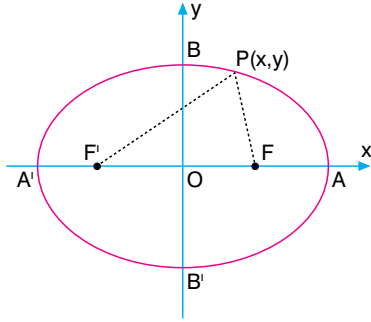


ELİPSİN ANALİTİK İNCELEMESİ



ELİPSİN ANALİTİK İNCELEMESİ

Düzlemde sabit olan iki noktaya uzaklıkların toplamı sabit olan noktalar kümesine "elips" denir. Sabit iki noktaya elipsin odakları denir.

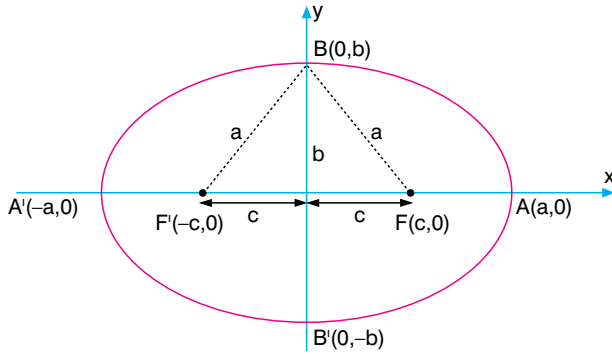


- F, F' : elipsin odakları
- O : elipsin merkezi
- A, A' : asal (büyük) eksen köşeleri
- B, B' : yedek (küçük) eksen köşeleri
- $[AA']$: Elipsin asal (büyük) eksen
- $[BB']$: Elipsin yedek (küçük) eksen

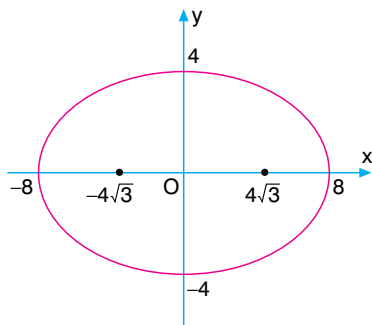
Elipsin üzerindeki tüm $P(x,y)$ noktaları için $|PF| + |PF'| = |AA'|$ şartı sağlanır.

Merkezi Elips

Merkezi orijinde ve eksenleri koordinat eksenleri olan elipstir.

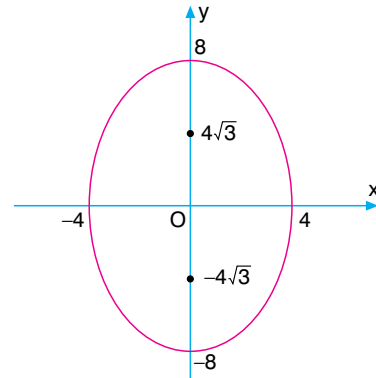


- Elipsin Asal Eksen Uzunluğu : $|AA'| = 2a$
- Elipsin Yedek Eksen Uzunluğu : $|BB'| = 2b$
- Elipsin Odakları Arasındaki Uzaklık : $|FF'| = 2c$
- $|BF| = |BF'| = a$ ve $a^2 = b^2 + c^2$ dir.



Yukarıda verilen merkezli elips için şunları söyleyebiliriz.

- Asal eksen, x eksenı üzerindedir.
- Yedek eksen, y eksenı üzerindedir.
- Asal eksen köşeleri (8,0) ve (-8,0)
- Yedek eksen köşeleri (0,4) ve (0,-4)
- Odak noktaları $(4\sqrt{3},0)$ ve $(-4\sqrt{3},0)$



Yukarıda verilen merkezli elips için şunları söyleyebiliriz.

- Asal (büyük) eksen, y eksenı üzerindedir.
- Yedek (küçük) eksen, x eksenı üzerindedir.
- Asal eksen köşeleri (0,8) ve (0,-8)
- Yedek eksen köşeleri (4,0) ve (-4,0)
- Odak noktaları $(0,4\sqrt{3})$ ve $(0,-4\sqrt{3})$



soru 1

Analitik düzlemde, asal eksenini x eksenini olan elips şeklinde gösterilmiştir.

Buna göre

- Elipsin odak noktaları $F(2,0)$ ve $F'(-2,0)$ dir.
- Elipsin asal eksen köşeleri $A(4,0)$ ve $A'(-4,0)$ dir.
- Elipsin yedek eksen köşeleri $B(0,2\sqrt{3})$ ve $B'(0,-2\sqrt{3})$ tür.

ifalerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

- A) I B) II C) III D) I, II E) I, II, III

soru 2

Analitik düzlemde, asal eksenini y eksenini olan elips şeklinde gösterilmiştir.

Buna göre

- Elipsin odak noktaları $F(0,2)$ ve $F'(0,-2)$ tür.
- Elipsin asal eksen köşeleri $B(2\sqrt{3},0)$ ve $B'(-2\sqrt{3},0)$ dir.
- Elipsin yedek eksen köşeleri $A(0,4)$ ve $A'(0,-4)$ tür.

ifalerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

- A) I B) II C) III D) I, III E) I, II, III

soru 3

Analitik düzlemde, asal eksenini x eksenini olan elips şeklinde gösterilmiştir.

Şekilde verilen elips için

- Asal eksen uzunluğu 20 br dir.
- Yedek eksen uzunluğu 10 br dir.
- Odaklar arası uzaklığı $10\sqrt{3}$ br dir.

ifalerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

- A) I B) I, II C) II, III D) I, III E) I, II, III

soru 4

Analitik düzlemde, asal eksenini y eksenini olan elips şeklinde gösterilmiştir.

Şekilde verilen elips için

- Asal eksen uzunluğu 10 br dir.
- Yedek eksen uzunluğu 20 br dir.
- Odaklar noktalarının koordinatları $(0,5\sqrt{3})$ ve $(0,-5\sqrt{3})$ tür.

ifalerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

- A) I B) II C) III D) I, II E) I, II, III

soru 5

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 8 br, yedek eksen uzunluğu 6 br olan elipsin odaklar arası uzaklığı kaç br dir?

- A) 12 B) $4\sqrt{7}$ C) 10 D) $2\sqrt{7}$ E) 5

soru 6

Analitik düzlemde, odaklar arası uzaklığı 8 br yedek eksen uzunluğu 10 br olan elipsin asal eksen uzunluğu kaç br dir?

- A) 10 B) $6\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{41}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $\sqrt{41}$

soru 7

Analitik düzlemde şekilde verilen merkez elipsin odak noktalarının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(3,0)$ $(-3,0)$ B) $(3\sqrt{3},0)$ $(-3\sqrt{3},0)$ C) $(4,0)$ $(-4,0)$
D) $(0,4)$ $(0,-4)$ E) $(0,3\sqrt{3})$ $(0,-3\sqrt{3})$



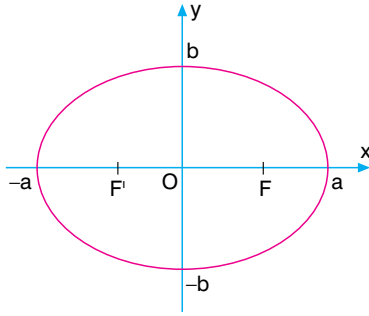
Merkezi Elipsin Denklemi

Merkezi orijin ve eksenleri koordinat eksenleri olan elipse merkezli elips denildiğini vermiştik.

x eksenini (a,0) ve (-a,0), y eksenini (0,b) ve (0,-b) noktalarında kesen merkezli elipsin denklemi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$|a| > |b|$ ise elipsin asal (büyük) eksen x eksenidir.



Asal (büyük) eksen x eksen, yedek (küçük) eksen y eksen olan merkezli elips

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ ve } |a| > |b|$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

olan elipsin

- Asal eksen köşelerinin koordinatlarını bulunuz.
- Yedek eksen köşelerinin koordinatlarını bulunuz.
- Odak noktalarının koordinatlarını bulunuz.

kavrama sorusu

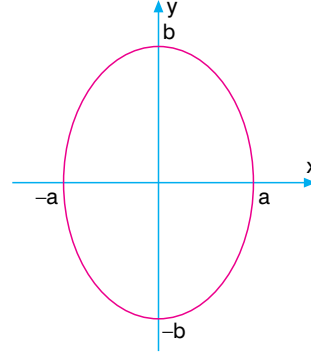
Analitik düzlemde, denklemi

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

olan elipsin

- Asal eksen köşelerinin koordinatlarını bulunuz.
- Yedek eksen köşelerinin koordinatlarını bulunuz.
- Odak noktalarının koordinatlarını bulunuz.

$|a| < |b|$ ise elipsin asal (büyük) eksen y eksenidir.



Asal (küçük) eksen y eksen, yedek (küçük) eksen x eksen olan merkezli elips

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ ve } |a| < |b|$$

çözüm

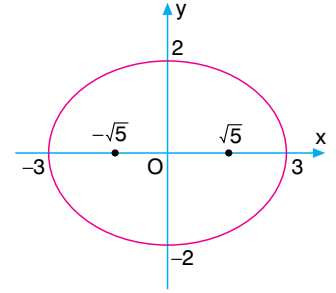
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$$

$$a^2=9 \text{ ise } a=\pm 3$$

$$b^2=4 \text{ ise } b=\pm 2$$

$|a| > |b|$ olduğuna göre elipsin asal eksen x eksenidir.

- $a=\pm 3$ ise asal eksen köşeleri (3,0) ve (-3,0)
- $b=\pm 2$ ise yedek eksen köşeleri (0,2) ve (0,-2)
- $|a| > |b|$ ise $a^2=b^2+c^2$ olacağından $3^2=2^2+c^2$ ise $c=\pm\sqrt{5}$
Buna göre, odak noktalarının koordinatları $(\sqrt{5},0)$ ve $(-\sqrt{5},0)$ olur.



çözüm

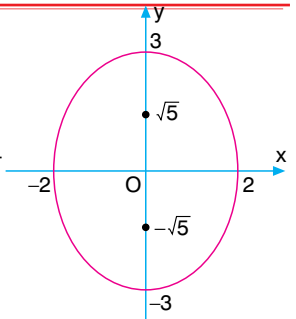
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$$

$$a^2=4 \text{ ise } a=\pm 2$$

$$b^2=9 \text{ ise } b=\pm 3$$

$|a| < |b|$ olduğuna göre elipsin asal eksen y eksenidir.

- $b=\pm 3$ ise asal eksen köşeleri (0,3) ve (0,-3)
- $a=\pm 2$ ise yedek eksen köşeleri (2,0) ve (-2,0)
- $|a| < |b|$ ise $b^2=a^2+c^2$ olacağından $3^2=2^2+c^2$ ise $c=\pm\sqrt{5}$
Buna göre, odak noktalarının koordinatları $(0,\sqrt{5})$ ve $(0,-\sqrt{5})$ olur.





soru 1

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ olan elips için

- I. Asal eksen köşeleri (4,0) ve (-4,0) dir.
 II. Yedek eksen köşeleri (3,0) ve (-3,0) dir.
 III. Odak noktalarının koordinatları $(\sqrt{7},0)$ ve $(-\sqrt{7},0)$ dir.
 ifalerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

- A) I B) I, II C) I, III D) II, III E) I, II, III

soru 2

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen elipslerden hangisinin asal eksenini x eksenine olup, asal eksen köşelerinin koordinatları (6,0) ve (-6,0) dır?

- A) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{40} = 1$ B) $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{36} = 1$ C) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$
 D) $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{4} = 1$ E) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{6} = 1$

soru 3

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen elipslerden hangisinin asal eksenini x eksenine olup yedek eksen uzunluğu 8 br dir?

- A) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ B) $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{8} = 1$ C) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$
 D) $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{16} = 1$ E) $\frac{x^2}{98} + \frac{y^2}{64} = 1$

soru 4

Analitik düzlemde, odak noktalarının koordinatları (5,0) ve (-5,0) olan elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ B) $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ C) $\frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{40} = 1$
 D) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ E) $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{49} = 1$

soru 5

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{45} = 1$ olan elips için

- I. Asal eksen köşelerinin koordinatları $(0,3\sqrt{5})$ ve $(0,-3\sqrt{5})$ tir.
 II. Yedek eksen köşeleri koordinatları $(2\sqrt{5},0)$ ve $(-2\sqrt{5},0)$ dir.
 III. Odak noktalarının koordinatları (0,5) ve (0,-5) tir.
 ifadelerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

- A) II B) III C) I, II D) I, III E) I, II, III

soru 6

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{k} = 1$ elipsinin asal eksenini y eksenine olduğuna göre, k nın alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 6 B) 20 C) 24 D) 26 E) 36

soru 7

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen elipslerden hangisinin asal eksenini y eksenine olup, yedek eksen köşelerinin koordinatları (3,0) ve (-3,0) dır?

- A) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ B) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ C) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$
 D) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$ E) $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{15} = 1$

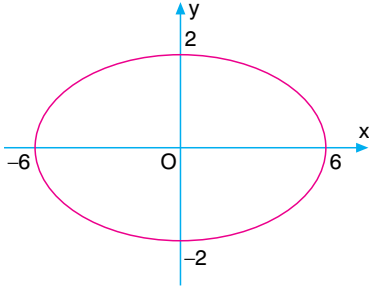
soru 8

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen elipslerden hangisinin yedek eksenini y eksenine olup, odaklar arası uzaklığı $4\sqrt{3}$ br dir?

- A) $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{24} = 1$ B) $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{36} = 1$ C) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{12} = 1$
 D) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1$ E) $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{36} = 1$



kavrama sorusu



Analitik düzlemde şekilde verilen elipsin denklemini bulunuz.

çözüm

$$|a|=6 \quad |b|=2 \text{ dir.}$$

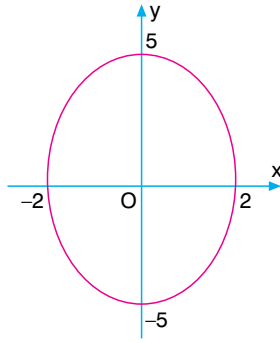
$|a| > |b|$ olduğuna göre, elipsin asal eksenini x eksenidir.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{4} = 1$$

Cevap: $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{4} = 1$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde şekilde verilen elipsin denklemini bulunuz.



çözüm

$$|a|=2 \quad |b|=5 \text{ dir.}$$

$|a| < |b|$ olduğuna göre, elipsin asal eksenini y eksenidir.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$$

Cevap: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemin $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ olan elipsin grafiğini çiziniz.

çözüm

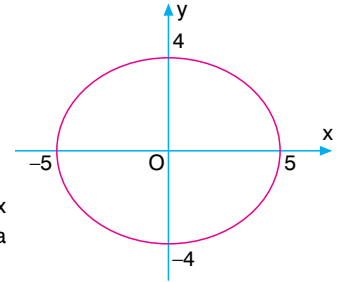
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16}$$

olduğundan $a = \pm 5$ ve $b = \pm 4$

$|a| > |b|$ ise asal eksenini x eksenidir.

$a = \pm 5$ olduğundan elips x eksenini (5,0) ve (-5,0) da keser.

$b = \pm 4$ olduğundan elips y eksenini (0,4) ve (0,-4) da keser.



kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemin $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ olan elipsin grafiğini çiziniz.

çözüm

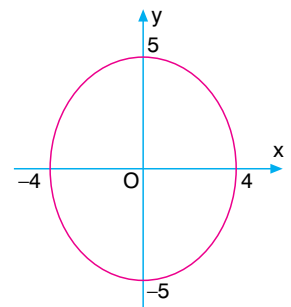
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25}$$

olduğundan $a = \pm 4$ ve $b = \pm 5$

$|a| < |b|$ ise asal eksenini y eksenidir.

$a = \pm 4$ olduğundan elips x eksenini (4,0) ve (-4,0) da keser.

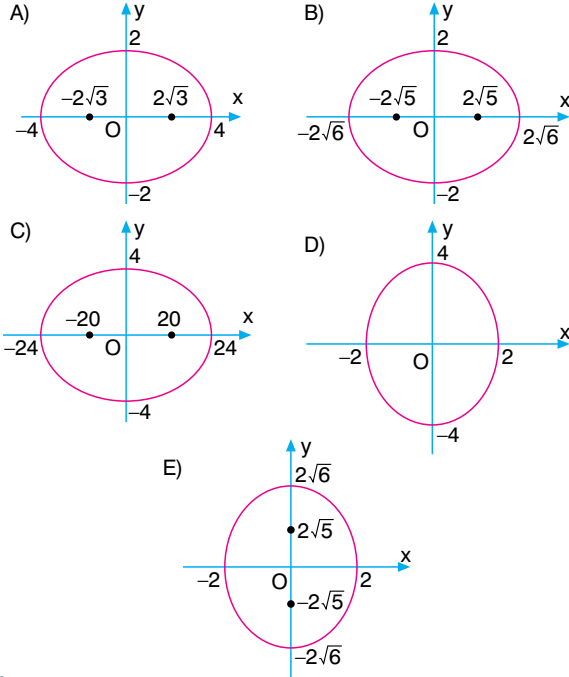
$b = \pm 5$ olduğundan elips y eksenini (0,5) ve (0,-5) da keser.





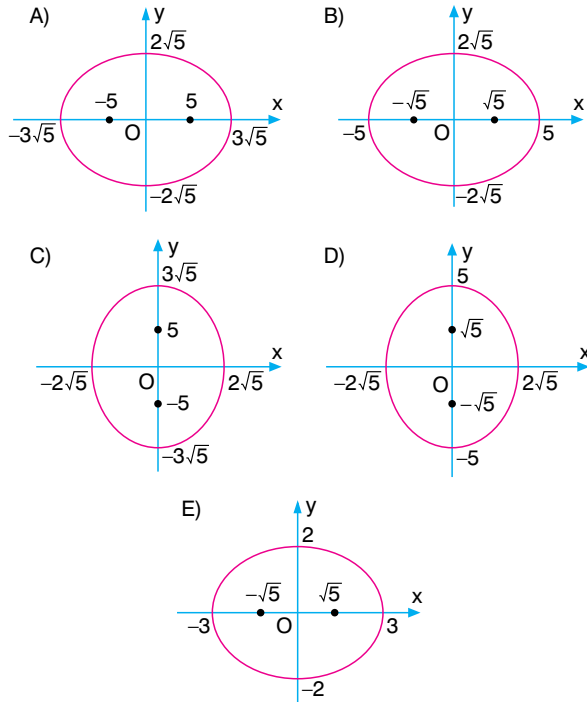
soru 1

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{4} = 1$ olan elipsin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



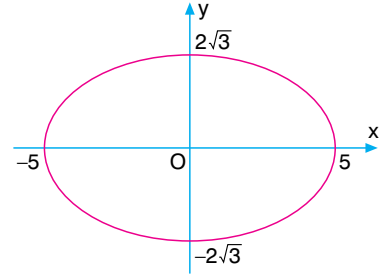
soru 2

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{45} = 1$ olan elipsin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



soru 3

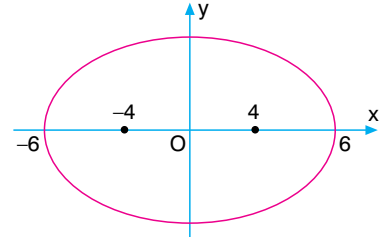
Analitik düzlemde, şekilde verilen elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2\sqrt{3}} = 1$ B) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{12} = 1$ C) $\frac{x^2}{2\sqrt{3}} + \frac{y^2}{5} = 1$
D) $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{25} = 1$ E) $\frac{x^2}{37} + \frac{y^2}{12} = 1$

soru 4

Analitik düzlemde, asal eksen x eksen olan elipsin asal eksen köşeleri ve odak noktaları şekilde gösterilmiştir.

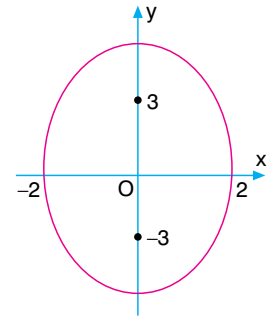


Şekilde verilenlere göre, bu elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$ B) $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{36} = 1$ C) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$
D) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ E) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{36} = 1$

soru 5

Analitik düzlemde, asal eksen y eksen olan elipsin yedek eksen köşeleri ve odak noktaları şekilde gösterilmiştir.



Şekilde verilenlere göre, bu elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ B) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ C) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$
D) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ E) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{13} = 1$



Uyarı

Elipsin denklemi $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ formatında verilmezse denklemin sağ tarafında 1 kalacak şekilde eşitliğin her iki tarafını aynı sayıya böleriz.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi $9x^2 + 4y^2 = 36$ olan elipsin

- Asal eksen köşelerinin koordinatlarını bulunuz.
- Yedek eksen köşelerinin koordinatlarını bulunuz.

çözüm

Eşitliğin sağ tarafında 1 olmalıdır. Her iki tarafı 36 ile böleriz.

$$\frac{9x^2}{36} + \frac{4y^2}{36} = \frac{36}{36} \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Buna göre, $a = \pm 2$, $b = \pm 3$

$|a| < |b|$ ise asal eksen y eksenidir.

- $b = \pm 3$ ise asal eksen köşeleri (0,3) ve (0,-3)
- $a = \pm 2$ ise yedek eksen köşeleri (2,0) ve (-2,0)

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi $16x^2 + 25y^2 = 400$ olan elipsin odak noktalarının koordinatlarını bulunuz.

çözüm

Eşitliğin her iki tarafını 400 ile böleriz.

$$\frac{16x^2}{400} + \frac{25y^2}{400} = \frac{400}{400} \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$a^2 = 25, \quad b^2 = 16$$

$|a| > |b|$ olduğundan asal eksenimiz x eksenidir ve odaklar x ekseninde yer almaktadır.

$$a^2 = b^2 + c^2 \text{ ise } 25 = 16 + c^2 \\ c = \pm 3$$

Cevap: (3,0) ve (-3,0)

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi $16x^2 + 9y^2 = 144$ olan elipsin grafiğini çizin.

çözüm

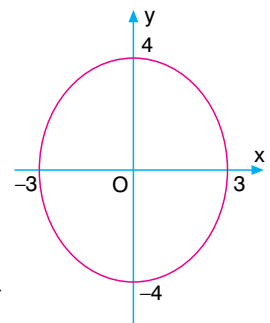
Eşitliğin her iki tarafını 144 ile böleriz.

$$\frac{16x^2}{144} + \frac{9y^2}{144} = \frac{144}{144} \\ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$a^2 = 9 \text{ ise } a = \pm 3,$$

$$b^2 = 16 \text{ ise } b = \pm 4$$

Buna göre elipsin grafiği yukarıdaki gibi olur.





soru 1

Analitik düzlemde, denklemi $3x^2 + 4y^2 = 12$ olan elipsin asal eksen köşelerinin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, 0\right) \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 0\right)$ B) $\left(\frac{1}{2}, 0\right) \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ C) (2, 0) (-2, 0)
D) (0, 2) ve (0, -2) E) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ve $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$

soru 2

Analitik düzlemde, denklemi $4x^2 + 9y^2 = 36$ olan elipsin odak noktalarının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\sqrt{5}, 0) (-\sqrt{5}, 0)$ B) $(\sqrt{13}, 0) (-\sqrt{13}, 0)$ C) (2, 0) (-2, 0)
D) (0, $\sqrt{5}$) (0, $-\sqrt{5}$) E) (0, $\sqrt{13}$) (0, $-\sqrt{13}$)

soru 3

Analitik düzlemde, denklemi, $2x^2 + 5y^2 = 20$ olan elipsin yedek eksen uzunluğu kaç br dir?

- A) 2 B) 4 C) $2\sqrt{10}$ D) 8 E) 10

soru 4

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen elipslerden hangisinin asal eksen y eksenidir?

- A) $x^2 + 2y^2 = 5$ B) $3x^2 + 4y^2 = 24$ C) $5x^2 + 7y^2 = 45$
D) $6x^2 + 5y^2 = 44$ E) $9x^2 + 11y^2 = 56$

soru 5

Analitik düzlemde, odak noktalarının koordinatları $F(0, 2\sqrt{3})$ ve $F'(0, -2\sqrt{3})$ olan elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $4x^2 + y^2 = 12$ B) $4x^2 + y^2 = 16$ C) $x^2 + 2y^2 = 12$
D) $x^2 + 4y^2 = 16$ E) $x^2 + 4y^2 = 18$

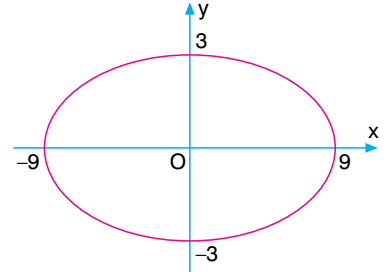
soru 6

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 10 br, yedek eksen uzunluğu 8 br ve yedek eksen x eksenine olan elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x^2 + 5y^2 = 25$ B) $16x^2 + 25y^2 = 100$ C) $25x^2 + 4y^2 = 100$
D) $5x^2 + 4y^2 = 20$ E) $25x^2 + 16y^2 = 400$

soru 7

Analitik düzlemde, şekilde verilen elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $3x^2 + 9y^2 = 44$ B) $9x^2 + y^2 = 81$ C) $3x^2 + y^2 = 27$
D) $x^2 + 3y^2 = 27$ E) $x^2 + 9y^2 = 81$

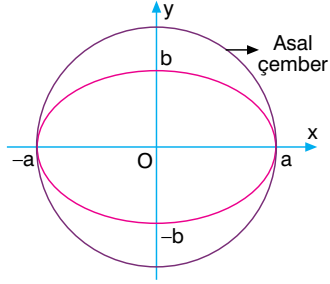
soru 8

Analitik düzlemde, x eksenini kestiği noktaların apsisi sırasıyla -5 ve 5, y eksenini kestiği noktaların ordinatları sırasıyla $-5\sqrt{3}$ ve $5\sqrt{3}$ olan elipsin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x^2 + y^2 = 75$ B) $3x^2 + y^2 = 25$ C) $x^2 + y^2 = 75$
D) $x^2 + 3y^2 = 25$ E) $x^2 + 3y^2 = 75$



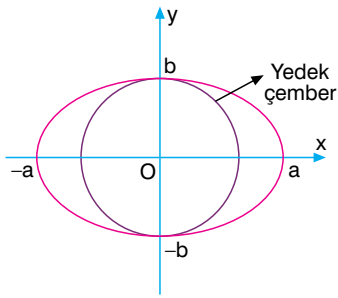
Elipsin Asal ve Yedek Çemberleri



Asal Çember: Merkezi, elipsin merkezi, çapı asal eksen uzunluğuna eşit olan çembere bu elipsin asal çemberi denir.

Şekilde verilen asal çemberin denklemi

$$x^2 + y^2 = a^2$$



Yedek Çember: Merkezi, elipsin merkezi ve çapı yedek eksen uzunluğu kadar olan çembere bu elipsin yedek çemberi denir.

Şekilde verilen yedek çemberin denklemi

$$x^2 + y^2 = b^2$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{15} = 1$ olan elipsin asal çemberinin denklemini bulunuz.

çözüm

$24 > 15$ ise elipsin asal eksen x eksenidir.

Asal çember denklemi, $x^2 + y^2 = a^2$
 $x^2 + y^2 = 24$

Cevap: $x^2 + y^2 = 24$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ olan elipsin asal çemberinin denklemini bulunuz.

çözüm

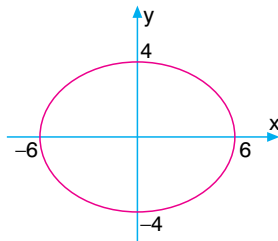
$16 < 25$ ise elipsin asal eksen y eksenidir.

Asal çember denklemi, $x^2 + y^2 = 25$

Cevap: $x^2 + y^2 = 25$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, şekilde verilen elipsin yedek çemberinin denklemini bulunuz.



çözüm

Şekilde verilen elipsin yedek eksen y eksenidir.

Buna göre, elipsin yedek çemberinin yarıçapı 4 br ve denklemi $x^2 + y^2 = 4^2$

Cevap: $x^2 + y^2 = 16$



soru 1

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{8} = 1$ elipsinin asal çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 = 2$ B) $x^2 + y^2 = 8$ C) $x^2 + y^2 = 10$
D) $x^2 + y^2 = 15$ E) $x^2 + y^2 = 18$

soru 2

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{100} = 1$ elipsinin asal çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 = 125$ B) $x^2 + y^2 = 100$ C) $x^2 + y^2 = 75$
D) $x^2 + y^2 = 25$ E) $x^2 + y^2 = 5$

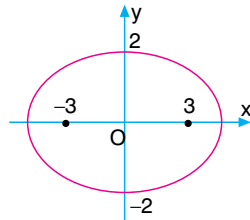
soru 3

Analitik düzlemde, $5x^2 + 9y^2 = 45$ elipsinin asal çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 = 3$ B) $x^2 + y^2 = 5$ C) $x^2 + y^2 = 9$
D) $x^2 + y^2 = 25$ E) $x^2 + y^2 = 45$

soru 4

Analitik düzlemde, şekilde odak noktaları ve yedek eksen köşeleri verilen elipsin asal çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $x^2 + y^2 = 13$ B) $x^2 + y^2 = 9$ C) $x^2 + y^2 = 5$
D) $x^2 + y^2 = 4$ E) $x^2 + y^2 = 3$

soru 5

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ elipsinin yedek çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 = 81$ B) $x^2 + y^2 = 34$ C) $x^2 + y^2 = 25$
D) $x^2 + y^2 = 12$ E) $x^2 + y^2 = 9$

soru 6

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$ elipsinin yedek çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 = 48$ B) $x^2 + y^2 = 36$ C) $x^2 + y^2 = 32$
D) $x^2 + y^2 = 16$ E) $x^2 + y^2 = 8$

soru 7

Analitik düzlemde, x eksenini kestiği noktalar arasındaki uzaklık 8 br, y eksenini kestiği noktalar arasındaki uzaklık 10 br olan merkezli elipsin yedek çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 = 8$ B) $x^2 + y^2 = 10$ C) $x^2 + y^2 = 16$
D) $x^2 + y^2 = 25$ E) $x^2 + y^2 = 64$

soru 8

Analitik düzlemde, odak noktaları $F(5,0)$ ve $F'(-5,0)$, asal eksen uzunluğu 14 br olan merkezli elipsin yedek çemberinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 = 74$ B) $x^2 + y^2 = 64$ C) $x^2 + y^2 = 49$
D) $x^2 + y^2 = 30$ E) $x^2 + y^2 = 24$



Elipsin Doğrultman Çemberleri

Merkezleri, elipsin odak noktalarında ve yarıçap uzunluğu asal ekseninin uzunluğuna eşit olan çemberlere elipsin doğrultman çemberleri denir.

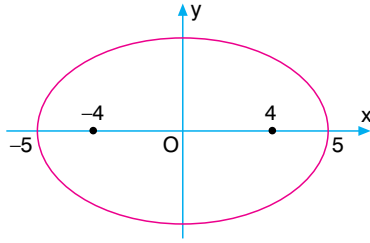
Odak noktaları $(c,0)$ ve $(-c,0)$, asal eksen uzunluğu $2a$ br olan elipsin doğrultman çemberlerinin denklemleri

$$(x+c)^2+y^2=(2a)^2$$

$$(x-c)^2+y^2=(2a)^2$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, şekilde odak noktaları ve asal eksen köşeleri verilen elipsin doğrultman çemberlerinin denklemlerini bulunuz.



çözüm

Şekilde verilen elipsin asal eksen uzunluğu $2a = 10$ br
Odak noktaları $(4,0)$ ve $(-4,0)$ dır.

Doğrultman çemberleri

$$(x+4)^2+y^2=10^2$$

$$(x-4)^2+y^2=10^2$$

Cevap: $(x+4)^2+y^2=100$

$(x-4)^2+y^2=100$

Elipsin Dış Merkezliği

Bir elipste odaklar arası uzaklığın, asal eksen uzunluğuna oranına bu elipsin dış merkezliği denir ve "e" harfi ile gösterilir.

Elips için dış merkezlik 1'den küçüktür.

$e = \frac{\text{odaklar arası uzaklık}}{\text{asal eksen uzunluğu}} = \frac{2c}{2a}$ ise $\text{Dış merkezlik} = e = \frac{c}{a}$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemleri $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ olan elipsin dış merkezliği kaçtır?

çözüm

$a=3, b=2$

$a^2=b^2+c^2$ bağıntısından

$3^2=2^2+c^2$ ise $c=\sqrt{5}$ tir.

Buna göre, elipsin dış merkezliği

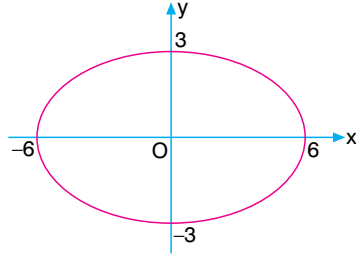
$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

Cevap: $\frac{\sqrt{5}}{3}$



soru 1

Analitik düzlemde, şekilde asal ve yedek eksen köşeleri verilen elipsin doğrultman çemberlerinin denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $(x+3)^2 + y^2 = 36$ B) $(x+6)^2 + y^2 = 36$
 $(x-3)^2 + y^2 = 36$ $(x-6)^2 + y^2 = 36$
 C) $(x+3)^2 + y^2 = 64$ D) $(x+3\sqrt{5})^2 + y^2 = 144$
 $(x-3)^2 + y^2 = 64$ $(x-3\sqrt{5})^2 + y^2 = 144$
 E) $(x+3\sqrt{3})^2 + y^2 = 144$
 $(x-3\sqrt{3})^2 + y^2 = 144$

soru 2

Analitik düzlemde, denklemi $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ olan elipsin doğrultman çemberlerinin denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x+3)^2 + y^2 = 16$ B) $(x+3)^2 + y^2 = 64$
 $(x-3)^2 + y^2 = 16$ $(x-3)^2 + y^2 = 64$
 C) $(x+\sqrt{7})^2 + y^2 = 64$ D) $(x+\sqrt{7})^2 + y^2 = 16$
 $(x-\sqrt{7})^2 + y^2 = 64$ $(x-\sqrt{7})^2 + y^2 = 16$
 E) $(x+5)^2 + y^2 = 64$
 $(x-5)^2 + y^2 = 64$

soru 3

Analitik düzlemde, denklemi $4x^2 + 9y^2 = 36$ olan elipsin doğrultman çemberlerinin denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x+\sqrt{5})^2 + y^2 = 16$ B) $(x+\sqrt{5})^2 + y^2 = 36$
 $(x-\sqrt{5})^2 + y^2 = 16$ $(x-\sqrt{5})^2 + y^2 = 36$
 C) $x^2 + (y+\sqrt{5})^2 = 16$ D) $x^2 + (y+\sqrt{5})^2 = 36$
 $x^2 + (y-\sqrt{5})^2 = 16$ $x^2 + (y-\sqrt{5})^2 = 36$
 E) $(x+5)^2 + y^2 = 24$
 $(x-5)^2 + y^2 = 24$

soru 4

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 12 br yedek eksen uzunluğu 8 br olan elipsin dış merkezliği kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ E) $\frac{3}{5}$

soru 5

Analitik düzlemde, $x=-4$, $x=4$, $y=-8$, $y=8$ doğrularına teğet olan elipsin doğrultman çemberlerinin denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + (y+4\sqrt{3})^2 = 128$ B) $x^2 + (y+4\sqrt{3})^2 = 256$
 $x^2 + (y-4\sqrt{3})^2 = 128$ $x^2 + (y-4\sqrt{3})^2 = 256$
 C) $x^2 + (y+4)^2 = 128$ D) $(x+4\sqrt{3})^2 + y^2 = 128$
 $x^2 + (y-4)^2 = 128$ $(x-4\sqrt{3})^2 + y^2 = 128$
 E) $(x+4\sqrt{3})^2 + y^2 = 256$
 $(x-4\sqrt{3})^2 + y^2 = 256$

soru 6

Analitik düzlemde, odak noktaları $F(0, 4)$, $F'(0, -4)$ yedek eksen köşeleri $B(3,0)$ ve $B'(-3,0)$ olan elipsin dış merkezliği kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{4}$

soru 7

Analitik düzlemde, odak noktalarından birisi $F(6,0)$ olan elipsin dış merkezliği $\frac{3}{5}$ olduğuna göre, bu elipsin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ B) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ C) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$
 D) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{64} = 1$ E) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{100} = 1$

soru 8

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen elipslerden hangisinin asal eksen y eksen olup, dış merkezliği $\frac{2}{3}$ tür?

- A) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ B) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ C) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{20} = 1$
 D) $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{36} = 1$ E) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$



Elipsin Parametrik Denklemi

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ elipsinde $\frac{x}{a} = \cos\theta$, $\frac{y}{b} = \sin\theta$ alırsak elipsin parametrik denklemleri

$$\begin{aligned} x &= a \cdot \cos\theta \\ y &= b \cdot \sin\theta \end{aligned}$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, standart denklemi $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ olan elipsin parametrik denklemini yazınız.

çözüm

$$a^2 = 25 \text{ ise } a = 5$$

$$b^2 = 16 \text{ ise } b = 4$$

Elipsin parametrik denklemleri

$$x = a \cos\theta \text{ ve } y = b \sin\theta \text{ ise}$$

$$x = 5\cos\theta \text{ ve } y = 4\sin\theta$$

$$\begin{aligned} \text{Cevap: } x &= 5\cos\theta \\ y &= 4\sin\theta \end{aligned}$$

kavrama sorusu

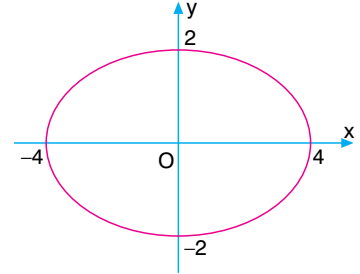
Analitik düzlemde, parametrik denklemleri $x = 4\cos\theta$, $y = 2\sin\theta$ olan elipsin grafiğini çiziniz.

çözüm

$$x = 4\cos\theta \text{ ise } a = 4$$

$$y = 2\sin\theta \text{ ise } b = 2$$

Buna göre, elipsin grafiği yandaki gibidir.



kavrama sorusu

Analitik düzlemde, denklemi $4x^2 + 9y^2 = 36$ olan elipsin parametrik denklemini yazınız.

çözüm

Her iki tarafı 36 ile bölelim.

$$\frac{4x^2}{36} + \frac{9y^2}{36} = \frac{36}{36}$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$a^2 = 9 \text{ ise } a = 3$$

$$b^2 = 4 \text{ ise } b = 2$$

Elipsin parametrik denklemleri

$$x = 3\cos\theta \text{ ve } y = 2\sin\theta$$

$$\begin{aligned} \text{Cevap: } x &= 3\cos\theta \\ y &= 2\sin\theta \end{aligned}$$



soru 1

Analitik düzlemde, standart denklemi $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ olan elipsin parametrik denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = 9\cos\theta$
 $y = 4\sin\theta$ B) $x = 4\sin\theta$
 $y = 9\cos\theta$ C) $x = 3\cos\theta$
 $y = 2\sin\theta$
D) $x = 3\sin\theta$
 $y = 2\cos\theta$ E) $x = 2\cos\theta$
 $y = 3\sin\theta$

soru 2

Analitik düzlemde, standart denklemi $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{9} = 1$ olan elipsin parametrik denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = 6\cos\theta$
 $y = 9\sin\theta$ B) $x = 6\sin\theta$
 $y = 9\cos\theta$ C) $x = 9\cos\theta$
 $y = 6\sin\theta$
D) $x = 3\cos\theta$
 $y = \sqrt{6}\sin\theta$ E) $x = \sqrt{6}\cos\theta$
 $y = 3\sin\theta$

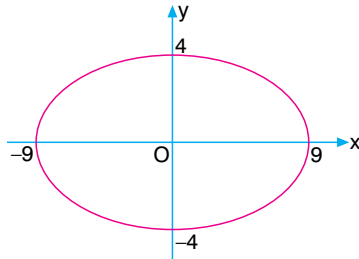
soru 3

Analitik düzlemde, denklemi $25x^2 + 36y^2 = 900$ olan elipsin parametrik denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = 5\cos\theta$
 $y = 6\sin\theta$ B) $x = 6\cos\theta$
 $y = 5\sin\theta$ C) $x = 5\sin\theta$
 $y = 6\cos\theta$
D) $x = 6\sin\theta$
 $y = 5\cos\theta$ E) $x = 4\cos\theta$
 $y = 9\sin\theta$

soru 4

Analitik düzlemde, şekilde verilen elipsin parametrik denklemini aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $x = 9\cos\theta$
 $y = 2\sin\theta$ B) $x = 3\sin\theta$
 $y = 2\cos\theta$ C) $x = 4\cos\theta$
 $y = 9\sin\theta$
D) $x = 9\cos\theta$
 $y = 4\sin\theta$ E) $x = 9\sin\theta$
 $y = 4\cos\theta$

soru 5

Analitik düzlemde, parametrik denklemini $x = 6\cos\theta$, $y = 4\sin\theta$ olan elipsin standart denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{4} = 1$ B) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ C) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$
D) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{6} = 1$ E) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{24} = 1$

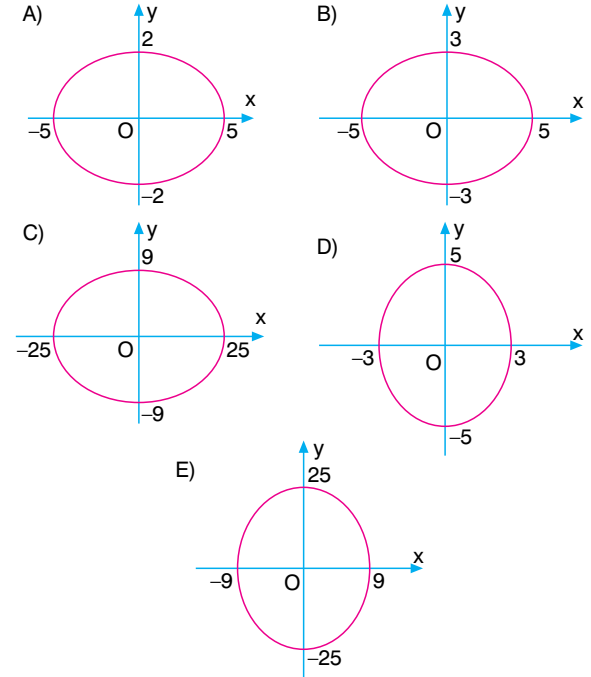
soru 6

Analitik düzlemde, parametrik denklemini $x = 4\cos\theta$, $y = 2\sin\theta$ olan elipsin odak noktalarının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(2\sqrt{3}, 0)$ $(-2\sqrt{3}, 0)$ B) $(2\sqrt{5}, 0)$ $(-2\sqrt{5}, 0)$ C) $(0, 2\sqrt{3})$ $(0, -2\sqrt{3})$
D) $(0, 2\sqrt{5})$ $(0, -2\sqrt{5})$ E) $(4, 0)$ $(-4, 0)$

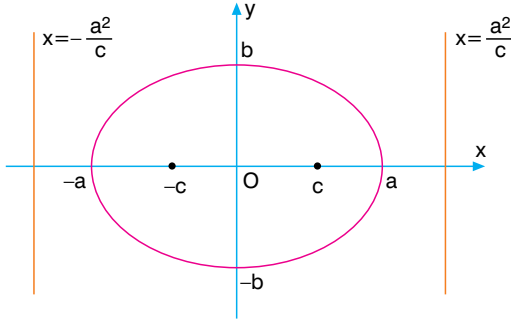
soru 7

Analitik düzlemde, parametrik denklemini $x = 5\cos\theta$, $y = 3\sin\theta$ olan elipsin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?





Elipsin Doğrultmanları



$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ elipsinin doğrultmanlarının denklemi

$$x = \frac{a^2}{c} \text{ ve } x = -\frac{a^2}{c}$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ elipsinin doğrultman denklemlerini bulunuz.

çözüm

$$a^2 = 9 \text{ ise } a = 3$$

$$b^2 = 4 \text{ ise } b = 2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \text{ bağıntısından } 9 = 4 + c^2 \text{ ise } c = \sqrt{5}$$

Doğrultman denklemleri

$$x = \frac{9}{\sqrt{5}} \text{ ve } x = -\frac{9}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Cevap: } x = \frac{9}{\sqrt{5}} \text{ ve } x = -\frac{9}{\sqrt{5}}$$

Elips ile Bir Doğrunun Birbirine Göre Durumları

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ elipsi ile $y = mx + n$ doğrusu için

- I. $m^2a^2 + b^2 = n^2$ ise doğru elipse teğettir.
- II. $m^2a^2 + b^2 > n^2$ ise doğru elipsi farklı iki noktada keser.
- III. $m^2a^2 + b^2 < n^2$ ise doğru elipsi kesmez.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y = 2x + k$ doğrusu $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$ elipsine teğet olduğuna göre, k nın alabileceği değerler kümesini bulunuz.

çözüm

$$a^2 = 16 \quad b^2 = 8 \quad m^2 = 2^2 = 4$$

$$m^2a^2 + b^2 = k^2 \text{ ise doğru elipse teğettir.}$$

$$4 \cdot 16 + 8 = k^2 \text{ ise } k = \pm 6\sqrt{2}$$

$$\text{Cevap: } \{-6\sqrt{2}, 6\sqrt{2}\}$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y = 3x + k$ doğrusu $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ elipsi ile kesişmediğine göre, k nın alabileceği en küçük pozitif tam sayı değeri kaçtır?

çözüm

$$a^2 = 25 \quad b^2 = 9 \quad m^2 = 3^2 = 9$$

$$m^2a^2 + b^2 < k^2 \text{ ise doğru ile elips kesişmez.}$$

$$9 \cdot 25 + 9 < k^2$$

$$234 < k^2$$

$$\text{Cevap: } 16$$



soru 1

Analitik düzlemde, standart denklemi $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ elipsinin doğrultman denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = \frac{4}{5}$ ve $x = -\frac{4}{5}$ B) $x = \frac{3}{4}$ ve $x = -\frac{3}{4}$ C) $x = \frac{3}{5}$ ve $x = -\frac{3}{5}$
D) $x = \frac{4}{\sqrt{7}}$ ve $x = -\frac{4}{\sqrt{7}}$ E) $x = \frac{16}{\sqrt{7}}$ ve $x = -\frac{16}{\sqrt{7}}$

soru 2

Analitik düzlemde, $16x^2 + 25y^2 = 400$ elipsinin doğrultman denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = \frac{5}{3}$ ve $x = -\frac{5}{3}$ B) $x = \frac{25}{3}$ ve $x = -\frac{25}{3}$ C) $x = \frac{5}{4}$ ve $x = -\frac{5}{4}$
D) $x = \frac{4}{5}$ ve $x = -\frac{4}{5}$ E) $x = \frac{16}{5}$ ve $x = -\frac{16}{5}$

soru 3

Analitik düzlemde, aşağıdakilerden hangisi parametrik denklemleri $x = 6\cos\theta$, $y = 5\sin\theta$ olan elipsin doğrultman denklemlerinden biridir?

- A) $x = \frac{6}{5}$ B) $x = \frac{36}{5}$ C) $x = \frac{25}{6}$ D) $x = \frac{36}{\sqrt{11}}$ E) $x = \frac{36}{11}$

soru 4

Analitik düzlemde, $y = 2x + n$ doğrusu $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ elipsine teğet olduğuna göre, n nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-2, 2\}$ B) $\{-3, 3\}$ C) $\{-\sqrt{7}, \sqrt{7}\}$ D) $\{-2\sqrt{7}, 2\sqrt{7}\}$ E) $\{-6, 6\}$

soru 5

Analitik düzlemde, $y = -2x + n$ doğrusu $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1$ elipsine teğet olduğuna göre, n nin alabileceği pozitif değer kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) $3\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{10}$ E) $\sqrt{102}$

soru 6

Analitik düzlemde, $x - 2y + 4 = 0$ doğrusu $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{k} = 1$ elipsine teğet olduğuna göre, k kaçtır?

- A) $\frac{7}{4}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{9}{2}$ E) 4

soru 7

Analitik düzlemde, $8x - 4y + k = 0$ doğrusu $35x^2 + 25y^2 = 175$ elipsini farklı iki noktada kestiğine göre k aşağıdaki değerlerden hangisi olamaz?

- A) 38 B) 32 C) 24 D) 22 E) 5

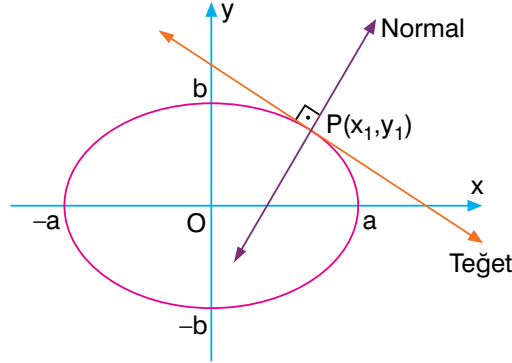
soru 8

Analitik düzlemde, aşağıda verilen doğrulardan hangisinin $8x^2 + 24y^2 = 192$ elipsi ile ortak noktası yoktur?

- A) $y = 2x - 5$ B) $y = 2x$ C) $y = 2x + 4$
D) $y = 2x + 10$ E) $y = 2x + 11$



Elipsin Teğet ve Normal Denklemleri



Denklemleri $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ olan elipsin üzerindeki $P(x_1, y_1)$ noktasındaki teğetin denklemi

$$\frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $x^2 + 2y^2 = 8$ elipsine üzerindeki $P(0,2)$ noktasından çizilen teğetin denklemini bulunuz.

çözüm

$x^2 + 2y^2 = 8$ denkleminde $(0,2)$ noktasının koordinatlarını yerleştirirsek

$$0.x + 2.2y = 8 \text{ ise } y = 2$$

Buna göre, elipse P noktasından çizilen teğet $y = 2$ doğrusudur.

Cevap: $y = 2$

Elipsin Normalinin Denklemi

Elipsin üzerindeki bir noktadaki normalinin denklemini bulmak için teğet denkleminde faydalanırız. Hatırlayalım! Bir doğru denklemini yazmak için gereken şartlar

- 1) Doğrunun eğimi
- 2) Doğrunun geçtiği bir noktanın koordinatları

Normalin eğimi : Teğete dik olduğuna göre, normal ile teğetin eğimleri çarpımı -1 dir.

Normalin geçtiği nokta : Soruda zaten size verilmiş olmalıdır.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $P(2,-1)$ noktası $5x^2 + 8y^2 = 28$ elipsinin üzerindedir.

- a) Elipsin P noktasından geçen teğetin denklemini bulunuz.
- b) Elipsin P noktasındaki teğetin eğimini bulunuz.
- c) Elipsin P noktasındaki normalinin eğimini bulunuz.
- d) Elipsin P noktasındaki normalinin denklemini bulunuz.

çözüm

- a) $5x^2 + 8y^2 = 28$ denkleminde $(2,-1)$ noktasının koordinatlarını yerleştirirsek

$$5.2x + 8.(-1)y = 28 \Rightarrow 10x - 8y = 28$$

$$\text{Sadeleştirerek teğetin denklemi } 5x - 4y - 14 = 0$$

- b) $5x - 4y - 14 = 0$ doğrusunun eğimi

$$m = -\frac{5}{-4} = \frac{5}{4}$$

- c) Elipsin teğeti ile normali birbirine dik olduklarından eğimleri çarpımı -1 dir.

$$\frac{5}{4} \cdot m_{\text{normal}} = -1 \text{ ise } m_{\text{normal}} = -\frac{4}{5}$$

- d) Normalin eğimi $-\frac{4}{5}$ ise denklemi $4x + 5y + k = 0$ şeklindedir. Elipsin normali $P(2,-1)$ noktasından geçtiğine göre, P noktası normal denklemini sağlar.

$$4x + 5y + k = 0$$

$$4.2 + 5.(-1) + k = 0$$

$$k = -3 \text{ tür.}$$

$$\text{Normal denklemi : } 4x + 5y - 3 = 0$$



soru 1

Analitik düzlemde, $3x^2+4y^2=12$ elipsine üzerindeki $P\left(1, \frac{3}{2}\right)$ noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x+2y-4=0$ B) $x+2y+4=0$ C) $3x+2y-6=0$
D) $3x-2y=0$ E) $x+y-6=0$

soru 2

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$ elipsine üzerindeki $P(\sqrt{6},1)$ noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x-3y+1=0$ B) $x+y-2=0$ C) $\sqrt{6}x-2y-4=0$
D) $\sqrt{6}x+3y-9=0$ E) $x+\sqrt{6}y-1=0$

soru 3

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1$ elipsine üzerindeki $P(\sqrt{2},2\sqrt{2})$ noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) -1 D) -2 E) -4

soru 4

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ elipsine üzerindeki P noktasından çizilen teğetin eğimi $\frac{2}{3}$ olduğuna göre, bu noktadaki normalinin eğimi kaçtır?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{3}{2}$

soru 5

Analitik düzlemde, $3x^2+6y^2=12$ elipsine üzerindeki $P(\sqrt{2},-1)$ noktasından çizilen normalinin eğimi kaçtır?

- A) -2 B) $-\sqrt{2}$ C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) 2

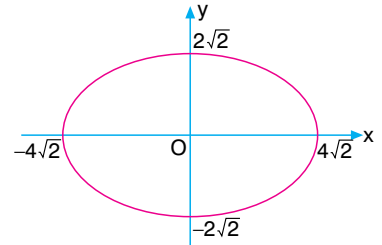
soru 6

Analitik düzlemde, $2x^2+y^2=5$ elipsine üzerindeki $P(-\sqrt{2},1)$ noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\sqrt{2}x-y+\sqrt{2}=0$ B) $x-y+2=0$ C) $x+2\sqrt{2}y-\sqrt{2}=0$
D) $x+2\sqrt{2}y-1=0$ E) $\sqrt{2}x+y+1=0$

soru 7

Analitik düzlemde, şekilde eksenleri kestiği noktalar verilen elipsin üzerindeki $P(4,2)$ noktasından geçen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $x+2y-8=0$ B) $-x+2y=0$ C) $2x-y+6=0$
D) $2x-y-6=0$ E) $2x-4y+1=0$

soru 8

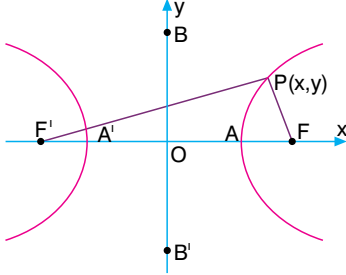
Analitik düzlemde, $16x^2+y^2=20$ elipsine üzerindeki $P(1,2)$ noktasından çizilen normalin x eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?

- A) -15 B) -7 C) -3 D) 3 E) 5

HİPERBOL



HİPERBOL



Düzlemde sabit iki noktaya uzaklıkları farkı sabit olan noktalar kümesine "hiperbol" denir.

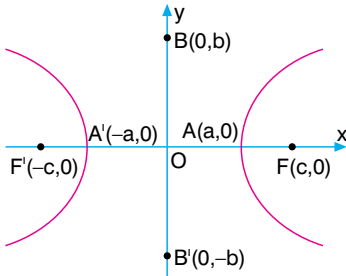
Hiperbolde odakları birleştiren doğruya hiperbolün "asal eksen", hiperbolün asal eksen kestiği noktalara "hiperbolün köşeleri" denir. Köşeleri birleştiren doğru parçasının orta noktasına "hiperbolün merkezi" denir.

Hiperbol üzerindeki herhangi bir $P(x,y)$ noktası için

$$||PF| - |PF'|| = |AA'|$$

Merkezil Hiperbol

Merkezi orijinde ve asal eksen eksenler üzerinde olan hiperboldür.



$F(c,0)$, $F'(-c,0)$ hiperbolün odakları

$A(a,0)$, $A'(-a,0)$ hiperbolün köşeleri

$|AA'|$ hiperbolün asal eksen

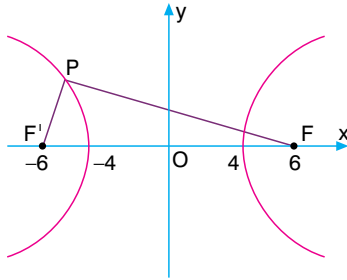
$|AA'| = 2a$ asal eksen uzunluğu

$|BB'| = 2b$ yedek (sanal) eksen uzunluğu

$|CC'| = 2c$ odaklar arası uzaklığı

Hiperbolde: $c^2 = a^2 + b^2$

kavrama sorusu



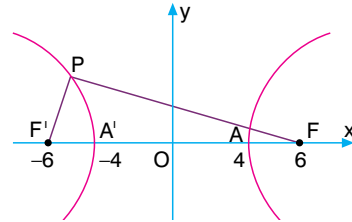
Analitik düzlemde, asal eksen x eksen olan merkezil hiperbolde odak noktaları ve hiperbolün köşeleri şekilde gösterilmiştir.

Hiperbolün üzerindeki bir P noktası için $||PF| - |PF'||$ ifadesinin değeri kaçtır?

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 8 br yedek eksen uzunluğu 4 br olan hiperbolün odaklar arası uzaklığı kaç br dir?

çözüm



Hiperbol üzerindeki herhangi bir $P(x,y)$ noktası için

$$||PF| - |PF'|| = |AA'| \text{ ise}$$

$$||PF| - |PF'|| = 8 \text{ br}$$

Cevap: 8

çözüm

Asal eksen uzunluğu $2a=8$ ise $a=4$

Yedek eksen uzunluğu $2b=4$ ise $b=2$

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ bağıntısından } c^2 = 4^2 + 2^2$$

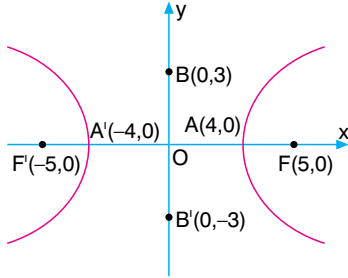
$$c = 2\sqrt{5} \text{ br}$$

Odaklar arası uzaklık $2c = 4\sqrt{5}$ br

Cevap: $4\sqrt{5}$



soru 1



Analitik düzlemde, asal eksen x eksen olan hiperbol şekilde gösterilmiştir.

Buna göre,

- I. Hiperbolün odak noktaları $F(5,0)$ ve $F'(-5,0)$ dir.
- II. Hiperbolün asal eksen köşeleri $A(4,0)$ ve $A'(-4,0)$ dir.
- III. Hiperbolün yedek eksen uzunluğu 6 br dir.

ifadelerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

- A) I B) I, II C) II, III D) I, III E) I, II, III

soru 2

Analitik düzlemde, asal eksen y eksen olan hiperbol şekilde gösterilmiştir.

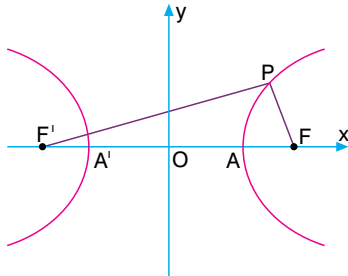
Buna göre,

- I. Hiperbolün odak noktaları $F(0,5)$ ve $F'(0,-5)$ dir.
- II. Hiperbolün asal eksen köşeleri $A(0,3)$ ve $A'(0,-3)$ dir.
- III. Hiperbolün yedek eksen uzunluğu 8 br dir.

ifadelerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

- A) I B) I, II C) II, III D) I, III E) I, II, III

soru 3



Analitik düzlemde, odak noktaları F ve F' , köşeleri A ve A' olan hiperbol şekilde verilmiştir.

$|PF'| - |PF| = 18$ br olduğuna göre, $|AA'|$ kaç br dir?

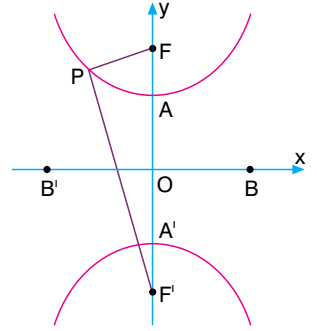
- A) 6 B) 9 C) 18 D) 24 E) 36

soru 4

Analitik düzlemde, odak noktaları F ve F' , köşeleri A ve A' olan hiperbol şekilde verilmiştir.

$|AA'| = 16$ br olduğuna göre, $||PF| - |PF'||$ kaç br dir?

- A) 32 B) 28 C) 24 D) 16 E) 8



soru 5

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 10 br, yedek eksen uzunluğu 6 br olan hiperbolün odaklar arası uzaklığı kaç br dir?

- A) 10 B) 8 C) $2\sqrt{34}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $\sqrt{34}$

soru 6

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 8 br, yedek eksen uzunluğu 4 br, asal eksen x eksen olan hiperbolün odak noktalarının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(2\sqrt{5},0)$ $(-2\sqrt{5},0)$ B) $(6,0)$ $(-6,0)$ C) $(5,0)$ $(-5,0)$
D) $(4\sqrt{5},0)$ $(-4\sqrt{5},0)$ E) $(6\sqrt{5},0)$ $(-6\sqrt{5},0)$

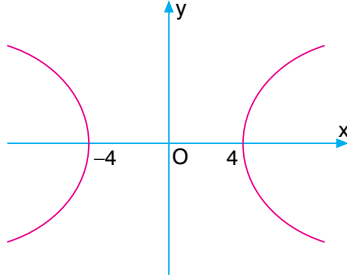
soru 7

Analitik düzlemde, odaklar arası uzaklığı 12 br, yedek eksen uzunluğu 8 br, asal eksen y eksen olan hiperbolün köşelerinin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(0,8)$ $(0,-8)$ B) $(0,2\sqrt{13})$ $(0,-2\sqrt{13})$ C) $(0,4\sqrt{5})$ $(0,-4\sqrt{5})$
D) $(0,2\sqrt{5})$ $(0,-2\sqrt{5})$ E) $(0,5)$ $(0,-5)$



kavrama sorusu



Analitik düzlemde, asal eksen köşeleri verilen merkezli hiperbolün yedek eksen uzunluğu 6 br olduğuna göre, odak noktalarını bulunuz.

çözüm

Verilen hiperbolde $a=4$

Yedek eksen uzunluğu $2b=6$ ise $b=3$

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ ise}$$

$$c^2 = 4^2 + 3^2$$

$$c=5$$

Buna göre, odak noktaları $(5,0)$ ve $(-5,0)$ dir.

Cevap: $(5,0)$ $(-5,0)$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, asal eksen köşeleri $A(12,0)$, $A'(-12,0)$ yedek eksen köşeleri $B(0,5)$ ve $B'(0,-5)$ olan merkezli hiperbolün grafiğini çiziniz.

çözüm

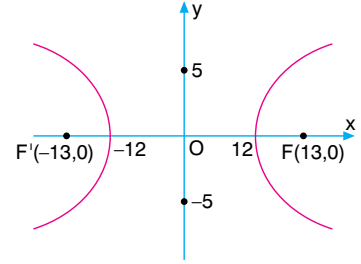
$$a=12, \quad b=5$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ ise}$$

$$c^2 = 5^2 + 12^2$$

$$c=13 \text{ br}$$

Hiperbolün asal eksenini x eksenine olduğu için odakları $(13,0)$ ve $(-13,0)$ dir ve grafiği şekildeki gibi olur.



kavrama sorusu

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 8 br, yedek eksen uzunluğu 8 br ve asal eksenini y eksenine olan merkezli hiperbolün grafiğini çiziniz.

çözüm

$$2a=8 \text{ br ise } a=4 \text{ br}$$

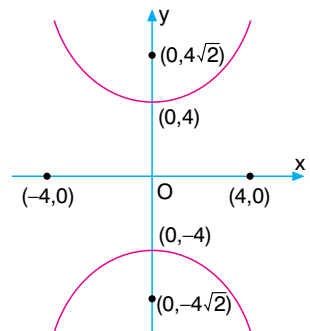
$$2b=8 \text{ br ise } b=4 \text{ br}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ ise}$$

$$c^2 = 4^2 + 4^2$$

$$c=4\sqrt{2} \text{ br}$$

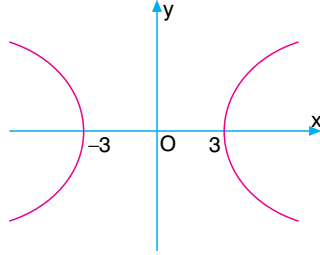
Hiperbolün asal eksenini y eksenine üzerinde olduğuna göre, odak noktaları $(0,4\sqrt{2})$ ve $(0,-4\sqrt{2})$ dir ve grafiği yandaki gibi olur.





soru 1

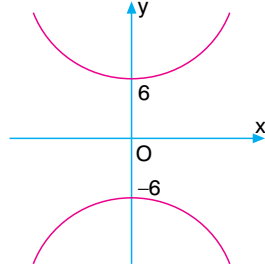
Analitik düzlemde, asal eksen köşeleri verilen merkezli hiperbolün yedek eksen uzunluğu 8 br olduğuna göre, bu hiperbolün odak noktaları aşağıdakilerden hangisidir?



- A) (5,0) (-5,0) B) (4,0) (-4,0) C) $(3\sqrt{2},0)$ $(-3\sqrt{2},0)$
D) (0,3) (0,-3) E) (0,5) (0,-5)

soru 2

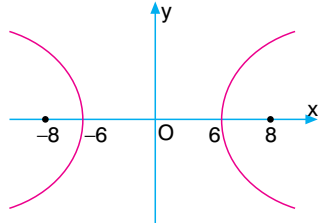
Analitik düzlemde, asal eksen köşeleri verilen merkezli hiperbolün yedek eksen uzunluğu 8 br olduğuna göre, bu hiperbolün odak noktaları aşağıdakilerden hangisidir?



- A) (0,5) (0,-5) B) (0,8) (0,-8) C) $(0,2\sqrt{13})$ $(0,-2\sqrt{13})$
D) (0,10) (0,-10) E) (5,0) (-5,0)

soru 3

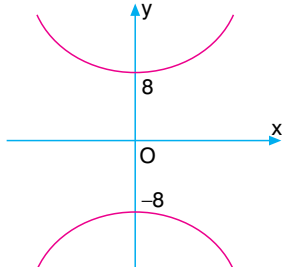
Analitik düzlemde, asal eksen köşeleri ve odak noktaları verilen merkezli hiperbolün yedek eksen uzunluğu kaç br dir?



- A) $4\sqrt{7}$ B) 10 C) 12 D) $8\sqrt{7}$ E) 20

soru 4

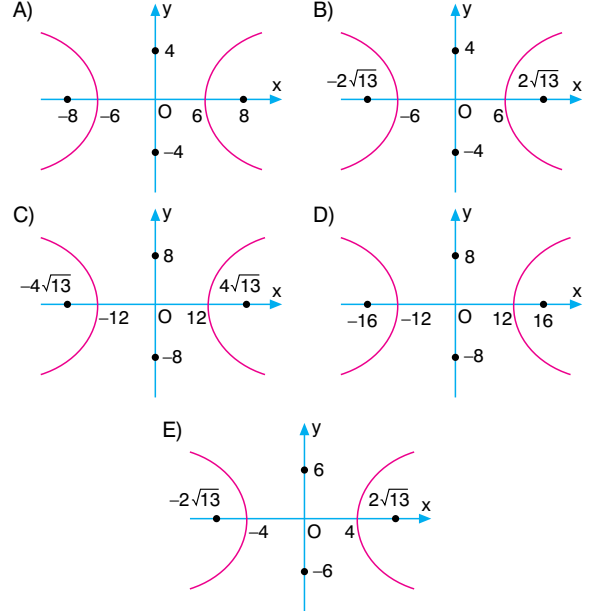
Analitik düzlemde, asal eksen köşeleri verilen merkezli hiperbolün yedek eksen uzunluğu 12 br olduğuna göre, hiperbolün odak noktaları aşağıdakilerden hangisidir?



- A) (0,5) (0,-5) B) $(0,4\sqrt{3})$ $(0,-4\sqrt{3})$ C) (0,10) (0,-10)
D) $(0,8\sqrt{3})$ $(0,-8\sqrt{3})$ E) (0,20) (0,-20)

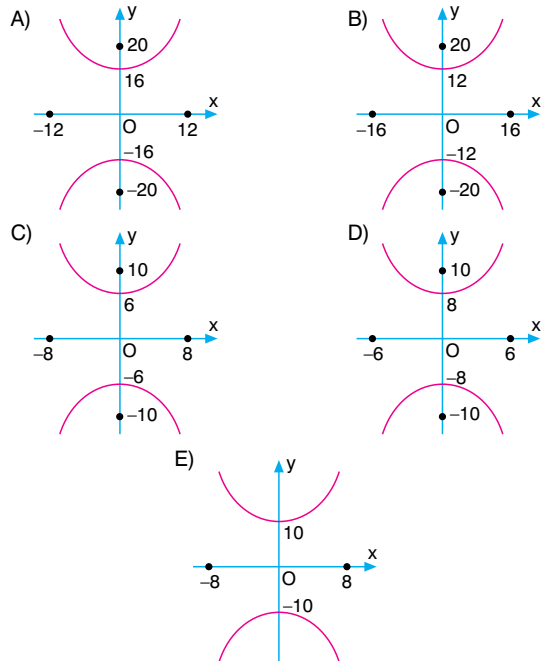
soru 5

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 12 br, yedek eksen uzunluğu 8 br ve asal eksen x eksenini alan merkezli hiperbolün grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



soru 6

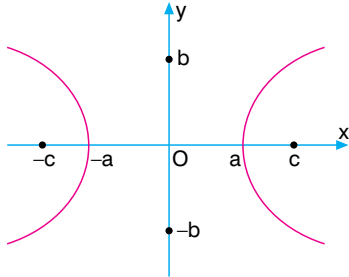
Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 16 br, yedek eksen uzunluğu 12 br ve asal eksen y eksenini alan merkezli hiperbolün grafiği aşağıdakilerden hangisidir?





MERKEZİL HİPERBOLÜN DENKLEMİ

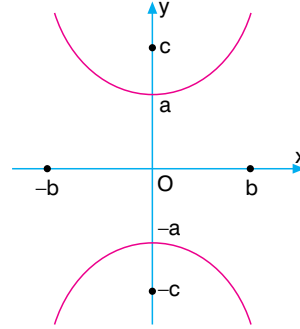
Odakları x Ekseninde Olan Merkezil Hiperbol



Odak noktaları $(c,0)$ ve $(-c,0)$
 Asal eksen köşeleri $(a,0)$ ve $(-a,0)$
 Yedek eksen köşeleri $(0,b)$ ve $(0,-b)$
 olan merkezil hiperbolün denklemi

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Odakları y Ekseninde Olan Merkezil Hiperbol



Odak noktaları $(0,c)$ ve $(0,-c)$
 Asal eksen köşeleri $(0,a)$ ve $(0,-a)$
 Yedek eksen köşeleri $(b,0)$ ve $(-b,0)$
 olan merkezil hiperbolün denklemi

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ hiperbolünün

- Asal eksen köşelerini bulunuz.
- Yedek eksen köşelerini bulunuz.
- Odak noktalarını bulunuz.

çözüm

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$$

$$a^2 = 25 \text{ ise } a = 5$$

$$b^2 = 9 \text{ ise } b = 3$$

- Asal eksen köşeleri $(5,0)$ ve $(-5,0)$
- Yedek eksen köşeleri $(0,3)$ ve $(0,-3)$
- $c^2 = a^2 + b^2$ ise $c^2 = 5^2 + 3^2 = 34$

$$c = \sqrt{34}$$

Odak noktaları $(\sqrt{34},0)$ ve $(-\sqrt{34},0)$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{9} = 1$ hiperbolünün

- Asal eksen köşelerini bulunuz.
- Yedek eksen köşelerini bulunuz.
- Odak noktalarını bulunuz.

çözüm

$$\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2}$$

$$a^2 = 36 \text{ ise } a = 6$$

$$b^2 = 9 \text{ ise } b = 3$$

- Asal eksen köşeleri $(0,6)$ ve $(0,-6)$
- Yedek eksen köşeleri $(3,0)$ ve $(-3,0)$
- $c^2 = a^2 + b^2$ ise $c^2 = 6^2 + 3^2 = 45$

$$c = 3\sqrt{5}$$

Odak noktaları $(0,3\sqrt{5})$ ve $(0,-3\sqrt{5})$



soru 1

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{15} = 1$ hiperbolünün asal eksen köşeleri, yedek köşeleri ve odak noktaları ile ilgili aşağıda verilenlerden hangisi doğrudur?

Asal Eksen Köşeleri	Yedek Eksen Köşeleri	Odak Noktaları
A) $(2\sqrt{5}, 0), (-2\sqrt{5}, 0)$	$(0, \sqrt{15}), (0, -\sqrt{15})$	$(\sqrt{35}, 0), (-\sqrt{35}, 0)$
B) $(2\sqrt{5}, 0), (-2\sqrt{5}, 0)$	$(\sqrt{15}, 0), (-\sqrt{15}, 0)$	$(\sqrt{5}, 0), (-\sqrt{5}, 0)$
C) $(\sqrt{35}, 0), (-\sqrt{35}, 0)$	$(0, \sqrt{15}), (0, -\sqrt{15})$	$(2\sqrt{5}, 0), (-2\sqrt{5}, 0)$
D) $(0, 2\sqrt{5}), (0, -2\sqrt{5})$	$(\sqrt{15}, 0), (-\sqrt{15}, 0)$	$(0, \sqrt{35}), (0, -\sqrt{35})$
E) $(0, 2\sqrt{5}), (0, -2\sqrt{5})$	$(\sqrt{15}, 0), (-\sqrt{15}, 0)$	$(0, \sqrt{5}), (0, -\sqrt{5})$

soru 2

Analitik düzlemde, $-\frac{x^2}{19} + \frac{y^2}{45} = 1$ hiperbolünün asal eksen köşeleri, yedek köşeleri ve odak noktaları ile ilgili aşağıda verilenlerden hangisi doğrudur?

Asal Eksen Köşeleri	Yedek Eksen Köşeleri	Odak Noktaları
A) $(\sqrt{19}, 0), (-\sqrt{19}, 0)$	$(0, 3\sqrt{5}), (0, -3\sqrt{5})$	$(8, 0), (-8, 0)$
B) $(\sqrt{19}, 0), (-\sqrt{19}, 0)$	$(0, 3\sqrt{5}), (0, -3\sqrt{5})$	$(\sqrt{26}, 0), (-\sqrt{26}, 0)$
C) $(3\sqrt{5}, 0), (-3\sqrt{5}, 0)$	$(0, \sqrt{19}), (0, -\sqrt{19})$	$(\sqrt{26}, 0), (-\sqrt{26}, 0)$
D) $(0, 3\sqrt{5}), (0, -3\sqrt{5})$	$(\sqrt{19}, 0), (-\sqrt{19}, 0)$	$(0, 8), (0, -8)$
E) $(0, \sqrt{19}), (0, -\sqrt{19})$	$(3\sqrt{5}, 0), (-3\sqrt{5}, 0)$	$(0, \sqrt{26}), (0, -\sqrt{26})$

soru 3

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{16} = 1$ hiperbolünün odak noktaları arasındaki uzaklık kaç br dir?

- A) $8\sqrt{3}$ B) 8 C) $4\sqrt{3}$ D) 5 E) 4

soru 4

Analitik düzlemde, köşelerinden birisi $A(4,0)$, odaklarından birisi $F'(-6,0)$ olan merkezli hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$ B) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{36} = 1$ C) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$
D) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{20} = 1$ E) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$

soru 5

Analitik düzlemde, yedek eksen uzunluğu 10 br, odaklar arası uzaklığı 26 br ve asal eksenini x eksenini olan merkezli hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{169} - \frac{y^2}{25} = 1$ B) $\frac{x^2}{169} - \frac{y^2}{36} = 1$ C) $\frac{x^2}{90} - \frac{y^2}{25} = 1$
D) $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{25} = 1$ E) $\frac{x^2}{13} - \frac{y^2}{12} = 1$

soru 6

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu k br, yedek eksen uzunluğu m br, asal eksenini y eksenini olan merkezli hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{k} - \frac{y^2}{m} = 1$ B) $\frac{x^2}{k^2} - \frac{y^2}{m^2} = 1$ C) $\frac{y^2}{k} - \frac{x^2}{m} = \frac{1}{4}$
D) $\frac{y^2}{k^2} - \frac{x^2}{m^2} = 1$ E) $\frac{y^2}{k^2} - \frac{x^2}{m^2} = \frac{1}{4}$

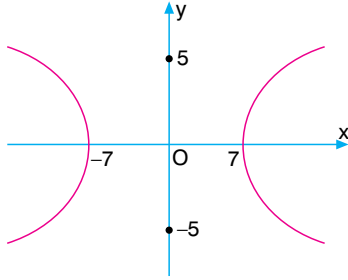
soru 7

Analitik düzlemde, aşağıda denklemleri verilen hiperbollerden hangisinin asal eksenini y eksenini olup, odaklar arası uzaklığı $6\sqrt{5}$ br dir?

- A) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ B) $\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{9} = 1$ C) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$
D) $\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{16} = 1$ E) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{36} = 1$



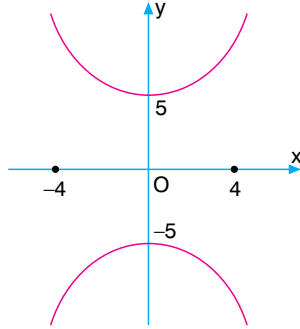
kavrama sorusu



Analitik düzlemde, şekilde asal eksen ve yedek eksen köşeleri verilen hiperbolün denklemini bulunuz.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, şekilde asal eksen ve yedek eksen köşeleri verilen hiperbolün denklemini bulunuz.



kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ hiperbolünün grafiğini çiziniz.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$ hiperbolünün grafiğini çiziniz.

çözüm

Grafiği verilen hiperbolün asal eksen x eksenidir.

Buna göre denklemini, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ şeklindedir.

Şekilde verilenlere göre, $a=7$ ve $b=5$

Hiperbolün denklemini, $\frac{x^2}{7^2} - \frac{y^2}{5^2} = 1$

Cevap: $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$

çözüm

Grafiği verilen hiperbolün asal eksen y eksenidir.

Buna göre denklemini, $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ şeklindedir.

Şekilde verilenlere göre, $a=5$ ve $b=4$

Hiperbolün denklemini, $\frac{y^2}{5^2} - \frac{x^2}{4^2} = 1$

Cevap: $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{16} = 1$

çözüm

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$$

$$a=4 \text{ ve } b=3$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ ise}$$

$$c^2 = 4^2 + 3^2 \text{ ise } c=5$$

Hiperbolün,

odak noktaları

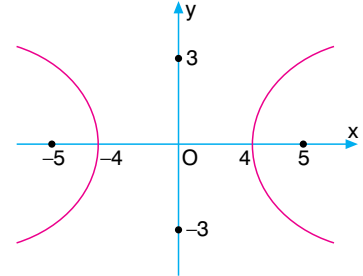
$(5,0)$ ve $(-5,0)$

asal eksen köşeleri

$(4,0)$ ve $(-4,0)$

yedek eksen köşeleri $(0,3)$ ve $(0,-3)$

ve grafiği yandaki gibi olur.



çözüm

$$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2}$$

$$a=4 \text{ ve } b=3$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ ise}$$

$$c^2 = 4^2 + 3^2 \text{ ise } c=5$$

Hiperbolün,

odak noktaları $(0,5)$ ve $(0,-5)$

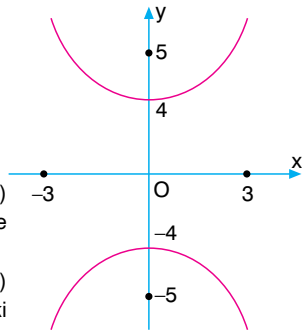
asal eksen köşeleri $(0,4)$ ve

$(0,-4)$

yedek eksen köşeleri $(3,0)$

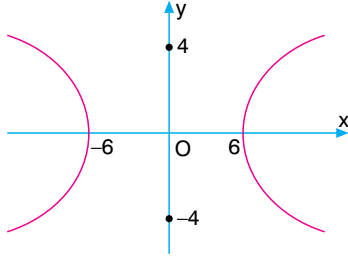
ve $(-3,0)$ ve grafiği yandaki

gibi olur.





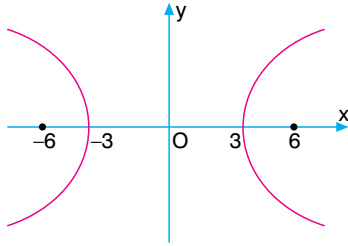
soru 1



Analistik düzlemde, şekilde asal eksen ve yedek eksen köşeleri verilen hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$ B) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{20} = 1$ C) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$
D) $\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{16} = 1$ E) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{36} = 1$

soru 2

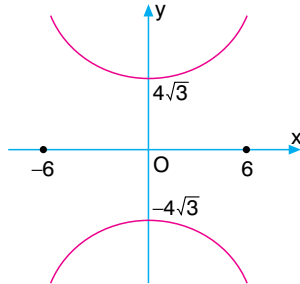


Analistik düzlemde, şekilde odak noktaları ve köşeleri verilen hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$ B) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$ C) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{27} = 1$
D) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{27} = 1$ E) $\frac{y^2}{27} - \frac{x^2}{9} = 1$

soru 3

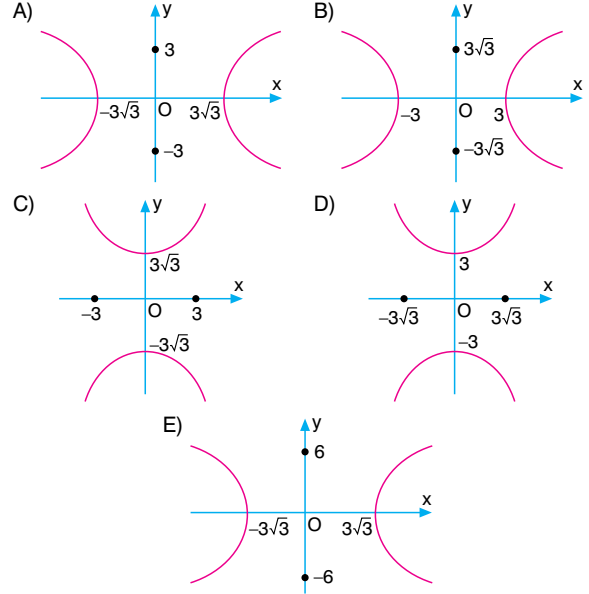
Analistik düzlemde, şekilde asal eksen ve yedek eksen köşeleri verilen hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $\frac{x^2}{48} - \frac{y^2}{36} = 1$ B) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{48} = 1$ C) $\frac{y^2}{48} + \frac{x^2}{36} = 1$
D) $\frac{y^2}{48} - \frac{x^2}{36} = 1$ E) $\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{48} = 1$

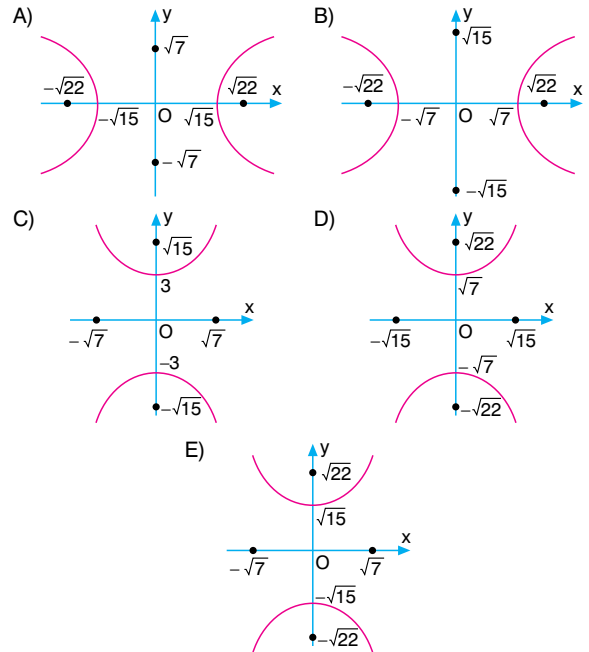
soru 4

Analistik düzlemde, $\frac{x^2}{27} - \frac{y^2}{9} = 1$ hiperbolünün grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



soru 5

Analistik düzlemde, $\frac{y^2}{15} - \frac{x^2}{7} = 1$ hiperbolünün grafiği aşağıdakilerden hangisidir?





Hiperbol denklemi bazen farklı formatta verilebilir.

Bu durumda verilen denklemi $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ şekline getirerek soruyu çözebilirsiniz.

Aşağıda verilen örnekleri dikkatle inceleyiniz.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $4x^2 - 25y^2 = 100$ hiperbolünün asal ekseninin uzunluğunu bulunuz.



Uyarı

Öncelikle yapmanız gereken, her iki tarafı da 100 ile bölerek hiperbol denklemini

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ formatına getirmektir.

çözüm

Her iki tarafı 100 ile bölelim.

$$\frac{4x^2}{100} - \frac{25y^2}{100} = \frac{100}{100}$$

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = 1$$

$$a^2 = 25 \text{ ise } a = 5$$

$$\text{Asal eksen uzunluğu, } 2a = 2 \cdot 5 = 10$$

Cevap: 10

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $9y^2 - 16x^2 = 144$ hiperbolünün odak noktalarının koordinatlarını bulunuz.

çözüm

Her iki tarafı 144 ile bölelim.

$$\frac{9y^2}{144} - \frac{16x^2}{144} = \frac{144}{144}$$

$$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$$

$$a^2 = 16, b^2 = 9$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ ise } c^2 = 16 + 9 = 25 \text{ ve } c = 5$$

Hiperbolün denklemi $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ şeklinde olduğuna göre, asal eksen y eksenidir.

Buna göre, odak noktaları $F(0,5)$ ve $F'(0,-5)$

Cevap: $F(0,5)$ ve $F'(0,-5)$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $3x^2 - 5y^2 = 15$ hiperbolünün grafiğini çiziniz.

çözüm

$$\frac{3x^2}{15} - \frac{5y^2}{15} = \frac{15}{15}$$

$$\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{3} = 1$$

$$a = \sqrt{5}, b = \sqrt{3}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 5 + 3 = 8$$

$$c = 2\sqrt{2}$$

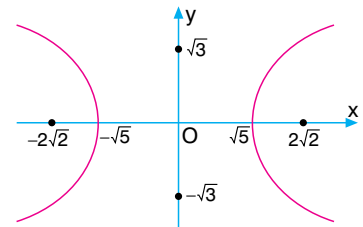
Hiperbolde,

$(2\sqrt{2}, 0)$ ve $(-2\sqrt{2}, 0)$ odak noktaları

$(\sqrt{5}, 0)$ ve $(-\sqrt{5}, 0)$ asal eksen köşeleri

$(0, \sqrt{3})$ ve $(0, -\sqrt{3})$ yedek eksen köşeleri

ve grafiği yandaki gibi olur.





soru 1

Analitik düzlemde, $15x^2 - 20y^2 = 300$ hiperbolünün asal eksen köşelerinin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\sqrt{15}, 0)$ $(-\sqrt{15}, 0)$ B) $(\sqrt{5}, 0)$ $(-\sqrt{5}, 0)$ C) $(2\sqrt{5}, 0)$ $(-2\sqrt{5}, 0)$
D) $(0, \sqrt{15})$ $(0, -\sqrt{15})$ E) $(0, 2\sqrt{5})$ $(0, -2\sqrt{5})$

soru 2

Analitik düzlemde, $7x^2 - 5y^2 = 35$ hiperbolünün yedek eksen uzunluğu kaç br dir?

- A) $\sqrt{7}$ B) $\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{7}$ E) $2\sqrt{15}$

soru 3

Analitik düzlemde, $6x^2 - 5y^2 = 30$ hiperbolünün odak noktalarının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\sqrt{11}, 0)$ $(-\sqrt{11}, 0)$ B) $(1, 0)$ $(-1, 0)$ C) $(\sqrt{30}, 0)$ $(-\sqrt{30}, 0)$
D) $(0, \sqrt{11})$ $(0, -\sqrt{11})$ E) $(0, 1)$ $(0, -1)$

soru 4

Aşağıda denklemi verilen hiperbollerden hangisinin odak noktalarından birisi $F(0, 7)$ dir?

- A) $15y^2 - 64x^2 = 960$ B) $20x^2 - 49y^2 = 980$ C) $9y^2 - 49x^2 = 441$
D) $24y^2 - 25x^2 = 600$ E) $24x^2 - 25y^2 = 600$

soru 5

Analitik düzlemde, odakları x ekseninde, asal eksen uzunluğu 12 br, yedek eksen uzunluğu 6 br olan merkezli hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x^2 - y^2 = 36$ B) $x^2 - 4y^2 = 36$ C) $2x^2 - 4y^2 = 36$
D) $2y^2 - 4x^2 = 36$ E) $x^2 - y^2 = 9$

soru 6

Analitik düzlemde, odakları y ekseninde, asal eksen uzunluğu 8 br, yedek eksen uzunluğu $4\sqrt{3}$ br olan merkezli hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x^2 - 3y^2 = 48$ B) $4y^2 - 3x^2 = 48$ C) $3x^2 - 4y^2 = 48$
D) $3y^2 - 4x^2 = 36$ E) $3y^2 - 4x^2 = 48$

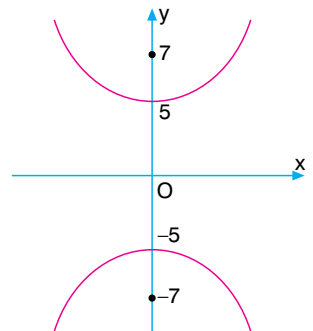
soru 7

Analitik düzlemde, odakları $F(0, 6)$ ve $F'(0, -6)$, asal eksen uzunluğu 10 br olan merkezli hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $11y^2 - 25x^2 = 275$ B) $25y^2 - 11x^2 = 275$ C) $11x^2 - 25y^2 = 275$
D) $25x^2 - 11y^2 = 275$ E) $9x^2 - 4y^2 = 45$

soru 8

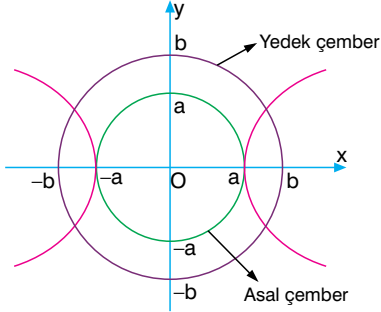
Analitik düzlemde, şekilde odak noktaları ve asal eksen köşeleri verilen hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $25x^2 - 24y^2 = 600$ B) $24y^2 - 25x^2 = 600$ C) $24x^2 - 25y^2 = 600$
D) $16y^2 - 25x^2 = 240$ E) $25y^2 - 24x^2 = 600$



HİPERBOLÜN ÇEMBERLERİ



Asal Çember: Merkezi hiperbolün merkezi ve çapı asal eksen uzunluğu kadar olan çemberdir.

Yedek Çember: Merkezi hiperbolün merkezi ve çapı yedek eksen uzunluğu kadar olan çemberdir.

Doğrultman Çemberi: Merkezi hiperbolün odaklarından biri olan ve yarıçapı asal eksen uzunluğu kadar olan çemberdir.

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ hiperbolünün}$$

$$\text{Asal çember denklemi; } x^2 + y^2 = a^2$$

$$\text{Yedek çember denklemi; } x^2 + y^2 = b^2$$

$$\text{Doğrultman çember denklemi; } (x+c)^2 + y^2 = 4a^2$$

$$(x-c)^2 + y^2 = 4a^2$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ hiperbolünün

- Asal çember denklemini bulunuz.
- Yedek çember denklemini bulunuz.
- Doğrultman çember denklemlerini bulunuz.

çözüm

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \text{ ise } a=5, b=4$$

- Asal çember denklemi $x^2 + y^2 = a^2$ ise $x^2 + y^2 = 25$
- Yedek çember denklemi $x^2 + y^2 = b^2$ ise $x^2 + y^2 = 16$
- $c^2 = a^2 + b^2$ ise $c^2 = 25 + 16 = 41$ ve $c = \sqrt{41}$

Doğrultman çember denklemleri

$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 \text{ ise } (x+\sqrt{41})^2 + y^2 = 100$$

$$(x-c)^2 + y^2 = 4a^2 \text{ ise } (x-\sqrt{41})^2 + y^2 = 100$$

Hiperbolün Dış Merkezliği: Bir hiperbolde odaklar arası uzaklığın asal eksen uzunluğuna oranına hiperbolün dış merkezliği denir ve "e" harfi ile gösterilir. Buna göre

$$\text{Hiperbolün dış merkezliği } e = \frac{\text{odak noktaları arasındaki uzaklık}}{\text{asal eksen uzunluğu}} = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a} \text{ Buna göre,}$$

$$e = \frac{c}{a}$$

Hiperbolde daima $e > 1$ dir.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{36} = 1$ hiperbolünün dış merkezliği kaçtır?

çözüm

$$a^2=49 \text{ ise } a=7, b^2=36 \text{ ise } b=6$$

$$c^2=a^2+b^2 \text{ ise } c^2=49+36=85 \text{ ise } c=\sqrt{85}$$

$$e = \frac{c}{a} \text{ ise } e = \frac{\sqrt{85}}{7}$$

$$\text{Cevap: } \frac{\sqrt{85}}{7}$$



soru 1

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{18} = 1$ hiperbolünün asal çember denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 = 6$ B) $x^2 + y^2 = 12$ C) $x^2 + y^2 = 18$
D) $x^2 + y^2 = 24$ E) $x^2 + y^2 = 42$

soru 2

Analitik düzlemde, $x - 2y^2 = 24$ hiperbolünün yedek çember denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 = 6$ B) $x^2 + y^2 = 12$ C) $x^2 + y^2 = 18$
D) $x^2 + y^2 = 24$ E) $x^2 + y^2 = 36$

soru 3

Analitik düzlemde, aşağıdakilerden hangisi $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ hiperbolünün doğrultman çember denklemlerinden birisidir?

- A) $(x-5)^2 + y^2 = 64$ B) $(x-5)^2 + y^2 = 16$ C) $(x-5)^2 + y^2 = 100$
D) $(x-\sqrt{7})^2 + y^2 = 16$ E) $(x-\sqrt{7})^2 + y^2 = 64$

soru 4

Analitik düzlemde, asal çember denklemi $x^2 + y^2 = 12$ yedek çember denklemi $x^2 + y^2 = 8$ ve asal eksen x eksen olan merkezli hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{12} = 1$ B) $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{12} = 1$ C) $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{8} = 1$
D) $\frac{y^2}{12} - \frac{x^2}{8} = 1$ E) $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{4} = 1$

soru 5

Analitik düzlemde, asal çember denklemi $x^2 + y^2 = 5$, yedek çember denklemi $x^2 + y^2 = 3$ ve asal eksen y eksen olan merkezli hiperbolün odak noktaları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\sqrt{2}, 0)$ $(-\sqrt{2}, 0)$ B) $(2\sqrt{2}, 0)$ $(-2\sqrt{2}, 0)$ C) $(0, \sqrt{2})$ $(0, -\sqrt{2})$
D) $(0, 2\sqrt{2})$ $(0, -2\sqrt{2})$ E) $(0, 4)$ $(0, -4)$

soru 6

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{6} = 1$ hiperbolünün dış merkezliği kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{\sqrt{15}}{9}$ D) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ E) $\frac{4}{9}$

soru 7

Analitik düzlemde, dış merkezliği $\frac{5}{4}$, asal eksen uzunluğu 16 br ve asal eksen x eksen olan merkezli hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ B) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ C) $\frac{x^2}{256} - \frac{y^2}{144} = 1$
D) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ E) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$

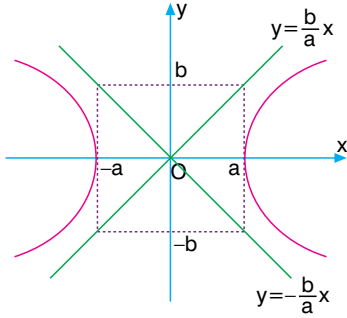
soru 8

Analitik düzlemde, doğrultman çemberlerinden birisinin denklemi $(x+8)^2 + y^2 = 144$ olan hiperbolün dış merkezliği kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{4}$



Hiperbolün Asimptotları



Hiperbolün kollarına sonsuzda teğet olup, hiperbolün merkezinden geçen doğrulara bu hiperbolün asimptotları denir.

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

merkezil hiperbolünün asimptotlarının denklemleri

$$y = \frac{b}{a}x \quad \text{ve} \quad y = -\frac{b}{a}x$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ hiperbolünün asimptotlarını bulunuz.

çözüm

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \text{ ise } a=4, b=3$$

Asimptot denklemleri;

$$y = \frac{b}{a}x \text{ ise } y = \frac{3}{4}x$$

$$y = -\frac{b}{a}x \text{ ise } y = -\frac{3}{4}x$$

$$\text{Cevap: } y = \frac{3}{4}x \text{ ve } y = -\frac{3}{4}x$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, asimptot denklemlerinden birisi $y = \frac{2}{3}x$ ve asal eksen x eksenini olan merkezli hiperbolün asal eksen uzunluğu 18 br olduğuna göre, hiperbolün denklemini bulunuz..

çözüm

Hiperbolün asal eksen uzunluğu $2a=18$ ise $a=9$

$$y = \frac{b}{a}x = \frac{2}{3}x \text{ ise } \frac{b}{a} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{b}{9} = \frac{2}{3} \text{ ise } b=6$$

$a=9, b=6$ ise hiperbolün denklemi

$$\frac{x^2}{9^2} - \frac{y^2}{6^2} = 1$$

$$\text{Cevap: } \frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{36} = 1$$

İkizkenar Hiperbol

Asal ve yedek eksen uzunlukları eşit olan hiperbollere ikizkenar hiperbol denir. İkizkenar hiperbolde $a = b$ dir.

Buna göre ikizkenar hiperbolün denklemi $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$ veya düzenlersek

$$x^2 - y^2 = a^2$$

$x^2 - y^2 = a^2$ hiperbolünün asimptotları $y=x$ ve $y=-x$ doğrularındadır.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 18 br ve asal eksen x eksenini olan ikizkenar hiperbolün denklemini bulunuz.

çözüm

Asal eksen uzunluğu $2a=18$ ise $a=9$

Hiperbolün denklemi

$$x^2 - y^2 = a^2 \text{ ise } x^2 - y^2 = 9^2$$

$$\text{Cevap: } x^2 - y^2 = 81$$



soru 1

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ hiperbolünün asimptotlarından birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = \frac{16}{9}x$ B) $y = \frac{4}{3}x$ C) $y = \frac{3}{4}x$
D) $y = \frac{9}{10}x$ E) $y = \frac{1}{3}x$

soru 2

Analitik düzlemde, $x^2 - 3y^2 = 1$ hiperbolünün asimptotlarından birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 9x$ B) $y = 3x$ C) $y = \sqrt{3}x$ D) $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ E) $y = \frac{1}{3}x$

soru 3

Analitik düzlemde, asimptot doğruları $y = \frac{3}{4}x$ ve $y = -\frac{3}{4}x$ olan merkezli hiperbolün odaklar arası uzaklığı 30 br olduğuna göre, asal eksen uzunluğu kaç br dir?

- A) 24 B) 22 C) 20 D) 18 E) 16

soru 4

Analitik düzlemde, asimptotlarından birisinin denklemi $y = 2x$ ve odaklar arası uzaklığı $4\sqrt{5}$ br olan merkezli hiperbolün asal eksen x eksen y olduğuna göre, denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$ B) $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$ C) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$
D) $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$ E) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$

soru 5

Analitik düzlemde, asimptotlarından birisi $y = \frac{8}{15}x$ ve odaklarından birisi $F(17,0)$ olan merkezli hiperbol denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{225} - \frac{y^2}{144} = 1$ B) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{225} = 1$ C) $\frac{x^2}{289} - \frac{y^2}{4} = 1$
D) $\frac{x^2}{289} - \frac{y^2}{225} = 1$ E) $\frac{x^2}{225} - \frac{y^2}{64} = 1$

soru 6

Analitik düzlemde, aşağıdakilerden hangisi odak noktaları $F(15,0)$ ve $F'(-15,0)$ asal eksen köşeleri $A(12,0)$ ve $A'(-12,0)$ olan hiperbolün asimptot denklemlerinden birisidir?

- A) $y = \frac{6}{5}x$ B) $y = \frac{5}{3}x$ C) $y = \frac{3}{4}x$
D) $y = \frac{4}{5}x$ E) $y = \frac{5}{6}x$

soru 7

Analitik düzlemde, odaklar arası uzaklığı 12 br olan ikizkenar hiperbolün denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{36} = 1$ B) $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{12} = 1$ C) $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{24} = 1$
D) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$ E) $\frac{x^2}{18} - \frac{y^2}{18} = 1$

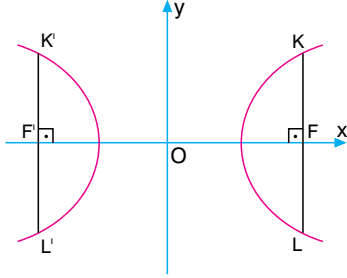
soru 8

Analitik düzlemde, $x^2 - y^2 = 18$ ikizkenar hiperbolünün odak noktaları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(3,0)$ $(-3,0)$ B) $(3\sqrt{2},0)$ $(-3\sqrt{2},0)$ C) $(0,3)$ $(0,-3)$
D) $(6,0)$ $(-6,0)$ E) $(0,3\sqrt{2})$ $(0,-3\sqrt{2})$



Hiperbolün Parametresi



Hiperbolün odaklarının herhangi birinden asal eksene dik olarak çizilen kiriş uzunluğuna hiperbolün parametresi denir ve $2p$ ile gösterilir.

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ hiperbolün parametresi:}$$

$$2p = \frac{2b^2}{a}$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = 1$ hiperbolünün parametresini bulunuz.

çözüm

$$a^2 = 25 \text{ ise } a = 5$$

$$b^2 = 4 \text{ ise } b = 2$$

Hiperbolün parametresi,

$$2p = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \cdot 4}{5} = \frac{8}{5}$$

Cevap: $\frac{8}{5}$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $x^2 - 4y^2 = 36$ hiperbolünün parametresini bulunuz.

çözüm

Her iki tarafı 36 ile bölelim.

$$\frac{x^2}{36} - \frac{4y^2}{36} = \frac{36}{36} \text{ ise } \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$$

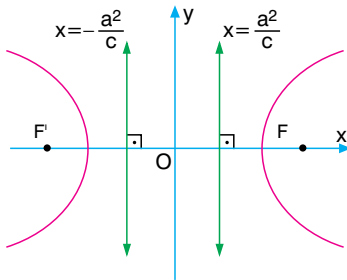
$$a^2 = 36 \text{ ise } a = 6, \quad b^2 = 9 \text{ ise } b = 3$$

Hiperbolün parametresi,

$$2p = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \cdot 9}{6} = 3$$

Cevap: 3

Hiperbolün Doğrultmanları



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ hiperbolün doğrultmanları}$$

$$x = -\frac{a^2}{c} \text{ ve } x = \frac{a^2}{c}$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ hiperbolünün doğrultmanlarını bulunuz.

çözüm

$$a^2 = 16 \text{ ve } b^2 = 9$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ ise } c^2 = 16 + 9 = 25 \text{ ise } c = 5$$

$$x = \frac{a^2}{c} \text{ ise } x = \frac{16}{5}$$

$$x = -\frac{a^2}{c} \text{ ise } x = -\frac{16}{5}$$

Cevap: $x = \frac{16}{5}$ veya $x = -\frac{16}{5}$



soru 1

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$ hiperbolünün parametresi kaçtır?

- A) 2 B) 6 C) 8 D) $\frac{16}{3}$ E) $\frac{32}{3}$

soru 2

Analitik düzlemde, $4x^2 - 6y^2 = 24$ hiperbolünün parametresi kaçtır?

- A) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{6}$ D) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

soru 3

Analitik düzlemde, asal eksen uzunluğu 18 br, yedek eksen uzunluğu 12 br olan hiperbolün parametresi kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

soru 4

Analitik düzlemde, asimptotlarından birisinin denklemi $y = \frac{1}{2}x$ olan merkezli hiperbolün odaklar arası uzaklığı $8\sqrt{5}$ br olduğuna göre, parametresi kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

soru 5

Analitik düzlemde, aşağıdakilerden hangisi $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ hiperbolünün doğrultmanlarından birisidir?

- A) $x = \frac{5}{4}$ B) $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $x = \frac{4}{3}$ D) $x = \frac{3}{5}$ E) $x = \frac{25}{\sqrt{41}}$

soru 6

Analitik düzlemde, $4x^2 - 9y^2 = 36$ hiperbolünün doğrultmanlarının denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = \pm \frac{9}{\sqrt{13}}$ B) $x = \pm \frac{4}{3}$ C) $x = \pm \frac{9}{4}$
D) $x = \pm \frac{4}{5}$ E) $x = \pm \frac{4}{\sqrt{13}}$

soru 7

Analitik düzlemde, aşağıdakilerden hangisi asal eksen uzunluğu 8 br, odaklar arası uzaklığı 12 br ve asal eksenini x eksenini olan merkezli hiperbolün doğrultman denklemlerinden birisidir?

- A) $x = \frac{\sqrt{5}}{3}$ B) $x = \frac{8}{3}$ C) $x = \frac{10}{3}$ D) $x = \frac{16}{3}$ E) $x = \frac{20}{3}$

soru 8

Analitik düzlemde, aşağıda verilen hiperbollerden hangisinin doğrultmanlarından birisi $x = -\frac{9}{5}$ doğrusudur?

- A) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$ B) $x^2 - y^2 = 1$ C) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{5} = 1$
D) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ E) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$



Bir Doğru ile Bir Hiperbolün Birbirine Göre Durumları

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ hiperbolü ile $y = mx + n$ doğrusu için

$m^2a^2 - b^2 = n^2$ ise doğru hiperbolde teğettir.

$m^2a^2 - b^2 < n^2$ ise doğru hiperbolü iki farklı noktada keser.

$m^2a^2 - b^2 > n^2$ ise doğru hiperbolü kesmez.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y = 3x + k$ doğrusu $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$ hiperbolüne teğet olduğuna göre k nın alabileceği değerleri bulunuz.

çözüm

$$m=3, a^2=4, b^2=16$$

$$m^2a^2 - b^2 = n^2 \text{ ise } 3^2 \cdot 4 - 16 = k^2$$

$$20 = k^2$$

$$k = \pm 2\sqrt{5}$$

Cevap: $2\sqrt{5}$ veya $-2\sqrt{5}$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y = mx + \sqrt{14}$ doğrusu $4x^2 - 9y^2 = 36$ hiperbolüne teğet olduğuna göre, m in pozitif değeri kaçtır?

çözüm

Hiperbol denkleminin her iki tarafını 36 ile bölelim.

$$\frac{4x^2}{36} - \frac{9y^2}{36} = \frac{36}{36} \text{ ise } \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$$

$$a^2=9, b^2=4, n^2=14$$

$$m^2a^2 - b^2 = n^2 \text{ ise } m^2 \cdot 9 - 4 = 14$$

$$m = \pm \sqrt{2}$$

Cevap: $\sqrt{2}$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y = 2x + k$ doğrusu $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ hiperbolünü farklı iki noktada kestiğine göre, k nın alabileceği en küçük pozitif tam sayı değeri kaçtır?

çözüm

$$m=2, a^2=25, b^2=16$$

$$m^2a^2 - b^2 < n^2 \text{ ise } 2^2 \cdot 25 - 16 < k^2$$

$$84 < k^2$$

Buna göre, k nın alabileceği en küçük pozitif tam sayı değeri 10 dur.

Cevap: 10

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y = -\frac{1}{2}x + 1$ doğrusu $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{k} = 1$ hiperbolünü kesmediğine göre, k nın alabileceği değerler kümesini bulunuz.

çözüm

$$m = -\frac{1}{2}, a^2=8, b^2=k, n^2=1$$

$$m^2a^2 - b^2 > n^2 \text{ ise } \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 8 - k > 1$$

$$2 - k > 1$$

$$1 > k$$

Cevap: (0,1)



soru 1

Analitik düzlemde, $y=mx+6$ doğrusu $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$ hiperbolüne teğet olduğuna göre, m in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

soru 2

Analitik düzlemde, aşağıda denklemleri verilen doğrulardan hangisi $2x^2-y^2=1$ hiperbolüne teğettir?

- A) $y=2x+5$ B) $y=2x+4$ C) $y=2x+3$
D) $y=2x+2$ E) $y=2x-1$

soru 3

Analitik düzlemde, $2x-3y+k=0$ doğrusu $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$ hiperbolüne teğet olduğuna göre, k nın negatif değeri kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

soru 4

Analitik düzlemde, $4x^2-5y^2=80$ hiperbolünün $y=2x+3$ doğrusuna paralel olan teğetlerinin denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y=2x+4$, $y=2x-4$ B) $y=2x+6$, $y=2x-6$
C) $y=2x+8$, $y=2x-8$ D) $y=2x+10$, $y=2x-10$
E) $y=2x+12$, $y=2x-12$

soru 5

Analitik düzlemde, $y=3x+k$ doğrusu $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{3}=1$ hiperbolünü farklı iki noktada kestiğine göre, k nın alabileceği en küçük pozitif tam sayı değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

soru 6

- I. $y=3x-7$
II. $y=3x-2$
III. $y=3x+5$
IV. $y=3x+9$

Yukarıda verilen doğrulardan hangisi veya hangileri $3x^2-4y^2=12$ hiperbolünü farklı iki noktada keser?

- A) II B) IV C) II, III D) I, IV E) I, II, III, IV

soru 7

Analitik düzlemde, $y=5x+k$ doğrusu ile $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ hiperbolünün ortak noktası olmadığına göre, k aşağıdaki değerlerden hangisi alamaz?

- A) 9 B) 8 C) 1 D) 0 E) -4

soru 8

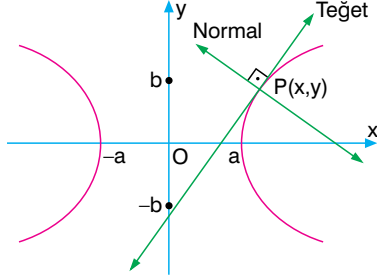
Analitik düzlemde, $y=mx-3$ doğrusu ile $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$ hiperbolünün ortak noktası olmadığına göre, m aşağıdaki değerlerden hangisini alamaz?

- A) 7 B) 5 C) 3 D) 1 E) -3



Hiperbole Üzerindeki Bir Noktadan Çizilen Teğetin ve Normalin Denklemleri

A. Hiperbolün Teğet Denklemi



Denklemi $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ olan hiperbolün üzerindeki $P(x_1, y_1)$ noktasındaki teğetin denklemi

$$\frac{x_1 \cdot x}{a^2} - \frac{y_1 \cdot y}{b^2} = 1$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$ hiperbolünün üzerindeki $P(4, 2)$ noktasındaki teğetin denklemini bulunuz.

çözüm

$x_1 = 4$, $y_1 = 2$ değerlerini denklemde yerine yazalım.

$$\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1 \text{ ise } \frac{4x}{8} - \frac{2y}{4} = 1 \text{ ise } \frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 1$$

Düzenlersek teğetin denklemi $x - y - 2 = 0$

Cevap: $x - y - 2 = 0$

B. Hiperbolün Normal Denklemi

Birbirine dik olan iki doğrunun eğimleri çarpımı -1 dir. Hiperbolün teğeti ile normali birbirine dik olduğuna göre eğimleri çarpımı -1 dir. Yani $m_T \cdot m_N = -1$

Bir doğrunun denklemini yazabilmek için doğrunun eğimi ve geçtiği bir noktanın koordinatları bilinmelidir. Buna göre, Normal doğrusunun denklemini yazabilmek için

1) Normalin eğimini bilmeliyiz.

2) Normalin geçtiği bir noktayı bilmeliyiz.

Normalin eğimi; $m_T \cdot m_N = -1$ bağıntısından bulabiliriz.

Normalin geçtiği nokta; soruda zaten size verilmiş olmalıdır.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $4x^2 - 2y^2 = 28$ hiperbolü ve üzerindeki $P(3, 2)$ noktası veriliyor.

- Hiperbolün P noktasından geçen teğetin denklemini bulunuz.
- Hiperbolün P noktasından geçen teğetin eğimini bulunuz.
- Hiperbolün P noktasındaki normalin eğimini bulunuz.
- Hiperbolün P noktasındaki normalin denklemini bulunuz.

çözüm

a) $x_1 = 3$, $y_1 = 2$ değerlerini denklemde yerine yazalım.

$$4x^2 - 2y^2 = 28 \text{ ise } 4 \cdot 3x - 2 \cdot 2y = 28$$

$$12x - 4y = 28$$

Düzenlersek teğetin denklemi; $3x - y - 7 = 0$

b) $ax + by + c = 0$ doğrusunun eğimi

$$m = -\frac{a}{b} \text{ ise teğetin eğimi } m_T = \frac{-3}{-1} = 3$$

c) Normalin eğimi

$$m_T \cdot m_N = -1 \text{ ise } 3 \cdot m_N = -1 \text{ ve } m_N = -\frac{1}{3}$$

d) Normalin denklemi; normalin eğimi $-\frac{1}{3}$ ise denklemi $x + 3y + c = 0$ şeklindedir.

$P(3, 2)$ noktası normal denklemini sağlar.

$$x + 3y + c = 0$$

$$3 + 3 \cdot 2 + c = 0 \text{ ise } c = -9$$

Normal denklemi $x + 3y - 9 = 0$



soru 1

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{6} = 1$ hiperbolüne üzerindeki P(5,3) noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x-y-2=0$ B) $x-y+2=0$ C) $x+y-3=0$
D) $x+y-8=0$ E) $x-2y+1=0$

soru 2

Analitik düzlemde, $6x^2-7y^2=42$ hiperbolüne üzerindeki P(7,6) noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x+y-13=0$ B) $2x-y-8=0$ C) $x-2y+5=0$
D) $x-y-1=0$ E) $x-y+1=0$

soru 3

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 1$ hiperbolüne üzerindeki P(3,2) noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

soru 4

Analitik düzlemde, $12x^2-9y^2=44$ hiperbolüne üzerindeki P(2,k) noktasından çizilen teğetin eğimi kaç olabilir?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1 E) 4

soru 5

Analitik düzlemde, $ax^2-by^2=c$ hiperbolüne üzerindeki P noktasından çizilen teğetin eğimi $\frac{5}{7}$ olduğuna göre, bu hiperbolün P noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?

- A) $\frac{7}{5}$ B) $\frac{5}{7}$ C) -1 D) $-\frac{5}{7}$ E) $-\frac{7}{5}$

soru 6

Analitik düzlemde, $4x^2-7y^2=9$ hiperbolüne üzerindeki P(2,1) noktasından çizilen normalin eğimi kaçtır?

- A) $\frac{8}{7}$ B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $-\frac{7}{8}$ E) $-\frac{8}{7}$

soru 7

Analitik düzlemde, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ hiperbolüne üzerindeki P(3,4) noktasından çizilen teğetin denklemi $2x-y-2=0$ olduğuna göre, bu hiperbolün P noktasındaki normalinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x+2y+6=0$ B) $x+2y+2=0$ C) $x+2y-11=0$
D) $x-y+1=0$ E) $2x+y-1=0$

soru 8

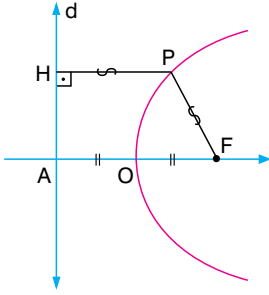
Analitik düzlemde, $5x^2-y^2=1$ hiperbolüne üzerindeki P(1,2) noktasından çizilen normalinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x+5y-12=0$ B) $2x+5y+3=0$ C) $2x-5y+8=0$
D) $5x-2y-1=0$ E) $5x+y-7=0$

PARABOL



PARABOLÜN ANALİTİK İNCELEMESİ



Düzlemde sabit bir noktaya ve sabit bir doğruya eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerine parabol denir. Sabit noktaya parabolün odağı, sabit doğruya parabolün doğrultman doğrusu, odak noktasının doğrultmana uzaklığına parabolün parametresi denir.

Yanda verilen şekilde

F : parabolün odak noktası

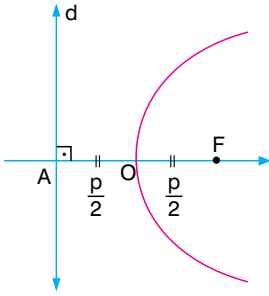
d : parabolün doğrultman doğrusu

O : parabolün köşesi

Parabol üzerindeki herhangi bir noktanın, odağa ve doğrultman doğrusuna uzaklıkları eşittir.

Şekilde, $|PH| = |PF|$ ve $|AO| = |FO|$ dur.

Parabolün Parametresi



Parabolün odağının doğrultmana olan uzaklığına parabolün parametresi denir ve "p" ile gösterilir.

Şekilde $|AF| = p$ (parabolün parametresi)

$$|AO| = |FO| = \frac{p}{2}$$

Parabolün Dış Merkezliği

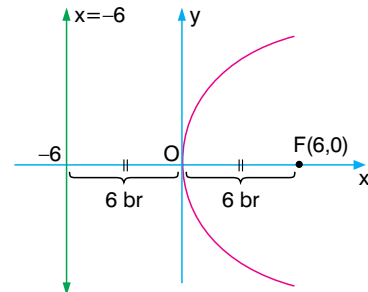
Parabolün dış merkezliği "e" ile gösterilir ve daima $e=1$ dir.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde odak noktası $F(6,0)$ ve doğrultmanı $x=-6$ doğrusu olan parabolün

- Parametresini bulunuz.
- Köşe koordinatlarını bulunuz.

çözüm



- Odak noktasının doğrultmana uzaklığı parabolün parametresini verir.
Buna göre, $p=6+6=12$
- Odak noktası ile doğrultman doğrusunun orta noktası parabolün köşesidir. Buna göre parabolün köşesinin koordinatları $(0,0)$ dir.



soru 1

Analitik düzlemde, odak noktası $F(4,0)$ ve doğrultmanı $x=-4$ doğrusu olan parabolün parametresi kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

soru 2

Analitik düzlemde, odak noktası $F(5,0)$ ve köşesi $A(0,0)$ olan parabolün parametresi kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 10 D) 15 E) 20

soru 3

Analitik düzlemde, köşesinin doğrultmanına uzaklığı 12 br olan parabolün parametresi kaçtır?

- A) 24 B) 18 C) 12 D) 9 E) 6

soru 4

Analitik düzlemde, parametresi 18 olan parabolün odak noktası ile köşesi arasındaki mesafe kaç br dir?

- A) 36 B) 24 C) 18 D) 12 E) 9

soru 5

Analitik düzlemde, odak noktası $F(6,0)$ köşesi $A(2,0)$ olan parabolün doğrultman doğrusunun denklemi aşağıdaki-lerden hangisidir?

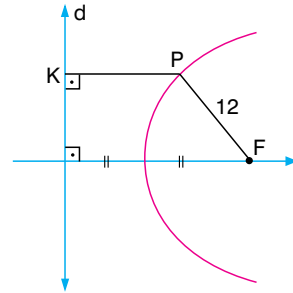
- A) $x=-6$ B) $x=-4$ C) $x=-2$ D) $x=0$ E) $x=2$

soru 6

Analitik düzlemde, doğrultman doğrusu $x=-5$, köşesi $A(3,0)$ olan parabolün odak noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (3,0) B) (6,0) C) (9,0) D) (11,0) E) (15,0)

soru 7



Analitik düzlemde, doğrultmanı d, odak noktası F olan parabol şekilde verilmiştir.

Parabolün üzerindeki P noktasının odağa uzaklığı $|PF| = 12$ br olduğuna göre, P noktasının doğrultmana uzaklığı $|PK|$ kaç br dir?

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

soru 8

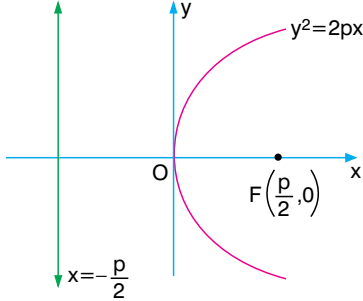
Analitik düzlemde, bir parabolün dış merkezliği aşağıda verilen değerlerden hangisini alabilir?

- A) $-\frac{5}{3}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) -1 D) 1 E) $\frac{3}{2}$



MERKEZİL PARABOL DENKLEMİ

$y^2 = 2px$ Parabolü



Köşesi orijinde ve kolları x ekseninin pozitif tarafında olan paraboldür.

$y^2 = 2px$ parabolünün parametresi : p

odak noktası : $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

doğrultmanı : $x = -\frac{p}{2}$

köşesi : $O(0,0)$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y^2 = 8x$ parabolünün

- Parametresini bulunuz.
- Odak noktasının koordinatlarını bulunuz.
- Doğrultman doğrusunun denklemini bulunuz.

çözüm

$y^2 = 2px$ bağıntısından $2px = 8x$ ise $p = 4$

a) Parabolün parametresi $p = 4$ tür.

b) Parabolün odak noktası

$$F\left(\frac{p}{2}, 0\right) = F(2, 0)$$

c) Parabolün doğrultman doğrusu

$$x = -\frac{p}{2} \text{ ise } x = -2 \text{ doğrusudur.}$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, odak noktası $F(9,0)$ ve doğrultmanı $x = -9$ olan merkezî parabolün denklemini bulunuz.

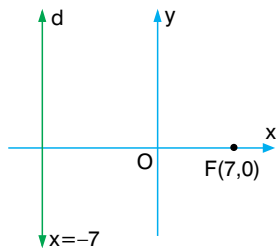
çözüm

Parabolün parametresi $p = 2 \cdot 9 = 18$

$$y^2 = 2px \text{ ise } y^2 = 2 \cdot 18x \text{ ise } y^2 = 36x$$

Cevap: $y^2 = 36x$

kavrama sorusu



Analitik düzlemde, $F(7,0)$ noktasına ve $x = -7$ doğrusuna eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri nedir?

çözüm

Sizden istenen odak noktası $F(7,0)$ ve doğrultmanı $x = -7$ doğrusu olan paraboldür.

Parabolün parametresi $p = 2 \cdot 7 = 14$

$$y^2 = 2px \text{ ise } y^2 = 2 \cdot 14x \text{ ise } y^2 = 28x$$

Cevap: $y^2 = 28x$



soru 1

Analitik düzlemde, $y^2=12x$ parabolünün parametresi, odak noktası ve doğrultman doğrusunun denklemi ile ilgili aşağıda verilenlerden hangisi doğrudur?

Parametresi	Odak Noktası	Doğrultman Denklemi
A) $p=12$	$F(6,0)$	$x=-3$
B) $p=6$	$F(6,0)$	$x=-6$
C) $p=6$	$F(3,0)$	$x=-3$
D) $p=3$	$F(6,0)$	$x=-6$
E) $p=3$	$F(3,0)$	$x=-3$

soru 2

Analitik düzlemde, $y^2=6x$ parabolünün odak noktasının doğrultmana uzaklığı kaç br dir?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

soru 3

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen parabollerden hangisinin parametresi 7 dir?

- A) $y^2=\frac{7}{2}x$ B) $y^2=7x$ C) $y^2=\frac{21}{2}x$ D) $y^2=14x$ E) $y^2=28x$

soru 4

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen parabollerden hangisinin odak noktası $F(5,0)$ dır?

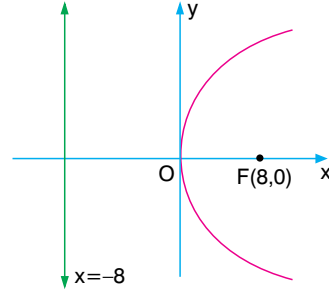
- A) $y^2=5x$ B) $y^2=10x$ C) $y^2=15x$ D) $y^2=20x$ E) $y^2=25x$

soru 5

Analitik düzlemde, odak noktası $F(4,0)$ ve doğrultmanı $x=-4$ doğrusu olan parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y^2=16x$ B) $y^2=12x$ C) $y^2=8x$ D) $y^2=4x$ E) $y^2=2x$

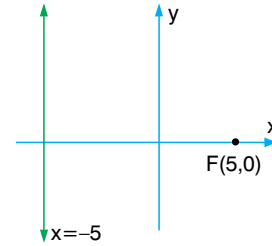
soru 6



Analitik düzlemde, odak noktası ve doğrultman doğrusu verilen merkez parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y^2=4x$ B) $y^2=8x$ C) $y^2=16x$ D) $y^2=24x$ E) $y^2=32x$

soru 7



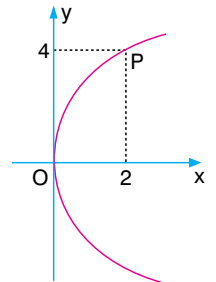
Analitik düzlemde, $F(5,0)$ noktasına ve $x=-5$ doğrusuna eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y^2=20x$ B) $y^2=15x$ C) $y^2=10x$ D) $y^2=5x$ E) $y^2=\frac{5}{2}x$

soru 8

Analitik düzlemde, odak noktası x ekseninde bulunan ve $P(2,4)$ noktasından geçen merkez parabolün grafiği verilmiştir.

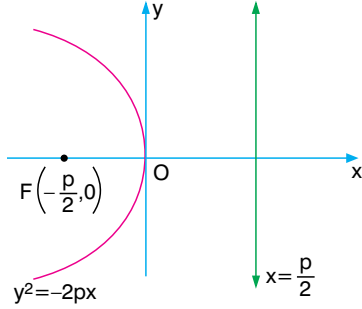
Buna göre, parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $y^2=10x$ B) $y^2=8x$ C) $y^2=6x$ D) $y^2=4x$ E) $y^2=2x$



$y^2 = -2px$ Parabolü



Köşesi orijinde ve kolları x ekseninin negatif tarafında olan paraboldür.

$y^2 = -2px$ parabolünün parametresi : p

odak noktası: $F\left(-\frac{p}{2}, 0\right)$

doğrultmanı : $x = \frac{p}{2}$

köşesi : $O(0,0)$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y^2 = -8x$ parabolünün

- Parametresini bulunuz.
- Odak noktasının koordinatlarını bulunuz.
- Doğrultman doğrusunun denklemini bulunuz.

çözüm

$y^2 = -2px$ bağıntısından $-2px = -8x$ ise $p=4$

- Parabolün parametresi $p=4$ tür.
- Parabolün odak noktası

$$F\left(-\frac{p}{2}, 0\right) = F(-2, 0)$$

- Parabolün doğrultman doğrusu

$$x = \frac{p}{2} \text{ ise } x=2 \text{ doğrusudur.}$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, odak noktası $F(-9,0)$ ve doğrultmanı $x=9$ doğrusu olan merkezli parabolün denklemini bulunuz.

çözüm

Parabolün parametresi $p=2 \cdot 9=18$

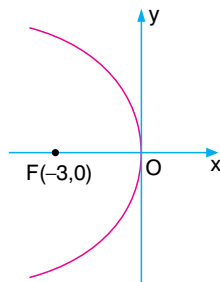
$$y^2 = -2px \text{ ise } y^2 = -2 \cdot 18x$$

$$y^2 = -36x$$

Cevap: $y^2 = -36x$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, odak noktası ve köşesi verilen parabolün denklemini bulunuz.



çözüm

Parabol odak noktası $F(-3,0)$ olan merkezli paraboldür.

Parametresi $p=2 \cdot 3=6$

Parabol denklemi

$$y^2 = -2px \text{ ise } y^2 = -2 \cdot 6x$$

$$y^2 = -12x$$

Cevap: $y^2 = -12x$



soru 1

Analitik düzlemde, $y^2 = -6x$ parabolünün parametresi kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

soru 2

Analitik düzlemde, $y^2 = -6x$ parabolünün odak noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ B) $(-1, 0)$ C) $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ D) $(-2, 0)$ E) $(-4, 0)$

soru 3

Analitik düzlemde, $y^2 + 5x = 0$ parabolünün doğrultman doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = -\frac{5}{4}$ B) $x = -\frac{5}{2}$ C) $x = \frac{5}{4}$ D) $x = \frac{5}{2}$ E) $x = 5$

soru 4

Analitik düzlemde, $y^2 = -\frac{9}{2}x$ parabolünün odak noktası ile doğrultmanı arasındaki mesafe kaç br dir?

- A) 18 B) 9 C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{9}{8}$

soru 5

Analitik düzlemde, odak noktası $F(-4, 0)$ ve doğrultmanı $x = 4$ olan parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y^2 = -16x$ B) $y^2 = -8x$ C) $y^2 = -4x$ D) $y^2 = 8x$ E) $y^2 = 16x$

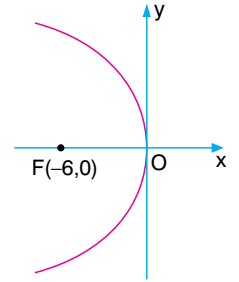
soru 6

Analitik düzlemde, odak noktası $F(-1, 0)$ ve köşesi orijin olan parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y^2 = 4x$ B) $y^2 = 2x$ C) $y^2 = -x$ D) $y^2 = -2x$ E) $y^2 = -4x$

soru 7

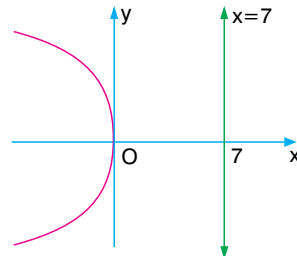
Analitik düzlemde, odak noktası ve köşesi verilen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $y^2 = -6x$ B) $y^2 = -9x$ C) $y^2 = -12x$ D) $y^2 = -18x$ E) $y^2 = -24x$

soru 8

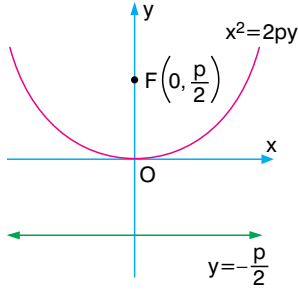
Analitik düzlemde, köşesi ve doğrultmanı gösterilen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $y^2 = -28x$ B) $y^2 = -14x$ C) $y^2 = -7x$ D) $y^2 = 7x$ E) $y^2 = 14x$



$x^2 = 2py$ Parabolü



Köşesi orijinde ve kolları y ekseninin pozitif tarafında olan paraboldür.

$x^2 = 2py$ parabolünün parametresi : p

odak noktası : $F\left(0, \frac{p}{2}\right)$

doğrultmanı : $y = -\frac{p}{2}$

köşesi : $O(0,0)$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $x^2 = 12y$ parabolünün

- Parametresini bulunuz.
- Odak noktasını bulunuz.
- Doğrultman doğrusunun denklemini bulunuz.

çözüm

$x^2 = 2py$ bağıntısından $2py = 12y$ ise $p = 6$

- Parabolün parametresi $p = 6$ dir.
- Parabolün odak noktası

$$F\left(0, \frac{p}{2}\right) = F(0, 3)$$

- Parabolün doğrultman doğrusu

$$y = -\frac{p}{2} \text{ ise } y = -3 \text{ doğrusudur.}$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, odak noktası $F(0,2)$ ve doğrultman doğrusu $y = -2$ olan merkezli parabolün denklemini bulunuz.

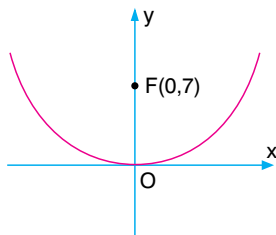
çözüm

Parabolün parametresi $p = 2 \cdot 2 = 4$

$$x^2 = 2py \text{ ise } x^2 = 2 \cdot 4y \\ x^2 = 8y$$

Cevap: $x^2 = 8y$

kavrama sorusu



çözüm

Parabol odak noktası $F(0,7)$ olan merkezli paraboldür.

Parametresi $p = 2 \cdot 7 = 14$

Parabolün denklemi

$$x^2 = 2py \text{ ise } x^2 = 2 \cdot 14y \\ x^2 = 28y$$

Cevap: $x^2 = 28y$

Analitik düzlemde, odak noktası ve köşesi verilen parabolün denklemini bulunuz.



soru 1

Analitik düzlemde, $x^2=6y$ parabolünün parametresi kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

soru 2

Analitik düzlemde, $x^2=15y$ parabolünün odak noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{15}{2}, 0\right)$ B) $\left(\frac{15}{4}, 0\right)$ C) $\left(0, \frac{15}{2}\right)$ D) $\left(0, \frac{15}{4}\right)$ E) $\left(0, \frac{15}{8}\right)$

soru 3

Analitik düzlemde, $x^2=7y$ ve $x^2=23y$ parabollerinin odak noktaları arasındaki mesafe kaç br dir?

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

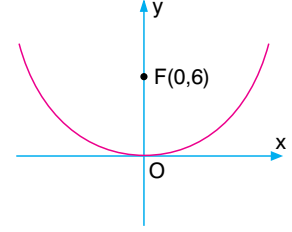
soru 4

Analitik düzlemde, $x^2=11y$ parabolünün doğrultman doğrusu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y=-\frac{11}{4}$ B) $y=-\frac{11}{2}$ C) $y=-11$ D) $y=\frac{11}{2}$ E) $y=11$

soru 5

Analitik düzlemde, odak noktası ve köşesi verilen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $x^2=24y$ B) $x^2=12y$ C) $x^2=9y$ D) $y^2=18x$ E) $y^2=24x$

soru 6

Analitik düzlemde, doğrultmanı $y=-4$ doğrusu olan merkez parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2=8y$ B) $x^2=12y$ C) $x^2=16y$ D) $y^2=16x$ E) $y^2=24x$

soru 7

Analitik düzlemde, $y^2=6x$ ve $x^2=12y$ parabollerinin odak noktaları arasındaki mesafe kaç br dir?

- A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ D) $3\sqrt{5}$ E) $6\sqrt{5}$

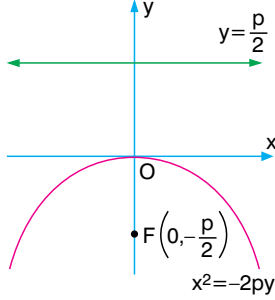
soru 8

Analitik düzlemde, $x^2=5y$ ve $y^2=9x$ parabollerinin doğrultman doğrularının kesişim noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right)$ B) $\left(\frac{9}{2}, \frac{5}{2}\right)$ C) $\left(-\frac{5}{4}, -\frac{9}{4}\right)$ D) $\left(-\frac{9}{4}, -\frac{5}{4}\right)$ E) $\left(\frac{9}{4}, -\frac{5}{4}\right)$



$x^2 = -2py$ Parabolü



Köşesi orijinde ve kolları y ekseninin negatif tarafında olan paraboldür.

$x^2 = -2py$ parabolünün parametresi : p

odak noktası : $F\left(0, -\frac{p}{2}\right)$

doğrultmanı : $y = \frac{p}{2}$

köşesi : $O(0,0)$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $x^2 = -12y$ parabolünün

- Parametresini bulunuz.
- Odak noktasını bulunuz.
- Doğrultman doğrusunun denklemini bulunuz.

çözüm

$x^2 = -2py$ bağıntısından $-2py = -12y$ ise $p=6$

- Parabolün parametresi $p=6$ dir.
- Parabolün odak noktası

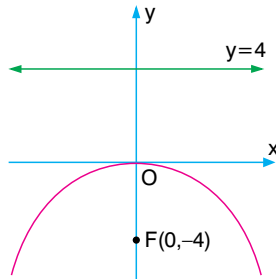
$$F\left(0, -\frac{p}{2}\right) = F(0, -3)$$

- Parabolün doğrultman doğrusu

$$y = \frac{p}{2} \text{ ise } y=3 \text{ doğrusudur.}$$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, odak noktası ve doğrultmanı verilen parabolün denklemini bulunuz.



çözüm

Parabolün parametresi $p=2.4=8$

$$x^2 = -2py \text{ ise } x^2 = -2.8y$$

$$x^2 = -16y$$

Cevap: $x^2 = -16y$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, parametresi $p=16$ odak noktası y ekseninde ve y ekseninin negatif tarafında olan merkezli parabolün denklemini bulunuz.

çözüm

Parabolün odak noktası y ekseninde ve y ekseninin negatif tarafında ise denklemini $x^2 = -2py$ şeklindedir.

$p=16$ olduğuna göre, parabolün denklemini

$$x^2 = -2.16y = -32y$$

Cevap: $x^2 = -32y$



soru 1

Analitik düzlemde, $x^2 = -18y$ parabolünün parametresi, odak noktası ve doğrultman doğrusu ile ilgili aşağıda verilenlerden hangisi doğrudur?

Parametresi	Odak Noktası	Doğrultman Denklemi
A) $p=18$	$F(0, -9)$	$y=9$
B) $p=18$	$F(0, 9)$	$y=-9$
C) $p=9$	$F(0, \frac{9}{2})$	$y=-\frac{9}{2}$
D) $p=9$	$F(0, -\frac{9}{2})$	$y=-\frac{9}{2}$
E) $p=9$	$F(0, -\frac{9}{2})$	$y=\frac{9}{2}$

soru 2

Analitik düzlemde, odak noktası $F(0, -\frac{3}{2})$ olan merkezli parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2=6y$ B) $x^2=3y$ C) $x^2=-3y$ D) $x^2=-6y$ E) $x^2=-12y$

soru 3

Analitik düzlemde, $y^2=-4x$ ve $x^2=-12y$ parabollerinin odak noktaları arasındaki mesafe kaç br dir?

- A) $\sqrt{10}$ B) $\sqrt{15}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{10}$ E) $2\sqrt{15}$

soru 4

Analitik düzlemde, $y^2=9x$ ve $x^2=-10y$ parabollerinin doğrultmanlarının kesişim noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\frac{9}{4}, \frac{5}{2})$ B) $(\frac{9}{4}, -\frac{5}{2})$ C) $(\frac{5}{2}, \frac{9}{4})$ D) $(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4})$ E) $(\frac{5}{2}, -\frac{9}{4})$

soru 5

Aşağıda bazı parabol denklemleri ile, bu parabollerin odakları ve doğrultman doğruları verilmiştir.

Buna göre, verilenlerden hangisi **yanlıştır**?

Parabol Denklemi	Odak Noktası	Doğrultman Denklemi
A) $x^2=12y$	$F(0, 3)$	$y=-3$
B) $x^2=-8y$	$F(0, -2)$	$y=2$
C) $y^2=-10x$	$F(-\frac{5}{2}, 0)$	$x=\frac{5}{2}$
D) $x^2=6y$	$F(-\frac{3}{2}, 0)$	$x=\frac{3}{2}$
E) $y^2=18x$	$F(\frac{9}{2}, 0)$	$x=-\frac{9}{2}$

soru 6

- I. $x^2=4y$
II. $x^2=-2y$
III. $y^2=4x$
IV. $y^2=-8x$

Yukarıda verilen parabollerle ilgili, aşağıdaki bilgilerden hangisi **yanlıştır**?

- A) I no'lu parabolün odağı y ekseninde, eksenin pozitif tarafındadır.
B) III no'lu parabolün odağı x ekseninde, eksenin pozitif tarafındadır.
C) IV no'lu parabolün odağı x ekseninde, eksenin negatif tarafındadır.
D) II ve III no'lu parabollerin doğrultmanları $(-1, \frac{1}{2})$ noktasında kesişir.
E) I ve IV no'lu parabollerin odak noktaları arasındaki uzaklık $\sqrt{17}$ br dir.

soru 7

Analitik düzlemde, aşağıda denklemi verilen parabol çiftlerinin hangisinde, parabollerin doğrultman doğruları $K(-3, 2)$ noktasında kesişir?

- A) $x^2=12y$ B) $x^2=-12y$ C) $x^2=-8y$ D) $x^2=-12y$ E) $x^2=6y$
 $y^2=-8x$ $y^2=-8x$ $y^2=12x$ $y^2=8x$ $y^2=-4x$



Bir Doğru ile Parabolün Birbirine Göre Durumları

$y=mx+n$ doğrusu ile $y^2=2px$ parabolünün üç farklı durumu vardır.

- 1) $p=2mn$ ise doğru parabole teğettir.
- 2) $p>2mn$ ise doğru parabolü iki farklı noktada keser.
- 3) $p<2mn$ ise doğru parabolü kesmez.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y=3x+2$ doğrusu $y^2=2px$ parabolüne teğet olduğuna göre, p kaçtır?

çözüm

Doğru denkleminde $m=3$ ve $n=2$
Doğru parabole teğet ise $p=2mn$ dir.
 $p=2.3.2=12$

Cevap: 12

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $x+y+k=0$ doğrusu $y^2=8x$ parabolüne teğet olduğuna göre, k kaçtır?

çözüm

$x+y+k=0$ ise $y=-x-k$
 $m=-1$ ve $n=-k$
 $y^2=2px=8x$ ise $p=4$
Doğru parabole teğet ise $p=2mn$
 $p=4=2.(-1).(-k)$ ise $k=2$

Cevap: 2

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $x+y+2=0$ doğrusu ile $y^2=-x$ parabolünün kesiştikleri noktaların apsilerini bulunuz.

çözüm

Doğru denkleminde y yi çekerek parabol denkleminde yerine yazınız.
 $x+y+2=0$ ise $y=-x-2$
 $y^2=-x$ ise $(-x-2)^2=-x$
 $x^2+4x+4=-x$
 $x^2+5x+4=0$
 $(x+4)(x+1)=0$
 $x_1=-4$ $x_2=-1$

Cevap: -4 ve -1



soru 1

Analitik düzlemde, $y=2x+k$ doğrusu $y^2=4x$ parabolüne teğet olduğuna göre, k kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

soru 2

Analitik düzlemde, $2y-3x+4=0$ doğrusu $y^2=kx$ parabolüne teğet olduğuna göre, k kaçtır?

- A) -12 B) -9 C) -6 D) -3 E) -1

soru 3

Analitik düzlemde, $y=x+n$ doğrusu odak noktası $F(5,0)$ ve köşesi orijin olan parabole teğet olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 10

soru 4

Analitik düzlemde, $y^2=4x$ parabolünün $x-2y+7=0$ doğrusuna paralel olan teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x-2y+1=0$ B) $x-2y+2=0$ C) $x-2y+3=0$
D) $x-2y+4=0$ E) $x-2y+5=0$

soru 5

Analitik düzlemde, $y^2=8x$ parabolünün $x+y-3=0$ doğrusuna dik olan teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x-y-2=0$ B) $x-y=0$ C) $x-y+2=0$
D) $x+y-2=0$ E) $x+y+2=0$

soru 6

Analitik düzlemde, $y^2=6x$ parabolü ile $y=1$ doğrusunun kesiştiği noktanın apsisi kaçtır?

- A) $-\frac{1}{6}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 1

soru 7

Analitik düzlemde, $x^2=4y$ parabolü ile $x+y-3=0$ doğrusunun kesiştikleri noktaların apsisi toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 2 D) 4 E) 6

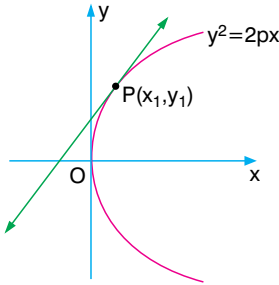
soru 8

Analitik düzlemde, $y^2=10x$ parabolünün odağından geçen ve x eksenine dik olan kirişin uzunluğu kaç br dir?

- A) 5 B) $\frac{15}{2}$ C) 10 D) 15 E) 20

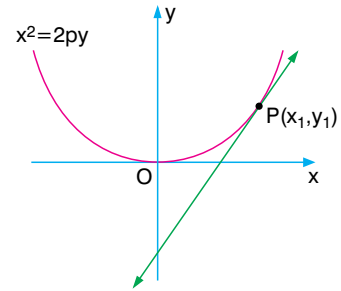


Parabole Üzerindeki Bir Noktadan Çizilen Teğet veya Normalin Denklemi



$y^2=2px$ parabolüne üzerindeki $P(x_1, y_1)$ noktasından çizilen teğetin denklemi:

$$y_1 y = p(x + x_1)$$



$x^2=2py$ parabolüne üzerindeki $P(x_1, y_1)$ noktasından çizilen teğetin denklemi:

$$x_1 x = p(y + y_1)$$

Parabolün üzerindeki bir noktadan geçen teğetin denklemini yazarken, yukarıda verilen bağıntıları kullanınız. Parabolün üzerindeki bir noktadan geçen normalin denklemini yazarkende önce teğet denklemini bulunuz. Normal ve teğet doğruları birbirine dik oldukları için eğimleri çarpımı -1 olacaktır. Eğimi bulduğumuz normalin, geçtiği bir noktayı kullanarak denklemini yazabiliriz. Hatırlarsanız bir doğrunun denklemini yazabilmek için

- 1) Doğrunun eğimi
- 2) Doğrunun geçtiği bir nokta, gerekli idi.

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $y^2=4x$ parabolü ve üzerinde $P(1,2)$ noktası veriliyor.

- a) Parabolün P noktasındaki teğetin denklemini bulunuz.
- b) Parabolün P noktasındaki teğetin eğimini bulunuz.
- c) Parabolün P noktasındaki normalin eğimini bulunuz.
- d) Parabolün P noktasındaki normalin denklemini bulunuz.

çözüm

- a) $y^2=2px=4x$ ise $p=2$
Teğetin denklemi
 $y_1 y = p(x + x_1)$ ise $2y = 2(x + 1)$
düzenlersek $x - y + 1 = 0$
- b) $ax + by + c = 0$ doğrusunun eğimi $m = -\frac{a}{b}$ idi.
Buna göre, teğetin eğimi $m_{\text{teğet}} = -\frac{1}{-1} = 1$
- c) $m_{\text{teğet}} \cdot m_{\text{normal}} = -1$ ise $1 \cdot m_{\text{normal}} = -1$
 $m_{\text{normal}} = -1$
- d) Normalin eğimi -1 ise denklemini $x + y + c = 0$ şeklindedir.
 $P(1,2)$ noktası normal denklemini sağlar.
 $x + y + c = 0$ ise $1 + 2 + c = 0$ ve $c = -3$
Normal denklemi $x + y - 3 = 0$

kavrama sorusu

Analitik düzlemde, $x^2=12y$ parabolü ve üzerinde $P(6,3)$ noktası veriliyor.

- a) Parabolün P noktasındaki teğetin denklemini bulunuz.
- b) Parabolün P noktasındaki teğetin eğimini bulunuz.
- c) Parabolün P noktasındaki normalin eğimini bulunuz.
- d) Parabolün P noktasındaki normalin denklemini bulunuz.

çözüm

- a) $x^2=2py=12y$ ise $p=6$
Teğetin denklemi
 $x_1 x = p(y + y_1)$ ise $6x = 6(y + 3)$
düzenlersek $x - y - 3 = 0$
- b) Eğim $= -\frac{a}{b} = -\frac{1}{-1} = 1$
- c) $m_{\text{teğet}} \cdot m_{\text{normal}} = -1$ ise $1 \cdot m_{\text{normal}} = -1$
 $m_{\text{normal}} = -1$
- d) Normalin eğimi -1 ise denklemini $x + y + c = 0$ şeklindedir.
 $P(6,3)$ noktası normal denklemini sağlar.
 $x + y + c = 0$ ise $6 + 3 + c = 0$ ve $c = -9$
Normal denklemi $x + y - 9 = 0$



soru 1

Analitik düzlemde, $y^2=2x$ parabolüne, üzerindeki $P(2,-2)$ noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x+y+1=0$ B) $x+2y+1=0$ C) $x+2y+2=0$
D) $x-2y+1=0$ E) $x-2y+2=0$

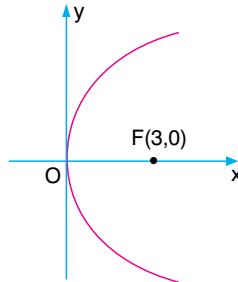
soru 2

Analitik düzlemde, $x^2=-4y$ parabolüne, üzerindeki $A(6,-9)$ noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x+y-9=0$ B) $3x+y+6=0$ C) $3x-y+9=0$
D) $3x-y+3=0$ E) $2x+3y-6=0$

soru 3

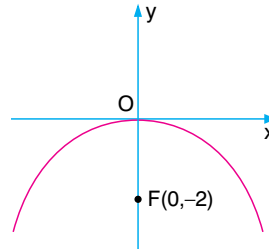
Analitik düzlemde, grafiği verilen parabole, üzerindeki ordinatı -6 olan noktadan çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $x-y+3=0$ B) $x-y-3=0$ C) $x+2y-1=0$
D) $x+y+3=0$ E) $x+y-3=0$

soru 4

Analitik düzlemde, şekilde grafiği verilen parabole, üzerindeki apsisi -4 olan noktadan çizilen teğetin eğimi kaçtır?



- A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 1

soru 5

Analitik düzlemde, $y^2=-12x$ parabolüne üzerindeki $P(-3,6)$ noktasından çizilen normalin eğimi kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) $\frac{5}{2}$

soru 6

Analitik düzlemde, $y^2=16x$ parabolünün üzerindeki ordinatı -8 olan noktadan çizilen normalin eğimi kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

soru 7

Analitik düzlemde, $x^2=4y$ parabolüne apsisi 2 olan noktadan çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $x-y-1=0$ B) $x-y+2=0$ C) $x+y-1=0$
D) $x+y-3=0$ E) $x+2y-4=0$

soru 8

Analitik düzlemde, $y^2=-8x$ parabolüne, üzerindeki $P(-2,4)$ noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x+y-2=0$ B) $x+y+5=0$ C) $x+2y-6=0$
D) $x-y-1=0$ E) $x-y+6=0$