \quad \log_2(\log_5(x-2)) > 0 \quad \wedge \quad \log_2(\log_5(x-2)) < 3^0$$

$$x > 2 \quad \wedge \quad x-2 > 5^0 \quad \log_5(x-2) > 2^0 \quad \log_5(x-2) < 2$$

$$x > 3 \quad x-2 > 5 \quad x-2 < 25$$

$$x > 7 \quad x < 27$$

$$\mathcal{C}: (7, 27)$$



1. $\log_2(x-1) > \log_2 5$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(1, +\infty)$ B) $(5, +\infty)$ C) $(6, +\infty)$
D) $(1, 5)$ E) $(1, 6)$

2. $\log_{\frac{1}{2}}(3-x) > \log_{\frac{1}{2}} 7$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-4, +\infty)$ B) $[-4, +\infty)$ C) $(-\infty, -4)$
D) $(-4, 3)$ E) $\mathbb{R} - [-4, 3]$

3. $\log_3(x-2) < 2$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(11, +\infty)$ B) $(-\infty, 11)$ C) $(-\infty, 4)$
D) $(4, 11)$ E) $(2, 11)$

4. $\log_{\frac{1}{3}}(\frac{7}{3}-x) \leq 1$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 2]$ B) $(-\infty, 2)$ C) $(-\infty, \frac{7}{3})$
D) $(2, \frac{7}{3})$ E) $[2, \frac{7}{3})$

5. $\log_2(\log_3 x) > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2, +\infty)$ B) $(3, +\infty)$ C) $(2, 3)$
D) $(0, 2)$ E) $(1, 3)$

6. $\log_3[\log_2(\log_5(x-1))] \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 26]$ B) $(-\infty, 6]$ C) $(1, 6)$
D) $(1, 26)$ E) $(6, 26]$

7. $\log(2-x) > \log_{0,1} \frac{1}{x}$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 2)$ B) $(-\infty, 1)$ C) $(1, 2)$
D) $(0, 1)$ E) $(0, 2)$

8. $\log_{\frac{1}{5}}(3-x) > \log_3 \frac{1}{3}$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-2, 3)$ B) $(-2, +\infty)$ C) $(-\infty, 3)$
D) $(-2, 5)$ E) $(3, 5)$

9. $\log_{\frac{1}{3}}(3x-4) > 0$ eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı (a, b) ise $a + b$ toplamı kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

10. $\log_{(x-1)}(5-x) > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(4, 5)$ B) $(1, 2)$ C) $(2, 3)$
D) $(2, 4)$ E) $(2, 5)$

TEST - 13

1. $1 < \log_2(x - 3) < 3$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1, 3) B) (3, 5) C) (4, 6)
D) (3, 11) E) (5, 11)

2. $0 < \log_{1/3}(x - 2) \leq 2$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (2, 3) B) [2, 3) C) $\left[\frac{19}{9}, 3\right)$
D) $\left[\frac{19}{9}, 5\right)$ E) $\left[\frac{10}{9}, 2\right)$

3. $\log_2(x + 1) + \log_2(x + 4) > 2$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (-1, 0) B) (-5, 0) C) (-4, -1)
D) $\mathbb{R}^+$ E) $\mathbb{R}$

4. $\log_3(1 - x) - \log_3(x + 2) \leq 1$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (-2, -1) B) $\left[-\frac{5}{4}, 1\right)$ C) $\left(-1, -\frac{5}{4}\right]$
D) (-2, 1) E) $\left(-2, \frac{5}{4}\right]$

5. $\log_{1/2}(2 - x) + \log_{1/2}(x - 3) \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R}^+$ C) (2, 3)
D) $\mathbb{R} - [2, 3]$ E) $\emptyset$

6. $\log_1(x^2 - 11) > \log_3 \frac{1}{3}$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-4, -\sqrt{11}) \cup (\sqrt{11}, 4)$
B) $(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$
C) (-4, 4)
D) $(-\sqrt{11}, \sqrt{11})$
E) $\emptyset$

7. $\log(2 - x) > \log x^2$ eşitsizliğini sağlayan x tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

8. $\log_{0,2}(x^2 - 2) < \log_{0,2}(x - 3)$ eşitsizliğini sağlayan en küçük iki tamsayının toplamı kaçtır?

A) -5 B) -3 C) 5 D) 7 E) 9

9. $|1 - \log_2 x| \leq 1$ eşitsizliğinin çözüm aralığındaki tamsayı değerleri toplamı kaçtır?

A) 15 B) 10 C) 9 D) 7 E) 6

10. $x^2 - 4x + \log_2 m = 0$ denkleminin farklı iki reel kökünün olması için m'in değer aralığı aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

A) $0 < m < 2$ B) $0 < m < 4$ C) $2 < m < 8$
D) $0 < m < 16$ E) $2 < m < 16$

KARAKTERİSTİK VE MANTİS

$\forall x \in \mathbb{R}^+$ için x in onluk logaritması, $\log x = k + m$ şeklinde ifade edilebilir.

$$\log x = k + m$$

i) k : karakteristik ($k \in \mathbb{Z}$)

ii) m : mantis ($0 \leq m < 1$)

ÖRNEK

$\log 986$ sayısının karakteristiğini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\log 100 < \log 986 < \log 1000$$

$$2 < \log 986 < 3 \Rightarrow \log 986 = 2, \dots \Rightarrow \log 986 \text{ nın karakteristiği } 2 \text{ dir.}$$

NOT: 1 den büyük bir sayının logaritmasının karakteristiği, sayının tam kısmının basamak sayısının 1 eksiğine eşittir.

ÖRNEK

$\log 986$ için tam kısım 3 basamak olduğundan karakteristiği $3 - 1 = 2$ dir.

$\log 15763,211$ in karakteristiği: $5 - 1 = 4$

ÖRNEK

$\log 0,097$ sayısının karakteristiğini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\log 0,01 < \log 0,097 < \log 0,1$$

$$-2 < \log 0,097 < -1 \Rightarrow \log 0,097 = -2, \dots = \bar{2}, \dots \Rightarrow \log 0,097 \text{ nin karakteristiği } -2 \text{ dir.}$$

NOT: 1 den küçük bir sayının logaritmasının karakteristiği, sayının ondalık gösteriminde sıfırdan farklı ilk rakamın solundaki sıfır adedinin eksi işaretlisine eşittir.

ÖRNEK

$\log 0,097$ için 0 dan farklı ilk rakam 9 olduğundan, 9 un solundaki 0 sayısı 2 dir. Bundan dolayı karakteristiği -2 dir.

$\log 0,0001513$ ün karakteristiği: -4 ya da $\bar{4}$

KOLOGARİTMA

$$\text{colog} x = \log \frac{1}{x} = \log x^{-1} = -\log x$$

ÖRNEK

$\log x = 1,35$ ise $\text{colog} x$ i bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \text{colog} x &= -\log x = -1,35 = -1 - 0,35 + 1 - 1 \\ &= -2 + 1 - 0,35 = -2 + 0,65 = \bar{2},65 \end{aligned}$$

NOT: Bir sayının kologaritmasının tam kısmı, sayının logaritmasının tam kısmının 1 fazlasının ters işaretlisine, ondalık kısmı ise 1 ile sayının logaritmasının ondalık kısmının farkına eşittir.

ÖRNEK

$$\log x = 2,54$$

$$\Rightarrow \text{colog} x = \overline{3},46 \quad [2 + 1 = 3, 1 - 0,54 = 0,46]$$

ÖRNEK

$$\log x = \overline{4},698$$

$$\Rightarrow \text{colog} x = 3,302 \quad [-4 + 1 = -3, 1 - 0,698 = 0,302]$$

ÖRNEK

$$\text{colog} x = \overline{6},125 \Rightarrow \log x = 5,875$$

$$\Rightarrow [-6 + 1 = -5, 1 - 0,125 = 0,875]$$

ÖRNEK

$\log 2 = 0,301$ ise 4^{20} sayısının kaç basamaklı olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$x = 4^{20} = 2^{40} \text{ olsun.}$$

$$\log x = \log 2^{40} = 40 \cdot \log 2 = 40 \cdot (0,301)$$

$$\log x = 12,04 \text{ ise } x, 13 \text{ basamaklıdır.}$$

ÖRNEK

$\text{colog} x = \overline{4},359$ ise x^5 in kaç basamaklı olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\text{colog} x = \overline{4},359 \Rightarrow \log x = 3,641$$

$$\log x^5 = 5 \log x = 5 \cdot (3,641) = 18,205 \text{ ise } x^5 \text{ 19 basamaklıdır.}$$

ÖRNEK

$\log x = \overline{4},64933$ ise $\log \sqrt[3]{x}$ işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\log \sqrt[3]{x} = \log x^{1/3} = \frac{1}{3} \log x = \frac{1}{3} \cdot \overline{4},64933$$

$$= \frac{-4 - 2 + 2 + 0,64933}{3} = \frac{-6 + 2,64933}{3}$$

$$= -2 + 0,88311 = \overline{2},88311$$

ÖRNEK

$\log 2 = 0,301$ olduğuna göre, $\log 0,04$ ün eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\log 0,04 = \log 4 \cdot 10^{-2} = \log 2^2 \cdot 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 2 \log 2 + \log 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 2(0,301) - 2 \log 10$$

$$\Rightarrow 0,602 - 2 = \overline{2},602$$

TEST - 14

1. $x = \log 7865$ sayısı aşağıdaki aralıklardan hangisinde bulunur?
 A) $1 < x < 2$ B) $2 < x < 3$ C) $3 < x < 4$
 D) $4 < x < 5$ E) $5 < x < 6$
2. $x = \log 0,00215$ sayısı aşağıdaki aralıklardan hangisinde bulunur?
 A) $-2 < x < -1$ B) $-3 < x < -2$
 C) $-4 < x < -3$ D) $-5 < x < -4$
 E) $-6 < x < -5$
3. $\log 3 = 0,4771$ olduğuna göre, $\log 30000$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 1,4771 B) 2,4771 C) 3,4771
 D) 4,4771 E) 5,4771
4. $\log 2 = 0,301$ olduğuna göre, $\log 0,00004$ 'ün değeri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 5,602 B) 5,398 C) 5,602
 D) 5,398 E) 4,602
5. $\log 2 = 0,301$ olduğuna göre, $\log \sqrt[7]{8}$ 'in değeri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 0,29 B) 0,129 C) 0,43
 D) 0,143 E) 1,86
6. $x = \log 197$ ve $y = \log 83745$ olduğuna göre, x ve y sayılarının karakteristikleri toplamı kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8
7. $a = \log 0,0019$ ve $b = \log 0,000415$ olduğuna göre, a ve b sayılarının karakteristikleri toplamı kaçtır?
 A) -3 B) -4 C) -5 D) -6 E) -7
8. $\log 2 = 0,301$ olduğuna göre, 2^{10} sayısı kaç basamaklıdır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
9. $\log 5 = 0,69831$ olduğuna göre, $(2500)^{10}$ sayısı kaç basamaklıdır?
 A) 30 B) 31 C) 32 D) 33 E) 34
10. $\log 2 = 0,301$,
 $\log 3 = 0,4771$
 olduğuna göre, $(36)^{40}$ sayısı kaç basamaklıdır?
 A) 61 B) 62 C) 63 D) 64 E) 65

TEST - 15

1. $\text{colog } \frac{1}{10000}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5 B) 4 C) 3 D) -3 E) -4

2. $\log x = 3,47$ olduğuna göre, $\text{colog } x$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\bar{3},47$ B) $\bar{3},53$ C) $\bar{4},53$
D) $\bar{2},53$ E) $\bar{4},47$

3. $\log x = \bar{8},17$ olduğuna göre, $\text{colog } x$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 8,17 B) 7,17 C) $\bar{7},83$
D) 7,83 E) 9,83

4. $\text{colog } x = 1,26$ olduğuna göre, $\log x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1,74 B) $\bar{1},26$ C) 0,74
D) $\bar{1},74$ E) $\bar{2},74$

5. $\text{colog } x = \bar{6},125$ olduğuna göre, x^5 kaç basamaklıdır?

A) 26 B) 28 C) 29 D) 30 E) 31

6. $\log x = 3,875$ ve $\log y = \bar{2},734$ olduğuna göre, $\log x + \log y$ toplamı kaçtır?

A) 2,609 B) 5,609 C) 6,609
D) 1,141 E) 0,141

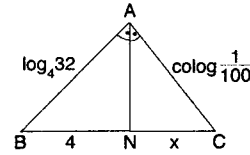
7. $\log \frac{1}{\sqrt{x}} = 4,64933$ olduğuna göre, $\log x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\bar{9},70134$ B) $\bar{10},70134$ C) $\bar{10},29866$
D) $\bar{9},29866$ E) $\bar{8},70134$

8. $\log x^3 = \bar{7},16345$ olduğuna göre, $\log x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\bar{3},72115$ B) $\bar{2},72115$ C) $\bar{1},52115$
D) $\bar{2},52115$ E) $\bar{3},52115$

9.

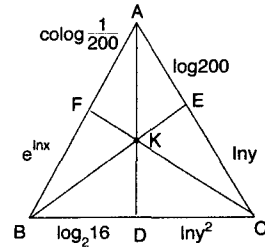


Şekilde, [AN] iç açıortay, $|AB| = \log_4 32$ birim

$|AC| = \text{colog } \frac{1}{100}$ birim, $|BN| = 4$ birim olduğuna göre, $|NC| = x$ uzunluğu kaç birimdir?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{8}{5}$ C) $\frac{16}{5}$ D) 4 E) 5

10.



Şekildeki ABC üçgeninde,

$[AD] \cap [BE] \cap [CF] = \{K\}$, $|AF| = \text{colog } \frac{1}{200}$ birim,

$|BF| = e^{\ln x}$ birim, $|BD| = \log_2 16$ birim,

$|DC| = \ln y^2$ birim, $|EC| = \ln y$ birim,

$|AE| = \log 200$ birim olduğuna göre, x kaç birimdir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

KARMA TEST - 1

1. $\log_{\sqrt[3]{4}} 64$ ün değeri kaçtır?

- A) 16 B) 12 C) 9 D) 8 E) 4

2. $\log_{\sqrt{a}} \sqrt[3]{16} = 4$ olduğuna göre, **a** aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) $\sqrt[3]{4}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 4 E) $\sqrt[3]{32}$

3. $\log 2 = a$ olduğuna göre, **log5000** sayısının **a** türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a + 4$ B) $a + 3$ C) $2 - a$
D) $3 - a$ E) $4 - a$

4. $\frac{1}{\log_2 \frac{1}{3}} + \frac{1}{\log_{54} 3}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

5. $\log_5 3 = x$ olduğuna göre,

$\log_9 \left(\frac{1}{25} \right)$ 'in **x** türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{x}$ B) $-\frac{2x}{3}$ C) $\frac{x}{2}$
D) $2x$ E) $\frac{2x}{3}$

6. $\log_3 \frac{1}{\sqrt[3]{81}} + \log_2 \sqrt[4]{32}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{31}{12}$ B) $\frac{11}{12}$ C) $-\frac{1}{24}$
D) $-\frac{1}{16}$ E) $-\frac{1}{12}$

7. $\log_2 3 = m$ olduğuna göre, **log₆ 12** nin **m** türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{m+3}{2}$ B) $\frac{m+1}{m+2}$ C) $\frac{m+2}{m+1}$
D) $\frac{m+1}{3}$ E) $\frac{m+3}{m+1}$

8. $\log_{49} 3 \cdot \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} 2 \cdot \log_{\sqrt{3}} \sqrt{7} \cdot \log 25$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\log 25$ B) $-\log 4$ C) $\log 8$
D) $\log_2 25$ E) $\log_5 4$

9. $\log_a 16 = b$ ve $\log_a 3 = c$ ise

log₉ 16 nın **b** ve **c** türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{b}{2c}$ B) $\frac{b}{3c}$ C) $\frac{b}{c}$ D) $\frac{2b}{c}$ E) $\frac{2c}{b}$

10. $\log 3 = a$ ve $\log 6 = b$ ise **log54** ün **a** ve **b** türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a}{b}$ B) $a + 2b$ C) $2a + 2b$
D) $2a + b$ E) $a + b$

KARMA TEST - 2

1. $\log_3 5 = m$ olduğuna göre, $\log_{125} 15$ in m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3m}{m+1}$ B) $\frac{m+3}{m}$ C) $\frac{m+2}{3m}$
 D) $\frac{m+1}{3m}$ E) $\frac{3m+1}{m}$

2. $\log_a 3 = \log_b \frac{1}{9}$ olduğuna göre, a ile b arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $a^2 \cdot b = 1$ B) $a \cdot b = \frac{1}{2}$ C) $a \cdot b^2 = 1$
 D) $a \cdot b = 2$ E) $2a + b = 0$

3. $a = \log_2 3$
 $b = \log_3 2$
 $c = \log_{\frac{1}{3}} 5$
 olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $c < a < b$ B) $c < b < a$ C) $a < b < c$
 D) $b < a < c$ E) $b < c < a$

4. $\log_2 3 = a$
 $\log_2 5 = b$
 olduğuna göre, $\log_8 60$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{a+b}{3}$ B) $\frac{a+b+1}{3}$ C) $\frac{a+b+2}{3}$
 D) $\frac{2a+b+1}{3}$ E) $\frac{a+2b+1}{3}$

5. $\log 8 = a$ ve $\log \sqrt{56} = b$ olduğuna göre, $\log 7$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2a - b + 1$ B) $2a + b$ C) $a + 2b$
 D) $2a - b$ E) $2b - a$

6. $\log 2 = m$ ve $\log 7 = n$ olduğuna göre, $\log 56$ nın m ve n türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3m + n$ B) $3m + 2n$ C) $2m + n$
 D) $2m + 3n$ E) $m + 3n$

7. $\log_{\frac{1}{2}} m = \log_{\sqrt[3]{2}} n$ olduğuna göre,

$\log_m (m^2 \cdot n^3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

8. $\log_{a+2} x = \log_x y$ ve $\log_y x = \log_x 5$ ise a kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

9. $\log_3 45 = a$ olduğuna göre, $\log_5 75$ in a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2a-1}{a-2}$ B) $\frac{2a-3}{a-2}$ C) $\frac{2a-4}{a-1}$
 D) $\frac{a-3}{a-2}$ E) $\frac{a-2}{a-1}$

10. $\frac{5}{\log_8 12} + \frac{5}{\log_{18} 12}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$ B) 5 C) $\frac{15}{2}$ D) 10 E) 15

KARMA TEST - 3

1. $\log_5 \frac{1}{a} = x$ olduğuna göre,

5^{2x+1} ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5a$ B) $5a^2$ C) $\frac{a^2}{5}$ D) $\frac{1}{5a^2}$ E) $\frac{5}{a^2}$

2. $\log_{\frac{1}{2}} 3 = m$ olduğuna göre, $\log_{\frac{1}{3}} 2$ nin m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) m^2 B) m C) $\frac{1}{m}$ D) $-m$ E) $-m^2$

3. $\log_b a = b^a$ ve $\log_b 3 = a$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 3 B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 1

4. $\log x = 3,4$ ve $\log y = 2,6$ olduğuna göre, $x \cdot y$ kaçtır?

A) 6 B) 10^2 C) 10^4 D) 10^6 E) 10^{12}

5. $\log_3 2 = a$, $\log_2 5! = b$ olduğuna göre, $\log_2 6!$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{a+ab}{b}$ B) $\frac{a+ab+1}{a}$ C) $\frac{ab+1}{a+b}$
D) $a + ab + 2$ E) $a + b + ab$

6. $\log_a b = \frac{2}{3}$ olduğuna göre,

$\log_{\sqrt{\frac{a}{b}}} (a \cdot b)$ kaçtır?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 5 E) 3

7. $\log_2 7 = a$ olduğuna göre,

$\log_{56} 49$ un a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a}{a+3}$ B) $\frac{2a}{a+1}$ C) $\frac{3a}{a+2}$
D) $\frac{a}{a+2}$ E) $\frac{2a}{a+3}$

8. $\log_{\frac{1}{x}} y + \log_y \sqrt{x} = 3 - \log_x y$

olduğuna göre, $\log_x y$ kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) 2 E) 3

9. $\log_{27} x + \log_9 x = \frac{5}{2}$

denkleminde x kaçtır?

A) 81 B) 27 C) 9 D) 3 E) $\frac{3}{2}$

10. $9^{\log_3 5} + 4^{\log_2 3}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 21 B) 26 C) 30 D) 34 E) 42

KARMA TEST - 4

1. $\log_2 \sqrt{3} = x$ olduğuna göre, 4^{2x+1} kaçtır?
A) 12 B) 16 C) 24 D) 36 E) 48
2. $\log 2 = a$, $\log 3 = b$, $\log 156 = c$ olduğuna göre, $\log 13$ ün a , b , c türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $c - 2a - b$ B) $c - a - b$ C) $c + 2a - b$
D) $c + a - 2b$ E) $2c - a - b$
3. $\log_2[\log_x(\log_2 16)] = 2$ denklemini sağlayan x kaçtır?
A) 4 B) 2 C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt[3]{2}$ E) $\sqrt[4]{2}$
4. $\frac{\log(6x-8)}{\log x} = 2$ denklemini sağlayan x reel sayı değerlerinin toplamı kaçtır?
A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12
5. $\log_4(a+2) = \frac{1}{\log_a 2}$ denkleminde a kaçtır?
A) 16 B) 8 C) 4 D) 2 E) $\sqrt{2}$

6. $f(x) = \log_2(x+1) - \log_2(1-x)$ ise $f^{-1}(1)$ kaçtır?
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{4}{3}$
7. $\log_3(2-x) < \log_3(4x+6)$ eşitsizliğinin çözüm kümesi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
A) $\left(-\frac{4}{5}, \infty\right)$ B) $\left(-\frac{3}{2}, \infty\right)$ C) $\left(-\frac{4}{5}, 2\right)$
D) $\left(-\frac{3}{2}, 2\right)$ E) $(-\infty, 2)$
8. $9^{\log_{\sqrt{3}} 5}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 5 B) 25 C) 75 D) 125 E) 625
9. $\log_8(x+8)^3 + \log_{\frac{1}{2}}(x-1) = 2$ denkleminde x kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 4 D) 8 E) 16
10. $\log 2 = 0,301$ olduğuna göre, 40^{10} sayısı kaç basamaklı bir tamsayıdır?
A) 11 B) 15 C) 16 D) 17 E) 22

KARMA TEST - 5

1. $\log_2(2^x + 3) = x + 1$
denkleminde x aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\log_2 3$ B) $2\log_2 3$ C) $\log_3 2$
D) $-\log_3 2$ E) $-\log_2 3$
2. $\log_3 190$ sayısının tam kısmı kaçtır?
A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2
3. $\log 3 = 0,477$ olduğuna göre, 3^{30} sayısı kaç basamaklıdır?
A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16
4. $\log_2(x - 3) \leq \log_3 27$
eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11
5. $f(x) = 4^{3x+3}$ olduğuna göre,
 $f^{-1}(32)$ kaçtır?
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{1}{6}$
6. $\log_3 x + \log_3(3y) = 2$ ve
 $\frac{\log_3 x \cdot \log_9(27x)}{y} = 2$
denkleminde $x + y$ kaçtır?
A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12
7. $\log_2(x^2 - 9) < 4$ eşitsizliğini sağlayan $x \in \mathbb{R}$ değerler kümesi için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?
A) $(-\infty, -5)$ B) $(5, \infty)$
C) $(-5, 5)$ D) $(-5, -3) \cup (3, 5)$
E) $(-3, 3)$
8. $f(x) = \sqrt{2 - \log_2(x + 1)}$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(-1, 1]$ B) $(-1, 2]$ C) $(-1, 3]$
D) $[3, \infty)$ E) $(-\infty, 3]$
9. $\log x = 3,5721$ olduğuna göre, $\text{colog} x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\bar{2},4279$ B) $\bar{3},4279$ C) $\bar{3},5721$
D) $\bar{2},5721$ E) $\bar{4},4279$
10. $\log 2 = 0,301$ olduğuna göre, $\log 25$ kaçtır?
A) 0,599 B) 1,398 C) $\bar{1},398$
D) $\bar{2},398$ E) 2,398

KARMA TEST - 6

1. $\log_3(36 - 3^x) = x - 1$ denkleminde x kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 3 E) 4
2. $\log_5 3 = x$ ve $\log_5 0,12 = y$ olduğuna göre, $x - y$ farkı kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
3. $\log_{2a} 4 \cdot \log_a 2 = 1$ denklemini sağlayan a değerlerinin toplamı kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 4 D) $\frac{9}{4}$ E) 5
4. $\log_a b = \frac{2}{3}$ olduğuna göre, $\frac{\ln a + \ln b}{\ln a - \ln b}$ oranı kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{7}{4}$
5. $\log_2 \frac{1}{3} = 3x - 2$ ve $\log_8 a = -2x + 1$ olduğuna göre, a kaçtır?
A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{27}{4}$ C) $\frac{9}{4}$ D) 3 E) $\frac{9}{2}$

6. $\log_2 3 = a$, $\log_3 35! = b$ olduğuna göre, $\log_3 36!$ sayısının a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{ab+2a+2}{a}$ B) $\frac{ab+2a}{b}$
C) $\frac{ab+2a+1}{b}$ D) $\frac{ab+2b+2}{a}$
E) $\frac{ab+2}{a}$

7. $f(x) = \ln x^3$ ve $g(x) = 3 \ln x + 5$ olduğuna göre, $(g \circ f^{-1})(3)$ değeri kaçtır?
A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 15

8. $\log_3(a+b) = \log_9 a + \log_9 b^2$ olduğuna göre, b 'nin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a}{\sqrt{a+1}}$ B) $\frac{a+1}{\sqrt{a}}$ C) $\frac{a}{\sqrt{a-1}}$
D) $\frac{\sqrt{a+1}}{a}$ E) $\frac{\sqrt{a-1}}{a}$

9. $a^{\log_2 5} + 5^{\log_2 a} = 250$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 4 E) 8

10. $f(x) = \log_3(x-4)$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3^x - 4$ B) $\frac{3^x}{4}$ C) $3^x + 2$
D) $3^x + 4$ E) $3^x - 2$

KARMA TEST - 7

1. $\log 2 = 0,301$ ve $\log 3 = 0,477$ olduğuna göre, 72^{10} sayısı kaç basamaklıdır?
A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

2. $\log x = 2,42$ olduğuna göre, $\log 0,000x$ sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\bar{2},42$ B) $\bar{2},58$ C) $\bar{1},58$
D) $\bar{1},42$ E) 0,42

3. $\log a = \bar{6},85$ olduğuna göre, $\log \sqrt[5]{a}$ nın değeri kaçtır?
A) $\bar{1},15$ B) $\bar{1},85$ C) $\bar{2},97$
D) $\bar{2},15$ E) $\bar{3},85$

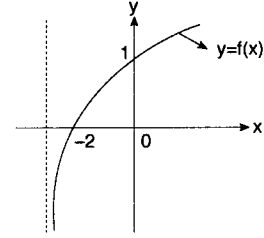
4. $\text{colog} x = 4,27$ olduğuna göre, $\log x$ in değeri kaçtır?
A) 3,73 B) 5,73 C) $\bar{3},73$
D) $\bar{4},27$ E) $\bar{5},73$

5. $\log_3 a = \bar{7},7$ ise $\log_{27} a$ nın değeri kaçtır?
A) $\bar{5},6$ B) $\bar{3},9$ C) $\bar{3},2$
D) $\bar{2},6$ E) $\bar{2},3$

6. $5^{x+1} + \frac{25}{5^x} = 126$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{-1, 2\}$ B) $\{2\}$ C) $\{-1, 1\}$
D) $\{1, 2\}$ E) $\{1, 3\}$

7. $e^x - \frac{6}{e^x} = 5$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{\ln 2\}$ B) $\{\ln 3\}$ C) $\{\ln 6\}$
D) $\{\ln 2, \ln 3\}$ E) $\{0, \ln 6\}$

8.



Yukarıdaki grafik $f(x) = \log_a(x+3)$ fonksiyonuna aittir. Buna göre, $f^{-1}(2)$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

9. $\text{colog} x = \bar{2},7184$ olduğuna göre x^{10} kaç basamaklı bir sayıdır?
A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

10. $\ln \sqrt{a} - 2 \ln \frac{\sqrt{a}}{b} + \ln(\sqrt{a} \cdot b)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\ln b$ B) $2 \ln b$ C) $3 \ln b$
D) $4 \ln b$ E) $6 \ln b$

KARMA TEST - 8

1. $x^{\log x} = 10^3 \cdot x^{\log 100}$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

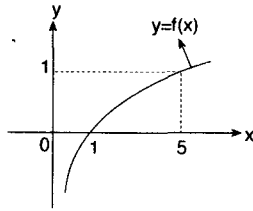
- A) 10 B) 10^2 C) 10^3 D) 10^4 E) 10^5

2. $2^{\log(x+1)^2} \cdot 3^{\log(x+1)} = 144$ denkleminde x kaçtır?

- A) 9 B) 19 C) 49 D) 99 E) 101

3. Yandaki grafik $y = f(x) = 2\log_a x$ fonksiyonuna aittir.

Buna göre, a kaçtır?



- A) $\frac{1}{5}$ B) $\sqrt{5}$ C) 5 D) 10 E) 25

4. $(\log x)^2 - \log x^2 - 8 = 0$

denkleminin kökleri çarpımı kaçtır?

- A) 10^4 B) 10^3 C) 10^2 D) 10 E) $\frac{1}{10}$

5. $\ln x = 6$ ve $\log_y x = 9$ olduğuna göre, $\ln y$ kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

6. $\log_3 a = \log_{\frac{1}{3}} b$

olduğuna göre, $\log(a.b)$ sayısı kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

7. $f(x) = \log_a(x+15)$ ve $f^{-1}(2) = 21$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. $f(x) = 3x^2 - 4x + x\log_a 8 - 2$ ve $f(-1) = \frac{7}{2}$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 3 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

9. $\log_3 x + 20\log_x 3 = 9$ denkleminin kökler toplamı kaçtır?

- A) 81 B) 243 C) 324
D) 364 E) 396

10. x tamsayı olmak üzere,

$$1 < \log_3(2x+1) < 2$$

eşitsizliğini sağlayan kaç x değeri vardır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

KARMA TEST - 9

1. $\log 2 = a$

$\log 3 = b$ ise $\log 60$ in a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a + b - 1$ B) $a \cdot b - 1$ C) $a + b + a \cdot b$
D) $a + b + 1$ E) $2 \cdot a \cdot b$

2. $\log_3 2 = a$ ise $\log_8 9$ un a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2a}{3}$ B) $\frac{3}{2a}$ C) $\frac{2}{3a}$ D) $\frac{3a}{2}$ E) $\frac{a}{3}$

3. $\log_{27} 125 \cdot \log_8 3 \cdot \log_5 \sqrt{2}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

4. $\log_3 4 = x$ olduğuna göre, $\log_4 144$ ifadesinin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2x}{x+1}$ B) $\frac{x+1}{x}$ C) $\frac{x+1}{2x}$
D) $\frac{2(x+1)}{x}$ E) $\frac{1}{2x+1}$

5. $3^5 = a$ olduğuna göre, $\log_a 27^9$ un eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 5,4 B) 5,2 C) 5
D) 4,8 E) 4

6. $\log 2 = a$, $\log 3 = b$ olduğuna göre, $\log_5 72$ nin a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3a+2b}{1-a}$ B) $\frac{2a+3b}{a}$ C) $\frac{2a+3b}{2-a}$
D) $\frac{3a+2b}{a}$ E) $\frac{2a+3b}{a-1}$

7. $\log_5 75 = x$ olduğuna göre, $\log_3 5$ ifadesinin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{x+2}$ B) $\frac{1}{x+2}$ C) $\frac{2}{x-2}$
D) $\frac{2}{x}$ E) $\frac{1}{x-2}$

8. $\log_9 3 - \log_8 16 + \log_5 25$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{7}{6}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{7}{3}$

9. $\log_5 [\log_3 (\log_2 x)] = 0$ olduğuna göre, $\log_4 x$ kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

10. $\log_8 [\log_2 (\log_3 3^{16})] = x$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 2 E) 3

KARMA TEST - 10

1. $\log_3 16 = a$ olduğuna göre,
 $\log_2 81$ in a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{a}{8}$ B) $\frac{a}{4}$ C) $\frac{4}{a}$ D) $\frac{8}{a}$ E) $\frac{16}{a}$
2. $\log_x y + \log_y x^3 = 20$ olduğuna göre,
 $\log_x y$ kaçtır?
A) 6 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
3. $\log_2 5 = a$ olduğuna göre,
 $\log_5 (0,08)$ in a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{a-2}{a}$ B) $\frac{1-2a}{a}$ C) $\frac{a+2}{a}$
D) $\frac{2-a}{a}$ E) $\frac{a-3}{a}$
4. $\log_3 2 = a$ olduğuna göre,
 $\log_{12} 9$ un değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{2}{1+a}$ B) $\frac{2}{2-a}$ C) $\frac{2}{1+2a}$
D) $\frac{1}{2a+2}$ E) $\frac{1}{a-2}$
5. $\log_2 (x+1) - \log_2 (x-1) = \log_4 8 + \log_9 3$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) $\frac{7}{6}$ B) $\frac{6}{7}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{6}{5}$

$$6. 2^{\frac{2}{\log_3 2}} + 3^{\frac{3}{\log_2 3}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 17 B) 13 C) 12 D) 6 E) 1
7. $\log 2 = a$, $\log 3 = b$, $\log 5 = c$ olduğuna göre,
 $\log \frac{\sqrt{150}}{12}$ nin a, b, c türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{2c-3b-a}{4}$ B) $\frac{2c-3a-b}{2}$
C) $\frac{c-b-a}{4}$ D) $\frac{a-b-3c}{2}$
E) $\frac{2c-2a-3b}{4}$
 8. $\log_4 b \cdot \log_{\sqrt{b}} a^2 \cdot \log_a 16$
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4
 9. $\log x = 2,3$ ve
 $\log y = 4,7$
olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?
A) 10^2 B) 10^3 C) 10^4
D) 10^6 E) 10^7
 10. $\log_a 81 = 8$ ve $\log_9 a = b$ olduğuna göre,
 $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?
A) $2\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

KARMA TEST - 11

1. $\log_2 3 = a$ ve $\log_5 2 = b$ olduğuna göre,
 $\log_4 15$ in a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{ab}{a-b}$ B) $\frac{ab+1}{2a}$ C) $\frac{ab-1}{2a}$
D) $\frac{ab}{2}$ E) $\frac{ab+1}{2b}$

2. $\log 16 + 3 \log \frac{1}{x} = \log x^2 - 3 \log x$
denkleminde x in değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) 4 E) 8

3. $\log_2 5 = x$ ve $\log_3 8 = y$ olmak üzere,
 $\log_4 120$ nin x ve y türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{xy+3y+1}{y}$ B) $\frac{xy+3y+3}{2y}$
C) $\frac{xy+2y+3}{3y}$ D) $\frac{xy+3}{y+2}$
E) $\frac{xy+2y}{2y-1}$

4. $\log 3 = a$, $\log 5 = b$ ve
 $5^x = 3^{x+4}$ olduğuna göre,
 x in a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{b-a}{2a}$ B) $\frac{a-b}{2}$ C) $\frac{4a}{b-a}$
D) $\frac{2a}{2b-a}$ E) $\frac{4a}{a+b}$

5. $\log_5 [\log_6 (\log_2 x)] = 0$ olduğuna göre,
 x aşağıdakilerden hangisidir?
A) 64 B) 50 C) 32 D) 25 E) 16

6. $\log_{\sqrt{5}} a^2 + \frac{1}{\log_{\sqrt{a}} 25} = \frac{17}{2}$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 125 B) 25 C) 5 D) $\sqrt{5}$ E) $\frac{1}{5}$

7. $\log_4 x - \log_{16} x = 1$
denkleminin kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 4 E) 16

8. $\frac{1}{\log_{12} 6} + \frac{1}{\log_{108} 6}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

9. $\log(x+2) = 2 + \log \frac{x}{4}$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{1}{24}$ D) $\frac{2}{49}$ E) $\frac{2}{99}$

10. $a = \log_{\sqrt{3}} 3$, $b = \log_{\frac{1}{3}} 9$, $c = \log_3 2$

sayıları için aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $b < a < c$ B) $a < b < c$ C) $b < c < a$
D) $a < c < b$ E) $c < a < b$

KARMA TEST - 12

1. $\frac{\log 2 + \log x}{\log 2 - \log x} = 2$

denkleminde x kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $2\sqrt{2}$
D) $\sqrt[3]{2}$ E) 1

2. $\log 3 = a$ olduğuna göre,
 $\log_3 0,09$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{a-2}{a-1}$ B) $\frac{2a-2}{a}$ C) $\frac{2a-1}{a}$
D) $\frac{a-3}{a}$ E) $\frac{a-2}{a}$

3. $\log_2(x+2) - \log_{\frac{1}{2}}(x-2) = 5$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $\ln[\log_4(\log_2(x-3))] = 0$ olduğuna göre,
x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 19 B) 22 C) 27 D) 29 E) 35

5. $x^{\ln x} = e$

denkleminin kökler toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $e-1$ B) $e-\frac{1}{e}$ C) e^2-1
D) e^2+1 E) $\frac{e^2+1}{e}$

6. $\log_3 35$ sayısı aşağıdaki aralıklardan hangisindedir?

- A) (2, 3) B) (3, 4) C) (4, 5)
D) (5, 6) E) (6, 7)

7. $5^{\log_{25} x} + (\sqrt{3})^{\log_3 x} - 8 = 0$

denkleminde x kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 16

8. $\log_a 2 = -2$

$\log_{\sqrt[4]{2}} a = b$

olduğuna göre, a . b çarpımı kaçtır?

- A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $-2\sqrt{2}$
D) $-\sqrt{2}$ E) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

9. $\log_7 2 + \log_7 a = -1$ olduğuna göre,
 a^{-1} in değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{14}$ B) $\frac{1}{7}$ C) 7 D) 14 E) 28

10. $\log_{\frac{1}{4}} [\log_{\frac{1}{16}} (\log_{16} x)] = \frac{1}{2}$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) 2 C) $\sqrt{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

KARMA TEST - 13

1. $\log_3 x + \log_3 y = 2$ ve

$\log_2 x \cdot \log_x \sqrt[3]{y} = \frac{1}{3}$ olduğuna göre,

x + y toplamı kaçtır?

- A) 2 B)
- $\frac{5}{2}$
- C)
- $\frac{9}{2}$
- D)
- $\frac{11}{2}$
- E)
- $\frac{13}{2}$

2. $\log_5(\log_2 256) = \log_{25} x$

denkleminde x kaçtır?

- A) 64 B) 49 C) 36 D) 9 E) 3

3. $\ln(x \cdot y) = 10$ ve $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = 4$ olduğuna göre,

x aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- e^2
- B)
- e^3
- C)
- e^5
- D)
- e^6
- E)
- e^7

4. $\log_2 3 = x$ olduğuna göre,

 $\log_{\sqrt{3}} 6$ nın x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $2x + 2$
- B)
- $x + 1$
- C)
- $2 + \frac{2}{x}$
-
- D)
- $1 + \frac{1}{x}$
- E)
- $2 + \frac{1}{x}$

5. $x^2 + 4x - \log_a a = 0$

denkleminin eşit iki reel kökü varsa a kaçtır?

- A)
- 3^{-8}
- B)
- 3^{-7}
- C)
- 3^{-6}
-
- D)
- 3^7
- E)
- 3^8

6. $\log_a (\log_{16} a^4) = \log_a 3$

eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

- A)
- $\sqrt{2}$
- B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

7. $\log(x + y) = \log x - \log y$ olduğuna göre,

 $2\ln y - \ln(1 - y)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\log x$
- B)
- $\ln x$
- C) x
-
- D)
- e^x
- E)
- 10^x

8. $\log_3 a = 4 - \log_3 b$ olduğuna göre,

a'nın b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\frac{4}{b}$
- B)
- $\frac{27}{b}$
- C)
- $\frac{81}{b}$
- D)
- $\frac{b}{27}$
- E)
- $\frac{b}{4}$

9. $\log_{18} 3 = A$ ve $\log_{27} 2 = B$ olduğuna göre,

B'nin A türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\frac{2A-1}{3A}$
- B)
- $\frac{1-2A}{3A}$
- C)
- $\frac{3A}{1-2A}$
-
- D)
- $\frac{1+2A}{3A}$
- E)
- $\frac{3A}{1+2A}$

10. $f(x) = \log_{(x-2)}(4 - \sqrt{x+1})$

fonksiyonunu tanımlı yapan en küçük x tam-sayı değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

KARMA TEST - 14

1. $\frac{1}{3} \log 27 + \frac{1}{2} \log 25 - \frac{4}{3} \log 8 = \log \left(\frac{45}{x} \right)$
eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?
A) 4 B) 12 C) 24 D) 36 E) 48

2. $\frac{125^{\log_5 x} \cdot e^{\ln 5}}{10^{\log 5}} = 343$
eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?
A) 1 B) 5 C) 7 D) 9 E) 10

3. $\ln e^2 + \log_3(x-2) = \log_{(x-2)} 27$
denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{55}{27}$ C) 3 D) 6 E) 9

4. $\log_a(x \cdot y) = 8$ olduğuna göre, $\log_{x \cdot y} \sqrt{a}$ ifadesinin sonucu kaçtır?
A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 2 D) 4 E) 6

5. $\log x + \log y = 15$ ve $\log_y x = 2$ ise $\log y$ 'nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $a, b \in \mathbb{R}$, $a \cdot b \neq 1$ ve $a = b^4$ olduğuna göre, $\frac{2\log a + \log b}{\log a - 2\log b}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{9}{2}$ E) 6

7. $(\log_3 27)^3 + \left(\log_{\frac{1}{3}} 27 \right)^3$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -9 B) -3 C) 0 D) 27 E) 54

8. $\log_{\frac{1}{25}} a = \log_{625} b^2$ olduğuna göre,

$a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{6}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{5}$
D) 1 E) 5

9. $\begin{cases} \log 2 = x \\ \log 7 = y \end{cases}$ olmak üzere,

$\log 2800$ ün x ve y cinsinden değeri kaçtır?

- A) $4xy + 2$ B) $x^2 + y + 2$ C) $2x^2y$
D) $4xy^2$ E) $2x + y + 2$

10. $\log_{27} 125 \cdot \log_{\sqrt[3]{5}} 7 \cdot \log_{49} 81$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 4 D) 6 E) 15

KARMA TEST - 15

1. $f(x) = \log_{(x+2)}(5-x)$ fonksiyonunu tanımlı yapan x tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

2. $\log 2 = x$ ise $\log_5 2$ 'nin x cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{x}{2}$ B) $\frac{x-1}{2}$ C) $\frac{x+1}{2x}$
D) $\frac{x}{x+1}$ E) $\frac{x}{1-x}$

3. $\log_5(\log_3(\log_2 \sqrt{x})) = 0$ olduğuna göre, x kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 8
D) 16 E) 64

4. $(\log_2 x)^2 - 8 = \log_2 x^2$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\left\{4, \frac{1}{2}\right\}$ B) $\left\{\frac{1}{4}, 16\right\}$ C) $\left\{\frac{1}{4}, 2\right\}$
D) $\{-2, 4\}$ E) $\left\{4, \frac{1}{16}\right\}$

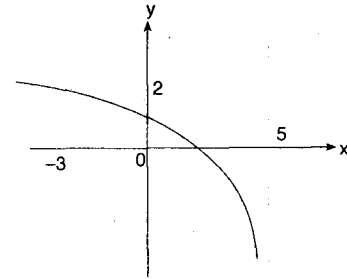
5. $\log 2 = 0,30103$ olduğuna göre, $\log \frac{1}{32}$ 'nin değeri kaçtır?
A) $\bar{2},19810$ B) $\bar{1},50515$ C) $\bar{3},27431$
D) $\bar{2},49485$ E) $\bar{1},48954$

6. $\log 3 = 0,47712$ olduğuna göre, 81^{24} sayısı kaç basamaklıdır?
A) 43 B) 44 C) 45 D) 46 E) 47

7. $f: A \xrightarrow[\text{örten}]{1-1} B$ fonksiyon olmak üzere, $f(x) = 2^{x+5}$ ise $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\log(32x)$ B) $\log_2\left(\frac{5}{x}\right)$
C) $\log\left(\frac{x}{5}\right)$ D) $\log_2(5x)$
E) $\log_2\left(\frac{x}{32}\right)$

8. $\log x = \bar{2},27236$ olduğuna göre, $\log \sqrt[3]{x}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\bar{1},57588$ B) $\bar{1},42412$ C) $1,43765$
D) $0,57858$ E) $\bar{2},41642$

9.



Şekildeki grafik $f(x) = \log_a(5-x)$ fonksiyonuna ait olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) 2 E) 3
10. $\text{colog} A = \bar{3},76541$ olduğuna göre, A^8 sayısı kaç basamaklıdır?
A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

KARMA TEST - 16

1. $a = \log_5 2$
 $b = \log_5 20$ ise a ve b arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $b - 2a = 1$ B) $b = 2a$
 C) $b - 2a = -1$ D) $2b - a = 1$
 E) $2b - 2a = 1$

2. $\log_6 2 = a$ ise $\log_{24} 3$ ün a türünden değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $\frac{1-a}{2a+1}$ B) $\frac{2a+1}{a+1}$ C) $\frac{1+a}{1-a}$
 D) $\frac{2a+1}{2a-1}$ E) $\frac{a-1}{2a-1}$

3. $x > 1$ için
 $x^{3\log_x a} = 6a^2 - 8a$ olduğuna göre,
 a 'nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?
 A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $\log_2 \left(\frac{x^2}{x^2 - 2} \right) = 1$
 denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $\left\{ \frac{1}{2}, 2 \right\}$ B) $\left\{ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\}$ C) $\{2, 4\}$
 D) $\left\{ \frac{1}{4}, 4 \right\}$ E) $\{-2, 2\}$

5. $\log 2 = x$, $\log 3 = y$ olduğuna göre,
 $\log_{12} 6$ nın x ve y türünden değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $\frac{x+y}{x+2y}$ B) $\frac{x-y}{x+2y}$ C) $\frac{x+y}{2x-y}$
 D) $\frac{2x+y}{x+y}$ E) $\frac{x+y}{2x+y}$

6. $\log_2 [\log_3 \sqrt{x}] = -1$ olduğuna göre,
 $\log_x (3x)$ kaçtır?
 A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $\sqrt{\frac{1}{\log_9 6} + \log_{16} 2 + \frac{1}{\log_4 6}}$
 işleminin sonucu kaçtır?
 A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

8. $x^{\log_3 x} = 81$
 denkleminin çözüm kümesinin elemanları çarpımı kaçtır?
 A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) 1
 D) $2\sqrt{2}$ E) 4

9. $4^{\log_2 5 - \log_4 25}$
 işleminin sonucu kaçtır?
 A) $\frac{1}{25}$ B) $\frac{1}{5}$ C) 1 D) 5 E) 25

10. $\log_3 2 = x$, $\log_6 9 = y$ ise
 x ile y arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $y = \frac{x-1}{x}$ B) $y = \frac{2}{x+1}$ C) $y = \frac{x-1}{2}$
 D) $y = \frac{x+1}{2}$ E) $y = \frac{x-2}{2}$

KARMA TEST - 17

1. $\log_2[\ln x] = \log_{\sqrt{2}} 27 \cdot \log_{27} \sqrt{5} \cdot \log_{25} 16$ ise
x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) e^6 B) e^4 C) e^2 D) e E) $\frac{1}{e}$

2. $\sqrt[3]{\frac{1}{\log_4 6} + \log_{\sqrt{2}} 8 + \frac{1}{\log_9 6}}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt[3]{2}$ B) $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$ C) 1
D) 2 E) 3

3. $\log_{\frac{1}{2}} \left[\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_{\frac{1}{2}} x \right) \right] = 0$

eşitliğini sağlayan x gerçel sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) 2 C) $\sqrt{2}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt[4]{2}}{2}$

4. $\left. \begin{array}{l} \log_2 3 = a \\ \log_5 2 = b \end{array} \right\} \text{ ise}$

$\log_{36}$ nın a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2b(1+a)}{1+b}$ B) $\frac{a(b+a)}{1+b}$ C) $\frac{ab+1}{1+a}$
D) $\frac{2b+a}{b+a}$ E) $\frac{2a+b}{1+b}$

5. $\log_4 \sqrt{a} = 0,25$ ve $\log_a (b+2) = 3$ ise
b kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $f(x) = \log_2(x-3) - \log_2(-x^2 + 16)$
fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-4, 2) \cup (3, 4)$
B) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
C) $(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$
D) $(-\infty, -4) \cup (3, 4)$
E) $(3, 4)$

7. $\frac{2 + \log 49}{\log 70}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\log_7 10$ C) 2
D) $\log 7$ E) 3

8. $\log_{(x-1)} x^2 = 2$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\left\{ \frac{1}{2} \right\}$ B) $\{2\}$ C) $\{4\}$
D) $\{8\}$ E) $\emptyset$

9. $\frac{(\sqrt{x})^{\log_5 x}}{\sqrt{x}} = 5$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{ \frac{1}{5}, 2 \right\}$ B) $\{1, 2\}$ C) $\{2, 25\}$
D) $\{1, 25\}$ E) $\left\{ \frac{1}{5}, 25 \right\}$

10. $2^x + 2^{3-x} = 9$

denkleminin çözüm kümesinin elemanları toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

KARMA TEST - 18

1. $\log_{(x-2)}(x-1) = \log_{(x-2)}(x^2 - 6x + 11)$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right\}$ B) $\left\{4, \frac{1}{3}\right\}$ C) $\left\{\frac{1}{4}\right\}$
D) $\{3, 4\}$ E) $\{4\}$

2. $2^{\log(2x-3)} > \frac{1}{2}$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(1, \infty)$ B) $\left(\frac{3}{2}, \infty\right)$ C) $\left(\frac{31}{20}, \infty\right)$
D) $\left(\frac{5}{8}, \infty\right)$ E) $(3, \infty)$

3. $\begin{cases} \log_3 4 = b \\ \log_2 3 = a \end{cases}$ ise $a \cdot b$ kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

4. $\log_2 a = 4$ olduğuna göre,
 $\frac{1}{\log_{\sqrt{a}} 4}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
D) 1 E) 2

5. $\log_{\sqrt{6}} x = \frac{8}{2 + \log_{\sqrt{2}} 3}$ olduğuna göre,

x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 4

6. $\log_4 \left[\log_2 \left[\log_{\sqrt{2}} x \right] \right] = 1$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) 8 B) 16 C) 64 D) 128 E) 256

7. $f(x) = \sqrt{1 + \log_2(x-1)}$

fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$ B) $(1, +\infty)$ C) $[1, +\infty)$
D) $\left[\frac{4}{3}, +\infty\right)$ E) $\left[\frac{5}{3}, +\infty\right)$

8. $\log_2 \left[\log_{\sqrt{2}} \left[\log_{\sqrt{2}}(x-1) \right] \right] = 2$

denkleminin kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2} + 1$ B) 2 C) 3
D) $4\sqrt{2}$ E) 4

9. $\begin{cases} 4^{\log_2 \sqrt{x}} + \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_9 \frac{1}{y^2}} = 7 \\ \log_{12} x + \log_{12} y = 1 \end{cases}$

denklemleri gerçekleyen (x, y) ikilileri için $x^2 + y^2$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

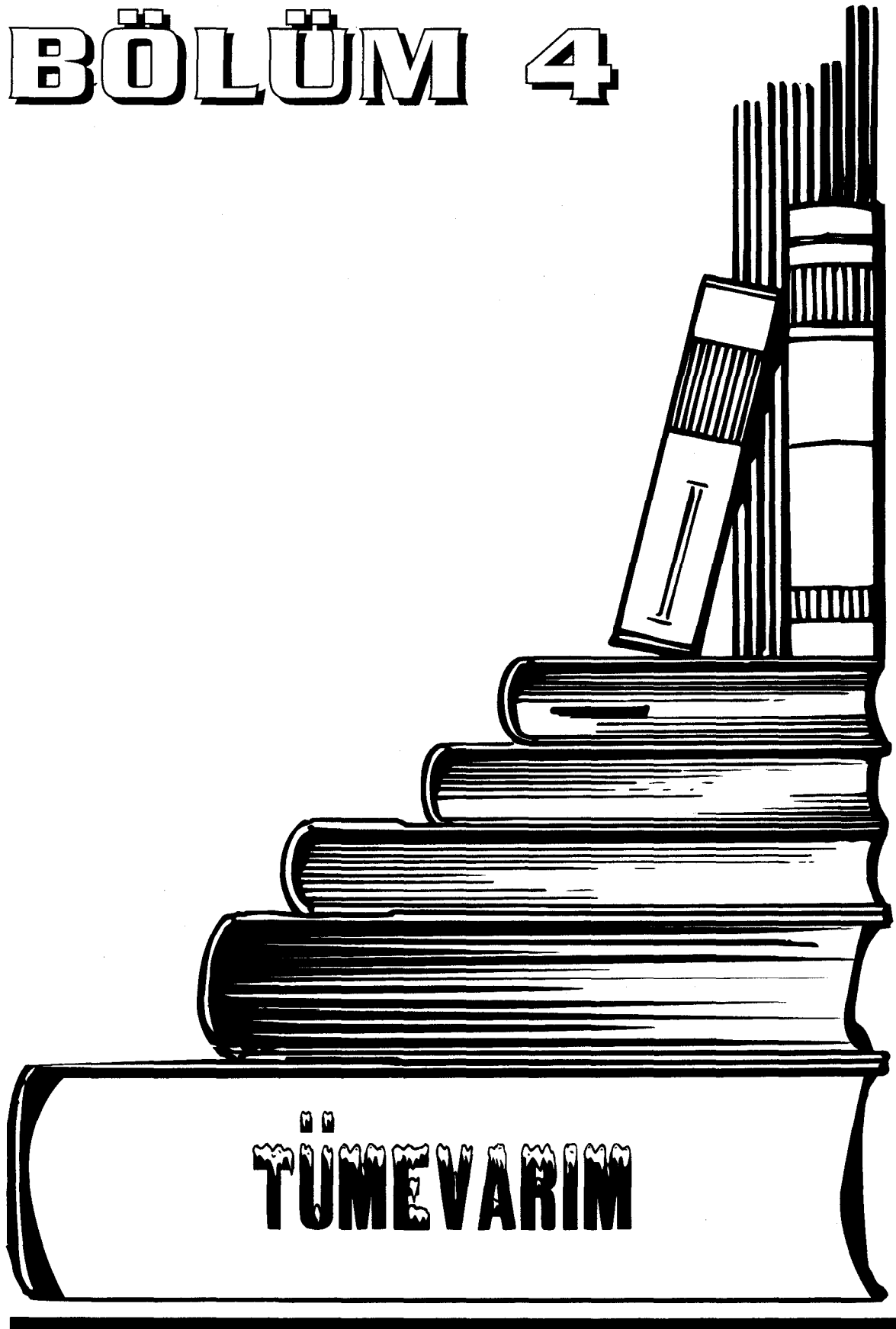
A) 24 B) 25 C) 30 D) 36 E) 48

10. $\log_2(x^2 - 3x) \leq 2$

eşitsizliğini gerçekleyen x tamsayılarının toplamı kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 1 E) 3

BÖLÜM 4



TÜMEVARIM**TOPLAM SEMBOLÜ (Σ)**

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ toplamını kısaca ifade etmek için, $\sum_{k=1}^n a_k$ toplam sembolü kullanılır.

$$1) \sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$2) \sum_{k=1}^n 2k = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

$$3) \sum_{k=1}^n (2k-1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

$$4) \sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$$

$$5) \sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

$$6) \sum_{k=1}^n k \cdot (k+1) = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n+1) = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}{3}$$

$$7) \sum_{k=1}^n k \cdot (k+1) \cdot (k+2) = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n \cdot (n+1) \cdot (n+2) = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (n+2) \cdot (n+3)}{4}$$

$$8) \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

$$9) \sum_{k=1}^n r^{k-1} = 1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r} \quad (r \neq 1)$$

$$10) \sum_{k=1}^n k \cdot k! = 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$$

Toplam sembolü ile ilgili özellikler:

$$1) \sum_{k=1}^n c = n \cdot c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$2) \sum_{k=1}^n a_k \cdot c = c \cdot \sum_{k=1}^n a_k, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$3) \sum_{k=1}^n (a_k \pm b_k) = \sum_{k=1}^n a_k \pm \sum_{k=1}^n b_k$$

$$4) \sum_{k=m+1}^n a_k = \sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^m a_k, \quad (1 < m < n)$$

$$5) \sum_{k=m}^n a_k = \sum_{k=m-r}^{n-r} a_{k+r} = \sum_{k=m+r}^{n+r} a_{k-r}, \quad (m, r \in \mathbb{Z})$$

$$6) \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m a_{ij} \right) = \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} \right)$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=1}^7 (3k^2 + 2k + 1) \text{ toplamını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\sum_{k=1}^7 3k^2 + \sum_{k=1}^7 2k + \sum_{k=1}^7 1 = 3 \cdot \sum_{k=1}^7 k^2 + 2 \sum_{k=1}^7 k + \sum_{k=1}^7 1 = 3 \cdot \left(\frac{7 \cdot 8 \cdot 15}{6} \right) + 2 \cdot \left(\frac{7 \cdot 8}{2} \right) + 7 \cdot 1 = 420 + 56 + 7 = 483$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=-3}^{100} \frac{1}{(k+4)(k+5)} \text{ toplamını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\sum_{k=-3+4}^{100+4} \frac{1}{(k-4+4)(k-4+5)} = \sum_{k=1}^{104} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{104}{105}$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=3}^{10} 2^k \text{ toplamını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\sum_{k=3}^{10} 2^k = 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{10} = 2^3 (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^7) = 8 \cdot \frac{1-2^8}{1-2} = 8 \cdot \frac{1-256}{-1} = 8 \cdot 255 = 2040$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=3}^a (3k-1) = 180 \text{ ise } a \text{ değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \sum_{k=3}^a (3k-1) &= \sum_{k=1}^a (3k-1) - \sum_{k=1}^2 (3k-1) = 180 \Rightarrow \frac{3a(a+1)}{2} - a - \left[\frac{3 \cdot 2 \cdot 3}{2} - 2 \right] = 180 \Rightarrow \frac{3(a^2 + a) - 2a}{2} - 7 = 180 \\ &\Rightarrow 3a^2 + a - 14 = 360 \Rightarrow 3a^2 + a = 374 \Rightarrow a = 11 \end{aligned}$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=-3}^4 (k^3 - k) \text{ toplamını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\sum_{k=-3}^4 (k^3 - k) = \sum_{k=-3}^3 (k^3 - k) + 4^3 - 4 \Rightarrow 0 + 60 = 60$$

TEST - 1

1. $\sum_{k=1}^4 2$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

2. $\sum_{k=1}^n 5 = 45$ olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

3. $\sum_{k=1}^7 m = 84$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

4. $\sum_{k=1}^6 k$ toplamı kaçtır?

- A) 21 B) 24 C) 36 D) 42 E) 45

5. $\sum_{i=1}^{10} 2i$ toplamı kaçtır?

- A) 55 B) 65 C) 80 D) 90 E) 110

6. $\sum_{i=1}^{30} \left(\frac{2i}{5} + \frac{1}{6} \right)$ toplamı kaçtır?

- A) 180 B) 187 C) 191 D) 201 E) 335

7. $\sum_{p=1}^{11} (3p^2 + 2)$ toplamı kaçtır?

- A) 200 B) 220 C) 1529
D) 1540 E) 1650

8. $\sum_{m=1}^{10n} \frac{2}{5n}$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

9. $\sum_{k=1}^{10} (k^2 - 3k - 4)$ toplamı kaçtır?

- A) 150 B) 180 C) 205 D) 245 E) 385

10. $\sum_{x=1}^{12} x(x-1)$ toplamı kaçtır?

- A) 524 B) 536 C) 548
D) 560 E) 572

TEST - 2

1. $\sum_{k=1}^a k = 66$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^5 a$ toplamı kaçtır?

- A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 65

2. $\sum_{k=1}^5 (nk + 1) = 35$ olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\sum_{k=1}^{10} (k^3 - 121)$ toplamı kaçtır?

- A) 1815 B) 1785 C) 1517
D) 1215 E) 605

4. $\sum_{k=1}^5 2^{k+1}$ toplamı kaçtır?

- A) 116 B) 120 C) 124 D) 128 E) 132

5. $\sum_{k=3}^{13} k$ toplamı kaçtır?

- A) 78 B) 88 C) 91 D) 95 E) 99

6. $\sum_{k=-2}^8 (7k - 1)$ toplamı kaçtır?

- A) 140 B) 160 C) 180 D) 200 E) 220

7. $\sum_{k=0}^9 [(k+1)^2 - 3]$ toplamı kaçtır?

- A) 320 B) 335 C) 340 D) 355 E) 360

8. $\sum_{k=1}^5 \sum_{i=1}^4 (2k + i - 3)$ toplamı kaçtır?

- A) 110 B) 120 C) 125 D) 130 E) 220

9. $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^6 (i - j^2 + 1)$ toplamı kaçtır?

- A) 291 B) 219 C) -119 D) -199 E) -219

10. $\sum_{k=3}^7 \sum_{i=1}^4 (k - i + 11)$ toplamı kaçtır?

- A) 180 B) 225 C) 265 D) 270 E) 295

TEST - 3

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 + x - 1$ fonksiyonu tanımlanıyor.

$\sum_{k=-1}^2 f(k)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) 7 C) 10 D) 11 E) 13

2. $\sum_{k=4}^{23} \log_5 \left(\frac{k+2}{k+1} \right)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. İlk 15 tane tek doğal sayının toplamı kaçtır?

- A) 169 B) 196 C) 225
D) 256 E) 289

4. 13 ile 61 arasındaki tek doğal sayıların toplamını gösteren ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sum_{k=13}^{61} (2k-1)$ B) $\sum_{k=15}^{59} (2k-1)$ C) $\sum_{k=7}^{31} (2k-1)$
D) $\sum_{k=8}^{30} (2k-1)$ E) $\sum_{k=1}^{24} (2k+13)$

5. -14'ten 14'e kadar olan çift sayıların toplamını gösteren ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sum_{k=1}^{15} 2k$ B) $\sum_{k=1}^{15} (2k-16)$ C) $\sum_{k=1}^{13} (2k-14)$
D) $\sum_{k=-7}^7 2k-1$ E) $\sum_{k=-14}^{14} 2k$

6. -12 ile 75 arasındaki 5 ile bölünebilen sayıların toplamını gösteren ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sum_{k=-1}^{14} 5k$ B) $\sum_{k=-1}^{15} 5k$ C) $\sum_{k=-2}^{15} 5k$
D) $\sum_{k=-2}^{14} 5k$ E) $\sum_{k=1}^{17} 5k-3$

7. $\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{k^2+5k+6}$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) $\frac{2}{15}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{7}{15}$ E) $\frac{11}{15}$

8. $\sum_{k=-1}^{10} (3-m.k) - 144 = 0$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $x^2 - x - 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $f(x) = 2x + 1$, olduğuna göre,

$\sum_{i=1}^2 x_i \cdot f(x_i)$ toplamı kaçtır?

- A) 32 B) 27 C) 21 D) 16 E) 15

10. $\sum_{i=1}^3 \left[\sum_{j=2}^5 (i^2 \cdot j - 2i) \right]$ toplamı kaçtır?

- A) 48 B) 96 C) 120 D) 132 E) 148

TEST - 4

1. $\sum_{i=1}^{99} [f(i-1) - f(i)]$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(0) - f(99)$ B) $f(0) - f(98)$
 C) $f(1) - f(99)$ D) $f(1) - f(98)$
 E) $f(1) - f(100)$

2. $1.1 + 2.3 + 3.5 + 4.7 + 5.9 + \dots + 10.19$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 670 B) 695 C) 715
 D) 730 E) 765

3. $\frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \dots + \frac{1}{19.20}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{3}{20}$ B) $\frac{7}{20}$ C) $\frac{13}{20}$ D) $\frac{17}{20}$ E) $\frac{19}{20}$

4. $\sum_{k=1}^{99} \frac{k}{(k+1)!}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 - \frac{1}{99!}$ B) $1 - \frac{1}{100!}$ C) $1 + \frac{1}{99!}$
 D) $1 + \frac{1}{100!}$ E) $1 - \frac{1}{10!}$

5. $\sum_{k=3}^7 (k^3 - k + 1)$ toplamının sonucu kaçtır?

A) 497 B) 555 C) 662
 D) 755 E) 1207

6. $\sum_{k=1}^n m + \sum_{k=1}^n 3m + \sum_{k=1}^n 5m + \dots + \sum_{k=1}^n 25m = 845m$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 10

7. $\sum_{k=-5}^7 k^3 + \sum_{k=-7}^6 k^3$ toplamı kaçtır?

A) 216 B) 238 C) 283
 D) 300 E) 343

8. $2^2 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{2n} = 340$ olduğuna göre, n kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. $S_1 = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 10.11$ ve $S_2 = 1.2.3 + 2.3.4 + \dots + 9.10.11$ olduğuna göre, $S_2 - S_1$ farkı kaçtır?

A) 2030 B) 2130 C) 2330
 D) 2500 E) 2530

10. $\sum_{k=0}^{199} k!$ toplamının 30 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 19 B) 13 C) 9 D) 4 E) 0



1. $\sum_{k=-13}^{13} (k^5 - 1)$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) -27 B) -26 C) -25 D) -24 E) -23

2. $\sum_{x=1}^n (xy + 2) = n - 2$, $\sum_{x=1}^n (xz - 1) = n + 1$ ve $\sum_{x=1}^n x(y + z) = 4$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

3. $A = \sum_{r=4}^{99} \left(\frac{1}{r-1} \right)$ ve $B = \sum_{r=5}^{98} \left(\frac{1}{r} \right)$ olduğuna göre,

$A - B$ farkı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{12}$ B) $-\frac{7}{12}$ C) $\frac{1}{12}$
D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{7}{12}$

4. $\sum_{r=2k+3}^{4k} (r-1)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(k-1)(6k+1)$ B) $k(6k+1)$
C) $(k-1)(4k+1)$ D) $(k+1)(5k+1)$
E) $(k+1)(3k+1)$

5. 3 ile bölündüğünde 2 kalanını veren iki basamaklı doğal sayıların toplamı A, 5 ile bölündüğünde 1 kalanını veren iki basamaklı doğal sayıların toplamı B olduğuna göre, $A - B$ farkı kaçtır?

- A) 408 B) 480 C) 592
D) 672 E) 712

6. $f(x) = \sum_{k=1}^x k$ ve $g(x) = \sum_{k=1}^x k^2$ olduğuna göre,

$(f \circ g)(2)$ kaçtır?

- A) 10 B) 15 C) 21 D) 28 E) 36

7. $\sum_{p=1}^{20} [(-1)^p \cdot (4p)]$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -44 B) -40 C) 36 D) 40 E) 44

8. $x\Delta y = \sum_{k=1}^x (k^2 - 1) + \sum_{k=1}^y \frac{1}{k(k+1)}$ olduğuna göre, $2\Delta 3$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{11}{4}$ B) $\frac{13}{4}$ C) $\frac{15}{4}$ D) $\frac{19}{4}$ E) $\frac{21}{4}$

9. $A = \sum_{k=0^\circ}^{90^\circ} \cos^2 k$ ve $B = \sum_{k=1^\circ}^{89^\circ} \sin^2 k$ olduğuna göre,

$A + B$ toplamı kaçtır?

- A) 88 B) 89 C) 90 D) 91 E) 92

10. $\sum_{k=1}^{100} \ln k + \sum_{k=1}^{100} \ln \frac{1}{k}$ toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

ÇARPIM SEMBOLÜ ($\prod$)

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n$ çarpımını kısaca ifade etmek için, $\prod_{k=1}^n a_k$ çarpım sembolü kullanılır.

Çarpım sembolü ile ilgili özellikler:

$$1) \quad \prod_{k=1}^n c = c^n$$

$$2) \quad \prod_{k=1}^n c \cdot a_k = c^n \cdot \left(\prod_{k=1}^n a_k \right)$$

$$3) \quad \prod_{k=1}^n (a_k \cdot b_k) = \left(\prod_{k=1}^n a_k \right) \cdot \left(\prod_{k=1}^n b_k \right)$$

$$4) \quad \prod_{k=1}^n a_k = \left(\prod_{k=1}^m a_k \right) \cdot \left(\prod_{k=m+1}^n a_k \right), \quad (1 < m < n)$$

$$5) \quad \prod_{k=1}^n k = n!$$

$$6) \quad \prod_{k=1}^n c^{a_k} = c^{\sum_{k=1}^n a_k}, \quad (c \in \mathbb{R})$$

$$7) \quad \prod_{k=1}^n \left(\frac{a_k}{b_k} \right) = \frac{\prod_{k=1}^n a_k}{\prod_{k=1}^n b_k}, \quad (b_k \neq 0)$$

$$8) \quad \prod_{k=m}^n a_k = \prod_{k=m-r}^{n-r} a_{k+r} = \prod_{k=m+r}^{n+r} a_{k-r} \quad (m, r \in \mathbb{Z})$$

ÖRNEK

$$\prod_{k=1}^{12} (2k) \text{ çarpımını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\prod_{k=1}^{12} (2k) = \prod_{k=1}^{12} 2 \cdot \prod_{k=1}^{12} k = 2^{12} \cdot 12!$$

ÖRNEK

$$\prod_{k=1}^{14} \left(\left[\log_{(k-1)} (k+2) \right] \cdot 2^k \right) \text{ çarpımının sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\prod_{k=1}^{14} ([\log_{(k+1)}(k+2)] \cdot 2^k) = \prod_{k=1}^{14} (\log_{(k+1)}(k+2)) \cdot \prod_{k=1}^{14} 2^k = (\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \dots \cdot \log_{15} 16) \left(2^{\frac{14 \cdot 15}{2}} \right)$$

$$= [\log_2 16] 2^{105} = 2^2 \cdot 2^{105} = 2^{107}$$

ÖRNEK

$$7. \prod_{n=2}^7 \frac{(n-1)^2}{n} = \prod_{k=-2}^3 [(k+3)m] \quad \text{ise } (m^6 - 1) \text{ in değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$7. \frac{\prod_{n=2}^7 (n-1)^2}{\prod_{n=2}^7 n} = \prod_{k=-2+3}^{3+3} [(k-3+3) \cdot m] \Rightarrow \frac{7 \cdot 1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot \dots \cdot 6^2}{2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 6 \cdot 7} = \prod_{k=1}^6 m \cdot \prod_{k=1}^6 k$$

$$\Rightarrow \frac{7 \cdot (6!) \cdot (6!)}{6! \cdot 7} = m^6 \cdot 6! \Rightarrow 6! = m^6 \cdot 6! \Rightarrow 1 = m^6 \Rightarrow m^6 - 1 = 0$$

ÖRNEK

$$\sum_{i=1}^5 \prod_{j=2}^4 \left(\frac{i \cdot j}{2} \right) \text{ işleminin sonucunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\sum_{i=1}^5 \left(\frac{2i}{2} \cdot \frac{3i}{2} \cdot \frac{4i}{2} \right) = \sum_{i=1}^5 3i^3 = 3 \cdot \left(\frac{5 \cdot 6}{2} \right)^2 = 3 \cdot 225 = 675$$

ÖRNEK

$$\sum_{m=1}^2 x_m = 11, \prod_{k=1}^2 x_k = 5 \quad \text{ise } \sum_{k=1}^2 x_k^2 \text{ değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\sum_{m=1}^2 x_m = x_1 + x_2 = 11 \text{ ve } \prod_{k=1}^2 x_k = x_1 \cdot x_2 = 5 \Rightarrow \sum_{k=1}^2 x_k^2 = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 \Rightarrow (11)^2 - 2 \cdot 5 = 121 - 10 = 111$$

TEST - 6

1. $\prod_{r=1}^5 2$ çarpımı kaçtır?

- A) 8 B) 16 C) 25 D) 32 E) 64

2. $\prod_{r=1}^4 r$ çarpımı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 24 D) 72 E) 120

3. $\prod_{k=5}^{25} (k-5)$ çarpımı kaçtır?

- A) 25! B) 24! C) 20! D) 15! E) 0

4. $\prod_{k=1}^4 2^k$ çarpımı kaçtır?

- A) 2^{12} B) 2^{10} C) $10!$ D) $8!$ E) 24

5. $\prod_{k=1}^x 9^k = 27^{10}$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. $\prod_{k=1}^{10} \left(1 + \frac{1}{k}\right)$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

7. $\prod_{k=-1000}^{1000} (k^2 - k - 132)$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) -132 B) -100 C) -1 D) 0 E) 1

8. $\prod_{k=11}^{19} \prod_{n=-2}^{210} (n^2 - 196)$

çarpımının değeri kaçtır?

- A) -3802 B) -2217 C) 0
D) 2196 E) 3516

9. $f(x) = (a-2)x^2 + (b-1)x + 5$ sabit fonksiyonu

için, $\prod_{x=1}^{10} [x \cdot f(x)]$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) $11! 5^{11}$ B) $11! 5^{10}$ C) $10! 5^9$
D) $10! 5^{10}$ E) $10! 5^{11}$

10. $\prod_{n=1}^4 n \cdot \prod_{n=5}^9 2n$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) $9! 32$ B) $9! 64$ C) $4! + 5! \cdot 32$
D) $8! 32$ E) $8! \cdot 64$



1. $\prod_{k=1}^x \frac{k}{k+1} = \frac{1}{21}$ olduğuna göre, **x kaçtır?**
- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23
2. $\prod_{r=-1}^5 (2^{r+1})$ ifadesinin eşiti kaçtır?
- A) 2^{21} B) 2^{20} C) 2^{19} D) 2^{18} E) 2^{17}
3. $\prod_{k=1}^{14} [\log_{(k+1)}(k+2)]$ işleminin sonucu kaçtır?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
4. $\prod_{k=1}^{50} \left(2 + \frac{2}{k}\right)$ çarpımının sonucu kaçtır?
- A) 50.2^{50} B) 51.2^{50} C) 50.2^{51}
D) 51.2^{51} E) 49.2^{50}
5. $\prod_{k=2}^{11} \left(1 + \frac{2k+1}{k^2}\right)$ çarpımının sonucu kaçtır?
- A) 16 B) 25 C) 36 D) 49 E) 64

6. $\prod_{n=4}^9 \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{9}{10}$ B) $\frac{8}{9}$ C) $\frac{7}{8}$ D) $\frac{6}{7}$ E) $\frac{5}{6}$

7. $\prod_{k=3}^x \left(1 - \frac{1}{k}\right)^2 = \frac{1}{36}$ olduğuna göre, **x kaçtır?**
- A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

8. $\prod_{\alpha=3^\circ}^{87^\circ} \tan \alpha$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $+\infty$ B) 1 C) 0 D) -1 E) $-\infty$

9. $\ln \left[\prod_{k=1}^5 e^k \right]$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 1 B) 5 C) 10 D) 15 E) 25

10. $\prod_{k=1}^3 (\log_2 \sqrt[k]{2})$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{24}$



1. $A = \prod_{k=1}^5 (2^{k+2})$ olduğuna göre, $\sum_{k=-2}^5 \sqrt[5]{A}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) 512 B) 256 C) 128
D) 64 E) 32

2. $\prod_{k=1}^3 \sum_{r=1}^2 (r.k)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 9 B) 16 C) 27 D) 81 E) 162

3. $N^+ \rightarrow R$ 'ye tanımlı f ve g fonksiyonları için,
 $f(x) = \sum_{k=1}^x k^2$ ve $g(x) = \prod_{k=1}^x k$ olduğuna göre,
(fog)(3) fonksiyonunun değeri kaçtır?

A) 84 B) 91 C) 98 D) 105 E) 112

4. $\prod_{p=0}^2 \left[\sum_{k=-1}^2 (k-p-3) \right]$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -2720 B) -2620 C) -2520
D) -2420 E) -2220

5. $\sum_{n=1}^5 \left[\prod_{m=1}^3 \frac{m.n}{3} \right]$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 60 B) 50 C) 45 D) 40 E) 35

6. $\prod_{m=1}^x \sum_{n=1}^m \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{189}$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 186 B) 187 C) 188
D) 189 E) 190

7. $\prod_{n=1}^m \prod_{n=1}^m m$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(m)^m$ B) $(m)^{m^2}$ C) $(m)^{m^3}$
D) $(m)^2$ E) m^{2m}

8. $\sum_{n=-1}^5 \prod_{k=-2}^4 7 = 7^m$ olduğuna göre, m kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

9. $x^2 - 2x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre, $\prod_{n=-1}^1 \sum_{k=1}^2 x_k^2$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 125 B) 144 C) 169 D) 196 E) 216

10. $x^2 - x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre, $\prod_{k=1}^2 x_k + \sum_{k=1}^2 x_k$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) -2 E) -1

TEST - 9

1. $2^{\prod_{k=0}^{180} \cos k^\circ}$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16
2. $\prod_{k=1}^5 \sum_{x=1}^{99} \log\left(\frac{x}{x+1}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) -34 B) -32 C) -30 D) 32 E) 34
3. $\sum_{k=1}^n k^2 = \sum_{k=1}^n (k+5)$ eşitliğini sağlayan n değeri kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7
4. $a^{\sum_{k=1}^7 k} = 2^{14}$ eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?
A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) 4 D) 8 E) 16
5. $\sum_{k=1}^2 x_k^2 = 40$ ve $\prod_{k=1}^2 x_k = -2$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^2 x_k$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?
A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

6. $63m \cdot \prod_{k=1}^4 (k!) = \left(\sum_{k=1}^4 k\right)!$ olduğuna göre, m kaçtır?
A) 170 B) 180 C) 200
D) 220 E) 240
7. $\sum_{k=1}^9 \frac{k}{3} = \frac{1}{8} \cdot \prod_{k=1}^n k$ eşitliğine göre, n kaçtır?
A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4
8. $x^2 - (4m-1)x + n^2 - 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere, $\sum_{i=1}^2 x_i = 11$ ve $\prod_{i=1}^2 x_i = 4$ ise $m + n$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?
A) 0 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7
9. $\frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 \prod_{k=0}^2 \sum_{k=1}^3 (k-1) = 3^x$ olduğuna göre, x kaçtır?
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3
10. $\sum_{k=1}^5 \sum_{n=1}^k [2n] = m \cdot \prod_{n=2}^{127} [\log_n(n+1)]$ eşitliğinin sağlanabilmesi için m kaç olmalıdır?
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

KARMA TEST - 1

1. $\sum_{p=1}^6 p + \sum_{k=0}^6 k$ toplamı kaçtır?

- A) 41 B) 42 C) 43 D) 44 E) 45

2. $\sum_{k=0}^6 (x + k) = 49$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

3. $\sum_{k=1}^n (5k + 3) - \sum_{p=1}^n (5p - 1) = 40$ olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

4. $\sum_{k=0}^7 k - 3$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 7 B) 18 C) 23 D) 24 E) 25

5. $\sum_{k=-2}^5 (3k + a) = 124$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

6. $\sum_{k=4}^{a-1} (2k - 4) = 40$ olduğuna göre, a doğal sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

7. $\sum_{m=1}^4 \left[\sum_{n=1}^3 (m + n) \right]$ toplamı kaçtır?

- A) 34 B) 38 C) 42 D) 54 E) 56

8. $\sum_{k=-1}^{n+1} (2k + 3) = 121$ olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

9. $\sum_{a=1}^3 \sum_{b=2}^4 (3b - 2a)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 45 B) 54 C) 60 D) 66 E) 72

10. $\sum_{k=1}^y x = 14$ olduğuna göre, $\sum_{k=0}^5 x \cdot y$ kaçtır?

- A) 0 B) 56 C) 64 D) 70 E) 84

KARMA TEST - 2

1. $\sum_{k=1}^6 k = a$ ve $\sum_{k=7}^{16} k = b$ olduğuna göre,
 $\sum_{k=1}^{16} k$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a + b$ B) $a + b + 10$ C) $a + b - 10$
 D) $a + b - 9$ E) $a + b + 9$

2. $\sum_{k=-3}^5 (k^2 + 8k)$ toplamının değeri kaçtır?

A) 108 B) 121 C) 136 D) 141 E) 156

3. $\sum_{k=-3}^4 (3 - 4k)$ toplamının değeri kaçtır?

A) 39 B) 31 C) 25 D) 17 E) 8

4. $\sum_{m=-3}^4 (4m - a + 1) = 8$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

5. $\sum_{m=1}^5 \sum_{n=1}^3 \sum_{r=1}^n 2$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 84 B) 72 C) 60 D) 54 E) 48

6. $\sum_{k=-2}^x (2k + 3) = ax^2 + bx + c$ olduğuna göre,

$a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 12

7. $\sum_{m=-1}^2 \sum_{n=1}^3 \sum_{k=1}^2 (mnk)$

toplamının değeri kaçtır?

A) 0 B) 9 C) 18 D) 32 E) 36

8. $\sum_{k=2}^x (2k - x) = 16$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

9. $\sum_{k=-3}^{x+2} x \leq x + 6$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

10. $\sum_{k=-4}^4 (k^3 + k - a) = 36$ olduğuna göre,

a kaçtır?

A) -6 B) -5 C) -4 D) 2 E) 3

KARMA TEST - 3

1. $k \in \mathbb{Z}^+$ için $a_k = (k! + k^2)$ olduğuna göre,

$$\sum_{k=1}^4 a_k \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

- A) 86 B) 73 C) 63 D) 61 E) 56

2. $\sum_{k=4}^n (k-4) = 15$ olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. $f: \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{N}^+$ fonksiyonu için,

$$f(x) = \prod_{k=1}^x (k+1) \text{ olduğuna göre,}$$

$(f \circ f)(2)$ kaçtır?

- A) 6! B) 7! C) 8! D) 9! E) 10!

4. $f(x) = 2x + 1$ $x_1 = -3$, $x_2 = -1$ ve $x_3 = 2$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^3 k \cdot f(x_k + 1)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 20 B) 18 C) 17 D) 16 E) 14

5. $\prod_{k=3}^{29} \left(1 + \frac{1}{k}\right)$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 6

6. $\sum_{k=3}^{12} 2^k$ toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^{13} - 8$ B) $2^{12} - 1$ C) $2^{14} - 4$
D) $2^{12} - 8$ E) $2^{13} - 4$

7. $\sum_{k=3}^5 \left[\prod_{a=1}^2 (k+a) \right]$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 98 B) 94 C) 92 D) 86 E) 80

8. $\sum_{k=10}^{24} \frac{1}{k(k+1)}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{2}{27}$ D) $\frac{1}{25}$ E) $\frac{3}{50}$

9. $3 + 8 + 13 + \dots + 88$ aritmetik dizisinin toplamı kaçtır?

- A) 809 B) 819 C) 833
D) 855 E) 867

10. $S_n = \sum_{k=1}^n k!$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^4 S_k$ kaçtır?

- A) 24 B) 36 C) 45 D) 46 E) 52

KARMA TEST - 4

1. $\sum_{k=1}^{15} k = a$, $\sum_{k=15}^{50} k = b$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^{50} k$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a + b$ B) $a - b$ C) $a + b + 15$
D) $a + b - 15$ E) $a + b - 20$

2. $\log_2 15 = a$ olduğuna göre,
 $\sum_{k=3}^{15} \log_2 \left(1 + \frac{1}{k-1}\right)$ toplamının a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) a B) $a - 1$ C) $2a + 1$
D) $3a - 1$ E) $3a$

3. $1.4 + 2.5 + 3.6 + \dots + 11.14$ toplamının değeri kaçtır?

A) 502 B) 659 C) 704
D) 803 E) 896

4. $\prod_{k=2}^{n+2} 4^{k+1} = 4^{25}$ eşitliğini sağlayan n sayısı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. $f(x) = \sum_{n=1}^x (2n+1)$ ve $g(x) = \sum_{n=1}^x (n^2 - 1)$ olduğuna göre, $(f \circ g)(3)$ kaçtır?

A) 117 B) 121 C) 126 D) 132 E) 143

6. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$$\prod_{k=2}^5 \left(\prod_{n=3}^7 i^n \right) \text{ çarpımının sonucu kaçtır?}$$

A) -1 B) $-i$ C) 0 D) i E) 1

7. n tamsayı olmak üzere;
 $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (2n-1)^2 - (2n)^2 + (2n+1)^2$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $n(n+1)$ B) $n(n+2)$
C) $(n+1)(n+3)$ D) $(n+1)(2n+1)$
E) $(n+2)(2n+1)$

8. $\sum_{m=1}^7 \left(\frac{m^2 + 1 + m}{m + m^2} \right)$ toplamı kaçtır?

A) $\frac{63}{8}$ B) $\frac{60}{7}$ C) $\frac{55}{8}$ D) $\frac{50}{7}$ E) $\frac{43}{8}$

9. $a \neq \frac{1}{2}$ olmak üzere,

$$\sum_{k=0}^8 (a^2 k - 1) = 2a \cdot b - b \text{ olduğuna göre,}$$

b 'nin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5a + 3$ B) $8a - 3$ C) $18a + 9$
D) $9a + 8$ E) $9a - 3$

10. $\prod_{m=1}^n (m! \cdot 2) = 96$ olduğuna göre, n kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

KARMA TEST - 5

1. $\prod_{k=2}^{31} [\log_k(k+1)]$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $\sum_{k=1}^6 \prod_{n=1}^{k-1} \left(\frac{1}{2}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{63}{32}$ B) $\frac{61}{31}$ C) $\frac{31}{16}$ D) $\frac{31}{15}$ E) $\frac{16}{7}$

3. $\sum_{m=1}^{20} [(-1)^m \cdot m^2]$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 230 B) 220 C) 210 D) 190 E) 170

4. $\sum_{k=4}^{15} \frac{1}{(k+2)(k+3)}$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) $\frac{20}{21}$ B) $\frac{19}{37}$ C) $\frac{17}{39}$ D) $\frac{23}{37}$ E) $\frac{1}{9}$

5. $x^2 + 5x + n = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre, $\sum_{k=1}^2 (2x_k + 7)$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

6. $\prod_{k=1}^{10} \left(1 + \frac{2}{k} + \frac{1}{k^2}\right)$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 121 B) 100 C) 81 D) 64 E) 49

7. $\frac{\prod_{k=1}^n (5k)}{5^{n-1} \cdot (n-1)!}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 5.n C) 5! D) n! E) 5^n

8. $\sum_{k=0}^9 k! \equiv x \pmod{8}$ olduğuna göre,

x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

9. $A = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k+1}$ ve $B = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k+2}$ olduğuna göre,

$(2A - 2B)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{n}{n+1}$ B) $\frac{n}{2(n+2)}$ C) $\frac{1}{n}$
D) $\frac{n}{n+2}$ E) $\frac{2(n+1)}{n+2}$

10. $\prod_{k=1}^n 5^{\frac{k}{9}} = 625$ olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

KARMA TEST - 6

1. $3^2 + 4^2 + 5^2 + \dots + 21^2$ toplamında her terimin toplamının 2 fazlası alınırsa toplamın değeri ne kadar artar?

A) 988 B) 1033 C) 1192
D) 1201 E) 1210

2. $f, g: \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{N}^+$

$$f(x-1) = \sum_{a=0}^x (a+1) \text{ ve}$$

$$g(x) = \prod_{b=1}^x (2b) \text{ olduğuna göre,}$$

$(f \circ g)(3)$ kaçtır?

A) 1300 B) 1275 C) 1225
D) 1175 E) 1075

3. $12 + 17 + 22 + \dots + 52$ aritmetik dizisinin toplamı kaçtır?

A) 260 B) 264 C) 276
D) 288 E) 302

4. $\frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{23.24}$ toplamının değeri kaçtır?

A) $\frac{7}{25}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{5}{24}$

5. $\sum_{k=1}^{10} (a_k + k) = 105$ olduğuna göre,

$$\sum_{m=5}^{14} (a_{m-4}) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

A) 30 B) 40 C) 50 D) 55 E) 65

6. $\sum_{k=-5}^{12} 2^{-k+10}$ toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2^{18}-1}{2^{17}-1}$ B) $\frac{2^{17}-1}{2}$ C) $\frac{2^{18}-1}{4}$
D) $\frac{2^{17}-1}{4}$ E) $\frac{2^{18}-1}{2}$

7. $f(x) = \begin{cases} 1-x, & x \text{ tek ise,} \\ x+1, & x \text{ çift ise} \end{cases}$

olmak üzere, $f: \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{Z}$ fonksiyonu veriliyor.

$$\sum_{k=1}^{55} f(k) \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

A) 18 B) 22 C) 26 D) 27 E) 28

8. $\sum_{n=0}^{2006} n!$ toplamının 36 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 10 B) 9 C) 7 D) 6 E) 5

9. $\sum_{k=2}^5 \left(\prod_{p=1}^3 k.p \right)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 1100 B) 1344 C) 1456
D) 1521 E) 1600

10. $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \sum_{k=1}^x a_k, \quad (f \circ g)(x) = \sum_{k=1}^x k \text{ ve } g^{-1}(a) = 8$$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

KARMA TEST - 7

1. $\sum_{k=1}^{35} [(-1)^k (2k+3)]$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) -73 B) -39 C) -17 D) 17 E) 34

2. $\sum_{k=1}^{30} [(-1)^k \cdot k]$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 16 B) 15 C) 10 D) -10 E) -15

3. $\prod_{k=1}^a \left(\prod_{p=1}^b 2 \right)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 \cdot a! \cdot b!$ B) 2^{a^b} C) $2^{a \cdot b}$
D) $(2b)^a$ E) $(2a)^b$

4. $\sum_{k=0}^{179} \cos k^\circ$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $\sum_{n=1}^3 \left[\prod_{k=1}^n \left(1 - \frac{1}{k+1} \right) \right]$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{7}{12}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{11}{13}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{13}{12}$

6. $\sum_{k=2a}^{3a+2} (2k-1)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $5a^2 + 16a + 3$ B) $9a^2 + 6a + 3$
C) $9a^2 + 3a + 3$ D) $4a^2 + 3a + 3$
E) $4a^2 + 6a + 3$

7. $f(x) = \sum_{k=1}^x k^2$ olduğuna göre, $f(5)$ kaçtır?

- A) 36 B) 40 C) 45 D) 55 E) 68

8. $a_n = n$, $b_n = (n+2)$ ve $f(k) = k+1$ olmak üzere,
 $\sum_{n=0}^{10} f(a_n \cdot b_n)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 490 B) 496 C) 500
D) 502 E) 506

9. $\prod_{k=-2}^{10} \left[\sum_{m=1}^k (2m+3) \right]$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -60 B) -45 C) 0 D) 36 E) 74

10. $x^3 - (m+2)x^2 + m + 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 , x_2 ve x_3 tür.

$\sum_{k=1}^3 x_k = 4$ olduğuna göre, $\prod_{k=1}^3 x_k$ kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -2 E) -1

KARMA TEST - 8

1. $2.3 + 3.5 + 4.7 + \dots + 12.23 = m$ olduğuna göre, $2.4 + 3.6 + 4.8 + \dots + 12.24$ toplamının m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $m + 3$ B) $m + 23$ C) $m + 76$
D) $m + 77$ E) $m + 78$

2. $\prod_{k=1}^n (a_k) = n! \cdot 2^n$ olduğuna göre, a_5 kaçtır?

A) 16 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6

3. $1.4 + 2.5 + 3.6 + \dots + 15.18$ toplamının değeri kaçtır?

A) 1480 B) 1490 C) 1508
D) 1560 E) 1600

4. $\sum_{k=3}^6 \left[\sum_{p=1}^{12} (2p - 2k - 1) \right]$

toplamının sonucu kaçtır?

A) 196 B) 144 C) 100
D) 64 E) 16

5. $\sum_{k=-2}^7 (a_{k+3} + k) = 120$ olduğuna göre,

$\sum_{k=1}^{10} a_k$ toplamının değeri kaçtır?

A) 95 B) 100 C) 105 D) 110 E) 115

6. $f(k+1) = f(k) + 2$ ve $f(2) = 3$ olduğuna göre,

$\sum_{m=1}^3 f(m)$ kaçtır?

A) 12 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

7. $\prod_{k=-5}^6 2^k$ çarpımının sonucu kaçtır?

A) 256 B) 128 C) 64 D) 32 E) 8

8. $\sum_{k=10}^{20} \frac{1}{k^2 - 15k - 56}$ toplamının sonucu kaçtır?

A) $\frac{11}{26}$ B) $\frac{11}{12}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{11}{13}$ E) $\frac{12}{13}$

9. $3 + 6 + 11 + 18 + 27 + \dots + 83 + 102$ toplamının sonucu kaçtır?

A) 380 B) 385 C) 395
D) 405 E) 420

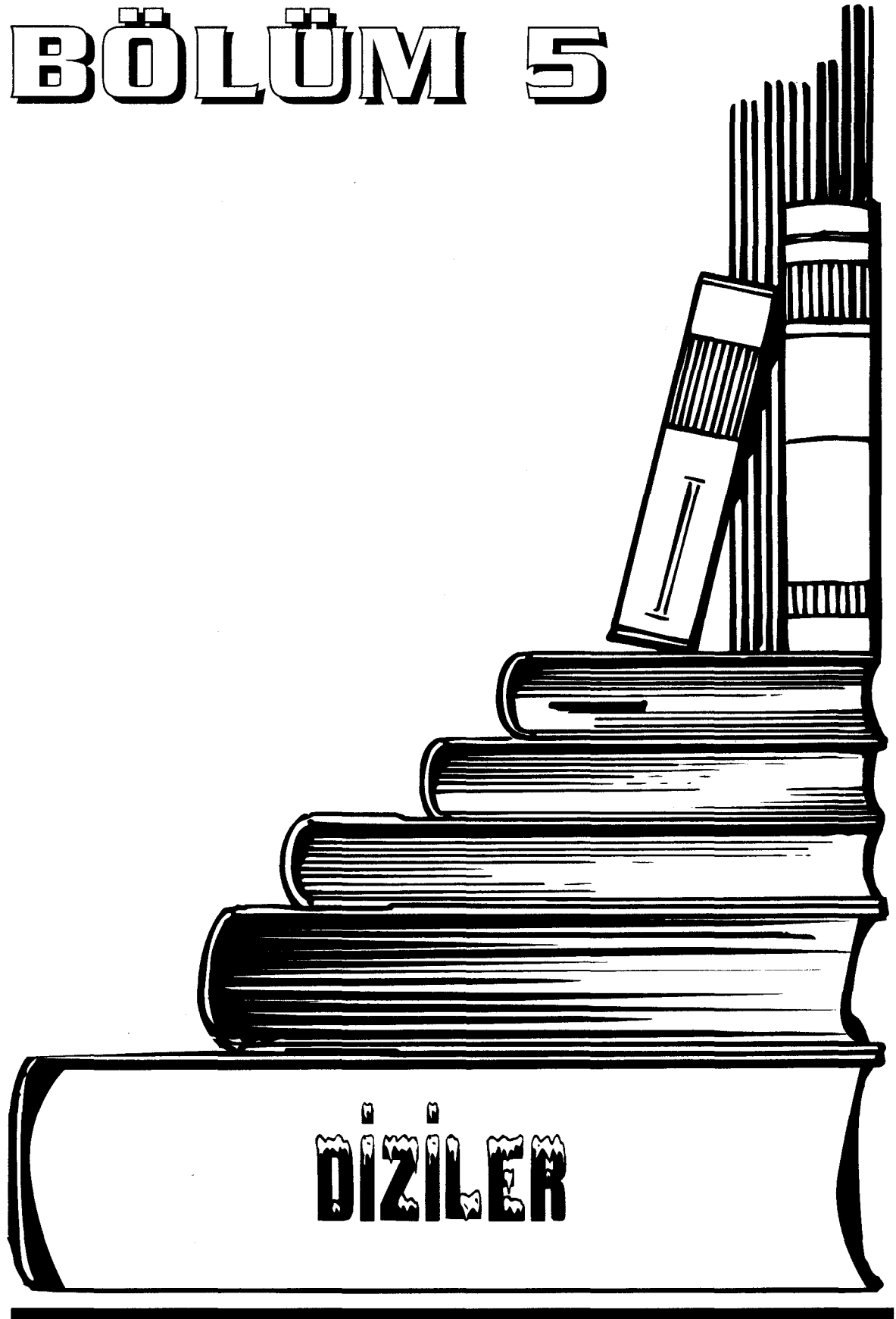
10. $\log_2 48 = m$ olduğuna göre,

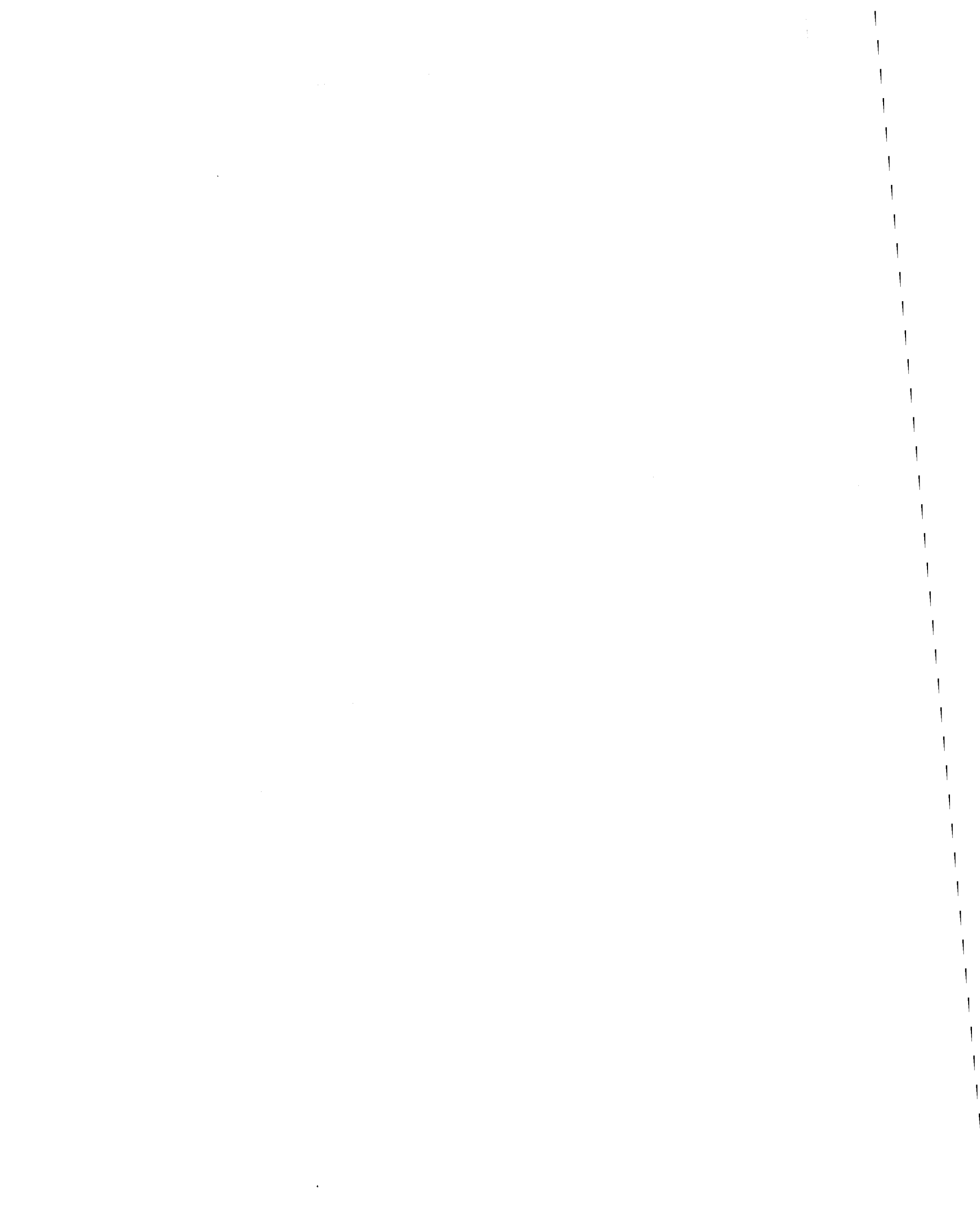
$\prod_{k=6}^{46} \log_{(k+1)} (k+3)$

ifadesinin m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2m$ B) m C) $\frac{m}{3}$ D) $\frac{4m}{3}$ E) $\frac{2m}{3}$

BÖLÜM 5





DİZİ KAVRAMI

$n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

$(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ dizisi için,

a_1 : Dizinin birinci (ilk) terimi

a_n : Dizinin n. terimi

(a_n) : Dizinin genel terimi

S_n : Dizinin ilk n teriminin toplamı şeklinde tanımlanır.

ÖRNEK

$$\text{i) } (a_n) = \left(\frac{3n-1}{5n+1} \right) \quad \text{ii) } (b_n) = \left(\frac{\sqrt{n^2-1}}{n+2} \right) \quad \text{iii) } (d_n) = \left(\frac{\sqrt{n^2-3}}{n+1} \right)$$

$$\text{iv) } (e_n) = \left(\frac{n+1}{n-2} \right) \quad \text{v) } (f_n) = (2)$$

şeklinde tanımlanan fonksiyonlardan iii ve iv dizileri bir gerçel sayı dizisi olamaz. Çünkü;

$$n = 1 \text{ için} \quad d_1 = \frac{\sqrt{1^2-3}}{1+1} = \frac{\sqrt{-2}}{2} \notin \mathbb{R}$$

$$n = 2 \text{ için} \quad e_2 = \frac{2+1}{2-2} = \frac{3}{0} \notin \mathbb{R}$$

ÖRNEK

$$(a_n) = \left(\frac{3n+18}{n+1} \right) \text{ dizisi için;}$$

i) Dizinin 4. terimini bulunuz.

$$a_4 = \frac{3 \cdot 4 + 18}{4 + 1} = \frac{30}{5} = 6$$

ii) Dizinin hangi teriminin $\frac{17}{4}$ olduğunu bulunuz.

$$a_x = \left(\frac{3x+18}{x+1} \right) = \frac{17}{4} \Rightarrow 12x + 72 = 17x + 17 \Rightarrow 5x = 55 \Rightarrow x = 11$$

iii) Dizinin hangi terimlerinin tamsayı olduğunu bulunuz.

$$(a_n) = \left(\frac{3n+18}{n+1} \right) \Rightarrow \frac{3n+3+15}{n+1} = \frac{3(n+1)}{n+1} + \frac{15}{n+1} = 3 + \frac{15}{n+1}$$

olduğundan $(n+1)$ in 15'in bölenleri 1, 3, 5, 15 değerlerini alması gerekir.

$$n+1 = 1 \Rightarrow n = 0 \text{ olamaz.}$$

$$n+1 = 3 \Rightarrow n = 2$$

$$n+1 = 5 \Rightarrow n = 4$$

$$n+1 = 15 \Rightarrow n = 14$$

Bundan dolayı dizinin 2., 4. ve 14. terimleri tamsayıdır.

ÖRNEK

$$(a_n) = \left(\sum_{k=1}^n (2k-1) - 4 \right) \text{ dizisi için;}$$

i) Genel terimini bulunuz.

$$(a_n) = \left(2 \cdot \frac{n \cdot (n+1)}{2} - n - 4 \right) = (n^2 + n - n - 4) = (n^2 - 4)$$

ii) Dizinin kaç teriminin negatif olduğunu bulunuz.

$$n^2 - 4 < 0 \Rightarrow (n-2)(n+2) < 0$$

$$\begin{array}{c|ccc} n & & -2 & 2 & \\ \hline n^2 - 4 & + & \text{---} & \text{---} & + \end{array} \quad -2 < n < 2 \Rightarrow 0 < n < 2 \text{ olduğundan sadece 1. terim negatiftir.}$$

iii) Dizinin kaç teriminin 12 den küçük olduğunu bulunuz.

$$n^2 - 4 < 12 \Rightarrow n^2 - 16 < 0 \Rightarrow (n-4)(n+4) < 0$$

$$\begin{array}{c|ccc} n & & -4 & 4 & \\ \hline n^2 - 16 & + & \text{---} & \text{---} & + \end{array} \quad -4 < n < 4 \Rightarrow 0 < n < 4 \text{ olduğundan 1. 2. ve 3. terimler 12 den küçüktür.}$$

SABİT DİZİ

$c \in \mathbb{R}$ olmak üzere; $(a_n) = (c, c, c, \dots, c, \dots) = (c)$ şeklindeki dizilerdir.

ÖRNEK

$$(a_n) = \left(\frac{2n-k}{4n+6} \right) \text{ dizisi sabit dizi ise } \frac{2}{4} = \frac{-k}{6} \Rightarrow k = -3 \text{ tür.}$$

EŞİT DİZİLER

$(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ ve $(b_n) = (b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots)$ iken

$(a_n) = (b_n)$ ise $a_1 = b_1, a_2 = b_2, a_3 = b_3, \dots, a_n = b_n$ olur.

ÖRNEK

$$(a_n) = \left(\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \right) \text{ ve } (b_n) = \frac{n}{n+m} \text{ için } (a_n) = (b_n) \text{ ise}$$

$$(a_n) = \left(\sum_{k=1}^n \left(\frac{k+1-k}{k(k+1)} \right) \right) = \left(\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k(k+1)} \right) \right) = \left(\frac{n}{n+1} \right) \Rightarrow \frac{n}{n+1} = \frac{n}{n+m} \Rightarrow m = 1 \text{ olur.}$$

ALT DİZİLER**ÖRNEK**

$(a_n) = \frac{n+1}{n}$ ise (a_{n+1}) alt dizisini bulunuz.

ÇÖZÜM

a_n dizisinde n yerine $n+1$ yazılırsa,

$$(a_{n+1}) = \frac{(n+1)+1}{(n+1)} = \frac{n+2}{n+1} \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$(a_{2n-1}) = \left(\frac{4n-1}{6n+1}\right)$ ise (a_n) dizisini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$n \text{ yerine } \frac{n+1}{2} \text{ yazılırsa, } (a_n) = \frac{2 \cdot \frac{n+1}{2} - 1}{3 \cdot \frac{n+1}{2} - 1} = \frac{2n+2-1}{3n+3-1} = \frac{2n+1}{3n+2} \text{ olur.}$$

DİZİLERDE İŞLEMLER

$c \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

i) $c \cdot (a_n) = (c \cdot a_n)$

ii) $(a_n) + (b_n) = (a_n + b_n)$

iii) $(a_n) - (b_n) = (a_n - b_n)$

iv) $(a_n) \cdot (b_n) = (a_n \cdot b_n)$

v) $(b_n) \neq 0$ ise $\frac{(a_n)}{(b_n)} = \left(\frac{a_n}{b_n}\right)$

ÖRNEK

$(a_n) = \left(\frac{n+1}{n}\right)$ ve $(b_n) = \left(\frac{2n-4}{n+1}\right)$ ise $(a_1 \cdot b_2 - 5 \cdot b_4)$ işleminin sonucunu bulunuz.

$$a_1 = \frac{1+1}{1} = 2, b_2 = \frac{2 \cdot 2 - 4}{2+1} = \frac{0}{3} = 0, b_4 = \frac{2 \cdot 4 - 4}{4+1} = \frac{4}{5} \Rightarrow (a_1 \cdot b_2 - 5 \cdot b_4) = 2 \cdot 0 - 5 \cdot \frac{4}{5} = -4$$

MONOTON DİZİLER

$(a_n) = \left(\frac{a_n+b}{c_n+d}\right)$ dizisi için 1) $-\frac{d}{c} > 1$ ise dizi monoton değildir.

2) $-\frac{d}{c} < 1$ iken $\begin{cases} ad - bc > 0 \text{ ise dizi monoton artan} \\ ad - bc < 0 \text{ ise dizi monoton azalan} \\ ad - bc = 0 \text{ ise dizi sabit dizidir} \end{cases}$

ÖRNEK

i) $(a_n) = \left(\frac{2n-1}{4n-9}\right)$ dizisi $\frac{9}{4} > 1$ olduğundan monoton değildir.

ii) $(a_n) = \frac{3n+1}{n+1}$ dizisi $-1 < 1$ ve $3 \cdot 1 - 1 \cdot 1 = 2 > 0$ olduğundan monoton artandır.

TEST - 1

1. Aşağıdakilerden hangisi $(a_n) = \left(\frac{2n+1}{n+1}\right)$ dizisinin terimlerinden biri değildir?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{21}{11}$ E) $\frac{11}{5}$

2. Aşağıdakilerden hangisi bir gerçel sayı dizisinin genel terimi olabilir?

A) $\frac{11n-14}{n-1}$ B) $\sqrt{\frac{n-5}{n+3}}$ C) $\sqrt{\frac{n^2-1}{n+2}}$
D) $\ln(n-2)$ E) $\log_n(n+2)$

3. Genel terimi, $(a_n) = \left(\sum_{k=1}^n (k-1)\right)$ olan dizinin

5. terimi kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 7 D) 10 E) 15

4. Genel terimi, $(a_n) = \left(\frac{2n+3}{n+1}\right)$ olan dizinin

ilk 3 teriminin toplamı kaçtır?

A) $\frac{85}{12}$ B) $\frac{83}{12}$ C) $\frac{77}{12}$ D) $\frac{61}{12}$ E) $\frac{55}{12}$

5. Genel terimi, $(a_n) = \left(1 - \frac{1}{n}\right)$ olan dizi için,

$\prod_{k=2}^{100} a_k$ çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{99}$ B) $\frac{1}{100}$ C) $\frac{1}{101}$ D) $\frac{2}{99}$ E) $\frac{2}{101}$

6. Genel terimi

$$(a_n) = \begin{cases} n^2 + n + 1, & n \text{ tek sayı ise} \\ \frac{n^2 - 1}{n + 2}, & n \text{ çift sayı ise} \end{cases}$$

olan dizi için $(a_2 + a_3)$ toplamı kaçtır?

A) $\frac{67}{4}$ B) $\frac{63}{4}$ C) $\frac{59}{4}$ D) $\frac{55}{4}$ E) $\frac{47}{4}$

7. Genel terimi;

$$(a_n) = \begin{cases} 2n + 1, & n \equiv 0 \pmod{3} \\ n^2, & n \equiv 1 \pmod{3} \\ \frac{n+1}{n+2}, & n \equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$$

olan dizi için, $(a_{12} - a_5 \cdot a_7)$ değeri kaçtır?

A) -12 B) -15 C) -17 D) -25 E) -42

8. $(a_n) = \left(\frac{3n-4}{5n-2}\right)$ dizisinin kaçınıcı terimi

$\frac{10}{19}$ dur?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

9. $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $a_n = a_{n-1} \cdot n$ ve $a_2 = 2$ olduğuna göre, a_{10} kaçtır?

A) 10! B) 9! C) 9 . 9!
D) 10 . 10! E) 11!

10. $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $(n+1) \cdot a_{n+2} = 3 \cdot a_n$ ve $a_7 = 3$ olduğuna göre, a_1 kaçtır?

A) $\frac{16}{3}$ B) $\frac{23}{3}$ C) $\frac{25}{3}$ D) $\frac{49}{3}$ E) $\frac{64}{3}$

TEST - 2

1. $(a_n) = \left(\frac{1}{n} + \frac{4}{n} + \frac{9}{n} + \dots + \frac{n^2}{n} \right)$

dizisi için a_{10} kaçtır?

A) $\frac{77}{2}$ B) $\frac{75}{2}$ C) $\frac{71}{2}$ D) $\frac{65}{2}$ E) $\frac{61}{2}$

2. $(a_n) = (1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n!)$ dizisinin 15. teriminin sondan kaç basamağı dokuzdur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $(a_n) = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right)$

dizisinin kaçınıcı terimi $\frac{31}{16}$ dır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $(a_n) = (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3)$ dizisinin kaçınıcı terimi 225 olur?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 10

5. $(a_n) = \left(\frac{n+11}{n+1} \right)$

dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

6. $(a_n) = \left(\frac{-n^2 + 10n - 16}{n+3} \right)$

dizisinin kaç terimi pozitifdir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

7. $(a_n) = \left(\frac{n^2 - 3n - 10}{3n - 1} \right)$

dizisinin kaç terimi negatiftir?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

8. $(a_n) = \left(\frac{n^2 - 6n + 2}{n+12} \right)$

dizisinin kaç terimi $\frac{1}{6}$ dan küçüktür?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

9. $(a_n) = \left(\frac{2}{5n+2} \right)$

dizisinin kaç terimi $\left(\frac{1}{31}, \frac{1}{2} \right)$ aralığı içindedir?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

10. $(a_n) = \left(\frac{3n-7}{2n+1} \right)$

dizisinin kaç terimi 1 den küçüktür?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

TEST - 3

1. Genel terimi (a_n) olan bir dizinin ilk n teriminin toplamı $S_n = n^2 + n - 1$ olduğuna göre, **bu dizinin 6. terimi kaçtır?**

A) 4 B) 7 C) 10 D) 12 E) 19

2. Aşağıda genel terimleri verilen dizilerden hangisi bir sabit dizi **değildir**?

A) $(\sqrt{2})$ B) $(\cos(2n+1)\pi)$

C) $(|-n+1|-n+1)$ D) $\left(\frac{\ln \prod_{k=1}^n k}{\sum_{k=1}^n \ln k} \right)$

E) n

3. $(a_n) = \left(\frac{3n-1}{12n+c} \right)$ dizisinin sabit dizi olması için $c \in \mathbb{R}$ kaç olmalıdır?

A) -4 B) -3 C) -1 D) 1 E) 4

4. $(a_n) = \left(\frac{x \cdot n^2 + 8n + y}{(2n+1)^2} \right)$ dizisi bir sabit dizi olduğuna göre, $\sqrt[n]{x \cdot y}$ kaçtır?

A) $2\sqrt{5}$ B) 4 C) $\sqrt{10}$ D) $2\sqrt{2}$ E) 2

5. $(a_n) = ((x^2 - 10x + 1)n^3 - 1)$ dizisinin bir sabit dizi olmasını sağlayan x değerleri toplamı kaçtır?

A) -10 B) -1 C) 0 D) 1 E) 10

6. $(a_n) = \left(\frac{11n-1}{n+1} \right)$ ve $(b_n) = \left(11 + \frac{x}{n+1} \right)$

dizilerinin eşit olması için x kaç olmalıdır?

A) -12 B) -11 C) -1 D) 11 E) 12

7. $(a_n) = \left(\sum_{k=1}^n (4k-1) \right)$ ve $(b_n) = (xn^2 + y \cdot n + z)$

dizileri için $(a_n) = (b_n)$ olduğuna göre, $(x + y - 11z)$ kaçtır?

A) -11 B) -9 C) -8 D) 3 E) 5

8. (a_n) dizisinde n yerine aşağıdaki ifadelerden hangisi yazılırsa, (a_n) dizisinin bir alt dizisi elde edilemez?

A) $3n^2 + n + 1$ B) $2n - 1$ C) $3n - 4$
D) $2n + 1$ E) $3n + 4$

9. Aşağıdakilerden hangisi $(a_n) = \left(\frac{2n+3}{5n+1} \right)$ dizisinin bir alt dizisi **değildir**?

A) $\left(\frac{2n^2+5}{5n^2+6} \right)$ B) $\left(\frac{2n+5}{5n+6} \right)$ C) $\left(\frac{2n+7}{5n+11} \right)$
D) $\left(\frac{2n+9}{5n+16} \right)$ E) $\left(\frac{2n+11}{5n+20} \right)$

10. $(a_{2n-1}) = (4n^2 + 2n - 1)$ olduğuna göre, (a_n) dizisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $n^2 + 3n$ B) $n^2 + 3n + 1$
C) $n^2 + 2n + 1$ D) $n^2 + 2n$
E) $n^2 + 2n - 1$

TEST - 4

1. $(a_n) = \left(\frac{n+1}{2n^2+1} \right)$ ve $(b_n) = \left(\frac{3}{6n-5} \right)$

dizilerinin kaçınıcı terimleri birbirine eşittir?

- A) 9. B) 8. C) 7. D) 6. E) 5.

2. $(a_n) = \left(\frac{(n+1)!}{2n+2} \right)$ ve $(b_n) = \frac{n}{(n-1)!}$

olduğuna göre, $2 \cdot (a_n) \cdot (b_n)$ çarpımı aşağıdaki-
lerden hangisine eşittir?

- A) $n+1$ B) $n-1$ C) n^2
D) $2n^2$ E) $n^2 + 2n + 1$

3. $(a_n) = \left(\frac{n+1}{n+2} \right)$ ve $(b_n) = \left(\frac{n+3}{n+2} \right)$

olduğuna göre, $(a_n) + (b_n)$ toplamı, $(a_n) - (b_n)$
farkının kaç katına eşittir?

- A) $-n-2$ B) $-n+2$ C) $n-2$
D) $n+2$ E) $n+1$

4. $(a_n) = 2^n$ olduğuna göre, $\frac{a_{n+4}}{a_{n+2}}$ oranı kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 2

5. $(a_n) = \begin{cases} 3n-1, & n \text{ tek ise} \\ 3, & n \text{ çift ise} \end{cases}$

$(b_n) = \begin{cases} 3n+1, & n \equiv 0 \pmod{3} \\ 2n-1, & n \equiv 1 \pmod{3} \\ n+1, & n \equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$

olduğuna göre, $\frac{a_1 - 2b_2}{a_6 \cdot b_6 + b_7}$ oranı kaçtır?

- A) $-\frac{5}{4}$ B) -1 C) $-\frac{3}{4}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$

6. $(a_n) = \left(\frac{n+1}{n+2} \right)$

dizisinin monotonluk durumu için aşağıdaki-
lerden hangisi doğrudur?

- A) Monoton artandır.
B) Monoton azalandır.
C) Monoton azalmayandır.
D) Monoton artmayandır.
E) Monoton değildir.

7. $(a_n) = \left(\frac{2n+5}{5n-11} \right)$

dizisinin monotonluk durumu için aşağıdaki-
lerden hangisi doğrudur?

- A) Monoton artandır.
B) Monoton değildir.
C) Monoton azalmayandır.
D) Monoton azalandır.
E) Monoton artmayandır.

8. $(a_n) = \left(\frac{x \cdot n + 3}{2n-1} \right)$

dizisinin monoton azalmayan olması için x in ala-
bileceği en büyük tamsayı değeri aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) -4 B) -5 C) -6 D) -7 E) -8

9. $(a_n) = \frac{k \cdot n + 3}{n+1}$

dizisi monoton artan olduğuna göre, x aşağıda-
kilerden hangisi olabilir?

- A) 4 B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) 2 E) 1

10. $(a_{n^2+1}) = \left(\frac{4n^2}{3n^2+1} \right)$

olduğuna göre, $\sqrt{5 \cdot a_6}$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

BİR GERÇEL SAYININ (ε) KOMŞULUĞU

$a \in \mathbb{R}$ ve ε (epsilon) çok küçük pozitif bir sayı olmak üzere, $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ açık aralığına a nın ε komşuluğu denir.

ÖRNEK

$a = 2$ nin, $\varepsilon = \frac{1}{3}$ komşuluğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$a + \varepsilon = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}, \quad a - \varepsilon = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow \left(\frac{5}{3}, \frac{7}{3}\right)$$

ÖRNEK

$a \in \mathbb{R}$ nin ε komşuluğu $\left(\frac{25}{7}, \frac{31}{7}\right)$ ise a ve ε u bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} a - \varepsilon &= \frac{25}{7} \\ + \quad a + \varepsilon &= \frac{31}{7} \\ \hline 2a &= \frac{56}{7} = 8 \Rightarrow a = 4, \quad \varepsilon = 4 - \frac{25}{7} = \frac{3}{7} \end{aligned}$$

ÖRNEK

$(a_n) = \left(\frac{4n-1}{2n+1}\right)$ dizisinin kaç terimi $\left(\frac{9}{5}, \frac{11}{5}\right)$ komşuluğundadır.

ÇÖZÜM

$$\frac{9}{5} < \frac{4n-1}{2n+1} < \frac{11}{5} \Rightarrow \begin{aligned} 18n+9 &< 20n-5 & 20n-5 &< 22n+11 \\ 2n &> 14 & 2n &> -16 \\ n &> 7 & n &> -8 \end{aligned}$$

Dizinin terimleri 8. terimden itibaren $\left(\frac{9}{5}, \frac{11}{5}\right)$ komşuluğunda, dizinin ilk 7 terimi ise $\left(\frac{9}{5}, \frac{11}{5}\right)$ komşuluğu dışındadır.

DİZİLERDE LİMİT

$\forall c \in \mathbb{R}$ için,

i) $c + \infty = +\infty$

viii) $\frac{+\infty}{c} = -\infty \quad (c < 0)$

xv) $(+\infty) \cdot (-\infty) = -\infty$

ii) $c - \infty = -\infty$

ix) $\frac{-\infty}{c} = -\infty \quad (c > 0)$

xvi) $(-\infty) \cdot (-\infty) = +\infty$

iii) $c \cdot (+\infty) = +\infty \quad (c > 0)$

x) $\frac{-\infty}{c} = +\infty \quad (c < 0)$

xvii) $(+\infty)^n = +\infty$

iv) $c \cdot (+\infty) = -\infty \quad (c < 0)$

xi) $\frac{c}{+\infty} = \frac{c}{-\infty} = 0$

xviii) $(-\infty)^n = \begin{cases} +\infty, & n \text{ çift} \\ -\infty, & n \text{ tek} \end{cases}$

v) $c \cdot (-\infty) = -\infty \quad (c > 0)$

xii) $(+\infty) + (+\infty) = +\infty$

xix) $\sqrt[n]{+\infty} = +\infty$

vi) $c \cdot (-\infty) = +\infty \quad (c < 0)$

xiii) $(-\infty) + (-\infty) = -\infty$

xx) $\sqrt[n]{-\infty} = -\infty, n \text{ tek ise}$

vii) $\frac{+\infty}{c} = +\infty \quad (c > 0)$

xiv) $(+\infty) \cdot (+\infty) = +\infty$

NOT: $0, (\pm\infty), \infty - \infty, \frac{\infty}{\infty}$ durumları belirsizlik durumlarıdır.

NOT: $\varepsilon > 0$ olmak üzere, bir a_n dizisinin sonlu sayıdaki terimleri hariç bütün terimleri bir $a \in \mathbb{R}$ sayısının ε komşuluğunda bulunuyorsa a sayısına a_n dizisinin limiti denir.

1. $\lim(c \cdot a_n) = c \cdot \lim(a_n), c \in \mathbb{R}$
2. $\lim(a_n \pm b_n) = \lim(a_n) \pm \lim(b_n)$
3. $\lim(a_n \cdot b_n) = \lim(a_n) \cdot \lim(b_n)$
4. $\lim\left(\frac{a_n}{b_n}\right) = \frac{\lim(a_n)}{\lim(b_n)}, b_n \neq 0$
5. $\lim(c) = c, c \in \mathbb{R}$
6. $\lim\sqrt{a_n} = \sqrt{\lim(a_n)}; (a_n)$ pozitif terimli dizi
7. $\lim(\log a_n) = \log(\lim a_n); (a_n)$ pozitif terimli dizi
8. $\lim|a_n| = |\lim(a_n)|$
9. $\lim(c^{a_n}) = c^{\lim(a_n)}, c > 0$
10. $\lim(a_n)^k = [\lim(a_n)]^k$
11. $\lim(c^n) = \begin{cases} 0 & , |c| < 1 \\ +\infty & , c > 1 \text{ ise} \\ \text{yok} & , c < -1 \end{cases}$
12. $\lim\left(\frac{a \cdot x^p + \dots}{b \cdot x^q + \dots}\right) = \begin{cases} \frac{a}{b} & , p = q \text{ ise} \\ \pm\infty & , p > q \text{ ise} \\ 0 & , p < q \text{ ise} \end{cases}$
13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{p}{r \cdot n + a}\right)^{kn+b} = e^{\frac{kp}{r}}$
14. Bir dizinin tüm alt dizilerinin limiti, o dizinin limitine eşittir.

ÖRNEK

Aşağıda verilen dizilerin limitlerini bulunuz.

- i) $\lim\left(\frac{5n+1}{4n-1}\right),$
- ii) $\lim\left(\frac{2n^3 - 3n^2 + 1}{n^3 + 2n^2 + 5}\right),$
- iii) $\lim\left(\frac{3^n - 3^{n-1}}{3^n + 3^{n+1}}\right),$
- iv) $\lim\left(\frac{5^n + 3^n}{2^n - 5^n}\right),$
- v) $\lim(\sqrt{n+2} - \sqrt{n}),$
- vi) $\lim\sqrt{\frac{9n^2 - 5n + 2}{4n^2 + 3n + 1}},$
- vii) $\lim\left(\frac{2n+1}{\sqrt{n^2+1}}\right)$

ÇÖZÜM

- i) $\lim\left(\frac{5n+1}{4n-1}\right) = \frac{5}{4}$
- ii) $\lim\left(\frac{2n^3 - 3n^2 + 1}{n^3 + 2n^2 + 5}\right) = \frac{2}{1} = 2$
- iii) $\lim\left(\frac{3^n - 3^{n-1}}{3^n + 3^{n+1}}\right) = \lim\left(\frac{3^n\left(1 - \frac{1}{3}\right)}{3^n(1+3)}\right) = \lim\frac{\frac{2}{3}}{4} = \lim\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$
- iv) $\lim\left(\frac{5^n + 3^n}{2^n - 5^n}\right) = \lim\left[\frac{5^n\left(1 + \left(\frac{3}{5}\right)^n\right)}{5^n\left(-1 + \left(\frac{2}{5}\right)^n\right)}\right] = \frac{\lim\left(1 + \left(\frac{3}{5}\right)^n\right)}{\lim\left(-1 + \left(\frac{2}{5}\right)^n\right)} = \frac{\lim 1 + \lim\left(\frac{3}{5}\right)^n}{\lim(-1) + \lim\left(\frac{2}{5}\right)^n} = \frac{1+0}{-1+0} = -1$

$$v) \quad \lim(\sqrt{n+2} - \sqrt{n}) = \lim\left(\frac{(\sqrt{n+2} - \sqrt{n})(\sqrt{n+2} + \sqrt{n})}{(\sqrt{n+2} + \sqrt{n})}\right) = \lim\left(\frac{n+2-n}{\sqrt{n}\left(1+\frac{2}{n}\right) + \sqrt{n}}\right) = \lim\left(\frac{2}{2\sqrt{n}}\right) = 0$$

$$vi) \quad \lim\left(\sqrt{\frac{9n^2-5n+2}{4n^2+3n+1}}\right) = \sqrt{\lim\left(\frac{9n^2-5n+2}{4n^2+3n+1}\right)} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$vii) \quad \lim\left(\frac{2n+1}{\sqrt{n^2+1}}\right) = \lim\left(\frac{n\left(2+\frac{1}{n}\right)}{\sqrt{n^2\left(1+\frac{1}{n^2}\right)}}\right) = \lim\left(\frac{\cancel{n}\left(2+\frac{1}{n}\right)}{\cancel{n}\sqrt{\left(1+\frac{1}{n^2}\right)}}\right) = \frac{2+0}{\sqrt{1+0}} = \frac{2}{1} = 2$$

ÖRNEK

(a_n) pozitif terimli ve yakınsak bir dizidir. Bu dizinin alt dizileri arasında $a_{2n-1} - \frac{8}{a_{n^2+1}} = 2$ bağıntısı varsa $\lim(a_n)$ i bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\lim(a_n) = \lim(a_{2n-1}) = \lim(a_{n^2+1})$$

$$\lim\left(a_{2n-1} - \frac{8}{a_{n^2+1}}\right) = \lim(2) \Rightarrow \lim(a_{2n-1}) - \frac{\lim(8)}{\lim(a_{n^2+1})} = \lim(2)$$

$$\Rightarrow \lim(a_n) - \frac{8}{\lim(a_n)} = 2, \lim(a_n) = x \text{ olsun.}$$

$$x - \frac{8}{x} = 2 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 4 \wedge x = -2$$

(a_n) pozitif terimli olduğundan $\lim(a_n) = 4$ olur.

ALT VE ÜST LİMİT**ÖRNEK**

$$(a_n) = \begin{cases} \frac{3n-2}{2n+1}, & n \text{ tek ise} \\ \sqrt{\frac{2^n+3^{n+2}}{3^n}}, & n \text{ çift ise} \end{cases} \quad \text{dizisinin alt ve üst limitini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\lim(a_{2n-1}) = \lim\left(\frac{3n-2}{2n+1}\right) = \frac{3}{2}, \quad \lim(a_{2n}) = \lim\left(\sqrt{\frac{3^n\left(9+\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)}{3^n}}\right) = 3$$

$$\overline{\lim}(a_n) = 3 \text{ üst limit ve } \underline{\lim}(a_{2n-1}) = \frac{3}{2} \text{ alt limit}$$

(a_n) dizisinin alt dizilerinin limitlerinden küçük olan alt limit, büyük olan üst limitir. $\overline{\lim}(a_n) \neq \underline{\lim}(a_n)$ olduğundan dizinin limiti yoktur.

SINIRLI VE SINIRSIZ DİZİLER

Bir dizinin tüm terimleri bir gerçel sayıdan daha küçük ise bu dizi üstten sınırlıdır. Bu gerçel sayı, dizinin EKÜS (en küçük üst sınır) üdür. Bir dizinin tüm terimleri bir gerçel sayıdan daha büyük ise bu dizi alttan sınırlıdır. Bu gerçel sayı, dizinin EBAS (en büyük alt sınırı) ıdır.

NOT: (a_n) monoton ve yakınsak bir dizi ise $\lim(a_n)$ ile a_1 sayılarından büyük olan EKÜS küçük olan EBAS olur.

ÖRNEK

Aşağıda verilen dizilerin EBAS ve EKÜS lerini bulunuz.

$$i) (a_n) = \left(\frac{3n-1}{4n+17} \right), \quad ii) (a_n) = \left(\frac{n+1}{3n-8} \right), \quad iii) (a_n) = (-3n^2 + 8n + 1)$$

ÇÖZÜM

$$i) (a_n) = \left(\frac{3n-1}{4n+17} \right) \text{ dizisi monoton ve yakınsak olduğundan } a_1 = \frac{2}{21}, \lim(a_n) = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

$$EBAS = \frac{2}{21}, EKÜS = \frac{3}{4}$$

$$ii) (a_n) = \left(\frac{n+1}{3n-8} \right) \text{ dizisi monoton değildir. } 3n-8=0 \Rightarrow n = \frac{8}{3} = 2,66... \text{ olduğundan } a_2 \text{ ve } a_3 \text{ e bakılır.}$$

$$(2 < 2,6 < 3) \quad a_2 = \frac{3}{-2}, \quad a_3 = \frac{4}{1} = 4, \quad EBAS = \frac{-3}{2}, \quad EKÜS = 4$$

$$iii) (a_n) = (-3n^2 + 8n + 1) \text{ dizisinde } n = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{-6} = \frac{4}{3} \text{ e en yakın sayı 1 dir.}$$

$$a_1 = -3 \cdot 1 + 8 \cdot 1 + 1 = 6 \Rightarrow EKÜS = 6, \quad EBAS = \text{yok}$$

ÖRNEK

$$(a_n) = \left(\frac{2n+3}{2n-5} \right) \text{ dizisinin sınırlı olduğu aralığını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$2n-5=0 \Rightarrow n = \frac{5}{2}$$

$\frac{5}{2}$ sayısına en yakın iki tamsayı 2 ve 3 dizide n yerine yazıldığında

$$\left. \begin{aligned} a_2 &= \frac{2(2)+3}{2(2)-5} = \frac{7}{-1} = -7 \\ a_3 &= \frac{2(3)+3}{2(3)-5} = \frac{9}{1} = 9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -7 \leq a_n \leq 9 \text{ bulunur.}$$

a_n dizisinin EKÜS ü 9, EBAS ı -7 dir.

TEST - 5

1. $a = 2$ sayısının $\varepsilon = \frac{1}{2}$ komşuluğu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ B) $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ C) $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$
 D) $\left(2, \frac{5}{2}\right)$ E) $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$

2. $a \in \mathbb{R}$ ve $\varepsilon \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, a nın ε komşuluğu $(4, 16)$ ise $(a \cdot \varepsilon)$ çarpımı kaçtır?

A) 30 B) 48 C) 50 D) 60 E) 64

3. $(a_n) = \left(\frac{3n+1}{n+2}\right)$ dizisinin 3 ün $\frac{1}{3}$ komşuluğu dışında kaç terimi vardır?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 20

4. $(a_n) = \left(\frac{2n-1}{5n+10}\right)$ dizisinin terimleri kaçın-
 terimden itibaren $\frac{2}{5}$ in $\frac{1}{8}$ komşuluğunda-
 dır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5. $(a_n) = \left(\frac{3n-3}{n+1}\right)$ dizisinin kaç terimi
 $\left(\frac{12}{5}, \frac{14}{5}\right)$ komşuluğundadır?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

6. $(a_n) = \left(\frac{5}{n}\right)$ dizisinin limiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\infty$ B) 0 C) 1 D) 5 E) $+\infty$

7. $(a_n) = (2n^2 + 3n + 4)$ dizisinin limiti aşağıdaki-
 lardan hangisidir?

A) $+\infty$ B) 4 C) 3 D) 2 E) $-\infty$

8. $(a_n) = (-5n^4 + 3n^3 - 2n - 1)$ dizisinin limiti aşağı-
 ğıdakilerden hangisidir?

A) $+\infty$ B) 5 C) 3 D) -5 E) $-\infty$

9. $(a_n) = \left(\frac{3n^2 + 2n - 1}{11n^3 + 5n + 1}\right)$
 dizisinin limiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $+\infty$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{11}$ D) 0 E) -1

10. $(a_n) = \left(\frac{2}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right)$
 dizisinin limiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $+\infty$ B) 2 C) 0 D) -1 E) $-\infty$

TEST - 6

1. $(a_n) = \left(\frac{3n^7 + 2n - 1}{n^6 + 1} \right)$

dizisinin limiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $+\infty$ B) 3 C) 0 D) -3 E) $-\infty$

2. $(a_n) = \left(\frac{n+2}{n+3} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) $+\infty$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $-\infty$

3. $(a_n) = \left(\frac{9n^3 - 3n^2 + 1}{3n^3 + 7n - 1} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) 9 B) 6 C) 3 D) $\frac{-3}{7}$ E) -1

4. $(a_n) = \left(\frac{(x+2)n^3 + 6n^2 - 1}{2n^2 + 5} \right)$

dizisinin limiti bir reel sayı olduğuna göre,
($x + \lim(a_n)$) toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 3 C) 2 D) 1 E) -1

5. $(a_n) = \left(\frac{(2n-1)^2 \cdot (3n^3 + 2n + 1)}{6n^5} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

6. $(a_n) = \left(-\frac{5}{7} \right)^n$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) $-\infty$ B) $-\frac{5}{7}$ C) 0 D) $\frac{5}{7}$ E) $+\infty$

7. $(a_n) = \left(\frac{11}{7} \right)^n$

dizisinin limiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) $\frac{-11}{7}$ C) 0 D) $\frac{11}{7}$ E) $+\infty$

8. $(a_n) = \left(-\frac{10}{7} \right)^n$

dizisinin limiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) $\frac{-10}{7}$ C) 0 D) $\frac{10}{7}$ E) Yoktur

9. $(a_n) = \left(\frac{2^{n+3} + 2^n}{2^{n+1} - 2^{n-1}} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

10. $(a_n) = \left(\frac{3^n + 5^{n+2}}{2^n + 3^n + 4 \cdot 5^n} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) 25 B) 5 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{25}{4}$ E) $\frac{13}{3}$

TEST - 7

1. $(a_n) = \left(\frac{11^n + 2 \cdot 9^n + 3 \cdot 5^n - 11 \cdot 3^n + 2^n \cdot 5}{11^n + 7 \cdot 9^n - 3 \cdot 2^n} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

A) $-\frac{5}{3}$ B) -1 C) 0 D) $\frac{2}{7}$ E) 1

2. $(a_n) = \left(\frac{\cos n + \sin n}{n} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $+\infty$

3. $(a_n) = \left(2^{\frac{3}{n}} + 5^{\frac{11}{n}} + \left(-\frac{3}{5}\right)^n + \left(-\frac{4}{9}\right)^n \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $(a_n) = \left(\frac{\sum_{k=1}^n 2k}{n^2 + n + 1} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) $+\infty$

5. $(a_n) = \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n$

dizisinin limiti kaçtır?

A) $-\infty$ B) $+\infty$ C) 0 D) e E) e^2

6. $(a_n) = \left(1 + \frac{3}{4n} \right)^{4n}$

dizisinin için $\ln(\lim(a_n))$ kaçtır?

A) 0 B) $\frac{3}{4}$ C) 3 D) 12 E) 81

7. $(a_n) = \left(1 - \frac{2}{1+3n} \right)^{5n}$

dizisi için $\ln(\lim(a_n))$ kaçtır?

A) $-\frac{10}{3}$ B) $-\frac{5}{3}$ C) $-\frac{2}{3}$
D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{10}{3}$

8. $(a_n) = \left(\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{4n^3} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

9. $(a_n) = \left(\frac{1+2+3+\dots+n}{3n^2+1} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

10. $(a_n) = (0, \underbrace{8222 \dots 2}_{n \text{ basamak}})$ dizisinin limiti kaçtır?

A) $\frac{11}{5}$ B) $\frac{34}{45}$ C) $\frac{7}{9}$
D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{37}{45}$

TEST - 8

1. $(a_n) = (\sqrt{n+2} - \sqrt{n})$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

2. $(a_n) = \left(\sqrt{\frac{16n^2 - 3n + 1}{4n^2 + 2n + 7}} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

3. $(a_n) = \left(\frac{3n-1}{\sqrt{4n^2-1}} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

4. $(a_n) = \left(\frac{\sqrt{2n^2 + n + 1}}{n + 3} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) 2 B) $\sqrt{3}$ C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) 2

5. $(a_n) = \left(\frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 + n + 1}} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) -1 E) -2

6. $(a_n) = \left(\frac{2n+3}{\sqrt{4n^2+1} - \sqrt{n^2+3n+1}} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $-\frac{2}{3}$

7. $(a_n) = \left(\sqrt[n]{5^{3n+1}} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) 1 B) 5 C) 25 D) 75 E) 125

8. $(a_n) = \left(\frac{2 \cdot n^n + n!}{5 \cdot n^n} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{7}{5}$ C) 1 D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{2}{5}$

9. $(a_n) = \left(\frac{3n+n^2-4n^3}{n^2+1} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) $-\infty$ B) -4 C) -1 D) 1 E) $+\infty$

10. $(a_n) = \left(\frac{8n+5}{x \cdot n + 1,25} \right)$

sabit dizisinin limiti kaçtır?

- A) 8 B) $\frac{8}{5}$ C) 2 D) $\frac{8}{3}$ E) 4

TEST - 9

1. $(a_n) = \left(\frac{2n-11}{n+3} \right)$

dizisine göre, (a_{2n-1}) dizisinin limiti kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

2. (a_n) dizisi pozitif terimli ve yakınsak bir dizi olup alt dizileri arasında; $a_{3n} \cdot a_{2n} = 5a_{n+1} + 6$ bağıntısı vardır. Buna göre, $\lim(a_n)$ kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 2 E) 1

3. (a_n) dizisi negatif terimli ve yakınsak bir dizi olup alt dizileri arasında; $a_{n+3} - \frac{12}{a_{2n+7}} = 1$ bağıntısı vardır. Buna göre $\lim(a_{3n-1})$ kaçtır?

- A) -10 B) -7 C) -4 D) -3 E) -1

4. $(a_n) = \left(\frac{\sum_{k=1}^n (6k^2 - 1)}{n^3 + 5} \right)$

dizisine göre, (a_{2n}) dizisinin limiti kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 8

5. $(a_n) = \begin{cases} \frac{\cos(n)}{n} & , n \text{ tek ise} \\ \frac{n^2 + 1}{2n^3 - 1} & , n \text{ çift ise} \end{cases}$

olan dizinin limiti kaçtır?

- A) $+\infty$ B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\infty$ E) Yoktur

6. $(a_n) = \left(\frac{(-1)^{n+1} \cdot n^4}{5n^4 + 3n^3} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) $-\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{3}$
D) 5 E) Limit yoktur

7. $(a_n) = \begin{cases} \frac{3n-1}{n+1} & , n \equiv 0 \pmod{3} \text{ ise} \\ \frac{4-n}{n+3} & , n \equiv 1 \pmod{3} \text{ ise} \\ \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) & , n \equiv 2 \pmod{3} \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı (a_n) dizisinin alt ve üst limitlerinin toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. $(a_n) = \left(\cos \frac{n\pi}{3} \right)$ dizisinin alt limiti ile,

$(b_n) = \left(\sin \frac{n\pi}{4} \right)$ dizisinin üst limitinin çarpımı kaçtır?

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$
D) -1 E) 0

9. $\lim(a_n) = -3$ olduğuna göre,

$(b_n) = \left(\frac{(a_n)^2 + 5 \cdot (a_n) + 2}{|(a_n)| - 2 \cdot (a_n) + 1} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) $-\frac{2}{5}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) 0 D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{2}{5}$

10. $(a_n) = \left(\sqrt{4n^2 - 4n + 13} - 2n \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) -1

TEST - 10

1. $(a_n) = (n - 2)$ dizisinin EBAS ı aşağıdakilerden hangisidir?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

2. $(a_n) = \left(\frac{5n - 1}{n + 1} \right)$

dizisinin EBAS ve EKÜS ünün toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 11

3. $(a_n) = (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1})$

dizisinin EBAS ve EKÜS ünün toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2} + 1$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2} - 1$
D) 0 E) -1

4. $(a_n) = \left(\frac{4}{n+3} \right)$ ve $(b_n) = \left(\frac{n-2}{n} \right)$

dizilerine göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) (a_n) dizisi monoton azalandır.

B) (b_n) dizisi monoton artandır.

C) EBAS $(a_n \cdot b_n) = 0$

D) EKÜS $\left(\frac{a_n}{b_n} \right) = 1$

E) $\lim \left(\frac{b_n}{a_n} \right) = 0$

5. $(a_n) = \left(\frac{2n-1}{3n-7} \right)$

dizisinin EBAS ve EKÜS ünün toplamı kaçtır?

A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{-1}{4}$ E) $\frac{-1}{2}$

6. $a_1 = 3$ ve $\forall n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

$$a_{n+1} = \frac{1}{3} \cdot a_n \text{ biçiminde tanımlanan } (a_n) \text{ dizisi-}$$

nin EKÜS ü EBAS ından kaç fazladır?

A) 3 B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{3}$

7. $(a_n) = \left(\frac{(-1)^n (2n+1)}{5n-2} \right)$

dizisinin EBAS ve EKÜS ünün toplamı kaçtır?

A) $-\frac{9}{65}$ B) $-\frac{9}{13}$ C) 0 D) $\frac{41}{40}$ E) $\frac{9}{104}$

8. $(a_n) = (n^2 - 11n + 10)$ dizisinin EBAS ı ile

$(b_n) = (-3n^2 + 13n - 1)$ dizisinin EKÜS ünün toplamı kaçtır?

A) 13 B) 7 C) -7 D) -13 E) -20

9. $(a_n) = \begin{cases} \frac{n+2}{2n} & , n \equiv 0 \pmod{3} \text{ ise} \\ \cos(n) & , n \equiv 1 \pmod{3} \text{ ise} \\ \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} & , n \equiv 2 \pmod{3} \text{ ise} \end{cases}$

dizisi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) EBAS $(a_n) = 1$

B) Yakınsaktır

C) EKÜS $(a_n) = 2$

D) $\lim(a_n) = 1$

E) $\lim(a_n) = \frac{1}{2}$

10. $(a_n) = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right)$

dizisi için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) Monoton artandır.

B) Yakınsaktır.

C) EBAS $(a_n) = 1$

D) EKÜS $(a_n) = 2$

E) $\lim(a_n) = 1$

ARİTMETİK DİZİ

$(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ dizisinde r ortak fark olmak üzere;

$a_1 = a_1, a_2 = a_1 + r, a_3 = a_1 + 2r, a_4 = a_1 + 3r, \dots, a_n = a_1 + (n-1)r$, eşitlikleri varsa bu dizi aritmetik dizidir.

NOT:

1) Dizinin genel terimi $\Rightarrow a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$

$p < n$ iken $\Rightarrow a_n = a_p + (n-p) \cdot r$

2) Aritmetik dizide her terim kendisinden eşit uzaklıktaki terimlerin aritmetik ortasıdır.

$$a_p = \frac{a_{p+k} + a_{p-k}}{2}$$

3) Aritmetik dizide baştan ve sondan eşit uzaklıktaki terimlerin toplamı eşittir.

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \dots$$

4) Aritmetik dizide ilk n terimin toplamı:

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n) \text{ olur.}$$

5) a ve b arasına aritmetik dizi oluşturacak şekilde p tane terim yerleştirilirse;

$$b = a + (p+1) \cdot r \text{ olur.}$$

ÖRNEK

İlk terimi 3, ortak farkı 2 olan aritmetik dizinin genel terimini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r \Rightarrow a_n = 3 + (n-1) \cdot 2 = 2n + 1$$

ÖRNEK

4. terimi 7, 15. terimi 40 olan dizinin ilk terimini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$a_{15} = a_4 + (15-4) \cdot r \Rightarrow 40 = 7 + 11r \Rightarrow r = 3 \Rightarrow a_4 = a_1 + 3 \cdot r \Rightarrow 7 = a_1 + 3 \cdot 3 \Rightarrow a_1 = -2$$

ÖRNEK

$a_{11} = 23, a_3 = -3$ ise $a_6 + a_8$ toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$a_{11} + a_3 = a_6 + a_8 \Rightarrow a_6 + a_8 = 23 - 3 = 20$$

ÖRNEK

İlk terimi 4, ortak farkı 3 olan aritmetik dizinin ilk 11 teriminin toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$S_{11} = \frac{11}{2} \cdot (a_1 + a_{11}) = \frac{11}{2} (a_1 + a_1 + 10r) = \frac{11}{2} (4 + 4 + 10 \cdot 3) = 11 \cdot 19 = 209$$

ÖRNEK

8 ile 41 arasına aritmetik dizi olacak şekilde 10 terim yerleştirilirse ortak farkın kaç olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$41 = 8 + (10+1) \cdot r \Rightarrow 33 = 11r \Rightarrow r = 3$$

ÖRNEK

$(a_n) = 8n - 1$ dizisinin ilk 10 teriminin toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$a_1 = 7, a_{10} = 79 \Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2} (a_1 + a_{10}) = 5 \cdot (79 + 7) = 5 \cdot 86 = 430$$

TEST - 11

1. Birinci terimi 3, ortak farkı 2 olan bir aritmetik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $n + 2$ B) $2n - 1$ C) $2n + 1$
D) $3n$ E) $4n - 1$

2. (17, 21, 25, 29 ...) aritmetik dizisinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4n + 13$ B) $4n + 17$
C) $3n + 14$ D) $2n + 15$
E) $n + 16$

3. Birinci terimi 4, yedinci terimi 40 olan bir aritmetik dizinin ortak farkı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. 17. terimi 70, 8. terimi 7 olan bir aritmetik dizinin ortak farkı kaçtır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

5. İlk terimi 9, ortak farkı 3 ve son terimi 81 olan bir aritmetik dizinin terim sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

6. 11. terimi 11, ortak farkı 2 olan bir aritmetik dizinin 121. terimi kaçtır?

A) 121 B) 230 C) 231 D) 232 E) 233

7. Bir aritmetik dizinin 5. ve 13. terimlerinin toplamı 30 olduğuna göre, bu dizinin 9. terimi kaçtır?

A) 9 B) 15 C) 18 D) 20 E) 30

8. Bir aritmetik dizide $a_{15} = 9$ ve $a_5 = 21$ olduğuna göre, bu dizinin 3. ve 17. terimlerinin aritmetik ortalaması kaçtır?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 30

9. $\log_2 4$, $10^{2\log x}$, $\log_3 3^{16}$ terimleri bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, x kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 9 D) 10 E) 18

10. $x^3 + 3x^2 - mx + n = 0$ denkleminin kökleri bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, $(m + n)$ kaçtır?

A) -5 B) -2 C) 0 D) 3 E) 5

TEST - 12

1. 1 ile 31 arasına aritmetik dizi oluşturacak şekilde 5 terim yerleştirilirse, **bu dizinin ortak farkı kaç olur?**

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

2. İlk terimi 7 olan bir aritmetik dizinin 7 ile 77 arasında 14 tane terimi varsa **bu dizinin ortak farkı kaçtır?**

A) $\frac{16}{3}$ B) 5 C) $\frac{14}{3}$ D) $\frac{13}{3}$ E) 4

3. -4 ile 8 arasına aritmetik dizi oluşturacak şekilde 5 terim yerleştirilirse, **bu dizinin (-4 ve 8 dahil) 2. terimi kaç olur?**

A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 2

4. Beşinci terimi 28, ortak farkı 5 olan **bir aritmetik dizinin hangi terimi 98 dir?**

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

5. Bir aritmetik dizide $\frac{a_5}{a_{21}} = \frac{1}{25}$ ve ortak fark $r = 6$ olduğuna göre, **bu dizinin birinci terimi kaçtır?**

A) -20 B) -14 C) -8 D) -2 E) 4

6. Bir aritmetik dizide $a_m = n$ ve $a_n = m$ olduğuna göre, **bu dizinin birinci terimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $n + m - 3$ B) $n + m - 2$
C) $n + m - 1$ D) $n + m$
E) $n + m + 1$

7. Genel terimi, $(a_n) = (3n - 1)$ olan **aritmetik dizinin ilk 15 teriminin toplamı kaçtır?**

A) 333 B) 336 C) 339 D) 342 E) 345

8. İlk terimi 3 olan bir aritmetik dizinin ilk 50 teriminin toplamı 300 olduğuna göre, **50. terimi kaçtır?**

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

9. İlk terimi 7 olan bir aritmetik dizinin ilk 10 teriminin toplamı 90 olduğuna göre, **ortak farkı kaçtır?**

A) $\frac{7}{9}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{1}{3}$

10. İlk terimi 3, 13. terimi 21 olan **bir aritmetik dizinin ilk 8 teriminin toplamı kaçtır?**

A) 66 B) $\frac{129}{2}$ C) 64 D) 62 E) 60

TEST - 13

1. Bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı $S_n = \frac{n^2 + 2n}{2}$ olduğuna göre, **bu dizinin 5. terimi kaçtır?**

A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{11}{2}$ C) $\frac{13}{2}$ D) $\frac{15}{2}$ E) $\frac{17}{2}$

2. Bir aritmetik dizide ilk 10 terimin toplamı 40 ve ilk 3 terimin toplamı 15 olduğuna göre, **bu dizinin 2. terimi kaçtır?**

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

3. İlk 100 teriminin toplamı 200 ve 100. terimi 10 olan **bir aritmetik dizinin ilk terimi kaçtır?**

A) -6 B) -4 C) -2 D) 0 E) 4

4. Bir aritmetik dizinin ilk terimi ile 8. terimi arasındaki fark 42 olduğuna göre, **dizinin ortak farkı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

5. Bir aritmetik dizide $a_7 + a_{11} = 74$ ve $a_{10} = 41$ olduğuna göre, **bu dizinin ilk 8 teriminin toplamı kaçtır?**

A) 164 B) 160 C) 156 D) 152 E) 148

6. Bir aritmetik dizide $a_1 = 1$ ve $S_5 = \frac{S_{10} - S_5}{2}$ olduğuna göre, **a_4 kaçtır?**

A) $\frac{10}{3}$ B) 3 C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) 2

7. Bir aritmetik dizide $a_1 = 1$ ve ilk 15 terimin toplamı ile ilk 5 terimin toplamının farkı 105 olduğuna göre, **a_7 kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 11

8. Bir sınıftaki 10 kız öğrencinin not ortalaması 70, 15 erkek öğrencinin not ortalaması 50 olduğuna göre, **tüm sınıfın not ortalaması kaçtır?**

A) 62 B) 61 C) 60 D) 59 E) 58

9. Bir aritmetik dizinin ilk 10 teriminin aritmetik ortalaması 10 ise **bu ilk 10 terimin toplamı kaçtır?**

A) 10 B) 20 C) 50 D) 100 E) 110

10. $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ ile $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ sayılarının aritmetik ortalaması kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) 3 D) $2\sqrt{3}$ E) 4

GEOMETRİK DİZİ

$(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ dizisinde r ortak çarpan olmak üzere;

$a_1 = a_1, a_2 = a_1 \cdot r, a_3 = a_1 \cdot r^2, a_4 = a_1 \cdot r^3, \dots, a_n = a_1 \cdot r^{n-1}, \dots$ eşitlikleri varsa bu dizi geometrik dizidir.

NOT:

- 1) Dizinin genel terimi $\Rightarrow a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$
 $p < n$ iken $\Rightarrow a_n = a_p \cdot r^{n-p}$
- 2) Geometrik dizide, her terim kendisinden eşit uzaklıkta bulunan terimlerin geometrik ortasıdır.
 $a_p = \sqrt{a_{p-k} \cdot a_{p+k}}$
- 3) Geometrik dizide, baştan ve sondan eşit uzaklıkta bulunan terimlerin çarpımı eşittir.
 $a_1 \cdot a_n = a_2 \cdot a_{n-1} = a_3 \cdot a_{n-2} = \dots$
- 4) Geometrik dizide ilk n terimin toplamı;
 $S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$ olur.
- 5) a ve b arasına geometrik dizi oluşturacak şekilde p tane terim yerleştirilirse;
 $b = a \cdot r^{p+1}$ olur.
- 6) Bir geometrik dizide ilk n terimin çarpımı;
 $T_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$ olur.

ÖRNEK

İlk terimi 5, ortak çarpanı 2 olan geometrik dizinin genel terimini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow a_n = 5 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow a_n = \frac{5}{2} \cdot 2^n$$

ÖRNEK

7. terimi 16, 9. terimi 4 olan geometrik dizinin 3. terimini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$a_9 = a_7 \cdot r^{9-7} \Rightarrow 4 = 16 \cdot r^2 \Rightarrow r = \frac{1}{2} \Rightarrow a_7 = a_3 \cdot r^{7-3} \Rightarrow 16 = a_3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \Rightarrow a_3 = 256$$

ÖRNEK

Bir geometrik dizinin ardışık üç terimi $2x - 1$, $\sqrt{3}$, $2x + 1$ ise x i bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\sqrt{3} = \sqrt{(2x-1)(2x+1)} \Rightarrow 3 = 4x^2 - 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$$

ÖRNEK

243 ile 3 arasına geometrik dizi olacak şekilde 3 terim yerleştirilirse ortak çarpanı bulunuz.

ÇÖZÜM

$$243 = 3 \cdot r^{3+1} \Rightarrow 81 = r^4 \Rightarrow r = 3$$

ÖRNEK

İlk terimi 2, ortak çarpanı 3 olan geometrik dizinin ilk 9 teriminin toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$S_9 = a_1 \cdot \frac{r^9 - 1}{r - 1} \Rightarrow S_9 = 2 \cdot \frac{3^9 - 1}{3 - 1} = 3^9 - 1$$

TEST - 14

1. Birinci terimi ve ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2^{n-2} B) 2^{n-1} C) 2^n D) 2^{n+1} E) 2^{n+2}

2. Dördüncü terimi $\frac{1}{2}$ ve yedinci terimi $-\frac{1}{16}$ olan geometrik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{8}{2^n}$ B) $\frac{4}{2^n}$ C) $2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n$
D) $4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ E) $8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n$

3. Sekizinci terimi 16 ve ortak çarpanı $\frac{1}{2}$ olan geometrik dizinin birinci terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2^{11} B) 2^{10} C) 2^9 D) 2^8 E) 2^7

4. İlk terimi $\frac{1}{3^6}$, son terimi 3^6 ve ortak çarpanı 3 olan geometrik dizide kaç terim vardır?

A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

5. 3. terimi 25 ve ortak çarpanı $\frac{1}{5}$ olan geometrik dizinin 10. terimi kaçtır?

A) $\frac{1}{5^8}$ B) $\frac{1}{5^7}$ C) $\frac{1}{5^6}$ D) $\frac{1}{5^5}$ E) $\frac{1}{5^4}$

6. İlk terimi $\frac{1}{27}$ ve ortak çarpanı 3 olan bir geometrik dizinin 7. terimi kaçtır?

A) 3 B) 9 C) 27 D) 81 E) 243

7. Bir geometrik dizinin beşinci terimi 32 ve sekizinci terimi 256 olduğuna göre, ortak çarpanı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

8. Bir geometrik dizinin ardışık üç terimi; $\log_2 3$, $x - 1$, $\log_3 512$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

9. $x^3 - mx^2 + nx - 8 = 0$ denkleminin kökleri sırasıyla x_1 , x_2 ve x_3 bir geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, $\frac{n}{m}$ oranı kaçtır?

A) 2 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

10. Bir geometrik dizide ilk terim 4 ve $a_7 \cdot a_5 = 32$ olduğuna göre, 11. terim kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

TEST - 15

1. Bir geometrik dizinin ilk terimi 3, ortak çarpanı 2 olduğuna göre, ilk yedi teriminin toplamı kaçtır?

A) 46 B) 127 C) 251 D) 381 E) 762

2. Birinci terimi 3, ortak çarpanı 4 olan bir geometrik dizinin ilk kaç teriminin toplamı 63 eder?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. İlk terimi 4, 8. terimi 25 olan bir geometrik dizinin ilk 8 teriminin çarpımı kaçtır?

A) 10^6 B) 10^8 C) 10^9 D) 10^{10} E) 10^{12}

4. Birinci terimi 4 olan bir geometrik dizinin 7. terimi kaç olmalıdır ki bu ilk 7 terimin çarpımı 2^{35} olsun?

A) 32 B) 64 C) 128 D) 256 E) 512

5. 1 ile 243 arasına geometrik dizi oluşacak şekilde 4 terim yerleştirilirse ortak çarpan kaç olur?

A) 2 B) 3 C) 8 D) 9 E) 27

6. $\sqrt{3}$ ve $3\sqrt{3}$ sayıları arasına aşağıdaki sayılardan hangisi yerleştirilirse geometrik bir dizi meydana gelir?

A) 1,8 B) 2 C) 3 D) 6 E) 9

7. Bir geometrik dizinin ardışık 5 terimi 2, a, b, c, 8 olduğuna göre, $a \cdot b \cdot c$ çarpımı kaçtır?

A) 64 B) 80 C) 96 D) 128 E) 256

8. Bir geometrik dizinin ardışık 4 terimi $\sin x^\circ$, $\sin y^\circ$, $\cos x^\circ$, $\cos y^\circ$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) $x = y$ B) $x = 2y$ C) $y = 2x$
D) $x = y + 90^\circ$ E) $x = y + 270^\circ$

9. Pozitif terimli bir geometrik dizinin ilk terimi 1 ve ilk üç teriminin toplamı 13 olduğuna göre, bu dizinin 5. terimi kaçtır?

A) 3 B) 9 C) 27 D) 81 E) 243

10. Terimleri pozitif tamsayılardan oluşan bir geometrik dizinin ardışık 4 teriminden birincisi 2 ve bu dört terimin toplamı 30 olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

TEST - 16

1. Bir geometrik dizinin ilk n teriminin toplamı

$$S_n = \frac{2^n + 1}{n + 4} \text{ olduğuna göre, bu dizinin 6. terimi}$$

kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{19}{6}$ D) 3 E) $\frac{17}{6}$

2. 3^{-3} ve 3^9 sayıları arasında geometrik dizi oluşturacak şekilde 11 terim yerleştirilirse baştan 5. terim kaç olur?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 3 E) 9

3. (a_n) bir geometrik dizi, $a_1 + a_4 = 56$ ve $a_2 + a_3 = 24$ olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{27}$ D) $\frac{1}{81}$ E) $\frac{1}{90}$

4. Bir geometrik dizinin ilk beş teriminin toplamı 93, ilk üç teriminin toplamı 21 ise bu dizinin birinci terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. Bir geometrik dizide $\frac{a_4}{a_1} = 8$ olduğuna göre, ortak çarpan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

6. (a_n) bir geometrik dizi $a_1 + a_2 = 6$ ve $a_1 - a_3 = 3$ olduğuna göre, a_5 kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 2

7. Ayrıtları bir geometrik dizi oluşturan dikdörtgenler prizmasının ardışık üç ayrıtı a , b , $4a$ ve prizmanın hacmi 216 br^3 olduğuna göre, prizmanın alanı kaç br^2 dir?

- A) 162 B) 192 C) 222 D) 252 E) 282

8. 1, 5, 13 sayılarının her biri x kadar artırıldığında bir geometrik dizinin ardışık üç terimi elde edildiğine göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 8

9. $2\sin\alpha^\circ$, 1, $\cos\alpha^\circ$ bir geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, α açısının ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 90° B) 60° C) 45° D) 30° E) 15°

10. x , 4, y bir geometrik dizinin ardışık üç terimi; x , 5, y ise bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, $1x^2 - y^2$ kaçtır?

- A) 0 B) 30 C) 42 D) 60 E) 80

SERİLER

(a_n) bir reel sayı dizisi olmak üzere;

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots \quad \text{sonsuz toplamına seri denir.}$$

NOT:

- 1) $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ toplamına serinin kısmi (parça) toplamlar dizisi denir.
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = a \in \mathbb{R}$ ise seri yakınsak, seri yakınsak ise $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n) = 0$ dir.
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = a \in \mathbb{R}$ limitine serinin toplamı denir.
- 4) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n) = 0$ olması, daima serinin yakınsak olmasını gerektirmez.
- 5) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n) \neq 0$ ise seri ıraksaktır, toplamı bulunamaz.

ÖRNEK

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \text{ serisinin toplamını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$S_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \Rightarrow$$

$$S_n = 1 - \frac{1}{n+1} \quad \text{ve} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = 1 \text{ dir.}$$

$$\text{Bundan dolayı} \quad \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = 1 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \text{ serisinin toplamını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

Genel terimi $\frac{1}{4^n}$ olan dizinin limiti sıfırdır. O halde toplam bulunabilir.

$$S_n = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{4^n} = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{4^{n-1}} \right) \Rightarrow S_n = \frac{1}{4} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{4} \right)^n}{1 - \frac{1}{4}} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{4} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{4} \right)^n}{\frac{3}{4}} \right] = \frac{1}{3}$$

NOT:

- 1) Eğer n. kısmi toplamı $S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$ olan serilerde, $|r| < 1$ ise seri yakınsaktır.

$$\text{Serinin toplamı} = \frac{\text{ilk terim}}{1-r} \text{ olur.}$$

- 2) $|r| \geq 1$ ise seri ıraksaktır, limit yoktur. Serinin toplamı bulunamaz.

ÖRNEK

$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} = 1$$

ÖRNEK

$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^{-n+1}$ toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^{-n+1} = \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^2}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{4}{1} = 3$$

ÖRNEK

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+2^n}{3^n}$ toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+2^n}{3^n} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3^n} + \left(\frac{2}{3}\right)^n \right) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^0}{1 - \frac{1}{3}} + \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^0}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{3}{2} + 3 = \frac{9}{2}$$

ÖRNEK

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot (n+1)}$ toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} + \dots = \lim \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} \right) = \lim \left(\frac{n}{n+1} \right) = 1$$

ÖRNEK

Yarıçapı $r = 9$ cm olan bir dairenin içine aynı merkezli ve herbirinin yarıçapı bir öncekinin $\frac{1}{3}$ ü kadar olan sonsuz tane daire çizilirse meydana gelen dairelerin alanları toplamının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$A = \pi \cdot 9^2 + \pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 1^2 + \pi \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \pi \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 + \pi \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^2 + \dots = \pi \cdot 81 + \pi \cdot 9 + \pi \cdot 1 + \pi \cdot \frac{1}{9} + \pi \cdot \frac{1}{81} + \dots$$

$$A = 91\pi + \pi \left(\frac{1}{9} + \left(\frac{1}{9}\right)^2 + \left(\frac{1}{9}\right)^3 + \dots \right) = 91\pi + \pi \left(\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{9}\right)^n \right) = 91\pi + \pi \cdot \frac{\frac{1}{9}}{1 - \frac{1}{9}}$$

$$A = 91\pi + \pi \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{9}{8} = 91\pi + \frac{\pi}{8} = \frac{729\pi}{8}$$

TEST - 17

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$ serisinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 2

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{7}\right)^{n-1}$ serisinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{7}{4}$ B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{8}{3}$ D) 3 E) 4

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot (n+1)}$ serisinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{5^{n-1}}$ serisinin değeri kaçtır?

- A) 9 B) 15 C) $\frac{45}{2}$ D) 30 E) 45

5. $\sum_{n=3}^{\infty} 2^{-3n}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{64}$ B) $\frac{1}{210}$ C) $\frac{1}{420}$ D) $\frac{1}{440}$ E) $\frac{1}{448}$

6. $\sum_{n=-2}^{\infty} \frac{1+3^{n+1}}{4^{n-1}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 128 B) $\frac{512}{3}$ C) 256
D) $\frac{256}{3}$ E) $\frac{128}{3}$

7. $x > 1$ ve

$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{x}\right)^n = \frac{1}{20}$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

8. $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{3n-1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{64}$ B) $\frac{1}{128}$ C) $\frac{1}{224}$ D) $\frac{1}{240}$ E) $\frac{1}{256}$

9. $\sum_{n=2}^{\infty} (0,75)^{n+1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{27}{128}$ B) $\frac{27}{64}$ C) $\frac{27}{32}$ D) $\frac{27}{16}$ E) $\frac{81}{16}$

10. $\sum_{n=1}^{\infty} (3^{-n} + 5^{-n})$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

TEST - 18

1. $\sum_{n=0}^{\infty} (0,3)^{2n}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{9}{8}$ D) 2 E) 9

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3^{-n} + 5^{-n}}{2^{-n}} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{7}{3}$ D) 2 E) $\frac{5}{3}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5^{-n} + 3}{2^n} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{28}{9}$ B) 3 C) $\frac{25}{9}$ D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{7}{3}$

4. $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2^{-n} + 3^{n+2}}{6^n} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{201}{11}$ B) $\frac{203}{11}$ C) $\frac{205}{11}$
D) $\frac{208}{11}$ E) $\frac{210}{11}$

5. $\prod_{n=1}^{\infty} 2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt[4]{2}$ B) $\sqrt[3]{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) 2 E) 4

6. $0,3 + 0,03 + 0,003 \dots$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

7. 20 metre yükseklikten bir top yere bırakılıyor. Top her yere çarptığında bir önceki yüksekliğinin $\frac{2}{3}$ ü kadar yükseliyor.

Top dengeli duruma gelinceye kadar kaç metre yol alır?

- A) 20 B) 40 C) 60 D) 80 E) 100

8. Bir kenar uzunluğu 6 birim olan bir karenin, kenarlarının orta noktaları birleştirilerek yeni bir kare elde ediliyor. Aynı işlem yeni kareye uygulanıyor. **Bu işlem sonsuza kadar sürdürülürse elde edilen bütün karelerin alanları toplamı kaç birimkare olur?**

- A) 36 B) 60 C) 72 D) 90 E) 144

9. Bir kenarının uzunluğu 4 cm olan bir eşkenar üçgenin kenarlarının orta noktaları birleştirilerek yeni bir eşkenar üçgen elde ediliyor. Bu işlem elde edilen her üçgene uygulanıyor. **Oluşan tüm üçgenlerin çevrelerinin toplamı kaç cm'dir?**

- A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 36

10. Yarıçapı 8 cm olan daireye dıştan teğet ve yarıçapı ilk dairenin $\frac{1}{2}$ 'si kadar olan daire çiziliyor.

Bu işlem elde edilen her daireye uygulandığında oluşan dairelerin alanları toplamı kaç π cm² olur?

- A) $\frac{256}{3}$ B) 85 C) $\frac{128}{3}$
D) 84 E) $\frac{64}{3}$

KARMA TEST - 1

1. $(a_n) = \left(\frac{n+3}{5n+1}\right)$ dizisinin dördüncü terimi kaçtır?

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{5}$

2. $a_n = \begin{cases} \frac{1}{n+3} & , n \text{ çift sayı ise} \\ 6n^2 & , n \text{ tek sayı ise} \end{cases}$
 $b_n = \begin{cases} 4n+12 & , n \equiv 0 \pmod{2} \text{ ise} \\ \frac{1}{3n} & , n \equiv 1 \pmod{2} \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $(a_4) \cdot (b_4)$ kaçtır?

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 4 D) 2 E) 1

3. $(a_n) = \left(\frac{5^n}{n!}\right)$ dizisi veriliyor.

$(a_{n+2}) : (a_{n+1})$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{5}{n+2}$ B) $\frac{5}{n+1}$ C) $\frac{n+1}{5}$
D) $\frac{n+2}{5}$ E) $\frac{25}{n}$

4. $(a_n) = \left(\frac{5n+8}{n}\right)$ dizisinin kaç tane terimi tam sayıdır?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

5. $(a_n) = \left(\frac{11n-30}{n}\right)$ dizisinin kaç tane terimi pozitif tamsayıdır?

A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

6. $(a_n) = \left(\frac{2n-13}{n+4}\right)$ dizisinin kaç tane terimi negatif gerçel sayıdır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

7. $(a_n) = \left(\frac{3n+5}{2n+1}\right)$ dizisinin kaçınıcı terimi $\frac{23}{13}$ tür?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

8. $(a_n) = \left(\frac{n^2-10n+21}{n+1}\right)$ dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

9. $(a_n) = \left(\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}\right)$ dizisinin ilk üç teriminin toplamı kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{7}{16}$ D) $\frac{13}{16}$ E) $\frac{17}{16}$

10. $(a_n) = \left(\frac{n+2}{4}\right)$ ve $(b_n) = \left(\frac{9}{n+2}\right)$ dizilerinin kaçınıcı terimleri birbirlerine eşittir?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

KARMA TEST - 2

1. $(a_n) = \left(\frac{9n-27}{n+3} \right)$ dizisinin kaç terimi pozitif tamsayıdır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $(a_n) = \left(\frac{n^3 - n^2 + 5n + 2}{n+2} \right)$ dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için

$a_n = 3 \cdot a_{n+1}$ dizisi veriliyor.

$a_4 = 5$ olduğuna göre, a_1 kaçtır?

A) 45 B) 60 C) 75 D) 90 E) 135

4. $n \geq 2$ için $a_1 = 6$ ve

$(a_n) = \left(\frac{7-n}{n} \right) (a_{n-1})$ olduğuna göre,

(a_n) dizisinin dördüncü terimi kaçtır?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

5. Genel terimi,

$$(a_n) = \left(\frac{1}{(n+1)(n+2)} \right)$$

olan dizinin ilk 10 teriminin toplamı kaçtır?

A) $\frac{7}{12}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{13}{14}$ E) $\frac{12}{17}$

6. $(a_n) = \left(\frac{16-n}{2n-7} \right)$ dizisinin kaç terimi negatif değildir?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

7. $(a_n) = \left(\frac{4n+2m}{n+3} \right)$ dizisi sabit dizi olduğuna göre, m kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

8. $(a_n) = \left(\frac{6n}{3n-19} \right)$ dizisinin tamsayı olan terimlerinin toplamı kaçtır?

A) -12 B) 19 C) 24 D) 26 E) 38

9. $(a_n) = \left(\frac{-4n+8}{n} \right)$ dizisinin bir terimi -2 dir.

Dizinin bu terimden sonraki terimi kaçtır?

A) $-\frac{14}{5}$ B) $-\frac{12}{5}$ C) -3

D) $-\frac{9}{2}$ E) $-\frac{3}{5}$

10. $(a_n) = \left(\frac{2n+3}{n+4} \right)$ dizisinin bir alt dizisi

$\left(\frac{2n+5}{n+k} \right)$ olduğuna göre, k kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

KARMA TEST - 3

1. $a_1 = -6$ ve $n > 1$
 $a_n = 4 + a_{n-1}$ olduğuna göre,
 (a_n) dizisinin ellinci terimi kaçtır?
 A) 175 B) 180 C) 185 D) 190 E) 195
2. Bir (a_n) dizisinin $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için,
 $a_n + a_{n+2} = 2 \cdot a_{n+1}$ dir.
 $a_2 = 5$ ve $a_6 = 13$ olduğuna göre, a_{20} kaçtır?
 A) 41 B) 43 C) 49 D) 53 E) 59
3. $(a_n) = \left(\frac{2n+k}{4n+1} \right)$ dizisi monoton azalan olduğuna
 göre, k'nın en geniş tanım aralığı aşağıdakiler-
 den hangisidir?
 A) $k > \frac{1}{2}$ B) $k < \frac{1}{2}$ C) $k > -2$
 D) $k < -2$ E) $k > -\frac{1}{2}$
4. $(a+3, 2a+b)$ açık aralığı 9 un 4 komşuluğu ise,
 $a+b$ toplamı kaçtır?
 A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14
5. $(a_n) = \left(\frac{3n}{n+1} \right)$ dizisinin kaç tane terimi 3 ün
 $\frac{1}{15}$ komşuluğu dışındadır?
 A) 42 B) 43 C) 44 D) 45 E) 46

6. $(a_n) = \left(\frac{2n+5}{3n+4} \right)$ dizisinin en küçük üst sınırı
 (eküs) kaçtır?
 A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1
7. $(a_n) = \left(\frac{3n+2}{n+5} \right)$ dizisinin en büyük alt sınırı
 (ebas) kaçtır?
 A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{5}{6}$ C) 1 D) 3 E) 5
8. $(a_n) = \left(\frac{2n+3}{3n-5} \right)$ dizisinin en küçük üst sınırı
 (eküs) kaçtır?
 A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{2}{5}$ C) 1 D) $\frac{7}{5}$ E) 7
9. $(a_n) = \left(\frac{3n-1}{4n-7} \right)$ dizisinin en büyük alt sınırı
 (ebas) kaçtır?
 A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) 1 D) 3 E) 5
10. $(a_n) = (2n^2 + 6n - 5)$ dizisinin en büyük alt sınırı
 (ebas) kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

KARMA TEST - 4

1. Genel terimi $a_n = \frac{18-n}{n^2} a_{n-1}$ olan (a_n) dizisinin

de, $a_1 = \frac{6}{5}$ ise, a_4 kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

2. $(a_n) = \left(7^{-n} - 6^{\frac{3}{n}} + 7 \right)$ dizisinin limiti kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. (a_n) pozitif terimli yakınsak bir dizi ve

$$a_{n+1} \cdot a_{2n} - 3a_{3n} = \frac{4n^2 + 2}{1+n^2} \text{ olduğuna göre,}$$

(a_n) dizisinin limiti kaçtır?

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 4

4. $(a_n) = \left(\frac{\pi^{n+2} + e^n}{\pi^{n-1} - 3^n} \right)$ dizisinin limiti kaçtır?

A) $\frac{1}{\pi^3}$ B) π C) π^2 D) π^3 E) 0

5. $(a_n) = \left(\frac{2n+13}{n+1} \right)$ dizisinin en büyük alt sınırı (ebas) kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{15}{2}$

6. $(a_n) = (n^2 - 5n + 19)$ dizisinin en büyük alt sınırı (ebas) kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 13 D) 15 E) 17

7. $(a_n) = (-2n^2 + 8n - 7)$ dizisinin en küçük üst sınırı (eküs) kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $(a_n) = \left(\frac{3n^2 + 5n - 1}{2n^2 - 3n + 8} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

9. $(a_n) = \left(\frac{2 \cdot 3^n + 7 \cdot 2^n}{3^n + 2^n} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

A) 7 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

10. $(a_n) = 3 \left(\frac{2n^2}{n^2+1} \right)$ dizisinin limiti kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 9

KARMA TEST - 5

1. Sekizinci terimi -3 ve on üçüncü terimi 12 olan bir aritmetik dizide terimlerin ortak farkı kaçtır?

A) 3 B) $\frac{7}{3}$ C) 4 D) $\frac{9}{4}$ E) 5

2. $(a_n) = \left(16^{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\dots+\frac{1}{2^n}} \right)$

olduğuna göre, (a_n) dizisinin limiti kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) 16 E) 256

3. $(a_n) = \left[\frac{1-2+3-4+\dots+(-2n)}{\sqrt{n^2+9}} \right]$

olduğuna göre, (a_n) dizisinin limiti kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. (a_n) bir aritmetik dizidir. $a_9 + a_{15} = 16$ olduğuna göre, bu dizinin ilk 23 teriminin toplamı kaçtır?

A) 360 B) 256 C) 196
D) 184 E) 172

5. $\sum_{k=1}^n a_k = 2n^2 + 1$ olduğuna göre, a_5 kaçtır?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 20 E) 21

6. $(a_n) = \left(\frac{4n+3}{n+1} \right)$ olmak üzere; (a_n) dizisinin eküs ve ebas'ının toplamı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{15}{2}$

7. Dördüncü terimi 2 olan bir aritmetik dizide ilk 7 terimin toplamı kaçtır?

A) 7 B) 10 C) 14 D) 21 E) 28

8. Bir aritmetik dizinin altıncı terimi 65 ve onsekizinci terimi 23 ise onikinci terimi kaçtır?

A) 40 B) $\frac{125}{3}$ C) $\frac{139}{3}$ D) 44 E) 51

9. Genel terimi, $(a_n) = \left(\frac{n+6}{n-4} \right)^{\frac{n}{4}}$ olan dizinin limiti kaçtır?

A) e^4 B) $e^{\frac{5}{2}}$ C) $e^{\frac{3}{2}}$ D) $e^{\frac{1}{2}}$ E) $e^{-\frac{1}{5}}$

10. (a_n) aritmetik bir dizidir. $a_6 + a_4 = x$ olduğuna göre, $a_1 + a_5 + a_9$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3x}{2}$ B) $3x$ C) $\frac{5x}{2}$ D) $4x$ E) $5x$

KARMA TEST - 6

1. İlk terimi ortak farkının 2 katına eşit olan bir aritmetik dizinin ilk 20 teriminin toplamı 690 dur.

Bu dizinin ilk terimi kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. (a_n) bir aritmetik dizidir.

$a_{10} = 2m$, $a_{17} = 4n$ ve $a_{23} = 4p$ olduğuna göre, a_{15} aşağıdakilerden hangisidir?

A) $p + n - m$ B) $m - n - p$ C) $n - m - p$
D) $m + n - p$ E) $m + n + p$

3. $(a_n) = \left(\frac{2n+3}{2n-5} \right)$ dizisi için $Ebas(a_n) = b_1$,

$Ekus(a_n) = b_5$ dir. (b_n) dizisi aritmetik bir dizi olduğuna göre, b_3 kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

4. $x^3 + ax^2 - bx - b^3 = 0$ denkleminin kökleri bir geometrik dizi oluşturmaktadır. **Bu denklemin kökleri toplamı kaçtır?**

A) 3 B) 2 C) 1 D) -1 E) -2

5. Bir geometrik dizinin ilk dört teriminin toplamının ilk iki teriminin toplamına oranı 3 tür. **Bu dizinin dördüncü teriminin, ilk terimine oranı kaçtır?**

A) 2 B) $\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 8 E) 16

6. Bir aritmetik dizinin ilk üç terimi sırasıyla $x - 1$, $2x + 5$, $5x + 1$ dir. **Bu dizinin ilk 10 teriminin toplamı kaçtır?**

A) 495 B) 510 C) 520
D) 535 E) 540

7. $(a_n) = \left(\frac{2 \sin n - 4n}{n + \sin n} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

8. $(a_n) = \left(2n - 1 - \sqrt{4n^2 - 2n + 1} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) 1

9. İlk üç terimi sırasıyla a , $2-a$, $a+1$ olan bir geometrik dizinin dördüncü terimi kaçtır?

A) $\frac{7}{10}$ B) $\frac{13}{5}$ C) $\frac{27}{10}$ D) $\frac{31}{15}$ E) $\frac{37}{20}$

10. 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 geometrik dizinin ilk 15 teriminin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}(2^{14} - 1)$ B) $2^{14} - 1$ C) $\frac{1}{2}(2^{16} - 1)$
D) $\frac{1}{2}(2^{15} - 1)$ E) $2^{15} - 1$

KARMA TEST - 7

1. a_1, a_2 ve a_3 bir aritmetik dizinin ardışık ilk üç terimidir. $a_1 + a_2 + a_3 = 12$ ve $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = -36$ olduğuna göre, a_4 aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10
2. (a_n) bir aritmetik dizidir. $a_1 + a_9 = 20$ olduğuna göre, $\sum_{n=4}^6 a_n$ toplamı kaçtır?
- A) 45 B) 40 C) 35 D) 30 E) 25
3. Genel terimi (a_n) olan bir geometrik dizinin herhangi ardışık üç terimi a, b ve c dir. $a + b + c = 26$ ve $a + 2b + 3c = 68$ olduğuna göre, dizinin ortak çarpanı aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3
4. Bir dışbükey dokuzgenin iç açıları ortak farkı 3 olan bir aritmetik dizi oluşturmaktadır. Bu çokgenin en küçük iç açısı kaç derecedir?
- A) 120 B) 126 C) 128 D) 140 E) 162
5. (a_n) bir aritmetik dizidir. $a_1 + a_5 = 10$ ve $a_1 + a_7 = 16$ olduğuna göre, a_2 kaçtır?
- A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$
6. Bir aritmetik dizide birinci terim m , onuncu terim $5m$ olduğuna göre, dizinin yedinci terimi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $3m$ B) $\frac{10m}{3}$ C) $\frac{11m}{3}$
D) $4m$ E) $5m$
7. $\log x$ ile $\log 100x$ arasına aritmetik dizi oluşturacak şekilde üç terim yerleştirilirse bu dizinin ortak farkı kaç olur?
- A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $\log \frac{1}{2}$
D) $\log 2$ E) $\log x$
8. (a_n) bir geometrik dizidir. $\frac{a_8}{a_5} = 27$ ve $a_4 = \frac{1}{9}$ olduğuna göre, a_{10} kaçtır?
- A) 3 B) 9 C) 27 D) 81 E) 243
9. Ortak farkı -3 olan bir aritmetik dizinin ilk 8 teriminin toplamı 20 olduğuna göre, bu dizinin birinci terimi kaçtır?
- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16
10. (a_n) bir geometrik dizidir. $a_9 = 4\sqrt{2}$ olduğuna göre, $a_3 \cdot a_{15}$ kaçtır?
- A) 8 B) 16 C) 20 D) 24 E) 32

KARMA TEST - 8

1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^{n+2}}$ serisinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{16}$

2. $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ serisinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

3. $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{3^k - 2^{k-2}}{4^{k-1}} \right)$ serisinin değeri kaçtır?

A) 11 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

4. $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{e} \right)^{n-1}$ serisinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{e^2}$ B) $\frac{e}{e-1}$ C) $\frac{1}{e(e-1)}$
D) $\frac{1}{e}$ E) $\frac{1}{e^2+1}$

5. Bir top yerden 45 metre yükseklikten bırakılıyor. Top yere her çarpışında bir önceki yüksekliğinin $\frac{1}{3}$ 'ü kadar yükseliyor.

Topun aldığı (dikey) yol kaç metredir?

A) 60 B) 65 C) 70 D) 75 E) 90

6. $\sum_{n=k}^{\infty} 4^{-n} = (768)^{-1}$ olduğuna göre, k kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $\sum_{n=1}^{\infty} (2)^{-2n}$ serisinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^{n+1}}$ serisinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $-\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{12}$

9. $1 < a < 4$ olmak üzere,

$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1+a^k}{4^k}$ toplamının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2a+4}{12-3a}$ B) $\frac{a+2}{6-2a}$ C) $\frac{2a+3}{9-2a}$
D) $\frac{a+4}{12-2a}$ E) $\frac{a}{6-a}$

10. $\sum_{k=1}^{\infty} (\sin 30^\circ)^k$ toplamının değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1 E) 2

KARMA TEST - 9

1. Bir geometrik dizinin ilk altı teriminin toplamı, ilk üç teriminin toplamının 9 katına eşittir.
Buna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) 3 B) $2\sqrt{2}$ C) 2 D) $\sqrt{2}$ E) $\frac{1}{2}$

2. Pozitif terimli bir geometrik dizinin ardışık üç terimi $a-1$, $a+1$, $3a-1$ dir. Aritmetik bir dizinin ardışık ilk iki terimi sırasıyla $2a+5$ ve $3a+4$ tür.
Aritmetik dizinin üçüncü terimi kaçtır?

A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

3. (a_n) limiti 3 olan, (b_n) de pozitif terimli ve limiti b olan yakınsak birer dizedir.

$$2.a_{n+2} - \sqrt{b_{3n}} = \frac{2n+1}{n+3}$$

olduğuna göre, **b kaçtır?**

A) 9 B) 16 C) 25 D) 36 E) 49

4. Bir (a_n) dizisinin ilk terimi; $a_1 = 1$ ve $n > 1$ olmak üzere;

$$a_n = \frac{2+a_{n-1}}{2} \text{ olduğuna göre,}$$

a_4 kaçtır?

A) $\frac{15}{8}$ B) $\frac{9}{5}$ C) 2 D) $\frac{8}{5}$ E) $\frac{7}{6}$

5. $(a_n) = \left(4n \cdot \sin \frac{2}{n}\right)$ dizisinin limiti kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

6. Pozitif terimli bir geometrik dizinin üçüncü terimi 15, beşinci terimi 135 olduğuna göre, **bu dizinin sekizinci terimi kaçtır?**

A) 5.3^5 B) 5.3^6 C) 5.3^7
D) 3.5^5 E) 3.5^6

7. $\sum_{k=1}^{\infty} 4^{2-k}$ toplamının değeri kaçtır?

A) $\frac{16}{3}$ B) 5 C) $\frac{13}{3}$ D) $\frac{12}{5}$ E) $\frac{7}{5}$

8. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{5^k - 3^k}{15^k}$ toplamının değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{2}{3}$

9. $(a_n) = (3n^2 + 25n - 3)$ dizisinin en büyük alt sınırı (ebas) kaçtır?

A) -18 B) -14 C) 0 D) 25 E) 36

10. Bir aritmetik dizinin ilk üç terimi sırasıyla; $3a+2$, $4a-1$, $2a+11$ olduğuna göre, **bu dizinin ilk on teriminin toplamı kaçtır?**

A) 236 B) 240 C) 248
D) 256 E) 260

KARMA TEST - 10

1. $(a_n) = \left(\frac{2n+3}{n+1}\right)$ dizisinin 2 nin $\frac{1}{20}$ komşuluğunda bulunmayan kaç terimi vardır?

A) 15 B) 17 C) 19 D) 20 E) 21

2. (a_n) negatif terimli ve yakınsak bir dizedir.
 $(a_n)^2 - 8 \cdot (a_n) = 20$ olduğuna göre,
 (a_n) dizisinin limiti kaçtır?

A) -8 B) -6 C) -4 D) -2 E) -1

3. $(a_n) = \left(\frac{2+4+6+\dots+2n}{n}\right)$
 $(b_n) = (n-3)$ dizileri veriliyor.
 $(a_n - b_n)$ dizisinin limiti kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $(a_n) = \left(64^{\frac{2n-1}{3n+1}}\right)$ dizisinin limiti kaçtır?

A) 64 B) 16 C) 8 D) 4 E) 2

5. Terimleri tamsayı olan bir geometrik dizinin ardışık ilk üç terimi sırasıyla, $n+1$, $3n$, $5n+2$ olduğuna göre, dizinin beşinci terimi kaçtır?

A) 48 B) 45 C) 36 D) 30 E) 24

6. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^{k-1} - 2^{k-1}}{a^{k-1}} = \frac{5}{6}$ olduğuna göre, **a** kaçtır?

A) 5 B) $\frac{9}{2}$ C) 4 D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

7. a , b ve $2a+4$ aritmetik bir dizinin ardışık ilk üç terimidir. b , $2a+4$ ve $4a+2$ ise geometrik bir dizinin ardışık ilk üç terimidir. **Buna göre, $a+b$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

8. $\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{5}{3}\right)^{1-k}$ toplamının değeri kaçtır?

A) $\frac{12}{5}$ B) $\frac{18}{5}$ C) $\frac{19}{5}$ D) $\frac{21}{8}$ E) $\frac{25}{6}$

9. Genel terimi (a_n) olan bir aritmetik dizide
 $a_{12} - a_6 = 30$ ve
 $a_{10} + a_5 = 33$ olduğuna göre, **a_4 kaçtır?**

A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) -2 D) $-\frac{5}{2}$ E) -3

10. $\frac{a-2b}{3b} = \frac{2}{5}$ olduğuna göre,

$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{b}{a}\right)^k$ toplamının değeri kaçtır?

A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{7}{9}$ C) $\frac{5}{11}$ D) $\frac{6}{13}$ E) $\frac{7}{15}$

KARMA TEST - 11

1. Genel terimi (a_n) olan bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı $S_n = n^2 + n$ olduğuna göre, bu dizinin yirminci terimi kaçtır?

A) 30 B) 34 C) 36 D) 38 E) 40

2. (a_n) bir geometrik dizidir. $a_1 = \sqrt{2}$ ve $a_4 = 4$ olduğuna göre, a_8 kaçtır?

A) 32 B) 16 C) $8\sqrt{2}$ D) 8 E) $4\sqrt{2}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-2^n}{4^n}$ toplamının değeri kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) -1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

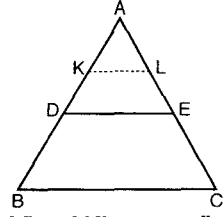
4. Aşağıdakilerden hangisi artan bir dizinin genel terimidir?

A) $\frac{n+2}{2n-3}$ B) $\frac{3n+2}{2n-1}$ C) $\frac{5n-6}{3n-2}$
D) $(-1)^n$ E) $-n^2 + 2$

5. $a_n = \frac{3}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \dots + \frac{3}{10^n} + \dots$
 (a_n) serisinin toplamı kaçtır?

A) 3 B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{10}$

6. Taban uzunluğu 2 cm olan ABC eşkenar üçgeninin orta tabanı [DE] dir. ADE üçgeninin orta tabanı [KL] dir.



Bu şekilde devam edilerek elde edilen ABC, ADE, AKL üçgenlerinin çevreleri toplamı kaç cm dir?

A) 9 B) 10 C) 12 D) 16 E) 18

7. $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

genel terimi $(a_n) = \left(\frac{(-1)^n \cdot n}{2n+3} \right)$ olan dizinin üst limiti kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

8. $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}$

dizinin en küçük üst sınırı (eküs) kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

9. $(a_n) = \left(\frac{3n-2}{n+1} \right)$ dizisinin 3 ün $\frac{1}{5}$ komşuluğunda bulunan ilk terimi kaçtır?

A) $\frac{73}{26}$ B) $\frac{69}{25}$ C) $\frac{37}{13}$ D) $\frac{11}{7}$ E) $\frac{9}{4}$

10. $(a_n) = \left(\frac{n - 4 \cdot \sin n}{2 \cos n + 3n} \right)$ dizisinin limiti kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{4}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 1

KARMA TEST - 12

1. $(a_n) = \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

2. $(a_n) = \begin{cases} -\frac{3n}{2n+5}, & n \text{ tek ise} \\ \frac{3n}{2n+4}, & n \text{ çift ise} \end{cases}$

(a_n) dizisinin alt limiti kaçtır?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

3. Bir geometrik dizide dördüncü terim $\frac{1}{9}$, yedinci terim 3 olduğuna göre, onuncu terim kaçtır?

- A) 3^3 B) 3^4 C) 3^5 D) 3^6 E) 3^7

4. $(a_n) = \left(\frac{n+3}{n} \right)^{2n}$ dizisinin limiti kaçtır?

- A) e^2 B) e^3 C) e^4 D) e^6 E) e^8

5. (a_n) dizisinin limiti 3 ise

$\frac{(a_n)^3 - 6}{a_{n+1} - 4}$ dizisinin limiti kaçtır?

- A) -3 B) -6 C) -9 D) -21 E) -27

6. 300 den küçük 6 ile tam bölünebilen tüm doğal sayıların toplamı kaçtır?

- A) 7350 B) 7250 C) 7025
D) 6985 E) 6905

7. $(a_n) = \left(\sqrt{n^2 + 6n} - n + 3 \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. Genel terimi,

$$a_n = \begin{cases} \frac{n^2 + 2n - 3}{kn^2 + n}, & n \equiv 1 \pmod{2} \\ \frac{2n+1}{3n-2}, & n \equiv 0 \pmod{2} \end{cases}$$

olan dizinin limiti varsa k kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

9. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{54}{3^{3k+3}}$ serisinin değeri kaçtır?

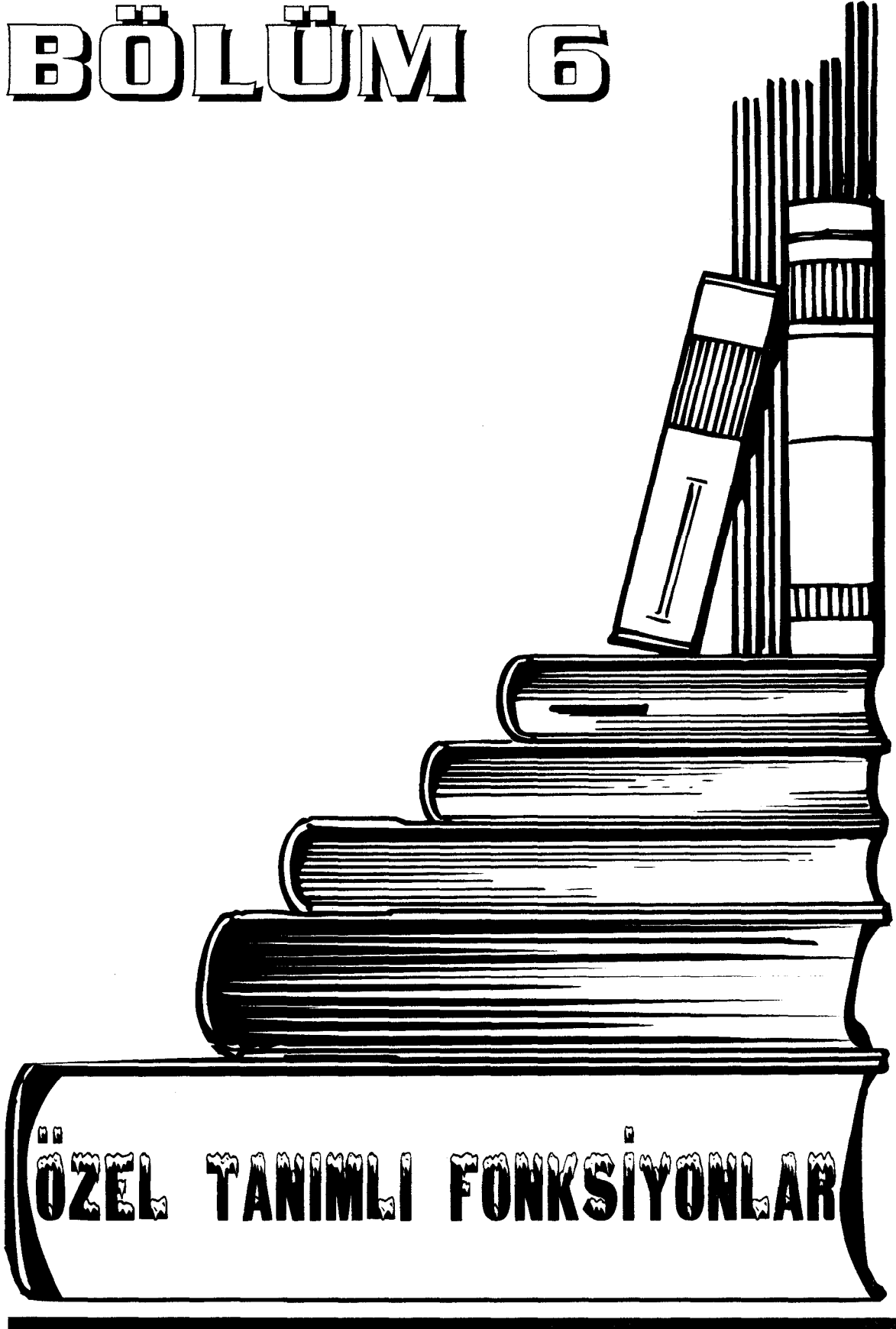
- A) $\frac{1}{14}$ B) $\frac{1}{13}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{11}$ E) $\frac{1}{10}$

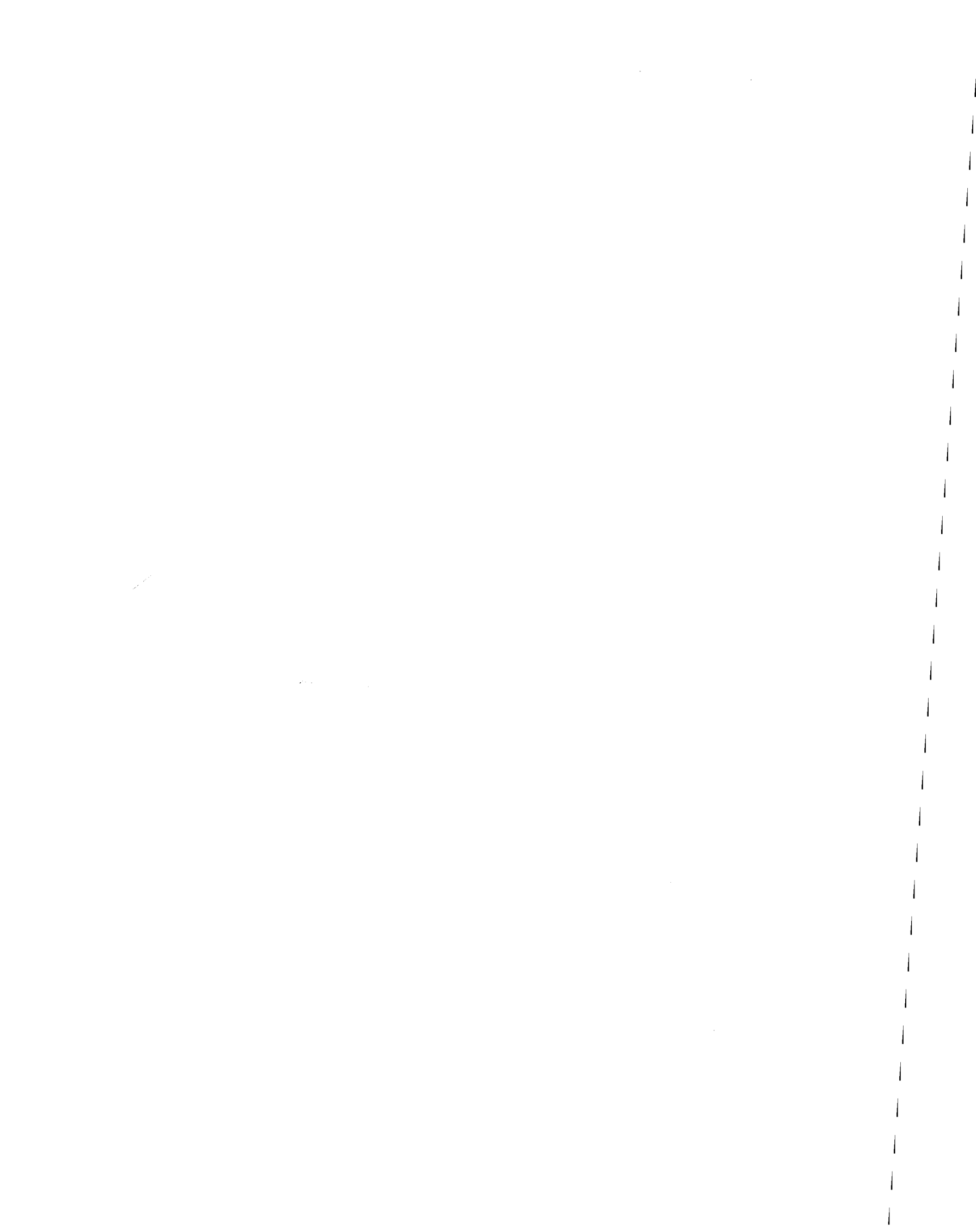
10. $(a_n) = \left(\sqrt{n^2 - 2n + 5} - \sqrt{n^2 + 3n - 1} \right)$

dizisinin limiti kaçtır?

- A) -3 B) $-\frac{5}{2}$ C) -2 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

BÖLÜM 6





TEK VE ÇİFT FONKSİYONLAR

$f: A \rightarrow B, y = f(x)$ fonksiyonu için;

- 1) $\forall x \in A, f(-x) = f(x)$ ise f fonksiyonu ÇİFT fonksiyon,
- 2) $\forall x \in A, f(-x) = -f(x)$ ise f fonksiyonu TEK fonksiyondur.

NOT: Tek fonksiyonların grafikleri orijine göre, çift fonksiyonların grafikleri y eksenine göre simetriktr.

ÖRNEK

Aşağıdaki fonksiyonların tek ya da çift fonksiyon olma durumlarını inceleyiniz.

- i) $f(x) = x^2 + \cos x$
- ii) $f(x) = \sin x + x + \tan x$
- iii) $f(x) = |x| - x$

ÇÖZÜM

- i) $f(x) = x^2 + \cos x$ fonksiyonu çift fonksiyondur. Çünkü;
 $f(-x) = (-x)^2 + \cos(-x) = x^2 + \cos x = f(x)$
- ii) $f(x) = \sin x + x + \tan x$ fonksiyonu tek fonksiyondur. Çünkü;
 $f(-x) = \sin(-x) + (-x) + \tan(-x) = -\sin x - x - \tan x = -(\sin x + x + \tan x) = -f(x)$
- iii) $f(x) = |x| - x$ fonksiyonu ne tek ne çift fonksiyondur. Çünkü;
 $f(-x) = |-x| - (-x) = |x| + x$ değeri $f(x)$ ya da $-f(x)$ e eşit değildir.

PARÇALI FONKSİYONLAR

- 1) Fonksiyonun bağlı olduğu değişken ya da değişkenlerin farklı değerleri için farklı denklemleri olan fonksiyonlara parçalı fonksiyon denir.

ÖRNEK

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x > 0 \text{ ise} \\ 2x-3, & x \leq 0 \text{ ise} \end{cases} \text{ fonksiyonu için } f(1) \text{ ve } f(-2) \text{ değerlerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$f(1) = 1 + 1 = 2 \quad (1 > 0 \text{ olduğundan})$$

$$f(-2) = 2(-2) - 3 = -7 \quad (-2 < 0 \text{ olduğundan})$$

- 2) Fonksiyonun tersi, her aralık için ayrı ayrı bulunur.

ÖRNEK

$$f(x) = \begin{cases} x-2, & x < 1 \text{ ise} \\ 3x-4, & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases} \text{ fonksiyonunun tersini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x+2, & x < -1 \text{ ise} \\ \frac{x+4}{3}, & x \geq -1 \text{ ise} \end{cases}$$

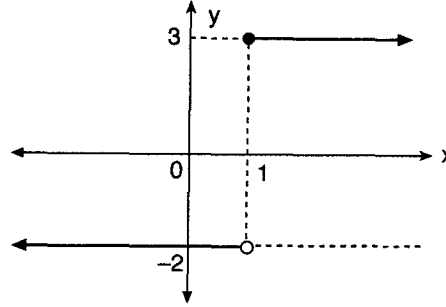
($x < 1$ ise $x-2 < -1$ ve $x \geq 1$ ise $3x-4 \geq -1$ olur.)

ÖRNEK

$$f(x) = \begin{cases} 3 & , x \geq 1 \text{ ise} \\ -2 & , x < 1 \text{ ise} \end{cases} \text{ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.}$$

ÇÖZÜM

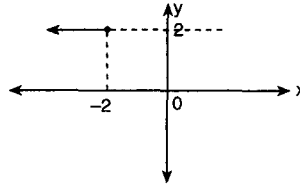
$$\begin{aligned} x \geq 1 & \text{ ise } f(x) = 3 \\ x < 1 & \text{ ise } f(x) = -2 \end{aligned}$$

**ÖRNEK**

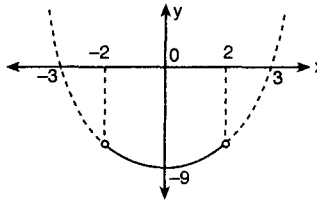
$$f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq -2 \text{ ise} \\ x^2 - 9, & -2 < x < 2 \text{ ise} \\ x, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases} \text{ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.}$$

ÇÖZÜM

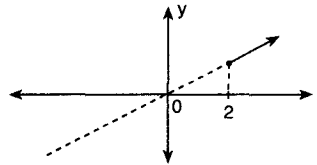
i) $f(x) = 2, \quad x \leq -2 \Rightarrow$



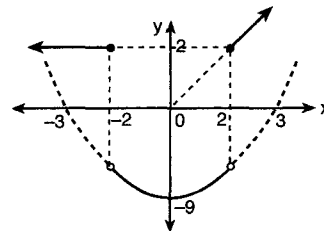
ii) $f(x) = x^2 - 9, \quad -2 < x < 2$
 $\Rightarrow x = 0 \text{ ise } y = -9,$
 $y = 0 \text{ ise } x = 3, x = -3 \quad T(0, -9)$



iii) $f(x) = x, \quad x \geq 2 \Rightarrow$



O halde parçalı fonksiyonun grafiği,



şeklinde olur.

TEST - 1

1. $f(x) = \sin x + x^3$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $f(0) = 0$
 B) $f(f(f(f(0)))) = 0$
 C) $f(-x) = -\sin x - x^3$
 D) f fonksiyonu orijine göre simetriktir.
 E) f fonksiyonu y eksenine göre simetriktir.

2. $f(x) = \cos x + x^2$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $f(0) = 1$
 B) f fonksiyonunun grafiği x eksenini kesmez.
 C) f fonksiyonu ne tek ne çift fonksiyondur.
 D) f fonksiyonu y eksenine göre simetriktir.
 E) f fonksiyonu çift fonksiyondur.

3. $f(x) = |x - 2|$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) $f(2x) = 2x - 2$
 B) $f(f(1)) = 3$
 C) f fonksiyonu orijine göre simetriktir.
 D) f fonksiyonu y eksenine göre simetriktir.
 E) f fonksiyonu ne tek ne çift fonksiyondur.

4. Aşağıda verilen fonksiyonlardan hangisi tek veya çift fonksiyon değildir?

A) $f(x) = \sin x + \tan x$ B) $f(x) = \frac{\sin x}{x^2}$
 C) $f(x) = \frac{\cos x}{x^3}$ D) $f(x) = 0$
 E) $\frac{\sin x}{x+1}$

5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetriktir.
 $2f(x) + f(-x) = x^4 + x^2$ olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

A) 20 B) $\frac{20}{3}$ C) 6 D) $\frac{16}{3}$ E) $\frac{13}{3}$

6. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun grafiği orijine göre simetriktir.
 $4f(x) + 8x^3 = 2x - f(-x)$ olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{7}{5}$ C) $-\frac{6}{5}$ D) -1 E) $\frac{6}{5}$

7. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu tek fonksiyondur.
 $f(x) - f(-2x) = 6x$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x}{3}$ B) $\frac{x}{2}$ C) x D) $2x$ E) $3x$

8. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu çift fonksiyon olduğuna göre, $f(f(-x))$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşit olamaz?

A) $x^2 \cdot \cos x$ B) $x^2 + \cos x$ C) $x \cdot \sin x$
 D) $x^2 + |x|$ E) $x + \sin x$

9. f tek fonksiyon, g çift fonksiyondur.

$$h(x+1) = \frac{g(x-3) - f(4-x)}{g(3-x) + f(x-4)}$$

olduğuna göre, $h(2)$ kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10. f çift fonksiyon, g tek fonksiyondur.

$h(x) \cdot g(x) = h(x) \cdot f(-x) + g(-x) + f(-x)$ olduğuna göre, h fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $h(x) \cdot g(x)$ tek fonksiyondur.

B) $\frac{h(x)}{f(x)}$ çift fonksiyondur.

C) $h(x)$ sabit fonksiyondur.

D) $h(x)$ çift fonksiyondur.

E) $h(x)$ ne tek ne çift fonksiyondur.

TEST - 2

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x+1, & x > 0 \text{ ise} \\ \frac{x-8}{x-3}, & x \leq 0 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyon için $f(2) + f(-2)$ toplamı kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 3 \text{ ise} \\ 3, & 3 < x < -1 \text{ ise} \\ -3x, & x \leq -1 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyon için $f(4) + f(2) + f(-2)$ toplamı kaçtır?

A) 19 B) 21 C) 23 D) 25 E) 27

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < -2 \text{ ise} \\ ax-b, & -2 \leq x < 2 \text{ ise} \\ \frac{x+3}{x}, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlanmış fonksiyon için $f(-3) + f(0) + f(3) = -3$ olduğuna göre, b kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 0 D) -2 E) -3

4. $f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \text{ ise} \\ x+4, & x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$ ve $g(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \text{ ise} \\ x-4, & x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$

f ve g fonksiyonları için $(f+g)(1) + (f \cdot g)(-1)$ toplamı kaçtır?

A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x) = (x-2, x+2)$ ve $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$g(x,y) = \begin{cases} x+y, & x \cdot y > 0 \\ x-y, & x \cdot y \leq 0 \end{cases}$

biçiminde tanımlı f ve g fonksiyonları için $(g \circ f)(1)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) -1 C) -4 D) -5 E) -6

6. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & x \text{ çift ise} \\ x-1, & x \text{ tek ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyon için $(f \circ f \circ f \circ f)(6)$ değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

7. $f(x) = 2x - 1$ ve $g(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x < 0 \text{ ise} \\ 4x^2 - 17, & x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı f ve g fonksiyonları için $(g \circ f^{-1})(3)$ değeri kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 3 D) 4 E) 8

8. $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \geq 0 \text{ ise} \\ x+1, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyon için $f^{-1}(0) + f^{-1}(7)$ toplamının değeri kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

9. $f(x) = \frac{x-1}{2}$, $g(x) = \begin{cases} x^2, & x > 0 \text{ ise} \\ \cos x^\circ, & x \leq 0 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı f ve g fonksiyonları için $(g \circ f^{-1} \circ g)(-60)$ değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 4 D) 9 E) 16

10. $f(x) = \begin{cases} 4x+1, & x < 0 \text{ ise} \\ \frac{x+4}{4}, & x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$

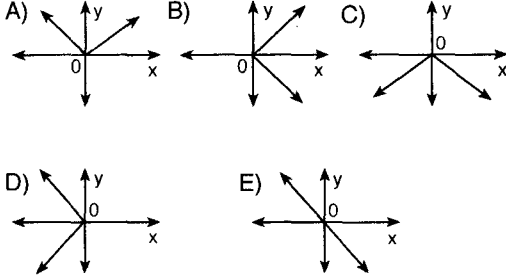
biçiminde tanımlı fonksiyon için $(f^{-1} \circ f^{-1})(1)$ değeri kaçtır?

A) -4 B) 4 C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{4}$

TEST - 3

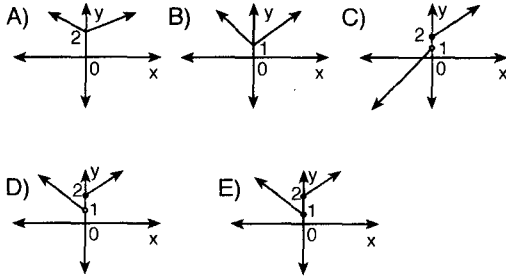
1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \text{ ise} \\ -x, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyonun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



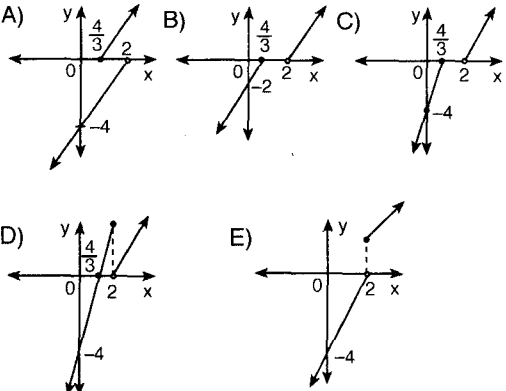
2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x+2, & x \geq 0 \text{ ise} \\ 1-x, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyonun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



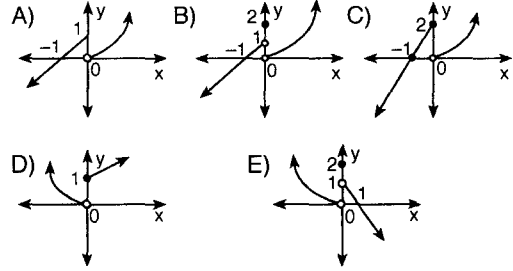
3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2x-4, & x > 2 \text{ ise} \\ 3x-4, & x \leq 2 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyon grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



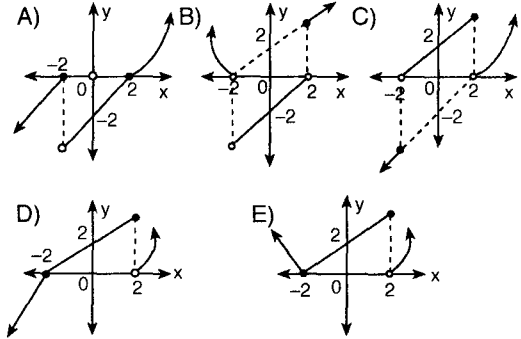
4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2, & x > 0 \text{ ise} \\ 2, & x = 0 \text{ ise} \\ x+1, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyonun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



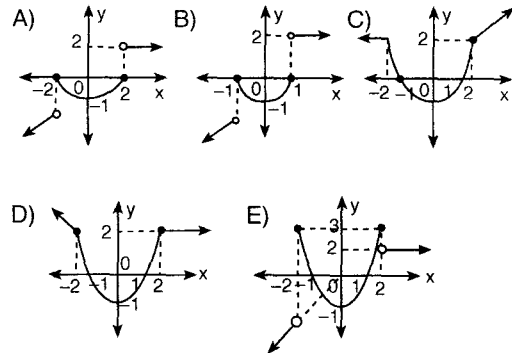
5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2-4, & x > 2 \text{ ise} \\ x+2, & -2 < x \leq 2 \text{ ise} \\ x-2, & x \leq -2 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyonun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



6. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x, & x < -2 \text{ ise} \\ x^2-1, & -2 \leq x \leq 2 \text{ ise} \\ 2, & x > 2 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyonun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

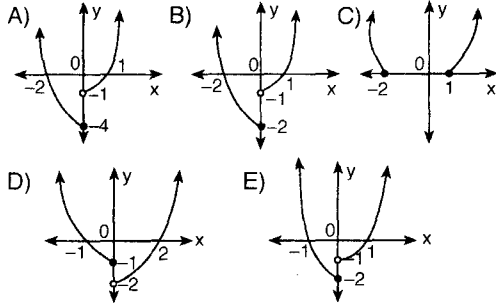


TEST - 4

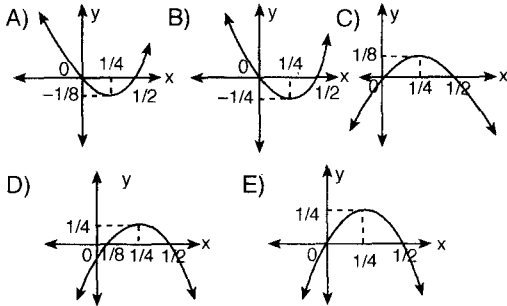
- 1.
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- ,

$$f(x) = \begin{cases} x & , x > 0 \\ x - 3 & , x \leq 0 \end{cases} \text{ ve } g(x) = x^2 - 1$$

biçiminde tanımlı f ve g fonksiyonları için $(f \circ g)(x)$ in grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

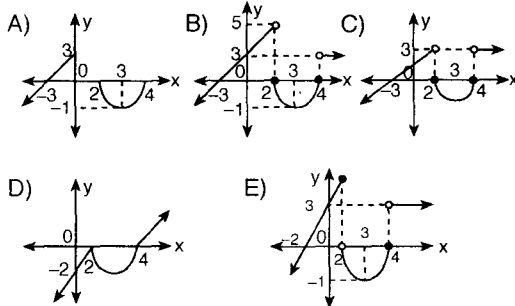


- 2.
- f
- fonksiyonunun grafiği orijine göre simetriktr.
- $f(x) + g(x) + 2x^2 = x - f(-x)$
- eşitliğine göre,
- g
- fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

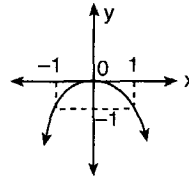


- 3.
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x + 3 & , x < 2 \text{ ise} \\ x^2 - 6x + 8 & , 2 \leq x \leq 4 \text{ ise} \\ 3 & , x > 4 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı f fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

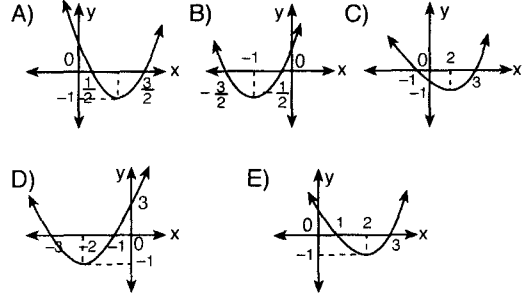


- 4.

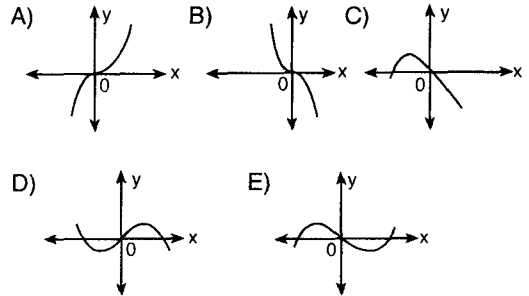


Şekilde f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

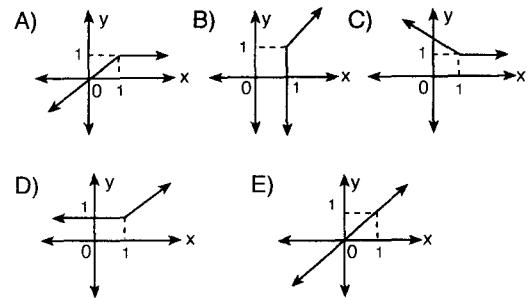
$f(x) + g(x) - 4x = x^2 + 3 + f(-x)$ eşitliğine göre, g fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



- 5.
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 4x$
- fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



- 6.
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \max(1, x)$
- fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



MUTLAK DEĞER FONKSİYONU

$A \subset \mathbb{R}$, $f: A \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere;

$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & , f(x) \geq 0 \text{ ise} \\ -f(x) & , f(x) < 0 \text{ ise} \end{cases}$ biçiminde tanımlı fonksiyona mutlak değer fonksiyonu denir.

ÖZELLİKLERİ

- 1) $|f(x)| \geq 0$
- 2) $|f(x)| = a \Rightarrow f(x) = \pm a, \quad a \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$
- 3) $|f(x)| \leq a \Rightarrow -a \leq f(x) \leq a, \quad a \in \mathbb{R}^+$
- 4) $|f(x)| \geq a \Rightarrow f(x) \geq a \text{ veya } f(x) \leq -a, \quad a \in \mathbb{R}^+$
- 5) $|f(x) \cdot g(x)| = |f(x)| \cdot |g(x)|$
- 6) $\left| \frac{f(x)}{g(x)} \right| = \frac{|f(x)|}{|g(x)|}, \quad g(x) \neq 0$
- 7) $|f(x) + g(x)| \leq |f(x)| + |g(x)|, \quad |f(x) - g(x)| \geq |f(x)| - |g(x)|$
- 8) $a < |f(x)| < b \Leftrightarrow \begin{cases} a < f(x) < b \text{ veya} \\ -b < f(x) < -a \end{cases}; a, b \in \mathbb{R}^+$

ÖRNEK

$|\log_2(x - 1)| = 3$ denkleminin köklerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\log_2(x - 1) = 3 \text{ veya } \log_2(x - 1) = -3$$

$$x - 1 = 2^3 \quad x - 1 = 2^{-3}$$

$$x - 1 = 8 \quad x - 1 = \frac{1}{8}$$

$$x = 9 \quad x = \frac{9}{8}$$

ÖRNEK

$\sqrt{x^2 + 4x + 4} + 2|x - 1| = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\sqrt{(x + 2)^2} + 2|x - 1| = 0$$

$$|x + 2| + 2|x - 1| = 0$$

$$x + 2 = 0 \text{ ve } x - 1 = 0$$

$$x = -2 \text{ ve } x = 1 \text{ ise } \mathcal{C} = \emptyset$$

ÖRNEK

$\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye tanımlı, $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 1} + |x|$ ve $g(x) = 3$ fonksiyonlarının grafiklerinin kesim noktalarını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f(x) = |x + 1| + |x|, \quad g(x) = 3$$

$$|x + 1| + |x| = 3$$

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ ve $x = 0$ noktaları kritik noktalardır.

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
x + 1	-	o	+	+
x	-	-	o	+
$ x+1 + x = 3$	$-x-1-x=3$ $-2x=4$ $x=-2$	$x+1-x=3$ $1=3$ $\emptyset$	$x+1+x=3$ $2x=2$ $x=1$	

$$\mathcal{C} = \{(-2, 3), (1, 3)\}$$

ÖRNEK

$|x - 1| \leq 3$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$-3 \leq x - 1 \leq 3 \Rightarrow -2 \leq x \leq 4 \Rightarrow \mathcal{C} = [-2, 4]$$

ÖRNEK

$|x + 1| < |x|$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

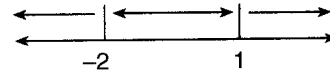
$$(|x + 1|)^2 < (|x|)^2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 < x^2 \Rightarrow 2x < -1 \Rightarrow x < -\frac{1}{2} \Rightarrow \mathcal{C} = (-\infty, -\frac{1}{2})$$

ÖRNEK

$f(x) = |x - 1| \cdot 2 + |x + 2|$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

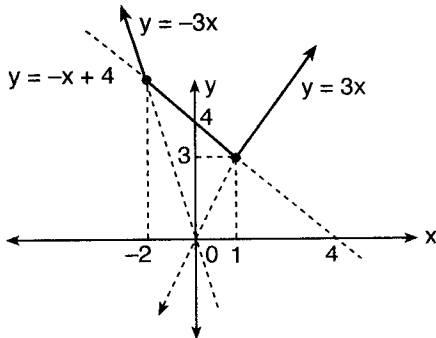
ÇÖZÜM

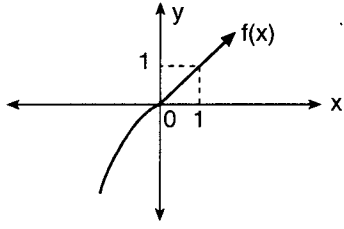
$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ ve $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ kritik noktalardır.



$$f(x) = \begin{cases} (-x+1) \cdot 2 - x - 2, & x < -2 \text{ ise} \\ (-x+1) \cdot 2 + x + 2, & -2 \leq x < 1 \text{ ise} \\ (x-1) \cdot 2 + x + 2, & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -3x, & x < -2 \text{ ise} \\ -x + 4, & -2 \leq x < 1 \text{ ise} \\ 3x, & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$



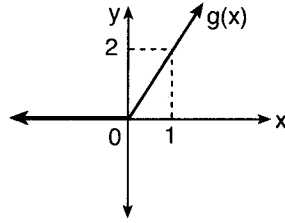
ÖRNEK

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği yanda verilmiştir.

Buna göre, $g(x) = |f(x)| + f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

$$g(x) = \begin{cases} 2f(x), & f(x) \geq 0 \text{ ise} \\ 0, & f(x) < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

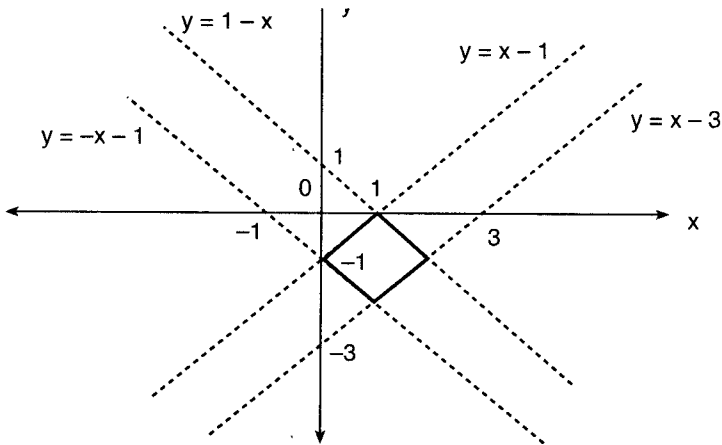
**ÖRNEK**

$|x - 1| + |y + 1| = 1$ bağıntısının grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ ve $y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1$ kritik noktalardır.

$$|x - 1| + |y + 1| = \begin{cases} x - 1 + y + 1 = 1 \Rightarrow y = 1 - x & , x \geq 1 \text{ ve } y \geq -1 \text{ ise} \\ -x + 1 + y + 1 = 1 \Rightarrow y = x - 1 & , x < 1 \text{ ve } y \geq -1 \text{ ise} \\ -x + 1 - y - 1 = 1 \Rightarrow y = -x - 1 & , x < 1 \text{ ve } y < -1 \text{ ise} \\ x - 1 - y - 1 = 1 \Rightarrow y = x - 3 & , x \geq 1 \text{ ve } y < -1 \text{ ise} \end{cases}$$



TEST - 5

1. $|2x - 3| = 5$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-4, 1\}$ B) $\{-3, 1\}$ C) $\{-1, 4\}$
D) $\{-1, 3\}$ E) $\{-1, -4\}$

2. R den R ye tanımlı, $f(x) = |x^2 - 4| + 3$ ve $g(x) = 2|x + 2| + 3$ eğrilerinin kesim noktalarının apsisi çarpımı kaçtır?

A) -8 B) -4 C) -2 D) 0 E) 2

3. $|x^2 - 5x + 6| + |x^2 - x - 2| = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{2\}$ B) $\{-1, 2\}$ C) $\{-1, 3\}$
D) $\emptyset$ E) $\{-1, 2, 3\}$

4. $|2x - 1| = 3x - 4$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{1\}$ B) $\{3\}$ C) $\{1, 3\}$
D) $\{\frac{4}{3}\}$ E) $\emptyset$

5. $f: R \rightarrow R$, $f(x) = |x^2 + 2| + 3x$ fonksiyonunun x eksenini kestiği noktaların apsisi çarpımı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. R den R ye, $f(x) = |x + 3| - |x|$ ve $g(x) = 1$ biçiminde tanımlı fonksiyonların kesim noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

A) -4 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

7. R den R ye tanımlı,

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - 2\sqrt{1 - 2x + x^2} \text{ ve}$$

$g(x) = \sqrt{x^2}$ fonksiyonlarının kesim noktalarının ordinatları toplamı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. R den R ye tanımlı, $f(x) = x + 1$ ve $g(x) = |x| + 2$ olduğuna göre, $(f \circ g)(x)$ ve $(g \circ f)(x)$ fonksiyonlarının kesim noktalarının apsisi çarpımı kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

9. $\sqrt{x^2 - 2x - 1} \leq \sqrt{x^2 + 2x + 1}$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, \frac{-1}{2})$ B) $(-\infty, \frac{-1}{2}]$ C) $(\frac{-1}{2}, +\infty)$
D) $[-\frac{1}{2}, +\infty)$ E) $[\frac{1}{2}, +\infty)$

10. $2 < \sqrt{x^2 - 6x + 9} \leq 4$ eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

A) 18 B) 17 C) 13 D) 12 E) 6

TEST - 6

1. $f(x) = |x - 1|$ biçiminde tanımlı mutlak değer fonksiyonunun parçalı biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = \begin{cases} x - 1 & x \geq 0 \text{ ise} \\ 1 - x & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$
 B) $f(x) = \begin{cases} x - 1 & x \geq 1 \text{ ise} \\ 1 - x & x < 1 \text{ ise} \end{cases}$
 C) $f(x) = \begin{cases} x - 1 & x \geq 1 \text{ ise} \\ -x - 1 & x < 1 \text{ ise} \end{cases}$
 D) $f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \geq 1 \text{ ise} \\ x - 1 & x < 1 \text{ ise} \end{cases}$
 E) $f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \geq 1 \text{ ise} \\ -x - 1 & x < 1 \text{ ise} \end{cases}$

2. $f(x) = \frac{|x+2|}{x+2}$ fonksiyonunun parçalı biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = \begin{cases} x+2 & , x > -2 \text{ ise} \\ -x-2 & , x < -2 \text{ ise} \end{cases}$
 B) $f(x) = \begin{cases} x & , x > -2 \text{ ise} \\ -x & , x < -2 \text{ ise} \end{cases}$
 C) $f(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \text{ ise} \\ -1 & , x < 0 \text{ ise} \end{cases}$
 D) $f(x) = \begin{cases} 1 & , x > -2 \text{ ise} \\ -1 & , x < -2 \text{ ise} \end{cases}$
 E) $f(x) = \begin{cases} -1 & , x > -2 \text{ ise} \\ 1 & , x < -2 \text{ ise} \end{cases}$

3. $f(x) = |x^2 - 4|$ fonksiyonunun parçalı biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & , x \leq -2 \text{ veya } x \geq 2 \text{ ise} \\ 4 - x^2 & , -2 < x < 2 \text{ ise} \end{cases}$
 B) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & , -2 \leq x \leq 2 \text{ ise} \\ 4 - x^2 & , x < -2 \text{ veya } x > 2 \text{ ise} \end{cases}$
 C) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & , x \leq -2 \text{ ise} \\ -x^2 + 4 & , x > 2 \text{ ise} \end{cases}$
 D) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & , x \leq -2 \text{ veya } x \geq 2 \text{ ise} \\ -x^2 - 4 & , -2 < x < 2 \text{ ise} \end{cases}$
 E) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & , -2 \leq x \leq 2 \text{ ise} \\ -x^2 - 4 & , x < -2 \text{ veya } x > 2 \text{ ise} \end{cases}$

4. $f(x) = |-x^2 + 3x - 2|$ fonksiyonunun parçalı biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 & , x \leq -2 \text{ veya } x \geq -1 \text{ ise} \\ -x^2 + 3x - 2 & , -2 < x < -1 \text{ ise} \end{cases}$
 B) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 & , 1 < x < 2 \text{ ise} \\ -x^2 + 3x - 2 & , x \leq 1 \text{ veya } x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$
 C) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 & , x \leq 1 \text{ veya } x \geq 2 \text{ ise} \\ -x^2 + 3x - 2 & , 1 < x < 2 \text{ ise} \end{cases}$
 D) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 & , x \leq 1 \text{ veya } x \geq 2 \text{ ise} \\ -x^2 - 3x - 2 & , 1 < x < 2 \text{ ise} \end{cases}$
 E) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 2 & , x \leq 1 \text{ veya } x \geq 2 \text{ ise} \\ -x^2 - 3x - 2 & , 1 < x < 2 \text{ ise} \end{cases}$

5. $f(x) = |x^2 - x - 6| + 6$ fonksiyonunun parçalı biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & , x \leq -3 \text{ veya } x \geq 2 \text{ ise} \\ -x^2 + x + 12 & , -3 < x < 2 \text{ ise} \end{cases}$
 B) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & , -3 < x < 2 \text{ ise} \\ -x^2 + x + 12 & , x \leq -3 \text{ veya } x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$
 C) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & , x \leq -2 \text{ veya } x \geq 3 \text{ ise} \\ -x^2 - x + 12 & , -2 < x < 3 \text{ ise} \end{cases}$
 D) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & , -2 < x < 3 \text{ ise} \\ -x^2 - x - 12 & , x \leq -2 \text{ veya } x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$
 E) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & , x \leq -2 \text{ veya } x \geq 3 \text{ ise} \\ -x^2 + x + 12 & , -2 < x < 3 \text{ ise} \end{cases}$

6. $f(x) = |x + 1| + x - 1$ fonksiyonunun parçalı biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = \begin{cases} 2x & , x < -1 \text{ ise} \\ 2 & , x \geq -1 \text{ ise} \end{cases}$
 B) $f(x) = \begin{cases} -2x & , x < -1 \text{ ise} \\ -2 & , x \geq -1 \text{ ise} \end{cases}$
 C) $f(x) = \begin{cases} 2 & , x < -1 \text{ ise} \\ 2x & , x \geq -1 \text{ ise} \end{cases}$
 D) $f(x) = \begin{cases} -2 & , x < -1 \text{ ise} \\ 2x & , x \geq -1 \text{ ise} \end{cases}$
 E) $f(x) = \begin{cases} 0 & , x < -1 \text{ ise} \\ 2x & , x \geq -1 \text{ ise} \end{cases}$

TEST - 7

1. $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9} + x \cdot |x|$ fonksiyonunun parçalı biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 3 & x \geq 0 \text{ ise} \\ x^2 - x + 3, & 0 < x \leq -3 \text{ ise} \\ -x^2 - x + 3, & x < -3 \text{ ise} \end{cases}$

B) $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 3 & x \geq 3 \text{ ise} \\ x^2 - x + 3, & 0 \leq x < 3 \text{ ise} \\ x^2 - x - 3, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$

C) $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 3 & x \geq 3 \text{ ise} \\ x^2 - x - 3, & 0 \leq x < 3 \text{ ise} \\ -x^2 + x - 3, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$

D) $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 3 & x \leq -3 \text{ ise} \\ x^2 - x + 3, & -3 \leq x < 0 \text{ ise} \\ -x^2 - x + 3, & x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$

E) $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 3 & x \geq 3 \text{ ise} \\ x^2 - x + 3, & 0 \leq x < 3 \text{ ise} \\ -x^2 - x + 3, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$

2. $f(x) = |x - 2| + |x - 1| + x$ fonksiyonunun parçalı biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = \begin{cases} 3 - x & , x < 1 \text{ ise} \\ x + 1 & , 1 \leq x < 2 \text{ ise} \\ 3x - 3 & , x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$

B) $f(x) = \begin{cases} 3 - x & , x < -2 \text{ ise} \\ x + 1 & , -2 \leq x < -1 \text{ ise} \\ 3x - 3 & , x \geq -1 \text{ ise} \end{cases}$

C) $f(x) = \begin{cases} 3 - x & , x \geq 3 \text{ ise} \\ x + 1 & , -1 \leq x < 3 \text{ ise} \\ 3x - 1 & , x < -1 \text{ ise} \end{cases}$

D) $f(x) = \begin{cases} 3 - 3x & , x < 1 \text{ ise} \\ -x + 1 & , 1 \leq x < 2 \text{ ise} \\ 3x - 3 & , x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$

E) $f(x) = \begin{cases} 3 - 3x & , x < 1 \text{ ise} \\ x + 1 & , 1 \leq x < 2 \text{ ise} \\ 3x - 3 & , x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$

3. $f(x) = |x^3 - x| + |x|$ fonksiyonunun parçalı biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = \begin{cases} -x^3 & , x < -1 \text{ ise} \\ x^3 + 2x & , -1 \leq x < 0 \text{ ise} \\ -x^3 + 2x & , 0 \leq x < 1 \text{ ise} \\ x^3 & , x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$

B) $f(x) = \begin{cases} -x^3 & , x < -1 \text{ ise} \\ x^3 - 2x & , -1 \leq x < 0 \text{ ise} \\ -x^3 + 2x & , 0 \leq x < 1 \text{ ise} \\ x^3 & , x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$

C) $f(x) = \begin{cases} -x^3 & , x < -1 \text{ ise} \\ x^3 + 2x & , -1 \leq x < 1 \text{ ise} \\ x^3 & , x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$

D) $f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x & , x < -1 \text{ ise} \\ -x^3 + 2x & , -1 \leq x < 1 \text{ ise} \\ -x^3 & , x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$

E) $f(x) = \begin{cases} -x^3 & , x < -1 \text{ ise} \\ x^3 - 2x & , -1 \leq x < 1 \text{ ise} \\ -x^3 + 2x & , x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$

4. $f(x) = |x^2 - 1| + |x + 1| + |x - 1| + x$ fonksiyonunun parçalı biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & , x < -1 \text{ ise} \\ -x^2 - x + 3 & , -1 \leq x < 1 \text{ ise} \\ x^2 + 3x - 1 & , x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$

B) $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 1 & , x < -1 \text{ ise} \\ -x^2 + x + 3 & , -1 \leq x < 1 \text{ ise} \\ x^2 + 3x - 1 & , x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$

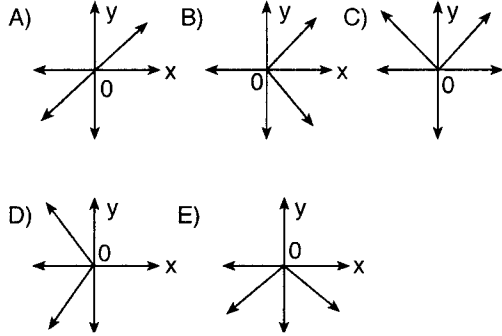
C) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & , x < -1 \text{ ise} \\ -x^2 + x + 3 & , -1 \leq x < 1 \text{ ise} \\ x^2 + 3x - 1 & , x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$

D) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & , x < -1 \text{ ise} \\ -x^2 + x + 3 & , -1 \leq x < 1 \text{ ise} \\ x^2 - 3x - 1 & , x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$

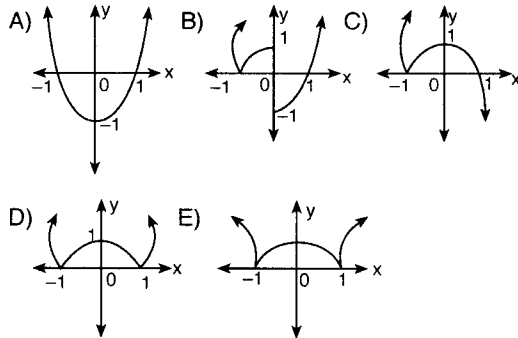
E) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & , x < -1 \text{ ise} \\ -x^2 + x + 3 & , -1 \leq x < 1 \text{ ise} \\ -x^2 + 3x - 1 & , x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$

TEST - 8

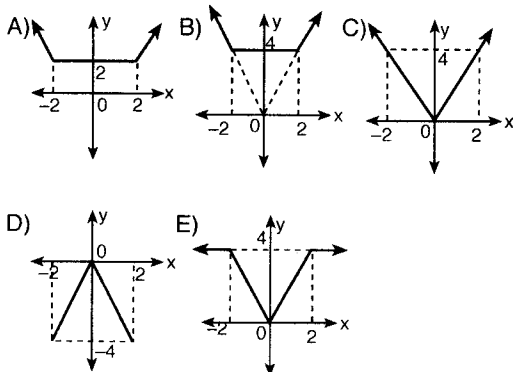
1. $f(x) = |x|$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



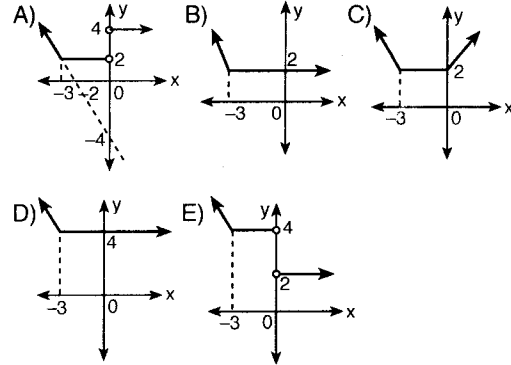
2. $f(x) = |x^2 - 1|$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



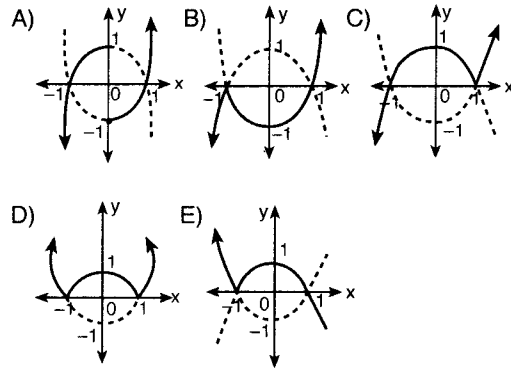
3. $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + |x + 2|$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



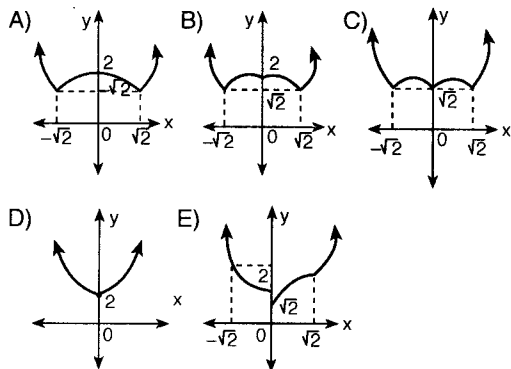
4. $f(x) = \frac{|x|}{x} + |x + 3| - x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



5. $f(x) = x \cdot |x - 1| + |x - 1|$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

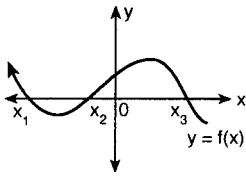


6. $f(x) = |x^2 - 2| + |x|$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

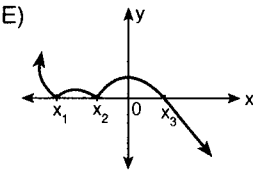
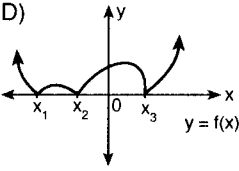
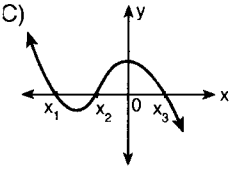
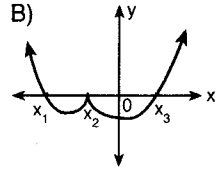
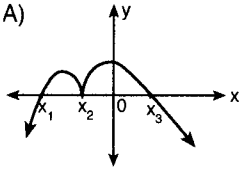


TEST - 9

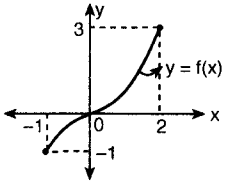
1.



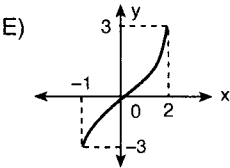
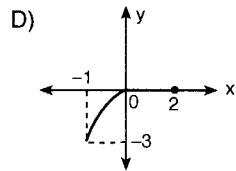
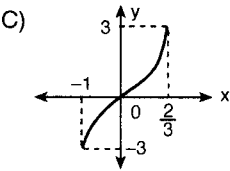
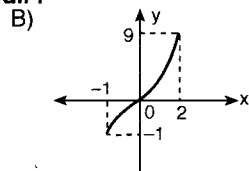
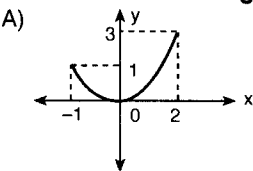
$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $y = |f(x)|$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



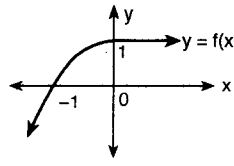
2.



$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $g(x) = 2f(x) - |f(x)|$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

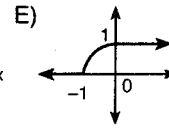
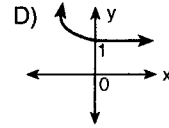
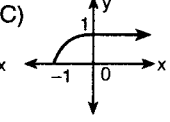
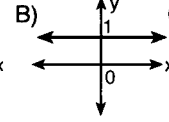
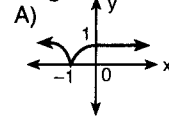


3.

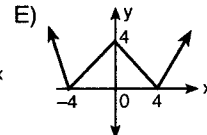
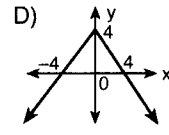
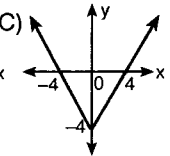
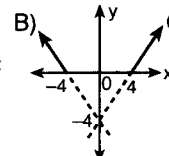
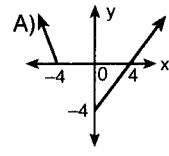


$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $y = f(|x|)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden

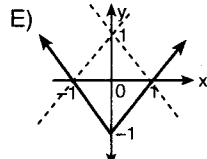
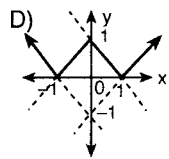
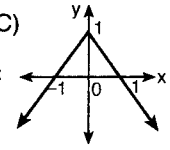
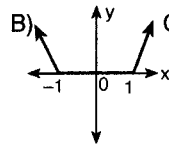
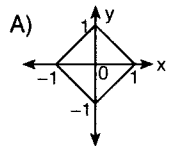
hangisidir?



4. $R \rightarrow R$ ye tanımlı, $f(x) = |x| - 2$ ve $g(x) = x - 2$ fonksiyonları için $(g \circ f)(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



5. $f(x) = \frac{|x^2 - 1|}{|x| + 1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



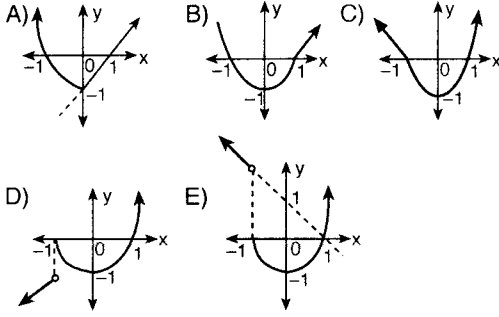
6. $f(x) = |x| + 1$ fonksiyonunun görüntü kümesinin en küçük elemanı ile $g(x) = 1 - |x|$ fonksiyonunun görüntü kümesinin en büyük elemanının toplamı kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

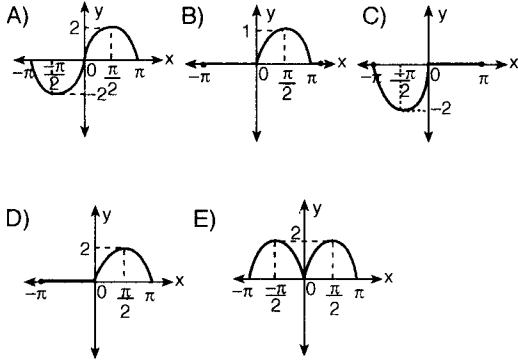
TEST - 10

1. $f(x) = \begin{cases} |x| - 1, & x < -1 \text{ ise} \\ x^2 - 1, & x \geq -1 \text{ ise} \end{cases}$

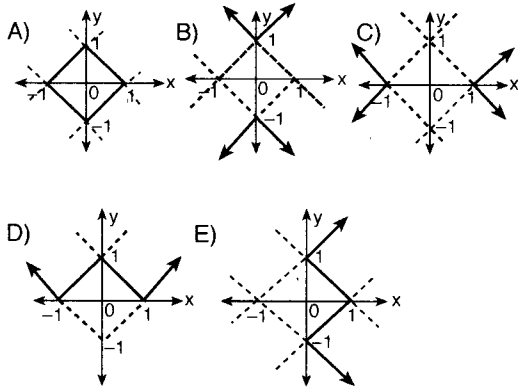
biçiminde tanımlı fonksiyonun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



2. $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |\sin x| + \sin x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



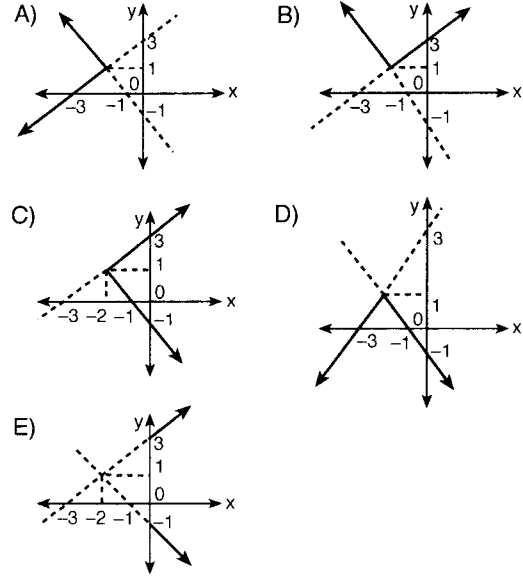
3. $|x| + |y| = 1$ bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



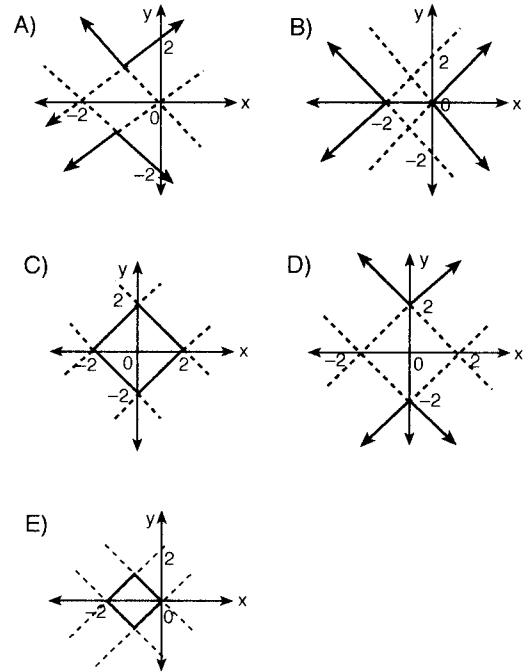
4. $f: [-4, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x + 2| + |x - 2|$ fonksiyonunun grafiği ve x eksenini ile sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 32 B) 40 C) 48 D) 64 E) 72

5. $|y - 1| = x + 2$ bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



6. $|y| + |x + 1| = 1$ bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



SİGNUM (İŞARET) FONKSİYONU

$A \subseteq \mathbb{R}$, $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\text{sgn}(f(x)) = \begin{cases} -1, & f(x) < 0 \text{ ise} \\ 0, & f(x) = 0 \text{ ise} \\ 1, & f(x) > 0 \text{ ise} \end{cases}$$

sgnof: $A \rightarrow \{-1, 0, 1\}$ fonksiyonuna f fonksiyonunun işaret fonksiyonu denir.

ÖRNEK

$\text{sgn}(x^2 - 1) = 1$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\text{sgn}(x^2 - 1) = 1 \Rightarrow x^2 - 1 > 0$$

$$(x - 1)(x + 1) > 0 \Rightarrow$$

$$\begin{array}{c|cccc} x & -\infty & -1 & +1 & +\infty \\ \hline x^2 - 1 & + & - & + & + \end{array} \Rightarrow \mathcal{C} = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) = \mathbb{R} - [-1, 1]$$

ÖRNEK

$\text{sgn}(x - 1) + \text{sgn}(x^2 + x - 2) = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} \text{1. durum: } \text{sgn}(x - 1) = 0 \quad \wedge \quad \text{sgn}[(x + 2)(x - 1)] = 0 \\ \quad \quad \quad x - 1 = 0 \quad \quad \quad x + 2 = 0 \quad \vee \quad x - 1 = 0 \\ \quad \quad \quad x = 1 \quad \quad \quad x = -2 \quad \quad \quad x = 1 \end{array} \right\} \mathcal{C} = \{1\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{2. durum: } \text{sgn}(x - 1) = 1 \quad \wedge \quad \text{sgn}[(x + 2)(x - 1)] = -1 \\ \quad \quad \quad x - 1 > 0 \quad \quad \quad (x + 2)(x - 1) < 0 \\ \quad \quad \quad x > 1 \end{array} \right\} \mathcal{C} = \emptyset$$

$$\begin{array}{c|cccc} x & -\infty & -2 & 1 & +\infty \\ \hline x^2 + x - 2 & + & - & + & + \end{array}$$

(-2, 1)

$$\left. \begin{array}{l} \text{3. durum: } \text{sgn}(x - 1) = -1 \quad \wedge \quad \text{sgn}[(x + 2)(x - 1)] = 1 \\ \quad \quad \quad x - 1 < 0 \quad \quad \quad (x + 2)(x - 1) > 0 \\ \quad \quad \quad x < 1 \end{array} \right\} \mathcal{C} = (-\infty, -2)$$

$$\begin{array}{c|cccc} x & -\infty & -2 & 1 & +\infty \\ \hline x^2 + x - 2 & - & + & - & + \end{array}$$

$$\mathcal{C} = (-\infty, -2) \cup \{1\}$$

ÖRNEK

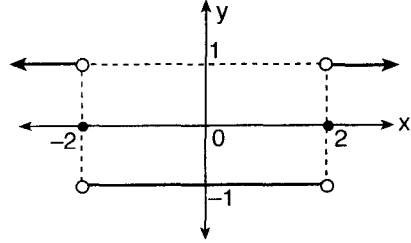
$f(x) = \text{sgn}(x^2 - 4)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

x	-2	2
$x^2 - 4$	+	-
$\text{sgn}(x^2 - 4)$	1	-1

$$\text{sgn}(x^2 - 4) = \begin{cases} -1, & -2 < x < 2 \text{ ise} \\ 0, & x = -2, x = 2 \text{ ise} \\ 1, & x < -2, x > 2 \text{ ise} \end{cases}$$

**ÖRNEK**

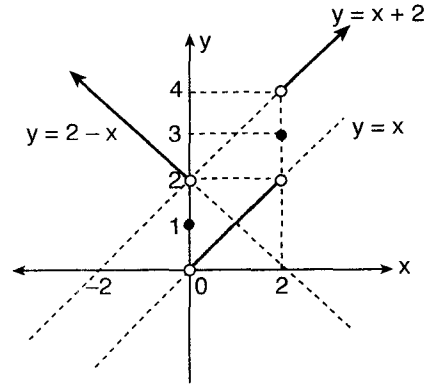
$f(x) = |x| + \text{sgn}(x^2 - 2x) + 1$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

$$x^2 - 2x = x(x - 2)$$

x	0	2
$x^2 - 2x$	+	-
$\text{sgn}(x^2 - 2x)$	1	-1
$ x $	-x	x
$ x + \text{sgn}(x^2 - 2x)$	1 - x	x - 1
$ x + \text{sgn}(x^2 - 2x) + 1$	2 - x	x

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & x < 0 \text{ ise} \\ 1, & x = 0 \text{ ise} \\ x, & 0 < x < 2 \text{ ise} \\ 3, & x = 2 \text{ ise} \\ x + 2, & x > 2 \text{ ise} \end{cases}$$

**ÖRNEK**

$f(x) = \text{sgn}\left(\frac{x-2}{1-x}\right) + |x-2| + x$ fonksiyonunun $x \in (1,2)$ için eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$\frac{x-2}{1-x}$ için $x = 2$ ve $x = 1$ kritik noktalardır.

$|x-2|$ için $x = 2$ kritik noktadır.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$\frac{x-2}{1-x}$	-	+	-	-
$\text{sgn}\left(\frac{x-2}{1-x}\right)$	-1	1	-1	-1
$x-2$	-	-	0	+
$ x-2 $	$-x+2$	$-x+2$	0	$x-2$

$x \in (1,2)$ için;

$$f(x) = \text{sgn}\left(\frac{x-2}{1-x}\right) + |x-2| + x$$

$$f(x) = 1 + (-x+2) + x$$

$$f(x) = 1 - x + 2 + x$$

$$f(x) = 3 \text{ olur.}$$

TEST - 11

1. $\text{sgn} x = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-1, 0]$ B) $\{0\}$ C) $[0, 1)$
D) $\{-1, 0\}$ E) $\{0, 1\}$

2. $\text{sgn}(x + 1) = -1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-2\}$ B) $(-1, +\infty)$ C) $[-1, +\infty)$
D) $(-\infty, -1]$ E) $(-\infty, -1)$

3. $\text{sgn}(x - 1) = 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{2\}$ B) $(-\infty, 1)$ C) $(1, +\infty)$
D) $[1, +\infty)$ E) $(0, +\infty)$

4. $\text{sgn}(x^2 - 1) = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\emptyset$ B) $\{-1, 1\}$ C) $(-1, 1)$
D) $[-1, 1]$ E) $\mathbb{R}$

5. $\text{sgn}(x^2 - x - 6) = 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{R} - [-2, 3]$ B) $\mathbb{R} - (-2, 3)$ C) $\mathbb{R} - (-3, 2)$
D) $\mathbb{R} - [-3, 2]$ E) $(-2, 3)$

6. $\text{sgn}(x^2 + x + 1) = -1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -1)$ B) $(-\infty, -1]$ C) $(-1, +\infty)$
D) $[-1, +\infty)$ E) $\emptyset$

7. $\text{sgn}(\log x) = -1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 1)$ B) $\{\frac{1}{10}\}$ C) $(0, 1]$
D) $(0, 1)$ E) $[0, 1]$

8. $\text{sgn}(\ln x) = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\emptyset$ B) $\{e\}$ C) $\{1\}$
D) $(1, e)$ E) $(\frac{1}{e}, 1)$

9. $\text{sgn}(\log_{1/2} x) = -1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(1, +\infty)$ B) $(0, +\infty)$ C) $[1, +\infty)$
D) $[0, +\infty)$ E) $(0, 1)$

10. $\text{sgn}[\log_2(x^2 - 3)] \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{R} - (-\sqrt{3}, 2)$ B) $\mathbb{R} - [-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$
C) $\mathbb{R} - (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$ D) $\mathbb{R} - (-2, 2)$
E) $\mathbb{R} - [-2, 2]$

TEST - 12

1. $\text{sgn}(x + 2) = 2$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{0, -2\}$ B) $\{0\}$ C) $\{2\}$
D) $\mathbb{R}$ E) $\emptyset$

2. $\text{sgn}(x^2 + 2x + 4) = 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{2\}$ B) $\mathbb{R} - \{2\}$ C) $\mathbb{R} - \{-2\}$
D) $\mathbb{R}$ E) $\emptyset$

3. $\text{sgn}(-1 + 3x - 4x^2) = -1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{R}$ B) $\emptyset$ C) $\mathbb{R} - [-\frac{1}{4}, 1]$
D) $\mathbb{R} - (-\frac{1}{4}, 1)$ E) $\mathbb{R} - (-1, \frac{1}{4})$

4. $\text{sgn}(x^2 + 4x + a) = 1$ denkleminin çözüm kümesinin reel sayılar kümesine eşit olması için a hangi aralıkta olmalıdır?

A) $a \geq 4$ B) $a > 4$ C) $a \leq 4$
D) $a < 4$ E) $a < 1$

5. $\text{sgn}(-x^2 + 2x + a) = -1$ denkleminin çözüm kümesinin reel sayılar kümesine eşit olması için a hangi aralıkta olmalıdır?

A) $a \geq -1$ B) $a > -1$ C) $a < -1$
D) $a \leq -1$ E) $-1 < a < 0$

6. $f(x) = |x - 3| - x^2$. $\text{sgn}x$ ve $g(x) = 1 + \text{sgn}(x + 3)$ olduğuna göre, $(f \circ g)(x^2)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -5 B) -3 C) -1 D) 1 E) 3

7. $f(x) = |x - 1| + \text{sgn}(x + 1)$ ve $g(x) = 3 - \text{sgn}(-x)$ olduğuna göre, $(g \circ f)(x^2 + 1)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $x^{\text{sgn}x} = -1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-1\}$ B) $\{0, -1\}$
C) $\{0, -1, 1\}$ D) $\{0, 1\}$
E) $\{-1, 1\}$

9. $x^{\text{sgn}(x-2)} = 1$ denkleminin çözüm kümesindeki elemanların toplamı kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

10. $(x - 1)^{\text{sgn}(x-1)} = 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{0\}$ B) $\{1\}$ C) $\{2\}$
D) $\{1, 2\}$ E) $\{0, 1, 2\}$

TEST - 13

1. $(x-2)^{1-\operatorname{sgn}(x-3)} = 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{1, 3\}$ B) $\{1, 3, 4\}$
 C) $[1, +\infty) \cup \{0\}$ D) $(3, +\infty) \cup \{1\}$
 E) $[3, +\infty) \cup \{1\}$

2. $(\operatorname{sgn} x)^{2\operatorname{sgn}(-2x)} = 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 0)$ B) $(0, +\infty)$ C) $\mathbb{R} - \{0\}$
 D) $\mathbb{R}$ E) $\emptyset$

3. $\sum_{k=1}^{20} \operatorname{sgn}(k)$ toplamının sonucu kaçtır?

A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 210

4. $\sum_{k=-1}^{15} \operatorname{sgn}(k^2 + k)$ toplamının sonucu kaçtır?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

5. $\sum_{k=1}^{30} \operatorname{sgn}(k^2 - 8k + 15)$ toplamının sonucu kaçtır?

A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28

6. $f(x) = \operatorname{sgn}(1+x) + \operatorname{sgn}(1-x) + \operatorname{sgn}(x-2) + \operatorname{sgn}(\log_3 x)$ olduğuna göre, $f(2)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. $f(x) = 2x - \operatorname{sgn}(x^2 + 11)$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2x - 1$ B) $2x + 1$ C) $\frac{x-1}{2}$
 D) $\frac{x-2}{2}$ E) $\frac{x+1}{2}$

8. $f(x) = 3x^2 - 2x \cdot \operatorname{sgn}(x^2) + 1$ olduğuna göre, $f(1) + f(-1)$ toplamı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

9. $f(x) = 4x + \operatorname{sgn}(x^2 + 4) + 1$ olduğuna göre, $f(2) + f^{-1}(6)$ toplamı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 11 E) 12

10. $f(x) = 3\operatorname{sgn}(x-1) + 2x \cdot \operatorname{sgn}(x-4)$ olduğuna göre, $f(1) + f^{-1}(-2)$ toplamı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

TEST - 14

1. $f(x) = \text{sgn}(x^2 - 3x - 4) + 1$ fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[0, 2]$ B) $[-1, 1]$ C) $\{0, 1, 2\}$
D) $\{-1, 0, 1\}$ E) $\{0, 1\}$

2. $f(x) = \text{sgn}x - 1$ fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-2, 0]$ B) $\{-2, -1, 0\}$ C) $\{-1, 0, 1\}$
D) $\{0, 1, 2\}$ E) $\{-1, 0\}$

3. $f(x) = 2\text{sgn}(x - 7) - 4$ fonksiyonunun görüntü kümesindeki elemanların toplamı kaçtır?

A) 0 B) -4 C) -8 D) -12 E) -14

4. $f(x) = 3[\text{sgn}(x^2 - 4)]^3 + 3$ fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{0, 3, 6\}$ B) $\{0, 2, 4\}$ C) $\{-3, 0, 3\}$
D) $\{-1, 3\}$ E) $\{-1, 0, 1\}$

5. $f(x) = \text{sgn}(x^2 - 5)$ ve $g(x) = 2x + 1$ olduğuna göre, $(\text{gof})(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{1\}$ B) $\{-1, 0, 1\}$ C) $\{-1, 1\}$
D) $\{-1, 3\}$ E) $\{-1, 1, 3\}$

6. $\text{sgn}(\sin x) = 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ B) $\left(-\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ C) $(0, \pi)$
D) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ E) $(-\pi, \pi)$

7. $\text{sgn}(\cos x) \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ B) $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ C) $[0, \pi]$
D) $(0, \pi)$ E) $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

8. $f(x) = \cos[\pi \cdot \text{sgn}(x - 7)]$ fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-1, 1]$ B) $\{0, -1\}$ C) $\{-7, 7\}$
D) $\{-1, 1\}$ E) $\{-1, 0, 1\}$

9. $f(x) = \sin\left[\frac{\pi}{11} \cdot \text{sgn}(x^2 - 3)\right]$

fonksiyonunun görüntü kümesindeki elemanların toplamı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10. $f(x) = \tan\left[\frac{\pi}{19} \cdot \text{sgn}(x - 1)\right]$

fonksiyonunun görüntü kümesindeki elemanların çarpımı kaçtır?

A) 19 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

TEST - 15

1. $f(x) = \text{sgn}(x - 1) + |x| + 2$ fonksiyonu $x \in (1, 5)$ için aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

A) $f(x) = x + 1$ B) $f(x) = x + 2$ C) $f(x) = x + 3$
D) $f(x) = x + 4$ E) $f(x) = x + 5$

2. $f(x) = \text{sgn}(x + 3) + |x + 2| + 1$ fonksiyonu $x \in (-10, -3)$ için aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

A) $f(x) = -x - 1$ B) $f(x) = -x - 2$ C) $f(x) = x + 2$
D) $f(x) = x + 3$ E) $f(x) = x + 4$

3. $f(x) = \text{sgn}(x^2 - 5) - |\text{sgn}(x - 3)|$ fonksiyonu $x \in [-2, 2]$ için aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

A) $f(x) = x^2 - x - 2$ B) $f(x) = 4 - x$
C) $f(x) = -1$ D) $f(x) = -2$
E) $f(x) = -3$

4. $f(x) = \text{sgn}\left(\frac{x - 2}{x + 3}\right) + |x - 4|$

fonksiyonu $x \in (-3, 2)$ için aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

A) $f(x) = 3 - x$ B) $f(x) = 5 - x$ C) $f(x) = x - 2$
D) $f(x) = x - 5$ E) $f(x) = x - 3$

5. $x \neq 0$ olmak üzere;
 $f(x) = x \cdot \text{sgn} x + |x|$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-2x$ B) $-x$ C) $2x$
D) $|2x|$ E) $|x|$

6. $f(x) = x^2 + \text{sgn}(x^2 - 3x + 2)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdaki aralıklardan hangisinde x eksenini kesmez?

A) $(1, 2)$ B) $[1, 2]$ C) $\mathbb{R} - [1, 2]$
D) $\mathbb{R} - (1, 2)$ E) $\mathbb{R} - [-2, -1]$

7. $f(x) = \text{sgn}(x^2 - x + a)$ fonksiyonu x in sadece bir değeri için 0, diğer değerleri için 1 e eşit oluyorsa a kaçtır?

A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

8. $\text{sgn} \frac{x^2 - 2x + 1}{7x - x^2} = 1$ olduğuna göre, x in en küçük tamsayı değeri kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

9. $\text{sgn}(x^2 - 1) + \text{sgn}(x^2 + x - 12) = 0$ denklemini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

10. $\text{sgn}(x - 2) + \text{sgn}(x^2 + x - 6) = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-3, 2)$ B) $[-3, 2]$ C) $\mathbb{R} - [-3, 2]$
D) $(-\infty, -3)$ E) $(-\infty, -3) \cup \{2\}$

TEST - 16

1. $\text{sgn}(x - 1) + \text{sgn}(x + 2) = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $[-2, 1]$ B) $(-2, 1)$ C) $\mathbb{R} - (-2, 1)$
D) $(-\infty, -2)$ E) $(1, +\infty)$

2. $\text{sgn}(x - 2) + \text{sgn}(7 - x) = 2$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2, 7)$ B) $[2, 7)$ C) $(2, 7]$
D) $[2, 7]$ E) $\mathbb{R} - [2, 7]$

3. $\text{sgn}(x^2 - 3x - 10) + \text{sgn}(x^2 - 6x - 7) = -1$ denklemini sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\text{sgn}(x^2 - 4x - 5) + \text{sgn}(x^2 - x - 2) = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-1, 2)$ B) $[-1, 5)$ C) $(2, 5) \cup \{-1\}$
D) $(5, +\infty)$ E) $(-\infty, -1]$

5. $\text{sgn}(3 - x) - \text{sgn}(x + 2) = 2$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 3)$ B) $(-\infty, -2)$ C) $\mathbb{R} - [-2, 3]$
D) $[-2, 3]$ E) $(-2, 3)$

6. $\text{sgn}(x - 1) \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 1]$ B) $(-\infty, 0]$ C) $(-\infty, -1]$
D) $(-\infty, 1)$ E) $(-\infty, 0)$

7. $\text{sgn}(x + 2) < 1$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 0)$ B) $(-\infty, -1)$ C) $(-\infty, -1]$
D) $(-\infty, -2)$ E) $(-\infty, -2]$

8. $\text{sgn}(9 - x^2) > -1$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -3)$ B) $(3, +\infty)$ C) $(-3, 3)$
D) $[-3, 3]$ E) $\mathbb{R} - (-3, 3)$

9. $\text{sgn}(|x + 3| - 2) < 1$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-5, -1)$ B) $[-5, -1)$ C) $[-5, -1]$
D) $(-5, -1]$ E) $\mathbb{R}$

10. $\text{sgn}x < \text{sgn}(x + 2)$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-2, 0)$ B) $(-2, 0]$ C) $[-2, 0)$
D) $[-2, 0]$ E) $(0, +\infty)$

TEST - 17

1. $|x + 5| = \text{sgn}(x + 5)$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-5, +\infty)$ B) $(-\infty, -5]$ C) $\{-5\}$
 D) $\{-5, -4\}$ E) $\{-6, -5, -4\}$

2. $(a_n) = (\text{sgn}(n + 11))$ dizisinin EBAS + EKÜS toplamı kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 10 E) 11

3. $\text{sgn}(k + 7)$, $\text{sgn}(k + 6)$, $\text{sgn}(k + 5)$ terimleri sonlu bir aritmetik dizisinin ardışık üç terimi olduğuna göre, k kaçtır?

A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) 1

4. $f(x) = \text{sgn}x$ fonksiyonunun parçalı biçimde ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \text{ ise} \\ 0, & x = 0 \text{ ise} \\ -1, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$
 B) $f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \text{ ise} \\ 0, & x = 0 \text{ ise} \\ -1, & x > 0 \text{ ise} \end{cases}$
 C) $f(x) = \begin{cases} 1, & x > 1 \text{ ise} \\ 0, & x = 1 \text{ ise} \\ -1, & x < 1 \text{ ise} \end{cases}$
 D) $f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \text{ ise} \\ 1, & x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$
 E) $f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \text{ ise} \\ 0, & x \leq 0 \text{ ise} \end{cases}$

5. $f(x) = \text{sgn}(x + 3)$ fonksiyonunun parçalı biçimde ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

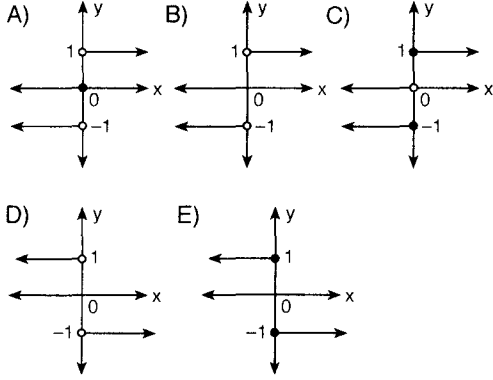
A) $f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \text{ ise} \\ 0, & x = 0 \text{ ise} \\ 1, & x > 0 \text{ ise} \end{cases}$
 B) $f(x) = \begin{cases} -1, & x < 3 \text{ ise} \\ 0, & x = 3 \text{ ise} \\ 1, & x > 3 \text{ ise} \end{cases}$
 C) $f(x) = \begin{cases} -1, & x < -3 \text{ ise} \\ 0, & x = -3 \text{ ise} \\ 1, & x > -3 \text{ ise} \end{cases}$
 D) $f(x) = \begin{cases} -3, & x < -3 \text{ ise} \\ 0, & x = -3 \text{ ise} \\ 3, & x > -3 \text{ ise} \end{cases}$
 E) $f(x) = \begin{cases} -1, & x < -3 \text{ ise} \\ 1, & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$

6. $f(x) = \text{sgn}(x^2 - 1)$ fonksiyonunun parçalı biçimde ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

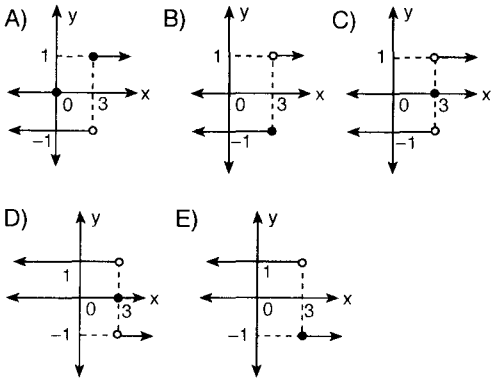
A) $f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \text{ ise} \\ 0, & x = 0 \text{ ise} \\ 1, & x > 0 \text{ ise} \end{cases}$
 B) $f(x) = \begin{cases} -1, & x < 1 \text{ ise} \\ 0, & x = 1 \text{ ise} \\ 1, & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$
 C) $f(x) = \begin{cases} -1, & x < -1 \text{ ise} \\ 0, & -1 < x < 1 \text{ ise} \\ 1, & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$
 D) $f(x) = \begin{cases} -1, & -1 < x < 1 \text{ ise} \\ 0, & x = -1 \text{ ve } x = 1 \text{ ise} \\ 1, & x < -1 \text{ ve } x > 1 \text{ ise} \end{cases}$
 E) $f(x) = \begin{cases} -1, & x < -1 \text{ ise} \\ 0, & x = -1 \text{ ve } x = 1 \text{ ise} \\ 1, & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$

TEST - 18

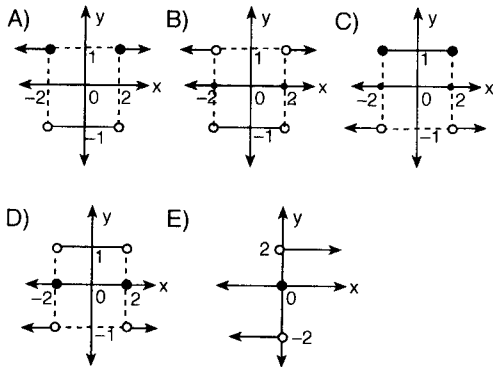
1. $f(x) = \operatorname{sgn} x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



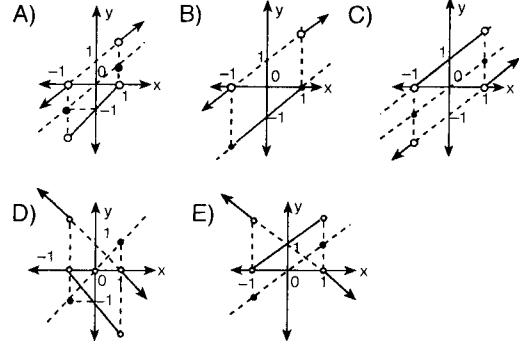
2. $f(x) = \operatorname{sgn}(x - 3)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



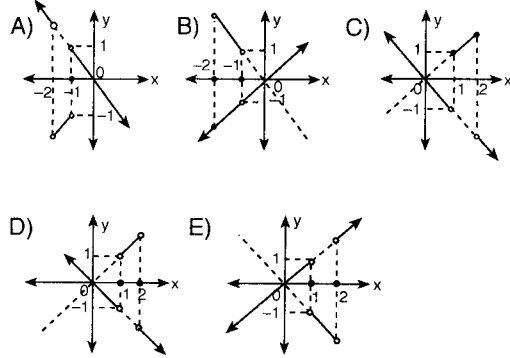
3. $f(x) = \operatorname{sgn}(x^2 - 4)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



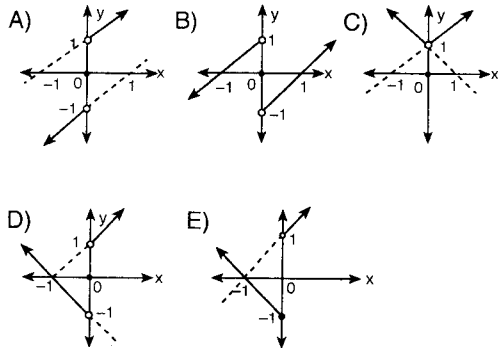
4. $f(x) = x + \operatorname{sgn}(x^2 - 1)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



5. $f(x) = x \cdot \operatorname{sgn}(x^2 - 3x + 2)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

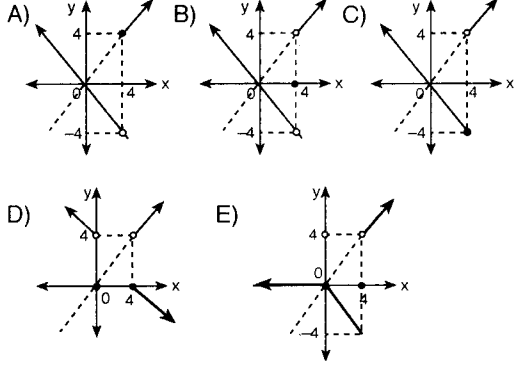


6. $f(x) = |x| + \operatorname{sgn} x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



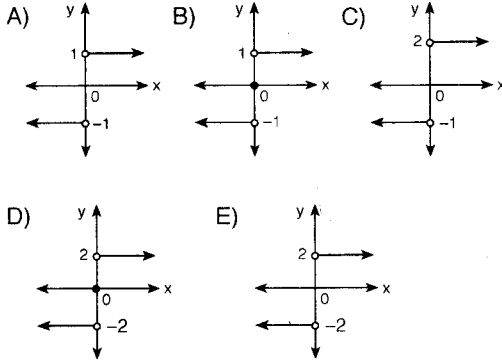
TEST - 19

1. $f(x) = |x| \cdot \operatorname{sgn}(x^2 - 4x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



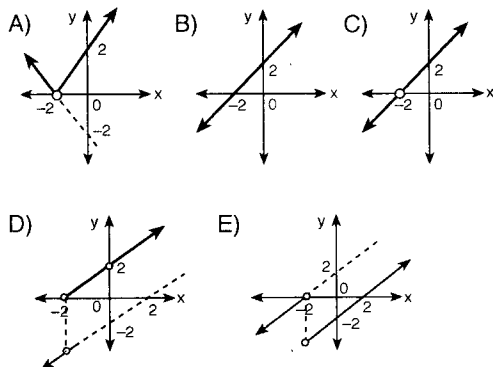
2. $f(x) = \frac{|x|}{x} + \operatorname{sgn}\left(\frac{|x|}{x}\right)$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

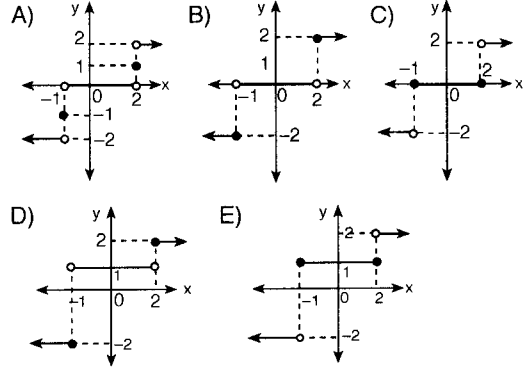


3. $f(x) = \frac{|x+2|}{\operatorname{sgn}(x+2)}$

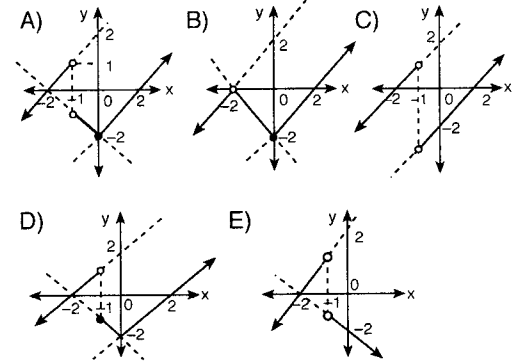
fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



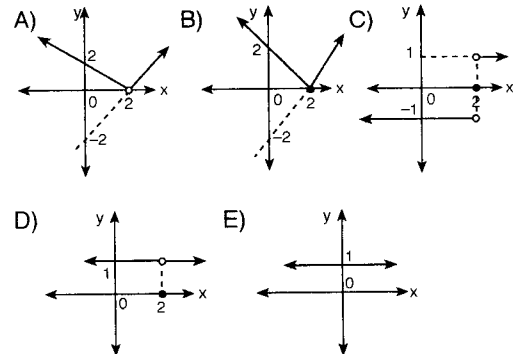
4. $f(x) = \operatorname{sgn}(x+1) + \operatorname{sgn}(x-2)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



5. $f(x) = \frac{|x|-2}{\operatorname{sgn}(x+1)}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

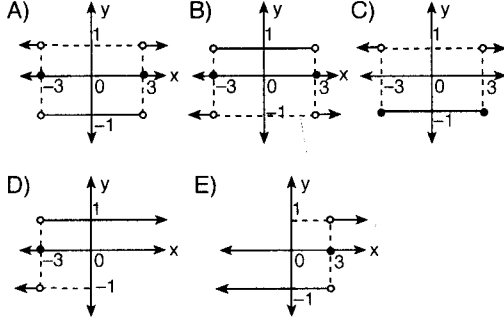


6. $f(x) = \operatorname{sgn}(|x-2|)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

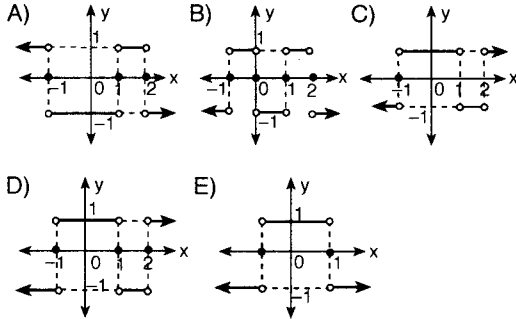


TEST - 20

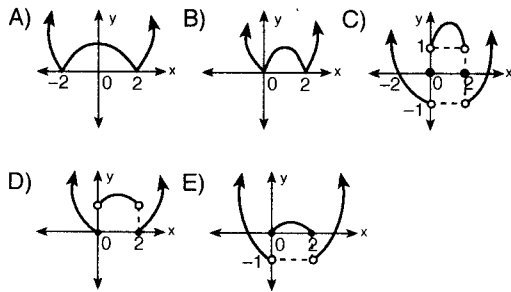
1. $f(x) = \text{sgn}(|x| - 3)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



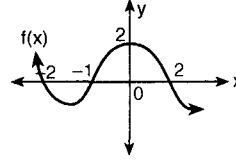
2. Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $g(x) = \text{sgn}f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



3. Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $g(x) = |f(x)| - \text{sgn}(f(x))$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



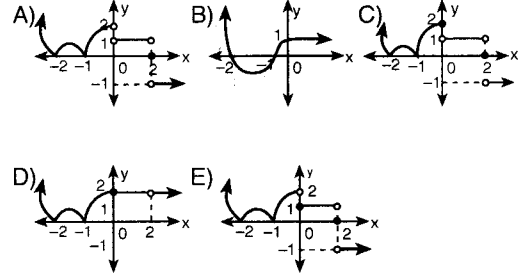
4.



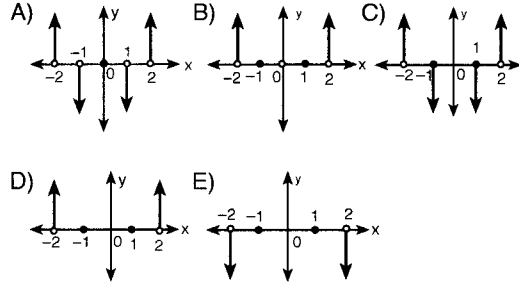
Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $g(x) = \begin{cases} |f(x)| & , x < 0 \text{ ise} \\ \text{sgn}f(x) & , x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$

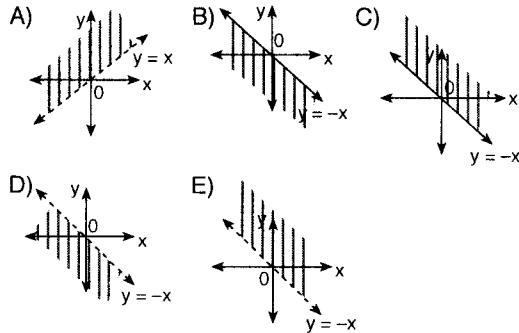
fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



5. $\text{sgn}(y) = |x| - 1$ bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



6. $\text{sgn}(y + x) = 1$ bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



TAM DEĞER (TAM KISIM) FONKSİYONU

$A \subset \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\lfloor x \rfloor = \begin{cases} x, & x \text{ tamsayı ise} \\ x \text{ in solundaki ilk tamsayı, } & x \text{ tamsayı değil ise} \end{cases}$$

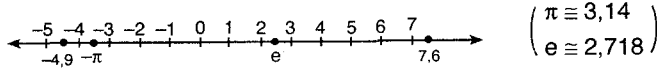
şeklinde tanımlanan fonksiyona x in tamdeğer fonksiyonu denir.

Özellikleri:

- 1) $x \in \mathbb{R}$ ve $a \in \mathbb{Z}$ olmak üzere; $\lfloor x \rfloor = a \Leftrightarrow a \leq x < a + 1$
- 2) $x \in \mathbb{R}$ ve $a \in \mathbb{Z}$ olmak üzere; $\lfloor x + a \rfloor = \lfloor x \rfloor + a$
- 3) $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere; $\lfloor x + y \rfloor = \lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor$
- 4) $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{Z}$ ve $a > 1$ olmak üzere; $\lfloor ax \rfloor = \lfloor x \rfloor + \left\lfloor x + \frac{1}{a} \right\rfloor + \left\lfloor x + \frac{2}{a} \right\rfloor + \dots + \left\lfloor x + \frac{a-1}{a} \right\rfloor$
- 5) $x \in \mathbb{R}$ ve $a \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere; $\left\lfloor \frac{x}{a} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{\lfloor x \rfloor}{a} \right\rfloor$
- 6) $x \in \mathbb{R}$, ve $a \in \mathbb{Z}$ olmak üzere;
 - a) $\lfloor f(x) \rfloor \leq a \Rightarrow f(x) < a + 1$
 - b) $\lfloor f(x) \rfloor < a \Rightarrow f(x) < a$
 - c) $\lfloor f(x) \rfloor \geq a \Rightarrow f(x) \geq a$
 - d) $\lfloor f(x) \rfloor > a \Rightarrow f(x) \geq a + 1$

ÖRNEK

$\lfloor -4, 9 \rfloor + \lfloor e \rfloor + \lfloor -\pi \rfloor + \lfloor 7, 6 \rfloor$ toplamının sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\lfloor -4, 9 \rfloor + \lfloor e \rfloor + \lfloor -\pi \rfloor + \lfloor 7, 6 \rfloor = -5 + 2 - 4 + 7 = 0$$

ÖRNEK

$$\left\lfloor \frac{2x + 7}{3} \right\rfloor = 5 \text{ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.}$$

$$5 \leq \frac{2x + 7}{3} < 6 \Rightarrow 15 \leq 2x + 7 < 18 \Rightarrow 8 \leq 2x < 11 \Rightarrow 4 \leq x < \frac{11}{2}$$

$$\Rightarrow \mathcal{C} = \left[4, \frac{11}{2}\right)$$

ÖRNEK

$\lfloor x^2 \rfloor^2 - 5 \cdot \lfloor x^2 \rfloor + 4 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\lfloor x^2 \rfloor = a \text{ olsun.}$$

$$a^2 - 5a + 4 = 0 \Rightarrow (a - 4)(a - 1) = 0 \Rightarrow a = 4 \text{ veya } a = 1$$

$$\lfloor x^2 \rfloor = 1 \Rightarrow 1 \leq x^2 < 2 \Rightarrow 1 \leq |x| < \sqrt{2} \Rightarrow 1 \leq x < \sqrt{2} \text{ veya } -\sqrt{2} < x \leq -1$$

$$\lfloor x^2 \rfloor = 4 \Rightarrow 4 \leq x^2 < 5 \Rightarrow 2 \leq |x| < \sqrt{5} \Rightarrow 2 \leq x < \sqrt{5} \text{ veya } -\sqrt{5} < x \leq -2$$

$$\mathcal{C} = (-\sqrt{5}, -2] \cup (-\sqrt{2}, -1] \cup [1, \sqrt{2}) \cup [2, \sqrt{5})$$

ÖRNEK

$\lfloor x + \lfloor 2x \rfloor \rfloor = 2 \lfloor x \rfloor + 3$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\lfloor x \rfloor + \lfloor 2x \rfloor = 2 \lfloor x \rfloor + 3$$

$$\cancel{\lfloor x \rfloor} + \cancel{\lfloor x \rfloor} + \lfloor x + \frac{1}{2} \rfloor = 2 \cancel{\lfloor x \rfloor} + 3$$

$$\lfloor x + \frac{1}{2} \rfloor = 3 \Rightarrow 3 \leq x + \frac{1}{2} < 4 \Rightarrow \frac{5}{2} \leq x < \frac{7}{2} \Rightarrow \mathcal{C} = [\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$$

ÖRNEK

$\lfloor 2x + 1 \rfloor \leq 8$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$2x + 1 < 8 + 1 \Rightarrow 2x + 1 < 9 \Rightarrow 2x < 8 \Rightarrow x < 4 \Rightarrow \mathcal{C} = (-\infty, 4)$$

ÖRNEK

$\lfloor 3x - 4 \rfloor > 4$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$3x - 4 \geq 4 + 1 \Rightarrow 3x - 4 \geq 5 \Rightarrow 3x \geq 9 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow \mathcal{C} = [3, +\infty)$$

ÖRNEK

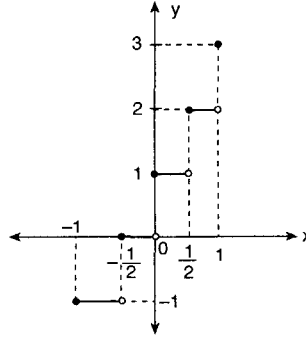
$f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \lfloor 2x + 1 \rfloor$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

$\lfloor mx + n \rfloor$ şeklindeki fonksiyonlarda aralık genişliği $\frac{1}{|m|}$ dir.

Aralık genişliği: $\frac{1}{|2|} = \frac{1}{2}$ ($2 > 0$ olduğu için, aralık soldan kapalı olur.)

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -1 \leq x < -\frac{1}{2} \text{ ise} \\ 0, & -\frac{1}{2} \leq x < 0 \text{ ise} \\ 1, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \text{ ise} \\ 2, & \frac{1}{2} \leq x < 1 \text{ ise} \\ 3, & x = 1 \text{ ise} \end{cases}$$

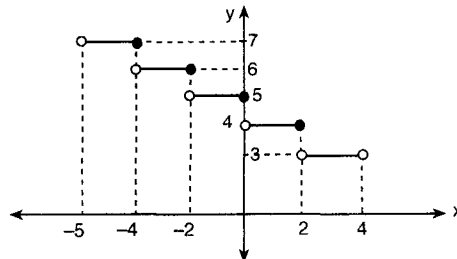
**ÖRNEK**

$f: (-5, 4) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \left\lfloor -\frac{x}{2} + 5 \right\rfloor$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

Aralık genişliği: $\frac{1}{|-\frac{1}{2}|} = 2$, ($-\frac{1}{2} < 0$ olduğu için aralık sağdan kapalı olur.)

$$f(x) = \begin{cases} 7, & -5 < x \leq -4 \text{ ise} \\ 6, & -4 < x \leq -2 \text{ ise} \\ 5, & -2 < x \leq 0 \text{ ise} \\ 4, & 0 < x \leq 2 \text{ ise} \\ 3, & 2 < x < 4 \text{ ise} \end{cases}$$



TEST - 21

1. $\llbracket 3, 5 \rrbracket + \llbracket -2, 3 \rrbracket + \llbracket -0, 1 \rrbracket$ toplamının sonucu kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\llbracket \pi \rrbracket + \llbracket e \rrbracket + \llbracket e - \pi \rrbracket + \llbracket \log 50 \rrbracket$ toplamının sonucu kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. $\llbracket \ln 3 \rrbracket + \llbracket \log_2 \frac{1}{3} \rrbracket + \llbracket \sin 20^\circ \rrbracket + \llbracket \cos 100^\circ \rrbracket$ toplamının sonucu kaçtır?

A) 0 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4

4. $\llbracket x \rrbracket = 2$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) [1, 2) B) (1, 2] C) [1, 2] D) (2, 3] E) [2, 3]

5. $\llbracket x + 1 \rrbracket = -1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (-3, -2] B) [-3, -2) C) (-2, -1] D) [-2, -1) E) [-1, 0)

6. $\llbracket 2x - 3 \rrbracket = 4$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[\frac{7}{2}, 4)$ B) $[\frac{7}{2}, \frac{9}{2})$ C) [3, 4) D) [4, 5) E) (4, 5]

7. $\llbracket -3x + 1 \rrbracket = -2$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[\frac{2}{3}, 1)$ B) $(\frac{2}{3}, 1]$ C) $[\frac{1}{3}, 1)$ D) $(\frac{1}{3}, 1]$ E) $[1, \frac{4}{3})$

8. $\left\lceil \frac{x+1}{2} \right\rceil = 3$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) [5, 6) B) [5, 7) C) [4, 5) D) [4, 6) E) [3, 5)

9. $\left\lceil \frac{2x-3}{5} \right\rceil = -4$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[\frac{-19}{2}, -7)$ B) $[\frac{-19}{2}, 8)$ C) $[\frac{-17}{2}, -6)$ D) $(\frac{-17}{2}, -7)$ E) $[\frac{-15}{2}, -5)$

10. $\left\lceil \frac{3}{x} \right\rceil = 2$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(1, \frac{3}{2}]$ B) $[1, \frac{3}{2})$ C) (1, 2] D) [1, 2) E) $(1, \frac{5}{2}]$

TEST - 22

1. $\left\lfloor \frac{1}{x+2} \right\rfloor = 1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-1, 0]$ B) $[-1, -\frac{1}{2})$ C) $(-1, -\frac{1}{2}]$
 D) $(-\frac{3}{2}, -1]$ E) $[-\frac{3}{2}, -1)$

2. $\left\lfloor \frac{3}{2x+5} \right\rfloor = 3$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\frac{17}{8}, -2]$ B) $(-\frac{17}{4}, -2]$ C) $(-\frac{15}{8}, -1]$
 D) $[-\frac{15}{8}, -1)$ E) $(-\frac{15}{4}, -3]$

3. $\left\lfloor \frac{3x+4}{x+1} \right\rfloor = 4$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\frac{3}{2}, -1]$ B) $(-1, -\frac{1}{2}]$ C) $(-\frac{1}{2}, 0]$
 D) $(0, \frac{1}{2}]$ E) $(\frac{1}{2}, 1]$

4. $\left\lfloor \frac{2x-1}{x-1} \right\rfloor = 4$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$ B) $(\frac{4}{3}, \frac{3}{2}]$ C) $(\frac{4}{3}, 2]$
 D) $(\frac{5}{3}, 2]$ E) $(\frac{5}{3}, \frac{7}{2}]$

5. $f(x) = \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{3}{x} \right\rfloor$

fonksiyonu için $f(2) + f(1)$ toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. $f(x) = \left\lfloor x + e \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x}{\pi} \right\rfloor$

fonksiyonu için $f(3) + f^{-1}(5)$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

7. $f(5^x) = \lfloor x - e \rfloor$ fonksiyonu için $f(\frac{1}{5})$ kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

8. $f(x) = \lfloor x \rfloor$, $g(x) = \text{sgn} \lfloor x \rfloor$ olduğuna göre, $(f \circ g)(\ln \frac{1}{9})$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

9. $f(x) = \lfloor 2x + 1 \rfloor$, $g(x) = \text{sgn}(|x| + 1)$ olduğuna göre, $(f \circ g)(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2|x| + 3$ B) 1 C) 2
 D) 3 E) 4

10. $f(x) = \lfloor \text{sgn}(x^2 + 1) \rfloor + x$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x - 1$ B) $-x - 1$ C) $x + 1$
 D) $1 - x$ E) $-x$

TEST - 23

1. $A = \sqrt{-x^2 + 2x - 1} + |2x| + \operatorname{sgn} x - \lfloor |x| \rfloor$

ifadesi reel bir sayıya eşit olduğuna göre, bu sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

2. $x \in [2, 7)$ olduğuna göre,

$f(x) = \lfloor x + 2 \rfloor - \lfloor x - 1 \rfloor$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $x \in [-2, -1)$ olduğuna göre,

$f(x) = \lfloor x - 3 \rfloor + |x - 1| + x \cdot \operatorname{sgn}(-x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-4 + x$ B) -4 C) $-4 - 2x$
D) $-4 + 2x$ E) $4 - 2x$

4. $f(x) = \lfloor -x \rfloor - \operatorname{sgn}(-x)$ biçiminde tanımlı fonksiyon için, $f(e) + f(\pi)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 1 C) -1 D) -3 E) -5

5. $x \in [-1, 0)$ ve

$f(x) = \lfloor x \rfloor + x^2 \cdot \operatorname{sgn} x + |x^2 - 5x + 6| + 1$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-5x + 6$ B) $-3x + 5$ C) $\frac{5-x}{6}$
D) $\frac{6-x}{5}$ E) $\frac{-x-6}{5}$

6. $\sum_{k=1}^{4536} \left\lfloor \frac{100}{2^k} \right\rfloor$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 75 B) 96 C) 97 D) 4536 E) 4537

7. $\sum_{k=1}^{\infty} \left\lfloor \frac{82}{3^k} \right\rfloor$

sonsuz toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 36 B) 39 C) 40 D) 81 E) 82

8. $\sum_{k=9}^{1025} \lfloor \log k \rfloor$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 1799 B) 1898 C) 1899 D) 1968 E) 1989

9. $-2 \leq x < 0$ olmak üzere, $f(x) = \lfloor x + 1 \rfloor$ fonksiyonunun alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10. $-\frac{3}{2} < x < -1$ olmak üzere,

$f(x) = \lfloor 2x - 1 \rfloor + \lfloor 2x \rfloor + \lfloor 2x + 1 \rfloor$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -9 B) -8 C) -7 D) -6 E) -5

TEST - 24

1. $\lfloor x - \lfloor x \rfloor \rfloor$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) $\lfloor x \rfloor$ E) $2 \lfloor x \rfloor$

2. $\lfloor x + \lfloor x \rfloor \rfloor = 6$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) [2,3) B) [3,4) C) [4,5)
D) [5,6) E) [6,7)

3. $\lfloor x + 2 \lfloor x \rfloor \rfloor = 3$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) [0,1) B) (0,1] C) (1,2]
D) [1,2) E) [2,3)

4. $\lfloor x^2 \rfloor = 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[1, \sqrt{2})$ B) [1,2)
C) $(-\sqrt{2}, -1]$ D) $[1, \sqrt{2}) \cup [-\sqrt{2}, -1]$
E) $[1, \sqrt{2}) \cup (-\sqrt{2}, -1]$

5. $(x+1)^{\lfloor x+4 \rfloor} = 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {0, -2} B) {0, -2, -4}
C) [-4, -3) D) [-4, -3) $\cup$ {0}
E) [-4, -3) $\cup$ {-2, 0}

6. $\lfloor -x - 1 \rfloor + \lfloor -x - 2 \rfloor = 5$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (-4, -3] B) [-5, -4] C) (-5, -4]
D) (-5, -3] E) (-3, -2]

7. $2 \cdot \left[\left[\frac{x}{2} \right] \right]^2 - 1 = 17$

denklemini sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

A) -4 B) 2 C) 6 D) 7 E) 13

8. $\left[\left[\frac{2}{3} \cdot \lfloor x \rfloor \right] \right] = 6$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) [9,12) B) [9,10] C) [10,11)
D) [9,11) E) [10,12)

9. $\left[\lfloor x \rfloor \right]^{\lfloor x \rfloor} = 1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (0,1) B) [1,2) C) [0,2)
D) (0,2] E) (0,2)

10. $\left[\left[\log_2 x \right] \right]^2 - \left[\left[\log_2 4x \right] \right] = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[4,8) \cup \left[\frac{1}{2}, 1 \right)$ B) [2,3) $\cup$ [-1,0)
C) [2,4) $\cup$ [-1,1) D) [1,2) $\cup$ [-1,0)
E) [1,4)

TEST - 25

1. $\lfloor x \rfloor + \lfloor x + 1 \rfloor + \lfloor x + 2 \rfloor = 3$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[0, 1)$ B) $[1, 2)$ C) $[2, 3)$
D) $[3, 4)$ E) $[4, 5)$

2. $\lfloor x + \lfloor x + 1 \rfloor + \lfloor x + 2 \rfloor \rfloor = 9$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[0, 1)$ B) $[1, 2)$ C) $[2, 3)$
D) $[3, 4)$ E) $[4, 6)$

3. $\lfloor x \rfloor, \lfloor x + \lfloor x \rfloor \rfloor, \lfloor x + 2 \rfloor$ üçlüsü bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, x in aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[4, 5)$ B) $[3, 4)$ C) $[2, 3)$
D) $[1, 2)$ E) $[0, 1)$

4. $x \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $\lfloor 4x \rfloor - 2 \lfloor x \rfloor = 2$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}) \cup [\frac{3}{4}, \frac{3}{2})$ B) $[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}) \cup [1, \frac{5}{4})$
C) $[\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ D) $[1, \frac{3}{2})$
E) $[\frac{3}{2}, 2)$

5. $\lfloor x + 1 \rfloor = 2x - 4$ denklemini sağlayan kaç tane değer vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. $\lfloor \log_2 x \rfloor + \lfloor \log_2 4x \rfloor + \lfloor \log_2 16x \rfloor = 12$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[2, 4)$ B) $[2, 8)$ C) $[4, 6)$
D) $[4, 8)$ E) $[4, 10)$

7. $\lfloor x^2 \rfloor^2 - \lfloor x^2 \rfloor - 2 = 0$ denklemini sağlayan reel sayı aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[1, \sqrt{2})$ B) $[-\sqrt{2}, -1)$
C) $(-\sqrt{3}, -\sqrt{2}]$ D) $(-2, -\sqrt{3}]$
E) $(-3, -2]$

8. $\lfloor x + \lfloor 2x \rfloor \rfloor = 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[\frac{3}{2}, 2)$ B) $[1, \frac{3}{2})$ C) $[0, \frac{1}{2})$
D) $[0, 1)$ E) $[\frac{1}{2}, 1)$

9. $\lfloor |x| \rfloor + \left\lfloor \left| \frac{4x+1}{4} \right| \right\rfloor + \left\lfloor \left| \frac{2x+1}{2} \right| \right\rfloor + \left\lfloor \left| \frac{4x+3}{4} \right| \right\rfloor$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\lfloor |x+4| \rfloor$ B) $\lfloor |x-4| \rfloor$ C) $\left\lfloor \left| \frac{x}{4} \right| \right\rfloor$
D) $\lfloor |2x| \rfloor$ E) $\lfloor |4x| \rfloor$

10. $\left\lfloor \left| \frac{2x-1}{2} \right| \right\rfloor + \left\lfloor \left| \frac{2x-3}{2} \right| \right\rfloor = 3$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$ B) $[2, \frac{5}{2})$ C) $[\frac{3}{2}, 2)$
D) $[\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$ E) $[\frac{3}{2}, \frac{7}{2})$

TEST - 26

1. $\left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{\lfloor x \rfloor}{2} \right\rfloor = 2$

denklemini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $\lfloor x \rfloor^2 - \lfloor x \rfloor = 12$ denkleminin çözüm kümesindeki tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 1 D) -1 E) -3

3. $\sum_{k=2}^6 \log_2 \left\lfloor \frac{k+2}{3} \right\rfloor = \log_3 x$

eşitliğine göre, x kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) 3 D) 9 E) 27

4. $\left\lfloor \frac{\lfloor x \rfloor}{3} + 2 \right\rfloor = 1$

denkleminin çözüm kümesinde kaç tane tamsayı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. $\lfloor x \cdot n \rfloor = \lfloor n \rfloor + \left\lfloor n + \frac{1}{x} \right\rfloor + \left\lfloor n + \frac{2}{x} \right\rfloor$

eşitliğine göre, x kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

6. $\left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x}{4} \right\rfloor = 0$

denkleminin çözüm kümesindeki tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 7

7. $\left\lfloor \frac{x}{5} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x}{4} \right\rfloor = 3$

denklemini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

- A) 9 B) 7 C) 5 D) 3 E) 2

8. $\lfloor 2x + 1 \rfloor \leq 4$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 2)$ B) $(-\infty, 2]$ C) $(-\infty, \frac{3}{2}]$
D) $(-\infty, \frac{3}{2})$ E) $(-\infty, 4]$

9. $\lfloor 5x - 7 \rfloor < -3$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 1)$ B) $(-\infty, \frac{1}{5})$ C) $(-\infty, \frac{2}{5})$
D) $(-\infty, \frac{3}{5})$ E) $(-\infty, \frac{4}{5})$

10. $\lfloor 4x - 3 \rfloor \geq 4$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[\frac{3}{2}, +\infty)$ B) $[\frac{5}{4}, +\infty)$ C) $[\frac{7}{4}, +\infty)$
D) $[2, +\infty)$ E) $[\frac{9}{4}, +\infty)$

TEST - 27

1. $\lfloor |x - 1| \rfloor > \frac{5}{2}$

eşitsizliğini sağlayan en küçük iki tamsayının toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

2. $\lfloor x^2 \rfloor < 2$ eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $|\lfloor x + 2 \rfloor - 2| \leq 2$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane tamsayı vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $-3 < \lfloor x - 1 \rfloor \leq 2$ eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-1, 4)$ B) $[-1, 3)$ C) $[0, 3)$
D) $[0, 4)$ E) $[1, 4)$

5. $1 \leq \lfloor 2x - 3 \rfloor < 5$ eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-1, 4)$ B) $[0, 4)$ C) $[1, 4)$
D) $[2, 4)$ E) $[2, 5)$

6. $f(x) = \lfloor \frac{3}{5} + 3\text{sgn}(x+1) \rfloor$ fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-3, 0, 1\}$ B) $\{-3, 0, 3\}$ C) $\{-1, 0, 1\}$
D) $[-3, 3]$ E) $[-1, 1]$

7. $f: [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x|^2 + x - 6$ olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun x eksenini kestiği noktaların apsisi toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

8. $\begin{cases} \lfloor a \rfloor = 2b \\ \lfloor b \rfloor = a + 1 \end{cases}$

denklemlerini sağlayan a nın değer kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-4, -3, -2\}$ B) $\{-3, -2\}$ C) $\{-4, -2\}$
D) $\{-4, -2\}$ E) $[-4, -2]$

9. $f: [0, 2) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \lfloor x \rfloor$ fonksiyonunun parçalı biçimde ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < 1 \text{ ise} \\ 1, & 1 \leq x < 2 \text{ ise} \end{cases}$
B) $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \text{ ise} \\ x + 1, & 1 \leq x < 2 \text{ ise} \end{cases}$
C) $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 1 \text{ ise} \\ 2, & 1 \leq x < 2 \text{ ise} \end{cases}$
D) $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x \leq 1 \text{ ise} \\ 1, & 1 < x < 2 \text{ ise} \end{cases}$
E) $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 1 \text{ ise} \\ 2, & 1 < x < 2 \text{ ise} \end{cases}$

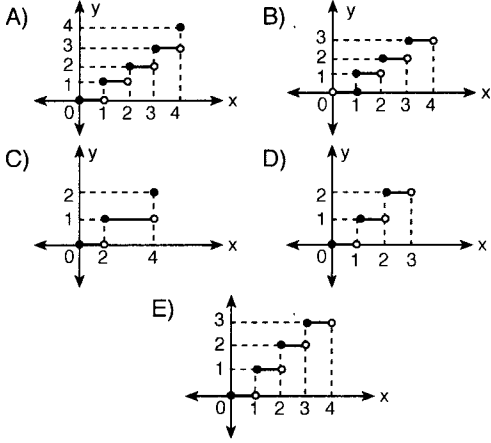
10. $f: [-2, 4) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \left\lfloor \frac{x}{2} + 2 \right\rfloor$

fonksiyonunun parçalı biçimde ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

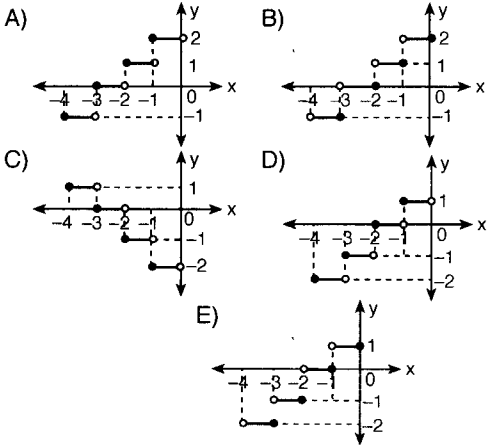
- A) $f(x) = \begin{cases} 1, & -2 \leq x < -1 \text{ ise} \\ 2, & -1 \leq x < 0 \text{ ise} \\ 3, & 0 \leq x < 1 \text{ ise} \\ 4, & 1 \leq x < 4 \text{ ise} \end{cases}$
B) $f(x) = \begin{cases} 1, & -2 \leq x < 0 \text{ ise} \\ 2, & 0 \leq x < 4 \text{ ise} \end{cases}$
C) $f(x) = \begin{cases} -1, & -2 < x < 0 \text{ ise} \\ 0, & x = 0 \text{ ise} \\ 1, & 0 < x < 4 \text{ ise} \end{cases}$
D) $f(x) = \begin{cases} 2, & -2 \leq x < 0 \text{ ise} \\ 3, & 0 \leq x < 2 \text{ ise} \\ 4, & 2 \leq x < 4 \text{ ise} \end{cases}$
E) $f(x) = \begin{cases} 1, & -2 \leq x < 0 \text{ ise} \\ 2, & 0 \leq x < 2 \text{ ise} \\ 3, & 2 \leq x < 4 \text{ ise} \end{cases}$

TEST - 28

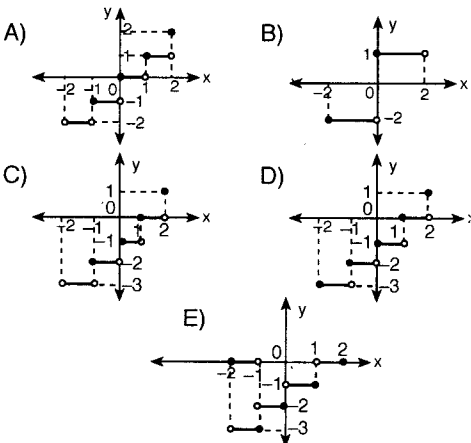
1. $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \lfloor x \rfloor$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



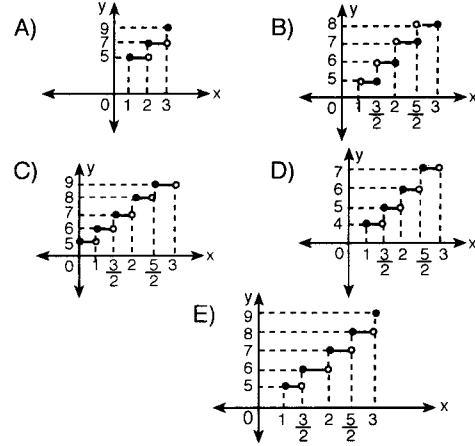
2. $f: [-4, 0) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \lfloor x + 2 \rfloor$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



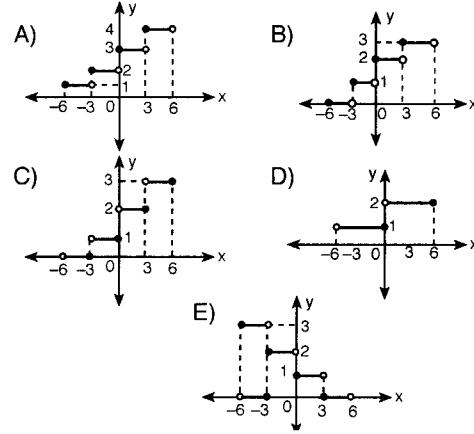
3. $f: (-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \lfloor x - 1 \rfloor$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



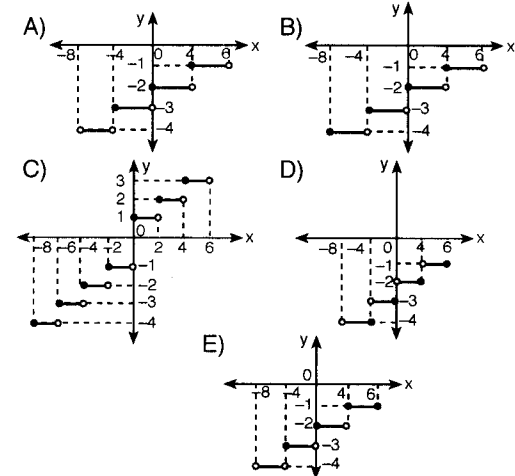
4. $f: [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \lfloor 2x + 3 \rfloor$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



5. $f: [-6, 6) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \left\lfloor \frac{x}{3} + 2 \right\rfloor$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

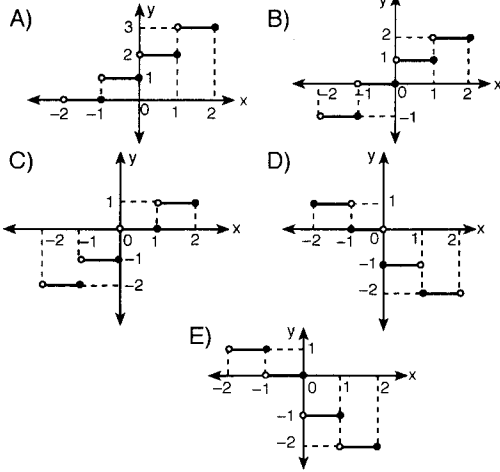


6. $f: (-8, 6) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \left\lfloor \frac{x}{4} - 2 \right\rfloor$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

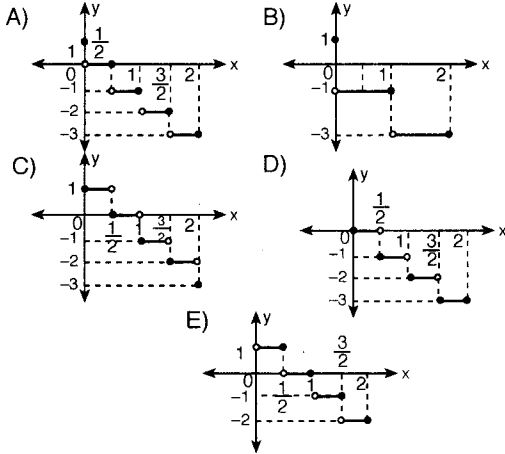


TEST - 29

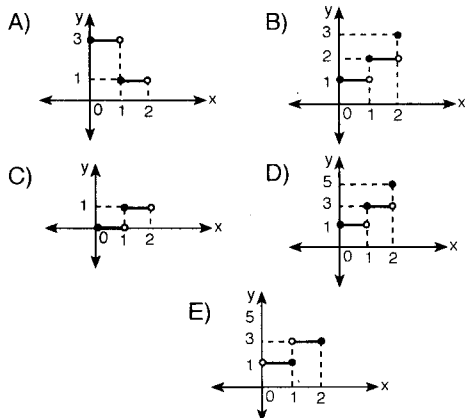
1. $f: (-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \lfloor -x \rfloor$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



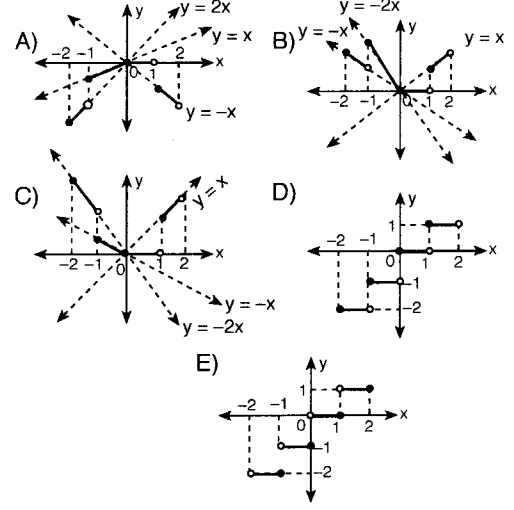
2. $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \lfloor -2x + 1 \rfloor$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



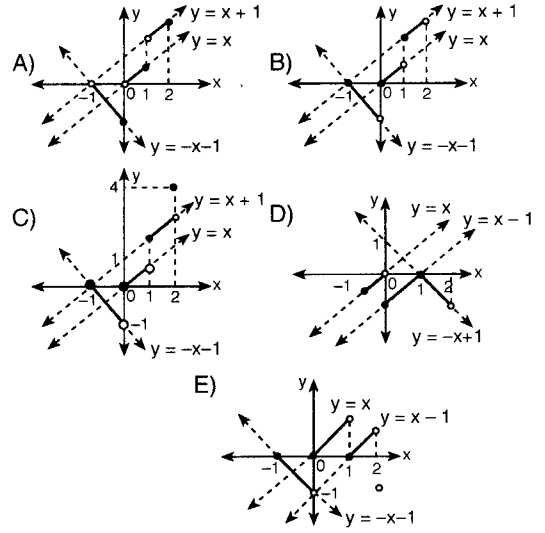
3. $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \lfloor |x| \rfloor + \lfloor x + 1 \rfloor$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



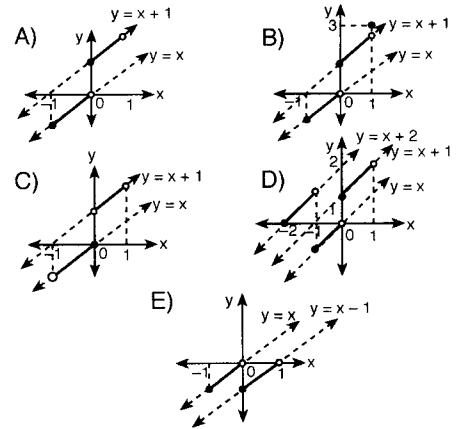
4. $f: [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \cdot \lfloor x \rfloor$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



5. $f: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x| + \lfloor x \rfloor$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

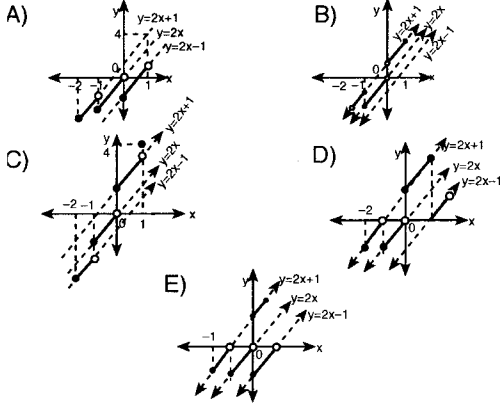


6. $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \lfloor x \rfloor + 1$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

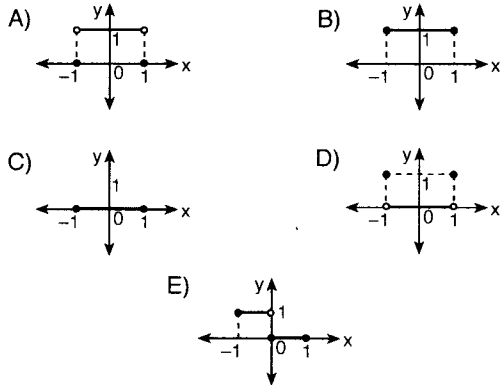


TEST - 30

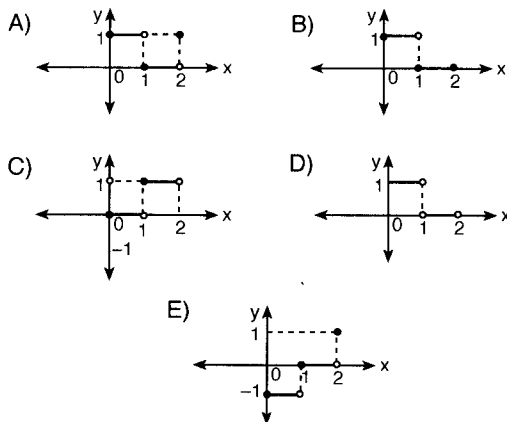
1. $f: [-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \lfloor x + 1 \rfloor$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



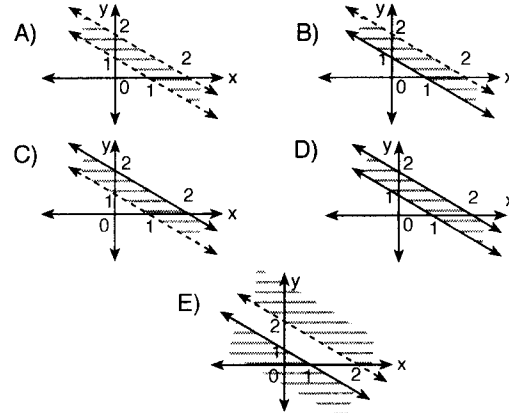
2. $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \lfloor x^2 \rfloor \cdot x^2$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



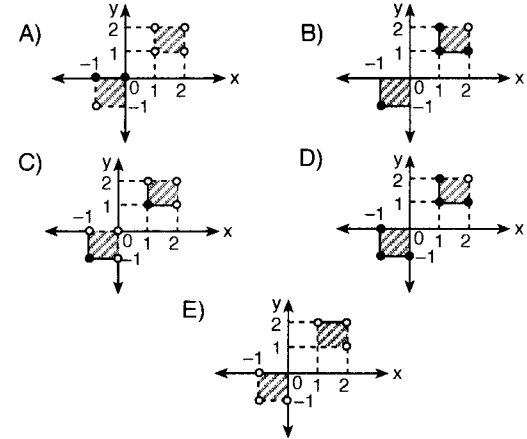
3. $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \lfloor x \rfloor^2 - 2\lfloor x \rfloor + 1$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



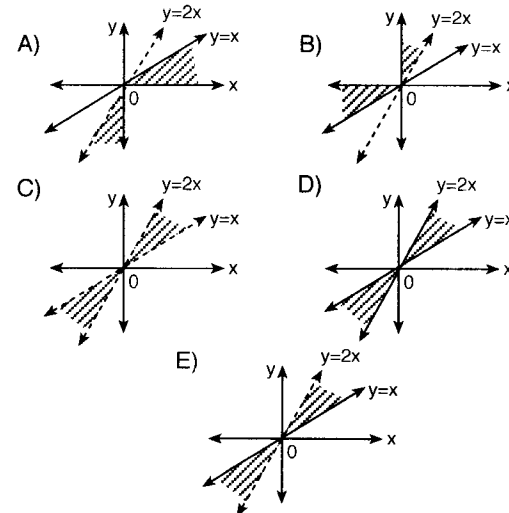
4. $f: \lfloor x + y + 1 \rfloor = 2$ bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



5. $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $\beta = \{(x, y) \mid \lfloor x \rfloor \cdot \lfloor y \rfloor = 1\}$ bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



6. $\left\lfloor \frac{y}{x} + 1 \right\rfloor = 2$ bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



FONKSİYONLARIN EN GENİŞ TANIM KÜMELERİ

- 1) $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$ ($n \in \mathbb{N}^+$) biçimindeki polinom fonksiyonlar her gerçel sayı için tanımlıdır.
- 2) $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ biçimindeki rasyonel fonksiyonlar $h(x) = 0$ için tanımsızdır.
- 3) $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere;
 $\sqrt[n]{f(x)}$ biçimindeki irrasyonel fonksiyonlar; $f(x) \geq 0$ için tanımlıdır.
- 4) $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere;
 $\sqrt[n+1]{f(x)}$ biçimindeki irrasyonel fonksiyonlar; $f(x)$ in tanımlı olduğu her yerde tanımlıdır.
- 5) $f(x) = \log_a g(x)$ biçimindeki logaritmik fonksiyonlar; $g(x) > 0$ için tanımlıdır. ($a > 0$ ve $a \neq 1$)

ÖRNEK

$$f(x) = \frac{\sqrt{11-x}}{x^2 - 6x + 8} \text{ fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 11 - x &\geq 0 \quad \wedge \quad x^2 - 6x + 8 \neq 0 \\ x &\leq 11 \quad (x-4)(x-2) \neq 0 \\ &x \neq 4 \wedge x \neq 2 \end{aligned}$$

$$\mathcal{C} = (-\infty, 11] - \{2, 4\}$$

ÖRNEK

$$f(x) = \frac{\sqrt{3-|x-2|}}{[|x+2|]-1} \text{ fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 3 - |x-2| &\geq 0 \quad \wedge \quad [|x+2|] - 1 \neq 0 \\ |x-2| &\leq 3 \quad [|x+2|] = 1 \\ -3 \leq x-2 \leq 3 \quad 1 \leq x+2 < 2 \\ -1 \leq x \leq 5 \quad -1 \leq x < 0 \\ [-1, 5] \quad R - [-1, 0) \\ \mathcal{C} &= [0, 5] \end{aligned}$$

ÖRNEK

$$f(x) = \frac{\log(x^2 + 2x)}{[|x-7|]} \text{ fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x^2 + 2x &> 0 \quad \wedge \quad [|x-7|] \neq 0 \\ x(x+2) &> 0 \quad [|x-7|] = 0 \\ &0 \leq x-7 < 1 \\ &7 \leq x < 8 \\ &R - [7, 8) \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$x^2 + 2x$	$+$	$-$	$+$	$+$

$\mathcal{C} = (-\infty, -2) \cup (0, 7) \cup [8, +\infty)$

TEST - 31

1. $f(x) = x^2 + 2x + 1$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-1, +\infty)$ B) $(-1, +\infty)$ C) $(-\infty, -1]$
D) $\mathbb{R} - \{1\}$ E) $\mathbb{R}$

2. $f(x) = \frac{x+1}{x}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 0)$ B) $(0, \infty)$ C) $\mathbb{R} - \{0\}$
D) $\mathbb{R} - \{-1\}$ E) $\mathbb{R}$

3. $f(x) = \frac{-x-1}{x^2-5x+6}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{R} - \{-1, 2, 3\}$ B) $\mathbb{R} - \{2\}$
C) $\mathbb{R} - \{3\}$ D) $\mathbb{R} - \{2, 3\}$
E) $\mathbb{R}$

4. $f(x) = \frac{x^2-4}{\text{sgn}(x^2+1)}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{R} - \{2\}$ B) $\mathbb{R} - \{-2\}$
C) $\mathbb{R} - \{2, -2\}$ D) $\mathbb{R} - \{-1\}$
E) $\mathbb{R}$

5. $f(x) = \frac{2x+4}{\text{sgn}(-2-x)}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{R} - \{-2\}$ B) $\mathbb{R} - \{2\}$
C) $\mathbb{R} - \{0\}$ D) $\mathbb{R} - \{4\}$
E) $\mathbb{R}$

6. $f(x) = \frac{5x+11}{\text{sgn}(x^2-4x-5)}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{R} - \left\{\frac{-11}{5}\right\}$ B) $\mathbb{R} - \{-1, 5\}$ C) $\mathbb{R} - \{1, -5\}$
D) $[-1, 5]$ E) $(-1, 5)$

7. $f(x) = \log_2(x^2-3x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R} - (0, 3)$
C) $\mathbb{R} - [0, 3]$ D) $[0, 3]$
E) $(0, 3)$

8. $f(x) = \log_x(-x^2+x+6)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-2, 3]$ B) $(-2, 3)$ C) $\{2\}$
D) $(0, 3) - \{1\}$ E) $[0, 3] - \{1\}$

9. $f(x) = \frac{\log(x-3)}{\text{sgn}(x^2-4)}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(3, +\infty)$ B) $\mathbb{R} - \{-2, 2, 3\}$
C) $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ D) $[3, +\infty)$
E) $(3, +\infty) - \{4\}$

10. $f(x) = 2^{\frac{x+1}{2-\ln x}}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{R} - \{e^2\}$ B) $\mathbb{R} - \{2\}$
C) $\mathbb{R}^+ - \{e^2\}$ D) $\mathbb{R}^+ - \{e\}$
E) $\mathbb{R}^+ - \{2\}$

TEST - 32

1. $f(x) = \frac{\log(x)}{[x]}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R}^+ - (0, 1]$ B) $\mathbb{R}^+ - [1, 2)$ C) $\mathbb{R}^+ - (0, 1)$
D) $\mathbb{R}^+$ E) $\mathbb{R}$

2. $f(x) = \frac{\log(x^2 - 3x - 4)}{[x] - x}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R} - \{0\}$ B) $\mathbb{R} - \{-1, 0, 4\}$
C) $\mathbb{R} - (\mathbb{Z} \cup [-1, 4])$ D) $\mathbb{R} - [-1, 4]$
E) $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$

3. $f(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{4-x}$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-2, 4]$ B) $(-2, 4)$
C) $\mathbb{R} - [-2, 4]$ D) $\mathbb{R} - (-2, 4)$
E) $[2, 4]$

4. $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 12} + \sqrt[3]{x^3 - x + 1}$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R} - \{-3, 4\}$ B) $\mathbb{R} - (-3, 4)$
C) $\mathbb{R} - (-4, 3)$ D) $\mathbb{R} - [-3, 4]$
E) $\mathbb{R}$

5. $f(x) = \sqrt[4]{7-|x+1|} + \sqrt{2-x}$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-8, 6]$ B) $[-8, 2]$ C) $[2, 6]$
D) $(-\infty, 2]$ E) $\mathbb{R}$

6. $f(x) = \frac{\sqrt{\operatorname{sgn}(x^2 - 4)}}{[x+1]}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R} - (-2, 2)$ B) $\mathbb{R} - [-2, 2]$
C) $\mathbb{R} - [-1, 0)$ D) $\mathbb{R} - (-2, -1]$
E) $\mathbb{R} - (0, 2]$

7. $f(x) = \frac{\ln(x^2 - 4x)}{\sqrt{x + [x]}}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R} - [0, 4]$ B) $\mathbb{R} - \{0, 4\}$ C) $\mathbb{R} - (0, 4)$
D) $\mathbb{R}^+ - (0, 4]$ E) $\mathbb{R}^+$

8. $f(x) = \sqrt{\frac{2-x}{1+x}}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-1, 2]$ B) $(-1, 2]$ C) $\mathbb{R} - [-1, 2]$
D) $\mathbb{R} - (-1, 2]$ E) $\mathbb{R} - (-1, 2)$

9. $f(x) = \frac{|x-2|}{\sqrt{|x|+1}}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R} - \{1\}$ B) $\mathbb{R} - \{-1\}$ C) $\mathbb{R}^+ - \{2\}$
D) $\mathbb{R}^+$ E) $\mathbb{R}$

10. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{[\log x - 1]}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R} - [1, 2)$ B) $\mathbb{R}^+ - [10, 100)$
C) $\mathbb{R} - [1, 10)$ D) $\mathbb{R} - [10, 100]$
E) $\mathbb{R}^+ - [1, 10]$

TEST - 33

1. $f(x) = \sqrt{4 - x^2} - \sqrt{x^2 + 3x}$
fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -3] \cup \{-2\}$ B) $[-3, -2] \cup \{0, 2\}$
C) $[-2, 0]$ D) $[0, 2]$
E) $[2, +\infty] \cup \{-3, -2, 0\}$

2. $f(x) = \frac{-x-1}{\operatorname{sgn}\left(\frac{x-2}{x+1}\right) - 1}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $R - (-1, 2]$ B) $R - [-1, 2]$ C) $[-1, 2]$
D) $[-1, 2)$ E) $(-1, 2]$

3. $f(x) = \frac{\sqrt{9 - x^2}}{[x] - 1}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-3, 3]$ B) $[-3, 3] - [1, 2)$
C) $[-3, 3] - (1, 2]$ D) $R - (-3, 3)$
E) $R - (-1, 2]$

4. $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x^2-4} & , x < 0 \\ \log(x-3) & , x \geq 0 \end{cases}$

biçiminde tanımlı f fonksiyonu x in kaç farklı tamsayı değeri için tanımsızdır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. $f(x) = \sqrt{\frac{2-|x-1|}{|x+1|}}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 3] - \{-1\}$ B) $(-\infty, -1)$
C) $(-1, +\infty)$ D) $(-1, 3)$
E) $(-1, 3]$

6. $f(x) = \frac{\log x^2}{\sqrt{[x]^2 - [x]}}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $R - \{0, 1\}$ B) $R - (0, 2)$
C) $R - [0, 2)$ D) $R - [0, 2]$
E) $R^+ - (0, 2)$

7. $f(x) = \frac{\log(\log(\log(x)))}{\sqrt{12-x}} + \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x-4}}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesinde yer alan tamsayıların toplamı kaçtır?

A) 56 B) 33 C) 23 D) 21 E) 11

8. $f(x) = \frac{\log(|\log x|)}{\sqrt{1+\log x}}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{1}{10}, +\infty\right) - \{1\}$ B) $\left(\frac{1}{10}, +\infty\right)$
C) $(0, +\infty)$ D) $(-1, +\infty)$
E) $(1, +\infty)$

9. $f(x) = \sqrt{\operatorname{sgn}(2-x) - \operatorname{sgn}\left(\frac{x-1}{x}\right)}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 2)$ B) $(-\infty, 2) - \{0\}$
C) $(-\infty, 0]$ D) $(-\infty, 1]$
E) $(0, 2)$

10. $f(x) = \sqrt{\frac{|x|+1}{|x|-2}}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $R - [-1, 2)$ B) $R - [-1, 2]$
C) $R - [-2, -1]$ D) $R - [-2, 2]$
E) $R - (-2, 2)$

TEST - 34

$$1. f(x) = \log \left(\frac{\sqrt{x^2 - 1}}{|x - 1| - 2} \right)$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $R - [-1, 1]$ B) $R - [-1, 3]$ C) $R - [-1, 2]$
D) $R - [-2, -1]$ E) $R - (-1, 0)$

$$2. f(x) = \frac{[x^2 - 1]}{[x] - \operatorname{sgn} |x|}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $R - [-1, 2]$ B) $R - [-1, 1]$
C) $R - [0, 1]$ D) $R - [1, 2]$
E) $R - ([1, 2) \cup \{0\})$

$$3. f(x) = [|x - 1|]^{[|x - 1|]} \text{ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) $R - [2, 3]$ B) $R - (1, 2)$
C) $R - [1, 2]$ D) $R - [0, 1]$
E) R

$$4. f(x) = \frac{\log(x^2 + 3)}{\operatorname{sgn} \sqrt{[x + 1]}}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-1, +\infty)$ B) $[-1, +\infty)$ C) R^+
D) $R^+ \cup \{0\}$ E) R

$$5. f(x) = \frac{1}{\log \left(\frac{4 - [x]}{2 + [x]} \right)}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-1, 4) - [1, 2)$ B) $[-1, 4] - [1, 2)$
C) $[-1, 4) - \{1\}$ D) $(-2, 4) - \{1\}$
E) $(-2, 4] - \{1\}$

$$6. f(x) = \frac{1}{[x + 1] - \operatorname{sgn}(x + 1)}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $R - [-1, 1]$
B) $R - ([-2, -1] \cup [0, 1))$
C) $R - ([-2, -1] \cup (0, 1))$
D) $R - [0, 1)$
E) $R - [-2, 1)$

$$7. f(x) = \sqrt{|x + 2| + |x^2 - 7|}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $R - \{-2\}$ B) $R - \{\pm\sqrt{7}\}$
C) $R - \{\pm\sqrt{7}, -2\}$ D) $R - \{0\}$
E) R

$$8. f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}{\sqrt{|x + 1| - |1 - x^2|}}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $R - (-3, 1)$ B) $R^+ - (0, 2)$
C) $[1, 2)$ D) $(0, 2)$
E) $(0, 1]$

$$9. f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\operatorname{sgn}(x + 2) + \operatorname{sgn}(x - 4)}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-2, -1] \cup [1, 4)$ B) $R - (-1, 1)$
C) $[-2, -1] \cup [1, 4]$ D) $R - [-2, 4]$
E) $R - (-2, 4)$

$$10. f(x) = \frac{\sqrt[5]{x^2 + \sqrt{x}}}{\operatorname{sgn}(x^2 - 1) + 1}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 0)$ B) $(0, +\infty)$ C) $[-1, 1]$
D) $[1, +\infty]$ E) $(-\infty, -1]$

KARMA TEST - 1

1. $\text{sgn}(6 - x - x^2) = \text{sgn}x^2$ denklemini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. $f: A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\sqrt{1-|x-3|}}{x-3}$

fonksiyonunun en geniş tanım küme aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2, 4) - \{3\}$ B) $[2, 4) - \{3\}$
C) $[2, 4] - \{3\}$ D) $(-\infty, 2) \cup (4, \infty)$
E) $\mathbb{R} - \{4\}$

3. $y = f(x)$ fonksiyonunun periyodu 9 ise $f(\frac{3x}{4} + 6)$ fonksiyonunun periyodu kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

4. $f(x) = \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor$

olduğuna göre, $(f \circ f)(-5)$ in değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $f(x)$ çift fonksiyondur. $f(-x) - 4x^2 + 7 = 3f(x)$ ise $f(2)$ kaçtır?

A) $-\frac{11}{3}$ B) $-\frac{10}{3}$ C) $-\frac{7}{3}$ D) $-\frac{7}{2}$ E) $-\frac{9}{2}$

6. $\mathbb{R}$ de $\lfloor 3x - 1 \rfloor - 8 = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[3, 4)$ B) $[0, 3)$ C) $[3, \frac{10}{3})$
D) $(1, \frac{10}{3})$ E) $[0, \frac{10}{3})$

7. $f(x) = \sqrt{\lfloor |x| \rfloor} - x$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{Z}$ B) $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$
C) $\mathbb{R}$ D) $\mathbb{R}^+$
E) $\mathbb{Z}^+$

8. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlı $f(x) = \frac{x+3}{x(x^4-256)}$ fonksiyonu kaç noktada tanımsızdır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

9. $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2-36}}{1 + \text{sgn}(x^2-12)}$

fonksiyonu x in kaç tamsayı değeri için tanımsızdır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

10. $f(x) = \left\lfloor \frac{2x-3}{4} \right\rfloor = 6$

denklemini sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

A) 23 B) 25 C) 27 D) 29 E) 33

KARMA TEST - 2

1. $f(x)$ fonksiyonunun periyodu 18 ise $f(4 - 3x)$ fonksiyonunun periyodu kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

2. $\left\lfloor \frac{2x-1}{3} \right\rfloor = \frac{x+3}{2}$

denklemini sağlayan kaç tane x değeri vardır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

3. $\lfloor 2x - 5 \rfloor = \text{sgn}(x^2 + 9)$ denklemini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\text{sgn}(\log_e x) = 1$ denkleminde x in çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{0\}$ B) $(1, \infty)$ C) $(0, \frac{1}{2})$

D) $(0, 1)$ E) $(0, e)$

5. $f(x) = \frac{\sqrt{16-x^2}}{|2x-1|-5}$

fonksiyonunu tanımlı yapan kaç tane x tamsayısı vardır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

6. $\text{sgn}(x^2 + 3x + 4) \cdot \text{sgn}(5 - x) = -1$ denkleminin çözüm kümesinin en küçük tamsayı elemanı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

7. $\lfloor 2x - 5 \rfloor = -1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 \leq x < \frac{5}{2}$ B) $1 \leq x < \frac{3}{2}$ C) $1 \leq x < \frac{5}{4}$
D) $0 \leq x < 2$ E) $2 \leq x < 3$

8. Reel sayılarda, $f(x) = \frac{\sqrt{1+\text{sgn}(x^2-x-6)}}{|x-1|}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R} - [1, 2)$
C) $\mathbb{R} - [-2, 1)$ D) $\mathbb{R} - [0, 2)$
E) $[1, \infty)$

9. $|3x - 1| + \text{sgn}(x - 1) = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-1\}$ B) $\{-\frac{1}{3}\}$ C) $\{0\}$
D) $\{1\}$ E) $\{3\}$

10. $\text{sgn}(x^2 + x - 6) = -1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{R} - (-3, 2)$ B) $[-3, 2]$ C) $[-3, 2)$
D) $(-3, 2)$ E) $\mathbb{R} - [-3, 2]$

KARMA TEST - 3

1. $f(x) = \operatorname{sgn}(x^2 - 1) + \left\lfloor \frac{x^2 + 1}{3} \right\rfloor$

olduğuna göre, $f(-2)$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $f(x) = \operatorname{sgn}(\sin x) + \lfloor \sin x \rfloor + |\sin x|$ olduğuna göre,
 $f(\frac{11\pi}{6})$ nin değeri kaçtır?

- A) -3 B) $-\frac{5}{2}$ C) -2 D) $-\frac{3}{2}$ E) -1

3. $f(x) = \frac{|x|+2}{\operatorname{sgn}(ax^2 + 2x + 3)}$

fonksiyonu veriliyor. Her x gerçel sayısı için $f(x) > 0$ olduğuna göre, a nın çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\frac{1}{3}, \infty)$ B) $(-\infty, 0)$ C) $(0, 1)$
 D) $(-1, 1)$ E) $(-1, \infty)$

4. $\left\lfloor \frac{x}{3} + \frac{1}{2} \right\rfloor = 2$

denklemini sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 13 C) 15 D) 18 E) 21

5. Reel sayılarda tanımlanan, $f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{5-x}}$

fonksiyonunun tanım kümesindeki x tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

6. $x < 3$ olmak üzere,

$f(x) = |x - 3| + x - 3 - \operatorname{sgn}(x - 3)$ fonksiyonunun eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = 2x + 1$ B) $f(x) = x - 1$
 C) $f(x) = x + 1$ D) $f(x) = 3x + 7$
 E) $f(x) = 1$

7. $f(x) = \sqrt{2-|3-x|} - \sqrt{x-1}$

fonksiyonunun en geniş tanım küme aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[1, \infty)$ B) $[-1, 5]$ C) $[1, 5]$
 D) $[0, 7]$ E) $[3, \infty)$

8. $f(x) = |x - 3| + \lfloor x - 3 \rfloor + x + \operatorname{sgn}(x + 5)$

fonksiyonunun $2 < x < 3$ aralığındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

9. $\lfloor x + 3 \rfloor = \operatorname{sgn}(x^2 + 3)$ denkleminin çözüm küme aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

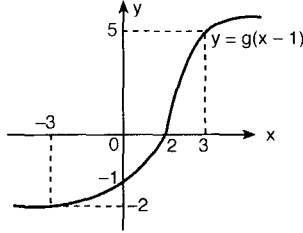
- A) $[-2, -1)$ B) $[-3, 0)$ C) $[-3, -2)$
 D) $[-1, 0)$ E) $[0, 1]$

10. $f(x) = 2x - \lfloor x \rfloor$ ve $g(x) = |x - 4| - x + 2$ olduğuna göre, $(g \circ f)(-\frac{1}{2})$ kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 8

KARMA TEST - 4

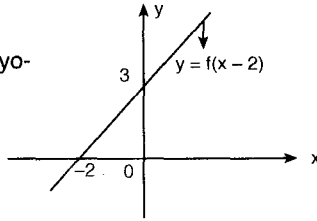
1. Yandaki grafik,
 $y = g(x - 1)$
fonksiyonuna aittir.



$f(2x - 1) = x^2 + 2$ ve $(g \circ f)(-1) + g^{-1}(a + 1) = 4$ olduğuna göre, **a kaçtır?**

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

2. Yandaki grafik
 $y = f(x - 2)$ fonksiyonuna aittir.



$[f^{-1}(\frac{3}{2}) + f(0)]$ in değeri kaçtır?

- A) 9 B) 6 C) 3 D) -3 E) -9

3. $f(x + 1) = x^3 + 3x^2 + 3x$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ in $f(x)$ türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt[3]{f(x)+1}$ B) $\sqrt[3]{(f(x))^3+1}$ C) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{f(x)+1}}$
D) $\sqrt[3]{f(x)+1}$ E) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{f(x)+1}+1}$

4. $\left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor = 3$

denklemini sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

5. $f: [1, \infty) \rightarrow [3, \infty)$, $f(x) = x^2 - 2x + 4$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

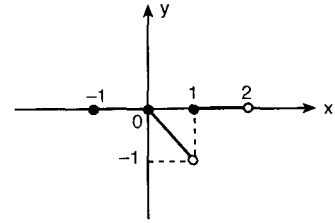
- A) $\sqrt{x-3} - 1$ B) $-\sqrt{x-3} + 1$
C) $-\sqrt{x-2} + 1$ D) $\sqrt{x-3} + 1$
E) $\sqrt{x-1} + 3$

6. $\frac{2}{x} - 1 = \left| \frac{x-2}{x} \right|$

denkleminin çözüm küme aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 0)$ B) $[2, \infty)$ C) $(0, 2]$
D) $(0, \infty)$ E) $\mathbb{R} - \{0\}$

7. $f: [-1, 2) \rightarrow \mathbb{R}$
tanımlı fonksiyonun grafiği yanda verilmiştir.



$f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = x \lfloor x \rfloor + x$
B) $f(x) = x \lfloor x \rfloor - x$
C) $f(x) = x \lfloor x \rfloor + \text{sgn} x$
D) $f(x) = x \lfloor x \rfloor - x \cdot \text{sgn} x$
E) $f(x) = x \lfloor x \rfloor + x \cdot \text{sgn} x$

8. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{\text{sgn}(x^2 - 1) - 1}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-1, 1]$ B) $\mathbb{R} - (-1, 1)$
C) $(1, \infty)$ D) $[-1, 1] - \{0\}$
E) $(-1, \infty)$

9. $f(x) = |x + 1| - 2|x|$ fonksiyonunun x eksenini kestiği noktalar arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) 4 B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{5}{2}$ D) 2 E) $\frac{4}{3}$

10. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \sqrt[3]{2x^2 + m}$
fonksiyonu veriliyor.

$f^{-1}(3) = 1$ olduğuna göre, **m kaçtır?**

- A) 27 B) 25 C) 17 D) 9 E) 7

KARMA TEST - 5

1. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{||x-2|+3||}-6}$

fonksiyonunu tanımsız yapan reel sayı değerleri aşağıdaki aralıklardan hangisindedir?

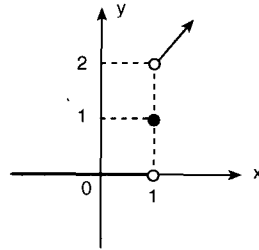
- A) $(-\infty, -2)$ B) $(-\infty, 6)$ C) $(-2, 0)$
D) $(0, 6)$ E) $(-2, 6)$

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ||x+1| - |2-x|| \operatorname{sgn}(x + \frac{7}{2}) + 4$

fonksiyonu $[-3, -2]$ aralığında aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $f(x) = x - 2$ B) $f(x) = x - 1$ C) $f(x) = x$
D) $f(x) = x + 1$ E) $f(x) = x + 2$

3. Şekilde verilen grafik aşağıdaki fonksiyonların hangisine aittir?



- A) $y = x - x \operatorname{sgn}(x - 1)$
B) $y = x + x \operatorname{sgn} x$
C) $y = |x - x \operatorname{sgn}(x - 1)|$
D) $y = |x + x \operatorname{sgn}(x - 1)|$
E) $y = |x + x \operatorname{sgn}(x + 1)|$

4. $||x-3||^{\operatorname{sgn}(x^2-2x-3)} = 1$

denklemini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $\operatorname{sgn}(\log_4 ||x-3||) = 1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[5, \infty)$ B) $(0, 5]$ C) $(3, \infty)$
D) $\mathbb{R} - (0, \infty)$ E) $\emptyset$

6. $\operatorname{sgn}(|2x - 1| - 7) = -1$ koşulunu sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) 0 D) 3 E) 5

7. $\left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor - \operatorname{sgn} 2x = 0$

denklemini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

- A) 9 B) 7 C) 6 D) 5 E) 3

8. $A \subset \mathbb{R}$ ve $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{1 - \operatorname{sgn}(x^2 - 9x + 14)}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[2, 7]$ B) $[2, 5]$ C) $[1, 4]$
D) $(4, 7]$ E) $(1, 7]$

9. $\left\lfloor \frac{x-3}{3} \right\rfloor = \frac{x}{2}$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -51 B) -36 C) -24
D) -18 E) -14

10. $|x| + \operatorname{sgn}(x - 5) = 2$ denklemini sağlayan kaç x değeri vardır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

KARMA TEST - 6

1. $\left\lfloor \frac{|x|}{4} \right\rfloor = \frac{x}{3} - 2$

denklemini sağlayan kaç tane x değeri vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) 12

2. $f(x) = \sqrt{\log \frac{x-5}{x+2}}$

fonksiyonunun en geniş tanım küme aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -2)$ B) $(-2, \infty)$ C) $(-2, 1]$
D) $(0, \infty)$ E) $(-2, 2)$

3. $f(x)$ tek fonksiyondur. $2f(x) - 3f(-x) = 10x + 5$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x+1}{3}$ B) $\frac{x+3}{2}$ C) $\frac{x-1}{2}$
D) $\frac{x-1}{3}$ E) $\frac{x+5}{2}$

4. $\left\{ \begin{array}{l} \text{sgn}(x^2 - 16x + 63) = 1 \\ \left\lfloor \frac{|x|}{6} \right\rfloor = 1 \end{array} \right.$

sistemini sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 19 C) 21 D) 27 E) 34

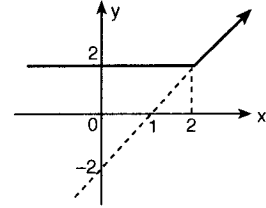
5. $\|x-3\| + \|x+2\| = 7$ denkleminin çözüm küme aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[4, 7)$ B) $[2, 5)$ C) $[3, 4)$
D) $[3, 5)$ E) $[4, 5)$

6. $|x-2| + |x+7| = 9$ denklemini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

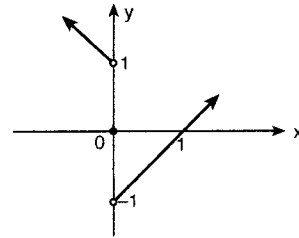
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 10

7. $f: \mathbb{R} \rightarrow [2, \infty)$ fonksiyonunun grafiği yanda verilmiştir. Buna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $f(x) = x + |x-2|$ B) $f(x) = |x-2| - x$
C) $f(x) = x-2 + |x|$ D) $f(x) = |x-1| + x$
E) $f(x) = |x-1| + \text{sgn}x$

8. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun grafiği yandaki şekilde verilmiştir. Buna göre, $f(x)$ in denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $f(x) = x + \text{sgn}x$ B) $f(x) = |x| - \text{sgn}x$
C) $f(x) = |x| + \text{sgn}x$ D) $f(x) = x - |x|$
E) $f(x) = x + |x|$

9. $\text{sgn}\left(\frac{x^2-9}{x^2-5x-14}\right) = -1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-3, 7)$ B) $(-2, 3)$
C) $(-3, -2) \cup (3, 7)$ D) $(-1, 3) \cup (4, 7)$
E) $\mathbb{R} - (-3, 7)$

10. $\|3x-2\| < 10$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

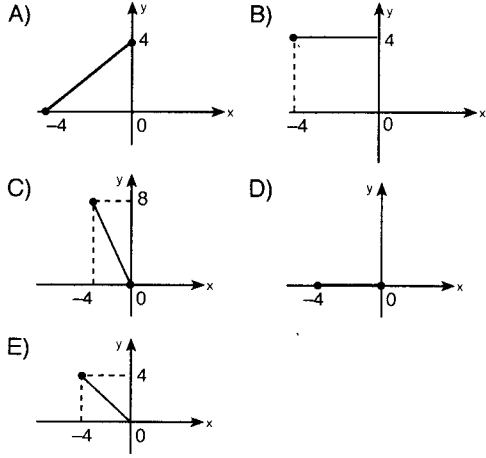
- A) $(-2, 4)$ B) $(-1, 3)$ C) $(3, \infty)$
D) $(-\infty, 4)$ E) $(-\infty, 1)$

KARMA TEST - 7

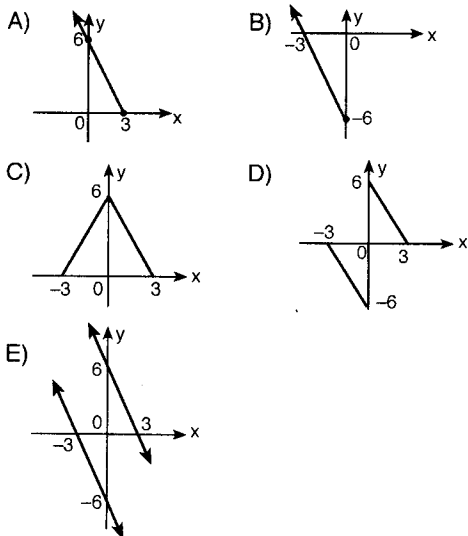
1. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi çift fonksiyondur?

- A) $(x) = \cos x + \tan x$ B) $f(x) = -x^4 + 3x^2 - 4$
 C) $f(x) = x^3 - 3x + 4$ D) $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$
 E) $f(x) = x + |x|$

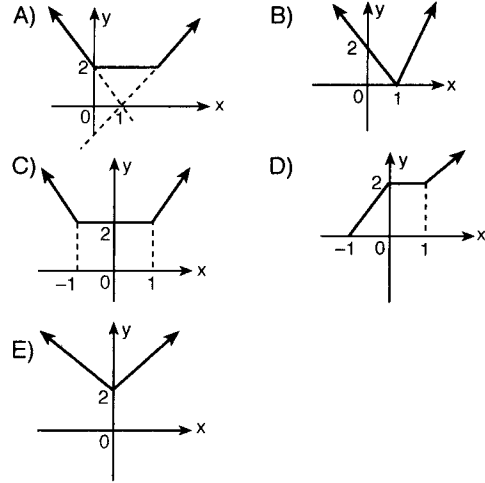
2. $f: [-4, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, $f(x) = |x| - x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



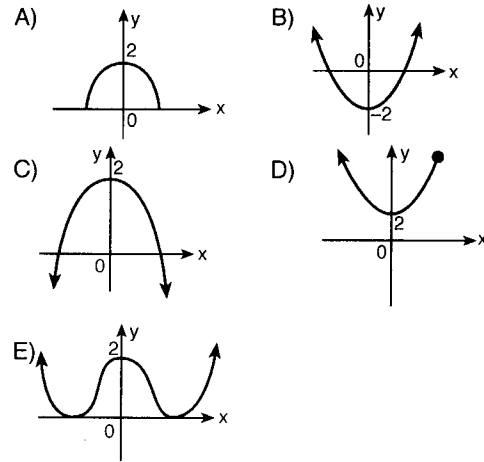
3. $|y + 2x| = 6$ bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



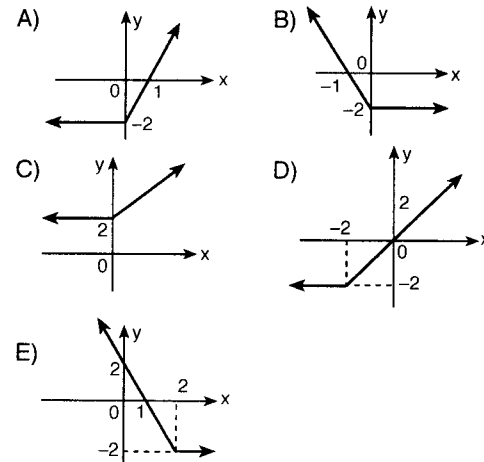
4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x| + |x - 2|$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x^2 - 2|$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

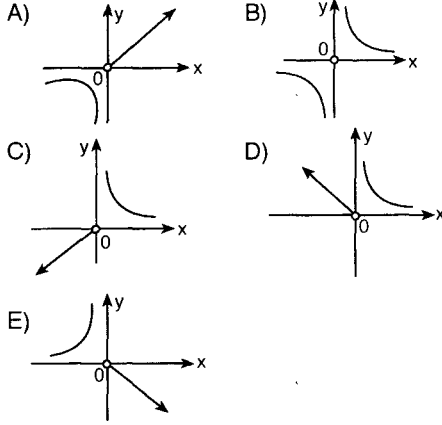


6. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x - 2| - x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

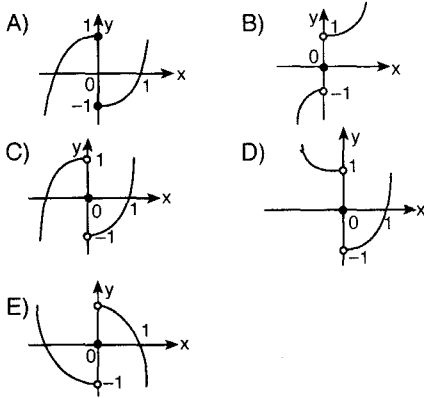


KARMA TEST - 8

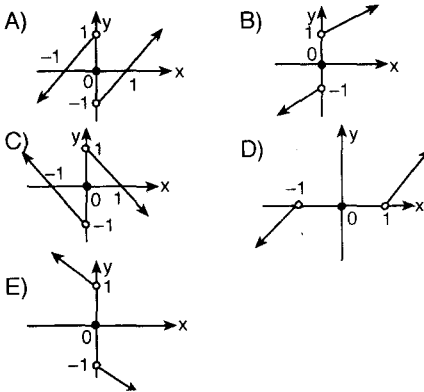
1. Tanımlı olduğu değerler için $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^{\operatorname{sgn} x}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



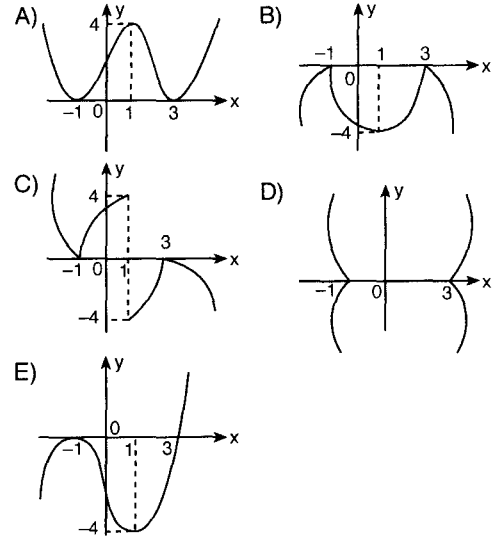
2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = |x| + \operatorname{sgn} x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



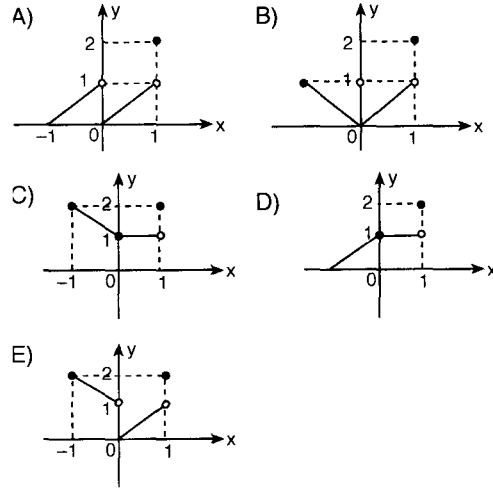
3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x + \operatorname{sgn} x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



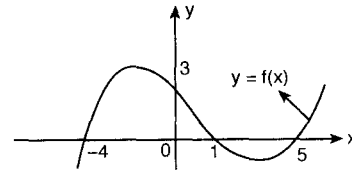
4. $|y| = x^2 - 2x - 3$ bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



5. $-1 \leq x \leq 1$ aralığında $f(x) = \|x\| \cdot x + 1$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



- 6.

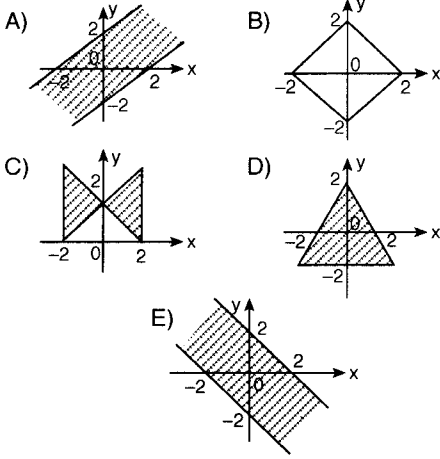


Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $x \cdot f(x) \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

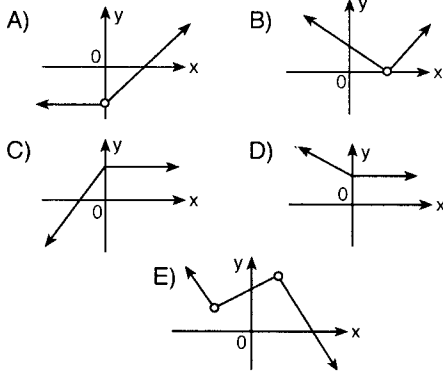
- A) -5 B) -3 C) -2 D) 1 E) 2

KARMA TEST - 9

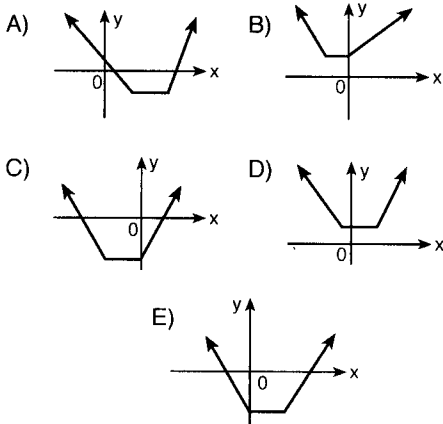
1. Analitik düzlemde, $|x - y| \leq 2$ eşitsizliğini sağlayan noktalar kümesinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



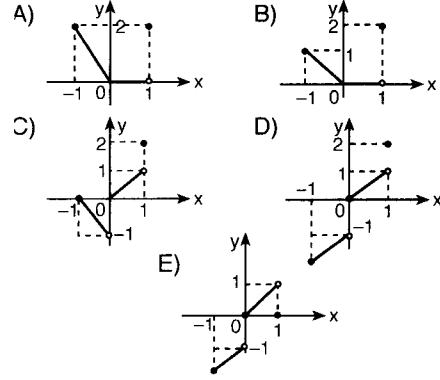
2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye $f(x) = |x - x \cdot \operatorname{sgn} x| + 2$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



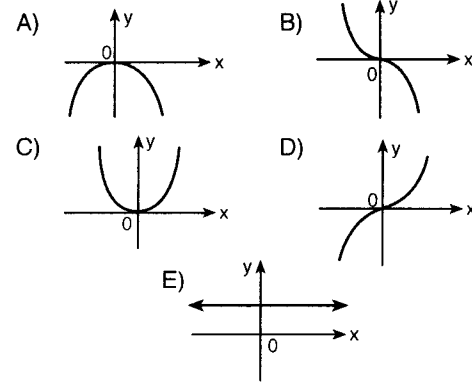
3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye $f(x) = |x| + |x - 1| - 3$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



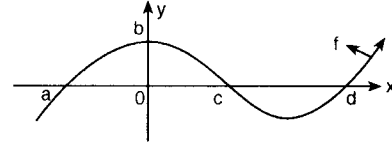
4. $-1 \leq x \leq 1$ aralığında $f(x) = x + [|x|]$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



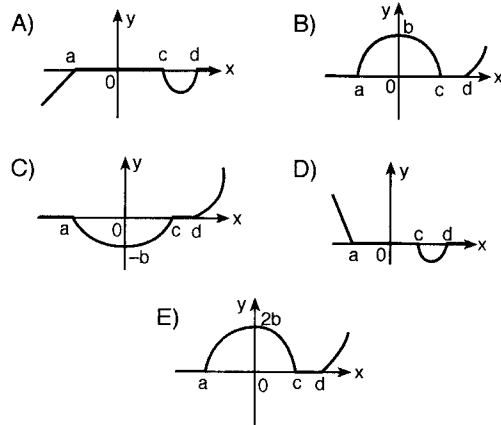
5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye $f(x) = -x |x|$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



- 6.



- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir. $y = \frac{1}{2}(|f(x)| + f(x))$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

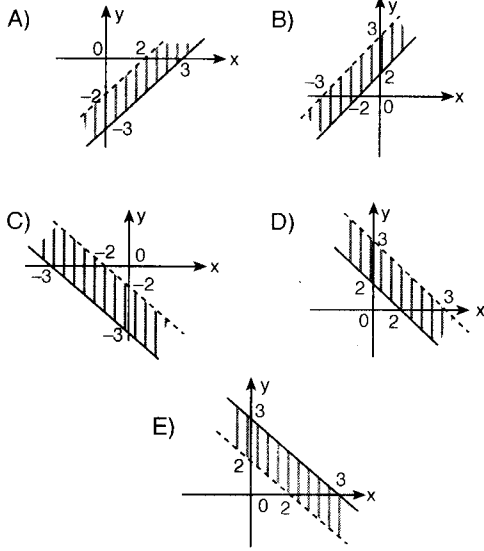


KARMA TEST - 10

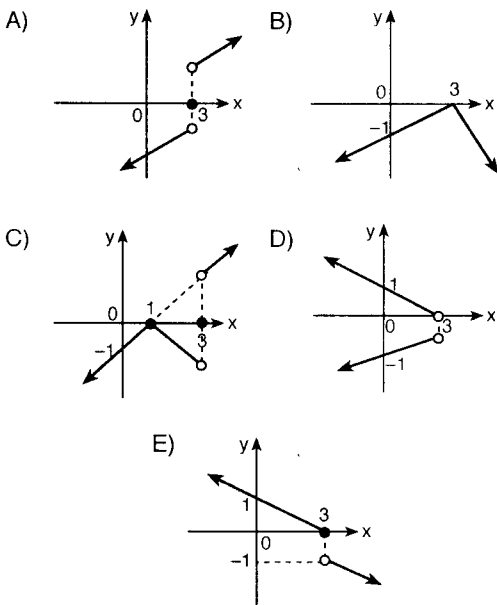
1. $f: [-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \lfloor 2x - 1 \rfloor$ fonksiyonunun grafiği çizildiğinde x eksenine paralel kaç farklı doğru parçası elde edilir?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

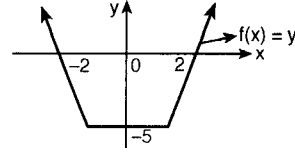
2. $\lfloor x + y \rfloor = 2$ bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



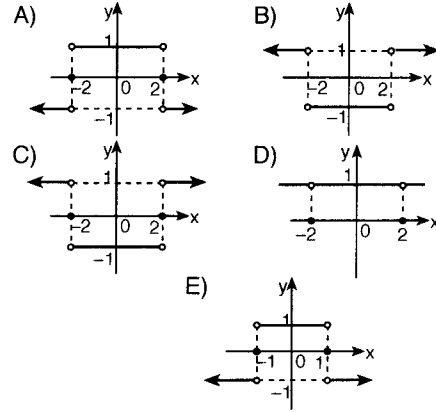
3. $f(x) = \lfloor x - 1 \rfloor \operatorname{sgn}(x - 3)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



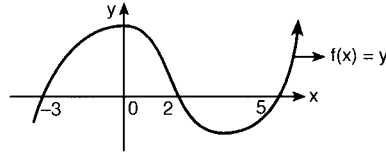
4.



Yukarıda $y = f(x)$ in grafiği verilmiştir. Buna göre, $y = \operatorname{sgnf}(x)$ in grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



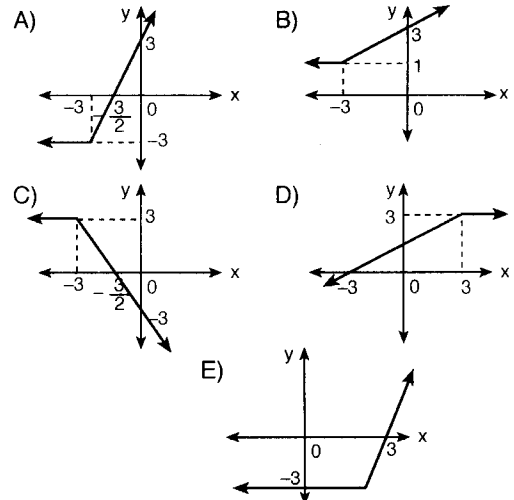
5.



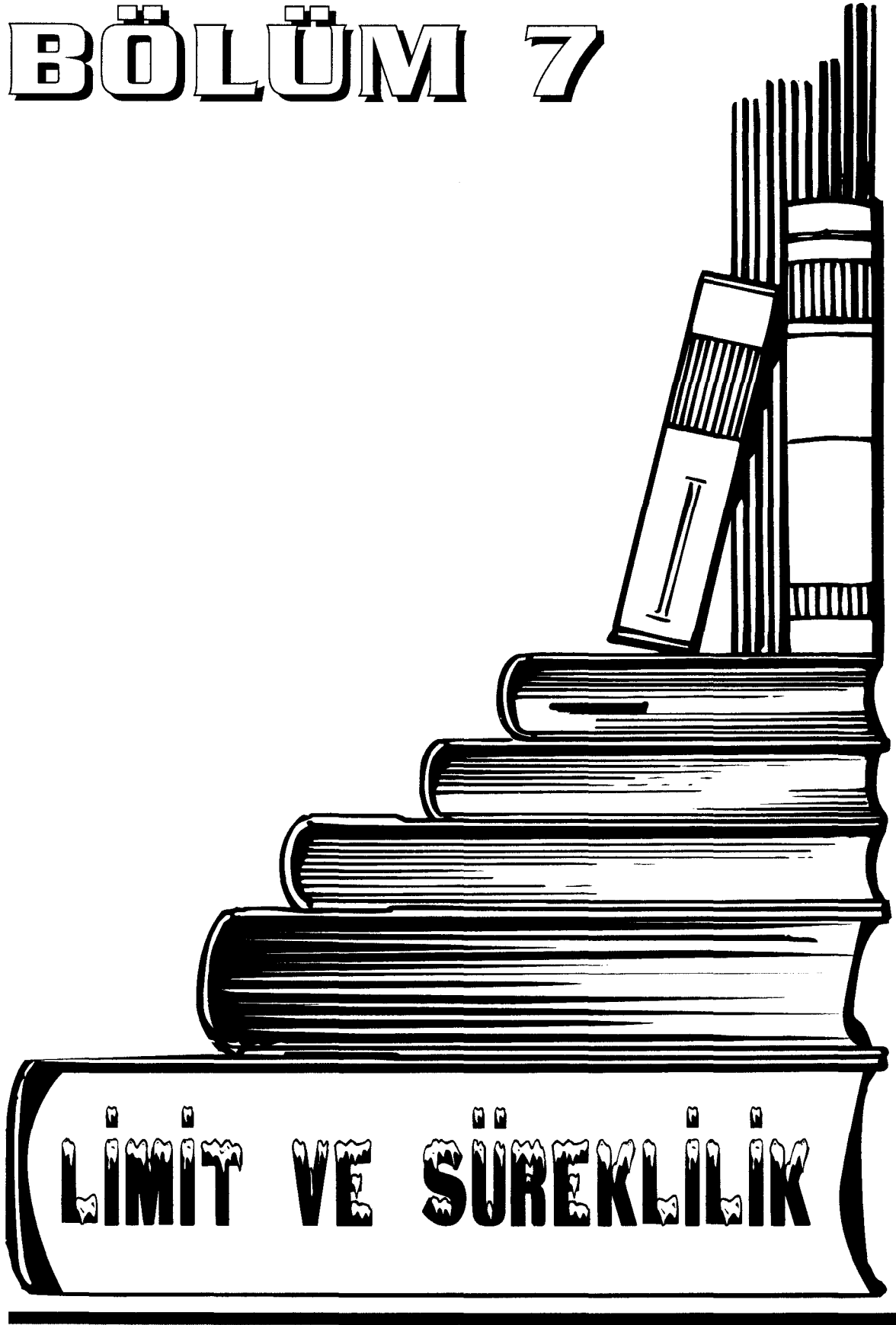
Yukarıda $y = f(x)$ in grafiği verilmiştir. $x \cdot \operatorname{sgnf}(x) < 0$ eşitsizliğini sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

A) -3 B) -2 C) 0 D) 3 E) 4

6. $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 6x + 9}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



BÖLÜM 7



FONKSİYONLARDA LİMİT

$A \subset \mathbb{R}$, $f: A - \{a\} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, x değişkeni $a \in \mathbb{R}$ sayısına yaklaştığında, $f(x)$ fonksiyonunun yaklaştığı reel sayıya, $f(x)$ fonksiyonunun limiti denir. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ şeklinde ifade edilir.

ÖZELLİKLERİ

1) $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $\lim_{x \rightarrow a} c = c$

2) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

3) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

4) $\lim_{x \rightarrow a} [c \cdot f(x)] = c \lim_{x \rightarrow a} f(x)$, $c \in \mathbb{R}$

5) $n \in \mathbb{N}^+$ için

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n$$

6) $f(x)$ fonksiyonu sınırlı ve $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ise

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = 0$$

7) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$

8) $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$, $n \in \mathbb{N}^+$

9) $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = |\lim_{x \rightarrow a} f(x)|$

10) $\lim_{x \rightarrow a} b^{f(x)} = b^{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$

11) $x = a$ değeri fonksiyonun kritik noktası ise sağdan ve soldan limit değerlerine bakılır. Kritik nokta değilse $x = a$ değeri fonksiyonda yerine yazılarak limit değeri bulunur.

12) $|f(x)|$, $\text{sgn}[f(x)]$, $|[g(x)]|$ fonksiyonları için $f(x) = 0$ ve $g(x) \in \mathbb{Z}$ yapan x değerleri genelde kritik noktaldır.

13) $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = b$ ise fonksiyonun a noktasında limiti vardır ve "b" ye eşittir.

ÖRNEK

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left((x^2 + 1) + |x - 7| + \text{sgn}(x - 4) + \left\lfloor \frac{x}{3} + 3 \right\rfloor \right) \text{ değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 1) + \lim_{x \rightarrow 2} |x - 7| + \lim_{x \rightarrow 2} \text{sgn}(x - 4) + \lim_{x \rightarrow 2} \left\lfloor \frac{x}{3} + 3 \right\rfloor \text{ şeklinde yazılırsa;}$$

x değişkeni 2 ye yaklaştığında, $x = 2$ değeri dört fonksiyon için de kritik nokta olmadığından fonksiyonların limit değerleri x yerine 2 yazılarak bulunabilir.

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 1) = 2^2 + 1 = 5,$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} |x - 7| = |2 - 7| = 5,$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \text{sgn}(x - 4) = \text{sgn}(2 - 4) = -1,$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left\lfloor \frac{x}{3} + 3 \right\rfloor = \left\lfloor \frac{2}{3} + 3 \right\rfloor = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left((x^2 + 1) + |x - 7| + \text{sgn}(x - 4) + \left\lfloor \frac{x}{3} + 3 \right\rfloor \right) = 5 + 5 - 1 + 3 = 12$$

ÖRNEK

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x+2|}{x+2} & , x < -2 \text{ ise} \\ \operatorname{sgn}(x-1) & , -2 \leq x \leq -1 \text{ ise} \\ \lfloor |x-1| \rfloor & , x > -1 \text{ ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlı $f(x)$ fonksiyonu için, $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\star \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{|x+2|}{x+2} = \frac{|-2,1+2|}{-2,1+2} = \frac{|-0,1|}{-0,1} = \frac{0,1}{-0,1} = -1$$

$$\star \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \operatorname{sgn}(x-1) = \operatorname{sgn}(-2-1) = \operatorname{sgn}(-3) = -1 \quad (-2 \text{ kritik nokta olmadığından } x \text{ yerine yazılabilir.})$$

$$\star \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \operatorname{sgn}(x-1) = \operatorname{sgn}(-1-1) = \operatorname{sgn}(-2) = -1 \quad (-1 \text{ kritik nokta olmadığından } x \text{ yerine yazılabilir.})$$

$$\star \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \lfloor |x-1| \rfloor = \lfloor |-0,9-1| \rfloor = \lfloor |-1,9| \rfloor = -2$$

$$(-1) + (-1) + (-1) + (-2) = -5$$

ÖRNEK

$$f(x) = \begin{cases} 2-x^3 & , x < 1 \text{ ise} \\ x + \operatorname{sgn}(x-3) + 1 & , 1 \leq x \leq 3 \text{ ise} \\ x \cdot \left\lfloor \frac{|x|}{2} \right\rfloor & , x > 3 \text{ ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlı $f(x)$ fonksiyonu için, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$, değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$x = 1$ ve $x = 3$ noktalarında fonksiyon parçalandığı için bu noktalar kritik noktalardır. Sağdan ve soldan limitlere bakılır. $x = 2$ noktasında fonksiyon sürekli olduğu için kritik nokta değildir.

$$\star \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2-x^3) = 2-1^3 = 2-1 = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} [x + \operatorname{sgn}(x-3) + 1] = 1 + \operatorname{sgn}(1-3) + 1 = 1-1+1 = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 \text{ olduğundan } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 \text{ olur.}$$

$$\star \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} [x + \operatorname{sgn}(x-3) + 1] = 2 + \operatorname{sgn}(2-3) + 1 = 2-1+1 = 2$$

$$\star \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} x \cdot \left\lfloor \frac{|x|}{2} \right\rfloor = 3 \cdot \left\lfloor \frac{3}{2} \right\rfloor = 3 \cdot 1 = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} [x + \operatorname{sgn}(x-3) + 1] = 3 + \operatorname{sgn}(2,9-3) + 1 = 3-1+1 = 3$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 3 \text{ olduğundan } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 3 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

- a) $\lim_{x \rightarrow 3} \lfloor x^3 \rfloor$ ve b) $\lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{sgn}(x^2 + x - 2)$ değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

- a) $x^3 = 3^3 = 27 \in \mathbb{Z}$ olduğundan $x = 3$ noktası kritik noktadır.

$x \rightarrow 3^+$ değeri için $x > 3$ ise $x^3 > 27 \Rightarrow \lfloor x^3 \rfloor = 27$ olur. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \lfloor x^3 \rfloor = 27$

$x \rightarrow 3^-$ değeri için $x < 3$ ise $x^3 < 27 \Rightarrow \lfloor x^3 \rfloor = 26$ olur. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \lfloor x^3 \rfloor = 26$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \lfloor x^3 \rfloor \neq \lim_{x \rightarrow 3^-} \lfloor x^3 \rfloor$ olduğundan $x = 3$ noktasında limit yoktur.

- b) $x = 1$ için $x^2 + x - 2 = 1^2 + 1 - 2 = 0$ olduğundan $x = 1$ noktası kritik noktadır.

$$x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1)$$

x	-2	$\rightarrow 1 \leftarrow$	$\lim_{x \rightarrow 1^+} \operatorname{sgn}(x^2 + x - 2) = 1$
$x^2 + x - 2$	$+$	$-$	$+$
$\operatorname{sgn}(x^2 + x - 2)$	1	-1	1
			$\lim_{x \rightarrow 1^-} \operatorname{sgn}(x^2 + x - 2) = -1$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \operatorname{sgn}(x^2 + x - 2) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} \operatorname{sgn}(x^2 + x - 2)$ olduğundan $x = 1$ de limit yoktur.

ÖRNEK

$$f(x) = \left(\frac{|x - 2|}{x - 2} + 3x \right)$$

biçiminde tanımlı $f(x)$ fonksiyonu için

- a) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

- a) $x = 2$ $f(x)$ in kritik noktasıdır.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left[-\frac{(x-2)}{x-2} + 3x \right] = \lim_{x \rightarrow 2^-} (-1 + 3x) = -1 + 3(2) = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[\frac{x-2}{x-2} + 3x \right] = \lim_{x \rightarrow 2^+} (1 + 3x) = 1 + 3 \cdot 2 = 7$$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ olduğundan $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ yoktur.

- b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x-2}{x-2} + 3x \right) = \lim_{x \rightarrow 3} (1 + 3x) = 1 + 3 \cdot 3 = 10$

TEST - 1

1. $f(x) = 1$ biçiminde tanımlı fonksiyonun $x \rightarrow 2$ için limiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

2. $f(x) = x - 2$ biçiminde tanımlı fonksiyonun $x \rightarrow 4$ için limiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

3. $f(x) = x^2 - 9$ biçiminde tanımlı fonksiyonun $x \rightarrow -3$ için limiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -6 B) -1 C) 0 D) 1 E) 6

4. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 2x^2 + 3x - 4)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

5. $\lim_{x \rightarrow -4} \sqrt{25 - x^2}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) $\sqrt{41}$

6. $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + x + 1] = 5$ olduğuna göre,

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x - 1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine

eşittir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x^3 - x + 1}{x^2 + 1} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{2x} - 1}{\sqrt{2x} - 2} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) -1
D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $-\sqrt{2}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7 + 11^{\frac{1}{x}}}{5 - 9^{\frac{1}{x}}} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

10. $\lim_{x \rightarrow -1} [f^{-1}(3x + 1)] = 2$ olduğuna göre,

$\lim_{x \rightarrow 0} [f(11x + 2)]$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

TEST - 2

1. $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 0 \text{ ise} \\ x - 1, & x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$ olduğuna göre,

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x < 2 \text{ ise} \\ 3, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$ olduğuna göre,

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 1 C) 0 D) -2 E) -4

3. $f(x) = \begin{cases} x^3 - x + 1, & x < -1 \text{ ise} \\ 2, & -1 \leq x < 1 \text{ ise} \\ x^2 - 7, & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $f(x) = \frac{|x+2|}{x+2}$ olduğuna göre,

$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

5. $f(x) = \frac{x+|x|}{|x+1|+x}$ olduğuna göre,

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) + \lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

6. $f(x) = \text{sgn}(x^2 - 4) + \text{sgn}(x + 1)$ olduğuna göre,

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. $f(x) = \|x\| + \|x - 1\|$ olduğuna göre,

$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) + \lim_{x \rightarrow \frac{3}{5}} f(x)$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \frac{\pi}{6} x + \cos \frac{\pi}{6} x}{x^2 - 2}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$
D) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$

9. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin \frac{\pi}{2} x - \tan \frac{\pi}{4} x}{\cos \pi x - 1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

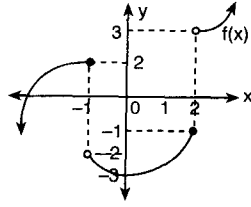
10. $a < 0$ olmak üzere; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4a^2 - x^2} + 2a}{x^3 - bx + 1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

TEST - 3

1. Şekilde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için,



$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \geq 0 \text{ ise} \\ x + 1, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlı $f(x)$ fonksiyonu için

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & x < -1 \text{ ise} \\ 1, & x = -1 \text{ ise} \\ x - 1, & x > -1 \text{ ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlı $f(x)$ fonksiyonu için

$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 1 C) -1 D) -3 E) -5

$$4. \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(3x + \frac{|x-3|}{x-3} \right)$$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

$$5. \lim_{x \rightarrow -2^-} \left(x^2 + 1 + \frac{|x+2|}{x+2} \right)$$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$6. \lim_{x \rightarrow 2^+} [|x+1|]$$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$7. \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} [-2x - 1]$$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

$$8. \lim_{x \rightarrow -2^+} (|x|^2)$$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 4 E) 9

$$9. \lim_{x \rightarrow -5^-} [x^3]$$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -126 B) -125 C) -124
D) -26 E) -25

10. $f(x) = \text{sgn}(x-2)$ olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

TEST - 4

1. $\lim_{x \rightarrow 1^-} [(x^2 + 1) \cdot \text{sgn}(x^2 + x - 2)]$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

2. $\lim_{x \rightarrow 3^+} ([|x|] + |x + 3|)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

3. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{|1-x^2|}{x-1} + \frac{\text{sgn}(1-x)}{[|x|] + |x+1|} - x - 1 \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) $-\frac{5}{2}$ C) -3 D) $-\frac{7}{2}$ E) -4

4. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[3x - [|x|] + 1]}{x - 2}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{[|x|]^2 - 4}{x - 3}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) $-\infty$ E) $+\infty$

6. $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{[|x|]^2 - 9}{x + 2}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 5 B) 0 C) -5 D) $-\infty$ E) $+\infty$

7. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x^2] - 1}{x - 1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) $-\infty$ E) $+\infty$

8. $\lim_{x \rightarrow -3^+} \left(\frac{|x^2 - 9|}{x + 3} + [|3x - 3|] \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

9. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left([|2x|] + \text{sgn}(x^2 - 4) + \frac{|x - 2|}{x - 2} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 5 B) 3 C) 1 D) 0 E) -1

10. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\left[x + \left[x + [|x|] \right] \right] \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 5 B) 3 C) 0 D) -3 E) -5

TEST - 5

1. $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^+} \left(\left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor + 3x - 3 \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

2. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\lfloor x \rfloor + |x|}{\operatorname{sgn}(x - x^2)}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\lfloor 99x \rfloor + 1}{99 \lfloor x \rfloor + 1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 99 B) 1 C) 0 D) -1 E) -99

4. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - a^{\lfloor 2x \rfloor}}{(a - 1) \lfloor -x \rfloor}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{a+1}{2}$ B) $\frac{a-1}{2}$ C) 0
D) $\frac{1-a}{2}$ E) $1-a$

5. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\lfloor x \rfloor^{\lfloor x \rfloor}}{\lfloor -x \rfloor^{\lfloor -x \rfloor}}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -4 B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{4}$ E) 4

6. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x \cdot \lfloor x + 1 \rfloor - \operatorname{sgn}(x - 1)}{x + 1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

7. $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\lfloor x \rfloor + \operatorname{sgn}(x^2 - x - 6)}{|x + 2| + \lfloor x + 2 \rfloor}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

8. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{7 - \lfloor x \rfloor}{5 + \lfloor x \rfloor} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

9. $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{|x^2 - 9| + \lfloor x - 1 \rfloor}{4 \cdot \operatorname{sgn}(x + 3) + \operatorname{sgn}(x + 1)}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) $-\frac{5}{3}$ C) 1 D) $\frac{5}{3}$ E) 2

10. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x^2 - x - 1) \lfloor x \rfloor + \operatorname{sgn}(x^2 - 1) + |x + 1|}{\lfloor x + \lfloor x \rfloor \rfloor + 2x - 1 + |x|}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{1}{2}$

TEST - 6

1. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , x < 0 \text{ ise} \\ x - 1 & , x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyon için $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) 0 C) 1
D) 2 E) limit yoktur.

2. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & , x < -1 \text{ ise} \\ 2x - 1 & , x \geq -1 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyon için, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) -1 C) -2
D) -3 E) limit yoktur.

3. $f(x) = \begin{cases} \lfloor |x+2| \rfloor & , x < -1 \text{ ise} \\ |x+1| & , -1 \leq x < 1 \text{ ise} \\ \text{sgn}(x-1) & , x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyon için, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) 0 C) -1
D) -2 E) limit yoktur.

4. $f(x) = \begin{cases} \frac{|x+2|}{x+2} & , x < -2 \text{ ise} \\ \text{sgn}(x^2 - 4) & , x \geq -2 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyon için, $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) 0 C) -1
D) -2 E) limit yoktur.

5. $f(x) = \begin{cases} \text{sgn} \frac{|x+3|}{x+3} & , x < -3 \text{ ise} \\ x^2 - mx - 1 & , x \geq -3 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyonun $x = -3$ için limiti olduğuna göre, m kaçtır?

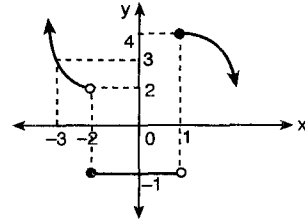
- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 3

6. $f(x) = \begin{cases} \lfloor |x| \rfloor & , x < -1 \text{ ise} \\ \text{sgn}(x-1) & , -1 \leq x < 1 \text{ ise} \\ |x| & , x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyonun; x in $-2, -1, 0, 1, 2$ değerlerinden kaç tanesi için limiti vardır?

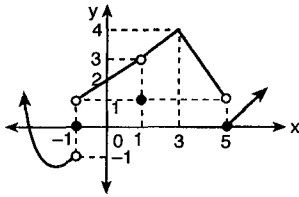
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. Şekildeki $y = f(x)$ fonksiyonunun $-3, -2, 0, 1$ apsisli noktalar için var olan limit değerleri toplamı kaçtır?



- A) 8 B) 5 C) 3 D) 2 E) -1

8. Şekildeki $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



- A) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1$ B) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$
C) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ D) $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = 1$
E) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 1$

TEST - 7

1. $f(x) = \begin{cases} x^4 + 1, & x < -1 \text{ ise} \\ x^2 + 1, & x \geq -1 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı fonksiyon için $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) 0 C) 1
D) 2 E) limit yoktur.

2. $f(x) = x + \frac{|x-2|}{x-2}$

fonksiyonu için $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 2 C) 1
D) 0 E) limit yoktur.

3. $f(x) = x^2 + 3x + 2$ fonksiyonu için, $\lim_{x \rightarrow -1} |f(x)|$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) limit yoktur. B) 0 C) 1
D) 2 E) 3

4. $f(x) = 4x^2 + 4x + 1$ fonksiyonu için,

$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} [|f(x)| + \operatorname{sgn} f(x)]$ değeri aşağıdakilerden

hangisine eşittir?

- A) limit yoktur. B) 0 C) 1
D) 2 E) -2

5. I. $\lim_{x \rightarrow 3} [\operatorname{sgn}(x^2 - x - 6)]$, II. $\lim_{x \rightarrow 1} [\operatorname{sgn}(x^2 - 1)]$,
III. $\lim_{x \rightarrow -1} [\operatorname{sgn}(x^2 + x + 1)]$, IV. $\lim_{x \rightarrow 0} [\operatorname{sgn}(x^2)]$

ifadelerinden kaç tanesinin limit değeri vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. I. $\lim_{x \rightarrow 1} [x - 1]$, II. $\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{x}{2} + 1 \right]$,
III. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} [3x - 3]$, IV. $\lim_{x \rightarrow 0} [x^2]$

ifadelerinden kaç tanesinin limit değeri vardır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

7. I. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} [4x - 7]$, II. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} [\operatorname{sgn}(2x^2 + 3x + 1)]$,

III. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|+1}{x + \operatorname{sgn} x}$, IV. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{\operatorname{sgn}(x-1)}$,

V. $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 9)$

ifadelerinden kaç tanesinin limit değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{[(x-2)^2]}{x} + \frac{|x+2|}{|x-1|} - \operatorname{sgn}(x^2 - 2) - x - 1 \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{|x-2|}{\operatorname{sgn}(x-2)} + \left[\frac{x}{3} - 2, 1 \right] - \frac{|x^2 - 4|}{|x-2|} + \ln(3-x) \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) 0

10. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\left[\frac{x}{2} + 1 \right] + |2x - 2| + \operatorname{sgn}(x + 1) \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) -1 E) -2

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN LİMİTLERİ

$a \in \mathbb{R}$ olmak üzere;

1) i) $\lim_{x \rightarrow a} \sin x = \sin a$ iii) $\lim_{x \rightarrow a} \tan x = \tan a$ ($\cos a \neq 0$)

ii) $\lim_{x \rightarrow a} \cos x = \cos a$ iv) $\lim_{x \rightarrow a} \cot x = \cot a$ ($\sin a \neq 0$)

2) $x \rightarrow a$ için $g(x) \rightarrow 0$ ise

i) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(g(x))}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{\sin(g(x))} = 1$

v) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{\sin x} = 1$

ii) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan(g(x))}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{\tan(g(x))} = 1$

vi) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{px} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{\tan px} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{\sin px} = \frac{k}{p}$

iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$

vii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan kx}{px} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan kx}{\sin px} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan kx}{\tan px} = \frac{k}{p}$

iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1$

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{\sin 2x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\tan^2 x}$ toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{\sin 2x} + \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 3x}{\tan x} \right)^2 = \frac{3}{1} + \frac{6}{2} + \left(\frac{3}{1} \right)^2 = 3 + 3 + 9 = 15$$

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin x \cdot \cos 2x}{x^3}$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(1 - \cos 2x)}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(1 - (1 - 2\sin^2 x))}{x \cdot x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{2\sin^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot 2 \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 = 1 \cdot 2 \cdot 1 = 2$$

BELİRSİZLİK DURUMLARINDA LİMİT HESAPLARI

1) $\frac{0}{0}$ Belirsizliği: $\frac{0}{0}$ belirsizliğiyle karşılaştığımızda pay ve paydadaki ifadeleri çarpanlarına ayırarak sadeleştirme yapıp belirsizlikten kurtuluruz.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4}$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4} = \frac{(-2)^2 - (-2) - 6}{(-2)^2 - 4} = \frac{4 + 2 - 6}{4 - 4} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-3)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-3}{x-2} = \frac{-2-3}{-2-2} = \frac{-5}{-4} = \frac{5}{4}$$

ÖRNEK

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{\sqrt{x} - 2} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{4 - 3x}}{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2} \text{ çarpımını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\frac{4^3 - 64}{\sqrt{4} - 2} = \frac{0}{0}, \quad \frac{1 - \sqrt{4 - 3 \cdot 1}}{\sqrt{1 + 1 + 2} - 2} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği}$$

$$\star \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 4)(x^2 + 4x + 16)}{(\sqrt{x} - 2)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\cancel{\sqrt{x} - 2})(\sqrt{x} + 2) \cdot (x^2 + 4x + 16)}{(\cancel{\sqrt{x} - 2})} = (\sqrt{4} + 2)(4^2 + 4 \cdot 4 + 16) = 4 \cdot 48 = 192$$

$$\star \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - \sqrt{4 - 3x})(x + \sqrt{4 - 3x})(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)}{(\sqrt{x^2 + x + 2} - 2)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)(x + \sqrt{4 - 3x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 4 + 3x)\sqrt{x^2 + x + 2} + 2}{(x^2 + x + 2 - 4)(x + \sqrt{4 - 3x})}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 4)(\cancel{x - 1})(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)}{(x + 2)(\cancel{x - 1})(x + \sqrt{4 - 3x})} = \frac{(1 + 4)(\sqrt{1 + 1 + 2} + 2)}{(1 + 2)(1 + \sqrt{4 - 3 \cdot 1})} = \frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 2} = \frac{10}{3} \Rightarrow 192 \cdot \frac{10}{3} = 640$$

2) $\frac{\infty}{\infty}$ Belirsizliği: 3 durum söz konusudur.

- i) Payın derecesi, paydanın derecesinden büyükse, sonuç: $\pm\infty$
- ii) Payın derecesi, paydanın derecesine eşitse, sonuç: $\frac{\text{payın baş katsayısı}}{\text{paydanın baş katsayısı}}$
- iii) Payın derecesi, paydanın derecesinden küçükse, sonuç: 0

ÖRNEK

$$\star \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3 - 3x + 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^{(3)} - 3x + 1}{1 \cdot x^{(0)}} = +\infty \quad (3 > 0)$$

$$\star \lim_{x \rightarrow +\infty} (-4x^2 + 5x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x^{(2)} + 5x}{1 \cdot x^{(0)}} = -\infty \quad (2 > 0)$$

$$\star \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^{(3)} - 7x - 1}{-5x^{(2)} + 5} = +\infty \quad (3 > 2)$$

$$\star \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^{(6)} - 3x + 7}{x^{(6)} + 3x^2 + 2} = 0 \quad (5 < 6)$$

$$\star \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^{(1)}}{2x^{(2)} + 2} = 0 \quad (1 < 2)$$

$$\star \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 + 3x^2 + 2x + 1}{2x^3 - 3x - 1} = \frac{4}{2} = 2 \quad (3 = 3)$$

$$\star \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 5x - 1}{1 - x^2} = \frac{3}{-1} = -3$$

$$\star \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{16x^2 - 7x + 1}}{2x - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|4x|}{2x} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\star \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \sqrt{9x^2 - 4x - 1}}{3x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + |3x|}{3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 3x}{3x} = -\frac{1}{3}$$

3) $\infty - \infty$ Belirsizliği: $\infty - \infty$ belirsizliğini ortadan kaldırmak için ifadeyi eşleniğiyle çarpınız.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{ax^2 + bx + c} = \pm\sqrt{a} \left(x + \frac{b}{2a} \right)$$

ÖRNEK

$$\star \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 + 1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 + 1})(\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{x^2 + 1})}{(\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{x^2 + 1})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x - x^2 - 1}{|x| + |x|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 1}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$\star \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 + 2x + 3x}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{9x^2 + 2x + 3x})(\sqrt{9x^2 + 2x - 3x})}{(\sqrt{9x^2 + 2x - 3x})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9x^2 + 2x - 9x^2}{|3x| - 3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{-6x} = -\frac{1}{3}$$

4) $0 \cdot \infty$ Belirsizliği: $0 \cdot \infty$ belirsizliği $\frac{0}{0}$ a ya da $\frac{\infty}{\infty}$ a dönüştürülerek belirsizlik ortadan kaldırılır.

ÖRNEK

$$\star \lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \cot 3x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan 3x} = \frac{1}{3}$$

$$\star \lim_{x \rightarrow 0} (3x \cdot \sin \frac{5}{x}) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{5}{x}}{\frac{1}{3x}} = \frac{5}{\frac{1}{3}} = 15$$

$$\star \lim_{x \rightarrow 0} (\sin 2x \cdot \operatorname{cosec} x) = \lim_{x \rightarrow 0} (2 \sin x \cdot \cos x \cdot \frac{1}{\sin x}) = 2 \cdot \cos 0 = 2 \cdot 1 = 2$$

5) 1^∞ Belirsizliği: $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{p}{x})^{kx} = e^{pk}$ kuralı uygulanır.

ÖRNEK

$$\star \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{3}{x})^{2x} = e^{3 \cdot 2} = e^6, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+1} \right)^{3x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{-2}{3x+1} \right)^{3x} = e^{\frac{-2}{3} \cdot 3} = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$$

TEST - 8

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin 4x}$

toplamının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2 B) $\frac{5}{4}$ C) 1 D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\tan^2 \frac{x}{2}}$

toplamının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 8 B) 4 C) 2 D) $\frac{5}{4}$ E) 1

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 4}{\tan(x - 2)}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) -2

4. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan(2x - \pi)}{\sin(3\pi - 6x)}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -3 B) -1 C) $-\frac{2}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) 0

5. $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin 4x \cdot \cot x)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

6. $\lim_{x \rightarrow 0} (3x \cdot \cot x) + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{x^2}$

toplamının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sin x - \sin^3 x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x + \sin 2x}{x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x)^{\sin x} + x}{\cos 5x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\tan(x - 2)}{\cot(x - 2 + \frac{\pi}{2})}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

TEST - 9

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\cos(\frac{\pi}{2}x)}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{4}{\pi}$ B) $\frac{2}{\pi}$ C) 0 D) $\frac{-2}{\pi}$ E) $\frac{-4}{\pi}$

2. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1+\cos x}{\sin^2 x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

3. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{1-\sin^3 x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{3}$ B) 0 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

4. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \cos x \cdot \sin x}{\cos 2x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + 2\sin(x-1)}{x-1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\tan x - 5x}{\sin x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 8

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{\sin 3x + \sin x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $+\infty$

8. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-\cos 2x}}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \left(x \cdot \sin \frac{1}{x} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\infty$ B) $-\sqrt{2} - 1$ C) 0
D) $\sqrt{2} + 1$ E) $+\infty$

9. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(3-x)}{x^2 - 9}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{9}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sin x}{x} + \frac{\operatorname{sgn} x}{x} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

TEST - 10

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) $+\infty$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - x - 2}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) $-\frac{1}{3}$ C) 2 D) $\frac{1}{3}$ E) 1

3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 3x + 2}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) -3

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) 2

6. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x} - 2}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 32 B) 28 C) 16 D) 8 E) 4

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x + \operatorname{sgn}(x^2 - 4x)}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + 2x - 4}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{2 - 2\sqrt{x}}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

10. $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x + 8}{2 + \sqrt[3]{x}}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

TEST - 11

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^3}{(3x^2 - 4x + 1)^2}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{27}{4}$ B) $\frac{27}{2}$ C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{9}{4}$ E) 0

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) $+\infty$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - 2}{x-1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{16}$

4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4 - \sqrt{3x+7}}{2 - \sqrt{x+1}}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+m} - 3}{x-2}$

değeri bir reel sayı ise m kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = 2$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

7. a, b ∈ R,

$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - a\sqrt{x}}{x^2 - 4x} = b$

olduğuna göre, a . b çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4mx + m^2 - 1}{x^2 - 1} = -7$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 - \cos 2x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 8

10. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x + \sin x}{\sin 3x - \sin x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

TEST - 12

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2 - 4x + 1)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -4 B) 0 C) 3 D) $-\infty$ E) $+\infty$

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - x^2 + 1)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 2 E) $+\infty$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3 + 4x^2 + x - 1}{-2 + x^2}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\infty$ B) $-\frac{5}{2}$ C) -2 D) 0 E) $+\infty$

4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x + 1}{1 - x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\infty$ B) $+\infty$ C) 1 D) 0 E) -1

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 - 3x^2 + 4}{4x^4 + 4}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $+\infty$ B) 3 C) 0 D) $-\frac{3}{4}$ E) $-\infty$

6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 3x - 3}}{2x + 1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\infty$ B) 0 C) 1 D) 2 E) $+\infty$

7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{16x^2 + x - 1}}{\sqrt[3]{8x^3 + 2}}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $+\infty$ B) 2 C) -1 D) -2 E) $-\infty$

8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\operatorname{sgn} \left(\frac{x + 4}{2x - 1} \right) \right]$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\infty$ B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $+\infty$

9. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{2x^3 + x^2 + 1}{x^3 - 1} \cdot \operatorname{sgn} \left(\frac{x - 2}{4 - x} \right) \right]$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) $+\infty$

10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2[x]}{x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $+\infty$ B) 2 C) 1 D) 0 E) $-\infty$

TEST - 13

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{9x^2 + x - 1}}{2x - 1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $+\infty$ B) $\frac{5}{2}$ C) 1 D) 0 E) $-\infty$

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + 2x - 3}}{3x + 1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $+\infty$ B) 3 C) 1 D) $\frac{1}{3}$ E) $-\infty$

3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + \sqrt{x^2 + x + 3}}{\sqrt{x^2 + 1} - 2x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\infty$ B) -4 C) $-\frac{4}{3}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) 0

4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \sqrt{4x^2 - 3}}{7x - 9}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $+\infty$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{2}{7}$ D) 0 E) $-\infty$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-1)^2 + (x-2)^2 + \dots + (x-15)^2}{5x^2 + 3x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $+\infty$ B) 3 C) $\frac{1}{5}$ D) -3 E) $-\infty$

6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1^2}{x^3} + \frac{2^2}{x^3} + \frac{3^2}{x^3} + \dots + \frac{(x-1)^2}{x^3} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) 2 D) 3 E) 6

7. $a, b \in \mathbb{R}, \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2 - x}{2x + 1} + ax \right) = b$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $-\frac{5}{4}$ D) $-\frac{7}{4}$ E) $-\frac{11}{4}$

8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{x+1} - 3 \cdot 2^{-x}}{2^{-x-1} + 2^x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

9. $a, b \in \mathbb{R},$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2 + 1}{x - 1} + ax - b \right) = -1$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 0 B) -2 C) -3 D) -4 E) -6

10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^n} + 2x - 9}{5x - 7} = a, a \in \mathbb{R}$

eşitliğini gerçekleyen n değerlerinin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 2]$ B) $(-\infty, 2)$ C) $(0, 2)$
D) $[0, 2]$ E) $(0, 2]$

TEST - 14

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2})$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) $-\infty$ E) $+\infty$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+4x} - \sqrt{x^2+4})$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 4 B) 2 C) 1 D) 0 E) $+\infty$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+3x-1} - x)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $+\infty$

4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - \sqrt{9x^2 - x - 2})$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) 1 E) $-\frac{1}{3}$

5. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+4x+1} + x)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 4 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2+5x-3})$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{5}{2}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 3

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x^2-x} - \frac{1}{x-1} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) $+\infty$

8. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-4}{x-2} + \frac{24}{x^3-8} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{12}$ B) 0 C) $-\frac{1}{12}$ D) $-\frac{1}{6}$ E) $-\frac{1}{3}$

9. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x^2-5x+6} - \frac{1}{x-3} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

10. $\lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{1}{1+\cos x} - \frac{2}{\sin^2 x} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

TEST - 15

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + ax + 1} + bx + 1 \right) = 4$

olduğuna göre, **a + b toplamı kaçtır?**

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 1

2. $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{6}{2-x} - \frac{a}{4-x^2} \right)$$

değeri bir gerçel sayıya eşit ise **bu gerçel sayı kaçtır?**

- A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\log \sqrt{x^2 + x} - \log \sqrt{100x^2 - 1} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 10 B) 1 C) 0 D) -1 E) $-\infty$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \cot x)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $+\infty$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \cdot \sin \frac{2}{x} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $\lim_{x \rightarrow \pi} (\sin 2x \cdot \csc x)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

7. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left[\tan x \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \right]$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\infty$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + x \cdot \sin \frac{3}{x} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) $+\infty$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x} \right)^{4x} = A$ ve $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x} \right)^{3x} = B$

olduğuna göre, $\frac{A}{B}$ oranı kaçtır?

- A) e^{18} B) e^{12} C) e^6 D) $e^{-\frac{4}{3}}$ E) ∞

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^x + \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{4x-1}$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $e^{-8}+1$ B) e^4+1 C) e^2+e
D) e^4+e E) $e^{-8}+e$

FONKSİYONLARDA SÜREKLİLİK VE SÜREKSİZLİK

$f(x)$ fonksiyonunun x_0 noktasında sürekli olabilmesi için;

- 1) fonksiyonun x_0 noktasında tanımlı olması,
- 2) fonksiyonun x_0 noktasında sağdan ve soldan limitlerinin eşit olması (yani x_0 noktasında limitinin olması)
- 3) fonksiyonun x_0 noktasındaki değerinin, x_0 noktasındaki limit değerine eşit olması gerekir.

NOT:

- 1) Bu koşullardan en az biri gerçekleşmezse fonksiyon " x_0 noktasında süreksizdir" denir.
- 2) $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$ oluyorsa fonksiyon, x_0 noktasında soldan süreklidir.
- 3) $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$ oluyorsa fonksiyon, x_0 noktasında sağdan süreklidir.

ÖRNEK

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 1 & , x > 0 \text{ ise} \\ 1 & , x = 0 \text{ ise} \\ 1 - x & , x < 0 \text{ ise} \end{cases} \text{ biçiminde tanımlı fonksiyonun } x = 0 \text{ noktasındaki sürekliliğini inceleyiniz.}$$

ÇÖZÜM

- i) $x = 0$ için $f(0) = 1$ var.
- ii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 - 3x + 1) = 0 + 0 + 1 = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} (1 - x) = 1 - 0 = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$
- iii) $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ olduğundan $x = 0$ noktasında fonksiyon süreklidir.

ÖRNEK

$$f(x) = \begin{cases} |x - 3| & , x < -1 \text{ ise} \\ -3x - \operatorname{sgn} x & , -1 \leq x < 0 \text{ ise} \\ \lfloor 2x + 1 \rfloor & , x \geq 0 \text{ ise} \end{cases} \text{ biçiminde tanımlı fonksiyonun } x = -1 \text{ ve } x = 0 \text{ noktalarında sürekliliğini inceleyiniz.}$$

ÇÖZÜM

- ★ i) $x = -1$ için $f(-1) = -3(-1) - \operatorname{sgn}(-1) = 3 - (-1) = 4$
- ii) $\lim_{x \rightarrow -1^-} |x - 3| = |-1 - 3| = |-4| = 4$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} (-3x - \operatorname{sgn} x) = -3(-1) - \operatorname{sgn}(-1) = 3 - (-1) = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$
- iii) $f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$ olduğundan fonksiyon $x = -1$ noktasında süreklidir.
- ★ i) $x = 0$ için $f(0) = \lfloor 2 \cdot 0 + 1 \rfloor = 1$
- ii) $\lim_{x \rightarrow 0^-} (-3x - \operatorname{sgn} x) = -3 \cdot 0 - \operatorname{sgn}(-0, 1) = 0 - (-1) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \lfloor 2x + 1 \rfloor = \lfloor 2 \cdot 0 + 1 \rfloor = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$
- iii) $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ olduğundan fonksiyon $x = 0$ noktasında süreklidir.

ÖRNEK

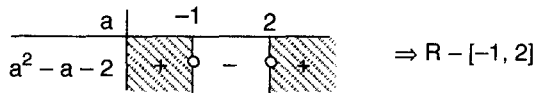
$$f(x) = \begin{cases} 2-x & , x > 1 \text{ ise} \\ \operatorname{sgn}(a^2 - a - 2) & , x = 1 \text{ ise} \\ 3x^2 - 2 & , x < 1 \text{ ise} \end{cases} \quad \text{fonksiyonunun } x = 1 \text{ noktasında sürekli olabilmesi için } a \text{ nın değer aralığını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$i) \lim_{x \rightarrow 1^+} (2-x) = 2-1=1, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x^2-2) = 3 \cdot 1 - 2 = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$$

$$ii) \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \text{ olmalı.}$$

$$f(1) = \operatorname{sgn}(a^2 - a - 2) = 1 \Rightarrow a^2 - a - 2 > 0 \Rightarrow (a-2)(a+1) > 0$$

**ÖRNEK**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^2-1} & , x < 0 \text{ ise} \\ \lfloor |x| \rfloor - 3 & , 0 < x < 3 \text{ ise} \\ x + \operatorname{sgn}(x-9) & , x \geq 3 \text{ ise} \end{cases} \quad \text{biçiminde tanımlı fonksiyonun } x \text{ in kaç reel sayı değeri için süreksiz olduğunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$i) \frac{3}{x^2-1} \text{ fonksiyonu } x = -1 \text{ noktasında tanımsız olduğundan } f(x) \text{ bu noktada süreksizdir.}$$

$$ii) f(x) \text{ fonksiyonunun } x = 0 \text{ için değeri olmadığından } f(x) \text{ bu noktada süreksizdir.}$$

$$iii) \lfloor |x| \rfloor \text{ fonksiyonunun } 0 < x < 3 \text{ aralığında kritik noktaları 1 ve 2 olduğundan } f(x) \text{ bu noktalarda süreksizdir.}$$

$$iv) \lim_{x \rightarrow 3^-} (\lfloor |x| \rfloor - 3) = 2 - 3 = -1, \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} [x + \operatorname{sgn}(x-9)] = 3 - 1 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \text{ olduğundan } f(x) \text{ } x = 3 \text{ noktasında süreksizdir.}$$

$$v) \operatorname{sgn}(x-9) \text{ fonksiyonunda } x = 9 \text{ değeri kritik nokta olduğundan } f(x) \text{ bu noktada süreksizdir.}$$

$$x = -1, 0, 1, 2, 3 \text{ ve } 9 \text{ olmak üzere, 6 noktada fonksiyon süreksizdir.}$$

ÖRNEK

$$f: [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{3 + \cos x}{2 \sin x - 1} \text{ fonksiyonunun kaç noktada süreksiz olduğunu bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$2 \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \text{ eşitliğini sağlayan } x \text{ değerleri için süreksizdir.}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{6} \text{ ve } x_2 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \text{ O halde, } f(x) \text{ iki noktada süreksizdir.}$$

TEST - 16

$$1. f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1, & x < 1 \text{ ise} \\ 4, & x = 1 \text{ ise} \\ bx + 3, & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $\forall x \in \mathbb{R}$ için sürekli olduğuna göre, **a + b toplamı kaçtır?**

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$2. f(x) = \begin{cases} \sin x + 1, & x < \frac{\pi}{2} \text{ ise} \\ a, & x = \frac{\pi}{2} \text{ ise} \\ \cos x + b, & x > \frac{\pi}{2} \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = \frac{\pi}{2}$ için sürekli olduğuna göre,

a - b farkı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$3. f(x) = \begin{cases} \lfloor |x + 1| \rfloor, & x < 1 \text{ ise} \\ \operatorname{sgn}(a - x), & x = 1 \text{ ise} \\ |x|, & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 1$ için sürekli olduğuna göre, **a'nın aralığı aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) $(1, +\infty)$ B) $[1, +\infty)$ C) $(-\infty, 1)$
D) $[-\infty, 1]$ E) $(-1, 1)$

$$4. f(x) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(x^2 - 4), & x < -2 \text{ ise} \\ \lfloor |x + a| \rfloor, & x \geq -2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun $x = -2$ noktasında sürekli olması için, **a $\in \mathbb{Z}$ kaç olmalıdır?**

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

$$5. f(x) = \begin{cases} 5, & x \leq 1 \text{ ise} \\ mx + n, & 1 < x \leq 3 \text{ ise} \\ 9, & x > 3 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $\forall x \in \mathbb{R}$ için sürekli ise **n - m farkı kaçtır?**

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$6. f(x) = \begin{cases} \lfloor |x - 1| \rfloor, & x < -1 \text{ ise} \\ a, & x = -1 \text{ ise} \\ b + \operatorname{sgn}(x - 1), & x > -1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = -1$ için sürekli olduğuna göre, **a + b toplamı kaçtır?**

- A) 3 B) 1 C) -1 D) -3 E) -5

$$7. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & x \neq 2 \text{ ise} \\ m, & x = 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 2$ için sürekli olduğuna göre, **m kaç olmalıdır?**

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

$$8. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}, & x \leq 1 \text{ ise} \\ ax + b, & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 1$ için sürekli olduğuna göre, **a + b toplamı kaçtır?**

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$9. f(x) = \begin{cases} x - 3, & x < 2 \text{ ise} \\ \operatorname{sgn}(a^2 - a - 12), & x = 2 \text{ ise} \\ 3x - 7, & x > 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 2$ için sürekli olduğuna göre, **a'nın alabileceği tamsayı değerleri toplamı kaçtır?**

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

$$10. f(x) = \begin{cases} 7x - 20, & x < 3 \text{ ise} \\ \operatorname{sgn}(-a^2 + a + 2), & x = 3 \text{ ise} \\ \lfloor |x - 2| \rfloor, & x > 3 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 3$ için sürekli olduğuna göre, **a'nın değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) $\mathbb{R} - [-1, 2]$ B) $[-2, 1]$ C) $(-2, 1)$
D) $(-1, 2)$ E) $(-1, 2]$

TEST - 17

$$1. f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x > 2 \text{ ise} \\ [a-1], & x = 2 \text{ ise} \\ x+3, & x < 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 2$ için sürekli olduğuna göre, **a** nın değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) [5, 6) B) [6, 7) C) [7, 8)
D) [6, 7] E) [6, 8]

$$2. f(x) = \begin{cases} |x-1|, & x < 1 \text{ ise} \\ a, & x = 1 \text{ ise} \\ \operatorname{sgn}(b-3), & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 1$ için sürekli olduğuna göre, **b** nin en büyük tamsayı değeri **a** dan kaç fazladır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$3. f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{4x}, & x < 0 \text{ ise} \\ x^3 + a, & x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $\forall x \in \mathbb{R}$ için sürekli olduğuna göre, **a** kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

$$4. f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x^2-4} - \frac{1}{x-2}, & x \leq 2 \text{ ise} \\ ax, & x > 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 2$ için sürekli olduğuna göre, **a** kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{8}$

$$5. f(x) = \begin{cases} \frac{x-\sqrt{x+2}}{x-2}, & x \leq 2 \text{ ise} \\ \frac{4a-1}{4}, & x > 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 2$ için sürekli olduğuna göre, **a** kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) -1 D) $\frac{1}{4}$ E) 1

$$6. f(x) = \begin{cases} a[|x|]+2, & x > 1 \text{ ise} \\ bx+3, & x = 1 \text{ ise} \\ \operatorname{sgn}(1-x^2), & x < 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 1$ için sürekli olduğuna göre, **a . b** çarpımı kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$$7. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+5x+a}{x+2}, & x \neq -2 \text{ ise} \\ bx+3, & x = -2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = -2$ için sürekli olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) -1 D) 3 E) 6

$$8. f(x) = \frac{2x+7}{x^2+4x+a}$$

fonksiyonu $\forall x \in \mathbb{R}$ için sürekli olduğuna göre, **a** nın değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < 4$ B) $a < 5$ C) $a > 4$
D) $a > 5$ E) $a \geq 4$

$$9. f(x) = \begin{cases} x \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right), & x \neq 0 \text{ ise} \\ ax+b, & x = 0 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 0$ için sürekli olduğuna göre, **b** kaç olmalıdır?

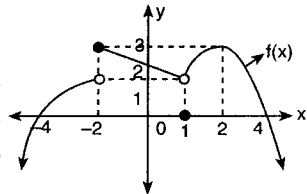
- A) 0 B) 1 C) -1 D) -2 E) $-\pi$

10. Şekildeki $y = f(x)$

fonksiyonu,

-4, -2, 0, 1, 2, 4

apsisli noktalar-
dan kaç tanesinde
sürekli-
dir?



- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

TEST - 18

1. $f(x) = \frac{x+7}{x^2-4}$

fonksiyonunun süreksiz olduğu noktalar aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-7\}$ B) $\{-2, 2\}$ C) $\{-7, -2, 2\}$
D) $\{0, 2\}$ E) $\{-2, 0\}$

2. $f(x) = \frac{x^4 - x^3 + x + 1}{x^2 - 5x + 6}$

fonksiyonunun süreksiz olduğu noktalar toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -1 C) 0 D) 1 E) 5

3. $f(x) = \sqrt{2-|x|}$ fonksiyonunun sürekli olduğu küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -2)$ B) $(-2, 0)$ C) $(-2, 2)$
D) $[-2, 2]$ E) $(2, +\infty)$

4. $f(x) = \frac{x+1}{x^2-4} + \sqrt{x^2-3x+2}$

fonksiyonu kaç tane tamsayı için süreksizdir?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

5. $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+2}} + \frac{x+2}{x-1}$

fonksiyonu kaç tane tamsayı için süreksizdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $f(x) = \frac{x^2-1}{\lceil x+1 \rceil + 1}$

fonksiyonu hangi aralıkta süreksizdir?

- A) $[-1, 1]$ B) $[-1, 0)$ C) $[-2, -1)$
D) $[-3, -2)$ E) $[-3, -1)$

7. $f(x) = \frac{x^2+1}{\lfloor x \rfloor - x}$

fonksiyonunun sürekli olduğu küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R} - \{0\}$ B) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$
C) $\mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$ D) $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$
E) $\mathbb{R}$

8. $f(x) = \frac{x-7}{\lfloor x \rfloor + \operatorname{sgn} x} + \frac{\sin x}{\lfloor 2 - \log_2 x \rfloor}$

fonksiyonunu süreksiz yapan tamsayılar kaç tanedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. Aşağıdaki fonksiyonlardan kaç tanesi $x = 1$ noktasında süreksizdir?

- I. $f(x) = |x-1|$ II. $f(x) = \frac{|x^2-1|}{x-1}$
III. $f(x) = \operatorname{sgn}(x-1)$ IV. $f(x) = \lfloor x-1 \rfloor + x$
V. $f(x) = \lceil x \rceil$

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

10.
$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(x-x^2), & x \leq 0 \text{ ise} \\ \lfloor 3x-1 \rfloor, & 0 < x < 1 \text{ ise} \\ \frac{x}{x^2-9}, & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu kaç farklı x değeri için süreksizdir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

KARMA TEST - 1

1. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 9}$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 + 3x + 2}$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{3}$

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2}{x^2 - 9}$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x + 6}{x^2 - 2x}$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

5. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} (5^{\frac{1}{x}} + 3^{-x} + 2)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) ∞

7. a ve b gerçel sayılar, $a - 4b = 0$ ve

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2b-6)x^2 + (a-1)x + 5}{ax^2 - bx + 2} = 3$$

olduğuna göre, $a + b$ kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -2 D) $\frac{7}{5}$ E) $\frac{12}{5}$

8. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x-3}$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) -1

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+3)(3x^2-1)}{x^3+4x+3}$ değeri kaçtır?

- A) ∞ B) 9 C) 6 D) 3 E) 1

10. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x^2 - a^2}$ değeri aşağıdakilerden hangisi-ne eşittir?

- A) 0 B) 3a C) $\frac{5a}{2}$ D) 2a E) $\frac{3a}{2}$

KARMA TEST - 2

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi}{2} x}{x^2 - 1}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{\pi}{4}$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) $-\pi$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{\pi}{4}$

2. $\lim_{a \rightarrow 1} \frac{\sin \pi a}{\cos(\frac{\pi}{2} a)}$ değeri kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

3. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2\cos x - \cot x}{\sin x}$ değeri kaçtır?

A) $-2\sqrt{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) 0 D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2\sin x - 1}{\cot x - \sqrt{3}}$ değeri kaçtır?

A) $-2\sqrt{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
D) $\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

5. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\pi - x}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{2}{3\pi}$
D) $\frac{3}{\pi}$ E) $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$

6. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x^2 - 9)}{x^4 - 81}$ değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{18}$

7. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x \cdot \sin \pi x - \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}}$ değeri kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2 \cdot \cos x}$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) -1 E) -2

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{4x^2}$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \tan 2x}{x}$ değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

KARMA TEST - 3

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{k + \sqrt{8x + 1}}{1 - x}$

ifadesinin limiti varsa, **limit değeri kaçtır?**

A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) -1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1 - 2\sqrt{x}}{(x - 1)^2}$ **değeri kaçtır?**

A) 0 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{9}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4\sqrt{x}}{\log(3x + 4)}$ **değeri kaçtır?**

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) 0

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^4 3x}{x \sin^3 x}$ **değeri kaçtır?**

A) 4 B) 9 C) 27 D) 81 E) 243

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax + b} - \sqrt{x^2 - x}) = 3$

olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $m, n \in \mathbb{R}$,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x + m}{x^3 - x - 6} = n$$

olduğuna göre, **(11n + m) kaçtır?**

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 6} - x)$ **değeri kaçtır?**

A) 0 B) 2 C) 3 D) 6 E) 12

8. $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{x - 4} - \frac{48}{x^3 - 64} \right)$ **değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 0

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x + c}{x^2} \right) \left(c - \sqrt{c^2 - x^2} \right)$ **değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 0

10. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{\tan(x - 2)}$ **değeri kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

KARMA TEST - 4

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{\sqrt[3]{x} + 1}{x^2 - 1} \right)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{1}{6}$

2. $\lim_{y \rightarrow -x} \left(\frac{x^3 + y^3}{x^2 - y^2} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{3y}{2}$ B) $\frac{-3x}{2}$ C) $\frac{3x}{2}$
D) $\frac{2y}{3}$ E) $\frac{3y}{2}$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 4} - \sqrt{x^2 + x + 1})$

değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

4. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\sin x - \cos x}{2 \sin x - \sqrt{2}} \right)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x} - 1} \right)$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

6. $\lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{\sin^2 x}{\cos^3 x + 1} \right)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 2

7. $\lim_{x \rightarrow 3^+} [6x + \lfloor 2x \rfloor - \operatorname{sgn}(3 - x)]$ değeri kaçtır?

- A) 21 B) 23 C) 25 D) 26 E) 30

8. $\lim_{x \rightarrow 2^+} 5^{\lfloor 2-x \rfloor}$ değeri kaçtır?

- A) 5 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{5}$

9. $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\operatorname{sgn}(4 - x^2)}{x - 2}$ değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1 E) ∞

10. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x - 3|}{3|x - 3| + 3 - x}$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) 0

KARMA TEST - 5

1. $\lim_{x \rightarrow 2^+} (|x - 2| + |x - 1| + |x|)$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 6 E) 9

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + ax + 3}) = \frac{5}{2}$

olduğuna göre, **a** kaçtır?

- A) -5 B) -2 C) -1 D) 1 E) 5

3. $\lim_{x \rightarrow 4^-} [[x + 2] + \text{sgn}(x - 4)]$ değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|4 - x^2| + |x - 2|}{x - 2}$ değeri kaçtır?

- A) -7 B) -5 C) -1 D) 2 E) 6

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x^2 + ax - 1}{x^2 - 1} \right) = k$

olduğuna göre, **k** kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) 2 E) $\frac{3}{2}$

6. $f(x) = \left(\frac{x-3}{x} \right)^{-4x}$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ kaçtır?

- A) e^{12} B) e^3 C) e^{-2} D) e^{-3} E) e^{-6}

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{4}{x+2} \right)^{x+2}$ değeri kaçtır?

- A) e^4 B) e^2 C) $\frac{1}{e^2}$ D) $\frac{1}{e^4}$ E) $\frac{1}{e^8}$

8. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sin(2x - 10)}{\frac{x}{5} - 1}$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 5 C) 10 D) 15 E) 20

9. $\lim_{x \rightarrow 5^+} \left[\frac{|x - 5|}{x - 5} + \text{sgn}(5 - x) + [2x] \right]$

değeri kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

10. $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4} + |3 - x| + \text{sgn}(x - 5)$

fonksiyonunun süreksiz olduğu kaç nokta vardır?

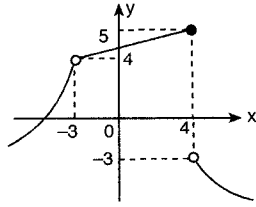
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

KARMA TEST - 6

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 2} + x)$ değeri kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) -1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

2. Grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için aşağıda verilen bilgilerden hangisi doğrudur?



- A) $f(-3) = 4$
 B) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 5$
 C) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 4$
 D) $f(x)$, $x = -3$ noktasında süreklidir.
 E) $f(x)$, $x = 4$ noktasında tanımsızdır.

3. $f: [0, 7] \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = [x] - 7$ fonksiyonunun süreksiz olduğu kaç nokta vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 3 & , x < -1 \text{ ise} \\ 3 & , x = -1 \text{ ise} \\ x^2 + 4 & , x > -1 \text{ ise} \end{cases}$$

ile tanımlanıyor. $f(x)$ fonksiyonu ile ilgili aşağıdaki önermelerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 5$ B) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 5$
 C) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 3$ D) $\lim_{x \rightarrow (-2)} f(x) = 7$
 E) f fonksiyonu $x = -1$ noktasında süreksizdir.

$$5. f(x) = \begin{cases} 5x + 1 & , x \geq 1 \text{ ise} \\ \frac{5}{x^2 + a} & , x < 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 1$ noktasında sürekli ise aşağıdaki noktalardan hangisinde süreksizdir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} (x \cdot \sin \frac{3}{x})$$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 1 C) 3 D) 6 E) ∞

$$7. f(x) = \frac{2x + 3}{x^2 - mx + 4}$$

fonksiyonu reel sayılarda sürekli bir fonksiyon olduğuna göre, m nin kaç tamsayı değeri vardır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 6x}{\sin x} \text{ değeri kaçtır?}$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 6

$$9. \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{[x] + 3}{2 + \operatorname{sgn}(x)} \text{ değeri kaçtır?}$$

A) -1 B) 0 C) 1 D) 3 E) $\frac{3}{2}$

$$10. \lim_{x \rightarrow 1} [(2x - 2) \tan \frac{\pi x}{2}]$$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) ∞ B) $\frac{2}{\pi}$ C) 0 D) $\frac{-4}{\pi}$ E) $\frac{-2}{\pi}$

KARMA TEST - 7

$$1. \quad f(x) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(x-4) & , x < 4 \text{ ise} \\ 2x+a & , x = 4 \text{ ise} \\ \left[\frac{x}{2} - 3 \right] & , x > 4 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun $x = 4$ noktasında sürekli olması için a kaç olmalıdır?

- A) -9 B) -6 C) -3 D) -2 E) -1

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - x}{x^2 - 1} + \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \right)$$

değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) ∞

$$3. \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 - 20x + 3} + 2x - 3) \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

$$4. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 4x}{2 \sin^2 x} \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

$$5. \quad \lim_{x \rightarrow -27} \left(\frac{\sqrt{a-x-6}}{\sqrt[3]{x+3}} \right) = -\frac{9}{4}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

$$6. \quad f(x) = \begin{cases} 3mx + n & , x \leq -4 \text{ ise} \\ x^2 + 3x & , -4 < x < 4 \text{ ise} \\ mx^2 - 4 & , x \geq 4 \text{ ise} \end{cases}$$

$f(x)$ fonksiyonu her x reel sayısı için sürekli olduğuna göre, $(m + n)$ toplamı kaçtır?

- A) 30 B) 25 C) 24 D) 20 E) 16

$$7. \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} \left[\frac{|x-3|}{x-3} - 4 \operatorname{sgn}(3-x) - [4-x] \right]$$

değeri kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$$8. \quad f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x^2-3} & , x > 1 \text{ ise} \\ -4 & , x = 1 \text{ ise} \\ \frac{x-1}{x^2-2} & , x < 1 \text{ ise} \end{cases} \text{ olduğuna göre,}$$

f fonksiyonu kaç noktada süreksizdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$9. \quad \lim_{x \rightarrow -1} \left[\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{1+x}\right) \right] \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) $\frac{2}{\pi}$ B) π C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) 1

$$10. \quad f(x) = \begin{cases} ax + 4 & , x > 2 \text{ ise} \\ 10 & , x = 2 \text{ ise} \\ x^2 + bx + a + 1 & , x < 2 \text{ ise} \end{cases}$$

$f(x)$ fonksiyonu $x = 2$ noktasında sürekli olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

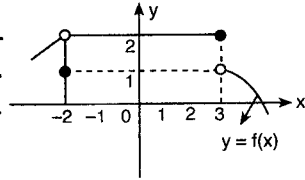
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

KARMA TEST - 8

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - |x|}{3x + |x|}$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?



- A) f fonksiyonu $x = -2$ sürekli.
 B) f fonksiyon $x = 3$ de sürekli.
 C) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2$
 D) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 2$
 E) $f(-2) = 2$

3. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\cos x)}{\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}}$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \sin\left(\frac{3\pi}{2}x\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{2}{\pi}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{\pi}$ D) 0 E) 1

5. $f(x) = \frac{x+3}{x^2+x+a}$

fonksiyonu $x = 1$ noktasında süreksiz olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) -1 E) -2

6. $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \left[\left[\tan x \right] + \operatorname{sgn}(\cos x) \right]$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

7. $f(x) = \begin{cases} ax-1 & , x > 1 \text{ ise} \\ \operatorname{sgn}(x^2+x+1) & , x = 1 \text{ ise} \\ -2x+b & , x < 1 \text{ ise} \end{cases}$

$f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasında sürekli olması için $a + b$ toplamı kaç olmalıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^2+2x-3} & , x \geq 1 \text{ ise} \\ \frac{1}{x^2+x} & , x < 1 \text{ ise} \end{cases}$

$f(x)$ fonksiyonu kaç noktada süreksizdir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

9. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\left[x + \frac{3}{2} \right] \cdot \cos \frac{\pi x}{9} \right)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^2+2x-3}$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) 2

KARMA TEST - 9

$$1. f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < -2 \text{ ise} \\ mx + n, & -2 \leq x < 2 \text{ ise} \\ x - 1, & 2 \leq x \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu, $\mathbb{R}$ de sürekli olduğuna göre, $(m + n)$ toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$2. f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{2}, & x \geq 1 \text{ ise} \\ \frac{1}{x^2-1}, & x < 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu hangi x değeri için sürekli değildir?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) -1 E) -2

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x - x}{x - e^{\sin x} + 1} \right) \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) $-\infty$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(x+1)} \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) 2 B) e C) 1 D) 0 E) $-e$

$$5. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) - 1}{x + 1} \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -2 E) -1

$$6. \lim_{x \rightarrow 3^+} ([x - 4] + \operatorname{sgn}(x - 2)) \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$7. f(x) = \frac{2x+1}{x^2 + (2a-1)x + a^2}$$

fonksiyonu her x reel sayısı için sürekli olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) 3

$$8. f(x) = \begin{cases} 2x - 5, & x > 2 \text{ ise} \\ a, & x = 2 \text{ ise} \\ x^2 + b, & x < 2 \text{ ise} \end{cases}$$

$f(x)$ fonksiyonu her x reel sayısı için sürekli olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -2 D) 2 E) 3

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{e^{\sin x} - \cos x} \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) -2 B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\ln(x+1) - x^3} \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

KARMA TEST - 10

1. $f(x) = \text{sgn}(x^2 + 3x - 4) + \lfloor x - 5 \rfloor$

fonksiyonunun sürekli olduğu küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R}$ B) $(-4, 1)$ C) $\mathbb{Z}$
D) $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$ E) $\mathbb{R} - (-4, 1)$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{\ln(x - 1)}$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{1 - \sqrt{x}}$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) $-\frac{2}{3}$ D) -1 E) $-\frac{3}{2}$

4. $f(x) = \begin{cases} 3x - 1, & x \leq 1 \text{ ise} \\ ax + b, & 1 < x < 4 \text{ ise} \\ x + 1, & x \geq 4 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu $\forall x \in \mathbb{R}$ için sürekli olduğuna göre,

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\lfloor 2x - 3 \rfloor - \text{sgn}(x^2 - 1) \right]$ değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

6. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\lfloor x - 3 \rfloor + \text{sgn}(3 - x)}{\lfloor x + 3 \rfloor}$ değeri kaçtır?

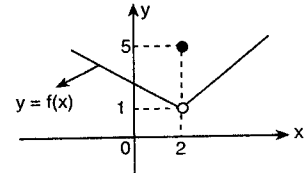
- A) $-\frac{1}{6}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a - 5)x^2 + ax + b}{bx + c} = 10$

olduğuna göre, **b** kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 5

8. $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre,



$[f(2) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)]$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. $\lim_{x \rightarrow 1} \left[x + \frac{|x - 1|}{x - 1} + \frac{1}{\text{sgn}(x - 1)} \right]$ değeri kaçtır?

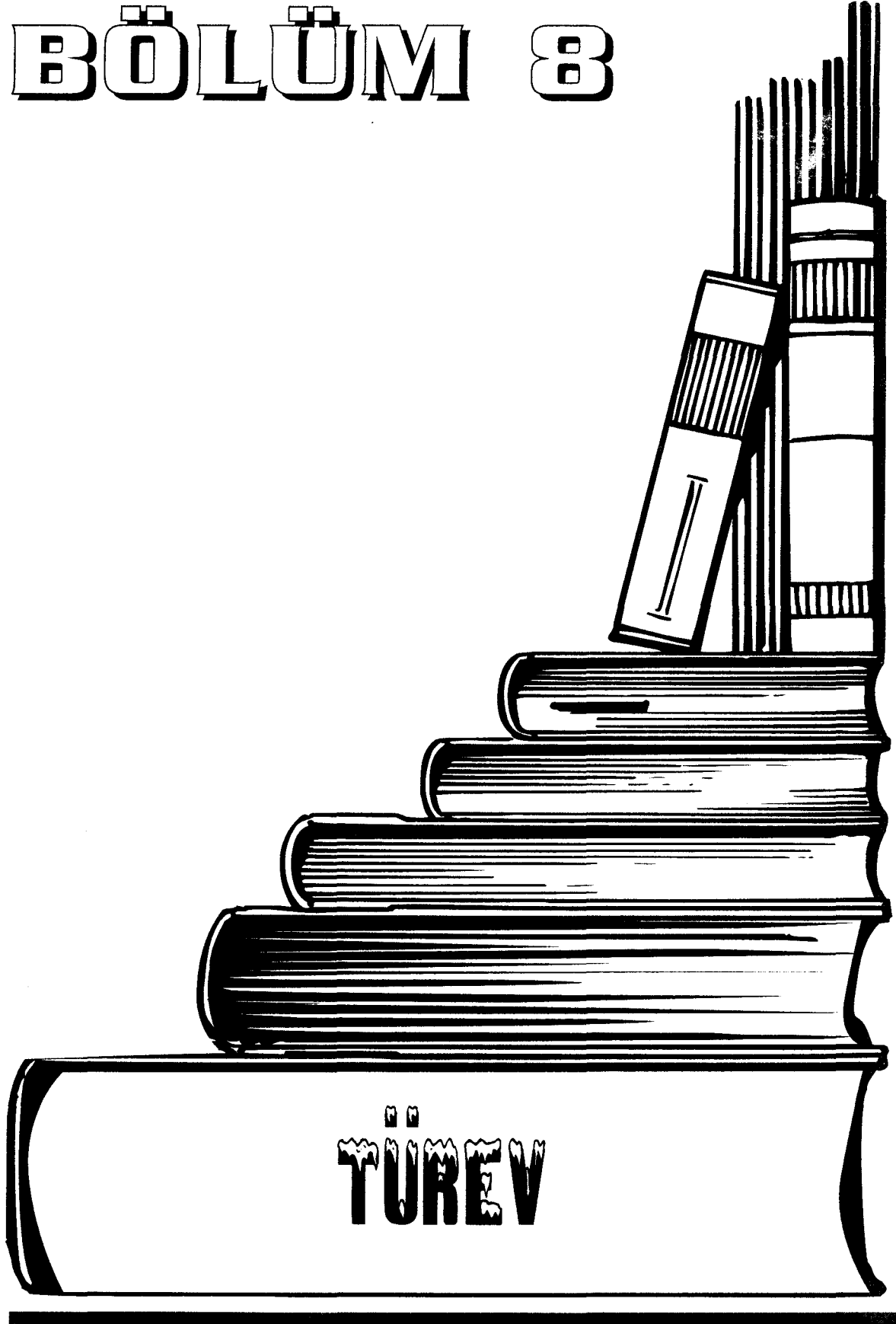
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x + 3} - \sqrt{ax - 1}}{\sqrt{2x - 5} - 1}$ ifadesinin

limitinin olması için **a** kaç olmalıdır?

- A) $\frac{8}{3}$ B) 3 C) $\frac{10}{3}$ D) 4 E) 5

BÖLÜM 8



TÜREV

$y = f(x)$ fonksiyonu için;

1) fonksiyonun x için değeri $f(x)$,

2) x in Δx kadar değişmesi sonucunda meydana gelen $x + \Delta x$ değeri için, fonksiyonun değeri $f(x + \Delta x)$ olsun.

$\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{(x + \Delta x) - (x)}$ değişmeler oranının $\Delta x \rightarrow 0$ a yaklaşırken var olan limit değerine $f(x)$ in x noktasındaki türevi denir.

$f'(x)$, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{df(x)}{dx}$, $\frac{d}{dx}f(x)$ sembolleri kullanılır. Bundan dolayı,

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \text{ ya da } f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h + x_0) - f(x_0)}{h} \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$f(x) = 4x^2 + 1$ fonksiyonu için $f'(x)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[4(x+h)^2 + 1] - (4x^2 + 1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(x^2 + 2xh + h^2) - 4x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 8xh + 4h^2 - 4x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8xh + 4h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (8x + 4h) = 8x + 4 \cdot 0 = 8x \end{aligned}$$

TÜREV KURALLARI

- 1) $f(x) = a$ ise $f'(x) = 0$, $a \in \mathbb{R}$
- 2) $f(x) = x^n$ ise $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
- 3) $A(x) = f(x) \pm g(x)$ ise $A'(x) = f'(x) \pm g'(x)$
- 4) $B(x) = a \cdot f(x)$ ise $B'(x) = a \cdot f'(x)$, $a \in \mathbb{R}$
- 5) $C(x) = f(x) \cdot g(x)$ ise $C'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
- 6) $D(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ ise $D'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$
- 7) $E(x) = \sqrt[n]{f(x)}$ ise $E'(x) = \frac{f'(x)}{n \cdot \sqrt[n]{f(x)}^{n-1}}$

ÖRNEK

$f(x) = 3x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ ise $f'(x)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f'(x) = 3 \cdot 4 \cdot x^{4-1} + 3 \cdot x^{3-1} + 2 \cdot x^{2-1} + 1 \cdot x^{1-1} + 0 = 12x^3 + 3x^2 + 2x + 1$$

ÖRNEK

$f(x) = 2x^2 - 3x$ ise $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2}{x - 2}$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

1. Yol: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 2} = \frac{0}{0}$ belirsizliği $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x+1)(x-2)}{(x-2)} = 2 \cdot 2 + 1 = 5$

2. Yol: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ olduğundan fonksiyonun $x = 2$ noktasındaki türevidir.

$f(x) = 2x^2 - 3x$ ise $f'(x) = 4x - 3 \Rightarrow f'(2) = 4 \cdot 2 - 3 = 5$

ÖRNEK

$f(x) = x^4 + 3x^3 + 2x$ ise $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$f'(x) = 4x^3 + 9x^2 + 2$ ise $f'(2) = 4 \cdot 2^3 + 9 \cdot 2^2 + 2 = 32 + 36 + 2 = 70$

ÖRNEK

$f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 1 & , x \leq 2 \\ 4x^2 + 11 & , x > 2 \end{cases}$ ise olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + 3}{x + 1} + \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 47}{x - 3}$ toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

$x = -1$ için $\Rightarrow f'(x) = 6x^2 \Rightarrow f'(-1) = 6$

$x = 3$ için $\Rightarrow f'(x) = 8x \Rightarrow f'(3) = 24$

Buna göre, $f'(-1) + f'(3) = 6 + 24 = 30$ olur.

ÖRNEK

$f(x) = (x^2 - 3x + 1)(3x^3 - 3x)$ ise $f'(-1)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$f'(x) = (x^2 - 3x + 1)' \cdot (3x^3 - 3x) + (x^2 - 3x + 1) \cdot (3x^3 - 3x)'$

$f'(x) = (2x - 3)(3x^3 - 3x) + (x^2 - 3x + 1) \cdot (9x^2 - 3)$

$f'(-1) = [2 \cdot (-1) - 3][3 \cdot (-1)^3 - 3 \cdot (-1)] + [(-1)^2 - 3 \cdot (-1) + 1][9 \cdot (-1)^2 - 3]$

$f'(-1) = -5 \cdot (-3 + 3) + (1 + 3 + 1) \cdot (9 - 3) = -5 \cdot 0 + 5 \cdot 6 = 30$

ÖRNEK

$f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{4x^3 + 1}$ olduğuna göre, $f'(1)$ değerini bulunuz.

$f'(x) = \frac{(2x^2 - 3x)'(4x^3 + 1) - (2x^2 - 3x) \cdot (4x^3 + 1)'}{(4x^3 + 1)^2} = \frac{(4x - 3)(4x^3 + 1) - (2x^2 - 3x)(12x^2)}{(4x^3 + 1)^2}$

$f'(1) = \frac{(4 - 3)(4 + 1) - (2 - 3)(12)}{(4 + 1)^2} = \frac{5 + 12}{25} = \frac{17}{25}$

ÖRNEK

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{x+1} \cdot \sqrt{\frac{x+1}{2x-1}} \text{ olduğuna göre, } f'(1) \text{ değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(3x^2 - 4x)(x+1) - (x^3 - 2x^2)1}{(x+1)^2} \cdot \sqrt{\frac{x+1}{2x-1}} + \frac{x^3 - 2x^2}{x+1} \cdot \frac{1 \cdot (2x-1) - (x+1) \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{\frac{x+1}{2x-1}}} \\ f'(1) &= \frac{(3 - 4)2 - (1 - 2)}{(1+1)^2} \cdot \sqrt{\frac{1+1}{2-1}} + \frac{1-2}{1+1} \cdot \frac{(2-1)^2}{2 \cdot \sqrt{\frac{1+1}{2-1}}} = \frac{-2+1}{4} \cdot \sqrt{2} + \frac{-1}{2} \cdot \frac{-3}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{-\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{4\sqrt{2}} = \frac{-2+3}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{8} \end{aligned}$$

ÖRNEK

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[4]{x} + \sqrt{x} \text{ ise } f'(x) \text{ değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$f'(x) = \frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}} + \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2x}{3x\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

ÖRNEK

$$f(x) = (3x + 5)^3 \text{ olduğuna göre, } f'(-1) \text{ değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3(3x + 5)^2 \cdot 3 \\ f'(-1) &= 3[3(-1) + 5]^2 \cdot 3 = 3(2)^2 \cdot 3 = 36 \end{aligned}$$

ÖRNEK

$$f(x) = \frac{2}{(2x-1)^4} \text{ olduğuna göre, } f'(x) \text{ değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$f(x) = 2(2x - 1)^{-4} \text{ şeklinde yazılırsa,}$$

$$f'(x) = 2(-4)(2x - 1)^{-5} \cdot 2$$

$$= -16(2x - 1)^{-5} = -\frac{16}{(2x - 1)^5} \text{ olur.}$$

TEST - 1

1. $f(x) = x^2 + 1$ olduğuna göre, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-x$ B) x C) $2x$ D) $4x$ E) x^2

2. $f(x) = 3x^2 + x$ olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

3. $f(x) = x \cdot |x|$ olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 4}{x - 2}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

4. $f(x+1) = x^2 + 2x$ olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 8}{x - 3}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 15 B) 12 C) 9 D) 6 E) 3

5. $f(x) = x^3$ olduğuna göre,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \cdot \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 8}{x - 2}$$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 6 B) 18 C) 24 D) 27 E) 36

6. $f(x) = x^3 + 3x^2$ olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{9x - 9}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 9 B) 6 C) 3 D) 2 E) 1

7. $f(x) = \sqrt[4]{x^3}$ olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 81} \frac{f(x) - 27}{x - 81}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 4

8. $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3 & , x \geq 1 \text{ ise} \\ 4x - 1 & , x < 1 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 11}{x - 2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 1}{x}$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 16 B) 12 C) 8 D) 4 E) 2

9. $f(x) = \begin{cases} x^3 + 3x & , x \geq 0 \text{ ise} \\ x^2 - 1 & , x < 0 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x + 1} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 4}{x - 1}$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

10. $f(x) = \begin{cases} 3x & , x \geq -1 \text{ ise} \\ 4x^2 & , x < -1 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - 16}{x + 2} \cdot \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 6}{x - 2}$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -48 B) -36 C) -12 D) 12 E) 48

TEST - 2

1. $f(x) = x^2 + 3x + 2$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

2. $f(x) = \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + 1$

olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $f(x) = 8x^{\frac{1}{2}} - 16x^{\frac{3}{2}} + 8x^{-\frac{1}{2}}$

olduğuna göre, $f'(4)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{93}{2}$ B) -46 C) $-\frac{91}{2}$ D) -45 E) $-\frac{89}{2}$

4. $f(x) = \frac{4}{x^4} - \frac{3}{x^3} + \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x}$

olduğuna göre, $f'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{32}$ B) $-\frac{1}{16}$ C) $-\frac{1}{8}$ D) $-\frac{3}{16}$ E) $-\frac{1}{4}$

5. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

olduğuna göre, $f'(1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sqrt{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

6. $f(x) = \sqrt{3x^2 + 2x}$

olduğuna göre, $f'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3}{4}$ B) 1 C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{7}{4}$

7. $f(x) = \sqrt[3]{2x^4 + x^3 + 2x + 2}$

olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $f(x) = \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x}$

olduğuna göre, $f'(1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{19}{12}$ B) $\frac{23}{12}$ C) $\frac{25}{12}$ D) $\frac{27}{4}$ E) $\frac{29}{12}$

9. $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x}} + \sqrt{x}$

olduğuna göre, $f'(4)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{32}$ E) $\frac{1}{64}$

10. $f(x) = \sqrt[5]{x^2 + 2x + 1}$

olduğuna göre, $f'(0)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{5}$

TEST - 3

1. $f(x) = (x + 1)^3$ olduğuna göre, $f'(-2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6
2. $f(x) = (x^2 + 2x)^5$ olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 5 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0
3. $f(x) = (x^2 - 2x)(x + 1)$ olduğuna göre, $f'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12
4. $f(x) = (\frac{2}{5}x^5 + \frac{3}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 4x) \cdot (x^7 - 7x)$ olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) -6 B) -4 C) -2 D) 2 E) 6
5. $f(x) = (x - 1)^2(x + 1)^3$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
6. $f(x) = (2x^3 - 2x^2 + 2x)(3x^2 + 3)^2$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 36 B) 30 C) 24 D) 18 E) 12
7. $f(x) = \frac{5x + 2}{3x - 4}$ olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 26 B) 13 C) 1 D) -13 E) -26
8. $f(x) = \frac{5x^3 - 10x^2 + x}{3x^2 - 11}$ olduğuna göre, $f'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1
9. $f(x) = \frac{(x^2 + 2x + 1)}{x^2 + 1}$ olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 6 B) 4 C) 2 D) 0 E) -6
10. $f(x) = \frac{(2x^3 - x^2 + 4)}{(x + 1)^2}$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{3}{4}$ D) -1 E) $-\frac{5}{4}$

TEST - 4

1. $f(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$

olduğuna göre, $f'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -16 B) -12 C) -8 D) -4 E) 4

2. $g(3) = 6$, $g'(3) = 8$ ve $f(x) = \frac{g(x)}{x}$

olduğuna göre, $f'(3)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

3. $f(x) = \left(\frac{x}{x^2+1}\right)^3$

olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

4. $f(x) = \frac{(x+1)^4}{2x-1}$

olduğuna göre, $f'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 9 B) 12 C) 18 D) 36 E) 72

5. $f(x) = \frac{5x+3}{(4x^2-3)^3}$

olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 37 B) 29 C) 0 D) -31 E) -43

6. $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x+1}}$

olduğuna göre, $f'(0)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\sqrt{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$
D) $-\frac{\sqrt{2}}{8}$ E) $-\frac{\sqrt{2}}{16}$

7. $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 2}$

olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{8}{3}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) -1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

8. $f(x) = \frac{2x^2-1}{\sqrt{5-x^2}}$

olduğuna göre, $f'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

9. $f(x) = \sqrt{\frac{3x^3-7x}{x^2-3x-3}}$

olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 8 B) 9,5 C) 10 D) 10,5 E) 12

10. $f(x) = 3 \cdot (2x-1)^{-4}$

olduğuna göre, $f'(1,5)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) $-\frac{3}{4}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLARIN TÜREVLERİ

Parçalı ve parçalı hale getirilebilen fonksiyonların (mutlak değer, signum, tam değer) türevleri hesaplanırken, limite olduğu gibi, kritik noktalarda fonksiyonun sağdan soldan türev değerlerine bakılır. Türev değerlerini hesaplamadan önce, fonksiyonların sürekliliği incelenir. Fonksiyon süreksiz ise türevi yoktur. Fonksiyon sürekli ise türevinin varlığı, sağdan soldan türev değerlerine bakılarak anlaşılır.

1. PARÇALI OLARAK TANIMLANAN FONKSİYONLARIN TÜREVİ**ÖRNEK**

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & , x < 1 \text{ ise} \\ -x - 1 & , x \geq 1 \text{ ise} \end{cases} \text{ biçiminde tanımlanan } f \text{ fonksiyonunun}$$

$x = 0$, $x = 1$, $x = 2$ noktalarındaki türevlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$x = 0$ ($x < 1$) ve $x = 2$ ($x \geq 1$) noktaları kritik noktalar olmadığı için;

$$x = 0 \text{ için } f(x) = x^2 - 3x \Rightarrow f'(x) = 2x - 3 \Rightarrow f'(0) = 2 \cdot 0 - 3 = -3$$

$$x = 2 \text{ için } f(x) = -x - 1 \Rightarrow f'(x) = -1 \Rightarrow f'(2) = -1$$

$x = 1$ noktası kritik nokta olduğu için, önce sürekliliğe bakılır.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (-x - 1) = -1 - 1 = -2, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 - 3x) = 1 - 3 \cdot 1 = -2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = -2 \text{ olduğundan } x = 1 \text{ noktasında } f \text{ fonksiyonu süreklidir.}$$

$x = 1$ için,

$$f'(x^+) = (-x - 1)' = -1 = f'(1^+), \quad f'(x^-) = (x^2 - 3x)' = 2x - 3 \Rightarrow f'(1^-) = 2 \cdot 1 - 3 = -1$$

$$\Rightarrow f'(1^-) = f'(1^+) = -1 \text{ olduğundan } f'(1) = -1 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$$f(x) = \begin{cases} x^4 - x^3 + 1 & , x \geq 2 \text{ ise} \\ 2x^2 + 1 & , x < 2 \text{ ise} \end{cases} \text{ biçiminde tanımlanan } f \text{ fonksiyonu için } f'(2) \text{ değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

f fonksiyonu için $x = 2$ kritik noktadır.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^4 - x^3 + 1) &= 2^4 - 2^3 + 1 = 16 - 8 + 1 = 9 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} (2x^2 + 1) &= 2 \cdot 2^2 + 1 = 2 \cdot 4 + 1 = 9 \end{aligned} \right\} f \text{ fonksiyonu } x = 2 \text{ noktasında süreklidir.}$$

$$\left. \begin{aligned} f'(x^+) &= 4x^3 - 3x^2 \Rightarrow f'(2^+) = 4 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2 = 32 - 12 = 20 \\ f'(x^-) &= 4x \Rightarrow f'(2^-) = 4 \cdot 2 = 8 \end{aligned} \right\} f'(2^+) \neq f'(2^-) \text{ olduğundan } x = 2 \text{ noktasında fonksiyonun türevi yoktur.}$$

2. MUTLAK DEĞER FONKSİYONUNUN TÜREVİ

Mutlak değerli fonksiyonlar için, kritik noktalarda fonksiyon sürekli olduğu halde türevli olmayabilir.

ÖRNEK

$f(x) = |x^2 - 2x - 8|$ fonksiyonu için $f'(-2)$, $f'(0)$, $f'(5)$ değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

★ $f(x) = |(x - 4)(x + 2)|$ olduğundan $x = -2$ noktası kritik noktadır. Fonksiyonun bu noktada türevi yoktur.

★ $x = 0$ için mutlak değer ifadesinin içi negatif olur. Bundan dolayı $f(x) = -x^2 + 2x + 8$ yazılabilir.

$$f'(x) = -2x + 2 \Rightarrow f'(0) = -2 \cdot 0 + 2 = 2$$

★ $x = 5$ için mutlak değer ifadesinin içi pozitif olur. Bundan dolayı $f(x) = x^2 - 2x - 8$ yazılabilir.

$$f'(x) = 2x - 2 \Rightarrow f'(5) = 2 \cdot 5 - 2 = 10 - 2 = 8$$

ÖRNEK

$f(x) = |x^2 - 9| \cdot x + 4x^2$ fonksiyonu için $f'(-1)$, $f'(-3)$, $f'(4)$ değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

★ $x = -1$ için $f(x) = (-x^2 + 9)x + 4x^2 = -x^3 + 9x + 4x^2 \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 8x + 9 \Rightarrow f'(-1) = -3 - 8 + 9 = -2$

★ $x = -3$ kritik nokta olduğundan türev yoktur.

★ $x = 4$ için $f(x) = (x^2 - 9)x + 4x^2 = x^3 + 4x^2 - 9x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 8x - 9 \Rightarrow f'(4) = 3 \cdot 16 - 32 - 9 = 7$

3. SIGNUM (İŞARET) FONKSİYONUNUN TÜREVİ

Signum fonksiyonu için kritik noktalarda fonksiyon genelde süreksizdir ve türev yoktur.

ÖRNEK

$f(x) = \text{sgn}(x^2 - x - 2)$ fonksiyonu için $f'(-1)$, $f'(1)$, $f'(2)$ değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

★ $x = -1$ kritik nokta olduğundan türev yoktur.

★ $x = 1$ için $x^2 - x - 2 < 0$ olduğundan $f(x) = -1$ olur. $f'(x) = 0$

★ $x = 2$ kritik nokta olduğundan türev yoktur.

ÖRNEK

$f(x) = x^3 \cdot \text{sgn}(x^2 - 1) + x^4$ fonksiyonu için $f'(-1)$ ve $f'(2)$ değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

★ $x = -1$ kritik nokta olduğundan türev yoktur.

★ $x = 2$ için $x^2 - 1 > 0$ olduğundan $f(x) = x^3 \cdot 1 + x^4 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 4x^3 \Rightarrow f'(2) = 3 \cdot 4 + 4 \cdot 8 = 44$

4. TAMDEĞER FONKSİYONUNUN TÜREVİ

Tamdeğer fonksiyonu için, kritik noktalarda fonksiyon genelde süreksizdir ve türevi yoktur.

ÖRNEK

$f(x) = [x + 1]$ fonksiyonu için $f'(1)$ ve $f'(\frac{1}{2})$ değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

★ $x = 1$ için $(x + 1) \in \mathbb{Z}$ olduğundan kritik noktadır. Türev yoktur.

★ $x = \frac{1}{2}$ için $(x + 1) \notin \mathbb{Z}$ olduğundan $f(x) = \left[\frac{1}{2} + 1 \right] = \left[\frac{3}{2} \right] = 1 \Rightarrow f'(x) = 0$

ÖRNEK

$f(x) = x^2 \cdot \left[\frac{x}{2} + 3 \right] + x^3$ fonksiyonu için $f'(2)$ ve $f'(3)$ değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

★ $x = 2$ için $(\frac{x}{2} + 3) \in \mathbb{Z}$ olduğundan türev yoktur.

★ $x = 3$ için $(\frac{x}{2} + 3) \notin \mathbb{Z}$ olduğundan $f'(x) = 2x \cdot \left[\frac{x}{2} + 3 \right] + 3x^2 \Rightarrow f'(3) = 6 \cdot 4 + 3 \cdot 9 = 24 + 27 = 51$

ÖRNEK

$f(x) = 3x^2 - 2x + |x + 1| + x \operatorname{sgn}(x - 2) + x^2 \cdot \left[\frac{x}{2} + 1 \right]$ fonksiyonu için $f'(1)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$x = 1$ için $|x + 1| > 0 \Rightarrow |x + 1| = x + 1$, $(x - 2) < 0 \Rightarrow \operatorname{sgn}(x - 2) = -1$, $\left[\frac{x}{2} + 1 \right] = \left[\frac{1}{2} + 1 \right] = 1$

$f(x) = 3x^2 - 2x + x + 1 + x \cdot (-1) + x^2 \cdot 1 = 4x^2 - 2x + 1 \Rightarrow f'(x) = 8x - 2 \Rightarrow f'(1) = 8 - 2 = 6$

ÖRNEK

$f: [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} + |x^2 - 4x + 3| + \left[\frac{x}{2} + 3 \right] + \operatorname{sgn}(x^2 - x - 6)$

fonksiyonunun türevsiz olduğu noktaları bulunuz.

ÇÖZÜM

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$|x^2 - 4x + 3| = |(x - 3)(x - 1)| \Rightarrow x = 3, x = 1$$

$$\left[\frac{x}{2} + 3 \right] \Rightarrow x = 2, x = 0, x = -2$$

$$\operatorname{sgn}(x^2 - x - 6) = \operatorname{sgn}((x - 3)(x + 2)) \Rightarrow x = 3, x = -2$$

$\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ noktalarında fonksiyon türevsizdir. Ancak 3 sayısı verilen aralıkta olmadığından aranan küme, $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ olur.

TEST - 5

1. $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x & , x < 1 \text{ ise} \\ 2x^4 + 3 & , x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $f'(1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) Türev yoktur.

2. $f(x) = \begin{cases} 2x^3 & , x > 0 \text{ ise} \\ -2x^2 & , x \leq 0 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $f'(0)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -4 B) -2 C) 0
D) 2 E) Türev yoktur.

3. $f(x) = \begin{cases} 2x^4 - 3x^2 & , x \leq 2 \text{ ise} \\ 5x^3 - 8x - 4 & , x > 2 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $f'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 52 B) 48 C) 44
D) 40 E) Türev yoktur.

4. $f(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 & , x < -1 \text{ ise} \\ x^4 + 5x + 4 & , x \geq -1 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) 0 C) 1
D) 2 E) Türev yoktur.

5. $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x < 1 \text{ ise} \\ 2x & , x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $f'(1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2 B) 1 C) 0
D) -1 E) Türev yoktur.

6. $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3 & , x < -1 \text{ ise} \\ x^4 - 1 & , x \geq -1 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -4 B) -2 C) -1
D) 0 E) Türev yoktur.

7. $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2 & , x < 2 \text{ ise} \\ x^3 + 2 & , x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $f'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 4 B) 6 C) 10
D) 12 E) Türev yoktur.

8. $f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & , x < -2 \text{ ise} \\ -3x^2 + 3 & , x \geq -2 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $f'(-2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 12 B) 10 C) 9
D) 8 E) Türev yoktur.

9. $f(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 + x & , x < -3 \text{ ise} \\ x^3 + 6 & , x \geq -3 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $f'(-3)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -27 B) -21 C) 21
D) 27 E) Türev yoktur.

10. $f(x) = \begin{cases} x^7 + x + 1 & , x \leq -1 \text{ ise} \\ -x^8 + 3 & , x > -1 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 8 B) 2 C) -1
D) -2 E) Türev yoktur.

4. TAMDEĞER FONKSİYONUNUN TÜREVİ

Tamdeğer fonksiyonu için, kritik noktalarda fonksiyon genelde süreksizdir ve türevi yoktur.

ÖRNEK

$f(x) = [x + 1]$ fonksiyonu için $f'(1)$ ve $f'(\frac{1}{2})$ değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

★ $x = 1$ için $(x + 1) \in \mathbb{Z}$ olduğundan kritik noktadır. Türev yoktur.

★ $x = \frac{1}{2}$ için $(x + 1) \notin \mathbb{Z}$ olduğundan $f(x) = \left[\frac{1}{2} + 1\right] = \left[\frac{3}{2}\right] = 1 \Rightarrow f'(x) = 0$

ÖRNEK

$f(x) = x^2 \cdot \left[\frac{x}{2} + 3\right] + x^3$ fonksiyonu için $f'(2)$ ve $f'(3)$ değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

★ $x = 2$ için $(\frac{x}{2} + 3) \in \mathbb{Z}$ olduğundan türev yoktur.

★ $x = 3$ için $(\frac{x}{2} + 3) \notin \mathbb{Z}$ olduğundan $f(x) = x^2 \cdot \left[\frac{3}{2} + 3\right] + x^3 = 4x^2 + x^3 \Rightarrow f'(x) = 8x + 3x^2$
 $\Rightarrow f'(3) = 8 \cdot 3 + 3 \cdot 9 = 51$

ÖRNEK

$f(x) = 3x^2 - 2x + |x + 1| + x \operatorname{sgn}(x - 2) + x^2 \cdot \left[\frac{x}{2} + 1\right]$ fonksiyonu için $f'(1)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$x = 1$ için $|x + 1| > 0 \Rightarrow |x + 1| = x + 1$, $(x - 2) < 0 \Rightarrow \operatorname{sgn}(x - 2) = -1$, $\left[\frac{x}{2} + 1\right] = \left[\frac{1}{2} + 1\right] = 1$

$f(x) = 3x^2 - 2x + x + 1 + x \cdot (-1) + x^2 \cdot 1 = 4x^2 - 2x + 1 \Rightarrow f'(x) = 8x - 2 \Rightarrow f'(1) = 8 - 2 = 6$

ÖRNEK

$f: (-3, 3) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} + |x^2 - 4x + 3| + \left[\frac{x}{2} + 3\right] + \operatorname{sgn}(x^2 - x - 6)$

fonksiyonunun türevsiz olduğu noktaları bulunuz.

ÇÖZÜM

★ $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

★ $|x^2 - 4x + 3| = |(x - 3)(x - 1)| \Rightarrow x = 3, x = 1$

★ $\left[\frac{x}{2} + 3\right] \Rightarrow x = 2, x = 0, x = -2$

★ $\operatorname{sgn}(x^2 - x - 6) = \operatorname{sgn}((x - 3)(x + 2)) \Rightarrow x = 3, x = -2$

★ $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ noktalarında fonksiyon türevsizdir. Ancak 3 sayısı tanım kümesi olarak verilen $(-3, 3)$ aralığında olmadığı için aranan küme, $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ olur.

TEST - 7

1. $f(x) = \text{sgn}(x - 1)$ olduğuna göre, $f'(3)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) 0 C) 1
D) 2 E) Türev yoktur

2. $f(x) = \text{sgn}(2x + 1)$ olduğuna göre, $f'(-2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -3 B) -1 C) 0
D) 2 E) Türev yoktur

3. $f(x) = \text{sgn}(6 - 3x)$ olduğuna göre, $f'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -3 B) 0 C) 1
D) 2 E) Türev yoktur

4. $f(x) = \text{sgn}(x^2 + 6x + 8)$ olduğuna göre, $f'(4)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 14 B) 8 C) 6
D) 0 E) Türev yoktur

5. $f(x) = \text{sgn}(x^2 - 3x + 1)$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) 0 C) 1
D) 3 E) Türev yoktur

6. $f(x) = \text{sgn}(x^2 + x + 1)$ olduğuna göre, $f'(-19)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -19 B) -1 C) 0
D) 3 E) Türev yoktur

7. $f(x) = 3x \cdot \text{sgn}(x^2 - 1)$ olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -3 B) -1 C) 0
D) 3 E) Türev yoktur

8. $f(x) = (x^3 + 1) \cdot \text{sgn}(x^3 - 1)$ olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -3 B) -2 C) -1
D) 0 E) Türev yoktur

9. $f(x) = (3x^2 - 2x) \cdot \text{sgn}(x^2 - 9) - x^2$ olduğuna göre, $f'(4)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 22 B) 14 C) 12
D) 0 E) Türev yoktur

10. $f(x) = (x^4 + x^3 + x + 1) \cdot \text{sgn}(x^4 + x^3 + x + 1)$ olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) 2 C) 1
D) 0 E) Türev yoktur

TEST - 8

1. $f(x) = [|x|]$ olduğuna göre, $f'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 3 B) 2 C) 1
D) 0 E) Türev yoktur.
2. $f(x) = [|x + 1|]$ olduğuna göre, $f'(\frac{1}{2}) + f'(-\frac{3}{2})$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) -1 B) 0 C) 1
D) 2 E) Türev yoktur.
3. $f(x) = [|3x - 5|]$ olduğuna göre, $f'(-\frac{1}{3})$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) -6 B) -5 C) 0
D) 6 E) Türev yoktur.
4. $f(x) = \left\lfloor \frac{x}{2} + 1 \right\rfloor$ olduğuna göre, $f'(3) + f'(5)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 5 B) 3 C) 2
D) 0 E) Türev yoktur.
5. $f(x) = 3x^3 \cdot \left\lfloor \frac{x}{3} - 3 \right\rfloor$ olduğuna göre, $f'(1) + f'(-1)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) -81 B) -72 C) -63 D) -54 E) 18
6. $f(x) = (2x^2 + 5x) \cdot \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$ olduğuna göre, $f'(3) + f'(-1)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 33 B) 32 C) 18 D) 17 E) 16
7. $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + [|x^2|]$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 8 B) 7 C) 1
D) 0 E) Türev yoktur.
8. $f(x) = |x + 1| + x \cdot \left\lfloor \frac{x}{2} - 3 \right\rfloor + x^2 \cdot \text{sgn}(x^2 - 1)$ olduğuna göre, $f'(3)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 7 B) 6 C) 5 D) 3 E) 1
9. $f(x) = x^4 \cdot |x^3 - 5x^2| + x^3 \cdot \left\lfloor \frac{x^2}{2} - 2 \right\rfloor + x^2 \cdot \text{sgn}(x^2 - 3)$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18
10. $f(x) = 2x^3 \cdot [|x + 2|] + x^2 \cdot \text{sgn}(x^2 - x) + x \cdot |x^2 - 3x|$ olduğuna göre, $f'(\frac{1}{2})$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\frac{21}{4}$ B) 5 C) $\frac{19}{4}$ D) $\frac{17}{4}$ E) $\frac{15}{4}$

TEST - 9

1. $f(x) = \begin{cases} x^3 + a, & x < 0 \text{ ise} \\ x^2 + b, & x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$ biçiminde tanımlanan

f fonksiyonunun $x = 0$ noktasında türevli olması için **a ile b arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?**

- A) $a^3 = b^2$ B) $b^3 = a^2$ C) $a + b > 0$
D) $a + b < 0$ E) $a = b$

2. $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax, & x \leq 1 \text{ ise} \\ x^3 + x + b, & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$ biçiminde tanımlanan

f fonksiyonunun $x = 1$ noktasında türevli olması için **a + b toplamı kaç olmalıdır?**

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

3. $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 + bx + c, & x \geq 0 \text{ ise} \\ dx^2 + ex + f, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$ biçiminde

tanımlanan f fonksiyonunun $x = 0$ noktasında türevli olması için **(b + 2c - e - 2f - 2) işleminin sonucu kaç olmalıdır?**

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $f(x) = \begin{cases} 5x^3 - ax^2 - 11, & x < 2 \text{ ise} \\ 4x^2 + bx - 51, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlanan f fonksiyonunun $x = 2$ noktasında türevli olması için **b - a farkı kaç olmalıdır?**

- A) 14 B) 18 C) 24 D) 26 E) 30

5. $f(x) = |x - 1| + \operatorname{sgn}(x^2 - 4)$ fonksiyonunun türevinin olmadığı noktaların apsisi toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 1 E) 0

6. $f(x) = |x^2 - 3x - 1| + \operatorname{sgn}(x^2 - 5x - 7)$ fonksiyonunun türevinin olmadığı noktaların apsisi toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

7. $f(x) = \frac{x^2 - 5x}{x + 5} + |x^2 + x + 1| + \operatorname{sgn}(x^2 + 6x + 5)$

fonksiyonunun türevsiz olduğu kaç farklı nokta vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = x \cdot \left[\frac{x}{2} + 3 \right] + \frac{1}{x^2 - 4} + \operatorname{sgn}(x^2 - 9) + |x^2 - 5x - 6|$$

fonksiyonunun türevsiz olduğu kaç farklı nokta vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. $f: [-4, 4] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^2 + \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2} + |x^2 - 5| + \operatorname{sgn}(x^2 - 3) + \left[\frac{x^2}{3} \right]$$

fonksiyonunun türevsiz olduğu kaç farklı nokta vardır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

10. $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = |x^2 - x - 2| + \operatorname{sgn}(x^2 - x - 6) + [13x]$$

fonksiyonunun türevsiz olduğu kaç farklı nokta vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

BİLEŞKE FONKSİYONUN TÜREVİ

f ve g fonksiyonlarının bileşkesinin türevi;

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) \quad \text{şeklinde hesaplanır.}$$

ÖRNEK

$f(x) = x^3 + x^2 + 1$, $g(x) = 3x^2 - 2x$ ise $(f \circ g)'(1)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$(f \circ g)'(1) = f'(g(1)) \cdot g'(1)$$

$$g(1) = 3 - 2 = 1, g'(x) = 6x - 2 \Rightarrow g'(1) = 6 - 2 = 4, f'(x) = 3x^2 + 2x \Rightarrow f'(g(1)) = f'(1) = 3 + 2 = 5$$

$$(f \circ g)'(1) = f'(g(1)) \cdot g'(1) = 5 \cdot 4 = 20$$

ÖRNEK

$f(x^3 + 2x^2 + 2x) = 2x^3 + 4x^2 + 1$ ise $f'(-1)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

Her iki tarafın türevi alınır;

$$f'(x^3 + 2x^2 + 2x) \cdot (3x^2 + 4x + 2) = 6x^2 + 8x \quad (x^3 + 2x^2 + 2x = -1 \Rightarrow x = -1)$$

$$x = -1 \Rightarrow f'(-1) \cdot (3 - 4 + 2) = 6 - 8 \quad \text{ise } f'(-1) \cdot 1 = -2 \Rightarrow f'(-1) = -2$$

ÖRNEK

$f(2x + 1) \cdot g(x^2 + 3) = 4x^2$, $f(3) = 4$, $g'(4) = -1$ ise $f'(3)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$x = 1 \Rightarrow f(3) \cdot g(4) = 4 \Rightarrow 4 \cdot g(4) = 4 \Rightarrow g(4) = 1 \text{ olur.}$$

Her iki tarafın türevi alınır;

$$f'(2x + 1) \cdot 2 \cdot g(x^2 + 3) + f(2x + 1) \cdot g'(x^2 + 3) \cdot 2x = 8x$$

$$x = 1 \Rightarrow f'(3) \cdot 2 \cdot g(4) + f(3) \cdot g'(4) \cdot 2 = 8$$

$$f'(3) \cdot 2 \cdot 1 + 4 \cdot (-1) \cdot 2 = 8 \Rightarrow 2 \cdot f'(3) = 16 \Rightarrow f'(3) = 8$$

TERS FONKSİYONUN TÜREVİ

f nin ters fonksiyonunun türevi;

$$f(x) = g(x) \Rightarrow f^{-1}(g(x)) = x \Rightarrow (f^{-1})'(g(x)) \cdot g'(x) = 1 \quad \text{eşitliğinden yararlanılarak hesaplanır.}$$

ÖRNEK

$f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x$ ise $(f^{-1})'(-2)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f^{-1}(x^3 + 2x^2 + 3x) = x$$

$$(f^{-1})'(x^3 + 2x^2 + 3x) \cdot (3x^2 + 4x + 3) = 1 \quad (x^3 + 2x^2 + 3x = -2 \Rightarrow x = -1)$$

$$x = -1 \Rightarrow (f^{-1})'(-2) \cdot 2 = 1 \Rightarrow (f^{-1})'(-2) = \frac{1}{2}$$

ÖRNEK

$f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = x + 3$ ise $(f \circ g^{-1})'(1)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$(f \circ g^{-1})'(1) = f'(g^{-1}(1)) \cdot (g^{-1})'(1)$$

$$g(x) = x + 3 \Rightarrow g^{-1}(x) = x - 3 \Rightarrow g^{-1}(1) = -2$$

$$g^{-1}(x) = x - 3 \Rightarrow (g^{-1})'(x) = 1 \Rightarrow (g^{-1})'(1) = 1$$

$$f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'(g^{-1}(1)) = f'(-2) = -4$$

$$(f \circ g^{-1})'(1) = f'(g^{-1}(1)) \cdot (g^{-1})'(1) = -4 \cdot 1 = -4$$

NOT:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$$

ÖRNEK

$y = (u-1)^3$, $u = \sqrt{t}$, $t = \frac{x+1}{x-1}$ ise $\frac{dy}{dx}$ in $x = \frac{5}{4}$ için değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = 3(u-1)^2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{t}} \cdot \frac{x-1-x-1}{(x-1)^2} \quad \left(\begin{array}{l} x = \frac{5}{4} \\ t = 9 \\ u = 3 \end{array} \right) \Rightarrow 3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2 \cdot 3} \cdot \frac{-2}{16} = -4 \cdot 16 = -64$$

ÖRNEK

$y = |u^3 - u^2|$, $u = \frac{t^2}{2} \cdot \text{sgn}(t-1)$, $t = x^2 \left[\frac{x}{2} + 2 \right]$ ise $\frac{dy}{dx}$ in $x = 1$ için değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = (3u^2 - 2u) \cdot \frac{2t}{2} \cdot 2 \cdot 2x \quad \left(\begin{array}{l} x = 1 \\ t = 2 \\ u = 2 \end{array} \right) \Rightarrow (3 \cdot 4 - 2 \cdot 2) \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 8 \cdot 2 \cdot 1 = 16$$

TÜREVİN GEOMETRİK ANLAMI

Bir fonksiyonun herhangi bir noktadaki türevi, o noktadan çizilen teğetin eğimine eşittir. Fonksiyonun eğriliğinin bir ölçüsüdür.

ÖRNEK

$f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x$ fonksiyonunun $x = -1$ apsisli noktasından çizilen teğetin ve normalin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$m_T = f'(-1) \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 6x + 2 \Rightarrow f'(-1) = 3 - 6 + 2 = -1 = m_T, m_N = 1 \quad (m_T \cdot m_N = -1)$$

$$x = -1 \Rightarrow f(-1) = -1 + 3 - 2 = 0 \Rightarrow (-1, 0)$$

Teğet denklemi

$$m_T \cdot (x - x_0) = y - y_0$$

$$-1(x + 1) = y - 0$$

$$y = -x - 1$$

Normal denklemi

$$m_N(x - x_0) = y - y_0$$

$$1(x + 1) = y - 0$$

$$y = x + 1$$

TEST - 10

1. $f(x) = x^2 + 3x$, $g(x) = x^3 + 1$ olduğuna göre, $(f \circ g)'(1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 24 B) 21 C) 18 D) 15 E) 12
2. $f(x) = 3x^2 + x$, $g(x) = 4x^6 + 5x$ olduğuna göre, $(f \circ g)'(0)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5
3. $f(x) = x^3 - 2x^2$, $g(x) = |x^2 - x - 6|$ olduğuna göre, $(g \circ f)'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) -4 B) -1 C) 4 D) 5 E) 6
4. $f(x) = 2x^2 \cdot \text{sgn}(x^2 - x)$, $g(x) = x[|x + 3|]$ olduğuna göre, $(f \circ g)'(\frac{1}{2})$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 18 B) 16 C) 12 D) 8 E) 4
5. $f(x) = |x^2 - 1| + x$, $g(x) = x^3 \cdot \text{sgn}(x + 2) + 1$ olduğuna göre, $(f \circ g)'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2
6. $f(x + 1) = x^3 + x^2 - x + 4$ olduğuna göre, $f'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
7. $f(3x + 2) = 3x^2 - 9x + 4$ olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) -5 B) -3 C) -1 D) 3 E) 5
8. $f(x^2 + 2) \cdot g(x + 1) = 3x^2 + 4$, $g'(2) = -15$, $f(3) = 1$ olduğuna göre, $f'(3)$ değeri kaçtır?
- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$
9. $f(x^2 + 2x) = 2 \cdot g(3x - 1)$, $g'(2) = 2$ olduğuna göre, $f'(3)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9
10. f ve g reel sayılarda türevli iki fonksiyondur. $f'(2) = 3$, $f(2) = 2$, $g'(2) = 3$ olduğuna göre, $(g \circ f)'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 9 B) 6 C) 3 D) 2 E) $\frac{3}{2}$

TEST - 11

1. $f(x) = 2x - 1$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(5)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 5 B) $\frac{5}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 0

2. $f(x) = x^2 + 3$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(4)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

3. $f(x) = x^3 - 2x + 5$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(6)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 5 B) 3 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{6}$

4. $f(x) = \sqrt{x+2}$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) 3 C) 2 D) $\sqrt{2}$ E) 1

5. $f(x) = x^3 + 2x^2 + x - 4$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(0)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 2

6. $f(x) = x^3 - x^2 - x$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{7}$

7. $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

8. $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$, $f(x) = \frac{3x-1}{x-1}$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(5)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

9. $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

10. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 7$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(1)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{5}$

TEST - 12

1. $y = x^2$, $x = 3t^2$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dt}$ nin $t = 1$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 36 B) 27 C) 18 D) 9 E) 3

2. $y = x - 1$, $x = u^2 + 2u$, $u = t^2$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dt}$ nin $t = -1$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) -4 C) -6 D) -8 E) -10

3. $y = x^2$, $x = \sqrt{u^2 + 1}$, $u = t^3$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dt}$ nin $t = 1$ için değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 6 D) 8 E) 10

4. $y = x^2 - 9$, $x = \left[\frac{u}{3} + 2 \right] \cdot u$, $u = \sqrt{t}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dt}$ nin $t = 4$ için değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6 B) 4 C) 2 D) 1 E) -1

5. $y = x^2 + 3x \cdot \text{sgn}(x - 1)$, $x = |u^2 - u - 6|$, $u = 4t \cdot [t + 1]$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dt}$ nin $t = \frac{1}{4}$ için değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) -60 B) -30 C) -15 D) 30 E) 60

6. $y = (x^2 - x)^3$, $x = u^2 - 15$, $u = (t^2 - t)^2$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dt}$ nin $t = 2$ için değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 24 B) 17 C) 12 D) 5 E) 0

7. $y = \sqrt[3]{u}$, $u = \frac{4t}{t-1}$, $t = \sqrt{3x + \sqrt{x}}$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = 1$ için değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{11}{24}$ B) $-\frac{7}{24}$ C) $-\frac{5}{24}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{2}{3}$

8. $f(x) = \cos x + x^n$ fonksiyonunun türevi tek fonksiyon olduğuna göre, n aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 1 B) -1 C) -3 D) -4 E) -5

9. $y = \frac{u-1}{u+1}$, $u = t^2 - \left[\frac{t}{3} + 3 \right]$, $t = x^3 - x \cdot \text{sgn}(x^2 - 9)$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = 1$ için değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

10. $y = (u^3 - 1)^3$, $u = \sqrt[3]{t-3}$, $t = |x^2 - x|$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = 2$ için değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 12 B) 24 C) 32 D) 36 E) 41

TEST - 13

1. $y = x^3 - 2x^2 + 3$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisi noktasındaki teğetin eğimi kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

2. $y = \frac{x-2}{x+3}$ eğrisinin $x = 2$ apsisi noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?

A) -5 B) $-\frac{2}{5}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{5}$ E) 5

3. $y = x^2 - 2$ fonksiyonuna üzerindeki $x = 1$ apsisi noktadan çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = -2x$ B) $y = -2x + 2$
C) $y = 2x - 1$ D) $y = 2x - 2$
E) $y = 2x - 3$

4. $y = 2x^3 - x^2 - 1$ fonksiyonuna üzerindeki $x = -1$ apsisi noktadan çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y - 8x - 2 = 0$ B) $y - 8x - 4 = 0$
C) $x - 8y + 32 = 0$ D) $x + 8y + 33 = 0$
E) $x + 8y - 33 = 0$

5. $f(x) = x^2 + 5$ eğrisinin bir teğeti $y = 2x + m$ doğrusu olduğuna göre, m değeri kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

6. $f(x) = \frac{x^2+2}{x^3-1}$ fonksiyonunun $x = -1$ noktasındaki

teğeti $2x - ay + 1 = 0$ doğrusuna paralel ise a kaçtır?

A) $-\frac{8}{5}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $-\frac{3}{5}$ D) $-\frac{5}{4}$ E) $-\frac{5}{8}$

7. $f(x) = x^3 + ax^2 + 4x + b$ fonksiyonunun $x = -1$ apsisi noktasındaki teğetin eğimi 3 olduğuna göre, a kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

8. $f(x) = (x^2 + x)\text{sgn}(x - 2) + x^2 \cdot \left\lfloor \frac{x}{2} + 1 \right\rfloor$

fonksiyonunun $x = 1$ apsisi noktasındaki normali aşağıdaki doğrulardan hangisine dik olur?

A) $y = 2x + 1$ B) $y = x + 1$ C) $y = -x + 1$
D) $y = -2x + 1$ E) $y = -3x - 1$

9. $f(x) = |x^2 + x - 7| + x \cdot \text{sgn}(x^2 + 1)$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisi noktasındaki teğetine paralel ve $(1, 3)$ noktasından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = -2x + 6$ B) $y = -2x + 5$
C) $y = -2x + 3$ D) $y = -2x + 1$
E) $y = 2x + 1$

10. $f(x) = (x^2 + x)[|x^2 - x| + \text{sgn}(x^2 + x) + \lfloor |x^2 + x| \rfloor]$

fonksiyonunun $x = \frac{1}{2}$ apsisi noktasındaki normaline paralel ve $(1, 0)$ noktasından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5y = -2x + 2$ B) $2y = -5x + 2$
C) $5y = -2x + 1$ D) $2y = -5x + 5$
E) $2y = 5x + 2$

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN TÜREVLERİ

$u(x)$, x in bir fonksiyonu olmak üzere;

$$1) \quad f(x) = \sin u(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) \cdot \cos u(x)$$

$$2) \quad f(x) = \cos u(x) \Rightarrow f'(x) = -u'(x) \cdot \sin u(x)$$

$$3) \quad f(x) = \tan u(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) \cdot (1 + \tan^2 u(x)) = u'(x) \cdot \sec^2 u(x) = \frac{u'(x)}{\cos^2 u(x)}$$

$$4) \quad f(x) = \cot u(x) \Rightarrow f'(x) = -u'(x) \cdot (1 + \cot^2 u(x)) = -u'(x) \cdot \operatorname{cosec}^2 u(x) = \frac{-u'(x)}{\sin^2 u(x)}$$

$$5) \quad f(x) = \sec u(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) \cdot \sec u(x) \cdot \tan u(x)$$

$$6) \quad f(x) = \operatorname{cosec} u(x) \Rightarrow f'(x) = -u'(x) \cdot \operatorname{cosec} u(x) \cdot \cot u(x)$$

ÖRNEK

$f(x) = \sin(x^2 + 2x) + \cos(x^3 - 1)$ olduğuna göre, $f'(x)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^2 + 2x)' \cdot \cos(x^2 + 2x) + (x^3 - 1)' \cdot -\sin(x^3 - 1) \\ &= (2x + 2) \cdot \cos(x^2 + 2x) - 3x^2 \cdot \sin(x^3 - 1) \end{aligned}$$

ÖRNEK

$f(x) = \sin^2(x^2 + 1) - \cos^3(x^3)$ olduğuna göre, $f'(x)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2 \cdot \sin(x^2 + 1) \cdot (\sin(x^2 + 1))' - 3 \cos^2 x^3 \cdot (\cos x^3)' \\ &= 2 \sin(x^2 + 1) \cdot \cos(x^2 + 1) 2x - 3 \cos^2 x^3 \cdot (-\sin x^3) \cdot 3x^2 \\ &= 2x \cdot \sin 2(x^2 + 1) + 9x^2 \cdot \frac{2}{2} \cos x^3 \cdot \sin x^3 \cdot \cos x^3 \\ &= 2x \cdot \sin 2(x^2 + 1) + \frac{9}{2} x^2 \cdot \sin 2x^3 \cdot \cos x^3 \end{aligned}$$

ÖRNEK

$f(x) = \sin^4 4x \cdot \cos^4 4x + \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f(x) = \frac{(2 \sin 4x \cdot \cos 4x)^4}{16} + \frac{1 - \sin^2 x}{1 + \sin x} = \frac{(\sin 8x)^4}{16} + \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{1 + \sin x} = \frac{\sin^4 8x}{16} + 1 - \sin x$$

$$f'(x) = \frac{4 \sin^3 8x \cdot \cos 8x \cdot 8}{16} - \cos x = 2 \sin 8x \cdot \cos 8x \cdot \sin^2 8x - \cos x = \sin 16x \cdot \sin^2 8x - \cos x$$

ÖRNEK

$f(x) = \tan(x^2 + 1) + \cot(x^3 - 1) + \sec(x^4) + \operatorname{cosec}(x^3)$ olduğuna göre, $f'(x)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f'(x) = [1 + \tan^2(x^2 + 1)] \cdot 2x - [1 + \cot^2(x^3 - 1)] \cdot 3x^2 + \sec x^4 \cdot \tan x^4 \cdot 4x^3 - \operatorname{cosec} x^3 \cdot \cot x^3 \cdot 3x^2$$

ÖRNEK

$f(x) = \tan^2(\sin x) + \cot^2(\cos x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f'(x) = 2\tan(\sin x) \cdot [1 + \tan^2(\sin x)] \cdot \cos x + 2\cot(\cos x) \cdot [1 + \cot^2(\cos x)] \sin x$$

ÖRNEK

$f(x) = \tan\left(\frac{\sin x - 1}{\cos x + 1}\right) - \cot \sqrt{x^2 + 1}$ olduğuna göre, $f'(0)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f'(x) = [1 + \tan^2\left(\frac{\sin x - 1}{\cos x + 1}\right)] \cdot \frac{\cos x \cdot (\cos x + 1) - (\sin x - 1) \cdot (-\sin x)}{(\cos x + 1)^2} + (1 + \cot^2 \sqrt{x^2 + 1}) \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$f'(0) = [1 + \tan^2\left(-\frac{1}{2}\right)] \cdot \frac{1 \cdot 2 + (-1) \cdot 0}{(1 + 1)^2} + (1 + \cot^2 \sqrt{0 + 1}) \cdot \frac{0}{\sqrt{0 + 1}}$$

$$f'(0) = [1 + \tan^2\left(-\frac{1}{2}\right)] \cdot \frac{1}{2} + (1 + \cot^2 1) \cdot 0 = \frac{1 + \tan^2(-\frac{1}{2})}{2}$$

TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN TÜREVİ

$$1) y = \arcsin f(x) \Rightarrow y' = \frac{f'(x)}{\sqrt{1 - f^2(x)}}$$

$$3) y = \arctan f(x) \Rightarrow y' = \frac{f'(x)}{1 + f^2(x)}$$

$$2) y = \arccos f(x) \Rightarrow y' = \frac{-f'(x)}{\sqrt{1 - f^2(x)}}$$

$$4) y = \operatorname{arccot} f(x) \Rightarrow y' = \frac{-f'(x)}{1 + f^2(x)}$$

ÖRNEK

$x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ $f(x) = \arcsin(\sin x) + \arccos(\cos x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f'(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} + \frac{-\sin x}{\sqrt{1 - \cos^2 x}} = \frac{\cos x}{\sqrt{\cos^2 x}} - \frac{\sin x}{\sqrt{\sin^2 x}} = \frac{\cos x}{|\cos x|} - \frac{\sin x}{|\sin x|} = \frac{\cos x}{-\cos x} - \frac{\sin x}{\sin x} = -1 - 1 = -2$$

ÖRNEK

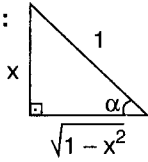
$f(x) = \tan(\arcsin x) + \sin(\arcsin x)$ olduğuna göre, $f'(0)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

1. yol: $f'(x) = \left[1 + \tan^2(\arcsin x)\right] \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + x'$

$$f'(0) = [1 + \tan^2(\arcsin 0)] \cdot \frac{1}{\sqrt{1-0}} + 1 = 1 \cdot \frac{1}{1} + 1 = 1 + 1 = 2$$

2. yol:



$$\tan \alpha = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\sin \alpha = x$$

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + x$$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot \sqrt{1-x^2} - x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}}{(\sqrt{1-x^2})^2} + 1 = \frac{\sqrt{1-x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}}{1-x^2} + 1$$

$$f'(0) = \frac{\sqrt{1-0} + \frac{0}{1}}{1-0} + 1 = \frac{1+0}{1} + 1 = 1 + 1 = 2$$

ÖRNEK

$f(x) = \arccos(2x)$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{4}\right)$ bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f'(x) = -\frac{2}{\sqrt{1-(2x)^2}} = -\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$$

$$f'\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{2}{\sqrt{1-4\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = -\frac{2}{\sqrt{1-4 \cdot \frac{1}{16}}} = -\frac{2}{\sqrt{1-\frac{1}{4}}} \Rightarrow$$

$$= -\frac{2}{\sqrt{\frac{3}{4}}} = -\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{4}{\sqrt{3}}$$

ÖRNEK

$f(x) = 2x^2 \cdot \arctan x$ olduğuna göre, $f'(x)$ bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f'(x) = 4x \cdot \arctan x + \frac{1}{1+x^2} 2x^2$$

TEST - 14

1. $f(x) = \sin(3x + 7)$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-3\cos(3x + 7)$ B) $-3\sin(3x + 7)$
 C) $3\cos(3x + 7)$ D) $3\sin(3x + 7)$
 E) $3\cos x$

2. $f(x) = \sin(x^2 + 2x + 4)$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2(x + 1)\cos(x^2 + 2x + 4)$
 B) $2(x + 1)\sin(x^2 + 2x + 4)$
 C) $-2(x + 1)\sin(x^2 + 2x + 4)$
 D) $-2(x + 1)\cos(x^2 + 2x + 4)$
 E) $2(x + 1)\cos[2(x + 1)]$

3. $f(x) = \sin^2(x^3 + 1)$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6x^2 \cdot \sin(3x^2) \cdot \cos(3x^2)$
 B) $3x^2 \cdot \sin(3x^2) \cdot \cos(3x^2)$
 C) $3x^2 \cdot \sin(x^3 + 1) \cos(x^3 + 1)$
 D) $-6x^2 \cdot \sin(x^3 + 1) \cdot \cos(x^3 + 1)$
 E) $3x^2 \cdot \sin[2(x^3 + 1)]$

4. $f(x) = (x^2 - 3x + 1)(\sin^3 x + x + 1)^2$ fonksiyonu için $f'(0)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

5. $f(x) = \sin 2x - 2\sin^2 x$ fonksiyonu için $f'(\frac{\pi}{2})$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -4 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

6. $f(x) = \cos^2(3x^2 - 1)$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-6x \cdot \sin(6x^2 - 2)$
 B) $6x \cdot \cos(3x^2 - 1) \sin(3x^2 - 1)$
 C) $6x \cdot \cos(6x) \cdot \sin(6x)$
 D) $6x \cdot \cos(3x^2 + 1) \cdot \sin(3x^2 + 1)$
 E) $-6x \cdot \sin(3x^2 + 1)$

7. $f(x) = \cos^3 x^3 \cdot \cos^2 x^2$ fonksiyonu için $f'(1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-13\cos 1 \cdot \sin 1$ B) $-13\cos^3 1 \cdot \sin 1$
 C) $-13\cos^4 1 \cdot \sin 1$ D) $-9\sin 1 \cdot \cos 1$
 E) $-9\cos^4 1 \cdot \sin 1$

8. $f(x) = \frac{\cos x - 2}{\cos x + 1} + |\cos^3 x - 3| + x^2 \cdot \operatorname{sgn}(\cos x + 2)$ fonksiyonu için $f'(\frac{\pi}{2})$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\pi - 2$ B) $\pi - 3$ C) π D) $-\pi$ E) -3

9. $f(x) = \frac{\cos^2 x - 1}{\sin^2 x - 1}$ fonksiyonu için, $f'(\frac{\pi}{3})$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $8\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3}$

10. $f(x) = \cos^2 x + \cos 2x$ olduğuna göre, $\frac{d}{dx} f(x)$ in $x = \frac{\pi}{4}$ için değeri kaçtır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

TEST - 15

1. $f(x) = \tan(x^2 + 3)$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?
 - A) $2x \cdot (1 + \tan^2(x^2 + 3))$
 - B) $2x \cdot (1 - \tan^2(x^2 + 3))$
 - C) $2x \cdot (\tan^2(x^2 + 3))$
 - D) $2x \cdot \tan(2x)$
 - E) $2x \cdot \tan(x^2 + 3)$
2. $f(x) = \tan^2(x^2)$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?
 - A) $2x \cdot \tan^2(x^2) \cdot (1 + \tan^2(x^2))$
 - B) $2x \cdot \tan^2(x^2) \cdot (1 + \tan^2(x^2))$
 - C) $4x \cdot \tan^2(x^2) \cdot (1 + \tan^2(x^2))$
 - D) $4x \cdot \tan^2(x^2) \cdot (1 + \tan^2(x^2))$
 - E) $4x \cdot \tan(x^2) \cdot (1 + \tan^2(x^2))$
3. $f(x) = \tan^3(\sin x)$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?
 - A) $3 \tan^2(\sin x) \cdot \cos x$
 - B) $3 \tan^2(1 + \tan^2(\sin x)) \cdot \cos x$
 - C) $3 \tan^2(\sin x) \cdot (1 + \tan^2(\sin x)) \cdot \cos x$
 - D) $3 \tan^2(\sin x) \cdot (1 + \tan^2(\sin x))$
 - E) $3 \tan^2(\cos x) \cdot (1 + \tan^2(\cos x)) \cdot \cos x$
4. $f(x) = \cot^2(2x - 1)$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?
 - A) $-2 \cdot \cot(2x - 1) \cdot (1 + \cot^2(2x - 1))$
 - B) $-4 \cdot \cot(2x - 1) \cdot (1 + \cot^2(2x - 1))$
 - C) $-4 \cdot \cot(2x - 1) \cdot (1 + \cot^2(2))$
 - D) $4 \cot(2x - 1) \cdot (1 + \cot^2(2x - 1))$
 - E) $4 \cdot \cot^2(2x - 1) \cdot (1 + \cot^2(2x - 1))$
5. $f(x) = \cot(\tan x)$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?
 - A) $1 + \cot^2(\tan x)$
 - B) $-(1 + \cot^2(\tan x))$
 - C) $[-1 + \cot^2(\tan x)] \cdot (1 + \tan^2 x)$
 - D) $[1 + \cot^2(\tan x)] \cdot (1 + \tan^2 x)$
 - E) $[-1 + \cot^2(\tan x)] \cdot (1 + \tan^2 x)$

6. $f(x) = \cos(\cot x)$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?
 - A) $\sin(\cot x) \cdot (1 + \cot^2 x)$
 - B) $-\sin(\cot x) \cdot (1 + \cot^2 x)$
 - C) $-\sin(\cot x) \cdot (1 + \tan^2 x)$
 - D) $\sin(1 + \cot^2 x)$
 - E) $-\sin(1 + \cot^2 x)$
7. $f(x) = \operatorname{cosec}(x^2 - 2x)$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?
 - A) $2(x - 1) \cdot \cot(x^2 - 2x)$
 - B) $2(1 - x) \cdot \operatorname{cosec}(x^2 - 2x) \cdot \cot(x^2 - 2x)$
 - C) $2(x - 1) \cdot \operatorname{cosec}(2x - 2)$
 - D) $2(x - 1) \cdot \sec(x^2 - 2x) \cdot \tan(x^2 - 2x)$
 - E) $2(1 - x) \cdot \operatorname{cosec}(2x - 2) \cdot \cot(2x - 2)$
8. $f(x) = \operatorname{cosec}^2 x$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?
 - A) $2 \operatorname{cosec} x \cdot \cot x$
 - B) $2 \operatorname{cosec} x \cdot \sec x$
 - C) $-2 \operatorname{cosec} x \cdot \cot^2 x$
 - D) $-2 \operatorname{cosec}^2 x \cdot \cot x$
 - E) $-2 \operatorname{cosec}^2 x \cdot \tan x$
9. $f(x) = \sec^3(\sin x)$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?
 - A) $3 \sec^2(\sin x) \cdot \cos x$
 - B) $-3 \sec^2(\sin x) \cdot \tan(\sin x) \cdot \cos x$
 - C) $3 \sec^2(\sin x) \cdot \tan(\sin x)$
 - D) $-3 \sec^3(\sin x) \cdot \tan(\sin x) \cdot \cos x$
 - E) $3 \sec^3(\sin x) \cdot \tan(\sin x) \cdot \cos x$
10. $f(x) = \operatorname{cosec}(\sec x)$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?
 - A) $\operatorname{cosec}(\sec x) \cdot \tan(\sec x)$
 - B) $\sec(\sec x) \cdot \cot(\sec x)$
 - C) $\sec x \cdot \operatorname{cosec} x$
 - D) $-\operatorname{cosec}(\sec x) \cdot \cot(\sec x) \cdot \sec x \cdot \tan x$
 - E) $\operatorname{cosec}(\sec x) \cdot \cot(\sec x) \cdot \sec x \cdot \tan x$

TEST - 16

1. $f(x) = (\sin 3x)^2$ olduğuna göre, $f'(x)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $6\cos 3x$ B) $6\sin 3x$ C) $3\sin 3x$
D) $6\sin 6x$ E) $3\sin 6x$

2. $f(x) = 4\sin^3 2x \cdot \cos^3 2x$ olduğuna göre, $f'(x)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3\sin^2 4x \cdot \cos^2 4x$ B) $3\sin^2 2x \cdot \cos 4x$
C) $3\sin^2 4x \cdot \cos 2x$ D) $3\sin 8x \cdot \cos 4x$
E) $3\sin 8x \cdot \sin 4x$

3. $f(x) = \sin^2(\cos^2 x^2)$ olduğuna göre, $f'(x)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-2x \cdot \sin(2x^2) \cdot \cos(2x^2)$
B) $-2x \cdot \sin[2(\cos^2 x^2)] \cdot \sin(2x^2)$
C) $-2x \cdot \sin[2(\cos^2 x^2)] \cdot \sin(2x)$
D) $-4x \cdot \sin[2(\cos^2 x^2)] \cdot \sin(2x^2)$
E) $-4x \cdot \sin[2(\cos x)] \cdot \sin(2x)$

4. $f(x) = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -4 B) -2 C) -1 D) 2 E) 4

5. $f(x) = \tan x \cdot \cos x + \cot x \cdot \sin x$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $f(x) = \cos(\sin^2 x)$ olduğuna göre, $\frac{d}{dx} f(x)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sin 2x \cdot \sin(\sin^2 x)$
B) $-\sin 2x \cdot \cos(\sin^2 x)$
C) $-\cos 2x \cdot \sin(\sin^2 x)$
D) $\sin 2x \cdot \cos(\cos^2 x)$
E) $\sin 2x \cdot \sin(\cos^2 x)$

7. $f(x) = \frac{\tan^2 x \cdot \cot^2 x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$ olduğuna göre,

$f'\left(\frac{\pi}{12}\right)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{4}{3}$ B) -1 C) $-\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

8. $f(x) = 8\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 4x \cdot (\cos^2 x - \sin^2 x)$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) -1 C) -2 D) -4 E) -8

9. Denklemi $f(x) = \sin(\cos 7x)$ olan eğrinin $x = \frac{\pi}{14}$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) 7 B) 1 C) -1 D) -3 E) -7

10. Denklemi $y = \sin x - \cos x$ olan eğrinin apsisi $\frac{\pi}{2}$ olan noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

TEST - 17

1. $f(x) = \arcsin\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$ olduğuna göre, $f'(-2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
2. $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \arcsin x - \sqrt{1-x^2}$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3
3. $f(x) = \arccos x \cdot \sqrt{1-x^2}$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) -1
4. $f(x) = 2\arccos(\cos x^2)$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) -4 B) 0 C) 2 D) 3 E) 4
5. $f(x) = \arcsin(x^3 + 1) + \arccos(x^5 + 1)$ olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
6. $x \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$, $f(x) = \arcsin(\cos x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

7. $f(x) = \tan x$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{4}$

8. $f(x) = x \cdot \arctan x$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{4-\pi}{4}$ B) $\frac{2-\pi}{4}$ C) $\frac{2+\pi}{4}$

- D) $\frac{4+\pi}{4}$ E) $\frac{4+\pi}{2}$

9. $f(x) = \operatorname{arccot}(\sin x)$ olduğuna göre, $f'(60^\circ)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $-\frac{1}{7}$ D) $-\frac{2}{7}$ E) $-\frac{4}{7}$

10. $f(x) = \sin(\arctan x)$ olduğuna göre, $f'(\sqrt{3})$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

ÜSTEL FONKSİYONUN TÜREVİ

$$y = a^{f(x)} \Rightarrow y' = a^{f(x)} \cdot f'(x) \cdot \ln a$$

özel olarak;

$$y = e^{f(x)} \Rightarrow y' = e^{f(x)} \cdot f'(x) \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$$y = 2^{x^2 - \sin x} \text{ olduğuna göre, } \frac{dy}{dx} \text{ i bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\frac{dy}{dx} = 2^{x^2 - \sin x} \cdot \ln 2 \cdot (x^2 - \sin x)' = 2^{x^2 - \sin x} \cdot \ln 2 \cdot (2x - \cos x)$$

ÖRNEK

$$y = (3)^{3^x} + (3^x)^{3^x} \text{ olduğuna göre, } \frac{dy}{dx} \text{ i bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= (3)^{3^x} \cdot \ln 3 \cdot (3^x)' + (3^x)^{3^x} \cdot (3^x)' = (3)^{3^x} \cdot \ln 3 \cdot 3^x \cdot \ln 3 + (3^x)^{3^x} \cdot \ln 3 \cdot (x \cdot 3^x)' \\ &= (3)^{3^x} \cdot \ln^2 3 \cdot 3^x + (3^x)^{3^x} \cdot \ln 3 \cdot (3^x + x \cdot \ln 3 \cdot 3^x) = \ln 3 \cdot 3^x [(3)^{3^x} \cdot \ln 3 + (3^x)^{3^x} (1 + x \cdot \ln 3)] \end{aligned}$$

ÖRNEK

$$y = e^{e^{\ln x}} \text{ olduğuna göre, } \frac{dy}{dx} \text{ i bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\frac{dy}{dx} = e^{e^{\ln x}} \cdot (e^{\ln x})' = e^{e^{\ln x}} \cdot e^{\ln x} \cdot (\ln x)' = e^{e^{\ln x}} \cdot e^{\ln x} \cdot \frac{1}{x}$$

$$2. \text{ Yol: } e^{\ln x} = x \Rightarrow y = e^x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^x$$

NOT:

Hem taban hem de üs x e bağlı değişkenler ise her iki tarafın e tabanında logaritması alınır.

ÖRNEK

$$f(x) = x^{\sin x}, \quad g(x) = (\cos x)^{\ln^2 x} \text{ olduğuna göre, } f'(x) \text{ ve } g'(x) \text{ değerlerini bulunuz.}$$

$$y = x^{\sin x}$$

$$\ln y = \ln x^{\sin x}$$

$$\ln y = \sin x \cdot \ln x$$

$$\frac{y'}{y} = (\cos x \cdot \ln x + \sin x \cdot \frac{1}{x})$$

$$y' = (\cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x}) \cdot x^{\sin x}$$

$$y = (\cos x)^{\ln^2 x}$$

$$\ln y = \ln(\cos x)^{\ln^2 x}$$

$$\ln y = \ln^2 x \cdot \ln(\cos x)$$

$$\frac{y'}{y} = (2 \ln x \cdot \frac{1}{x} \cdot \ln(\cos x) + \ln^2 x \cdot \frac{-\sin x}{\cos x})$$

$$y' = \left(\frac{2 \ln x}{x} \cdot \ln(\cos x) - \ln^2 x \cdot \tan x \right) (\cos x)^{\ln^2 x}$$

ÖRNEK

$y_1 = e^{e^{x^2}}$, $y_2 = x^{x^2}$, $y_3 = (e^{\sin x})^{e^{\cos x}}$ ise $\frac{dy_1}{dx}$, $\frac{dy_2}{dx}$, $\frac{dy_3}{dx}$ değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$y_1 = e^{e^{x^2}}$$

$$\ln y_1 = \ln e^{e^{x^2}}$$

$$\ln y_1 = e^{x^2} \ln e$$

$$\ln y_1 = e^{x^2}$$

$$\frac{y_1'}{y_1} = e^{x^2} \cdot 2x$$

$$y_1' = (e^{x^2} \cdot 2x) \cdot e^{e^{x^2}}$$

$$y_2 = x^{x^2}$$

$$\ln y_2 = \ln x^{x^2}$$

$$\ln y_2 = x^2 \cdot \ln x$$

$$\frac{y_2'}{y_2} = 2x \cdot \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x}$$

$$\frac{y_2'}{y_2} = 2x \cdot \ln x + x$$

$$y_2' = x^{x^2} \cdot x(2 \ln x + 1)$$

$$y_3 = (e^{\sin x})^{e^{\cos x}} = e^{\sin x \cdot e^{\cos x}}$$

$$y_3' = e^{\sin x \cdot e^{\cos x}} \cdot (\sin x \cdot e^{\cos x})'$$

$$y_3' = e^{\sin x \cdot e^{\cos x}} \cdot (\cos x \cdot e^{\cos x} + \sin x \cdot e^{\cos x} \cdot (-\sin x))$$

$$y_3' = e^{\sin x \cdot e^{\cos x}} \cdot e^{\cos x} (\cos x - \sin^2 x)$$

LOGARİTMA FONKSİYONUNUN TÜREVİ

$$y = \log_a f(x) \Rightarrow y' = \frac{f'(x)}{f(x) \cdot \ln a}$$

özel olarak;

$$y = \ln f(x) \Rightarrow y' = \frac{f'(x)}{f(x)} \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$y = \log_2(\sin x \cdot x)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ i bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\sin x \cdot x)'}{\sin x \cdot x \cdot \ln 2} = \frac{\cos x \cdot x + \sin x}{x \cdot \sin x \cdot \ln 2}$$

ÖRNEK

$y = \ln(2x^2 - 1)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = -1$ için değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$y' = \frac{(2x^2 - 1)'}{2x^2 - 1} = \frac{4x}{2x^2 - 1}$$

$$x = -1 \Rightarrow \frac{4 \cdot (-1)}{2 \cdot 1 - 1} = -4$$

ÖRNEK

$y = \ln(\sin x)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = \frac{\pi}{4}$ için değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\sin x)'}{\sin x} = \frac{\cos x}{\sin x} = \cot x, \quad x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \cot \frac{\pi}{4} = 1$$

ÖRNEK

$y = \ln(\cos^2 x^2)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ için değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$y' = \frac{2 \cos x^2 \cdot (-\sin x^2) \cdot 2x}{\cos^2 x^2} = -4x \cdot \tan x^2, \quad x = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Rightarrow -4 \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \tan \frac{\pi}{4} = -2\sqrt{\pi}$$

ÖRNEK

$y = \ln(\ln(\sin x))$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = \frac{\pi}{4}$ için değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\ln(\sin x))'}{\ln(\sin x)} = \frac{\frac{(\sin x)'}{\sin x}}{\ln(\sin x)} = \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\ln(\sin x)} = \frac{\cot x}{\ln(\sin x)} = \frac{\cot \frac{\pi}{4}}{\ln\left(\sin \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{1}{\ln \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

ÖRNEK

$f(x) = e^{x^2} \cdot \ln 3x$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = 1$ için değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{dy}{dx} = 2 \cdot x \cdot e^{x^2} \cdot \ln 3x + e^{x^2} \cdot \frac{3}{3x} \Rightarrow$$

$$x = 1 \Rightarrow 2 \cdot 1 \cdot e^1 \cdot \ln 3 + e^1 \cdot \frac{3}{3 \cdot 1} = 2e \cdot \ln 3 + e = e(2 \ln 3 + 1) = e(\ln 9 + 1)$$

ÖRNEK

$f(x) = (3x - 2)^{5x+3}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = 1$ için değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\ln y = (5x + 3) \cdot \ln(3x - 2)$$

$$\frac{y'}{y} = 5 \ln(3x - 2) + \frac{3}{3x - 2} (5x + 3) \Rightarrow$$

$$y' = (3x - 2)^{5x+3} \cdot \left[5 \ln(3x - 2) + \frac{3}{3x - 2} (5x + 3) \right] \Rightarrow$$

$$x = 1 \text{ için } y' = (3 \cdot 1 - 2)^{5 \cdot 1 + 3} \cdot \left[5 \ln(3 \cdot 1 - 2) + \frac{3}{3 \cdot 1 - 2} [5 \cdot 1 + 3] \right] \Rightarrow$$

$$y' = 1 \cdot \ln 1 + \frac{3}{1} (8) = 24$$

TEST - 18

1. $y = \log_2(x^2 + 3x)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2x+3}{x^2+3x}$ B) $\frac{(2x+3)\ln 2}{x^2+3x}$
 C) $\frac{(2x+3)}{(x^2+3x)\ln 2}$ D) $\frac{(x^2+3x)\ln 2}{2x+3}$
 E) $(x^2+3x) \cdot (2x+3) \cdot \ln 2$

2. $y = \log(x^2)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x}{2}$ B) $\frac{2}{x}$ C) $\frac{x \ln 10}{2}$
 D) $\frac{x}{2 \ln 10}$ E) $\frac{2}{x \ln 10}$

3. $\frac{d}{dx}(\ln(x^3 + x^2))$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3x+2}{x^2+x}$ B) $\frac{3x^2+2x}{x^3+2x}$
 C) $\frac{x^3+x^2}{3x+2}$ D) $\frac{3x^2+2x}{\ln(x^3+x^2)}$
 E) $\ln(x^3+x^2) \cdot (3x^2+2x)$

4. $\frac{d}{dx}(\ln(\sin x))$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos x$ B) $\tan x$ C) $\cot x$
 D) $\sec x$ E) $\csc x$

5. $\frac{d}{dx}(\ln(\cos x^2))$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2x \cdot \tan x^2$ B) $-2x \cdot \tan x^2$ C) $2 \tan x^2$
 D) $-2 \tan x^2$ E) $-2x \cot x^2$

6. $\frac{d}{dx}(\ln(\cos x \cdot \sin x))$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\cos 2x$ B) $2\sin 2x$ C) $2\sec 2x$
 D) $2\cot 2x$ E) $2\tan 2x$

7. $\frac{d}{dx}(\ln(\sqrt{x^2+1}))$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x}{x^2+1}$ B) $\frac{x^2+1}{x}$ C) $x \cdot (x^2+1)$
 D) $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ E) $\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

8. $\frac{d}{dx}(\ln(\ln x))$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{x^2 \cdot \ln x}$ B) $x \cdot \ln x$ C) $\frac{\ln x}{x}$
 D) $\frac{1}{x \cdot \ln x}$ E) $\frac{x}{\ln x}$

9. $\frac{d}{dx}(\ln(\frac{x+1}{x-1}))$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{2}{x^2-1}$ B) $-\frac{1}{x^2-1}$ C) $-\frac{x}{x^2-1}$
 D) $\frac{x}{x^2-1}$ E) $\frac{2}{x^2-1}$

10. $\frac{d}{dx}(\ln((2x+1)^4))$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2}{2x+1}$ B) $\frac{4}{2x+1}$ C) $\frac{8}{2x+1}$
 D) $\frac{8}{(2x+1)^3}$ E) $\frac{4}{(2x+1)^2}$

TEST - 19

1. $y = \ln[(x^3 + 3x^2 + 4) \cdot (2x^2 + 1)]$ olduğuna göre,

$\frac{dy}{dx}$ in $x = -1$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) $-\frac{5}{3}$ D) $-\frac{11}{6}$ E) -2

2. $y = \ln[(2x^2 + 3x)^2 \cdot (x^4 - 2x)^3]$ olduğuna göre,

$\frac{dy}{dx}$ in $x = 1$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{16}{5}$ B) $-\frac{8}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{8}{5}$ E) $\frac{16}{5}$

3. $y = \ln\left[\frac{x^4 + x^3}{(x^2 + x)^2}\right]$ olduğuna göre,

$\frac{dy}{dx}$ in $x = 1$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{16}$

4. $y = \ln\left[\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)\right] + 3x^2 + x$ olduğuna göre,

$\frac{dy}{dx}$ in $x = 0$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\sqrt{3}$ B) $1 - \sqrt{3}$ C) $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $1 + \sqrt{3}$

5. $y = \ln\left[\sin\left(x \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right)\right] + \ln(\cos \pi x)$ olduğuna göre,

$\frac{dy}{dx}$ in $x = 1$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\pi\sqrt{3}$ B) $-\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\pi\sqrt{3} - 2\pi}{2}$

6. $y = \ln\left[\frac{1 + \sin x}{1 - \cos x}\right] + \ln[\tan(\sin x)]$ olduğuna göre,

$\frac{dy}{dx}$ in $x = \frac{\pi}{2}$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

7. $y = \ln\left[\tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right)\right] + \ln\left[\cot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right)\right]$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = \frac{\pi}{3}$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $y = \ln\left[\frac{1 - \sin^2 x}{\sin 2x}\right] + \ln\left[\frac{\tan x}{\cos x}\right]$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = \frac{\pi}{3}$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $4\sqrt{3}$ B) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ E) $\sqrt{3}$

9. $y = \ln[\cos x \cdot \sin x \cdot \cos 2x] + \ln[(\tan 2x \cdot \cot 2x)]$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = \frac{\pi}{16}$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

10. $f(x) = \frac{\ln(x^2 - x)}{(x^2 - x)}$ olduğuna göre, $\frac{df(x)}{dx}$ in $x = 2$

in değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3\ln 2}{4}$ C) $\frac{3}{4} \ln \frac{e}{2}$
D) $\frac{3}{4} \ln 2e$ E) $\frac{3}{4} \ln 2e^2$

TEST - 20

1. $y = 3^{x^2}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ değeri aşağıdaki-

lerden hangisine eşittir?

- A) $2x \cdot 3^{x^2} \cdot \ln 3$ B) $x^2 \cdot 3^{x^2} \cdot \ln 3$
 C) $2x \cdot 3^{x^2} \cdot \ln 2$ D) $x^2 \cdot 3^{x^2} \cdot \ln 2$
 E) $2x \cdot \ln 2$

2. $y = 2^{\sin x}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ değeri aşağıdaki-

lerden hangisine eşittir?

- A) $-\cos x \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$ B) $-\cos x \cdot 2^{\sin x}$
 C) $\cos x \cdot 2^{\sin x}$ D) $\cos x \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$
 E) $\sin x \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$

3. $y = 2^{\ln x}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ değeri aşağıdaki-

lerden hangisine eşittir?

- A) $2^{\ln x} \cdot \ln 2$ B) $2^{\ln x} \cdot x \cdot \ln 2$ C) $2^{\ln x} \cdot \frac{x}{\ln 2}$
 D) $\frac{2^{\ln x}}{\ln 2}$ E) $2^{\ln x} \cdot \frac{\ln 2}{x}$

4. $y = 3^{\cos^2 x}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ değeri aşağıda-

kilerden hangisine eşittir?

- A) $3^{\cos^2 x} \cdot \sin 2x \cdot \ln 3$ B) $-3^{\cos^2 x} \cdot \sin 2x \cdot \ln 3$
 C) $-3^{\cos^2 x} \cdot \sin x \cdot \ln 3$ D) $-3^{\cos^2 x} \cdot \cos x \cdot \ln 3$
 E) $-3^{\cos^2 x} \cdot \cos 2x \cdot \ln 3$

5. $y = 2^{\sin x - \cos x}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = 0$ için

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2\ln 2$ B) $-\ln 2$ C) $\frac{\ln 2}{2}$ D) $\ln 2$ E) $2\ln 2$

6. $y = 5^{\ln^2 x}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = \frac{1}{e}$ için de-

ğeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{-e \cdot \ln 5}{10}$ B) $\frac{-5e \cdot \ln 5}{2}$ C) $-5e \cdot \ln 5$
 D) $-10e \cdot \ln 5$ E) $\frac{-10 \cdot \ln 5}{e}$

7. $y = 2^{\frac{\ln x}{e}}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = e$ için değe-

ri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\ln 2}{e}$ B) $\frac{2\ln 2}{e}$ C) $\frac{\ln 2}{2e}$
 D) $e \cdot \ln 2$ E) $2e \cdot \ln 2$

8. $y = 3^{(\cos^2 x - \sin^2 x)} + x \cdot 2^{\tan x \cdot \cot x}$ olduğuna göre,

$\frac{dy}{dx}$ in $x = \frac{\pi}{4}$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln 9e$ B) $\ln \frac{1}{3}$ C) $2\ln \frac{e}{3}$
 D) $\ln \frac{1}{9}$ E) $\ln \frac{e^2}{3}$

9. $y = 2^{\frac{x^2 - x}{x+1}}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = 1$ için de-

ğeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln 2$ B) $\frac{\ln 2}{2}$ C) $\frac{\ln 2}{4}$
 D) $\frac{-\ln 2}{4}$ E) $\frac{-\ln 2}{2}$

10. $y = 5^{\ln^2 x \cdot \ln x^2}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = e$ için

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $50e \cdot \ln 5$ B) $5e \cdot \ln 5$ C) $\frac{5\ln 5}{e}$
 D) $\frac{50 \cdot \ln 5}{e}$ E) $\frac{150 \cdot \ln 5}{e}$

TEST - 21

1. $y = e^{x^2+3x}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $e^{x^2+3x} \cdot (2x+3)$ B) $e^{x^2+3x} \cdot (x^2+3x)$
 C) $e^{2x+3} \cdot (2x+3)$ D) $2x+3$
 E) $\frac{e^{2x+3}}{2x+3}$

2. $y = e^{\sin^2 x}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = \frac{\pi}{4}$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2e$ B) e C) $\sqrt{e}$
 D) $\sqrt[4]{e}$ E) $\sqrt[5]{e}$

3. $f(x) = e^{\cos x \cdot \sin x}$, $g(x) = e^{\frac{\tan x \pi}{2}}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) + g'\left(\frac{1}{2}\right)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2e - \pi$ B) $e - \pi$ C) $e\pi - 2$
 D) $e\pi - 1$ E) $2e\pi - 1$

4. $f(x) = e^{e^x}$, $g(x) = (3)^{3^x}$ olduğuna göre, $f'(1) \cdot \sqrt{g'(1)}$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $9 \cdot e^{e+1} \cdot \ln 3$ B) $3 \cdot e^e \cdot \ln 3$
 C) $3 \cdot e^{e+1} \cdot \ln 3$ D) $e^e \cdot \ln 3$
 E) $e^e \cdot \ln 81$

5. $f(x) = (2)^{2^{x^3}}$, $g(x) = (3)^{3^{\sin x}}$ olduğuna göre, $\sqrt{\frac{f'(1)}{g'(0)}}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $4 \cdot \frac{\ln 2}{\ln 3}$ B) $2\sqrt{2} \cdot \frac{\ln 2}{\ln 3}$ C) $2 \cdot \frac{\ln 2}{\ln 3}$
 D) $2\ln 2 - \ln 3$ E) $2 \cdot \frac{\ln 3}{\ln 2}$

6. $f(x) = e^x(x^2 - 3x + 1)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = 1$ için değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2e$ B) e C) $-e^2$ D) $-e$ E) $-2e$

7. $f(x) = x \cdot e^{-x^2}$, $g(x) = \ln 2^x$ olduğuna göre, $f'(1) \cdot g'(1)$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\ln 2}{e}$ B) $\frac{e}{\ln 2}$ C) $-\frac{e}{\ln 2}$
 D) $-\frac{\ln 2}{e}$ E) $-\frac{2\ln 2}{e}$

8. $f(x) = \ln e^{x^2}$, $g(x) = \ln e^{e^x}$ olduğuna göre, $f'(1) + g'(1)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2 - e$ B) $2 - e$ C) $e - 2$
 D) $2 - 2e$ E) $e + 2$

9. $f(x) = e^{(x^2+2x-4)}$, $g(x) = (e)^{e^{x^2+2x}}$ olduğuna göre, $f'(1) \cdot g'(0)$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2e^3$ B) $e^{e^{3-e}}$ C) 8 D) 4 E) 2

10. $f(x) = \ln^2 e^{x^2}$, $g(x) = (e^x)^{\ln x^e}$ olduğuna göre, $f'(1) + g'(1)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) e B) $1 + e$ C) $2 + e$
 D) $4 + e^e$ E) $4 + e$

TEST - 22

1. $y = x^x$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in değeri aşağıdaki-
lerden hangisine eşittir?
A) $x^x(\ln x + 1)$ B) $x^x \cdot \ln x$
C) $x^x \cdot \ln(x + 1)$ D) $\ln x^x$
E) $x^{\ln x}$

2. $y = x^{\ln x}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in değeri aşağıda-
kilerden hangisine eşittir?
A) $x^{\ln x} \cdot (\ln x)^x$ B) $\ln x \cdot x^{\ln x}$ C) $2\ln x \cdot x^{\ln x}$
D) $2\ln x \cdot x^{\ln x - 1}$ E) $2\ln x \cdot x^{\ln x - 2}$

3. $y = x^{x + \ln x}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = e$ için de-
ğeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) e^{e+1} B) e^{e+2} C) $2e^{e+1}$
D) $e^e(e+1)$ E) $2e^e(e+1)$

4. $y = (x^2 + x - 1)^{x+1}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = 1$
için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $6e$ B) 6 C) $4e$ D) 4 E) e^4

5. $y = (e^x)^{e^x}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = 1$ için de-
ğeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) e^{e+1} B) $2e^e$ C) $2e^{e+1}$
D) $3e^{e+1}$ E) e^{e+2}

6. $y = (\ln x)^x$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = e^2$ için de-
ğeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^{e^2-1} \cdot \ln 2$ B) $2^{e^2} \cdot \ln 2\sqrt{e}$
C) $2^{e^2+1} \cdot \ln 2$ D) $2^e + \ln 2\sqrt{e}$
E) $2^e - \ln 2$

7. $y = e^{x^2-x}$ eğrisine (1,1) noktasından çizilen
teğetin eğimi kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

8. Denklemin $y = 2^x - x^2 \cdot \sin x$ olan eğrinin $x = 0$ ap-
sisli noktasındaki teğetin eğimi kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) $\ln 2$ E) $\ln 3$

9. Denklemin $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ olan eğrinin $x = 0$ apsisli
noktasındaki teğetin eğimi kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

10. $y = 2^x \cdot \sin x - e^{x^2} \cdot \cos x$ eğrisine $x = 0$ noktasın-
dan çizilen normalin eğimi kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

PARAMETRİK FONKSİYONLARIN TÜREVİ

$x = f(t)$, $y = g(t)$ parametrik denklemleri ile verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun türevi;

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)} \quad \text{olur.}$$

ÖRNEK

$x = t^3 - t^2 + 1$, $y = 3t^2 - 4t$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ i bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{6t - 4}{3t^2 - 2t} = \frac{2(3t - 2)}{t(3t - 2)} = \frac{2}{t}$$

ÖRNEK

$x = \sqrt{t}$, $y = (t^2 - t)^3 \cdot (t + 1)$ ise $\frac{dy}{dx}$ in $t = 2$ için değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{3(t^2 - t)^2 \cdot (2t - 1) \cdot (t + 1) + (t^2 - t)^3 \cdot 1}{\frac{1}{2\sqrt{t}}}, \quad t = 2 \Rightarrow \frac{3 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 3 + 2^3}{\frac{1}{2\sqrt{2}}} = 232\sqrt{2}$$

NOT:

$$x = f(t), \quad y = g(t) \quad \text{olsun.} \quad y'' = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dx} \right) \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{\frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dx} \right)}{\frac{dx}{dt}}$$

ÖRNEK

$x = t^3 + 2t$, $y = 3t - t^4$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ in $t = 1$ için değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{dx}{dt} = 3t^2 + 2, \quad \frac{dy}{dt} = 3 - 4t^3 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{3 - 4t^3}{3t^2 + 2}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{3 - 4t^3}{3t^2 + 2} \right) \cdot \frac{1}{3t^2 + 2} = \frac{-12t^2 \cdot (3t^2 + 2) - (3 - 4t^3) \cdot 6t}{(3t^2 + 2)^2 \cdot (3t^2 + 2)}, \quad t = 1 \Rightarrow \frac{-12 \cdot 5 - (-1) \cdot 6}{25 \cdot 5} = -\frac{54}{125}$$

ÖRNEK

$x = \sin 2t$ ve $y = \cos 2t$ ise $\frac{d^2y}{dx^2}$ yi bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{dx}{dt} = 2 \cos 2t, \quad \frac{dy}{dt} = -2 \sin 2t \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-2 \sin 2t}{2 \cos 2t} = -\tan 2t$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dt} (-\tan 2t) \cdot \frac{1}{2 \cos 2t} = \frac{-2(1 + \tan^2 2t)}{2 \cos 2t} = -\left(\frac{1}{\cos^2 2t} \right) \cdot \frac{1}{\cos 2t} = \frac{-1}{\cos^3 2t} = -\sec^3 2t$$

KAPALI FONKSİYONLARIN TÜREVİ

$f(x, y) = 0$ olmak üzere;

$$y'_x = -\frac{F'_x(x, y)}{F'_y(x, y)} = -\frac{\text{fonksiyonun } x' \text{ e göre türevi (y sabit)}}{\text{fonksiyonun } y' \text{ ye göre türevi (x sabit)}}$$

ÖRNEK

$F(x, y) = x^3 + x^2 - y^2 + y = 0$ ise $\frac{dy}{dx}$ i bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{3x^2 + 2x}{-2y + 1}$$

ÖRNEK

$F(x, y) = x^2 + y^2 + x^2y^2 - xy - 7 = 0$ fonksiyonunun $A(1, 2)$ noktasındaki teğetinin eğimini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2x + 2xy^2 - y}{2y + 2yx^2 - x} \Rightarrow \frac{dy}{dx}(1, 2) = -\frac{2 + 2 \cdot 1 \cdot 4 - 2}{2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 1 - 1} = -\frac{8}{7}$$

ÖRNEK

$xy = \cos x - x \cdot \sin y$ fonksiyonunun $A(\frac{\pi}{2}, 0)$ noktasındaki teğetinin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$xy + x \cdot \sin y - \cos x = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{y + \sin y + \sin x}{x + x \cdot \cos y} \Rightarrow \frac{dy}{dx}\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) = -\frac{0 + 0 + 1}{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot 1} = -\frac{1}{\pi}$$

$$m \cdot (x - x_0) = y - y_0$$

$$-\frac{1}{\pi}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = y - 0 \Rightarrow y = \frac{-x}{\pi} + \frac{\pi}{2\pi} \Rightarrow y = \frac{-x}{\pi} + \frac{1}{2}$$

YÜKSEK SIRADAN TÜREVLER

$$1) y = (ax+b)^n \Rightarrow \frac{d^n y}{dx^n} = n! a^n$$

$$4) y = \sin(ax+b) \Rightarrow \frac{d^n y}{dx^n} = a^n \cdot \sin(ax+b+n \cdot \frac{\pi}{2})$$

$$2) y = x^n \Rightarrow \frac{d^n y}{dx^n} = n!$$

$$5) y = \cos(ax+b) \Rightarrow \frac{d^n y}{dx^n} = a^n \cdot \cos(ax+b+n \cdot \frac{\pi}{2})$$

$$3) y = e^{ax} \Rightarrow \frac{d^n y}{dx^n} = a^n \cdot e^{ax}$$

ÖRNEK

$y = x^2 + \cos x + e^x$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ in $x = 0$ için değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{dy}{dx} = 2x - \sin x + e^x \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = 2 - \cos x + e^x$$

$$x = 0 \Rightarrow 2 - \cos 0 + e^0 = 2 - 1 + 1 = 2$$

ÖRNEK

$y = (3x + 2)^4$ fonksiyonunun 4. sıradan türevini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{d^4y}{dx^4} = 4! \cdot 3^4$$

ÖRNEK

e^{2x} fonksiyonunun 10. sıradan türevini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{d^{10}y}{dx^{10}} = 2^{10} \cdot e^{2x}$$

ÖRNEK

$y = \sin(3x - 1) + \cos(2x + 3)$ fonksiyonunun 91. sıradan türevini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f^{(91)}(x) = 3^{91} \cdot \sin\left(3x - 1 + \frac{91\pi}{2}\right) + 2^{91} \cos\left(2x + 3 + \frac{91\pi}{2}\right)$$

$$= 3^{91} \cdot \sin\left(3x - 1 + \frac{3\pi}{2}\right) + 2^{91} \cdot \cos\left(2x + 3 + \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$= 3^{91} \cdot -\cos(3x - 1) + 2^{91} \cdot \sin(2x + 3)$$

$$= -3^{91} \cdot \cos(3x - 1) + 2^{91} \cdot \sin(2x + 3)$$

ÖRNEK

$P(x) = 3x^3 - ax^2 + bx + c$ polinomu $(x - 1)^3$ ile tam bölünebildiğine göre, $a + b + c$ toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$P(x) = 3x^3 - ax^2 + bx + c \Rightarrow P'(x) = 9x^2 - 2ax + b \Rightarrow P''(x) = 18x - 2a$$

$$P''(1) = 0 \Rightarrow 18 - 2a = 0 \Rightarrow a = 9$$

$$P'(1) = 0 \Rightarrow 9 - 2a + b = 0 \Rightarrow 9 - 18 + b = 0 \Rightarrow b = 9$$

$$P(1) = 0 \Rightarrow 3 - a + b + c = 0 \Rightarrow 3 - 9 + 9 + c = 0 \Rightarrow c = -3$$

$$a + b + c = 9 + 9 - 3 = 15$$

TEST - 23

1. $x = 3t^2 - 2t$, $y = t^3 + t$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3t^2 + 1}{6t - 2}$ B) $\frac{6t - 2}{3t^2 + 1}$ C) $\frac{3t - 1}{3t^2 + 1}$
 D) $\frac{6t + 1}{3t^2}$ E) $\frac{2}{t^2}$

2. $x = \sqrt{t}$, $y = \sqrt[3]{t}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2}{3\sqrt[3]{t}}$ B) $\frac{2}{3\sqrt{t}}$ C) $\frac{2}{3\sqrt[6]{t}}$
 D) $\frac{2}{\sqrt[6]{t}}$ E) $\frac{6}{\sqrt[6]{t}}$

3. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere, $x = \sqrt{2} \cdot \sin \theta$

$y = \sqrt{2} \cdot \cos \theta$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = 1$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $x = t + 1$, $y = 2t^2 - 1$ parametrik denklemleri ile verilen eğrinin $t = 1$ deki teğetinin eğimi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $x = \sin t$, $y = \cos t$ parametrik denklemi ile verilen eğrinin $t = \frac{\pi}{4}$ deki teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = \sqrt{2} - x$ B) $y = \frac{\sqrt{2}}{2} - x$
 C) $y = \frac{\sqrt{2}}{3} - x$ D) $y = \frac{\sqrt{2}}{2} + x$
 E) $y = \sqrt{2} + x$

6. $x = t^2 + 1$, $y = 3t - 1$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{4t^3}$ B) $-\frac{1}{2t^3}$ C) $-\frac{3}{4t^3}$ D) $\frac{1}{2t^3}$ E) $\frac{3}{4t^3}$

7. $x = \sin t - t$, $y = \cos t - t$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ nin $t = \pi$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

8. $x = e^t \cdot \sin t$, $y = e^{-t} \cdot \cos t$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ nin $t = 0$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

9. $f(x) = x^3 + \ln x$ olduğuna göre, $f''(1)$ değeri kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

10. $\frac{d^2}{dx^2}(6x + \sin^2 4x)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $16\sin 8x$ B) $8\cos 4x$
 C) $16\cos 8x$ D) $16(\sin 4x + \cos 4x)$
 E) $32\cos 8x$

TEST - 24

1. $F(x,y) = x^2 + y^2 = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{x}{y}$ B) $-\frac{y}{x}$ C) $\frac{x}{y}$ D) $\frac{y}{x}$ E) $2(x+y)$

2. $y = f(x)$ fonksiyonu $x + y - xy = 0$ olarak tanımlı ise $f'(-1)$ değeri kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

3. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x}{y}$ B) $\frac{2x}{y}$ C) $\frac{y}{x}$ D) $\frac{2y}{x}$ E) $-\frac{2x}{y}$

4. $F(x,y) = \sin x + \cos y + xy = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\cot x + x}{\tan x - y}$ B) $\frac{\cos x + x}{\sin y - x}$ C) $\frac{\cos x + y}{\sin y - x}$
D) $\frac{\cos x - y}{\sin y + x}$ E) $\frac{\cos x - x}{\sin y + x}$

5. $F(x,y) = x^2y^3 - 3xy + 2yx^2 = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ nin $(1,1)$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) -1 E) $-\frac{3}{2}$

6. $F(x,y) = x \cdot \sin^2 y + y \cdot \cos^2 x - x = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ nin $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ için değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{\pi}{2}$ B) -1 C) $\frac{\pi}{4}$ D) 1 E) $\frac{\pi}{2}$

7. $x^2y^2 - 2xy + y^2 = 4$ fonksiyonuna $A(1, 2)$ noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{7}$

8. $F(x,y) = \sin^2 \frac{\pi x}{4} + x^2y - xy^2 - \frac{1}{2} = 0$

fonksiyonuna $A(1,1)$ noktasından çizilen teğetin eğimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi + 4}{4}$ B) $\frac{\pi + 2}{4}$ C) $\frac{\pi + 2}{2}$
D) $\frac{\pi - 2}{4}$ E) $\frac{\pi - 4}{4}$

9. $F(x,y) = \frac{x}{y} - \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - 1 = 0$

fonksiyonuna $A(2,2)$ noktasından çizilen normalin eğimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) -4 B) -2 C) $-\frac{4}{3}$
D) -1 E) $-\frac{5}{4}$

10. $F(x,y) = e^{xy} + \ln x \cdot y - e^{\frac{x}{y}} = 0$

fonksiyonuna $A(1,1)$ noktasından çizilen teğetin eğimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $\frac{1}{2e-1}$ C) $\frac{1}{2e+1}$
D) $\frac{1}{e+1}$ E) $\frac{1}{e-1}$

TEST - 25

1. $F(x,y) = yx^2 + xy^2 + x - b = 0$ eğrisinin $(a, -1)$ noktasındaki teğeti x eksenine paralel olduğuna göre, **a + b toplamı kaçtır?**

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $x^2 + 3y^2 = 12$ eğrisinin $P(3,1)$ noktasındaki teğetin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + y = 12$ B) $x + y = 4$ C) $x + y = 1$
D) $x - y = 4$ E) $x - y = 1$

3. $x^{\frac{3}{4}} + y^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{3}{4}}$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4\sqrt[4]{\frac{y^3}{x^3}}$ B) $4\sqrt[4]{\frac{y}{x}}$ C) $-4\sqrt[4]{\frac{y}{x}}$
D) $-4\sqrt[4]{\frac{y^3}{x^3}}$ E) $-4\sqrt[4]{\frac{x}{y}}$

4. $y^2 = \frac{x^2 + 1}{1 - x}$ eğrisinin A $(0, 1)$ noktasındaki teğetin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y - 1 = \frac{x}{2}$ B) $y - 1 = \frac{x - 1}{2}$
C) $y - 1 = x$ D) $y - 1 = \frac{1}{2}(x + 1)$
E) $y = \frac{x}{2}$

5. $y^2 = 2x^4 - x^3$ eğrisinin A $(1,1)$ noktasındaki teğetin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2y - 5x - 3 = 0$ B) $2y - 5x + 3 = 0$
C) $5y - 2x - 3 = 0$ D) $5y - 2x + 3 = 0$
E) $5x - 2y = 0$

6. $y = \frac{x^3 + 8}{x + 2}$

eğrisinin $x = 1$ noktasındaki teğetin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x = 1$ B) $x = 3$ C) $y = 1$
D) $y = 3$ E) $y = x + 2$

7. $y^2x + xy = x^2 - y^2$ eğrisinin $(1, -1)$ noktasındaki normalin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x - 2y - 5 = 0$ B) $3x - 2y + 5 = 0$
C) $3x + 2y - 5 = 0$ D) $2y - 3x - 5 = 0$
E) $2y - 3x + 5 = 0$

8. $x^2y^2 = \sin(2x + y)$ eğrisinin $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ noktasındaki teğetin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = \pi - x$ B) $y = \pi - 2x$ C) $y = 2\pi - x$
D) $y = 2\pi - 2x$ E) $y = \pi + x$

9. $y^2 = \sin(x y) + x$ eğrisinin $\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$ noktasındaki teğetin eğimi kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

10. $2^{x+y} + e^{e^x} + e^{e^y} - 2e - 1 = 0$ eğrisinin $(0,0)$ noktasındaki teğetin eğimi kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

TEST - 26

1. $y = x^3$ olduğuna göre, $\frac{d^3y}{dx^3}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 2 C) 3 D) 6 E) 12

2. $y = (2x + 3)^4$ olduğuna göre, $\frac{d^4y}{dx^4}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3!2^3$ B) $3!2^4$ C) $4!2^4$ D) $4!2^5$ E) $4!5^4$

3. $f(x) = e^{2x} + \cos(2x - 3)$ olduğuna göre, $\frac{d^9y}{dx^9}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2^9 e^{2x} - \sin(2x - 3)$
 B) $2^9 [e^{2x} - \cos(2x - 3)]$
 C) $2^9 [e^{2x} + \cos(2x - 3)]$
 D) $2^9 [e^{2x} + \sin(2x - 3)]$
 E) $2^9 [e^{2x} - \sin(2x - 3)]$

4. $\frac{d^2}{dx^2} (ax^3 + bx^2) = 12x + 4$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

5. $\frac{d^5}{dx^5} (ax^5 + bx^4) = 120$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

6. $f(x) = \sin x + \cos x$ olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun 2005.türevi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin x + \cos x$ B) $\sin x - \cos x$ C) $-\sin x - \cos x$
 D) $\cos x - \sin x$ E) $\sin 2x$

7. $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$ olduğuna göre, $f'''(x)$ 'in $f'(x)$ türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-8f'(x)$ B) $-4f'(x)$ C) $2f'(x)$
 D) $4f'(x)$ E) $8f'(x)$

8. $y = \sin x \cdot \cos x$ olduğuna göre,

$$\left(\sqrt{2} \frac{dy}{dx} \right)^2 + \frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{d^2y}{dx^2} \right)^2 = 0$$

denklemini sağlayan en küçük pozitif x açısı kaç derecedir?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

9. $P(x) = x^3 - ax^2 + bx + 2$ polinomu $(x + 1)^2$ ile tam bölünebiliyorsa, $a.b$ çarpımı kaç olmalıdır?

A) -4 B) -5 C) -8 D) -15 E) -20

10. $P(x) = ax^3 + bx^2 - cx - 1$ polinomu $(x - 1)^3$ ile tam bölünebiliyorsa $a + b + c$ toplamı kaç olmalıdır?

A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -1

TÜREVİN LİMİTE UYGULANMASI: (L'HOSPİTAL KURALI)

$\frac{0}{0}$ ya da $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliklerini gidermek için L'Hospital kuralı uygulanır. Bu kurala göre; payın ve paydanın ayrı ayrı türevi alındıktan sonra limit değeri hesaplanır.

$\infty - \infty$ ya da $0 \cdot \infty$ belirsizlik durumlarında ise bu belirsizlikler $\frac{\infty}{\infty}$ ya da $\frac{0}{0}$ belirsizliklerine dönüştürülerek L'Hospital kuralı uygulanır.

ÖRNEK

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^7 + x^6 - 2x}{x^3 - 1} \text{ değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^7 + x^6 - 2x}{x^3 - 1} = \frac{1+1-2}{1-1} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği olduğundan L'Hospital uygulanır.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^7 + x^6 - 2x)'}{(x^3 - 1)'} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{7x^6 + 6x^5 - 2}{3x^2} = \frac{7+6-2}{3} = \frac{11}{3}$$

ÖRNEK

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin x} \text{ değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin x} = \frac{e^0 - 1}{\sin 0} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{2x}}{\cos x} = \frac{2e^0}{\cos 0} = \frac{2}{1} = 2$$

ÖRNEK

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan 5x}{2x - \pi} \text{ değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan 5x}{2x - \pi} &= \frac{\tan \frac{5\pi}{2}}{2 \cdot \frac{\pi}{2} - \pi} = \frac{\infty}{\infty} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{5 \cdot \frac{1}{\cos^2 5x}}{\frac{-4}{(2x - \pi)^2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-5 \cdot (2x - \pi)^2}{4 \cos^2 5x} = \frac{0}{0} \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-5 \cdot 2(2x - \pi) \cdot 2}{4 \cdot 2 \cos 5x \cdot \sin 5x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x - \pi}{\sin 10x} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2}{10 \cos 10x} = \frac{2}{10 \cdot (-1)} = -\frac{1}{5} \end{aligned}$$

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \cdot e^{-3x}$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \cdot \frac{1}{e^{3x}} = \infty \cdot 0 &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{e^{3x}} = \frac{\infty}{\infty} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{3 \cdot e^{3x}} = \frac{\infty}{\infty} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{3 \cdot e^{3x}} = \frac{\infty}{\infty} \\ &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{9 \cdot e^{3x}} = \frac{2}{\infty} = 0 \end{aligned}$$

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{4}{x^2 - 1} - \frac{2}{\ln x} \right)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{4}{x^2 - 1} - \frac{2}{\ln x} \right) &= \frac{4}{0} - \frac{2}{0} = \infty - \infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 \ln x - 2(x^2 - 1)}{(x^2 - 1) \ln x} = \frac{0}{0} \\ &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 \ln x - 2x^2 + 2}{(x^2 - 1) \cdot \ln x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 \cdot \frac{1}{x} - 4x}{2x \cdot \ln x + (x^2 - 1) \cdot \frac{1}{x}} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 \left(-\frac{1}{x^2} - 1 \right)}{2 \cdot \ln x + 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{2x \cdot x - (x^2 - 1) \cdot 1}{x^2}} \\ &\Rightarrow \frac{4 \cdot (-2)}{2 \cdot 0 + 2 + \frac{2 - 0}{1}} = \frac{-8}{4} = -2 \end{aligned}$$

NOT ∞^∞ , 1^∞ , 0^0 belirsizlikleri $y = [f(x)]^{g(x)}$ şeklindeki fonksiyonlarda görülür. Limit almak için;

$$\begin{aligned} 1) \quad \lim_{x \rightarrow a} y &= e^{\lim_{x \rightarrow a} g(x) \ln[f(x)]} \\ \lim_{x \rightarrow \pm \infty} y &= e^{\lim_{x \rightarrow \pm \infty} g(x) \ln[f(x)]} \\ 2) \quad \lim_{x \rightarrow a} (1 + f(x))^{g(x)} &= e^{\lim_{x \rightarrow a} [f(x)g(x)]} \\ \lim_{x \rightarrow \pm \infty} (1 + f(x))^{g(x)} &= e^{\lim_{x \rightarrow \pm \infty} [f(x)g(x)]} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\lim_{x \rightarrow a} (1 + f(x))^{g(x)}} \right\} 1^\infty \text{ durumları}$$

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3x} \right)^{6x}$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3x} \right)^{6x} = 1^\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3x} \right)^{6x} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{3x} \cdot 6x} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{x}} = e^4$$

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^{5x-4}$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^{5x-4} = 1^\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{(2x-1)+4}{(2x-1)} \right)^{5x-4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{2x-1} \right)^{5x-4} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{2x-1} \cdot 5x-4} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{20x-16}{2x-1}} = e^{10}$$

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 + x)^{\frac{1}{x}}$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 + x)^{\frac{1}{x}} = \infty^0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 + x)^{\frac{1}{x}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{x} \ln(x^3 + x) \right]} = e^0 = 1$$

$$\left(\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{x} \ln(x^3 + x) \right] = 0 \cdot \infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^3 + x)}{x} = \frac{\infty}{\infty} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x^2 + 1}{x^3 + x}}{1} = \frac{0}{1} = 0 \right)$$

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow \pi^+} (\sin x)^{\tan x}$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} (\sin x)^{\tan x} = 0^0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^+} (\sin x)^{\tan x} = e^{\lim_{x \rightarrow \pi^+} [\tan x \cdot \ln(\sin x)]} = e^0 = 1$$

$$\left(\lim_{x \rightarrow \pi^+} [\tan x \cdot \ln(\sin x)] = 0 \cdot \infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\ln(\sin x)}{\cot x} = \frac{\infty}{\infty} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{1}{\sin^2 x}} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \left[\frac{\cos x}{\sin x} \cdot (-\sin^2 x) \right] \right)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^+} [-\cos x \cdot \sin x] = 1 \cdot 0 = 0$$

TEST - 27

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x + 4}{x^4 - 1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{1}{2}$

2. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 + 3x^3 + 8}{x^3 + 8}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^7 - 5x^5 - 4}{x^9 + x^2}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{11}{7}$ B) -2 C) $-\frac{15}{7}$
D) $-\frac{16}{7}$ E) $-\frac{18}{7}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + x}{\tan x + x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x - \sin x + 1}{\sin 2x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) 1 E) 2

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) + \ln(x^2 + 1)}{\ln(1-x)}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) $\frac{3}{2}$

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2} - e^x}{\ln(2x^2 - 1)}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{e}{8}$ B) $\frac{e}{4}$ C) $\frac{e}{3}$ D) $\frac{e}{2}$ E) e

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x \cdot \ln x}{x^2 - 1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{e}{8}$ B) $\frac{e}{4}$ C) $\frac{e}{3}$ D) $\frac{e}{2}$ E) 1

9. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln \sqrt{x-3}}{\sin(x-4)}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{e}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 2

10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 + 3x^2 - 9x + 5}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{2}{3}$

TEST - 28

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - a}{x^2 - 3x + 2} = b, \quad a, b \in \mathbb{R}$

olduğuna göre, **a + b toplamı kaçtır?**

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

2. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{\sqrt{x-1}-1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{5x+1}}{x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

4. $\lim_{x \rightarrow y} \frac{x^2 \sqrt{x} - y^2 \sqrt{y}}{x \sqrt{x} - y \sqrt{y}}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{4y}{3}$ B) $\frac{5y}{3}$ C) 2y D) $\frac{7y}{3}$ E) $\frac{8y}{3}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{2^x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\infty$ B) 0 C) 1 D) 2 E) ∞

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) ∞ B) 2 C) 1 D) 0 E) $-\infty$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x} + x^2}{1 + e^x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) ∞

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^3 + 1)}{x^3 + 1}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{cosec} x}{\cot x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

10. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{\sec x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -e B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

TEST - 29

1. $\lim_{x \rightarrow 0} [\cot x \cdot \sin x]$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D)
- $-\infty$
- E)
- ∞

2. $\lim_{x \rightarrow 0} [\cos ec 2x \cdot \tan 5x]$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B)
- $\frac{3}{2}$
- C) 2 D)
- $\frac{5}{2}$
- E) 3

3. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} [\cos ec 6x \cdot \cot x]$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $\frac{1}{6}$
- B)
- $\frac{1}{4}$
- C)
- $\frac{1}{3}$
- D)
- $\frac{1}{2}$
- E) 1

4. $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} [\sec 3x \cdot \cos 7x]$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $\frac{3}{7}$
- B)
- $\frac{4}{7}$
- C) 1 D)
- $\frac{7}{4}$
- E)
- $\frac{7}{3}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0^+} [x^4 \cdot \ln x]$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -4 B) -2 C) -1 D) 0 E) 4

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} [x^2 \cdot e^{-2x}]$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{1}{x} \right) \right] \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $-\infty$
- B) -1 C) 0 D) 1 E)
- ∞

8. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln x \cdot x^e)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $-\infty$
- B) -e C) 0 D) e E)
- ∞

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - \frac{x^3}{x-1} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $-\infty$
- B) -2 C) 2 D) 3 E)
- ∞

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x} - \frac{x}{2} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $-\infty$
- B) -1 C) 1 D) 2 E)
- ∞

TEST - 30

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cot x - \operatorname{cosec} x)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) $-\infty$ E) ∞

2. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\tan x - \sec x)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{\ln x} - \frac{3}{x^2 - 1} \right)$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -3 B) -2 C) 2 D) 3 E) ∞

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x+1} \right)^x$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{e}$ B) e C) e^2 D) e^3 E) ∞

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+5}{3x-1} \right)^{2x+3}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) e^6 B) e^5 C) e^4 D) e^3 E) e^2

6. $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (2^x + x)^{\frac{1}{x}}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{2}{e^3}$ B) $\frac{2}{e}$ C) $2e$ D) $2e^2$ E) $2e^3$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + x)^{\frac{1}{x}}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -e B) -1 C) 0 D) 1 E) e

8. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cot x)^{\sin x} + \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\tan x)^{\cos x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) ∞ B) e C) 2 D) 1 E) 0

9. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{3x}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) ∞ B) e^2 C) e D) 1 E) -1

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x} \right)^{\frac{1}{x}}$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{1}{e}$ B) $\frac{1}{e}$ C) 1 D) e E) ∞

ARTAN VE AZALAN FONKSİYONLAR

$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonu (a, b) aralığında türevli olsun.

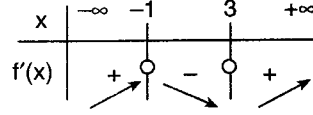
- 1) $f'(x) > 0$ ise $f(a, b)$ aralığında artandır.
- 2) $f'(x) = 0$ ise $f(a, b)$ aralığında sabittir.
- 3) $f'(x) < 0$ ise $f(a, b)$ aralığında azalandır.

ÖRNEK

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x^2 - 2x - 3) = 3(x - 3)(x + 1) \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$



- $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ için $f'(x) > 0$ olduğundan $f(x)$ artandır.
- $(-1, 3)$ için $f'(x) < 0$ olduğundan $f(x)$ azalandır.

ÖRNEK

$f(x) = \frac{x^2 - ax}{x^2 - 4x + 3}$ fonksiyonunun daima artan olması için a nın aralığını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f'(x) = \frac{(2x - a)(x^2 - 4x + 3) - (x^2 - ax)(2x - 4)}{(x^2 - 4x + 3)^2} > 0$$

$$2x^3 - 8x^2 + 6x - ax^2 + 4ax - 3a - 2x^3 + 4x^2 + 2ax^2 - 4ax > 0$$

$$-4x^2 + ax^2 + 6x - 3a > 0 \Rightarrow x^2(a - 4) + 6x - 3a > 0$$

$$\Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow (6)^2 - 4 \cdot (a - 4) \cdot (-3a) < 0 \Rightarrow 36 + 12(a^2 - 4a) < 0 \Rightarrow 3 + (a^2 - 4a) < 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a + 3 < 0 \Rightarrow (a - 3) \cdot (a - 1) < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} a & 1 & 3 & \\ \hline & + & - & + \end{array} \quad 1 < a < 3 \text{ olmalıdır.}$$

ÖRNEK

$f(x)$ $[a, b]$ aralığında pozitif tanımlı ve artan olduğuna göre, $f^2(x)$, $-f(x)$, $\frac{f(x)}{x}$, $\frac{2}{f(x)}$, $1 + f^2(x)$ fonksiyonlarının aynı aralıkta artan ya da azalan olma durumlarını inceleyiniz.

ÇÖZÜM

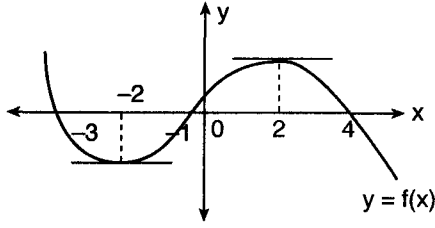
$f(x)$ için, $f(x) > 0$ ve $f'(x) > 0$ dır.

- $f^2(x)$ için $[f^2(x)]' = 2f(x) \cdot f'(x) > 0$ olduğundan artandır.
- $-f(x)$ için $[-f(x)]' = -f'(x) < 0$ olduğundan azalandır.
- $\frac{f(x)}{x}$ için $\left(\frac{f(x)}{x}\right)' = \frac{f'(x) \cdot x - f(x)}{x^2}$ ifadesinin işareti, $[a, b]$ aralığından seçilen x in işaretine ve değerine

bağılıdır. Bunun için, $\frac{f(x)}{x}$ fonksiyonunun artan veya azalan olduğu söylenemez.

- $\frac{2}{f(x)}$ için $\left[\frac{2}{f(x)}\right]' = \frac{-2f'(x)}{f^2(x)} < 0$ olduğundan azalandır.
- $1 + f^2(x)$ için $[1 + f^2(x)]' = 2f(x) \cdot f'(x) > 0$ olduğundan artandır.

ÖRNEK



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $f(x)$ in artan ya da azalan olduğu aralıkları bulunuz.

NOT:

$x_1 < x_2$ için $f(x_1) < f(x_2)$ ise $f(x)$ artandır.

Grafik

ya da

şeklinde olur.

$x_1 < x_2$ için $f(x_1) > f(x_2)$ ise $f(x)$ azalandır.

Grafik

ya da

şeklinde olur.

ÇÖZÜM

$(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ için $f(x)$ azalan

$(-2, 2)$ için $f(x)$ artandır.

FONKSİYONLARIN MAKSİMUM VE MİNİMUM (EKSTREMUM) NOKTALARI

$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonunun bu aralıkta alabileceği en büyük değere mutlak maksimum değeri, en küçük değere mutlak minimum değeri denir.

Aynı tanımı $[a, b]$ aralığının alt aralıkları için düşündüğümüzde bu kez ekstremum noktalarımız yerel maksimum ve yerel minimum isimlerini alır.

ÖRNEK

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + \frac{1}{3}$ fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - 4x - 5 \Rightarrow f'(x) = x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1)$$

x	-1	5
$f'(x)$	+	-

$$f(-1) = -\frac{1}{3} - 2 + 5 + \frac{1}{3} = 3$$

$$f(5) = \frac{125}{3} - 50 - 25 + \frac{1}{3} = 42 - 75 = -33$$

$(-1, 3)$ noktası yerel maksimum, $(5, -33)$ noktası yerel minimum noktasıdır.

NOT: Fonksiyonun artandan azalana geçtiği nokta yerel maksimum, azalandan artana geçtiği nokta yerel minimum noktasıdır.

ÖRNEK

$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 1$ fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının apsisi toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 1$ fonksiyonu için $\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 48 > 0$ olduğundan 2 reel kök vardır ve bunlar yerel ekstremum noktalarıdır.

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-6)}{3} = 2$$

ÖRNEK

$f(x) = x^3 - 12x + 3$ fonksiyonunun $[-3, 1]$ aralığındaki maksimum ve minimum değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f(-3) = -27 + 36 + 3 = 12$$

$$f(1) = 1 - 12 + 3 = -8$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x^2 - 4) = 3(x - 2)(x + 2) \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 2 \end{cases} \quad 2 \notin [-3, 1]$$

$$f(-2) = -8 + 24 + 3 = 19$$

Fonksiyonun yerel maksimum değeri 19, yerel minimum değeri -8 olur.

ÖRNEK

$f(x) = mx^2 + (m + 1)x + m - 1$ fonksiyonunun $x = -\frac{3}{4}$ noktasında bir minimumu olduğuna göre, m değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f'(x) = 2mx + m + 1 = 0 \Rightarrow 2m \cdot \frac{-3}{4} + m + 1 = 0 \Rightarrow -\frac{3m}{2} + m + 1 = 0 \Rightarrow \frac{m}{2} = 1 \Rightarrow m = 2$$

ÖRNEK

$f(x) = x^2 - 7x + 14$ parabolü üzerindeki bir noktanın koordinatları toplamının alabileceği en küçük değeri bulunuz.

ÇÖZÜM

$(x, x^2 - 7x + 14)$ parabol üzerinde bir nokta olsun.

$$A = x^2 - 6x + 14 \Rightarrow A' = 0 \Rightarrow 2x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$A(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 14 = 5$$

ÖRNEK

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + bx$ fonksiyonunun $x_1 = 2$ ve $x_2 = 3$ noktalarında yerel ekstremumu varsa $b - a$ farkını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f'(x) = x^2 - 2ax + b$$

$$f'(2) = 0, f'(3) = 0$$

$$\left. \begin{aligned} f'(2) &= 4 - 4a + b = 0 \\ f'(3) &= 9 - 6a + b = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = \frac{5}{2}, b = 6 \Rightarrow b - a = 6 - \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$$

TEST - 31

1. $f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$ fonksiyonu aşağıda verilen aralıklardan hangisinde artandır?

- A) $(-\infty, 0)$ B) $(-1, \frac{1}{3})$
 C) $(0, +\infty)$ D) $(-\infty, -1) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$
 E) $(-1, \frac{1}{3}) \cup (\frac{2}{3}, 1)$

2. $f(x) = -2x^3 - x^2 + 4x + 5$ fonksiyonu aşağıda verilen aralıklardan hangisinde artandır?

- A) $(-\frac{2}{3}, 1)$ B) $(-\infty, -1) \cup (\frac{2}{3}, +\infty)$
 C) $(-1, \frac{2}{3})$ D) $(-\infty, 0)$
 E) $(0, +\infty)$

3. $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$ fonksiyonu aşağıda verilen aralıklardan hangisinde azalandır?

- A) $(-\infty, 2)$ B) $(-\infty, 1)$ C) $(1, +\infty)$
 D) $(2, +\infty)$ E) $(1, 2)$

4. $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x - 1$ fonksiyonu aşağıda verilen aralıklardan hangisinde azalandır?

- A) $(-\infty, -1) \cup (1, 2)$
 B) $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$
 C) $(-1, 1) \cup (2, +\infty)$
 D) $(-1, 2)$
 E) $(1, +\infty)$

5. $f(x) = x^2 - 4x - 5$ fonksiyonu için $f(x).f'(x) > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 1) \cup (2, 5)$
 B) $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$
 C) $(-1, 2) \cup (5, +\infty)$
 D) $(-1, 5)$
 E) $(-1, 4) \cup (5, 9)$

6. $f(x) = ax^3 + 2x^2 + 4x + 9$ fonksiyonunun daima artan olması için **a** hangi aralıkta olmalıdır?

- A) $a > 1$ B) $a > \frac{1}{3}$ C) $a > 0$
 D) $a < 0$ E) $a < \frac{1}{3}$

7. $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x + a}$

fonksiyonunun daima artan olması için **a** hangi aralıkta olmalıdır? ($x \neq -a$)

- A) $(-2, 0)$ B) $(-2, 1)$ C) $(1, 2)$
 D) $(0, 1)$ E) $(0, 2)$

8. $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + ax^2 - x - 1$

fonksiyonunun daima azalan olması için **a** hangi aralıkta olmalıdır?

- A) $(-\infty, -1)$ B) $(-1, 0)$ C) $(0, 1)$
 D) $(-1, 1)$ E) $(1, \infty)$

9. $f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x - x$ fonksiyonunun azalan olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(-\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ B) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ C) $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$
 D) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ E) $\left(0, \frac{3\pi}{2}\right)$

10. $x = at - 1$, $y = (a + 1)t + 2$ parametrik denklemleri ile verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun daima azalan olması için **a** hangi aralıkta olmalıdır?

- A) $(-1, 0)$ B) $(0, 1)$ C) $(1, 2)$ D) $(-1, 1)$ E) $(0, 2)$

TEST - 32

1. $f(x)$, $[a,b]$ aralığında pozitif olarak tanımlı ve artan olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta daima artandır?**

A) $1 - f(x)$ B) $1 - f^2(x)$ C) $\frac{1}{f(x)}$
D) $\frac{1}{f^2(x)}$ E) $f^2(x)$

2. $f(x)$, $[a,b]$ aralığında pozitif olarak tanımlı ve artan olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta daima azalandır?**

A) $f'(x)$ B) $f^2(x)$ C) $x + f(x)$
D) $\frac{1}{f(x)}$ E) $\frac{f(x)}{x}$

3. **Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi daima artandır?**

A) $y = x^2 - 5x + 1$ B) $y = \frac{1}{x}$ C) $y = \frac{x-2}{x-1}$
D) $y = \frac{x-1}{x-2}$ E) $y = \frac{x^2-1}{x^2}$

4. $0 < a < b$ ve $\forall x \in [a,b]$ için $f'(x) < 0$ olduğuna göre, $\forall x \in (a,b)$ için **aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?**

A) $f(x) < f(a)$ B) $f(x) < f(b)$ C) $f(x) < 0$
D) $f(x) > 0$ E) $f(x) = f(a)$

5. f ve g fonksiyonları $[a,b]$ aralığında türevlidir. Bu fonksiyonlar için aşağıdaki bağıntılardan hangisi sağlanırsa $\frac{f(x)}{g(x)}$ **fonksiyonu aynı aralıkta azalan olur?** ($g(x) \neq 0$)

A) $f'(x).g(x) > f(x).g'(x)$
B) $f'(x).g(x) < f(x).g'(x)$
C) $f'(x) > g(x)$
D) $f'(x).g(x) < f(x)$
E) $f(x).g(x) < f'(x).g'(x)$

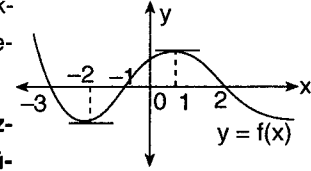
6. f ve g fonksiyonlar (a,b) aralığında pozitif tanımlı, $f(x)$ artan ve $g(x)$ azalan olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi daima artandır?**

A) $f(x) + g(x)$ B) $g(x) - f(x)$ C) $f(x).g(x)$
D) $\frac{f(x)}{g(x)}$ E) $\frac{g(x)}{f(x)}$

7. $[a,b]$ aralığında pozitif, türevli ve artan $f(x)$ **fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?**

A) $y = f^2(x).f(x)$ artandır.
B) $y = f^2(x) - f(x)$ artandır.
C) $a.f(x)$ artandır.
D) $b.f(x)$ azalandır.
E) $a^{bx} + f^2(x)$ artandır.

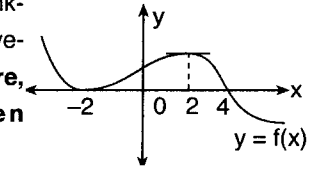
8. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$f(x).f'(x) < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

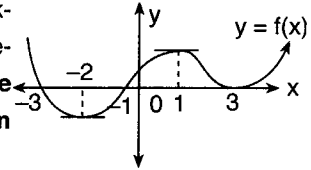
A) $(-\infty, -3) \cup (-2, 1) \cup (1, 2)$
B) $(-3, -2) \cup (-1, 1) \cup (2, +\infty)$
C) $(-3, -1) \cup (2, +\infty)$
D) $(-\infty, -3) \cup (-1, 2)$
E) $(-2, -1) \cup (1, 2)$

9. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. **Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**



A) $f'(-3) \cdot f(-3) < 0$ B) $f(0) \cdot f'(0) > 0$
C) $f'(2) \cdot f(2) < 0$ D) $f(3) \cdot f'(3) < 0$
E) $f'(7) \cdot f(7) > 0$

10. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. **Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**



A) $f(4).f'(4) > 0$ B) $f(2).f'\left(-\frac{3}{2}\right) < 0$
C) $f(0).f'(4) > 0$ D) $f\left(-\frac{5}{2}\right).f'\left(\frac{1}{2}\right) < 0$
E) $f'(1).f(1) = 0$

TEST - 33

1. $f(x) = x^3 + x^2 - x - 7$ fonksiyonunun yerel maksimum değeri kaçtır?

A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

2. $f(x) = x^2 \cdot e^x$ fonksiyonunun yerel maksimum değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{e^2}$ B) $\frac{2}{e^2}$ C) $\frac{3}{e^2}$ D) $\frac{4}{e^2}$ E) e^2

3. $f(x) = \frac{1}{3}x^3$ olduğuna göre, $(f'(x) + f''(x))$ fonksiyonunun yerel minimum noktasının apsisi kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2x + 3$ fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının apsileri toplamı kaçtır?

A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

5. $f(x) = ax^3 - 3x^2 - 2x - 7$ fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının apsileri toplamı 2 olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x$ fonksiyonunun yerel ekstremum noktaları A ve B olduğuna göre, **IAI** kaç birimdir?

A) 30 B) $30\sqrt{3}$ C) $30\sqrt{5}$
D) $31\sqrt{11}$ E) $30\sqrt{13}$

7. $f(x) = \frac{x^2 - ax}{x + a}$ fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının apsileri toplamı 4 olduğuna göre, a kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $f(x) = \frac{x}{x^2 + 9}$ fonksiyonunun yerel ekstremum değerinin $\frac{1}{6}$ olduğu noktanın apsisi kaçtır?

A) -3 B) 2 C) -1 D) 2 E) 3

9. $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ fonksiyonunun yerel ekstremum değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $f(x) = \frac{x^2 - 5x + a}{x^2}$

fonksiyonunun grafiğinin koordinat eksenlerini kesmemesi için a yerine gelebilecek en küçük tamsayı kaç olmalıdır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

TEST - 34

1. $f(x) = \frac{x^2 - ax}{x^2 - 3x + 2}$ fonksiyonunun yerel ekstremumlarının olmaması için a hangi aralıkta olmalıdır?

A) $1 < a < 2$ B) $1 < a < 3$ C) $0 < a < 1$
D) $2 < a < 3$ E) $1 < a < 4$

2. $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ fonksiyonunun yerel ekstremum noktasının apsisi kaçtır?

A) e^{-1} B) 0 C) $\sqrt{e}$ D) e E) e^2

3. $f(x) = x^3 - 3x + 10$ fonksiyonunun $[-2, 2]$ aralığındaki en küçük değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4. $f(x) = x^4 - 2x^2 + 8$ fonksiyonunun $[-1, 2]$ aralığındaki en küçük değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 16 B) 12 C) 10 D) 8 E) 7

5. $f(x) = -x^3 + 3x + 5$ fonksiyonunun $[0, 1]$ aralığındaki en küçük ve en büyük değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 5 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

6. $f(x) = x^2 - 9$ fonksiyonunun $[-3, 4]$ aralığındaki en küçük ve en büyük değerlerinin toplamı kaçtır?

A) -9 B) -2 C) 2 D) 7 E) 9

7. $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 6x - 2$ fonksiyonunun $[0, 3]$ aralığındaki en küçük değeri kaçtır?

A) -4 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

8. $f(x) = x^3 + mx^2 - 5x + n$ fonksiyonunun $(1, 0)$ noktasında minimumu olması için n kaç olmalıdır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. $f(x) = x^4 - 2x^2 + m$ fonksiyonunun ekstremum değerleri pozitif olduğuna göre, m aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10. $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3x + 1$ fonksiyonu veriliyor. $f'(x)$ fonksiyonunun yerel minimum değerinin 0 olması için a kaç olmalıdır?

A) ± 1 B) ± 2 C) ± 3 D) ± 4 E) 0

MAKSİMUM MİNİMUM PROBLEMLERİ**ÖRNEK**

$x + y = 5$ ise $2x^2 + 3y^2$ toplamının en küçük değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

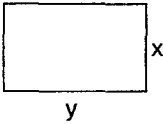
$$y = 5 - x \Rightarrow f(x) = 2x^2 + 3(5 - x)^2$$

$$f'(x) = 4x + 6(5 - x) \cdot (-1) = 4x - 30 + 6x = 10x - 30 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$f(3) = 2 \cdot 3^2 + 3(5 - 3)^2 = 18 + 12 = 30$$

ÖRNEK

Çevresi 80 m olan dikdörtgen şeklinde bir tarlanın alanının m^2 cinsinden alabileceği en büyük değeri bulunuz.

ÇÖZÜM

$$2x + 2y = 80 \Rightarrow x + y = 40$$

$$f(x) = x \cdot y = x \cdot (40 - x) = -x^2 + 40x$$

$$f'(x) = -2x + 40 = 0 \Rightarrow x = 20$$

$$f(20) = 20 \cdot 20 = 400 \text{ m}^2$$

ÖRNEK

$x^2 + (1 - m)x + m + 3 = 0$ denkleminin köklerinin kareleri toplamının minimum olmasını sağlayan m değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$x_1 + x_2 = m - 1 \quad f(m) = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2(x_1 \cdot x_2) = (m - 1)^2 - 2(m + 3) = m^2 - 2m + 1 - 2m - 6$$

$$x_1 \cdot x_2 = m + 3 \quad f(m) = m^2 - 4m - 5 \Rightarrow f'(m) = 2m - 4 = 0 \Rightarrow m = 2$$

ÖRNEK (ÖYS)

$y = \frac{4}{x}$ fonksiyonunun başlangıç noktasına en yakın olan noktasının başlangıç noktasına uzaklığını bulunuz.

ÇÖZÜM

$A(x, \frac{4}{x})$ fonksiyonunun grafiği üzerinde bir nokta olsun.

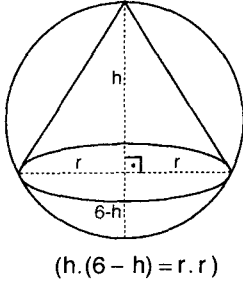
$$f(x) = \sqrt{(x-0)^2 + (\frac{4}{x}-0)^2} = \sqrt{x^2 + \frac{16}{x^2}} = \sqrt{\frac{x^4 + 16}{x^2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{4x^3 \cdot x^2 - (x^4 + 16) \cdot 2x}{2 \cdot \sqrt{\frac{x^4 + 16}{x^2}} \cdot x^2} = 0$$

$$\Rightarrow 4x^5 - 2x^5 - 32x = 0 \Rightarrow 2x(x^4 - 16) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -2, x = 2$$

$$\Rightarrow f(2) = \sqrt{2^2 + \frac{16}{2^2}} = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$$

ÖRNEK

Yarıçapı 3 cm olan bir küre içine çizilebilecek maksimum hacimli dik koninin hacmini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$V = \pi r^2 \cdot \frac{h}{3} \Rightarrow V = \frac{\pi}{3} \cdot h(6-h) \cdot h \Rightarrow V = \frac{\pi}{3} (-h^3 + 6h^2)$$

$$V' = \frac{\pi}{3} \cdot (-3h^2 + 12h) = \frac{\pi}{3} \cdot (-h^2 + 4h)$$

$$V' = \pi \cdot h(4-h) = 0 \Rightarrow h = 0 \text{ veya } h = 4$$

$$V = \frac{\pi}{3} \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 = \frac{32\pi}{3}$$

ÖRNEK (ÖYS)

$4x^2 + 9y^2 = 144$ elipsinin $\frac{x}{8} + \frac{y}{16} = 1$ doğrusuna en yakın noktasının apsisini bulunuz.

ÇÖZÜM

(x, y) elips üzerinde bir nokta olsun. Bu noktadan çizilen teğetin eğimi, $\frac{-8x}{18y} = \frac{-4x}{9y}$ olur.

$$\frac{x}{8} + \frac{y}{16} = 1 \Rightarrow 2x + y - 16 = 0 \text{ doğrusunun eğimi } -2 \text{ dir.}$$

(doğru ve teğet birbirine paralel olduğunda uzaklık en kısa olur.)

$$-2 = \frac{-4x}{9y} \Rightarrow 9y = 2x \Rightarrow 9\left(\sqrt{\frac{144 - 4x^2}{9}}\right) = 2x$$

$$\Rightarrow 9 \cdot \frac{2}{3} \sqrt{36 - x^2} = 2x$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{36 - x^2} = x \Rightarrow 9 \cdot 36 - 9x^2 = x^2 \Rightarrow 9 \cdot 36 = 10x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{9 \cdot 36}{10} \Rightarrow x = \frac{18\sqrt{10}}{10} = \frac{9\sqrt{10}}{5}$$

FONKSİYONLARIN DÖNÜM (BÜKÜM) NOKTASI

- 1) $f''(x) > 0$ ise, $f(x)$ yukarı bükey (çukur) olur. Yerel minimum vardır.
- 2) $f''(x) < 0$ ise, $f(x)$ aşağı bükey (tümsek) olur. Yerel maksimum vardır.

ÖRNEK

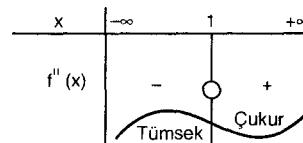
$f(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 1$ fonksiyonunun çukur veya tümsek olduğu aralıkları bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 3 \Rightarrow f''(x) = 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$(-\infty, 1)$ aralığında $f(x)$ tümsek

$(1, +\infty)$ aralığında $f(x)$ çukur



NOT

$f''(x) = 0$ için fonksiyonunun dönüm noktası bulunur.

ÖRNEK

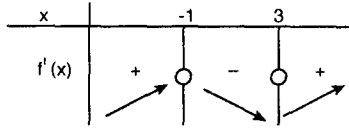
$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ fonksiyonunun çukur veya tümsek olduğu aralıkları, yerel maksimum ve minimum değerlerini ve dönüm noktasını bulunuz.

ÇÖZÜM

1. yol: $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Rightarrow 3(x^2 - 2x - 3) = 0 \Rightarrow 3(x-3)(x+1) = 0$

$x = -1$

$x = 3$



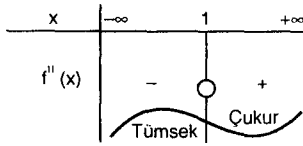
$x = -1$ için yerel maksimum değeri $f(-1) = -1 - 3 + 9 + 1 = 6$

$x = 3$ için yerel minimum değeri $f(3) = 27 - 27 - 27 + 1 = -26$

$f''(x) = 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$ için fonksiyonun dönüm noktası vardır.

$f(1) = 1 - 3 - 9 + 1 = -10 \Rightarrow$ fonksiyonun dönüm noktası $(1, -10)$ olur.

2. yol: $f''(x) = 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$



$f''(-1) = -6 - 6 = -12 < 0 \Rightarrow$ yerel maksimum var.

$f''(3) = 6 \cdot 3 - 6 = 12 > 0 \Rightarrow$ yerel minimum var.

ÖRNEK (ÖYS)

Denklemleri $y = x^3 + ax^2 + (a+7)x - 1$ olan eğrinin dönüm (büküm) noktasının apsisi 1 ise ordinatını bulunuz.

ÇÖZÜM

$y' = 3x^2 + 2ax + a + 7$

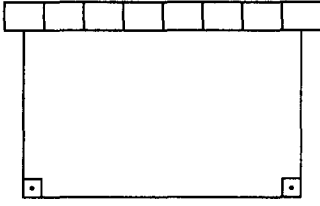
$y'' = 6x + 2a = 0$

$x = 1 \Rightarrow 6 + 2a = 0 \Rightarrow a = -3$

$y = x^3 - 3x^2 + 4x - 1, x = 1 \Rightarrow y = 1 - 3 + 4 - 1 = 1$

TEST - 35

1.



Şekildeki gibi bir kenarında duvar bulunan dikdörtgen biçimdeki bir tarlanın üç tarafına 100 m uzunluğunda bir tel çekilmiştir. Bahçenin alanı en fazla kaç m^2 dir?

A) 1250 B) 1000 C) 950 D) 900 E) 750

2. $y = 1 + \sin 5x$ fonksiyonunu maksimum yapan en küçük pozitif x açısının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 15° B) 18° C) 30° D) 60° E) 90°

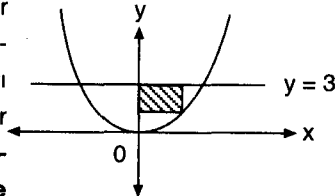
3. y toplam maliyeti, x üretilen mal miktarını göstermek üzere, bir malın toplam maliyeti

$y = x + \frac{400}{x}$ olduğuna göre, maliyetin minimum olması için bu maldan kaç adet üretilmelidir?

A) 25 B) 20 C) 17 D) 15 E) 12

4. Şekildeki gibi bir kenarı $y = 3$ doğrusu, diğer kenarı y eksen ve bir köşesi $y = x^2$ parabolü üzerinde bulunan maksimum alanlı dikdörtgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) 2



5. $A(4,2)$ noktasının $y^2 = 8x$ eğrisine en kısa uzaklığı kaç birimdir?

A) $\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 3 D) $2\sqrt{3}$ E) 4

6. 2 cm yarıçaplı bir çember içine çizilen maksimum alanlı dikdörtgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 16

7. Yarıçapı 4 cm olan bir kürenin içine çizilen maksimum hacimdeki dik silindirin yüksekliği kaç cm dir?

A) $4\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$
D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

8. $A(1,1)$ noktasından geçen ve birinci bölgede koordinat eksenleri ile en küçük alanlı üçgen oluşturan doğrunun eğimi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

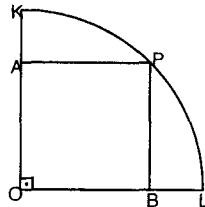
A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) $-\frac{4}{3}$ D) -1 E) $-\frac{1}{2}$

9. Yarıçapı 2 birim olan yarım çember içine çizilebilecek en büyük alanlı yamuğun yüksekliği kaç birim olur?

A) 1 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2

10. Şekilde dörtte bir birim çember üzerindeki bir P noktasının [OK] ve [OL] üzerindeki dik izdüşümleri sırasıyla A ve B olduğuna göre, AOBP dörtgeninin alanının maksimum değeri kaç birim-kare olur?

A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 1



TEST - 36

1. $f(x) = 2\sin x + a \cdot \cos x$ fonksiyonunun $[0, \frac{\pi}{2}]$ aralığındaki en büyük değeri $\sqrt{13}$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $x, y \in \mathbb{R}$ ve $x - y = 8$ olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımının en küçük değeri kaçtır?

A) -16 B) -8 C) -4 D) -1 E) 0

3. $x, y \in \mathbb{R}$ ve $x + 2y = 10$ olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

A) 25 B) $\frac{25}{2}$ C) 12 D) 8 E) 6

4. $x, y \in \mathbb{R}$ ve $x + y = 15$ olduğuna göre, $x^2 \cdot y^3$ çarpımının maksimum olması için (x, y) ikilisi aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

A) (3,12) B) (7,8) C) (4,11)
D) (5,10) E) (6,9)

5. $y = x^2 - 3x$ fonksiyonunun grafiği üzerindeki noktalar için koordinatlar toplamının en küçük değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $x^2 + (3 - a)x - a - 1 = 0$ denkleminde köklerin karelerinin toplamı minimum olması için a kaç olmalıdır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

7. Hipotenüsü 8 cm olan bir dik üçgenin alanı en fazla kaç cm^2 olur?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

8. $y = \frac{8}{x^2 - 2x + 5}$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{8}{5}$ C) 2 D) 3 E) 4

9. $f(x) = e^{-x^2 + 4x - 2}$ ifadesinin alabileceği en küçük değerin e tabanında logaritması aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^{-2} B) e^{-1} C) 1 D) 2 E) e

10. $x, y \in \mathbb{R}^+$ ve $x \cdot y = 20$ olduğuna göre, $x + y$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

A) $4\sqrt{5}$ B) 9 C) 12 D) 16 E) $8\sqrt{5}$

TEST - 37

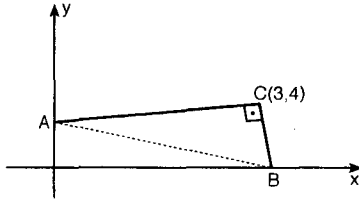
1. İki köşesi x ekseninde, diğer iki köşesi ise $y = 2x$ ve $y + 3x - 30 = 0$ doğruları üzerinde bulunan dikdörtgenin alanı en çok kaç birimkare olur?

A) 45 B) 30 C) 25 D) 20 E) 18

2. $f(x) = 2^{x^2-2x} - \frac{13}{2}$ fonksiyonunun görüntü kümesinin en küçük elemanı aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

3.



Köşesi C(3,4) olan şekildeki dik açının kenarları koordinat eksenlerini A ve B noktalarında kesmektedir. Buna göre, $|AB|$ 'nin en küçük değeri kaçtır?

A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) 5 D) $4\sqrt{2}$ E) 7

4. P(a,b) noktası $y = 3x - x^2$ parabolü üzerinde olduğuna göre, a'nın hangi değeri için $a + b$ toplamı maksimum olur?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $y = |x|.x^3$ fonksiyonunun $x = 1$ ve $x = -1$ noktalarındaki teğetleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Birbirine paraleldir.
B) Birbirine diktir.
C) x ekseninde sabit bir noktada kesişirler.
D) y ekseninde sabit bir noktada kesişirler.
E) 45° 'lik açıyla kesişirler.

6. $y = \frac{3}{x}$ fonksiyonunun başlangıç noktasına en yakın olan noktasının, başlangıç noktasına uzaklığı kaç birimdir?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{6}$

7. $x + y = 4$ doğrusu, x eksen ve y eksen ile sınırlı bölgede bulunup bir köşesi orijin olan en büyük alanlı dikdörtgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

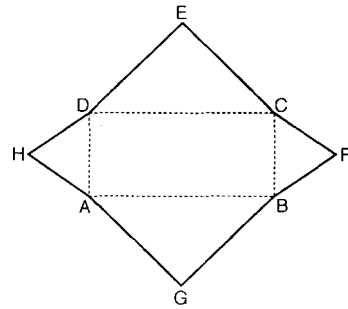
8. Bir kenarının uzunluğu 4 birim olan karenin içine yerleştirilecek en büyük alanlı eşkenar üçgenin yüksekliği kaç birimkaredir?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $2\sqrt{3}$

9. Eşit kenarlarından biri 10 cm ve tabanı 12 cm olan ikizkenar üçgenin içine yerleştirilebilecek en büyük alanlı dikdörtgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 10 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

10.



Şekilde ABCD dikdörtgen, EDC, HAD, GAB, ve CBF üçgenleri eşkenardır. Şeklin çevresi 16 cm olduğuna göre, ABCD dikdörtgenin alanının maksimum değeri kaç cm^2 olur?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1

TEST - 38

1. $f(x) = \frac{1}{x}$ ve $g(x) = x^2$ fonksiyonlarının kesim noktasındaki teğetleri arasındaki dar açının tanjantı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3 B) 2 C) 1 D) -1 E) -3

2. $f(x) = x^3 - 3x + 1$ fonksiyonunun üzerindeki $A(-1,3)$ noktasında çizilen teğet eğriyi bir başka B noktasında kestiğine göre, **İABI kaç birimdir?**

A) $4\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) 3 D) 2 E) $\sqrt{2}$

3. $x^2 - 4xy + y^2 = -9$ eğrisinin düşey teğetlerinin değme noktalarının apsisi çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) -9 B) -4 C) -3 D) -2 E) 2

4. $f(x) = x^3 + 2$ fonksiyonunun $x + 3y - 1 = 0$ doğru-suna dik teğetlerinin değme noktalarının ordi-natları çarpımı kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) -1 E) -3

5. $f(x) = x^3 - 3x$ fonksiyonunun $[0,3]$ aralığında ortalama değer teoremini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

6. $x^2 + y^2 = 4$ ve $x^2 + y^2 - 4x = 0$ denklemleri ile ve-rilen eğrilerin kesişme açılarının ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

A) 30° B) 45° C) 60° D) 75° E) 90°

7. $y = x^3 - x$ eğrisine $A(1,a)$ noktasından çizilen te-ğet eğriyi A'dan farklı bir B noktasında kesti-ğine göre, B'nin apsisi kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

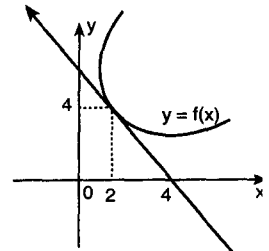
8. $y = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x - 4$ fonksiyonuna çizilen te-ğetlerden eğimi en küçük olanın eğimi kaçtır?

A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

9. $y = \sqrt{x}$ eğrisi üzerindeki noktalardan hangisi $A(1,0)$ noktasına en yakındır?

A) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ B) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}\right)$ C) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
D) (1,1) E) (4,2)

10. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verildiğinde göre, $f(2) + f'(2)$ toplamı kaç-tır?



A) 10 B) 8 C) 6 D) 5 E) 2

KARMA TEST - 7

1. $\int_0^2 x \cdot e^x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^2 + 2$ B) $e^2 + 1$ C) e^2 D) $e^2 - 1$ E) $e^2 - 2$

2. $\int_e^{e^2} x \cdot \ln x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3e^4 - e^2}{4}$ B) $\frac{3e^2 - e}{2}$ C) $\frac{2e^2 - e}{4}$
D) $\frac{2e^4 - e^2}{4}$ E) $\frac{e^2 - e}{2}$

3. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x \cos x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2} + 1$ B) $\frac{\pi}{2} - 1$ C) $-\frac{\pi}{2} - 1$
D) $2\pi - 1$ E) $2\pi + 1$

4. $\int_1^3 \frac{3}{2+x-x^2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln 8$ B) $\ln 6$ C) $\ln 4$ D) $\ln 3$ E) $\ln 2$

5. $\int \frac{2}{x^2 + 1} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\operatorname{arccot} x + c$ B) $2 \operatorname{arccot} x + c$
C) $\arctan x + c$ D) $2 \arctan x + c$
E) $\arctan x^2 + c$

6. $\int_0^{\pi} \sin^3 x dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{2}$

7. $\int_0^{\pi/2} \sqrt{1 + \sin x} \cdot \cos x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2\sqrt{2} - 1}{2}$ B) $\frac{4\sqrt{2} - 2}{3}$ C) $\frac{3\sqrt{2} - 1}{4}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

8. $\int \sin(3x + 4) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{3} \cos(3x + 4) + c$ B) $2 \cos(3x + 4) + c$
C) $-2 \cos(3x + 4) + c$ D) $3 \cos(3x + 4) + c$
E) $-3 \cos(3x + 4) + c$

9. $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x}$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

10. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{3}{16}$

KARMA TEST - 8

1. $\int (\cos 3x - \sin 2x) dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{2} \cos 2x + c$
 B) $-\frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{2} \cos 2x + c$
 C) $-3 \sin 3x + 2 \cos 2x + c$
 D) $3 \sin 3x - 2 \cos 2x + c$
 E) $-\frac{1}{3} \sin 3x - \frac{1}{2} \cos 2x + c$

2. $\int \sin 3x \cos x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{4} \cos 4x - \frac{1}{2} \cos 2x + c$
 B) $-\frac{1}{4} \cos 4x + \frac{1}{2} \sin 2x + c$
 C) $-\frac{1}{8} \cos 4x - \frac{1}{4} \cos 2x + c$
 D) $\frac{1}{4} \sin 4x + \frac{1}{2} \sin 2x + c$
 E) $\frac{1}{8} \cos 4x + \frac{1}{2} \cos 2x + c$

3. $\int_0^{\pi/4} \tan^2 x dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2-\pi}{2}$ B) $\frac{4-\pi}{4}$ C) $\frac{2-\pi}{4}$ D) $\frac{1-\pi}{2}$ E) $\frac{\pi}{4}$

4. $\int_{\ln 2}^{\ln 4} e^{2x} dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 32 B) 16 C) 12 D) 8 E) 6

5. $\int \sqrt{1 + \sin 2x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\cos x + \sin x + c$ B) $\cos 2x + \sin x + c$
 C) $-\cos x + \sin x + c$ D) $\sin 2x - 1 + c$
 E) $\cos 2x - 1 + c$

6. $\int_0^2 (|x| + 3) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

7. $\int_0^4 x^2 \cdot \text{sgn}(x^2 - 4) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 16 B) 12 C) 10 D) 8 E) 4

8. $\int_0^{\pi/3} \sin 6x dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{1}{3}$

9. $\int \sqrt{x^2 + 2} \cdot x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2} \sqrt{(x^2 + 2)^3} + c$ B) $\frac{2}{3} \sqrt{(x^2 + 2)^3} + c$
 C) $\frac{1}{3} \sqrt{(x^2 + 2)^5} + c$ D) $3 \sqrt{(x^2 + 2)^3} + c$
 E) $\frac{1}{3} \sqrt{(x^2 + 2)^3} + c$

10. $\int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\arctan e^{2x} + c$ B) $\arctan e^x + c$
 C) $\text{arccot } e^x + c$ D) $\arcsin e^x + c$
 E) $\text{arccot } e^{2x} + c$

KARMA TEST - 9

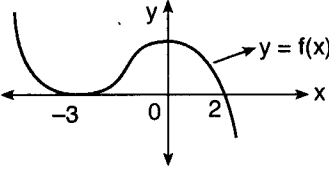
1. $\int \frac{x}{x-2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + 2\ln|x-2| + c$ B) $x + \ln|x-2| + c$
 C) $2x + \ln|x-2| + c$ D) $x^2 + \ln|x-2| + c$
 E) $2x^2 + \ln|x-2| + c$

2. $\int_{-1}^3 |x-2| dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $y = f(x)$ fonksiyonun grafiği şekildeki gibidir.



Buna göre, $\int_{-2}^2 |x - \operatorname{sgn} f(x)| dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $\int_{\frac{1}{2}}^3 \operatorname{sgn}(\log x) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{7}{2}$ B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) 2 E) $\frac{3}{2}$

5. $\int_1^4 x(x-2)^3 dx$

integralinde $u = x - 2$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{-1}^2 u^4 du$ B) $\int_{-1}^2 (u^3 + u^2) du$ C) $\int_{-1}^2 (u^4 + 2u^3) du$
 D) $\int_1^4 (u^3 + 2u^2) du$ E) $\int_1^4 (u^3 + u^2) du$

6. $\int \sin^2 x dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$ B) $-\frac{1}{4} \sin 2x + c$
 C) $\frac{1}{2} \sin 2x + c$ D) $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + c$
 E) $x - \frac{\sin 2x}{2} + c$

7. $\int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx$ integralinde $x = 2 \sin u$ dönüşümü

yapılırsa, aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{\pi/6}^{\pi/2} 4 \cos^2 u du$ B) $\int_{\pi/6}^{\pi/2} 2 \cos^2 u du$
 C) $\int_{\pi/6}^{\pi/2} 2 \sin^2 u du$ D) $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos^2 u du$
 E) $\int_1^2 \frac{\cos^2 u}{2} du$

8. $\int_{-2}^1 |x| dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

9. $\int \frac{dx}{5+x^2}$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{5} \arctan x + c$ B) $\frac{1}{5} \arctan \frac{x}{5} + c$
 C) $\arctan \frac{x}{5} + c$ D) $\frac{1}{\sqrt{5}} \arctan x + c$
 E) $\frac{1}{\sqrt{5}} \arctan \frac{x}{\sqrt{5}} + c$

10. $\int \frac{2x^2}{\sqrt[3]{x^3+1}} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{5}{3} \sqrt[3]{(x^3+1)^2} + c$ B) $\sqrt[3]{(x^3+1)^2} + c$
 C) $\frac{2}{3} \sqrt[3]{(x^3+1)^2} + c$ D) $\frac{3}{2} \sqrt[3]{(x^3+1)^2} + c$
 E) $2 \sqrt[3]{(x^3+1)^2} + c$

KARMA TEST - 10

1. $\int \left(\frac{1 + \cos x + \sin x}{1 + \cos x} \right) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 - \ln|1 + \sin x| + c$ B) $x - \ln|1 + \sin x| + c$
C) $x - \ln|1 + \cos x| + c$ D) $\tan x + 1 + c$
E) $\tan x + x + c$

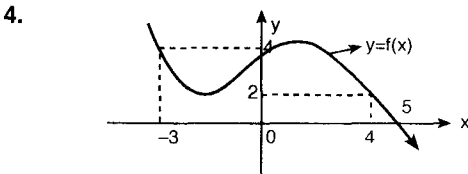
2. $\int_1^a x^{-2} dx = \int_a^2 x^{-2} dx$ olduğuna göre, **a kaçtır?**

- A) $\frac{4}{3}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

3. $\int_1^{e^2} \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
D) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ E) $2\sqrt{2}$



Şekilde, $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sürekli ve türevli f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre,

$\int_{-3}^4 f(x) \cdot f'(x) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) -9 B) -6 C) -5 D) -4 E) -2

5. $f(x) = \int_0^{\tan x} \sqrt{1+u^2} du$

fonksiyonunun apsisi $x = \frac{\pi}{4}$ olan noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) $2\sqrt{2}$

6. $\int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{x^2 + 1} dx$

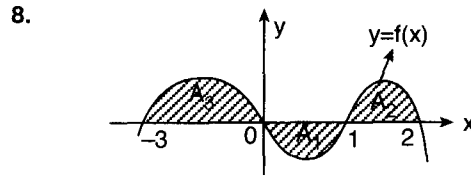
integralinin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{13}{5}$ B) $\frac{19}{4}$ C) $\frac{23}{5}$ D) $\frac{25}{4}$ E) $\frac{26}{3}$

7. $\int_{-1}^1 \frac{(x^2 - 1) dx}{x - \operatorname{sgn}(x - 1)}$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2



Şekilde, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$A_1 = 2A_2$, $A_3 = 6b^2$ ve $\int_{-3}^2 f(x) dx = 2$ olduğuna

göre, $\int_1^2 f(x) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

9. $\int \frac{x}{x^2 - 3x + 2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\ln|x - 1| - \ln|x - 2| + c$
B) $2\ln|x - 2| - \ln|x + 1| + c$
C) $\ln|x - 2| + \ln|x - 1| + c$
D) $2\ln|x - 1| - \ln|x - 2| + c$
E) $2\ln|x - 2| - \ln|x - 1| + c$

10. Denklemleri $y = x^3$ eğrisi ve $x = 2$, $y = 0$ doğruları ile sınırlanan bölgenin x eksenine etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

- A) $\frac{128\pi}{7}$ B) 14π C) 11π
D) $\frac{93\pi}{5}$ E) $\frac{87\pi}{7}$

KARMA TEST - 11

1. $y = \frac{2}{x}$ eğrisi, $x=1$, $x=4$ doğruları ve x eksenini ile sınırlanan düzlemsel bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) 2π E) 3π

2. $\int_0^1 \frac{d(x^3)}{x^3+1}$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $\ln 2$ D) $\ln 3$ E) $\ln 4$

3. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{d}{du} \int_0^u \cos 3x dx \right] du$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

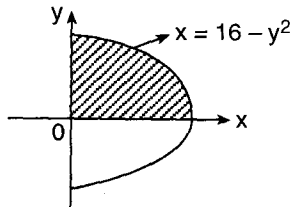
A) -1 B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

4. $\int_a^b \frac{dx}{b-a}$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $a-b$ C) $2a-2b$
D) -1 E) $b-a$

5.



Şekilde, $x = 16 - y^2$ parabolü verilmiştir. Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 32 B) 36 C) $\frac{121}{3}$ D) $\frac{125}{3}$ E) $\frac{128}{3}$

6. $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarından biri $A(1, 2)$ noktasıdır. $f''(x) = 6x - 12$ olduğuna göre, d kaçtır?

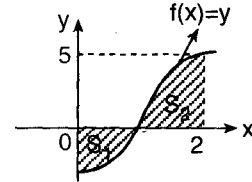
A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 4

7. $\int \frac{dx}{2 - \sin^2 x}$

integralinde $\tan x = u$ dönüşümü yapılırsa, aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int \frac{du}{u^2+2}$ B) $\int \frac{2du}{u^2+1}$ C) $\int \frac{du}{u+2}$
D) $\int \frac{du}{u^2+1}$ E) $\int \frac{1}{2} \frac{du}{u+1}$

8.



Şekilde, $S_1 = 6 br^2$, $S_2 = 2 br^2$ olduğuna göre,

$\int_0^2 x \cdot f'(x) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 20 B) 18 C) 15 D) 14 E) 12

9. $\frac{d}{dx} [\int \ln x dx]$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{x} + c$ B) $\frac{1}{x}$ C) $\ln x$
D) $\ln x + c$ E) $\frac{\ln x}{x} + c$

10. $\int_1^2 f(x-5) dx = 20$ olduğuna göre, $\int_{-4}^{-3} f(x) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

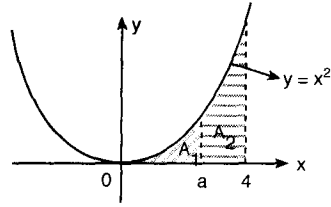
A) 4 B) 5 C) 10 D) 15 E) 20

KARMA TEST - 12.

1. $a > 0$ olmak üzere, $f(x) = ax^2$ fonksiyonu veriliyor. Bu fonksiyonun grafiği ile x eksen ve $x = 1$ doğrusu arasında kalan alan 3 birimkare ise a kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

2.



Grafikte A_1 ve A_2 alanları arasında $3A_1 = A_2$ bağıntısı varsa, a kaçtır?

A) $\sqrt[3]{2}$ B) $2\sqrt[3]{2}$ C) $3\sqrt[3]{3}$
D) $\sqrt[3]{3}$ E) $2\sqrt{2}$

3. $\int_a^{\frac{\pi}{12}} 2(\sin^4 x - \cos^4 x) dx = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{\pi}{24}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

4. $y = ax^2 + 4$ fonksiyonunun eğrisi $x = 1$, $x = 4$ doğruları ve x eksen arasında kalan düzlemsel bölgenin alanı 75 br^2 olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

5. $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ fonksiyonunun $A(2, 1)$ noktasındaki eğimi 1 dir. $f''(x) = 6x - 2$ olduğuna göre, $a + b + c + d$ toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. Denklemleri; $y = \sqrt[3]{x}$, $y = 1$, $y = 2$ ve $y = 0$ ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 3 B) $\frac{15}{4}$ C) 4 D) $\frac{19}{4}$ E) 5

7. $\int \frac{4x dx}{1+x^4}$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 \arctan(x^2) + c$ B) $\arctan(x^2) + c$

C) $4 \arctan(x^2) + c$ D) $\arctan \frac{x}{2} + c$

E) $\frac{1}{4} \arctan(x^2) + c$

8. $\int_1^{e^2} \frac{4(\ln x)^3}{x} dx$

integralinin sonucu kaçtır?

A) 20 B) 18 C) 16 D) 15 E) 12

9. $\int \frac{dx}{\sqrt{3-x}}$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{3-x} + c$ B) $2\sqrt{3-x} + c$

C) $-\sqrt{3-x} + c$ D) $-2\sqrt{3-x} + c$

E) $-3\sqrt{3-x} + c$

10. $y = f(x)$ eğrisinin $(-1, 2)$ noktasındaki teğeti x eksen ile 135° lik açı yapmaktadır. $f''(x) = 4x$ olduğuna göre, eğrinin y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) -1 D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{1}{3}$

KARMA TEST - 13

1. $\int \frac{2dx}{6x+5}$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{3} \ln|6x+5|+c$ B) $\frac{1}{2} \ln|6x+5|+c$
 C) $\frac{1}{6} \ln|6x+5|+c$ D) $\frac{1}{4} \ln|6x+5|+c$
 E) $\frac{1}{4} \ln|2x+5|+c$

2. $\int_{-2}^3 |(x-3)(x+1)| dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

3. $\int_3^{\frac{7}{2}} [|x|] dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

4. $\int_0^2 \operatorname{sgn}(x^2-4) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) 2 E) 3

5. $\int \frac{dx}{x^2-4}$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + c$ B) $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + c$
 C) $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + c$ D) $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + c$
 E) $\frac{1}{8} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + c$

6. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2-\pi}{2}$ B) $\frac{2-\pi}{4}$ C) $\frac{4-\pi}{4}$
 D) $\frac{2+\pi}{2}$ E) $\frac{4+\pi}{4}$

7. $\int_0^1 x(x^2-1)^4 dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0,1 B) 0,3 C) 1,1 D) 3,1 E) 3,5

8. $\int x\sqrt{4-x^2} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{3} \sqrt{(4-x^2)^3} + c$ B) $-\frac{1}{2} \sqrt{4-x^2} + c$
 C) $-\frac{1}{2} \sqrt{(4-x^2)^2} + c$ D) $\frac{1}{2} \sqrt{4-x^2} + c$
 E) $\frac{1}{2} \sqrt{(4-x^2)^2} + c$

9. $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{3-x}}$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\sqrt{2}-1$ B) $2\sqrt{2}+1$ C) $2\sqrt{2}+2$
 D) $2\sqrt{2}+4$ E) $2\sqrt{2}-2$

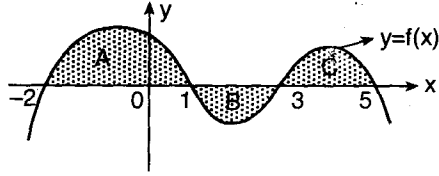
10. $\int_1^2 xe^x dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) e B) e^2 C) $e-1$
 D) e^2-1 E) e^2+1

KARMA TEST - 14

1.



Şekilde; A, B, C taralı bölgelerin alanlarını belirtmektedir.

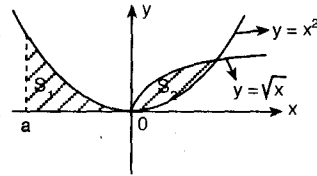
$A = 6 \text{ br}^2$, $B = 3 \text{ br}^2$ ve $\int_{-2}^5 f(x) dx = 12$

olduğuna göre, C kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

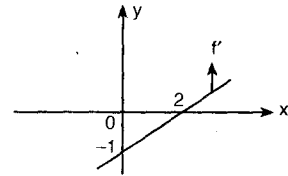
2. Şekilde, $y = x^2$ ve $y = \sqrt{x}$ fonksiyonları verilmiştir.

$S_1 = S_2$ olduğuna göre, a kaçtır?



- A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) $-\frac{4}{3}$ D) -1 E) $-\frac{2}{3}$

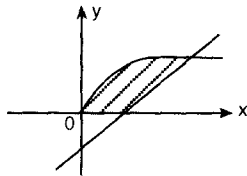
3. Türevinin grafiği*ve rilen $f(x)$ fonksiyonu x eksenini kesmektedir. Buna göre, $f(x)$ in y eksenini kestiği noktanın ordinatı aşağıdakilerden hangisi olabilir?



- A) $\frac{4}{3}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{5}$

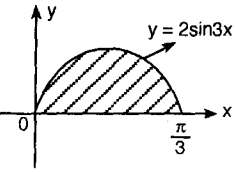
4. Şekilde; $y - x + 1 = 0$

doğrusu, $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$ eğrisi ve x eksenile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?



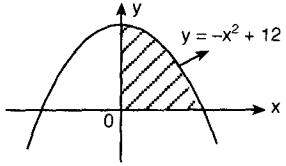
- A) $\frac{9}{8}$ B) $\frac{9}{5}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{7}{5}$ E) $\frac{4}{3}$

5. Şekilde; $y = 2\sin 3x$ fonksiyonu verilmiştir. Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?



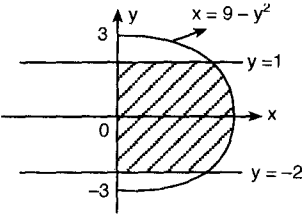
- A) 2 B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

6. Şekilde; $y = -x^2 + 12$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?



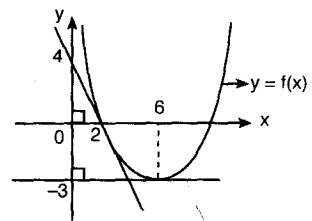
- A) $4\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{3}$
D) $12\sqrt{3}$ E) $16\sqrt{3}$

7. Şekilde; $x = 9 - y^2$ parabolü ile y eksenini $y = -2$ ve $y = 1$ doğruları ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?



- A) 24 B) 21 C) 20 D) 18 E) 16

8. Şekilde; $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $x = 2$ ve $x = 6$ noktalarında fonksiyonun teğetleri



çizilmiştir. Buna göre, $\int_2^6 f''(x) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 2

KARMA TEST - 15

1. $f(x) = \frac{1}{x+2}$ olduğuna göre,

$$\int_2^3 d(f^{-1}(x)) \text{ integralinin sonucu kaçtır?}$$

- A) $\frac{3}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{6}$

2. $\int (2e^{7x} + \cos x) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $14e^{7x} + \sin x + c$ B) $14e^{7x} - \sin x + c$
 C) $\frac{2}{7}e^{7x} + \sin x + c$ D) $\frac{2}{7}e^{7x} - \sin x + c$
 E) $e^x + \sin x + c$

3. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} (\sec^2 x + 1) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3\pi}{4} - 1$ B) $\frac{5\pi}{4}$ C) -1 D) 1 E) π

4. $\int x^2 e^{x^3} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x^2 e^{x^3} + c$ B) $\frac{1}{2} x^2 e^{x^3} + c$
 C) $x^2 e^{x^3} + c$ D) $3e^{x^3} + c$
 E) $\frac{1}{3} e^{x^3} + c$

5. $\int_2^4 (|x-1| - |x-3| + |x|) dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) 1 D) 7 E) 9

6. $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2} \ln x + c$ B) $\frac{1}{2} (\ln x)^2 + c$
 C) $\frac{2}{3} \sqrt{(\ln x)^3} + c$ D) $\frac{2}{3} \sqrt{\ln x} + c$
 E) $\frac{2}{3} \ln x + c$

7. $\int \frac{3^x}{\sqrt{1+3^x}} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{\ln 3} \sqrt{1+3^x} + c$ B) $\frac{1}{\ln 3} \sqrt{1+3^x} + c$
 C) $3 \ln 3 \sqrt{1+3^x} + c$ D) $3^x \ln 3 (1+3^x) + c$
 E) $3^x \ln 3 \sqrt{1+3^x} + c$

8. $\int_1^4 \frac{\sqrt{2-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

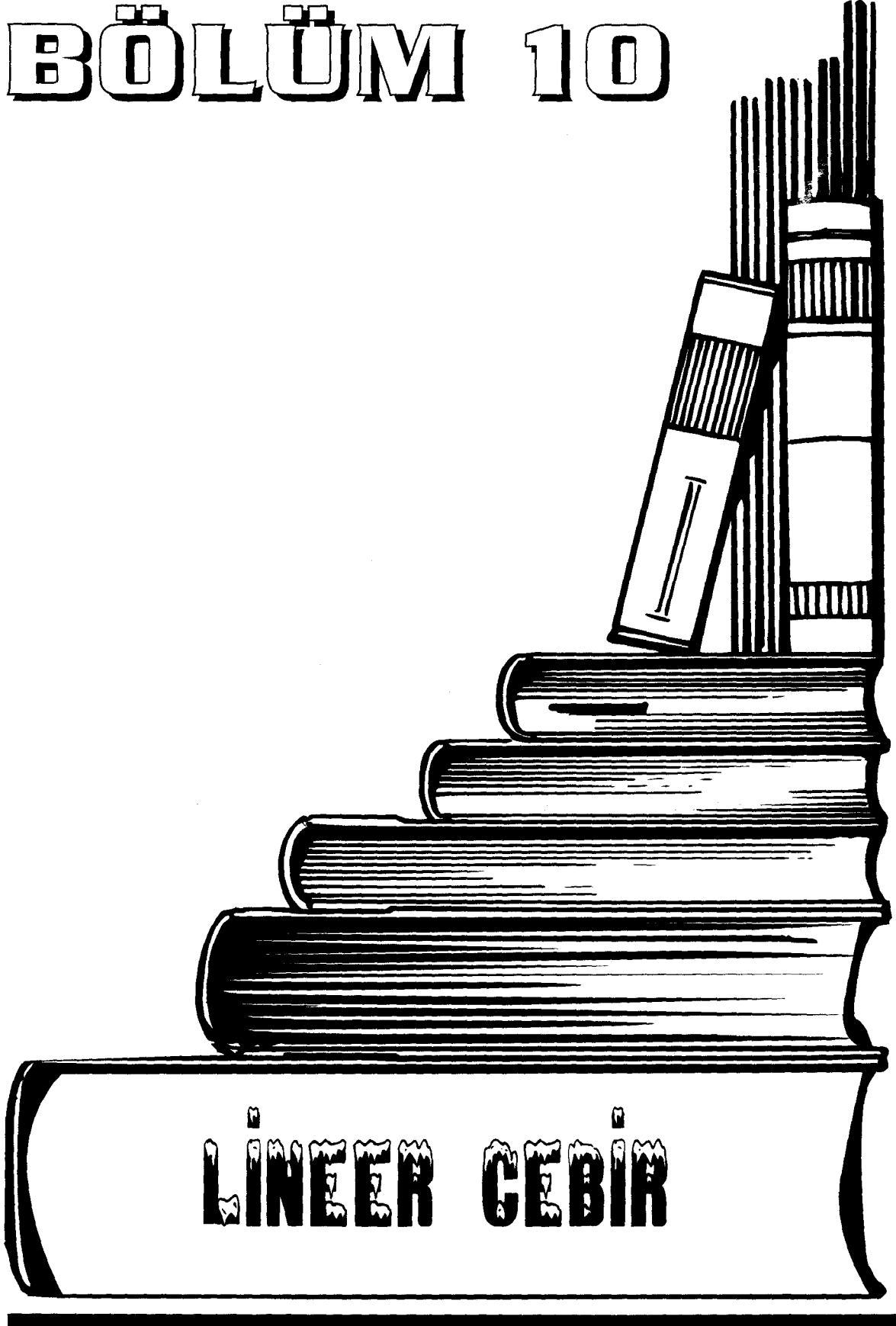
9. $x > 0$ olmak üzere, $f(x) = x^2$ ve $g(x) = \sqrt{x}$ eğrileri ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

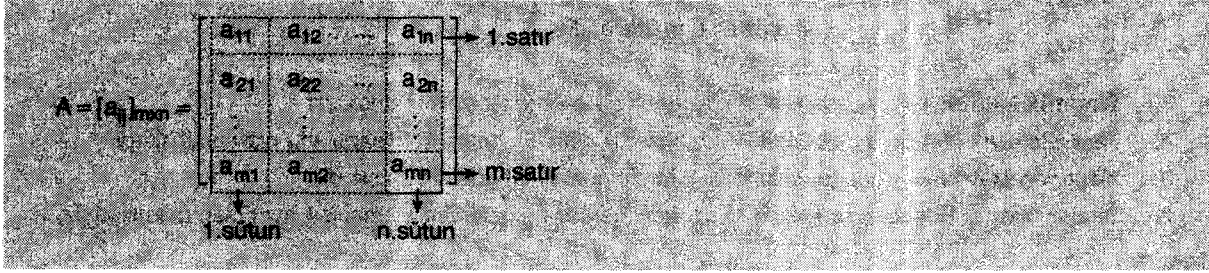
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

10. $f(x) = \frac{1}{x}$ eğrisi ve $x = 2$, $x = 5$ ve x ekseninde kalan bölgenin ox eksenine etrafında 360° dönmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

- A) $\frac{3\pi}{5}$ B) $\frac{3\pi}{10}$ C) $\frac{2\pi}{7}$ D) $\frac{\pi}{5}$ E) $\frac{\pi}{3}$

BÖLÜM 10



MATRİSLER**ÖRNEK**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \end{bmatrix} \text{ matrisi için;}$$

- Elemanları: $a_{11} = 1$, $a_{12} = -1$, $a_{13} = 3$, $a_{21} = 4$, $a_{22} = 0$, $a_{23} = 6$
- 2×3 türünde bir matristir. 2 satır ve 3 sütundan oluşur.

İKİ MATRİSİN EŞİTLİĞİ

Aynı numaralı elemanları eşit olan matrisler eşit matrislerdir.

ÖRNEK

$$A = \begin{bmatrix} \log_2 x & \operatorname{sgn}(y-1) \\ |3-x| & \log 0,01 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} |e+1| & \frac{d}{dz} \int_0^2 z^2 dz \\ z^2+1 & z \end{bmatrix} \text{ matrisleri için } A = B \text{ olduğuna göre, } x + y + z \text{ toplamını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \log_2 x &= |e+1| \quad \wedge \quad \operatorname{sgn}(y-1) = \frac{d}{dz} \int_0^2 z^2 dz \quad \wedge \quad |3-x| = z^2+1 \quad \wedge \quad \log 0,01 = z \\ \log_2 x &= 3 & \operatorname{sgn}(y-1) &= 0 & |3-8| &= z^2+1 & \log 10^{-2} &= z \\ \boxed{x=8} & & y-1 &= 0 & 5 &= z^2+1 & \boxed{-2=z} \\ & & \boxed{y=1} & & \boxed{z=\pm 2} & & \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x + y + z = 8 + 1 - 2 = 7$$

MATRİS ÇEŞİTLERİ

- Kare Matris:** Satır ve sütun sayıları eşit olan matrislerdir.

ÖRNEK

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 7 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

2. köşegen 1. köşegen 2. köşegen 1. köşegen

matrisleri kare matrislerdir. A, 2×2 ve B, 3×3 türündedir.

- Sıfır Matris:** Tüm elemanları 0 olan matrislerdir.

ÖRNEK

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ matrisleri } 0 \text{ matrisleridir.}$$

3. **Simetrik Matris:** Tüm elemanları 1. köşegene göre simetrik olan matrislerdir.
4. **Ters Simetrik Matris:** 1. köşegene göre simetrik olan elemanların toplamı sıfır olan matrislerdir.
5. **Köşegen Matris:** 1. Köşegen dışındaki tüm elemanları sıfır olan matrislerdir.
6. **Skaler Matris:** Köşegen bir matris için 1. köşegen üzerindeki tüm elemanları aynı olan matrislerdir.

ÖRNEK

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -5 \\ -1 & 5 & 7 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

A → simetrik matris
 B → ters simetrik matris
 C → köşegen matris
 D → skaler matris

MATRİSLERDE TOPLAMA-ÇIKARMA-SKALER İLE ÇARPMA

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & k \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} \text{i) } A+B &= \begin{bmatrix} a+x & b+y \\ c+z & d+k \end{bmatrix} \\ \text{ii) } A-B &= \begin{bmatrix} a-x & b-y \\ c-z & d-k \end{bmatrix} \\ \text{iii) } kA &= \begin{bmatrix} k.a & k.b \\ k.c & k.d \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ÖZELLİKLERİ $c \in \mathbb{R}$

- $A + (B + C) = (A + B) + C$
- $A + 0 = 0 + A = A$
- $A + (-A) = 0$
- $A + B = B + A$
- $c(A + B) = c \cdot A + c \cdot B$
- $(c_1 + c_2)A = c_1 \cdot A + c_2 \cdot A$
- $1 \cdot A = A$ ve $0 \cdot A = 0$
- $c_1(c_2A) = (c_1c_2)A$

Matrislerde toplama-çıkarma yapabilmek için aynı türden olmaları gerekir.

ÖRNEK (ÖYS)

$$\begin{bmatrix} x+y \\ 2-x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2x+y \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ x-y \end{bmatrix} \text{ eşitliğini sağlayan } x \text{ ve } y \text{ değerlerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x+y+(-2x+y) &= 7 & \wedge & & 2-x+(-1) &= x-y \\ 2y-x &= 7 & & & 2x-y &= 1 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} 2y-x=7 \\ + \quad 4x-2y=2 \\ \hline 3x=9 \Rightarrow x=3, y=5 \end{array}$$

ÖRNEK

$$A = \begin{bmatrix} x & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} y & 1 \\ 0 & -x \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ ve } A - 3B = 2C \text{ olduğuna göre, } x + y \text{ toplamını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$A - 3B = \begin{bmatrix} x & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3y & -3 \\ 0 & 3x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} x - 3y &= 4 \Rightarrow 1 - 3y = 4 \Rightarrow 3y = -3 \Rightarrow y = -1 \\ 3 + 3x &= 6 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1 \end{aligned} \Rightarrow x + y = 0$$

MATRİSLERDE ÇARPMA İŞLEMİ

Çarpma işleminin tanımlı olabilmesi için A . B çarpımında A matrisinin sütun sayısı B matrisinin satır sayısına eşit olmalıdır.

$A \rightarrow m \times n$ türünde ve $B \rightarrow n \times k$ türünde olmalıdır.

ÖRNEK

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 0 & 6 \\ 11 & 13 \end{bmatrix} \text{ ise } A.B \text{ çarpımını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 0 & 6 \\ 11 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5+2.0+3.11 & 1.7+2.6+3.13 \\ -3.5-1.0+2.11 & -3.7-1.6+2.13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38 & 58 \\ 7 & -1 \end{bmatrix}$$

NOT: $I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{n \times n}$ matrisine çarpma işleminde n. sıradan birim matris denir.

ÖZELLİKLERİ

- $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- $(B + C) \cdot A = B \cdot A + C \cdot A$
- $I^n = I$
- $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
- $k \cdot (A \cdot B) = (k \cdot A) \cdot B = A \cdot (k \cdot B)$
- $A \cdot I = I \cdot A = A$

ÖRNEK (ÖYS)

$$A = \begin{bmatrix} m & n \\ m & 1-m \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1-n & n \\ m & 1-m \end{bmatrix} \text{ olduğuna göre, } A \cdot B \text{ çarpımını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} m & n \\ m & 1-m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1-n & n \\ m & 1-m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m(1-n)+n \cdot m & m \cdot n+n(1-m) \\ m(1-n)+m(1-m) & m \cdot n+(1-m)(1-m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & n \\ m & 1-m \end{bmatrix} = A$$

ÖRNEK (ÖYS)

$(\mathbb{Z}/3, +, \cdot)$ cisminin elemanları olan $A = \begin{bmatrix} \bar{2} & \bar{1} \\ -\bar{1} & \bar{0} \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} \bar{1} & -\bar{2} \\ \bar{0} & \bar{2} \end{bmatrix}$ matrisleri için çarpım kuralı geçerli ise

A . B çarpımını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} \bar{2} & \bar{1} \\ -\bar{1} & \bar{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{1} & -\bar{2} \\ \bar{0} & \bar{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{2} \cdot \bar{1} + \bar{1} \cdot \bar{0} & \bar{2} \cdot -\bar{2} + \bar{1} \cdot \bar{2} \\ -\bar{1} \cdot \bar{1} + \bar{0} \cdot \bar{0} & -\bar{1} \cdot -\bar{2} + \bar{0} \cdot \bar{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{2} & -\bar{2} \\ -\bar{1} & \bar{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{2} & \bar{1} \\ \bar{2} & \bar{2} \end{bmatrix}$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}^2 - 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ toplamını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 6 & -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-6 & 2+8 \\ -3-12 & -6+16 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 6 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 10 \\ -15 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 6 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix}$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \text{ ise } A^{15} \text{ matrisini bulunuz.}$$

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}, \quad A^3 = A^2 \cdot A = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix} = -8 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{15} = (A^3)^5 = (-8)^5 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = -32768 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

BİR MATRİSİN TRANSPOZU (DEVİRİÇİ)

Aynı numaralı satır ve sütunların yer değiştirmesiyle meydana gelen yeni matrise o matrisin transpozü denir.

ÖRNEK

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \text{ ise } A^T \cdot B \text{ değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$A^T \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -10 \\ 10 & -17 \end{bmatrix}$$

ÖZELLİKLERİ

- $(A^T)^T = A$
- $(k \cdot A)^T = k \cdot A^T$
- $(A+B)^T = A^T + B^T$
- $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$
- $B = A + A^T \Rightarrow B^T = B$

ÖRNEK

$$A = \begin{bmatrix} -3 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 25 & -7 \\ -7 & 2 \end{bmatrix} \quad A \cdot A^T = B^T \text{ ise } a \text{ ve } b \text{ yi bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$A \cdot A^T = \begin{bmatrix} -3 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 & b \\ a & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 & -7 \\ -7 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 9 + a^2 &= 25 & b^2 + 1 &= 2 & -3b - 3a &= -7 \\ a &= 4 & b &= 1 & 3b + a &= 7 \end{aligned}$$

TEST - 1

1. $A = \begin{bmatrix} x+y & 4 \\ y-x & z \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

matrisleri için $A = B$ olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

2. $A = \begin{bmatrix} \operatorname{sgn}(x) & x^2 - 3 \\ y & x + z \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \log_2 \frac{1}{2} & 2 \end{bmatrix}$

matrisleri için $A = B$ olduğuna göre, $x - y + z$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

3. $A = \begin{bmatrix} \lfloor x-1 \rfloor & 3 \\ \operatorname{sgn}(x) & |y+1| \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ z & 2 \end{bmatrix}$

matrisleri için $A = B$ olduğuna göre, $y + z$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

4. $A = \begin{bmatrix} \operatorname{sgn}(x^2 - 9) & 0 \\ \log_{10} & 3 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & \lfloor x \rfloor \end{bmatrix}$

matrisleri için $A = B$ eşitliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(-3, 4)$ B) $(-3, 3)$ C) $(3, 4)$
D) $[-3, 4]$ E) $\emptyset$

5. $A = \begin{bmatrix} \operatorname{sgn}(x^2 - x - 6) & \int_2^4 x dx \\ \frac{2}{3} & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} \operatorname{sgn}(-3) & \lfloor 2x - y \rfloor \\ \log_{\frac{1}{8}} 4^y & -3 \end{bmatrix}$

matrisleri için $A = B$ eşitliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(-2, 3)$ B) $(-2, \frac{5}{2}]$ C) $(\frac{5}{2}, 3)$
D) $[\frac{5}{2}, 3)$ E) $(-\infty, \frac{5}{2}]$

6. $\begin{bmatrix} 2x+1 \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y \\ 1-3x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. $A = \begin{bmatrix} \sqrt{18} & 1 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} & 2 \\ 1 & \log_2 y \end{bmatrix}$

$C = \begin{bmatrix} 2^x & 3 \\ 1 & -2x \end{bmatrix}$

matrisleri için $A + B = C$ olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) 2 E) $\frac{3}{2}$

8. $A = \begin{bmatrix} x+y+z+k & x \\ 1 & \lfloor -\pi \rfloor \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} x-2y & \operatorname{sgn}(y^2) \\ \log_2 y & z \end{bmatrix}$

$C = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$

matrisleri için $A + B = C$ olduğuna göre, k değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. $A = \begin{bmatrix} x & z \\ y & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} y & x \\ z & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 12 & 15 \\ 11 & 0 \end{bmatrix}$

matrisleri için $A + B = C$ olduğuna göre, $x \cdot y - y \cdot z$ değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 1 E) -2

10. $A = \begin{bmatrix} a+b & 3 \\ a+c & a-b \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2a-5b & -2 \\ b+c & 3a-2b \end{bmatrix}$

$C = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$

matrisleri için $A + B = C$ olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

TEST - 2

1. $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 4 & k \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & y \\ z & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

matrisleri için $2A - 3B = C$ olduğuna göre,
 $x + y + z + k$ toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

2. $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & b \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2b & 4 \\ 3 & -a \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

matrisleri için $B - 3A = 2C$ olduğuna göre,
 $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. Mertebeleri $2 \times m$ ve $3 \times n$ olan iki matrisin çarpılabilmesi için aşağıdaki şartlardan hangisi sağlanmalıdır?

- A) $m = 2$ B) $m = 3$ C) $n = 2$
D) $n = 3$ E) $m = n$

4. $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

matrisleri çarpıldığında aşağıdaki matrislerden hangisi elde edilir?

- A) Köşegen matris B) Üçgen matris
C) Birim matris D) Sıfır matris
E) Skaler matris

5. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

ve $A \cdot B = B \cdot A$ olduğuna göre, **x kaçtır?**

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $A = \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}$

matrisleri için **$A \cdot B$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

- A) $\begin{bmatrix} 1 \\ \sin \theta \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 \\ \sin 2\theta \end{bmatrix}$

7. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$ ve $A \cdot C - B = C$

olduğuna göre, **C matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

- A) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

8. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

matrisinde her satırdaki terimlerin toplamı 2 olduğuna göre, **A^2 matrisinin 2. satırındaki terimlerinin toplamı kaçtır?**

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. Elemanları $(\mathbb{Z}/5, +, \cdot)$ cisminin elemanları olan,

$A = \begin{bmatrix} \bar{2} & \bar{3} \\ \bar{1} & \bar{0} \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} \bar{4} & \bar{3} \\ \bar{2} & \bar{1} \end{bmatrix}$

matrisleri için **$A \cdot B$ matrisinin elemanları toplamı kaçtır?**

- A) $\bar{0}$ B) $\bar{1}$ C) $\bar{2}$ D) $\bar{3}$ E) $\bar{4}$

10. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & k \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} x & z \\ -2 & y \end{bmatrix} = 3 \cdot I_2$

eşitliğine göre, **$ky + x + z$ toplamı kaçtır?**

- A) -4 B) -2 C) -1 D) 1 E) 3

TEST - 3

1. $x = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $x^2 + 2x + I_2$ matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 8 & 12 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 16 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 16 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 12 & 16 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 12 & 16 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}^2 - 2 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -4 & -8 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 12 & 6 \end{bmatrix}$

3. $[1 \ 2 \ a \ 3] \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ a \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = [0]$

olduğuna göre, **a** kaçtır?

A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 2

4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & x \\ \cdot & y & \cdot \\ z & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$

eşitliğine göre, **x + y + z** toplamı kaçtır?

A) 14 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6

5. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{12} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ B) $-\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
D) $12 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ E) $-12 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

6. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{43} matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $43 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ C) $14 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
D) $-\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

7. $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{198} matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2^{198} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $-2^{198} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
C) $2^{198} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ D) $2^{99} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
E) $2^{66} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$

8. $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{2006} matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $9^{2006} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $3^{2006} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
C) $3^{2005} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ D) $3^{2006} \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$
E) $9^{2006} \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

TEST - 4

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $A^2 - 3A + I^2$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -3 & -6 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$

ve $A^2 = k \cdot A$ olduğuna göre, k kaçtır?

A) 4 B) 3 C) -2 D) -3 E) -4

3. $A = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 1 & -a \end{bmatrix}$

ve $A^2 = I_2$ olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 1 C) $\sqrt{2}$ D) 2 E) 3

4. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -5 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ ve

$x.A + y.B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 12 \\ 4 & 4 & -1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

5. $A = [\log_2 x \ 3] \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = 15$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

6. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $(A + B)^2$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 5 & -8 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

7. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $A^T + B^T$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$

8. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $B^T \cdot A^T$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

TEST - 5

1. $(A^T + B)^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^T matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ x & 4 \end{bmatrix}$, $A.A^T = \begin{bmatrix} 5 & 11 \\ 11 & y \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 20 B) 24 C) 25 D) 27 E) 28

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & x+2y \\ 4 & x+y \end{bmatrix}$

matrisleri için $A^T = B$ olduğuna göre, $x - y$ farkı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

4. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 10 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

ve $m.A^T . A = B$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

5. $A = \begin{bmatrix} x-y & 2 \\ 3 & -x-y \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4x+2y & 6 \\ 4 & -x \end{bmatrix}$

ve $2A - B^T = 0$ olduğuna göre, $x + 2y$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ ve $A.B^T = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, B matrisi aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

7. $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ve $A.B = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $(B.B^T)^{101}$ matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2^{101} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

8. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ve $A^T . B = I_2$ olduğuna göre,

B matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

9. $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ ve $A.A^T = B^T$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

10. $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $A^T - A^2 = \begin{bmatrix} 0 & x \\ y & 0 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır? ($a > 0$)

- A) 0 B) -1 C) -2 D) 2 E) 1

DETERMINANTLAR

A kare matris olmak üzere, A matrisinin determinanı $|A|$ veya $\det(A)$ şeklinde gösterilir.

2 x 2 biçimindeki $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisinin determinanı $|A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a.d - b.c$ dir.

ÖRNEK

$$\begin{vmatrix} x & 2 \\ x-1 & 3 \end{vmatrix} = 5 \text{ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{vmatrix} x & 2 \\ x-1 & 3 \end{vmatrix} = 3x - (2x - 2) = 5 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \mathcal{C} = \{3\}$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$\begin{vmatrix} \cos a & \sin a \\ \sin a & \cos a \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \sin a & \cos a \\ -\sin a & \cos a \end{vmatrix} \text{ determinant çarpımını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$(\cos^2 a - \sin^2 a)(\cos a \cdot \sin a + \cos a \cdot \sin a) = \cos 2a \cdot \sin 2a = \frac{2 \cdot \cos 2a \cdot \sin 2a}{2} = \frac{\sin 4a}{2}$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$\begin{vmatrix} 99876 & 99877 \\ 99874 & 99875 \end{vmatrix} \text{ determinantının değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$99874 = a \text{ olsun. } \begin{vmatrix} a+2 & a+3 \\ a & a+1 \end{vmatrix} = (a+2)(a+1) - (a+3) \cdot a = a^2 + 3a + 2 - (a^2 + 3a) = 2$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & x \end{vmatrix} \text{ matrisinin elemanları } k \text{ kadar artırıldığında determinant değişmiyorsa } x \text{ in değerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & x \end{vmatrix} = ax - bc, \begin{vmatrix} a+k & b+k \\ c+k & x+k \end{vmatrix} = (a+k)(x+k) - (b+k)(c+k) = ax + ak + kx + k^2 - bc - bk - ck - k^2$$

$$\Rightarrow \cancel{ax} - \cancel{bc} = \cancel{ax} + ak + kx - \cancel{bc} - bk - ck \Rightarrow bk + ck - ak = kx \Rightarrow k(b+c-a) = kx \Rightarrow x = b+c-a$$

ALT DETERMINANT (MİNÖR)**ÖRNEK**

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 5 & -2 & 4 \\ -1 & -5 & 0 \end{bmatrix} \text{ matrisi için } a_{23} \text{ elemanının minörünü bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 5 & -2 & 4 \\ -1 & -5 & 0 \end{vmatrix} \text{ determinantında } a_{23} = 4 \text{ elemanının minörü } 4 \text{ ün bulunduğu satır ve sütunları attığımızda geriye kalan elemanların determinatıdır.}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & -5 \end{vmatrix} = -10 - (3) = -13$$

EŞ ÇARPAN (KOFAKTÖR)**ÖRNEK**

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \\ 5 & 7 & -6 \end{bmatrix} \text{ matrisi için } a_{13} \text{ ve } a_{23} \text{ elemanlarının kofaktörlerini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

a_{ij} elemanının kofaktörü, minörünün $(-1)^{i+j}$ ile çarpılmasıyla bulunur.

$$a_{13} \text{ için } (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 1 \cdot (14 + 15) = 29$$

$$a_{23} \text{ için } (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = -1 \cdot (-7 - 0) = 7$$

EK DETERMİNANT

$|A|$ nin tüm elemanlarının eş çarpanlarından oluşan yeni determinanta denir. 3×3 türündeki matrislerin determinantı bulunurken, herhangi bir satır ya da sütundaki elemanlarla kofaktörleri çarpılır.

ÖRNEK

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix} \text{ matrisinin determinantını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

3. sütuna göre hesaplayalım.

$$2 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 1 \cdot (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 0 = 2 \cdot (4 + 3) - 1 \cdot (2 - 9) = 14 + 7 = 21$$

SARRUS KURALI

3×3 türündeki matrislerin determinant hesabı için kullanılır.

ÖRNEK

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ matrisinin determinantını sarrus kuralı ile bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$A = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= (4 \cdot 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \cdot 2 + (-1) \cdot 1 \cdot 1) - (2 \cdot 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 \cdot 3) = (24 + 12 - 1) - (-4 + 8 + 9) = 35 - 13 = 22$$

DETERMINANTIN ÖZELLİKLERİ

- 1) A $n \times n$ türünde ise $|A| = |A^T|$
- 2) A nın herhangi bir satır veya sütunundaki elemanların hepsi sıfır ise $\det(A) = 0$ olur.
- 3) A nın herhangi iki satır veya sütunundaki elemanlar orantılı ise $\det(A) = 0$ olur.
- 4) A nın herhangi bir satır veya sütunundaki elemanlar k ile çarpılırsa determinant ta k ile çarpılmış olur.
- 5) A nın herhangi iki satır veya sütunu yer değiştirirse determinant işaret değiştirir.
- 6) $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$
- 7) A $n \times n$ türünde ve $k \in \mathbb{R}$ ise $|k \cdot A| = k^n |A|$
- 8) $|A^n| = |A|^n$
- 9) A nın herhangi bir satır veya sütunundaki tüm elemanları $k \in \mathbb{R} (k \neq 0)$ ile çarpılır ve başka bir satıra veya sütuna karşılığı olarak eklenirse determinant değişmez.

ÖRNEK

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix} \text{ matrisinin determinantını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

3. satırı -1 ile çarpıp 2. satıra toplayalım.

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 2 & -5 & -1 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

1. satırı 2. satırı toplayalım.

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 2 & -5 & -1 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & -1 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

1. satıra göre determinant alalım.

$$4 \cdot (-1)^{1+1} = \begin{vmatrix} -5 & -1 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-15 + 3) = -48$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \\ m & 4 & 6 \end{vmatrix} = -10 \text{ ise } m \text{ yi bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

3. sütunun -3 katını 1. sütuna ekleyelim.

$$\begin{vmatrix} -10 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ m-18 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$

2. satıra göre determinant alalım.

$$1 \cdot (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} -10 & 5 \\ m-18 & 4 \end{vmatrix} = -1 \cdot (-40 - 5m + 90) = -10$$

$$\Rightarrow 5m - 50 = -10 \Rightarrow m = 8$$

EK MATRİS (ADJOINT)

Bir matrisin elemanlarının kofaktörlerinden oluşan yeni matrisin transpozuna denir.

BİR MATRİSİN ÇARPMAYA GÖRE TERSİ

$$\begin{array}{llll}
1) A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_n & 2) (A^{-1})^{-1} = A & 3) (A^{-1})^T = (A^T)^{-1} & 4) (A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1} \\
5) (k \cdot A)^{-1} = \frac{1}{k} \cdot A^{-1} & 6) (A^n)^{-1} = (A^{-1})^n & 7) |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} & 8) A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}
\end{array}$$

NOT: Bir A kare matriste $|A| = 0$ ise singular (tek) matristir.

ÖRNEK

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \text{ ise } A^{-1} \text{ bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$|A| = 6 - 5 = 1 \text{ ise}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad M^{-1} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \quad a, b, c, d, x, y, z, t \in \mathbb{Z} \text{ ise } a, b, c, d \text{ arasındaki bağıntıyı bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$M^{-1} = \frac{1}{|M|} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \Rightarrow |M| = 1 \Rightarrow ad - bc = 1$$

ÖRNEK (ÖYS)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 2 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ ise } \det(A - \lambda I) = 0$$

eşitliğini sağlayan λ_1 ve λ_2 değerlerinden oluşan $A - \lambda I$ matrislerinin çarpımını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\lambda & 0 \\ 0 & -\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 9 & 2-\lambda \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 9 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (2-\lambda)^2 - 9 = 0$$

$$2-\lambda=3 \vee 2-\lambda=-3 \Rightarrow \lambda=-1 \text{ veya } \lambda=5 \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 9 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

BİR MATRİSİN RANKI

Bir A matrisinin kare alt matrislerinden determinantı sıfırdan farklı olan ve türü en büyük olan matrisin türüne RANK denir.

ÖRNEK

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 4 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix} \text{ matrislerinin ranklarını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$a) |A| = 5 - 6 = -1 \neq 0 \text{ olduğundan rank } A = 2$$

$$b) |B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & -5 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot (-35 + 15) = -20 \neq 0 \text{ olduğundan rank } B = 3$$

$$c) |C| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 24 - 20 = 4 \neq 0 \text{ olduğundan rank } C = 2$$

TEST - 6

1. $\begin{vmatrix} x+4 & 2 \\ x & 2 \end{vmatrix}$

determinantının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -8 B) -6 C) 0 D) 6 E) 8

2. $A = \begin{bmatrix} 2007 & 2008 \\ 2005 & 2006 \end{bmatrix}$

matrisinin determinanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 2005 E) 2006

3. $A = \begin{bmatrix} -\cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$

matrisinin determinanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) $\sin 2\alpha$ C) $-\sin 2\alpha$
D) $-\cos 2\alpha$ E) $\cos 2\alpha$

4. $\begin{vmatrix} x & 2 \\ x-1 & 3 \end{vmatrix} = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) {2} B) {1} C) {0} D) {-1} E) {-2}

5. $\begin{vmatrix} x-1 & 2 \\ x-1 & x \end{vmatrix} = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) {-2, -1} B) {-2, 0} C) {-1, 0}
D) {1, 2} E) {0, 2}

6. $\begin{vmatrix} |x+2| & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) [2, 3] B) [3, 4] C) [4, 5]
D) [5, 6] E) [6, 7]

7. $\begin{vmatrix} \operatorname{sgn}(x^2 - x - 6) & -2 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) [-3, 2] B) [-2, 3] C) $\mathbb{R} - [-3, 2]$
D) $\mathbb{R} - [-2, 3]$ E) $\mathbb{R} - (-2, 3)$

8. $\begin{vmatrix} \operatorname{sgn}(x^2 - 9) & 9 \\ 0 & \operatorname{sgn}(2 - x) \end{vmatrix} = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) {-3, 3} B) {-3, 2, 3} C) {2, 3}
D) {-3, 2} E) [-3, 3]

9. $\begin{vmatrix} |x-1| & -3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 7$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) {-3, 4} B) {-3, 7} C) {-4, 5}
D) {-4, 6} E) {-4, 0}

10. $\begin{vmatrix} 2x+6 & m \\ x-1 & x \end{vmatrix} = 0$

denkleminin bir kökü -1 olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

TEST - 7

1. $f(x) = \begin{vmatrix} x+2 & x \\ x-1 & 2x \end{vmatrix}$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki türevi kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

2. $f(x) = \begin{vmatrix} \ln x - 1 & \ln x^2 \\ 1 & \ln x \end{vmatrix}$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun $x = e$ noktasındaki türevi kaçtır?

- A) $-2e$ B) $-e$ C) -1 D) $-\frac{1}{e}$ E) $-\frac{2}{e}$

3. $\begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ -1 & \sec x \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \tan x & 1 \\ \sin x & \cot x \end{vmatrix}$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) $\sin^2 x$ C) $\cos^2 x$
D) $\cos 2x$ E) $\sin 2x$

4. $x^2 - 5x - 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre,

$$\begin{vmatrix} x_1 x_2 & -x_1^2 \\ x_2 & x_2 \end{vmatrix}$$

determinantı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -20 B) -10 C) 10 D) 20 E) 25

5. $\begin{vmatrix} -1 & \cos a \\ \cos a & -1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -\sin a & -1 \\ 1 & \sin a \end{vmatrix}$

determinantları çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\sin^2 a}{2}$ B) $\frac{\sin^2 2a}{2}$ C) $\frac{\cos^2 2a}{2}$
D) $\frac{\sin^2 2a}{4}$ E) $\frac{\cos^2 2a}{4}$

6. $|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

determinantında 5 sayısının minörünün değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

7. $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ -3 & -2 & -4 \end{bmatrix}$

matrisinde M minör olduğuna göre, $M_{22} - M_{31}$ değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 10

8. $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ matrisi $a_{ij} = i + j$ şeklinde tanımlandığına göre, $|A|$ değeri kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

9. $i^2 = -1$,

$$\begin{vmatrix} 2+i & 3 \\ i & 1-i \end{vmatrix} = x + iy$$

olduğuna göre, $x + y$ kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

10. A, B ve C birer matris olmak üzere, $C = A^T \cdot B + B^T \cdot A$ olduğuna göre, C^T değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $A^T \cdot B^T$ B) $A \cdot B$ C) $B \cdot A$
D) C E) C^{-1}

TEST - 8

1. $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

matrisi için a_{23} ün kofaktörü (eş çarpanı) kaçtır?

- A) 6 B) 3 C) 0 D) -3 E) -6

2. $f(x) = \begin{vmatrix} 2^{x-1} & 2 \\ 2^x & 3 \end{vmatrix}$, $g(x) = \begin{vmatrix} 2^{-x} & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$

olduğuna göre, $(f \circ g)(1)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) 0

3. $A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 4 & 8 & 2 \end{vmatrix}$

matrisinin determinanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 6 B) 4 C) 2 D) -4 E) -6

4. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & x & -1 \\ 3 & x & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 3 \\ x & 4 & -1 \\ 2 & x & 1 \end{vmatrix}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\{-1, 1\}$ B) $\{-2, 2\}$ C) $\{-1, 2\}$
D) $\{-2, -4\}$ E) $\{-2, 4\}$

5. $A = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -4 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 3 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 20 B) 15 C) 10 D) -10 E) -20

6. $A = \begin{vmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & -7 & 5 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) -12 B) -6 C) -4 D) -2 E) 2

7. $A = \begin{vmatrix} -3 & 1 & -2 \\ -5 & 7 & -1 \\ 6 & -2 & 4 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) -14 B) -10 C) -7 D) -1 E) 0

8. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix} = -5$ olduğuna göre,

$A = \begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ -d & -e & -f \\ g & h & k \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 10 B) 5 C) -5 D) -10 E) -12

9. $A = \begin{vmatrix} a & b & c+d \\ a & c & b+d \\ a & d & b+c \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

10. $\begin{vmatrix} 6 & -6 & x+2 \\ 1 & x+4 & 0 \\ x+1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

TEST - 9

1. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} a-2c & b-2d \\ c & d \end{bmatrix}$

matrisleri için $|A| = 5$ olduğuna göre,
 $|B|$ değeri kaçtır?

- A) $5 - 2c$ B) $5 - 2d$ C) 5
D) $5 + 2c$ E) $5 + 2d$

2. $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 2 \\ -1 & -2 & 2 \\ 1 & 4 & 4 \end{vmatrix}$

determinantının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 48 B) 45 C) -40 D) -45 E) -48

3. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \\ 6 & 4 & m \end{vmatrix} = 10$

olduğuna göre, **m kaçtır?**

- A) -10 B) -8 C) 0 D) 8 E) 12

4. Aşağıdakilerden hangisi $A(3, 1)$ ve $B(-3, -1)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi değildir?

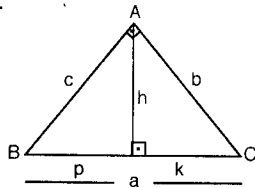
A) $\begin{vmatrix} 1 & y & x \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$ B) $\begin{vmatrix} x-3 & y-1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$

C) $\begin{vmatrix} x-y & x+y \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$ D) $\begin{vmatrix} x+2 & y \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 0$

E) $x = 3y$

5. Şekildeki ABC dik üçgenine göre,

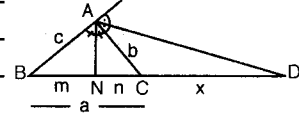
$\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ b & h & k \\ c & p & h \end{vmatrix}$



determinantının değeri kaçtır?

- A) 0 B) a C) b D) c E) k

6. Şekildeki ABC üçgeninde [AN] iç açıortay, [AD] dış açıortay olduğuna göre,

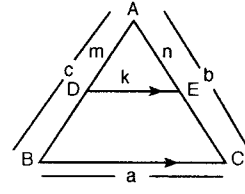


$\begin{vmatrix} -1 & 2 & a \\ x & b & n \\ x+a & c & m \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

7. Şekildeki ABC üçgeninde, $[DE] \parallel [BC]$ olduğuna göre,



$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ a & b & c \\ k & n & m \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -2

8. $\begin{vmatrix} -a & 1 & a \\ 3 & -1 & 1 \\ -2a & 0 & 2a \end{vmatrix} = 8$

denklemini sağlayan a değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

9. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & x & x \\ -1 & x & 1 \end{vmatrix} = -6$

denkleminin bir kökü kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

10. $\begin{vmatrix} -3 & 1 & x \\ 2 & x & 3 \\ x & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

- A) -9 B) -3 C) 3 D) 9 E) 27

TEST - 10

1. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ matrisinin ek matrisi aşağıdakilerden

hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -4 & 6 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 6 & -6 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ matrisinin çarpmaya göre tersi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & -\frac{3}{2} \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -\frac{3}{2} & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{3}{2} & 2 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

ve $A \cdot C = B$ olduğuna göre, **C** matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

4. $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

ve $A^{-1} \cdot X \cdot B = I_2$ olduğuna göre, **X** matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

5. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$

ve $C^T \cdot B^T = A$ olduğuna göre, **C** matrisinin determinantı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -13 B) -11 C) 11 D) 13 E) 24

6. $A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

ve $(C^T \cdot A^{-1})^{-1} = B$ olduğuna göre, **C** matrisinin determinantı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

7. A bir kare matris, $B = (A^{-1} \cdot A^T)^{-1} \cdot A^2$ ve $A^3 = A^T$ olduğuna göre, **B** matrisinin determinantı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) |A| B) $|A^{-1}|$ C) -1
D) 0 E) 1

8. $n \times n$ türündeki A ve B matrisleri için $[(A^T \cdot B^{-1})^T \cdot (A^{-1} \cdot B^T)]^{-1}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) A · B B) B · A C) $B^T \cdot A^T$
D) $A^T \cdot B^T$ E) I_n

9. Aşağıdaki matrislerden kaç tanesi tekil (singular) matristir?

I. $\begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ II. $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$ III. $\begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}$ IV. $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -5 & 10 & 7 \\ 2 & -4 & 8 \end{bmatrix}$ V. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $\mathbb{Z}/7$ de $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ matrisinin çarpmaya göre tersi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

TEST - 11

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{-2} matrisinin determinanti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ ve $A^{-1} \cdot B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -6 & 11 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 1 & b \end{bmatrix}$

matrisinin tersinin kendisine eşit olması için $a + b$ toplamı kaç olmalıdır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $\det(A^{30})$ değeri kaçtır?

- A) 2^{30} B) 2^{40} C) 2^{50} D) 2^{60} E) 2^{90}

5. $A = \begin{bmatrix} x+4 & 2 \\ m & x \end{bmatrix}$

matrisinin $\forall x \in \mathbb{R}$ için çarpmaya göre tersi varsa m nin değer aralığı aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

- A) $(-\infty, -2)$ B) $(-\infty, 2)$ C) $(-\infty, -1)$
D) $(-1, +\infty)$ E) $(-2, +\infty)$

6. $\begin{vmatrix} a & a & a \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2a - 9$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

7. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$

matrisinin rankı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

8. $A = \begin{bmatrix} 1 & x & 2 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$

matrisinin rankının 1 olması için x kaç olmalıdır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

9. a, b, c, d birer tamsayı olmak üzere, $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

matrisi için $\det(A \cdot A^T)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) 3 B) 8 C) 12 D) 27 E) 49

10. $x^2 - 2x - 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2

olduğuna göre, $\begin{vmatrix} -x_1 & x_2 - 2 \\ x_1 - 2 & x_2 \end{vmatrix}$ determinantının

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -8 B) -4 C) 0 D) 4 E) 8

KARMA TEST - 1

1. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 \\ 10 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

2. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}^2 - 3 \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$

toplamı aşağıdaki matrislerden hangisine eşittir?

- A) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -4 & -2 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \\ a & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} b & 1 & -2 \\ t & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ve

$$3B^T - 2A = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 1 & c \\ -10 & 7 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4. $A = \begin{bmatrix} 2a+b & 6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 8 & 5a-b \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor. $A = B$ olduğuna göre $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} - 3 \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

6. $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $A - 2 \cdot B$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -7 & -4 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -2 & -5 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$

7. $A = \begin{bmatrix} a-1 & 0 \\ 0 & a-1 \end{bmatrix}$

ve $2 \cdot A = 3I$ olduğuna göre, a kaçtır? (I , 2×2 birim matrisidir)

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

8. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ x & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 9 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -2 E) -1

9. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ a \end{bmatrix} = [-6]$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

10. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ x-3 & 7 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

KARMA TEST - 2

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{30} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-2)^{15} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $2^{30} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ C) $(-2)^{15} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

D) $2^{30} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ E) $2^{30} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ ve $A^3 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $a + b + c + d$ toplamı kaçtır?

A) 72 B) 64 C) 60 D) 56 E) 48

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^T matrisinde $a_{32} + a_{21} - a_{11}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ve $f(x) = x^2 + 2x$

olduğuna göre, $f(A)$ nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 3 & -15 \\ 7 & 13 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 5 & -6 \\ 19 & 13 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 19 & 21 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 7 & -13 \\ 17 & 19 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 24 & 21 \end{bmatrix}$

5. $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{2006} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^{2006} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $2^{1003} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

C) $2^{3009} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ D) $2^{2006} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$

E) $2^{4012} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

6. $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} a & b \\ a & b \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor. $A + B^T = A^T + B$ olduğuna göre, $a - b$ kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. $A = \begin{bmatrix} a & 4 \\ b & -4 \end{bmatrix}$ ve $A^{-1} \cdot A = A^2$ olduğuna göre,

$a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

A) -15 B) -5 C) -1 D) 1 E) 5

8. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ve $A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, B matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$

9. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}^2 - 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -7 & 6 \\ -9 & 2 \end{bmatrix}$

10. $A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -3 \\ a-2 & 3 & -1 \\ c+4 & b & 1 \end{bmatrix}$

matrisi simetrik matris olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

KARMA TEST - 3

1. $A = \begin{bmatrix} 0 & a-4 \\ 3 & b-3 \end{bmatrix}$

matrisi ters simetrik matris olduğuna göre,
a + b toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & b-2 \\ a+4 & 3 \end{bmatrix}$

matrisi köşegen (diagonal) matris olduğuna göre,
a + b toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 2

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$

matrisinin determinanı kaçtır?

- A) -13 B) -8 C) -2 D) 8 E) 13

4. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{-1} matrisi aşağıdakilerden
hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

5. $\begin{vmatrix} 69786 & 69787 \\ 69784 & 69785 \end{vmatrix}$

determinantının sonucu kaçtır?

- A) 69790 B) 12683 C) 12 D) 8 E) 2

6. A kare matrisi için $B = A + A^T$ olduğuna göre, B^T
aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) A^{-1} B) B C) A^T D) $B + B^T$ E) B^{-1}

7. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$ ise $A \cdot C = B + C$

**eşitliğini sağlayan C matrisinin tüm elemanla-
rının toplamı kaçtır?**

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{9}{4}$ D) 2 E) 5

8. $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{-1} matrisinin tüm elemanları-
nın toplamı kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) 3

9. $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ ve $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

olduğuna göre, **c kaçtır?**

- A) $\frac{1}{38}$ B) $\frac{5}{38}$ C) $\frac{7}{38}$ D) $-\frac{3}{38}$ E) $-\frac{1}{38}$

10. $\begin{bmatrix} x \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} = 0$

olduğuna göre, **x kaçtır?**

- A) -3,2 B) -2,8 C) -2,4 D) 2,4 E) 3,4

KARMA TEST - 4

1.
$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & - & - \\ - & b & - \\ - & - & c \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 16 B) 13 C) 12 D) 10 E) 6

2.
$$\begin{vmatrix} 2007 & 2006 \\ 2006 & 2007 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 13 B) 2000 C) 2005
D) 3016 E) 4013

3.
$$\begin{bmatrix} a & 4 \\ 1 & b \\ 16 & b \end{bmatrix}$$

matrisinin tersi kendisine eşit olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{2}$

4. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

$A \cdot B = C$ olduğuna göre, B matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \\ 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

5. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $(A \cdot B)^T$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$ B) $[4 \ -3]$ C) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
D) $[2 \ 1]$ E) $[3 \ 2 \ 1]$

6. $X = 3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} - 4 I_{2 \times 2}$

eşitliğini sağlayan X matrisinin tüm elemanlarının toplamı kaçtır?

- A) 28 B) 30 C) 32 D) 34 E) 35

7. $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 3 & 2 & 5 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A_{23} 'e alt kofaktör kaçtır?

- A) -9 B) -6 C) -2 D) 4 E) 9

8. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

matrisinin tüm elemanları 3 ile çarpılırsa A matrisinin determinanı kaç artar?

- A) 14 B) 28 C) 42 D) 54 E) 56

9. $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ -3 & 3 & -3 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 0 B) 4 C) 8 D) 12 E) 20

10. $A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) -20 B) -18 C) -12 D) 4 E) 20

KARMA TEST - 5

1. $\begin{vmatrix} a & 4 & 6 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \end{vmatrix} = 0$

olduğuna göre, **a kaçtır?**

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

2. $A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \\ 4 & 6 & 2 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 0 B) 6 C) 10 D) 12 E) 18

3. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 5$ olduğuna göre,

$\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix}$ **determinantının değeri kaçtır?**

- A) -5 B) $-\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) 5 E) 10

4. $A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) -5 B) -2 C) 0 D) 2 E) 7

5. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$\begin{vmatrix} 1 & -i & i \\ 0 & 1 & i+1 \\ 0 & i & i-1 \end{vmatrix}$

determinantının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -i B) -i + 1 C) -i - 1
D) 0 E) 2i

6. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 3 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & a-7 \end{bmatrix}$

A matrisinin ters matrisinin olmaması için **a kaç olmalıdır?**

- A) 4 B) 6 C) 7 D) 11 E) 13

7. $A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ -1 & 3 & -2 & -4 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) -44 B) -20 C) -16 D) 4 E) 12

8. $A = \begin{bmatrix} 2 & a \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

matrisi tekil (singüler) matris olduğuna göre, **a kaçtır?**

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 4 E) 6

9. $A = \begin{vmatrix} a & 1 & a \\ 2 & 3 & 4 \\ a & 5 & a \end{vmatrix} = 32$

olduğuna göre, **a kaçtır?**

- A) -8 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

10. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, **IA^{-1} kaçtır?**

- A) $-\frac{1}{12}$ B) $-\frac{1}{16}$ C) $-\frac{1}{18}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{18}$

KARMA TEST - 6

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ve $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

ise $a + b + c + d$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -b & a \\ -d & c \end{bmatrix}$

ve $A \cdot C = B$ eşitliğini sağlayan C matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

ve $k \in \mathbb{R}$ olmak üzere; $\det(A - k \cdot I) = 6$ koşulunu sağlayan k değerlerinden büyük olanı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 3 E) 4

4. A , 3×3 lük bir kare matrisidir. $B = 2 \cdot A$ ve

$\det(A) = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, $\det(B)$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

5. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$

matrisi veriliyor. Buna göre, A^{2007} matrisinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) A B) I C) A^{-1} D) $\frac{1}{2}$ E) $-A$

6. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - & - & a \\ b & - & - \\ - & c & - \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

7. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \\ m & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} n & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

ve $3 \cdot B^T - 2 \cdot A = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 1 & r \\ -10 & 7 \end{bmatrix}$ olduğuna göre,

$m + n + r$ toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

8. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$$\begin{vmatrix} \cos \alpha & -i \sin \alpha \\ i \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{vmatrix}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4} \sin 4\alpha$ B) $\frac{1}{2} \sin 4\alpha$ C) 1
D) $\sin^4 \alpha$ E) $2 \sin 4\alpha$

9. $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{18} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3^{18} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 18 & 1 \end{bmatrix}$ B) $3^{18} \begin{bmatrix} 18 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ C) $3^{18} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 18 & 1 \end{bmatrix}$
D) $3^{18} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 18 & 0 \end{bmatrix}$ E) $3^{18} \begin{bmatrix} 18 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

10. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

ise $A^{20} + B^{30}$ matrisinin tüm elemanlarının toplamı kaçtır?

- A) 62 B) 92 C) 152 D) 153 E) 154

KARMA TEST - 7

1. A matrisi 3 x 3 mertebesinde bir matristir. $a \neq 0$, $b \neq 0$ olmak üzere, $|A| = 64 \cdot a^4 \cdot b^3$ tür. $B = \frac{1}{2a \cdot b} \cdot A$ olacak şekilde bir B matrisi tanımlanıyor. **|B| aşağıdakilerden hangisidir?**
- A) 2a.b B) 4a.b C) 8.a D) 4a E) 32a

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ ve $B = 2A^{-1}$ olduğuna göre, **B matrisinin tüm elemanlarının toplamı kaçtır?**
- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

3. $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ x+1 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & x \\ 2 & x-1 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor. $\det A + \det B = \det(A + B)$ olduğuna göre, **x kaçtır?**
- A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

4. $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor. Buna göre, **$A \cdot A^T$ matrisinin üçüncü satır, ikinci sütundaki elemanı kaçtır?**
- A) -4 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

5. $A = \begin{bmatrix} a & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ matrisinin tersinin olmaması için **a kaç olmalıdır?**
- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

6. $A = \begin{bmatrix} a-2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix}$

$\det A = 1$ olduğuna göre, **B^{15} matrisinin tüm elemanlarının toplamı kaçtır?**

- A) 62 B) 60 C) 53 D) 47 E) 43

7. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor. **$(A \cdot B + B)$ matrisinin tüm elemanlarının toplamı kaçtır?**

- A) -8 B) 0 C) 2 D) 4 E) 8

8. $i^2 = -1$ olduğuna göre, $\begin{vmatrix} 2 & i \\ 1-i & 1 \end{vmatrix}$ determinan-
nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1-i$ B) $-i$ C) 1 D) i E) $1+i$

9. $\begin{vmatrix} 3 & 24 & 65 \\ 0 & 3 & 63 \\ 0 & 0 & x \end{vmatrix} = 9$

olduğuna göre, **x kaçtır?**

- A) -1 B) 1 C) 3 D) 6 E) 18

10. $\begin{vmatrix} 9 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & a \end{vmatrix}$

matrisinin rankının 3 ten küçük olması için **a kaç olmalıdır?**

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

KARMA TEST - 8

1. $A_{3 \times 3}$ matrisinin determinanı 5 ise $\det(2A)$ kaçtır?

A) 40 B) 30 C) 20 D) 10 E) 5

2. $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ve $\det(A^2) = 9$

olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) -3 B) -1 C) 1 D) 3 E) 4

3. $\begin{vmatrix} a & 3 & a \\ 2 & a & 4 \\ a & 4 & a \end{vmatrix} = 10$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) -8 B) -6 C) -5 D) -4 E) -2

4. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & x \end{bmatrix}$

matrisinin her elemanı a kadar artırıldığında determinanı değişmediğine göre, x kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & x \\ 2 & 1 & 0 \\ y & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$

olduğuna göre, $x \cdot y$ kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 3 E) 5

6. $A = \begin{bmatrix} 1 & a & a+1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

matrisinin rankının 2 olması için a kaç olmalıdır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

7. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{2006} matrisinin tüm elemanlarının toplamı kaçtır?

A) 2009 B) 2008 C) 2007
D) 2006 E) 2005

8. $A = [a_{mn}]_{2 \times 3}$, $a_{mn} = \begin{cases} 1 & m=n \\ m+n & m \neq n \end{cases}$

olduğuna göre, A matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

9. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & -1 & -2 \\ 5 & -2 & 3 \end{bmatrix}$

matrisinin a_{12} elemanının minörü kaçtır?

A) 15 B) 18 C) 19 D) 20 E) 24

10. $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) 13 B) 14 C) 18 D) 20 E) 21

KARMA TEST - 9

1. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

matrisinde her satırın terimleri toplamı 4 olduğuna göre, A^2 matrisinin birinci satır terimleri toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 32

2. $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$

$A \cdot X = X + B$ eşitliğini sağlayan X matrisinin elemanlarının toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $A^{-1} - 2 \cdot A$ matrisinin tüm elemanlarının toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} m & 3 \\ -2 & -8 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor. $f(x) = x^2 - 3x$ ve $f(A) = B$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -10 B) -8 C) -6 D) -2 E) -1

5. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$

matrisinin A_{23} 'e ait kofaktörü kaçtır?

- A) -4 B) -1 C) 2 D) 6 E) 11

6. $\begin{vmatrix} \sin x & 1 \\ 1 & 2\cos x \end{vmatrix} = 0$

olduğuna göre, en küçük x açısı kaç radyandır?

- A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

7. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}$

$A \cdot C = B$ eşitliğini sağlayan C matrisinin tüm elemanlarının toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $\begin{vmatrix} 1-a & 1 & 0 \\ 2 & 0 & a \\ -1 & a & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & 7a \\ 1 & a^2 \end{vmatrix}$

olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

9. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

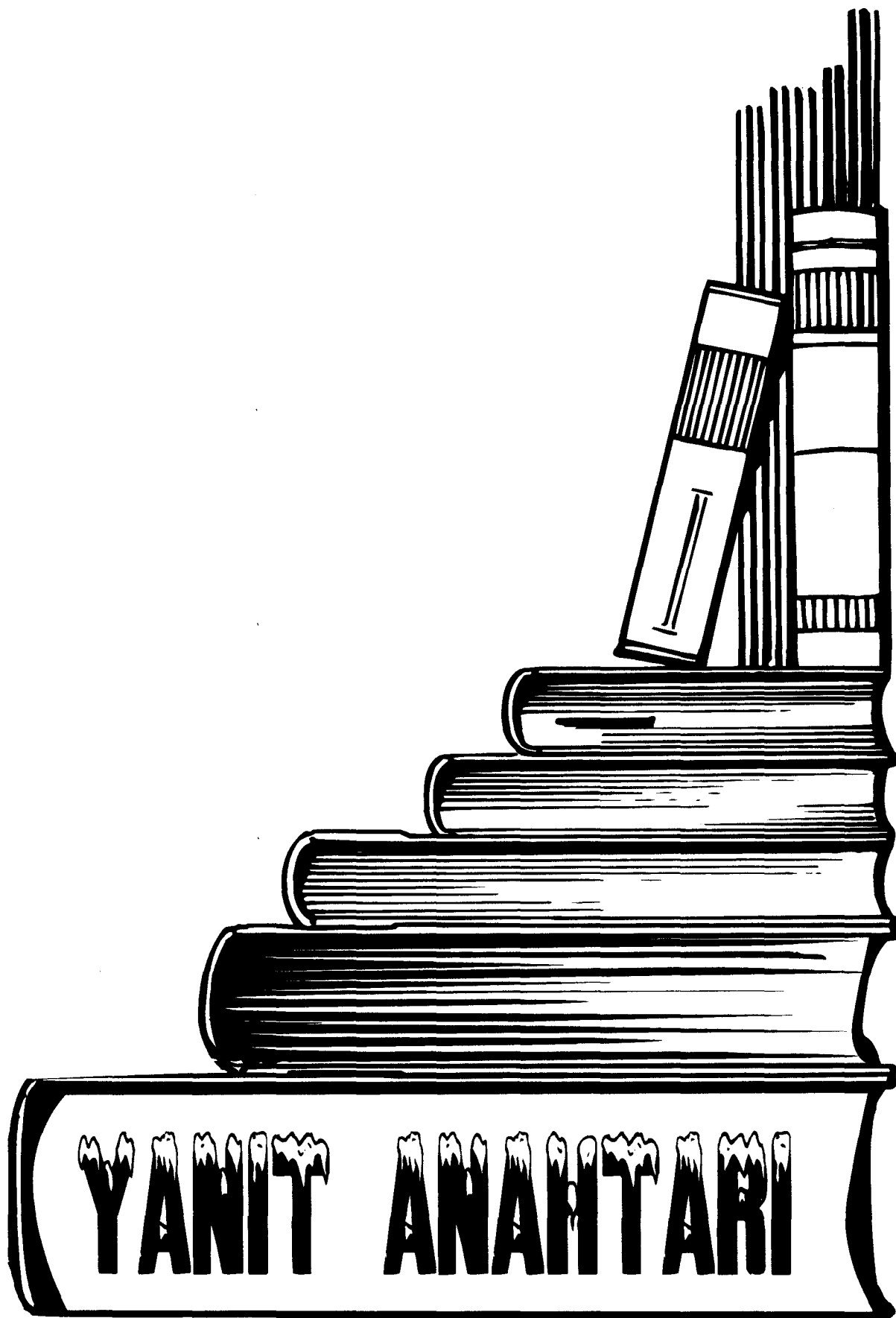
olduğuna göre, $A^2 - 4A$ matrisinin tüm elemanlarının toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

10. $A = \begin{bmatrix} a & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

matrisinin rankı 2 olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3



YANIT ANAHTARI

BÖLÜM -1-										
TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	A	D	B	C	B	D	E	B	C
TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	E	E	C	A	B	D	A	D
TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	C	D	C	A	D	A	B	A	D
TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	D	B	E	B	B	D	D	B
TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	B	B	A	D	B	A	B	D
TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	A	A	D	E	D	C	A	C
TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	D	B	A	D	C	A		
TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	B	D	D	A	B	D	B		
TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	C	D	B	A	E	B	C		
TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	A	A	E	D	E	C		
TEST 11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	E	B	D	D	A	C	A	E
TEST 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	B	C	A	A	C	E	A	E	B
TEST 13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	E	B	D	D	C	C	E	B
TEST 14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	E	E	B	D	C	D	E	C	C
TEST 15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	E	B	D	C	D	A	D	A
TEST 16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	D	C	B	A	C	D		
TEST 17	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	D	A	E	C	E	D	B	A
TEST 18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	B	A	C	D	D	E	B		
TEST 19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	C	B	A	D	C	A		
TEST 20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	C	A	B	E	E	B	C	A
TEST 21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	B	C	D	E	E	A	C	D
TEST 22	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	E	C	E	C	A	A	B	B	B
TEST 23	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	C	D	E	D	E	B	A	C
TEST 24	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	E	E	B	C	A	D	D	C	A
TEST 25	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	C	B	B	D	C	E	A	D	B

YANIT ANAHTARI

BÖLÜM -1-										
TEST 26	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	B	B	A	C	D	A	E	A	E
TEST 27	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	D	A	C	E	A	D		
TEST 28	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	D	D	C	E	A	C	B		
TEST 29	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	B	E	B	C	A	B		
TEST 30	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	B	E	D	D	A	C		
TEST 31	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	C	A	A	B	C	B	E	A
TEST 32	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	D	E	E	A	B	A	C	D
TEST 33	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	A	D	D	C	D	E	D	E	A
TEST 34	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	E	B	D	A	C	D	A	E
TEST 35	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	E	C	B	D	D	B	A	C
TEST 36	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	E	E	C	A	B	E	A	B	A
TEST 37	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	B	C	C	E	B	A	E	D
TEST 38	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	A	E	C	C	E	D	C	C
TEST 39	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	D	D	D	D	E	A	B	C	A
KARMA TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	B	A	E	C	D	A	B	C	D
KARMA TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	E	C	D	A	B	D	E	C
KARMA TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	C	E	B	B	A	A	C	E
KARMA TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	B	D	C	A	B	D	A	C
KARMA TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	D	E	A	C	B	E	A	D	C
KARMA TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	C	D	E	B	C	E	D	D
KARMA TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	B	A	D	A	E	D	B	C
KARMA TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	D	C	B	A	E	B	D	C
KARMA TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	D	A	B	E	A	C	B	D
KARMA TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	B	D	A	C	C	E	A	D	B
KARMA TEST 11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	E	D	A	B	C	A	D	B	A

YANIT ANAHTARI

BÖLÜM -1-										
KARMA TEST 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	D	E	B	D	A	C	D	E
KARMA TEST 13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	A	B	C	A	E	B	E	D
KARMA TEST 14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	C	B	D	E	B	D	B	C
KARMA TEST 15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	B	A	B	A	E	A	B		
KARMA TEST 16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	E	D	C	B	C	E		
KARMA TEST 17	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	B	A	C	B	D	B		
KARMA TEST 18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	C	B	E	D	A	B	C	B
KARMA TEST 19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	E	C	D	C	C	C	A	E
KARMA TEST 20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	D	A	D	B	C	A	E		
KARMA TEST 21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	E	D	B	A	D	E	C		

BÖLÜM -2-										
TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	E	B	D	C	C	B	A	C	A
TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	D	B	B	C	C	D	B	A	E
TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	A	D	B	C	C	C	D	E
TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	D	B	A	E	C	E	D	C	D
TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	D	C	A	B	A	A	B	A
TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	A	A	C	E	C	A	B	C
TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	B	E	E	D	B	A	B	C	E
TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	B	D	B	D	B	D		
TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	C	E	A	E	D	E	B	B
TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	D	A	C	B	B	A	D	A
TEST 11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	E	D	A	B	C	A	C	D	D
TEST 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	A	D	B	E	D	C	D	D
TEST 13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	C	D	A	B	A	A	B	E	C
TEST 14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	A	B	A	E	C	C	D	A	C

YANIT ANAHTARI



BÖLÜM -2-



TEST 15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	D	D	A	D	C	E	D	D
TEST 16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	E	D	C	B	A	C	E	E	B
TEST 17	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	A	B	A	A	C	C	B	D	B
KARMA TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	D	E	B	E	A	B	A	D
KARMA TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	A	B	C	D	A	E	B	C	D
KARMA TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	C	D	B	E	A	D	A	C
KARMA TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	C	E	C	B	D	A	E	C
KARMA TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	C	A	D	E	B	C	E	A	D
KARMA TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	B	D	E	E	E	A	B	C
KARMA TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	B	D	C	C	E	B	C	D
KARMA TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	B	D	E	D	E	C	A	B
KARMA TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	A	D	B	C	E	A	C	B	D
KARMA TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	B	D	C	D	E	C	B	E	C



BÖLÜM -3-



TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	D	B	A	B	E	B	B	A
TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	D	D	C	A	D	A	B	E	C
TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	E	D	E	B	D	E	B	A
TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	A	E	D	A	C	E	D	E
TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	A	B	C	A	C	B	E	C
TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	A	D	D	B	A	C	E	B
TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	A	B	A	C	B	C	A	D	E
TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	B	C	C	E	A	B	C	D
TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	E	B	A	D	C	E	B	B	D
TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	E	A	D	B	A	D	C	D	E
TEST 11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	C	B	E	C	A	E	D	B

YANIT ANAHTARI

BÖLÜM -3-

KURAN

TEST 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	E	A	B	E	D	A	B	D
TEST 13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	D	B	E	A	D	E	B	D
TEST 14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	D	A	B	D	E	D	E	C
TEST 15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	C	D	E	D	A	B	A	C	C
KARMA TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	E	C	A	E	C	B	A	D
KARMA TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	B	C	E	A	C	E	B	D
KARMA TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	A	D	B	A	E	C	B	D
KARMA TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	C	B	D	A	C	E	C	D
KARMA TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	D	B	E	A	D	C	E	B
KARMA TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	B	D	A	E	A	B	C	E	D
KARMA TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	C	E	B	A	C	D	B	C
KARMA TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	D	E	C	A	A	E	B	C	D
KARMA TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	B	D	A	A	E	B	A	A
KARMA TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	A	B	C	D	A	B	D	E	C
KARMA TEST 11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	D	B	C	A	B	E	D	A	C
KARMA TEST 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	B	C	A	E	B	E	D	D	B
KARMA TEST 13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	A	E	C	A	D	B	C	B	C
KARMA TEST 14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	B	A	D	D	C	D	E	D
KARMA TEST 15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	E	E	B	D	D	E	B	B	C
KARMA TEST 16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	A	C	E	E	B	B	C	C	B
KARMA TEST 17	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	D	D	A	E	E	C	E	E	B
KARMA TEST 18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	B	D	D	E	E	A	C	B	E

BÖLÜM -4-

KURAN

TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	B	C	A	E	C	D	A	B	E
TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	A	C	B	E	D	A	E	D
TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	C	D	B	D	C	A	B	E

YANIT ANAHTARI

BÖLÜM -4-

TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	A	B	D	C	A	C	E	D
TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	E	A	D	B	D	C	C	B
TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	E	B	C	C	D	C	D	A
TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	A	C	B	C	E	A	B	D	C
TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	E	B	C	B	C	B	C	E	A
TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	B	A	B	C	D	A	E	D
KARMA TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	D	C	E	A	C	D	B	A	E
KARMA TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	E	D	C	D	E	A	B	C
KARMA TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	E	B	A	D	A	C	E	B	D
KARMA TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	B	C	A	E	E	D	A	C	B
KARMA TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	C	E	B	A	B	C	D	E
KARMA TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	D	E	C	C	D	A	B	E
KARMA TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	B	C	D	E	A	D	E	C	B
KARMA TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	E	B	A	B	C	A	D	E

BÖLÜM -5-

TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	D	A	B	D	C	D	A	A
TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	B	A	D	B	E	C	C	A
TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	E	A	B	E	A	D	C	E	B
TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	C	A	D	E	A	B	D	A	B
TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	D	A	C	E	B	A	E	D	C
TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	C	D	E	C	E	E	A	D
TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	C	B	D	C	A	A	B	E
TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	C	D	D	B	A	E	E	A	E
TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	D	B	C	E	C	D	A	E
TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	B	E	E	A	E	C	D	E

YANIT ANAHTARI

BÖLÜM -5-

TEST 11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	D	B	E	C	B	A	B	B
TEST 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	C	B	D	A	C	E	B	D	A
TEST 13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	C	A	A	D	E	D	E	D	B
TEST 14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	E	A	B	D	C	A	B	A	B
TEST 15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	B	D	B	C	A	A	D	E
TEST 16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	D	A	B	C	C	D	A	C	D
TEST 17	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	A	B	C	E	B	B	C	D	E
TEST 18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	A	E	D	E	E	C	C	A
KARMA TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	A	C	B	D	E	C	E	B
KARMA TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	E	C	B	D	A	A	B	E
KARMA TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	A	B	C	E	B	E	A	C
KARMA TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	E	D	B	C	A	B	D	E
KARMA TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	B	D	C	E	C	D	B	A
KARMA TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	E	B	D	C	D	A	B	C	E
KARMA TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	E	C	B	C	A	D	B	E
KARMA TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	B	A	C	E	E	B	C	A	D
KARMA TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	B	A	E	B	A	C	D	E
KARMA TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	E	B	A	A	D	E	B	C
KARMA TEST 11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	B	A	C	D	C	D	E	A	D
KARMA TEST 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	B	D	D	A	E	D	B	B

BÖLÜM -6-

TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	E	E	B	A	B	E	D	E
TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	D	A	B	C	D	B	D	C	E
TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	D	B	C	E				
TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	B	D	E	D				

YANIT ANAHTARI

BÖLÜM -6-

TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	A	B	B	C	E	A	D	D
TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	D	A	C	E	D				
TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	A	B	C						
TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	B	A	C	B				
TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	E	B	C	D	A				
TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	A	B	C	E				
TEST 11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	E	C	B	A	E	D	C	A	D
TEST 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	D	A	B	C	B	D	A	E	C
TEST 13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	B	C	C	B	E	E	D	B
TEST 14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	D	A	E	C	A	D	C	E
TEST 15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	D	A	D	C	E	D	B	E
TEST 16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	A	D	C	B	A	E	D	C	D
TEST 17	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	B	A	C	D				
TEST 18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	B	A	E	D				
TEST 19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	E	C	A	A	D				
TEST 20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	C	E	B	E				
TEST 21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	C	C	E	D	A	B	B	C	A
TEST 22	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	C	B	E	D	B	C	D	A
TEST 23	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	B	E	D	C	C	D	B	A
TEST 24	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	D	E	E	C	B	D	B	A
TEST 25	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	D	B	C	D	C	E	E	A
TEST 26	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	C	E	D	C	D	E	A	E	C
TEST 27	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	C	D	A	D	B	E	B	A	E
TEST 28	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	C	E	B	A				
TEST 29	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	A	D	C	C	B				

YANIT ANAHTARI

BÖLÜM -6-

TEST 30	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	A	B	C	E				
TEST 31	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	D	E	A	B	C	D	A	C
TEST 32	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	C	A	E	B	A	D	B	E	B
TEST 33	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	E	B	C	E	C	E	A	B	D
TEST 34	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	E	C	D	A	B	E	C	E	D
KARMA TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	D	B	E	C	A	E	B	D
KARMA TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	E	A	B	C	E	A	B	C	D
KARMA TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	A	D	A	E	C	B	A	D
KARMA TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	C	E	A	D	C	D	A	E	B
KARMA TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	D	B	A	D	B	A	C	E
KARMA TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	A	C	D	E	E	A	B	C	D
KARMA TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	C	E	A	D	E				
KARMA TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	B	D	C	B				
KARMA TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	E	D	B	B				
KARMA TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	C	C	E	A				

BÖLÜM -7-

TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	C	E	A	C	A	D	D	A
TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	B	C	D	C	A	E	D	B
TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	B	D	C	A	D	B	D	A	D
TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	A	D	E	B	D	E	A	C	D
TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	B	A	E	D	A	B	C	E
TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	B	C	A	B	D	E		
TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	E	B	C	C	D	B	C	B	B
TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	A	C	D	E	B	E	C	A	E
TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	D	C	D	A	C	D	B	C

YANIT ANAHTARI

BÖLÜM -7-

TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	A	E	A	A	C	E	B	D
TEST 11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	A	D	D	E	A	B	E	C	E
TEST 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	A	E	B	C	C	D	D	A	B
TEST 13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	C	D	D	B	A	E	C	E	A
TEST 14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	C	C	E	A	A	B	E	A
TEST 15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	B	D	D	E	A	E	D	A	E
TEST 16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	A	B	A	E	D	B	C	D
TEST 17	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	C	A	E	E	D	E	C	B	C
TEST 18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	E	D	C	D	C	D	C	B	C
KARMA TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	A	C	D	B	C	B	A	D	E
KARMA TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	C	B	E	E	D	A	B	E
KARMA TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	E	D	E	E	A	B	D	E
KARMA TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	A	C	D	B	C	E	C	D
KARMA TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	B	B	E	A	D	C	B	C
KARMA TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	D	D	C	D	C	A	E	B	D
KARMA TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	C	E	D	A	B	C	D	E
KARMA TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	E	A	E	A	E	D	B	C
KARMA TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	B	A	E	A	E	B	E	D
KARMA TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	B	C	E	C	A	B	E	B	C

BÖLÜM -8-

TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	B	D	E	E	A	B	C	A
TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	A	D	C	E	B	B	A	D
TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	E	B	A	D	D	E	C	D	A
TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	B	D	C	E	C	B	D	D	B
TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	A	C	E	E	D	A	E	E

YANIT ANAHTARI

BÖLÜM -8-

TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	A	A	E	D	B	D	E	B	C
TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	C	E	D	B	C	E	A	B	D
TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	B	E	D	C	E	C	C	C	D
TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	B	A	A	D	A	B	A	D	C
TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	E	C	A	D	B	A	C	B	A
TEST 11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	D	C	A	B	E	B	C	D	A
TEST 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	C	B	A	E	B	D	C	D
TEST 13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	A	E	D	C	A	D	C	B	A
TEST 14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	E	D	B	A	C	B	A	A
TEST 15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	C	B	E	A	B	D	E	D
TEST 16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	E	B	A	B	A	A	E	E	D
TEST 17	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	C	D	E	A	E	A	C	D	B
TEST 18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	E	A	C	B	D	A	D	A	C
TEST 19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	B	E	D	B	C	E	E	C
TEST 20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	E	B	C	D	A	C	B	E
TEST 21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	D	A	B	E	D	E	C	E
TEST 22	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	E	B	C	B	C	D	B	B
TEST 23	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	B	D	A	C	B	A	B	E
TEST 24	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	B	C	E	D	A	A	D	C
TEST 25	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	B	C	A	B	D	A	B	D	A
TEST 26	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	E	A	E	D	B	C	E	B
TEST 27	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	E	D	C	A	B	D	B	B
TEST 28	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	A	B	B	D	E	C	D	D
TEST 29	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	A	E	D	C	B	E	A	E
TEST 30	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	C	E	C	C	E	D	C	D	B

YANIT ANAHTARI

BÖLÜM -8-

TEST 31	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	B	B	A	C	B	A	D	D	A
TEST 32	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	D	C	A	B	D	A	A	C	B
TEST 33	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	D	B	D	A	E	A	E	D	B
TEST 34	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	C	E	D	B	B	C	E	A
TEST 35	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	B	E	B	C	C	D	D	B
TEST 36	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	B	E	B	E	E	C	D	A
TEST 37	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	E	C	E	A	E	D	E	E	C
TEST 38	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	C	A	B	C	A	C	C	E
TEST 39	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	D	E	D	B	D	C	B	D
TEST 40	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	A	C	E	D	E				
TEST 41	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	A	C	B	E	A	C	D	E
TEST 42	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	D	E	C	E	E	B	D	A	E
TEST 43	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	E	A	D	C	B	A	C	C
TEST 44	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	B	A	B	E	A	B	D	E
TEST 45	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	E	C	E	D				
TEST 46	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	E	D	D	A	C				
TEST 47	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	A	C	B	E					
TEST 48	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	A	C	B						
KARMA TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	D	E	D	A	B	C	C	D
KARMA TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	A	B	D	C	B	C	A	B	E
KARMA TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	C	D	E	E	C	C	D	C
KARMA TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	B	D	A	E	C	B	A	E	D
KARMA TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	E	D	C	E	A	E	D	B	C
KARMA TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	D	C	E	C	D	A	B	E
KARMA TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	B	A	D	B	D	C	D	A	E

YANIT ANAHTARI

BÖLÜM -8-

KARMA TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	A	B	C	C	B	A	D	B
KARMA TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	C	E	B	D	A	C	E	A
KARMA TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	B	D	D	C	B	E	A	D	B
KARMA TEST 11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	B	A	A	C	D	B	C	A
KARMA TEST 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	B	E	C	B	D	C	E	B	D
KARMA TEST 13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	E	A	B	D	D	B	C	E	D
KARMA TEST 14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	C	B	B	A	C	E	D	B

BÖLÜM -9-

TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	D	E	A	C	E	B	E	C
TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	C	C	E	A	B	C	E	
TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	E	D	A	C	B	D	E	
TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	B	E	A	E	C	C	A	C	A
TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	B	E	E	B	D	B	A	D	B
TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	D	A	A	C	B	E	C	
TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	D	E	D	C	D	A	C	E
TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	C	D	B	E	D	A	E	B
TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	B	B	D	A	E	E	D	C
TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	C	D	B	D	A	E	E	B
TEST 11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	E	D	E	D	A	A	B	A	D
TEST 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	B	D	C	E	A	E	A	
TEST 13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	E	D	B	E	A	B		
TEST 14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	B	D	C	D	E	A	B	E
TEST 15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	E	B	B	A	D	D	C	E
TEST 16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	D	C	E	D	A	B	C	
TEST 17	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	D	B	A	D	E	D		

YANIT ANAHTARI

BÖLÜM -9-

TEST 18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	D	C	E	A	C	C		
TEST 19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	E	A	D	E	B	C	B	A	B
TEST 20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	E	B	B	D	C	D	E	E
TEST 21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	C	E	C	D	E	A	B	A
TEST 22	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	D	E	B	E	B	C	D	D
TEST 23	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	E	A	C	B	E	C	B	C
TEST 24	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	D	D	B	E	A	E	B	A
TEST 25	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	B	D	B	B	E	B	A	C
TEST 26	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	B	E	C	B				
TEST 27	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	B	A	C	A	D	E	E	B	D
TEST 28	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	D	B	D	A	B	A	C	E	B
TEST 29	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	E	C	B	A	E	E	D	B
TEST 30	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	E	A	C	B	C	D	B	B	D
TEST 31	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	D	A	B	B	D	E	C	C	D
TEST 32	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	B	B	E	E	C	A	C	E
TEST 33	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	C	B	A	E	D	A	C	D	D
TEST 34	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	E	E	A	D	C	A	D	C	C
TEST 35	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	C	E	D	D	E	C	A	C
TEST 36	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	B	C	B	D				
TEST 37	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	C	E	E	A	B	D	B	E	E
TEST 38	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	C	D	E	A	E	C	D	B
KARMA TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	A	A	B	E	D	C	E	A
KARMA TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	A	D	E	C	B	A	C	B	E
KARMA TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	B	B	E	D	C	A	C	B
KARMA TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	C	E	D	D	A	E	C	B

YANIT ANAHTARI

BÖLÜM -9-

KARMA TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	C	B	C	A	E	B	C	D
KARMA TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	C	D	D	C	A	C	D	E
KARMA TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	A	C	E	D	D	B	A	B	E
KARMA TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	B	E	C	C	A	D	E	B
KARMA TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	B	E	C	D	A	B	E	B
KARMA TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	D	B	E	E	B	C	E	A
KARMA TEST 11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	B	A	E	B	A	D	C	E
KARMA TEST 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	D	E	C	B	A	C	D	E
KARMA TEST 13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	B	C	D	C	A	A	E	B
KARMA TEST 14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	A	C	B	E	A	E		
KARMA TEST 15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	C	A	E	E	C	A	A	A	B

BÖLÜM -10-

TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	B	E	D	B	A	E	B	A
TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	B	D	C	E	C	C	A	A
TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	E	B	A	C	E	A	B		
TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	D	C	A	B	A	C	A		
TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	E	D	D	C	A	E	B	D	C
TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	B	A	E	D	C	D	B	D	A
TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	C	A	D	B	E	E	C	D
TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	B	E	A	D	E	A	D	D
TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	E	E	D	A	C	D	D	E	A
TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	D	A	D	C	B	E	E	C	E
TEST 11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	D	C	D	A	E	C	D	E	E
KARMA TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	E	D	B	A	D	B	D	E
KARMA TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	A	C	E	E	C	A	C	E	B

YANIT ANAHTARI

(((BÖLÜM -10-										
KARMA TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	B	A	D	E	B	C	A	D	B
KARMA TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	E	C	A	B	D	A	E	A	B
KARMA TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	A	A	C	D	E	A	D	B	C
KARMA TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	D	E	B	A	D	E	B	C	E
KARMA TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	D	C	B	A	D	E	A	B	D
KARMA TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	B	C	E	D	E	B	A	C	E
KARMA TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	A	E	B	B	D	C	A	E	D