

# integral

# İÇİNDEKİLER

|                                                       |     |
|-------------------------------------------------------|-----|
| 1. Diferansiyel .....                                 | 1   |
| 2. Bir Fonksiyonun İkelili - Belirsiz İntegral .....  | 1   |
| 3. Belirsiz İntegralin Özellikleri .....              | 2   |
| 4. Temel İntegral Formülleri .....                    | 3   |
| 5. İntegral Alma Kuralları .....                      | 9   |
| A) Değişken Değiştirme Kuralı .....                   | 9   |
| B) Parçalı (Kısmi) İntegral Kuralı .....              | 21  |
| C) Basit Kesirlere Ayrarak İntegral Alma .....        | 28  |
| D) Özel Dönüşümler .....                              | 33  |
| 6. Belirli İntegral .....                             | 36  |
| 7. Belirli İntegralin Özellikleri .....               | 36  |
| 8. İntegral Fonksiyonunun Türevi .....                | 46  |
| 9. Belirli İntegralde Değişken Değiştirilmesi .....   | 51  |
| 10. İntegralin Uygulamaları .....                     | 55  |
| A) İntegral ile Alan Hesabı .....                     | 55  |
| B) Alan Yardımıyla İntegral Bulma .....               | 65  |
| C) Tek ve Çift Fonksiyonlarda Belirli İntegral .....  | 68  |
| D) İntegral ile Hacim Hesabı .....                    | 70  |
| E) İntegralin Hareket Problemlerine Uygulanması ..... | 74  |
| Geliştirme Testi .....                                | 79  |
| Değerlendirme Testi .....                             | 115 |

## İNTEGRAL

### 1. Diferansiyel:

$f: A \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu  $x \in A$  için türevli bir fonksiyon ise

$$\frac{df(x)}{dx} = f'(x) \text{ olur.}$$

$df(x) = f'(x)dx$  ifadesine  $f(x)$  fonksiyonunun  $x \in A$  noktasındaki diferansiyeli denir.

$f(x)$  fonksiyonu  $\forall x \in A$  için diferansiyellenebiliyorsa, fonksiyon  $A$  kümesinde diferansiyellenebilir denir.

Buna göre,  $y = f(x)$  fonksiyonunun diferansiyeli  $dy$  ise

$$dy = f'(x) dx \text{ olur.}$$

### Kavrama Sorusu 1:

- $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 1$
- $y = \sin 2x$
- $x = \cos^2 t$

fonsksiyonların diferansiyellerini yazınız.

#### Çözüm:

- $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 1$   
 $\Rightarrow d(f(x)) = (6x^2 - 10x) dx$
- $y = \sin 2x$   
 $\Rightarrow dy = (2\cos 2x) dx$
- $x = \cos^2 t$   
 $\Rightarrow dx = (-2\cos t \sin t) dt$   
 $dx = (-\sin 2t) dt \text{ olur.}$

### Geliştirme Sorusu 1:

- $f(x) = x^2 + 6x$
- $t = \ln x$
- $z = e^t + t$

fonsksiyonların diferansiyellerini bulunuz.

$$\begin{aligned} & 2x + 6 \\ & \frac{1}{x} \\ & e^t + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d(f(x)) &= (2x + 6)dx \\ dt &= \frac{dx}{x} \\ dz &= (e^t + 1) dt \end{aligned}$$

### 2. Bir Fonksiyonun İkelili - Belirsiz İntegral:

Türevli  $f(x)$  ya da diferansiyeli  $f'(x) dx$  olan

$F(x)$  fonksiyonuna,

$f(x)$  fonksiyonunun bir ikeli ya da belirsiz ikeli denir ve

$$\int f(x) dx = F(x) + c \quad (c \in \mathbb{R})$$

şeklinde gösterilir. Yani,

$$[F(x) + c]' = f(x) \text{ olur.}$$

### Kavrama Sorusu 2:

$$\int 3x^2 dx$$

integralini hesaplayınız.

#### Çözüm:

$$\begin{aligned} x^3 & \xrightarrow{\text{türev}} 3x^2 \\ x^3 + 8 & \xrightarrow{\quad} 3x^2 \\ x^3 - 4 & \xrightarrow{\quad} 3x^2 \\ & \dots \dots \dots \end{aligned}$$

olduğundan

$$\int 3x^2 dx = x^3 + c \quad (c \in \mathbb{R}) \text{ bulunur.}$$

### Geliştirme Sorusu 2:

$$\int (\sin x + 2x) dx$$

integralini bulunuz.

$$-\cos x + x^2 + c$$

$$-\cos x + x^2 + c$$

## 3. Belirsiz integralin Özellikleri:

$$I. \frac{d}{dx} \left( \int f(x) dx \right) = \left( \frac{d}{dx} f(x) \right) \Rightarrow \frac{d}{dx} \left( \int f(x) dx \right) = f(x)$$

$$II. \frac{d}{dx} \left( \int f(x) dx \right) = f(x) \Rightarrow \frac{d}{dx} \left( \int f(x) dx \right) = f(x)$$

$$III. \frac{d}{dx} \left( \int f(x) dx \right) = f(x) + C$$

$$IV. \int a f(x) dx = a \int f(x) dx$$

$$V. \int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

## Kavrama Sorusu 3:

$$a) \frac{d}{dx} \left( \int (3x^2 - 5) dx \right)$$

$$b) \left( \int (x^2 + x) dx \right)'$$

$$c) \frac{d}{dx} \left( \int (x^2 - 2x + 1) dx \right)$$

$$d) \frac{d}{dx} \left( \int (\sin x) dx \right)$$

$$e) \int (\cos x) dx \text{ işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.}$$

$$f) \int f(x) dx = x^2 + 4 \text{ olduğuna göre } f'(x) \text{ nedir?}$$

## Çözüm:

$$a) \frac{d}{dx} \left( \int (3x^2 - 5) dx \right) = 3x^2 - 5$$

$$b) \left( \int (x^2 + x) dx \right)' = x^2 + x$$

$$c) \frac{d}{dx} \left( \int (x^2 - 2x + 1) dx \right) = (x^2 - 2x + 1) dx$$

$$d) \frac{d}{dx} \left( \int (\sin x) dx \right) = \sin x + C$$

$$e) \int (\cos x) dx = \sin x + C$$

$$f) \int f(x) dx = x^2 + 4 \text{ eşliğinin her iki yanının türevi}$$

$$\text{alınrsa } \frac{d}{dx} \left( \int f(x) dx \right) = \frac{d}{dx} (x^2 + 4)$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2 \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 3:

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

$$a) \frac{d}{dx} \left( \int (\sin x + \log x) dx \right)$$

$$b) \frac{d}{dx} \left( \int (\ln(x^2 + 1)) dx \right)$$

$$c) \frac{d}{dx} \left( \int (x^3 + 3^x) dx \right)$$

$$d) \frac{d}{dx} \left( \int (\sin^3 x + \sin 3x) dx \right)$$

$$e) \frac{d}{dx} \left( \int (\sec x - 1) dx \right)$$

$$f) \frac{d}{dx} \left( \int x f(x) dx \right) = x^3 - 4x^2 + 1 \text{ ise } f(x) = ?$$

$$\sin x + \log x$$

$$\ln(\ln(x^2 + 1))$$

$$x^3 + 3^x$$

$$\sin^3 x + \sin 3x$$

$$\sec x - 1$$

$$3x - 8$$

## 4. Temel integral Formülleri:

$$I. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$

$$II. \int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C$$

$$III. \int \frac{f(x)}{f'(x)} dx = \ln |f(x)| + C$$

$$IV. \int e^x dx = e^x + C$$

$$V. \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$VI. \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$VII. \int \tan x dx = -\ln |\cos x| + C$$

$$VIII. \int \cot x dx = \ln |\sin x| + C$$

$$IX. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$X. \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$$

$$XI. \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$$

$$XII. \int \frac{dx}{1-x^2} = \arcsin x + C = -\arccos x + C$$

$$XIII. \int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + C = -\operatorname{arccot} x + C$$

## TRİGONOMETRİK ÖZDEŞLİKLER

$$1. \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$2. \tan x \cdot \cot x = 1$$

$$3. \text{Yarı aç formülleri}$$

$$a) \sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$b) \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$= 2 \cos^2 x - 1$$

$$c) \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

## Kavrama Sorusu 4:

Aşağıdaki integraleri hesaplayınız.

$$1) \int dx$$

$$2) \int 3 dx$$

$$3) \int x^2 dx$$

$$4) \int (3x^2 - 2x + 1) dx$$

$$5) \int \sqrt{x} dx$$

$$6) \int \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

$$7) \int (x(x+1)^2) dx$$

## Çözüm:

$$1) \int dx = x + C$$

$$2) \int 3 dx = 3x + C$$

$$3) \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$$

$$4) \int (3x^2 - 2x + 1) dx = \frac{3x^3}{3} - 2 \frac{x^2}{2} + x + C$$

$$= x^3 - x^2 + x + C$$

$$5) \int \sqrt{x} dx = \int x^{1/2} dx = \frac{x^{3/2}}{3/2} + C$$

$$= \frac{2}{3} x^{3/2} + C = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + C$$

$$= \frac{2x\sqrt{x}}{3} + C$$

$$6) \int \frac{dx}{\sqrt{x}} = \int x^{-1/2} dx = \frac{x^{1/2}}{1/2} + C$$

$$= \frac{x^{1/2+1}}{1/2+1} + C = \frac{x^{3/2}}{3/2} + C$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + C$$

$$7) \int (x(x+1)^2) dx = \int (x(x^2 + 2x + 1)) dx$$

$$= \int (x^3 + 2x^2 + x) dx = \frac{x^4}{4} + 2 \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C$$

## Geliştirme Sorusu 4:

Aşağıdaki integral işlemlerini yapınız.

a)  $\int dx + \int y dy - \int (xy) dz$

$$x + \frac{y^2}{2} - xyz + c$$

b)  $\int (\sqrt{3} + 2x) dx$

$$\sqrt{3}x + x^2 + c$$

c)  $\int \cos^2 x dx + \int \sin^2 x dx$

$$x + c$$

d)  $\int [(x^2 + 1)(x^2 - 1)] dx$

$$\frac{x^4}{5} - x + c$$

e)  $\int da - \int (de) de$

$$\frac{a^2 - de^2}{2} + c$$

## Kavrama Sorusu 5:

Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

1.  $\int \frac{2dx}{5x}$

2.  $\int (\cos x + \sin x) dx$

3.  $\int (3^x - e^x) dx$

4.  $\int \left( 6 \sin x + \frac{5}{1+x^2} \right) dx$

5.  $\int \frac{3 \sin^2 x + 1}{\sin^3 x} dx$

## Çözüm:

1.  $\int \frac{2dx}{5x} = \frac{2}{5} \int \frac{dx}{x} = \frac{2}{5} \ln|x| + c$

2.  $\int (\cos x + \sin x) dx = \sin x - \cos x + c$

3.  $\int (3^x - e^x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} - e^x + c$

4.  $\int \left( 6 \sin x + \frac{5}{1+x^2} \right) dx = 6 \int \sin x dx + 5 \int \frac{dx}{1+x^2}$   
 $= -6 \cos x + 5 \arctan x + c$

5.  $\int \frac{3 \sin^2 x + 1}{\sin^3 x} dx = \int \frac{3 \sin^2 x}{\sin^3 x} dx + \int \frac{dx}{\sin^3 x}$   
 $= \int 3 dx + \int \frac{dx}{\sin^3 x} = 3x - \cot x + c$

## Geliştirme Sorusu 5:

Aşağıdaki integral işlemlerini yapınız.

a)  $\int \ln e^x dx$

b)  $\int \left( \sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3} \right) dx$

$$x + c$$

c)  $\int \left( \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{1+x^2} \right) dx$

$$\frac{\sqrt{3}+1}{2} x + c$$

e)  $\int \tan x dx + \int d(\tan x)$

$$\arcsin x + \arctan x + c$$

$$\tan x - \ln |\cos x| + c$$

f)  $\int (\ln 4.2^x) dx$

$$2^{x+1} + c$$

g)  $\int \frac{f(x)}{x} dx = 3x^2 + 2$

olduğuna göre  $\int f(x) dx$  nedir?

$$2x^3 + c$$

h)  $d(\sin x + x^2 + 4)$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$(\cos x + 2x) dx$$

i)  $\int \frac{(2x-4)}{p} dp$

$$(2x-4) \ln|p| + c$$

Kavrama Sorusu 6:

$y = f(x)$  fonksiyonu için,  $f'(x) = 4x + 3$  ve  $f(1) = -2$  olduğuna göre  $f(0)$  değeri kaçtır?

002073

$f(x) = 4x + 3$  eşitliğinin her iki yanının integralini alalım,

$$\int f'(x) dx = \int (4x + 3) dx$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4x^2}{2} + 3x + c \text{ olur.}$$

$$f(x) = 2x^2 + 3x + c$$

$$f(1) = -2 \Rightarrow f(1) = -2 = 2 + 3 + c \Rightarrow c = -7 \text{ bulunur.}$$

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 7 \text{ için } f(0) = 0 + 0 - 7 = -7 \text{ dir.}$$

Kavrama Sorusu 7:

$$\int (x+1)f(x) dx = x^3 - 3x^2 - 9x + 11$$

olduğuna göre  $f(-2)$  değeri kaçtır?

002073

$$\int (x+1)f(x) dx = x^3 - 3x^2 - 9x + 11$$

eşitliğin iki tarafının türevi alırsa

$$= \frac{d}{dx} \int (x+1)f(x) dx = \frac{d}{dx} [x^3 - 3x^2 - 9x + 11]$$

$$= (x+1)f(x) = 3x^2 - 6x - 9 \Rightarrow (x+1)f(x) = 3(x^2 - 2x - 3)$$

$$\Rightarrow (x+1)f(x) = 3(x+1)(x-3) \Rightarrow f(x) = 3(x-3) \text{ olur.}$$

$$f(-2) = 3(-2-3) = -15 \text{ bulunur.}$$

Geliştirme Sorusu 6:

$f(x) = x + \frac{1}{2}$  ve  $f(2) = -3$  olduğuna göre  $f(1)$  değeri kaçtır?

Geliştirme Sorusu 7:

$$\int x f(x) dx = 2x^3 - 3x^2 - 18$$

olduğuna göre  $f(-2)$  değeri kaçtır?

Örnek Akademi

1.  $\int (x^2 + 3) dx - \int 3x dx$

işleminin sonucunu bulunuz.

4.  $\int \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$

işleminin sonucunu bulunuz.

2.  $\int x dy + \int \sin^3 e^x dx$

işleminin sonucunu bulunuz.

5.  $\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right) dx$

işleminin sonucunu bulunuz.

3.  $\int \left(x^2 + \frac{1}{x} - \sqrt{x}\right) dx$

işleminin sonucunu bulunuz.

6.  $\int \frac{\sqrt{x}}{x} dx$

işleminin sonucunu bulunuz.

Birleşik Yayıncılık

7.  $\int (2^x + x^2 + \frac{2}{x}) dx$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^3}{3} + 2 \ln |x| + c$$

8.  $\int \frac{\sqrt{x}}{t} dt \quad (t > 0)$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$\sqrt{x} \ln t + c$$

9.  $\int (\log 4^{2x}) dx$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$x^2 \log 4 + c$$

10.  $\frac{d}{dx} \int (x^2 + 5) dx$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$x^2 + 5$$

11.  $f(x) = x^2 - 2x$  ve  $f(3) = 4$

olduğuna göre  $f(-1)$  değeri kaçtır?

$$8/3$$

12.  $\int x f(x) dx = x^2 - 6x + 5$

olduğuna göre  $f'(x)$  ifadesini bulunuz. ( $x \neq 0$ )

$$\frac{6}{x^2}$$

### 5. İntegral Alma Kuralları:

#### A) Değişken Değiştirme Kuralı:

İntegral alınacak ifadenin bilinen formüllerle yapılabilmesi için değişken değiştirilmesi yapılır.

$$\int g(f(x)) \cdot f'(x) dx \text{ integralinde}$$

$$f(x) = u \Rightarrow f'(x) dx = du \text{ değişken dönüşümü ile}$$

$$\int g(f(x)) \cdot f'(x) dx = \int g(u) du \text{ integral elde edilir.}$$

$$G(u) = G(u) \text{ ise}$$

bu integral

$$\int g(f(x)) f'(x) dx = \int g(u) du$$

$$= G(u) + c = G(f(x)) + c$$

olarak elde edilir.

Not: Özellikle bir fonksiyon ve bu fonksiyonun türevinin birlikte bulunduğu sorularda değişken değiştirme kuralı uygulanır.

### Kavrama Sorusu 8:

$$\int x(2-4x^2) dx$$

integralini hesaplayınız.

**Geliştirme**

$$\int x(2-4x^2) dx \text{ integralinde}$$

$$2-4x^2 = u \text{ olsun} \Rightarrow -8x dx = du$$

$$x dx = -\frac{du}{8} \text{ olur.}$$

$$= \int x(2-4x^2) dx = \int (2-4x^2) x dx$$

$$= \int u(-\frac{du}{8}) = -\frac{1}{8} \int u du$$

$$= -\frac{1}{8} \cdot \frac{u^2}{2} + c = -\frac{u^2}{16} + c = -\frac{(2-4x^2)^2}{16} + c \text{ bulunur.}$$

### Geliştirme Sorusu 8:

$$\int x^2(1+x^3) dx$$

integralini hesaplayınız.

$$\frac{(1+x^3)^2}{6} + c$$

### UYARI 1:

$$\int \frac{k}{a x + b} dx$$

biçimindeki intergallerde paydanın türevi pay kısmında bulunuyorsa  $\int \frac{dx}{x} = \ln |x| + c$  formülü kullanılır.

### Kavrama Sorusu 9:

$$\int \frac{2x dx}{x^2 + 1}$$

integralini hesaplayınız.

**Geliştirme**

$$\int \frac{2x dx}{x^2 + 1} \text{ integralinde}$$

$$x^2 + 1 = u \text{ olsun}$$

$$2x dx = du$$

$$\Rightarrow \int \frac{2x dx}{x^2 + 1} = \int \frac{du}{u} = \ln |u| + c = \ln(x^2 + 1) + c$$

### Geliştirme Sorusu 9:

$$\int \frac{2x dx}{x^2 - 4}$$

integralini hesaplayınız.

$$\ln(x^2 - 4) + c$$

## Kavrama Sorusu 10:

$$\int \frac{2dx}{4x-1}$$

İntegralini bulunuz.

**Çözüm:**

$$\int \frac{2dx}{4x-1} \text{ integralinde}$$

$$4x-1 = u \text{ olsun} \Rightarrow 4dx = du \quad 2dx = \frac{du}{2}$$

$$\Rightarrow \int \frac{2dx}{4x-1} = \int \frac{\frac{du}{2}}{u} = \int \frac{du}{2u}$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{du}{u} = \frac{1}{2} \ln |u| + c = \frac{1}{2} \ln |4x-1| + c \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 11:

$$\int \sin(x+4) dx$$

İntegralini bulunuz.

$$-\cos(x+4) + c$$

## Kavrama Sorusu 12:

$$\int e^{x^2} x dx$$

İntegralini bulunuz.

**Çözüm:**

$$\int e^{x^2} x dx \text{ integralinde } x^2 = u \text{ olsun } 2x dx = du$$

$$x dx = \frac{du}{2} \text{ olduğundan}$$

$$\int e^{x^2} x dx = \int e^u \frac{du}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \int e^u du = \frac{1}{2} e^u + c$$

$$= \frac{e^{x^2}}{2} + c \text{ olur.}$$

Örnek Akademi

## Kavrama Sorusu 11:

$$\int \cos(4x-5) dx$$

İntegralini bulunuz.

**Çözüm:**

$$\int \cos(4x-5) dx \text{ integralinde}$$

$$4x-5 = u \text{ olsun} \Rightarrow 4dx = du \quad dx = \frac{du}{4}$$

$$\Rightarrow \int \cos(4x-5) dx = \int \cos u \frac{du}{4}$$

$$= \frac{1}{4} \int \cos u du = \frac{1}{4} \sin u + c$$

$$= \frac{\sin(4x-5)}{4} + c \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 12:

$$\int 2y \cdot e^{y^2+5} dy$$

İntegralini bulunuz.

$$e^{y^2+5} + c$$

## Kavrama Sorusu 13:

$$\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$$

İfadeyi hesaplayınız.

**Çözüm:**

$$\int \frac{\ln^2 x}{x} dx \text{ integralinde, } \ln x = u \text{ olsun} \Rightarrow \frac{1}{x} dx = du$$

$$\Rightarrow \int \frac{\ln^2 x}{x} dx = \int (\ln x)^2 \frac{dx}{x} = \int u^2 du$$

$$\frac{u^3}{3} + c = \frac{(\ln x)^3}{3} + c = \frac{\ln^3 x}{3} + c \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 13:

$$\int \frac{\ln x}{x} dx$$

İntegralini bulunuz.

$$\frac{\ln^2 x}{2} + c$$

Örnek Akademi

## Kavrama Sorusu 14:

$$\int \frac{dx}{x \ln x}$$

İntegrali hesaplayınız.

**Çözüm:**

$$\int \frac{dx}{x \ln x} \text{ integralinde } \ln x = u \text{ olsun}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} dx = du \Rightarrow \frac{dx}{x} = du$$

$$\Rightarrow \int \frac{dx}{x \ln x} = \int \frac{1}{\ln x} \frac{dx}{x} = \int \frac{1}{u} du = \int \frac{du}{u}$$

$$= \ln |u| + c = \ln |\ln x| + c \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 14:

$$a. \int \frac{\ln x^2}{x} dx$$

İntegralini bulunuz.

$$\frac{3}{2} (\ln x)^2 + c$$

$$b. \int \frac{3 + \ln x}{2x} dx$$

İntegralini bulunuz.

$$\frac{3 + \ln x^2}{4} + c$$

$$c. \int \frac{\ln x + x}{x} dx$$

İntegralini bulunuz.

$$\frac{\ln^2 x}{2} + x + c$$

**Kavrama Sorusu 15:**

$$\int \sqrt{x^2 + 6} \cdot x dx$$

integralini bulunuz.

**Çözüm:**

$$\int \sqrt{x^2 + 6} \cdot x dx \text{ integralinde}$$

$$x^2 + 6 = u \text{ olsun} \Rightarrow 2x dx = du$$

$$x dx = \frac{du}{2}$$

$$\Rightarrow \int \sqrt{x^2 + 6} \cdot x dx = \int \sqrt{u} \cdot \frac{du}{2} = \frac{1}{2} \int u^{1/2} du$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{u^{3/2}}{3/2} + c = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} u^{3/2} + c$$

$$= \frac{1}{3} \sqrt{u^3} + c = \frac{u \sqrt{u}}{3} + c = \frac{(x^2 + 6) \sqrt{x^2 + 6}}{3} + c \text{ olur.}$$

**Geliştirme Sorusu 15:**

$$\int \sqrt{x+3} \cdot x dx$$

integralini bulunuz.

$$\frac{2}{3} (x+3) \sqrt{x+3} + c$$

**Kavrama Sorusu 16:**

$$\int \sin^3 x dx$$

integralini bulunuz.

**Çözüm:**

$$\int \sin^3 x dx = \int \sin^2 x \cdot \sin x dx = \int (1 - \cos^2 x) \cdot \sin x dx$$

integralinde  $\cos x = u$  olsun

$$\Rightarrow -\sin x dx = du \Rightarrow \sin x dx = -du$$

$$\Rightarrow \int \sin^3 x dx = \int (1 - \cos^2 x) \sin x dx$$

$$= \int (1 - u^2) (-du) = \int (u^2 - 1) du$$

$$= \frac{u^3}{3} - u + c = \frac{(\cos x)^3}{3} - \cos x + c$$

$$= \frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + c \text{ olur.}$$

**Geliştirme Sorusu 16:**

$$\int \cos^3 x$$

integralini bulunuz.

$$\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + c$$

**Kavrama Sorusu 17:**

$$\int \cos^2 x \sin^3 x dx$$

integralini hesaplayınız.

**Çözüm:**

$$\int \cos^2 x \sin^3 x dx = \int \cos^2 x \sin^2 x \cdot \sin x dx$$

$$= \int \cos^2 x (1 - \cos^2 x) \cdot \sin x dx \text{ integralinde}$$

$$\cos x = u \text{ olsun} \Rightarrow -\sin x dx = du$$

$$\sin x dx = -du$$

$$\Rightarrow \int \cos^2 x \sin^3 x dx = \int \cos^2 x (1 - \cos^2 x) \sin x dx$$

$$= \int u^2 (1 - u^2) (-du) = \int (u^2 - u^4) du$$

$$= \int (u^2 - u^4) du = \frac{u^3}{3} - \frac{u^5}{5} + c$$

$$= \frac{(\cos x)^3}{3} - \frac{(\cos x)^5}{5} + c = \frac{\cos^3 x}{3} - \frac{\cos^5 x}{5} + c \text{ olur.}$$

**Geliştirme Sorusu 17:**

a.  $\int \sin x \cos^3 x dx$

integralini bulunuz.

$$\frac{-\cos^4 x}{4} + c$$

b.  $\int \left( \frac{\sin x}{1 + \cos x} \right) dx$

integralini bulunuz. ( $x \neq \pi$ )

$$\ln \left( \frac{1}{1 + \cos x} \right) + c$$

**Kavrama Sorusu 18:**

$$\int (\tan^2 x + \tan^4 x) dx$$

integralini bulunuz.

**Çözüm:**

$$\int (\tan^2 x + \tan^4 x) dx = \int (\tan^2 x (1 + \tan^2 x)) dx$$

integralinde  $\tan x = u$  olsun

$$\Rightarrow (1 + \tan^2 x) dx = du$$

$$\int (\tan^2 x + \tan^4 x) dx = \int (\tan^2 x (1 + \tan^2 x)) dx$$

$$= \int u^2 du = \frac{u^3}{3} + c = \frac{(\tan x)^3}{3} + c$$

$$= \frac{\tan^3 x}{3} + c \text{ olur.}$$

**Geliştirme Sorusu 18:**

$$\int \left( \frac{1 + \tan^2 x}{1 + \tan x} \right) dx$$

integralini bulunuz.

$$\ln |1 + \tan x| + c$$

## Kavrama Sorusu 19:

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx$$

İntegralini bulunuz.

**Çözüm**

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx \text{ integralinde } f'(x) = u \text{ olsun.}$$

$$\Rightarrow (f'(x))' dx = du \Rightarrow f'(x) dx = du$$

$$= \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{du}{u} = \ln |u| + c$$

$$= \ln |f(x)| + c \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 20:

$$\int (\tan x + 1) dx$$

İntegralini bulunuz.

**Çözüm**

$$x - \ln |\cos x| + c$$

## Geliştirme Sorusu 19:

$$\int f'(2x) \cdot f'(2x) dx$$

İntegralini bulunuz.

**Çözüm**

$$\int \frac{e^x dx}{5-e^x} \text{ integralinde } 5-e^x = u \text{ olsun.}$$

$$\Rightarrow -e^x dx = du \Rightarrow e^x dx = -du$$

$$\Rightarrow \int \frac{e^x dx}{5-e^x} = \int \frac{-du}{u} = -\int \frac{du}{u}$$

$$= -\ln |u| + c = -\ln |5-e^x| + c \text{ olur.}$$

Örnek Akademi

## Kavrama Sorusu 21:

$$\int \frac{e^x dx}{5-e^x}$$

İntegralini bulunuz.

**Çözüm**

$$\int \frac{e^x dx}{5-e^x} \text{ integralinde } 5-e^x = u \text{ olsun.}$$

$$\Rightarrow -e^x dx = du \Rightarrow e^x dx = -du$$

$$\Rightarrow \int \frac{e^x dx}{5-e^x} = \int \frac{-du}{u} = -\int \frac{du}{u}$$

$$= -\ln |u| + c = -\ln |5-e^x| + c \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 21:

$$\int \frac{e^x dx}{1+e^x}$$

İntegralini bulunuz.

$$\frac{f'(2x)^2}{2} + c$$

## Kavrama Sorusu 20:

$$\int \cot x dx$$

İntegralini bulunuz.

**Çözüm**

$$\int \cot x dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx$$

İntegralinde  $\sin x = u$  olsun.

$$\Rightarrow \cos x dx = du$$

$$\Rightarrow \int \cot x dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \int \frac{du}{u} = \ln |u| + c$$

$$= \ln |\sin x| + c \text{ olur.}$$

## Kavrama Sorusu 22:

$$\int \sec^2 x \cdot \tan^3 x dx$$

İntegralini bulunuz.

**Çözüm**

$$\int \sec^2 x \cdot \tan^3 x dx \text{ integralinde}$$

$$\tan x = u \text{ olsun } \Rightarrow (1 + \tan^2 x) dx = du \Rightarrow \sec^2 x dx = du$$

$$\Rightarrow \int \sec^2 x \cdot \tan^3 x dx = \int \tan^3 x \cdot \sec^2 x dx$$

$$\int u^3 du = \frac{u^4}{4} + c = \frac{(\tan x)^4}{4} + c$$

$$= \frac{\tan^4 x}{4} + c \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 22:

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

İntegralini bulunuz

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

$$\int \frac{\cos \sec^2 x}{\cot x} dx$$

Örnek Akademi

## Kavrama Sorusu 23:

$$\int \cos^2 x dx$$

İntegralini hesaplayınız.

**Çözüm**"Yarı açılı bağıntısına göre;  
 $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$  dir.

$$\Rightarrow \cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2} \text{ olur.}"$$

$$\Rightarrow \int \cos^2 x dx = \int \frac{\cos 2x + 1}{2} dx$$

$$= \frac{1}{2} \int (\cos 2x + 1) dx = \frac{1}{2} \left[ \int \cos 2x dx + \int dx \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \int \cos 2x dx + x \right]$$

$$\Rightarrow \int \cos 2x dx \text{ integralinde}$$

$$2x = u \text{ olsun } \Rightarrow 2dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{2}$$

$$\int \cos 2x dx = \int \cos u \left( \frac{du}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \int \cos u du = \frac{1}{2} \sin u + c$$

$$= \frac{1}{2} \sin 2x + c \text{ olur.}"$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} \sin 2x + x + c \right]$$

$$= \sin 2x + \frac{x}{2} + c \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 23:

$$\int \sin^3 x dx$$

İntegralini bulunuz.

$$-\frac{2x}{4} \sin 2x + c$$

UYARI 2:

$\int \frac{k}{(ax+b)^n}$  biçimindeki integraler  $u = ax + b$  dönüşümüyle çözülür.

Kavrama Sorusu 24:

$$\int \frac{2dx}{(4x-3)^5}$$

integralini bulunuz.



$$\int \frac{2dx}{(4x-3)^5} \text{ integralinde}$$

$$4x-3=u \Rightarrow 4dx=du \Rightarrow 2dx=\frac{du}{2} \text{ olur.}$$

$$\int \frac{2dx}{(4x-3)^5} = \int \frac{\frac{du}{2}}{u^5} = \frac{1}{2} \int u^{-5} du = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^{-4}}{-4} + c = -\frac{1}{8u^4} + c = -\frac{1}{8(4x-3)^4} + c \text{ olur.}$$

Geliştirme Sorusu 24:

$$\int \frac{dx}{(2-x)^3}$$

integralini bulunuz.

$$\frac{1}{2(2-x)^2} + c$$

UYARI 3:

$\int \frac{dx}{a^2x^2+bx+c}$  biçimdeki integralerde  $ax^2+bx+c$  ifadesi çarpanlara ayrılmıyorsa  $\int \frac{dx}{x^2+2x+2} = \arctan(x+1) + c$  formülüne benzetilerek integral alınır.  $ax^2+bx+c$  ifadesi çarpanlara ayrılırsa herden verilen basit kesirlere ayırma kuralı uygulanır.

Kavrama Sorusu 25:

$$\int \frac{dx}{4+x^2}$$

integralini bulunuz.



$$\int \frac{dx}{4+x^2} = \int \frac{dx}{4\left(1+\frac{x^2}{4}\right)} = \frac{1}{4} \int \frac{dx}{1+\left(\frac{x}{2}\right)^2}$$

integralinde  $\frac{x}{2} = u$  olsun.

$$\Rightarrow x = 2u \Rightarrow dx = 2du$$

$$\Rightarrow \int \frac{dx}{4+x^2} = \frac{1}{4} \int \frac{dx}{1+\left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{4} \int \frac{2du}{1+u^2}$$

$$= \frac{2}{4} \int \frac{du}{1+u^2} = \frac{1}{2} \arctan u + c$$

$$= \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{x}{2}\right) + c \text{ olur.}$$

Geliştirme Sorusu 25:

$$\int \frac{dx}{4x^2+1}$$

integralini bulunuz.

$$\arctan \frac{2x}{1} + c$$

Kavrama Sorusu 26:

$$\int \frac{dx}{x^2+2x+2}$$

integralini bulunuz.



$$\int \frac{dx}{x^2+2x+2} = \int \frac{dx}{x^2+2x+1+1} \quad \text{tam kare}$$

$$= \int \frac{dx}{(x+1)^2+1}$$

integralinde  $x+1 = u$  olsun  $\Rightarrow dx = du$

$$\Rightarrow \int \frac{dx}{(x+1)^2+1} = \int \frac{du}{u^2+1} = \arctan u + c$$

$$= \arctan(x+1) + c \text{ olur.}$$

Geliştirme Sorusu 26:

$$\int \frac{dx}{x^2+4x+5}$$

integralini bulunuz.

$$\arctan(x+2) + c.$$

Örnek Akademi

Geliştirme Sorusu 27:

$$\int \frac{d(\ln x - 3)}{3 - \ln x}$$

integralini bulunuz.

$$-\ln|\ln x - 3| + c$$

Kavrama Sorusu 28:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}}$$

integralini hesaplayınız.



$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-(3x)^2}}$$

integralinde

$$3x = u \text{ olsun}$$

$$3dx = du$$

$$dx = \frac{du}{3} \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow \int \frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-(3x)^2}}$$

$$= \int \frac{\frac{du}{3}}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{1}{3} \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$= \frac{1}{3} \arcsin u + c$$

$$= \frac{\arcsin 3x}{3} + c$$

Geliştirme Sorusu 28:

$$\int \frac{4xdx}{\sqrt{1-4x^4}}$$

integralini bulunuz.

$$\arcsin(2x^2) + c$$

Kavrama Sorusu 27:

$$\int \frac{d(x^2+1)}{x^2+1}$$

integralini bulunuz.



$$\int \frac{d(x^2+1)}{x^2+1} \text{ integralinde } x^2+1 = u \text{ olsun.}$$

$$\Rightarrow \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$$

$$= \ln(x^2+1) + c \text{ olur.}$$

1.  $\int \frac{dx}{2x-1}$   
integralini bulunuz.

$\ln|2x-1| + C$

4.  $\int e^{3x} \cdot \cos 3x dx$   
integralini bulunuz.

$\frac{1}{3} e^{3x} \sin 3x + C$

2.  $\int \frac{2x dx}{1+x^2}$   
integralini bulunuz.

$\ln(1+x^2) + C$

Birleşik Yayıncılık

5.  $\int (x+2)(x^2+4x+3) dx$   
integralini bulunuz.

$\frac{(x^2+4x+3)^2}{4} + C$

3.  $\int \sin\left(\frac{x}{3}\right) dx$   
integralini bulunuz.

$-3 \cos\left(\frac{x}{3}\right) - 5x + C$

6.  $\int \frac{dx}{\sqrt{2x-3}}$   
integralini bulunuz.

$\sqrt{2x-3} + C$

7.  $\int \sin^3 x \cdot \cos x dx$   
integralini bulunuz.

$-\frac{\sin^4 x}{4} + C$

10.  $\int \sin^3 x dx$   
integralini bulunuz.

$-\frac{2x - \sin 2x}{4} + C$

8.  $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$   
integralini bulunuz.

$-\frac{(\ln x)^3}{3} + C$

Örnek Akademi

11.  $\int \tan x dx$   
integralini bulunuz.

$\ln |\sec x| + C$

9.  $\int \frac{\sin 2x dx}{\sin^2 x + 2}$   
integralini bulunuz.

$\ln(\sin^2 x + 2) + C$

12.  $\int \frac{e^x}{2\sqrt{x}} dx$   
integralini bulunuz.

$e^x + C$

13.  $\int \frac{dx}{\sqrt{16-9x^2}}$   
integralini bulunuz.

$$\frac{1}{3} \arcsin\left(\frac{3x}{4}\right) + c$$

16.  $\int \frac{d(x+3)}{x+3}$   
integralini bulunuz.

$$\ln|x+3| + c$$

14.  $\int \frac{xdx}{x^2+4x+4}$   
integralini bulunuz.

$$-\frac{1}{x+2} + c$$

17.  $\int \frac{e^x}{1+e^x} dx$   
integralini bulunuz.

$$\arctan(e^x) + c$$

15.  $\int \frac{xdx}{x^2+1}$   
integralini bulunuz.

$$\frac{1}{2} \arctan x^2 + c$$

18.  $\int \frac{d(e^x)}{e^x+1}$   
integralini bulunuz.

$$\arctan(e^x) + c$$

### B. Parçalı (Kısmi) İntegral Kuralı

u ve v, x değişkenine bağlı birer fonksiyon olmak üzere,

$$\frac{d}{dx}(u \cdot v) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx} \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow u \frac{dv}{dx} = \frac{d}{dx}(uv) - v \frac{du}{dx}$$

ifadesinde eşitliğin her iki yanının x değişkenine göre integrali alınırsa,

$$\int u \cdot dv = uv - \int v du$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntıya kısmi integral formülü denir. Bu formülle türevi elde edilemeyen integraler daha kolay hesaplanır. İntegrali oluşturan fonksiyonların bir kısmı u diğer kısmı dv olarak seçildiğinde u denilen kısmın türevi, dv denilen kısmın integrali kolay bir biçimde alınabilmektedir.

• Kısmi integralde u denilecek kısmın seçiminde önce ilk sırası

$$L - A - P - T - U$$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓  
logaritma arc polinom trigonometri üstel ifadesine göre belirlenebilir.

Not: 29 - 31 - 35 numaralı kavrama ve geliştirme sorularının çözümleri 24. sayfada verilen pratik kural yardımı ile daha basit şekilde yapılabilir.

Örnek Akademi

### Kavrama Sorusu 30:

$\int x \ln x dx$   
integralini bulunuz.

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} \ln x = u \quad \frac{1}{x} dx = du \\ x dx = dv \quad \frac{x^2}{2} = v \\ \Rightarrow \int x \ln x dx = \ln x \cdot \frac{x^2}{2} - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx \\ = \frac{x^2 \ln x}{2} - \frac{1}{2} \int x dx \\ = \frac{x^2 \ln x}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + c \\ = \frac{x^2 \ln x - x^2}{4} + c \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$xe^x(x-2)+c$$

### Geliştirme Sorusu 29:

$\int (x^2-2)e^x dx$   
integralini bulunuz.

### Geliştirme Sorusu 30:

$\int x \ln x^3 dx$   
integralini bulunuz.

$$\frac{x^2}{4} (6 \ln x - 3) + c$$

**Kavrama Sorusu 31:**

$\int x \cos x dx$   
integralini bulunuz.

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} x = u & \quad dx = du \\ \cos x dx = dv & \quad \text{olsun} \Rightarrow \sin x = v \text{ dir.} \\ \int x \cos x dx &= x \cdot \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + c \text{ olur.} \end{aligned}$$

**Geliştirme Sorusu 31:**

$\int x^2 \sin x dx$   
integralini bulunuz.

$$\cos x (2 - x^2) + 2x \sin x + c$$

**Kavrama Sorusu 32:**

$\int \ln x dx$   
integralini bulunuz.

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} \ln x = u & \quad \frac{1}{x} dx = du \\ dx = dv & \quad \text{olsun} \Rightarrow x = v \text{ dir.} \\ \int \ln x dx &= x \ln x - \int x \cdot \frac{1}{x} dx = x \ln x - \int dx \\ &= \int \ln x dx = x \ln x - x + c = x (\ln x - 1) + c \text{ olur.} \end{aligned}$$

**Geliştirme Sorusu 32:**

$\int \log_2 x dx$   
integralini bulunuz.

$$x \log_2 \left( \frac{x}{2} \right) + c$$

**Kavrama Sorusu 33:**

$\int \arcsin x dx$   
integralini bulunuz.

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} \arcsin x = u & \quad \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = du \\ dx = dv & \quad \text{olsun.} \quad x = v \text{ dir.} \\ \int \arcsin x dx &= x \arcsin x - \int x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx \\ &= x \arcsin x - \int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ &= \int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}} \text{ integralinde } 1 - x^2 = t \text{ olsun.} \\ -2x dx = dt & \Rightarrow x dx = -\frac{1}{2} dt \\ \int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}} &= \int \frac{-\frac{1}{2} dt}{\sqrt{1-t}} = -\frac{1}{2} \int \frac{dt}{\sqrt{1-t}} \\ &= -\frac{1}{2} \int t^{-1/2} dt = -\frac{1}{2} \cdot \frac{t^{1/2}}{1/2} + c \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} \sqrt{1-t} + c = -\sqrt{1-t} + c = -\sqrt{1-x^2} + c \\ \int \arcsin x dx &= x \arcsin x - (-\sqrt{1-x^2}) + c \\ &= x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + c \text{ olur.} \end{aligned}$$

**Geliştirme Sorusu 33:**

$\int \arccos x dx$   
integralini bulunuz.

$$x \arccos x + \frac{\ln(x^2 + 1)}{2} + c$$

**Kavrama Sorusu 34:**

$\int e^x \sin x dx$   
integralini bulunuz.

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} \sin x = u & \quad \cos x dx = du \\ e^x dx = dv & \quad e^x = v \text{ dir.} \\ \int e^x \sin x dx &= e^x \cdot \sin x - \int e^x \cdot \cos x dx = A = e^x \sin x - B \\ &= \int e^x \cos x dx \text{ integraline kısmi integral kuralını} \\ &\text{uygulayalım.} \\ \cos x = u & \quad -\sin x dx = du \\ e^x dx = dv & \quad e^x = v \text{ dir.} \\ \int e^x \cos x dx &= e^x \cos x + \int e^x \sin x dx = B = e^x \cos x + A \\ &\Rightarrow A = e^x \sin x - B \\ A &= e^x \sin x - (e^x \cos x + A) \\ A &= e^x \sin x - e^x \cos x - A \\ 2A &= e^x \sin x - e^x \cos x \\ A &= \frac{e^x \sin x - e^x \cos x}{2} \\ A &= \int e^x \sin x dx = \frac{e^x}{2} \cdot [\sin x - \cos x] + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**Geliştirme Sorusu 34:**

$\int 2 \cos x \cdot e^x dx$   
integralini bulunuz.

$$e^x (\sin x + \cos x) + c$$

**Kavrama Sorusu 35:**

$\int x^2 e^x dx$   
integralini bulunuz.

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} x^2 = u & \quad 2x dx = du \\ e^x dx = dv & \quad e^x = v \text{ dir.} \\ \int x^2 e^x dx &= x^2 \cdot e^x - \int 2x \cdot e^x dx \\ &= \int 2x \cdot e^x dx = x^2 e^x - 2 \int x \cdot e^x dx \\ &= \int x^2 e^x dx \text{ integraline kısmi integral kuralını} \\ &\text{uygulayalım.} \\ x = u & \quad dx = du \\ e^x dx = dv & \quad e^x = v \text{ dir.} \\ \int x^2 e^x dx &= x e^x - \int e^x dx = x e^x - e^x + c \\ &= \int x^2 e^x dx = e^x (x - 1) + c \text{ olur.} \\ \int x^2 e^x dx &= x^2 \cdot e^x - 2[e^x (x - 1)] + c \\ &= x^2 e^x - 2e^x (x - 1) + c \\ &= e^x (x^2 - 2x + 2) + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**Geliştirme Sorusu 35:**

$\int (x^2 - 1) e^x dx$   
integralini bulunuz.

$$e^x (x^2 - 1) + c$$

**PRATİK KURAL:**  $\int f(x) \cdot g(x) dx$  biçimindeki integral

hesaplanırken kısmi integrasyon gerekiyorsa, fonksiyonlardan uygun olanın türevi sıfır oluncaya kadar alınırken, diğer fonksiyonunda ard arda integrali alınır. Bulunan türev ve integral uygun şekilde çarpılıp toplanır.

**Kavrama Sorusu 36:**

$$\int x^3 e^x dx$$

integralini bulunuz.

**Çözüm:**

|        |          |   |
|--------|----------|---|
| f(x)   | g(x)     |   |
| $x^3$  | $e^x$    |   |
| $3x^2$ | $e^x$    | + |
| $6x$   | $e^x$    | - |
| $6$    | $e^x$    | + |
| $0$    | $e^x$    | - |
| Türev  | Integral |   |

$$\int x^3 e^x dx = x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6x e^x - 6e^x + c$$

$$= e^x (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + c$$

**Geliştirme Sorusu 36:**

$$\int (x^2 + 1)e^{x+1} dx$$

integralini bulunuz.

$$e^{x+1} (x^2 - 2x + 3) + c$$

**Kavrama Sorusu 37:**

$$\int 3x^2 \cdot \sin 2x dx$$

integralini bulunuz.

**Çözüm:**

|        |                        |   |
|--------|------------------------|---|
| f(x)   | g(x)                   |   |
| $3x^2$ | $\sin 2x$              |   |
| $6x$   | $-\frac{1}{2} \cos 2x$ | + |
| $6$    | $-\frac{1}{4} \sin 2x$ | - |
| $0$    | $\frac{1}{8} \cos 2x$  | + |
| Türev  | Integral               |   |

$$\int 3x^2 \sin 2x dx = -\frac{3}{2} x^2 \cos 2x + \frac{3}{2} \sin 2x + \frac{3}{4} \cos 2x + c$$

bulunur.

**Geliştirme Sorusu 37:**

$$\int x^2 \cos 3x dx$$

integralini bulunuz.

$$\frac{1}{27} [9x^2 \sin 3x + 6x \cos 3x - 2 \sin 3x] + c$$

**Kavrama Sorusu 38:**

$$\int (4x^2 - 5) \cdot 4^x dx$$

integralini bulunuz.

**Çözüm:**

|            |                       |   |
|------------|-----------------------|---|
| f(x)       | g(x)                  |   |
| $4x^2 - 5$ | $4^x$                 |   |
| $8x$       | $\frac{4^x}{\ln 4}$   | + |
| $8$        | $\frac{4^x}{\ln^2 4}$ | - |
| $0$        | $\frac{4^x}{\ln^3 4}$ | + |
| Türev      | Integral              |   |

$$\int (4x^2 - 5) \cdot 4^x dx$$

$$= \frac{4^x}{\ln 4} \left[ 4x^2 - 5 - \frac{8x}{\ln 4} + \frac{8}{\ln^2 4} \right] + c \text{ olur.}$$

**Geliştirme Sorusu 38:**

$$\int 3x \cdot 3^x dx$$

integralini bulunuz.

$$\frac{3^{x+1}}{\ln 3} \left( x - \ln 3 \right) + c$$

**Kavrama Sorusu 39:**

$$\int \frac{2x dx}{\sin^2 x}$$

integralini bulunuz.

**Çözüm:**

|                |                      |   |
|----------------|----------------------|---|
| f(x)           | g(x)                 |   |
| $\frac{2x}{2}$ | $\frac{1}{\sin^2 x}$ |   |
| $x$            | $-\cot x$            | + |
| $0$            | $-\ln  \sin x $      | - |
| Türev          | Integral             |   |

$$\int \frac{2x dx}{\sin^2 x} = -2x \cot x + 2 \ln |\sin x| + c$$

**Geliştirme Sorusu 39:**

$$\int \frac{x^2 dx}{e^x}$$

integralini bulunuz.

$$-e^x (x^2 + 2x + 2) + c$$

3

1.  $\int x \sin x dx$   
işleminin sonucunu bulunuz.

$$-x \cos x + \sin x + C$$

4.  $\int e^x \cos x dx$   
işleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{e^x}{2} (\cos x + \sin x) + C$$

2.  $\int \log_5 x dx$   
işleminin sonucunu bulunuz.

$$x(\log_5 x - \ln 5) + C$$

Örnek Akademi

5.  $\int (x^4 - x) \cdot e^x dx$   
işleminin sonucunu bulunuz.

$$e^x (x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 26x + 25) + C$$

3.  $\int \arctan x dx$   
işleminin sonucunu bulunuz.

$$x \arctan x - \frac{\ln(x^2 + 1)}{2} + C$$

6.  $\int x e^{2x} dx$   
işleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{e^x}{2} \left( x - \frac{1}{2} \right) + C$$

7.  $\int x^2 \cos x dx$   
işleminin sonucunu bulunuz.

$$\sin x \left( x^2 - 2 \right) + 2x \cos x + C$$

8.  $\int (\ln x)^2 dx$   
işleminin sonucunu bulunuz.

"(lnx)<sup>2</sup> = lnx.lnx yazarak kısmi integral işlemi yapınız."

$$x \ln^2 x - 2x(\ln x - 1) + C$$

Örnek Akademi

10.  $\int e^{\sqrt{x}} dx$   
işleminin sonucunu bulunuz.

" $\sqrt{x} = p$  dönüşümü yapınız"

$$2 e^{\sqrt{x}} (\sqrt{x} - 1) + C$$

11.  $\int x^2 \sin x dx = p(x) \cdot \cos x + Q(x) \cdot \sin x$   
olduğuna göre  $p(1) + Q(1)$  toplamı kaçtır?

$$2$$

9.  $\int 2x^2 e^{2x} dx$   
işleminin sonucunu bulunuz.

$$e^x \left( x^2 - x + \frac{1}{2} \right) + C$$

12.  $\int \cos \sqrt{x} dx$   
işleminin sonucunu bulunuz.

" $\sqrt{x} = p$  dönüşümü yapınız"

$$2 \left[ \cos \sqrt{x} + \sqrt{x} \sin \sqrt{x} \right] + C$$

## C) Basit Kesirleri Ayrarak Integral

Alma

$P(X)$  ve  $Q(X)$  ortak çarpanları bulunmayan iki polinom olsun.

I.  $\int \frac{P(X)}{Q(X)} dx$  integralinde payın derecesi paydanın derecesinden büyük ya da eşit ise pay paydaaya bölünerek integral alınır.

II. Paydanın derecesi daha büyükse basit kesirlere ayrılır.

$$i) \int \frac{dx}{(x-a)(x-b)} = \int \left( \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} \right) dx$$

$$ii) \int \frac{dx}{(x-a)(x-b)^2} = \int \left( \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} + \frac{C}{(x-b)^2} \right) dx$$

$$iii) \int \frac{dx}{(x-a)(x^2+dx+e)} = \int \left( \frac{A}{x-a} + \frac{Bx+C}{x^2+dx+e} \right) dx$$

$(x^2+dx+e=0 \text{ denkleminde } \Delta < 0 \text{ dir.})$

## Kavrama Sorusu 40:

$$\int \left( \frac{x^2+2x+1}{x-1} \right) dx$$

integralini bulunuz.

Çözüm:

Payın derecesi, paydanın derecesinden daha büyük olduğundan bölme işlemi yapılmalıdır.

$$\frac{x^3+2x^2}{x^2+x+3} = \frac{x^3+2x^2}{x^2+x+3}$$

$$\frac{x^3+2x^2}{x^2+x+3} = \frac{x^3+2x^2}{x^2+x+3}$$

$$\frac{x^3+2x^2}{x^2+x+3} = \frac{x^3+2x^2}{x^2+x+3}$$

$$\frac{x^3+2x^2}{x^2+x+3} = \frac{x^3+2x^2}{x^2+x+3}$$

$$\frac{x^3+2x^2}{x^2+x+3} = \frac{x^3+2x^2}{x^2+x+3}$$

$$\frac{x^3+2x^2}{x^2+x+3} = \frac{x^3+2x^2}{x^2+x+3}$$

$$\frac{x^3+2x^2}{x^2+x+3} = \frac{x^3+2x^2}{x^2+x+3}$$

$$\frac{x^3+2x^2+1}{x-1} = x^2+x+3 + \frac{4}{x-1}$$

$$\Rightarrow \int \left( \frac{x^3+2x^2+1}{x-1} \right) dx = \int \left( x^2+x+3 + \frac{4}{x-1} \right) dx$$

$$= \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 3x + 4 \int \frac{dx}{x-1}$$

$$= -x + \frac{5}{2} \ln|x+1| + c$$

$$x-1 = u \Rightarrow dx = du$$

$$\int \frac{dx}{x-1} = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$$

$$= \ln|x-1| + c$$

$$= \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 3x + 4 \ln|x-1| + c \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 40:

$$\int \frac{x^2+2x}{x+1} dx$$

integralini bulunuz.

$$\frac{x^2+2x}{x+1} = \frac{x^2+2x}{x+1}$$

## Kavrama Sorusu 41:

$$\int \left( \frac{3x+1}{x-2} \right) dx$$

integralini bulunuz.

Çözüm:

Payın ve paydanın derecesi birbirine eşit olduğundan bölme işlemi yapılmalıdır.

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x+1}{x-2}$$

## Kavrama Sorusu 43:

$$\int \frac{dx}{x(x-1)^2}$$

integralini bulunuz.

Çözüm:

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

## Geliştirme Sorusu 43:

$$\int \frac{dx}{(x+1)^2 x}$$

integralini bulunuz.

$$\ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + \frac{1}{x+1} + c$$

## Kavrama Sorusu 44:

$$\int \frac{3x^2 + x - 2}{(x^2 + 1)(x-1)} dx$$

İntegralini bulunuz.

Çözüm

$$\frac{3x^2 + x - 2}{(x^2 + 1)(x-1)} = \frac{Ax + B}{x^2 + 1} + \frac{C}{x-1}$$

$$(x-1)(x^2 + 1) = (x^2 + 1)(x-1)$$

$$\frac{3x^2 + x - 2}{(x^2 + 1)(x-1)} = \frac{(x-1)(Ax + B) + C(x^2 + 1)}{(x^2 + 1)(x-1)}$$

$$3x^2 + x - 2 = (Ax + B)(x-1) + C(x^2 + 1)$$

$$3x^2 + x - 2 = Ax^2 - Ax + Bx - B + Cx^2 + C$$

$$3x^2 + x - 2 = x^2(A + C) + x(-A + B) + (-B + C)$$

$$A + C = 3$$

$$-A + B = 1$$

$$C - B = -2$$

$$A + C = 3 \Rightarrow A + 1 = 3 \Rightarrow A = 2$$

$$B - 2 = 1 \Rightarrow B = 3$$

$$2C = 2 \Rightarrow C = 1$$

$$\int \frac{3x^2 + x - 2}{(x^2 + 1)(x-1)} dx = \int \frac{2x + 3}{x^2 + 1} + \frac{1}{x-1} dx$$

$$= \int \frac{2x}{x^2 + 1} + \int \frac{3}{x^2 + 1} + \int \frac{1}{x-1} dx$$

$$= \int \frac{2x dx}{x^2 + 1} + \int \frac{3 dx}{x^2 + 1} + \int \frac{dx}{x-1}$$

$$\int \frac{2x dx}{x^2 + 1} \text{ integralinde } x^2 + 1 = u \Rightarrow 2x dx = du$$

$$\int \frac{du}{u} = \ln |u| + c = \ln |x^2 + 1| + c$$

$$\int \frac{3 dx}{x^2 + 1} = 3 \int \frac{dx}{x^2 + 1} = 3 \arctan x + c$$

$$\int \frac{dx}{x-1} \text{ integralinde } x-1 = u$$

$$\int \frac{dx}{x-1} = \ln |x-1| + c$$

$$\int \frac{3x^2 + x - 2}{(x^2 + 1)(x-1)} dx = \ln |x^2 + 1| + 3 \arctan x + \ln |x-1| + c$$

$$= \ln |(x-1)(x^2 + 1)| + 3 \arctan x + c \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 44:

$$\int \frac{(x+1) dx}{(x^2+1)x}$$

İntegralini bulunuz.

$$\ln |x| - \ln |\sqrt{x^2+1}| + \arctan x + c$$

Örnek Akademi

## Kavrama Sorusu 45:

$$\int \frac{e^x dx}{e^{2x} - 5e^x + 4}$$

İntegralini bulunuz.

Çözüm

$$\int \frac{e^x dx}{e^{2x} - 5e^x + 4} \text{ integralinde}$$

$$e^x = u \text{ olsun } \Rightarrow e^x dx = du$$

$$\int \frac{e^x dx}{e^{2x} - 5e^x + 4} = \int \frac{du}{u^2 - 5u + 4} = \int \frac{du}{(u-1)(u-4)}$$

$$\frac{1}{(u-1)(u-4)} = \frac{A}{u-1} + \frac{B}{u-4}$$

$$\frac{1}{(u-1)(u-4)} = \frac{A(u-4) + B(u-1)}{(u-1)(u-4)}$$

$$1 = A(u-4) + B(u-1)$$

$$u = 4 \Rightarrow 1 = A(4-4) + B(4-1)$$

$$1 = 3B \Rightarrow B = 1/3$$

$$u = 1 \Rightarrow 1 = A(1-4) + B(1-1)$$

$$1 = -3A \Rightarrow A = -1/3$$

$$\int \frac{du}{(u-1)(u-4)} = \frac{1}{3} \int \frac{du}{u-1} - \frac{1}{3} \int \frac{du}{u-4}$$

$$= -\frac{1}{3} \ln |u-1| + \frac{1}{3} \ln |u-4| + c$$

$$= \frac{1}{3} \ln |u-4| - \ln |u-1| + c$$

$$= \frac{1}{3} \ln \left| \frac{u-4}{u-1} \right| + c$$

$$= \frac{1}{3} \ln \left| \frac{e^x - 4}{e^x - 1} \right| + c \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 45:

$$\int \frac{\cos x dx}{\sin^2 x - 4 \sin x - 5}$$

İntegralini bulunuz.

u = sin x alınız.

$$\frac{1}{6} \ln \left| \frac{\sin x - 5}{\sin x + 1} \right| + c$$

$$1. \int \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x + 3} dx$$

İşleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{x^3}{3} - x^2 + 7x - 6 \ln |x + 3| + c$$

$$4. \int \frac{dx}{x^3 + 2x - 15}$$

İşleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{1}{8} \ln \left| \frac{x-3}{x+5} \right| + c$$

$$2. \int \frac{2x+5}{x-1} dx$$

İşleminin sonucunu bulunuz.

$$2x + 7 \ln |x-1| + c$$

$$3. \int \frac{x+3}{x^2-1} dx$$

İşleminin sonucunu bulunuz.

$$\ln \left| \frac{(x-1)^2}{x+1} \right| + c$$

$$6. \int \frac{x^2+3}{x^2+1} dx$$

İşleminin sonucunu bulunuz.

$$x + 2 \arctan x + c$$

Örnek Akademi

7.  $\int \frac{dx}{x^2 + x^4}$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{1}{x} - \arctan x + c$$

10.  $\int \frac{e^x dx}{e^x + 1}$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$(u = e^x + 1 \text{ alınız})$$

$$\ln(e^x + 1) + c$$

8.  $\int \frac{dx}{x^4 - x^2}$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + c$$

11.  $\int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x + \cos x - 2}$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$(u = \cos x \text{ alınız})$$

$$\ln \left| \frac{\cos x + 2}{\cos x - 1} \right| + c$$

9.  $\int \frac{x+2}{x(x+1)} dx$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$\ln \left| \frac{x^2}{x+1} \right| + c$$

12.  $\int \frac{e^{2x} dx}{e^x - 1}$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$(u = e^x - 1 \text{ alınız})$$

$$e^x - 1 + \ln(e^x - 1) + c$$

### D) Özel Dönüşümler:

1)

$$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx \text{ için } x = a \sin t$$

$$\int \sqrt{a^2 + x^2} dx \text{ için } x = a \tan t$$

$$\int \sqrt{x^2 - a^2} dx \text{ için } x = a \sec t \text{ dönüşümü yapılır.}$$

### Kavrama Sorusu 46:

$$\int \sqrt{16 - x^2} dx$$

integralini bulunuz.

**Çözüm:**

$$x = 4 \sin t \text{ dönüşümü yapalım.}$$

$$dx = 4 \cos t dt \text{ olur.}$$

$$\int \sqrt{16 - x^2} dx = \int \sqrt{16 - (4 \sin t)^2} \cdot 4 \cos t dt$$

$$= 4 \int \sqrt{16(1 - \sin^2 t)} \cdot \cos t dt$$

$$= 16 \int \sqrt{1 - \sin^2 t} \cdot \cos t dt = 16 \int \sqrt{\cos^2 t} \cdot \cos t dt$$

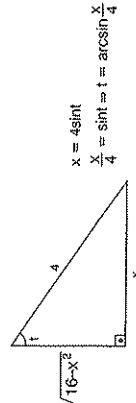
$$= 16 \int \cos t \cos t dt = 16 \int \cos^2 t dt$$

$$\cos^2 t = 2 \cos^2 t - 1 \Rightarrow \cos^2 t = \frac{1 + \cos 2t}{2}$$

$$= 16 \int \left( \frac{\cos 2t + 1}{2} \right) dt = 8 \int (\cos 2t + 1) dt$$

$$= 8 \left[ \int \cos 2t dt + \int dt \right] = 8 \left[ \frac{1}{2} \sin 2t + t \right] + c$$

$$= 4 \sin 2t + 8t + c$$



$$x = 4 \sin t$$

$$\frac{x}{4} = \sin t \Rightarrow t = \arcsin \frac{x}{4}$$

$$= 4 \cdot 2 \sin t \cos t + 8t + c$$

$$= 8 \cdot \frac{x}{4} \cdot \frac{\sqrt{16 - x^2}}{4} + 8 \arcsin \frac{x}{4} + c$$

$$= \frac{x \sqrt{16 - x^2}}{2} + 8 \arcsin \frac{x}{4} + c \text{ olur.}$$

Örnek Akademi

33

### Geliştirme Sorusu 46:

$$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + 4}}$$

integralini bulunuz. ( $x = 2 \tan \theta$  alınız)

$$\frac{\sqrt{4 + x^2}}{4x} + c$$

### II) Rasyonel Trigonometrik Fonksiyonların integrali:

$\sin x$  ve  $\cos x$  ifadesi bulunduran rasyonel fonksiyonların integrali alınırken  $\tan \frac{x}{2} = t$  dönüşümü yapılır.

$$\tan \frac{x}{2} = t \Rightarrow \frac{x}{2} = \arctan t \Rightarrow x = 2 \arctan t$$



$$\tan x = \frac{2t}{1-t^2}$$

$$\sin x = \frac{2t}{t^2 + 1}$$

$$\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$dx = \frac{2dt}{1+t^2}$$

$$dx = \frac{2dt}{1+t^2}$$

$$dx = \frac{2dt}{1+t^2}$$

dönüşümler elde edilir.

## Kavrama Sorusu 47:

$$\int \frac{dx}{\cos x}$$

İntegralini bulunuz.

Çözüm

 $\tan \frac{x}{2} = t$  dönüşümü yapılırsa,

$$dx = \frac{2dt}{1+t^2} \text{ ve } \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \text{ olur.}$$

$$= \int \frac{dx}{\cos x} = \int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{\frac{1-t^2}{1+t^2}}$$

$$= \int \frac{2dt}{1-t^2} = 2 \int \left( \frac{\frac{dt}{1-t}}{1+t} \right)$$

$$\frac{1}{(1-t)(1+t)} = \frac{A}{1-t} + \frac{B}{1+t} \text{ if } A = \frac{1}{2}, B = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

$$= 2 \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1-t} + \frac{1}{1+t} \right) dt \right] = \int \frac{dt}{1-t} + \int \frac{dt}{1+t}$$

$$= \ln |1-t| + \ln |1+t| + c = \ln |1-t^2| + c$$

$$= \ln |1 - \tan^2 \frac{x}{2}| + c \text{ bulunur.}$$

## Geliştirme Sorusu 47:

$$\int \frac{dx}{\sin x + 1}$$

İntegralini bulunuz.

$$\frac{-2}{1+\tan \frac{x}{2}} + c$$

Örnek Akademi

## Kavrama Sorusu 48:

$$\int \sin 6x \cdot \cos 4x dx$$

İntegralini bulunuz.

Çözüm

$$\sin 6x \cos 4x = \frac{1}{2} [\sin 10x + \sin 2x]$$

$$= \int \sin 6x \cos 4x dx = \frac{1}{2} \int (\sin 10x + \sin 2x) dx$$

$$= \frac{1}{2} \int \sin 10x dx + \frac{1}{2} \int \sin 2x dx$$

$$\int \sin 10x dx \text{ integralinde } 10x = u \quad 10dx = du$$

$$dx = \frac{du}{10}$$

$$= \int \sin 10x dx = \frac{1}{10} \int \sin u du = \frac{-\cos u}{10} + c$$

$$\int \sin 10x dx = \frac{-\cos 10x}{10} + c$$

$$\int \sin 2x dx \text{ integralinde } 2x = u \quad 2dx = du$$

$$dx = \frac{du}{2}$$

$$= \int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \int \sin u du = \frac{-\cos u}{2} + c$$

$$= \frac{-\cos 2x}{2} \text{ bulunur.}$$

$$= \frac{1}{2} \int \sin 10x dx + \frac{1}{2} \int \sin 2x dx$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{-\cos 10x}{10} + \frac{1}{2} \frac{-\cos 2x}{2} \right) + c$$

$$= \frac{-\cos 10x}{20} - \frac{\cos 2x}{4} + c$$

$$= -\frac{1}{20} (\cos 10x + 5 \cos 2x) + c$$

## Geliştirme Sorusu 48:

$$\int \sin \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} dx$$

İntegralini bulunuz.

$$\frac{1}{4} [2 \cos x - \cos 2x] + c$$

$$1. \int \sqrt{9-x^2} dx$$

İşleminin sonucunu bulunuz.

(x = 3 sin θ alınız)

$$\frac{x}{2} \sqrt{9-x^2} + \frac{9}{2} \arcsin \frac{x}{3} + c$$

$$4. \int \frac{dx}{1-\sin x + \cos x}$$

İşleminin sonucunu bulunuz.

$$-\ln |1 - \tan \frac{x}{2}| + c$$

$$2. \int \frac{dx}{3 - \cos x}$$

İşleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \arctan \left( \sqrt{2} \tan \frac{x}{2} \right) + c$$

$$5. \int \cos 2x \cdot \cos 4x dx$$

İşleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{\sin 6x + 3 \sin 2x}{12} + c$$

Örnek Akademi

$$3. \int \sin 6x \sin 2x dx$$

İşleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{1}{16} [2 \sin 4x - \sin 8x] + c$$

$$6. \int \sin 4x \cos 2x dx$$

İşleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{-1}{12} \cos 6x + 3 \cos 2x + c$$

## III) Ters Dönüşüm Formülleri Kullanılarak Yapılan İntegraler

a &gt; b için

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) - \cos(a-b)]$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$\cos a \sin b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) - \sin(a-b)]$$

## 6. Belirli İntegral

f: [a, b] → R sürekli bir fonksiyon olsun.

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$\text{İse } \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

İfadesine f(x) fonksiyonunun belirli integrali denir.

## 7. Belirli İntegralin Özellikleri:

$$I) \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$II) \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$III) \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \quad (a < c < b)$$

IV) Belirli integral, belirsiz integralin tüm özelliklerini sağlar

V) Parçalı fonksiyonlarda ve mutlak değeri fonksiyonlarda belirli integral kritik noktalara göre parçalanarak hesaplanır.

## Kavrama Sorusu 49:

$$\int_0^3 (3x^2 - 2x + 4) dx$$

integralini bulunuz.

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} \int_0^3 (3x^2 - 2x + 4) dx &= \left( \frac{3x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + 4x \right) \Big|_0^3 = (x^3 - x^2 + 4x) \Big|_0^3 \\ &= (3^3 - 3^2 + 4 \cdot 3) - (0^3 - 0^2 + 4 \cdot 0) \\ &= (27 - 9 + 12) - (0 - 0 + 0) \\ &= 30 - 0 = 30 \text{ olur.} \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 49:

$$\int_1^2 (4x - 1) dx$$

işleminin sonucu kaç olur?

5

## Kavrama Sorusu 50:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x+1}$$

integralini bulunuz.

**Çözüm:**

$$x+1 = u \Rightarrow dx = du, \int_1^2 \frac{dx}{x+1} = \int_u \frac{du}{u} = \ln|u| + c$$

$$\begin{aligned} &= \int_1^2 \frac{dx}{x+1} = \ln|x+1| \Big|_1^2 \\ &= \ln 3 - \ln 2 = \ln\left(\frac{3}{2}\right) \text{ olur.} \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 50:

$$\int_{-2}^2 \frac{x dx}{x^2 + 1}$$

integralinin değeri kaçtır?

0

## Kavrama Sorusu 51:

$$\int_2^5 |x-3| dx$$

integralini bulunuz.

**Çözüm:**

$|x-3|$  ifadesinin kritik noktası  $x=3$  tür.

$x > 3$  için  $|x-3| = x-3$

$x < 3$  için  $|x-3| = -(x-3) = 3-x$

$$\int_2^5 |x-3| dx = \int_2^3 [-(x-3)] dx + \int_3^5 (x-3) dx$$

$$= \int_2^3 (3-x) dx + \int_3^5 (x-3) dx$$

$$= \left( 3x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_2^3 + \left( \frac{x^2}{2} - 3x \right) \Big|_3^5$$

$$= \left[ \left( 9 - \frac{9}{2} \right) - \left( 6 - 2 \right) \right] + \left[ \left( \frac{25}{2} - 15 \right) - \left( \frac{9}{2} - 9 \right) \right]$$

$$= 9 - \frac{9}{2} - 6 + 2 + \frac{25}{2} - 15 - \frac{9}{2} + 9$$

$$= -21 + 11 + \frac{25}{2} = -10 + \frac{25}{2} = \frac{5}{2} \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 51:

$$\int_{-2}^2 (|x+1|) dx$$

integralinin değeri bulunuz.

5

## Kavrama Sorusu 52:

$$\int_0^3 (x + |x-1| + 2) dx$$

integralinin değeri bulunuz.

**Çözüm:**

$x > 1$  için  $|x-1| = x-1$

$x < 1$  için  $|x-1| = -(x-1) = 1-x$  dir.

$$\int_0^3 (x + |x-1| + 2) dx$$

$$= \int_0^1 (x + 1 - x + 2) dx + \int_1^3 (x + x - 1 + 2) dx$$

$$= \int_0^1 3 dx + \int_1^3 (2x + 1) dx$$

$$= 3(x) \Big|_0^1 + \left( \frac{2x^2}{2} + x \right) \Big|_1^3$$

$$= 3(1-0) + [(3^2 + 3) - (1^2 + 1)]$$

$$= 3 + 12 - 2 = 13 \text{ bulunur.}$$

## Geliştirme Sorusu 52:

$$\int_{-1}^2 \left( \frac{2x-|x|}{3} \right) dx$$

integralinin değeri bulunuz.

1

## Kavrama Sorusu 53:

$$f(x) = \begin{cases} x-1; & x \geq 2 \text{ ise} \\ x+1; & x < 2 \text{ ise} \end{cases}$$

olmak üzere  $\int_{-1}^3 f(x) dx$  integralinin değeri kaç olur?

Çözüm

$$\begin{aligned} \int_{-1}^3 f(x) dx &= \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx \\ &= \int_{-1}^2 (x+1) dx + \int_2^3 (x-1) dx \\ &= \left( \frac{x^2}{2} + x \right)_{-1}^2 + \left( \frac{x^2}{2} - x \right)_2^3 \\ &= \left( \frac{2^2}{2} + 2 \right) - \left( \frac{(-1)^2}{2} + (-1) \right) + \left( \frac{3^2}{2} - 3 \right) - \left( \frac{2^2}{2} - 2 \right) \\ &= 4 + \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 0 = 6 \text{ olur.} \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 53:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x}; & x > 1 \text{ ise} \\ \frac{x}{3}; & x \leq 1 \text{ ise} \end{cases} \text{ olmak üzere}$$

$$\int_{-3}^3 [f(x) + 3] dx$$

integralinin değerini bulunuz.

50 - 102

## Kavrama Sorusu 54:

$$\int_{-2}^3 d(x^3 + 2)$$

integralini hesaplayınız.

Çözüm

$$\begin{aligned} \int_{-2}^3 d(x^3 + 2) &= (x^3 + 2)_2^3 \\ &= (3^3 + 2) - ((-2)^3 + 2) \\ &= 27 + 2 - (-8 + 2) = 29 + 6 = 35 \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 54:

$$\int_0^2 (3x^2 + 2) d(3x^2 + 2)$$

integralinin değerini bulunuz.

96

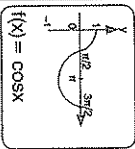
## Kavrama Sorusu 55:

$$\int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos 2x} dx$$

integralini hesaplayınız. ( $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ )

Çözüm

$$\begin{aligned} &= \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos 2x} dx \\ &= \int_0^{\pi} \sqrt{1 + 2\cos^2 x - 1} dx = \int_0^{\pi} \sqrt{2\cos^2 x} dx \\ &= \sqrt{2} \int_0^{\pi} |\cos x| dx \end{aligned}$$



$$0 < x < \pi/2 \text{ için } |\cos x| = \cos x$$

$$\pi/2 < x < \pi \text{ için } |\cos x| = -\cos x$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \cos x \\ &= \sqrt{2} \left[ \int_0^{\pi/2} \cos x dx + \int_{\pi/2}^{\pi} (-\cos x) dx \right] \\ &= \sqrt{2} \left[ (\sin x)_0^{\pi/2} - (\sin x)_{\pi/2}^{\pi} \right] \\ &= \sqrt{2} \left[ \left( \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 \right) - \left( \sin \pi - \sin \frac{\pi}{2} \right) \right] \\ &= \sqrt{2} [(1-0) - (0-1)] = \sqrt{2}(1+1) = 2\sqrt{2} \text{ elde edilir.} \end{aligned}$$

Örnek Akademi

## Kavrama Sorusu 56:

$$\int_{-1}^0 e^{e^x+x} dx$$

integralini bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} \int_{-1}^0 e^{e^x+x} dx &= \int_{-1}^0 e^{e^x} \cdot e^x dx \\ \text{Integralinde } e^x &= u \text{ olsun. } e^x dx = du \\ &= \int_{e^{-1}}^1 e^u du = e^u + c = e^{e^x} + c \text{ dir.} \\ \int_{-1}^0 e^{e^x} \cdot e^x dx &= e^{e^x} \Big|_{-1}^0 \\ &= e^{e^0} - e^{e^{-1}} = e - e^{\frac{1}{e}} \text{ olur.} \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 56:

$$\int_0^1 e^{x-e^x} dx$$

integralinin değerini bulunuz.

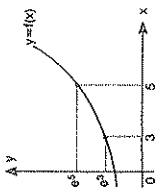
## Geliştirme Sorusu 55:

$$\int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \cos 2x} dx$$

integralinin değerini bulunuz.

√2

## Kavrama Sorusu 57:



$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği veriliyor.

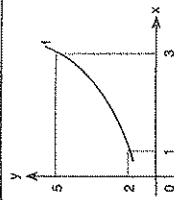
$$\int_3^5 \frac{f'(x)}{f(x)} dx$$

integralini hesaplayınız.

Çözüm

$$\begin{aligned} \int_3^5 \frac{f'(x)}{f(x)} dx &= \int_3^5 \frac{1}{u} du = \ln |u| + c \\ &= \ln f(x) + c \\ &= \ln f(5) - \ln f(3) \\ &= \ln e^5 - \ln e^3 = 5 \ln e - 3 \ln e \\ &= 2 \ln e = 2 \cdot 1 = 2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 57:

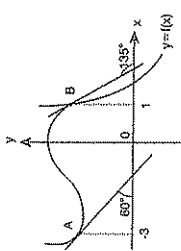


$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği veriliyor.

$$\int_1^3 f(x) \cdot f'(x) dx$$

integralini değeri kaçtır?

## Kavrama Sorusu 58:



$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği ile f'nin A ve B noktalarındaki teğetleri çizilmiştir.

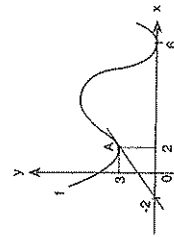
$$\int_{-3}^3 (f'(x) - 2)f'(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned} f'(x) - 2 = u \Rightarrow f'(x) dx = du \\ \int_{-3}^3 (f'(x) - 2)f'(x) dx &= \int_{-3}^3 u du = \frac{u^2}{2} + c = \frac{[f'(x) - 2]^2}{2} + c \\ \int_{-3}^3 (f'(x) - 2)f'(x) dx &= \frac{[f'(x) - 2]^2}{2} \Big|_{-3}^3 \\ &= \frac{1}{2} [(f'(3) - 2)^2 - (f'(-3) - 2)^2] \\ f'(1) &= \tan 135^\circ = -1 \\ f'(3) &= \tan 120^\circ = -\sqrt{3} \\ &= \frac{1}{2} [(-1 - 2)^2 - (-\sqrt{3} - 2)^2] = \frac{1}{2} [9 - 3 - 4 - 4\sqrt{3}] \\ &= \frac{1}{2} (2 - 4\sqrt{3}) = 1 - 2\sqrt{3} \text{ olur.} \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 58:



$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği ile bu eğrinin A(2,3) noktasındaki teğeti çizilmiştir.

$$\int_2^6 f'(x) f'(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

9/32

## Kavrama Sorusu 59:

$$\int_0^6 \frac{d(x^2 + 2x)}{x^2 + 2x + 2}$$

integralini hesaplayınız.

Çözüm

$$\begin{aligned} \int_0^6 \frac{d(x^2 + 2x)}{x^2 + 2x + 2} &= \int_0^6 \frac{du}{u + 2} = \ln |u + 2| + c \\ &= \ln |x^2 + 2x + 2| + c \\ &= \ln(6^2 + 2 \cdot 6 + 2) - \ln(0^2 + 2 \cdot 0 + 2) \\ &= \ln 50 - \ln 2 = \ln \left( \frac{50}{2} \right) = \ln 25 \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 59:

$$\int_1^{11} \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 11}$$

integralinin değeri bulunuz.

İnt.

## Kavrama Sorusu 60:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\sin x| dx$$

integralini hesaplayınız.

Çözüm

$$\begin{aligned} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\sin x| dx &= \int_{-\pi/2}^0 (-\sin x) dx + \int_0^{\pi/2} \sin x dx \\ &= \cos x \Big|_{-\pi/2}^0 + (-\cos x) \Big|_0^{\pi/2} \\ &= [\cos 0 - \cos(-\pi/2)] + [-\cos \frac{\pi}{2} + \cos 0] \\ &= (1 - 0) + (0 + 1) = 1 + 1 = 2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 60:

$$\int_{-\pi/4}^{3\pi/4} |\cos x| dx$$

integralinin değerini bulunuz.

2

## Kavrama Sorusu 61:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\cos |x|) dx$$

integralini hesaplayınız.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\cos |x|) dx &= \int_{-\pi/2}^0 \cos(-x) dx + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \\ &= \int_{-\pi/2}^0 \cos x dx + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \\ &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x dx = \sin x \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} \\ &= \sin \left( \frac{\pi}{2} \right) - \sin \left( -\frac{\pi}{2} \right) = \sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} \\ &= 2 \sin \frac{\pi}{2} = 2 \cdot 1 = 2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek Akademi

## Kavrama Sorusu 62:

$$\int_{\pi/4}^{\pi/3} \tan^2 x dx$$

integralini hesaplayınız.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_{\pi/4}^{\pi/3} \tan^2 x dx &= \int_{\pi/4}^{\pi/3} (1 + \tan^2 x - 1) dx \\ &= \int_{\pi/4}^{\pi/3} (1 + \tan^2 x) dx - \int_{\pi/4}^{\pi/3} 1 dx \\ &= (\tan x)_{\pi/4}^{\pi/3} - (x)_{\pi/4}^{\pi/3} = \left( \sqrt{3} - 1 \right) - \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) \\ &= \sqrt{3} - 1 - \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4} \\ &= \sqrt{3} - 1 - \frac{\pi}{12} \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 62:

$$\int_{\pi/4}^{\pi/3} (2 + \tan^2 x) dx$$

integralinin değerini bulunuz.

## Kavrama Sorusu 63:

$$\int_{1/2}^2 \left( \frac{1}{e^x} \right) dx$$

integralini hesaplayınız.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_{1/2}^2 \left( \frac{1}{e^x} \right) dx &= \int_{1/2}^2 (e^{-x})^{1/2x} dx \\ &= \int_{1/2}^2 e^{-2\ln x} dx = \int_{1/2}^2 e^{(\ln(2x))^{-2}} dx \\ &= \int_{1/2}^2 (2x)^{-2} dx = \int_{1/2}^2 2^{-2} x^{-2} dx = \frac{1}{4} \int_{1/2}^2 x^{-2} dx = \frac{1}{4} \left( \frac{x^{-1}}{-1} \right)_{1/2}^2 \\ &= \left( \frac{-1}{4x} \right)_{1/2}^2 = (-1/8) - (-1/2) = -1/8 + 1/2 = 3/8 \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 63:

$$\int_2^4 \left( \frac{1}{16} \right)^{\log_2 x} dx$$

integralinin değerini bulunuz.

Örnek Akademi

## Kavrama Sorusu 64:

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 1 & ; x > 1 \text{ ise} \\ 3x^2 + 2x & ; x \leq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

olduğuna göre,  $\int_2^3 f(x) dx$  integralinin değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_2^3 f(x) dx &= f(x) \Big|_2^3 = f(2) - f(-2) \\ &= (4 \cdot 2 - 1) - (3 \cdot (-2)^2 + 2 \cdot (-2)) \\ &= 7 - (12 - 4) = 7 - 8 = -1 \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 64:

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & ; x \geq 0 \text{ ise} \\ 2x - 3 & ; x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

olduğuna göre,  $\int_1^2 f(x) dx$  integralinin değeri kaçtır?

## Geliştirme Sorusu 61:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin |x| dx$$

integralinin değerini bulunuz.

2

 $\frac{\pi}{12} + \sqrt{3} - 1$ 

7/192

18

1.  $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere

$$\int_{-2}^2 (3x^2 + a) dx = 0$$

olduğuna göre  $a$  kaçtır?

-7

4.  $f(x) = \begin{cases} x+2 & ; x < 1 \text{ ise} \\ 3 & ; x = 1 \text{ ise} \\ 4x-1 & ; x > 1 \text{ ise} \end{cases}$

olmak üzere  $\int_{-2}^2 f(x) dx$  değeri kaçtır?

19/2

2.  $\int_{-\pi/6}^0 (\sin 2x - \cos 2x)^2 dx$

işleminin sonucunu bulunuz.

$\frac{4\pi-9}{24}$

5.  $\int_{-\pi}^{\pi/2} \sin x \cos(\cos x) dx$

işleminin sonucunu bulunuz.

cos91

3.  $\int_{-\pi/2}^0 (\sin|x| + |\sin x|) dx$

işleminin sonucunu bulunuz.

2

6.  $\int_{-1}^3 adb - \int_{-3}^1 bda$

işleminin sonucunu bulunuz.

4(a-b)

7.  $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{x^2 + 1}$

işleminin sonucunu bulunuz.

1 -  $\pi/4$

10.  $\int_0^1 xy dy$

işleminin sonucunu bulunuz.

4x

8.  $\int_4^6 \frac{x^2 + 4}{x + 2} dx$

işleminin sonucunu bulunuz.

6 -  $8\ln(4/3)$

11.  $\int_0^4 \frac{x^3 - 3y^2}{|x - 3|} dx$

işleminin sonucunu bulunuz.

10/3

12.  $\int_1^{a^4} \sqrt{x} \sqrt{x} dx$

işleminin sonucunu bulunuz.

$\frac{2}{7}(a^7 - 1)$

9.  $\int_{e^{-1}}^e \ln \sqrt{x} dx$  işleminin sonucunu bulunuz.

$$(\ln \sqrt{x} = \ln x^{1/2} = \frac{1}{2} \ln x = \frac{\ln x}{2})$$

3/2

## 8. İntegral Fonksiyonunun Türevi:

$$\text{I. } F(x) = \int_a^{g(x)} f(t) dt$$

$$\Rightarrow F'(x) = g'(x) \cdot f(g(x)) - f(a) \cdot f'(a(x))$$

$$\text{II. } F(x) = \int_a^{g(x)} f(t) dt$$

$$\Rightarrow F'(x) = g'(x) \cdot f(g(x))$$

$$\text{III. } F(x) = \int_a^x f(t) dt$$

$$\Rightarrow F'(x) = f(x) \text{ dir.}$$

## Kavrama Sorusu 65:

$$f(x) = \int_{-3}^x \cos t^3 dt$$

olduğuna göre  $f'(0)$  kaçtır?

$$f(x) = \int_{-3}^x \cos t^3 dt \Rightarrow f'(x) = \cos x^3$$

$$\Rightarrow f'(0) = \cos(0^3) = \cos 0^\circ = 1 \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 65:

$$f(x) = \int_1^x [\sin(t+1)] dt$$

olduğuna göre  $f'(1)$  kaçtır?

## Kavrama Sorusu 66:

$$f(x) = \int_1^{2x-3} \cos^3 t dt$$

olduğuna göre  $f'(3/2)$  kaçtır?

$$f(x) = \int_1^{2x-3} \cos^3 t dt$$

$$\Rightarrow f'(x) = (2x-3)' \cdot \cos^3(2x-3)$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2 \cdot \cos^3(2x-3)$$

$$\Rightarrow f'(3/2) = 2 \cos^3(3 - 3)$$

$$\Rightarrow f'(3/2) = 2 \cos^3 0$$

$$= 2 \cdot 1^3 = 2 \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 66:

$$g(x) = \int_4^{3x} (t^3 - 2) dt$$

olduğuna göre  $g'(-1)$  kaçtır?

## Kavrama Sorusu 67:

$$f(x) = \int_{x^2-2}^{x^2+2} \left( \frac{t-2}{t+2} \right) dt$$

olduğuna göre  $f'(2)$  kaçtır?

$$f(x) = \int_{x^2-2}^{x^2+2} \left( \frac{t-2}{t+2} \right) dt$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{(x^2+2)-2}{(x^2+2)+2} \cdot (x^2+2)' - \frac{(x^2-2)-2}{(x^2-2)+2} \cdot (x^2-2)'$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{x^2}{x^2+4} \cdot 2x - \frac{x^2-4}{x^2+2} \cdot 2x$$

$$\Rightarrow f'(2) = \frac{2^2}{2^2+4} \cdot 2 \cdot 2 - \frac{2^2-4}{2^2+2} \cdot 2 \cdot 2$$

$$\Rightarrow f'(2) = \frac{4 \cdot 4}{8} - 0 = 2 \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 67:

$$\frac{d}{dx} \int_{-2x}^{2x} e^{t^2} dt$$

işleminin sonucunu bulunuz.

## Kavrama Sorusu 68:

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \left[ \frac{d}{dx} \int_0^x \cos 2t dt \right] dx$$

değerini hesaplayınız.

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \left[ \frac{d}{dx} \int_0^x \cos 2t dt \right] dx = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \cos 2x dx$$

$$2x = u \Rightarrow 2dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{2}$$

$$\Rightarrow \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \int \cos u du = \frac{1}{2} \sin u + c = \frac{\sin 2x}{2} + c$$

$$\Rightarrow \int_{\pi/4}^{\pi/2} \cos 2x dx = \left[ \frac{\sin 2x}{2} \right]_{\pi/4}^{\pi/2} = \frac{\sin \pi}{2} - \frac{\sin(\pi/2)}{2}$$

$$= \frac{0}{2} - \frac{1}{2} = -1/2 \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 68:

$$\int_1^4 \left[ \frac{d}{dx} \int_5^{2x} \left( \frac{t^2+1}{t} \right) dt \right]$$

işleminin sonucunu bulunuz.

## Kavrama Sorusu 69:

$$\frac{d}{dt} \left( \int_1^2 \frac{x dx}{2-x^2} \right)$$

İşleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \int_1^2 \frac{x dx}{2-x^2} \right) &= \frac{d}{dt} \left( -\frac{1}{2} \ln \left| \frac{2-x^2}{2} \right| \right) = -\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left( \ln \left| \frac{2-x^2}{2} \right| \right) \\ &= -\frac{1}{2} \frac{1}{\frac{2-x^2}{2}} \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{2-x^2}{2} \right) = -\frac{1}{2} \frac{2}{2-x^2} \cdot (-2x) = \frac{x}{2-x^2} \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 69:

$$\frac{d}{dt} \left( \int_1^2 \frac{x^2 dx}{1-2x} \right)$$

İşleminin sonucunu bulunuz.

81  
4(1-1)

## Kavrama Sorusu 70:

$$f(x) = \int_3^{x^3} \frac{m \cdot t}{3-t^2} dt$$

fonksiyonu veriliyor.  $y=f(x)$  fonksiyonunun  $x=-1$  noktasındaki teğetin eğimi  $-6$  olduğuna göre  $m$  kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} f(x) &= \int_3^{x^3} \frac{m \cdot t}{3-t^2} dt \\ \Rightarrow f'(x) &= \frac{m \cdot x^3}{3-(x^3)^2} \cdot (x^3)' = \frac{m \cdot 3x^3}{3-(3x)^2} \cdot (3x)' \\ \Rightarrow f'(x) &= \frac{m \cdot 3x^3 \cdot 3x^2}{3-x^6} = \frac{m \cdot 3x^5}{3-x^6} \\ \Rightarrow f'(x) &= \frac{3mx^5}{3-x^6} = \frac{9mx}{3-9x^2} \\ \Rightarrow f'(-1) &= \frac{3m(-1)^5}{3-9(-1)^2} = \frac{9m(-1)}{3-9(-1)^2} \\ -6 &= \frac{-3m}{3-1} = \frac{-3m}{2} \\ -6 &= \frac{-3m}{2} \Rightarrow m = -4 \\ -6 &= \frac{-3m}{2} \Rightarrow m = -4 \end{aligned}$$

Örnek Akademi

## Geliştirme Sorusu 70:

$$f(x) = \int_{x+1}^{x^2+x} \frac{2+t^2}{4t} dt$$

fonksiyonun  $x=2$  noktasındaki teğetin eğimi kaçtır?

7

## Kavrama Sorusu 71:

$$\frac{d}{dx} \left( \int_2^x \frac{3^x dx}{x^3-1} \right)$$

İfadesinin değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_2^x \frac{3^x dx}{x^3-1} &\text{ belirli integralinin sonucu bir reel sayıdır.} \\ \frac{d}{dx} \left( \int_2^x \frac{3^x dx}{x^3-1} \right) &= \frac{3^x}{x^3-1} \cdot 1 = \frac{3^x}{x^3-1} \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 71:

$$\frac{d}{dx} \left( \int_2^x \frac{x^3+1}{(x+1)^9} dx \right)$$

İşleminin sonucu kaçtır?

0

Örnek Akademi

## Kavrama Sorusu 72:

$$\int_0^{\pi/4} \left( \frac{d}{dt} \int_0^{2t} \cos 2x dx \right) dt$$

değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi/4} \left( \frac{d}{dt} \int_0^{2t} \cos 2x dx \right) dt &= \int_0^{\pi/4} \cos 2(2t) \cdot (2t)' dt \\ &= \int_0^{\pi/4} 2 \cos 4t dt = 2 \int_0^{\pi/4} \cos 4t dt \\ 4t &= u \Rightarrow 4dt = du \\ dt &= \frac{du}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int_0^{\pi/4} \cos 4t dt &= \frac{1}{4} \int_0^{\pi/4} \cos u du = \frac{1}{4} \sin u + C \\ &= \frac{1}{4} \sin 4t + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2 \int_0^{\pi/4} \cos 4t dt &= 2 \left( \frac{1}{4} \sin 4t \right) \Big|_0^{\pi/4} \\ &= 2 \left( \frac{1}{4} \sin 4 \cdot \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} \sin 4 \cdot 0 \right) = 2 \left( \frac{1}{4} \sin \pi - \frac{1}{4} \sin 0 \right) \\ &= 2 \cdot \frac{1}{4} [0 - 0] = 0 \text{ olur.} \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 72:

$$\int_2^4 \left( \frac{d}{dt} \int_{10}^{t-1} (x^3+x) dx \right) dt$$

İntegral işleminin değeri kaçtır?

24

7

$$1. \quad f(x) = \int_x^{3x} \sin t \, dt$$

olmak üzere  $f'(m/4)$  değeri kaçır?

$$\sqrt{2}$$

$$4. \quad f(x) = \int_{-2}^{x^2+1} \sqrt{t+mp} \, dp$$

fonksiyonun  $x=1$  noktasındaki teğetin eğimi 4 ise  $m$  kaçır?

$$3/2$$

$$2. \quad f(x) = \int_{-1}^{x^2-1} \sin(t-2) \, dt$$

fonksiyonu için  $f'(\sqrt{3})$  değeri kaçır?

$$0$$

Örnek Akademi

$$5. \quad f(x) = \int_x^{-1} (t^2+t) \, dt$$

fonksiyonun için  $f'(x)$  ifadesini bulunuz.

$$-3x^2 - 3x^2$$

$$3. \quad \frac{d}{dx} \int_0^{e^x} f(t) \, dt = 1$$

olduğuna göre  $f(x+1)$  fonksiyonu nedir?

$$\frac{1}{x+1}$$

$$6. \quad \frac{d^2}{dx^2} \left( \int_3^{2x^2} 3t \, dt \right)$$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$72x^2$$

9. Belirli İntegralde Değişken Değiştirilmesi:

$\int_a^b f(x) \, dx$  integralinde  $x=g(t)$  değişken değiştirilmesi yapılabilesi için,

- a)  $g$  fonksiyonu  $[m, n]$  aralığında sürekli ve türevli
- b)  $t \in [m, n]$  ise  $[g(t)] \in [a, b]$  olmalıdır.
- c)  $g(m) = a$  ve  $g(n) = b$  olduğunda  $[a, b]$  aralığında sürekli  $f(x)$  fonksiyonu için

$$\int_a^b f(x) \, dx = \int_c^d f(g(t)) \cdot g'(t) \, dt \, \text{olur.}$$

Kavrama Sorusu 73:

$$\int_1^3 \left( \frac{3x^2}{x^3-1} \right) dx$$

integralinde  $t = x^3 - 1$  değişken değiştirmesi yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

Çözüm:

$$t = x^3 - 1 \text{ ifadesinde } x = 1 \text{ için } t = 1^3 - 1 = 0$$

$$x = 3 \text{ için } t = 3^3 - 1 = 26$$

$$t = x^3 - 1 \Rightarrow dt = 3x^2 dx$$

$$= \int_0^{26} \left( \frac{3x^2}{x^3-1} \right) dx = \int_0^{26} \frac{dt}{t} \text{ integrali elde edilir.}$$

Örnek Akademi

Kavrama Sorusu 74:

$$\int_0^1 \frac{e^{2x} \, dx}{1-e^x}$$

integralinde  $e^{-x}-1 = u$  dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

Çözüm:

$$e^{-x}-1 = u \text{ ifadesinde } x=0 \text{ için } e^0-1 = u = 1-1 = u = 0$$

$$x=1 \text{ için } e^1-1 = u$$

$$e-1 = u$$

$$e^x-1 = u \Rightarrow e^x dx = du$$

$$e^x = u+1 \Rightarrow -du = 1-e^x \, \text{ olur.}$$

$$\int_0^1 \frac{e^{2x} \, dx}{1-e^x} = \int_0^1 \frac{e^x \cdot e^x \, dx}{1-e^x}$$

$$= \int_0^1 \frac{(u+1) \, du}{-u} = - \int_0^1 \frac{(u+1) \, du}{u} = \int_{e-1}^0 \left( \frac{u+1}{u} \right) du$$

integrali elde edilir.

Geliştirme Sorusu 74:

$$\int_{\ln 5}^{\ln 9} \frac{e^x}{e^{2x}+1} \, dx$$

integralinde  $p = e^x$  değişken dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

$$\int_5^9 \frac{dp}{p^2+1}$$

Geliştirme Sorusu 73:

$$\int_1^4 \frac{x+1}{x-1} \, dx$$

integralinde  $u = x+1$  değişken değiştirmesi yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

$$\int_2^5 \frac{u \, du}{u-2}$$

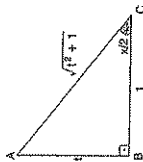
## Kavrama Sorusu 75:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sin x}$$

integralinde  $t = \tan \frac{x}{2}$  değişken dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} t &= \tan \frac{x}{2} \text{ ifadesinde} \\ x &= 0 \text{ için } t = \tan 0 \Rightarrow t = 0 \\ x &= \frac{\pi}{2} \text{ için } t = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1 \\ t &= \tan \frac{x}{2} \Rightarrow \text{Arctan } t = \frac{x}{2} \Rightarrow 2 \text{Arctan } t = x \\ \Rightarrow 2 \frac{1}{1+t^2} dt &= dx \Rightarrow dx = \frac{2dt}{1+t^2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sin x &= 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \\ \sin x &= 2 \cdot \frac{t}{1+t^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} = \frac{2t}{1+t^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sin x} &= \int_0^1 \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{1 + \frac{2t}{1+t^2}} \\ &= \int_0^1 \frac{2dt}{1+t^2+2t} = \int_0^1 \frac{2dt}{(1+t)^2} \\ &= \int_0^1 \frac{2dt}{(1+t)^2} \text{ integrali elde edilir.} \end{aligned}$$

$$\int_{1/3}^1 \frac{dm}{1+t^2}$$

integralinde  $m = \tan \frac{x}{2}$  değişken dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

## Kavrama Sorusu 76:

$$\int_9^{18} f(x) dx = 42$$

olduğuna göre

$$\int_3^6 f(3x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_3^6 f(3x) dx &\text{ için } 3x = u \Rightarrow 3dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{3} \\ x = 3 &\Rightarrow 3x = u \Rightarrow u = 9 \\ x = 6 &\Rightarrow 3x = u \Rightarrow u = 18 \text{ olur.} \\ \Rightarrow \int_3^6 f(3x) dx &= \int_9^{18} f(u) \frac{du}{3} \\ &= \frac{1}{3} \int_9^{18} f(u) du = \frac{1}{3} \int_9^{18} f(x) dx \\ &= \frac{1}{3} \cdot 42 = 14 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 76:

$$\int_{-3}^4 f(2x-1) dx = a$$

olduğuna göre

$$\int_{-7}^7 f(x) dx$$

integralinin a cinsinden değeri nedir?

$$2a$$

## Kavrama Sorusu 77:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\int_3^x t^2 dt}{x^2 - 9}$$

değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\int_3^x t^2 dt}{x^2 - 9} = \frac{\int_3^9 t^2 dt}{9 - 9} = \frac{0}{0} \text{ olur.}$$

L hosbital kuralına göre;

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\int_3^x t^2 dt}{x^2 - 9} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{d}{dx} \int_3^x t^2 dt}{\frac{d}{dx} (x^2 - 9)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2)^2 \cdot (x^2)^2}{(x^2 - 9)^2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 \cdot 2x}{2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} (x^4) = 3^4 = 81 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek Akademi

## Geliştirme Sorusu 78:

$$\int_2^3 x^2 \ln x dx$$

integralinde  $x = e^t$  değişken dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

$$\int_{\ln 2}^{\ln 3} te^{-t} dt$$

1.  $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx$

integralinde  $x = 3 \sin t$  değişken değişimini yapıldığında elde edilecek integrali bulunuz.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 9 \cos^2 t dt$

2.  $\int_0^{\ln 3} (e^x - e^{3x}) dx$

integraline  $e^x = u$  dönüşümü yapıldığında hangi integral elde edilir?

$\int_1^3 (1-u^3) du$

4.  $\int_0^2 \frac{e^x dx}{x}$

integralinde  $p = e^x$  dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

$\int_1^2 \log_p p dx$

5.  $\int_{1/e}^e \frac{d(\ln x)}{x-1}$

integralinde  $u = \ln x$  dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

$\int_1^e \frac{du}{e^u - 1}$

3.  $\int_0^1 \frac{dx}{x\sqrt{1-x^2}}$

integralinde  $x = \sin \theta$  dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sin \theta}$

6.  $\int_1^2 (x^2 + 1) dx = a$  olduğuna göre  $\int_2^{10} 2x(x) dx$

integralinin a'ya bağlı ifadesini bulunuz.

$4a$

10. Integralin Uygulamaları:

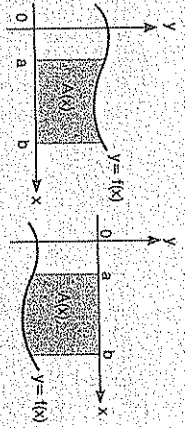
A) Integral ile Alan Hesabı:

1)  $y = f(x)$  fonksiyonu

$x = a$

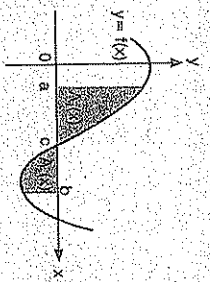
$x = b$  ve  $x = 0$  doğruları ile sınırlı alan  $A(x)$  ise

$A(x) = \int_a^b |f(x)| dx$  dir.



$f(x) \geq 0$  ise  $A(x) = \int_a^b f(x) dx$

$f(x) \leq 0$  ise  $A(x) = -\int_a^b f(x) dx$



$A_1(x) = \int_a^c f(x) dx$ ,  $A_2(x) = -\int_c^b f(x) dx$

Taralı Bölgenin Alanı  $= A_1(x) + A_2(x)$

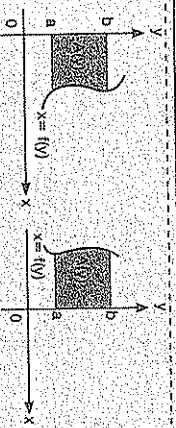
$= \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$  olur.

II)  $x = f(y)$  fonksiyonu

$y = a$

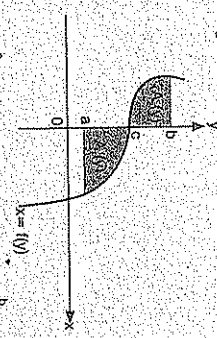
$y = b$  ve  $y = 0$  doğruları ile sınırlı alan  $A(y)$  ise

$A(y) = \int_a^b |f(y)| dy$  dir.



$f(y) \geq 0$  ise  $A(y) = \int_a^b f(y) dy$

$f(y) \leq 0$  ise  $A(y) = -\int_a^b f(y) dy$



$A_1(y) = \int_a^c f(y) dy$ ,  $A_2(y) = -\int_c^b f(y) dy$

Taralı Bölgenin Alanı  $= A_1(y) + A_2(y)$

$= \int_a^c f(y) dy - \int_c^b f(y) dy$  olur.

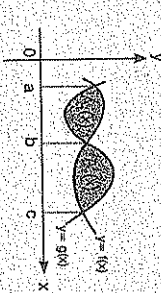
Örnek Akademi

III)

$y = f(x)$

$y = g(x)$  fonksiyonları ile  $x = a$  ve  $x = b$  doğrularının sınırladığı alan  $A(x)$  ise,

$A(x) = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$  dir.



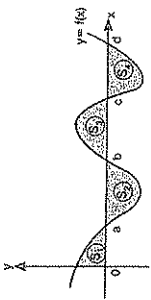
Taralı Bölgenin Alanı  $= A_1(x) + A_2(x)$

$A_1(x) = \int_a^c (f(x) - g(x)) dx$ ,  $f(x) \geq g(x)$

$A_2(x) = \int_c^b (g(x) - f(x)) dx$ ,  $(g(x) \geq f(x))$

$A(x) = \int_a^c (f(x) - g(x)) dx + \int_c^b (g(x) - f(x)) dx$  olur.

## Kavrama Sorusu 79:



Şekilde

$$S_1 = 1$$

$$S_2 = 2$$

$$S_3 = 3$$

$$S_4 = 4$$

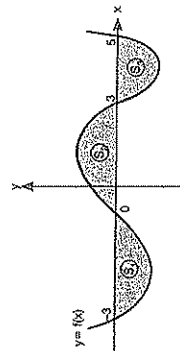
olduğuna göre

$$\int_0^4 f(x) dx \text{ değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_0^4 f(x) dx &= \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx \\ &= S_1 - S_2 + S_3 - S_4 \\ &= 1 - 2 + 3 - 4 = 4 - 6 = -2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

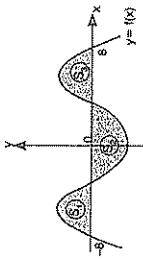
## Geliştirme Sorusu 79:



$f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.  $S_1 = 4$ ,

$S_2 = 6$ ,  $S_3 = 3$  br<sup>2</sup> olduğun göre  $\int_{-3}^5 f(x) dx$  integralinin değeri kaçtır?

## Kavrama Sorusu 80:



$S_1, S_2$  ve  $S_3$  alanları arasında

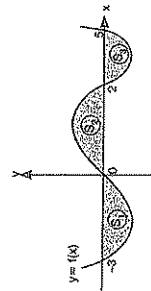
$$\frac{S_1}{2} = \frac{S_2}{4} = \frac{S_3}{3} \text{ orantısı vardır.}$$

$$\int_{-8}^8 f(x) dx = 6 \text{ olduğuna göre } \int_{-8}^8 |f(x)| dx \text{ değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{S_1}{2} = \frac{S_2}{4} = \frac{S_3}{3} = k &\Rightarrow S_1 = 2k, S_2 = 4k, S_3 = 3k \text{ dir.} \\ \int_{-8}^8 f(x) dx &= S_1 - S_2 + S_3 = 6 = 2k - 4k + 3k = k \\ \Rightarrow S_1 &= 12, S_2 = 24, S_3 = 18 \text{ dir.} \\ \Rightarrow \int_{-8}^8 |f(x)| dx &= S_1 + S_2 + S_3 = 12 + 24 + 18 = 54 \text{ olur.} \end{aligned}$$

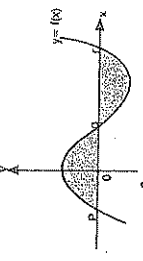
## Geliştirme Sorusu 80:



$f(x)$  fonksiyonu için  $S_1, S_2, S_3$  alanları arasında,

$2S_1 = S_2 = 3S_3$  bağıntısı vardır.  $\int_{-3}^5 f(x) dx = 20$  olduğuna göre,  $\int_{-3}^5 |f(x)| dx$  in değerini bulunuz.

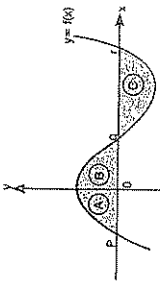
## Kavrama Sorusu 81:



$$\int_0^4 f(x) dx = 4, \int_0^2 f(x) dx = 16 \text{ ve } \int_2^4 f(x) dx = -5$$

olduğuna göre taralı alanların toplamı nedir?

Çözüm:



$$\int_0^4 f(x) dx = 4 \Rightarrow A + B - C = 4$$

$$\int_0^2 f(x) dx = 16 \Rightarrow A + B = 16$$

$$\int_2^4 f(x) dx = -5 \Rightarrow B - C = -5$$

$$\Rightarrow A + B - C = 4 \Rightarrow A = 9$$

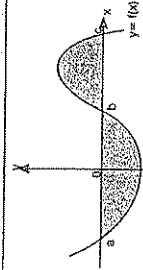
$$A + B = 16 \Rightarrow B = 7$$

$$B - C = -5 \Rightarrow 7 - C = -5 \Rightarrow C = 12$$

$$\Rightarrow \text{Taralı alanlar toplamı} = A + B + C$$

$$= 9 + 7 + 12 = 28 \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 81:

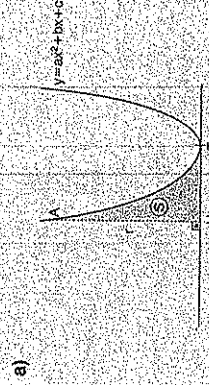


Şekilde verilen  $f(x)$  fonksiyonu için

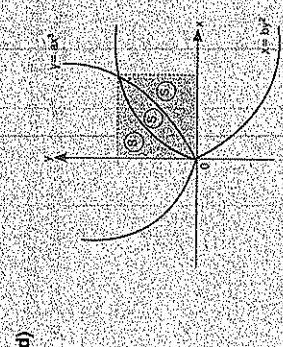
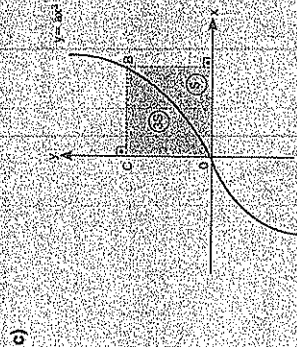
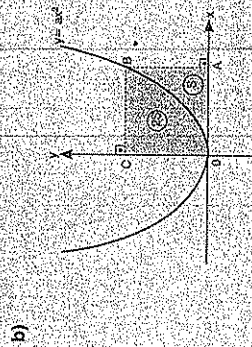
$$\int_0^4 f(x) dx = 12, \int_0^2 f(x) dx = 10, \int_2^4 f(x) dx = 18$$

olduğuna göre taralı alanların toplamı kaçtır?

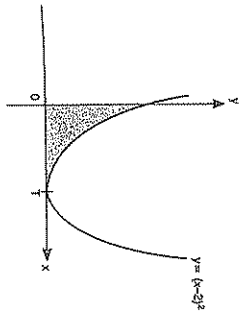
## Hatırlatma:



Bir parabol ile tepe noktasındaki teğeti ve bu teğete dik çizilen bir doğru tarafından sınırlanan bölgenin alanı  $S = \frac{\pi r^2}{3}$  olarak hesaplanabilir.

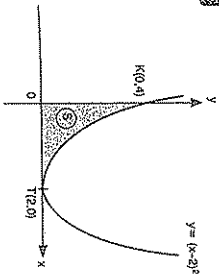


**Kavrama Sorusu 82:**



Verilen grafiğe göre taralı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

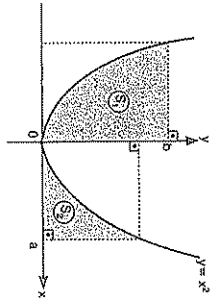
**Çözüm:**



$y = (x-2)^2$  fonksiyonunda  
 $x=0$  için  $y = (0-2)^2 \Rightarrow y=4$   
 $y=0$  için  $0 = (x-2)^2 \Rightarrow x-2=0 \Rightarrow x=2$  dir.  
 Taralı bölgenin alanı  $S = \frac{2 \cdot 4}{3} = \frac{8}{3} br^2$

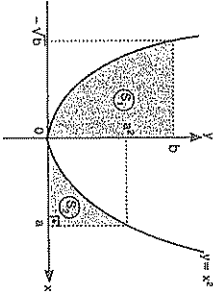
Örnek Akademi

**Kavrama Sorusu 83:**



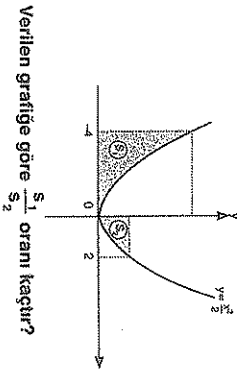
Verilen grafiğe göre  $3S_2 = S_1$  olduğuna göre a ile b arasındaki bağıntı bulunuz.

**Çözüm:**



$S_2 = (a \cdot a^2) \cdot \frac{1}{3} = \frac{a^3}{3} br^2$   
 $S_1 = b \cdot \sqrt{b} \cdot \frac{2}{3} br^2$   
 $3S_2 = S_1 = 3 \cdot \frac{a^3}{3} = \frac{2}{3} b \sqrt{b}$   
 $\Rightarrow 3a^3 = 2b \sqrt{b} \Rightarrow 9a^6 = 4b^3$   
 $\Rightarrow 9a^6 = 4b^3$  bağıntısı bulunur.

**Geliştirme Sorusu 83:**

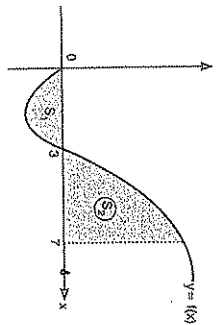


Verilen grafiğe göre  $\frac{S_1}{S_2}$  oranı kaçtır?

152/3

4

**Kavrama Sorusu 84:**



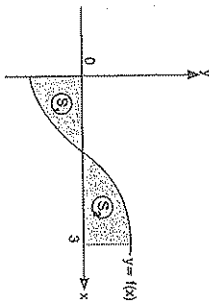
Verilen grafiğe göre  $\int_0^7 f(x) dx = 8$  ve  $S_1 = 2 br^2$  olduğuna göre  $S_2$  alanı kaç  $br^2$  dir?

**Çözüm:**

$$\int_0^7 f(x) dx = 8 \Rightarrow -2 + S_2 = 8$$

$$\Rightarrow S_2 = 2 + 8 \Rightarrow S_2 = 10 br^2 \text{ olur.}$$

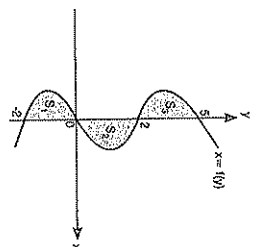
**Geliştirme Sorusu 84:**



Verilen grafiğe göre  $S_1 = 4 br^2$ ,  $S_2 = 7 br^2$  dir.  
 $\int_0^3 f(x) dx = 4$  ve  $\int_3^7 f(x) dx = 7$  olduğuna göre  $\int_0^7 f(x) dx$  değeri kaçtır?

3/2

**Kavrama Sorusu 85:**



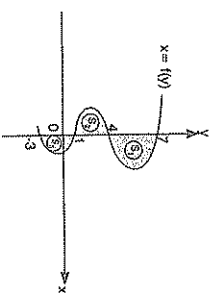
Verilen grafikte gösterilen alanlar,  $S_1 = 4$ ,  $S_2 = 6$ ,  $S_3 = 7 br^2$  olduğuna göre  $\int_{-2}^5 f(y) dy$  değeri kaçtır?

**Çözüm:**

$$\int_{-2}^5 f(y) dy = -\int_{-2}^0 f(y) dy + \int_0^2 f(y) dy - \int_2^5 f(y) dy$$

$$= -4 + 6 - 7 = -5 \text{ olur.}$$

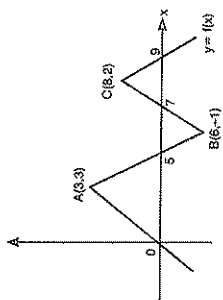
**Geliştirme Sorusu 85:**



Verilen grafiğe göre,  
 $\int_{-3}^7 f(y) dy = 12$  ve  $\int_{-3}^7 |f(y)| dy = 28$  olduğuna göre  $S_1 + S_2$  toplamı kaç  $br^2$  olur?

20

## Kavrama Sorusu 86:



$f(x)$  fonksiyonuna ait grafik verilmiştir.

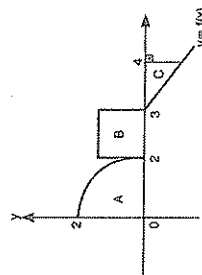
$$\int_0^9 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned} \int_0^9 f(x) dx &= \int_0^3 f(x) dx - \int_3^6 f(x) dx + \int_6^8 f(x) dx + \int_8^9 f(x) dx \\ &= \frac{5.3}{2} - \frac{2.1}{2} + \frac{2.2}{2} \\ &= \frac{15}{2} - 1 + 2 = 8,5 \text{ olur.} \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 86:



Verilen grafikte; A:  $\frac{1}{4}$  daire dilimi

B: kare

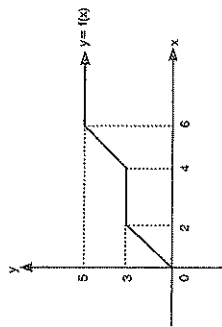
C: ikizkenar dik üçgendir.

$$\int_0^4 f(x) dx \text{ integralinin değerini bulunuz.}$$

10

50

## Kavrama Sorusu 87:



verilen grafiğe göre

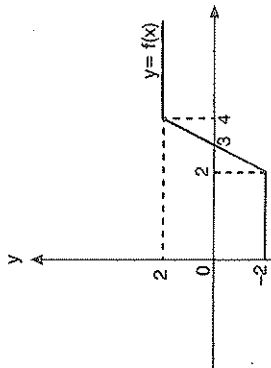
$$\int_0^8 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned} \int_0^8 f(x) dx &= \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx + \int_4^6 f(x) dx + \int_6^8 f(x) dx \\ &= \frac{2.3}{2} + 2.3 + \frac{(5+3).2}{2} + 2.5 \\ &= 3 + 6 + 8 + 10 = 27 \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 87:



verilen grafiğe göre,

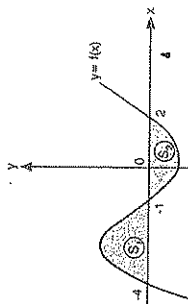
$$\int_1^{10} f(x) dx$$

integralinin değerini bulunuz.

10

50

## Kavrama Sorusu 88:



$y = f(x)$  fonksiyonun grafiği verilmiştir.  $S_1 = 5$ ,

$$S_2 = 4 \text{ br}^2 \text{ olduğuna göre } \int_{-4}^4 (f(x) - |f(x)|) dx$$

değeri kaç olur?

Çözüm

$$\begin{aligned} \int_{-4}^4 (f(x) - |f(x)|) dx &= \int_{-4}^{-1} (f(x) - |f(x)|) dx + \int_{-1}^2 (f(x) - |f(x)|) dx \\ &+ \int_2^3 (f(x) - |f(x)|) dx + \int_3^4 (f(x) - |f(x)|) dx \\ &= \int_{-4}^{-1} (f(x) - (-f(x))) dx + \int_{-1}^2 (f(x) - f(x)) dx \\ &+ \int_2^3 (f(x) - f(x)) dx + \int_3^4 (f(x) - (-f(x))) dx \\ &= \int_{-4}^{-1} 2f(x) dx = 2 \int_{-4}^{-1} f(x) dx = 2(-4) = -8 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Ornek Akademi

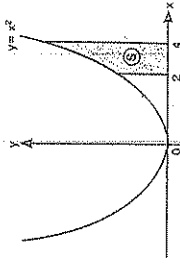
16

51

## Kavrama Sorusu 89:

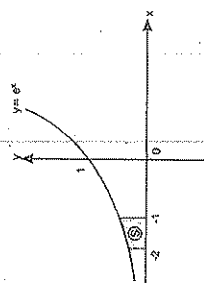
$y = x^2$  eğrisi,  $x = 2$ ,  $x = 4$  doğruları ve  $x$  eksenini ile sınırlı bölgenin alanını bulunuz.

Çözüm



$$\begin{aligned} S &= \int_2^4 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_2^4 = \frac{4^3}{3} - \frac{2^3}{3} \\ &= \frac{64}{3} - \frac{8}{3} = \frac{56}{3} \text{ br}^2 \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 89:



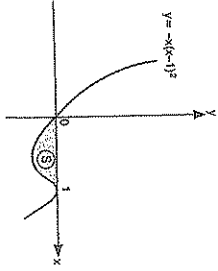
$y = e^x$  eğrisi  $x = -2$ ,  $x = -1$  doğruları ve  $x$  eksenini ile sınırlı bölgenin alanını bulunuz.

e-1  
e^2

## Kavrama Sorusu 90:

$f(x) = -x(x-1)^2$  fonksiyon eğrisi ile  $x$  ekseninin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz.

Çözüm:



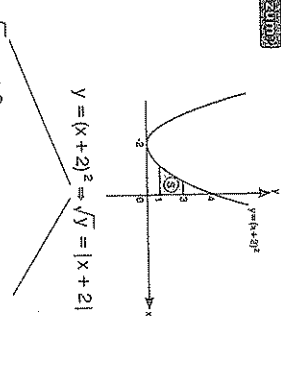
$$\begin{aligned} S &= -\int_0^1 x(x-1)^2 dx = \int_0^1 [x(x-1)^2] dx \\ &= \int_0^1 [x(x^2 - 2x + 1)] dx = \int_0^1 (x^3 - 2x^2 + x) dx \\ &= \left[ \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right]_0^1 = \left( \frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \right) - 0 \\ &= \frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{3-8+6}{12} = \frac{1}{12} \text{ br}^2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek Akademi

## Kavrama Sorusu 91:

$y = (x+2)^2$  eğrisi,  $y = 1$  ve  $y=3$  doğruları ve  $y$  eksenini sınırlı bölgenin alanını hesaplayınız.

Çözüm:



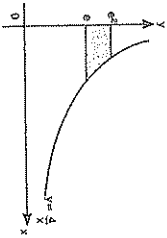
$$\begin{aligned} \sqrt{y} &= x+2 \\ x &= \sqrt{y}-2 \\ \sqrt{y} &= -(x+2) \\ \sqrt{y} &= -x-2 \\ x &= -2-\sqrt{y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= -\int_1^3 (\sqrt{y}-2) dy = -\int_1^3 (y^{1/2}-2) dy \\ &= \int_1^3 (2-y^{1/2}) dy = 2(y)^{3/2} - \left( \frac{2}{3} y^{3/2} \right) \Big|_1^3 \\ &= 2(3-1) - \left( \frac{2}{3} 3^{3/2} - \frac{2}{3} 1^{3/2} \right) \\ &= 2 \cdot 2 - \left( \frac{2}{3} \sqrt{3} - \frac{2}{3} \right) = 4 - \frac{2}{3} (\sqrt{3}-1) \\ &= 4 - 2\sqrt{3} + \frac{2}{3} = \frac{14-6\sqrt{3}}{3} \text{ br}^2 \end{aligned}$$

Örnek Akademi

## Geliştirme Sorusu 91:

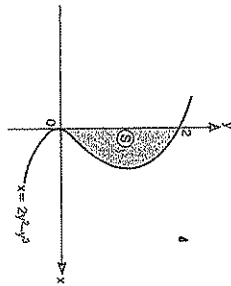
$y = \frac{4}{x}$  eğrisi,  $y = e$ ,  $y = e^2$  doğruları ve  $y$  eksenini sınırlı bölgenin alanı kaç  $\text{br}^2$  olur?



## Kavrama Sorusu 92:

$x = 2y^2 - y^3$  eğrisi ile  $y$  ekseninin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz.

Çözüm:



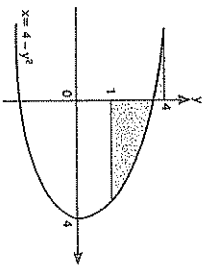
$$\begin{aligned} x &= 0 \text{ için} \\ 2y^2 - y^3 &= 0 \\ y^2(2-y) &= 0 \\ y &= 0 \text{ veya } y = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 (2y^2 - y^3) dy = 2 \left[ \frac{y^3}{3} - \frac{y^4}{4} \right]_0^2 \\ &= \left( \frac{2}{3} \cdot 2^3 - \frac{2}{4} \cdot 2^4 \right) - 0 = \frac{16}{3} - \frac{16}{4} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} \text{ br}^2. \end{aligned}$$

Örnek Akademi

## Geliştirme Sorusu 92:

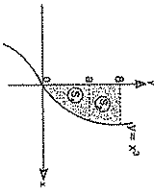
$x = 4 - y^2$  eğrisi ile  $y$  eksenini ve  $y = 1$ ,  $y = 4$  doğrularının sınırladığı bölgenin alanı kaç  $\text{br}^2$  olur?



## Kavrama Sorusu 93:

$y = x^3$  eğrisi,  $y = 8$ ,  $y = a$  ve  $x = 0$  doğruları ile sınırlı  $S_1$  ve  $S_2$  alanları verilmiştir.  $S_1 = S_2$  olduğuna göre  $a$  kaçtır?

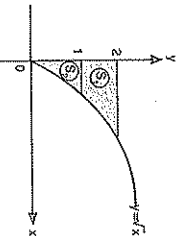
Çözüm:



$$\begin{aligned} y &= x^3 \Rightarrow \sqrt[3]{y} = x \text{ dir.} \\ S_1 &= \int_a^8 \sqrt[3]{y} dy \quad S_2 = \int_0^a \sqrt[3]{y} dy \text{ dir.} \\ S_1 &= S_2 \\ \int_a^8 \sqrt[3]{y} dy &= \int_0^a \sqrt[3]{y} dy \\ \left[ \frac{3}{4} y^{4/3} \right]_a^8 &= \left[ \frac{3}{4} y^{4/3} \right]_0^a \\ \frac{3}{4} \cdot 8^{4/3} - \frac{3}{4} a^{4/3} &= \frac{3}{4} a^{4/3} \\ \frac{3}{4} \cdot 16 - \frac{3}{4} a^{4/3} &= \frac{3}{4} a^{4/3} \\ 12 - \frac{3}{4} a^{4/3} &= \frac{3}{4} a^{4/3} \\ 12 &= \frac{3}{2} a^{4/3} \\ 8 &= a^{4/3} \\ a &= 4^{3/4} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

## Geliştirme Sorusu 93:

$y = \sqrt{x}$  eğrisi,  $y$  eksenini,  $y = 1$  ve  $y = 2$  doğrularının sınırladığı alanlar  $S_1$  ve  $S_2$  ile gösterilmiştir.  $\frac{S_2}{S_1}$  oranı kaçtır?



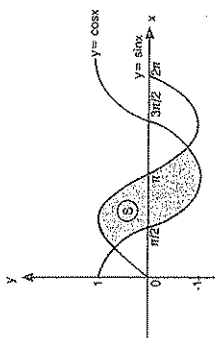
4/3

4

37/3

7/3

## Kavrama Sorusu 94:



$y = \sin x$  ve  $y = \cos x$  eğrilerinin sınırladığı taralı bölgenin alanını bulunuz.

Çözüm:

$$\sin x = \cos x \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \text{ ve } x = \pi + \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{5\pi}{4}$$

$$S = \int_{\pi/4}^{5\pi/4} (\sin x - \cos x) dx = (-\cos x - \sin x) \Big|_{\pi/4}^{5\pi/4}$$

$$S = -(\cos x + \sin x) \Big|_{\pi/4}^{5\pi/4}$$

$$= -\left[\left(\cos \frac{5\pi}{4} + \sin \frac{5\pi}{4}\right) - \left(\cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$S = -\left[\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right] = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ br}^2.$$

## Geliştirme Sorusu 94:

$$y = 1 - x^2 \text{ ve}$$

$y = x^2 - x$  eğrilerinin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz.

9/8

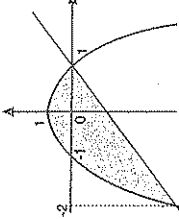
## Kavrama Sorusu 95:

$$y = 1 - x^2 \text{ eğrisi ile}$$

$x - y - 1 = 0$  doğrusunun sınırladığı bölgenin alanını bulunuz.

Çözüm:

İki fonksiyonun kesim noktalarını bulalım.



$$\text{Taralı Alan} = \int_{-2}^1 [(1-x^2) - (x-1)] dx$$

$$= \int_{-2}^1 (1-x^2-x+1) dx = \int_{-2}^1 (2-x^2-x) dx$$

$$= \left(2x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right) \Big|_{-2}^1 = \left(2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) - \left(-4 + \frac{8}{3} - 2\right)$$

$$= 2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 4 - \frac{8}{3} + 2$$

$$= 8 - \frac{1}{3} - \frac{8}{3} - \frac{1}{2} = 8 - 3 - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{9}{2} \text{ br}^2$$

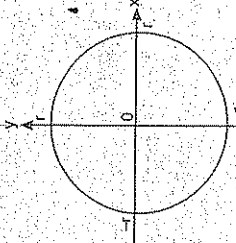
## Geliştirme Sorusu 95:

$y = x^2$  parabolü ile  $y = -x + 2$  doğrusunun sınırladığı bölgenin alanını bulunuz.

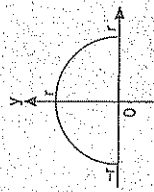
9/2

## B) Alan Yardımıyla İntegral Bulma:

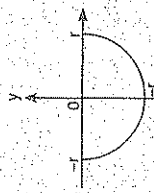
Merkezi  $O(0,0)$  yarıçapı  $r$  olan çemberin denklemi;  
 $x^2 + y^2 = r^2$  dir.



$$a) x^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow y = \pm \sqrt{r^2 - x^2}$$

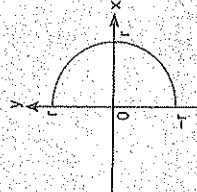


$$y = \sqrt{r^2 - x^2}$$

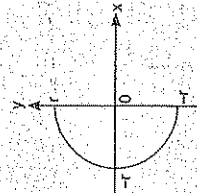


$$y = -\sqrt{r^2 - x^2}$$

$$b) x^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{r^2 - y^2}$$



$$x = \sqrt{r^2 - y^2}$$



$$x = -\sqrt{r^2 - y^2}$$

$\sqrt{r^2 - x^2}$  veya  $\sqrt{r^2 - y^2}$  bulunduran belirli integralerin hesaplanmasında bu grafiklerden yararlanılır.

## Kavrama Sorusu 96:

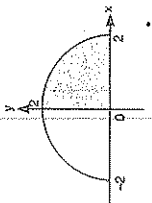
$$\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

integralini hesaplayınız.

Çözüm:

$$y = \sqrt{4-x^2} \Rightarrow y^2 = 4-x^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 4$$

bağıntısı merkezi orijin noktası ve yarıçapı 2 br olan yarım çember belirtir.



$$\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx = \frac{\pi \cdot 2^2}{4} = \pi \text{ bulunur.}$$

## Geliştirme Sorusu 96:

$$\int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2} dx$$

integralinin değerini bulunuz.

9π/2

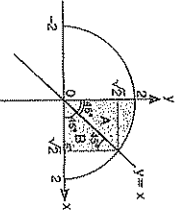
## Kavrama Sorusu 97:

$$\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{4-x^2} - x) dx$$

İntegralinin değeri nedir?

Çözüm:

İstenen integralin değeri,  $y = \sqrt{4-x^2}$  yarıçemberinin  $[0, \sqrt{2}]$  aralığında sınırladığı bölgeden (A) + (B) alanından,  $y=x$  in  $[0, \sqrt{2}]$  aralığında sınırladığı bölgenin (B) alanının çıkarılmasıyla elde edilir.



$$y = \sqrt{4-x^2} \Rightarrow y^2 = 4-x^2 \quad \text{ortak çözümlerse}$$

$$y = x$$

$$x^2 = 4-x^2 \Rightarrow 2x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2}$$

bulunur.

$$\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{4-x^2} - x) dx = A + B - B = A$$

$$= \frac{\pi 2^2}{8} = \frac{\pi}{2} \text{ bulunur.}$$

Örnek Akademi

## Kavrama Sorusu 98:

$$\int_{-4}^0 (\sqrt{16-x^2} - x - 4) dx$$

İntegralini hesaplayınız.

Çözüm:

$$\int_{-4}^0 (\sqrt{16-x^2} - (x+4)) dx$$

$$y = \sqrt{16-x^2} \text{ ve } y = x+4 \text{ için}$$

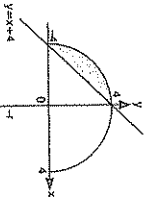
$$(x+4)^2 = 16-x^2$$

$$x^2 + 8x + 16 = 16-x^2$$

$$2x^2 + 8x = 0$$

$$2x(x+4) = 0$$

$$x = 0 \quad x = -4$$



Taralı bölgenin alanının değeri belirli integralin değeri olur.

$$\int_{-4}^0 (\sqrt{16-x^2} - (x+4)) dx = \frac{\pi 4^2}{4} - \frac{4 \cdot 4}{2}$$

$$= 4\pi - 8 \text{ bulunur.}$$

## Kavrama Sorusu 99:

$$\int_0^{\sqrt{3}} (\sqrt{4-y^2} - 1) dy$$

İntegralinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\int_0^{\sqrt{3}} (\sqrt{4-y^2} - 1) dy$$

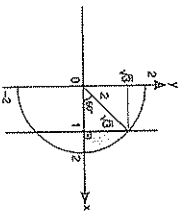
$$x = \sqrt{4-y^2} \text{ ve } x = 1 \text{ için}$$

$$1 = \sqrt{4-y^2}$$

$$1 = 4-y^2$$

$$y^2 = 3$$

$$y = \pm \sqrt{3}$$

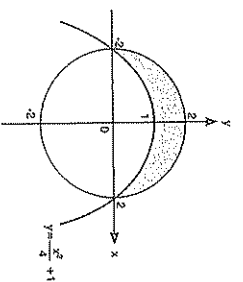


$$\int_0^{\sqrt{3}} (\sqrt{4-y^2} - 1) dy = \frac{\pi \cdot 2^2}{6} - \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ olur.}$$

Örnek Akademi

## Kavrama Sorusu 100:



Şekilde  $x^2 + y^2 = 4$  çemberi ile  $y = -\frac{x^2}{4} + 1$  parabolu çizilmiştir. Taralı bölgenin alanı kaç br<sup>2</sup> olur?

Çözüm:

$$\text{Taralı Alan} = \frac{\pi \cdot 2^2}{2} - 2 \int_0^2 \left( -\frac{x^2}{4} + 1 \right) dx$$

$$= 2\pi - 2 \left( -\frac{1}{4} \cdot \frac{x^3}{3} + x \right)_0^2$$

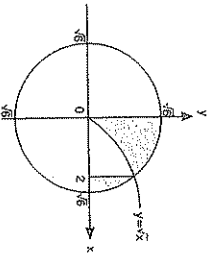
$$= 2\pi - 2 \left( -\frac{1}{4} \cdot \frac{8}{3} + 2 \right)$$

$$= 2\pi - 2 \left( -\frac{2}{3} + 2 \right)$$

$$= 2\pi + \frac{4}{3} - 4 = \frac{6\pi + 4 - 12}{3}$$

$$= \frac{6\pi - 8}{3} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

## Geliştirme Sorusu 100:



Şekilde  $x^2 + y^2 = 6$  çemberi ile  $y = \sqrt{x}$  eğrisi verilmiştir. Taralı kısımların alanları toplamını bulunuz.

## Geliştirme Sorusu 97:

$$\int_0^{4\sqrt{2}} (\sqrt{64-x^2} - x) dx$$

İntegralinin değerini bulunuz.

3π

## Geliştirme Sorusu 98:

$$\int_0^2 (\sqrt{4-x^2} + x - 2) dx$$

İntegralinin değerini bulunuz.

π-2

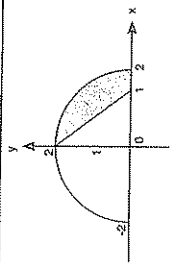
## Geliştirme Sorusu 99:

$$\int_{-1}^1 (\sqrt{2-y^2} - 1) dy$$

İntegralinin değerini bulunuz.

π/2 - 1

## Kavrama Sorusu 101:



Şekilde  $y = \sqrt{4-x^2}$  yarımlar çemberi ile (1, 0) ve (0, 2) noktalarından geçen doğrunun sınırladığı taralı bölgenin alanını veren belirli integrali yazınız.

Çözüm

1. Bölgedeki çeyrek çemberin denklemini:

$$y = \sqrt{4-x^2} \text{ veya } x = \sqrt{4-y^2} \text{ dir.}$$

$$\text{Doğrunun denklemini: } \frac{x}{1} + \frac{y}{2} = 1$$

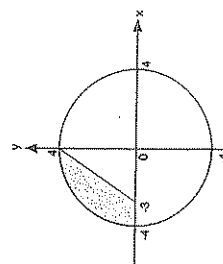
$$x + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow x = 1 - \frac{y}{2} \text{ veya } y = 2 - 2x \text{ dir.}$$

Taralı bölgenin alanı:  $x$  fonksiyonuna göre yazılırsa:  $x = \sqrt{4-y^2}$  çemberin sınırladığı 1/4 daire diliminden

$x = 1 - \frac{y}{2}$  + 1 doğrusunun sınırladığı bölgenin alanı çıkarılarak elde edilir.

$$\text{Taralı Alan} = \int_0^2 \left( \sqrt{4-y^2} - \left(1 - \frac{y}{2}\right) \right) dy \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 101:



Şekilde taralı bölgenin alanını veren integrali yazınız.

$$\int_0^2 \left( \sqrt{4-y^2} - \left(1 - \frac{y}{2}\right) \right) dy$$

## C) Tek ve Çift Fonksiyonlarda Belirli Integral

$A \subset \mathbb{R}$  olmak üzere,

$f: A \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonunda

$\forall x \in A$  için  $f(-x) = -f(x)$  ise  $f$  fonksiyonuna tek fonksiyon denir. Tek fonksiyonların grafikleri orijine göre simetrikler.

$f(x)$  tek fonksiyon ise

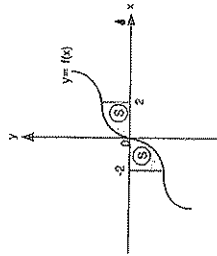
$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0 \text{ olur.}$$

$\forall x \in A$  için  $f(-x) = f(x)$  ise  $f$  fonksiyonuna çift fonksiyon denir. Çift fonksiyonların grafikleri  $y$  eksenine göre simetrikler.

$f(x)$  çift fonksiyon ise

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 102:



$f$  tek fonksiyondur.

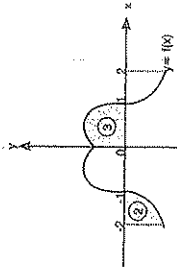
$$\int_{-2}^2 f(x) dx$$

integralinin değerini bulunuz.

Ornek Akademi

0

## Geliştirme Sorusu 103:



$f$  çift fonksiyondur.

$$\int_{-2}^2 f(x) dx$$

integralinin değerini bulunuz.

Ornek Akademi

2

## Kavrama Sorusu 103:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x dx$$

integralini hesaplayınız.

Çözüm

$$f(x) = \cos x \Rightarrow f(-x) = \cos(-x) = \cos x$$

$$\Rightarrow f(-x) = f(x)$$

olduğundan  $f(x)$  bir çift fonksiyondur.

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x dx = 2 \int_0^{\pi/2} \cos x dx = 2 (\sin x)_0^{\pi/2}$$

$$= 2 (\sin \frac{\pi}{2} - \sin 0) = 2 (1 - 0) = 2 \text{ olur.}$$

## Kavrama Sorusu 104:

$$a) \int_{-2}^2 x^3 dx$$

$$b) \int_{-2}^2 x^2 dx$$

integralerinin değerlerini bulunuz.

Çözüm

$$a) \int_{-2}^2 x^3 dx = 0 \quad (f(x) = x^3 \text{ tek fonksiyon})$$

$$b) \int_{-2}^2 x^2 dx = 2 \int_0^2 x^2 dx = 2 \left( \frac{x^3}{3} \right)_0^2 = \frac{16}{3}$$

$$(f(x) = x^2 \text{ çift fonksiyon})$$

**Geliştirme Sorusu 104:**

a)  $f$  tek fonksiyondur.

$$\int_2^4 f(x) dx = 6 \text{ olduğuna göre } \int_{-2}^2 f(x) dx$$

integralinin değerini bulunuz.

-6

b)  $g$  çift fonksiyondur.

$$\int_0^3 g(x) dx = 8 \text{ olduğuna göre,}$$

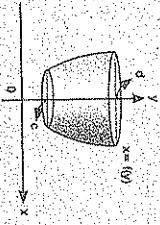
$$\int_{-3}^3 g(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

16

Örnek Akademi

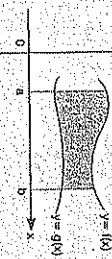
II)



$x = f(y)$  eğrisi  $y = c$  ve  $y = d$  doğruları ile sınırlı alanın  $y$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmi,

$$V = \pi \int_c^d x^2 dy \text{ integrali ile hesaplanır.}$$

III)

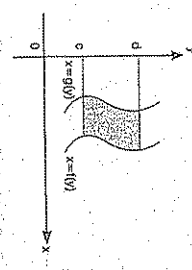


$y = f(x)$   
 $y = g(x)$  eğrileri ve  
 $x = a$   
 $x = b$  doğrularının sınırladığı alanın  $x$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi,

$$V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$$

ile hesaplanır.

IV)



$x = g(y)$   
 $x = f(y)$  eğrileri  
 $y = c$   
 $y = d$  doğruları ile sınırlı alanın  $y$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmi

$$V = \pi \int_c^d [f^2(y) - g^2(y)] dy$$

integrali ile hesaplanır.

**Kavrama Sorusu 105:**

$f(x) = e^x$  eğrisi

$x = -2$  ve  $x = 2$  doğruları arasındaki alanın  $x$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmi kaç  $b^3$  olur?

Elde edilen cismin hacmi,

$$V = \pi \int_{-2}^2 (e^x)^2 dx$$

$$= \pi \int_{-2}^2 e^{2x} dx$$

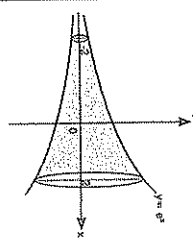
$$2x = u$$

$$2 dx = du$$

$$dx = \frac{du}{2}$$

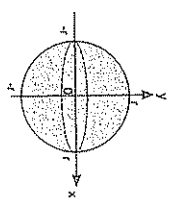
$$V = \pi \int_{-2}^2 e^{2x} dx \Rightarrow V = \pi \left( \frac{e^{2x}}{2} \right)_{-2}^2 = \pi \left( \frac{e^4}{2} - \frac{e^{-4}}{2} \right)$$

$$V = \frac{\pi}{2} (e^4 - e^{-4}) b^3 \text{ olur.}$$



**Kavrama Sorusu 106:**

$x^2 + y^2 = r^2$  denklemi ile verilen çemberin  $y$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile elde edilen cismin (kürenin) hacmini bulunuz?



$$x^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow x^2 = r^2 - y^2$$

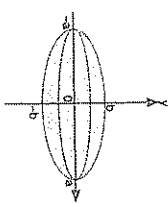
$$V = \pi \int_{-r}^r x^2 dy = \pi \int_{-r}^r (r^2 - y^2) dy$$

$$V = \pi \left( r^2 y - \frac{y^3}{3} \right)_{-r}^r = \pi \left( \frac{3r^2 y - y^3}{3} \right)_{-r}^r$$

$$V = \frac{\pi}{3} [(3r^2 - r^3) - (3r^2(-r) - (-r)^3)]$$

$$V = \frac{\pi}{3} (2r^3 + 2r^3) = V_{küre} = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ olur.}$$

**Geliştirme Sorusu 106:**



Denklemleri  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  olan elips ile sınırlı bölgenin  $y$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmini bulunuz.

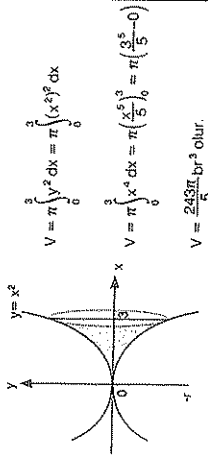
$\frac{4\pi a^2 b^3}{3}$

Örnek Akademi

## Kavrama Sorusu 107:

$y = x^2$  parabolü,  $x = 3$  doğrusu ve  $x$  eksenini sınırlı alan  $x$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi nedir?

Çözüm:



$$V = \frac{243\pi}{5} \text{ br}^3 \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 107:

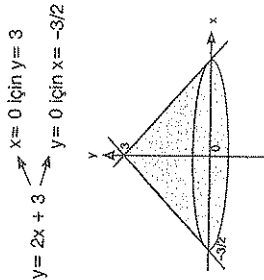
$f(x) = x^2 - 2x$  eğrisi ile  $x$  eksenini sınırlı alan  $x$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmini bulunuz.

Örnek Akademi

## Kavrama Sorusu 108:

$y = 2x + 3$  doğrusunun eksenlerle sınırlı olduğu bölge  $y$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülüyor. Elde edilen cismin hacmi kaç  $\text{br}^3$  olur?

Çözüm:



elde edilen koninin hacmini

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi (3/2)^2 \cdot 3}{3}$$

$$V = \frac{9\pi}{4} \text{ br}^3 \text{ olur.}$$

## Geliştirme Sorusu 108:

$y = 5 - x$  doğrusunun eksenlerle sınırlı olduğu bölgenin  $x$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmi kaç  $\text{br}^3$  olur?

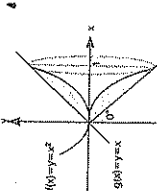
$$\frac{125\pi}{3}$$

## Kavrama Sorusu 109:

$f(x) = x^2$  eğrisi ile

$g(x) = x$  doğrusunun sınırlı olduğu alan  $x$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülüyor. Elde edilen cismin hacmi nedir?

Çözüm:



$y = x^2$  ve  $y = x$  denklemleri eşitlenerek grafiklerin kesişme (ortak) noktaları bulunur.

$$x^2 = x \Rightarrow x^2 - x = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 1) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 1$$

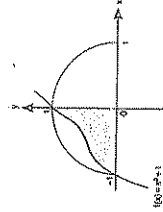
$$V = \pi \int_0^1 (g^2(x) - f^2(x)) dx = \pi \int_0^1 (x^2 - x^4) dx$$

$$V = \pi \int_0^1 (x^2 - x^4) dx = \pi \left( \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1$$

$$V = \pi \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) = \pi \frac{2}{15} = \frac{2\pi}{15} \text{ br}^3 \text{ olur.}$$

Örnek Akademi

## Geliştirme Sorusu 109:



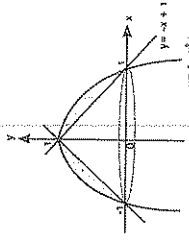
Şekilde  $x^2 + y^2 = 1$  çemberi ile  $f(x) = x^2 + 1$  eğrisinin sınırlı olduğu taralı bölge  $x$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülüyor. Elde edilen cismin hacmini bulunuz.

$$\frac{\pi}{42}$$

## Kavrama Sorusu 110:

$y = 1 - x^2$  parabolü ile  $y = -x + 1$  doğrusunun arasında kalan bölgenin  $y$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmini bulunuz.

Çözüm:



$$y = 1 - x^2 \Rightarrow x^2 = 1 - y \Rightarrow x = \sqrt{1 - y} = f(y)$$

$$y = -x + 1 \Rightarrow x = 1 - y = g(y)$$

$$\sqrt{1 - y} = 1 - y \Rightarrow 1 - y = (1 - y)^2 \Rightarrow 1 - y = 1 + y^2 - 2y \Rightarrow y^2 - y = 0$$

$$y(y - 1) = 0 \Rightarrow y = 0 \vee y = 1$$

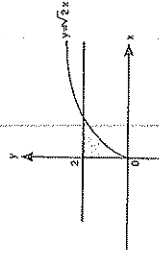
$$V = \pi \int_0^1 (f^2(y) - g^2(y)) dy = \pi \int_0^1 ((1 - y)^2 - (1 - y)^2) dy$$

$$V = \pi \int_0^1 (1 - y - 2y + y^2 - (1 - y + 2y - y^2)) dy$$

$$V = \pi \int_0^1 (y^2 - y) dy = \pi \left( \frac{y^3}{3} - \frac{y^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \pi \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) = -\frac{\pi}{6}$$

$$V = \pi \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{\pi}{6} \text{ br}^3$$

## Geliştirme Sorusu 110:



$y = 2\sqrt{x}$  eğrisi,  $y = 2$  doğrusu ve  $x = 0$  doğrusunun sınırlı olduğu taralı alanın  $y$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmini bulunuz.

$$\frac{4\pi}{3}$$

**E) İntegratin Hareket Problemlerine Uygulanması**

Bir cismin  $t$  anında aldığı yolun uzunluğu  $S(t)$  ise,

• Yolun zamana göre türevi hızı verir.

$$\text{Hız} = V = \frac{ds}{dt}$$

• Hızın zamana göre türevi ivmeyi verir.

Yolun zamana göre ikinci türevi ivmeyi verir.

$$\text{İvme} = a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

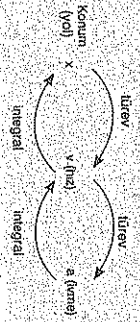
•  $t$  anında hızın zamana göre integrali yolu verir.

$$S = \int_0^t V(x) dx$$

• İvmenin zamana göre integrali hızı verir.

$$V = \int_0^t a(x) dx$$

Bu uygulamaları alttaki şema ile daha kolay öğrenebilirsiniz.



**Kavrama Sorusu 111:**

Herhangi bir  $t$  anındaki hızı

$$V(t) = 12t^2 + 4t + 1 \text{ m/sn.}$$

olan bir hareketlinin harekete başladığı andan 6 sn sonra aldığı yol kaç metredir?



Cismin harekete başladıktan 6 saniye sonra aldığı yol,

$$S = \int_0^6 V(t) dt \text{ dir.}$$

$$S = \int_0^6 (12t^2 + 4t + 1) dt$$

$$= \left( 12 \frac{t^3}{3} + \frac{4t^2}{2} + t \right)_0^6 = (4t^3 + 2t^2 + t)_0^6$$

$$= (4 \cdot 6^3 + 2 \cdot 6^2 + 6) - 0 = 4 \cdot 216 + 72 + 6$$

$$= 864 + 78 = 942 \text{ metre bulunur.}$$

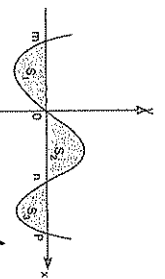
Örnek Akademi

**Geliştirme Sorusu 111:**

Hareket denklemi  $v = t^2 - 4$  olan bir hareketlinin ilk 6 saniyede aldığı toplam yolu bulunuz.

48

1.



$f$  fonksiyonunun grafiği  $x$  eksenini  $m, 0, n, p$  noktalarında kesmektedir.  $S_1 = 4, S_2 = 7, S_3 = 3 \text{ br}^2$  olduğuna göre,

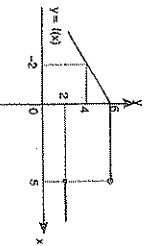
$$\int_m^p f(x) dx$$

integralinin değeri nedir?

0

2.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği ve-

şimştir.



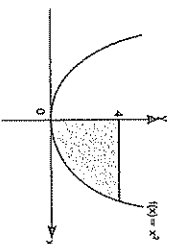
Buna göre

$$\int_{-2}^5 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

44

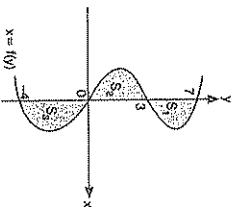
3.



$f(x) = x^2$  eğrisi ve  $y = 4$  doğrusunun grafiği çizilmiştir. Tarama bölgesinin alanı kaç  $\text{br}^2$  dir?

16/3

4.



Şekilde  $S_1 = 6, S_2 = 5, S_3 = 7 \text{ br}^2$  olduğuna göre

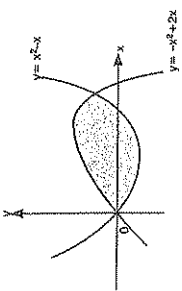
$$\int_{-4}^7 f(y) dy$$

değeri nedir?

8

Örnek Akademi

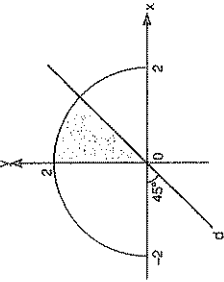
5.



Şekilde gösterilen taralı bölgenin alanı kaç  $\text{birim}^2$  dir?

9/8

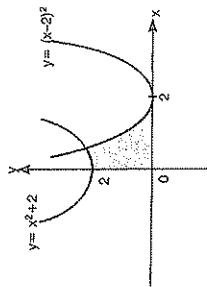
7.



Şekilde 0 merkezli yarım çember ve d doğrusu çizilmiştir. Taralı alanı gösteren integral ifadesini yazınız.

$$\int_0^2 (\sqrt{4-x^2} - x) dx$$

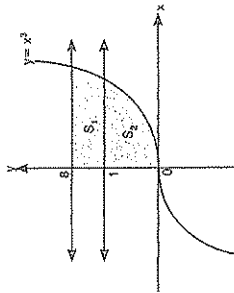
6.



Şekilde gösterilen taralı bölgenin alanı kaç  $\text{birim}^2$  olur?

13/8

8.



$y = x^3$  eğrisi,  $y = 8$ ,  $y = 1$  ve  $x = 0$  doğruları ile sınırlı  $S_1$  ve  $S_2$  alanları verilmiştir.

$$\frac{S_1}{S_2} \text{ oranı kaçtır?}$$

15

9.

$$\int_1^2 \frac{e^t dt}{t}$$

integralinde  $e^t = x$  dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

$$e^2 \int_0^1 \frac{dx}{\ln x}$$

10.

$$\int_1^4 (y^3 - y) dy$$

integralinde  $y = e^x$  dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

$$\int_0^{\ln 2} (e^{4x} - e^{2x}) dx$$

11.

$$\int_0^2 (\sqrt{4-x^2} - (2-x)) dx$$

integralinin değerini bulunuz.

 $\pi - 2$ 

12.

$$y = x$$

$$x = 2$$

$y = 0$  doğruları arasında kalan alanın,

a) x eksenini etrafında

b) y eksenini etrafında

$360^\circ$  döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmini bulunuz.

$$\frac{8\pi}{3} - \frac{16\pi}{3}$$

13.

$$y^2 = 1 - x$$

$$x = -2$$

$x = 1$  ve  $y = 0$  doğrularının sınırladığı bölgenin x eksenini etrafında döndürülmesi ile elde edilen dönel cismin hacmi kaç  $\pi \text{ birim}^3$  olur?

9/2

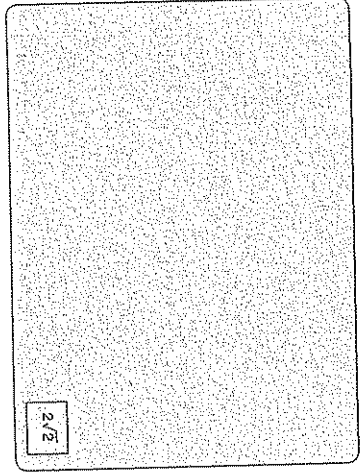
14.

$$f(x) \text{ tek fonksiyon ve } \int_{-2}^2 (f(x) + 2) f(x) dx = 16$$

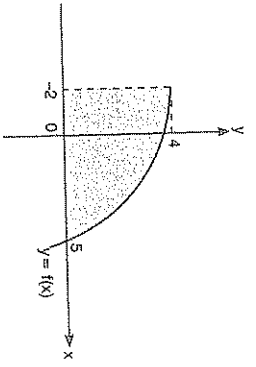
olduğuna göre  $\int_0^2 f(x) dx$  değeri kaçtır?

4

15. Herhangi bir  $t$  anındaki hız,  $V = \sqrt{1 - \cos 2t}$  m/sn. olan bir cisim harekete başladıktan  $\pi$  sn sonra kaç metre yol alır?



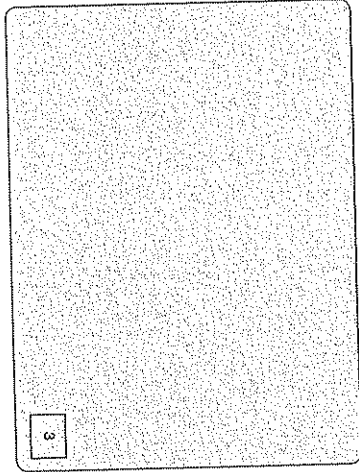
17.



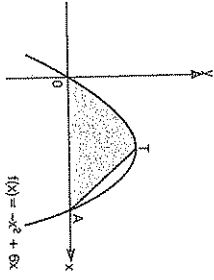
Taralı bölgenin alanı  $5 \text{ bir}^2$  olduğuna göre;

$$\int_2^5 x f(x) dx$$

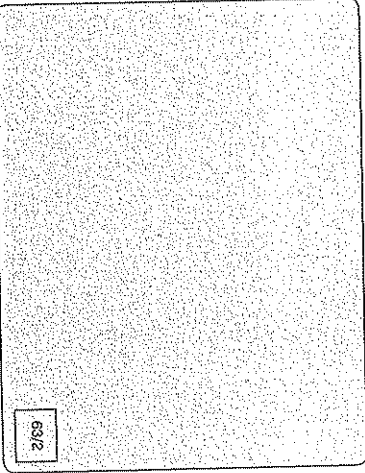
değeri kaçtır?



16.



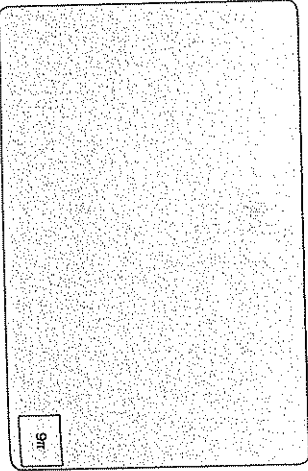
T noktası parabolün tepe noktasıdır. Taralı bölgenin alanı kaç  $\text{bir}^2$  olur?



Örnek Akademi

$$f(x) = \begin{cases} 2; & 0 \leq x < 2 \\ 1; & 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

fonksiyonunun grafiğinin  $x$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmini bulunuz.



1.

$$\int e^{2x} dx$$

İntegrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $e + c$  B)  $ex + c$  C)  $e^x + c$   
D)  $\ln x + c$  E)  $x^e + c$

5.

$$\int_{ax}^x \frac{dx}{x}$$

İşleminin sonucu nedir?

- A)  $\frac{d}{a} + c$  B)  $\frac{1}{a} + c$  C)  $\ln|x| + c$   
D)  $\ln|x| + \frac{1}{a} + c$  E)  $\frac{1}{a} \ln|x| + c$

2.

$$\int x^e dx$$

İntegralinin sonucu nedir?

- A)  $x^e + c$  B)  $\frac{x^{e-1}}{e-1}$  C)  $\frac{x^{e+1}}{e+1} + c$   
D)  $e^x + c$  E)  $\ln x + c$

6.

$$\int (\sin x - \cos x) dx$$

İşleminin sonucu nedir?

- A)  $y \cdot \sin x - \sin y + c$  B)  $(\sin x + \sin y) x + c$   
C)  $(\sin x + \sin y) y + c$  D)  $y(\sin x + 1) + c$   
E)  $-(\cos x + \sin y) + c$

3.

$$\int (e^x + 2e + e^2) dx$$

İntegralinin sonucu nedir?

- A)  $e^x + 2e^x + e^2 x + c$   
B)  $e^x + \frac{2e^x}{\ln 2} + e^2 + c$   
C)  $e^x + \ln 2 + \frac{e^2}{3} + c$   
D)  $e^x + 2e^x + c$   
E)  $\ln x + e^x + x + c$

7.

$$\frac{d}{dx} \left[ \int x^2 dx + \int d(x^2) \right]$$

İşleminin sonucu nedir?

- A)  $x^2 + 2x + c$  B)  $x^2 + 2x$  C)  $2x + 2$   
D)  $2x^2$  E)  $2x^2 + c$

4.

$$\int d(x^2) + \int x^2 dy - \int x dx$$

İşleminin sonucu hangisi olur?

- A)  $x^2 + y + c$  B)  $x^2 \left( y + \frac{1}{2} \right) + c$   
C)  $x^2 + xy^2 - \frac{x^2}{2}$  D)  $x^2 \left( y + \frac{3}{2} \right) + c$   
E)  $x^2 + xy + c$

8.

$$\int x^2 y dx - \int y^2 x dy$$

İşleminin sonucu nedir?

- A)  $\frac{x^3 y^2}{3} + c$  B)  $\frac{xy}{3} (x-y) + c$   
C)  $\frac{xy}{3} (x^2 - y^2) + c$  D)  $\frac{x^2 y^2}{3} (x+y) + c$   
E)  $\frac{xy}{3} (x^2 + y^2) + c$

Örnek Akademi

9.  $\int \frac{2}{x} dx + \int \frac{x}{2} dx$

işleminin sonucu nedir?

- A)  $\ln|x| + x^2 + c$  B)  $2(\ln|x| + x^2) + c$   
 C)  $2\ln|x| + \frac{x^2}{2} + c$  D)  $\ln|x| + \frac{x^2}{4} + c$   
 E)  $2\ln|x| + \frac{x^2}{4} + c$

12.  $\int x^2 d(2\ln x)$

integralinin sonucu nedir?

- A)  $x^2 + c$  B)  $e^x + c$  C)  $\ln x + c$   
 D)  $x + c$  E)  $\ln x^2 + c$

10.  $\int (f(x) - f'(x)) f'(x) dx$

integralinin sonucu nedir?

- A)  $f(x) + c$  B)  $[f'(x)]^2 + c$   
 C)  $[f(x) + f'(x)]^2 + c$  D)  $\frac{[f(x)]^2 - [f'(x)]^2}{2} + c$   
 E)  $2([f(x)]^2 - [f'(x)]^2) + c$

13.  $f(x) = \int e^x \cdot \ln x \, dx$

olduğuna göre  $f'(e)$  değeri nedir?

- A)  $e^3$  B)  $e^2 + 1$  C)  $e^e$  D)  $e^{e+1}$  E) 1

11.  $\int \left( \frac{x+1}{x} \right) dx - \int \left( \frac{x}{x+1} \right) dx$

işleminin sonucu nedir?

- A)  $2x + \ln|x+1| + c$  B)  $\ln|x^2+x| + c$   
 C)  $\ln x + x^2 + c$  D)  $\ln \left| \frac{x+1}{x} \right| + c$   
 E)  $\ln \left| \frac{x+1}{x} \right| + x + c$

14.  $\int x \cdot f(x) dx = x^3 - 2x^2$

olduğuna göre  $\int f(x^2) dx$  ifadesi hangisine eşit olur?

- A)  $\frac{x^3}{3} - x^2 + c$  B)  $x^3 - 4x^2 + c$  C)  $x^3 + \frac{x^2}{2} + c$   
 D)  $x^3 - 4x + c$  E)  $x^3 - 2x + c$

15.  $\int d(f(x)) = \cos x \cdot \sin x$

olduğuna göre  $f'(x)$  nedir?

- A)  $\cos^2 x$  B)  $\sin^2 x$  C) 1  
 D)  $\sin 2x$  E)  $\cos 2x$

18.  $\int \frac{\ln x}{y} dy$

işleminin sonucu nedir?

- A)  $\ln(x \cdot y) + c$  B)  $\ln x \cdot \ln y + c$  C)  $\frac{\ln x}{\ln y} + c$   
 D)  $\ln x - \ln y + c$  E)  $\ln \left( \frac{x}{y} \right) + c$

16.  $\int (4^x + x^3) dx$

integralinin sonucu nedir?

- A)  $\frac{4^x}{\ln 4} + \frac{x^4}{4} + c$  B)  $4^x \cdot \ln x + 4^{-1} \cdot x^4 + c$   
 C)  $4(\ln x + x^4) + c$  D)  $\frac{4^x}{\ln 4} + \frac{x^4}{x^4} + c$   
 E)  $(4^x + x^4) \ln 4 + c$

19.  $f(x-1) = \int dx + \int x dx - \int d(x^2)$

olduğuna göre  $f(1) - f(0)$  farkı kaçtır?

- A) 1/2 B) 0 C) -1/2 D) -1 E) -3

20.  $\int \frac{\sin x \cdot d x}{1 + \cos^2 x}$

işleminin sonucu nedir?

- A)  $\arctan(\sin x) + c$   
 B)  $-2 \arctan(\cos x) + c$   
 C)  $\arctan(\sin x) + c$   
 D)  $\arccos(\tan x) + c$   
 E)  $-\arctan(\cos x) + c$

17.  $f(x) = \int \log_3 x \, dx$

$g(x) = \int \log_x 3 \, dx$

$h(x) = (g-f)(x)$

olduğuna göre  $h'(9)$  kaçtır?

- A) 0 B) -1/2 C) -1 D) -3/2 E) -2

1.  $f'(x) = 2x + 1$  olduğuna göre  $f(1) - f(-1)$  değeri kaçtır?  
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.  $\int f(x) dx = F(x) + c$  ve  $F''(2) = -6$  olduğuna göre  $f'(2)$  değeri kaçtır?  
A) 6 B) 2 C) 0 D) -2 E) -6

3.  $\int (x + 2f(x)) dx = \frac{x^2}{2} + c$  olduğuna göre  $f(x)$  ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?  
A)  $-x$  B)  $x$  C)  $2x$  D)  $-2x$  E)  $1-x$

4.  $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$  fonksiyonu için  $g(x) = \int d[f^{-1}(x)]$  ve  $g(2) = -2$  olduğuna göre  $g(0)$  değeri kaçtır?  
A) 9/4 B) 22/3 C) -20/3 D) 15/2 E) -1

5.  $\int (x^e - e^x) dx$  integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir? ( $e \approx 2,71$ )  
A)  $e^x - e^{x+1} + c$   
B)  $x^e - e^x + c$   
C)  $x^{e+1} - e^{x+1} + c$   
D)  $\frac{x^{e+1} - e^{x+1} - e^x}{e+1} + c$   
E)  $\frac{e^{x+1} - x^{e-1}}{e} + c$

6.  $\int \frac{d(x+1)}{x}$  integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisi olur?  
A)  $\ln|x+1| + c$  B)  $\ln|x-1| + c$   
C)  $\ln|x| + c$  D)  $\ln\left|\frac{x+1}{x}\right| + c$   
E)  $\ln|x+c|$

7.  $\int \frac{(2x-1)^2}{x} dx$  integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $2x^2 - 4x + \ln|x| + c$  B)  $\frac{2x-1}{x} + c$   
C)  $x^2 - 4x + \frac{1}{x} + c$  D)  $(2x-1)^2 + \ln|x| + c$   
E)  $2 - \ln|x| + c$

8.  $\int \frac{2x+1}{2x^2+2x+1} dx$  integralinin sonucu nedir?  
A)  $\frac{1}{2} \ln|2x+1| + c$   
B)  $\ln|2x^2+2x+1| + c$   
C)  $\ln\sqrt{2x^2+2x+1} + c$   
D)  $\ln(2x^2+2x+1)^2 + c$   
E)  $2x+1 + c$

9.  $\int_a^b 3x^2 dx = 18$  ve  $\int_a^2 dx = -3$  olduğuna göre  $a-b-a^2-b^2$  işleminin sonucu kaç olur?  
A) 6 B) 3 C) -3 D) -6 E) -9

10.  $\int \frac{\sin x}{e^{\cos x}} dx$  integralinin değeri aşağıdakilerden hangisi olur?  
A)  $e^{\sin x} + c$  B)  $e^{\sin x} + c$  C)  $e^{\cos x} + c$   
D)  $e^{\sin x} + c$  E)  $e^{\cos x} + c$

11.  $\int x^2 d(x-1)$  ifadesinin eşit olduğu aşağıdakilerden hangisi olur?  
A)  $(x-1)^3 + c$  B)  $\frac{x^3}{3} + c$  C)  $x^3 + c$   
D)  $\frac{x+1}{(x-1)^3} + c$  E)  $\frac{(x+1)^3}{x-1} + c$

12.  $\int \left(\frac{x-2}{x+1}\right) dx$  integralinin sonucu nedir?  
A)  $x - 3\ln|x+1| + c$   
B)  $x - \ln\sqrt{x+1} + c$   
C)  $\ln|x+1| - 3x + c$   
D)  $\ln\left|\frac{x-2}{x+1}\right| + c$   
E)  $x - \ln|x+1| + c$

13.  $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$  integrali aşağıdakilerden hangisine eşit olur?  
A)  $\sin x + c$  B)  $\cos(\ln x) + c$  C)  $\sin x \ln x + c$   
D)  $\sin(\ln x) + c$  E)  $\ln|\sin x| + c$

14.  $\int e^{u\sqrt{x}} dx + \int \sqrt{\ln e^x} dx$  işleminin sonucu nedir?  
A)  $2x + c$  B)  $x\sqrt{x} + c$  C)  $3x\sqrt{x} + c$   
D)  $\frac{3}{4}x\sqrt{x} + c$  E)  $\frac{4}{3}x\sqrt{x} + c$

15.  $\int \frac{3dx}{x^2-x}$

integralinin sonucu nedir?

- A)  $3\ln\left|\frac{x}{x-1}\right| + c$  B)  $3\ln\left|\frac{x-1}{x}\right| + c$   
 C)  $3\ln|x-1| + c$  D)  $3\ln|x| + c$   
 E)  $3\ln|x(x-1)| + c$

18.  $\int (\sqrt{2x-1})(\sqrt{2x+1})dx \quad (x > 0)$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x^2+2x+c$  B)  $x^2+x+c$  C)  $x^2-x+c$   
 D)  $x^2-2x+c$  E)  $x^2+c$

16.  $\int \sin^3 x \sqrt{\cos x} dx$

integral işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisi olur?

- A)  $-\frac{3}{4}\sqrt{\cos^3 x} + c$  B)  $\frac{4}{3}\sqrt{\sin^3 x} + c$   
 C)  $-\frac{3}{4}\sqrt{\sin^3 x} + c$  D)  $-\frac{4}{3}\sqrt{\cos^3 x} + c$   
 E)  $\frac{3}{4}\sqrt{\cos^3 x} + c$

19.  $\int \frac{4\sin x \cos x}{1 + \cos 2x} dx$

integralinin değeri nedir?

- A)  $\ln|\cos 2x| + c$  B)  $\ln|1 + \cos 2x| + c$   
 C)  $-\ln|\cos 2x| + c$  D)  $-\ln|1 + \cos 2x| + c$   
 E)  $\ln|1 - \cos 2x| + c$

17.  $\int \cos x \cdot f'(x) dx - \int f(x) \sin x dx$

işleminin sonucu nedir?

- A)  $f(x) \sin x$  B)  $f(x) \cos x$  C)  $-f(x) \sin x$   
 D)  $-f(x) \cos x$  E)  $f'(x) \cos x$

20.  $f(x) = e^x$  fonksiyonu için,  $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx$  değeri nedir?

- A)  $e^{-x} + c$  B)  $-\ln x + c$  C)  $e^x + c$   
 D)  $-x + c$  E)  $x + c$

1.  $\int \frac{\cos^2 x dx}{1 - \sin x}$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x + \cos x + c$  B)  $x - \cos x + c$  C)  $x + \sin x + c$   
 D)  $x - \sin x + c$  E)  $1 - \sin x + c$

2.  $f(x) = \ln x - 1$   
 $g(x) = e^x + 1$

olduğuna göre  $\int (gof)(x) dx$  integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2e^x + x + c$  B)  $\frac{x^2}{e} + x + c$   
 C)  $\frac{x^2}{2e} + x + c$  D)  $2e x^2 + x + c$   
 E)  $\frac{x}{2e} + x^2 + c$

3.  $\int \sin^2 x dx - \int \cos^2 x dx$

işleminin sonucu nedir?

- A)  $\cos 2x + \sin 2x + c$  B)  $\sin 2x + c$   
 C)  $\cos 2x + c$  D)  $-\frac{1}{2} \sin 2x + c$   
 E)  $\frac{1}{2} \cos 2x + c$

4.  $\int 3(3u + 100)^9 du$

integralinin sonucu nedir?

- A)  $\frac{(3u + 100)^9}{9}$  B)  $\frac{(3u + 100)^9}{10} + c$   
 C)  $\frac{(3u + 100)^{10}}{9} + c$  D)  $\frac{(3u + 100)^{10}}{10} + c$   
 E)  $\frac{(3u + 100)^{10}}{10} + c$

5.  $\int (x+1)dy - \int (y+2)dx$

işleminin sonucu nedir?

- A)  $y+x+c$  B)  $y-x+c$  C)  $y-2x+c$   
 D)  $y+2x+c$  E)  $2y+x+c$

6.  $\int \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$

integralinin sonucu nedir?

- A)  $\frac{\tan^2 x}{2} + c$  B)  $\frac{\sec^2 x}{2} + c$  C)  $\sec^2 x + c$   
 D)  $\tan^2 x + c$  E)  $\cos^2 x + \tan^2 x + c$

7.  $\int \frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt{x+1}} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisi olur?

- A)  $(x+1)^{5/6} + c$  B)  $\frac{(x+1)^5}{6} + c$   
 C)  $\frac{5(x+1)^{5/6}}{6} + c$  D)  $\frac{5}{6}(x+1)^{5/6} + c$   
 E)  $\frac{(x+1)^5}{5} + c$

8.  $\frac{d}{dx} \int d(\cos^2 x)$

işleminin sonucu nedir?

- A)  $\cos 2x$  B)  $-\sin 2x$  C)  $-\cos 2x + c$   
 D)  $\sin 2x + c$  E)  $\sin x$

9.

$$\int (\tan^3 x - 1) dx$$

integralinin sonucu hangisidir?

- A)  $\tan x - 2x + c$  B)  $\tan x + 2x + c$  C)  $\tan x - x + c$   
D)  $\tan x + x + c$  E)  $-\tan x + c$

12.

$$\int 6(\tan^4 x + \tan^2 x) dx$$

integralinin sonucu nedir?

- A)  $4\tan^4 x + c$  B)  $2\tan^3 x + c$  C)  $3\tan^3 x + c$   
D)  $2\tan^3 x + c$  E)  $3\tan + c$

10.

$$\int dx - 2 \int \sin^2 x dx$$

integralinin sonucu nedir?

- A)  $\sin 2x + c$  B)  $\cos 2x + c$  C)  $\frac{\sin 2x}{2} + c$   
D)  $\frac{\cos 2x}{2} + c$  E)  $2x + c$

13.

$$\int \cos(\cos^2 x) \sin 2x dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

- A)  $-\sin(\cos^2 x) + c$  B)  $\sin(\cos^2 x) + c$   
C)  $-\cos(\cos^2 x) + c$  D)  $\cos(\cos^2 x) + c$   
E)  $-\sin(\cos 2x) + c$

11.

$$\int (4x^2 + 1) d(x^2)$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $4x^2 + 1 + c$  B)  $4x^4 + 1 + c$  C)  $2x^4 + 1 + c$   
D)  $\frac{4x^3}{3} + x + c$  E)  $2x^4 + x^2 + c$

14.

$$\int \sin(\cos x) \sin x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisi olur?

- A)  $\cos(\sin x) + c$  B)  $\sin(\cos x) + c$   
C)  $\sin x \cos x + c$  D)  $\cos(\cos x) + c$   
E)  $\sin(\sin x) + c$

15.

$$\int \frac{2x dx}{1 + x^2}$$

integralinin sonucu nedir?

- A)  $\ln(1 + x^2) + c$  B)  $\arctan(1 + x^2)$   
C)  $2\arctan x^2 + c$  D)  $x^2 \arctan x^2 + c$   
E)  $\arctan x^2 + c$

18.

$$\int \frac{d(\cos x)}{1 - \sin^2 x}$$

integralinin sonucu nedir?

- A)  $\sin x + c$  B)  $-\cos x + c$  C)  $\operatorname{cosec} x + c$   
D)  $-\tan x + c$  E)  $-\sec x + c$

16.

$$\int \frac{4x-1}{x^2+1} dx$$

integralinin sonucu nedir?

- A)  $\ln(x^2+1) + c$  B)  $\ln(x^2+1)^2 - x + c$   
C)  $\ln(x^2+1)^2 - \arctan x + c$  D)  $\arctan x - \ln(4x) + c$   
E)  $\arctan(x^2+1) + c$

19.

$$\int \sin^3 x \cos x dx$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{\sin^4 x}{4} + c$  B)  $\frac{\sin^3 x}{3} + c$  C)  $\frac{\cos^4 x}{4} + c$   
D)  $\frac{\cos^3 x}{3} + c$  E)  $\frac{-\sin^3 x}{4} + c$

17.

$$\int (\sin x - \cos x)^2 dx$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

- A)  $x + \cos 2x + c$  B)  $x + \frac{1}{2} \cos 2x + c$   
C)  $x + 2\cos 2x + c$  D)  $x - \cos 2x + c$   
E)  $2\cos x - \frac{x}{2} + c$

20.

$$\int \sin 3x \sin x dx$$

işleminin sonucu nedir?

- A)  $4\sin 2x + 8\sin 4x + c$  B)  $\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{8} \sin 4x + c$   
C)  $\frac{1}{2} \sin 4x - \frac{1}{4} \sin 2x + c$  D)  $\frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{8} \sin 4x + c$   
E)  $\frac{1}{8} \sin 2x + \frac{1}{4} \sin 4x + c$

1.  $\int \frac{x-2}{x^2+2} dx$   
integral işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisi olur?

A)  $x-4\ln|x+2|+c$   
B)  $x+2\ln|x+2|+c$   
C)  $x-4\ln|x-2|+c$   
D)  $x+4\ln|x-2|+c$   
E)  $x+\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+c$

2.  $\int \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}$   
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisi olur?

A)  $\ln(\arctan x) + c$   
B)  $\arctan(\ln x) + c$   
C)  $\arctan(1+\ln^2 x) + c$   
D)  $\ln x + \arctan x + c$   
E)  $\arctan x - \ln x + c$

3.  $\int (1+2\sin x) dx$   
integralinin sonucu nedir?

A)  $-\cos 2x + c$   
B)  $2\cos x + c$   
C)  $x - 2\cos x + c$   
D)  $x + 2\cos x + c$   
E)  $1 - 2\cos x + c$

4.  $\int \frac{f(x)}{x} dx = x^2 + 4x + c$   
olduğuna göre  $\int f(x) dx$  aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

A)  $x^3 + x^2 + c$   
B)  $2x^3 + x^2 + c$   
C)  $-\frac{3}{2}x^2 + x^3 + c$   
D)  $-x^3 + x^2 + c$   
E)  $\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + c$

5.  $\int (x^2 - 4x + 6) \cdot e^x dx$   
integral işleminin sonucu nedir?

A)  $e^x(x^2 - 4x + 6) + c$   
B)  $e^x(x^2 + 6x + 12) + c$   
C)  $e^x(x^2 - 6x - 8) + c$   
D)  $e^x(x^2 - 6x + 12) + c$   
E)  $e^x(2x - 4) + c$

6.  $\int 3^x \cdot x dx$   
integralinin sonucu nedir?

A)  $\frac{3^x}{\ln 3} \left(x - \frac{1}{\ln 3}\right) + c$   
B)  $\frac{3^x}{\ln 3} (x - 1) + c$   
C)  $\frac{\ln 3}{3^x} \left(x - \frac{1}{\ln 3}\right) + c$   
D)  $\ln 3 (3^x - 1) + c$   
E)  $3^x (\ln 3 - 1) + c$

7.  $\int 3x^3 \cdot e^x dx = e^x \cdot p(x) + c$   
olduğuna göre  $p(1)$  kaçtır?

A) -12 B) -6 C) 0 D) 6 E) 12

8.  $\int \frac{x^2}{x^2-1} dx$   
integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $x^2 + \ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + c$   
B)  $x - \frac{1}{2} \ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right| + c$   
C)  $x + \frac{1}{2} \ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + c$   
D)  $1 + \ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + c$   
E)  $2x + \frac{1}{2} \ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right| + c$

9.  $\int \sin^3 x \cos^3 x dx$   
integralinin sonucu nedir?

A)  $\frac{\sin^4 x \cdot \cos^6 x}{12} + c$   
B)  $\frac{3\sin^4 x + 4\cos^6 x}{6} + c$   
C)  $\sin^3 x + \cos^6 x + c$   
D)  $\frac{\sin^4 x}{4} \cdot \frac{\sin^6 x}{6} + c$   
E)  $6\sin^4 x - 4\cos^6 x + c$

12.  $\int \frac{dx}{x^2+4}$   
integralinin sonucu nedir?

A)  $\arctan 2 + c$   
B)  $\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{x}{2}\right) + c$   
C)  $\frac{1}{2} \arctan 2x + c$   
D)  $\frac{1}{2} \arctan x + c$   
E)  $2 \arctan x + c$

10.  $\int \frac{d(x^2)}{x^4-4}$   
integralinin sonucu nedir?

A)  $4 \ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right| + c$   
B)  $\frac{1}{2} \ln\left|\frac{x^2-2}{x^2+2}\right| + c$   
C)  $\ln\left|\frac{x^2+2}{x^2-2}\right| + c$   
D)  $2 \ln\left|\frac{x^2-2}{x^2+2}\right| + c$   
E)  $\frac{1}{4} \ln\left|\frac{x^2-2}{x^2+2}\right| + c$

13.  $\int \frac{dx}{e^x-1}$   
integralinin sonucu nedir?

A)  $\frac{e^x-1}{e^x} + c$   
B)  $\ln\left|\frac{e^x}{e^x-1}\right| + c$   
C)  $\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x}\right| + c$   
D)  $\ln|e^{2x}-e^x| + c$   
E)  $x + c$

11.  $\int \frac{d(x^3-2x+3)}{3x^2-2}$   
integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisinde eşittir?

A)  $x + c$   
B)  $x + \ln|3x^2-2| + c$   
C)  $3x^2-2 + c$   
D)  $x + \arctan(3x^2-2) + c$   
E)  $\frac{1}{x} + 3x^2 + c$

14.  $f(x) = \int (\sin x + \cos x) dx$   
 $f'(x)$  ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

A)  $\sin x + \cos x$   
B)  $\cos x - \sin x$   
C)  $\sin x - \cos x$   
D)  $-\sin x - \cos x$   
E)  $-\sin x \cos x$

15.  $\int (x+1)\sqrt{x} \, dx$

İntegralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

- A)  $x + c$  B)  $\frac{2\sqrt{x}}{5} + \frac{\sqrt{x}}{3} + c$   
 C)  $2x(\sqrt{x}-3) + c$  D)  $5x\sqrt{x}(\frac{2}{3}+1) + c$   
 E)  $2x\sqrt{x}(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}) + c$

18.  $\int (3m-2\sqrt{m})(3m+2\sqrt{m}) \, dm$

İntegralinin sonucu nedir?

- A)  $3m^3 - 2m^2 + c$  B)  $3m^2 + 2m^3 + c$   
 C)  $\ln \left| \frac{3m-2\sqrt{m}}{3m+2\sqrt{m}} \right| + c$  D)  $\frac{3m}{2\sqrt{m}} + c$   
 E)  $\frac{3}{2}m + c$

16.  $\int x e^{x^2} \, dx + \int d(x e^{x^2})$

İşleminin sonucu hangisi olur?

- A)  $e^{x^2}(x^2+2) + c$  B)  $(x+\frac{1}{2})(e^{x^2}-1) + c$   
 C)  $e^{x^2} + 2x + c$  D)  $e^{x^2}(x+\frac{1}{2}) + c$   
 E)  $2e^{x^2}(x+1) + c$

Örnek Akademi

19.  $\int \frac{\sin 2x}{4 + \cos^2 x} \, dx$

İntegralinin değeri nedir?

- A)  $\ln(2 + \sin x) + c$   
 B)  $\ln(4 + \cos^2 x) + c$   
 C)  $\ln(2 - \cos x) + c$   
 D)  $-\ln(4 + \cos^2 x) + c$   
 E)  $-\ln(4 - \cos x) + c$

20.  $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \, dx = p \cdot e^{\sqrt{x}} + c$

olduğuna göre  $\int (\sqrt{x})^p \, dx$  integralinin değeri nedir?

- A)  $\frac{1}{2\sqrt{x}} + c$  B)  $x + c$   
 C)  $x^2 + c$  D)  $2x + c$   
 E)  $\frac{x^2}{2} + c$

17.  $\int \frac{(3x-2)}{x(x^2+1)} \, dx = \int \frac{A}{x} \, dx + \int \frac{Bx+C}{x^2+1} \, dx$

olduğuna göre A + B + C toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. A | 2. B | 3. C | 4. E | 5. D | 6. A | 7. B | 8. C | 9. D | 10. E | 11. A | 12. B | 13. C | 14. B | 15. E | 16. D | 17. C | 18. A | 19. D | 20. E |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

1.  $\int_{-1}^2 (|x|-x) \, dx$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) -4

5.  $\int_0^3 d(x^2-2)$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2.  $f(x) = \begin{cases} e^x + 1; & x > 2 \text{ ise} \\ 1 - 2x; & x \leq 2 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu için  $\int_1^2 f(x) \, dx$  integralinin değeri kaç olur?

- A)  $e^4 - e^2 - 4$  B)  $e^2 + e + 2$   
 C)  $e^4 - e^2$  D)  $e^4 + e^2 + 4$   
 E)  $e^2(e+2)$

Örnek Akademi

6.  $\frac{d}{dx} \int_0^{20} d(\cos x)$

İşleminin sonucu nedir?

- A)  $\sin x + c$  B)  $-\sin x$   
 C)  $-\cos x$  D)  $\sin x$   
 E)  $\cos x$

3.  $f(x) = \begin{cases} x; & x > 2 \text{ ise} \\ 2; & x \leq 2 \text{ ise} \end{cases}$  ve  $g(x) = x^2 - x$

olduğuna göre  $\int_0^2 [f(x) + g(x)] \, dx$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) -12 B) 11 C) -30 D) 12 E) -52

7.  $\int_1^2 (x-2)(x^2-4x+1)^3 \, dx$

İşleminin sonucu kaç olur?

- A) 5 B)  $6\frac{1}{2}$  C)  $7\frac{1}{3}$  D)  $8\frac{1}{8}$  E) 9

4.  $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \cos x \sin y \, dy = \frac{\sqrt{3}}{4}$

eşliğini sağlayan x dar açısı kaç radyandır?

- A)  $\pi/2$  B)  $\pi/3$  C)  $\pi/4$  D)  $\pi/6$  E)  $\pi/$

8.  $\int_1^p (2x-3) \, dx = 12$

olduğuna göre p tam sayısı kaç olur?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

9.  $\int_0^{\pi/3} \sin x \cdot \sin \frac{x}{2} dx$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2 B) 1/6 C) 1 D) 1/3 E) 0

12.  $\int_0^1 \frac{3+\sqrt{x}}{x} dx$

İşleminin sonucu kaç olur?

- A)  $\ln 3$  B)  $2e^2$   
C)  $1+2\sqrt{e}$  D)  $1/e$   
E)  $e^2+1$

10.  $\int_3^4 3xd(x^2-1)$

İntegralinin sonucu nedir?

- A) 74 B) 75 C) 76 D) 77 E) 78

13.  $\int_{12}^{60} f(x) dx = 40$

olduğuna göre,

$\int_4^{28} f(2x+4) dx$

değeri kaçtır?

- A) 160 B) 80 C) 40 D) 20 E) 10

11.  $a \cdot b = 2$  olmak üzere

$\int_a^b 2x dx = 12$

olduğuna göre a.b çarpımı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

14.  $\int_a^b (3x-2) = 14$  ve  $a+b=6$

ise a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15.  $\frac{d}{dx} \left[ \int_{-1}^4 \sqrt{16-x^2} dx \right]$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{5\pi}{2}$  B)  $\frac{3\pi}{2}$  C)  $\frac{\pi}{2}$  D) 2 E) 0

18.  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$  olmak üzere

$\int_2^4 d(f'(x))$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 28 B) 26 C) 24 D) 22 E) 20

19.  $\int_{-4}^4 \sqrt{x+1} |x| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  B)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$   
C)  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$  D)  $\frac{8\sqrt{2}}{3}$   
E)  $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

16. p(x) polinomunun sabit terimi 6 ve katsayılar toplamı 18 dir.

Buna göre  $\int_0^1 \frac{p'(x) dx}{p(x)}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\ln 3$  B)  $e^3$  C) 3  
D) p(3) E) p'(3)

17.  $\int_m^n dp = -6$  ve  $\int_{-n}^m 6x^2 dx = 24$

olduğuna göre  $m^2+n^2 - mn$  değeri kaçtır?

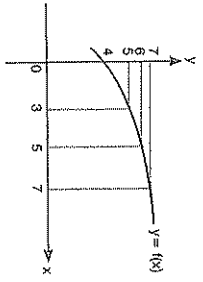
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

20.  $\int_{-1}^0 \frac{d^3}{dx^3} \left[ \int_x^{x^2} (t+1) dt \right] dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -6 B) 10 C) 6 D) -2 E) -9

1.



$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği çizilmiştir.

Buna göre  $\int_5^7 f(x) dx$  integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.

$$\int_{-\pi}^0 \sin(|x| + x) dx$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

- A) 1 B)  $\frac{\pi^2}{2}$   
D)  $2 - \frac{\pi^2}{2}$  E)  $2 + \frac{\pi}{2}$  C)  $1/2$

Örnek Akademi

5.

$$f(3) = 6 \text{ ve } \int_0^3 x \cdot f'(x) dx = 11$$

olduğuna göre

$$\int_0^3 f(x) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

6.

$$f(x) = \int_0^x \frac{t^2}{t^2 + 4} dt$$

olduğuna göre  $f'(2)$  değeri kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 1 D)  $1/2$  E) 0

3.

$$\int_{-1}^0 \frac{dx}{2 + 2x + x^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{\pi}{2}$  B)  $\frac{\pi}{3}$  C)  $\frac{\pi}{4}$  D)  $\frac{\pi}{5}$  E)  $\frac{\pi}{6}$

4.

$$\frac{d^5}{dx^5} \left( \int_{2011}^x (t^2 + 1)^2 dt \right)$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $12x + 1$  B) 24  
D)  $24x$  E)  $12x^2$  C)  $24x^2$

98

9.

$$\int_1^3 \sqrt{x^2 - 4x + 4} dx$$

işleminin sonucu nedir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4

12.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{d}{dx} \int_{2x}^{x^2} 2^t dt \right]$$

ifadesinin değeri nedir?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

10.

$$f(x) = \int_{x^2}^1 \sqrt{t^2 + 3} dt$$

fonsksiyonun  $x=1$  noktasındaki teğelinin eğimi kaç olur?

- A) -8 B) -5 C) -4 D) 1 E) 6

Örnek Akademi

13.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{t^2 - 1}{2t^2 + 5} dt}{2x}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-1/10$  B)  $-1/5$  C)  $-1/2$  D)  $1/3$  E)  $1/8$

7.

$$f(x) = \int_7^{x^2} \ln t dt$$

olduğuna göre  $f'(e^2)$  değeri kaçtır?

- A)  $e^2$  B)  $2e^2$  C)  $5e^2$  D)  $7e^2$  E)  $8e^2$

8.

$$f(x) = \int_{3x}^{x^3} 3^t dt$$

fonsksiyon için  $f'(3)$  değeri kaçtır?

- A)  $3^{30} - 3^{10}$  B)  $3^{30} - 3^{10}$  C)  $3^{30} - 3^{20}$   
D)  $3^{30}$  E)  $3^{10} - 1$

11.

$$\int_1^2 \left[ \frac{d}{dx} \int_1^{x^2} e^{2t} dt \right] dx$$

işleminin sonucu nedir?

- A)  $\frac{e^8}{2}$  B)  $e^4$  C)  $\frac{e^8 - e^2}{2}$   
D)  $\frac{e^2 + e^8}{2}$  E)  $\frac{e^8 + e^4}{2}$

14.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{t^2 - 1}{t^3 - 1} dt}{2x^3}$$

limitinin değeri kaç olur?

- A)  $-3/7$  B)  $-1/6$  C)  $-2/5$   
D)  $-1/4$  E)  $-4/3$

99

15.  $f(x) = \int_2^{5x} (t^2 + 2) dt$  olduğuna göre  $f'(0) - f'(\pi)$  farkı kaçtır?

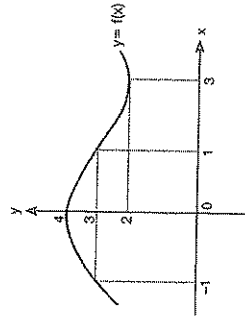
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16.  $\int_{2x-1}^1 f(t) dt = x^2 - 2x + 3$

olduğuna göre  $f(3)$  değeri kaçtır?

- A) -1/2 B) 0 C) 1/2 D) 1 E) 3/2

19.



$y = f(x)$  fonksiyonun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_1^2 f(x^2 + x - 3)(2x + 1) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

17.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x - 1}$

işleminin sonucu nedir?

- A) 0 B) 3 C)  $4\sqrt{2}$  D)  $6\sqrt{3}$  E) 9

20.  $\int_2^{m-1} (m - 2x) dx \geq 6 - 4m$

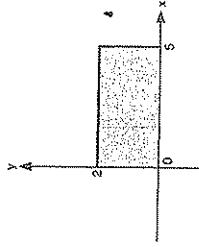
eşitsizliğini gerçekleyen en küçük m doğal sayısı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. A | 2. D | 3. C | 4. B | 5. E | 6. D | 7. E | 8. A | 9. B | 10. C | 11. C | 12. E | 13. A | 14. B | 15. D | 16. C | 17. D | 18. A | 19. E | 20. B |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

## GELİŞTİRME TESTİ 7

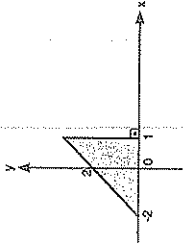
1.



Şekilde verilen taralı dikdörtgenin alanını aşağıdaki integrallerden hangisi ifade eder?

- A)  $\int_0^5 dx$  B)  $\int_0^5 x dx$  C)  $\int_0^5 2 dx$   
D)  $\int_0^5 2x dx$  E)  $\int_0^5 \frac{dx}{2}$

3.

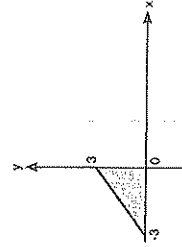


Şekildeki taralı üçgenin alanını veren integral hangisidir?

- A)  $\int_{-2}^2 (x+2) dx$  B)  $2 \int_{-2}^2 (x+2) dx$  C)  $\int_0^2 (y+2) dy$   
D)  $\int_{-2}^1 (x+2) dx$  E)  $\int_{-2}^1 (2-x) dx$

Örnek Akademi

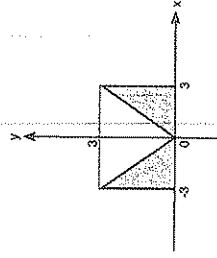
2.



Şekildeki taralı üçgenin alanını veren integral aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\int_{-3}^0 (x+3) dx$  B)  $\int_0^3 (x-3) dx$  C)  $\int_{-3}^3 (3-x) dx$   
D)  $\int_{-3}^0 3x dx$  E)  $\int_0^3 (3x+1) dx$

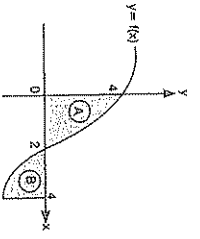
4.



Şekilde taralı alanı hangi integral ile elde edilir?

- A)  $\int_{-3}^3 x dx$  B)  $\int_{-3}^3 3x dx$  C)  $\int_{-3}^3 (-x) dx$   
D)  $\int_{-3}^0 2x dx$  E)  $\int_{-3}^3 |x| dx$

5.



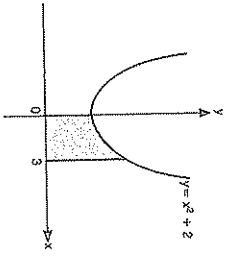
$y = f(x)$  fonksiyonunda taralı bölgelerin alanları  $A=12$  br<sup>2</sup> ve  $B=8$  br<sup>2</sup> dir. Buna göre

$$\int_0^4 f^{-1}(x) dx + \int_2^4 f(x) dx$$

toplamı kaçtır?

- A) -4 B) 4 C) 8 D) 12 E) 20

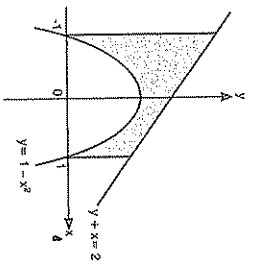
7.



$y = x^2 + 2$  eğrisi ile  $x=0$ ,  $x=3$  ve  $y=0$  doğrularının sınırladığı bölgenin alanı kaç br<sup>2</sup> olur?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

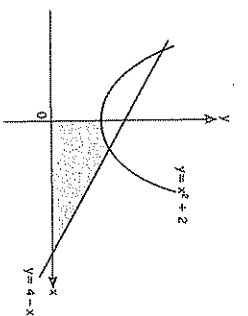
9.



Şekilde  $y+x=2$  doğrusu ve  $y=1-x^2$  parabolünün sınırladığı taralı bölgenin alanı kaç br<sup>2</sup> olur?

- A) 7/3 B) 8/3 C) 3 D) 10/3 E) 11/3

11.



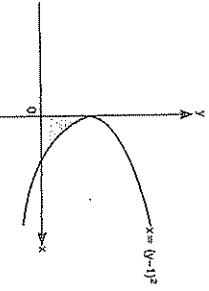
Şekilde  $y = x^2 + 2$  eğrisi,  $y = 4 - x$  doğrusu ve eksenlerle sınırlı bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) 41/6 B) 14/3 C) 43/6 D) 22/3 E) 15/2

Örnek Akademi

Örnek Akademi

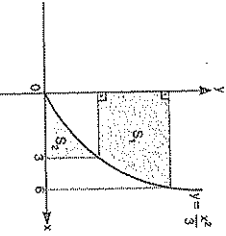
6.



$x = (y - 1)^2$  eğrisinin eksenlerle sınırladığı taralı bölgenin alanı kaç br<sup>2</sup> olur?

- A) 1/3 B) 2/3 C) 1 D) 4/3 E) 5/3

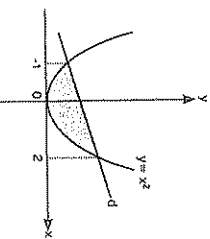
8.



Şekilde  $y = \frac{x^2}{3}$  parabolünün grafiği çizilmiştir.  $S_1$  ve  $S_2$  taralı alanları için  $k \cdot S_2 = S_1$  olduğuna göre  $k$  kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

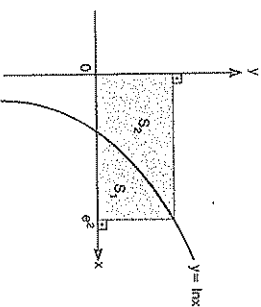
10.



Şekilde  $y = x^2$  eğrisi ve  $d$  doğrusunun sınırladığı taralı bölgenin alanı kaç br<sup>2</sup> olur?

- A) 11/2 B) 5 C) 9/2 D) 4 E) 7/2

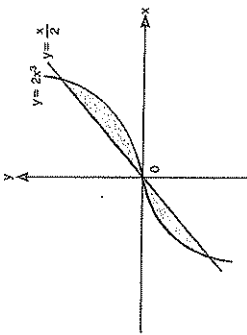
12.



$y = \ln x$  eğrisi çizilmiştir.  $S_1$  ve  $S_2$  alanları için  $S_2 - S_1$  farkı kaç br<sup>2</sup> olur?

- A) 0 B) -1/2 C) 1 D) -3/2 E) -2

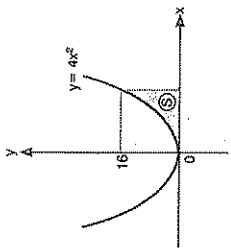
13.



Şekilde  $y = 2x^2$  eğrisi ve  $y = \frac{x}{2}$  doğrusunun sınırladığı taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{1}{4}$  C)  $\frac{1}{8}$  D)  $\frac{1}{16}$  E)  $\frac{1}{32}$

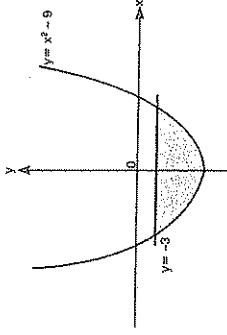
15.



$y = 4x^2$  eğrisi çizilmiştir. Taralı S alanı kaç birim karedir?

- A) 12 B)  $\frac{37}{2}$  C)  $\frac{32}{3}$  D) 11 E)  $\frac{25}{6}$

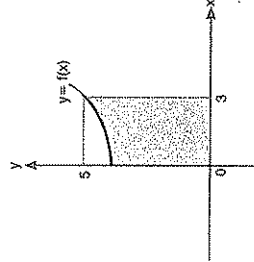
14.



Şekilde  $y = x^2 - 9$  eğrisi ile  $y = -3$  doğrusunun sınırladığı taralı alanı veren integral aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2 \int_0^{\sqrt{6}} (x^2 - 6) dx$  B)  $2 \int_0^{\sqrt{6}} (6 - x^2) dx$   
C)  $2 \int_0^{\sqrt{2}} (9 - x^2) dx$  D)  $2 \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} (x^2 - 6) dx$   
E)  $2 \int_0^3 (6 - x^2) dx$

16.

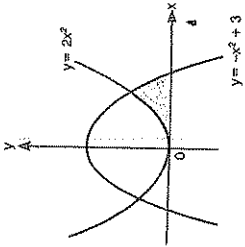


$y = f(x)$  eğrisi çizilmiştir.

Taralı bölgenin alanı  $6b^2$  olduğuna göre  $\int_0^3 f(x) \cdot x dx$  integralinin değeri kaçtır?

- A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 9

17.

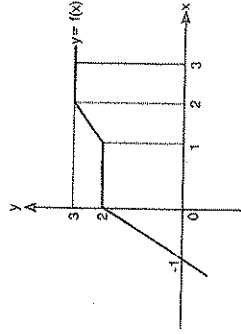


Şekilde  $y = 2x^2$  ve  $y = -x^2 + 3$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A)  $2\sqrt{3} + 2$  B)  $2\sqrt{3} - 2$  C)  $2\sqrt{3}$   
D) 2 E)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

18.

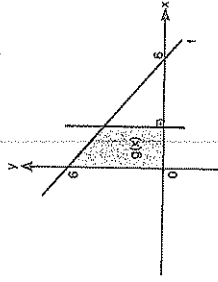


$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$\int_{-1}^3 f(x) dx$  değeri kaçtır?

- A)  $\frac{11}{2}$  B) 5 C)  $\frac{9}{2}$  D) 4 E)  $\frac{7}{2}$

20.



$f$  fonksiyonunun grafiği çizilmiştir.

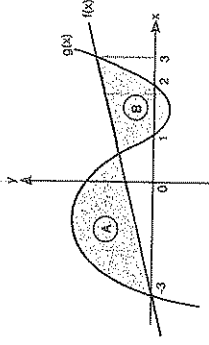
$0 < x < 6$  olmak üzere

$g(x) = \int_0^x f(x) dx$  "Şekildeki taralı bölgenin alanı" biçiminde tanımlandığına göre,

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

- A)  $3x^2 - 3x^3 + c$  B)  $-\frac{x^3}{2} + x^2 + c$   
C)  $-\frac{x^3}{6} + 3x^2 + c$  D)  $\frac{x^2}{6} + 3x + c$   
E)  $-\frac{x^3}{2} + \frac{x^2}{6} + c$

19.



$f(x)$  ve  $g(x)$  eğrilerinin sınırladığı A ve B alanları arasında,  $A + 2 = B$  bağıntısı olduğuna göre,

$$\int_{-3}^3 [g(x) - f(x)] dx$$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisi olur?

- A) 2 B) 2A C) 2B D) -2 E) 0

1.  $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$

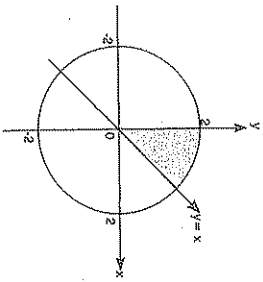
integralin sonucu kaç olur?

- A)  $\frac{\pi}{4}$  B)  $\frac{\pi}{2}$  C)  $\pi$  D)  $\frac{3\pi}{2}$  E)  $\pi^2$

2.  $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx + \int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx$

işleminin sonucu nedir?

- A)  $2\pi$  B)  $\frac{9\pi}{4}$  C)  $\frac{11\pi}{2}$  D)  $\frac{13\pi}{4}$  E)  $\frac{15\pi}{2}$



3.

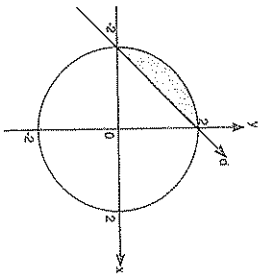
Şekilde o merkezli çember ve  $y=x$  doğrusunun grafiği çizilmiştir. Taralı bölgenin alanı aşağıdaki integralerin hangisi ile ifade edilir?

- A)  $\int_0^2 (x - \sqrt{4-x^2}) dx$  B)  $\int_0^2 (\sqrt{4-x^2} - x) dx$   
C)  $\int_0^{\sqrt{2}} (x - \sqrt{4-x^2}) dx$  D)  $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (\sqrt{4-x^2} + x) dx$   
E)  $\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{4-x^2} - x) dx$

4.  $\int_0^2 (2 - \sqrt{4-x^2}) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $4-\pi$  B)  $2-\pi$  C)  $\pi+2$  D)  $4+\pi$  E)  $2\pi$

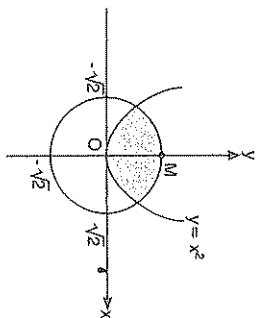


5.

Şekildeki O merkezli çember ile d doğrusunun sınırladığı taralı bölgenin alanını veren integral aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\int_{-2}^2 (\sqrt{4-x^2} - x + 2) dx$  B)  $\int_{-2}^0 (x + 2 - \sqrt{x^2 - 4}) dx$   
C)  $\int_{-2}^0 (\sqrt{4-x^2} - x - 2) dx$  D)  $\int_{-2}^0 (\sqrt{4-x^2} + x + 2) dx$   
E)  $\int_{-2}^0 (\sqrt{x^2 + 4 - x - 2) dx$

6.



$y = x^2$  parabolü ile merkezi orijin olan  $\sqrt{2}$  birim yarıçaplı çember çizilmiştir.

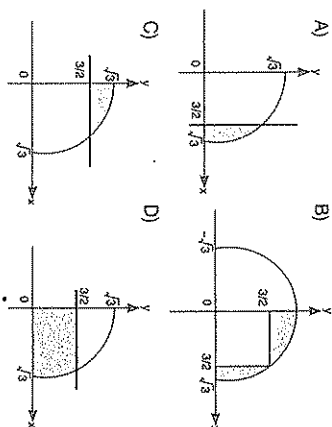
Taralı bölgeyi veren integral aşağıdakilerden hangisi olur?

- A)  $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (\sqrt{4-x^2} - x^2) dx$   
B)  $\int_{-1}^1 (\sqrt{2-x^2} - x^2) dx$   
C)  $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (\sqrt{2-x^2} - x^2) dx$   
D)  $\int_{-2}^2 (\sqrt{4-x^2} - x^2) dx$   
E)  $\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{2-x^2} - x^2) dx$

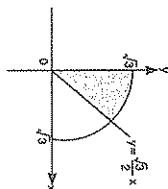
7.

$\int_0^{\sqrt{3}/2} (\sqrt{3-y^2} - 3/2) dy$

integrali ile aşağıdaki taralı bölgelerden hangisinin alanı hesaplanır?

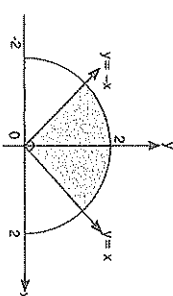


E)



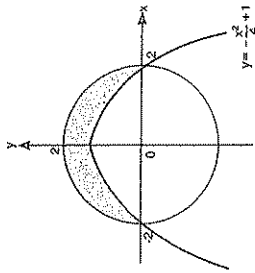
Örnek Akademi

8.



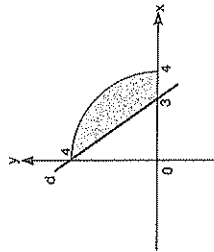
Şekilde, o merkezli çember,  $y = x$  ve  $y = -x$  doğruları çizilmiştir.

- A)  $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (\sqrt{4-x^2} - |x|) dx$  B)  $\int_{-2}^2 (\sqrt{4-x^2} - |x|) dx$   
C)  $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (\sqrt{4-x^2} - x) dx$  D)  $\int_{-2}^2 (\sqrt{4-x^2} + x) dx$   
E)  $2 \int_0^2 (\sqrt{4-x^2} - x) dx$



Şekilde O merkezli çember ile  $y = -\frac{x^2}{4} + 1$  parabolünün sınırladığı taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A)  $\pi + \frac{4}{3}$  B)  $2\pi - \frac{4}{3}$  C)  $2\pi + \frac{4}{3}$   
D)  $2\pi - \frac{8}{3}$  E)  $\frac{4\pi}{3}$



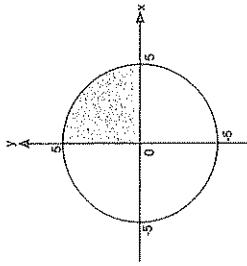
O merkezli çember, d doğrusu ve X ekseninin sınırladığı taralı bölgenin alanını veren integral aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\int_0^4 \left( \sqrt{16-x^2} - \frac{12-4x}{3} \right) dy$   
B)  $\int_0^4 \left( 4x - 12 - \sqrt{16-x^2} \right) dx$   
C)  $\int_0^4 \left( \sqrt{16-y^2} - \frac{4y-3}{2} \right) dy$   
D)  $\int_0^4 \left( \sqrt{16-y^2} - 4y + 3 \right) dy$   
E)  $\int_0^4 \left( \sqrt{16-y^2} - 3 + \frac{3y}{4} \right) dy$

$$\int_{-\sqrt{3}}^0 (-\sqrt{3-x} + \sqrt{3-x^2}) dx$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{3\pi-6}{4}$  B)  $\frac{6\pi-3}{2}$  C)  $3\pi-3$   
D)  $\frac{6\pi-3}{2}$  E)  $3\pi-\frac{\sqrt{3}}{2}$



Şekildeki taralı çeyrek dairenin alanını veren integral aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\int_0^5 \sqrt{5-x^2} dx$  B)  $\int_0^5 \sqrt{25-x^2} dx$   
C)  $\int_0^5 (\sqrt{5-\sqrt{x}}) dx$  D)  $\int_0^5 (5-\sqrt{x}) dx$   
E)  $\int_0^5 \sqrt{5-x^2} dx$

$$\int_0^1 \sqrt{2x-x^2} dx$$

integralinin değeri nedir?

- A)  $\frac{\pi}{8}$  B)  $\frac{\pi}{4}$  C)  $\frac{\pi}{2}$  D)  $\pi$  E)  $2\pi$

$$\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx - \int_0^4 \sqrt{4-x^2} dx$$

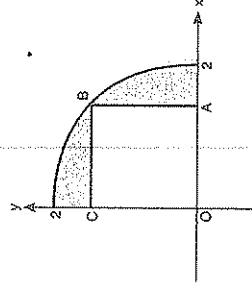
işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\pi$  B)  $\frac{3\pi}{2}$  C)  $2\pi$  D)  $\frac{5\pi}{2}$  E)  $3\pi$

$$\int_1^8 \frac{\sqrt{1-\ln^2 x}}{x} dx$$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

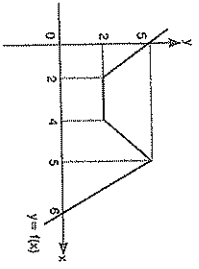
- A)  $\pi$  B)  $\pi/2$  C)  $\pi/4$  D)  $\pi/8$  E)  $0$



O merkezli çeyrek çember ile OABC karesi çizilmiştir. Taralı alan aşağıdaki integrallerden hangisi ile hesaplanır?

- A)  $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx - \sqrt{2}$   
B)  $\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{2}x - \sqrt{4-x^2}) dx$   
C)  $2 \int_0^2 (\sqrt{2} - \sqrt{4-x^2}) dx$   
D)  $2 \int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{4-x^2} - \sqrt{2}) dx$   
E)  $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx - \int_0^2 \sqrt{2} dx$

1.

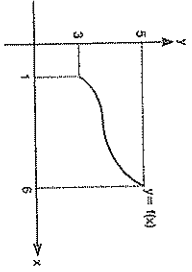


$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği çizilmiştir.

Buna göre,  $\int_0^6 f(x) dx$  integralinin sonucu nedir?

- A) 12 B) 15 C) 17 D) 19 E) 20

3.



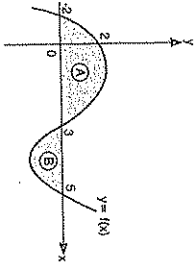
$f: [1, 6] \rightarrow [3, 5]$  tanımlı birer bir ve örten  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği çizilmiştir. Buna göre;

$$\int_1^6 f(x) dx + \int_3^5 f^{-1}(x) dx$$

toplamı kaçtır?

- A) 16 B) 20 C) 23 D) 26 E) 27

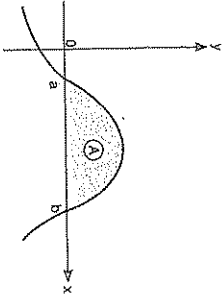
2.



A ve B alanları için  $A + B = 15$  olmak üzere  $\int_{-2}^5 f(x) dx = 9$  ise  $\int_{-2}^2 f(x) dx$  integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 14

4.



$f(x)$  eğrisi ile x ekseninin sınırladığı A alanı  $12b^2$  dir.

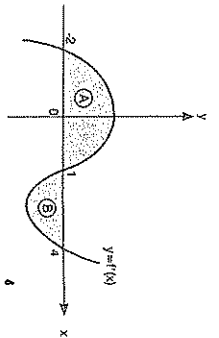
Buna göre;

$$\int_a^b [f'(x) + f(x) + 1] dx$$

integralinin değeri nedir?

- A)  $12-a+b$  B)  $12+a-b$  C)  $12+a+b$   
D)  $12-a-b$  E)  $12+ab$

5.



$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

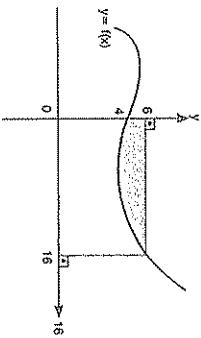
$A = 28b^2$ ,  $B = 16b^2$  olduğuna göre

$$\int_{-2}^4 \frac{d}{dx} (f(x)) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 16 B) 12 C) 24 D) 28 E) 44

6.



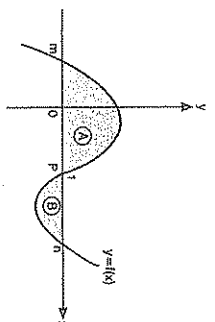
$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği çizilmiştir. Taralı bölgenin alanı  $10b^2$  olduğuna göre,

$$\int_0^{16} [f'(x) + f'(x)] dx$$

integralinin sonucu kaç olur?

- A) 26 B) 48 C) 80 D) 88 E) 96

7.



A ve B bölümlerinden bölge A'nın alanıdır.

$$\int_m^n f(x) dx = 12 \text{ ve } \int_m^n |f(x)| dx = 42$$

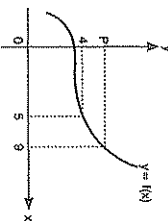
olduğuna göre

$$\int_p^p f(x) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 27 B) 15 C) 0 D) -15 E) -27

8.



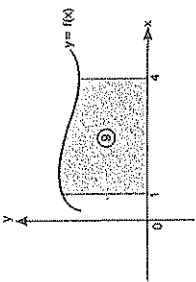
verilen grafiğe göre,

$$\int_0^9 f(x) dx + \int_1^9 f'(x) dx = 34$$

olduğuna göre p kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

9.



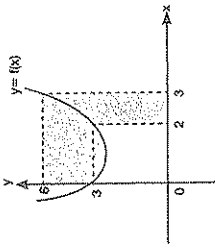
Şekildeki taralı olan  $9\pi r^2$  dir. Bu alanın x eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürmesiyle elde edilen cismin hacmi  $V\pi r^3$  tür.

$$\int_0^4 (f(x) - 2)^2 dx = 24$$

olduğuna göre V kaçtır?

- A)  $16\pi$  B)  $24\pi$  C)  $30\pi$  D)  $36\pi$  E)  $48\pi$

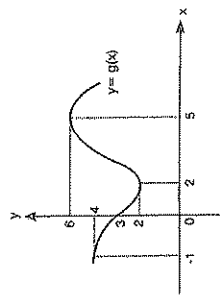
11.



Şekilde  $f(x) = x^2 - 2x + 3$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A)  $\frac{38}{3}$  B) 13 C)  $\frac{40}{3}$  D)  $\frac{41}{3}$  E) 14

10.



$y = g(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\int_0^2 f(x) dx = g(x)$$

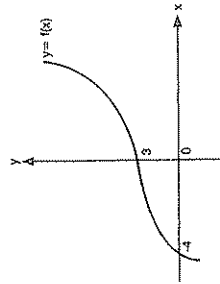
olduğuna göre

$$\int_{-1}^2 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx$$

işleminin sonucu nedir?

- A) -9 B) -5 C) 0 D) 2 E) 7

12.



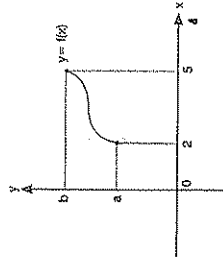
Birebir ve örten  $y = f(x)$  fonksiyonu için

$$\int_0^3 f(x) dx = 12 \text{ ise } \int_{-4}^0 f^{-1}(x) dx$$

kaçtır?

- A) -12 B) -6 C) 0 D) 6 E) 12

13.



$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği çizilmiştir.

$$\int_0^5 f(x) dx = 19$$

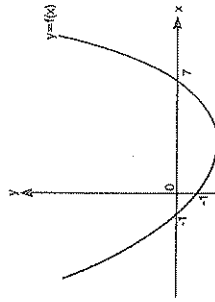
olduğuna göre

$$\int_2^5 [f(x) - 3] dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 19 B) 18 C) 15 D) 11 E) 10

14.



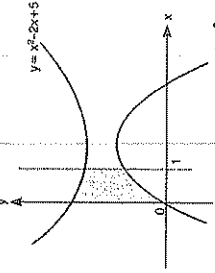
$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\int_0^7 (f'(x) + 4x) dx$$

integralinin değeri kaç olur?

- A) 100 B) 99 C) 49 D) 48 E) -51

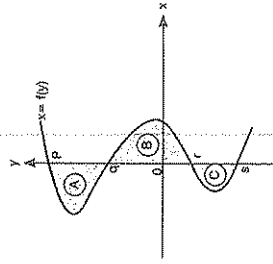
15.



Şekilde;  $y = x^2 - 2x + 5$ ,  $y = 4x - x^2$  eğrileri ile  $x = 0$ ,  $x = 1$  doğrularının sınırladığı taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) 5 B)  $\frac{11}{3}$  C)  $\frac{9}{4}$  D)  $\frac{8}{3}$  E) 2

16.



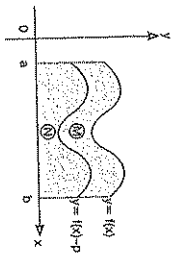
Şekilde  $x = f(y)$  bağıntısının grafiği verilmiştir.

$$\int_0^8 f(y) dy < 0 \text{ ve } \int_0^8 f(y) dy > 0 \text{ olduğuna göre}$$

A, B, C taralı alanların büyüklük sıralaması aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A)  $B < C < A$  B)  $C < A < B$   
C)  $C < B < A$  D)  $A < C < B$   
E)  $A < B < C$

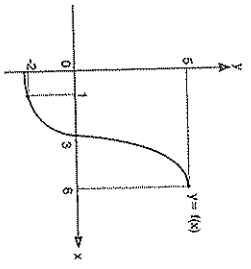
19.



Şekildeki grafiğe göre M alanın a, b, p cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p (b-a) B) p (a-b) C) p (a+b)  
D) p a · b E) a · p · b

17.



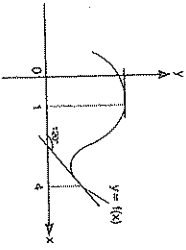
y=f(x) fonksiyonunun grafiği çizilmiştir.

$$\int_1^6 |f'(x)| dx$$

İntegralinin değeri nedir?

- A) 14 B)  $\frac{29}{2}$  C) 15 D)  $\frac{31}{2}$  E) 16

18.



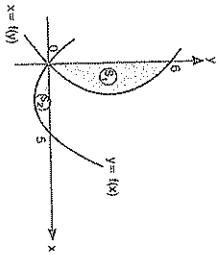
f(x) fonksiyonunun x=1 ve x=4 noktalarındaki teğetleri çizilmiştir.

$$\int_1^4 f'(x) dx$$

İntegralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 1/2 C)  $\sqrt{3}$  D)  $1/\sqrt{2}$  E)  $1/\sqrt{3}$

20.



y=f(x) ve x=g(y) eğrileri ile eksenlerin sınırladığı alanlar, S<sub>1</sub>=4, S<sub>2</sub>=3 b<sup>2</sup> olduğuna göre,

$$\left( \int_0^6 (f(x)-1) dx \right) \left( \int_0^6 (g(y)+1) dy \right)$$

işleminin sonucu kaç olur?

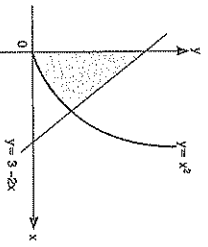
- A) 1/5 B) -3 C) 5 D) -4/5 E) 5/8

1.  $f(x) = \int_0^{\cos x} \sin t dt$

olduğuna göre  $f'(\frac{\pi}{2})$  değeri kaçtır?

- A)  $-\sqrt{3}/2$  B) -1/2 C) 1/2  
D) 1/2 E) 0

4.



Şekildeki taralı bölgenin y eksenli etrafında 360° döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmi kaç  $\pi$  b<sup>3</sup> olur?

- A) 1 B) 2 C) 7/6 D) 1/2 E) 1/3

2.

$$\int_{-1}^1 x^2 \cdot x^2 + 1 dx = \frac{2}{3}$$

eşitliğini sağlayan a tam sayısı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5.

$$\int_0^1 (1-x^2-\sqrt{1-x^2}) dx$$

İntegralinin değeri kaçtır?

- A)  $4-\frac{\pi}{4}$  B)  $\frac{2}{3}+\frac{\pi}{2}$  C)  $8-2\pi$   
D)  $\frac{8-3\pi}{12}$  E)  $\frac{3\pi+4}{3}$

3.

$$\int_0^3 \frac{3f'(3x) dx}{f(3x)+1}$$

İntegralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\ln \left| \frac{1+f(9)}{1+f(0)} \right|$  B)  $\ln \left| \frac{3+f(9)}{1+f(0)} \right|$   
C)  $\ln \left| \frac{f(9)}{f(0)} \right|$  D)  $\frac{f(9)-1}{f(0)-1}$   
E)  $3 \ln |f(9) + f(0)|$

6.

$$\int \frac{dx}{x} \cdot \int \frac{x+1}{x} dx$$

İntegralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -x+c B)  $\ln|x|+c$   
C) x+c D) 2x+c  
E) -2x+c

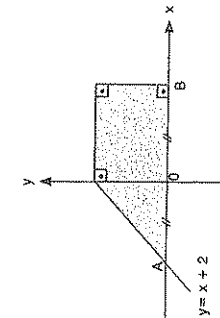
7.  $f(x) = \int_{3x}^x (a+b)dx$  olduğuna göre

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1}$  değeri kaçtır?

- A) -9 B) -6 C) 0 D) 3 E) 12

8.  $\int_m^n (x^{10} + x^6 + x^4 + 4)dx + \int_n^m (x^{10} + x^6 + x^4 + 1)dx = 12$  olduğuna göre  $m - n$  farkı kaçtır?

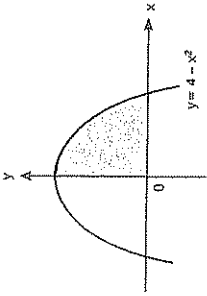
- A) 4 B) 3 C) 1 D) -2 E) -4



$|AO| = |OB|$  olmak üzere taralı alanı veren integral aşağıdakilerden hangisi ile gösterilir?

- A)  $\int_{-2}^0 (x+2)dx + \int_0^2 (x+2)dx$   
B)  $\int_{-2}^2 (x+2)dx$   
C)  $\int_{-2}^0 (x+2)dx + 2 \int_0^2 dx$   
D)  $\int_{-2}^2 (x+4)dx$   
E)  $\int_{-2}^2 (x+2)dx + 2 \int_0^2 dx$

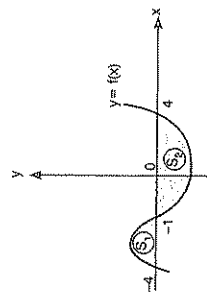
10.



Şekildeki taralı bölgenin y eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

11.



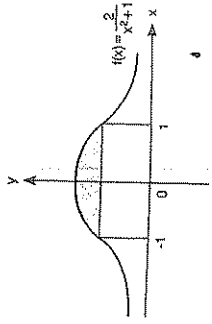
$y = f(x)$  fonksiyonun grafiği verilmiştir.

$S_1 + S_2 = 24$  ve  $\int_1^4 f(x)dx = 6$  olduğuna göre

$\int_{-1}^4 f(x)dx$  integralinin değeri kaçtır?

- A) -6 B) -9 C) -12 D) -15 E) -18

12.



Şekildeki taralı alan kaç  $br^2$  olur?

- A)  $\frac{\pi}{2} - 1$  B)  $\pi - 1$  C)  $\frac{\pi}{2} + 1$   
D)  $\pi + 1$  E)  $\pi - 2$

15.

$\int_0^{2\pi} f(t)dt = x \cos(\pi - x)$  olduğuna göre  $f(0)$  değeri kaçtır?

- A) 1 B) 1/2 C) -1/2 D) -1 E) -5/2

16.

$\frac{d}{dx} \left[ \int d(\ln x - \sin x) \right]$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisi olur?

- A)  $\frac{1}{x} - \cos x$   
B)  $\frac{1}{x} + \cos x$   
C)  $\frac{1}{x} - \cos x + c$   
D)  $\frac{1}{x} + \cos x + c$   
E)  $\frac{\cos x}{x} + c$

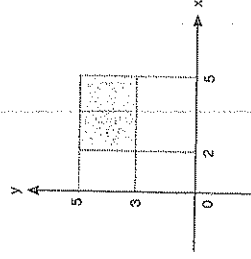
13.  $\frac{d}{dx} \int d(\cos x)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\cos x$  B)  $\cos x + c$   
C)  $-\sin x$  D)  $-\sin x + c$   
E)  $x + c$

Örnek Akademi

17.



Şekildeki taralı alanın y eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmi kaç birim küptür?

- A)  $18\pi$  B)  $24\pi$  C)  $30\pi$  D)  $36\pi$  E)  $42\pi$

18.  $f(x) = 4x - 2$  fonksiyonu  $y = f(x)$  türev fonksiyonu ve eksenlerin sınırladığı bölgenin alanı kaç birim kare olur?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

20.  $y = 2x + 3$

ve  $y = x + 3$  doğruları ile  $x$  eksenı arasında kalan bölge  $y$  eksenı etrafında  $360^\circ$  döndürülürse oluşan cismin hacmi kaç  $\text{br}^3$  olur?

- A)  $\frac{27\pi}{4}$  B)  $\frac{13\pi}{2}$  C)  $\frac{25\pi}{4}$   
D)  $6\pi$  E)  $\frac{23\pi}{4}$

Örnek Akademi

19.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$  integralinde  $u^2 = 1-x$

değişken değişimi yapılsa aşağıdaki integral-lerden hangisi elde edilir?

- A)  $2 \int du$  B)  $-2 \int du$  C)  $2 \int u du$   
D)  $-2 \int u du$  E)  $\int \frac{du}{2}$

1.  $\int_{-1}^2 e^{x/4} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $e-2$  B)  $e^2 + \frac{1}{e}$  C)  $3+e$   
D)  $e^3 - \frac{1}{e}$  E)  $e^3 + e-2$

2.  $\int_0^3 f(x) dx = -9, \int_0^3 g(x) dx = 11$

olduğuna göre

$\int_0^3 [f(x) + g(x)] dx$  işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $-2/3$  B)  $-1/2$  C)  $3/4$  D)  $4/5$  E) 2

Örnek Akademi

4.  $\int_a^b f(x) dx = -18$  ve  $\lim_{x \rightarrow b} \frac{f(x) - f(a)}{x-a} = 12$

olduğuna göre  $a - b$  farkı kaçtır?

- A) -6 B) -2/3 C) -3/2 D) 2 E) 30

5.  $\int_{\ln 1}^{\ln 2} (e^{2x} - e^x) dx$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 6 B) 5/3 C) 1 D) 1/2 E) -1/3

6.  $\frac{d^3}{dx^3} \left( \int (8x^3 + 6x^2) dx \right)$

integralinin sonucu hangisi olur?

- A)  $24x^2 + 12x$  B)  $48x + 12$  C)  $12x$   
D) 24 E) 48

7.  $P(x)$  bir polinomdur.  $\left[ \int p(x) dx \right] (p'(x) \cdot P'(x^2 + 1))$

ifadesi 32. dereceden bir polinom olduğuna göre  $P(x)$  polinomunun derecesi kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| A | B | C | D | E | A | B | C | D | E  | A  | B  | C  | D  | E  | A  | B  | C  | D  | E  |

3.  $\int_1^2 \frac{dx}{x} = \int_1^2 x dx$   
olduğuna göre a kaçtır?

- A)  $\sqrt{\ln 4}$  B)  $\sqrt{2e}$  C)  $\ln 2$   
D)  $\sqrt{\ln 2}$  E) e

9.  $\int_{-2}^5 f(x) dx = 5$  ve  $\int_{-2}^5 [f(x) + 3] dx = 40$   
olduğuna göre

$\int_5^9 f(x) dx$   
değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10.  $\frac{d}{dx} \left( \int_{-2}^2 x^3 dx + \int_{-2}^2 \left( \frac{d}{dx} x^3 \right) dx \right)$

işleminin değeri kaç olur?

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 40

11.  $\sum_{n=17}^{20} \left( \int_{18}^{19} m \cdot dn \right)$

toplamının sonucu kaç olur?

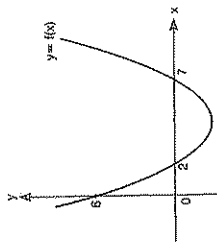
- A) 74 B) 72 C) 66 D) 60 E) 57

12.  $\int_0^5 |x-5| dx$

integral işleminin sonucu nedir?

- A) 7/2 B) 8 C) 9/2 D) 10 E) 11/2

13.



$y = f(x)$  fonksiyonun grafiği verilmiştir.

$\int_0^7 f'(x) dx$

işleminin sonucu nedir?

- A) 7 B) 5 C) 0 D) -2 E) -6

14.  $\frac{d}{dx} \left( \int_0^2 f(x) dx \right) = x^4 - 2x^3 + 2$

olduğuna göre  $f(2)$  değeri kaç olur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15.  $\int_0^{\pi/2} f(\sin x) \cos x dx$

integralinde  $p = \sin x$  dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

- A)  $\int_{-1}^0 f(p) dp$  B)  $-\int_0^1 f(p) dp$  C)  $-\int_{-1}^0 f(p) dp$   
D)  $\int_0^1 f(p) dp$  E)  $\int_{-1}^1 f(p) dp$

16.  $\int_0^3 [x-f(x)] dx = -\frac{x^3}{3} + 2x + c$

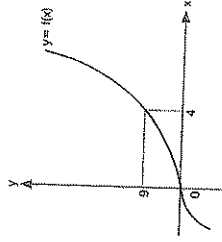
olduğuna göre

$\int_0^3 f(x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1/3 B) 2/3 C) 1 D) 4/3 E) 5/3

17.



$y = f(x)$  fonksiyonun grafiği çizilmiştir.

$\int_0^9 (2x) \cdot f'(2x) dx$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{3}{2}$  B)  $\frac{9}{2}$  C)  $\frac{27}{2}$  D)  $\frac{81}{2}$  E)  $\frac{243}{2}$

20.  $\int_{-2}^2 x f'(x^2 - 3) dx$

işleminin sonucu kaç olur?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

19.  $\int \frac{e^x dx}{x}$

integralinde  $e^x dx = dv$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int \frac{dv}{\ln v}$  B)  $\int \ln dv$  C)  $\int e^v dv$   
D)  $\int \frac{dv}{v}$  E)  $\int v \ln dv$

Örnek Akademi

18. t zaman, V hız olmak üzere bir aracın hızı;  $V(t) = 20 + 4t$  olarak değişmektedir. Bu araç hareketi başladıktan sonraki 5. ve 8. saniyeler arasında kaç metre yol alır?

- A) 184 B) 156 C) 138 D) 124 E) 98

1.  $\int (f \circ g)(x) \cdot g'(x) dx$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisi eşittir?

- A)  $\int (f \circ g)(x) dx$   
B)  $\int (g \circ f)(x) dx$   
C)  $(f \circ g)(x) + c$   
D)  $(g \circ f)(x) + c$   
E)  $(f \circ g)'(x)$

5.  $4f(3) - 3f(4) = -12$  olmak üzere,

$\int_3^4 \left( \frac{f(x)}{x} - \frac{f(x)}{x^2} \right) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2.  $\int (x-1)f(x) dx = x^3 - 3x + c$  olduğuna göre  $f'(x)$  ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

- A) 3 B) -3 C) 3x  
D) 3x + 3 E) 3x - 3

6.  $f(x)$  fonksiyonunun  $A(2, 4)$  ve  $B(-3, 2)$  noktalarında yerel ekstremumu vardır. Buna göre,

$\int_{-3}^2 x \cdot f'(x) dx$

integralinin değeri nedir?

- A) 4 B) 0 C) -1 D) -2 E) -3

3.  $\int_0^3 x^2 dx$

integralinin değeri kaçtır?

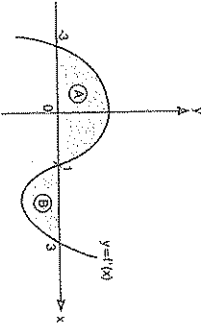
- A) 618 B) 486 C) 312  
D) 250 E) 118

4.  $E = \int_m^n (1-x+x^2) dx$

ifadesinin  $[m, n]$  aralığında bir yerel ekstremumu olduğuna göre  $m + n$  toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

7.



$f'(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir. A bölgesinin alanı 16, B bölgesinin alanı 12 birim karedir.

Buna göre  $\int_{-3}^3 \left( \frac{d(f'(x))}{dx} \right) dx$  değeri kaçtır?

- A) 28 B) 16 C) 12  
D) 8 E) 4

8.  $\int_3^7 (f(x) + p) dx = 21$

olduğuna göre

$\int_{3+p}^{7+p} (f(x) + 1) dx$

integralinin değeri kaç olur?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

9.  $\int_2^5 e^{2\ln x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 39 B) 40 C) 41 D) 42 E) 43

10.  $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$  olduğuna göre  $\int_1^2 cf(2x-1) dx$

integralinin sonucu kaç olur?

- A)  $-\frac{41}{2}$  B)  $-\frac{36}{25}$  C)  $\frac{3}{2}$  D) 1 E)  $\frac{7}{2}$

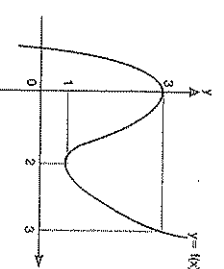
11.  $m \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere

$\int_0^1 x^{m-3} dx = \frac{1}{m} \int_0^1 x^3 dx$

eşitliğini sağlayan  $m$  değeri nedir?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

12.



$y=f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$\int_0^3 \frac{f'(x)}{x} dx$

integralinin değeri nedir?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

13.  $\int x^2 f(x) dx = x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x + c$

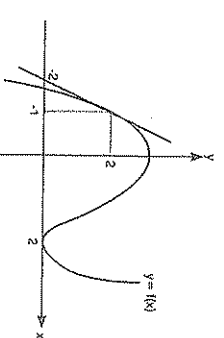
olduğuna göre

$\int_1^{ln 5} f(x) dx$

işleminin sonucu nedir?

- A) 5-e B) 4 C) e+5 D) 5e E) e-4

14.

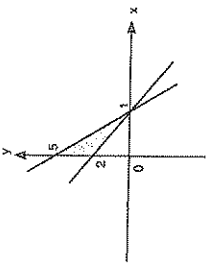


$y=f(x)$  fonksiyonu ile  $x=-1$  noktasındaki teğetin grafiği verilmiştir.

$\int_{-1}^2 f'(x) dx$

integralinin değeri nedir?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) -3



Şekildeki taralı bölgenin x eksenine etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $5\pi$  B)  $6\pi$  C)  $7\pi$  D)  $8\pi$  E)  $9\pi$

16.  $f(x)$  tek,  $g(x)$  çift bir fonksiyon olmak üzere

$$\int_0^1 f(x) dx = 5, \int_0^1 g(x) dx = 7 \text{ ise}$$

$$\int_{-1}^1 [f(x) - g(x)] dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -14 B) -10 C) 2 D) 7 E) 12

$$\int_2^5 \frac{d(\cos x)}{\sin x}$$

integral işleminin sonucu kaçtır?

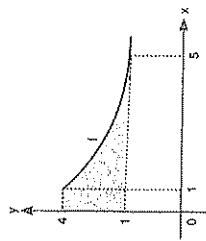
- A) 7 B) 5 C) 3 D) -2 E) -3

18.  $\int \frac{(x-1)dx}{x^2+2x}$  integraline  $x+1= u$  dönüşümü yapılır-

sa hangi integral elde edilir?

- A)  $\int \frac{udu}{u^2+1}$  B)  $\int \frac{udu}{u^2-1}$  C)  $\int \frac{du}{u^2+1}$   
D)  $\int \frac{du}{u^2-1}$  E)  $\int \frac{u^2 du}{u^2-1}$

19.



$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği veriliyor.

$$\int_0^5 f(x) dx = 12$$

olduğuna göre taralı bölgenin alanı kaç  $br^2$  olur?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

20. f birim fonksiyon ve g sabit fonksiyon olmak üzere

$$\int_1^5 \frac{2f(x)}{5g(x)} dx = 2,4$$

eşitliği sağlanmaktadır. Buna göre  $3f(x) + 4g(x)$  toplamı aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

- A)  $3x + 2$  B)  $2x + 3$  C)  $3x + 8$   
D)  $2x + 5$  E)  $6x - 1$

## DEĞERLENDİRME TESTİ 3

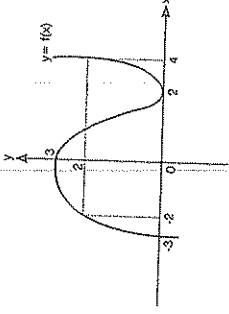
1.  $y = f(x)$ , tüm reel sayılarda türevli bir fonksiyondur.

$$f'(x) = x^2 + 2x \text{ ve } f(2) = -1/3$$

olduğuna göre  $f(0)$  değeri kaçtır?

- A) -10 B) -7 C) -2 D) 0 E) 5

4.



$f(x)$  fonksiyonun grafiği verilmiştir. Buna göre,

$$\int_{-2}^2 f'(x) dx + \int_0^4 d(f(x))$$

işleminin sonucu kaç olur?

- A) 5 B) 3 C) 2 D) -3 E) -6

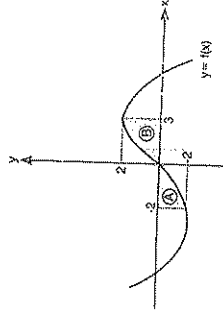
5.

$$\int_a^b x dx = 11 \text{ ve } \int_{a-1}^{b-1} x dx = 7$$

olduğuna göre  $b-a$  farkı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

3.



$y = f(x)$  fonksiyonun grafiği veriliyor.

$A = 3 br^2$ ,  $B = 5 br^2$  olduğuna göre,

$$\int_{-2}^3 f'(x) x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

6.

$$\int_1^{e^2} \frac{(\ln x)^2}{x} dx$$

integralinde  $u = \ln x$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int_1^2 u^2 du$  B)  $\int_0^2 \frac{u^2}{du}$  C)  $\int_0^1 u du$   
D)  $\int_0^2 d(u^2)$  E)  $\int_0^2 u^2 du$

7.  $p(x) = 2x + a$  olmak üzere

$$p(x) \cdot \int_1^x p(x) dx = 8x + 8$$

olduğuna göre  $p(2)$  değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

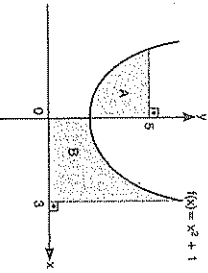
8.  $x_1 < x_2$  olmak üzere  $x^2 - 4x + 3 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$\int_{x_1}^{x_2} (4x - 3) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

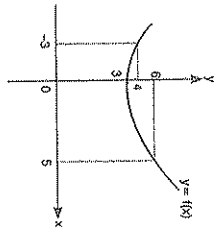
9.



$f(x) = x^2 + 1$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir. A ve B taraflı bölgelerin alanları olmak üzere  $\frac{A}{B}$  oranı kaçtır?

- A)  $\frac{3}{16}$  B)  $\frac{5}{11}$  C)  $\frac{4}{9}$  D)  $\frac{1}{2}$  E) 1

10.



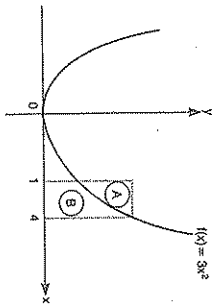
$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği veriliyor.

$$\int_{-3}^5 f(2x + 3) \cdot f'(2x + 3) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11.



$f(x) = 3x^2$  fonksiyonu ve bir köşesi bu fonksiyon üzerinde olan dikdörtgen çizilmiştir. A ve B alanları arasında  $k \cdot A = B$  bağıntısı olduğuna göre  $k$  reel sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 8/9 C) 7/9 D) 2/3 E) 5/9

12.

$$\int_a^b ax dx + \int_b^a b dx$$

integralinin değeri nedir?

- A)  $(a-b)^2$  B)  $(b-a)^2$  C)  $-(a-b)^2$   
D)  $-(b-a)^2$  E)  $a^2 - b^2$

13.

$$\int_0^{27} \cos \sqrt[3]{x} dx$$

integralinde  $x = u^3$  dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

- A)  $\int_0^3 \cos u du$  B)  $3 \int_0^3 u^2 \cos u du$   
C)  $\int_0^3 u \cos u du$  D)  $\int_0^{27} \frac{u^2}{3} \cos u du$   
E)  $\int_0^{27} 3u \cos u du$

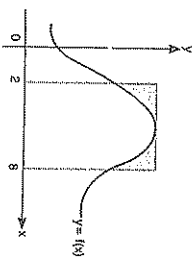
14.

$$\int (1 + \sin^2 x) d(\cos x)$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{6 \cos x - \cos^3 x}{3} + c$  B)  $\frac{4 \cos x - \cos^3 x}{2} + c$   
C)  $\cos x + \frac{\cos^3 x}{6} + c$  D)  $\cos^3 x - \frac{\cos x}{3} + c$   
E)  $\frac{\cos x + 6 \cos^3 x}{3} + c$

15.



$y = f(x)$  fonksiyonunun  $[2, 8]$  aralığındaki en büyük değeri 12 dir. Ayrıca  $\int_2^8 f(x) dx = 39$  olduğuna göre taraflı bölgenin alanı kaç  $br^2$  olur?

- A) 45 B) 42 C) 39 D) 36 E) 33

20.

$$\int_2^3 \frac{dx}{1 + (x-3)^2}$$

integralinin değeri kaç olur?

- A)  $2\pi$  B)  $3\pi/2$  C)  $\pi$  D)  $\pi/2$  E)  $\pi/4$

16.

$$a \neq b \text{ olmak üzere } \int_a^b 6x dx = \int_b^a dx \text{ olduğuna göre}$$

$a + b$  toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 1 C) -3 D) -1/3 E) -1/6

17.

$$\int \frac{2e^x dx}{\sqrt{1 - e^{2x}}}$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisi olur?

- A)  $\arcsin e^{2x} + c$  B)  $2 \arcsin e^x + c$   
C)  $\frac{\arcsin e^x}{2} + c$  D)  $\frac{\arcsin e^{2x}}{2} + c$   
E)  $-2 \arcsin e^{2x} + c$

18.

$$\int 2^{x^2 + 4x + 5} \cdot (x + 2) dx$$

integralinin sonucu nedir?

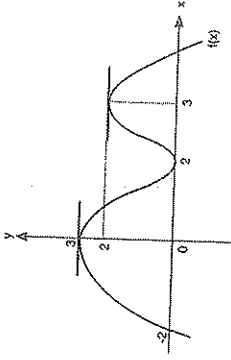
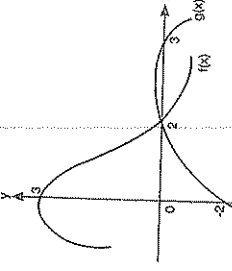
- A)  $\frac{2^{x^2 + 4x + 4}}{\ln 2} + c$  B)  $\frac{2^{x^2 + 4x + 5}}{\ln 2} + c$   
C)  $\frac{2^{x^2 + 2}}{\ln 2} + c$  D)  $\ln 2 \cdot 2^{x^2 + 2} + c$   
E)  $2^{x^2 + 4x + 5} \ln 2 + c$

19.

$$\int 2x(x + 2)(x - 2)(x^2 - 4)^4 dx$$

integralinin sonucu nedir?

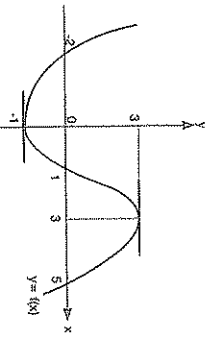
- A)  $\frac{x^2 - 4}{6} + c$  B)  $\frac{(x^2 - 4)^5}{6} + c$  C)  $\frac{(x^2 - 4)^6}{6} + c$   
D)  $\left(\frac{x^2 - 4}{6}\right)^6 + c$  E)  $\frac{(x^2 - 4)^6}{6} + x + c$

1.  $\int_{e^{-2x}}^{e^{2x}} \frac{dy}{3y} = 9$   
denklemini sağlayan x reel sayıların çarpımı kaçtır?  
A) 9 B) -9 C) -3 D) 3 E) 0
2.  $f(1) = 5$   
 $f(5) = 7$  dir.  
Buna göre,  
 $\int_1^5 f'(x-1) dx$   
integralinin değeri kaç olur?  
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
3.  $\int_2^0 dx + \int_2^0 2x dx + \int_2^0 3x^2 dx + \dots + \int_2^0 40x^{39} dx$   
integralinin eşiti hangisidir?  
A)  $2 - 2^{41}$  B)  $2^{41} - 2$  C)  $2 + 2^{41}$  D)  $2^{41} - 1$  E)  $2^{41} + 1$
4.  $\int_1^2 \frac{\ln(x^2 e^x)}{x} dx$   
integralinin değeri kaçtır?  
A)  $\ln^2 4 + 3$  B)  $2\ln^2 2 + \frac{3}{2}$  C)  $\ln^2 2 + \frac{3}{2}$  D)  $\ln^2 2 + \frac{3}{4}$  E)  $\ln^2 4 + \frac{3}{2}$
5.  $\int_1^2 f^2(3x) \cdot d(f(3x))$   
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $f^2(3x) + c$  B)  $\frac{f^2(3x)}{2} + c$  C)  $\frac{f^3(3x)}{2} + c$  D)  $f^3(3x) + c$  E)  $\frac{f^3(3x)}{3} + c$
6.  $\int_0^2 \frac{(x^2 + 1) \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2 + 2} dx$   
integralinin değeri kaçtır?  
A)  $\ln 3$  B)  $\ln 9$  C)  $\ln 2 + 1$  D)  $\ln 4 - 1$  E)  $\frac{\ln 9}{3}$
7.  $\int_{-5}^{-2} \left| \frac{x}{3} \right| dx$   
integralinin değeri kaçtır?  
A) 3 B)  $7/2$  C) 4 D)  $9/2$  E) 5
8.  $\int_1^0 (-2)^{\frac{1}{x}} dx$   
integrali kaç olur?  
A) 2 B) 1 C)  $1/2$  D) 0 E)  $-1/2$
9. f(x) fonksiyonunun x = 1 noktasında bir yerel ekstremumu vardır  $f'(x) = -12x$  olduğuna göre  $\int_0^4 f'(x) dx$  değeri nedir?  
A) -80 B) -64 C) -104 D) -20 E) -8
10.   
y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.  
 $\int_0^3 [f'(x) - f''(x)] dx$   
integralinin değeri kaç olur?  
A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0
11.  $\int \tan x \cdot \cot x dx$   
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $\frac{\tan^2 x}{2} + c$  B)  $2\cot^2 x + c$  C)  $x^2 + c$  D)  $-x + c$  E)  $x + c$
12.  $f(x) = \int_0^x d\left(\frac{3x-1}{x+3}\right)$   
ve  $f(-1) = -3$  olduğuna göre  $f(-2)$  değeri kaçtır?  
A) -8 B) -2 C) 0 D) -1 E) 6
13.  $f(x) = \int (4x^3 + 2x - 1) dx$   
olduğuna göre  $f''(x)$  fonksiyonu hangisidir?  
A)  $6x^2 + 1$  B)  $12x^2 + 2$  C)  $6x + 1$  D)  $12x + 1$  E)  $x^4 + x^2 - x$
14.  $\int_0^4 \left( \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-x} \right) dx$   
integralinin değeri kaçtır?  
A) 6 B) 2 C) 0 D) -4 E) -8
15.   
f(x) ve g(x) fonksiyonlarının grafikleri çizilmiştir.  
 $\int_0^2 [(g' \circ f)(x) \cdot f'(x)] dx$   
integralinin sonucu kaçtır?  
A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0
16.  $f(x) = 2 + 3x - x^2$  olduğuna göre  $\int_{-1}^1 d(f'(x))$ 'in değeri nedir?  
A) 4 B) 2 C) 0 D) -2 E) -4

17.  $\int_0^9 (2x - 4) dx$

- integralinin alabileceği en küçük değer kaçtır?  
A) -20 B) -8 C) -4 D) 2 E) 16

19.



$y = f(x)$  fonksiyonun grafiği çizilmiştir.

$$\int_0^3 (4x + f'(x) - f''(x)) dx$$

integralinin sonucu nedir?

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 22 E) 26

Örnek Akademi

20.

$$\int_0^1 \frac{-8dx}{(1 + \ln^2 x)x}$$

integralinin değeri nedir?

- A)  $2\pi$  B)  $\frac{3\pi}{2}$  C)  $\pi$  D)  $\frac{\pi}{2}$  E) 0

Örnek Akademi

1.

$$g(x) = \int d(x^2 + x)$$

$$\int f(x) dx = x^2 + x$$

olduğuna göre  $g'(1) + f(2)$  toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 8 D) 11 E) 16

5.

$$\int \frac{1}{x} \ln x dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $1 + \ln x + c$  B)  $\frac{1}{x} + c$  C)  $\frac{1}{x} \ln x + c$   
D)  $\frac{1}{\ln x} + c$  E)  $\frac{1}{\ln x} + c$

2.

$$\int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\sin \frac{1}{x} + c$  B)  $\sin \frac{1}{x} + c$  C)  $\cos \frac{1}{x} + c$   
D)  $-\cos \frac{1}{x} + c$  E)  $\ln \left( \cos \frac{1}{x} \right) + c$

6.

$$\int_1^3 x dx = \int_1^3 \left( \frac{x}{2} \right) dx$$

olduğuna göre a değeri kaçtır? ( $a > 0$ )

- A) 1 B)  $\sqrt{2}$  C)  $\sqrt{3}$  D) 2 E)  $\sqrt{6}$

7.

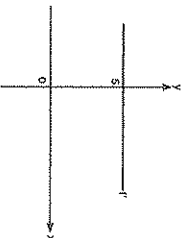
$$f(x-1) = x^2 + 1$$

$$g(2x) = \int_1^x f(x) dx$$

olduğuna göre  $g'(-2)$  değeri kaçtır?

- A) 0 B)  $1/2$  C) 1 D)  $3/2$  E) 2

8.



$f$  fonksiyonunun türevinin grafiği veriliyor.  
 $f(5) = 12$  ise  $f'(-1)$  değeri kaç olur?

- A) 0 B) -12 C) -23 D) 12 E) 26

18.  $y = x^3$  eğrisi,  $y = -8$  doğrusu ve  $y$  eksenini birleştiren bölgenin  $y$  eksenine göre  $360^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $\text{br}^3$  olur?

- A)  $20\pi$  B)  $\frac{96\pi}{5}$  C)  $\frac{90\pi}{7}$   
D)  $\frac{100\pi}{3}$  E)  $32\pi$

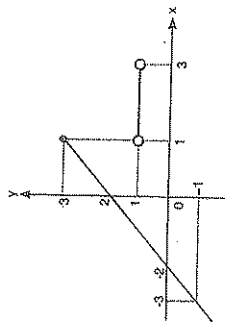
9.  $a \neq b$  için

$$\int_a^b (x+1)dx = \int_a^b xdx$$

eşitliği sağlandığına göre  $a+b$  toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

10.

grafiki verilen  $f$  fonksiyonu için  $\int_{-3}^3 f(x) dx$  integralinin değeri kaçtır?

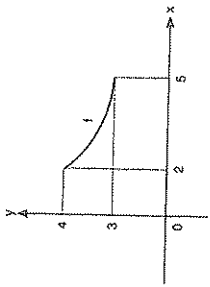
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

1.  $x \neq 0$  olmak üzere

$$\int_7^9 \frac{dx}{t} = 8$$

eşitliğini sağlayan  $x$  değeri kaçtır?

- A)
- $e^2$
- B)
- $e^4$
- C)
- $e^6$
- D)
- $e^7$
- E)
- $e^8$

12.  $f: [2, 5] \rightarrow [3, 4]$ grafiki verilen  $f(x)$  fonksiyonu için

$$\int_2^5 \left( \frac{f'(x)}{f(x)} \right) \left( \frac{f'(x)}{f(x)} \right) dx$$

integralinin değeri kaç olur?

- A) -6 B) -2 C) 2 D) 5 E) 9

13.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin^2(\cos^2 t) dt}{\sin x}$$

limitinin değeri kaç olur?

- A) 0 B) 1 C)
- $\sin 1^\circ$
- D)
- $\sin^2 1^\circ$
- E)
- $\cos 1^\circ$

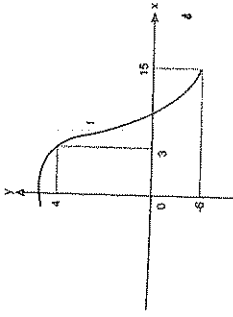
14.

$$\int_0^{\pi/2} \cos x dx = \cos^2 x - \sin x - 2$$

eşitliğini sağlayan  $f(x)$  fonksiyonu için  $f(\pi/6)$  değeri kaçtır? ( $\cos x \neq 0$ )

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

15.

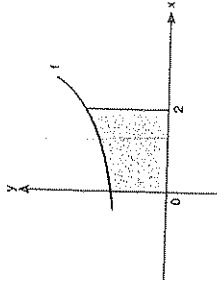
grafiki verilen  $f(x)$  fonksiyonu için

$$\int_3^{15} (x^2 + 2x)(x+1) dx$$

integralin değeri kaç olur?

- A) -2 B) -4 C) -5 D) -8 E) -15

16.



$f$  fonksiyonu grafiki verilmiştir. Taralı bölgenin  $x$  eksenine etrafında  $360^\circ$  döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi,  $\frac{4\pi}{9} br^3$  ve  $\int_0^2 (f(x)-1)^2 dx = \frac{20}{9}$  olduğuna göre taralı bölgenin alanı kaç  $br^2$  olur?

- A)
- $1/9$
- B)
- $2/9$
- C)
- $1/3$
- D)
- $4/9$
- E)
- $5/9$

17.  $x^2 + (2p+1)x - 2 = 0$  denkleminin köklerinden biri  $x_1$  pozitif reel sayıdır.  $\int_{x_1}^1 (x+1) dx = x_1 + 8$  olduğuna göre  $p$  reel sayısının değeri kaçtır?

- A)
- $-9/2$
- B)
- $-9/4$
- C)
- $-3/2$
- D)
- $-3/4$
- E)
- $-4$

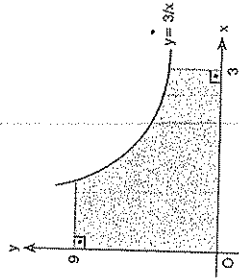
18.

$$f(x) = \int_{x+1}^8 (t^3 - 2t^2 + 4) dt$$

fonksiyonun  $x = -2$  noktasındaki teğetinin eğim kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

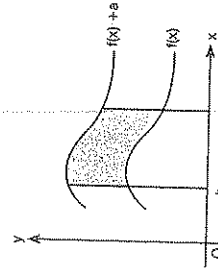
19.



$y = \frac{3}{x}$  eğrisi veriliyor. Taralı bölgenin alanı kaç  $br^2$  olur?

- A)
- $9\ln 3$
- B)
- $\ln 3 + 9$
- C)
- $1 + 6\ln 3$
- D)
- $6 + 3\ln 3$
- E)
- $3 + 6\ln 3$

20.



$f(x) + a$  ve  $g(x)$  eğrileri ile  $x = b$ ,  $x = c$  doğrularının sınırladığı taralı alan aşağıdaki bağıntılardan hangisi ile bulunur?

- A)
- $ac - ab$
- B)
- $ab - ac$
- C)
- $bc - ac$
- D)
- $cb - ca$
- E)
- $ac + bc$

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. C | 2. A | 3. B | 4. D | 5. E | 6. E | 7. A | 8. C | 9. D | 10. B | 11. B | 12. A | 13. D | 14. E | 15. C | 16. A | 17. B | 18. A | 19. E | 20. A |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

1.  $f(x) = \int (ax^2 - 2bx) dx$

fonksiyonun  $x=-1$  noktasında bir yerel ekstremum vardır.  $f(x)$ 'in dönüm noktasının apsisi kaçtır?

- A) -1 B) -1/2 C) 0 D) 1/2 E) 1

2.  $\int_0^1 (x^y + x^{y-1}) dx = 2$

olduğuna göre  $y \in \mathbb{R}^+$  değeri kaçtır?

- A)  $1/\sqrt{2}$  B)  $1/2$  C)  $\sqrt{2}$  D) 2 E)  $2\sqrt{2}$

3.  $\int \sqrt{x+1} d(\sqrt{x+1})$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

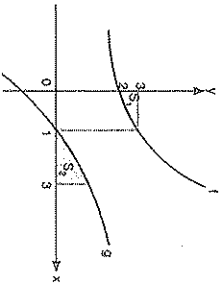
- A)  $\frac{\sqrt{x+1}}{2} + c$  B)  $\frac{\sqrt{x+1}}{2}$   
C)  $\frac{x+1}{2} + c$  D)  $\frac{x+1}{2}$   
E)  $\frac{(x+1)^2}{2} + c$

4.  $\int_2^3 x d\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

integralinde  $t = \frac{x-1}{x+1}$  dönüşüm yapılırsa aşağıdaki integrallerde hangisi elde edilir?

- A)  $\int_2^3 \frac{1-t}{1+t} dt$  B)  $\int_{1/3}^{1/2} \frac{1-t}{1+t} dt$  C)  $\int_{1/3}^{1/2} \frac{1-t}{1+t} dt$   
D)  $\int_2^3 \frac{1+t}{1-t} dt$  E)  $\int_{1/2}^{1/3} \frac{2+t}{2-t} dt$

5.



$f$  ve  $g$  fonksiyonlarının grafikleri çizilmiştir.

$S_1 = \frac{1}{2} b r^2$ ,  $S_2 = \frac{3}{5} b r^2$  dir.

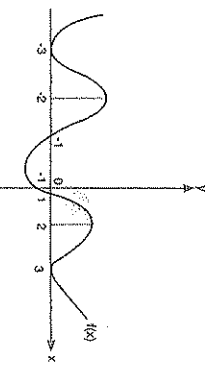
Buna göre,

$\int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 g(x) dx$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{27}{10}$  B)  $\frac{14}{5}$  C)  $\frac{29}{10}$  D) 3 E)  $\frac{31}{10}$

6.



$f$  fonksiyonunun grafiği çizilmiştir.  $g(x) = \int f(x) dx$

olduğuna göre  $g(x)$  fonksiyonunun yerel ekstrem noktalarının apsisi çarpımı kaçtır?

- A) 9 B) 9 C) 0 D) -1 E) -6

7.  $a > 2$  olmak üzere

$\int_2^a (x + \ln e^{-2x}) dx = -6$

olduğuna göre  $a$  değeri kaçtır?

- A) 5/2 B) 3 C) 7/2 D) 11/3 E) 4

8.

$\int \frac{\tan x}{\ln(\cos x)} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\ln |\cos x| + c$   
B)  $-\ln |\ln(\cos x)| + c$   
C)  $\ln |\ln(\cos x)| + c$   
D)  $-\ln |\cos x| + c$   
E)  $\ln \left| \frac{1}{\cos x} \right| + c$

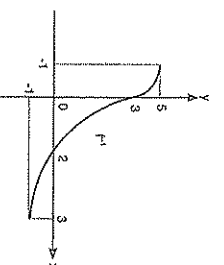
9.

$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt[3]{2x+1}} dx$

integraline  $2x + 1 = t^6$  dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

- A)  $3 \int t^5 dt$  B)  $\frac{1}{3} \int t^5 dt$  C)  $\int t^5 dt$   
D)  $6 \int t^5 dt$  E)  $\frac{1}{6} \int t^5 dt$

10.



$f^{-1}(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$\int_1^9 \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} dx$

integral işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\ln 6$  B)  $\ln 2$  C)  $\ln(2/3)$  D)  $e^3$  E)  $\ln 3$

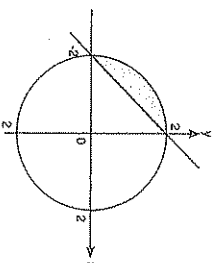
11.  $f(x)$  sabit bir fonksiyondur.

$\int_3^5 3 f(x) dx = -12$

olduğuna göre  $f(-12)$  değeri kaçtır?

- A) 12 B) -1 C) -6 D) -2/3 E) 3/2

12.



Şekildeki taralı bölgenin  $x$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmi kaç  $b r^3$  olur?

- A)  $\frac{8\pi}{3}$  B)  $2\pi$  C)  $\frac{4\pi}{3}$  D)  $\frac{2\pi}{3}$  E)  $\frac{\pi}{3}$

13.  $\int_3^9 (1-3|+|x|+|3x|) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 9 C) 18 D) 27 E) 54

14.  $x > 0$  için,  $f(x) = \int_1^{x^2} \frac{dt}{t}$

ise  $f^{-1}(x)$  hangisidir?

- A)  $2\ln x$  B)  $e^{x/2}$  C)  $e^x$  D)  $e^{2x}$  E)  $\ln 2x$

15.  $\frac{d}{dx}(f(x) dx)$

integralinin sonucu hangisidir?

- A)  $f(x)$  B)  $f'(x) + c$  C)  $f(x) + c$   
D)  $f(x)$  E)  $d(f(x))$

16.  $n \in \mathbb{N}^+$  olmak üzere,

$\int x^{n-1} f(x^n) dx$

integraline  $x^n = t$  dönüşümü yapılsa hangi integral elde edilir?

- A)  $\frac{1}{n} \int f(t) dt$  B)  $n \int f(t) dt$  C)  $\int f(t) dt$   
D)  $t \int f(t) dt$  E)  $\frac{1}{t} \int f(t) dt$

17.  $\int_2^{2x} \frac{dt}{t} = \ln 3$

denklemini sağlayan  $x$  pozitif reel sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 2 C) 1 D)  $1/2$  E)  $1/3$

18.  $\int x^2 d[f(x)] = e^{2x} \cdot x^2 - \int g(x) dx$

eşitliğini sağlayan  $g(x)$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $e^{2x} \cdot x^2$  B)  $e^{2x} \cdot x$  C)  $2e^{2x} \cdot x$   
D)  $e^{x^2} \cdot x^2$  E)  $\frac{e^x \cdot x}{2}$

19.  $\int_{-\pi/6}^{\pi/4} \tan x d(\cot x)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\ln \sqrt{3}$  B)  $\ln 3$  C)  $-\ln 3$   
D)  $\frac{1}{2} \ln \sqrt{3}$  E)  $-\frac{1}{2} \ln 3$

20.  $\int_0^{4\sqrt{3}} \sqrt{x^6 + x^6} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B)  $\frac{19}{9}$  C)  $\frac{8}{5}$  D)  $\frac{7}{6}$  E) 1

## DEĞERLENDİRME TESTİ 7

4.

1.  $g(x) = \int_0^x (t-2)(t+3) dt$

olduğuna göre  $g(x)$  fonksiyonu hangi aralıkta azalır?

- A) (3; 2) B) (-2; 3) C) (2; -3)  
D) (-3; 2) E) (-3; -2)

2.

$f(x) = \begin{cases} 2; & x \geq -2 \\ -2; & x < -2 \end{cases}$  ise

olmak üzere  $\int_{-3}^2 (x+2)f(x) dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 25 B) 24 C) 23 D) 22 E) 21

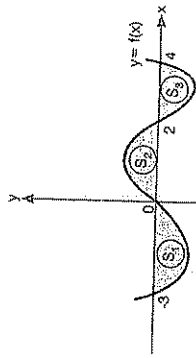
5.

$\int_0^1 \frac{\arctan \sqrt{x}}{(x+1)\sqrt{x}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\pi^2$  B)  $\pi^2/2$  C)  $\pi^2/4$  D)  $\pi^2/8$  E)  $\pi^2/16$

3.

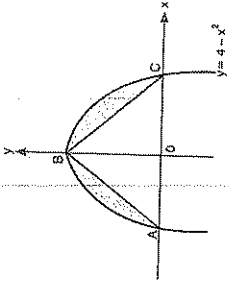


$y=f(x)$  fonksiyonun grafiği verilmiştir.

$S_1 = 6br^2$ ,  $S_2 = 5br^2$  ve  $\int_0^4 |f(x)| dx = 15$  olduğuna

göre  $\int_2^4 f(x) dx$  değeri kaçtır?

- A) -4 B) -6 C) 0 D) 6 E) 4



Taralı bölgenin alanı kaç  $br^2$  olur?

- A)  $2/3$  B)  $4/3$  C)  $8/3$  D) 3 E)  $10/3$

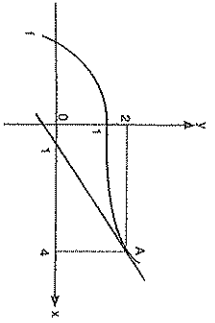
6.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$  tanımlı ve türevli bir fonksiyondur.  $f(2) = 3$ ,  $f(6) = 6$  olmak üzere;

$\int_2^6 \sqrt{f(x)-2} f'(x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B)  $14/3$  C) 3 D)  $16/5$  E) 10

7.



f fonksiyonu ve A(4, 2) noktasındaki teğeti çizilmiştir.

$$\int_0^4 xf'(x)dx$$

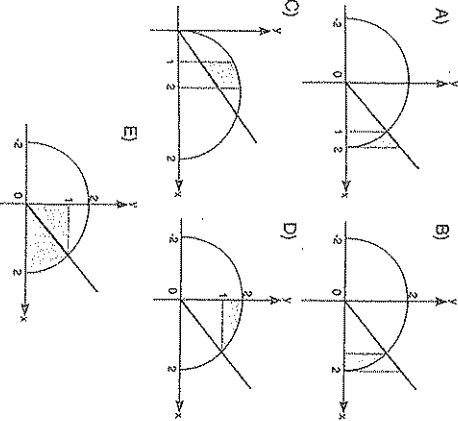
integralinin değeri kaç olur?

- A) 7/3 B) 2 C) 5/3 D) 2/3 E) 1

8.

$$\int_1^2 (\sqrt{3}x - \sqrt{4-x^2})dx$$

integralinin değerini aşağıdaki taraflı alanlardan hangisi gösterir?



9. Birbir ve öten  $y=f(x)$  fonksiyonu için,

$$\int_1^3 [x f(x) - 3] dx = x^3 + 3x^2 - 3x - 9 \text{ olduğuna göre}$$

$f^{-1}(3)$  değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10.  $f(x) = 3x^2 + 2x + 4$  fonksiyonu için  $\int_1^4 xf'(x)dx$  integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisi olur?

- A)  $x^3 + x^2 + 4x + c$  B)  $2x^3 + x^2 + x + c$   
C)  $2x^3 + x^2 + c$  D)  $x^3 + x^2 + c$   
E)  $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c$

11.

$$\int_0^2 f(x)dx = 6$$

$$\int_0^4 (2f(x) + 4x)dx = 48$$

olduğuna göre

$$\int_2^4 (3f(x) + 2)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

12.

$$\int_{m+1}^{m+1} 2x dx = 12$$

olduğuna göre m kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$13. \int_1^9 x^2 dx = 9, \bar{3}$$

olduğuna göre p tam sayısının değeri kaçtır?

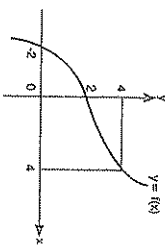
- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

$$14. \frac{d}{dx} \int_2^4 (xy) dy$$

işleminin sonucu kaç olur?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

15.



$y=f(x)$  fonksiyonun grafiği verilmiştir.

$$\int_{-2}^4 f^{-1}(x) dx = \int_0^4 f(x) dx \text{ olduğuna göre } \int_{-2}^4 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

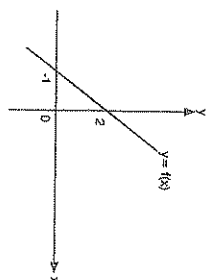
16.

$$\int_0^{5^{12}} (\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \sqrt{x}) dx$$

integral işleminin sonucu kaç olur?

- A)  $12 \cdot 5^{20}$  B)  $12 \cdot 5^{23}$  C)  $12 \cdot 5^{24}$   
D)  $13 \cdot 5^{25}$  E)  $13 \cdot 5^{22}$

17.



f fonksiyonun grafiği verilmiştir.

$$\int_{-1}^2 [f^2(x) + 2f(x) + 1] f'(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) -1/4 C) 6 D) -2/3 E) 26/3

18.

$$x > 0$$

$$f(x) = \int_2^{x^2} (\sqrt{t} + 2) dt \text{ dir.}$$

$$\int_{-4}^4 f'(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $2^{10}$  B)  $\frac{2^8}{3}$  C)  $\frac{2^8}{5}$  D)  $\frac{2^8}{7}$  E)  $\frac{2^8}{9}$

19.

$$\int_3^7 \left( \frac{4-a}{2-\sqrt{a}} - \sqrt{a-1} \right) da$$

işleminin sonucu kaç olur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

20.

$$\int_2^4 \left( \frac{x-1}{x} \right) d\left( \frac{x}{x-1} \right)$$

integralinde  $\frac{x}{x-1} = t$  dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

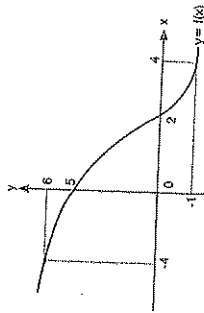
- A)  $\int_{\frac{2}{3}}^1 \ln t dt$  B)  $\int_{-2}^{4/3} \frac{dt}{t}$  C)  $\int_{4/3}^2 \ln t dt$   
D)  $-\int_{4/3}^2 \frac{dt}{t}$  E)  $\int_2^4 \ln t dt$

1.  $\int_a^b (a+b+2x) dx$

integral işleminin sonucu nedir?

- A)  $b^2 - a^2$  B)  $b^2 + a^2$  C)  $a^2 - b^2$   
D)  $2(b^2 + a^2)$  E)  $2(b^2 - a^2)$

2.

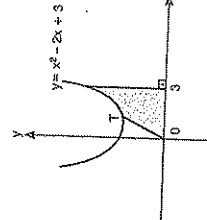


$f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$\int_{-4}^4 x f(-x^2) dx$

integralinin değeri kaçtır?

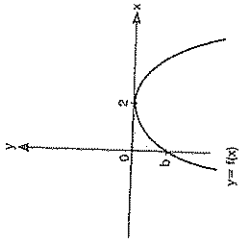
- A) -2 B) -1/2 C) 0 D) 5 E) 6



$f(x) y = x^2 - 2x + 3$  parabolünün tepe noktası T dir. Taralı olan kaç birim karedir?

- A)  $\frac{23}{3}$  B) 8 C)  $\frac{25}{3}$  D)  $\frac{26}{3}$  E) 9

4.



$y = f(x)$  parabolünün eksenlerle sınırladığı taralı bölgenin alanı 4 birim kare olduğuna göre b kaçtır?

- A) -3 B) -4 C) -5 D) -6 E) -7

5.

$a \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere;

$\int_0^2 a^2 b^3 db = 8$  olduğuna göre a kaçtır?

- A) 2 B)  $\sqrt{3}$  C)  $\sqrt{2}$  D) 1 E)  $1/2$

6.

$\int_0^1 \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x} dx$

integral işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{2^{x-1}}{\ln 2} + c$  B)  $\frac{2^x}{\ln 2} + c$  C)  $2^{x-1} \ln 2 + c$   
D)  $\frac{\ln 2}{2^{x+1}} + c$  E)  $2^x \ln 2 + c$

7.

$\int_0^{\ln 2} e^{2\ln x} dx + \int_{\ln 2}^2 \frac{x}{x} dx$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{18x^3 + \ln^3 x}{3} + c$  B)  $\frac{x^3 + \ln^3 x}{3} + c$   
C)  $3x^3 + \frac{\ln^3 x}{3} + c$  D)  $\frac{27x^3}{2} + \ln^3 x + c$   
E)  $\left(\frac{x + \ln x}{3}\right)^3 + c$

8.

$\int (x-1)f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - 4$

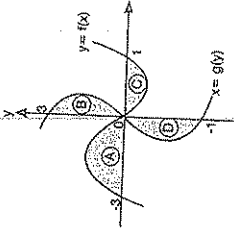
olduğuna göre

$\int_{-1}^2 f(x)dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 17/2 B) 8 C) 15/2  
D) 7 E) 13/2

11.



$y = f(x)$  ve  $x = g(y)$  eğrilerinin sınırladığı A, B, C, D bölgelerinin alanları için,

A + B = 18

C + D = 9

bağıntıları veriliyor. Buna göre,

$\int_{-3}^1 f(x)dx + \int_{-1}^0 g(y)dy$

toplamının değeri kaçtır?

- A)  $\frac{9}{2}$  B) 8 C) 9 D)  $\frac{27}{2}$  E) 18

12.

$\int \frac{dx}{x-1} - \int \frac{x dx}{x-1}$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-x + c$  B)  $\ln x + c$   
C)  $x \ln x + c$  D)  $x^2 \cdot x + c$   
E)  $\frac{x}{\ln(x-1)} + c$

13.

$\int_{1/e}^{e^2} (x^2 - x) d(\ln x)$

integralinde  $\ln x = u$  dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

- A)  $\int_1^{e^2} (e^{2u} - u) du$  B)  $\int_{-1}^2 (e^{2u} - e^{-u}) du$   
C)  $\int_{1/e}^{e^2} (u^2 - u) du$  D)  $\int_{-1}^2 (u^2 - u) du$   
E)  $\int_0^2 (e^{3u} - e^{-u}) \ln u du$

$\int_{-2}^5 f(x-3) dx + \int_5^6 f(x-3) dx = \int_{-2}^6 (3x+1) dx$

olduğuna göre  $\int_{-6}^2 f(x) dx$  integralinin değeri kaç olur?

- A) 14 B) 16 C) 28 D) 32 E) 36

14.  $\int \frac{d}{dx}(f(x)) dx$

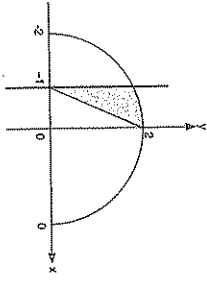
İntegralinde aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $f(x)$  B)  $f'(x)$  C)  $f'(x) + c$   
D)  $f(x) + c$  E)  $x + c$

15.  $\int \frac{d(\sin x)}{1 + \sin^2 x} = f(\sin x) + c$

olduğuna göre  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$  değeri kaçtır?

- A)  $\frac{\pi}{2}$  B)  $-\frac{\pi}{4}$  C) -1 D) 0 E) 1



16.

O merkezli yarım çemberde verilen taralı bölgeyi gösteren integral aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\int_{-1}^0 (\sqrt{4-x^2} - x - 1) dx$   
B)  $\int_{-1}^0 [(2x+2) \cdot \sqrt{4-x^2}] dx$   
C)  $\int_{-1}^0 (\sqrt{4-x^2} - 2x - 2) dx$   
D)  $\int_{-1}^0 (\sqrt{4-x^2} + 2x + 2) dx$   
E)  $\int_{-1}^0 [\sqrt{x^2-4} - 2(x+1)] dx$

17.  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & ; x \leq -1 \text{ ise} \\ \frac{2}{x} & ; x > -1 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu için

$\int_{-2}^2 xf(x) dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 12 B)  $\frac{37}{3}$  C)  $\frac{9}{4}$  D)  $\frac{43}{6}$  E) 0

18.  $\int_0^3 d(\ln^4 x)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 82 B) 81 C) 80 D) 79 E) 78

19.  $f(x) = \begin{cases} x+1; & x > 1 \text{ ise} \\ x-1; & x \leq 1 \text{ ise} \end{cases}$  ve  $g(x) = 1-x$

fonksiyonları için  $\int_{-2}^2 [f(x) \cdot g(x)] dx$  integralinin değeri kaçtır?

- A) 16 B) 10 C) 2 D) -3 E) -6

20.  $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{\sin^3 x}{3} \cdot \frac{\sin^5 x}{5} + c$   
B)  $\frac{\cos^3 x}{3} \cdot \frac{\cos^5 x}{5} + c$   
C)  $\frac{\sin^3 x}{3} \cdot \frac{\cos^5 x}{5} + c$   
D)  $\frac{\cos^3 x}{3} \cdot \frac{\sin^5 x}{5} + c$   
E)  $\frac{\sin^3 x + \sin^5}{15} + c$

