

MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ
YENİ SINAV SİSTEMİNE ve YENİ LİSE PROGRAMINA UYGUNDUR

MATEMATİK

4

Muharrem DUŞ
Saadet ÇAKIR


KAREKÖK

İÇİNDEKİLER

Modüler Piramit Sistemi	5
40. Karmaşık Sayılar	9
41. Logaritma	63
42. Permütasyon - Kombinasyon	113
43. Binom	156
44. Olasılık	173
45. İstatistik	199
46. Toplam Sembolü	232
47. Çarpım Sembolü	268
48. Diziler	290
49. Aritmetik Dizi - Geometrik Dizi	311
50. Matris	339
51. Determinant	366
52. Lineer Denklem Sistemleri	391
Cevap Anahtarları	407

MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ

Modüler Piramit Sistemi'nde pratik yöntem ile teorik yöntem örtüşmüştür. Genellikle uygulamaya geçirilemeyen ve ihmal edilen amaç ve davranışlar sorular ile ifade edilmiştir. Bu bağlamda Modüler Piramit Sistemi'nde her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşı, bir piramitin köşesindeki taş gibi düşünülmüştür. Bu taş belirlenmiş olan yere konulduktan sonra aynı sıraya ait taşlar kolayca yerleştirilebilecektir. Köşetaşı, AÇIKLAMALI ÇÖZÜM ile anlatıldıktan sonra verilen 6 alıştırma sorusu kolayca çözülebilecektir.

Köşetaşlarına karşılık gelen AMAÇLAR, konunun başında verilmiştir. Böylece konuya ait içindekiler bölümü de oluşturuldu.

Kitabın sayfaları düzenli biçimde kullanıldı. Her sayfaya bir köşetaşı, açıklamalı çözümü ve 6 alıştırma sorusu yazıldı.

KÖŞETAŞLARI numaralandırılarak sayfanın başına yerleştirilmiştir. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının noktasal somutlaştırılmasıdır. Dikkatle incelendiğinde köşetaşlarının arasındaki eytişim fark edilecektir. Köşetaşları arasındaki bağ, temelden yukarıya, kolaydan zora doğru seviyelendirilerek kurulup, gönderimlerle güçlendirildi. Köşetaşlarının bağımsız öğrenilebilmesi için çözümler açıklamalı yapıldı.

AÇIKLAMALI ÇÖZÜM bölümünde öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir konunun bu bölümlerinde anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

TARAMA TESTİ

Bir konudaki köşetaşlarının sayısı kadar soru içerir. Her köşetaşından sırasıyla birer soru vardır. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından, besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır.

Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözilemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

KONU TESTİ

Dershanelerde verilen yaprak testlerin benzeridir. MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ'nde uzun bir çalışmadan sonra bu testler verilir. Selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet binicisinin selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

BÖLÜM 40

Karmaşık Sayılar

KÖŞETAŞI

KAZANIMLAR

1. Karmaşık sayıyı tanımlar.
2. Karmaşık sayının reel kısmını ve sanal kısmını bulur.
3. i 'nin kuvvetlerini hesaplar.
4. Karmaşık sayıların eşitliğini kavrar.
5. Karmaşık sayılarda toplama ve çıkarma yapar.
6. Karmaşık sayılarda çarpma yapar.
7. Karmaşık sayının kuvvetini hesaplar.
8. Karmaşık sayının eşleniğini bulur.
9. Karmaşık sayının çarpmaya göre tersini bulur.
10. Kökleri kompleks sayı olan ikinci dereceden denklemi çözer.
11. Karmaşık sayılarda bölme yapar.
12. Karmaşık sayı içeren denklemleri çözer.
13. Karmaşık sayının mutlak değerini (modülünü) hesaplar.
14. Mutlak değerin çarpma ve bölmeye ait özelliklerini kavrar.
15. Mutlak değerin kuvvetiyle ilgili özelliğini kavrar.
16. Mutlak değer içeren denklemleri çözer.
17. Karmaşık düzlemde iki karmaşık sayı arasındaki uzaklığı hesaplar.
18. Bir çember belirten karmaşık sayıların denklemini analiz eder.
19. İki çember arasındaki karmaşık sayıları belirten eşitsizliği analiz eder.
20. Karmaşık sayı içeren eşitsizliklerin çözüm kümesini karmaşık düzlemde gösterir.
21. Bir çember üzerindeki karmaşık sayıların sabit bir noktaya en yakın ve en uzak olma durumunu analiz eder.
22. Kutupsal koordinatları verilen bir karmaşık sayıyı karmaşık düzlemde gösterir.
23. Bir karmaşık sayının esas argümentini hesaplar.

köşetaşı

$x^2 + 1 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1$ olur. Reel sayılarda karesi -1 olan sayı yoktur. Bu denklemin reel sayılarda çözüm kümesi boş kümedir. Bu tip denklemlerin çözüm kümesi ancak karmaşık sayılarda vardır. Karesi -1 olan sayıya sanal (imajiner) sayı birimi denir ve $i = \sqrt{-1}$ ile tanımlanır.

i sayısının tanımlanmasıyla

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - (-1) = 0 \Rightarrow x^2 - i^2 = 0$$

$$\Rightarrow (x - i)(x + i) = 0$$

$$\Rightarrow x = i \text{ veya } x = -i$$

$$Ç = \{i, -i\} \text{ olur.}$$

Birkaç örnek daha :

$$\sqrt{-36} = \sqrt{i^2 \cdot 36} = 6i$$

$$\sqrt{-18} = \sqrt{i^2 \cdot 18} = 3\sqrt{2}i$$

KARMAŞIK SAYININ TARİHÇESİ

Fen bilimlerindeki gelişmelerden sonra bilim adamları negatif sayıların kareköklerini tanımlama ihtiyacı hissettiler. Descartes negatif sayıların kareköklerini "sanal sayılar" olarak isimlendirdi. İlk olarak Euler, sanal sayıları ifade etmek için; Latince "Imaginary" sözcüğünün baş harfi olan "i" sembolünü kullandı.

24. Bir karmaşık sayıyı kutupsal biçimde yazar.
25. Kutupsal biçimde verilen karmaşık sayıyı standart biçimde yazar.
26. Bir karmaşık sayının argüment değerini içeren denklemin çözüm kümesini karmaşık düzlemde gösterir.
27. Kutupsal biçimde verilen bir karmaşık sayının esas argümentini okur.
28. Kutupsal biçimde verilen karmaşık sayıları toplar veya çıkarır.
29. Mutlak değerleri farklı karmaşık sayıları toplar veya çıkarır.
30. Kutupsal biçimde verilen karmaşık sayıları çarpır. (De'Moivre Kuralı)
31. Kutupsal biçimde verilen karmaşık sayıları böler. (De'Moivre Kuralı)
32. Kutupsal biçimde verilen karmaşık sayıların kuvvetini alır. (De'Moivre Kuralı)
33. Karmaşık düzlemde görüntüleri verilen karmaşık sayılarda işlem yapar.
34. Mutlak değerleri ve argümentleri verilen karmaşık sayıları bulur.
35. Kutupsal biçimde verilen karmaşık sayıların eşleniğini bulur.
36. Kutupsal biçime dönüştürülebilen karmaşık sayıların kareköklerini bulur.
37. Kutupsal biçime dönüştürülemeyen karmaşık sayıların kareköklerini bulur.
38. Bir karmaşık sayının küpköklerini bulur.
39. Bir karmaşık sayının n . derecede köklerini bulur ve karmaşık düzlemde gösterir.
40. Bir karmaşık sayıyı orijin etrafında döndürür.

1. $x^2 + 4 = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-2, 2\}$ B) $\{-i, i\}$ C) $\{-2i, 2i\}$
D) $\{i, 2i\}$ E) $\{i + 1, i - 1\}$

2. $x^4 + 2x^2 = 0$ denkleminin kaç farklı kökü vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\sqrt{-64} + \sqrt{-25}$ toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-13i$ B) $-10i$ C) $8i$ D) $10i$ E) $13i$

4. $x^4 - 16 = 0$ denkleminin kaç farklı kökü vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\sqrt{-36} - \sqrt{-4} = 4i$
B) $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-4} = \sqrt{(-1) \cdot (-4)}$
C) $\frac{\sqrt{-9}}{\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-4}} = \frac{3}{2i}$
D) $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-5} \cdot \sqrt{-10} = -10i$
E) $\sqrt{-16} + \sqrt{-9} - \sqrt{-64} = -i$

6. Aşağıdaki kümelerden hangisi boş küme değildir?

- A) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, 4x^2 + 1 = 0\}$
B) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x^2 + 9 = 0\}$
C) $\{x \mid x \in \mathbb{N}, 2x + 6 = 0\}$
D) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, (2x - 1)(x + 3) = 0\}$
E) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}^+, 4x^2 = 0\}$

köşetaşı

Aşağıda verilen karmaşık sayıların reel(gerçek) kısmını ve imajiner(sanal) kısmını bulup, karmaşık düzlemde gösteriniz.

$$z_1 = 3 + 4i, \quad z_2 = 2 - 3i, \quad z_3 = 4, \quad z_4 = -5i, \quad w = \sqrt{-5} + \sqrt{-3}i$$

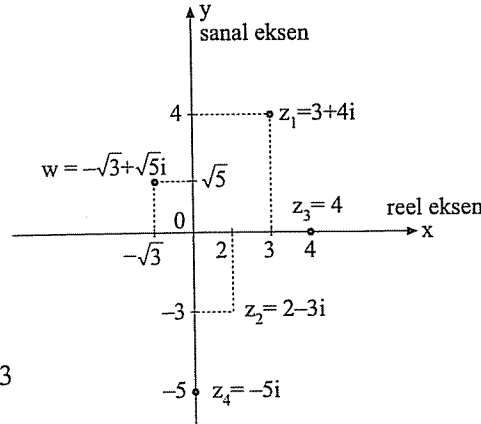
açıklamalı çözüm

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $a + bi$ şeklindeki sayılara karmaşık (kompleks) sayı denir ve karmaşık sayılar kümesi $\mathbb{C}$ ile gösterilir.

$\mathbb{C} = \{z \mid z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}\}$ ($\mathbb{N}^+ \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$)
 $z = a + bi$ sayısında; a 'ya karmaşık sayının reel(gerçek) kısmı, b 'ye karmaşık sayının imajiner(sanal) kısmı denir ve $\text{Re}(z) = a$ ve $\text{Im}(z) = b$ ile gösterilir.

$$\begin{aligned} \text{Buna göre, } z_1 = 3 + 4i &\Rightarrow \text{Re}(z_1) = 3 \text{ ve } \text{Im}(z_1) = 4 \\ z_2 = 2 - 3i &\Rightarrow \text{Re}(z_2) = 2 \text{ ve } \text{Im}(z_2) = -3 \\ z_3 = 4 &\Rightarrow \text{Re}(z_3) = 4 \text{ ve } \text{Im}(z_3) = 0 \\ z_4 = -5i &\Rightarrow \text{Re}(z_4) = 0 \text{ ve } \text{Im}(z_4) = -5 \\ w = \sqrt{-5} + \sqrt{-3}i &= i\sqrt{5} + \sqrt{3}i^2 = -\sqrt{3} + \sqrt{5}i \Rightarrow \text{Re}(w) = -\sqrt{3} \text{ ve } \text{Im}(w) = \sqrt{5} \end{aligned}$$

Karmaşık düzlemde $O(0,0)$ başlangıç noktası, x eksenini karmaşık düzlemin reel eksenini, y eksenini de karmaşık düzlemin sanal eksenidir.



1. $z = -4 + 2i$ karmaşık sayısının reel kısmı a , imajiner kısmı b dir.

Buna göre, a^b kaçtır?

- A) -16 B) -8 C) 2 D) 8 E) 16

2. $z = \sqrt{-16}$ karmaşık sayısının reel kısmı a , sanal kısmı b dir.

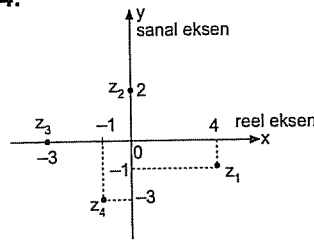
Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -16 B) -4 C) 0 D) 4 E) 16

3. Reel kısmı 3 ve sanal kısmı -2 olan karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3 + 2i$ B) $-2 + 3i$ C) $3 - 2i$
D) $5 - i$ E) $2 - 3i$

4.



Yandaki grafiğe göre, z_1, z_2, z_3 ve z_4 karmaşık sayılarını yazınız.

$$\begin{aligned} z_1 &= \\ z_2 &= \\ z_3 &= \\ z_4 &= \end{aligned}$$

5.

$$z = \frac{3i-2}{2}$$

olduğuna göre, $\text{Im}(z)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) $-\frac{3}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{3i}{2}$ E) 3

6.

$a < b < 0$ olmak üzere,

$$z = \sqrt{-a^2 - 2ab - b^2} - \sqrt{a^2} - \sqrt[3]{b^3}$$

karmaşık sayısının reel kısmı ile imajiner kısmının toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2b$ B) $-2a$ C) $2a$ D) 0 E) $2b$

köşetaşı

Aşağıdaki ifadelerin değerlerini hesaplayınız.

$$1) i^{92} \quad 2) i^{197} \quad 3) i^{2006} \quad 4) i^{83} \quad 5) i^{-1032} \quad 6) i^{-35}$$

açıklamalı çözüm

$$i = \sqrt{-1}$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = i^2 \cdot i = -i$$

$$i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$$

$$i^5 = i^4 \cdot i = i$$

$$i^6 = i^5 \cdot i = i \cdot i = -1$$

$$\vdots$$

Buna göre, soruyu çözelim

- 1) i^{92} de 92 nin 4 ile bölümünden kalan 0 olduğundan $i^{92} = i^0 = 1$ olur.
 2) i^{197} de 197 nin 4 ile bölümünden kalan 1 olduğundan $i^{197} = i^1 = i$
 3) 2006 nın 4 ile bölümünden kalan 2 $\Rightarrow i^{2006} = i^2 = -1$
 4) 83 ün 4 ile bölümünden kalan 3 $\Rightarrow i^{83} = i^3 = -i$
 5) $-1032 \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow i^{-1032} = i^0 = 1$
 6) $-35 \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow i^{-35} = i^1 = i$ olur.

Görüldüğü gibi i nin kuvvetleri 1, i , -1 , $-i$ değerlerinden birine eşit olmaktadır.

O halde, sanal sayı biriminin kuvveti 4 ile bölündüğünde;

- ◇ kalan 0 ise değeri 1 dir. $i^{4n} = 1$ ($n \in \mathbb{N}$)
 ◇ kalan 1 ise değeri i dir. $i^{4n+1} = i$
 ◇ kalan 2 ise değeri -1 dir. $i^{4n+2} = -1$
 ◇ kalan 3 ise değeri $-i$ dir. $i^{4n+3} = -i$

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $i^{2002} = -1$ B) $i^{-200} = 1$ C) $(i^{13})^{25} = i$
D) $i^{20041} = i$ E) $i^{32} + i^{18} = 0$

2. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{98}$$

toplama işleminin sonucu kaçtır?

- A) i B) 1 C) 0 D) -1 E) $-i$

3. $i = \sqrt{-1}$ ve n pozitif tamsayı olmak üzere,

$$i^{8n+3} + i^{16n+7}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-i$ B) $-2i$ C) 0 D) 1 E) i

4. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere;

$$f(x) = 3x^{2006} + x^{2005} + 3x^{-2004} - 5x^{-2003}$$

olduğuna göre, $f(i)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) $-4i$ C) 0 D) 1 E) i

5. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere;

$$f(x) = x^{(x^{12})}$$

olduğuna göre, $f(i)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

6. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$P(x) = 2x^{15} + 3x^{12} - 2x^6 + 5x^2$$

olduğuna göre, $P(i^3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) $2i$ E) $3i$

köşetaşı

a ve b reel (gerçel) sayılar olmak üzere,

$$z_1 = a + b + 2ai - 3bi$$

$$z_2 = 5 - b + 6i + ai$$

karmaşık sayıları birbirine eşit olduğuna göre, b nin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

İki karmaşık sayının eşit olabilmesi için, reel kısımların birbirine; sanal (imaşiner) kısımların birbirine eşit olması gerekir.

$$z_1 = a + bi \text{ ve } z_2 = x + yi \text{ olsun. } (a, b, x, y \in \mathbb{R})$$

$$z_1 = z_2 \Leftrightarrow a + bi = x + yi \Leftrightarrow a = x \text{ ve } b = y \text{ dir.}$$

Şimdi soruyu çözelim.

$$z_1 = a + b + 2ai - 3bi = a + b + (2a - 3b)i$$

$$z_2 = 5 - b + 6i + ai = 5 - b + (6 + a)i$$

$$z_1 = z_2 \left\{ \begin{array}{l} a + b = 5 - b \Rightarrow a + 2b = 5 \\ 2a - 3b = 6 + a \Rightarrow a - 3b = 6 \end{array} \right\} \text{ ise } b = -\frac{1}{5} \text{ olur.}$$

1. Reel kısmı ve sanal kısmı reel sayı olan aşağıdaki karmaşık sayılar için hangisi yanlıştır?

- A) $x + yi = 2 + 3i \Rightarrow x = 2 \text{ ve } y = 3$
 B) $x + 2i = -3 + yi \Rightarrow x = -3 \text{ ve } y = 2$
 C) $a + bi = -2i + 5 \Rightarrow a = 5 \text{ ve } b = -2$
 D) $m + ni = 5 \Rightarrow m = 5 \text{ ve } n = 0$
 E) $-2a + 3bi = -4i \Rightarrow a = 2 \text{ ve } b = 0$

2. x ve y reel sayı olmak üzere,

$$3x - y - 5 + (x + y - 3)i = 0$$

olduğuna göre, x . y çarpımı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. a ve b reel sayılardır.

$$3(a - 2i) + 3a + bi = 2b + 3i(a - bi)$$

olduğuna göre, b değeri kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 1

4. x ve y reel sayılar olmak üzere,

$$z_1 = x^2 - y^2 - 3 + (x - y - 4)i$$

$$z_2 = 5 - 2i \text{ karmaşık sayıları veriliyor.}$$

$z_1 = z_2$ olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{9}{2}$

- 5.

$$z = a + bi$$

$$w = 2 - b + \frac{3}{a}i$$

karmaşık sayıları birbirine eşit olduğuna göre, $a^3 + b^3$ toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) -6 D) -8 E) -10

6. x ve y reel sayı olmak üzere,

$$z = x + yi$$

$$3i - z = 6 + i(4 - 3i)$$

olduğuna göre, $\text{Re}(z) + \text{Im}(z)$ toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -6 C) -8 D) -10 E) -11

köşetaşı

$z_1 = 3 + 2i$ ve $z_2 = 1 + 3i$ karmaşık sayıları veriliyor.

$z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$ ve $z_2 - z_1$ işlemlerini yaparak karmaşık düzlemde gösteriniz.

açıklamalı çözüm

Karmaşık sayılar toplanırken veya çıkarılırken reel kısımlar kendi aralarında ve sanal kısımlar kendi aralarında toplanır veya çıkarılır.

$$z_1 = a + bi \text{ ve } z_2 = x + yi \text{ olsun.}$$

$$z_1 + z_2 = a + bi + x + yi = (a + x) + (b + y)i$$

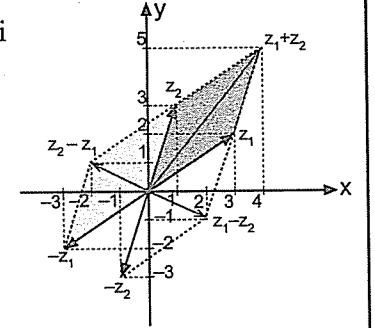
$$z_1 - z_2 = a + bi - (x + yi) = (a - x) + (b - y)i \text{ dir.}$$

Buna göre, $z_1 = 3 + 2i$ ve $z_2 = 1 + 3i$ ise,

$$z_1 + z_2 = 3 + 2i + 1 + 3i = (3 + 1) + (2 + 3)i = 4 + 5i$$

$$z_1 - z_2 = (3 + 2i) - (1 + 3i) = (3 - 1) + (2 - 3)i = 2 - i$$

$$z_2 - z_1 = (1 + 3i) - (3 + 2i) = (1 - 3) + (3 - 2)i = -2 + i$$



- 1-3 soruların çözümünde aşağıdaki karmaşık sayıları kullanınız.

$$z_1 = -2 + 3i, \quad z_2 = 2 - i, \quad z_3 = 5i$$

1. $z_1 - z_3$ farkı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2 - 2i$ B) $-7 + 3i$ C) $-2 - 3i$
 D) $2 + 2i$ E) $7 - 3i$

2. $z_2 + z_3 - z_1$ farkı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $1 + i$ B) $1 + 2i$ C) $2 + i$ D) $3 - i$ E) $4 + i$

3. $(z_1 + z_2) - (z_3 - z_2) + 2i - 2$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2 - 2i$ B) $-2i$ C) 0 D) $1 + i$ E) $2 + 2i$

4. x ve y reel (gerçel) sayı olmak üzere, $z = -1 + 3i$ karmaşık sayısının toplama işlemine göre tersi $(x - 2) + (y + 1)i$ dir.

Buna göre, x + y toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 3 E) 4

5. $i = \sqrt{-1}$ ve a, b reel sayılar olmak üzere;

$$z = a + bi$$

$$3 - 2b + i.z = 3i - 5 - z$$

olduğuna göre, a + 5b toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

- 6.

$$z_1 = i^2 - i^4 + i^6 - i^8 + \dots + i^{34} - i^{36}$$

$$z_2 = \sqrt{-4} + 3i^9 - 2$$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamının reel kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -20 B) -18 C) -16 D) -14 E) -12

köşetaşı

$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$z_1 = 2 + 3i$ ve $z_2 = 2 - i$ olduğuna göre, aşağıdaki işlemleri yapınız.

- 1) $4 \cdot z_1$ 2) $-2i \cdot z_2$ 3) $z_1 \cdot z_2$ 4) z_1^2

açıklamalı çözüm

Çarpma işlemi yaparken çarpma işleminin toplama veya çıkarma işlemi üzerindeki dağılma özelliğinden yararlanılır.

$$1) 4 \cdot z_1 = 4 \cdot (2 + 3i) = 4 \cdot 2 + 4 \cdot 3i = 8 + 12i$$

$$2) -2i \cdot z_2 = -2i(2 - i) = -4i + 2i^2 = -4i - 2$$

$$3) z_1 \cdot z_2 = (2 + 3i)(2 - i) = 2 \cdot 2 - 2 \cdot i + 3i \cdot 2 - 3i^2 = 4 - 2i + 6i + 3 = 7 + 4i$$

$$4) z_1^2 = (2 - i)^2 = 4 - 4i + i^2 = 4 - 4i + (-1) = 3 - 4i$$

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z_1 = 3 + i$ ve $z_2 = 2 + 3i$ karmaşık sayıları veriliyor.
Buna göre, $z_1 \cdot z_2$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3 + 11i$ B) $10 + 6i$ C) $8 + 5i$
D) $6 - 4i$ E) $3 - 5i$

2. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$z_1 = 2\sqrt{3} - 5i$$

$$z_2 = 2\sqrt{3} + 5i$$

olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımının sanal kısmı kaçtır?

- A) 37 B) 25 C) 0 D) -25 E) -35

3. $i = \sqrt{-1}$ ve a, b reel sayılar olmak üzere,

$$z_1 = 1 - 2i \text{ ve } z_2 = -1 + i \text{ karmaşık sayıları veriliyor.}$$

$3 \cdot z_1 - (2 + 3i) z_2 = a - 2 + 2bi + 3i$ olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 4 B) -8 C) -10 D) -16 E) -40

4. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,
 $(\sqrt{-5} + 1)(\sqrt{-2}i - 1)$ çarpma işleminin reel kısmı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\sqrt{2} - 2$ B) $-\sqrt{2} - 1$ C) 0
D) $\sqrt{2} + 1$ E) $\sqrt{2} + 2$

5. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$(1 + i)(1 + i^3)(1 + i^5)(1 + i^{15})$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2i$ B) $1 - i$ C) $1 + i$ D) 4 E) 8

6. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$(1 + i^4)(1 + i^5)(1 + i^6)(1 + i^7)(1 + i^8)(1 + i^9) \dots (1 + i^{2006})$$

çarpma işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) 2 C) 0 D) -2 E) -4

köşetaşı

$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, aşağıdaki işlemleri yapınız.

- 1) $(2 - i)^4 (2 + i)^4$ 2) $(1 - i)^{10}$ 3) $(1 + i)^{15}$

açıklamalı çözüm

Bu tip soruları çözebilmek için üslü sayı ve çarpanlara ayırma bilgisini kullanacağız.

$$1) (2 - i)^4 (2 + i)^4 = [(2 - i)(2 + i)]^4 = [(2^2 - i^2)]^4 = (4 + 1)^4 = 5^4 = 625$$

$$2) (1 - i)^{10} = [(1 - i)^2]^5 = [(1 - 2i + i^2)]^5 = (-2i)^5 = (-2)^5 \cdot i^5 = -32 \cdot i$$

$$3) (1 + i)^{15} = [(1 + i)^2]^7 \cdot (1 + i) \\ = [(1 + 2i + i^2)]^7 \cdot (1 + i) \\ = (2i)^7 (1 + i) = 2^7 \cdot i^7 (1 + i) \\ = -128i(1 + i) = 128 - 128i$$

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$(1 + i)^5 - (1 - i)^5$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $64i$ B) $4i$ C) $2i$ D) $-4i$ E) $-8i$

2. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$z_1 = (\sqrt{2} + i)^3 (\sqrt{2} - i)^3$$

$$z_2 = \sqrt[3]{-1} \cdot \sqrt[3]{-27}$$

$$z_3 = z_1 - z_2$$

olduğuna göre, $\text{Im}(z_3)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $f(x, y) = 2x^3y^2 + 3x^2y^3 - xy$

olduğuna göre, $f(1 - i, i)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5 + 3i$ B) $5 + i$ C) $-3 + 3i$ D) $3 + i$ E) i

4. $P(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 5$

olduğuna göre, $P(2 + i)$ değeri kaçtır?

- A) $7 + 2i$ B) $6 - 3i$ C) $5i$ D) $4i$ E) $3i + 2$

5. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$(2 - i)^6 \cdot (2 + i)^8 \cdot (3 - 4i)$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 5^6 B) 5^7 C) 5^8 D) 5^9 E) 5^{10}

6. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^{[(x+1)^2]}$$

olduğuna göre, $f(i)$ değeri kaçtır?

- A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

köşetaşı

Aşağıdaki karmaşık sayıların eşleniklerini bulup karmaşık düzlemde gösteriniz.

- 1) $z = 2 + 3i$ 2) $w = 3 - 4i$ 3) $u = 2i$ 4) $v = 5$

açıklamalı çözüm

$z = a + bi$ karmaşık sayısı verilsin. $a + (-b)i$ karmaşık sayısına z nin eşleniği denir ve $\bar{z}$ ile gösterilir.

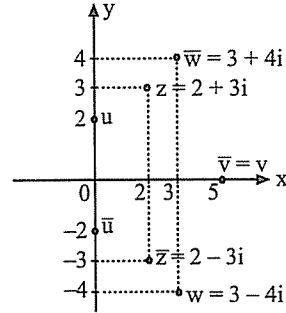
$$z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = \overline{a+bi} = a - bi$$

Şimdi soruyu çözelim.

- 1) $z = 2 + 3i \Rightarrow \bar{z} = 2 - 3i$
 2) $w = 3 - 4i \Rightarrow \bar{w} = 3 + 4i$
 3) $u = 2i \Rightarrow \bar{u} = -2i$
 4) $v = 5 \Rightarrow \bar{v} = 5$

Bir karmaşık sayının eşleniği alınırken sadece sanal kısmının işaretinin değiştirildiğine dikkat ediniz.

z ve $\bar{z}$ sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntülerine baktığınızda, Ox eksenine göre simetrik olduğunu görüyorsunuz değil mi?



1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $z_1 = \sqrt{5} - \sqrt{3} \Rightarrow \bar{z}_1 = \sqrt{5} - \sqrt{3}$
 B) $z_2 = 5i - 4 \Rightarrow \bar{z}_2 = -5i - 4$
 C) $z_3 = \frac{3}{2}i \Rightarrow \bar{z}_3 = -\frac{3}{2}i$
 D) $z_4 = -2 \Rightarrow \bar{z}_4 = 2$
 E) $z_5 = 0 \Rightarrow \bar{z}_5 = 0$

2. $z = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{3}i$

olduğuna göre, $\sqrt{5} \cdot \text{Re}(z) - \sqrt{2} \cdot \text{Im}(\bar{z})$ farkı kaçtır?

- A) $\frac{11}{6}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) 1

3. $z = 2 - 3i$

olduğuna göre, $-\bar{z}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2 + 3i$ B) $-2 - 3i$ C) $-1 + 3i$
 D) $-1 - 3i$ E) $2 - i$

- 4.

$$z = \frac{-2 + 3i}{4}$$

olduğuna göre, z nin eşleniğinin reel kısmı ile sanal kısmının toplamı kaçtır?

- A) $-\frac{5}{2}$ B) -2 C) $-\frac{5}{4}$ D) $\frac{1}{4}$ E) 1

5. x ve y reel sayı olmak üzere,

$$z = 3 + i + x - yi$$

olduğuna göre, $\text{Re}(\bar{z}) + \text{Im}(\bar{z})$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + y$ B) $x + y - 2$ C) $1 + x - y$
 D) $2 + x + y$ E) $4 + x - y$

6. $z = 3 + 2i$ olduğuna göre, z nin 106 kere eşleniği alınırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

- A) $3 + 2i$ B) $3 + i$ C) $3 - i$
 D) $3 - 2i$ E) $5 - 2i$

köşetaşı

Aşağıdaki ifadelerin değerlerini hesaplayınız.

- 1) $\frac{1}{2 + 3i}$ 2) $\left(\frac{2-i}{1+2i}\right)^{-1}$ 3) $(5 + i)^{-1}$

açıklamalı çözüm

Aynı köklü işlemlerde olduğu gibi paydayı i 'li ifadelerden kurtarmak için pay ve payda, paydadaki sayının eşleniği ile çarpılır.

Buna göre,

$$1) \frac{1}{2 + 3i} = \frac{1 \cdot (2 - 3i)}{(2 + 3i)(2 - 3i)} = \frac{2 - 3i}{4 - 9i^2} = \frac{2 - 3i}{13} = \frac{2}{13} - \frac{3}{13}i$$

$$2) \left(\frac{2-i}{1+2i}\right)^{-1} = \frac{1+2i}{2-i} = \frac{(1+2i)(2+i)}{4-i^2} = \frac{5i}{5} = i$$

$$3) 5 + i \text{ sayısının çarpmaya göre tersi } \frac{1}{5+i} \text{ dir.}$$

$$\frac{1}{5+i} = \frac{5-i}{25-i^2} = \frac{5-i}{26} = \frac{5}{26} - \frac{1}{26}i$$

$z = a + bi$ karmaşık sayısının çarpmaya göre tersi:

$$z^{-1} = \frac{1}{a + bi}$$

$$z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$$

Örneğin;

$$(2 - \sqrt{3}i)(2 + \sqrt{3}i) = 4 + 3 = 7$$

$$(5 + 3i)(5 - 3i) = 25 + 9 = 34$$

1. $\frac{3-i}{1+i}$ sayısının sanal kısmı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\frac{1}{2-3i}$ sayısının eşleniğinin sanal kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{3}{13}$ B) $-\frac{2}{13}$ C) $\frac{2}{13}$ D) $\frac{3}{13}$ E) $\frac{5}{13}$

(Ahl! bu öğrenciler, paydayı eşlenikle çarpınca eşleniğini almayı neden unuturlar?!)

- 3.

$$\frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) i B) 1 C) 0 D) -1 E) $-i$

4. $z = 2 + i$ ve $u = 2i$ karmaşık sayılar olduğuna göre,

$$\frac{\bar{z} \cdot \bar{u}}{1+2i}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) 2 C) $1 + i$ D) $3 + i$ E) $2i + 3$

- 5.

$$z = \frac{(1-i^{14})^2 \cdot (-3i)^2 \cdot i^{45}}{(1+i^{15})^{26} \cdot (2+i^{16})^2}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2^{-5} B) -2^{-6} C) -2^{-8} D) -2^{-11} E) 2^{-11}

- 6.

a ve b gerçel sayılar olmak üzere,

$$\frac{5}{2+i} + a + bi = 3 + 2i$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

köşetaşı

$x^2 - 2x + 2 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Çarpanlarına ayıramadığımız II.dereceden denklemlerin köklerini diskriminant yardımıyla buluruz:

$x^2 - 2x + 2 = 0$ denkleminde $a = 1$, $b = -2$, $c = 2$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -4$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{-4}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 2i}{2} = 1 \pm i$$

$$\Rightarrow x_1 = 1 + i, \quad x_2 = 1 - i$$

Bu çözümde köklerin eşlenik olduğunu gördünüz mü?

İkinci dereceden bir bilinmeyenli gerçek katsayılı bir denklemin köklerinden biri $a + bi$ ise diğeri $a - bi$ dir. ($a, b \in \mathbb{R}$)

HATIRLAYALIM

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \text{ (diskriminant)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

1. $x^2 - 2x + 10 = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1 + 2i, 1 - 2i\}$ B) $\{1 + 3i, 1 - 3i\}$
C) $\{2 + i, 2 - 2i\}$ D) $\{3 + i, 3 - i\}$
E) $\{1 + 4i\}$

2. $x^2 + x + 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\text{Im}(x_1) + \text{Im}(x_2)$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -i C) 0 D) 1 E) 2

3. Reel katsayılı ikinci dereceden bir denklemin köklerinden biri $(\sqrt{2} - \sqrt{-1})$ olduğuna göre, bu denklemin köklerinin çarpımı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

4. Köklerinden biri $1 - 3i$ olan rasyonel katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

(Yol gösterme: Kökleri x_1 ve x_2 olan II. dereceden denklem $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$ dir.)

- A) $x^2 - 2x + 10 = 0$ B) $x^2 + 2x + 10 = 0$
C) $x^2 - 3x + 9 = 0$ D) $x^2 + 3x + 9 = 0$
E) $x^2 - x + 5 = 0$

5. m, n reel sayılar olmak üzere,

$$x^3 + mx^2 + 9x - n = 0$$

denkleminin bir kökü 1, diğeri kökü $2 + i$ dir.

Buna göre, $m.n$ çarpımı kaçtır?

- A) -25 B) -20 C) -18 D) -15 E) -10

6. $3x^3 + 2ix^2 + (1 - a.i)x + a - 2 = 0$ denkleminin köklerinden biri i olduğuna göre, a nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 + i$ B) $3 + i$ C) $1 + 2i$ D) $4 + 2i$ E) $6 + 2i$

köşetaşı

z karmaşık sayı olmak üzere,

$$(1 + i)z + i = 1$$

olduğuna göre, z^{2006} değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$(1 + i) \cdot z + i = 1 \Rightarrow (1 + i) \cdot z = 1 - i \Rightarrow z = \frac{1 - i}{1 + i} \Rightarrow z = -i$$

$$z^{2006} = (-i)^{2006} = i^{2006} = i^2 = -1$$

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$\left(\frac{2 - 2i}{1 + i} \right)^{40}$$

sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2^{40}i$ B) -2^{20} C) $2^{40}i$ D) 2^{20} E) 2^{40}

2. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$z = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}i}{\sqrt{3}}$$

olduğuna göre, z^{10} sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $64i$ B) $32i$ C) 32 D) 40 E) 64

3. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = 4 + 3i$ karmaşık sayısı veriliyor.

$$\left(\frac{z + \bar{z}}{z - \bar{z}} \right)^4$$

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{16}{9}$ C) $\frac{256}{81}$ D) $\frac{64}{27}$ E) $\frac{321}{89}$

4. $(1 + i)^8 \cdot \bar{z} = 1 + 2i$

olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{16} - \frac{1}{8}i$ B) $\frac{1}{8} - \frac{1}{16}i$ C) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10}i$
D) $\frac{1}{8} + \frac{1}{16}i$ E) $\frac{1}{16} + \frac{1}{8}i$

5. $z = 2i$ ve $u = 1 + i$ karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre, $\left(\frac{\bar{z}}{u} \right)^{30}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2^{12}i$ B) $2^{15}i$ C) 2^{12} D) 2^{15} E) 2^{30}

- 6.

$$z = \frac{\sqrt{2}}{i} + \frac{2}{\sqrt{2}}$$

olduğuna göre, z^{50} aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2^{50} \cdot i$ B) $-2^{25} \cdot i$ C) 2^{25} D) 2^{50} E) $2^{50} \cdot i$

köşetaşı

$$z \cdot \bar{z} - 2(\bar{z} - z) = 13 + 12i$$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu tür soruların çözümünde püf nokta: $z = x + yi$ olduğunu kabul ederek çözüme başlamaktadır.

$z = x + yi$ olsun. Bu durumda $\bar{z} = x - yi$ olur.

Buna göre,

$$z \cdot \bar{z} - 2(\bar{z} - z) = 13 + 12i$$

$$\Rightarrow (x + yi)(x - yi) - 2(x - yi - x - yi) = 13 + 12i$$

$$\Rightarrow x^2 - xyi + xyi - y^2 i^2 - 2(-2yi) = 13 + 12i$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 4yi = 13 + 12i$$

Karmaşık sayıların eşitliğinden, $x^2 + y^2 = 13$ ve $4y = 12$ dir.

$$4y = 12 \Rightarrow y = 3$$

$$x^2 + y^2 = 13 \Rightarrow x^2 + 3^2 = 13 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = -2 \text{ olur.}$$

O halde, $z = x + yi \Rightarrow z = 2 + 3i$ veya $z = -2 + 3i$ olur.

z karmaşık sayılarının toplamı $2 + 3i - 2 + 3i = 6i$ olur.

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,
 $(1 + i)\bar{z} = 3 - z$
 eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $-3i$ B) $-3 + i$ C) $-2i$ D) $2 + i$ E) $3i$

2. $(z - 2)(3 + i) = 4 + 8i$
 olduğuna göre, z karmaşık sayının sanal kısmı kaçtır?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $z - 3i = (2\bar{z} + i)i$
 olduğuna göre, $\text{Re}(z) + \text{Im}(z)$ toplamı kaçtır?
 A) 3 B) 2 C) 0 D) -2 E) -3

4. $z = \sqrt{3 + 4i}$
 olduğuna göre, $\bar{z}$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?
 A) $3 + 2i$ B) $3 + i$ C) $2 - i$ D) $5 + i$ E) $5 + 2i$

5. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,
 $z^2 - 4 \cdot \bar{z} + 4 = 0$
 olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?
 A) $-1 - 4i$ B) $-1 + 4i$ C) $-2 + 3i$
 D) $-2 - 4i$ E) $-2 - 5i$

6. $\frac{z^2 + 4}{z + 2i} + \frac{z^2 + 1}{z - i} = 4 + i$
 olduğuna göre, z karmaşık sayısının eşleniğinin sanal kısmı kaçtır?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
 İpucu: $z^2 + 4 = z^2 - 4i^2 = (z - 2i)(z + 2i)$

kareköt

köşetaşı

$$z = \sqrt{3} - \sqrt{3}i$$

sayısının mutlak değerini (modülünü) bulunuz ve karmaşık düzlemde gösteriniz.

açıklamalı çözüm

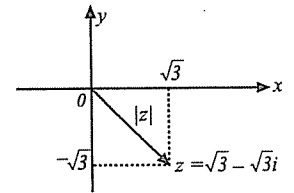
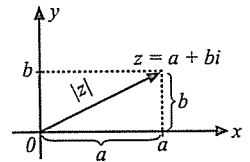
Karmaşık düzlemde bir karmaşık sayıya karşılık gelen noktanın başlangıç noktasına olan uzaklığına, bu karmaşık sayının **mutlak değeri** veya **modülü** denir ve $|z|$ ile gösterilir.

$$z = a + bi \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Buna göre, köşetaşının çözümü:

$$\begin{aligned} z = \sqrt{3} - \sqrt{3}i &\Rightarrow |z| = |\sqrt{3} - \sqrt{3}i| \\ &= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-\sqrt{3})^2} \\ &= |z| = \sqrt{6} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Aşağıdaki şekilden formülün ispatını yapabiliyor musunuz?



1. $z = 3 - 4i$ olduğuna göre, $|z|$ değeri kaçtır?
 A) 5 B) 6 C) $\sqrt{37}$ D) 7 E) $\sqrt{70}$

2. $z_1 = 3i$ ve $z_2 = 2$ olduğuna göre, $|z_1| + |z_2|$ toplamı kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $z = 1 + 3i$ karmaşık sayısının eşleniğinin modülü kaçtır?
 A) 3 B) $\sqrt{10}$ C) 4 D) $2\sqrt{5}$ E) 5

4. a reel sayı olmak üzere,
 $z = (a + 2) + 3i$ ve $|z| = \sqrt{13}$
 olduğuna göre, a nın değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,
 $(1 - i)^8 \cdot \bar{z} = 32i$ olduğuna göre, $|z|$ değeri kaçtır?
 A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

6. a, b birer gerçel sayı, $z = a + bi$ olmak üzere, $|z| = 5$ ve $a \cdot b = 12$ dir.
 $\text{Im}(z) + \text{Re}(z)$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?
 A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

kareköt

köşetaşı

$z_1 = 4 + 3i$ ve $z_2 = 2 + i$ karmaşık sayıları için aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

- 1) $|z_1 \cdot z_2|$ 2) $\left| \frac{z_1}{z_2} \right|$ 3) $|z_2^{-1}|$ 4) $|\bar{z}_2|$

açıklamalı çözüm

İSPATLANIR, NE Kİ!

$$z_1 = a + bi, \quad z_2 = x + yi$$

$$|z_1 \cdot z_2| = |(a + bi)(x + yi)|$$

$$= |ax + ayi + bxi - by|$$

$$= |(ax - by) + (ay + bx)i|$$

$$= \sqrt{(ax - by)^2 + (ay + bx)^2}$$

$$= \sqrt{a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2 + a^2y^2 + 2abxy + b^2x^2}$$

$$= \sqrt{a^2x^2 + b^2y^2 + a^2y^2 + b^2x^2}$$

$$= \sqrt{a^2(x^2 + y^2) + b^2(x^2 + y^2)}$$

$$= \sqrt{(x^2 + y^2)(a^2 + b^2)}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$= |z_1| \cdot |z_2|$$

$$1) |z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2| \text{ dir.}$$

$$\left. \begin{array}{l} z_1 = 4 + 3i \Rightarrow |z_1| = 5 \\ z_2 = 2 + i \Rightarrow |z_2| = \sqrt{5} \end{array} \right\} \Rightarrow |z_1 \cdot z_2| = 5\sqrt{5}$$

$$2) \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|} \text{ dir.}$$

$$\text{O halde, } \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{5}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5} \text{ olur.}$$

$$3) |z_2^{-1}| = \frac{1}{|z_2|} = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ olur.}$$

$$4) |\bar{z}_2| = |z_2| = |-z_2| = |-\bar{z}_2| \text{ dir.}$$

$$\text{O halde } |\bar{z}_2| = |z_2| = \sqrt{5} \text{ olur.}$$

1. $z = \frac{1+\sqrt{3}i}{\sqrt{2}-\sqrt{2}i}$ olduğuna göre, $|z|$ değeri kaçtır?
A) 1 B) 2 C) $\sqrt{5}$ D) 3 E) $\sqrt{7}$

2. $z = 2 - i$ olduğuna göre, $|z^{-1}|$ kaçtır?
A) 1 B) 2 C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ E) 3

3. $z = (1 - i)(3 + 2i)$ olduğuna göre, $|z^{-1}|$ kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{13}}{13}$ B) $\frac{\sqrt{15}}{15}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{20}$ D) $\frac{\sqrt{26}}{26}$ E) $\frac{\sqrt{31}}{31}$

4. x reel sayı olmak üzere,

$$z = \frac{2 + xi}{2 - xi} \text{ olduğuna göre, } |z| \text{ kaçtır?}$$

- A) x^2 B) $2x$ C) 2 D) x E) 1

5. $z = 2 + i$ olmak üzere, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $|z| = \sqrt{5}$ B) $|z^{-1}| = \frac{\sqrt{5}}{5}$ C) $|z + 1 - 5i| = 5$
D) $|z + \bar{z}| = 4$ E) $|\bar{z} + |z|| = \sqrt{6}$

6. a reel sayı olmak üzere,

$$z_1 = a - 1 - ai$$

$$z_2 = a + 2 \text{ ve}$$

$$\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \sqrt{2}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{7}{10}$ C) 0 D) $\frac{7}{10}$ E) 1

köşetaşı

$$z = \frac{(3 - 4i)^3 \cdot (1 + \sqrt{2}i)}{\sqrt[3]{5 + \sqrt{2}i}} \text{ karmaşık sayısının modülü kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

$$|z^n| = |z|^n$$

$$z = \frac{(3 - 4i)^3 (1 + \sqrt{2}i)}{\sqrt[3]{5 + \sqrt{2}i}} \Rightarrow$$

$$|z| = \frac{|3 - 4i|^3 |1 + \sqrt{2}i|}{|(5 + \sqrt{2}i)^{1/3}|} = \frac{5^3 \cdot \sqrt{3}}{|5 + \sqrt{2}i|^{1/3}} = \frac{125 \cdot \sqrt{3}}{(3\sqrt{3})^{1/3}} = \frac{125 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 125$$

1. $z_1 = 3 + 4i$
 $z_2 = 2 + i$
 $z_3 = 2 + 4i$
olduğuna göre, $\left| \frac{z_1 \cdot z_2}{z_3} \right|$ değeri kaçtır?
A) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ B) $5\sqrt{5}$ C) 10 D) 12 E) 13

2. $z = \sin\theta + i \cos\theta$ olduğuna göre, $|z^{-2}|$ kaçtır?
A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 1

3. $z = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^4 (1 + \sqrt{7}i)^2}{(\sqrt{13} + \sqrt{3}i)^5}$
olduğuna göre, z karmaşık sayısının orijine uzaklığı kaç birimdir?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{10}$

4. $z = \frac{(2 + i)^3 \cdot (1 - i)}{(-2 + 3i)^2 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2}i)}$
olduğuna göre, $|z|$ kaçtır?
A) 1 B) 2 C) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ D) $\frac{5\sqrt{2}}{13}$ E) 5

5. $z = \frac{\sqrt{2\sqrt{2} - i\sqrt{17}} \cdot (-1 - i)^3}{(3 - 4i)^2}$
olduğuna göre, $\left| \frac{1}{z} \right|$ kaçtır?
A) $\frac{5\sqrt{10}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{10}}{4}$ C) $\frac{2\sqrt{10}}{25}$ D) $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ E) $2\sqrt{10}$

6. $z = \frac{(a + \sqrt{2}i)(1 - i)^2}{4 + 3i}$ ve $|z| = \frac{4}{5}$
olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) 1 E) 2

köşetaşı

$$z + |\bar{z}| = 2 + 4i$$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısını bulunuz.

açıklamalı çözüm

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $z = a + bi$ olsun.

$$|z| = |\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

O halde, $z + |\bar{z}| = 2 + 4i$

$$a + bi + \sqrt{a^2 + b^2} = 2 + 4i \Rightarrow a + \sqrt{a^2 + b^2} + bi = 2 + 4i$$

Karmaşık sayıların eşitliğinden $a + \sqrt{a^2 + b^2} = 2$ ve $b = 4$ olur.

$$\begin{aligned} a + \sqrt{a^2 + b^2} = 2 &\Rightarrow a + \sqrt{a^2 + 4^2} = 2 \Rightarrow \sqrt{a^2 + 16} = 2 - a \\ &\Rightarrow a^2 + 16 = (2 - a)^2 \\ &\Rightarrow a^2 + 16 = 4 - 4a + a^2 \\ &\Rightarrow -4a = 12 \Rightarrow a = -3 \text{ tür.} \end{aligned}$$

O halde, $z = a + bi = -3 + 4i$ olur.

1. $z + 2\bar{z} = 3 - 4i$ olduğuna göre, $|z|$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{21}$ B) 6 C) 5 D) $\sqrt{17}$ E) 4

2. $z + 1 = |z| + 3i$ olduğuna göre, z karmaşık sayısının başlangıç noktasına olan uzaklığı kaç birimdir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

(Hatırlatma: z karmaşık sayısının başlangıç noktasına olan uzaklığı modülü idi değil mi?)

3. $z + |z| = 1 + 2i$ olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 - i$ B) $3i$ C) $-1 + 3i$
D) $-3 + 2i$ E) $-\frac{3}{2} + 2i$

kareköt

4. $z \cdot \bar{z} + |z| = 30$ olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $5i$ B) $2 + 3i$ C) $1 - 4i$
D) $\sqrt{3} + \sqrt{2}i$ E) $\sqrt{5}$

5. x ve y reel sayı olmak üzere, $z = x + yi$ karmaşık sayısı veriliyor.

$z \cdot \bar{z} + |z| + |iz| = 24$ olduğuna göre, $x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?

A) 9 B) 16 C) 25 D) 36 E) 64

6.

$$\frac{z \cdot \bar{z} + 4}{|z| + 2i} = 5 - 2i$$

olduğuna göre, $|z|$ kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

D B E A B A

köşetaşı

$z_1 = 5 + 7i$ ve $z_2 = 2 + 3i$ karmaşık sayıları arasındaki uzaklığı bulunuz.

açıklamalı çözüm

$z_1 = x_1 + y_1i$ ve $z_2 = x_2 + y_2i$ karmaşık sayılarının karmaşık düzlemde görüntüleri arasındaki uzaklık ℓ olsun.

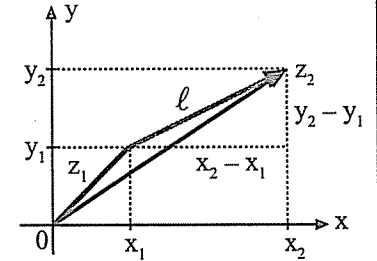
$$\ell = |z_2 - z_1| = |x_2 + y_2i - (x_1 + y_1i)| = |(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1)i|$$

$$\ell = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$|z_1 - z_2| = |z_2 - z_1| \text{ dir.}$$

Buna göre, soruyu çözelim.

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} z_1 &= 5 + 7i \\ z_2 &= 2 + 3i \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \ell = |z_2 - z_1| = |(2 + 3i) - (5 + 7i)| \\ &= |-3 - 4i| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ birim olur.} \end{aligned}$$



1. $z_1 = 1 - 3i$ ve $z_2 = -5 + 5i$ karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

2. $i \cdot z = 5 + 12i$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı ile $6 + 3i$ karmaşık sayısı arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 14 B) 13 C) 12 D) 10 E) 8

3.

$$z = (1 + 2i) \cdot \frac{3 + \sqrt{7}i}{\sqrt{2} + \sqrt{2}i}$$

karmaşık sayısı ile orijin arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $\sqrt{7}$

kareköt

4. $z = a + 2i$, $u = -1 + bi$, $|z - u| = 3$

olduğuna göre, a ile b arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a^2 + b^2 - 2a + 4b = 9$ B) $a^2 + b^2 + 2a - 4b + 5 = 0$
C) $a^2 + b^2 - 4b + 9 = 0$ D) $a^2 + b^2 = 9$
E) $a^2 + b^2 + 2a - 4b - 4 = 0$

5. $z = 3 + 4i$ sayısının karmaşık düzlemde pozitif yönde 120° döndürülmesiyle w karmaşık sayısı elde ediliyor.

Buna göre, $|w - z|$ değeri kaçtır?

A) 5 B) $5\sqrt{2}$ C) $5\sqrt{3}$ D) 10 E) $5\sqrt{5}$

6.

Köşelerinin koordinatları $A(1 + 3i)$, $B(5)$ ve $C(1 - i)$ olan ABC üçgeninin çevresinin uzunluğu kaç birimdir?

A) 6 B) $9 + \sqrt{17}$ C) 8 D) $9 + \sqrt{5}$ E) 12

A D D E C B

köşetaşı

$|z + 1 - 2i| = 5$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$z = x + yi$ olsun. ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$|z + 1 - 2i| = 5 \Rightarrow |x + yi + 1 - 2i| = 5$$

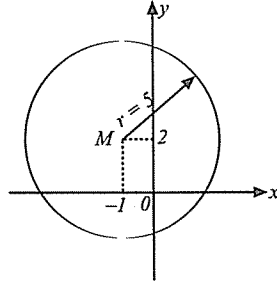
$$\Rightarrow |(x + 1) + (y - 2)i| = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x + 1)^2 + (y - 2)^2} = 5$$

$$\Rightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$$

Bu eşitlik, merkezi $(-1, 2)$ ve yarıçapı 5 br olan çember belirtir.

HATIRLATMA



Merkezi (x_0, y_0) ve yarıçapı r br olan çember denkleminin $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$ dir.

1. $z = x + yi$ olmak üzere, $|z + 2 + i| = 3$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ B) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 3$
C) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$ D) $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 3$
E) $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$

2. $|z + 3 - i| = 5$ olduğuna göre, z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Merkezi $(-1, 3)$ ve yarıçapı 5 br olan çember
B) Merkezi $(-1, 3)$ ve yarıçapı 25 br olan çember
C) Merkezi $(-3, 1)$ ve yarıçapı 5 br olan çember
D) Merkezi $(-3, 1)$ ve yarıçapı 25 br olan çember
E) Merkezi $(3, 1)$ ve yarıçapı 5 br olan çember

3. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = x + yi$ dir.

$|z - 1| = |z + 2i|$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x + 2y - 3 = 0$ B) $4y + 2x + 3 = 0$
C) $4x - 2y + 3 = 0$ D) $4y - 2x - 3 = 0$
E) $2y - x + 3 = 0$

4. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = x + yi$ karmaşık sayısı veriliyor. $|z| = |z - 1|$ olduğuna göre, z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yer denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x - 1 = 0$ B) $2y - 1 = 0$ C) $2x + y - 1 = 0$
D) $x + 2y - 1 = 0$ E) $x + y - 2 = 0$

5. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = x + yi$ ve $|z| = |z + 1|$ olduğuna göre, z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Gerçek eksene dik bir doğru
B) Sanal eksene dik bir doğru
C) Bir elips
D) Bir parabol
E) 1 birim yarıçaplı bir çember

6. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = x + yi$ karmaşık sayısı veriliyor. $|z - 2| = \operatorname{Re}(z)$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y^2 + 4x = 0$ B) $y^2 - 2x + 4 = 0$
C) $y^2 - 4x + 4 = 0$ D) $x^2 + 4y + 4 = 0$
E) $x^2 - y + 4 = 0$

köşetaşı

$2 < |z - 1 + 2i| \leq 3$ koşulunu sağlayan $z = x + iy$ karmaşık sayılarının kümesini karmaşık düzlemde gösteriniz.

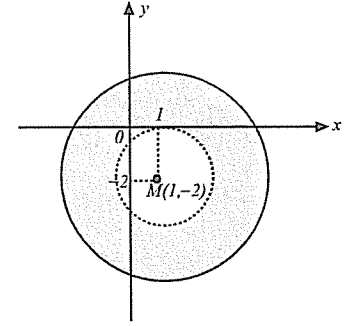
açıklamalı çözüm

$$2 < |z - 1 + 2i| \leq 3 \Rightarrow 2 < |z - (1 - 2i)| \leq 3$$

$|z - z_0| \leq r$ eşitsizliği merkezi z_0 ve yarıçapı r birim olan çember ve iç bölgesini;

$|z - z_0| > r$ eşitsizliği ise merkezi z_0 ve yarıçapı r birim olan çemberin dış bölgesini belirtir.

O halde, $2 < |z - 1 + 2i| \leq 3$ eşitsizliği merkezi $1 - 2i$, yarıçapları 2 br ve 3 br olan çemberlerin arasında kalan bölgedir.



1. $|z + 2 - 3i| = 5$ çemberinin merkezi dik koordinat düzleminde hangi noktaya karşılık gelir?
A) $(2, -3)$ B) $(-2, 3)$ C) $(5, 5)$ D) $(-3, 5)$ E) $(2, 5)$

2. $|z - 3i| = 4$ çemberinin merkezinin orijine uzaklığı kaç birimdir?
A) $\sqrt{3}$ B) 4 C) 3 D) $3\sqrt{2}$ E) 7

3. $|z - 1| = 4$ ve $|z + i| = 2$ çemberlerinin merkezleri arasındaki uzaklık kaç birimdir?
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 2 E) $3\sqrt{2}$

4. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$ çember denklemini aşağıdakilerden hangisine denktir?
A) $|z + 3| = 3$ B) $|z - 2 + 3i| = 3$
C) $|z + 9 - 5i| = 2$ D) $|z + 2 - 3i| = 3$
E) $|z + 2 - 3i| = 9$

5. $|z - \sqrt{3} + i| = 5$ çemberinin orijine en yakın uzaklığı kaç birimdir?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. Aşağıdaki noktalardan hangisi $2 \leq |z - i| \leq 5$ eşitsizliğini sağlar?
A) 0 B) 1 C) $1 + i$ D) $3 + i$ E) $6 + 2i$

köşetaşı

$$|z + i| < |z + 2 - 3i|$$

koşulunu sağlayan karmaşık sayıların grafiğini karmaşık düzlemde çiziniz.

açıklamalı çözüm

$$|z + i| < |z + 2 - 3i| \Rightarrow |x + yi + i| < |x + yi + 2 - 3i|$$

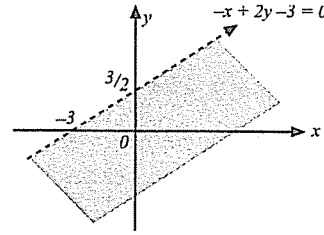
$$|x + (y+1)i| < |(x+2) + (y-3)i|$$

$$\sqrt{x^2 + (y+1)^2} < \sqrt{(x+2)^2 + (y-3)^2}$$

$$x^2 + (y+1)^2 < (x+2)^2 + (y-3)^2$$

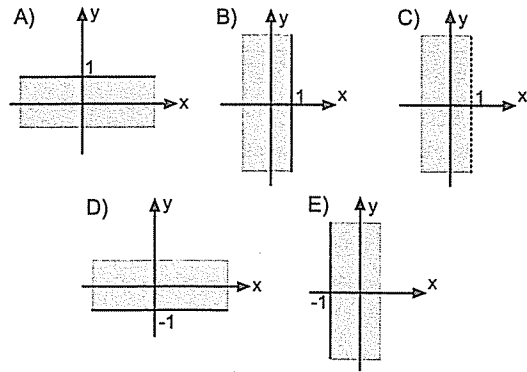
$$x^2 + y^2 + 2y + 1 < x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9$$

$$-4x + 8y - 12 < 0 \Rightarrow -x + 2y - 3 < 0$$

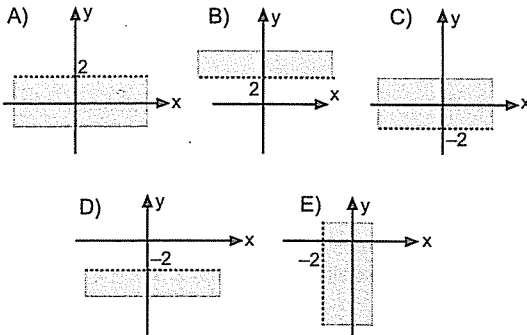


$O(0, 0)$ noktası eşitsizliği sağladığı için aranan bölge orijin bölgesinin bulunduğu bölgedir.

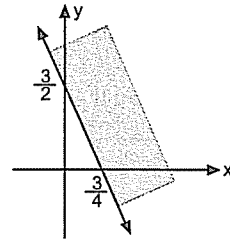
1. $\{z \in \mathbb{C}, \operatorname{Re}(z) \leq 1\}$ kümesinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



2. $\{z \in \mathbb{C}, \operatorname{Im}(z) > -2\}$ kümesinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



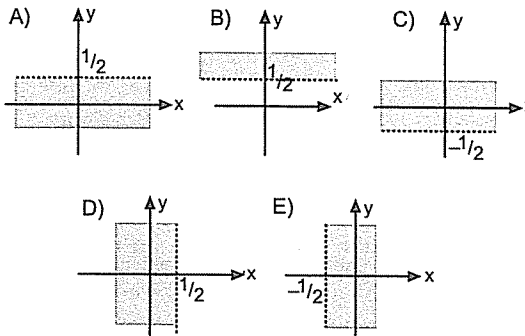
3.



$i = \sqrt{-1}$ ve $z = x + yi$ olduğuna göre, yandaki düzlemde verilen taralı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

- A) $|z+i| = |z-2|$ B) $|z+i| = 2$
C) $|z-2| = 1$ D) $|z+i| \leq |z-2|$
E) $|z+i| \geq |z-2|$

4. $\{z \in \mathbb{C}, |z| < |z-1|\}$ kümesinin karmaşık düzlemdeki grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



köşetaşı

$i = \sqrt{-1}$ ve $z = x + yi$ olmak üzere, $|z| \leq 3$ olduğuna göre, $|z - 6 - 8i|$ ifadesinin alabileceği en büyük ve en küçük değerleri bulunuz.

açıklamalı çözüm

$|z - 6 - 8i| = |z - (6 + 8i)|$ ifadesi z noktaları ile $z_0 = 6 + 8i$ noktası arasındaki uzaklığı belirtir.

$$|z| \leq 3 \Rightarrow |x + yi| \leq 3 \Rightarrow x^2 + y^2 \leq 9$$

olduğundan z noktaları merkezi $(0,0)$ ve yarıçapı 3 birim olan çemberin üzerindeki noktalar veya bu çemberin iç bölgesindeki noktalar.

OCD dik üçgeninde Pisagor teoreminden $|OC| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ br

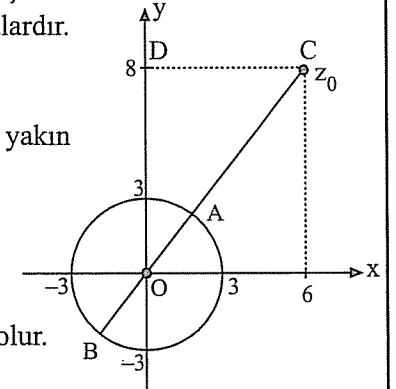
$|z| \leq 3$ koşulunu sağlayan karmaşık sayılardan, C noktasına en yakın nokta A, en uzak nokta B dir.

$|z - 6 - 8i|$ nin alabileceği en küçük değer: $|AC| = |OC| - |OA|$

$$|AC| = 10 - 3 = 7 \text{ br}$$

$|z - 6 - 8i|$ nin alabileceği en büyük değer: $|BC| = |OB| + |OC|$

$$|BC| = 3 + 10 = 13 \text{ br olur.}$$



1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = x + yi$ dir.

$|z - 4 - 3i| \leq 2$ kümesinin gösterdiği grafik üzerindeki noktalardan başlangıç noktasına en uzak olan noktanın başlangıç noktasına uzaklığı kaç birimdir?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 12

2. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = x + yi$ dir.

$|z| \leq 1$ olduğuna göre, $|z - 3 - 4i|$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) 9

3. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = x + yi$ dir.

$|z| \leq 2$ olduğuna göre, $|z + 3 - 5i|$ ifadesinin alabileceği en büyük değer ile en küçük değer toplamı kaçtır?

- A) $2\sqrt{34}$ B) $2\sqrt{30}$ C) $\sqrt{34}$ D) $\sqrt{30}$ E) $\sqrt{26}$

4. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = x + yi$ dir.

$|z| \leq 3$ olduğuna göre, $|z - 5 - 12i|$ ifadesinin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = x + yi$ dir.

$$|z - \sqrt{3} - i| = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, $|z|$ nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\frac{7}{3}$ E) 1

6. z ve u karmaşık sayı olmak üzere,

$$|z - 1 - 2i| = 2$$

$$|u + 4 + 3i| = 1$$

olduğuna göre, $|z - u|$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) $5\sqrt{5} + 1$ B) $5\sqrt{5}$ C) $5\sqrt{2} - 3$
D) $5\sqrt{5} - 2$ E) $5\sqrt{5} - 3$

köşetaşı

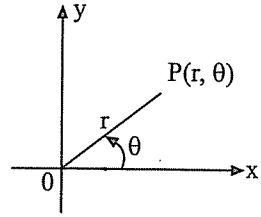
Aşağıda kutupsal koordinatları verilen noktaları kutupsal koordinat düzleminde gösterin.

1) A(2, 30°)

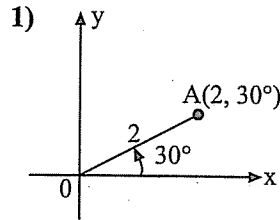
2) B(3, $\frac{2\pi}{3}$)

3) C(1, -70°)

açıklamalı çözüm



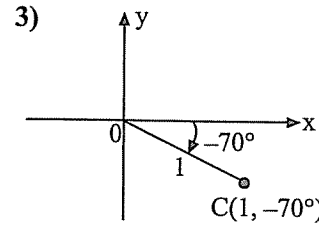
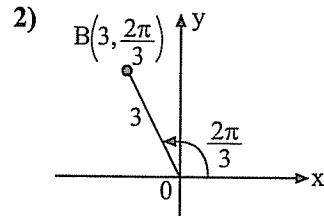
Soruyu çözelim.



|OP| = r ve OP doğrusunun Ox eksenine ile pozitif yönde yaptığı açının ölçüsü θ olsun. Bu durumda P noktası (r, θ) ikilisiyle gösterilebilir.

P noktasına karşılık gelen (r, θ) ikilisine P noktasının kutupsal (trigonometrik) koordinatları denir.

O noktasına kutup, Ox eksenine kutupsal eksen denir.



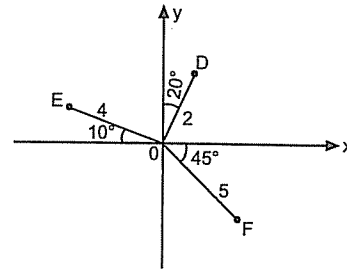
Aşağıda kutupsal koordinatları verilen noktaları kutupsal koordinat düzleminde çiziniz.

1. A(1, 120°)

2. B(2, $\frac{7\pi}{6}$)

3. C(4, $\frac{7\pi}{4}$)

4., 5. ve 6. sorular için aşağıdaki grafiği kullanınız.



4. D noktasının kutupsal koordinatlarını yazınız.

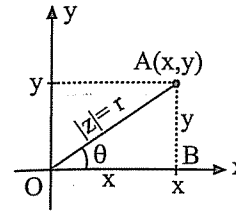
5. E noktasının kutupsal koordinatlarını yazınız.

6. F noktasının kutupsal koordinatlarını yazınız.

köşetaşı

$i = \sqrt{-1}$ ve $z = x + yi$ olmak üzere, $z = 1 - \sqrt{3}i$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının argümenti kaç derecedir?

açıklamalı çözüm



z karmaşık sayısını orijine birleştiren doğrunun Ox eksenine pozitif yönde yaptığı açıya z karmaşık sayısının **argümenti** denir ve **arg(z)** ile gösterilir. $m(\widehat{AOB}) = \theta \Rightarrow \arg z = \theta + k \cdot 2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) dir.

Açının esas ölçüsü olan değere de ($0 \leq \theta < 2\pi$) **esas argüment** denir ve **Arg(z) = θ** ile gösterilir.

OAB dik üçgeninde; $|OA| = |z| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\sin \theta = \frac{y}{|z|}$, $\cos \theta = \frac{x}{|z|}$, $\tan \theta = \frac{y}{x}$

Esas argüment nasıl bulunur?

1. adım: Karmaşık sayının bulunduğu bölge tespit edilir.

2. adım: $\tan \theta = \frac{|y|}{|x|}$ ten θ nın dar açı değeri bulunur.

3. adım: Bu dar açı 180° veya 360° ile ilişkilendirilerek gerçel değeri bulunur.

Buna göre, köşetaşının çözümü:

1. adım: $z = 1 - \sqrt{3}i$ sayısı 4. bölgededir.

2. adım: $\tan \theta = \sqrt{3}$ denklemini sağlayan $\theta = 60^\circ$

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = 3 + i$ karmaşık sayısının argümenti x olduğuna göre, $\tan x$ değeri kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

2. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = 2 - 3i$ karmaşık sayısı için aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır**?

- A) modülü $\sqrt{13}$ tür.
B) argümenti x ise, $\sin x = -\frac{3}{\sqrt{13}}$
C) argümenti x ise, $\cos x = \frac{2}{\sqrt{13}}$
D) argümenti x ise, $\tan x = -\frac{3}{2}$
E) Koordinat düzleminde II. bölgededir.

3. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = 2 + 2i$ karmaşık sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{15}$ B) $\frac{\pi}{12}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

4. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = 7\sqrt{3} - 7i$ karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

- A) 150 B) 200 C) 210 D) 240 E) 330

5. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır**?

- A) $z = -3i$ ise, $\arg(z) = \frac{3\pi}{2}$
B) $z = -2$ ise, $\arg(z) = \pi$
C) $z = 5$ ise, $\arg(z) = 0$
D) $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ise, $\arg(z) = 135^\circ$
E) $z = -2\sqrt{3} - 2i$ ise, $\arg(z) = \frac{7\pi}{6}$

6. a tamsayı olmak üzere, $z - a - 4i = 1 - ai$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayısının argümenti θ olduğuna göre, $\tan \theta$ kaç farklı tamsayı değeri olabilir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

köşetaşı

$z = -1 + \sqrt{3}i$ karmaşık sayısını kutupsal biçimde yazınız.

açıklamalı çözüm

Köşetaşı (43.23) de $x = |z| \cdot \cos\theta$ ve $y = |z| \cdot \sin\theta$ eşitlikleri elde edilmişti.

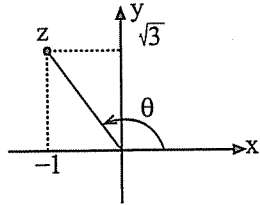
$z = x + yi$ karmaşık sayısında bu değerler yazılırsa:

$z = |z| \cdot \cos\theta + |z| \cdot i \sin\theta \Rightarrow z = |z| \cdot (\cos\theta + i \sin\theta)$ olur. Bu yazılıma z karmaşık sayısının **kutupsal gösterimi** denir. $z = |z| \cdot (\cos\theta + i \sin\theta)$ ifadesi kısaca $z = r \cdot \text{cis}\theta$ biçiminde de gösterilebilir.

Dik koordinat sisteminde verilen bir karmaşık sayıyı kutupsal biçimde yazabilmek için,

- 1) $|z| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$ değeri hesaplanır.
- 2) Esas argüment (θ) bulunur.
- 3) Bulunan bu değerler $z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$ eşitliğinde yerine yazılır.

Buna göre, soruyu çözelim.



$$z = -1 + \sqrt{3}i \Rightarrow r = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = -\sqrt{3} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3}$$

O halde, $z = r(\cos\theta + i \sin\theta) = 2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i \sin\frac{2\pi}{3}\right)$ veya $z = 2 \text{ cis } \frac{2\pi}{3}$ olur.

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = 1 + i$ karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4}\right)$ B) $2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4}\right)$
C) $\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right)$ D) $3\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right)$
E) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right)$

2. $z = -2\sqrt{3} - 2i$ karmaşık sayısının kutupsal gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 \text{ cis } \frac{7\pi}{6}$ B) $4 \text{ cis } \frac{2\pi}{3}$ C) $4 \text{ cis } \frac{7\pi}{6}$
D) $2 \text{ cis } \frac{2\pi}{3}$ E) $\text{cis } \frac{7\pi}{6}$

kareköt

3. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = -3$ karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cos\pi + i \sin\pi$ B) $3(\cos\pi + i \sin\pi)$
C) $3\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i \sin\frac{3\pi}{2}\right)$ D) $\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{3\pi}{2}$
E) $3(\cos 2\pi + i \sin 2\pi)$

4. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = 3 + 4i$ karmaşık sayısının kutupsal gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5\left[\cos\frac{\pi}{12} + i \sin\frac{\pi}{12}\right]$
B) $2\left[\cos\left(\arctan\frac{3}{4}\right) + i \sin\left(\arctan\frac{3}{4}\right)\right]$
C) $2\left[\cos\left(\arctan\frac{4}{3}\right) + i \sin\left(\arctan\frac{4}{3}\right)\right]$
D) $5\left[\cos\left(\arctan\frac{3}{4}\right) + i \sin\left(\arctan\frac{3}{4}\right)\right]$
E) $5\left[\cos\left(\arctan\frac{4}{3}\right) + i \sin\left(\arctan\frac{4}{3}\right)\right]$

köşetaşı

Kutupsal koordinatları $\left(3, \frac{7\pi}{6}\right)$ olan karmaşık sayıyı standart biçimde yazınız.

açıklamalı çözüm

Karmaşık sayıyı standart biçimde yazmak demek; $z = x + yi$ biçiminde yazmak demektir.

z sayısının kutupsal koordinatları $\left(3, \frac{7\pi}{6}\right)$ olduğuna göre, $|z| = r = 3$ ve $\arg z = \frac{7\pi}{6}$ dır.

Buna göre, $z = |z|(\cos\theta + i \sin\theta)$

$$z = 3\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i \sin\frac{7\pi}{6}\right)$$

$$z = 3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - i \cdot \frac{1}{2}\right)$$

$$z = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i \text{ olur.}$$

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$z = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \sin\frac{3\pi}{4}\right)$$

karmaşık sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-1 - i$ B) $-1 + i$ C) $1 - i$ D) $1 + i$ E) i

2. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$z = \text{cis } \frac{\pi}{3}$ karmaşık sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ C) $1 + \sqrt{3}i$
D) $\sqrt{3} + i$ E) $1 + 2i$

3. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, kutupsal koordinatları $(2, 315^\circ)$ olan karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ C) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$
D) $-\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ E) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

4. $|z| = 3$ ve $\arg(z) = \pi$ olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3i$ B) 3 C) 0 D) $-3i$ E) -3

5. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$z = 2\left(\cos\frac{9\pi}{2} + i \sin\frac{9\pi}{2}\right)$$

karmaşık sayısının standart biçimdeki yazılımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) $2i$ C) 0 D) -2 E) $-2i$

6. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = 2(\cos 1560^\circ + i \sin 1560^\circ)$ olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C) $1 - \sqrt{3}i$
D) $-1 + \sqrt{3}i$ E) $-1 - \sqrt{3}i$

kareköt

köşetaşı

$\arg(z+1-i) = \frac{3\pi}{4}$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsünü bulunuz.

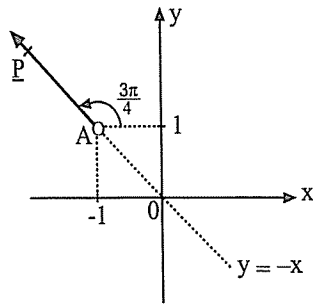
açıklamalı çözüm

$z = x + yi$ olsun.

$$\arg(z+1-i) = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \arg(x+yi+1-i) = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \arg(x+1+(y-1)i) = \frac{3\pi}{4}$$

argüment $\frac{3\pi}{4}$ olduğundan $x+1 < 0$ ve $y-1 > 0$ yani $x < -1$ ve $y > 1$ dir.

$$\text{Ayrıca } \tan \frac{3\pi}{4} = \frac{y-1}{x+1} \Rightarrow -1 = \frac{y-1}{x+1} \Rightarrow -x-1 = y-1 \Rightarrow y = -x \text{ olur.}$$



$x < -1$, $y > 1$ ve $y = -x$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarını gösterelim:

$\arg(z+1-i) = \frac{3\pi}{4}$ eşitliğini sağlayan z lerin görüntüsü AP doğrusudur. (A dahil değildir.)

DİKKAT:

$\arg(z+1-i) = \arg(z-(-1+i)) = \frac{3\pi}{4}$ olduğundan A noktasının $-1+i$ karmaşık sayısının görüntüsü olduğuna dikkat edin.

1. $\arg(z-2-2i) = \frac{\pi}{4}$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsünü çiziniz.

2. $\arg(z-i) = \frac{3\pi}{4}$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsünü çiziniz.

3. $\arg(z-2i) = \frac{7\pi}{4}$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsünü çiziniz.

4. $\arg(z-1) = \frac{\pi}{3}$ ve $\arg(z+2) = \frac{2\pi}{3}$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ B) $\frac{1}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ C) $-\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$
D) $\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ E) $-1 - 3\sqrt{3}i$

5. $\arg\left(\frac{z-i}{i}\right) = \frac{3\pi}{4}$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı için $\text{Im}(z) - \text{Re}(z)$ farkı kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $\arg(z+1) - \arg(z-1) = \frac{3\pi}{2}$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsünü çiziniz.

köşetaşı

- 1) $z = 2(\cos 12^\circ - i \sin 12^\circ)$
2) $z = 1 + \cos 50^\circ + i \sin 50^\circ$

karmaşık sayılarının esas argümentini bulunuz.

açıklamalı çözüm

- 1) Önce verilen karmaşık sayıyı $z = |z|(\cos \theta + i \sin \theta)$ biçiminde yazmaya çalışalım.

$$z = 2(\cos 12^\circ - i \sin 12^\circ) = 2(\cos 12^\circ + i \sin(-12^\circ)) = 2(\cos(-12^\circ) + i \sin(-12^\circ))$$

olduğundan z karmaşık sayısının argümenti -12° dir.

Esas argüment $[0^\circ, 360^\circ)$ aralığındadır. O halde z 'nin esas argümenti $360^\circ - 12^\circ = 348^\circ$ dir.

- 2) $z = 1 + \cos 50^\circ + i \sin 50^\circ$ karmaşık sayısını $z = |z|(\cos \theta + i \sin \theta)$ biçiminde yazabilmek için yarım açı formüllerinden yararlanalım.

$$\cos 50^\circ = 2\cos^2 25^\circ - 1 \text{ ve } \sin 50^\circ = 2\sin 25^\circ \cdot \cos 25^\circ \text{ olduğundan}$$

$$z = 1 + 2\cos^2 25^\circ - 1 + i \cdot 2\sin 25^\circ \cdot \cos 25^\circ$$

$$z = 2\cos 25^\circ (\cos 25^\circ + i \sin 25^\circ) \text{ olur.}$$

O halde, $|z| = 2\cos 25^\circ$ ve esas argüment $\text{Arg}(z) = 25^\circ$ dir.

1. $z = \cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}$

karmaşık sayısının x eksenine yaptığı pozitif yönlü açı kaç derecedir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{5\pi}{3}$ E) $\frac{11\pi}{3}$

2. $z = \cos 15^\circ - i \sin 15^\circ$ karmaşık sayısının x eksenine yaptığı pozitif yönlü açı kaç derecedir?

A) 345° B) 330° C) 240° D) 120° E) 15°

3. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$z = 1 + \cos 2\alpha + i \sin 2\alpha$ karmaşık sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\alpha}{3}$ B) $\frac{\alpha}{2}$ C) α D) 2α E) $\frac{\pi}{2} - \alpha$

4. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$z = \sin x - i \cos x$ karmaşık sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3\pi}{2}$ B) $\frac{3\pi}{2} + x$ C) $\frac{3\pi}{2} - x$ D) $\pi - x$ E) $\pi + x$

5. $z = 1 + \cos 2x + 2\cos x + i \sin 2x$ karmaşık sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x}{2}$ B) x C) $\frac{3x}{2}$ D) $x + \pi$ E) $2x$

6. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$z = \frac{1+i \cdot \tan \theta}{i}$ karmaşık sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2} + \theta$ B) $\pi - \theta$ C) $\pi + \theta$ D) $\frac{3\pi}{2} - \theta$ E) $\frac{3\pi}{2} + \theta$

köşetaşı

$z_1 = 2(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)$ ve $z_2 = 2(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ)$
olduğuna göre, $z_1 + z_2$ ve $z_1 - z_2$ işlemlerini yapınız.

açıklamalı çözüm

Verilen karmaşık sayıların mutlak değerleri aynı olduğundan ($|z_1| = |z_2| = 2$) dönüşüm formülleri kullanılarak toplama veya çıkarma işlemleri yapılır.

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= 2(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ) + 2(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ) \\ &= 2(\cos 15^\circ + \cos 75^\circ) + 2i(\sin 15^\circ + \sin 75^\circ) \\ &= 2 \cdot 2 \cos \frac{15^\circ + 75^\circ}{2} \cdot \cos \frac{15^\circ - 75^\circ}{2} + 2i \left(2 \sin \frac{15^\circ + 75^\circ}{2} \cdot \cos \frac{15^\circ - 75^\circ}{2} \right) \\ &= 4 \cos 45^\circ \cdot \cos(-30^\circ) + 4i(\sin 45^\circ \cdot \cos(-30^\circ)) = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 4i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6} + \sqrt{6}i \\ z_1 - z_2 &= 2(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ) - 2(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ) \\ &= 2(\cos 15^\circ - \cos 75^\circ) + 2i(\sin 15^\circ - \sin 75^\circ) \\ &= 2 \left(-2 \sin \frac{15^\circ + 75^\circ}{2} \cdot \sin \frac{15^\circ - 75^\circ}{2} \right) + 2i \left(2 \sin \frac{15^\circ - 75^\circ}{2} \cdot \cos \frac{15^\circ + 75^\circ}{2} \right) \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{2}i \end{aligned}$$

Not: Verilen ifadelerin mutlak değerleri farklı olduğunda karmaşık sayılar standart biçimde yazılarak toplama veya çıkarma yapılır. (Köşetaşı 43.29)

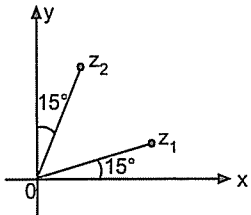
1. $z_1 = \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}$ ve $z_2 = \cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12}$
olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamının sanal kısmı kaçtır?

- A) $2\sqrt{6}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $z_1 = \cos 15^\circ$ ve $z_2 = \cos 105^\circ$
olduğuna göre, $z_1 - z_2$ farkının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ B) $\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}i$
D) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$ E) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

3. $z_1 = 2\cos \frac{7\pi}{12}$ ve $z_2 = 2\cos \frac{\pi}{12}$
olduğuna göre, $|z_1 + z_2|$ değeri kaçtır?
- A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$ D) 4 E) 5

4.  $|z_1| = |z_2| = 2$ olduğuna göre, $\text{Im}(z_1 - z_2)$ değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{5}$ B) 2 C) $\sqrt{2}$ D) 0 E) $-\sqrt{2}$

5. $z_1 = 3(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$ ve $z_2 = 2(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$
olduğuna göre, $z_1 - z_2$ farkı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2 + 3i$ B) $2 + 3i$ C) $3 + 2i$ D) 2 E) $3i$

6. $z_1 = 5[\cos 90^\circ + i \sin 270^\circ]$ ve $z_2 = \cos 180^\circ + i \sin 90^\circ$
olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamı kaçtır?

- A) $3 - i$ B) $-1 - 4i$ C) $2 + 3i$
D) $5 + i$ E) $3 + i$

köşetaşı

$z_1 = 3\text{cis}30^\circ$ ve $z_2 = 2\text{cis}45^\circ$
olduğuna göre, $z_1 - z_2$ yi hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

Verilen karmaşık sayıların mutlak değerleri farklı olduğunda ve argümentleri trigonometrik oranları bilinen açılar olduğunda z_1 ve z_2 standart biçimde yazılarak toplama veya çıkarma işlemi yapılır.

$$\begin{aligned} z_1 &= 3\text{cis}30^\circ = 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ) = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i \\ z_2 &= 2\text{cis}45^\circ = 2(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ) = \frac{2\sqrt{2}}{2} + \frac{2\sqrt{2}}{2}i \\ z_1 - z_2 &= \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i - \left(\frac{2\sqrt{2}}{2} + \frac{2\sqrt{2}}{2}i \right) = \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{2} + \left(\frac{3 - 2\sqrt{2}}{2} \right)i \end{aligned}$$

1. $z_1 = \cos 30^\circ + i \sin 30^\circ$
 $z_2 = \cos 60^\circ + i \sin 60^\circ$

olduğuna göre, $z_2 - z_1$ farkının sanal kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ B) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
D) $\sqrt{3}-1$ E) $\sqrt{3}+1$

2. $z_1 = 2(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$
 $z_2 = 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamının reel kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$ E) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

3. $z = 2\text{cis} \frac{3\pi}{2}$
 $u = \text{cis} \frac{\pi}{2}$

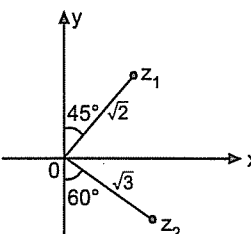
olduğuna göre, $z - u$ farkının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2 - i$ B) $-2 - 2i$ C) $-1 - 2i$
D) $-2 + i$ E) $-3i$

4. $z = 2\text{cis}\pi$
 $w = 2\text{cis} \frac{\pi}{6}$

olduğuna göre, $\text{Im}(w - z)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 0

5.  Yandaki şekilde z_1, z_2 karmaşık sayıları verilmiştir.
 $\text{Re}(z_1 - z_2)$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{1}{2}$

6. $z_1 = 2\text{cis}30^\circ$
 $w = \sqrt{3}\text{cis}60^\circ$

$w = z_1 + z_2$ olduğuna göre, z_2 karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sqrt{3} + i$ B) $-\sqrt{3} + i$ C) $-\sqrt{3} - i$
D) $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

köşetaşı

$z_1 = \cos 105^\circ + i \sin 105^\circ$ ve $z_2 = 2(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)$
olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımını bulunuz.

açıklamalı çözüm

$z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$ ve $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$ ise,

İSPATLAYALIM.

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

Yani $\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2)$ olur.

O halde,

$$z_1 = \cos 105^\circ + i \sin 105^\circ$$

$$z_2 = 2(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)$$

$$\Rightarrow z_1 \cdot z_2 = 1.2 \cdot [\cos(105^\circ + 15^\circ) + i \sin(105^\circ + 15^\circ)]$$

$$z_1 \cdot z_2 = 2(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ) = 2 \operatorname{cis} 120^\circ = -1 + i\sqrt{3}$$

$$z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1) \text{ ve } z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1) \cdot r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$$

$$= r_1 \cdot r_2 (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$$

$$= r_1 \cdot r_2 [\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \cdot \sin \theta_2] +$$

$$i[\cos \theta_1 \cdot \sin \theta_2 + \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_2]$$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)] \text{ olur.}$$

1. $z_1 = 2(\cos 160^\circ + i \sin 160^\circ)$
 $z_2 = 3(\cos 50^\circ + i \sin 50^\circ)$
olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımının sanal kısmı kaçtır?
A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

2. $z_1 = 2 \operatorname{cis} \frac{\pi}{12}$
 $z_2 = 4 \operatorname{cis} \frac{5\pi}{12}$
olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?
A) 3i B) 2i C) 7 - 3i D) 8i E) 1 + 2i

3. $z_1 = \left(3, \frac{\pi}{3}\right)$ ve $z_2 = \left(2, \frac{4\pi}{3}\right)$
olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) 2 + i B) 3 - 3\sqrt{3}i C) \sqrt{3} - 3i D) -6i E) -6

4. z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için,
 $z_1 = 1 - \sqrt{3}i$
 $z_2 = -1 + i$
olduğuna göre, $\arg(z_1 \cdot z_2)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{5\pi}{12}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{4\pi}{3}$

5. $z_1 = 1 + i$ ve $z_2 = -1$ karmaşık sayıları veriliyor.
Buna göre, $z_1 \cdot z_2$ nin kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\sqrt{2} \operatorname{cis} \frac{5\pi}{4}$ B) $\operatorname{cis} \frac{5\pi}{4}$ C) $\sqrt{2} \operatorname{cis} \frac{7\pi}{4}$
D) $\operatorname{cis} \frac{7\pi}{4}$ E) $\operatorname{cis} \frac{4\pi}{3}$

6. $z_1 = 2(\cos 50^\circ - i \sin 50^\circ)$
 $z_2 = \sin 70^\circ + i \cos 70^\circ$
olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\sqrt{3} + 1$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3} - i$
D) $-\sqrt{3} + i$ E) $-\sqrt{3} - i$

köşetaşı

$z_1 = 6(\cos 70^\circ - i \sin 70^\circ)$
 $z_2 = 3(\sin 80^\circ + i \cos 80^\circ)$ olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ işlemini yapınız.

açıklamalı çözüm

$$z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1) \text{ ve } z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$$

İSPATLAYALIM

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$$

Yani $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2$ dir.

Önce z_1 ve z_2 yi köşetaşı (43.27)'den yararlanıp kutupsal biçimde yazalım.

$$z_1 = 6[\cos 70^\circ - i \sin 70^\circ] = 6[\cos 290^\circ + i \sin 290^\circ]$$

$$z_2 = 3[\sin 80^\circ + i \cos 80^\circ] = 3[\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ]$$

$$\Rightarrow \frac{z_1}{z_2} = \frac{6}{3} [\cos(290^\circ - 10^\circ) + i \sin(290^\circ - 10^\circ)] = 2 \operatorname{cis} 280^\circ$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)}{r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)(\cos \theta_2 - i \sin \theta_2)}{r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)(\cos \theta_2 - i \sin \theta_2)}$$

$$= \frac{r_1[(\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \cdot \sin \theta_2) + i(\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_2 \cos \theta_1)]}{r_2[\cos^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_2]}$$

$$= \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$$

1. $z_1 = 6\left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6}\right)$ ve $z_2 = 3\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right)$
olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ sayısı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-\sqrt{3} - i$ B) $\sqrt{3} - 2i$ C) $\sqrt{3} - i$ D) $\sqrt{3} + i$ E) $\sqrt{3} + 2i$

2. $z = \frac{\cos 70^\circ + i \sin 70^\circ}{\cos 130^\circ + i \sin 130^\circ}$
olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$
D) $1 - \sqrt{3}i$ E) $1 + \sqrt{3}i$

3. $z_1 = 4\left[\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)\right]$
 $z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{\pi}{12} + x\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12} + x\right)\right]$
olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ karmaşık sayısının reel kısmı aşağıdakilerden hangisidir?
A) 3 B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

4. $z = \frac{4(\sin 20^\circ + i \sin 70^\circ)}{2(\cos 15^\circ + i \cos 75^\circ)(\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ)}$
olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $1 - \sqrt{2}$ B) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ C) $1 + \sqrt{2}$
D) $\sqrt{2} + i$ E) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

5. a ve b reel sayı olmak üzere,
 $\frac{3(\cos 25^\circ + i \sin 155^\circ)(\cos 132^\circ + i \sin 132^\circ)}{(\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ)(\sin 65^\circ + i \cos 65^\circ)} = a + bi$
olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?
A) $-1 + \sqrt{3}$ B) $-3 + \sqrt{3}$ C) $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{3 - \sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{-3 + 3\sqrt{3}}{2}$

6. $z_1 = \sqrt{3} - i$ ve $z_2 = -1$
olduğuna göre, $\arg\left(\frac{z_2}{z_1}\right)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{7\pi}{6}$ B) π C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{\pi}{4}$

köşetaşı

$z = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ olduğuna göre, z^{30} ve z^{-9} işlemlerini yapınız.

açıklamalı çözüm

$z = |z|(\cos\theta + i\sin\theta)$ ise,

$$z^n = |z|^n (\cos n\theta + i\sin n\theta)$$

Bu kurala **De'Moivre Teoremi** denir.

Önce $z = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ sayısını trigonometrik biçimde yazalım.

$|z| = 3$, z nin görüntüsü II. bölgede ve $\tan\theta = -\sqrt{3}$ olduğundan $\theta = \frac{2\pi}{3}$ tür.

$$z = 3 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i\sin \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$z^{30} = 3^{30} \left[\cos \left(30 \cdot \frac{2\pi}{3} \right) + i\sin \left(30 \cdot \frac{2\pi}{3} \right) \right] = 3^{30} (\cos 0^\circ + i\sin 0^\circ) = 3^{30}$$

$$z^{-9} = 3^{-9} \text{cis} \left(-9 \cdot \frac{2\pi}{3} \right) = 3^{-9} \text{cis} 0^\circ = 3^{-9} \text{ olur.}$$

De'Moivre teoremi negatif tamsayı için de çalışır. Her reel sayı için çalışır mı?

1. $z = \sqrt{3} + i$ olduğuna göre, z^{-60} sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $2^{-60}i$ B) 2^{-60} C) i D) -2^{-60} E) $-2^{-60}i$

2. $z_1 = 2(\cos 25^\circ + i\sin 25^\circ)$ ve $z_2 = 2\text{cis}15^\circ$ olduğuna göre, $\frac{z_1^3}{z_2}$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $2 - 2\sqrt{3}i$ B) $2 - \sqrt{3}i$ C) $1 + \sqrt{3}i$
D) $2 + \sqrt{3}i$ E) $2 + 2\sqrt{3}i$

3. $A = \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}i \right)^{10}$ ve $B = (1 - \sqrt{3}i)^{-30}$ olduğuna göre, $\frac{\text{Re}(A)}{\text{Re}(B)}$ oranı kaçtır?
A) 2^{30} B) 2^{20} C) 0 D) -2^{20} E) -2^{30}

4. $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ olduğuna göre, z^{72} sayısının sanal kısmı kaçtır?
A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) 1 C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. $z_1 = 1 + i$ ve $z_2 = \cos 55^\circ + i\sin 55^\circ$ olduğuna göre, z_1 ile z_2^3 arasındaki uzaklık kaç birimdir?
A) 1 B) 2 C) $\sqrt{3 - \sqrt{2}}$ D) $\sqrt{3 + \sqrt{2}}$ E) $\sqrt{5}$
İpucu: Karmaşık düzlemde çizerek çözünüz.

6. $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ olduğuna göre, $z^2 + z^4 + z^6 + z^8 + \dots + z^{2008}$ toplamının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

De'Moivre Teoremini İspatlayalım mı?

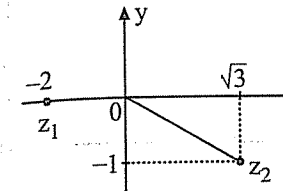
$$z^2 = z \cdot z = r(\cos\theta + i\sin\theta) \cdot r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$= r^2 (\cos 2\theta + i\sin 2\theta)$$

$$z^3 = z^2 \cdot z = r^2 (\cos 2\theta + i\sin 2\theta) \cdot r(\cos\theta + i\sin\theta) = r^3 (\cos 3\theta + i\sin 3\theta)$$

$$z^n = r^n (\cos n\theta + i\sin n\theta)$$

köşetaşı

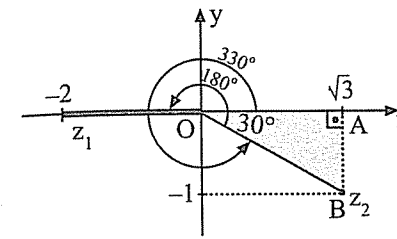


Yandaki şekilde z_1 ve z_2 karmaşık sayılarının görüntüleri verilmiştir.

Buna göre, $z_1^2 \cdot z_2$ çarpımını ve $\frac{z_2}{z_1}$ oranını kutupsal biçimde yazınız.

açıklamalı çözüm

Önce z_1 ve z_2 karmaşık sayılarını kutupsal koordinatlarda yazalım.



$|z_1| = 2$ ve $\arg(z_1) = 180^\circ$ olduğundan $z_1 = 2\text{cis} 180^\circ$ dir.

OAB dik üçgeninde $|OA| = \sqrt{3}$ br, $|AB| = 1$ br $\Rightarrow |OB| = 2$ br ve $m(\widehat{BOA}) = 30^\circ$ olur.

$m(\widehat{BOA}) = 30^\circ \Rightarrow \arg(z_2) = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$ dir.

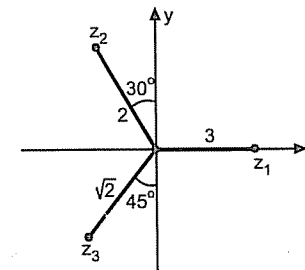
O halde, $z_2 = 2\text{cis} 330^\circ$ dir.

$$\diamond z_1^2 = 2^2 \text{cis}(2 \cdot 180^\circ) = 4\text{cis}360^\circ = 4\cos 0^\circ$$

$$z_1^2 \cdot z_2 = 4\cos 0^\circ \cdot 2\text{cis}330^\circ = 8\text{cis}330^\circ \text{ olur.}$$

$$\diamond \frac{z_2}{z_1} = \frac{2\text{cis}330^\circ}{2\text{cis}180^\circ} = \text{cis}(330^\circ - 180^\circ) = \text{cis}150^\circ \text{ olur.}$$

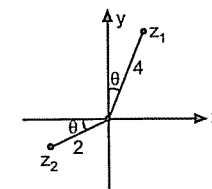
1. ve 2. soruları aşağıdaki grafiğe göre cevaplandırınız.



1. $\arg(z_1 \cdot z_2 \cdot z_3)$ değeri kaç radyandır?
A) $\frac{7\pi}{24}$ B) $\frac{11\pi}{6}$ C) $\frac{23\pi}{12}$
D) 2π E) $\frac{25\pi}{12}$

2. Yukarıdaki şekildeki verilere göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $-3 - 3\sqrt{3}i$ B) $-3 + 3\sqrt{3}i$ C) $-3 - \sqrt{3}i$
D) $-3 + \sqrt{3}i$ E) $-2 + \sqrt{3}i$

3.

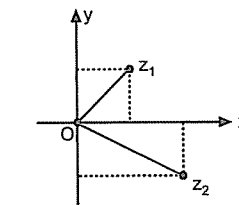


Yandaki şekilde z_1 ve z_2 karmaşık sayılarının görüntüleri verilmiştir.

Şekilde verilenlere göre, $z_1 \cdot z_2$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-8i$ B) -8 C) $-6i$ D) -6 E) $8i$

4.



z_1 ve z_2 karmaşık sayılar olmak üzere,

$[Oz_1] \perp [Oz_2]$

$|z_1| = 3$

$|z_2| = 6$ dir.

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{z_2}{z_1}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2i$ B) i C) $-i$ D) $-2i$ E) -2

köşetaşı

$$|z_1| = |z_2| = 1, \quad \text{Arg}(z_1 \cdot z_2^3) = 81^\circ, \quad \text{Arg}\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = 33^\circ$$

olduğuna göre, $z_1^{15} + z_2^{15}$ karmaşık sayısının değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\left. \begin{aligned} \text{Arg}(z_1 \cdot z_2^3) = 81^\circ &\Rightarrow \text{Arg}(z_1) + 3\text{Arg}(z_2) = 81^\circ \\ \text{Arg}\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = 33^\circ &\Rightarrow \text{Arg}(z_1) - \text{Arg}(z_2) = 33^\circ \end{aligned} \right\} \text{iki bilinmeyenli denklem çözülürse}$$

$$\text{Arg}(z_1) = 45^\circ \text{ ve } \text{Arg}(z_2) = 12^\circ \text{ bulunur.}$$

$$z_1 = 1 \cdot \text{cis} 45^\circ \text{ ve } z_2 = 1 \cdot \text{cis} 12^\circ \text{ olduğundan}$$

$$z_1^{15} = 1^{15} \cdot \text{cis}(15 \cdot 45^\circ) = 1 \cdot \text{cis}(675^\circ) = \cos 675^\circ + i \sin 675^\circ = \cos 315^\circ + i \sin 315^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$z_2^{15} = 1^{15} \cdot \text{cis}(15 \cdot 12^\circ) = \text{cis} 180^\circ = \cos 180^\circ + i \sin 180^\circ = -1$$

$$z_1^{15} + z_2^{15} = \frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 - i \frac{\sqrt{2}}{2}$$

1. $z_1 = -1$, $z_2 = -\sqrt{3} + i$, $z_3 = 1 - \sqrt{3}i$
olduğuna göre, $\text{Arg}\left(\frac{z_1^2 \cdot z_3}{z_2}\right)$ kaç derecedir?
A) 120 B) 150 C) 180 D) 210 E) 240

2. $z_1 = -i$ ve $z_2 = 1 + i$
olduğuna göre, $\arg(\bar{z}_1 \cdot z_2^2)$ kaç radyandır?
A) $\frac{3\pi}{2}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) π D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{6}$

3. z_1 ve z_2 karmaşık sayı olmak üzere,
 $\arg(z_1^2 \cdot z_2^3) = 75^\circ$, $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = 15^\circ$, $|z_2| = 2$
olduğuna göre, z_2^{20} aşağıdakilerden hangisidir?
A) -2^{20} B) -2 C) 0 D) 2 E) 2^{20}

4. $\text{Arg}(z^{20}) = 200^\circ$ ve $|z| = 1$
olduğuna göre, z^{30} sayısının sanal kısmı aşağıdakilerden hangisidir?
A) 1 B) 0 C) -1 D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) -2

5. $\text{Arg}(z_1 \cdot z_2) = 40^\circ$, $\text{Arg}(z_2 \cdot z_3) = 60^\circ$ ve $\text{Arg}(z_1 \cdot z_3) = 50^\circ$
olduğuna göre, $\text{Arg}(z_1 \cdot z_2 \cdot z_3)$ değeri kaçtır?
A) 100 B) 90 C) 85 D) 80 E) 75

6. $\text{Arg}(z_1^5 \cdot z_2^3) = \frac{14\pi}{3}$ ve $\text{Arg}(z_1^3 \cdot z_2^2) = 3\pi$
olduğuna göre, $\text{Arg}\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$ kaç radyandır?
A) $\frac{4\pi}{3}$ B) π C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{4}$

köşetaşı

$$z = \sin \frac{\pi}{9} + i \cos \frac{\pi}{9} \text{ olduğuna göre, } z^{-1} \text{ ve } (\bar{z})^9 \text{ değerlerini bulunuz.}$$

açıklamalı çözüm

$$z = \sin \frac{\pi}{9} + i \cos \frac{\pi}{9} \text{ ifadesini } z = r(\cos \theta + i \sin \theta) \text{ biçiminde yazalım.}$$

$$z = \sin \frac{\pi}{9} + i \cos \frac{\pi}{9} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{9}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{9}\right) = \cos \frac{7\pi}{18} + i \sin \frac{7\pi}{18}$$

$$z^{-1} = \frac{1}{z} = \cos\left(-\frac{7\pi}{18}\right) + i \sin\left(-\frac{7\pi}{18}\right) = \cos \frac{29\pi}{18} + i \sin \frac{29\pi}{18}$$

$$\bar{z} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{9}\right) - i \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{9}\right) = \cos \frac{7\pi}{18} - i \sin \frac{7\pi}{18} = \cos\left(-\frac{7\pi}{18}\right) + i \sin\left(-\frac{7\pi}{18}\right)$$

$$(\bar{z})^9 = \cos\left(-\frac{7\pi}{18} \cdot 9\right) + i \sin\left(-\frac{7\pi}{18} \cdot 9\right) = \cos\left(-\frac{7\pi}{2}\right) + i \sin\left(-\frac{7\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = i$$

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\text{Arg}(z) = \alpha$ ise, $\text{Arg}(\bar{z}) = 2\pi - \alpha$
B) $\text{Arg}(z) = \alpha$ ise, $\text{Arg}(z^{-1}) = 2\pi - \alpha$
C) $\text{Arg}(z) = \alpha$ ise, $\text{Arg}(-z) = \pi + \alpha$
D) $\text{Arg}(z) = \alpha$ ise, $\text{Arg}(-\bar{z}) = \pi - \alpha$
E) $\text{Arg}(z) = \alpha$ ise, $\text{Arg}\left(\frac{z}{\bar{z}}\right) = 2\pi$

2. $\text{Arg}(z) = \frac{2\pi}{3}$
olduğuna göre, $\text{Arg}\left(\frac{(\bar{z})^2 \cdot z^{-1}}{z}\right)$ değeri kaç radyandır?
A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) π D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

3. $\arg(z_1) = \alpha$
 $z_1 + z_2 = 0$
 $\arg(z_1) + \arg(z_2) + \arg(\bar{z}_1) = \frac{9\pi}{2}$
olduğuna göre, α kaç radyandır?
A) $\frac{11\pi}{4}$ B) $\frac{3\pi}{2}$ C) π D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{3}$

4. $z = 3 \text{cis} \frac{5\pi}{6}$
olduğuna göre, $\text{Arg}(-z^{-1})$ değeri kaç radyandır?
A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{5\pi}{6}$ C) π D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{11\pi}{6}$

5. a, b reel sayılar olmak üzere,
 $z_1 = \left(2, \frac{\pi}{2}\right)$
 $z_2 = 2^{-1} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}\right)$
 $\bar{z}_1 \cdot (z_2^{-1})^3 = a + bi$ olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?
A) $-16\sqrt{2}$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $4\sqrt{2}$

6. $\bar{z} = 9 \cdot z^{-1}$ ve $\arg\left(-\frac{i}{z}\right) = 150^\circ$
olduğuna göre, $\left(\frac{1}{z}\right)^{60}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) 3^{40} B) 3^{-60} C) 3^{60} D) $3^{60}i$ E) 3^{90}

köşetaşı

$z = -1 + \sqrt{3}i$ karmaşık sayısının kareköklerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$w = |z| [\cos(\theta + k.2\pi) + i \sin(\theta + k.2\pi)]$ ve $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere, $z^n = w$ denkleminin kökleri

$w_k = \sqrt[n]{|z|} \left[\cos\left(\frac{\theta + k.2\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\theta + k.2\pi}{n}\right) \right]^*$ eşitliğinde k yerine $0, 1, 2, \dots, (n-1)$ yazılarak bulunur.

Önce z karmaşık sayısını kutupsal koordinatlarda yazalım.

$z = 2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$ karmaşık sayısının kareköklerini almak için (*) eşitliğinde $n=2$ alınırsa

$$w_k = \sqrt{|z|} \left[\cos\left(\frac{\theta + k.2\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\theta + k.2\pi}{2}\right) \right] = \sqrt{2} \left[\cos\left(\frac{\frac{2\pi}{3} + k.2\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{2\pi}{3} + k.2\pi}{2}\right) \right]$$

$$k=0 \text{ için } w_0 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt{2} \operatorname{cis} \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$k=1 \text{ için } w_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right) = \sqrt{2} \operatorname{cis} \frac{4\pi}{3} = -\frac{\sqrt{2}}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$w_0 = -w_1$ olduğuna dikkat ediniz.

1. $z = 2\sqrt{3} - 2i$ karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right)$ B) $4 \left(\cos \frac{11\pi}{12} + i \sin \frac{11\pi}{12} \right)$
C) $2 \left(\cos \frac{23\pi}{12} + i \sin \frac{23\pi}{12} \right)$ D) $2 \left(\cos \frac{25\pi}{12} + i \sin \frac{25\pi}{12} \right)$
E) $4 \left(\cos \frac{23\pi}{12} + i \sin \frac{23\pi}{12} \right)$

2. $z = -4$ karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 \operatorname{cis} 90^\circ$ B) $4 \operatorname{cis} 90^\circ$ C) $\operatorname{cis} 270^\circ$
D) $4 \operatorname{cis} 270^\circ$ E) $6 \operatorname{cis} 270^\circ$

3. $z = -9i$ karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}i$ B) $-\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}i$
C) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ D) $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}i$
E) $\frac{9\sqrt{2}}{2} + \frac{9\sqrt{2}}{2}i$

4. $z = 16 (\cos 300^\circ - i \sin 60^\circ)$ karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{3} + i$ B) $\sqrt{3} + i$ C) $\sqrt{3} - i$
D) $2\sqrt{3} + 2i$ E) $2\sqrt{3} - 2i$

5. $z^2 = 9 \operatorname{cis} \frac{7\pi}{6}$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{ 3 \operatorname{cis} \frac{7\pi}{12}, 3 \operatorname{cis} \frac{19\pi}{12} \right\}$ B) $\left\{ 9 \operatorname{cis} \frac{7\pi}{12}, 9 \operatorname{cis} \frac{19\pi}{12} \right\}$
C) $\left\{ 3 \operatorname{cis} \frac{\pi}{12}, 3 \operatorname{cis} \frac{13\pi}{12} \right\}$ D) $\left\{ \operatorname{cis} \frac{7\pi}{12}, \operatorname{cis} \frac{19\pi}{12} \right\}$
E) $\left\{ \operatorname{cis} \frac{7\pi}{12}, \operatorname{cis} \frac{17\pi}{12} \right\}$

6. $z^2 - \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^5 = 0$ denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ B) $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ C) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
D) $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

köşetaşı

$z = 3 + 4i$ karmaşık sayısının kareköklerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$z = 3 + 4i$ karmaşık sayısını kutupsal biçimde yazmaya çalışırsak $\tan \theta = \frac{4}{3}$ olur ki θ yı trigonometrik cetvel olmadan bulamayız. O halde, z nin kareköklerini başka bir yöntemle hesaplayacağız.

$z = 3 + 4i$ nin kareköklerinden biri $w = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) olsun. O halde, $w^2 = z$ olur.

$$(a + bi)^2 = 3 + 4i \Rightarrow a^2 + 2abi - b^2 = 3 + 4i \Rightarrow a^2 - b^2 + 2abi = 3 + 4i$$

Karmaşık sayıların eşitliğinden $a^2 - b^2 = 3$ ve $2ab = 4$ tür.

$$a^2 - b^2 = 3 \Rightarrow a^2 - \left(\frac{2}{a}\right)^2 = 3 \Rightarrow a^2 - \frac{4}{a^2} = 3 \Rightarrow a^4 - 3a^2 - 4 = 0 \Rightarrow (a^2 - 4)(a^2 + 1) = 0$$

denklemin kökleri $a_1 = 2$ ve $a_2 = -2$ dir.

$$b = \frac{2}{a} \Rightarrow a_1 = 2 \text{ için } b_1 = \frac{2}{2} = 1$$

$$a_2 = -2 \text{ için } b_2 = \frac{2}{-2} = -1$$

O halde, z nin karekökleri $w_0 = 2 + i$ ve $w_1 = -2 - i$ olur.

1. z karmaşık sayı olmak üzere,

$z^2 = 5 - 12i$ denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2i$ B) $3 + 2i$ C) $3 + i$ D) $3 - i$ E) $3 - 2i$

2. z karmaşık sayı olmak üzere,

$z = 3 - 4i$ karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5 + i$ B) $3 + i$ C) $2 - i$ D) $3 - i$ E) $4 - i$

3. z karmaşık sayı olmak üzere,

$z^2 = 5 + 12i$ denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 + 3i$ B) $3 + 2i$ C) $2 + i$ D) $2 - i$ E) $2 - 3i$

4. $\sqrt{12 + 16i}$ karmaşık sayısının reel kısmı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) -3 B) -2 C) 0 D) 4 E) 6

5. $\sqrt{3 + 4i}$ karmaşık sayısının sanal kısmı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) -3 B) -1 C) 0 D) 2 E) 4

6. $(z^2 - 9 - 40i)(z^2 + 7 + 24i) = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{3 - 4i, -3 + 4i, 5 + 4i, -5 - 4i\}$
B) $\{3 - i, -3 + i, 5 + 4i, -5 - 4i\}$
C) $\{2 + i, -2 - i, -3i, 3i\}$
D) $\{3 - 2i, -3 + 2i, 2 - i, -2 + i\}$
E) $\{-5i, 5i, 3 + i, -3 - i\}$

köşetaşı

z karmaşık sayı olmak üzere,
 $z^3 + 1 - \sqrt{3}i = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$z^3 + 1 - \sqrt{3}i = 0 \Rightarrow z^3 = -1 + \sqrt{3}i = 2(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$ denkleminin köklerini bulalım

$z^3 = w$ denkleminin kökleri w_k olsun.

$w_k = z^{1/3} = r^{1/3} \text{cis} \left(\frac{\theta + k \cdot 2\pi}{3} \right)$ ($k=0, 1, 2$ için karmaşık sayının küpkökleri bulunacaktır.)

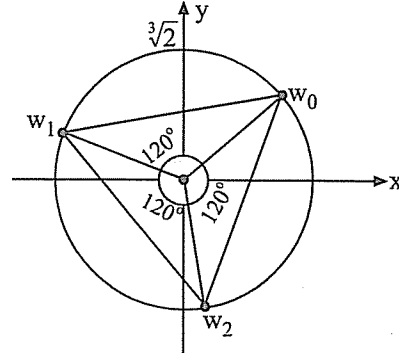
$$w_k = \sqrt[3]{2} \text{cis} \left(\frac{120^\circ + k \cdot 360^\circ}{3} \right)$$

$$k=0 \text{ için } w_0 = \sqrt[3]{2} \text{cis} \left(\frac{120^\circ + 0 \cdot 360^\circ}{3} \right) = \sqrt[3]{2} \text{cis} 40^\circ$$

$$k=1 \text{ için } w_1 = \sqrt[3]{2} \text{cis} \left(\frac{120^\circ + 1 \cdot 360^\circ}{3} \right) = \sqrt[3]{2} \text{cis} 160^\circ$$

$$k=2 \text{ için } w_2 = \sqrt[3]{2} \text{cis} \left(\frac{120^\circ + 2 \cdot 360^\circ}{3} \right) = \sqrt[3]{2} \text{cis} 280^\circ$$

w_0, w_1, w_2 sayıları ağırlık merkezi orijin olan bir eşkenar üçgenin köşelerini oluşturmaktadır. Ayrıca w_0, w_1 ve w_2 karmaşık sayılarının esas argümentleri arasında 120° fark vardır.



1. $z = 4\sqrt{3} + 4i$ karmaşık sayısının küpköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\text{cis} \frac{\pi}{18}$ B) $2\text{cis} \frac{25\pi}{18}$ C) $\text{cis} \frac{13\pi}{18}$
D) $4\text{cis} \frac{25\pi}{18}$ E) $4\text{cis} \frac{13\pi}{18}$

2. $z = -i$ karmaşık sayısının küpköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-i$ B) $\sqrt{3} + i$ C) $\sqrt{3} - i$
D) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

3. $x^3 + 27 = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-3\}$ B) $\{1 + \sqrt{3}i, 1 - \sqrt{3}i, -3\}$
C) $\left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i, \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i, -3 \right\}$ D) $\{3 + \sqrt{3}i, 3 - \sqrt{3}i, -3\}$
E) $\left\{ \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i, \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i, -3 \right\}$

4. $z^2 = 8 \text{cis} \frac{\pi}{3}$ olduğuna göre, z nin alabileceği değerlerden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4\text{cis} \frac{2\pi}{9}$ B) $2\text{cis} \frac{2\pi}{9}$ C) $4\text{cis} \frac{2\pi}{3}$
D) $2\text{cis} \frac{2\pi}{3}$ E) $\text{cis} \frac{2\pi}{3}$

5. $z = 27 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$ olduğuna göre,

$\text{Arg}(\sqrt[3]{z})$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{9}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{2\pi}{4}$ E) $\frac{7\pi}{4}$

6. $\sqrt[3]{1+i} = (\cos \theta + i \sin \theta)$ olduğuna göre, θ nin alabileceği en küçük pozitif değer aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{9}$ D) $\frac{\pi}{10}$ E) $\frac{\pi}{12}$

karekök

köşetaşı

$z^6 = i$ karmaşık sayısının köklerini karmaşık düzlemde gösteriniz.

açıklamalı çözüm

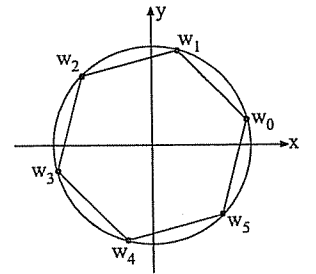
$$z^6 = i = 1 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right) = \text{cis} \frac{\pi}{2}$$

$z^6 = w$ denkleminin kökleri w_k ise,

$$w_k = \sqrt[6]{1} \cdot \text{cis} \left(\frac{\theta + k \cdot 2\pi}{6} \right) = \sqrt[6]{1} \cdot \text{cis} \left(\frac{\frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi}{6} \right)$$

$k=0$ için $w_0 = \text{cis} \frac{\pi}{12}$
 $k=1$ için $w_1 = \text{cis} \frac{5\pi}{12}$
 $k=2$ için $w_2 = \text{cis} \frac{9\pi}{12}$
 $k=3$ için $w_3 = \text{cis} \frac{13\pi}{12}$
 $k=4$ için $w_4 = \text{cis} \frac{17\pi}{12}$
 $k=5$ için $w_5 = \text{cis} \frac{21\pi}{12}$

Köklerin görüntüleri, merkezi orijinde ve yarıçapı 1 birim olan çemberin üzerine eşit aralıklarla sıralanmışlardır. Bu görüntüler ağırlık merkezi orijinde olan düzgün bir altıgenin köşeleridir.



1. $z^4 - 8 - 8\sqrt{3}i = 0$ denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\text{cis} 285^\circ$ B) $\text{cis} 285^\circ$ C) $2\text{cis} 305^\circ$
D) $\text{cis} 305^\circ$ E) $2\text{cis} 255^\circ$

2. $z^5 = 32i$ karmaşık sayısının köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\text{cis} 100^\circ$ B) $2\text{cis} 162^\circ$ C) $\text{cis} 200^\circ$
D) $4\text{cis} 210^\circ$ E) $4\text{cis} 225^\circ$

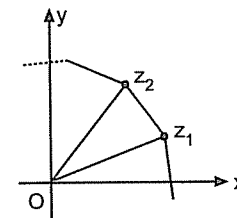
3. $z^4 + 1 = 0$ karmaşık sayısının köklerinin karmaşık düzlemdeki görüntülerini köşe kabul eden çokgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

4. $z^6 = -64$ olduğuna göre, z nin alabileceği değerlerden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{3} - 2i$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{2}i$
D) $2\sqrt{3} - i$ E) $\sqrt{3} + i$

5.

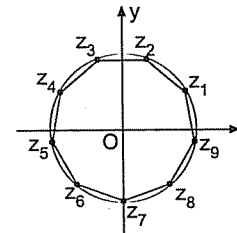


Yandaki şekilde z_1 ve z_2 karmaşık sayıları, ağırlık merkezi O olan bir düzgün onikgenin köşeleridir.

$z_1 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ olduğuna göre, z_{10}^{12} sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^{12}i$ B) 2^{12} C) 2^{10} D) -2^{12} E) $-2^{12}i$

6.



Yandaki şekilde $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7, z_8$ ve z_9 düzgün dokuzgendir.

Ağırlık merkezi O ve $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 \cdot z_4 \cdot z_5 \cdot z_6 \cdot z_7 \cdot z_8 \cdot z_9$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-i$ B) -1 C) 0 D) i E) 1

karekök

köşetaşı

$z = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$ karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif ve negatif yönde $\frac{\pi}{12}$ radyan döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayıları bulunuz.

açıklamalı çözüm

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ sayısının orijin etrafında pozitif yönde α kadar döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı z' olsun.

$$z' = r(\cos\theta + i\sin\theta)(\cos\alpha + i\sin\alpha) = r(\cos(\theta + \alpha) + i\sin(\theta + \alpha))$$

z sayısının orijin etrafında negatif yönde α kadar döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı z'' olsun.

$$z'' = r(\cos(\theta - \alpha) + i\sin(\theta - \alpha))$$

Önce verilen karmaşık sayıyı kutupsal koordinatlarda yazalım.

$$z = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i \Rightarrow z = \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

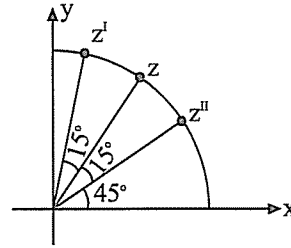
Pozitif yönde $\frac{\pi}{12}$ radyan döndürülmesiyle z' ve negatif yönde döndürülmesiyle z'' oluşsun.

$$z' = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{12}\right)\right)$$

$$z' = \frac{1}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$$

$$z'' = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12}\right)\right)$$

$$z'' = \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$



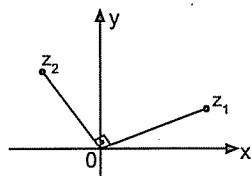
1. $z = \sqrt{3} + i$ karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde 60° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) -2 B) -i C) i D) 2i E) 2+i

2. $z = 2 \text{ cis } 75^\circ$ karmaşık sayısının orijin etrafında negatif yönde 30° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 + \sqrt{2}i$ B) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ C) $\sqrt{2} + \sqrt{3}i$
D) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ E) $1 - \sqrt{2}i$

- 3.



Karmaşık düzlemde $|z_1| = |z_2|$ $z_1 = 3+2i$ olduğuna göre, z_2 karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2+3i B) -3+2i C) -2+i D) -3+i E) -1+2i

4. Karmaşık düzlemde $z = 2\sqrt{3} - 2i$ sayısı orijin etrafında pozitif yönde, kaç derece döndürülürse $z' = -2+2\sqrt{3}i$ sayısı elde edilir?

A) 60 B) 90 C) 100 D) 120 E) 150

5. $z = a + bi$ karmaşık sayısının saat yönünde 45° döndürülmesiyle elde edilen yeni karmaşık sayı $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. $z = \cos 20^\circ + i\sin 20^\circ$ karmaşık sayısı karmaşık düzlemde saat yönünde 30° döndürüldüğünde z' , z' de aynı yönde 30° döndürüldüğünde z'' elde ediliyor. Bu şekilde tekrar z ye gelinceye kadar döndürme ile elde edilen karmaşık sayılar bir v karmaşık sayısının n inci dereceden tüm kökleridir.

Buna göre, $\text{Arg}(v)$ kaç radyandır?

A) $\frac{4\pi}{3}$ B) $\frac{5\pi}{4}$ C) π D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{3}$

1. $\sqrt{-81} + \sqrt{-25} - \sqrt{-9}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
A) 13i B) 11i C) 9i D) 7i E) 5i

2. $z = \frac{i-3}{2}$ karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?
A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

3. $i = \sqrt{-1}$ ve n pozitif tamsayı olmak üzere, $\frac{i^{4n+3} + i^{8n+1}}{i^{2+6n}}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) -i B) -1 C) 0 D) 1 E) i

4. x, y reel sayı olmak üzere, $z_1 = 2x - y - 12 + (x + y + 3)i$ $z_2 = 2 + 4i$ karmaşık sayıları veriliyor. $z_1 = z_2$ olduğuna göre $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?
A) -20 B) -15 C) -8 D) 2 E) 5

5. $z_1 = 1 - i$ ve $z_2 = 2 + 3i$ olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamının eşleniğinin sanal kısmı kaçtır?
A) 2 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

6. $(1 + i^{15})(1 + i^{21})$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2 + i$ B) 2 C) $2 - i$ D) $1 + i$ E) 0

7. $(1 + i)^8 + (1 - i)^8$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
A) 2^9 B) 2^5 C) 0 D) -2^8 E) -2^9i

8. $\bar{z} = 2 - 3i$ olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-2-3i$ B) $-2-i$ C) $2-3i$ D) $3-2i$ E) $2+3i$

9. $\frac{i}{2-i} - \frac{1}{2+i}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$ B) $2 - i$ C) $3 - 3i$
D) $-\frac{3}{5} + \frac{3i}{5}$ E) $\frac{3}{5} - \frac{3i}{5}$

10. $x^2 - (1 + 2i)x - 1 + i = 0$ denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $1 + i$ B) $1 - i$ C) $-1 + i$ D) $2 - i$ E) $2 + i$

11. $\left(\frac{2+3i}{3-2i}\right)^{2007}$ işleminin sonucu nedir?
A) i B) 1 C) 0 D) -1 E) -i

12. x, y reel sayı ve $z = x + yi$ olmak üzere, $2z - 3i = \bar{z} - 1$ eşitliği veriliyor.
Buna göre, $\text{Re}(z)$ değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

13. $2 + \bar{z} = 2z - 5$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının modülü kaçtır?
A) 7 B) 5 C) $\sqrt{7}$ D) 2 E) 1

14. $z = \frac{3-4i}{5+12i}$ olduğuna göre, $|z^{-1}|$ değeri kaçtır?
A) 4 B) $\frac{12}{5}$ C) $\frac{13}{5}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{5}{13}$

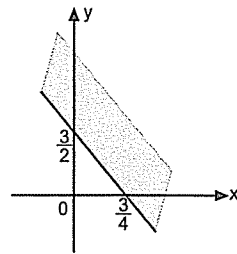
15. $z = \frac{(1-i\sqrt{3})(1+i)^{-2} \cdot (2-3i)}{\sqrt{3+i\sqrt{7}}}$ olduğuna göre, $|z|$ değeri kaçtır?
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{15}}{2}$

16. x, y reel sayı ve $z = x + yi$ olmak üzere, $z + |z| = 3 + 2i$ olduğuna göre, $\text{Re}(z)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{6}{5}$ D) 1 E) $\frac{5}{6}$

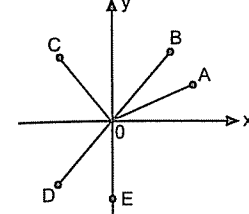
17. Karmaşık düzlemde $z_1 = 4 + 6i$ ve $z_2 = a + 5i$ karmaşık sayıları arasındaki uzaklık 1 birim olduğuna göre, a değeri kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

18. $|z - 4 + 5i| = 2$ eşitliğini sağlayan $z = x + iy$ karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(x-4)^2 + (y+5)^2 = 4$ B) $(x+4)^2 + (y-5)^2 = 4$
C) $(x-4)^2 + (y+5)^2 = 2$ D) $(x-4)^2 + (y+5)^2 = 8$
E) $4x + 5y - 2 = 0$

19. $2 \leq |z - 3i| \leq 5$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemde oluşturduğu bölgenin alanı kaç π br² dir?
A) 3 B) 8 C) 12 D) 15 E) 21

20. 
Yandaki düzlemde verilen taralı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?
A) $|z + i| = |z - 2|$ B) $|z + i| = 2$
C) $|z + i| \geq |z - 2|$ D) $|z - 2| > |z + 1|$
E) $|z + 1| \leq |z - 2|$

21. $z = x + iy$ olmak üzere, $|z| \leq 1$ olduğuna göre, $|z - 3 + 4i|$ ifadesinin alabileceği en büyük değer ile en küçük değer toplamı kaçtır?
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

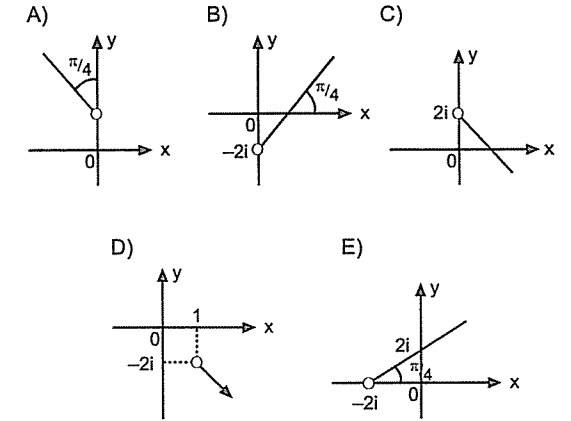
22. 
Yandaki noktalardan hangisinin kutupsal koordinatları $(3, \frac{3\pi}{2})$ olabilir?
A) A B) B C) C D) D E) E

23. $z = x + yi$ olmak üzere, $2 - i - z = 5 + i$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının argümanı α ise, $\cot \alpha$ değeri kaçtır?
A) $\frac{3}{2}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{3}{2}$

24. $z = -2i$ karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $4\text{cis}\frac{3\pi}{2}$ B) $2\text{cis}\frac{3\pi}{4}$ C) $2\text{cis}\frac{\pi}{2}$
D) $2\text{cis}\frac{3\pi}{2}$ E) $\text{cis}\frac{3\pi}{2}$

25. Kutupsal koordinatları $(2, \frac{3\pi}{4})$ olan karmaşık sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $1 - \sqrt{3}i$ B) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ C) $-\sqrt{2} + \sqrt{2}i$
D) $1 + 2i$ E) $-\sqrt{2} - \sqrt{2}i$

26. $\arg(z + 2i) = \frac{\pi}{4}$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



27. $z = \sin 50^\circ + (1 + \cos 50^\circ)i$ karmaşık sayısının esas argümanı kaç derecedir?
A) 60 B) 65 C) 70 D) 75 E) 80

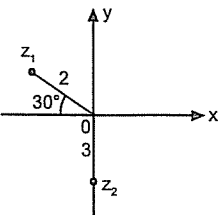
28. $z_1 = 4\text{cis}\frac{\pi}{12}$
 $z_2 = 4\text{cis}\frac{7\pi}{12}$ olduğuna göre, $z_1 - z_2$ farkının reel kısmı kaçtır?
A) $2\sqrt{6}$ B) $-2\sqrt{2}$ C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
D) $-2\sqrt{6}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

29. $z = 2\text{cis}\frac{\pi}{6}$
 $w = \text{cis}\pi$ olduğuna göre, $z + w$ toplamının sanal kısmı kaçtır?
A) $\sqrt{5}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

30. $z_1 = \cos 100^\circ + i\sin 100^\circ$
 $z_2 = 3(\cos 20^\circ + i\sin 20^\circ)$ olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1}{2} - \sqrt{3}i$ B) $\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ C) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$
D) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ E) $-\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

31. $\frac{(\cos 50^\circ + i \sin 50^\circ)(\sin 10^\circ + i \cos 10^\circ)}{\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $1+i$ B) 1 C) i D) -1 E) $-i$

32. $z = 1 - \sqrt{3}i$ olduğuna göre, $\frac{z^{10}}{2^9}$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $-1 + \sqrt{3}i$ B) $1 - \sqrt{3}i$ C) $1 + \sqrt{3}i$
D) $-1 - \sqrt{3}i$ E) $1 + \sqrt{2}i$

33.  Yandaki şekilde z_1, z_2 karmaşık sayıları veriliyor.
Buna göre, $z_1^2 \cdot z_2$ çarpımının reel kısmı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $-\sqrt{3}$ B) $-2\sqrt{3}$ C) $-5\sqrt{2}$ D) $-6\sqrt{3}$ E) -12

34. z_1 ve z_2 karmaşık sayı olmak üzere,
 $\arg(z_1 z_2^2) = 210^\circ$
 $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = 75^\circ$
 $|z_1| = |z_2| = 2$
olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $2\text{cis}165^\circ$ B) $4\text{cis}140^\circ$ C) $4\text{cis}165^\circ$
D) $2\text{cis}160^\circ$ E) $8\text{cis}160^\circ$

35. $z^{-1} = \frac{1}{3} \text{cis} \frac{2\pi}{3}$ olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir? (Yol Gösterme: $(z^{-1})^{-1} = z$ dir.)
A) $2\text{cis} \frac{4\pi}{3}$ B) $\frac{1}{3} \text{cis} \frac{4\pi}{3}$ C) $\text{cis} \frac{4\pi}{3}$
D) $3\text{cis} \frac{2\pi}{3}$ E) $3\text{cis} \frac{4\pi}{3}$

36. $z = -1 + i$ olduğuna göre, $\bar{z}$ karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\sqrt{2}\text{cis} \frac{7\pi}{8}$ B) $\sqrt{2}\text{cis} \frac{7\pi}{8}$ C) $\sqrt{2}\text{cis} \frac{7\pi}{4}$
D) $\sqrt{2}\text{cis} \frac{5\pi}{8}$ E) $\text{cis} \frac{7\pi}{8}$

37. $z = 12 + 16i$ karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $4 + 2i$ B) $4 - 2i$ C) $3 + 2i$ D) $3 - 2i$ E) $4 + i$

38. z karmaşık sayı olmak üzere,
 $z = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ denkleminin küp köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\sqrt[3]{2}\text{cis} \frac{\pi}{6}$ B) $\sqrt[3]{2}\text{cis} \frac{\pi}{4}$ C) $2\text{cis} \frac{\pi}{4}$
D) $2\text{cis} \frac{7\pi}{4}$ E) $\sqrt[3]{2}\text{cis} \frac{7\pi}{4}$

39. Aşağıdakilerden hangisi $z^4 = 81i$ sayısının köklerinden biri değildir?
A) $3\text{cis} \frac{\pi}{8}$ B) $3\text{cis} \frac{5\pi}{8}$ C) $3\text{cis} \frac{9\pi}{8}$
D) $3\text{cis} \frac{13\pi}{8}$ E) $3\text{cis} \frac{15\pi}{8}$

40. $z = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde 45° döndürülmesiyle oluşan karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2 + i$ B) -2 C) 2 D) $2 - i$ E) $1 + i$

KONU TESTİ - 1

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,
 $P(x) = 3x^5 - 2x^3 + x^2 + 1$ olduğuna göre, $P(-i)$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-5i$ B) $-4i$ C) $-i$ D) $3i$ E) $5i$
2. x ve y reel sayı olmak üzere,
 $z_1 = -2 + 3i$
 $z_2 = 3 + \sqrt{-4}$
 $z_3 = x + 2 + (y - 1)i$ karmaşık sayıları veriliyor.
 $2z_1 - z_2 = z_3$ olduğuna göre, $y - x$ farkı kaçtır?
A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 14
3. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,
 $(1+i)(1-i)(1+3i)(1-3i)$ çarpımının değeri kaçtır?
A) 21 B) 20 C) 19 D) 18 E) 17
4. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,
 $\frac{1-i}{1+i} - \frac{1+i}{1-i}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $-2 + i$ B) $-i$ C) $-2i$ D) i E) $2i$
5. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,
 $(1-i)(1+i)(1-i^2)(1+i^2)(1-i^3)(1+i^3)(1-i^4)(1+i^4)$ çarpımının değeri kaçtır?
A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

6. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,
 $z = \frac{2-i}{1+i}$ olduğuna göre, $(\bar{z} + i.z)$ sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $1-i$ B) $2-2i$ C) $1+2i$ D) $2+2i$ E) $2+i$
7. $z_1 = -1+i$
 $z_2 = 3+4i$
 $z_3 = -3i$ olduğuna göre, $\frac{z_1^2 \cdot z_2}{z_3}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{10}{3}$ B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) 2 E) $\frac{3}{2}$
8. $z_1 = 3 - i$ ve $z_2 = 1 + 3i$ olduğuna göre, z_1 ve z_2 karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?
A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{5}$ D) 5 E) 10
9. z karmaşık sayı olmak üzere,
 $(1-2i).z = 1 - i.\bar{z}$ olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1}{4} + \frac{1}{3}i$ B) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$ C) $1+i$
D) $2+i$ E) $4+4i$
10. Karmaşık düzlemde $z = \frac{1-i}{3+4i}$ olduğuna göre, $|z^{-1}|$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $5\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$
D) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

11. $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ karmaşık sayısının kutupsal gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6}$ B) $\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6}$
C) $2 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right)$ D) $2 \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right)$
E) $\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$

12. $|z + i - 2| = 3$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$ B) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$
C) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$ D) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 0$
E) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$

13. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ olduğuna göre, z^6 aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $1 + i$ B) 1 C) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
D) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ E) $1 + \sqrt{3}i$

14. $i = \sqrt{-1}$ ve m, n reel sayı olmak üzere,

$x^2 - (m - 1)x + 2n + 2 = 0$ denkleminin köklerinden biri $-2i$ olduğuna göre, $m - n$ farkı aşağıdakilerden hangisidir?

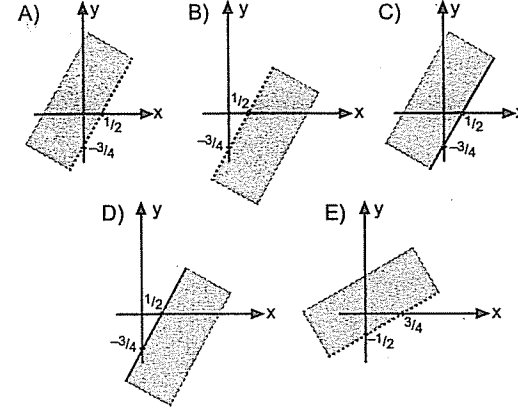
A) -1 B) 0 C) 3 D) 4 E) 5

15. $z = 1 + \sqrt{3}i$ karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\text{cis} \frac{\pi}{3}$ B) $2\text{cis} \frac{\pi}{6}$ C) $\sqrt{2}\text{cis} \frac{\pi}{4}$
D) $\sqrt{2}\text{cis} \frac{\pi}{3}$ E) $\sqrt{2}\text{cis} \frac{\pi}{6}$

16. $|z + 1 - i| < |z - 2 + i|$

eşitsizliğini sağlayan z karmaşık sayılarının görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?



17. $\frac{(\cos 38^\circ + i \sin 38^\circ) \cdot (\cos 31^\circ + i \sin 31^\circ)}{(\cos 9^\circ + i \sin 9^\circ)}$

karmaşık sayısının standart biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ B) $\frac{1}{2} + \sqrt{3}i$ C) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
D) $1 + \sqrt{3}i$ E) $\sqrt{3} + i$

18. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = 1 - i$ karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde 120° döndürülmesiyle oluşan sayı z_1 , negatif yönde 210° döndürülmesiyle oluşan sayı z_2 dir.

Buna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) $-2i$ C) -1 D) $-i$ E) $2i$

19. $\arg(z + 3i) = \frac{3\pi}{4}$ ve $\arg(z - 5i) = \frac{5\pi}{4}$

olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 + 3i$ B) $3 - i$ C) $-3 + i$ D) $-4 + i$ E) $4 - i$

20. Analitik düzlemde, $|z - 2 - i| = 2$ çemberi üzerinde bir A noktası ve $|z + 3i| = 3$ çemberi üzerinde bir B noktası veriliyor.

Buna göre, A noktası ile B noktası arasındaki uzaklık en fazla kaç birim olur?

A) 10 B) 8 C) $5\sqrt{5} + 2$
D) $3 + 4\sqrt{5}$ E) $5 + 2\sqrt{5}$

KONU TESTİ - 2

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$(1 + i)^4 - (1 - i)^4$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $-2 + i$ B) $-2i$ C) 0 D) $2i$ E) $2 + i$

2. $i = \sqrt{-1}$ ve n doğal sayı olmak üzere,

$$\frac{i^{8n+2} - 1}{1 - i^{12n+6}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

3. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$z = \frac{(1 + i)^{2006}}{(1 - i)^{2004}}$ olduğuna göre, $\text{Re}(z) - \text{Im}(z)$ farkı kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

4. Karmaşık düzlemde $A(2 + 3i)$, $B(-1 - 2i)$, $C(5 + 4i)$ noktaları veriliyor.

A'nın [BC] nin ortasına olan uzaklığı kaç birimdir?

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) 3 D) $2\sqrt{5}$ E) 4

5. $z = 4(\cos 60^\circ - i \sin 60^\circ)$ karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4\text{cis} \frac{5\pi}{3}$ B) $\text{cis} \frac{5\pi}{3}$ C) $2\text{cis} \frac{2\pi}{3}$
D) $4\text{cis} \frac{11\pi}{6}$ E) $2\text{cis} \frac{11\pi}{6}$

6. $z = 3\text{cis} \frac{\pi}{2}$ olduğuna göre, z^{14} ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-3^{14}i$ B) -2^{14} C) -3^{14} D) 3^{14} E) $3^{14}i$

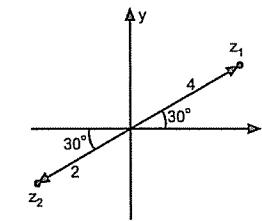
7. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + \dots + i^{2006}$$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-1 + i$ B) $-2 - i$ C) $1 - i$ D) $1 + i$ E) $-1 - i$

- 8.



Karmaşık düzlemde verilen z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için $\frac{z_1}{z_2}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\text{cis} \frac{11\pi}{6}$ B) $\text{cis} \frac{\pi}{3}$ C) $2\text{cis} \frac{5\pi}{6}$
D) $2\text{cis} \frac{7\pi}{4}$ E) $2\text{cis} \frac{11\pi}{6}$

9. $z - 2 + 3i = 2$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının argümenti α olduğuna göre, $\sin \alpha$ değeri kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{3}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{4}{3}$

10. $z = \text{cis} \frac{3\pi}{2}$ karmaşık sayısının küp köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 B) $-i$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$
D) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ E) $1 - i$

11. z karmaşık sayı olmak üzere,
 $|z + i| - 1 + z = 8 + 2i$ olduğuna göre, z karmaşık sayılarının eşleniğinin sanal kısmı kaçtır?
 A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

12. $C \rightarrow C$ ye
 $f: z \rightarrow z - i$
 $g: z \rightarrow |2z - \bar{z}|, i$ fonksiyonları tanımlanıyor.
 Buna göre, $(g \circ f)(1 + 2i)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $3i$ B) $\sqrt{10}i$ C) $4i$ D) $\sqrt{21}i$ E) $10i$

13. $z = 2\text{cis}\frac{2\pi}{3}$ karmaşık sayısı veriliyor.
 Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
 A) $z = -1 + \sqrt{3}i$ biçiminde yazılabilir.
 B) Kareköklerinden bir tanesi $\sqrt{2}\text{cis}\frac{\pi}{3}$ tür.
 C) Küpköklerinden bir tanesi $\sqrt[3]{2}\text{cis}\frac{2\pi}{9}$ dur.
 D) Kareköklerinden bir tanesi $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}i$ dir.
 E) Küpköklerinden bir tanesi $\sqrt[3]{2}\text{cis}20^\circ$ dir.

14. A, B, C bir üçgenin iç açılarının ölçüleri olmak üzere,
 $z_1 = \cos A + i \sin A$
 $z_2 = 2(\cos B + i \sin B)$
 $z_3 = 5(\cos C + i \sin C)$
 olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?
 A) -2 B) -4 C) -6 D) -10 E) -12

15. $x^2 - (4 - i)x + 10 - 2i = 0$ denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $2 - 3i$ B) 3 C) $-2i$ D) $5 - i$ E) $1 - 2i$

16. $\sqrt{2} \leq |z - 2| \leq \sqrt{5}$
 eşitsizliğini sağlayan z karmaşık sayılarının görüntü kümesinin alanı kaç π birim karedir?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

17. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
 A) $\arg(z) = \frac{\pi}{6}$ ise $\arg(2 \cdot z^3) = \frac{\pi}{2}$ dir.
 B) $\arg\left(\frac{1}{i}\right) = \frac{3\pi}{2}$
 C) $z_1 = \text{cis}\frac{\pi}{4}$ ve $z_2 = \text{cis}\frac{\pi}{12}$ ise, $\arg(z_1 \cdot z_2^3) = \frac{\pi}{2}$ dir.
 D) $\frac{-\cos 100^\circ + i \sin 280^\circ}{\sin 80^\circ + i \sin 170^\circ} = -i$
 E) $\frac{[2(\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ)]^3 [2(\cos 5^\circ + i \sin 5^\circ)]^5}{[2(\cos 13^\circ + i \sin 13^\circ)]^7} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

18. $|z - \sqrt{3} - i| = 1$
 olmak üzere, $|z|$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

19. $z^3 + 2z^2 + kz + 8 = 0$ denkleminin bir kökü $\frac{1+i}{i}$ olduğuna göre, k nın değeri kaçtır?
 A) -2 B) -4 C) -6 D) -8 E) -10

20. $|z_1 - 1 + 2i| = 3$
 $|z_2 + 2 + 6i| = 3$
 olduğuna göre, $|z_1 - z_2|$ nin en büyük değeri kaçtır?
 A) 2 B) 8 C) 11 D) 13 E) 15

1. $1 + i$ kompleks sayısının $1 - i$ kompleks sayısına bölümü nedir? (Kompleks sayı: karmaşık sayı)
 A) 0 B) $-i$ C) -1 D) i E) 1
 (1970)

2. $\frac{2-i}{2+i}$ kesrinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ B) $\frac{5}{3} - \frac{4}{3}i$ C) $\frac{3}{5} - \frac{2}{5}i$
 D) $-\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$ E) -1
 (1971)

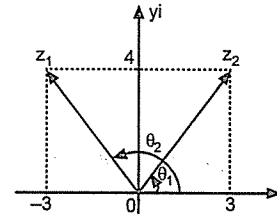
3. $1 + 2i$ kompleks sayısının $1 - 2i$ kompleks sayısına bölümü nedir?
 A) -2 B) $\frac{3}{5} - \frac{2}{5}i$ C) $-\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$
 D) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5}i$ E) $\frac{2}{5} + \frac{5}{3}i$
 (1973)

4. Köklerinden biri 3, diğer ikisi $2 + i$, $2 - i$ kompleks (karmaşık) sayıları olan denklem, aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $x^3 - 7x^2 + 17x - 15 = 0$ B) $x^3 - 3x^2 - 7x + 21 = 0$
 C) $x^3 - 3x^2 + 7x + 21 = 0$ D) $x^3 - 27 = 0$
 E) $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$
 (1973)

5. $\frac{1}{4-3i}$ sayısının eşleniğinin sanal kısmı aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 3 B) $\frac{3}{25}$ C) $-\frac{3}{25}$ D) $-3i$ E) $3i$
 (1974)

6. $z = i + \sqrt{3}$ sayısının kutupsal koordinatlarda ifadesi hangisidir?
 A) $\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$ B) $\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$
 C) $\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ D) $2\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$
 E) $2\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$
 (1974)

7. $z = 3\sqrt{3} - 3i$ karmaşık (kompleks) sayısı için z^6 nedir?
 A) 36^3 B) -36^3 C) $36^{3,3}$ D) $-36^{3,3}$ E) 0
 (1975)

8. Yandaki grafikte gösterilen z_1 ve z_2 karmaşık (kompleks) sayılarının çarpımlarının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

 A) $7[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$ B) $-8i$
 C) $12[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$ D) 12
 E) -25
 (1976)

9. $z = a + i(a + 1), a \in \mathbb{R}$ ve $|z + i \cdot \bar{z}| = \sqrt{2}$ ise, a kaçtır?
 A) -3 B) -2 C) 0 D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$
 (1977)

10. $3 + 2i$ karmaşık sayısının çarpmaya göre tersi, aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $2 + 3i$ B) $-3 - 2i$ C) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}i$
 D) $\frac{3}{13} - \frac{2}{13}i$ E) $5i$
 (1978)

11. $z = -1 + \sqrt{3}i$ karmaşık sayısının eşleniği $\bar{z}$ ile gösterildiğine göre, aşağıdakilerden hangisi $\bar{z}$ nin bir kareköküdür?
 A) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{3} - i \sin\frac{\pi}{3}\right)$ B) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{4\pi}{3} - i \sin\frac{4\pi}{3}\right)$
 C) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i \sin\frac{2\pi}{3}\right)$ D) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{2\pi}{3} - i \sin\frac{2\pi}{3}\right)$
 E) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right)$
 (1979)

12. $z = \frac{1+ix}{1-ix}$ ($i^2 = -1$)
olduğuna göre, $|z|$ nin değeri nedir?
A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$
(ÖYS 1981)

13. $(2-i)z = 1 - \bar{z}$ eşitliğini sağlayan, z karmaşık sayısı
aşağıdakilerden hangisidir? ($\bar{z}$, z nin eşleniğidir.)
A) $\frac{1}{3}(1+i)$ B) $\frac{1}{4}(1+i)$ C) $\frac{1}{2} - 2i$
D) $1 + \frac{1}{3}i$ E) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}i$
(ÖYS 1983)

14. $\frac{3-2i}{1-i}$ sayısının sanal kısmı kaçtır?
A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{13}$
(ÖYS 1984)

15. $\frac{1}{1+i} + a + bi = 1 - i$
olduğuna göre, $a + b$ nin değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
(1985)

16. $i^2 = -1$ olduğuna göre, $(1+i)(1+i^3)(1+i^5)$ işleminin sonucu nedir?
A) 3 B) 1 C) 0 D) -1 E) -3
(ÖYS 1988)

17. $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$
karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir? ($i^2 = -1$)
A) $9\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ B) $3\left(\cos\frac{7\pi}{3} + i\sin\frac{7\pi}{3}\right)$
C) $3\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ D) $3\left(\cos\frac{11\pi}{6} + i\sin\frac{11\pi}{6}\right)$
D) $3\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$
(ÖYS 1989)

18. $(1+i)^5 + (1-i)^5$ toplamı kaçtır? ($i^2 = -1$)
A) -8 B) -5 C) 0 D) 5 E) 8
(ÖYS 1989)

19. $z = 3 + 2i$ ve $\bar{z} = 3 - 2i$ olduğuna göre,
 $\left(\frac{z+\bar{z}}{z-\bar{z}}\right)^4$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\frac{81}{16}$ B) $-\frac{81}{16}$ C) $-\frac{81}{16}i$ D) $\frac{81}{16}i$ E) $\frac{1}{2}$
(ÖYS 1990)

20. $i^2 = -1$ olduğuna göre, $(1+i)(1+i^3)(1+i^5)(1+i^7)$ çarpımı
aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) 2 B) 4 C) $1+i$ D) $1-i$ E) $4i$
(ÖYS 1991)

21. Karmaşık düzlemde $A(4+6i)$, $B(-2-i)$, $C(4+5i)$ noktaları veriliyor.
 A nın $[BC]$ nin ortasına olan uzaklığı kaç birimdir?
A) 5 B) 4 C) 3 D) $3\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{3}$
(ÖYS 1991)

22. $i^2 = -1$ olduğuna göre, $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{20}$ sayısı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-2i$ B) $-i$ C) -1 D) 1 E) $2i$
(ÖYS 1992)

23. Karmaşık düzlemde $z = 3 - i$ olduğuna göre, $|z^{-1}|$ kaçtır?
A) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B) $\frac{\sqrt{10}}{20}$ C) $\frac{\sqrt{15}}{20}$ D) $\frac{\sqrt{15}}{30}$ E) $\frac{\sqrt{10}}{50}$
(ÖYS 1993)

24. Karmaşık düzlemde $(\cos x + i\sin x)^2 = \cos^2 x + i\sin^2 x$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi x in değerlerinden biridir?
A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π
(ÖYS 1993)

25. $|z+2-i| = 10$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 16$ B) $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 64$
C) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 100$ D) $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 81$
E) $(x-4)^2 + (y+4)^2 = 121$
(ÖYS 1994)

26. $i = \sqrt{-1}$ ve n pozitif tamsayı olmak üzere,
 $\frac{i^{8n-1} + i^{4n}}{i^{4n-1}}$ ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) i B) $i+1$ C) $i-1$ D) 1 E) $2i$
(ÖYS 1995)

27. $z = x + iy$ ve $|z| = |z-2|$ olduğuna göre, z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) Gerçel eksene dik bir doğru
B) Sanal eksene dik bir doğru
C) 2 birim çaplı bir çember
D) Bir elips
E) Bir parabol
(ÖYS 1995)

28. $z - 5 - i = 1$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayısının argümenti θ olduğuna göre, $\tan\theta$ kaçtır?
A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{6}$ E) 1
(ÖYS 1996)

29. $z = 2 + 4i$ ve $u = 3i$ karmaşık sayılar olduğuna göre, $\frac{\bar{z} \cdot u}{6+3i}$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) -2 B) -1 C) 2 D) $\frac{1+2i}{3}$ E) $\frac{1-2i}{3}$
(ÖYS 1997)

30. $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$
olduğuna göre, z^9 aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $-i$ B) 1 C) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
D) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$
(ÖYS 1998)

31. $|z| + z = 3 - 2i$
eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{3}{5} - 2i$ B) $\frac{5}{6} - 2i$ C) $\frac{3}{4} + 2i$
D) $\frac{2}{3} - 3i$ E) $\frac{3}{5} + 3i$
(ÖSS 2006 II)

32. Karmaşık sayılar kümesi üzerinde $*$ işlemi,
 $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 + |z_1 \cdot z_2|$
biçiminde tanımlanıyor.
Buna göre, $(1-2i) * (2+i)$ işleminin sonucu nedir?
A) $1+8i$ B) $1-8i$ C) $8+i$
D) $8-i$ E) $2-i$
(ÖSS 2007 II)

33. z_1 ve z_2 karmaşık sayıları $z^2 = i$ denkleminin kökleridir. Karmaşık düzlemde z_1 ve z_2 noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4
(ÖSS 2008 II)

4. $z = \frac{\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ}{\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ}$
karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{3}+i}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}-i}{2}$ C) 1
D) $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$

(ÖSS 2009 II)

35. Karmaşık sayılar düzleminde

$$|z - 1| = |z + 2|$$

denklemini aşağıdakilerden hangisini belirtir?

- A) $x = 1$ doğrusu
B) $x = \frac{-1}{2}$ doğrusu
C) $x = 2$ doğrusu
D) $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ çemberi
E) $x^2 + (y + 2)^2 = 1$ çemberi

(LYS 2010)

36. $\bar{z}$ ile z 'nin eşleniği gösterildiğine göre, $z = 2 + i$ karmaşık sayısı için

$$\frac{z}{\bar{z} - 1}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ B) $\frac{2}{3} - \frac{3}{2}i$ C) $1 + 3i$
D) $2 - 3i$ E) $3 + i$

(LYS 2010)

37. $z = 1 + i\sqrt{3}$

karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$
B) $2\left(\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6}\right)$
C) $2\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$
D) $4\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$
E) $4\left(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}\right)$

(LYS 2010)

kareköt

38. b ve c gerçel sayılar olmak üzere, $P(x) = x^2 + bx + c$ polinomunun bir kökü $3 - 2i$ karmaşık sayısıdır.

Buna göre, $P(-1)$ kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 20 D) 25 E) 30

(LYS 2010)

39. Baş katsayısı 1 olan $-i$ ve $2i$ karmaşık sayılarını kök kabul eden dördüncü dereceden gerçel katsayılı $P(x)$ polinomu için $P(0)$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

(LYS 2011)

40. $z = a + bi$ ($b \neq 0$) ve $w = c + di$ karmaşık sayıları için $z + w$ toplamı ve $z \cdot w$ çarpımı birer gerçel sayı olduğuna göre,

I. z ve w birbirinin eşleniğidir.

II. $z - w$ gerçeldir.

III. $z^2 + w^2$ gerçeldir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

(LYS 2011)

41. $\bar{z}$ ile z 'nin eşleniği gösterildiğine göre $z^2 = \bar{z}$ eşitliği ni sağlayan ve argümenti $\frac{\pi}{2}$ ile π arasında olan sıfırdan farklı z karmaşık sayısı nedir?

- A) $\frac{-1}{2} + (\sqrt{3})i$ B) $\frac{-1}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)i$ C) $\frac{-\sqrt{2}}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)i$
D) $\frac{-\sqrt{2}}{2} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)i$ E) $\frac{-\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)i$

(LYS 2011)

BÖLÜM 41

Logaritma

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. log fonksiyonunu tanımlar.
2. Logaritmik denklemleri çözer.
3. Logaritmik denklemleri logaritmanın tanımını bir kaç kez kullanarak çözer.
4. Logaritmik fonksiyonların en geniş tanım aralığını bulur.
5. $\log_a a = 1$ ve $\log_a 1 = 0$ eşitliklerini kavrar.
6. $\log_a b^m = \frac{m}{n} \log_a b$ özelliğini kavrar.
7. Altıncı köşetaşındaki özelliği detaylandırır.
8. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$ ve $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$ özelliklerini kavrar.
9. Sekizinci köşetaşındaki özelliği detaylandırır.
10. Sekizinci köşetaşındaki özelliği detaylandırır.
11. Sekizinci köşetaşındaki özelliği taban ilişkisi ile detaylandırır.
12. Bir sayının logaritmasını hesaplar.
13. Sekizinci köşetaşındaki özellik yardımıyla denklem çözer.
14. Taban değişimi yapar.
15. Taban değişimi yaparak bir sayının logaritmasını hesaplar.
16. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ özelliğini kavrar.
17. Onaltıncı köşetaşındaki özelliği detaylandırır.
18. Onaltıncı köşetaşındaki özelliği detaylandırır.
19. $a^{\log_a b} = b$ özelliğini kavrar.
20. $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ özelliğini kavrar.
21. İkinci dereceden denklem yardımıyla logaritmik denklemleri çözer.
22. Üstel fonksiyonların grafiklerini çizer.
23. Logaritmik fonksiyonların grafiklerini çizer.

köşetaşı

Aşağıdaki denklemlerin çözümünü bulunuz.

1) $x = 3^2$, 2) $x^3 = 11$ 3) $3^x = 10$

açıklamalı çözüm

1) $x = 3^2$ denklemini çözmek için üs alma işlemi yapılır.

$$x = 3^2 = 3.3 = 9$$

2) $x^3 = 11$ denklemini çözmek için kök alma işlemi yapılır.

$$x^3 = 11 \Rightarrow \sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{11} \Rightarrow x = \sqrt[3]{11}$$

3) $3^x = 10$ denklemini hemen çözemiyoruz değil mi?

x in değerini bulmak için yeni bir işlem tanımlamalıyız.

Üs olarak verilen değeri bulmaya “logaritma işlemi” denir. “3 sayısının hangi kuvveti 10 eder.” şeklinde düşündüğümüz ifadeyi $\log_3 10$ şeklinde yazarız.Kısaca, $y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y$ dir. (y nin a tabanına göre logaritması x tir.)

Örneğin; $2^x = 5 \Rightarrow x = \log_2 5$
 $3^a = 4 \Rightarrow a = \log_3 4$ tür.

I. Bölümdeki ifadelerin değerlerini veren denklemleri II. Bölümde gösteriniz.

I. Bölüm

II. Bölüm

1) 2 nin 5 inci kuvveti kaçtır?

A) $x = \log_9 27$

2) Hangi sayının karesi 9 dur?

B) $x^2 = 9$

3) 5 sayısının hangi kuvveti 2 dir?

C) $\log_a(0,5) = -2$

4) 27 nin 9 tabanındaki logaritması kaçtır?

D) $x = 2^5$

5) 2 tabanındaki logaritması 3 olan sayı kaçtır?

E) $5^a = 2$

6) 0,5 in hangi tabandaki logaritması -2 dir?

F) $\log_x \left(\frac{1}{243} \right) = -5$

7) $\frac{1}{243}$ ün hangi tabandaki logaritması -5 tir?

G) $\log_2 x = 3$

24. Logaritmik fonksiyonların terslerini bulur.
25. Logaritmik denklemleri $\log_a(x.y) = \log_a x + \log_a y$ bağıntısı yardımıyla çözer.
26. Logaritmik ve üstel denklemleri II. dereceden denklem yardımıyla çözer.
27. Logaritmik denklemleri her iki tarafın logaritmasını alarak çözer.
28. Logaritmik eşitsizlikleri çözer.
29. Logaritmik değerleri sıralar.
30. Logaritmik değerleri içeren geometri sorularını çözer.
31. $y = \frac{k}{x}$ eğrisi altındaki alanı hesaplar.
32. Bir sayının basamak sayısını logaritmasını alarak bulur.

köşetaşı

Aşağıdaki denklemlerin köklerini bulunuz.

- 1) $5^{-x+1} = 2$ 2) $\log_2 x = 3$ 3) $\log_{\frac{1}{2}} 32 = m$

açıklamalı çözüm

1) $5^{-x+1} = 2$

$5^{-x} \cdot 5 = 2$

$5^{-x} = \frac{2}{5} \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^x = \frac{2}{5} \Rightarrow x = \log_{\frac{1}{5}} \frac{2}{5}$

2) $\log_2 x = 3 \Leftrightarrow x = 2^3$

3) $\log_{\frac{1}{2}} 32 = m \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^m = 32 \Rightarrow 2^{-m} = 2^5 \Rightarrow m = -5$

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $3^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_3 2$
 B) $5^{-x} = 3 \Leftrightarrow x = \log_{\frac{1}{3}} 3$
 C) $2^{x+1} = 5 \Leftrightarrow x = \log_2 \frac{5}{2}$
 D) $3^{-x} - 2 = 5 \Leftrightarrow x = -\log_3 7$
 E) $5^{1-x} = 2 \Leftrightarrow x = \log_3 \frac{2}{3}$

2. $a = \log_2 64$

$b = \log_3 \left(\frac{1}{81}\right)$

$c = \log_{\frac{1}{5}} 25$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 0 D) -2 E) -6

3. $\log_5 x = 3$ ve $\log_{\sqrt{3}} y = 4$

olduğuna göre, $x - y$ farkı kaçtır?

- A) 116 B) 110 C) 100 D) 92 E) 80

4. $\log_x (0,001) = -3$

$\log_y 64 = -3$

$\log_{\frac{1}{8}} z^3 = -1$

olduğuna göre, $x \cdot y \cdot z$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

5. $x = \log_{12} 5$ olduğuna göre, $\frac{2^{2x+1}}{3^{1-x}}$ ifadesinin sayısal değeri kaçtır?

- A) 5 B) $\frac{9}{2}$ C) 4 D) $\frac{10}{3}$ E) 3

(sorunun yeri doğru, logaritmanın tanımından çözünüz.)

6. $\log_a 8 = 3$, $\log_b 16 = 2$ ve $\log_c 2 = 6$

olduğuna göre, $\frac{a^2 \cdot \sqrt{b}}{c^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $5\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

köşetaşı

1) $\log_2 (\log_5 (\log_3 (x-1))) = 1$ ise, x kaçtır?

2) $\log_2 (4 \cdot 2^{x+1}) = 2x+1$ ise, x kaçtır?

açıklamalı çözüm

1) $\log_2 (\log_5 (\log_3 (x-1))) = 1 \Leftrightarrow \log_5 (\log_3 (x-1)) = 2^1 = 2$
 $\Rightarrow \log_3 (x-1) = 5^2 = 25$
 $\Rightarrow x-1 = 3^{25} \Rightarrow x = 3^{25} + 1$

2) $\log_2 (4 \cdot 2^{x+1}) = 2x+1 \Leftrightarrow 2^{2x+1} = 4 \cdot 2^{x+1}$
 $\Rightarrow 2^{2x+1} = 2^{x+3}$
 $\Rightarrow 2x+1 = x+3 \Rightarrow x = 2$

1. $\log_3 (\log_2 (2x-1)) = 1$
 olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 4 B) $\frac{9}{2}$ C) 5 D) $\frac{11}{2}$ E) 6

2. $\log_2 [1 + \log_3 (x-1)] = 2$
 olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 10 B) 16 C) 20 D) 24 E) 28

3. $\log_3 (3 \log_2 (2 \log_4 (x-2))) = 1$
 olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $\log_3 (27 \cdot 3^{x-1}) = 3x - 1$
 olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{9}{2}$ B) 3 C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 1

5. $\log_{\frac{1}{3}} (1 - \log_2 x) = 1$
 olduğuna göre, x^6 değeri kaçtır?

- A) 16 B) 4 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

6. $\log_{\frac{1}{25}} (125 \cdot (625)^{x+1}) = 3$
 olduğuna göre, $8x+5$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -21 B) -15 C) -10 D) -8 E) -2

köşetaşı

$f(x) = \log_{(x+1)} (-x^2 - x + 6)$ fonksiyonunun tanımlı olduğu kaç farklı tamsayı değeri vardır?

açıklamalı çözüm

$f(x) = \log_{u(x)} h(x)$ fonksiyonunun tanımlı olması için $u(x) > 0$, $u(x) \neq 1$ ve $h(x) > 0$ olmalıdır.

$f(x) = \log_{(x+1)} (-x^2 - x + 6)$ fonksiyonunun tanımlı olması için $x + 1 > 0$, $x + 1 \neq 1$ ve $-x^2 - x + 6 > 0$ olmalı.

$-x^2 - x + 6 > 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 < 0 \Rightarrow (x+3)(x-2) < 0$
 $x + 1 > 0$ eşitsizlik sistemi çözülürse:

x	$-\infty$	-3	-1	2	$+\infty$
$(x+3)(x-2)$	+	0	-	0	+
$x+1$	-	-	0	+	+
SİSTEM					

$x \in (-1, 2)$, ancak 0 tabanı 1 yaptığından çözüm kümesine alınmaz. Fonksiyonu tanımlı yapan 1 tane tamsayı değeri vardır.

1. $f(x) = \log_x (25 - x^2)$ fonksiyonunun tanımlı olduğu kaç farklı x tamsayısı vardır?
 A) 9 B) 8 C) 5 D) 4 E) 3

2. $f(x) = \log_2(x+3) - 2\log_5(3-x) + \log_2(-x)$ fonksiyonunun tanımlı olduğu en geniş reel sayı aralığı aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $(-\infty, 0)$ B) $(-3, 0)$ C) $(-\infty, -3)$
 D) $(-3, 3)$ E) $(0, \infty)$

3. $f(x) = \log_{(x-3)} \sqrt{|x-1|-2}$ fonksiyonunun tanımlı olduğu en küçük x tamsayısı kaçtır?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. $\log_{(x-1)} \sqrt{2x^2 - 9x + 11} = 1$ olduğuna göre, x kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
 (Cevabınıza dikkat ediniz.)

5. $f(x) = \frac{2}{1 - \log_5(x^2 + 1)}$ fonksiyonunu tanımsız yapan x tamsayılarının çarpımı kaçtır?
 A) -4 B) -2 C) -1 D) 0 E) 3

6. $f(x) = \log_{(x^2-3)} \left(\frac{x^2-9}{x^2-25} \right)$ fonksiyonu kaç farklı tamsayı için tanımsızdır?
 A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 9

köşetaşı

Aşağıdaki ifadelerin değerlerini hesaplayınız.

- 1) $\log_3 3$ 2) $\log_5 1$ 3) $\log 10$ 4) $\ln e$

açıklamalı çözüm

$$\log_a a = 1$$

$$\text{ve } \log_a 1 = 0$$

- 1) $\log_3 3 = 1$
 2) $\log_5 1 = 0$ olur.
 3) Tabanı 10 olan logaritmaya “bayağı logaritma” denir ve $y = \log_{10} x = \log x$ şeklinde gösterilir.
 O halde, $\log 10 = \log_{10} 10 = 1$ olur. $\log 1 = 0$ dir.
 4) Tabanı e olan logaritmaya “doğal logaritma” denir ve $y = \log_e x = \ln x$ şeklinde gösterilir.
 O halde, $\ln e = \log_e e = 1$ olur.
 $\ln 1 = 0$ dir.

“e sayısı”

π gibi özel sayılardan biri de e sayısıdır. Bu sayıyı Euler’in bulduğu kabul edildiğinden anısına “Euler sayısı”, e harfiyle gösterilmektedir.

$x \in \mathbb{R}$ olmak üzere, x’in alacağı çok büyük ve çok küçük değerler için,

$\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ ifadesi 2, 71828182845...

sayısına yaklaşmaktadır. Bu değere e sayısı denmiştir.

$e = 2,718281828452353...$ irrasyonel sayıdır.

1. $\log_5 5 - 3\log 10$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

2. $3^x = 81$ olduğuna göre, $\log_4 x$ in değeri kaçtır?
 A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

3. $\log_2 m = -1$ olduğuna göre, $\log_m \frac{1}{2} + \log_m 1$ toplamının değeri kaçtır?
 A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

4. $\ln(\log 10) - \log(\ln e)$ farkının değeri kaçtır?
 A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

5. $A = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdots \tan 89^\circ$
 $B = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{19}\right)$
 olduğuna göre, $\ln A + \log B$ toplamı kaçtır?
 A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 1

6. $\log_2 a = \frac{1}{3}$ olduğuna göre, $\log_{\sqrt[3]{2}} a + \log_a \sqrt[3]{2}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

köşetaşı

Aşağıdaki ifadelerin değerlerini hesaplayınız.

- 1) $\log_3 \frac{1}{27}$ 2) $\ln \sqrt[3]{e}$ 3) $\log_8 2$ 4) $\log 100$

açıklamalı çözüm

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

ve

$$\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b$$

İSPATLAYALIM

$$\log_{a^m} b^n = x$$

$$\Rightarrow a^{mx} = b^n$$

$$\Rightarrow a^{\frac{mx}{n}} = b$$

$$\Rightarrow \log_a b = \frac{mx}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{n}{m} \log_a b = x$$

Buna göre,

$$1) \log_3 \frac{1}{27} = \log_3 3^{-3} = -3 \cdot \log_3 3 = -3$$

$$2) \ln \sqrt[3]{e} = \ln e^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \ln e = \frac{1}{3}$$

$$3) \log_8 2 = \log_{2^3} 2 = \frac{1}{3} \log_2 2 = \frac{1}{3}$$

$$4) \log 100 = \log 10^2 = 2 \log 10 = 2 \text{ bulunur.}$$

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\log \frac{1}{100} = -2$ B) $\ln e^3 = 3$ C) $\log_{\left(\frac{1}{3}\right)} \left(\frac{1}{3}\right) = 1$
D) $\log_{\frac{1}{2}} 1 = 0$ E) $\log_{\sqrt{3}} 3 = \frac{1}{2}$

2. $a = \log_3 \sqrt[3]{9}$ ve $b = \ln \sqrt[4]{e^3}$ olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

3. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $2 \log 3 = \log 9$ B) $\log 5 + \log \frac{1}{5} = 0$
C) $\log(\ln e) = 0$ D) $\log_4 3 = \log_2 \sqrt{3}$
E) $\log^2 5 = \log 25$

4. $m = \log_2 3$ olduğuna göre, $\log_{\frac{1}{8}} 81$ ifadesinin m türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{4m}{3}$ B) $-m$ C) $-\frac{3m}{4}$
D) $-\frac{m}{5}$ E) $-\frac{2m}{3}$

5. $A = \log_{\frac{1}{3}} 243 + \log_{\sqrt{5}} 5 - 3 \ln \sqrt[3]{e}$

$$B = \log_5 \sqrt{625} - 2 \ln(\log 10) + \log \sqrt{1000}$$

$$C = \log_2 \sqrt[3]{16} + \ln \frac{1}{\sqrt[3]{e}} - \log(0,001)$$

olduğuna göre, $A + B + C$ toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) 5

6. $\log a = 2,31$ olduğuna göre, $\log \sqrt[3]{a^2}$ değeri kaçtır?

- A) 1,72 B) 1,6 C) 1,54 D) 1,52 E) 1,48

köşetaşı

1) $a^4 = b$ olduğuna göre, $\log_b a^5$ değeri kaçtır?

2) $\log_5 \sqrt{5^3 \sqrt{5} \sqrt{5}}$ değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

1) $\log_b a^5$ de b yerine a^4 yazalım.

$$\log_{a^4} a^5 = \log_a a^5 = \frac{5}{4} \log_a a = \frac{5}{4} \text{ olur.}$$

$$2) \log_5 \sqrt{5^3 \sqrt{5} \sqrt{5}} = \log_5 \sqrt[2.3.2]{5^{3.2.5}} = \log_5 \sqrt[12]{5^6 \cdot 5^2 \cdot 5} \\ = \log_5 \sqrt[12]{5^9} = \log_5 5^{\frac{9}{12}} = \frac{9}{12} \log_5 5 = \frac{3}{4}$$

1. $x^3 = y$ olduğuna göre, $\log_y x^2$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

2. $y = \log_5 \left(\frac{1}{x}\right)$ ve $x = 5^4$ olduğuna göre, y değeri kaçtır?

- A) 1 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4

3.

$$a = \log_{27} \sqrt[4]{3 \sqrt{3}}$$

$$b = \ln \left(\sqrt[4]{e^3} \cdot \sqrt{e} \right)$$

$$c = \log_{0,2} \frac{729}{8}$$

olduğuna göre, $\log_{8(b-a)} \left(-\frac{1}{c} \right)$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{2}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) 1

4. $\log_a b = 2$ olduğuna göre,

$\log_{a^2} b^4 + \log_{a^2} \sqrt{b} - \log_{\frac{1}{a}} b^2$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{13}{6}$ B) 7 C) $\frac{43}{6}$ D) 8 E) $\frac{19}{2}$

5. $\log_b a = 3$

$$\ln b^2 = 4$$

olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisidir?

- A) e^3 B) e^4 C) e^5 D) e^6 E) e^7

6. $\log_5 \sqrt{23 + 2 \log_3 \sqrt{7 + \log 100}}$

değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

köşetaşı

- 1) $2\log_{24} 2 + \log_{24} 6$ toplamının değeri kaçtır?
 2) $\log_{xy} x^5 y^3 - \log_{xy} x^3 y$ farkının değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir çarpımın logaritması çarpanların logaritmaları toplamına eşittir.

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

1) $2\log_{24} 2 + \log_{24} 6 = \log_{24} 2^2 + \log_{24} 6 = \log_{24} 24 = 1$ olur.

Bir bölümünün logaritması, payın logaritmasından paydanın logaritmasının çıkarılmasına eşittir.

$$\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

2) $\log_{xy} x^5 y^3 - \log_{xy} x^3 y = \log_{xy} \frac{x^5 y^3}{x^3 y} = \log_{xy} (x^2 y^2) = \log_{xy} (xy)^2 = 2\log_{xy} (xy) = 2$

İSPATLAYALIM

$$\underbrace{\log_a x}_m + \underbrace{\log_a y}_n$$

$$= m + n$$

$$= (m + n) \log_a a$$

$$= \log_a a^{m+n}$$

$$= \log_a (a^m \cdot a^n)$$

$$= \log_a (x \cdot y)$$

1. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $\log(x + y) = \log x + \log y$ B) $\ln(x - y) = \ln x - \ln y$
 C) $\log(x - y) = \log \frac{x}{y}$ D) $\ln x^3 y^2 = 6 \ln xy$
 E) $\log_2 6 = 1 + \log_2 3$

2. $\log_3 5 + \log_3 10 + \log_3 \frac{27}{50}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

3. $A = \frac{\log_e 9 + \ln 9}{\log_e \frac{1}{3} - \ln 3 + \log_e \sqrt{3}}$

$$B = \frac{\log_{12} 64 + \log_{12} 9 + \log_{12} 36}{\log_5 250 - \log_5 2 - \log_5 25}$$

olduğuna göre, $\frac{A}{B}$ oranı kaçtır?

- A) 2 B) $-\frac{2}{3}$ C) -2 D) -3 E) -4

4. $A = \log(1,5) - \log(0,6) + \log(0,4)$

$$B = 24\log_{54} \sqrt[4]{3} + 12\log_{54} \sqrt[6]{2}$$

$$C = \log_{abc} a + \log_{abc} b + \log_{abc} c$$

olduğuna göre, $\log_b (A + C)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $\log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{99}{100}$ toplamının değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

6. $\log(a \cdot b) - \log\left(\frac{a}{b}\right) = 3$

olduğuna göre, b aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sqrt{10}$ B) 10 C) $10\sqrt{10}$
 D) 100 E) 1000

köşetaşı

$$\log_{10} 3 = a$$

$$\log_{10} 5 = b$$

olduğuna göre, $\log_{10} 75$ ifadesinin a ve b türünden değeri nedir?

açıklamalı çözüm

Sorulan ifadeyi verilenlere benzeterek yazmaya çalışalım:

$$\begin{aligned} \log_{10} 75 &= \log_{10} (25 \cdot 3) = \log_{10} (5^2 \cdot 3) \\ &= \log_{10} 5^2 + \log_{10} 3 = 2\log_{10} 5 + \log_{10} 3 \\ &= 2b + a \end{aligned}$$

1. $\log_5 2 = a$

$$\log_5 3 = b$$

olduğuna göre, $\log_5 108$ ifadesinin a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2a + b$ B) $2a + 3b$ C) $a + 3b$
 D) $6ab$ E) $6 + a + b$

2. $\log 3 \approx 0,477$

$$\log 5 \approx 0,699$$

olduğuna göre, $\log 75$ in yaklaşık değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1,875 B) 1,925 C) 2,312 D) 2,42 E) 2,599

3. $\ln 2 = x$, $\ln 3 = y$ ve $\ln 13 = z$

olduğuna göre, $\ln \frac{144}{169}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x + 2y - 2z$ B) $4x + y - z$ C) $3x + 2y - 2z$
 D) $4x + 3y - z$ E) $x + y - 2z$

4. $\log 1224 = a$, $\log 2 = b$ ve $\log 3 = c$

olduğuna göre, $\log 17$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - b - c$ B) $a - 2b - 3c$ C) $a - 3b - 2c$
 D) $a + 3b - 2c$ E) $a - b + c$

5. $\log(0,072) = x$ ve $\log 3 = y$ olduğuna göre, $\log 2$ ifadesinin x ve y türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x - 2y - 3}{3}$ B) $\frac{x - 3y + 2}{3}$ C) $\frac{x - 2y + 3}{2}$
 D) $x - 2y + 3$ E) $\frac{x - 2y + 3}{3}$

6. $\log_3 26! = a$ olduğuna göre, $\log_9 (27!)$ ifadesinin a türünden değeri nedir?

- A) $\frac{3a + 2}{3}$ B) $\frac{a + 3}{2}$ C) $\frac{a + 2}{3}$
 D) $\frac{2a + 3}{2}$ E) $\frac{2a + 1}{3}$

köşetaşı

$$\log(a + b) = \log a + \log b + 1$$

olduğuna göre, a'nın b türünden değeri nedir?

açıklamalı çözüm

$$\log(a + b) = \log a + \log b + 1$$

$$\log(a + b) = \log a + \log b + \log 10 \quad (\log 10 = 1)$$

$$\log(a + b) = \log(a \cdot b \cdot 10)$$

$$a + b = 10 \cdot a \cdot b \Rightarrow b = 10ab - a$$

$$\Rightarrow b = a(10b - 1)$$

$$\Rightarrow a = \frac{b}{10b - 1}$$

1. $\log(a + b) = \log a + \log b$ olduğuna göre, a'nın b cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{b}{b-1}$ B) $\frac{b}{1-b}$ C) $\frac{b}{b+1}$
D) $\frac{b}{2b+1}$ E) $\frac{b}{b+2}$

2. $\ln(a + b) = \ln a - \ln b$ olduğuna göre, a'nın b cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{b}{b-1}$ B) $\frac{b}{1-b}$ C) $\frac{2b}{b-1}$
D) $\frac{b^2}{b-1}$ E) $\frac{b^2}{1-b}$

3. $\log_2(a - b) = \log_2 a + \log_2 b$ olduğuna göre, b'nin a cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a}{a-1}$ B) $\frac{a}{1-a}$ C) $\frac{a}{a+1}$
D) $\frac{a}{a+2}$ E) $\frac{2a}{a+1}$

4. $\ln x + \ln y + \ln 2 = \ln(x + y + 2)$ olduğuna göre, y'nin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x+1}{x-1}$ B) $\frac{x+2}{2x-1}$ C) $\frac{x+3}{3x-1}$
D) $\frac{2x+1}{x-1}$ E) $\frac{2x+1}{x+1}$

5. $\log_3(a + b) = \log_3 a - \log_3 b - 2$ olduğuna göre, a'nın b cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{b^2}{1-9b}$ B) $\frac{9b}{9b-1}$ C) $\frac{9b}{1-9b}$
D) $\frac{9b^2}{1-9b}$ E) $\frac{9b^2}{9b-1}$

6. $2 \log m + \log(2n) = \log(2m + n)$ olduğuna göre, n'nin m cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2m}{2m^2-1}$ B) $\frac{m}{2m^2-1}$ C) $\frac{2m}{m^2-1}$
D) $\frac{m}{m^2-1}$ E) $\frac{2m}{m^2+1}$

köşetaşı

- 1) $\log 5 = a$ ise, $\log 2$ nin a cinsinden değerini bulunuz.

- 2) $\log_{12} 2 = x$ ise, $\log_{12} 6$ nın x cinsinden değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

- 1) $\log 2$ yi bulabilmek için 2 yi taban ve verilen sayıya benzeterek yazmaya çalışalım.

$$\log 2 = \log \frac{10}{5} = \log 10 - \log 5 = 1 - a$$

- 2) $\log_{12} 6 = \log_{12} \frac{12}{2} = \log_{12} 12 - \log_{12} 2 = 1 - x$

1. $\log 2 = m$ olduğuna göre, $\log 25$ nin m cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 - 2m$ B) $2 - m$ C) $1 - m$
D) $2m - 2$ E) $1 - 2m$

2. $\log 5 \approx 0,699$ olduğuna göre, $\log 2$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0,671 B) 0,524 C) 0,413
D) 0,402 E) 0,301

3. $\log_{21} 7 = x$ olduğuna göre, $\log_{21} 27$ ifadesinin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 - x$ B) $2 - 2x$ C) $3 - 3x$
D) $1 - 3x$ E) $3x - 3$

4. $\log 2 \approx 0,301$ olduğuna göre, $\log 500$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3,301 B) 2,699 C) 2,301 D) 1,699 E) 1,301

5. $\log_6 2 = a$ olduğuna göre, $\log_6 \left(\frac{1}{12}\right) + \log_6 72 - \log_6 9$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 - a$ B) $a - 1$ C) $1 - 2a$
D) $2a - 1$ E) $2a + 1$

6. $\log_{15} 3 = a$ olduğuna göre, $\frac{\log_{15} 75}{\log_{15} \left(\frac{5}{3}\right)}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a-2}{2a-1}$ B) $\frac{a-2}{a-1}$ C) $\frac{2a-1}{a-2}$
D) $\frac{a-1}{a-2}$ E) $\frac{a-2}{1-2a}$

köşetaşı

$\log 3,65 \cong 0,5623$ ise, $\log 36500$ ve $\log 0,00365$ değerlerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned}\log 36500 &= \log(3,65 \cdot 10^4) = \log(3,65) + \log 10^4 \\ &= 0,5623 + 4 = 4,5623\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log(0,00365) &= \log(3,65 \cdot 10^{-3}) = \log(3,65) + \log 10^{-3} \\ &= 0,5623 - 3 = -2,4377 \text{ olur.}\end{aligned}$$

Bu soruda 1 den büyük bir sayının logaritmasının pozitif, 0 ile 1 arasındaki sayıların logaritmasının negatif olduğuna dikkat ettiniz mi?

Ayrıca 0 ile 1 arasındaki bir sayının ondalık gösteriminde sıfırdan farklı ilk rakamın solundaki sıfırların sayısını bulmak için sayının logaritması alınır ve sonucun mutlak değerinin tam kısmına 1 eklenir.

DİKKAT

M.E.B yeni yayınladığı 11.sınıf öğretim programında bir sayının logaritmasının tam ve ondalık kısmı ile ilgili karakteristik ve mantis kavramının ayrıca kologaritma kavramının verilmeyeceğini açıkladı.

Biz bu yüzden bu kavramları vermedik.

1. $\log 5 \cong 0,6989$ olduğuna göre, $\log \frac{1}{25}$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3,90309 B) -1,3978 C) -2,90309
D) -3,939 E) -3,90309

2. $\log x \cong -2,6034$ olduğuna göre, $\log \sqrt[3]{x}$ in değeri kaçtır?

A) -0,8678 B) -1,4556 C) -1,5334
D) -1,72 E) -2,4556

3. $\log 2 \cong 0,30103$ ise $\log(0,0002)$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) -4,29293 B) -3,69897 C) -3,30103
D) -3,30013 E) -2,69897

4. $\log 5 \cong 0,6989$ olduğuna göre, $\log \sqrt[3]{0,05}$ sayısının ondalık kısmı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 24325 B) 32103 C) 4337
D) 5672 E) 624

5. $\log x \cong 3,8561$ ise, $\log \frac{1}{10^5 \cdot x}$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) -8,8561 B) -8,1439 C) -7,8561
D) -7,1439 E) -2,43

6. $A = 2^{15} \cdot 5^{14}$ ise, $\log A$ nın değerinin tam kısmı kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

köşetaşı

$$\ln(x \cdot y) = 2m$$

$$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = 2n \text{ olduğuna göre, } y \text{ nin değeri nedir?}$$

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned}\ln(x \cdot y) &= 2m \Rightarrow \ln x + \ln y = 2m \\ \ln\left(\frac{x}{y}\right) &= 2n \Rightarrow \ln x - \ln y = 2n\end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{ taraf tarafa çıkarılırsa}$$

$$2\ln y = 2m - 2n \Rightarrow 2\ln y = 2(m-n)$$

$$\Rightarrow \ln y = m-n \Rightarrow y = e^{m-n}$$

1. $\log(a \cdot b) = 2$ ve $\log\left(-\frac{a}{b}\right) = -2$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{1}{10}$ B) 1 C) 10 D) 100 E) 1000

2. $5\log a + 3\log b = 2$

$$2\log a + \log b = 1$$

olduğuna göre, $\log_a b$ değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\log x^2 - 3\log y = 1$

$$\log(x^2 \cdot y^2) = 6$$

olduğuna göre, x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{100}$ B) $\frac{1}{10}$ C) 1 D) 10 E) 100

4. $\log_2 a + \log_2 b = 4$

$$\log_2(a + b) = 3$$

olduğuna göre, $\log_2(a^3 + b^3)$ değeri kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

5. $\ln(a^2 b^3) = x$ ve $\ln\left(-\frac{a}{b}\right) = y$

olduğuna göre, $\ln a$ nın x ve y türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x+y}{3}$ B) $\frac{x+2y}{5}$ C) $\frac{x+3y}{5}$
D) $\frac{x+5y}{3}$ E) $\frac{x+y}{5}$

6. $\ln x + \ln y = 4$

$$\ln x - \ln y = 2$$

olduğuna göre, $\frac{x+y}{x-y}$ oranı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{e^3-1}{e^3+1}$ B) $\frac{e^2-1}{e^2+1}$ C) $\frac{e^2+1}{1-e^2}$
D) $\frac{e^2+1}{e^2-1}$ E) $\frac{e^3+1}{e^3-1}$

köşetaşı

$\log_2 3 = m$ olduğuna göre, $\log_{18} 12$ nin m cinsinden değeri nedir?

açıklamalı çözüm

Logaritmada taban değişimi yapılabilir.

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Örneğin; $\log_3 5 = \frac{\log 5}{\log 3} = \frac{\log_2 5}{\log_2 3} = \frac{\ln 5}{\ln 3}$

Buna göre, $\log_{18} 12$ yi soruda verilen ifade 2 tabanında olduğu için 2 tabanında yazalım.

$$\log_{18} 12 = \frac{\log_2 12}{\log_2 18} = \frac{\log_2 (2^2 \cdot 3)}{\log_2 (3^2 \cdot 2)} = \frac{\log_2 2^2 + \log_2 3}{\log_2 3^2 + \log_2 2} = \frac{2\log_2 2 + \log_2 3}{2\log_2 3 + \log_2 2} = \frac{2 + m}{2m + 1} \text{ olur.}$$

İSPATLAYALIM

$\log_a b = x$ olsun. $a^x = b$ dir.

$$\log_c b = \log_c a^x = x \cdot \log_c a$$

$$\Rightarrow \log_c b = x \cdot \log_c a$$

$$\Rightarrow x = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\Rightarrow \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

1. $\log_3 3 = a$ olduğuna göre, $\log_3 75$ in a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a+2}{a}$ B) $\frac{a}{a+2}$ C) $\frac{2a+1}{a}$
D) $\frac{a}{2a+1}$ E) $\frac{a+3}{2a}$

2. $\log_2 5 = x$ olduğuna göre, $\log_5$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x+1}{2x}$ B) $\frac{x}{x+1}$ C) $\frac{x}{x-1}$
D) $\frac{x+1}{x}$ E) $\frac{x-1}{x}$

3. $\log_{a,b} b = \frac{1}{4}$ olduğuna göre, $\log_a b$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

4. $\log_3 3 = a$ ve $\log_5 5 = b$ olduğuna göre, $\log_{20} 72$ ifadesinin a ve b cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a+2b}{a+b}$ B) $\frac{2ab+3}{b+2}$ C) $\frac{2a+b}{a-b}$
D) $\frac{a+b}{2a+b}$ E) $\frac{a+b}{a+2b}$

5. $\log 2 = x$
 $\log 5 = y$
olduğuna göre, $\log_5 (3,2)$ ifadesinin x ve y cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1-5x}{y}$ B) $\frac{x+4}{y}$ C) $\frac{5x-1}{y}$
D) $\frac{5y-1}{x}$ E) $\frac{5x}{y}$

6. $\log_6 2 = a$ olduğuna göre, $\log_{24} 72$ nin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2a}{2a+1}$ B) $2a$ C) $\frac{a-1}{a+1}$
D) $\frac{a+1}{2a+1}$ E) $\frac{a+2}{2a+1}$

köşetaşı

$$\log 2 = x$$

$$\log 3 = y$$

olduğuna göre, $\log_{12} 15$ in x ve y cinsinden değeri nedir?

açıklamalı çözüm

Önce $\log_{12} 15$ i, 10 tabanında yazalım.

$$\log_{12} 15 = \frac{\log 15}{\log 12} = \frac{\log(3 \cdot 5)}{\log(3 \cdot 2^2)} = \frac{\log 3 + \log 5}{\log 3 + 2\log 2}$$

$$= \frac{y + 1 - x}{y + 2x} = \frac{y - x + 1}{2x + y}$$

BU TAKTİĞE ALIŞIN

$$\log 5 = \log \frac{10}{2}$$

$$\log 5 = \log 10 - \log 2$$

$$\log 5 = 1 - x$$

1. $\log 2000 = a$ olduğuna göre, $\log_5$ in a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a-2}{4-a}$ B) $\frac{a-3}{a-4}$ C) $\frac{a-3}{4-a}$
D) $\frac{a-4}{4a}$ E) $\frac{4-a}{a-3}$

2. $\log_6 12 = x$ olduğuna göre, $\log_3$ ün x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x-2}{1-x}$ B) $\frac{x-2}{x-1}$ C) $\frac{x-1}{x-2}$
D) $\frac{1-x}{x-2}$ E) $\frac{2x-1}{2x}$

3. $\log_{14} 28 = m$ olduğuna göre, $\log_7 8$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{m-1}{2-m}$ B) $\frac{1-3m}{m-2}$ C) $\frac{3m-3}{2-m}$
D) $\frac{3m-1}{m+2}$ E) $\frac{2m-2}{2-m}$

4. $\log 16 = x$ olduğuna göre, $\log_{125} 10$ ifadesinin x cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2}{3-x}$ B) $\frac{4}{3-x}$ C) $\frac{4}{4-3x}$
D) $\frac{4}{12-3x}$ E) $\frac{12}{4-3x}$

5. $\log 3 = x$ ve $\log 5 = y$ olduğuna göre, $\log_2 60$ in değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x+y+2}{1-y}$ B) $\frac{x-y+2}{1-y}$ C) $\frac{y-x-2}{1-y}$
D) $\frac{x-y}{2-y}$ E) $\frac{x-y}{y+2}$

6. $\log_8 8 = a$ olduğuna göre, $\log_{12} 81$ in a cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{12-3a}{a+3}$ B) $\frac{4a-1}{a+3}$ C) $\frac{1-4a}{a+3}$
D) $\frac{3-4a}{a+3}$ E) $\frac{12-4a}{a+3}$

$\log_5 2 = a$ olduğuna göre, $\log_2 40$ m a cinsinden değeri nedir?

açıklamalı çözüm

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

YA DA

$$\log_a b = x \Rightarrow \log_b a = \frac{1}{x}$$

O halde, $\log_5 2 = a$ ise, $\log_2 5 = \frac{1}{a}$ olur.

$$\begin{aligned} \log_2 40 &= \log_2 (2^3 \cdot 5) = \log_2 2^3 + \log_2 5 \\ &= 3\log_2 2 + \log_2 5 \\ &= 3 + \frac{1}{a} = \frac{3a+1}{a} \text{ dir.} \end{aligned}$$

İSPATLAYALIM

$$\log_a b = x$$

$$\Rightarrow a^x = b$$

$$\Rightarrow (a^x)^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{x}}$$

$$\Rightarrow a = b^{\frac{1}{x}}$$

$$\Rightarrow \log_b a = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

1. $\log_3 5 = a$ olduğuna göre, $\log_{125} 81$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{4a}{3}$ B) $\frac{3a}{4}$ C) $\frac{4}{3a}$
D) $\frac{3}{4a}$ E) $\frac{1}{12a}$

2. $\log_2 5 = x$ olduğuna göre, $\log_5 200$ ifadesinin x cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2x+3}{x}$ B) $\frac{x+3}{x}$ C) $\frac{3x+2}{x}$
D) $\frac{x+3}{2x}$ E) $\frac{2x-1}{3x}$

3. $\log_2 x = a$ olduğuna göre, $\log_2 (2x) + \log_4 x$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a+1$ B) $\frac{a^2+a+2}{a}$ C) $\frac{a^2+1}{a}$
D) $\frac{a}{a^2+1}$ E) $\frac{a}{a^2+2}$

4.

$$\frac{\log_2 3 + \log_3 2 + 2}{\log_2 3}$$

ifadesinin karekökü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2 + \log_3 2$ B) 1 C) $\log_3 4$
D) $1 + \log_3 2$ E) $1 + \log_2 3$

5.

$\log_2 x = \log_2 x$ eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

6.

$$a = \log_3 18$$

$$b = \log_2 54$$

olduğuna göre, a nın b cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2b+1}{b+1}$ B) $\frac{2b-1}{b-1}$ C) $\frac{2b+2}{b-1}$
D) $\frac{b+2}{b-1}$ E) $\frac{2b+1}{b-1}$

$\log_a^2 b^3 \cdot \log_b^4 c^2 \cdot \log_c^5 d \cdot \log_d e^2$ işleminin sonucu kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned} \log_a^2 b^3 \cdot \log_b^4 c^2 \cdot \log_c^5 d \cdot \log_d e^2 &= \frac{3}{2} \log_a b \cdot \frac{2}{4} \log_b c \cdot 5 \log_c d \cdot 4 \log_d e \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{4} \cdot 5 \cdot 4 \log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c d \cdot \log_d e \\ &= 15 \frac{\log b}{\log a} \cdot \frac{\log c}{\log b} \cdot \frac{\log d}{\log c} \cdot \frac{\log e}{\log d} \\ &= 15 \frac{\log e}{\log a} = 15 \log_a e \end{aligned}$$

KISACA, $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ dir.

Örneğin; $\log_2 3 \cdot \log_3 5 = \log_2 5$
 $\log_5 3 \cdot \log_3 5 = 1$ dir.

1. $A = \log_2 3 \cdot \log_3 4$

$$B = \log_5 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 \left(\frac{1}{25} \right)$$

olduğuna göre, A + B toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdots \log_{127} 128 = A$ dir.

$\log_7 A = \log_3 x$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

3. $\log_{\sqrt[3]{2}} e \cdot \log_3 32 \cdot \ln \sqrt{3}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{11}{2}$ B) 6 C) $\frac{13}{2}$ D) 7 E) $\frac{15}{2}$

4.

$$\log_3 1000 \cdot \ln \sqrt{3} \cdot \log \sqrt{e} = \log_{16} x$$

olduğuna göre, $\log_4 x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{7}{2}$ E) 5

5.

$$x + y = 6 \text{ ve } \log_x y^x \cdot \log_y x^y = 3$$

olduğuna göre, $x^3 + y^3$ toplamı kaçtır?

- A) 162 B) 165 C) 168 D) 170 E) 172

6.

$$\frac{\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdots \log_a (a+1)}{\log_2 3 + \log_2 4 + \cdots + \log_2 a} = b$$

olduğuna göre, $\left(\frac{a}{2} \right)^b$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $b+1$ B) b C) $b-1$ D) $a+1$ E) $ab+1$

köşetaşı

- 1) $\frac{1}{1 + \frac{1}{\log_2 3}}$ işleminin en sade biçimini yazınız.
- 2) $\frac{2}{\log_4 48} + \frac{6}{\log_{\sqrt[3]{3}} 48} + \frac{24}{\log_{\sqrt[6]{2}} 48}$ işleminin sonucu kaçtır?

açıklamalı çözüm

Her iki sorunun çözümünde $\frac{1}{\log_a b} = \log_b a$ kuralını uygulayacağız.

- 1) $\frac{1}{1 + \frac{1}{\log_2 3}} = \frac{1}{1 + \log_3 2} = \frac{1}{\log_3 3 + \log_3 2} = \frac{1}{\log_3 (3 \cdot 2)} = \frac{1}{\log_3 6} = \log_6 3$
- 2) $\frac{2}{\log_4 48} + \frac{6}{\log_{\sqrt[3]{3}} 48} + \frac{24}{\log_{\sqrt[6]{2}} 48} = 2\log_{48} 4 + 6\log_{48} \sqrt[3]{3} + 24\log_{48} \sqrt[6]{2}$
 $= \log_{48} 4^2 + \log_{48} \left(\sqrt[3]{3} \right)^6 + \log_{48} \left(\sqrt[6]{2} \right)^{24}$
 $= \log_{48} 4^2 + \log_{48} 3^2 + \log_{48} 2^4 = \log_{48} (4^2 \cdot 3^2 \cdot 2^4)$
 $= \log_{48} 48^2 = 2\log_{48} 48 = 2$

1. $\frac{1}{\log_{24} 6} + \frac{1}{\log_3 6} - \frac{1}{\log_2 6}$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\frac{1}{\log_x (xyz)} + \frac{1}{\log_y (xyz)} + \frac{1}{\log_z (xyz)}$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

3. $\frac{3}{\log_a b} + \frac{2}{\log_c b} = \log_b a$ olduğuna göre, $\log_5 (a \cdot c)$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $1 + \frac{1}{2 + \frac{2}{\log_3 2}}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $\log_{72} 20$ B) $\log_{72} 36$ C) $\log_{36} 25$
 D) $\log_{36} 72$ E) $\log_{36} 80$

5. ABC dik üçgeninde, $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$
 $|AB| = c$ br
 $|BC| = a$ br
 $|AC| = b$ br
- Yukarıdaki verilere göre, $\frac{2}{\log_{a-c} b} + \frac{2}{\log_{a+c} b}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

6. $\frac{3}{1 + \log_{12} 6} + \frac{3}{2 + \log_3 8} + \frac{3}{3 + \log_2 9}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) 2 D) 3 E) 9

köşetaşı

$$A = 5^{\log_5 3} + 9^{1 + \log_3 2} - 2^{\log_4 3} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

$$\frac{\log_a b}{a} = b$$

$$\text{O halde, } 5^{\log_5 3} = 3$$

$$9^{1 + \log_3 2} = 9^{\log_3 2} \cdot 9 = 3^{2\log_3 2} \cdot 9 = 3^{\log_3 2^2} \cdot 9 = 4 \cdot 9 = 36$$

$$2^{\log_4 3} = 2^{\log_{2^2} 3} = 2^{\frac{1}{2} \log_2 3} = 2^{\log_2 3^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{3} \text{ tür.}$$

$$\text{Buna göre, } A = 5^{\log_5 3} + 9^{1 + \log_3 2} - 2^{\log_4 3}$$

$$A = 3 + 36 - \sqrt{3} = 39 - \sqrt{3} \text{ olur.}$$

HAYDI İSPATLAYALIM

$$a^{\log_a b} = x \text{ olsun.}$$

$$\log_a a^{\log_a b} = \log_a x \quad \left(\text{Her iki tarafın logaritması alındı.} \right)$$

$$\log_a b \cdot \log_a a = \log_a x$$

$$\log_a b = \log_a x$$

$$b = x$$

YA DA

$$f(x) = \log_a x \text{ ise, } f^{-1}(x) = a^x \text{ tir.}$$

Sonraki köşetaşlarında görülecektir.

$$(f^{-1} \circ f)(x) = x$$

$$a^{\log_a x} = x$$

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $2^{\frac{1}{\log_3 2}} = 3$ B) $\left(\frac{1}{5}\right)^{\log_5 2} = \frac{1}{2}$ C) $10^{\log 3} = 3$
 D) $e^{\ln x} = x$ E) $8^{\log \frac{1}{2} 3} = 27$

2. $(\sqrt[3]{4})^{\log_2 27}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. $e^{\ln x} + \ln e^3 + \ln(\ln e) = 7$ olduğuna göre, $\log_2 x$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{7}{2}$ E) 3

4. $\sqrt{125^{\frac{1}{\log_4 5}} + 9^{\frac{1}{\log_6 3}}}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 15 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6

5. $4^{\log_2 a} + 9^{\log_3 b} = 68$
 $a + b = 10$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının değeri kaçtır?

- A) 16 B) 12 C) 10 D) 9 E) 8

6. $e^{\ln(\ln^3 \sqrt{e})} - 2^{(\log_2 3)^{-3}}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{10}$ C) $-\frac{1}{15}$ D) $-\frac{1}{20}$ E) $-\frac{1}{24}$

köşetaşı

$2^{\log_3 5} + 5^{\log_9 4} = 2 \cdot 5^{(a \cdot \log_5 2)}$ olduğuna göre, 3^{a+1} kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

Buna göre, $2^{\log_3 5} = 5^{\log_3 2}$ olur.

O halde, $2^{\log_3 5} + 5^{\log_3 2} = 2 \cdot 5^{a \cdot \log_5 2}$

$$2^{\log_3 5} + 5^{\log_3 2} = 2 \cdot 5^{\log_5 2^a} \quad 2^{\log_3 5} = t \text{ olsun)}$$

$$t + t = 2 \cdot 2^a$$

$$2t = 2 \cdot 2^a \Rightarrow 2^a = t \Rightarrow 2^a = 2^{\log_3 5}$$

$$\Rightarrow a = \log_3 5$$

$$\Rightarrow 3^a = 5$$

$$3^{a+1} = 3^a \cdot 3 = 5 \cdot 3 = 15 \text{ olur.}$$

HER İKİ TARAFIN LOGARİTMASINI
ALMAK NE GÜZEL TAKTİK

$$a^{\log_b c} = x \text{ olsun.}$$

$$\log_b a^{\log_b c} = \log_b x$$

$$\log_b a \cdot \log_b c = \log_b x$$

$$\log_b c^{\log_b a} = \log_b x$$

$$c^{\log_b a} = x$$

1. $x^{\log_3 5} + 5^{\log_3 x} = 10$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $3^{\log x} + x^{\log 3} = 18$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) 1000 B) 100 C) 10 D) 1 E) 0,1

3. $3 \cdot x^{\ln 2} + 2^{\ln x} = \frac{1}{16}$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) e^{-6} B) e^{-3} C) e^{-1} D) e^3 E) e^6

4. $7^{\log_3 5} = a$ olduğuna göre, $5^{\log_3 7} + 7^{\log_{\frac{1}{3}} 5}$ ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{a}$ B) $\frac{a}{a+1}$ C) $\frac{a}{a^2+1}$
D) $\frac{a+1}{a}$ E) $\frac{a^2+1}{a}$

5. $3^{\log x^2} + 2^{\log x^3} = 18$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) 4 B) $2\sqrt{2}$ C) 2 D) $\sqrt{2}$ E) 1

6. $3^{\ln a} - 3 \cdot a^{\ln 3} = -54$ olduğuna göre, a değeri kaçtır?

- A) e B) e^2 C) e^3 D) e^4 E) e^5

köşetaşı

$\log_5 x^2 = \log_{\frac{1}{5}} y$ olduğuna göre, $\log_y (x \cdot y^2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\log_5 x^2 = \log_{\frac{1}{5}} y \Rightarrow \log_5 x^2 = \log_{5^{-1}} y$$

$$\Rightarrow \log_5 x^2 = -\log_5 y \Rightarrow \log_5 x^2 = \log_5 y^{-1}$$

$$\Rightarrow x^2 = y^{-1} \Rightarrow y = x^{-2}$$

$$\log_y (x \cdot y^2) = \log_{x^{-2}} (x \cdot (x^{-2})^2) = \log_{x^{-2}} (x \cdot x^{-4})$$

$$= \log_{x^{-2}} (x^{-3})$$

$$= \frac{3}{2}$$

1. $\log_3 a = \log_{\frac{1}{3}} b$ olduğuna göre, $\log(a \cdot b)$ nin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

2. $\log_2 x = \log_{\frac{1}{4}} y$ olduğuna göre, $\log_x y$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

3. $\log_{\sqrt{3}} 5 = \log_a 25$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) 3 E) 4

4. $\log_{9x} 9 = \log_x 3$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

5. $3\log_2 a = \log_{16} b$ olduğuna göre, $\log_b (a \cdot b)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{13}{12}$ D) 1 E) $\frac{12}{13}$

$$6. \log_{\frac{1}{2}} x = \frac{1}{\log_5 2}$$

olduğuna göre, $\log_5 x$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = 2^x \text{ ve } g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

fonksiyonlarının değişimini inceleyip grafiğini çiziniz.

açıklamalı çözüm

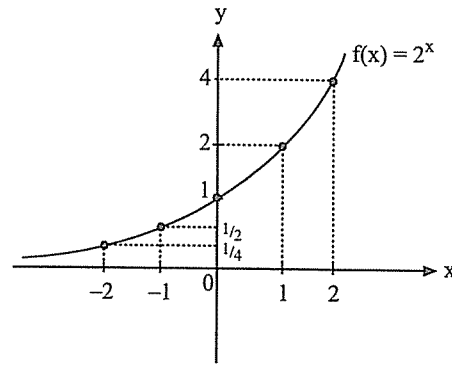
$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = a^x$ fonksiyonuna “üstel fonksiyon” denir.

Örneğin: $f(x) = 3^{x/2}$ üstel fonksiyondur ama $h(x) = (-2)^x$ üstel fonksiyon değildir.

Şimdi $f(x) = 2^x$ fonksiyonunun grafiğini çizelim.

x	 -2	-1	0	1	2	
$f(x) = 2^x$	 $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	

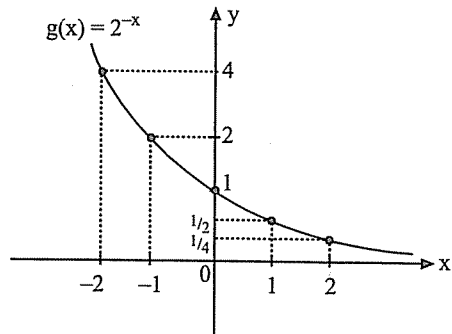
$f(x) = 2^x$ fonksiyonu $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ ya bire-bir ve örtendir ve $a = 2 > 1$ olduğundan fonksiyon artandır.



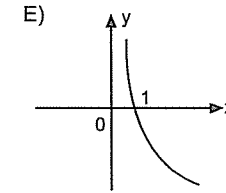
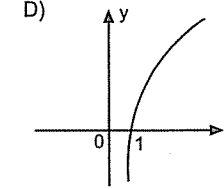
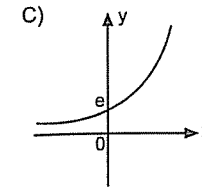
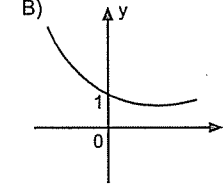
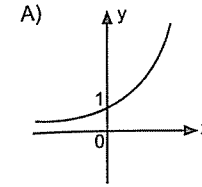
$g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ fonksiyonunun grafiğine bakalım.

x	 -2	-1	0	1	2	
$y = 2^{-x}$	 4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	

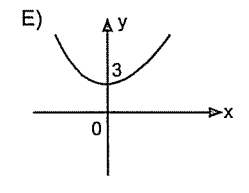
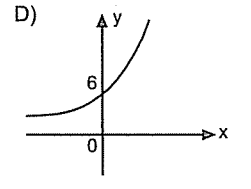
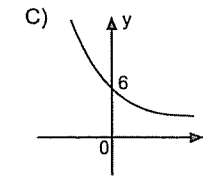
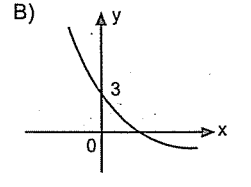
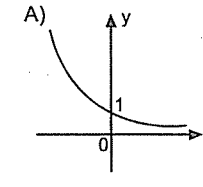
$g(x) = 2^{-x}$ fonksiyonu da bire-bir ve örtendir. Taban $a = \frac{1}{2} < 1$ olduğundan fonksiyon azalandır.



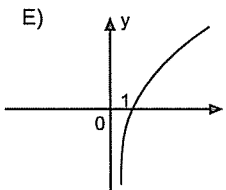
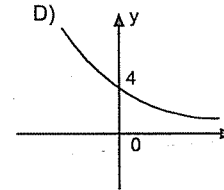
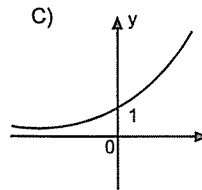
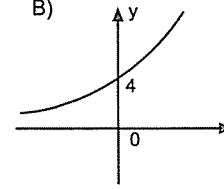
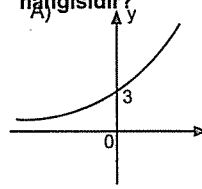
1. $f(x) = e^x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



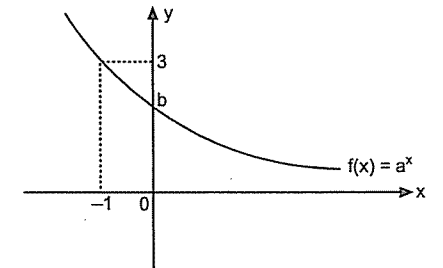
3. $f(x) = 3^{1-x} + 3$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



2. $f(x) = 2^x + 3$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



4.



Yukarıdaki şekilde, $f(x) = a^x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 1 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

köşetaşı

$f(x) = \log_3(x+3)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

açıklamalı çözüm

Logaritma fonksiyonunun grafiğini aşama aşama şöyle çizeriz:

1. Önce tanım aralığını bulalım.

$$x + 3 > 0 \Rightarrow x > -3$$

2. $x = 0$ için grafiğin y - eksenini kestiği nokta

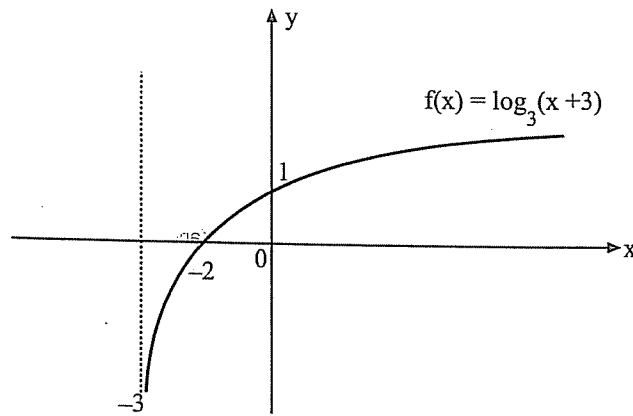
$y = 0$ için grafiğin x - eksenini kestiği nokta bulunur.

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \log_3 3 = 1$$

$$y = 0 \Rightarrow 0 = \log_3(x+3) \Rightarrow x = -2 \text{ bulunur.}$$

3. Taban 1 den büyük olduğu için grafik artandır.

Eğer taban 1 den küçük olsaydı grafik azalan olacaktı.

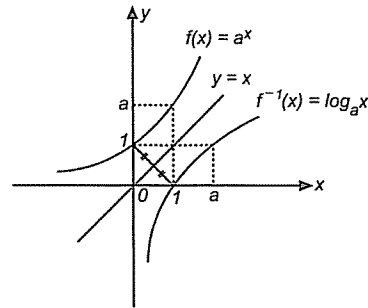


BAŞKA BİR BİLGİ

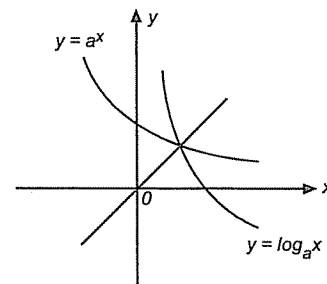
$f(x) = a^x$ fonksiyonunun tersine a tabanına göre logaritma fonksiyonu denir ve $f^{-1}(x) = \log_a x$ dir.

$f^{-1}(x) = \log_a x$ fonksiyonunun grafiğini çizmek için $f(x) = a^x$ in grafiğini çizip $y = x$ doğrusuna göre, simetriğini alırız.

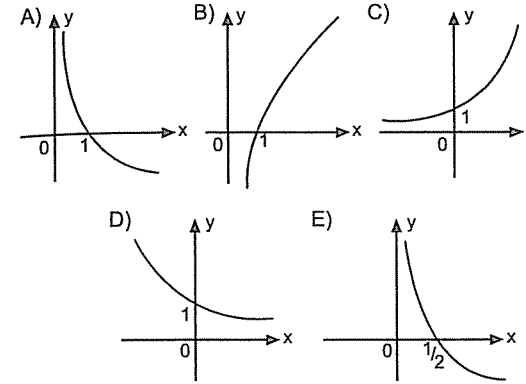
$a > 1$ iken



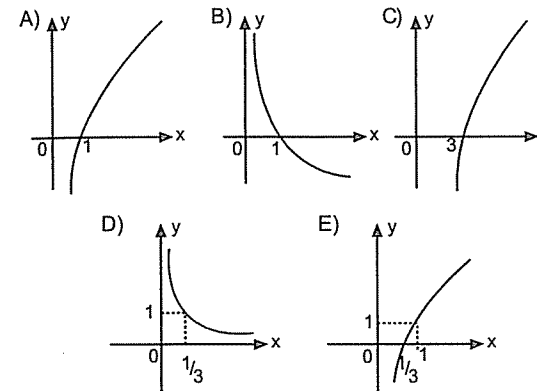
$0 < a < 1$ iken



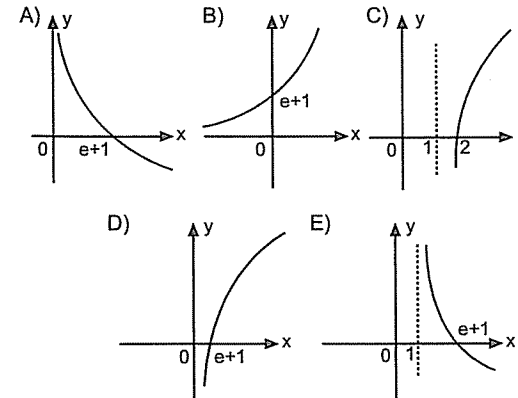
1. $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



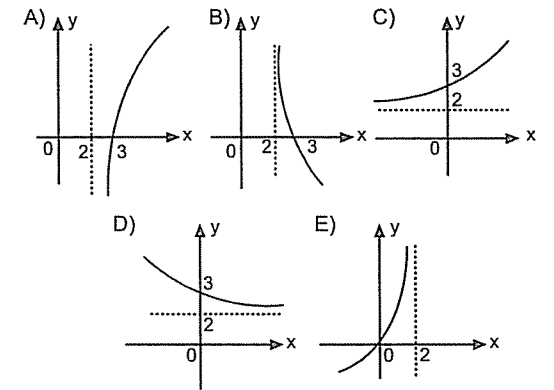
2. $f(x) = 1 + \log_3 x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



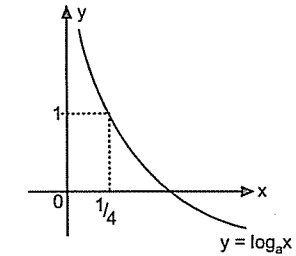
3. $f(x) = \ln(x-1)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



4. Aşağıdakilerden hangisi $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x-2)$ fonksiyonunun grafiğidir?



- 5.

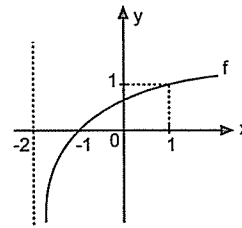


Grafik, $y = \log_a x$ fonksiyonuna aittir.

Buna göre, $x = 16$ iken y kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) $-\frac{3}{2}$ D) -2 E) $-\frac{5}{2}$

- 6.



Yandaki grafik, $f(x) = \log_a(bx+c)$ fonksiyonuna aittir.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\log_3(x+3)$ B) $\log_3(x+2)$ C) $\log_2(x+2)$
D) $\log_2(x-2)$ E) $\log_3(x-2)$

köşetaşı

Aşağıdaki fonksiyonların terslerini bulunuz.

- 1) $f(x) = \log_2(x-3)$ 2) $g(x) = 1 + \ln x$ 3) $h(x) = 3^x - 1$

açıklamalı çözüm

Üstel fonksiyonun tersi logaritma fonksiyonu, logaritma fonksiyonunun tersi de üstel fonksiyondur.

Logaritma fonksiyonun tersi bulunurken x yalnız bırakılır ve sonra x yerine y, y yerine x yazılır.

- 1) $f(x) = \log_2(x-3) \Rightarrow y = \log_2(x-3) \Rightarrow 2^y \Rightarrow x-3$
 $\Rightarrow x = 2^y + 3 \Rightarrow f^{-1}(x) = 2^x + 3$
- 2) $g(x) = 1 + \ln x \Rightarrow y = 1 + \ln x \Rightarrow y-1 = \ln x \Rightarrow x = e^{y-1}$
 $\Rightarrow g^{-1}(x) = e^{x-1}$
- 3) $h(x) = 3^x - 1 \Rightarrow y = 3^x - 1 \Rightarrow y+1 = 3^x$
 $\Rightarrow x = \log_3(y+1) \Rightarrow h^{-1}(x) = \log_3(x+1)$

1. $f(x) = 2\log_3 x + 5$ olduğuna göre, $f^{-1}(3)$ değeri kaçtır?
 A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) $\frac{5}{3}$ D) 6 E) 9

2. $f(x) = e^{-x} - 2$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $\ln \frac{1}{x-1}$ B) $\ln x$ C) $\frac{1}{x+1}$
 D) $\frac{1}{x+2}$ E) $\ln \left(\frac{1}{x+2} \right)$

3. $f(x) = \log_3(x-2)$ ve $g(x) = 2x+1$ dir.
 $(f^{-1} \circ g)^{-1}(x) = 1$ ise, x kaçtır?
 A) 20 B) 24 C) 25 D) 27 E) 29

4. $f(x) = \ln(2x-1)$
 $g(x) = \ln 2x$
 olduğuna göre, $(f \circ g^{-1})(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\ln(e^{2x}-1)$ B) $2x-1$ C) $\ln(e^x-1)$
 D) x E) $\ln(e^x+1)$

5. $f(x) = \log_5 x$
 $(g \circ f)(x) = x-3$
 olduğuna göre, $g(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 5^x-3 B) 5^x-2 C) $5x$ D) $5x+3$ E) 3^x-1

6. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu için,
 $f(x) = \frac{e^x}{e^x+2}$
 olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\ln \left(\frac{x}{1-x} \right)$ B) $\ln \left(\frac{2x}{1-x} \right)$ C) $\ln \left(\frac{1-x}{x} \right)$
 D) $\ln \left(\frac{1-2x}{2x} \right)$ E) $\ln(2x-1)$

karekök

köşetaşı

- 1) $\log_5 x + \log_5 2 = 2$ ise x kaçtır?
 2) $\log_5(x-1) - \log_5(2x-1) = 1$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

- 1) $\log_5 x + \log_5 2 = 2 \Rightarrow \log_5(x \cdot 2) = 2$
 $\Rightarrow 2x = 5^2 \Rightarrow x = \frac{25}{2}$
- 2) $\log_5(x-1) - \log_5(2x-1) = 1 \Rightarrow \log_5 \frac{x-1}{2x-1} = 1$
 $\Rightarrow \frac{x-1}{2x-1} = 5^1 \Rightarrow x-1 = 10x-5$
 $\Rightarrow x = \frac{4}{9}$

UNUTMA!

log fonksiyonunun tabanı da, önündeki sayı da negatif ola-
maz.

$x = \frac{4}{9}$ için $\log_5(x-1) = \log_5\left(\frac{4}{9}-1\right) = \log_5\left(-\frac{5}{9}\right)$ olduğundan $\frac{4}{9}$ kök değildir. Yani Ç.K. = $\emptyset$ dir.

1. $\log_2(2x+1) - \log_2(x-5) = 2$
 denklemini sağlayan x değeri kaçtır?
 A) $\frac{21}{2}$ B) 10 C) $\frac{19}{2}$ D) 8 E) $\frac{15}{2}$

2. $\log_5(3x-1) - \log_5(x+3) = 0$
 olduğuna göre, $\log_4 x$ in değeri kaçtır?
 A) $\frac{11}{2}$ B) 4 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

3. $\log x + \log(2x+1) = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$ B) $\{-1\}$ C) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$
 D) $\left\{\frac{1}{2}, 1\right\}$ E) $\{1\}$

4. $\frac{6\log_e x}{\ln e^3} = \ln \frac{8}{x}$
 olduğuna göre, x kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $\log_9(x+3) - \log_9(x-1) = 2 - \log_4 8$
 olduğuna göre, x kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $\log \sqrt{3} x + \log \frac{1}{9} x + \log_{27} x^2 = \frac{13}{3}$
 olduğuna göre, x kaçtır?
 A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

karekök

köşetaşı

- 1) $16^x + 4^x - 12 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.
- 2) $\log_3 x^3 + \log_x 3 - 4 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

- 1) $16^x + 4^x - 12 = 0 \Rightarrow (4^x)^2 + 4^x - 12 = 0$ denkleminde $4^x = t$ alınırsa,
 $t^2 + t - 12 = 0$
 $t = 3 \Rightarrow 4^x = 3 \Rightarrow x = \log_4 3$
 $t = -4 \Rightarrow 4^x = -4 \Rightarrow x = \log_4 (-4)$ tanımlı değildir. O halde, $\mathcal{C} = \{\log_4 3\}$
- 2) $\log_3 x^3 + \log_x 3 - 4 = 0 \Rightarrow 3\log_3 x + \log_x 3 - 4 = 0$ $\left(\log_x 3 = \frac{1}{\log_3 x}\right)$
 $\Rightarrow 3\log_3 x + \frac{1}{\log_3 x} - 4 = 0$
 $\log_3 x = t$ olsun. $3t + \frac{1}{t} - 4 = 0 \Rightarrow 3t^2 - 4t + 1 = 0$
 $\Rightarrow (3t - 1)(t - 1) = 0 \quad t = \frac{1}{3}, t = 1$
 $\left. \begin{array}{l} \log_3 x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 3^{1/3} = \sqrt[3]{3} \\ \log_3 x = 1 \Rightarrow x = 3 \end{array} \right\} \mathcal{C} = \{\sqrt[3]{3}, 3\}$

1. $4^x - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{\log_2 5\}$ B) $\{1, \log_2 3\}$ C) $\{\log_2 5\}$
D) $\{\log_2 6\}$ E) $\{3\}$

2. $e^x + 9 \cdot e^{-x} = 6$ denklemini sağlayan x aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln 2$ B) $\ln 3$ C) $\ln 4$ D) $\ln 5$ E) $\ln 6$

3. $\log_2 x - \log_x 4 = 1$ denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $(\ln x)^2 - \ln x^2 = 0$ denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

A) e^2 B) e C) 1 D) $\frac{1}{e}$ E) $\frac{1}{e^2}$

5. $\ln x - 2 = 8 \log_x e$ denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{e^2}$ B) $\frac{1}{e}$ C) 1 D) e E) e^2

6. $x^2 - \ln(a^x \cdot b^x) + \ln a \cdot \ln b = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. Buna göre, $e^{x_1} - e^{x_2}$ farkı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2a - b$ B) $a + b$ C) $a - b$ D) $2b - a$ E) $a \cdot b$

köşetaşı

- 1) $x^{\ln x} = e^3 \cdot x^2$ denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?
- 2) $2^{\log_3 x} + 2^{1-\log_3 x} = 3$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

- 1) Verilen denkleminde her iki tarafın e tabanına göre logaritmasını alalım.

$$x^{\ln x} = e^3 \cdot x^2 \Rightarrow \ln x^{\ln x} = \ln(e^3 \cdot x^2) \Rightarrow \ln x \cdot \ln x = \ln e^3 + \ln x^2$$

$$\Rightarrow (\ln x)^2 = 3 + 2 \ln x \Rightarrow (\ln x)^2 - 2 \ln x - 3 = 0 \quad (\ln x = t \text{ alınsın})$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow (t - 3)(t + 1) = 0 \Rightarrow t = 3, t = -1 \text{ olur.}$$

$$\ln x = 3 \Rightarrow x = e^3, \ln x = -1 \Rightarrow x = e^{-1} \quad \text{O halde; kökler çarpımı } e^3 \cdot e^{-1} = e^2 \text{ olur.}$$

- 2) $2^{\log_3 x} + 2^{1-\log_3 x} = 3 \Rightarrow 2^{\log_3 x} + 2 \cdot 2^{-\log_3 x} = 3$ denkleminde $2^{\log_3 x} = t$ alınırsa

$$t + 2 \cdot t^{-1} = 3 \Rightarrow t + \frac{2}{t} = 3 \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (t - 2)(t - 1) = 0 \Rightarrow t = 2, t = 1$$

$$2^{\log_3 x} = 2 \Rightarrow \log_3 x = 1 \Rightarrow x = 3$$

$$2^{\log_3 x} = 1 \Rightarrow \log_3 x = 0 \Rightarrow x = 3^0 = 1 \quad \left. \vphantom{\log_3 x} \right\} \mathcal{C} = \{1, 3\}$$

1. $x^{\ln x} - e^2 \cdot x = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{\frac{1}{e}, e^2\right\}$ B) $\{e, e^2\}$ C) $\left\{\frac{1}{e}, e^3\right\}$
D) $\{e^2, e^3\}$ E) $\left\{\frac{1}{e^2}, e\right\}$

2. $x^{-1 + \log_5 x} = 25$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{\frac{1}{25}, \frac{1}{5}\right\}$ B) $\{1, 2, 3\}$ C) $\left\{\frac{1}{25}, 1\right\}$
D) $\left\{\frac{1}{5}, 25\right\}$ E) $\left\{\frac{1}{25}, 5\right\}$

3. $3^{\log_2 x} + 3^{1-\log_2 x} = 4$ denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

4. $5^{\ln x} + 5^{1-\ln x} = 6$ denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e - 1$ B) e C) $e + 1$ D) $e + 2$ E) $e + 3$

5. $x^{-3 + \log x} = \frac{100}{x^3}$ denkleminin bir kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) 10^2 B) 10 C) 1 D) 10^{-1} E) $10^{-\sqrt{2}}$

6. $(x + 2)^{\log_{(x-2)}(x+2)} = (x^2 - 4)(x - 2)$ denklemini sağlayan kaç farklı x değeri vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

köşetaşı

- 1) $f(x) = \sqrt{2 - \log_3(x+1)}$ fonksiyonunun en geniş tanım aralığında kaç tane tamsayı vardır?
- 2) $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > 1$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

- 1) $f(x) = \sqrt{2 - \log_3(x+1)}$ fonksiyonunda kökün derecesi çift olduğundan fonksiyonun tanımlı olması için $2 - \log_3(x+1) \geq 0$ olmalı. Ayrıca log fonksiyonunun tanımından $x+1 > 0$ olmalı. O halde, $2 - \log_3(x+1) \geq 0$ ve $x+1 > 0$
- $$\log_3(x+1) \leq 2 \quad \text{ve} \quad x > -1$$
- $$\log_3(x+1) \leq \log_3 3^2$$
- $$x+1 \leq 9 \Rightarrow x \leq 8 \text{ olmalı.}$$
- $x > -1$ ve $x \leq 8$ olduğundan $-1 < x \leq 8$ olur. Bu aralıkta x , 9 farklı tamsayı değeri alır.
- 2) $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > 1 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)$
- $$\Rightarrow x-1 < \frac{1}{2} \text{ (logaritmada taban 1 den küçük olduğu zaman eşitsizlik yön değiştirir.)}$$
- $$\Rightarrow x < \frac{3}{2}$$
- Ayrıca $x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$ olmalı. O halde, $1 < x < \frac{3}{2}$ olur.

1. $\log_3(x-4) + \log_3(x+4) \leq 2$ eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-5, 5]$ B) $(0, 5]$ C) $[-4, 5]$ D) $(4, 5]$ E) $[0, 5]$

2. $\log_{\frac{1}{3}} \frac{x+2}{x-3} < 1$

eşitsizliğini sağlayan en küçük doğal sayı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $2 \leq \log_2(x-5) < 4$ eşitsizliğini sağlayan kaç farklı tamsayı değeri vardır?

A) 20 B) 18 C) 15 D) 12 E) 10

4. $|2 - \log_{\frac{1}{3}}(x-1)| \leq 1$ eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left[1, \frac{4}{3}\right]$ B) $\left(\frac{28}{27}, \frac{4}{3}\right]$ C) $\left[\frac{28}{27}, \frac{4}{3}\right]$
D) $\left(1, \frac{4}{3}\right)$ E) $\left[\frac{2}{3}, \frac{5}{2}\right]$

5. $x^{\log x} \leq 10$ eşitsizliğini sağlayan en büyük tamsayı ile en küçük tamsayının toplamı kaçtır?

A) 18 B) 16 C) 14 D) 11 E) 10

6. $\log_{\frac{1}{2}}(\log_3(x-1)) > -1$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı tamsayı vardır?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

($x = 2$ olmadığını fark ediniz.)

köşetaşı

$a = \log_2 10$, $b = \log_5 6$ ve $c = \log_7 5$ sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

açıklamalı çözüm

$$a = \log_2 10 \Rightarrow 8 < 10 < 16 \Rightarrow \log_2 8 < \log_2 10 < \log_2 16$$

$$\Rightarrow 3 < a < 4$$

$$b = \log_5 6 \Rightarrow 5 < 6 < 25 \Rightarrow \log_5 5 < \log_5 6 < \log_5 25$$

$$\Rightarrow 1 < b < 2$$

$$c = \log_7 5 \Rightarrow 1 < 5 < 7 \Rightarrow \log_7 1 < \log_7 5 < \log_7 7$$

$$\Rightarrow 0 < c < 1$$

O halde, $c < b < a$ olur.

SOR İŞTE!

10 sayısı 2'nin hangi iki kuvveti arasındadır?

1. $a = \log_3 10$, $b = \log_5 8$ ve $c = \log_4 3$ olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $c < a < b$ B) $c < b < a$ C) $b < a < c$
D) $b < c < a$ E) $a < c < b$

2. $a = \log_{\frac{1}{2}} 5$, $b = \log_{\frac{1}{3}} 30$ ve $c = \log_5 \frac{2}{3}$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $a < c < b$ B) $a < b < c$ C) $b < a < c$
D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

3. $\log_a 5 < \log_b 5 < 0$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) $1 < a < b$ B) $0 < b < 1 < a$ C) $0 < a < 1 < b$
D) $0 < b < a < 1$ E) $0 < a < b < 1$

4. $\log_2 30 = a$, $\log_6 20 = 3$ ve $\log_{31} c = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $b < a < c$ B) $b < c < a$ C) $a < b < c$
D) $a < c < b$ E) $c < a < b$

5. $0 < a < 1 < b$ olmak üzere,

$$x = \log_a b$$

$$y = \log_a b^3$$

$$z = \log_a^2 b$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $y < x < z$
D) $y < z < x$ E) $z < y < x$

6. $0 < x < y < 1 < z$ olmak üzere,

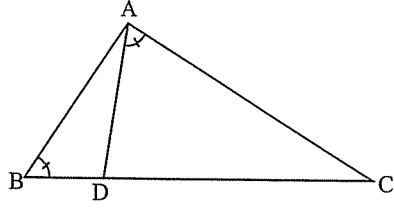
$$a = \log_x 3, \quad b = \log_y 3 \quad \text{ve} \quad c = \log_z 3$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $c < a < b$ B) $a < c < b$ C) $a < b < c$
D) $b < c < a$ E) $b < a < c$

(x, y, z için değer verirsiniz kolay olur.)

köşetaşı



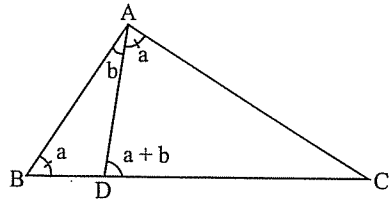
ABC üçgeninde,
 $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DAC})$

$|AB| = \log_{16} 81$ birim, $|AD| = \log_3 25$ birim

$|AC| = \log_3 2$ birim, $|BC| = \log_5 x$ birim

Yukarıdaki verilere göre, x kaçtır?

açıklamalı çözüm



$$\left. \begin{array}{l} m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DAC}) \\ m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{ADC}) \\ m(\widehat{BCA}) = m(\widehat{ACD}) \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{BAC} \sim \widehat{ADC} \text{ dir.}$$

$$\widehat{BAC} \sim \widehat{ADC} \text{ olduğundan } \frac{|BA|}{|AD|} = \frac{|BC|}{|AC|} = \frac{|AC|}{|DC|}$$

$$\frac{\log_{16} 81}{\log_3 25} = \frac{\log_5 x}{\log_3 2} \Rightarrow \frac{\log_{2^4} 3^4}{\log_3 5^2} = \frac{\log_5 x}{\log_3 2}$$

$$\Rightarrow \frac{\log_2 3}{2 \log_3 5} = \frac{\log_5 x}{\log_3 2} \Rightarrow \frac{\log_2 3}{2 \cdot \frac{\log 5}{\log 3}} = \frac{\log x}{\frac{\log 2}{\log 3}}$$

$$\Rightarrow \frac{\log 3}{\log 2} \cdot \frac{\log 3}{2 \log 5} = \frac{\log x}{\log 5} \cdot \frac{\log 3}{\log 2}$$

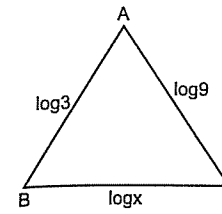
$$\Rightarrow \log 3 = 2 \log x$$

$$\Rightarrow \log 3 = \log x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 3$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3} \text{ birim olur.}$$

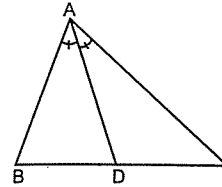
1.



A) 27 B) 26 C) 21 D) 15 E) 8

Yandaki ABC üçgeninde ve-
 rilenlere göre, x in alabile-
 ceği en büyük tamsayı de-
 ğeri kaçtır?

2.

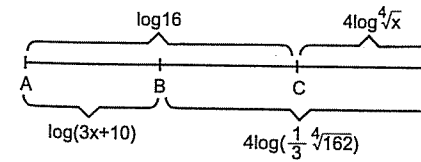


Yukarıdaki verilere göre, a'nın değeri kaçtır?

A) 100 B) 20 C) 12 D) 10 E) 1

ABC üçgeninde,
 $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$
 $|AB| = 2 \ln x$
 $|AC| = \ln x^3$
 $\frac{|BD|}{|DC|} = \log_3 \sqrt{a^2}$

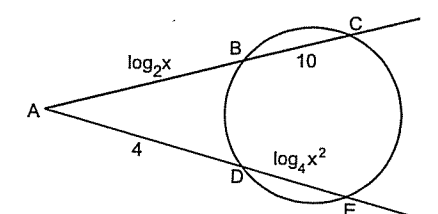
3.



$|AC| = \log 16$, $|CD| = 4 \log \frac{4}{162}$,
 $|AB| = \log(3x+10)$ ve $|BD| = 4 \log(\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{162})$
 olduğuna göre, x değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4.

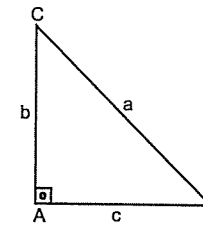


Yukarıdaki şekilde, $|AB| = \log_2 x$ birim, $|BC| = 10$ birim,
 $|AD| = 4$ birim ve $|DE| = \log_4 x^2$ birimdir.

Buna göre, x değeri kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

5.

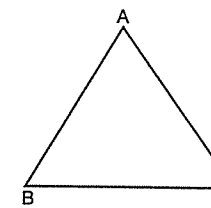


ABC dik üçgeninde
 $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$
 $|BC| = a$ br
 $|AC| = b$ br
 $|AB| = c$ br

$(b + c + a)(b + c - a) = 20$ olduğuna göre, $\log b$ aşa-
 ğıdakilerden hangisine eşittir?

A) $1 + \log b$ B) $2 - \log c$ C) $-1 + \log c$
 D) $1 - \log c$ E) 1

6.



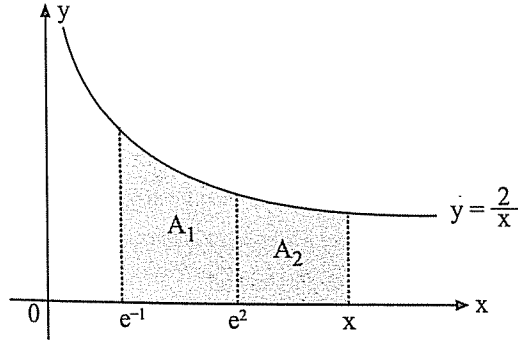
ABC üçgeninde açılar aşağı-
 daki gibi verilmiştir.

$m(\widehat{BAC}) = (30 \log_3 x^3)^\circ$
 $m(\widehat{ABC}) = (270 \log_3^3 \sqrt{y})^\circ$
 $m(\widehat{ACB}) = (18 \log_3 z^5)^\circ$

$\log_{xy} z = -3$ olduğuna göre, z kaçtır?

A) 40 B) 32 C) 30 D) 27 E) 25

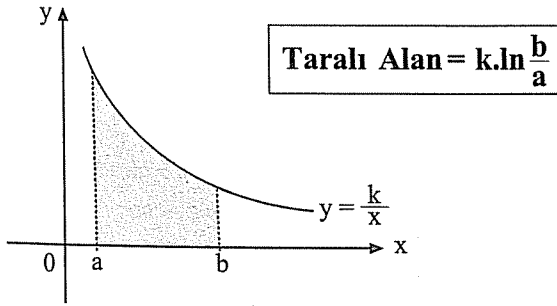
köşetaşı



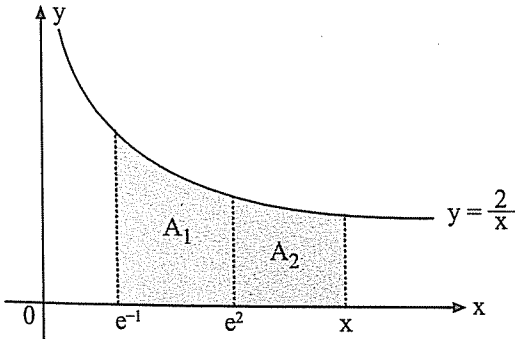
Yandaki şekilde A_1 ve A_2 içlerinde bulundukları bölgelerin alanlarını göstermektedir.

2. $A_1 = 3.A_2$ olduğuna göre, x kaç birimdir?

açıklamalı çözüm



Şimdi sorumuzu çözelim:



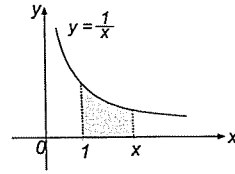
$$k=2$$

$$A_1 = 2 \cdot \ln\left(\frac{e^2}{e^{-1}}\right) = 2 \cdot \ln e^3 = 6$$

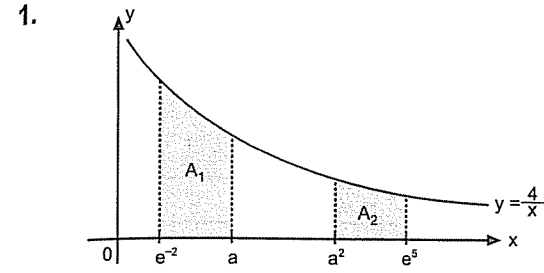
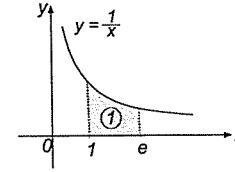
$$A_2 = 2 \cdot \ln\left(\frac{x}{e^2}\right)$$

$$2.A_1 = 3.A_2 \Rightarrow 2 \cdot 6 = 3 \cdot 2 \cdot \ln\left(\frac{x}{e^2}\right)$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{x}{e^2}\right) = 2 \Rightarrow \frac{x}{e^2} = e^2 \Rightarrow x = e^4 \text{ birim olur.}$$



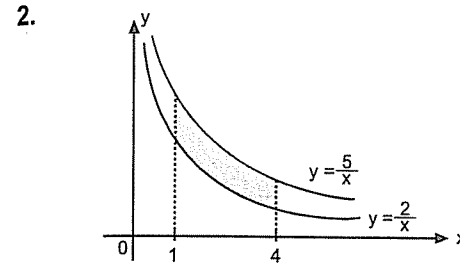
Taraflı alan $\ln x$ in tanımı için zaman zaman kullanılmıştır. Hatta alan 1 birim olduğunda x değeri e olur. Ancak, alan üzerinde detaylı çalışılmayacaktır. İntegral konusunda eğri altında kalan alanlar detaylı bir şekilde incelenecektir.



Yukarıdaki şekilde $y = \frac{4}{x}$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

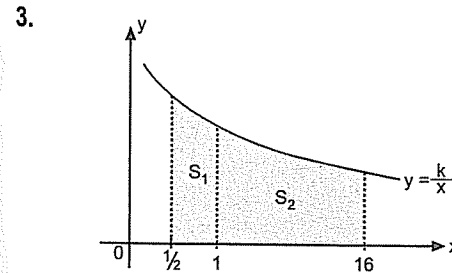
$A_1 = 12$ birim kare olduğuna göre, A_2 kaç birim karedir?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20



Yukarıdaki şekilde verilenlere göre, taraflı bölgenin alanı kaç birim karedir?

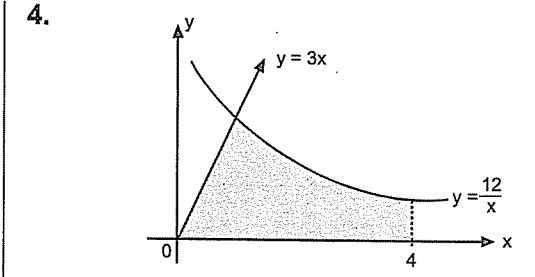
- A) $\ln 64$ B) $\ln 48$ C) $\ln 32$ D) $\ln 6$ E) $\ln 4$



Yukarıdaki şekilde S_1 ve S_2 içlerinde bulundukları bölgelerin alanlarını göstermektedir.

$S_1 = 4 \text{ br}^2$ olduğuna göre, S_2 kaç br^2 dir?

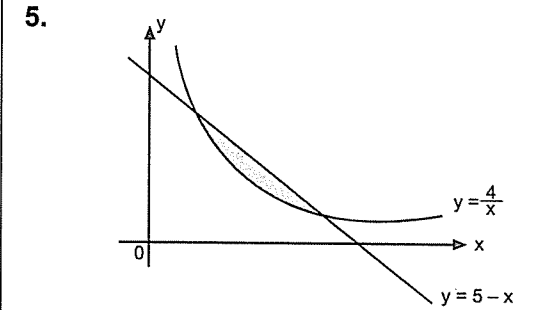
- A) 10 B) 16 C) 18 D) 24 E) 28



Yukarıdaki şekilde verilenlere göre, taraflı bölgenin alanı kaç birim karedir?

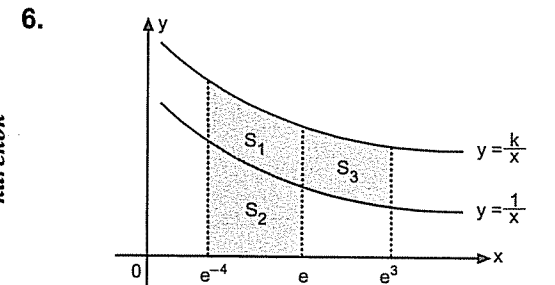
- A) $3 + 5\ln 2$ B) $6 + 6\ln 2$ C) $6 + 12\ln 2$
D) $6 + 8\ln 2$ E) $12 + 6\ln 2$

(kesişim noktasını bulmak için $3x = \frac{12}{x}$ denklemi çözülür.)



Yukarıdaki şekilde $y = \frac{4}{x}$ eğrisi ile $y = 5 - x$ doğrusunun sınırladığı bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) $\frac{11}{2} - 5\ln 4$ B) $\frac{7}{2} - 3\ln 2$ C) $12 - 3\ln 4$
D) $15 - 4\ln 4$ E) $\frac{15}{2} - 4\ln 4$



Yukarıdaki şekilde S_1 , S_2 ve S_3 içlerinde bulundukları bölgelerin alanlarını göstermektedir.

$S_3 = 8 \text{ br}^2$ olduğuna göre, $S_1 - S_2$ farkı kaç br^2 dir?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 20

köşetaşı

$\log 2 = 0,30103$ olduğuna göre, 20^{50} sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?

açıklamalı çözüm

1 den büyük bir sayının tam kısmının kaç basamaklı olduğunu bulmak için sayının logaritması alınır ve çıkan sayının tam kısmına 1 eklenir.

$x = 20^{50}$ olsun. Eşitliğin her iki tarafının logaritmasını alalım.

$$\begin{aligned}\log x &= \log 20^{50} = 50 \log 20 = 50(\log(2 \cdot 10)) \\ &= 50(\log 2 + \log 10) = 50(0,30103 + 1) \\ &= 65,0515 \text{ olur.}\end{aligned}$$

Logaritmanın tam kısmı 65 olduğundan $x = 20^{50}$ sayısının basamak sayısı $65 + 1 = 66$ olur.

1. $\log x = 9,54240$ olduğuna göre, x sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

2. $\log 3 = 0,47712$ ise, 27^{30} sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?

- A) 42 B) 43 C) 44 D) 45 E) 46

3. $\log 5 = 0,6990$ olduğuna göre, 25^{15} sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

4. $\log 70 = 1,8451$ olduğuna göre, 7^{100} sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?

- A) 81 B) 82 C) 83 D) 84 E) 85

5. $\log 2 = 0,30103$ ve $\log 3 = 0,47712$ olduğuna göre, 60^{45} sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?

- A) 81 B) 82 C) 83 D) 84 E) 85

6. $\log 5 = 0,6990$ olduğuna göre, $\log(5 \cdot x) = 1,5441$ olduğuna göre, x^{35} sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?

- A) 32 B) 31 C) 30 D) 29 E) 28

kareköt

1. "0,02 nin hangi tabanındaki logaritması -1 dir?" sorusunun cevabını veren denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(0,02)^x = -1$ B) $\log_x(0,02) = -1$
C) $\log_{(0,02)} x = -1$ D) $\log_{(0,02)}(-1) = x$
E) $(0,02)^x = -1$

2. $\log_3 2 = x$ olduğuna göre, 3^{-x+1} ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

3. $\log_{\frac{1}{5}}(5^{2x+1}) = x + 1$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{2}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) 0

4. $f(x) = \log(x - 5) - \log(8 - x)$ fonksiyonunun tanım kümesindeki x tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 10 D) 11 E) 13

5. $\ln(\ln e) + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2}$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) 3

6. $\log_{\sqrt{3}} 9 - \log_{0,5} 8 + \log_{\frac{1}{3}} x^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

7. $m^3 = n^2$ olduğuna göre, $\log_m n^5$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) $\frac{13}{2}$ D) 7 E) $\frac{15}{2}$

8. $\log_2(\log_{\sqrt{2}} 32) - \log_2(\log_3 243)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

9. $\log 5 = m$ olduğuna göre, $\log(2,5)$ ifadesinin m türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2m-1$ B) $2m$ C) $2m+1$ D) $2m+2$ E) $2m+3$

10. $\log_3(x + y) - 1 = \log_3(x - y)$ olduğuna göre, x ile y arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x = y$ B) $x = 2y$ C) $x - y = 0$
D) $x + y = 0$ E) $2x - 3y = 0$

kareköt

11. $\log_5 \cong x$ olduğuna göre, $\log_{\frac{1}{16}}$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x$ B) $2x - 4$ C) $3x - 3$
D) $4x - 3$ E) $4x - 4$

12. $\log_2 \cong 0,30103$ olduğuna göre, $\log(0,004)$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-3,2332$ B) $-3,39794$ C) $-2,43324$
D) $-2,39794$ E) $-2,30103$

13. $\log_3(x^2 \cdot y) = 2$

$\log_3\left(\frac{x}{y}\right) = -5$ olduğuna göre, $x^2 \sqrt{y}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $\log_3 5 = a$ ise, $\log_{15} 45$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a+1}{a+2}$ B) $\frac{a+2}{a+1}$ C) $\frac{a+3}{a+2}$
D) $\frac{2a+1}{a+2}$ E) $\frac{a+5}{a+6}$

15. $\log_2 7 = m$ ve $\log_5 7 = n$ olduğuna göre, $\log_{28} 250$ nin m ve n türünden değeri aşağıdakilerden hangisine aittir?

A) $\frac{3mn}{m+2}$ B) $\frac{m+1}{n+2}$ C) $\frac{mn+3}{m+2}$
D) $\frac{2mn+1}{m+1}$ E) $\frac{3mn+1}{m+2}$

16. $\log_{64} 2 = m$ olduğuna göre, $\log_2 63!$ in m cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{6m-1}{m}$ B) $\frac{5m-1}{m}$ C) $\frac{1-6m}{m}$
D) $\frac{1-5m}{m}$ E) $1-6m$

17. $\ln x = \log_3 5 \cdot \log_{\sqrt{5}} 9$ eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) e B) e^2 C) e^3 D) e^4 E) e^5

18. $\frac{2}{\log_{\sqrt{2}} 30} + \frac{1}{\log_3 30} + \frac{1}{\log_5 30}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

19. $3^{\log_3 5} + \sqrt{2}^{\log_2 4}$ toplamının değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

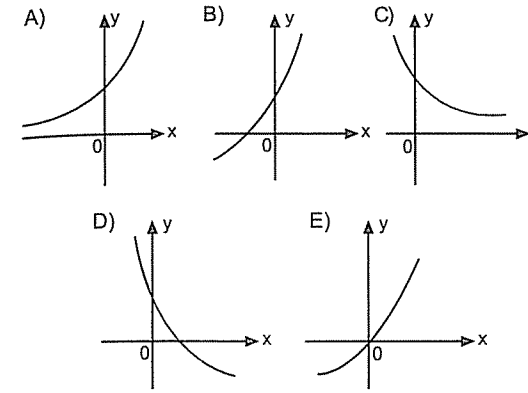
20. $5^{\log_3 7} - 7^{\log_3 5}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

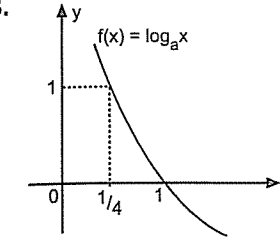
21. $\log_a 2 = 2 \log_{4a} 2$ olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 4

22. Aşağıdakilerden hangisi $f(x) = 5^{x-1}$ fonksiyonunun grafiği olabilir?



- 23.



Yandaki şekilde

$f(x) = \log_a x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(2) + f^{-1}(1)$ toplamı kaçtır?

A) $-\frac{1}{4}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

24. $f(x) = \ln x$

$(g \circ f)(x) = x + 2$

olduğuna göre, $g(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^x B) $e^x + 1$ C) $e^x + 2$ D) $e^x - 1$ E) $e^x - 2$

25. $\log_{\sin x} \tan x - \log_{\cos x} \cot x = 0$ denklemini sağlayan en küçük pozitif dar açı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{8}$

26. $e^{2x} + e^x - 10^{\log 6} = 0$ denkleminin kökü kaçtır?

A) $\ln 2$ B) 1 C) $\ln 3$ D) $\ln 4$ E) $\ln 5$

27. $x^{-1+\log_3 x} = 9$ denkleminin kökleri çarpımı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

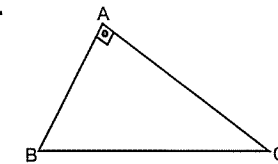
28. $\log_2(x^2 - 9) \leq 4$ eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 11 B) 8 C) 5 D) 4 E) 2

29. $\ln 4$ ifadesinin değeri aşağıdaki aralıklardan hangisindedir?

A) (0,1) B) (1,2) C) (2,3) D) (3,4) E) (4,5)

- 30.



ABC dik üçgeninde,

$m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$

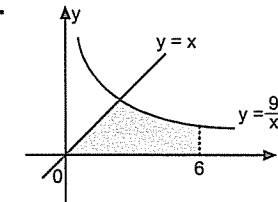
$|AB| = \log_9 64$ birim

$|AC| = \log_4 27$ birim

Yukarıdaki verilere göre, Alan($\widehat{ABC}$) kaç birim karedir?

A) 6 B) $\frac{7}{2}$ C) 3 D) $\frac{9}{4}$ E) 2

- 31.



Yandaki şekildeki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{9}{2} + 9\ln 2$ B) $5 + 8\ln 2$ C) $9 + 9\ln 2$
D) $5 + 4\ln 2$ E) $9\ln 2$

32. $\log 7 \cong 0,8451$ olduğuna göre, 490^{60} sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?

A) 143 B) 144 C) 145 D) 156 E) 162

1. $f(x) = \log_{(7-x)}(x-2)$ fonksiyonunun tanımı olduğu aralıkta x in alabileceği en büyük tamsayı değeri ile en küçük tamsayı değerinin toplamı kaçtır?
A) 8 B) 9 C) 11 D) 12 E) 13

2. $\ln(\log_2(\ln x)) = 0$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{e}$ B) 1 C) e D) e^2 E) e^3

3. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\log_2 2 + \ln e - \ln 1 = 2$
B) $\log a + \log(a^{-1}) = 0$
C) $e^{\ln 3} - 2^{\log_2 8} = -5$
D) $\log_a b \cdot \log_b a^2 = 2$
E) $5^{\log_3 5} + 4^{\log_2 3} - \log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}\right) = 5$

4. x, y, z pozitif reel(gerçel) sayılardır.
 $xyz = 1$ olduğuna göre, $\log_{yz} x + \log_{xz} y + \log_{xy} z$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

5. $\log 5 = m$ olduğuna göre, $\log 250$ nin m türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2m + 1$ B) $m + 1$ C) $8m - 1$
D) $2m - 1$ E) $2m - 3$

kareköt

6. $\log_2(3^{\log_3 10} + e^{\ln 5}) = \log_{\sqrt{3}}(x-1)$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

7. $\log_x x = \log_y y$ olduğuna göre, $\log_x(x \cdot y)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) 2 D) $\frac{9}{4}$ E) 4

8. $\log_5(x-2) + \log_5(x+2) = 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{-3, 3\}$ B) $\{-2, 2\}$ C) $\{2\}$
D) $\{3\}$ E) $\{3, 4\}$

9. $\log_2(3 + \log_3(3 \log_5(x+1))) = 2$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?
A) 4 B) 8 C) 10 D) 12 E) 24

10. $\log_2 5 = m$ olduğuna göre, $\log_5 40$ ifadesinin m türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{3}{m}$ B) $\frac{m+2}{m}$ C) $1+2m$
D) $\frac{m+3}{m}$ E) $1+3m$

11. $\log_{10} 2 = a$
 $\log_{10} 3 = b$
olduğuna göre, $\log_{10} 180$ ifadesinin a ve b cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2a + 3b - 1$ B) $a + 2b$ C) $2a + b$
D) $a + 2b + 1$ E) $2a + b + 1$

12. $f(x) = \log_5 x$ ve $(g \circ f)(x) = 5^{x-3} + 1$ olduğuna göre, $g(1)$ değeri kaçtır?
A) 26 B) 25 C) 24 D) 23 E) 22

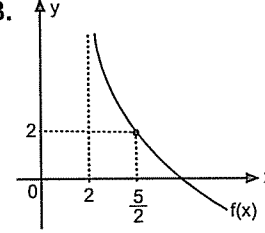
13. $\log_4 \left(\sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_4 \left(2 \cos^2 \frac{\pi}{24} - 1 \right) = A$ olduğuna göre, A nın değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) 1

14. $\frac{1}{\log_a ab} + \frac{1}{\log_b ab} - 1$
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) $\log_a b$

15. $3x^2 - 7x + \log a = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} = 1$ olduğuna göre, a sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?
A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

16. $x^{\frac{\ln 1}{x}} = \frac{1}{e^4}$ denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?
A) $\frac{1}{e}$ B) 1 C) e D) e^2 E) e^3

17. $a = \log \frac{3}{4}$, $b = \log \frac{7}{3}$ ve $c = \log \frac{3}{10}$ olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
A) $a < c < b$ B) $b < a < c$ C) $b < c < a$
D) $c < a < b$ E) $c < b < a$

18. 
Yandaki fonksiyon $f(x) = \log_a(x+b)$ fonksiyonuna aittir.
Buna göre, $\log_a(2b + 6)$ değeri kaçtır?
A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

19. $f(x) = \log_2(\log_3(x+4))$ fonksiyonu veriliyor.
 $f(x) \leq f(5)$ eşitsizliğini sağlayan kaç farklı tamsayı değeri vardır?
A) 9 B) 8 C) 5 D) 4 E) 3

kareköt

20. $2^x = 6^y$ olduğuna göre, $\frac{x-y}{x+y}$ oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\log_{12} 3$ B) $\log_{12} 5$ C) $\log_3 5$
D) $\log_3 12$ E) $\log_3 15$

1. $\log_2 6 = x$ olduğuna göre, 8^{x-1} ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 27 B) 24 C) 20 D) 18 E) 16

2. $\log_a 16 = 3$
 $\log_2 a = b$
olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?
A) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ B) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$
D) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ E) $4\sqrt{2}$

3. $3\ln x - \ln y = \ln z$ olduğuna göre,
 $\frac{2x^3 + yz}{5x^3 - yz}$ oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{4}{3}$

4. $\log_2(4^x - 3) = x - 1$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. $(5x)^{\log_3 3} + (3x)^{\log_3 5} = 72$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$

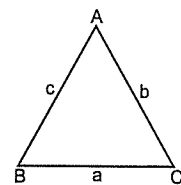
6. $\log_2 5 = x$
 $\log_3 6 = y$
olduğuna göre, $\log_{25} 150$ nin x ve y cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x-y+1}{xy-1}$ B) $\frac{xy+2x-2y}{xy-2x}$ C) $\frac{xy-2x+2y}{xy-x}$
D) $\frac{xy+2x+2y}{xy-2x}$ E) $\frac{2xy-2x+y}{2xy-2x}$

7. $\ln a + \ln b = 0$ olduğuna göre, $\log_b a^4 + \log_a b^3$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

8. $\log 7! = x$
 $\log 35 = y$
olduğuna göre, $4\log 2 + \log 9$ ifadesinin x ve y cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x - y$ B) $x - y - 1$ C) $x + y$
D) $x + y + 2$ E) $x \cdot y$

9. Aşağıdaki önermelerden hangisi daima doğrudur?
A) $\log x > 0$ ise, $0 < x < 1$ dir.
B) $\ln(\ln x) > 0$ ise, $0 < x < e$ dir.
C) $x < 10$ ise, $\log x < 0$ dir.
D) $\log_{\frac{1}{2}} x > 1$ ise, $x > \frac{1}{2}$ dir.
E) $\log(2-x) > 0$ ise, $x < 1$ dir.

10.  ABC üçgeninde,
 $|BC| = a$ br, ($a \neq 1$)
 $|AC| = b$ br,
 $|AB| = c$ br dir.
 $\log_{(b+c)} a + \log_{(c-b)} a = 2\log_{(b+c)} a \cdot \log_{(c-b)} a$
olduğuna göre, $m(\widehat{ACB})$ kaç derecedir?
A) 90 B) 75 C) 60 D) 45 E) 30

11. $A = \log_2(\tan 1^\circ) + \log_2(\tan 2^\circ) + \log_2(\tan 3^\circ) + \dots + \log_2(\tan 89^\circ)$
 $B = \frac{1}{\log_2 10!} + \frac{1}{\log_3 10!} + \frac{1}{\log_4 10!} + \dots + \frac{1}{\log_{10} 10!}$
olduğuna göre, $A + B$ toplamı kaçtır?
A) 10 B) 9 C) 3 D) 2 E) 1

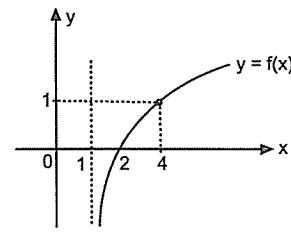
12. $(5^{x-2} - 125)(x^2 - 9) \leq 0$ eşitsizliğini sağlayan en büyük pozitif tamsayı ile en büyük negatif tamsayının toplamı kaçtır?
A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

13. $\log 2 = a$ ve $\log 3 = b$ olduğuna göre, $\log_5 45$ in a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{a-b+1}{a-1}$ B) $\frac{b-a+1}{1-a}$ C) $\frac{b}{1-a}$
D) $\frac{a+b}{1-a}$ E) $\frac{2b-a+1}{1-a}$

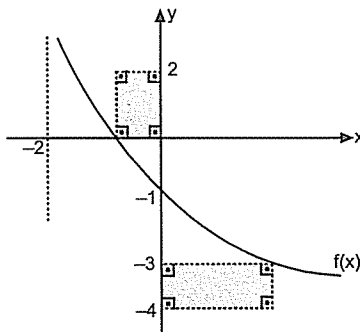
14. $\log_2 6 = x$
 $\log_y 144 = x + 1$
olduğuna göre, $\log_2 \sqrt[3]{y}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 3

15. $\log x = 0,845$ olduğuna göre, x^{2006} sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?
A) 1696 B) 1700 C) 1723 D) 1832 E) 2006

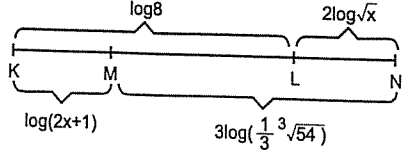
16. $4\ln^2 x + 9(\ln y)^2 = 3\ln x^2 \cdot \ln y^2$ olduğuna göre, x ile y arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x^3 - y^2 = 0$ B) $x^2 - y^3 = 0$ C) $x^2 - y = 0$
D) $x - y^2 = 0$ E) $x^5 - y^3 = 0$

17.  Yanda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $y = \log_{\frac{1}{2}}(x-1)$ B) $y = \log_{\frac{1}{3}}(x-1)$
C) $y = \log_3(x+1)$ D) $y = \log_2(x-1)$
E) $y = \log_3(x-1)$

18. $f(x) = 4^{x+1}$ ve $g(x) = \log_2 x$ fonksiyonları veriliyor.
 $(g \circ f^{-1})(x) < 1$ eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?
A) 59 B) 58 C) 57 D) 56 E) 55

19.  Yukarıda $f(x) = \log_m(x+n)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
Buna göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç birim karedir?
A) $\frac{31}{4}$ B) 9 C) $\frac{28}{3}$ D) 8 E) 12

20. $3^{\log_3 9} = x^{\log_8 16}$ olduğuna göre, $\sqrt[3]{\log_x 9}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) $\sqrt[3]{3}$ D) 2 E) $2\sqrt{3}$

1.  Yukarıdaki şekilde,
 $|KL| = \log 8$, $|LN| = 2 \cdot \log \sqrt{x}$
 $|KM| = \log(2x+1)$, $|MN| = 3 \cdot \log\left(\frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{54}\right)$
 olduğuna göre, x in değeri nedir?
 A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{5}$ C) 1 D) 2 E) 5
 (1977)

2. $3^n = a$ ve $\log_8 81^2 = n^2$ olabilmesi için n nin değeri ne olmalıdır?
 A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6
 (1978)

3. $x \cdot \log_2 3 - (\sqrt{x} + 1) \cdot \log_4 3 = 0$ denkleminin kökü aşağıdakilerden hangidir?
 A) $\frac{1}{2}$ B) 3 C) 4 D) 1 E) $\frac{2}{3}$
 (1979)

4. $\log_3(\log_2 32) = \log_3 x$ olduğuna göre, x in değeri nedir?
 A) 25 B) 16 C) 81 D) 27 E) 9
 (1979)

5. a, b, c, 1 den farklı üç gerçel (reel) sayıdır.
 Elde yalnız a tabanına göre düzenlenmiş bir logaritma tablosu olduğuna göre $\log_b c$ aşağıdaki ifadelerden hangisi ile hesaplanır?
 A) $\log_a(c-b)$ B) $\log_a c - \log_a b$
 C) $\frac{\log_a c}{\log_a b}$ D) $\frac{\log_a b}{\log_a c}$
 E) $\log_a b \cdot \log_a c$
 (1980)

6. $\log_2 a = \log_{\frac{1}{2}} b$ olduğuna göre, $\log_{10}(a \cdot b)$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 5 B) 2 C) 1 D) -1 E) 0
 (1980)

7. $y = \log_7\left(\frac{1}{x}\right)$ ve $x = 7^5$ ise, y nin değeri nedir?
 A) -5 B) $-\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) 5 E) 7
 (ÖYS 1981)

8. $\sqrt{(\log 2)^2 + \left(\log \frac{1}{2}\right)^2}$ ifadesinin değeri nedir?
 A) 0 B) $\log \sqrt{2}$ C) $\sqrt{2} \log 2$
 D) $\log\left(-\frac{1}{2}\right)$ E) $\sqrt{2} \log\left(-\frac{1}{2}\right)$
 (ÖYS 1982)

9. $\log_a c = x$ ve $\log_b c = y$ olduğuna göre, x in a, b, y türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\log_{ab} by$ B) $\frac{\log_b a}{y}$ C) $\frac{\log_a b}{y}$
 D) $y \cdot \log_b a$ E) $y \cdot \log_a b$
 (ÖYS 1983)

10. $\log_2(\log_{10} x) = 3$ eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 10^9 B) 10^8 C) 10^6 D) 10^3 E) 10^2
 (ÖYS 1984)

11. $\log_3 5 = a$ olduğuna göre, $\log_5 15$ in değeri nedir?
 A) $\frac{1}{a-1}$ B) $\frac{a}{a-1}$ C) $\frac{a-1}{a}$
 D) $\frac{a}{a+1}$ E) $\frac{a+1}{a}$
 (ÖYS 1985)

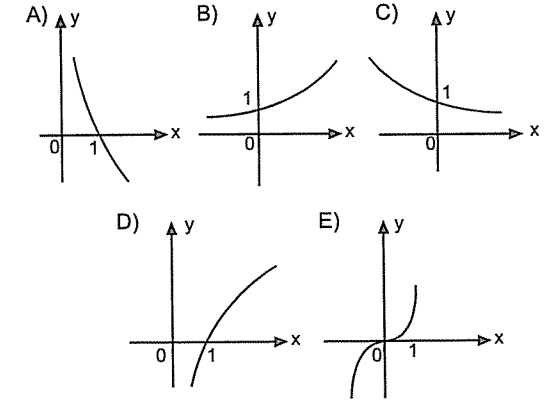
12. $\log 1656 = a$, $\log 2 = b$, $\log 3 = c$ olduğuna göre, $\log 23$ ün değeri nedir?
 A) $a-2b-3c$ B) $a-3b-2c$ C) $a-b-3c$
 D) $a-2b-c$ E) $a-b-c$
 (ÖYS 1986)

13. $\log(a+b) = \log a + \log b$ olduğuna göre, b nin a türünden değeri nedir?
 A) $\frac{1}{a+1}$ B) $\frac{a+1}{a}$ C) $\frac{a}{a-1}$
 D) $a-1$ E) $\frac{a+1}{a-1}$
 (ÖYS 1987)

14. $\ln(xy) = 2a$
 $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = 2b$
 olduğuna göre, x in pozitif değeri nedir?
 A) e^{a+b} B) e^{b-a} C) e^{a-b} D) $e^{2(a+b)}$ E) e^{ab}
 (ÖYS 1987)

15. $\log x + 2 \log \frac{1}{x} = \log 8 - 2 \log x$ denkleminin çözümü nedir?
 A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10
 (ÖSS 1988)

16. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ in grafiği hangisi olabilir?



17. $\ln a = p$ olarak verildiğinde, $\log a^2$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $p \log e$ B) $2 p \log e$ C) $p \log 2e$
 D) $p \log \frac{e}{2}$ E) $\frac{p}{2} \log e$
 (ÖYS 1988)

18. $a^5 = b$ olduğuna göre, $\log_b a^3$ kaçtır?
 A) 2 B) 8 C) 15 D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{5}{3}$
 (ÖSS 1989)

19. $\log 2 = 0,301$ ve $\log 3 = 0,477$ olduğuna göre, $\log 360$ in değeri kaç olur?
 A) 2,731 B) 2,556 C) 3,043 D) 1,987 E) 1,865
 (ÖYS 1989)

20. $\log x + \log(3x + 2) = 0$ denklemini sağlayan değer nedir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

(ÖYS 1989)

21. $\log_7(2x-7) - \log_7(x-2) = 0$ olduğuna göre, $\log_5 x$ in değeri nedir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(ÖYS 1990)

22. $\log_3 5 = a$ olduğuna göre, $\log_9 25$ in değeri nedir?

- A) a B) 2a C) a^2 D) $\frac{a}{2}$ E) $\sqrt{a}$

(ÖYS 1991)

23. $\log_3 3 + \log_5 a = 1$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 3 D) 2 E) 1

(ÖYS 1992)

24. $\log_a 9 = 4$ olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(ÖYS 1993)

25.

$$f(x) = \log_2 x$$

$$(g \circ f)(x) = x + 2$$

olduğuna göre, g(x) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2^x B) $2^x - 1$ C) $2^x + 1$ D) $2^x + 2$ E) $2^x - 2$

(ÖYS 1994)

26. $\log_3(9 \cdot 3^{x+3}) = 3x+1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1, 1\}$ B) $\{0, 2\}$ C) $\{0\}$ D) $\{1\}$ E) $\{2\}$

(ÖYS 1994)

27.

$$\frac{4 \log_3 x}{\log_3 9} = \log_3 \frac{27}{x}$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 9

(ÖYS 1995)

28.

$$\log_{10} 2 = a$$

$$\log_{10} 3 = b$$

olduğuna göre, $\log_{10} 72$ nin a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2b - 3a$ B) $3a - b$ C) $3a - 2b$

- D) $3a + 2b$ E) $2a + 3b$

(ÖYS 1996)

29. $\log_2(2 \log_3(3 \log_4(x+2))) = 1$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

(ÖYS 1997)

$$30. \frac{3}{\log_4 24} + \frac{6}{\log_{\sqrt{2}} 24} + \frac{12}{\log_{\frac{4}{3}} 24}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 6 D) 8 E) 12

(ÖYS 1998)

$$31. f: \left(-\frac{1}{3}, \infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$$

fonksiyonu $f(x) = \log_3(3x + 1)$ ile tanımlanıyor.

Buna göre, ters fonksiyonu belirten $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f^{-1}(x) = 3^x$ B) $f^{-1}(x) = 3^x + 1$

- C) $f^{-1}(x) = \log(3x + 1)$ D) $f^{-1}(x) = \frac{3^x - 1}{3}$

$$E) f^{-1}(x) = \frac{x^3 + 1}{3}$$

(ÖSS 2006 II)

$$32. \log_2(\log_3(5x + 6)) = 2$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 15 E) 18

(ÖSS 2007 II)

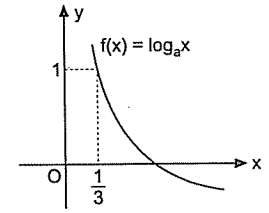
$$33. \log_4 9 + \log_2(a - 3) < 4$$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane a tam sayısı vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

(ÖSS 2008 II)

34.



Yukarıda $\log_a x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f\left(f\left(\frac{1}{27}\right)\right)$ değeri kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

(ÖSS 2009 II)

$$35. \log_3 5 = a$$

olduğuna göre, $\log_5 15$ 'in değeri kaçtır?

- A) $\frac{a}{a+1}$ B) $\frac{a+1}{a}$ C) $\frac{a}{a+3}$

- D) $\frac{a+3}{a}$ E) $\frac{4a}{3}$

(LYS 2010)

$$36. \frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_3 6}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) 2

- D) $\log_6 2$ E) $\log_6 3$

(LYS 2010)

$$37. 0 \leq \log_2(x-5) \leq 2$$

eşitsizliklerini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(LYS 2010)

38. 1'den farklı a,b,c pozitif gerçel sayıları için

$$\log_a b = \frac{1}{2}$$

$$\log_a c = 3$$

olduğuna göre, $\log_b \left(\frac{b^2}{c\sqrt{a}} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{5}{3}$ D) -6 E) -5
(LYS 2010)

39. $\log_9(x^2 + 2x + 1) = t$ ($x > -1$)

olduğuna göre, x'in t türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3^t - 1$ B) 3^{t-1} C) $3 - 2^t$
D) $2 \cdot 3^{t-1}$ E) $3^t - 2$

(LYS 2011)

BÖLÜM 42

Permütasyon - Kombinasyon

KÖŞETAŞI AMAÇLAR

1. Faktöriyel işlemini yapar.
2. Permütasyon işlemini yapar.
3. Kombinasyon işlemini yapar.
4. Saymanın temel ilkesini kavrar.
5. n sayıda mektubun m sayıda posta kutusuna kaç değişik biçimde atılabileceğini hesaplar.
6. Sıfırın elemanı olmadığı kümelerde saymanın temel ilkesiyle sayılar oluşturur.
7. Sıfırın elemanı olduğu kümelerde saymanın temel ilkesiyle sayılar oluşturur.
8. Verilen rakamlarla belli aralıklarda belli özelliklere sahip sayıları saymanın temel ilkesiyle oluşturur.
9. Verilen rakamlarla üçe veya dokuza bölünebilen sayılar oluşturur.
10. Sıralama yapma ve faktöriyel işleminin anlamını kavratır.
11. Belli nesnelerin bir arada bulunma ya da bulunmama durumlarını dikkate alarak sıralama yapar.
12. Yapılan sıralamalarda bir nesnenin diğerinin önünde ya da arkasında olma durumlarını hesaplar.
13. İki nesne arasında belirli sayıda nesne olma durumunda sıralama yapar.
14. Dönel (dairesel) sıralama yapar.
15. Tekrarlı permütasyonu kavrar.
16. Rakamlarla sayı oluştururken tekrarlı permütasyonu kullanır.
17. Tekrarlı permütasyonu uygular.
18. Rakamları toplamı n olan sayıların adedini bulabilir.
19. Bir kümenin permütasyonlarını ve kombinasyonlarını yazar.
20. Permütasyonun anlamını kavrar.
21. Kombinasyonun anlamını kavrar.

köşetaşı

$$\frac{7 \cdot 9! - 3 \cdot 8!}{8! + 2 \cdot 7!} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

Bu bölümün ilk üç köşetaşında, bu bölümde kullanılacak olan faktöriyel, permütasyon ve kombinasyon işlemleri üzerinde durulup alıştırmaya olanağı sağlanacaktır. Faktöriyel işleminde daha detaylı bilgi için 1. kitabın 10. bölümüne bakınız.

$n \in \mathbb{N}$ olmak üzere;

$$n! = n(n-1)(n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1 \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \cdot 1$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Köşetaşının çözümüne gelinirse;

$$\frac{7 \cdot 9! - 3 \cdot 8!}{8! + 2 \cdot 7!} = \frac{7 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7! - 3 \cdot 8 \cdot 7!}{8 \cdot 7! + 2 \cdot 7!} = \frac{8 \cdot 7! (7 \cdot 9 - 3)}{7! (8 + 2)} = \frac{8 \cdot 7! \cdot 60}{7! \cdot 10} = 48$$

ÇOK KULLANILAN BİR ÖZELLİK:

$$n! = n(n-1)!$$

Örnek :

$$(n+1)! = (n+1) \cdot n \cdot (n-1)!$$

$$(n-1)! = (n-1)(n-2)!$$

22. Belirli elemanların bulunduğu veya bulunmadığı kombinasyonların sayısını hesaplar.
23. Belirli elemanların bulunduğu veya bulunmadığı permütasyonların sayısını hesaplar.
24. Belirli sayıda kız ve erkekten oluşabilecek ekiplerin sayısını bulur.
25. Belirli sayıda erkek ve kadın arasından en az birinin erkek olduğu kombinasyonların sayısını bulur.
26. A ve B kümelerinden alınan farklı elemanlarla oluşturulan permütasyonların sayısını bulur.
27. Verilen noktalardan oluşabilecek geometrik şekillerin sayısını bulur.
28. Verilen noktaların bazılarının doğrusal olmaları durumunda oluşabilecek üçgen sayısını bulur.
29. Verilen doğruların kesişim noktalarının sayısını bulur.
30. Verilen doğruların oluşturduğu paralelkenar sayısını bulur.
31. Rakamları sıralı olan doğal sayıların sayısını bulur.
32. Tekrarlı kombinasyonların sayısını bulur.

1. $\frac{(1!+2!+3!)+8!}{7!}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 75 B) 80 C) 90 D) 105 E) 120

2. $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 90$
olduğuna göre, n kaçtır?
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

3. $\frac{9!+10!}{11!-10!}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 1 B) 0,2 C) 0,1 D) 0,11 E) 0,12

4. $\frac{12!+13!+14!}{14 \cdot 11!}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 142 B) 154 C) 168 D) 172 E) 180

5. $\frac{n!+(n-1)!}{n!-2(n-2)!} = \frac{6}{5}$
olduğuna göre, n kaçtır?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6. $\frac{(n+1)!-2(n-1)!}{n!-(n-1)!}$
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{n^2+n}{n-1}$ B) $n+2$ C) $n-1$
D) $\frac{n^2+n-2}{n^2+1}$ E) $\frac{n+1}{n}$

köşetaşı

3. $P(n-1, 2) = P(2n, 2) - 54$ olduğuna göre, n kaçtır?

açıklamalı çözüm

$n \geq r$ olmak üzere,

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \text{YA DA} \quad P(n, r) = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-r+1)$$

işlemi n elemanlı bir kümenin r elemanlı permütasyonlarının sayısını gösterir. Permütasyon kavramı üzerinde sonra durulup bu köşetaşında sadece işlem üzerine yoğunlaşılacaktır.

Köşetaşının çözümüne gelinirse;

$$3 \cdot P(n-1, 2) = P(2n, 2) - 54$$

$$3 \cdot \frac{(n-1)!}{(n-1-2)!} = \frac{(2n)!}{(2n-2)!} - 54$$

$$3 \cdot \frac{(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = \frac{(2n)(2n-1)(2n-2)!}{(2n-2)!} - 54$$

$$3 \cdot (n-1)(n-2) = 2n(2n-1) - 54$$

$$3n^2 - 9n + 6 = 4n^2 - 2n - 54$$

$$0 = n^2 + 7n - 60$$

$$0 = (n+12)(n-5)$$

$$n = 5 \quad \cancel{n = -12}$$

$$P(9, 3) = 9 \cdot 8 \cdot 7$$

$$P(9, 2) = 9 \cdot 8$$

$$P(8, 4) = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$

$$P(5, 1) = 5$$

1. $P(n, 1) + P(n, 2) = 225$
olduğuna göre, n kaçtır?
A) 5 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

2. $x \in \mathbb{N}$ olmak üzere,
 $P(x, 4) = 56 \cdot P(x, 2)$
denklemini sağlayan x kaçtır?
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

3. $P(n, 3) = 14 \cdot P(n, 2)$
olduğuna göre, n kaçtır?
A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

4. $P(3n, 2) = 8n^2 + 10$
olduğuna göre, n kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. $P(n, 2) = 30$
olduğuna göre, n kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. $P(n, r) = 30$
olduğuna göre, n en çok kaç olabilir?
A) 15 B) 30 C) 42 D) 48 E) 60

köşetaşı

$$\binom{n+2}{n+1} + \binom{n+2}{n} = 21$$

olduğuna göre, n kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

eşit olduğunu gösteriniz.

$$\text{Örneğin; } \binom{9}{3} = \binom{9}{6}$$

işlemi n elemanı olan bir kümenin r elemanlı kombinasyonlarının (alt kümelerinin) sayısını verir.

Kombinasyon kavramı üzerinde sonra durulup bu köşetaşında sadece işlem üzerine yoğunlaşılacaktır.

Köşetaşına bakılırsa;

$$\binom{n+2}{n+1} + \binom{n+2}{n} = 21 \Rightarrow \frac{(n+2)!}{(n+2-n-1)! (n+1)!} + \frac{(n+2)!}{(n+2-n)! n!} = 21$$

$$\Rightarrow \frac{(n+2)(n+1)!}{1! (n+1)!} + \frac{(n+2)(n+1) n!}{2! \cdot n!} = 21 \Rightarrow n+2 + \frac{n^2+3n+2}{2} = 21$$

$$\Rightarrow n^2 + 5n + 6 = 42 \Rightarrow n^2 + 5n - 36 = 0 \Rightarrow (n+9)(n-4) = 0$$

$$\Rightarrow n = 4 \quad \cancel{n = -9}$$

1. $P(n, 2) = 4 \cdot C(n, 1) + C(n, 2)$
olduğuna göre, n kaçtır?
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

2. $C(n, 1) + 2 \cdot C(n, 2) = 64$
olduğuna göre, n kaçtır?
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

3. $\binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 16 B) 32 C) 48 D) 64 E) 72
(Not : n elemanlı bir kümenin tüm kombinasyonlarının toplamı 2^n dir.)

4. $6 \cdot C(9, r) = P(9, r)$
olduğuna göre, r kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $P(5, 2) - C(5, 2)$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

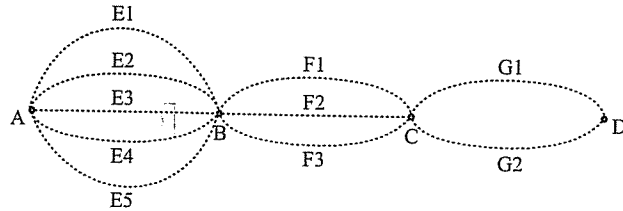
6. $\binom{9}{x+4} = \binom{9}{2x+2}$
denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

köşetaşı

A kentinden B kentine 5 farklı, B kentinden C kentine 3 farklı, C kentinden D kentine 2 farklı yoldan gidilebilmektedir.

A kentinden harekete başlayan bir araç B ve C den geçmek koşuluyla D ye kaç değişik yoldan gidebilir?

açıklamalı çözüm



$$E = \{A \text{ dan } B \text{ ye giden yollar}\} = \{E1, E2, E3, E4, E5\}$$

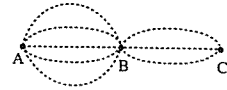
$$F = \{B \text{ den } C \text{ ye giden yollar}\} = \{F1, F2, F3\}$$

$$G = \{C \text{ den } D \text{ ye giden yollar}\} = \{G1, G2\}$$

A dan (B ve C den geçmek koşuluyla) D ye gidebilmek için önce E kümesinden bir eleman, sonra F den ve sonra da G den bir eleman seçilmelidir. (E5, F2, G1) sıralı üçlüsü A dan D ye giden bir yolu göstermektedir. (E4, F1, G1), (E3, F1, G1), (E1, F1, G1) sıralı üçlülere de farklı birer yolu göstermektedir. Burası anlaşıldıktan sonra, asıl mesele böyle kaç tane sıralı üçlü yazılabileceğidir. Bu üç kümenin eleman sayılarının çarpımı yazılabilecek sıralı üçlü sayısını verir. Bu kurala "SAYMANIN TEMEL İLKESİ" denir.

$$\text{Buna göre, yol sayısı} = s(E).s(F).s(G) = 5.3.2 = 30$$

Genellikle izlenen yöntem : sıralı üçlü yazılacağından üç kutu oluşturulur. $|5|3|2|$



Bir araç, A dan C ye gidiyor. Geçtiği yoldan geçmek koşuluyla A ya geri dönüyor.

Buna göre, araç kaç değişik şekilde gidip gelebilir?

$$|5|3|2|4| = 120$$

seçenek sayıları

1. A kentinden B kentine 6 farklı, B kentinden C kentine 3 farklı yoldan gidilebilmektedir.

A dan C ye, B den geçmek koşuluyla kaç değişik biçimde gidilebilir?

$$A) 12 \quad B) 15 \quad C) 18 \quad D) 24 \quad E) 30$$

2. Pencereden girip kapıdan çıkma alışkanlığı olan bir hırsız 12 penceresi 3 kapısı olan bir köşkü soymak için plan yapıyor. Hırsız kaç değişik plan yapabilir?

$$A) 15 \quad B) 18 \quad C) 20 \quad D) 24 \quad E) 36$$

3. Bir havaalanındaki işaret memuru 7 farklı renkteki bayrakların 3 ünü bir direğe sırasıyla asarak uçaklara işaret gönderiyor.

Kaç değişik işaret gönderebilir?

$$A) 144 \quad B) 164 \quad C) 180 \quad D) 210 \quad E) 240$$

4. 12 kız ve 8 erkekten oluşan bir kulüpte, erkeklerden bir başkan, kızlardan bir başkan yardımcısı seçilecektir.

Bu seçim kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?

$$A) 72 \quad B) 96 \quad C) 108 \quad D) 120 \quad E) 144$$

5. Özge'nin 7 gömleği, 5 pantolonu ve 2 ayakkabısı vardır.

Özge kaç değişik şekilde giyinebilir?

$$A) 70 \quad B) 72 \quad C) 90 \quad D) 120 \quad E) 150$$

6. Bir hastanedeki A binasında 5, B binasında 7 kapı vardır. Bir doktor A binasından çıkıp B binasına girecektir.

Bunu kaç değişik şekilde yapabilir?

$$A) 12 \quad B) 18 \quad C) 35 \quad D) 42 \quad E) 45$$

$$|C|E|D|B|A|C|$$

köşetaşı

5 farklı mektup, 3 posta kutusuna kaç değişik biçimde atılabilir?

açıklamalı çözüm

Birinci mektup üç kutudan birine atılabileceğinden birinci mektubu atarken 3 seçenekle karşılaşılır. İkinci mektup için de üç seçenek vardır. ...

$$|3|3|3|3|3| = 3^5 = 243$$

4 mektup 6 posta kutusuna aynı kutuya birden çok mektup atılmaması şartıyla kaç değişik biçimde atılabilir?

$$|6|5|4|3| = 360$$

1. 6 farklı mektup, 2 posta kutusuna kaç farklı şekilde atılabilir?

$$A) 30 \quad B) 45 \quad C) 50 \quad D) 64 \quad E) 90$$

2. Bir binada kapasitesi 5 kişiden çok olan 3 asansör vardır.

5 kişi bu üç asansöre kaç değişik şekilde binebilir?

$$A) 243 \quad B) 220 \quad C) 200 \quad D) 194 \quad E) 186$$

3. 7 farklı kalem 3 kişiye dağıtılacaktır.

Bu dağıtım işlemi kaç değişik biçimde yapılabilir?

$$A) 3^7 \quad B) 217 \quad C) 7^3 \quad D) 3!7! \quad E) 3.7!$$

4. Üç farklı kalem 6 kişiden herhangi üçüne verilecektir.

Bu kalemler kaç değişik biçimde dağıtılabilir?

$$A) 90 \quad B) 120 \quad C) 150 \quad D) 180 \quad E) 210$$

5. 7 kişinin katıldığı bir sınav sonucunda adaylar başarılı veya başarısız olacaktır.

Bu sınav kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?

$$A) 32 \quad B) 56 \quad C) 64 \quad D) 84 \quad E) 128$$

6. 5 öğrenci 2 farklı ülkeye kaç değişik şekilde gidebilir?

$$A) 28 \quad B) 32 \quad C) 36 \quad D) 42 \quad E) 48$$

$$|D|A|A|B|E|B|$$

köşetaşı

- A = {1, 2, 3, 4, 5} kümesinin elemanları kullanılarak;
- üç basamaklı kaç doğal sayı yazılabilir?
 - rakamları tekrarsız üç basamaklı kaç doğal sayı yazılabilir?
 - üç basamaklı kaç çift doğal sayı yazılabilir?
 - üç basamaklı rakamları farklı kaç çift doğal sayı yazılabilir?

açıklamalı çözüm

(42.4) de saymanın temel ilkesi anlatıldı. Matematikçi hikâye uydurmakta zorlandığından, hemen kendine ait malzemeye yani sayılara döner. Bu soruların çözümü saymanın temel ilkesine göre yapılacaktır. Üç basamaklı sayı yazılacağından 3 tane kutu çizilir. Kutuların içine oraya gelebilecek seçenek sayısı yazılacaktır. Yandaki örnekte olduğu gibi. Örneğin

$\begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ kutuları sırasıyla üç basamaklı bir sayının yüzler,

onlar ve birler basamağını göstermektedir. Yüzler basamağındaki 5, yüzler basamağına yazılabilecek 5 tane rakam olduğunu gösterir. (Dikkat : Yüzler basamağında 5 rakamının olduğunu göstermez.)

a) $\begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \end{bmatrix} = 125$ (kutuların içindeki sayılar çarpılır)

Yüzler basamağına A'nın 5 elemanı da yazılabilir. Onlar ve birler basamağına da bu 5 eleman yazılabilir.

b) $\begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 \end{bmatrix} = 60$ Yüzler basamağına yazılabilecek 5 farklı rakam var. Bu rakamlardan biri bu basamakta kullanıldığında, onlar basamağında kullanılabilecek rakam sayısı 4'e düşer.

c) $\begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 \end{bmatrix} = 50$ Birler basamağında {2, 4} kümesinin elemanları kullanılabilir.

d) $\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \end{bmatrix} = 24$

AYŞE'NİN BAŞINA YAZILAN 3 SAYISI, BAŞINA GİYEBİLECEĞİ 3 FARKLI ŞAPKA SEÇENEĞİNİN OLDUĞUNU GÖSTERİR.

Ayşe'nin 3 şapkası, 5 gömleği, 4 eteği vardır. Ayşe kaç değişik biçimde giyinebilir?



$3.5.4 = 60$

1. {1, 2, 3, 4, 5} kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı dört basamaklı kaç tek sayı yazılabilir?

A) 72 B) 68 C) 64 D) 56 E) 48

2. {1, 3, 5, 7, 8, 9} kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı rakamları tekrarsız kaç tane çift sayı yazılabilir?

A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

3. {3, 4, 5, 6, 7} kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı rakamları tekrarsız kaç tane 400'den büyük 600'den küçük sayı yazılabilir?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

4. {5, 6, 7, 8} kümesinin elemanları kullanılarak iki basamaklı kaç tane çift sayı yazılabilir?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

5. A = {M, E, T, İ, N} kümesinin elemanları ile üç harfli ve son harfi sesli olan anlamlı ya da anlamsız kaç değişik kelime yazılabilir?

A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 65

6. 5 soruluk bir testte her sorunun 4 seçeneği vardır. Ardışık soruların doğru yanıtları farklı olduğuna göre, kaç farklı cevap anahtarı hazırlanabilir?

A) 220 B) 256 C) 324 D) 342 E) 360

A D E C B C

köşetaşı

- A = {0, 1, 2, 3, 4} kümesinin elemanları kullanılarak;
- üç basamaklı kaç doğal sayı yazılabilir?
 - rakamları tekrarsız üç basamaklı kaç doğal sayı yazılabilir?
 - rakamları tekrarsız üç basamaklı kaç tek doğal sayı yazılabilir?
 - rakamları tekrarsız üç basamaklı kaç çift doğal sayı yazılabilir?

açıklamalı çözüm

AYNI KEFEYE KOYMAMA : 0 rakamı, kendisi gibi çift olan 2 ve 4 ile aynı kefeye konamaz. Çünkü, sıfır rakamı üç basamaklı bir sayı oluştururken yüzler basamağında yer alamaz. Aksi takdirde sayı iki basamaklı olur. Kutu yöntemi kullanılırken farklı davranış gösteren rakam ayrı tutulur ve 0 rakam için de ayrı kutular açılır.

a) $\begin{bmatrix} 4 & 5 & 5 \end{bmatrix} = 100$ 0 rakamı yüzler basamağında yer alamaz.

Yüzler basamağındaki rakamlar {1, 2, 3, 4},

onlar basamağındaki rakamlar {0, 1, 2, 3, 4},

birler basamağındaki rakamlar {0, 1, 2, 3, 4} kümelerinden seçilir. Anla işte! Kutu yöntemi denilen saymanın temel ilkesinde olduğu gibi bu kümelerin eleman sayılarının çarpımıdır.

b) $\begin{bmatrix} 4 & 4 & 3 \end{bmatrix} = 48$

Kritik basamak yüzler basamağı olduğundan yüzler basamağına ait kutucuktan başlandı.

c) $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \end{bmatrix} = 18$ Önce birler basamağı, sonra yüzler basamağına ait kutu dolduruldu.

d) b sorusunda bulunandan, c sorusunda bulunan çıkarılırsa; $48 - 18 = 30$ cevap bulunur. Başta yapılan açıklama dikkate alınarak, kutu yöntemi kullanılırsa;

Son rakamı sıfır olan sayılar:

Son rakamı {2, 4} olan sayılar:

$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 \end{bmatrix} = 12$

$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \end{bmatrix} = 18$

Cevap; $12 + 18 = 30$

1. A = {0, 3, 6, 9} kümesinin elemanları ile rakamları farklı iki basamaklı kaç sayı yazılabilir?

A) 6 B) 7 C) 9 D) 12 E) 15

2. A = {0, 3, 6, 8, 9} kümesinin elemanları ile üç basamaklı kaç tek sayı yazılabilir?

A) 36 B) 40 C) 44 D) 48 E) 56

3. M = {0, 1, 4, 6, 7} kümesinin elemanları ile üç basamaklı rakamları tekrarsız kaç tek sayı yazılabilir?

A) 8 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

4. N = {0, 2, 4, 5, 7} kümesinin elemanları ile üç basamaklı rakamları tekrarsız kaç çift sayı yazılabilir?

A) 8 B) 12 C) 15 D) 18 E) 30

5. K = {0, 4, 5, 6, 7} kümesinin elemanları ile oluşturulan rakamları tekrarsız kaç tane iki veya üç basamaklı sayı vardır?

A) 18 B) 24 C) 30 D) 56 E) 64

6. A = {0, 1, 2, 4, 6, 7, 8} kümesinin elemanları kullanılarak oluşturulan, rakamları farklı dört basamaklı kaç tane çift sayı yazılabilir?

A) 340 B) 360 C) 400 D) 520 E) 560

C B D E E D

köşetaşı

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} kümesinin rakamları kullanılarak rakamları birbirinden farklı 5 ile tam bölünebilen 4000 den büyük kaç tane dört basamaklı sayı yazılabilir?

açıklamalı çözüm

4000 den büyük olması için binler basamağında {4, 5, 6, 7, 8} rakamları yer alabilir.

5 ile tam bölünebilmesi için birler basamağında {0, 5} rakamları yer alabilir.

0 ve 5 için iki ayrı kutu açılacaktır. Çünkü 5 hem birler, hem de binler basamağında yer alabilirken, 0 rakamı binler basamağında yer alamamaktadır. Aynı kefiye konamazlar.

Son rakamı 5 olan ve rakamları farklı dört basamaklı sayılar:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 4 & 7 & 6 & 1 \\ \hline \end{array} = 168$$

Önce birler basamağına ait kutu, sonra binler basamağına ait kutu dolduruldu.

Son rakamı 0 olan rakamları farklı dört basamaklı sayılar:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 5 & 7 & 6 & 1 \\ \hline \end{array} = 210$$

Önce birler basamağına ait kutu, sonra binler basamağındaki kutu dolduruldu.

$$168 + 210 = 378$$

KÖŞETAŞINDA RAKAMLARI FARKLI DENMESEYDİ:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 5 & 9 & 9 & 2 \\ \hline \end{array} = 810$$

$$810 - 1 = 809$$

Neden bir çıkarıldı?

Yukarıdaki 810 sayının içinde 4000 sayısı da var. 4000 den büyük sayılar istendiğinden çıkarıldı.

1. A = {2, 3, 4, 5, 6, 7} kümesinin elemanları kullanılarak 300 den büyük 500 den küçük kaç tane rakamları farklı çift sayı yazılabilir?

A) 15 B) 18 C) 20 D) 24 E) 25

2. A = {0, 1, 2, 3, 4} kümesinin elemanları ile rakamları farklı 300 den büyük kaç çift sayı yazılabilir?

A) 96 B) 105 C) 120 D) 135 E) 142

3. İki basamaklı ve rakamları farklı 40 tan büyük kaç tane doğal sayı vardır?

A) 50 B) 53 C) 56 D) 58 E) 59

4. Beşlik sayma düzeninde dört basamaklı rakamları tekrarsız kaç doğal sayı yazılabilir?

A) 72 B) 96 C) 120 D) 144 E) 169

5. A = {1, 3, 4, 5, 6} ve B = {0, 1, 2} kümeleri veriliyor.

Birler ve onlar basamağı A kümesinin, yüzler basamağı B kümesinin elemanları kullanılarak oluşturulan rakamları birbirinden farklı kaç tane üç basamaklı doğal sayı vardır?

A) 18 B) 24 C) 32 D) 36 E) 42

6. A = {0, 2, 3, 5, 7, 9} kümesinin elemanlarıyla rakamları tekrarsız, 4 ün katı olan kaç tane dört basamaklı sayı yazılabilir?

A) 28 B) 32 C) 36 D) 48 E) 54

C D B B C D

köşetaşı

{1, 2, 4, 6} kümesinin elemanları ile üç basamaklı 3 e tam bölünebilen kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

açıklamalı çözüm

Yazılacak üç basamaklı sayı 3 e tam bölündüğüne göre, rakamları toplamı 3 ün katı olmalıdır.

Toplamı 3 ün katı olan rakamlar üçlü gruplara ayrılırsa; {1, 2, 6}, {2, 4, 6} kümeleri elde edilir.

{1, 2, 6} rakamları kullanılarak $\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} = 6$

{2, 4, 6} rakamları kullanılarak $\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} = 6$ sayı elde edilir.

Bunlara ek olarak 111, 222, 444, 666, 411, 141, 114, 441, 414, 144 sayıları da 3 e tam bölünür.

Demek ki 22 sayı yazılabilir. Burada zihin biraz zorlanmalı.

1. {4, 6, 7, 8, 9} kümesinin rakamları kullanılarak üç basamaklı 3 e tam bölünebilen kaç sayı yazılabilir?

A) 28 B) 31 C) 33 D) 35 E) 41

2. {0, 3, 6, 9} kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı 3 ile tam bölünebilen kaç sayı yazılabilir?

A) 24 B) 32 C) 36 D) 45 E) 48

3. {0, 3, 6, 9} kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı 3 ile tam bölünebilen rakamları farklı kaç sayı yazılabilir?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 24 E) 32

4. {0, 3, 6, 9} kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı 9 ile tam bölünebilen rakamları farklı kaç sayı yazılabilir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

5. {1, 2, 4, 5, 7} kümesinin elemanları kullanılarak dört basamaklı 15 e tam bölünen rakamları farklı kaç sayı yazılabilir?

A) 6 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24

6. A = {0, 1, 2, 3, 5} kümesinin elemanları ile rakamları tekrarsız 4 e tam bölünen kaç tane dört basamaklı sayı yazılabilir?

A) 6 B) 8 C) 12 D) 15 E) 18

E E C E D E

köşetaşı

7 kişi yan yana sıralanmış 7 sandalyeye kaç değişik biçimde oturabilir?
(7 kişi yan yana kaç değişik biçimde sıralanabilir?)

açıklamalı çözüm

Saymanın temel ilkesine boş yere temel ilke denmemiştir. Faktöriyel, permütasyon ve kombinasyon bu ilkedir hareketle ortaya konmuş kavramlardır.

Kutu yöntemi kullanılırsa:

$$\boxed{7} \boxed{6} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 7!$$

soldaki kutudan başlandı. Bir kişi iki yere birden oturamayacağına göre, seçenek sayısı birer azalacaktır.

Artık; 5 kişi yan yana kaç değişik biçimde sıralanabilir?
sorunun cevabı gayet kolay olup 5! dir.

n! : n tane nesnenin hepsinin SİRALANMA sayısı

$$0! = 1$$

EŞİTLİĞİNİ ANLAMLANDIRABİLİR MİYİZ?

5 kişi bir fotoğraf perdesi önünde yan yana kaç değişik sıralamayla poz verebilir? 5!

4 kişi kaç poz verebilir? 4!

1 kişi kaç poz verebilir? 1!

0 kişi kaç poz verebilir? 0!

boş perdenin fotoğrafı çekilebilir.

1. 4 kişi yan yana kaç değişik biçimde sıralanabilir?
A) 12 B) 18 C) 24 D) 48 E) 120

2. 6 atın koştuğu bir yarış beraberlik olmamak koşuluyla kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?
A) 24 B) 120 C) 240 D) 720 E) 4960

3. 20 kişi arka arkaya kaç değişik biçimde sıralanabilir?
A) 8! B) 10! C) 2.10! D) 18! E) 20!

4. a, b, c, d, e, f harfleri yan yana kaç değişik biçimde dizilebilir?
A) 3! B) 5! C) 6! D) 140 E) 540

5. RESİM kelimesinin harfleri kaç değişik biçimde sıralanabilir?
A) 24 B) 48 C) 64 D) 120 E) 180

6. "HADİ GÜZELİM ŞEKER EZELİM"
dizesinde en güzel vurguyu yakalayabilmek için kelimelerin yerlerini değiştiren bir şair kaç deneme yapacaktır?
A) 12 B) 18 C) 24 D) 28 E) 32

C D E C D C

köşetaşı

4 farklı matematik, 5 farklı tarih, 7 farklı fen kitabı düz bir rafa;

- a) kaç değişik biçimde sıralanabilir?
b) aynı türden kitaplar yan yana olmak koşuluyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?
c) fen kitapları yan yana olmak koşuluyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?
d) matematik kitapları sol başta ve aynı türden kitaplar bir arada olmak koşuluyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?

açıklamalı çözüm

- a) Toplam 16 kitap var. Herhangi bir koşul olmadığından 16! değişik biçimde sıralanabilir.
b) Yan yana olması istenen kitapları önce birbirine yapıştıralım. Matematik, tarih ve fen olmak üzere 3 kalın kitap kendi aralarında 3! değişik biçimde sıralanabilir. Sonra da Matematik kitapları kendi arasında 4!, tarih kitapları 5!, fen kitapları 7! değişik biçimde sıralanabilir. Cevap 3!.4!.5!.7! olur.
c) Fen kitapları birbirine yapıştırılmış olarak tek kitapmış gibi düşünülür. Bu durumda kitap sayısı 4 matematik, 5 tarih, 1 fen olmak üzere 10 olur. Cevap : 10!.7! dir.
d) Aynı türden kitaplar birbirine yapıştırılmış gibi düşünülür. Matematik kitapları sol başa yerleşince fen ve tarih kitapları sağ tarafa 2! değişik biçimde yerleştirilebilir. Cevap : 2!.4!.5!.7! dir.

1. 4 farklı fizik, 3 farklı kimya kitabı düz bir rafa aynı türden kitaplar yan yana olmak koşuluyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?
A) 224 B) 240 C) 262 D) 288 E) 296

2. 4 kız, 3 erkek öğrenci yan yana kızlar bir arada olmak koşuluyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?
A) 388 B) 456 C) 576 D) 621 E) 654

3. 3 farklı mavi, 4 farklı sarı, 5 farklı siyah çanta aynı renkte olanlar bir arada olmak koşuluyla bir vitrine yan yana dizilecektir.
Siyah çantaların ortada olduğu kaç farklı sıralama yapılabilir?
A) 3! 4! 5! B) 3! 4! 5! 3! C) 3! 4! 5! 2! D) 6! 4! 5! E) 12!

4. 2 kamyon, 3 otobüs, 5 otomobil kamyonlar başta ve son-
da olmak üzere yan yana park ediliyor.
Diğerleri aynı türden olanlar yan yana olmak şartıyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?
A) 2880 B) 2640 C) 2540 D) 2240 E) 2160

5. 5 erkek, 2 kız öğrenciden oluşan bir grup, erkekler yan yana olmak şartıyla kaç değişik biçimde düz sıra olabilirler?
A) 182 B) 186 C) 225 D) 256 E) 720

6. 5 kız, 5 erkekten oluşan bir folklor ekibi bir kız bir erkek olacak şekilde yan yana diziliyor.
Bu diziliş kaç farklı şekilde yapılabilir?
A) 10! B) 5!5! C) 5! 6! D) 2.5!.5! E) 5!.10!

D C C A E D

köşetaşı

a, b, c, d, e harflerinden oluşan 5 harfli anlamlı veya anlamsız kelimeler oluşturuluyor.

Bu kelimelerden kaç tanesinde e harfi a'nın önündeki harflerden biridir?

açıklamalı çözüm

Bu konunun diğer konulardan farklı bazı özellikleri vardır: Bunlardan biri; soru hazırlamak kolay, ancak sorunun çözümünü yapmak zordur. Kısa bir zaman içinde hazırlayacağım bir soruyu kendim dahi aylar boyunca çözemeyebilirim. Bu köşetaşı, bu tip sorulara kolay bir örnektir. Bu soruda mesele abartılabilir: Harf sayısı artırılır, a'nın e'nin önünde, yok b'nin arkasında olması, olmadı mı(!) b'nin 2 arkasında olması istenebilir...

Bundan dolayı konunun özünün kavranılması (özellikle saymanın temel ilkesi) ve soruların iyi analiz edilmesi gerekir.

Köşetaşına dönlürse;

a, b, c, d, e harfleri yan yana $5! = 120$ değişik şekilde dizilebilir. 120 dizilişin yarısında e harfi a harfinin önünde, diğer yarısında da arkasındadır. Ne kadar kolay oldu! Ama bir de bu yorum yapılamazsa bak kıvranmaya!

ACABA HER ZAMAN DOĞRU MU?

$\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ kümesinin elemanları yan yana dizildiğinde a_p elemanı

$a_1, a_2, \dots, a_r$ gibi r tane elemanın hepsinin önünde olduğu diziliş-

lerin sayısı $\frac{n!}{r+1}$ dir.

Ne ispatladım, ne de herhangi bir yerde rastladım.

1. Haktan ile İhsan 6 kişilik bir maç kuyruğundadır. Haktan'ın İhsan'ın önünde olduğu kaç durum olabilir?

A) 30 B) 60 C) 120 D) 240 E) 360

2. Haktan, İhsan ve Caner 6 kişilik maç kuyruğundadır. Haktan'ın, hem İhsan'ın hem de Caner'in önünde olduğu kaç durum olabilir?

A) 30 B) 60 C) 120 D) 240 E) 360

3. Haktan, İhsan ve Caner 6 kişilik maç kuyruğundadır. Haktan'ın İhsan ile Caner'in arasında bulunduğu kaç sıra olabilir?

A) 30 B) 60 C) 120 D) 240 E) 360

4. 5 kişiden oluşan bir orkestra sahnede yan yana diziliyor. Gitar çalan Ömer'in davulcu ile zurnacının arasında bulunduğu kaç sıralama yapılabilir?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 45 E) 60

5. 4 farklı renkte araba yan yana park ediyor. Kırmızı arabanın, yeşil arabanın solunda olduğu kaç sıralama yapılabilir?

A) 6 B) 12 C) 18 D) 20 E) 24

6. 12345 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek beş basamaklı sayılar yazılıyor. 5 rakamının 3'ün solunda bulunduğu kaç sayı yazılabilir?

A) 60 B) 55 C) 50 D) 45 E) 30

E D D C B A

köşetaşı

8 kişilik bir öğrenci grubunda İdil ve Nazenin'in arasında daima 2 öğrenci oturmak koşuluyla bir sıra üzerinde bu 8 öğrenci kaç değişik biçimde oturabilir?

açıklamalı çözüm

İ . . . N
 . İ . . . N . . .
 . . İ . . . N . .
 . . . İ . . . N .
 İ . . . N

(42.17) den sonra bu çözüme bakınız.

İdil ve Nazenin'in arasındaki 2 kişi $P(6, 2)$ kadar seçilip sıralanabilir. İdil ve Nazenin kendi aralarında $2!$ değişik şekilde sıralanabilir. İdil, Nazenin ve aralarındaki iki kişi bir kişi gibi kabul edilip 8 kişi $5!$ değişik biçimde dizilebilir.

Cevap : $P(6, 2) \cdot 2! \cdot 5!$

$= 6 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5! = 10 \cdot 6!$

İdil ve Nazenin şekildeki gibi 5 farklı konumda yer alabilir.

İdil ve Nazenin kendi aralarında yer değiştirdiklerinde 5 farklı durum daha oluşur. Her iki durumda diğer 6 kişi $6!$ kadar dizilebilir.

Buna göre, cevap $10 \cdot 6!$ dir.

1. $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ kümesinin elemanları yan yana sıralanıyor.

d ile e'nin arasında bir harfin bulunduğu 6 harfli kaç sıralama yapılabilir?

A) 156 B) 164 C) 175 D) 180 E) 192

2. 7 kişilik bir maç kuyruğunda Haktan ile Hayri'nin arasında 2 kişi olması koşuluyla kaç sıralama yapılabilir?

A) 960 B) 920 C) 880 D) 840 E) 800

3. 8 kişilik bir sınıfta; Ali ile Ayşe'nin arasında sadece Hakan'ın oturabileceği yanyana kaç diziliş vardır?

A) 640 B) 720 C) 960 D) 1440 E) 1920

4. Haktan, İhsan ve Sanem yan yana oturacaklardır.

Sanem İhsan'ın soluna, Haktan İhsan'ın sağına oturmak şartıyla 5 kişi yan yana kaç değişik biçimde dizilebilir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

5. Ahmet, yeni aldığı LYS MATEMATİK 4 kitabını 1. ve 2. sinin arasına koyarak; 6 farklı kitabı düz bir rafa kaç şekilde dizebilir?

A) 36 B) 48 C) 60 D) 72 E) 84

6. 9 kişilik bir toplulukta bir çift ve onları tanıyan Ahmet düz dizilmiş sandalyelere oturuyor.

Ahmet ile çift arasında 3 kişi olduğuna göre, bu sıralama kaç değişik biçimde yapılabilir?

A) 8! B) 7! C) 8.6! D) 16.6! E) 15.8!

E A D B B D

köşetaşı

Anne, baba ve 5 çocuktan oluşan 7 kişilik bir aile yuvarlak bir masaya;

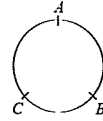
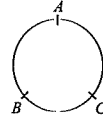
- kaç değişik biçimde sıralanabilir?
- anne ve baba yan yana olmak koşuluyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?
- anne ve baba yan yana olmamak koşuluyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?
- En küçük çocuğun anne ile babanın arasında olması şartıyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?

açıklamalı çözüm

- Yuvarlak masada sıralanmaya DÖNEL (DAİRESEL) SIRALANMA denir. Bu tür sıralamanın yapılabilmesi için bir kişinin sabitlenmesi (yer değiştirmemesi) gerekir. Bundan dolayı 7 kişilik bir aile yuvarlak masaya 6! değişik şekilde sıralanabilir.
- Anne ve babanın yan yana olması istendiğinden bir önceki köşetaşında kitapların yapıştırılması gibi anne ve baba bir kişiymiş gibi düşünülür. Bu durumda aile 6 kişi olur. Yuvarlak masada sıralama yapıldığından 1 kişi de sabit tutulur. Bundan dolayı cevap 5!.2! dir. 2! anne ile babanın kendi aralarında yer değiştirmesinden geliyor.
- Tüm durumlardan, anne babanın yan yana olduğu durumlar çıkarılır. 6! - 5!.2!
- Anne, baba ve en küçük çocuk 1 kişi gibi kabul edilir. Bu durumda aile 5 kişi olur. Yuvarlak masada sıralama yapıldığından bir kişi de sabit tutulur. Cevap : 4!.2! dir. 2! anne babanın yer değiştirmesinden geliyor, küçük çocuk yer değiştirmiyor.

n anahtar bir halkaya

$\frac{(n-1)!}{2}$ değişik
biçimde sıralanabilir.



Yukarıda farklı gibi görünen iki sıralanış aynıdır. Anahtarların yerini değiştirmeden halka ters çevrilirse diğeri elde edilir.

- 5 kişilik bir aile anne ile baba yan yana olmak koşuluyla yuvarlak bir masa etrafında kaç değişik biçimde sıralanabilir?
A) 12 B) 18 C) 24 D) 32 E) 48
- 3 kız 4 erkek öğrenci yuvarlak bir masada toplantı yapıyor.
Kızlar bir arada olmak koşuluyla kaç değişik sıralama oluşturulabilir?
A) 120 B) 144 C) 240 D) 256 E) 280
- 5 kişilik bir aile yuvarlak bir masada anne ile baba yan yana olmamak şartıyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?
A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 24

köşetaşı

KAREKÖKÖZEL kelimesinin harfleri yer değiştirilerek anlamlı ya da anlamsız 11 harfli kaç farklı kelime türetilir?

açıklamalı çözüm

Eğer harflerin hepsi birbirinden farklı olsaydı cevap 11! olacaktı. Ancak bu kelime 3 tane K, 2 tane E, 2 tane Ö vardır.

Bundan dolayı cevap $\frac{11!}{3! \cdot 2! \cdot 2!}$ dir.

n tane harfin n_1 ve n_2 tanesi aynı ise, $\frac{n!}{n_1! \cdot n_2!}$ değişik şekilde sıralama yapılabilir.

Buna TEKRARLI PERMÜTASYON denir.

BAŞARI kelimesinde A iki tane vardır. Bunlardan birine A_1 diğere A_2 densin.

$\$A_1BA_2RI$

$\$A_2BA_1RI$

A_1 ve A_2 farklı kabul edilirse bu iki farklı kelime demektir.

A_1 ve A_2 aynı kabul edilirse, bu iki kelime aynı demektir.

$A_1 = A_2$ olduğu P farklı durum varsa, $A_1 \neq A_2$ olduğu P.2! farklı durum vardır.

$P \cdot 2! = 6!$

$P = \frac{6!}{2!}$

- AKRABA kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek anlamlı veya anlamsız altı harfli kaç kelime yazılabilir?
A) 90 B) 120 C) 125 D) 144 E) 162
- BERBER kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek anlamlı veya anlamsız altı harfli kaç kelime yazılabilir?
A) 90 B) 120 C) 125 D) 144 E) 162
- MARMARA kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek anlamlı veya anlamsız yedi harfli kaç kelime yazılabilir?
A) 120 B) 150 C) 160 D) 180 E) 210
- Birbiriyle eş olan 4 sarı, 5 siyah çanta yan yana bir vitrine kaç değişik biçimde dizilebilir?
A) 90 B) 108 C) 120 D) 126 E) 132
- Özdeş 3 sarı, 5 mor boncuk bir ipe kaç farklı şekilde dizilebilir?
A) 42 B) 48 C) 56 D) 60 E) 64
- TTTTYY harfleri yer değiştirilerek 7 harfli kaç farklı kelime yazılabilir?
(T : tura, Y : yazı olsa bu harfler ne ifade edebilir?)
A) 24 B) 30 C) 35 D) 42 E) 60

köşetaşı

Dokuz basamaklı 888003333 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek;

- kaç tane dokuz basamaklı sayı yazılabilir?
- kaç tane dokuz basamaklı tek sayı yazılabilir?
- 3 ile başlayan 8 ile biten kaç tane dokuz basamaklı sayı yazılabilir?
- 38 ile başlayıp 83 ile biten kaç tane dokuz basamaklı sayı yazılabilir?

açıklamalı çözüm

- 0 rakamı başta bulunamaz.

Başa 8 yerleştirilirse; $\frac{8!}{2!2!4!}$ geri kalanlar bir önceki köşetaşındaki gibi sıralandı.

Başa 3 yerleştirilirse; $\frac{8!}{3!2!3!}$. Buna göre, cevap $\frac{8!}{2!2!4!} + \frac{8!}{3!2!3!}$ dir.

YA DA $\frac{9!}{3!2!4!} - \frac{8!}{3!4!}$ tüm durumlardan sıfırın başta olduğu durumlar çıkarılır.

- Tek sayı olması için son basamağa 3 yerleştirilir.

Geriye kalan rakamlar $\frac{8!}{3!2!3!} - \frac{7!}{3!3!}$ değişik biçimde sıralanabilir.

- Başa 3, sona 8 yerleştirilir, geriye kalan rakamlar $\frac{7!}{2!2!3!}$ değişik şekilde sıralanabilir.

3 8 8 0 0 3 3 3 8

- 3 8 8 0 0 3 3 8 3 $\frac{5!}{2!2!}$

- 440001 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek kaç tane 6 basamaklı sayı yazılabilir?

A) 20 B) 30 C) 32 D) 40 E) 45

- 550004444 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek dokuz basamaklı kaç çift sayı yazılabilir?

A) 560 B) 665 C) 725 D) 755 E) 815

- NEŞET kelimesinin harfleri yer değiştirilerek beş harfli kelimeler üretiliyor. Bu kelimelerin kaç tanesi T ile başlar?

A) 32 B) 36 C) 42 D) 45 E) 48

- 777550 sayısının rakamları yer değiştirilerek altı basamaklı kaç farklı tek sayı yazılabilir?

A) 32 B) 36 C) 40 D) 44 E) 48

- MEMLEKET kelimesindeki harflerin yerleri değiştirilerek elde edilen anlamlı veya anlamsız sekiz harfli kelimelerin kaç tanesi M ile başlayıp M ile biter?

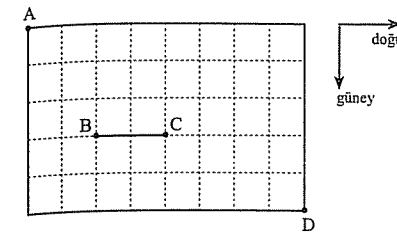
A) 50 B) 65 C) 70 D) 110 E) 120

- 4433305 sayısındaki rakamların yerleri değiştirilerek 5 e tam bölünebilen yedi basamaklı kaç sayı yazılabilir?

A) 50 B) 65 C) 70 D) 110 E) 120

B B E C E D

köşetaşı

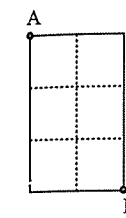


Yanda bir şehrin planı verilmiştir. A dan harekete başlayan bir hareketli [BC] bulvarından geçerek D ye gidecektir.

Bu araç sadece doğu ve güney yönünde hareket ederek A dan D ye kaç değişik biçimde gidebilir?

açıklamalı çözüm

(42.1) deki sorunun benzeridir. Bu sorunun zorluğu A dan B ye (sadece doğu ve güney yönünde hareket etmek şartıyla) kaç yol olduğunu tespit etmedir. Şehrin A ve B noktalarını içeren kısmını ele alalım:



A dan B ye varmak için 2 Doğu, 3 Güney yönünde hareket etmek gerekir.

Örneğin; DDGGG, DGDGG, GGDDG komutları bizi A dan B ye ulaştırır. Yani DDGGG kelimesinin harflerinin yer değiştirmesi ile elde edilen her yeni kelime A dan B ye giden bir yola karşılık gelir. Tekrarlı permütasyon (bkz. 42.14) ile DDGGG kelimesinden

$$\frac{5!}{3!2!} = 10 \text{ kelime üretilir.}$$

Demek ki A dan B ye 10 yol vardır. B den C ye 1 yol var. C den D ye $\frac{6!}{4!2!} = 15$ yol var.

A dan D ye ise, $10 \cdot 1 \cdot 15 = 150$ yol vardır.

Bazıları yandaki şekilde A dan B ye $\binom{5}{2}$ tane yol vardır derler, neden?

OLASILIK HESABINA YATIRIM

7 kez atılan bir madeni para 3 kez tura, 4 kez yazı gelmiştir.

Bu atışlar kaç değişik sıralama ile gerçekleşmiştir? TTTYYY

$$\frac{7!}{3!4!}$$

- Yandaki şekilde A noktasından B noktasına sağ ve aşağı gitmek şartıyla kaç değişik yoldan gidilebilir?

A) 150 B) 165 C) 170 D) 180 E) 195

- Yandaki şekilde aşağı ve sağa hareket etmek koşuluyla A dan C ye, B den geçerek kaç değişik şekilde gidilebilir?

A) 30 B) 42 C) 45 D) 50 E) 60

- Yandaki şekilde aşağı ve sağa hareket edilebilmektedir. Bir hareketli A dan D ye B ve C den geçmek koşuluyla kaç değişik şekilde gidebilir?

A) 18 B) 21 C) 27 D) 36 E) 45

- Yandaki şekilde aşağı ve sağa hareket edilebilmektedir. Bir hareketli A dan D ye [BC] üzerinden geçmek şartıyla kaç farklı yoldan gidebilir?

A) 18 B) 21 C) 27 D) 30 E) 45

- Yandaki şekilde aşağı ve sağa hareket edilebilmektedir. Bir hareketli A dan E ye, [BC] ve D den geçmek koşuluyla kaç değişik yoldan gidebilir?

A) 20 B) 24 C) 36 D) 42 E) 48

- Yandaki şekilde aşağı ve sağa hareket edilebilmektedir. Bir hareketli A dan B ye kaç değişik yoldan gidebilir?

A) 225 B) 240 C) 270 D) 280 E) 300

B A C D C E

köşetaşı

Rakamları toplamı 9 olan kaç tane üç basamaklı sayı vardır?

açıklamalı çözüm

Rakamların toplamının 9 olması istendiğinden 9 tane 1 rakamı ve 2 tane 0 rakamıyla şöyle bir şifreleme yapılacaktır.

$$1110110111 = 324$$

$$11111101011 = 612$$

$$10011111111 = 108$$

$$01110111111 = 036$$

$$1111111100 = 900$$

$$11111011011 = 522$$

Sıfır rakamının basamaklar arasını belirlemek için kullanıldığına dikkat edilmelidir. Dört basamaklı bir sayı yazılması istenseydi üç adet sıfır kullanılacaktı.

Dokuz adet 1 ve iki adet 0'ın tekrarlı permütasyonlarının sayısı $\frac{11!}{9! \cdot 2!} = 55$ tir. Ancak başta sıfır

rakamı varsa sayı üç basamaklı olamayacağından (42.16) da anlatıldığı gibi $\frac{10!}{9! \cdot 1!} = 10$ sayısı 55'ten çıkarılır. Buna göre, cevap $55 - 10 = 45$ tir.

İnsanoğlunun aklından korkulur! Kimi sudan enerji, kimi sudan bahane üretir. Ama vay bee! dedirtiyor işte. Problem nasıl ele alınmış değil mi?

Rakamları toplamı 13 olan kaç tane üç basamaklı sayı vardır? :))

Bir yöntem geliştirebilir misiniz?

1. Rakamları toplamı 7 olan kaç tane üç basamaklı doğal sayı vardır?

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

2. Rakamları toplamı 7 olan kaç tane iki basamaklı doğal sayı vardır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. 1000'den küçük olan doğal sayılardan kaç tanesinin rakamları toplamı 8'dir?

- A) 36 B) 39 C) 42 D) 45 E) 48

4. Rakamları toplamı 9 olan kaç tane dört basamaklı doğal sayı vardır?

- A) 145 B) 150 C) 155 D) 160 E) 165

5. Rakamları toplamı 5 olan 500'den küçük kaç tane doğal sayı vardır?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 48 E) 52

6. Rakamları toplamı 6 olan kaç tane iki basamaklı doğal sayı vardır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

C B D E A B

köşetaşı

$A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin

- a) üçlü permütasyonlarını
b) üçlü kombinasyonlarını yazınız.

açıklamalı çözüm

A kümesinin üçlü permütasyonları: (a, b, c), (a, c, b), (b, a, c), (b, c, a), (c, a, b), (c, b, a), (a, b, d), (a, d, b), (b, a, d), (b, d, a), (d, a, b), (d, b, a), (a, b, e), (a, e, b), (b, a, e), (b, e, a), (e, a, b), (e, b, a), (a, c, d), (a, d, c), (c, a, d), (c, d, a), (d, a, c), (d, c, a), (a, c, e), (a, e, c), (c, a, e), (c, e, a), (e, a, c), (e, c, a), (a, d, e), (a, e, d), (d, a, e), (d, e, a), (e, a, d), (e, d, a), (b, c, d), (b, d, c), (c, b, d), (c, d, b), (d, b, c), (d, c, b), (b, c, e), (b, e, c), (c, b, e), (c, e, b), (e, b, c), (e, c, b), (b, d, e), (b, e, d), (d, b, e), (d, e, b), (e, b, d), (e, d, b), (c, d, e), (c, e, d), (d, c, e), (d, e, c), (e, c, d), (e, d, c)

$$P(5, 3) = \frac{5!}{2!} = 60$$

A kümesinin üçlü kombinasyonları: {a, b, c}, {a, b, d}, {a, b, e}, {a, c, d}, {a, c, e}, {a, d, e}, {b, c, d}, {b, c, e}, {b, d, e}, {c, d, e}

$$C(5, 3) = \frac{5!}{3! 2!} = 10$$

1. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinin ikili permütasyonlarını yazınız.

2. $A = \{a, b, c, d\}$ kümesinin üçlü kombinasyonlarını yazınız.

3. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin birli permütasyonlarını yazınız.

4. $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin birli kombinasyonlarını yazınız.

5. $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin içinde a'nın bulunduğu üçlü kombinasyonlarını yazınız.

6. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinin içinde 3'ün bulunduğu üçlü permütasyonlarını yazınız.

köşetaşı

7 kişinin katıldığı bir yarışta birinci, ikinci ve üçüncü tespit edilecektir. Bu yarış kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?

(7 kişiden 3 ü yan yana kaç değişik biçimde sıralanabilir?)

açıklamalı çözüm

n kişiden r kişinin önce seçilip sonra sıralanması $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ değişik şekilde yapılabilir. Buna n nin r li permütasyonlarının sayısı denir.

Buna göre, $P(7, 3) = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!} = 210$ dur.

DURUP DURURKEN NEREDEN ÇIKTI BU FORMÜL?

Bu köşetaşı saymanın temel ilkesine göre $\boxed{7} \boxed{6} \boxed{5} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ şeklinde kolayca çözülebilir.

7.6.5 işlemiyle biraz uğraşırsanız; $7 \cdot 6 \cdot 5 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{7!}{4!} = \frac{7!}{(7-3)!} = P(7, 3)$

KISACA; bilinen şeyler daha kolay akılda kalsın diye formülleştiriliyor. Şöyle ki;
8 kişiden 3 ü $P(8, 3)$ değişik şekilde

11 kişiden 4 ü $P(11, 4)$ değişik şekilde

12 farklı nesneden 5 i $P(12, 5)$ değişik şekilde sıralanabilir.

köşetaşı

9 erkek, 7 kızın bulunduğu bir sınıfta 3 erkek, 2 kızdan oluşan bir ekip kaç değişik şekilde kurulabilir?

açıklamalı çözüm

n kişinin bulunduğu bir toplulukta r kişiden oluşan bir grup $C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)! r!}$ değişik

biçimde kurulabilir. n nin r li kombinasyonlarının sayısı genellikle $\binom{n}{r}$ ile gösterilir.

Buna göre; 9 erkekte 3 erkek $\binom{9}{3}$ değişik şekilde, 7 kızdan 2 kız $\binom{7}{2}$ değişik şekilde seçile-

bilir. 3 erkek, 2 kızdan oluşan grup sayısı saymanın temel ilkesinden dolayı $\binom{9}{3} \cdot \binom{7}{2}$ çarpımıdır.

$\binom{9}{3} \cdot \binom{7}{2} = \frac{9!}{6! 3!} \cdot \frac{7!}{5! 2!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 3 \cdot 2} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 2} = 84 \cdot 21 = 1764$

$C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)! r!}$ formülü nereden geliyor?

r kişinin r! değişik şekilde sıralanabileceği (42.9) da anlatıldı. n kişiden seçilen r kişinin $P(n, r)$

değişik biçimde sıralanacağı da (42.17) de anlatıldı. Bu durumda $C(n, r) = \frac{P(n, r)}{r!} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$ dir. r eleman sıralamasız $C(n, r)$ değişik biçimde seçilebilir.

1. 8 kişinin katıldığı bir yarışta birinci, ikinci ve üçüncü seçilecektir.

Bu yarış kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?

A) 292 B) 300 C) 312 D) 324 E) 336

2. {1, 3, 5, 8, 9} kümesinin rakamları kullanılarak üç basamaklı rakamları tekrarsız kaç doğal sayı yazılabilir?

A) P(5, 1) B) P(5, 2) C) P(5, 3)
D) P(6, 6) E) 150

3. 10 kişinin bulunduğu bir kurulda bir başkan, bir başkan yardımcısı ve bir sekreter kaç değişik biçimde seçilebilir?

A) 560 B) 640 C) 720 D) 780 E) 960

4. 8 farklı kitaptan 3 ü düz bir rafa kaç değişik şekilde dizilebilir?

A) 314 B) 336 C) 360 D) 382 E) 394

5. 6 yolcu bir durakta beklemektedir. İlk gelen dolmuşta üç kişilik boş yer bulunmaktadır.

Yolculardan üçü boş yerlere kaç farklı şekilde oturabilir?

A) 60 B) 75 C) 90 D) 100 E) 120

6. 10 kişinin katıldığı bir yarışmada önce 1., 2. ve 3. seçiliyor. Diğerleri arasında ikinci bir turnuva yapılarak 4. ve 5. seçiliyor.

Bu yarışma kaç değişik şekilde sonuçlanabilir?

A) P(5, 3) B) P(10, 5) C) P(10, 2)
D) P(10, 3).P(10, 2) E) P(10, 5).P(5, 2)

$\boxed{E} \boxed{C} \boxed{C} \boxed{B} \boxed{E} \boxed{B}$

1. 5 voleybolcu, 6 basketbolcu, 7 dağcının bulunduğu bir spor kafesinde 1 voleybolcu, 2 basketbolcu, 3 dağcıdan oluşan bir kurul kaç değişik biçimde kurulabilir?

A) 1375 B) 2420 C) 2500 D) 2575 E) 2625

2. 5 doktor, 4 hemşirenin bulunduğu bir hastanede 1 doktor, 2 hemşireden oluşan bir ilk yardım ekibi kaç değişik şekilde oluşturulabilir?

A) 30 B) 32 C) 36 D) 42 E) 45

3. 6 kişilik bir gruptan biri 2, diğeri 4 kişilik iki ekip kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

A) 12 B) 14 C) 15 D) 18 E) 21

(İpucu : Ekiplerden biri kurulunca, diğeri de kurulmuş olur.)

4. A kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin sayısı 35 ise, s(A) kaçtır?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

5. 9 kişilik bir sınıfta bir başkan, bir yardımcı ve bir nöbetçi kaç şekilde seçilebilir?

A) 256 B) 386 C) 402 D) 484 E) 504

6. Seden, 6 çift eldiveninden birinin eşi olmayan kaç değişik şekilde bir sağ, bir sol eldiven seçebilir?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 30

$\boxed{E} \boxed{A} \boxed{C} \boxed{D} \boxed{E} \boxed{E}$

köşetaşı

$A = \{a, b, c, d, 1, 2, 3\}$ kümesinin dörtlü kombinasyonlarının (4 elemanlı alt kümelerinin) kaç tanesinde a bulunup, c bulunmaz?

açıklamalı çözüm

7 elemanlı olan A kümesinden 4 eleman seçilecektir. Seçilecek bu elemanlardan birinin a elemanı olduğu bellidir. c elemanı da bulunmayacaktır. Bize düşen nedir? Bize düşen; a ve c nin dışındaki $\{b, d, 1, 2, 3\}$ elemanlarından 3 tanesini seçmektir.

Bu da $\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!2!} = 10$ değişik biçimde yapılabilir.

HİKAYELEŞTİRELİM:

7 kişinin bulunduğu bir toplulukta 4 kişilik bir ekip kuruluyor. Ekibin başkanı Metin olup Burcu'yu ekipte istememektedir. Bu ekip kaç değişik biçimde kurulabilir?

Yanda anlatıldığı gibi, bize düşen Metin ve Burcu'nun dışında kalan 5 kişiden 3 kişi seçmektir.

$$\binom{5}{3} = 10$$

1. $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ kümesinin üçlü kombinasyonlarının kaç tanesinde a bulunup, b ve c bulunmaz?
A) 3 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

2. İçlerinde Ali ile Veli'nin de bulunduğu 9 kişiden 4 kişilik bir ekip kurulacaktır. Ali'nin bulunup Veli'nin bulunmayacağı bu ekip kaç değişik biçimde kurulabilir?
A) 24 B) 30 C) 32 D) 35 E) 42

3. 10 kişiden 5 kişilik bir ekip kurulacak ve bu ekibe de bir başkan seçilecektir. Bu ekip kaç değişik biçimde kurulabilir?
A) 960 B) 984 C) 992 D) 1008 E) 1260

4. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesinin iki elemanlı kombinasyonlarının kaç tanesinde çift rakam yoktur?
A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5. 8 kişiden 5 kişilik bir takım kurulacaktır. Takıma girecek 2 kişi belli olduğuna göre, kaç farklı takım oluşturulabilir?
A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 32

6. 8 kişilik bir grup 3 ve 5 kişilik iki komisyona ayrılacaktır. Ebru ile Zeynep'in aynı komisyonda olması koşuluyla kaç farklı komisyon oluşturulabilir?
A) 26 B) 28 C) 30 D) 32 E) 34

köşetaşı

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesi veriliyor.

A kümesinin üçlü permütasyonlarının kaç tanesinde 5 bulunur, 4 bulunmaz?

açıklamalı çözüm

KOMBİNASYON : SEÇMEK

FAKTÖRİYEL : SIRALAMAK

PERMÜTASYON : SEÇMEK + SIRALAMAK

7 elemanlı olan A kümesinin 5 in bulunduğu, 4 ün bulunmadığı üçlü permütasyonlarını oluşturmak için bize düşen: 5 in yanına $\{0, 1, 2, 3, 6\}$ elemanlarından 2 tanesini seçmek ve oluşan 3 elemanı sıralamaktır.

$$\binom{5}{2} \cdot 3! = \frac{5!}{3!2!} \cdot 3! = 60$$

YA DA 4 ün bulunmadığı üçlü permütasyonların sayısı = $P(6, 3)$

4 ve 5 in bulunmadığı üçlü permütasyonların sayısı = $P(5, 3)$

5 in bulunup 4 ün bulunmadığı üçlü permütasyonlarının sayısı = $P(6, 3) - P(5, 3)$

HİKAYELEŞTİRELİM:

9 boksörün katıldığı bir turnuva da ilk üç belirlenecektir. Bu boksörlerden biri olan dünya şampiyonu Tyson'ın ilk üçte olacağı kesindir.

Birinci, ikinci ve üçüncünün seçileceği bu turnuva kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?

$$\binom{8}{2} \cdot 3!$$

1. $A = \{1, 2, 3, a, b, c\}$ kümesinin üçlü permütasyonlarının kaç tanesinde a bulunup, c bulunmaz?
A) 24 B) 32 C) 36 D) 42 E) 48

2. 10 kişinin katıldığı bir sınav sonucunda 1., 2., 3. ve 4. seçilecektir. Egemen'in ilk dörtte yer alacağı kesin olduğuna göre, bu sınav kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?
A) 1984 B) 1992 C) 2002 D) 2012 E) 2016

3. Yedilik sayma sisteminde 0 ve 1 in olmadığı 2 nin bulunduğu rakamları birbirinden farklı kaç tane üç basamaklı sayı vardır?
A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 36

4. $\{a, b, c, d, e\}$ kümesinin dörtlü permütasyonlarının kaç tanesinde d bulunur?
A) 54 B) 68 C) 72 D) 80 E) 96

5. $M = \{a, i, o, u\}$ ve $N = \{m, n, p, r, t\}$ kümeleri veriliyor. M den 2 harf, N den 3 harf alınarak 5 harfli anlamlı ya da anlamsız kaç kelime yazılabilir?
A) $\binom{4}{2} \binom{5}{3}$ B) $\binom{4}{2} \binom{5}{3} 5!$ C) $\binom{9}{5}$
D) $P(4, 2) \cdot P(5, 3)$ E) $P(9, 5)$

6. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı üç basamaklı sayılar yazılıyor. Bunların kaç tanesinde 0 bulunur?
A) 40 B) 42 C) 45 D) 48 E) 56

köşetaşı

9 kız, 6 erkekten oluşan bir toplulukta 3 kız 2 erkekten oluşan bir ekip kurulacaktır.

Mert ile Ceyla beraber bulunmak istediklerine göre, ekip kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

açıklamalı çözüm

İki genel durum var. Mert ve Ceyla beraberce ekipte bulunacaklar ya da bulunmayacaklar.

Mert ile Ceyla ekipte bulunduklarında, ekip $\binom{5}{1} \cdot \binom{8}{2} = 140$ değişik biçimde kurulabilir.

Mert ile Ceyla ekipte bulunmadıklarında, ekip $\binom{5}{2} \cdot \binom{8}{3} = 560$ değişik biçimde kurulabilir.

Demek ki kurulabilecek $140 + 560 = 700$ ekipte Mert ile Ceyla'nın beraberliği bozulmamış olur.

1. 6 kız, 4 erkekten oluşan bir toplulukta 3 kız, 2 erkekten oluşan bir ekip kurulacaktır.
Ayşe ile Murat aynı ekipte bulunmak istemediklerine göre, bu ekip kaç değişik şekilde kurulabilir?

A) 48 B) 56 C) 60 D) 64 E) 90

(Ekipte ikisi de bulunmayabilir.)

2. 5 kız, 3 erkekten oluşan bir toplulukta 2 kız, 1 erkekten oluşan bir ekip kurulacaktır.

Mehmet ile Nebiye beraber bulunmak istediklerine göre, bu ekip kaç değişik şekilde kurulabilir?

A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 27

3. 6 kız, 5 erkek öğrenciden 2 kız, 2 erkek yurtdışına gönderilecektir. Ali yurt dışına giderse Gülru gitmeyecektir.

Bu seçim kaç değişik biçimde yapılabilir?

A) 100 B) 110 C) 120 D) 130 E) 150

4. 5 kız, 3 erkek arasından 3 kişilik bir ekip kurulacaktır.
Ali ile Veli bir arada bulunmak istediklerine göre, bu ekip kaç değişik şekilde kurulabilir?

A) 18 B) 20 C) 25 D) 26 E) 30

5. 4 kız, 5 erkekten oluşan bir toplulukta 3 kız, 3 erkekten oluşan bir dans grubu kurulacaktır.

Ali ile Ayşe beraber olmak istediklerine göre, bu grup kaç değişik şekilde kurulabilir?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 22

6. 4 kız, 6 erkeğin olduğu bir sınıfta, kızlar kendi aralarında erkekler kendi aralarında iki samimi arkadaş Metin ile Tekin beraber oturmak şartıyla kaç farklı 2 kişilik sıra arkadaşı grubu oluştururlar?

A) 4 B) 9 C) 16 D) 25 E) 36

köşetaşı

6 erkek, 4 kadın arasından en az birinin erkek olduğu 4 kişilik komisyon kaç değişik biçimde kurulabilir?

açıklamalı çözüm

Komisyonu oluşturan üyeler	Oluşabilecek komisyon sayısı
1 erkek, 3 kadın	$\binom{6}{1} \binom{4}{3} = 24$
2 erkek, 2 kadın	$\binom{6}{2} \binom{4}{2} = 90$
3 erkek, 1 kadın	$\binom{6}{3} \binom{4}{1} = 80$
4 erkek	$\binom{6}{4} = 15$

$24 + 90 + 80 + 15 = 209$ değişik komisyon kurulabilir.

2. YOL:

$$[\text{tüm durumlar}] - [\text{istenilmeyen durumlar}]$$

$$\binom{10}{4} - \binom{4}{4} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} - 1 = 209$$

1. İçinde 3 farklı sarı kalem, 8 tane de farklı beyaz kalem bulunan bir kutudan 3 kalem rastgele alınacaktır.
Buna göre, kaç değişik durumda en az bir sarı kalem bulunur?

A) 102 B) 109 C) 117 D) 121 E) 128

2. 8 öğrenci, 6 öğretim görevlisinin bulunduğu üniversite meclisinde en az ikisinin öğretim görevlisi olduğu 5 kişilik yönetim kurulu kaç değişik biçimde oluşturulabilir?

A) 1526 B) 1512 C) 1492 D) 1484 E) 1472

3. 3 Türk, 3 İngiliz, 3 Fransız arasından 4 kişilik bir komisyon kurulacaktır.

Her ulustan en az bir kişi komisyonda yer alacağına göre, bu komisyon kaç değişik biçimde kurulabilir?

A) 18 B) 24 C) 27 D) 54 E) 81

4. 5 erkek, 3 kadın arasından en az birinin kadın olduğu 4 kişilik bir komisyon kaç değişik biçimde kurulabilir?

A) 45 B) 50 C) 54 D) 65 E) 75

5. 10 soruluk bir sınavda bir öğrencinin 6 soru yanıtlaması isteniyor.

Bu öğrenci ilk dört sorudan en çok üçünü yanıtlaması koşuluyla 6 soruyu kaç değişik biçimde yanıtlayabilir?

A) 195 B) 175 C) 155 D) 105 E) 95

6. Bir mağazanın A reyonuna 3 kadın işçi, B reyonuna 4 işçi alınacaktır.

5 kadın, 5 erkek aday arasından kaç farklı seçim yapılabilir?

A) 240 B) 270 C) 300 D) 320 E) 350

köşetaşı

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{6, 7, 8\}$ kümelerinden alınan farklı üç rakamla yazılan üç basamaklı sayıların kaç tanesinde A kümesinin en az bir elemanı bulunur?

açıklamalı çözüm

Üç basamaklı sayıyı oluşturan rakamlar	Oluşabilecek üç basamaklı sayıların sayısı
1 A'dan, 2 B'den	$\binom{5}{1} \binom{3}{2} \cdot 3! = 90$
2 A'dan, 1 B'den	$\binom{5}{2} \binom{3}{1} \cdot 3! = 180$
3 A'dan	$\binom{5}{3} \cdot 3! = 60$

$90 + 180 + 60 = 330$ farklı üç basamaklı sayı yazılabilir.

2. YOL:

$$[\text{tüm durumlar}] - [\text{istenilmeyen durumlar}]$$

$$\binom{8}{3} \cdot 3! - \binom{3}{3} \cdot 3! = 330$$

1. $A = \{2, 4, 6, 8\}$ ve $B = \{1, 3, 5\}$ kümelerinden alınan farklı üç rakamla yazılan üç basamaklı sayıların kaç tanesinde A kümesinden en çok 2 eleman bulunur?
- A) 123 B) 128 C) 186 D) 237 E) 242

2. $A = \{1, 3, 5\}$ ve $B = \{X, Y, Z\}$ kümelerinden alınan elemanlarla en az 2 rakamdan oluşan 4 haneli ürün kodları oluşturulacaktır.
- En fazla kaç ürün kodu oluşturulabilir?
- A) 216 B) 225 C) 232 D) 254 E) 288

3. $A = \{2, 4, 6\}$ ve $B = \{L, V, N, T\}$ kümelerinden alınan elemanlarla en az 3, en fazla 4 haneli ve en az 1 rakam barındıran kaç şifre oluşturulabilir?
- A) 808 B) 864 C) 920 D) 996 E) 1002

4. 4 kız, 3 erkeğin katıldığı bilgi yarışmasında birinci, ikinci ve üçüncü seçilecektir.
- En az 1 kızın bulunduğu ilk üç kaç farklı şekilde oluşur?
- A) 164 B) 180 C) 204 D) 212 E) 226

5. $M = \{1, 2, 3\}$ ve $N = \{a, b, c, d\}$ kümelerinden alınan elemanlarla 4 basamaklı şifreler oluşturulacaktır.
- Bu şifrelerde en az 2 harf olacağına göre, kaç tane farklı şifre oluşturulabilir?
- A) 720 B) 744 C) 860 D) 942 E) 984

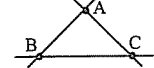
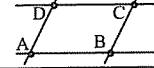
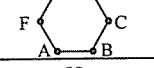
6. 3 erkek, 4 kadın arasından başkan, başkan yardımcısı, sekreter ve muhasebeciden oluşan dört kişilik bir ekip kuruluyor.
- En az üç kadının bulunacağı bu ekip kaç değişik şekilde kurulabilir?
- A) 286 B) 292 C) 304 D) 312 E) 340

köşetaşı

Herhangi üçü doğrusal olmayan 9 nokta;

- a) kaç doğru oluşturur?
- b) kaç üçgen oluşturur? (köşeleri bu noktalar olan)
- c) bu noktalar çember üzerinde ise kaç konveks dörtgen oluşturur?
- d) bu noktalar çember üzerinde ise kaç konveks altıgen oluşturur?
- e) en çok kaç çember oluşturur?

açıklamalı çözüm

Soru	Oluşturulan şekil	Kaç nokta bu şekli belirtir?	Oluşturulabilecek şekil sayısı
a	doğru	2 	$\binom{9}{2}$
b	üçgen	3 	$\binom{9}{3}$
c	dörtgen	4 	$\binom{9}{4}$
d	altıgen	6 	$\binom{9}{6}$
e	çember	3 	$\binom{9}{3}$

1. Bir çember üzerindeki 8 farklı nokta kaç doğru belirtir?
- A) 24 B) 28 C) 36 D) 42 E) 45

2. 6 farklı nokta kaç çember oluşturur?
- A) 8 B) 12 C) 15 D) 16 E) 20

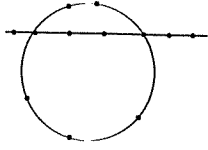
3. Herhangi üçü doğrusal olmayan 7 farklı noktanın oluşturduğu üçgenlerin sayısı, dörtgenlerin sayısından kaç fazladır?
- A) 0 B) 2 C) 5 D) 6 E) 9

4. Bir düzlemdeki 8 noktadan sadece 5 tanesi doğrusaldır.
- Buna göre, köşeleri bu noktalar olan kaç farklı üçgen çizilebilir?
- A) 42 B) 44 C) 46 D) 48 E) 52
- :) bulabilecek misiniz? sonraki köşetaşında anlatılıyor.

5. 4 ü doğrusal olan 7 farklı nokta kaç doğru oluşturur?
- A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 16

6. Bir çember üzerindeki 10 noktadan ikisi A ve B dir.
- [AB] yi kenar kabul eden köşeleri bu noktalar olan en çok kaç altıgen çizilebilir?
- A) 70 B) 72 C) 75 D) 80 E) 85

köşetaşı



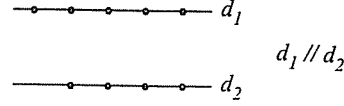
Şekilde 7 si çember, 7 si de doğrunun üzerinde toplam 12 nokta vardır.
Köşeleri bu noktalar olan en çok kaç üçgen çizilebilir?

açıklamalı çözüm

12 noktanın herhangi üçü doğrusal olmasaydı çizilebilecek üçgen sayısı $\binom{12}{3}$ olurdu. Ancak doğrunun üzerinde bulunan 7 nokta üçgen belirtemez.

Bundan dolayı $\binom{7}{3}$ kadar üçgen eksik olacaktır.

Cevap $\binom{12}{3} - \binom{7}{3} = 220 - 35 = 185$ tir.

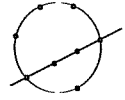


Köşeleri yukarıdaki noktalardan 3 ü olan üçgenlerin kaçının tabanı d_2 doğrusu üzerindedir?

Tabanın d_2 üzerinde olması için iki köşenin noktaları d_2 den seçilmeli, bir köşenin noktası d_1 den seçilmelidir.

$$\binom{4}{2} \binom{5}{1} = 30$$

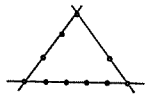
1. Şekilde 8 nokta vardır.



Köşeleri bu noktalar olan kaç üçgen çizilebilir?

- A) 46 B) 48 C) 50 D) 52 E) 54

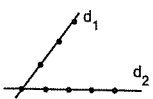
2. Şekilde 10 nokta vardır.



Köşeleri bu noktalardan 3 ü olan kaç üçgen çizilebilir?

- A) 75 B) 80 C) 85 D) 90 E) 95

3. d_1 ve d_2 doğruları üzerinde toplam 8 nokta vardır.



Köşeleri bu noktalardan üçü olan kaç tane üçgen çizilebilir?

- A) 42 B) 45 C) 48 D) 54 E) 60

4. Herhangi üçü doğrusal olmayan 10 noktadan biri A noktasıdır.

Köşeleri bu noktalar olan dörtgenlerin kaç tanesinin bir köşesi A dır?

- A) 72 B) 80 C) 84 D) 92 E) 96

5. Herhangi üçü doğrusal olmayan 9 noktadan ikisi A ve B dir.

Köşeleri bu 9 noktadan herhangi üçü olan üçgenlerden kaç tanesinin köşesi A veya B dir?

- A) 42 B) 49 C) 52 D) 54 E) 56

6. Şekildeki paralel iki doğru üzerinde toplam 7 nokta vardır.

Köşeleri bu noktalardan üçü olan kaç üçgen çizilebilir?

- A) 20 B) 25 C) 27 D) 28 E) 30

köşetaşı

4 ü birbirine paralel, 5 i A noktasından geçen 12 doğrunun kaç kesişim noktası vardır?

açıklamalı çözüm

Bir kesişim noktasının oluşması için 2 doğru seçilmelidir. Buna göre cevap $\binom{12}{2}$ dir. Ancak, doğrulardan 4 ü birbirine paralel olduğundan bunlar kendi aralarında kesişmeyecekler $\binom{4}{2}$ kadar

kesişim noktası sayısı azalacaktır. Aynı zamanda 5 i A noktasından geçtiği için bunlar da kendi aralarında kesişmeyeceklerdir. Sadece A da kesiştiklerinden kesişim noktası sayısı $\binom{5}{2} - 1$ kadar azalacaktır.

$$\begin{aligned} \text{Kesişim noktası sayısı} &= \binom{12}{2} - \binom{4}{2} - \binom{5}{2} + 1 \\ &= 66 - 6 - 10 + 1 \\ &= 51 \end{aligned}$$

1. 7 farklı doğrunun en çok kaç kesişim noktası vardır?

- A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

4. 4 ü birbirine paralel, 3 ü A noktasından geçen 10 doğrunun en çok kaç kesişim noktası vardır?

- A) 37 B) 39 C) 41 D) 43 E) 45

2. Paralel 5 doğru ile bunları kesen 3 doğrunun en çok kaç kesişim noktası vardır?

- A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

5. Herhangi iki kenarın çakışmadığı 4 eşkenar üçgenin en çok kaç kesişim noktası olur?

- A) 24 B) 30 C) 36 D) 42 E) 48

3. 5 i A noktasından geçen toplam 9 doğrunun en çok kaç kesişim noktası vardır?

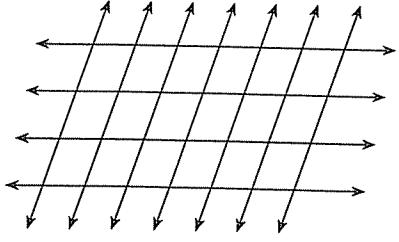
- A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

6. 7 farklı çemberin en çok kaç kesişim noktası vardır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 42

(En az kaç kesişim noktası vardır?)

köşetaşı

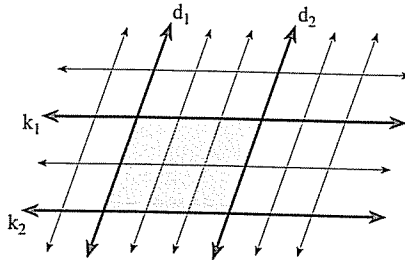


Şekildeki paralel 7 doğru ile paralel 4 doğru kaç paralelkenar oluşturur?

açıklamalı çözüm

Bu tür sorularda; “verilenlerden paralelkenar oluşturmak için bize düşen nedir?” i tespit etmek önemlidir.

Bize düşen; dikey olan paralel doğrulardan rastgele 2, yatay olanlardan da rastgele 2 tanesini seçmektir.



$$\text{Oluşan paralelkenar sayısı} = \binom{7}{2} \binom{4}{2} = 21 \cdot 6 = 126$$

1. Yandaki şekilde kaç dikdörtgen vardır?
- A) 64 B) 75 C) 80 D) 90 E) 105

2. Birbirine paralel 6 doğru ile yine birbirine paralel 3 doğru yandaki şekilde verilmiştir. Şekilde kaç paralelkenar vardır?
- A) 30 B) 36 C) 45 D) 60 E) 75

3. Birbirine paralel farklı 5 doğru ile birbirine paralel farklı 4 doğru yardımıyla kaç tane paralelkenar oluşturulabilir?
- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

4. 7 paralel yatay doğru ile 4 paralel düşey doğru kaç dikdörtgen oluşturur?
- A) 94 B) 120 C) 126 D) 130 E) 144

5. Paralel 3 doğru, paralel 8 doğru ile kesişirse kaç paralelkenar oluşur?
- A) 84 B) 72 C) 64 D) 56 E) 48

6. Birbirine paralel farklı 3 doğru, birbirine paralel farklı 4 doğru, birbirine paralel farklı 2 doğru yardımıyla en çok kaç paralelkenar çizilebilir?
- A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 30

köşetaşı

$1 < a < b < c < 9$ olmak üzere,

abc şeklinde kaç tane üç basamaklı doğal sayı yazılabilir?

açıklamalı çözüm

Bu sorunun çözümünü çok hoş bir mantıkla yapacağız. Sistemli düşünen biri $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ gibi bir kümenin üç elemanlı alt kümelerini yazarken $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 2, 5\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{1, 3, 5\}$, $\{1, 4, 5\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{2, 3, 5\}$, $\{2, 4, 5\}$, $\{3, 4, 5\}$ şeklinde yazar. Yukarıda yazılan alt kümelere dikkatle bakıldığında kümenin elemanları küçükten büyüğe dizilmiştir. Yani $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek $a < b < c$ koşulunu gerçekleyen abc şeklindeki sayıların sayısı A'nın üç elemanlı alt kümelerinin sayısı kadardır.

Köşetaşına dönülürse;

$1 < a < b < c < 9$ olduğuna göre, abc sayısının rakamları $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ kümesinden seçilecektir. Bu kümenin eleman sayısı 7 olduğundan cevap $\binom{7}{3} = 35$ tir.

1. $a > b > c$ koşulunu gerçekleyen kaç tane abc şeklinde üç basamaklı sayı yazılabilir?
- A) 100 B) 120 C) 140 D) 160 E) 180

2. $a > b > c > d$ koşulunu gerçekleyen kaç tane abcd şeklinde dört basamaklı sayı yazılabilir?
- A) 150 B) 180 C) 210 D) 240 E) 270

3. $2 < a < b < 9$ koşulunu gerçekleyen kaç tane ab biçiminde iki basamaklı doğal sayı yazılabilir?
- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

4. $1 < a < b < c < 9$ koşulunu gerçekleyen rakamları çift olan kaç tane abc üç basamaklı sayısı vardır?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $0 < a < b < c < d < 10$ koşulunu gerçekleyen rakamları tek olan kaç tane abcd biçiminde dört basamaklı sayı vardır?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $0 < a < b < c < 10$ koşulunu gerçekleyen rakamları tek olan kaç tane abcd biçiminde dört basamaklı sayı vardır?
- A) 32 B) 36 C) 45 D) 50 E) 54

köşetaşı

Birbirinin eşi olan 3 tane oyuncak istenen sayıda verilmek suretiyle 5 çocuğa kaç değişik şekilde dağıtılabilir?

açıklamalı çözüm

n tane elemanın r li kombinasyonlarında bir eleman ancak bir kere yazılır. Eğer r li grup içinde aynı eleman tekrar edilmiş ise bu kombinasyona tekrarlı kombinasyon denir.

Örneğin {a, b, c, d} kümesinin

Üçlü kombinasyonları	Üçlü tekrarlı kombinasyonları
{a, b, c}, {a, b, d}, {a, c, d}, {b, c, d}	aaa, aab, aac, aad bbb, bba, bbc, bbd ccc, cca, ccb, ccd ddd, dda, ddb, ddc abc, abd, acd, bcd

Üç elemanın dörtlü kombinasyonları olamazken dörtlü tekrarlı kombinasyonları olabilir.

n elemanın r li tekrarlı kombinasyonlarının sayısı $\frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$ dir. YA DA $\binom{n+r-1}{r}$ denebilir.

Köşetaşına dönülürse: 5 elemanın 3 lü tekrarlı kombinasyonları isteniyor. Oyuncakların üçünün üzerine A yazılırsa, üçünü de A nın aldığı kabul edilsin. AAB ise ikisini A nın birini B nin aldığını göstermektedir. Bundan dolayı cevap $\frac{(5+3-1)!}{3!(5-1)!} = 35$ tir.

1. Birbiriyle eş olan üç adet 100 liralık istenen sayıda atılmak suretiyle 4 farklı kumbaraya kaç değişik şekilde atılabilir?

A) 18 B) 20 C) 24 D) 25 E) 28

2. Birbiriyle eş olan 2 kalem istenen sayıda verilmek suretiyle 4 çocuğa kaç değişik şekilde dağıtılabilir?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

3. Birbirinin aynısı olan 4 broşür istenen sayıda atılmak suretiyle 5 farklı posta kutusuna kaç değişik şekilde atılabilir?

A) 48 B) 56 C) 60 D) 70 E) 81

4. Birbiriyle eş olan 3 defter istenen sayıda verilmek suretiyle 2 öğrenciye kaç değişik şekilde dağıtılabilir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

5. Birbiriyle eş olan 3 kitap istenen sayıda verilmek suretiyle 6 çocuğa kaç değişik şekilde dağıtılabilir?

A) 45 B) 48 C) 54 D) 56 E) 63

6. Birbiriyle eş olan 3 araç bir şirkete istenen sayıda aracın sigorta yaptırılabilmesi suretiyle 5 farklı sigorta acentasına kaç değişik şekilde sigorta yaptırılabilir?

A) 28 B) 32 C) 35 D) 42 E) 45

TARAMA TESTİ

1. $\frac{(2n+2)!}{2n \cdot (2n-1)!} = 90$

denklemini sağlayan n değeri kaçtır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

2. $P(n, 2) + P(2n+1, 1) = 31$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. $P(x, 3) = C(x, x-4)$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 24 B) 27 C) 30 D) 33 E) 36

4. Bir lokantada 3 çeşit çorba, 4 çeşit sıcak yemek, 2 çeşit salata ve 5 çeşit tatlı vardır.

Her çeşitten birer tabak yiyecek alan bir müşteri kaç farklı seçim yapabilir?

A) 81 B) 96 C) 110 D) 120 E) 132

5. 8 mektup 4 farklı posta kutusuna kaç değişik biçimde atılabilir?

A) 2^{10} B) 2^{12} C) 2^{14} D) 2^{16} E) 2^{20}

6. {3, 4, 5, 6, 7}

kümesinin elemanları kullanılarak rakamları birbirinden farklı dört basamaklı kaç çift doğal sayı yazılabilir?

A) 32 B) 36 C) 48 D) 56 E) 60

7. {0, 1, 2, 3, 4, 5}

kümesinin elemanları kullanılarak rakamları tekrar-sız üç basamaklı kaç çift sayı yazılabilir?

A) 40 B) 44 C) 48 D) 52 E) 56

8. {0, 1, 2, 3, 4, 5}

kümesinin elemanları kullanılarak rakamları birbirinden farklı 340 dan büyük kaç tane 5 ile tam bölünebilen üç basamaklı sayı yazılabilir?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

9. {2, 4, 7, 9} kümesinin elemanları ile üç basamaklı 3 e tam bölünebilen kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

A) 6 B) 12 C) 15 D) 18 E) 22

10. DO, RE, MI, FA, SOL

notalarının herbirini sadece bir kere kullanarak yerlerini değiştiren besteci en iyi besteyi aramaktadır.

Deneyeceği beste sayısı kaçtır?

A) 60 B) 80 C) 100 D) 120 E) 164

11. 3 farklı fizik, 5 farklı tarih, 6 farklı matematik kitabı düz bir rafa yan yana matematik kitapları bir arada olmak koşuluyla kaç değişik şekilde sıralanabilir?

A) 14! B) 3! 5! 6! C) 3! 5! 6! 3!
D) 9! 6! E) 9! 6! 3!

12. {1, 2, 3, 4, 5}

kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı beş basamaklı sayılar yazılıyor.

Yazılabilecek tüm sayıların kaç tanesinde 5 rakamı, 1 rakamının önündedir?

A) 15 B) 20 C) 30 D) 60 E) 75

13. 9 kişilik bir maç kuyruğunda Kerim ile Mert'in arasında 4 kişi vardır.

Bu maç kuyruğu kaç değişik şekilde oluşabilir?

A) 7.8! B) 8! C) 9!
D) 10.7! E) 10!

14. Anne, baba ve 4 çocuktan oluşan bir aile yuvarlak bir masaya; anne ile baba yan yana olmamak koşuluyla kaç değişik şekilde sıralanabilir?

A) 45 B) 48 C) 56 D) 68 E) 72

15. MEMLEKET

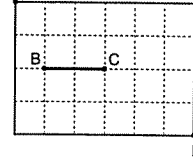
kelimesinin harfleri yer değiştirilerek anlamlı ya da anlamsız 8 harfli kaç farklı kelime türetilir?

A) 2720 B) 2840 C) 3000
D) 3200 E) 3360

16. Altı basamaklı 553330 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek altı basamaklı kaç tek sayı yazılabilir?

A) 40 B) 45 C) 50 D) 72 E) 80

- 17.



Yanda bir şehrin planı verilmiştir. A dan harekete başlayan bir hareketli [BC] bulvarından geçerek en kısa yoldan D ye gidecektir.

Kaç değişik yoldan gidebilir?

A) 24 B) 30 C) 36 D) 48 E) 54

18. Rakamları toplamı 8 olan kaç tane üç basamaklı doğal sayı vardır?

A) 24 B) 32 C) 36 D) 42 E) 45

19. $A = \{a, b, c, d\}$

kümesinin ikili permütasyonlarını yazınız?

20. 6 kişinin katıldığı bir yarış sonucunda birinci ve ikinci seçilecektir.

Bu yarış kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?

A) 24 B) 30 C) 36 D) 48 E) 54

21. 7 kız, 4 erkeğin bulunduğu bir sınıfta 2 kız, 1 erkekten oluşan bir ekip kaç değişik şekilde kurulabilir?

A) 72 B) 76 C) 80 D) 84 E) 88

22. $A = \{a, b, c, d, e, f\}$

kümesinin üçlü kombinasyonlarının kaç tanesinde b bulunup d bulunmaz?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

23. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesi veriliyor.

A kümesinin dörtlü permütasyonlarının kaç tanesinde 2 bulunur?

A) 180 B) 200 C) 240 D) 280 E) 360

24. 7 kız, 5 erkekten oluşan bir toplulukta 2 kız, 3 erkekten oluşan bir ekip kurulacaktır.

İşıl ve Hakan beraber bulunmak istediklerine göre, ekip kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

A) 75 B) 96 C) 225 D) 250 E) 275

25. 3 erkek, 5 kadın arasından en az birinin kadın olduğu 3 kişilik ekip kaç değişik biçimde kurulabilir?

A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 55

26. $A = \{1, 3, 5, 7\}$ ve $B = \{2, 4, 6\}$

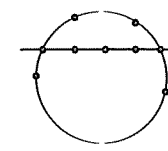
kümelerinden alınan farklı üç rakamla yazılan üç basamaklı sayıların kaç tanesinde A kümesinin en az bir elemanı bulunur?

A) 34 B) 180 C) 184 D) 204 E) 214

27. Herhangi üçü doğrusal olmayan 7 nokta kaç üçgen oluşturur? (Köşeleri bu noktalar olan)

A) 35 B) 42 C) 50 D) 56 E) 70

- 28.



Şekilde 6 sı çember, 5 i doğrunun üzerinde toplam 9 nokta vardır.

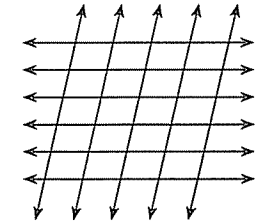
Köşeleri bu noktalar olan kaç üçgen çizilebilir?

A) 74 B) 122 C) 165 D) 180 E) 185

29. 3 ü birbirine paralel, 6 sı A noktasından geçen 15 doğrunun kaç kesişim noktası vardır?

A) 105 B) 90 C) 88 D) 85 E) 80

- 30.



Şekildeki 5 paralel doğru ile 6 paralel doğru kaç paralelkenar oluşturur?

A) 50 B) 75 C) 100 D) 150 E) 200

31. $2 < a < b < c < 9$ olmak üzere,

abc şeklinde kaç tane üç basamaklı doğal sayı yazılabilir?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 27

32. Birbirinin eşi olan 4 tane kalem istenen sayıda vermek suretiyle 6 çocuğa kaç değişik şekilde dağıtılabilir?

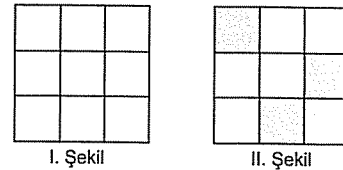
A) 98 B) 105 C) 120 D) 126 E) 132

- 12 sporcudan 7 kişilik bir takım oluşturulacaktır.
Bu 12 sporcudan takıma girecek üç kişi belli olduğuna göre, takım kaç değişik biçimde kurulabilir?
A) 144 B) 136 C) 126 D) 115 E) 96
- 5 kişinin katıldığı bir sınavda öğrenciler başarılı ya da başarısız diye değerlendirilecektir.
Bu sınav kaç farklı biçimde sonuçlanabilir?
A) 15 B) 16 C) 25 D) 32 E) 36
- 15 kişilik bir sınıfta erkek öğrencilerden oluşturulabilecek ikiserli grupların sayısı bu sınıftaki kız öğrencilerin sayısına eşittir.
Buna göre, sınıfta kaç kız öğrenci vardır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 10
- 10 değişik dersten üçü aynı saatte verilmektedir.
Bu 10 dersten beşini seçmek isteyen bir öğrencinin kaç seçeneği vardır?
A) 97 B) 110 C) 126 D) 140 E) 131
- Çeşitkenar bir sekizgenin köşegenleri birbiriyle en çok kaç noktada kesişir?
A) 120 B) 142 C) 150 D) 180 E) 190

kareköt özel

- 9 kişilik bir kafilden 3 kişi Kastamonu'ya, 6 kişi Çemiş-kezek'e gidecektir.
Bu iki grup kaç değişik biçimde kurulabilir?
A) 84 B) 88 C) 92 D) 96 E) 100
- $C(5, 5) + C(6, 3) = C(x, x - 2)$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10
- 7 kişilik bir gruptan 4 kişilik takım kaç değişik biçimde kurulabilir?
A) 21 B) 24 C) 27 D) 30 E) 35
- 3, 4, 5, 6, 7 rakamlarını kullanarak rakamları birbirinden farklı olan, üç basamaklı ve 560 tan küçük kaç farklı sayı yazılabilir?
A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

10.



I. Şekil

II. Şekil

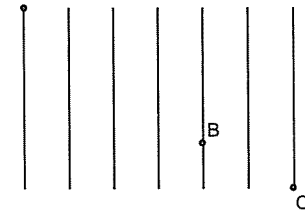
9 küçük kareden oluşan I. şeklin her satır ve her sütununda bir ve yalnız bir küçük kare karalanarak II. şekil-deki gibi desenler elde edilmektedir.

Bu kurala göre, en çok kaç farklı desen elde edilebilir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

- Birbirine paralel d_1 ve d_2 doğruları üzerinde dörder nokta vardır.
Köşeleri 8 noktadan üçü olan kaç üçgen oluşturulabilir?
A) 36 B) 40 C) 44 D) 48 E) 52
- Ürün satışı için A ve B kentlerine gönderilmek üzere 6 pazarlamacı seçilmiştir.
Her iki kente en az ikiser pazarlamacı gönderileceğine göre, bu 6 pazarlamacı kaç farklı grupta ile gönderilebilir?
A) 45 B) 50 C) 60 D) 75 E) 90
- 3, 4, 6, 9 rakamları kullanılarak yazılabilen, rakamları tekrarsız tüm iki basamaklı sayıların toplamı kaçtır?
A) 726 B) 986 C) 1264
D) 1382 E) 1452
- 2 farklı mektup, 5 posta kutusuna kaç değişik şekilde atılabilir?
A) 12 B) 16 C) 25 D) 32 E) 36
- Bir torbada 4 farklı kırmızı, 6 farklı siyah top vardır.
İkisi kırmızı, biri siyah olmak üzere 3 top kaç farklı şekilde alınabilir?
A) 24 B) 36 C) 40 D) 44 E) 48

20.



Şekildeki çizgiler bir kentin sokaklarını temsil etmektedir.

A dan C ye, B den geçmek koşuluyla en kısa olan kaç farklı yoldan gidilebilir?

- A) 90 B) 105 C) 120 D) 135 E) 150

- 3 kız, 7 erkek arasından 2 kız, 3 erkekten oluşan bir ekip kurulacaktır.
Kızlardan A, erkeklerden B nin daima bulunacağı kaç farklı ekip kurulabilir?
A) 15 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36
- 5 kız, 3 erkek arasından üç kişilik bir grup kurulacaktır.
En az bir kız olmak üzere kaç farklı grup kurulabilir?
A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 65
- 8 elemanlı bir kümenin 5 elemanlı alt kümelerinin sayısı 2 elemanlı alt kümelerinin sayısından kaç fazladır?
A) 12 B) 14 C) 22 D) 28 E) 32
- {a, b, c, d, e} kümesinin içinde a nın bulunduğu üçlü permütasyonlarının sayısı kaçtır?
A) 36 B) 35 C) 32 D) 30 E) 27

kareköt özel

$$1. \frac{(n+2)! - (n+1)!}{(n+1)! + (n+1)^2 \cdot n!} = \frac{8}{9}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} kümesinin elemanlarıyla rakamları tekrarsız yedi basamaklı ve 65 ile başlayan kaç çift sayı yazılabilir?

- A) 48 B) 54 C) 60 D) 66 E) 72

3. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 rakamları kullanılarak 300 ile 600 arasında ve rakamları birbirinden farklı kaç doğal sayı yazılabilir?

- A) 90 B) 108 C) 146 D) 156 E) 180

4. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin dördü permütasyonlarının kaç tanesinde 2 veya 3 rakamlarından sadece biri bulunur?

- A) 6 B) 8 C) 114 D) 144 E) 192

5. 5 erkek, 3 kız arkadaş düz bir sıra üzerinde erkekler yan yana, kızlar yan yana olmak üzere kaç farklı biçimde oturabilirler?

- A) 1360 B) 1380 C) 1400
D) 1440 E) 1520

6. 9 kişilik öğrenci grubunda Anıl ile Hakan bulunmaktadır. Anıl ile Hakan arasında daima üç öğrenci olması koşuluyla düz bir sıraya kaç değişik şekilde oturabilirler?

- A) 10.7! B) 9.7! C) 5.7! D) 7.9! E) 210

7. 7 kişi bir çember üzerinde sıralanacaktır.

Bu sıralama Kerim ile Buğra yan yana olmamak koşuluyla kaç değişik biçimde yapılabilir?

- A) 360 B) 400 C) 440 D) 480 E) 520

8. 5 kişi 3 arabaya bineceklerdir.

Arabalardan her biri en çok 5 kişi alabildiğine göre, arabalara kaç değişik şekilde binilebilir?

- A) 25 B) 81 C) 125 D) 243 E) 289

9. Bir çember üzerinde A, B, C, D, E, F, G noktaları işaretlenmek isteniyor.

A, B, C noktalarının yan yana işaretlenmesi koşuluyla kaç farklı işaretleme yapılabilir?

- A) 60 B) 84 C) 96 D) 102 E) 144

10. 4 farklı anahtar halka biçimindeki bir anahtarlığa kaç farklı şekilde sıralanabilir?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 8 E) 12

11. 550002 sayılarının rakamlarının yerleri değiştirilerek altı basamaklı kaç çift sayı yazılabilir?

- A) 22 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

12. Birbiriyle eş olan 4 siyah çanta ile yine birbiriyle eş olan 3 lacivert çanta yan yana aynı renk çantalar bir arada olmak koşuluyla kaç değişik şekilde dizilebilir?

- A) 2 B) 7 C) 21 D) 35 E) 54

13. Birbirinden farklı olan 4 siyah çanta ile yine birbirinden farklı 3 lacivert çanta yan yana aynı renk çantalar bir arada olmak koşuluyla kaç değişik şekilde dizilebilir?

- A) 2 B) 7 C) 56 D) 288 E) 312

14. 8 kişinin bulunduğu bir grupta 5 kişilik bir komisyon kurulacak ve içlerinden biri de başkan olacaktır.

Bu komisyon kaç değişik şekilde kurulabilir?

- A) 180 B) 210 C) 224 D) 240 E) 280

15. 10 farklı kalem 4 öğrenciye 4, 4, 1, 1 adet olmak üzere dağıtılacaktır.

Bu dağıtım kaç değişik şekilde yapılabilir?

- A) $\binom{10}{4} \binom{6}{4} \binom{2}{1}$ B) $\binom{10}{4} \binom{6}{4} \binom{2}{1} \frac{4!}{2! 2!}$ C) $\binom{10}{4} 4!$
D) $4 \cdot \binom{10}{4} \binom{6}{4}$ E) $4! \cdot \binom{10}{4} \binom{6}{4} \binom{2}{1}$

16. 8 atın koştuğu bir yarışta birinci, ikinci ve üçüncü seçilecektir.

Şike yapıldığından dolayı, Koptagel isimli atın birinci olacağı belli olduğuna göre, yarış kaç farklı biçimde sonuçlanabilir?

- A) 30 B) 36 C) 42 D) 48 E) 54

17. 7 erkek, 4 kız öğrenci arasından 3 kız ve 3 erkek öğrenci seçiliyor.

Seçilen bu altı kişi yuvarlak bir masada erkekler yan yana olmak şartıyla kaç değişik şekilde sıralanabilirler?

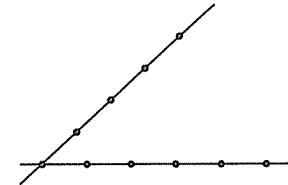
- A) 4540 B) 4680 C) 4720
D) 4800 E) 5040

18. 10 kişilik öğrenci grubu beşer kişilik iki gruba ayrılacaktır.

Öğrenci grubu içindeki A ve B isimli öğrencilerin bir arada, C isimli öğrencinin ise, diğer grupta olması şartıyla kaç farklı gruplama yapılabilir?

- A) 18 B) 24 C) 32 D) 35 E) 42

- 19.



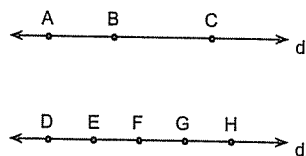
Köşeleri şekildedeki 10 noktadan üçü olan kaç tane üçgen çizilebilir?

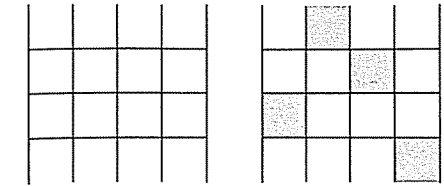
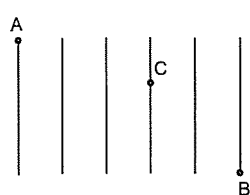
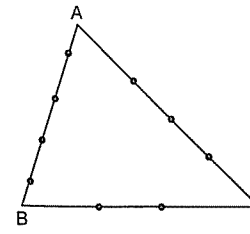
- A) 96 B) 90 C) 84 D) 78 E) 72

20. 5 i A noktasından, 3 ü B noktasından geçen 4 ü birbirine paralel 13 doğrunun en çok kaç kesişim noktası vardır?

- A) 61 B) 64 C) 65 D) 66 E) 67

1. Kesişen doğrulardan oluşan bir şekilde belirleyici üç özellik aşağıda verilmiştir:
- Şekil dört doğrudan oluşmaktadır.
 - Her doğru diğer üçünü kesmektedir.
 - Her kesim noktasından iki doğru geçmektedir.
- Buna göre, şekilde kaç kesim noktası vardır?
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8 (ÖSS 1981)
2. M, N, P, Q, R gibi beş değişik seçmeli dersten M ve N dersleri aynı saatte verilmektedir.
- Bu beş dersten ikisini seçmek isteyen bir öğrencinin bu durumda kaç seçeneği vardır?
- A) 4 B) 6 C) 9 D) 10 E) 12 (ÖYS 1982)
3. 10 kişilik bir sınıfta kız öğrencilerden oluşturulabilecek ikişerli grupların sayısı, bu sınıftaki erkek öğrencilerin sayısına eşittir.
- Sınıfta kaç kız öğrenci vardır?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6 (ÖYS 1883)
4. 6 kişinin katıldığı bir sınav başarı yönünden kaç farklı biçimde sonuçlanabilir?
- A) 31 B) 32 C) 60 D) 64 E) 128 (ÖYS 1984)
5. 10 sporcudan beş kişilik bir takım oluşturulacaktır.
- Bu 10 sporcudan takıma girecek iki kişi belli olduğuna göre, takım kaç değişik biçimde kurulabilir?
- A) 336 B) 112 C) 56 D) 48 E) 36 (ÖYS 1985)
6. 10 öğrenci arasından 4 kişilik bir ekip, bu ekip içinden de bir başkan seçilecektir.
- Bir başkan ve üç üyeden oluşan bu ekip kaç değişik biçimde oluşturulabilir?
- A) 5040 B) 1200 C) 840 D) 504 E) 210 (ÖYS 1986)

7. 11 kişilik bir kafileden 5 kişi İzmir'e, 6 kişi Ankara'ya gidecektir.
- Bu iki grup kaç değişik biçimde oluşturulabilir?
- A) 490 B) 484 C) 480 D) 462 E) 458 (ÖYS 1988)
8. n elemanlı bir kümenin r -li bütün kombinasyonlarının (kombinezonlarının) sayısı $C(n, r)$ ile gösterildiğine göre,
- $$C(0, 0) + C(6, 3) = 3C(m, m - 1)$$
- eşitliğinde m kaç olmalıdır?
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8 (ÖYS 1989)
9. n elemanlı bir kümenin r -li bütün kombinasyonlarının (kombinezonlarının) sayısı $C(n, r)$ ile gösterildiğine göre,
- $$C(n, 2) + C(n, 3) = 4C(n, 1)$$
- eşitliğinde n kaç olmalıdır?
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7 (ÖYS 1991)
10. 8 kişilik bir gruptan 5 kişilik kaç değişik takım kurulabilir?
- A) 336 B) 224 C) 168 D) 112 E) 56 (ÖYS 1995)
11.  A, B, C ∈ d₁
D, E, F, G, H ∈ d₂
- Yukarıdaki şekilde d₁ // d₂ olduğuna göre, köşeleri bu 8 noktadan (A, B, C, D, E, F, G, H) her hangi üçü olan en fazla kaç üçgen çizilebilir?
- A) 45 B) 48 C) 52 D) 56 E) 72 (ÖYS 1996)
12. 5, 6, 7, 8, 9 rakamlarını kullanarak rakamları birbirinden farklı olan, üç basamaklı ve 780 den küçük kaç değişik sayı yazılabilir?
- A) 46 B) 42 C) 36 D) 30 E) 24 (ÖSS 1999)

13.  I. Şekil II. Şekil
- 16 küçük kareden oluşan I. şeklin her satır ve her sütununda bir ve yalnız bir küçük kare karalanarak II. şekildeki gibi desenler elde edilmektedir.
- Bu kurala göre, en çok kaç farklı desen elde edilebilir?
- A) 16 B) 20 C) 24 D) 32 E) 36 (ÖSS 2000)
14.  Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir.
- A dan hareket edip C ye uğrayarak B noktasına en kısa yoldan gidecek olan bir kimse kaç değişik yol izleyebilir?
- A) 24 B) 18 C) 16 D) 12 E) 9 (ÖSS 2001)
15. 1, 2, 3, 4 ve 5 rakamları kullanılarak yazılabilen, rakamları tekrarlı veya tekrarsız tüm iki basamaklı tek sayıların toplamı kaçtır?
- A) 495 B) 497 C) 503 D) 515 E) 523 (ÖSS 2003)
16. Yükseköğretim için A ve B ülkelerine gönderilmek üzere 5 öğrenci seçilmiştir.
- Her iki ülkeye en az birer öğrenci gideceğine göre, bu 5 öğrenci kaç farklı grupta ile gönderilebilir?
- A) 10 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40 (ÖSS 2003)
17.  Yandaki ABC üçgeninin kenarları üzerinde 9 nokta verilmiştir.
- Köşeleri bu 9 noktadan üçü olan kaç üçgen oluşturulabilir?
- A) 64 B) 69 C) 74 D) 79 E) 84 (ÖSS 2004)

18. U kümesi, 1, 2, 3, 4 rakamları kullanılarak oluşturulan ve rakamları birbirinden farklı olan dört basamaklı bütün doğal sayıların kümesidir. U nun elemanlarından 4 rakamı 1 rakamının solunda olanlar A kümesini, 4 rakamı 2 rakamının sağında olanlar B kümesini oluşturuyor.
- Buna göre, $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?
- A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24 (ÖSS 2004)
19. A, B, C birer rakam olmak üzere,
- $$C < B < A$$
- koşulunu sağlayan kaç tane üç basamaklı ABC sayısı vardır?
- A) 72 B) 81 C) 90 D) 108 E) 120 (ÖSS 2005)
20. 3 tane madeni 1 YTL, kumbaralara istenen sayıda atılmak suretiyle değişik bankalardan alınmış 5 farklı kumbaraya kaç değişik şekilde atılabilir?
- A) 10 B) 21 C) 24 D) 35 E) 45 (ÖSS 2005)
21. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinin elemanlarıyla, en az iki basamağındaki rakamı aynı olan üç basamaklı kaç sayı yazılabilir?
- A) 52 B) 40 C) 38 D) 30 E) 24 (ÖSS 2006 I)
22. $K = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ kümesinin üç elemanlı alt kümelerinden kaç tanesinin elemanları çarpımı bir negatif tam sayıya eşittir?
- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10 (ÖSS 2008 I)
23. Aynı düzlemde alınan 4 farklı çember en fazla kaç noktada kesişir?
- A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18 (ÖSS 2009 I)

BÖLÜM 43

Binom

KÖŞETAŞI AMAÇLAR

1. Binom açılımını tanıyabilme ve açılımı yapar.
2. Binom açılımında baştan k. terimi bulur.
3. Binom açılımında sondan k. terimi bulur.
4. Binom açılımında ortanca terimi bulur.
5. Binom açılımında x^k lı terimi bulur.
6. Binom açılımında sabit terimi bulur.
7. Binom açılımında bazı bilgileri verilmiş terimi bulur.
8. Üç terimli parantez kuvvetlerini binom açılımına dönüştürür.
9. Binom açılımında katsayılar toplamını bulur.
10. İrrasyonel terimlerden oluşan binom açılımındaki rasyonel terimleri bulur.

43.1

binom

köşetaşı

$(2x - y)^5$ açılımını yapınız?

açıklamalı çözüm

$$(a + b)^n = \binom{n}{0}a^n b^0 + \binom{n}{1}a^{n-1}b^1 + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{r}a^{n-r}b^r + \dots + \binom{n}{n}a^0b^n$$

ifadesine binom açılımı (iki terimlinin açılımı) denir. Açılımdaki genel terim $\binom{n}{r}a^{n-r}b^r$ dir. Yani her terim genel terim gibi kombinasyonlu bir katsayı ile a ve b nin kuvvetlerinden oluşur.

* Açılımda $n + 1$ terim vardır.

* Her terimde a ve b nin üsleri toplamı n dir.

Buna göre, $(2x - y)^5$ ifadesinde $n = 5$, $a = 2x$, $b = -y$ dir.

$$\begin{aligned} (2x - y)^5 &= \binom{5}{0}(2x)^5(-y)^0 + \binom{5}{1}(2x)^4(-y)^1 + \binom{5}{2}(2x)^3(-y)^2 + \binom{5}{3}(2x)^2(-y)^3 + \binom{5}{4}(2x)^1(-y)^4 + \binom{5}{5}(2x)^0(-y)^5 \\ &= 1 \cdot 32x^5 \cdot 1 + 5 \cdot 16x^4(-y) + 10 \cdot 8x^3y^2 + 10 \cdot 4x^2(-y)^3 + 5 \cdot 2x \cdot y^4 + 1 \cdot 1 \cdot (-y)^5 \\ &= 32x^5 - 80x^4y + 80x^3y^2 - 40x^2y^3 + 10xy^4 - y^5 \end{aligned}$$

ANLAŞILSA DA OLUR ANLAŞILMASA DA: $(a + b)^n = \underbrace{(a + b)(a + b)(a + b) \dots (a + b)}_{n \text{ tane}}$

$a^{n-r}b^r$ li terim elde etmek için n tane çarpandan $n - r$ tane seçip çarpalım ki a^{n-r} elde edilsin.

$(n - r)$ tane çarpan $\binom{n}{n-r}$ değişik şekilde oluşturulabilir. Bunun için a^{n-r} li terimin katsayısı

$\binom{n}{n-r}$ olur. $\binom{n}{n-r} = \binom{n}{r}$ olduğundan terim $\binom{n}{r}a^{n-r}b^r$ biçiminde ifade edilebilir.

1. $(\sqrt{x} - 2y)^2$ ifadesinin açılımı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x - 2xy + y^2$ B) $x^2 - 4xy + y$
C) $x - 4y\sqrt{x} + 4y^2$ D) $x - 2\sqrt{xy} + 4y$
E) $x - \sqrt{2xy} + 4y^2$
2. $(x - 2y)^{17}$ açılımı x in azalan kuvvetlerine göre yapılsa terim sayısı kaç olur?
A) 11 B) 17 C) 18 D) 2^{17} E) 2^{34}
3. $x = \sqrt[3]{7} - 1$ olduğuna göre, $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 3 B) 6 C) 7 D) 14 E) 343

4. $(a + b)^n$ ifadesinin açılımında 23 terim olduğuna göre, n kaçtır?
A) 22 B) 23 C) 24 D) 46 E) 56
5. $(a + 2b)^4$ açılımında 2. terim aşağıdakilerden hangisidir?
A) $8ab^3$ B) $8a^2b^2$ C) $16a^3b$
D) $8a^3b$ E) $16ab^4$
6. $(x + 3y)^{12} = x^{12} + \dots + Ax^p y^r + \dots$ eşitliğinde p + r toplamı kaçtır?
A) 6 B) 11 C) 12 D) 13 E) 18

köşetaşı

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^{12}$ açılımında baştan 9. terim ne olur?

açıklamalı çözüm

Baştan p. terim için $r = p - 1$

Binom açılımı sorularından önce genel terim yazılır.

$$\binom{n}{r} a^{n-r} \cdot b^r$$

Verilenler bu ifadede yerine yazılır.

Verilenler : $n = 12$, $r = 9 - 1 = 8$, $a = x$, $b = -\frac{1}{x}$ tir.

$$\binom{12}{8} x^{12-8} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^8 = \frac{12!}{4! \cdot 8!} x^4 \cdot \frac{1}{x^8} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 8!} \cdot \frac{1}{x^4} = \frac{495}{x^4}$$

DÜŞÜNELİM - ÇIKARALIM

$(a + b)^n$ ifadesinin açılımında katsayılar sırasıyla:

$$\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \dots, \binom{n}{n} \text{ dir.}$$

Başlangıç 0 olduğundan baştan p. terim için $r = p - 1$ olacaktır.

Örneğin baştan 3. terimde katsayı $\binom{n}{2}$ dir.

köşetaşı

$\left(2x + \frac{1}{y}\right)^{10}$ açılımında sondan 8. terim ne olur?

açıklamalı çözüm

Sondan p. terim için $r = n - p + 1$ dir.

Binom açılımı sorularında önce genel terim yazılır.

$$\binom{n}{r} a^{n-r} \cdot b^r$$

Verilenler bu ifadede yerine yazılır.

Verilenler : $n = 10$, $r = 10 - 8 + 1 = 3$, $a = 2x$, $b = \frac{1}{y}$ tir.

$$\binom{10}{3} (2x)^{10-3} \cdot \left(\frac{1}{y}\right)^3 = \frac{10!}{7! \cdot 3!} 2^7 \cdot x^7 \cdot \frac{1}{y^3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7! \cdot 3 \cdot 2} \cdot 2^7 \cdot x^7 \cdot \frac{1}{y^3} = 15360 \cdot x^7 \cdot y^{-3}$$

DÜŞÜNELİM - ÇIKARALIM

$(a + b)^n$ ifadesinin açılımında katsayılar sondan başlayarak sırasıyla:

$$\binom{n}{n}, \binom{n}{n-1}, \binom{n}{n-2}, \dots, \binom{n}{0} \text{ dir.}$$

Başlangıç n olduğundan sondan p. terim için $r = n - p + 1$ olacaktır.

Örneğin sondan 3. terimde katsayı $\binom{n}{n-2}$ dir.

1. $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^6$ ifadesinin açılımında baştan 4. terim nedir?
A) 112 B) 84 C) -72 D) -160 E) -180

2. $(x - 2y)^8$ ifadesinin açılımında baştan 6. terim aşağıdakilerden hangisidir?
A) $851x^5y^3$ B) $986x^3y^5$ C) $-1024x^4y^4$
D) $-1268x^5y^4$ E) $-1792x^3y^5$

3. $(x^3 - 1)^8$ ifadesinin açılımı x in azalan kuvvetlerine göre sıralandığında baştan 6. terimin katsayısı kaçtır?
A) -112 B) -56 C) -12 D) 56 E) 112

4. $(a + b)^{22}$ ifadesinin açılımında baştan 9. terimin katsayısı kaçtır?
A) $\binom{22}{9}$ B) $\binom{9}{1}$ C) $\binom{22}{8}$
D) $\binom{44}{9}$ E) $\binom{22}{9} \binom{9}{1}$

5. $\left(x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$ ifadesinin açılımında baştan 3. terimin katsayısı kaçtır?
A) 45 B) 54 C) 56 D) 64 E) 75

6. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ ifadesinin açılımında baştan 6. terim ile baştan 13. terimin katsayıları eşit olduğuna göre, n kaçtır?
A) 14 B) 15 C) 17 D) 19 E) 21
İpucu : $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

kareköt özel

1. $\left(3x - \frac{1}{x}\right)^7$ ifadesinin açılımında sondan 4. terim aşağıdakilerden hangisidir?
A) $94x^2$ B) $945x$ C) $480x$
D) $\frac{945}{x}$ E) $\frac{480}{x^2}$

2. $(x - 1)^{97}$ açılımında sondan 95. terimin katsayısı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-\binom{97}{95}$ B) $-\binom{97}{3}$ C) $-\binom{95}{3}$ D) $\binom{97}{3}$ E) $\binom{97}{12}$

3. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{16}$ ifadesinin açılımında sondan 15. terimin katsayısı kaçtır?
A) 86 B) 96 C) 120 D) 156 E) 180

4. $(2x - y)^{10} = \dots + Ax^k y^p + \dots$ eşitliğinde $Ax^k y^p$ sondan 3. terim olduğuna göre, $A + k + p$ toplamı kaçtır?
A) 156 B) 160 C) 172 D) 180 E) 190

5. $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$ ifadesinin açılımında sondan 2. terimin katsayısı kaçtır?
A) -18 B) -10 C) 0 D) 10 E) 18

6. $\left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ ifadesinin açılımında sondan 7. terimin katsayısı ile sondan 18. terimin katsayısı eşit olduğuna göre, n kaçtır?
A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

kareköt özel

$$\left(2x - \frac{1}{3x}\right)^8 \text{ açılımında ortanca terim kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

n çift olmak üzere ortanca terim için $r = \frac{n}{2}$ dir.

n tek olduğunda terim sayısı çift olacağından ortanca terimden bahsedilemez.

Önce genel terim yazılır.

$$\binom{n}{r} a^{n-r} \cdot b^r$$

Verilenler : $n = 8, r = \frac{8}{2} = 4, a = 2x, b = -\frac{1}{3x}$ tir.

Verilenler genel terimde yerine yazılır.

$$\begin{aligned} & \binom{8}{4} (2x)^{8-4} \left(-\frac{1}{3x}\right)^4 \\ &= \frac{8}{4! \cdot 4!} 2^4 \cdot x^4 \frac{1}{3^4 \cdot x^4} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4!} \cdot \frac{2^4}{3^4} = \frac{1120}{81} \end{aligned}$$

1. $\left(x + \frac{2}{x}\right)^6$ ifadesinin açılımında ortanca terim nedir?

- A) 160 B) $160x$ C) $\frac{160}{x}$ D) $\frac{20}{x}$ E) $20x$

2. $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^8$ ifadesinin açılımında ortanca terim nedir?

- A) 1120 B) -1120 C) $1120x$
D) $1120x^4$ E) $-1120x^{-4}$

3. $\left(3x + \frac{1}{2x^2}\right)^4$ ifadesinin açılımında ortanca terimin katsayısı kaçtır?

- A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{27}{4}$ C) $\frac{27}{2}$ D) 54 E) 72

4. $(a + b)^n$ ifadesinin açılımında ortanca terim baştan 16. terim olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 30 D) 32 E) 42

5. $(a + b)^n$ ifadesinin açılımında ortanca terim, sondan 11. terim olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

6. $(x + 1)^n$ açılımında katsayılar toplamı 64 olduğuna göre, ortanca terim nedir?

- A) 20 B) $20x$ C) $24x^2$ D) $20x^3$ E) $48x^5$

(İpucu : Katsayılar toplamını bulmak için x yerine 1 yazılır.)

$$\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^{12} \text{ açılımında } x^9 \text{ lu terimin katsayısı kaç olur?}$$

açıklamalı çözüm

Önce genel terim yazılır, bu terimin Ax^9 olması isteniyor.

$$\binom{n}{r} a^{n-r} b^r = Ax^9$$

Verilenler: $n = 12, r = ?, a = x^2, b = -\frac{2}{x}$ dir

Verilenler yukarıdaki eşitlikte yerine yazılır.

$$\binom{12}{r} (x^2)^{12-r} \left(-\frac{2}{x}\right)^r = Ax^9$$

Bu aşamada sadece x lerle çalışılır:

$$x^{24-2r} \cdot x^{-r} = x^9 \Rightarrow x^{24-3r} = x^9 \Rightarrow 24 - 3r = 9 \Rightarrow 5 = r \text{ bulunur.}$$

$r = 5$ için $\binom{12}{5} (x^2)^7 \left(-\frac{2}{x}\right)^5 = \frac{12!}{7! \cdot 5!} \cdot x^{14} \cdot \frac{(-2)^5}{x^5} = -25344 \cdot x^9$

x^9 lu terimin katsayısı -25344 tür.

1. $\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)^7$ ifadesinin açılımı yapıldığında x^{13} lü terimin katsayısı kaç olur?

- A) -32 B) -21 C) 12 D) 21 E) 32

2. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^5$ ifadesinde x^n li terimin katsayısı 5 olduğuna göre, n nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 3 D) 5 E) 7

3. $\left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^7 = \dots + Ax^4 + \dots$ olduğuna göre, A kaçtır?

- A) 21 B) 27 C) 32 D) 42 E) 56

4. $\left(\frac{x^2 - y}{xy^2}\right)^8$ açılımında $\frac{x^4}{y^{14}}$ ün katsayısı kaçtır?

- A) -28 B) -14 C) 14 D) 28 E) 36

5. $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^8$ açılımında x li terimin katsayısı kaçtır?

- A) -56 B) -28 C) 18 D) 28 E) 56

6. $(x^2 - x)^6$ açılımında x^{11} li terimin katsayısı kaçtır?

- A) -21 B) -15 C) -6 D) 3 E) 9

köşetaşı

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^{16}$ açılımında sabit terim kaçtır?

açıklamalı çözüm

Önce genel terim yazılır, bu terimin Ax^0 olması isteniyor.

$$\binom{n}{r} a^{n-r} b^r = Ax^0$$

Verilenler: $n = 16$, $r = ?$, $a = x$, $b = -\frac{1}{x}$ tir. Verilenler yukarıdaki ifadede yerine yazılır.

$$\binom{16}{r} \cdot x^{16-r} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^r = Ax^0$$

Bu aşamada sadece x lerle çalışılır:

$$x^{16-r} \cdot x^{-r} = x^0 \Rightarrow x^{16-2r} = x^0 \Rightarrow 16 - 2r = 0 \Rightarrow 8 = r$$

$r = 8$ için $\binom{16}{8} x^8 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^8 = \binom{16}{8}$ dir. Demek ki, sabit terim $\binom{16}{8}$ dir.

1. $\left(x - \frac{2}{x}\right)^4$ açılımında sabit terim kaç olur?
A) 15 B) 18 C) 24 D) 32 E) 48

2. $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^6$ ifadesinin açılımı yapıldığında sabit terim kaç olur?
A) -180 B) -160 C) -120 D) 120 E) 160

3. $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^8$ ifadesinin açılımında x e bağlı olmayan terim kaçtır?
A) -70 B) -35 C) 0 D) 35 E) 70

4. $\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)^{12}$ ifadesinin açılımındaki sabit terim kaçtır?
A) -220 B) -180 C) 180 D) 220 E) 240

5. $\left(x^4 - \frac{1}{x}\right)^n$ açılımı yapıldığında baştan 5. terim sabit olduğuna göre, n kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^n$ açılımı yapıldığında sondan 9. terim sabit olduğuna göre, n kaçtır?
A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

köşetaşı

$(x^4 - 2y)^6 = x^{24} - \dots + Ax^p y^t + \dots$
eşitliğinde $p + t = 12$ olduğuna göre, A kaçtır?

açıklamalı çözüm

Önce genel terim yazılırsa;

$$\binom{6}{r} (x^4)^{6-r} \cdot (-2y)^r = A \cdot x^p \cdot y^t$$

Bu aşamada sadece x ve y üzerinde çalışılırsa;

$$x^{24-4r} \cdot y^r = x^p \cdot y^t$$

$$24 - 4r = p + t$$

$$24 - 4r = 12$$

$$4 = r$$

$$r = 4 \text{ için } \binom{6}{4} (x^4)^2 \cdot (-2y)^4 = 15 \cdot x^8 \cdot 16y^4 = 240x^8y^4$$

Demek ki $A = 240$ tır.

1. $(x^4 - y)^{10} = x^{40} + \dots + Ax^t y^k + \dots$
eşitliğinde $t + k = 31$ olduğuna göre, A kaçtır?
A) -120 B) -96 C) -42 D) 64 E) 81

2. $(x^3 - y^2)^{12}$ açılımında baştan 8. terim $Ax^a y^b$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?
A) 28 B) 29 C) 31 D) 33 E) 35

3. $\left(x^2 - \frac{y^3}{2}\right)^8$ açılımının terimlerinden biri $Ax^k y^n$ dir.
 $k + n = 19$ olduğuna göre, A kaçtır?
A) -4 B) -7 C) -14 D) -21 E) 34

4. $\left(x^3 - \frac{y}{x^2}\right)^n = x^{24} + \dots + mx^p y^3 + \dots$
eşitliğinde $n + m + p$ toplamı kaçtır?
A) 62 B) 41 C) -17 D) -39 E) -42

5. $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^9 = \dots + ma^n b^3 + \dots$
olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?
A) 56 B) 64 C) 81 D) 96 E) 98

6. $(x^3 + 2y)^8 = x^{24} + \dots + Ax^a y^b + \dots$
eşitliğinde $a + b = 18$ olduğuna göre, A kaçtır?
A) 324 B) 340 C) 364 D) 412 E) 448

$(x - 2y + z)^6$ açılımında $x^2 y^3 z$ li terimin katsayısı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$(a + b + c)^n$ açılımında genel terim $\binom{n}{r} \binom{r}{k} a^{n-r} b^{r-k} c^k$ dir.

Önce genel terim yazılır.

Verilenler : $n = 6, r = ?, k = ?, a = x, b = -2y, c = z$ dir.

$$\binom{6}{r} \binom{r}{k} x^{6-r} \cdot (-2y)^{r-k} \cdot z^k = A x^2 y^3 z$$

$$z^k = z \Rightarrow k = 1$$

$$x^{6-r} = x^2 \Rightarrow 6 - r = 2 \Rightarrow r = 4$$

$$\binom{6}{4} \binom{4}{1} x^{6-4} \cdot (-2y)^{4-1} \cdot z^1 = 15 \cdot 4 \cdot x^2 \cdot (-8) \cdot y^3 \cdot z = -480 \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot z$$

$x^2 y^3 z$ terimin katsayısı -480 dir.

$(a + b + c)^n = [a + (b + c)]^n$ biçiminde düşünülürse iki teriminin açılımı olur.

$[a + (b + c)]^n$ açılımının genel terimi:

$$\binom{n}{r} a^{n-r} (b + c)^r$$

$$= \binom{n}{r} a^{n-r} \cdot \binom{r}{k} b^{r-k} \cdot c^k$$

$$= \binom{n}{r} \binom{r}{k} a^{n-r} b^{r-k} c^k$$

1. $(x - y + 2z)^8$
açılımında $x^3 y^2 z^3$ lü terimin katsayısı kaçtır?
A) 3640 B) 3860 C) 4120 D) 4260 E) 4480

2. $(x + y - z)^{10}$
açılımında $x^2 y^5 z^3$ lü terimin katsayısı kaçtır?
A) -3820 B) -3120 C) -2520
D) 1120 E) 4260

3. $(2x - y + z)^{12}$
açılımında $x^2 y^8 z^2$ li terimin katsayısı kaçtır?
A) $8 \binom{12}{10}$ B) $\binom{12}{6} \binom{6}{4}$ C) $\binom{12}{8} \binom{8}{4}$
D) $4 \binom{12}{10} \binom{10}{2}$ E) $2 \binom{12}{8} \binom{4}{2}$

4. $(2x - y + z)^8$
açılımının terimlerinden biri $Ax^2 y^k z^2$ olduğuna göre, $A + k$ toplamı kaçtır?
A) 1684 B) 1672 C) 1652 D) 1640 E) 1620

5. $(x + y + z)^9$
açılımında oluşan terimlerden kaç tanesinde x^5 bir çarpan olarak bulunur?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7
(İpucu : $\binom{9}{r} \binom{r}{k} x^{9-r} y^{r-k} z^k$ ifadesinden $r = 4$ bulunur.
 $\binom{r}{k} = \binom{4}{k}$ ifadesinde k nın alabileceği 5 değer vardır.)

6. $(x - 2y + z)^7$
açılımında y^4 çarpanına sahip kaç terim vardır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$\left(2x^2 - 3y + \frac{2}{z}\right)^9$$

açılımında katsayılar toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Polinomlarda olduğu gibi katsayılar toplamı sorulduğunda değişkenlerin yerine 1 yazılır.

$$\text{Katsayılar toplamı} = \left(2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + \frac{2}{1}\right)^9 = 1$$

1. $(3x - 2y + z)^7$
ifadesinin açılımı yapılırsa katsayılar toplamı kaç olur?
A) 2 B) 3 C) 32 D) 81 E) 128

2. $\left(\frac{x}{4} + \frac{y}{2} - 1\right)^9$
ifadesinin açılımı yapılırsa katsayılar toplamı kaç olur?
A) -2^{-18} B) -2^{-9} C) 2^{-18} D) 2^{-9} E) 2^9

3. $\left(2a^2 - \frac{1}{a^3}\right)^{18}$
ifadesinin açılımındaki katsayıların toplamı kaçtır?
A) 2^{18} B) -2^{18} C) -1 D) 0 E) 1

4. $(3x - y^3)^5$
açılımı yapıldığında terimlerin katsayıları toplamı kaç olur?
A) 16 B) 24 C) 32 D) 48 E) 64

5. $(7x - 5y)^n$
ifadesinin açılımında, terimlerin katsayıları toplamı 128 olduğuna göre, n kaçtır?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6. $(2x^3 - 3x^2 + 1)^6$
ifadesinin açılımı yapıldığında x in çift kuvvetli olduğu terimlerin katsayıları toplamı kaç olur?
A) 2^5 B) 2^6 C) 2^{11} D) 2^{12} E) 2^{15}
(İpucu : Bkz. (31.17))

$$(\sqrt[4]{3} - \sqrt[3]{2})^{15}$$

ifadesinin açılımında rasyonel terimlerin toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Genel terim : $\binom{n}{r} a^{n-r} b^r$

Verilenler : $a = \sqrt[4]{3}$, $b = -\sqrt[3]{2}$, $n = 15$, $r = ?$

Buna göre, $\binom{15}{r} (\sqrt[4]{3})^{15-r} (-\sqrt[3]{2})^r$ ifadesi elde edilir.

Bu ifadenin rasyonel olması için de, köklerden kurtarmak gerekir. $\sqrt[4]{3}$ sayısının kuvvetini 4 ün katı, $-\sqrt[3]{2}$ sayısının kuvvetini 3 ün katı yapan r değerleri; 3 ve 15 tir.

$r = 3$ için $\binom{15}{3} (\sqrt[4]{3})^{15-3} (-\sqrt[3]{2})^3 = \binom{15}{3} \cdot 3^3 \cdot (-2)$

$r = 15$ için

$\binom{15}{15} (\sqrt[4]{3})^{15-15} (-\sqrt[3]{2})^{15} = \binom{15}{15} \cdot 1 \cdot (-2)^5$

1. $(\sqrt[3]{5} + \sqrt{2})^5$
ifadesinin açılımındaki rasyonel terimlerin toplamı kaçtır?
A) 60 B) 80 C) 100 D) 120 E) 140

2. $x \in \mathbb{Q}$ olmak üzere, $(x + \sqrt{2})^5$ ifadesinin açılımındaki rasyonel terimlerin katsayıları toplamı kaçtır?
A) 10 B) 15 C) 18 D) 20 E) 41

3. $(\sqrt[5]{3} + \sqrt{2})^9$
ifadesinin açılımındaki rasyonel terimlerin toplamı kaçtır?
A) $12 \binom{9}{4}$ B) $9 \binom{12}{4}$ C) $\binom{9}{4} \binom{12}{2}$
D) $36 \binom{9}{2}$ E) $24 \binom{9}{5}$

4. $(\sqrt[4]{5} + \sqrt[3]{2})^{11}$
ifadesinin açılımındaki rasyonel terim kaçtır?
A) $\binom{11}{8}$ B) $\binom{11}{7} \binom{4}{3}$ C) $42 \binom{11}{7}$
D) $25 \binom{11}{7}$ E) $50 \binom{11}{3}$

5. $x \in \mathbb{Q}$ olmak üzere, $(2x - \sqrt{2})^4$ ifadesinin açılımındaki rasyonel terimlerinin katsayıları toplamı kaçtır?
A) 64 B) 68 C) 72 D) 76 E) 82

6. $(\sqrt[7]{2} + \sqrt{3})^{13}$
ifadesinin açılımında kaçınıcı terim rasyoneldir?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

1. $(x - 2y)^3$
ifadesinin açılımı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x^2 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
B) $x^3 - 6x^2y + 3xy^2 - 4y^3$
C) $x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$
D) $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$
E) $x^3 - 6x^2y + 6xy^2 - 8y^3$

2. $(x - \frac{2}{x})^8$
ifadesinin açılımında baştan 7. terim aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1792}{x^4}$ B) $\frac{1546}{x^3}$ C) $\frac{1200}{x^2}$
D) $2160x^2$ E) $1456x^4$

3. $(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^{12}$
ifadesinin açılımında sondan 2. terimin katsayısı kaçtır?
A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

4. $(a + b)^n$
ifadesinin açılımında ortanca terim, sondan 13. terim olduğuna göre, n kaçtır?
A) 20 B) 22 C) 23 D) 24 E) 26

5. $(x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}})^{18}$
ifadesinin açılımında x^{21} li terimin katsayısı kaçtır?
A) $\binom{22}{4}$ B) $\binom{21}{18}$ C) $\binom{18}{3}$ D) $\binom{18}{10}$ E) $\binom{18}{12}$

6. $(2x - \frac{3}{x})^6$
ifadesinin açılımında sabit terim kaçtır?
A) $-2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$ B) $-2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$ C) $-2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$
D) $2^7 \cdot 3^2$ E) $2^4 \cdot 7^2$

7. $(x^3 - y)^6 = x^{18} + \dots + A x^m y^n + \dots$
eşitliğinde $m + n = 14$ olduğuna göre, A kaçtır?
A) 10 B) 12 C) 15 D) 24 E) 32

8. $(x - y - 2z)^8$
ifadesinin açılımında $x^3 y z^4$ lü terimin katsayısı kaçtır?
A) $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5$ B) $2^4 \cdot 3^3 \cdot 7$ C) $-2^5 \cdot 5 \cdot 7^2$
D) $-2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$ E) $-2^7 \cdot 5 \cdot 7$

9. $(2x + 4y - 5z)^{98}$
ifadesinin açılımında katsayılar toplamı kaçtır?
A) -98 B) 2^{98} C) -2^{98} D) -1 E) 1

10. $(\sqrt{3} - \sqrt[3]{2})^6$
ifadesinin açılımında rasyonel terimlerin toplamı kaçtır?
A) 7 B) 9 C) 13 D) 17 E) 31

1. $x = \sqrt[3]{5} - 1$ olduğuna göre,
 $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 27
2. $x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = (x - p)^5$
olduğuna göre, p nin a türünden eşiti nedir?
A) a B) 5a C) $-\frac{a}{5}$ D) $\frac{a}{5}$ E) $\frac{5}{a}$
3. $(2x - y)^{10} = (2x)^{10} + \dots + a \cdot x^2 y^8 + \dots$
eşitliğinde a kaçtır?
A) 150 B) 180 C) 210 D) 240 E) 270
4. $\left(\frac{1}{x} - \frac{x}{2}\right)^7$
ifadesinin açılımında x^{-3} lü terimin katsayısı kaçtır?
A) $\frac{31}{3}$ B) $\frac{31}{2}$ C) $\frac{24}{5}$ D) $\frac{21}{2}$ E) $\frac{21}{4}$
5. $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^6$
ifadesinin sabit terimi kaçtır?
A) 15 B) 18 C) 24 D) 30 E) 42

karekök özel

6. $(x^2 - 2y)^n$
açılımında $x^6 y^2$ li terimin katsayısı kaçtır?
A) 6 B) 10 C) 15 D) 24 E) 40
7. $(2x - 3y)^{59}$
ifadesinin açılımında 46. terimin katsayısı aşağıdaki-
lerden hangisine eşittir?
A) $2^{46} \cdot 3^{13} \cdot \left(\frac{59}{46}\right)$ B) $-2^{14} \cdot 3^{45} \cdot \left(\frac{59}{45}\right)$
C) $-2^{45} \cdot 3^{14} \cdot \left(\frac{59}{45}\right)$ D) $6^{36} \cdot \left(\frac{59}{46}\right)$
E) $45 \cdot \left(\frac{59}{45}\right)$
8. $\left(x^2 y^2 - \frac{x}{y}\right)^{12}$
ifadesinin açılımında y nin bulunmadığı terim aşağı-
dakilerden hangisidir?
A) $\binom{12}{4} \cdot x^{16}$ B) $\binom{12}{8} \cdot x^8$ C) $\binom{12}{4} \cdot x^{10}$
D) $\binom{12}{2} \cdot x^{12}$ E) $\binom{12}{3} \cdot x^9$
9. $(a + b)^n$ açılımında a^3 lü terimin katsayısı 56 olduğuna göre, n kaçtır?
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11
10. $(a^2 + bc)^6$ ifadesinin açılımında a^4 ün bir çarpanı
olduğu terimin c li çarpanının kuvveti kaçtır?
A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

11. $(\sqrt[3]{3} - \sqrt{2})^8$
ifadesinin açılımında rasyonel terimlerin toplamı kaçtır?
A) 420 B) 460 C) 500 D) 520 E) 540
12. $(x - 3y)^n$
ifadesinin açılımında katsayılar toplamı -128 olduğuna göre, sondan altıncı terimin katsayısı kaçtır?
A) -182 B) -144 C) 24 D) 144 E) 189
13. $\left(\sqrt[6]{x} - 12\sqrt{\frac{2005}{x}}\right)^{18}$
ifadesinin açılımında sabit terim kaçtır?
A) 1 B) $\sqrt{2005}$ C) $12\sqrt{2005}$
D) 2005 E) $2005 \cdot \binom{18}{12}$
14. $(x + y + z)^5$
ifadesinin açılımında $xy^2 z^2$ li terimin katsayısı kaçtır?
A) 20 B) 30 C) 32 D) 38 E) 45
15. $(3x + 5y - 6)^5$
ifadesinin açılımında katsayılar toplamı kaçtır?
A) 16 B) 24 C) 32 D) 64 E) 81

karekök özel

16. $(2x^3 - y^2)^{10}$
ifadesinin açılımındaki terimlerden biri $Ax^k y^k$ olduğuna göre, k kaçtır?
A) 4 B) 8 C) 12 D) 15 E) 16
17. $(2x + k)^n = ax^5 + bx^4 + \dots + 32$
eşitliğinde, a + b + k toplamı kaçtır?
A) 120 B) 144 C) 164 D) 180 E) 194
18. $\left(px - \frac{1}{p}\right)^6$
ifadesinin açılımında x^4 lü terimin katsayısı 135 olduğuna göre, p nin alabileceği değerlerden biri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) -1
19. $\left(ax - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12}$
ifadesinin açılımında baştan beşinci terimde x in kuvveti kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 4 E) 6
20. $(2x - x^2)^6$
ifadesinin açılımında ilk terim ile son terimin katsayıları toplamı kaçtır?
A) 16 B) 32 C) 64 D) 65 E) 120

1. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$ ifadesinin açılımında ortanca terim aşağıdakilerden hangisidir?

A) $20x$ B) $20x^2$ C) $20x^3$ D) $42x^2$ E) $42x^3$

2. $(3x - 5y^2)^{17}$ ifadesinin açılımında baştan kaçınıcı terimde y nin kuvveti 24 tür?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 13 E) 14

3. $(2x - 1)^9$ ifadesinin açılımında sondan ikinci terimin katsayısı kaçtır?

A) -24 B) -18 C) 12 D) 18 E) 24

4. $(a - b)^8$ ifadesinin açılımında pozitif katsayılı terimlerin katsayıları toplamı kaçtır?

A) 128 B) 144 C) 180 D) 192 E) 196

5. $(x - ay + 7z)^6$ ifadesinin açılımındaki katsayıların toplamı 64 olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 2 B) 6 C) 10 D) 12 E) 16

6. $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^6$ ifadesinin açılımında ortanca terimin, sabit terime oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3}{4x^2}$ B) $\frac{3}{4x^3}$ C) $\frac{-4}{3x}$
D) $\frac{-4}{x^3}$ E) $-\frac{4}{3x^3}$

7. $(a + b)^{2n}$ ifadesinin açılımında baştan $(n + 1)$. terimin katsayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\binom{5}{3}$ B) $\binom{8}{2}$ C) $\binom{9}{5}$ D) $\binom{11}{5}$ E) $\binom{12}{6}$

8. $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^{12}$ ifadesinin açılımında sabit terim baştan kaçınıcı terimdir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

9. $(a + \sqrt{2})^6$ ifadesinin açılımında katsayıları tamsayı olan terimlerin katsayıları toplamı kaçtır?

A) 32 B) 36 C) 42 D) 48 E) 99

10. $(x + y)^n$ ifadesinin açılımında $x^{11}y^k$ lı terimin katsayısı 78 olduğuna göre, n kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

11. $(x - 1)^6 + (x + 2)^6$ toplamında derecesi en küçük olan terimin katsayısı kaçtır?

A) 61 B) 63 C) 64 D) 65 E) 67

12. $(x - 2y + z)^8$ ifadesinin açılımında kaç tane x^3 lü terim vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13. $(x^2 - x + 1)^{12}$ ifadesinin açılımında katsayılar toplamı kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

14. $(\sqrt[3]{2} - \sqrt{2})^7$ ifadesinin açılımında rasyonel terim kaçtır?

A) 142 B) 160 C) 180 D) 240 E) 280

15. $(x^2 - x + 1)^5$ ifadesinin açılımında x^5 li terimin katsayısı kaçtır?

A) -51 B) -14 C) -18 D) 10 E) 24

16. $(3x + 3y - z - 4)^4$ ifadesinin açılımında katsayılar toplamı a, sabit terim b dir. Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 65 B) 127 C) 129 D) 257 E) 513

17. $\left(x - \frac{1}{3x}\right)^{11}$ ifadesinin açılımında baştan üçüncü terimin katsayısı kaçtır?

A) $\frac{16}{9}$ B) $\frac{27}{16}$ C) $\frac{55}{27}$ D) $\frac{66}{25}$ E) $\frac{55}{9}$

18. $(a + b)^6$ ifadesinin açılımında en büyük katsayı kaçtır?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 18 E) 20

19. $(x^2 - x^3)^{10}$ ifadesinin açılımındaki en büyük dereceli terimin derecesi kaçtır?

A) 24 B) 30 C) 32 D) 36 E) 48

20. $(a + b)^n$ ifadesinin açılımındaki baştan 11. terimin katsayısı ile sondan 3. terimin katsayısı eşit ise, n kaçtır?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

1. $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = (x - k)^4$ olduğuna göre, k nın a cinsinden değeri nedir?
A) $-4a$ B) $-\frac{a}{4}$ C) $\sqrt[4]{a}$ D) $\frac{a}{4}$ E) $4a$
(ÖYS 1985)

2. $(x + 2y)^8 = x^8 + \dots + 16ax^3y^5 + \dots$ eşitliğinde a hangi sayıyı göstermektedir?
A) 248 B) 200 C) 148 D) 112 E) 96
(ÖYS 1988)

3. $\left(\frac{2}{x} - x^2\right)^7$ ifadesinin açılımında x^8 li terimin katsayısı kaçtır?
A) 84 B) 48 C) 28 D) -48 E) -84
(ÖYS 1990)

4. $x = 4, y = 2$ olduğuna göre,
 $x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$ ifadesinin değeri nedir?
A) 16 B) 32 C) 64 D) 128 E) 256
(ÖSS 1991)

5. $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^6$ ifadesinin açılımındaki sabit terim kaçtır?
A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22
(ÖYS 1996)

6. $(x^2 - 2y^2)^n$ açılımında x^4y^4 lü terimin katsayısı kaçtır?
A) -48 B) -24 C) 12 D) 24 E) 48
(ÖYS 1997)

7. $(3x + 2y)^{23}$ ün açılımında baştan 11. terimin katsayısı kaçtır?
($C(n, r)$: n elemanlı bir kümenin r - li kombinasyonlarının sayısı)
A) $2^{10} \cdot 3^{13} \cdot C(23, 10)$ B) $2^{11} \cdot 3^{12} \cdot C(23, 11)$
C) $2^{11} \cdot 3^{12} \cdot C(23, 12)$ D) $2^{12} \cdot 3^{11} \cdot C(23, 12)$
E) $2^{13} \cdot 3^{11} \cdot C(23, 11)$
(ÖYS 1998)

BÖLÜM 44

Olasılık

KÖŞETAŞI AMAÇLAR

1. Bir deneyin örnek uzayını tanımlar ve eleman sayısını bulur.
2. Bir deneyin örnek uzayının alt kümesi olan olayı tanımlar ve eleman sayısını bulur.
3. Olayın eleman sayısının, örnek uzayın eleman sayısına oranının olayın olasılığını verdiğini kavrar.
4. Olasılık kavramını somutlaştırır.
5. Olasılık fonksiyonunu tanımlar.
6. Para atma deneylerinde olasılık hesaplar.
7. Zar atma deneylerinde olasılık hesaplar.
8. Koşullu olasılığı kavrar.
9. Bağımsız olayı tanımlar.
10. Bağımsız olay problemi çözer.
11. Ayrık olay problemi çözer.
12. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ eşitliğinin kullanır ve yorumlar.
13. İçlerinde farklı renkte toplar bulunan iki torba üzerine kurgulanan olasılık problemlerini çözer.
14. Bağımsız olayları fark etme ve $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ eşitliğini yorumlar.
15. Bir deneyin tekrarlanması durumlarında olasılık hesabı yapar.

Bir madeni paranın arka arkaya (veya iki madeni paranın aynı anda) havaya atılması deneyinin örnek uzayını yazınız?

açıklamalı çözüm

Bir deneyde elde edilebilecek tüm çıktılar kümesine örnek uzay (örnekleme uzayı) denir ve E ile gösterilir.

Bir deneyde örnek uzayı belirlemek çok önemlidir. Örnekleme uzayı belirlemek için kesin bir yol yoktur. Bazen permütasyon, bazen kombinasyon, bazen tablo,... ile belirlenir.

Köşetaşındaki deneyin örnek uzayı $\{(Y, Y), (Y, T), (T, Y), (T, T)\}$ kümesi olup Y harfi yazıyı, T harfi turayı göstermektedir. Yani bu deney 4 değişik şekilde sonuçlanabilir.

BİR ÖRNEK DAHA:

5 kız, 4 erkek öğrencinin bulunduğu bir sınıfta üç kişilik bir ekip kurma deneyinin örnek uzayı kaç elemanlıdır?

$$\text{Bu deneyin örnek uzayının eleman sayısı} = \binom{9}{3} = \frac{9!}{6! \cdot 3!} = 84$$

1. Bir madeni para arka arkaya üç defa atılıyor.

Bu deneyin örnek uzayı kaç elemanlıdır?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 12 E) 16

(İpucu : n madeni paranın atılması deneyinin örnek uzayı 2^n elemanlıdır.)

2. Bir torbadaki 5 kırmızı, 3 beyaz top vardır. Bu torbadan rastgele 3 top çekiliyor.

Bu deneyin örnek uzayı kaç elemanlıdır?

A) 42 B) 48 C) 52 D) 56 E) 64

3. Bir hastanede 5 doktor, 7 hemşire vardır. Rastgele iki kişilik ilk yardım ekibi kuruluyor.

Bu deneyin örnek uzayı kaç elemanlıdır?

A) 45 B) 52 C) 54 D) 60 E) 66

4. Bir çift zar atılıyor.

Aşağıdakilerden hangisi bu deneyin örnek uzayının bir elemanı değildir?

A) (2, 5) B) (5, 7) C) (6, 6) D) (1, 1) E) (4, 3)

5. Bir zar ve iki madeni paranın birlikte atılması deneyinin örnek uzayı kaç elemanlıdır?

A) 24 B) 30 C) 36 D) 48 E) 64

6. Birbiriyle eş 4 sarı ve yine birbiriyle eş 3 siyah çanta vardır.

Rastgele bir çanta alınması deneyinin eş olumlu örnek uzayı kaç elemanlıdır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 7

Bir madeni paranın arka arkaya iki defa havaya atılması deneyinde paranın en az bir kere yazı gelmesi olayının elemanlarını yazınız?

açıklamalı çözüm

Örnek uzayın her bir alt kümesine OLAY denir. Bu alt kümelerden boş kümeye İMKANSIZ OLAY, örnek uzaya KESİN OLAY denir.

Bir madeni paranın arka arkaya iki defa havaya atılması deneyinde paranın en az bir kez yazı gelmesi olayına ait kümeye A denilirse;

$$A = \{(Y, T), (T, Y), (Y, Y)\}$$

BİR ÖRNEK DAHA:

5 kız, 4 erkek öğrencinin bulunduğu bir sınıfta üç kişilik bir ekip kurma deneyinde ekibin 2 kız, 1 erkekten oluşması olayı kaç elemanlı bir kümedir?

$$\text{Bu olayın eleman sayısı} = \binom{5}{2} \binom{4}{1} = 40 \text{ (Bkz. 36....)}$$

AYRIK OLAY:

Bir örnek uzaya ait iki olayın kesişimi boş küme ise bu iki olaya ayrık olaylar denir.

A ve B ayrık olaylar ise;

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

1. Bir madeni para arka arkaya iki kez atılıyor.

İki paranın aynı olması olayının eleman sayısı kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. Üç madeni para birlikte atılıyor.

Bu deneyde paralardan ikisinin aynı diğerinin farklı olması olayı kaç elemanlıdır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. Bir madeni para ve bir zar atılıyor.

Paranın tura, zarın çift gelmesi olayının eleman sayısı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

4. İçinde 4 mavi, 5 beyaz top bulunan bir torbadan rastgele üç top çekiliyor.

Toplardan birinin beyaz, ikisinin mavi olma olayının eleman sayısı kaçtır?

A) 24 B) 30 C) 40 D) 42 E) 45

5. E örnek uzayı A ve B gibi iki ayrık olaydan oluşmaktadır.

$$s(E) = 11$$

$$s(A) = 5$$

olduğuna göre, s(B) kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 11

6. Birbiriyle eş olan 4 mavi çanta ve yine birbiriyle eş olan 5 kahverengi çantadan rastgele ikisi alınıyor.

Bu deneyde her iki çantanın aynı renkte olması olayı kaç elemanlıdır?

A) 2 B) 6 C) 12 D) 16 E) 20

Bir madeni para arka arkaya iki defa havaya atılıyor.

Paranın en az bir kere yazı gelmesi olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir A olayının olasılığı $P(A)$ ile gösterilir. $P(A) = \frac{s(A)}{s(E)}$

Yukarıdaki deneyin örnek uzayı 1. köşetaşında belirtildiği gibi $E = \{(Y, Y), (Y, T), (T, Y), (T, T)\}$ dir.

Olasılığı istenen olay da 2. köşetaşında belirtildiği gibi

$A = \{(Y, Y), (Y, T), (T, Y)\}$ dir.

Buna göre, $P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{3}{4}$ tür.

BİR ÖRNEK DAHA:

5 kız, 4 erkek öğrencinin bulunduğu bir sınıfta rastgele üç kişilik bir ekip kuruluyor. Bu ekibin 2 kız, 1 erkekten olma olasılığı kaçtır?

$s(E) = \binom{9}{3}$, $s(A) = \binom{5}{2} \binom{4}{1}$ olduğundan $P(A) = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$

Aşağıdaki alıştırma soruları üçlü gruplar halinde verildi. Permütasyon ve kombinasyon konusu kavranıldığı taktirde olasılık konusunun kolay olduğu fark edilecektir. Üçlü gruplardaki soruların arasındaki ilişkiyi fark ediniz.

1. Bir vitrinde 4 farklı kırmızı top ile 3 farklı sarı top vardır.

Bu toplardan ikisini satın almak isteyen bir çocuk kaç değişik seçim yapabilir?

A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 30

2. Bir vitrinde 4 farklı kırmızı, 3 farklı sarı top vardır.

Farklı renkte iki top alacak olan bir çocuk kaç değişik seçim yapabilir?

A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

3. Bir vitrinde 4 farklı kırmızı, 3 farklı sarı top vardır. Bir çocuk bu toplardan rastgele ikisini satın alıyor.

Aldığı topların farklı renkte olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{4}{7}$

4. Onluk sayma sisteminde iki basamaklı kaç doğal sayı vardır?

A) 10 B) 89 C) 90 D) 99 E) 100

5. İki basamaklı doğal sayılardan kaç tanesi 5 ile tam bölünür?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 18 E) 20

6. Bir öğrenciden rastgele iki basamaklı bir sayı söylemesi isteniyor.

Öğrencinin söylediği bu sayının 5 ile bölünen bir sayı olması olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{18}{89}$ E) $\frac{11}{90}$

B C E C D B

7. 4 hemşire ve 6 doktorun çalıştığı bir hastanede dört kişilik bir ekip kaç değişik biçimde kurulabilir?

A) $\binom{10}{4}$ B) $\binom{4}{2} \binom{6}{2}$ C) $4! 6!$
D) $2 \binom{10}{2}$ E) $\binom{6}{4}$

8. 4 hemşire ve 6 doktorun çalıştığı bir hastanede 2 hemşire ve 2 doktordan oluşan bir ekip kaç değişik biçimde kurulabilir?

A) $\binom{10}{4}$ B) $\binom{4}{2} \binom{6}{2}$ C) $4! 6!$
D) $2 \binom{10}{2}$ E) $\binom{6}{4}$

9. 4 hemşire ve 6 doktorun çalıştığı bir hastanede rastgele seçilen dört kişiyle bir ekip kuruluyor.

Bu ekibin 2 doktor ve 2 hemşireden oluşma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{3}{7}$

10. 7 kişilik bir aile bir yuvarlak masaya kaç değişik biçimde oturabilir?

A) 7! B) 6! C) 5! D) $2.5!$ E) $3! 4!$

11. 7 kişilik bir aile bir yuvarlak masaya anne ile baba yan yana gelmek şartıyla kaç değişik biçimde oturabilir?

A) 6! B) $2! 7!$ C) $2! 6!$ D) $3! 4!$ E) $2! 5!$

12. 7 kişilik bir aile yuvarlak bir masaya rastgele oturuyor.

Anne ile babanın yanyana oturma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

13. 4 farklı matematik, 3 farklı fizik, 2 farklı kimya kitabı düz bir rafa kaç değişik biçimde sıralanabilir?

A) $3! 3! 4!$ B) 24 C) $9!$
D) $4! 5!$ E) $4! 3! 2!$

14. 4 farklı matematik, 3 farklı fizik, 2 farklı kimya kitabı düz bir rafa fizik kitapları yanyana olma koşuluyla kaç değişik biçimde dizilebilir?

A) 7! B) $4! 8!$ C) $2! 3! 4!$
D) $3! 7!$ E) $4! 3! 2! 3!$

15. 4 farklı matematik, 3 farklı fizik, 2 farklı kimya kitabı düz bir rafa rastgele diziliyor.

Fizik kitaplarının yanyana olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{2}{15}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{14}$

16. 111002 sayısının rakamlarının yer değiştirmesiyle altı basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

17. 111002 sayısının rakamlarının yer değiştirmesiyle kaç farklı altı basamaklı çift sayı yazılabilir?

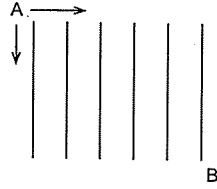
A) 8 B) 12 C) 14 D) 16 E) 22

18. 111002 sayısının rakamlarının yerleri değiştiriliyor.

Oluşan altı basamaklı sayının çift olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{19}{26}$ B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{8}{21}$ D) $\frac{11}{20}$ E) $\frac{7}{15}$

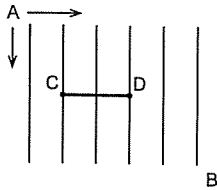
19.



A dan harekete başlayan bir hareketli oklar yönünde hareket ederek B ye kaç değişik biçimde varabilir?

- A) 84 B) 96 C) 112 D) 126 E) 132

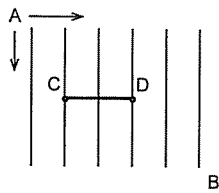
20.



A dan harekete başlayan bir hareketli oklar yönünde hareket ederek CD doğrusu üzerinden geçmek şartıyla B ye kaç değişik biçimde varabilir?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 18

21.



A dan harekete başlayan bir hareketli oklar yönünde hareket ederek B ye varıyor.

Bu hareketlinin [CD] doğrusu üzerinden geçme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{14}$ D) $\frac{2}{15}$ E) $\frac{1}{18}$

22. {0, 1, 2, 3, 4, 5} kümesinin rakamları kullanılarak üç basamaklı kaç sayı yazılabilir?

- A) 160 B) 180 C) 200 D) 210 E) 240

23. {0, 1, 2, 3, 4, 5} kümesinin rakamları kullanılarak 400 den büyük üç basamaklı 5 in katı olan kaç sayı yazılabilir?

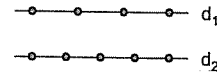
- A) 10 B) 12 C) 23 D) 24 E) 32

24. {0, 1, 2, 3, 4, 5} kümesinin rakamları kullanılarak oluşturulabilecek üç basamaklı sayılar ayrı ayrı kâğıtlara yazılıp bir torbaya konuyor.

Rastgele çekilen kâğıdın üzerinde 400 den büyük ve 5 in katı olan bir sayının olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{14}$ D) $\frac{2}{15}$ E) $\frac{23}{180}$

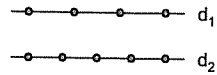
25.



4' ü d_1 doğrusu üzerinde, 5' i d_2 doğrusu üzerinde olan 9 nokta en çok kaç üçgen oluşturur?

- A) 64 B) 70 C) 80 D) 92 E) 108

26.

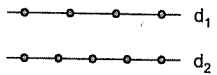


4' ü d_1 doğrusu üzerinde, 5' i d_2 doğrusu üzerinde 9 nokta vardır.

Sadece bir köşesi d_1 üzerinde olan kaç üçgen çizilebilir?

- A) 24 B) 30 C) 36 D) 40 E) 42

27.



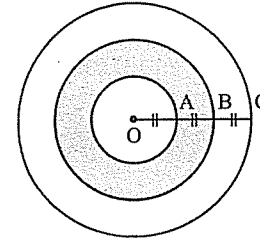
4' ü d_1 doğrusu üzerinde, 5' i d_2 doğrusu üzerinde 9 nokta vardır. Köşeleri bu noktalar olan bir üçgen rastgele çiziliyor.

Bu üçgenin sadece bir köşesinin d_1 üzerinde olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{3}{13}$

19	20	21	22	23	24	25	26	27
D	E	A	B	C	E	B	D	C

köşetaşı



Şekilde merkezleri O olan iç içe üç çember verilmiştir.

$$|OA| = |AB| = |BC|$$

Atılan bir okun büyük çemberin içine düştüğü biliniyor.

Bu okun taralı bölgeye isabet etme olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Örnek uzay, büyük dairenin alanıdır. Olay ise, taralı bölgenin alanıdır.

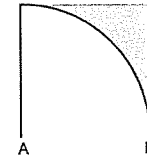
$$|OA| = r \text{ olsun.}$$

$$\text{Büyük dairenin alanı} = \pi(3r)^2 = 9\pi r^2$$

$$\text{Taralı alan} = \pi(2r)^2 - \pi r^2 = 3\pi r^2$$

$$\text{Buna göre, } P(\text{taralı bölgeye isabet etme}) = \frac{3\pi r^2}{9\pi r^2} = \frac{1}{3} \text{ tür.}$$

1.



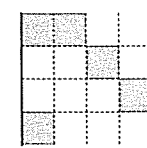
ABCD kare

DB, A merkezli çember yayı

Rastgele karenin içinden alınan bir noktanın taralı bölgede olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{4}{\pi}$ C) $\frac{\pi}{4+\pi}$
D) $\frac{4-\pi}{4}$ E) $\frac{4-\pi}{4+\pi}$

2.

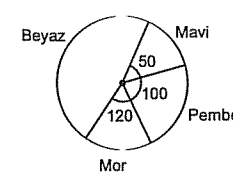


Şekildeki eş karelerden birinin üzerinde bir böcek vardır.

Bu böceğin taralı bölgede bulunma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{5}{16}$ D) $\frac{3}{14}$ E) $\frac{7}{16}$

3.



Şekildeki gibi bir hedefe ok atılıyor.

Okun hedefe isabet ettiği bilindiğine göre, beyaz bölüme isabet etme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{3}{8}$

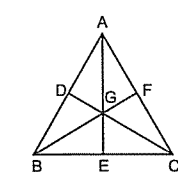
4.

Mehmet'in evi ile işyeri arası 10 km dir.

Mehmet'in yolda olduğu bilindiğine göre, Mehmet'in yolun 3. ile 5. km leri arasında olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{5}$

5.



ABC üçgeninde G ağırlık merkezidir. Atılan bir toplu iğnenin ABC üçgeninin içine saplandığı biliniyor.

İğnenin GFC üçgeninin içinde olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{12}$

6.

gözlüklü	6	9
gözlüksüz	5	4

Yanda bir sınıftaki 24 öğrencinin dağılımı verilmiştir.

Buna göre, bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin gözlüksüz bir erkek olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{5}{24}$

$E = \{e_1, e_2, e_3\}$ örnek uzayı veriliyor.

Aşağıdakilerden hangisi E kümesinde bir olasılık fonksiyonu tanımlar?

- A) $P(e_1) = \frac{1}{2}, P(e_2) = \frac{1}{3}, P(e_3) = \frac{2}{3}$ B) $P(e_1) = 0, P(e_2) = \frac{1}{3}, P(e_3) = \frac{1}{3}$ C) $P(e_1) = 0, P(e_2) = \frac{1}{2}, P(e_3) = \frac{2}{3}$
D) $P(e_1) = \frac{1}{2}, P(e_2) = \frac{3}{4}, P(e_3) = \frac{2}{3}$ E) $P(e_1) = \frac{1}{2}, P(e_2) = \frac{1}{6}, P(e_3) = \frac{1}{3}$

açıklamalı çözüm

Bir E örnek uzayının tüm alt kümelerinin kümesi E_A olsun.
 $E_A \rightarrow [0, 1]$ tanımlı olan ve aşağıdaki aksiyomları sağlayan her P fonksiyonuna E_A üzerinde bir olasılık fonksiyonu denir.

1. aksiyom : $A \subset E_A$ için $0 \leq P(A) \leq 1$ dir.

2. aksiyom : $P(E) = 1$

3. aksiyom : $A \cap B = \emptyset$ ise, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dir.

Köşetaşında $P(e_1)$ ifadesinden $P(\{e_1\})$ kastedilmektedir. $\{e_1\} \cap \{e_2\} \cap \{e_3\} = \emptyset$ olduğundan
 $P(E) = P(e_1) + P(e_2) + P(e_3) = 1$ olmalıdır. E seçeneğinde bu eşitlik sağlandığından

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = 1\right) \text{ cevap E dir.}$$

1. Bir deneyde A, B ve C gibi üç ayrık olayın çıkması olasıdır.

$P(C) = \frac{1}{4}$ ve $P(A) > P(B) > P(C)$ olduğuna göre, $P(B)$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{7}{24}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{13}{32}$ E) $\frac{11}{48}$

2. A ve B olayları E örnek uzayına ait iki olaydır.

$P(A) = \frac{3}{5}, P(B) = \frac{3}{10}, P(A \cap B) = \frac{7}{20}$ olduğuna göre, $P(A \cup B)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{11}{20}$ E) $\frac{19}{20}$

3. A ve B olayları E örnek uzayının alt kümeleridir.

$$P(A \cup B) = \frac{3}{4}, P(\bar{B}) = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, $P(A) - P(A \cap B)$ farkının değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{4}$

4. A ve B olayları E örnek uzayının iki alt kümesidir.

$$P(A) = \frac{1}{5}, P(B) = \frac{7}{10}, P(A \cap B) = \frac{3}{20}$$

olduğuna göre, $P(A \cup B)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

5. A, B, C ayrık olayları E örnek uzayının alt kümeleridir.

$$E = A \cup B \cup C, P(A) + P(B) = \frac{3}{5}, P(B) + P(C) = \frac{2}{3}$$

olduğuna göre, $P(B)$ kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{7}{18}$ E) $\frac{7}{20}$

6. Yalnız A, B, C atlarının koştuğu bir yarışta A nın yarış kazanma olasılığı B ninkinin 2 katı, C ninkinin yarısıdır.

Buna göre, B nin yarış kazanma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{5}{11}$ E) $\frac{4}{9}$

Bir para arka arkaya 7 kez atılıyor.

Paranın 3 kez yazı, 4 kez tura gelme olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir paranın n kez arka arkaya atılması deneyinin örnek uzayı 2^n elemanlıdır. Buna göre, bu deneyin örnek uzayı $2^7 = 128$ elemanlıdır.

3 kez yazı, 4 kez tura gelmesi olayının eleman sayısı YYYTTTTT

harflerinin tekrarlı permütasyonlarının sayısıdır. Yani $\frac{7!}{3! \cdot 4!}$ dir.

İçinde sadece iki farklı harf barındıran tekrarlı permütasyonlar-

da $\frac{7!}{3! \cdot 4!}$ sayısı $\binom{7}{3}$ ne eşit olacağından

$$P(3 \text{ kere yazı, 4 kere tura}) = \frac{\binom{7}{3}}{2^7} = \frac{35}{128}$$

BİR PARANIN n KEZ ARKA ARKAYA ATILMASI DENEYİNİN ÖRNEK UZAYININ ELEMAN SAYISI NEDEN 2^n DİR?

Her bir atışın yazı veya tura olması üzere 2 sonucu varsa saymanın temel ilkesinden

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} = 2^7$$

n kere arka arkaya atılan paranın r kere yazı gelmesi olayının eleman

sayısı $\binom{n}{r}$ dir.

1. Bir madeni para 5 kez arka arkaya atılıyor.

Paranın 1 kez yazı, 4 kez tura gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{3}{32}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{5}{32}$ E) $\frac{1}{6}$

2. 5 madeni para birlikte atılıyor.

Paralardan birinin tura, diğerlerinin yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{3}{32}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{5}{32}$ E) $\frac{1}{6}$

3. Bir madeni para 8 kez arka arkaya atılıyor.

Paranın her atışta yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{1}{64}$ C) $\frac{3}{128}$ D) $\frac{5}{256}$ E) $\frac{1}{256}$

4. 6 para birlikte atılıyor.

Paraların yarısının yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{7}{20}$ D) $\frac{21}{64}$ E) $\frac{15}{32}$

5. Bir madeni para 12 kere arka arkaya atılıyor.

Hepsinin yazı veya tura gelme olasılığı kaçtır?

- A) 2^{12} B) 2^{-12} C) 2^{-11} D) 2^{-10} E) 2^{-1}

6. 7 madeni para sırasıyla atılıyor.

Paraların sırasıyla yazı, tura biçiminde gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{128}$ B) $\frac{1}{64}$ C) $\frac{3}{128}$ D) $\frac{5}{128}$ E) $\frac{7}{128}$

(İpucu : Bakınız köşetaşı (37.10))

İki zar birlikte atılıyor.

Zarların üzerindeki sayıların toplamının 10 ya da daha büyük olması olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

İki zarın birlikte atılması deneyinin örnek uzayı $6^2 = 36$ elemanlıdır.

Zarların üzerindeki sayıların toplamının 10 ya da daha büyük olması olayı A olsun.

$$A = \{(4, 6), (6, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$$

$$\text{Buna göre, } P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \text{ dır.}$$

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

A ve B nin olma olasılığı : $P(A \cap B)$

A veya B nin olma olasılığı : $P(A \cup B)$

1. İki zar aynı anda atılıyor.

Üst yüze gelen sayılar arasındaki farkın mutlak değerinin 3 olması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{12}$

2. Bir küpün 1 yüzü mavi, 2 yüzü beyaz, 3 yüzü siyahtır.

Bu küp bir kere atıldığında üst yüze beyaz gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{6}$

3. Bir zar atıldığında üst yüze tek sayı veya 3 ün katı olan bir sayı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{6}$

4. İki zar birlikte atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayıların farklı olması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{25}{36}$ E) $\frac{29}{36}$

5. Bir düzgün dörtyüzlünün üç yüzü mor, bir yüzü yeşildir.

Bu düzgün dörtyüzlü bir kez atıldığında görünen yüzlerin mor olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

6. İki zar atılıyor.

Üst yüze gelen sayıların toplamının 4 ün katı veya 10 dan büyük olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{7}{36}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{11}{36}$ E) $\frac{1}{3}$

Bir fabrikaya 2 mühendis alınacaktır. Bu iş için fabrikaya 75 iş başvurusu yapılmış ve bu 75 mühendisten 65 i ilk mülakatta elenmiştir. Mühendis Metin Bey kalan 10 kişi arasında bulunup üst kurulla görüşme hakkı kazanmıştır.

Metin Bey'in işe kabul edilme olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Sorunun çözümüne kalan 10 kişiyle başlanır. Yani kalan 10 kişi örnek uzay kabul edilir. Metin Bey'in kalan 10 kişiden seçilecek olan 2 kişinin arasına girme olasılığı $2/10$ dur.

BİR ÖRNEK DAHA

Bir zar atılıyor. Zarın tek geldiği bilindiğine göre, zarın üstündeki sayının asal sayı olma olasılığı kaçtır?

Bu deneyin örnek uzayı $\{1, 3, 5\}$ kabul edilir.

$\{1, 3, 5\}$ kümesinin elemanlarından 3 ve 5 asal sayıdır. Bundan dolayı cevap $2/3$ tür.

KOŞULLU OLASILIK

E örnek uzayının iki olayı A ve B olsun. A'nın olması, B'nin olmasına bağlı ise, B koşuluna bağlı A olayının olasılığına koşullu olasılık denir.

$$P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Köşetaşının çözümü yukarıdaki bağıntıyla çözümlirse,

$$P(A / B) = \frac{\frac{2}{75}}{\frac{10}{75}} = \frac{2}{10}$$

1. Bir zar atma deneyinde sonucun çift geldiği bilindiğine göre, 4 gelmesi olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

2. İki para atılıyor.

Bir veya daha fazla yazı geldiği bilindiğine göre, ikinci paranın tura gelme olasılığı kaçtır?

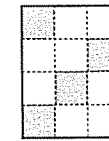
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

3. Bir sınıftaki öğrencilerin % 70 i kimya dersinden, % 55 i matematik dersinden, %32 si de her iki dersten geçmiştir.

Rastgele seçilen bir öğrencinin kimyadan geçtiği bilindiğine göre, matematikten de geçmiş olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{19}{40}$ B) $\frac{12}{25}$ C) $\frac{11}{30}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{16}{35}$

4.



Şekildeki 12 eş kareden taralı olanların birinin altında bir altın olduğu biliniyor.

İki seçim hakkı olan birinin altını bulma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{6}$

5.

Rastgele atılan 4 madeni paradan ikincisinin tura geldiği bilindiğine göre, paraların ikisinin yazı, ikisinin tura gelmiş olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{8}$

6.

25 kişilik bir grupta 12 kişi şapkalı, 7 kişi gözlüklüdür. 10 kişi ne şapkalı ne de gözlüklüdür.

Şapkalı bir kişinin gözlüklü olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

Üç madeni para ve bir zar birlikte havaya atılıyor.

Paralardan ikisinin yazı, birinin tura; zarın ise asal sayı gelmesi olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$P(\text{zarın asal gelmesi}) = P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(2Y, 1T \text{ gelmesi}) = P(B) = \frac{\binom{3}{2}}{2^3} = \frac{3}{8}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{16}$$

BİR ÖRNEK DAHA:

4 kırmızı, 3 beyaz topun bulunduğu bir torbadan rastgele iki top çekiliyor. Topların ikisinin de kırmızı olma olasılığı kaçtır?

Birincinin kırmızı olma olasılığı = $\frac{4}{7}$

İkincinin kırmızı olma olasılığı = $\frac{3}{6}$

İkisinin kırmızı olma olasılığı = $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$

Bağımsız olay mantığı kullanılsaydı çözüm:

$$\frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7} \text{ şeklinde yapılırdı.}$$

BAĞIMSIZ OLAYLAR

A olayının olasılığı, B olayının olasılığını değiştirmiyorsa, A olayı B olayından bağımsızdır denir.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

AŞAĞIDAKİ SORUDA BAĞIMSIZ OLAY MANTIĞINI KULLANAN GENELLİKLE HATA YAPIYOR:

4 kırmızı, 3 beyaz topun bulunduğu bir torbadan rastgele iki top çekiliyor, birinin kırmızı, diğerinin beyaz olma olasılığı kaçtır?

1. nin kırmızı olma olasılığı = $\frac{4}{7}$

2. nin beyaz olma olasılığı = $\frac{3}{6}$

1. nin kırmızı 2. nin beyaz olma olasılığı = $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$

1. nin beyaz olma olasılığı = $\frac{3}{6}$

2. nin kırmızı olma olasılığı = $\frac{4}{6}$

1. nin beyaz 2. nin kırmızı olma olasılığı = $\frac{3}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{2}{7}$

Buna göre, birinin beyaz, birinin kırmızı olma olasılığı $\frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$ dir.

$$YA DA \frac{\binom{4}{1} \binom{3}{1}}{\binom{7}{2}} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

1. Bir torbada 3 beyaz, 4 siyah, 5 kırmızı top vardır. Torbadan arka arkaya geri atılmamak şartıyla 3 top çekiliyor. İkisinin siyah, birinin kırmızı çıkma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{2}{17}$ D) $\frac{1}{22}$ E) $\frac{3}{22}$

2. Bir kutudaki 10 ampülden 2 si bozuktur. Bu kutudan rastgele alınan üç ampülden birisinin bozuk olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{7}{15}$ E) $\frac{8}{15}$

3. Bir küpün 1 yüzü mavi, 2 yüzü beyaz, 3 yüzü siyahtır. Bu küp arka arkaya 2 kere atıldığında üst yüze bir kez mavi, bir kez de siyah gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{4}$

4. Bir torbadaki 9 bilyeden 2 si siyah, 4 ü beyaz, 3 ü pembe. Bu torbadan rastgele seçilen üç bilyenin de farklı renkte olması olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{1}{4}$

5. A ve B bağımsız olaylardır. $P(A) = 3^{-1}$ ve $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ ise, $P(B)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{7}{9}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{2}{11}$

6. Bir torbada 3 beyaz, 6 kırmızı top vardır. Rastgele çekilen iki topun da aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{2}{3}$

E D B A D A

4 kırmızı, 3 beyaz topun bulunduğu bir torbadan rastgele 3 top çekiliyor.

Topların birincisinin kırmızı, ikincisinin beyaz, üçüncüsünün kırmızı olması olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu sorunun (44.9) un açıklamalı çözüm kısmındaki sorudan farkı: tekrarlı permütasyonun olmasıdır. Çünkü birinci, ikinci ve üçüncü topın renkleri belirtilerek olayın eleman sayısı daraltılmıştır.

Bağımsız olay mantığı burada daha işlevseldir.

Birincinin kırmızı olması olasılığı = $\frac{4}{7}$

İkincinin beyaz olması olasılığı = $\frac{3}{6}$ (bir kırmızı top çekilirse 6 top kalır.)

Üçüncüsünün kırmızı olması olasılığı = $\frac{3}{5}$ (bir kırmızı, bir beyazın çekildiği düşünülüyor.)

$$\text{Köşetaşının cevabı} = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{35}$$

1. Bir torbada 3 beyaz, 4 siyah, 5 kırmızı top vardır. Torbadan arka arkaya geri atılmamak şartıyla 3 top çekiliyor.

İlk ikisinin siyah, üçüncüsünün kırmızı çıkma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{2}{17}$ D) $\frac{1}{20}$ E) $\frac{1}{22}$

2. Bir torbada 3 beyaz, 2 mavi, 4 siyah top vardır.

Torbadan geri atılmamak şartıyla çekilen üç toptan birincinin siyah, ikincinin beyaz, üçüncüsünün mavi olması olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{1}{18}$ D) $\frac{1}{21}$ E) $\frac{3}{20}$

3. Bir grupta 4 kız, 6 erkek vardır. Rastgele seçilen birinci kişi başkan, ikinci kişi başkan yardımcısı yapılıyor.

Başkanın kız, yardımcısının erkek olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{2}{3}$

4. Bir torbada bir kısmı yeşil, bir kısmı siyah olmak üzere toplam 9 top vardır.

Bu torbadan rastgele çekilen 2 topun da yeşil olması olasılığı $\frac{1}{6}$ olduğuna göre, yeşil top sayısı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. Dokuz kartın üçünde 6, dördünde 5, ikisinde 4 yazmaktadır. Sırasıyla 4 kart çekilip yan yana konuyor.

Kartların 6456 sayısını oluşturma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{72}$ B) $\frac{1}{63}$ C) $\frac{1}{48}$ D) $\frac{1}{36}$ E) $\frac{1}{24}$

6. Beş madeni para sırasıyla atılıyor.

Paralardan birincinin yazı, ikincinin tura, üçüncüsünün yazı, dördüncüsünün tura, beşincinin yazı gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{3}{32}$ D) $\frac{5}{32}$ E) $\frac{7}{64}$

E D B B B A

köşetaşı

Bir kutudaki 9 silgiden 4 ü yeşildir.

Rastgele alınan üç silgiden en az birinin yeşil olması olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Y, yeşil silgiyi; Y', yeşil olmayan silgiyi gösterebilir.

En az birinin yeşil olması olayının eleman sayısı:

1Y, 2Y'	2Y, 1Y'	3Y
$\binom{4}{1}\binom{5}{2} = 40$	$\binom{4}{2}\binom{5}{1} = 30$	$\binom{4}{3} = 4$

olaylarının eleman sayılarının toplamı olan $40 + 30 + 4 = 74$ tür.

9 silgiden 3 silginin rastgele çekilmesi deneyinin örnek uzayının eleman sayısı $\binom{9}{3} = 84$ tür.

Köşetaşında istenen olayın olasılığı $\frac{74}{84}$ tür.

YA DA istenmeyen olayın olasılığı 1 den çıkarılarak daha kısa çözüm yapılabilir.

İstenmeyen olay 3 ününde yeşil olmamasıdır. Bu olayın eleman sayısı $\binom{5}{3} = 10$ olup olasılığı $\frac{10}{84}$ tür.

Cevap $1 - \frac{10}{84} = \frac{74}{84}$ olarak bulunur.

1. 5 kız, 4 erkekten oluşan bir gruptan rastgele üç kişi seçiliyor.

En az birinin erkek olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{37}{42}$ B) $\frac{20}{27}$ C) $\frac{20}{21}$ D) $\frac{29}{90}$ E) $\frac{30}{49}$

2. Bir torbada 7 beyaz, 4 siyah top vardır. Rastgele üç top çekiliyor.

Toplardan en az birinin siyah olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{86}{165}$ B) $\frac{59}{70}$ C) $\frac{51}{64}$ D) $\frac{47}{56}$ E) $\frac{26}{33}$

3. İki madeni para ve iki zar birlikte atılıyor.

Paralardan en az birinin yazı ve zarın 4 ten küçük olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{6}$

4. Beş madeni para atılıyor. Paralardan en az üç tanesinin tura gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

5. $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin üç elemanlı alt kümelerinden bir rastgele yazılıyor. c, d, e elemanlarından en çok ikisinin bulunduğu bir küme olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{9}{10}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{7}{12}$

6. 6 madeni para birlikte atılıyor. Paralardan en çok dördünün tura gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{61}{64}$ B) $\frac{57}{64}$ C) $\frac{53}{64}$ D) $\frac{15}{32}$ E) $\frac{13}{32}$

köşetaşı

Üç madeni para ve bir zar havaya atılıyor.

Paraların hepsinin yazı veya zarın tek sayı gelmesi olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Üç paranın yazı gelmesi olayı A, zarın tek sayı gelmesi olayı B olsun. İstenen $(A \cup B)$ dir.

$$P(A) = \frac{\binom{3}{3}}{2^3} = \frac{1}{8} \quad P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{16} = \frac{9}{16}$$

1. Bir zar ile bir madeni para birlikte atılıyor.

Zarın 3 ten büyük veya paranın yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{5}$

2. Bir torbada 4 kırmızı, 5 beyaz top vardır. Torbadan bir top çekiliyor ve bir para atılıyor.

Paranın yazı veya topun kırmızı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{11}{18}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{13}{18}$ E) $\frac{7}{9}$

3. Bir torbada 1 den 50 ye kadar numaralanmış kâğıtlar vardır. Torbadan bir kâğıt çekiliyor ve bir zar atılıyor.

Kâğıttaki sayının 5 in katı veya zarın 4 ten büyük olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{9}{16}$ B) $\frac{7}{16}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{7}{15}$

4. Bir sınıftaki öğrencilerin % 70 i kimya dersinden, % 55 i matematik dersinden, % 32 si de her iki dersten geçmiştir.

Rastgele seçilen bir öğrencinin kimyadan geçip matematikten kalma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{17}{50}$ B) $\frac{19}{50}$ C) $\frac{23}{60}$ D) $\frac{27}{100}$ E) $\frac{31}{100}$

5. $P(A^c) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ olup A ve B bağımsız olaylardır.

Buna göre, $P(A \cup B)$ kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{7}{12}$

6. Üç para ve bir zar atılıyor.

Paralardan ikisinin tura veya zarın 3 ün katı olan bir sayı gelmesi olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{7}{12}$

köşetaşı

İçinde top bulunan iki torbadan birincisinde 3 beyaz, 7 mavi; ikincisinde 4 beyaz, 5 mavi top vardır.

- 1) Birinci torbadan bir top çekilip rengine bakılmadan ikinci torbaya atılıyor. Bundan sonra ikinci torbadan rastgele bir top çekildiğinde bunun mavi olma olasılığı kaçtır?
- 2) Rastgele bir torbadan rastgele bir top alınıyor. Bu topun mavi olma olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

1) **I. durum :** Birinci torbadan çekilip ikinciye atılan top mavi olduğunda ikinciden mavi çekme olasılığıdır. $\left. \begin{array}{l} \text{I. durum} \\ \text{II. durum} \end{array} \right\} \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{21}{50}$

II. durum : Birinci torbadan çekilip ikinciye atılan top beyaz olduğunda ikinciden mavi çekme olasılığıdır. $\left. \begin{array}{l} \text{I. durum} \\ \text{II. durum} \end{array} \right\} \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{3}{20}$

I. ve II. durumlar ayrı olduğundan köşetaşının cevabı : $\frac{21}{50} + \frac{3}{20} = \frac{57}{100}$

2) Birinci torbanın seçilip mavi top çekme olasılığı : $\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{10} = \frac{7}{20}$ dir.

İkinci torbanın seçilip mavi top çekme olasılığı $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{5}{18}$ dir.

Aralanılan olasılık $\frac{7}{20} + \frac{5}{18} = \frac{113}{180}$ dir.

1. A torbasında 3 yeşil, 4 kırmızı; B torbasında 2 yeşil, 1 kırmızı top vardır. A dan bir top alınıp rengine bakılmadan B ye atılıyor.

Bundan sonra B den rastgele bir top çekildiğinde topun yeşil olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{17}{28}$ C) $\frac{19}{27}$ D) $\frac{20}{27}$ E) $\frac{11}{14}$

2. Her birinde 4 sarı, 3 kırmızı top bulunan iki torbanın birincisinden bir top alınıp ikincisine ve sonra da ikincisinden bir top alınıp birincisine konulduğunda renk bakımından ilk durumu elde etme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{5}{8}$

3. A torbasında 3 sarı, 2 kırmızı; B torbasında 2 sarı, 1 kırmızı top vardır. A dan bir top alınıp B ye, sonra da B den bir top alınıp A ya konuyor.

İlk durumun elde edilmesi olasılığı kaçtır?

A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{7}{15}$ D) $\frac{11}{20}$ E) $\frac{13}{20}$

4. Mor torbada 3 beyaz, 5 mor; beyaz torbada 2 beyaz, 3 mor top vardır.

Rastgele seçilen bir torbadan alınan bir topun, torba ile aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{37}{80}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{41}{80}$ D) $\frac{43}{82}$ E) $\frac{47}{90}$

5. A torbasında 3 pembe, 2 siyah; B torbasında 1 pembe, 3 siyah top vardır. A ve B den birer top alınıyor.

Bu topların aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{11}{18}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{9}{20}$

6. A torbasında 3 sarı, 5 mor; B torbasında 2 sarı, 3 mor top vardır. Bir zar atılıyor. Zar 3 ten küçük gelirse A torbasından, gelmezse B torbasından bir top çekiliyor.

Buna göre, çekilen topun sarı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{11}{60}$ B) $\frac{17}{60}$ C) $\frac{37}{120}$ D) $\frac{47}{120}$ E) $\frac{51}{130}$

köşetaşı

Nazlı'nın bir soruyu çözebilme olasılığı $\frac{2}{5}$, Gizem'in aynı soruyu çözebilme olasılığı $\frac{1}{3}$ tür.

İkisi birlikte çalışırsa sorunun çözülebilmeye olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

1) Sorunun çözülebilmeye demek;

Nazlı da, Gizem de çözmüş olabilir : $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$

Nazlı çözmüş, Gizem çözmemiş olabilir : $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$

Nazlı çözmemiş, Gizem çözmüş olabilir : $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{15}$

Bu üç durumun olasılıkları toplamı sorunun çözülebilmeye olasılığını verir. $\frac{2}{15} + \frac{4}{15} + \frac{3}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

YA DA istenmeyen durum olan sorunun çözülememe olasılığı hesaplanır : $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$

Bu da 1 den çıkarılırsa : $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ bulunur.

1. Bir futbol takımının bir maçı kazanma olasılığı $\frac{2}{3}$ tür.

İki maç yapan bu takımın birincisini kazanıp ikincisini kazanamama olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

2. Bir soruyu bir öğrencinin çözebilme olasılığı $\frac{1}{2}$ dir.

Aynı kapasitede beş öğrencinin herbirinin bu soruyu çözebilme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{5}{32}$ C) $\frac{3}{64}$ D) $\frac{5}{64}$ E) $\frac{1}{64}$

3. Beş soruluk bir sınavda her bir sorunun Merve tarafından çözülebilmeye ihtimali $\frac{2}{3}$ tür.

Merve'nin sadece son soruyu çözebilme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{5}{243}$ B) $\frac{5}{81}$ C) $\frac{8}{243}$ D) $\frac{2}{81}$ E) $\frac{2}{243}$

4. Bir soruyu Seden'in çözebilme olasılığı $\frac{3}{5}$, Agah'ın çözebilme olasılığı $\frac{2}{7}$ dir. İkisi beraber çalışırsa sorunun çözülebilmeye ihtimali kaçtır?

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{5}{7}$ D) $\frac{3}{14}$ E) $\frac{11}{14}$

5. Bir avcının bir hedefi vurma ihtimali $\frac{3}{5}$ tir. Bu hedefe atış yapan bir avcının hedefi dördüncü atışta vurması olasılığı kaçtır?

A) $\frac{9}{125}$ B) $\frac{12}{125}$ C) $\frac{41}{625}$ D) $\frac{36}{625}$ E) $\frac{24}{625}$

6. Bir soruyu Mine'nin çözebilme olasılığı $\frac{1}{3}$, İdil'in çözebilme olasılığı $\frac{3}{5}$, Ruken'in çözebilme olasılığı $\frac{1}{2}$ dir. Bu soruya üçü beraber bakarsa sorunun çözülebilmeye olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{11}{15}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{13}{15}$ E) $\frac{14}{15}$

köşetaşı

olasılık

Bir avcının bir hedefi vurma olasılığı $1/3$ tür. Bu avcı aynı hedefe 5 kere atış yapıyor. İkisinde vurma olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir deneyin sonucunun başarılı olma olasılığı p , başarısız olma olasılığı $q = 1 - p$ olsun.

n kere yapılan bu deneyin r kere başarılı olma olasılığı

$$\binom{n}{r} p^r q^{n-r} \text{ dir.}$$

Buna göre köşetaşının çözümü:

$$\binom{5}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 10 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{8}{27} = \frac{80}{243}$$

ANLAYALIM

İkisinde başarılı üçünde başarısız olduğundan

$p \cdot p \cdot q \cdot q \cdot q$

Tekrarlı permütasyonların sayısı

$$\frac{5!}{3! \cdot 2!} = \binom{5}{2} \text{ olduğundan } \binom{5}{2} p^2 \cdot q^3$$

1. Bir avcının bir hedefi vuramama olasılığı $3/4$ tür. Beş atış yapan avcının üçünü vurma olasılığı kaçtır?
- A) $\frac{23}{256}$ B) $\frac{23}{128}$ C) $\frac{13}{128}$ D) $\frac{45}{512}$ E) $\frac{36}{245}$

2. Kaan kazanma olasılığı $1/3$ olan bir oyunu 3 kere oynuyor. Bu oyunlardan ikisini kazanma olasılığı kaçtır?
- A) $\frac{2}{27}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{4}{27}$ D) $\frac{7}{27}$ E) $\frac{1}{3}$

3. Bir madeni para 7 kere arka arkaya atılıyor. Paranın 3 kere tura gelme olasılığı kaçtır?
- A) $\frac{8}{17}$ B) $\frac{17}{32}$ C) $\frac{27}{128}$ D) $\frac{31}{64}$ E) $\frac{35}{128}$

4. Bir zar 5 kere arka arkaya atılıyor. 2 keresinde 4 ten büyük olma olasılığı kaçtır?
- A) $\frac{37}{81}$ B) $\frac{40}{81}$ C) $\frac{80}{243}$ D) $\frac{75}{271}$ E) $\frac{92}{243}$

5. Bir yarış atının bir koşuyu kazanma olasılığı $2/5$ tir. Bu at 5 koşuya katılırsa üçünü kazanma olasılığı kaçtır?
- A) $\frac{22}{125}$ B) $\frac{27}{125}$ C) $\frac{31}{125}$ D) $\frac{144}{625}$ E) $\frac{169}{625}$

6. Bir öğrencinin bir soruyu çözebilme olasılığı $2/3$ tür. Aynı zorluk derecesinde 4 soruyla karşılaşan öğrencinin bu sorulardan 3 ünü çözebilme olasılığı kaçtır?
- A) $\frac{25}{81}$ B) $\frac{32}{81}$ C) $\frac{43}{81}$ D) $\frac{43}{128}$ E) $\frac{51}{128}$

D B E C D B

TARAMA TESTİ

olasılık

1. "4 doktor, 6 hemşirenin çalıştığı bir hastanede rastgele seçilen üç kişiden oluşan ilkyardım ekibi kuruluyor. Bu ekibin 1 doktor, 2 hemşireden oluşma olasılığı kaçtır?"

sorusunun örnek uzayı kaç elemanlıdır?

- A) 100 B) 120 C) 144 D) 156 E) 169

2. "4 doktor, 6 hemşirenin çalıştığı bir hastanede rastgele seçilen üç kişiden oluşan ilkyardım ekibi kuruluyor. Bu ekibin 1 doktor, 2 hemşireden oluşma olasılığı kaçtır?"

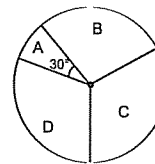
sorusunun olayı kaç elemanlıdır?

- A) 45 B) 50 C) 60 D) 72 E) 80

3. 4 doktor, 6 hemşirenin çalıştığı bir hastanede rastgele seçilen üç kişiden oluşan ilkyardım ekibi kuruluyor. Bu ekibin 1 doktor, 2 hemşireden oluşma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

4.



Şekildeki hedef, merkezinden bölünerek dört parçaya ayrılmıştır. A bölgesi 30° lik bir daire dilimidir. B bölgesinin alanı A bölgesinden 60 cm^2 , C bölgesi de B bölgesinden 30 cm^2 fazladır.

D bölgesinin alanı, A bölgesinin 7 katı olduğuna göre, hedefe isabet eden bir okun B bölgesine saplanma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{7}{36}$ B) $\frac{5}{18}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{3}{20}$ E) $\frac{1}{15}$

5. A ve B olayları E örnek uzayının alt kümeleridir.

$$P(A \cup B) = \frac{1}{3}, \quad P(\overline{B}) = \frac{11}{12}$$

olduğuna göre, $P(A) - P(A \cap B)$ farkı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{7}{12}$

6. 4 madeni para birlikte atılıyor.

Paralardan birinin yazı, diğerlerinin tura gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{7}{12}$

7. İki zar birlikte atılıyor.

Üst yüze gelen sayıların toplamının 5 in katı veya 3 ten küçük olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{3}$

8. Bir işyerine 3 işçi alınacaktır. Bu iş için 120 kişi iş başvurusu yapmış ve bunlardan 90 ı ilk sınavda elenmiştir.

Temel sınavı kazananlar arasında yer aldığına göre, Temel'in işe kabul edilme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{4}{9}$

9. Bir kutuda 4 sarı, 5 mavi top vardır.

Bu kutudan rastgele alınan üç toptan ikisinin sarı, birinin mavi olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{4}{15}$ B) $\frac{3}{14}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{5}{14}$

10. Bir kutuda 4 sarı, 5 mavi top vardır. Bu kutudan rastgele üç top alınıyor.

Alınan toplardan birincisinin sarı, ikincisinin sarı, üçüncüsünün mavi olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{42}$ B) $\frac{5}{24}$ C) $\frac{4}{25}$ D) $\frac{1}{14}$ E) $\frac{5}{14}$

11. Bir kutuda 4 sarı, 5 mavi top vardır.

Rastgele alınan üç toptan en az birinin sarı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{36}{45}$ B) $\frac{16}{21}$ C) $\frac{37}{42}$ D) $\frac{17}{42}$ E) $\frac{19}{24}$

12. İki madeni para ve iki zar birlikte atılıyor.

Paraların ikisinin yazı veya zarların üstündeki sayıların toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{4}{21}$ E) $\frac{17}{48}$

13. İçinde top bulunan iki torbadan birincisinde 5 sarı, 3 mavi; ikincisinde 3 sarı, 5 mavi top vardır. Birinci torbadan bir top çekilip rengine bakılmadan ikinci torbaya atılıyor. Bundan sonra ikinci torbadan rastgele bir top çekilip birinciye atılıyor.

Renk bakımından ilk durumu elde etme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{17}{36}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{19}{36}$ D) $\frac{7}{12}$ E) $\frac{11}{18}$

14. Bir avcının hedefi vurma olasılığı $\frac{2}{5}$ tir.

Bu hedefi avcının üçüncü atışta vurma olasılığı kaçtır?

(Birinci ve ikinci atışta vuramayıp)

- A) $\frac{3}{25}$ B) $\frac{18}{125}$ C) $\frac{21}{125}$ D) $\frac{24}{125}$ E) $\frac{8}{25}$

15. Bir avcının hedefi vurma olasılığı $\frac{2}{5}$ tir.

Bu hedefi üç atış yapan avcının birinde vurup diğerlerinde ıskalama olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{42}{125}$ B) $\frac{8}{25}$ C) $\frac{54}{125}$ D) $\frac{64}{125}$ E) $\frac{72}{125}$

KONU TESTİ – 1

1. Bir sınıfta 5 kız, 7 erkek öğrenci vardır.

Rastgele seçilen iki öğrenciden birinin kız, diğerinin erkek olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{35}{64}$ B) $\frac{12}{25}$ C) $\frac{17}{32}$ D) $\frac{35}{66}$ E) $\frac{35}{132}$

2. Bir sınıfta 5 kız, 7 erkek öğrenci vardır.

Rastgele seçilen iki öğrenciden birincinin kız, ikincinin erkek olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{37}{128}$ B) $\frac{12}{41}$ C) $\frac{34}{105}$ D) $\frac{35}{66}$ E) $\frac{35}{132}$

3. E örnek uzay ve $A \subset E$, $B \subset E$ dir.

$$P(A) = \frac{4}{7}, \quad P(B) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{15}{21}$$

olduğuna göre, $P(B - A)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{1}{21}$ E) $\frac{2}{3}$

4. İki hilesiz zar atılıyor.

Zarların üzerindeki sayıların toplamının 10 ve daha büyük olduğu bilindiğine göre, zarlardan birinin 4 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

5. Bir torbada 3 mavi, 4 kırmızı, 5 yeşil top vardır.

Bu torbadan rastgele alınan iki topun aynı renk çıkma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{19}{66}$ D) $\frac{7}{22}$ E) $\frac{17}{56}$

6. 8 kişilik bir grupta 3 kişi yeşil gözlüdür. Gruptakilerin isimleri kartlara yazılıp bir torbaya konuyor.

Torbadan çekilen üç kartın birinde yeşil gözlü bir kişinin isminin çıkması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{14}{33}$ B) $\frac{15}{28}$ C) $\frac{7}{32}$ D) $\frac{16}{63}$ E) $\frac{15}{64}$

7. Bir madeni para 4 kere atılıyor.

Bu dört atışın en az birinde yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{11}{16}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{13}{16}$ D) $\frac{7}{8}$ E) $\frac{15}{16}$

8. A torbasında 2 siyah, 5 beyaz; B torbasında 4 siyah, 3 beyaz top vardır. Bir zar atılıyor ve 5 ten küçük gelirse A dan bir top; diğer durumlarda B den bir top çekiliyor.

Çekilen topun siyah olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{8}{21}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{10}{21}$ D) $\frac{11}{32}$ E) $\frac{4}{7}$

9. 1 den 40 a kadar numaralanmış 40 karttan biri rastgele çekiliyor.

Seçilen bu kartın tek olduğu bilindiğine göre, 7 nin katı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{40}$ B) $\frac{3}{20}$ C) $\frac{6}{40}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{4}{21}$

10. 24 kişilik bir grup İngilizce ve Almanca dillerinden en çok ikisini bilenlerden oluşmaktadır. En çok birini bilenlerin sayısı 13 tür.

Bu gruptan seçilen bir kişinin iki dili bilme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{13}$ B) $\frac{11}{13}$ C) $\frac{11}{24}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{4}$

11. Bir deneyde A, B, C, D gibi 4 ayrı olayın çıkması olasılığıdır.
 $P(A) > P(B) > P(C) > P(D) > \frac{1}{12}$
 olduğuna göre, P(D) aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{11}{48}$ B) $\frac{2}{25}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{3}{8}$

12. İçinde mor, pembe, beyaz toplar bulunan bir torbadan çekilen topun beyaz olma olasılığı $\frac{1}{4}$, pembe olma olasılığı $\frac{7}{12}$ dir.

Torbada 6 beyaz top olduğuna göre, mor topların sayısı kaçtır?

A) 16 B) 14 C) 12 D) 8 E) 4

13. Ahmet'in sınıfının mevcudu 12 dir.

Rastgele oluşturulan 4 kişilik bir grupta Ahmet'in bulunma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{43}{150}$ B) $\frac{11}{120}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{44}{165}$ E) $\frac{32}{155}$

14. Aynı derecede oyunu bilen 7 kişi kör ebe oynamaktadır.

Ebenin oyuncularından Müge'yi yakalama olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{7}$

15. Emre ve Zeynep'in bir soruyu çözme olasılıkları sırasıyla % 40 ve % 50 dir.

İkisi beraber çalışırsa sorunun çözülme olasılığı yüzde kaçtır?

A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

16. Bir zar üç kez atılıyor.

Üç atışta da farklı sayılar gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{2}{3}$

17. Umur ve Zeynep'in bulunduğu 6 kişi arasından üç kişilik bir ekip kuruluyor.

Ekipte Umur ve Zeynep'ten en çok birinin bulunma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

18. Bir zar iki kez atılıyor.

Birinci atışta gelen sayının ikinci atışta gelen sayıdan büyük olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{7}{12}$

19. Bir deney için sadece A, B, C gibi üç ayrı olay vardır.

$3.P(A) = 2.P(B)$ ve $3.P(B) = 5.P(C)$

olduğuna göre, P(C) kaçtır?

A) $\frac{19}{27}$ B) $\frac{11}{34}$ C) $\frac{9}{34}$ D) $\frac{13}{32}$ E) $\frac{12}{35}$

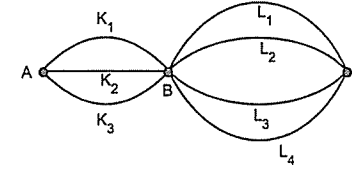
20. Bir torbada 1 den 12 ye kadar numaralanmış 12 top vardır.

Çekilen bir topun tek ya da 7 den büyük olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{7}{12}$

KONU TESTİ - 2

1.



Bir araç yukarıda verilen yollardan geçerek A dan C ye gidiyor ve geri dönüyor.

Bu aracın L_4 ten geçme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{13}{32}$ B) $\frac{7}{16}$ C) $\frac{37}{64}$ D) $\frac{22}{63}$ E) $\frac{2}{7}$

2. İki kardeşin ikisinin de haftanın aynı gününde doğmuş olmaları olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{49}$ C) $\frac{2}{49}$ D) $\frac{1}{15}$ E) $\frac{2}{7}$

3. 43055 sayısının rakamları yer değiştirilerek beş basamaklı sayılar yazılıyor.

Bu sayılardan rastgele yazılan birinin son rakamının 3 olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{7}{16}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{15}$ D) $\frac{3}{16}$ E) $\frac{1}{5}$

4. Bir zar ile bir madeni para birlikte atılıyor.

Zarın asal sayı ve paranın yazı gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

5. A, B, C, D mektupları 3 posta kutusuna atılıyor.

A ve B mektuplarının aynı kutuya atılma olasılığı kaçtır?

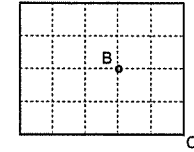
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{12}{27}$ E) $\frac{27}{64}$

6. Üç çocuktan birer tane çift rakam yazmaları isteniyor.

Çocukların yazdığı rakamların aynı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{125}$ B) $\frac{3}{125}$ C) $\frac{1}{25}$ D) $\frac{3}{25}$ E) $\frac{1}{5}$

7.



A dan C ye en kısa yoldan giden bir aracın B noktasından geçme olasılığı kaçtır?

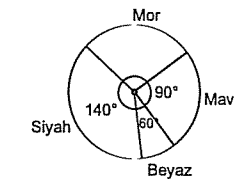
A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{10}{21}$ C) $\frac{11}{20}$ D) $\frac{12}{35}$ E) $\frac{23}{42}$

8. 25 kişilik bir sınıfta 12 kişi futbol, 10 kişi basketbol 4 kişi de her iki sporu oynamaktadır.

Sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin futbol oynadığı bilindiğine göre, basketbol da oynama olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

9.



Şekildeki gibi bir hedefe bir ok rastgele saplanıyor.

Okun mor bölgeye saplanma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{7}{27}$ D) $\frac{7}{36}$ E) $\frac{11}{36}$

10. Ali çoktan seçmeli bir soruda 5 seçenekten 2 sini eliyor.

Ali bu soruyu rastgele cevaplarsa doğruyu bulma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

11. Beşlik sayma düzenindeki iki basamaklı sayıların hepsi bir kâğıda yazılıp bir torbaya atılıyor.

Rastgele çekilen bir kâğıdın üzerinde 3 ün katı olan sayı bulunması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{7}{20}$

12. $P(A) = \frac{3}{4}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

olduğuna göre, $P(A \cup B)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{6}$

13. İki zar atılıyor.

Zarların üst yüzeyindeki sayıların çarpımının 21 den büyük olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

14. A kutusunda 3 mavi, 3 kırmızı; B kutusunda 4 mavi, 2 kırmızı bilye vardır. A dan rastgele bir bilye çekiliyor ve B ye atılıyor. Daha sonra da B den rastgele bir bilye çekilip A ya atılıyor.

İlk durumu elde etme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{5}{7}$

15. Bir öğrenciden $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin üç elemanlı alt kümelerinden birini yazması istenmiştir.

Öğrencinin yazdığı alt kümede c nin bulunma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{7}{12}$

16. Bir zarın bir yüzü mavi, iki yüzü beyaz, diğer yüzleri kırmızı renktedir. Bu zar iki kez atılıyor.

İki atış sonunda zarın bir kez mavi, bir kez beyaz yüzü üzerine düşmesi olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

17. Düzgün bir para 4 defa atıldığında en az iki kez yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{9}{16}$ B) $\frac{5}{8}$ C) $\frac{11}{16}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{13}{16}$

18. Bir torbada 2 kırmızı, 3 gri, 6 siyah top vardır.

Rastgele alınan bir topun kırmızı veya gri olma olasılığı kaçtır?

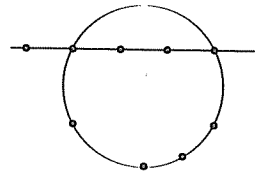
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{11}$ D) $\frac{4}{11}$ E) $\frac{5}{11}$

19. Bir düzgün sekizyüzlünün üç yüzünde 3, dört yüzünde 5, bir yüzünde 7 yazmaktadır.

Bu düzgün sekizyüzlü iki kez atıldığında alt yüze gelen sayıların toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{5}{16}$ D) $\frac{7}{16}$ E) $\frac{11}{32}$

20.



Şekildeki noktaları köşe kabul eden üçgenler çiziliyor.

Çizilen üçgenin herhangi bir köşesinin doğrunun üzerinde olmaması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{37}$ B) $\frac{3}{37}$ C) $\frac{4}{41}$ D) $\frac{7}{45}$ E) $\frac{5}{48}$

ÖSYS SORULARI

1. Bir kutudaki 12 ampülden 4 ü bozuktur.

Bu ampullerden rastgele seçilen 3 ampülden üçünün de bozuk olması olasılığı nedir?

- A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{42}$ C) $\frac{1}{48}$ D) $\frac{1}{55}$ E) $\frac{1}{62}$
(ÖYS 1984)

2. İçinde top bulunan iki torbadan birincisinde 4 beyaz, 6 siyah ve ikincisinde 2 beyaz, 5 siyah top vardır. Birinci torbadan bir top çekilip rengine bakılmadan ikinci torbaya atılıyor.

Bundan sonra ikinci torbadan rastgele bir top çekildiğinde bunun beyaz olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{3}{20}$ D) $\frac{7}{10}$ E) $\frac{2}{5}$
(ÖYS 1985)

3. İçinde 4 kırmızı, 4 mavi ve 4 sarı bilye bulunan bir torbadan rastgele seçilen üç bilyeden herbirinin farklı renkte olması olasılığı nedir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{6}{15}$ C) $\frac{13}{40}$ D) $\frac{14}{47}$ E) $\frac{16}{55}$
(ÖYS 1986)

4. Düzgün bir para 3 defa atıldığında en az bir kez tura gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{1}{4}$
(ÖYS 1987)

5. Bir grupta 3 erkek ve 2 kız öğrenci vardır.

Bu gruptan seçilecek 2 kişinin ikisinin de erkek olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{5}$
(ÖYS 1987)

6. Bir torbada aynı büyüklükte 4 kırmızı, 5 beyaz, 7 yeşil kalem vardır.

Rastgele alınan bir kalemin kırmızı veya beyaz olma olasılığı nedir?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{7}{16}$ E) $\frac{9}{16}$
(ÖYS 1988)

7. 4 kız, 6 erkek öğrenci bulunan bir okul kafilesinden rastgele 2 öğrenci seçilirse öğrencilerden birinin kız, diğerinin erkek olma olasılığı nedir?

- A) $\frac{8}{15}$ B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{3}$
(ÖYS 1988)

8. $(1 + x)^6$ açılımından rastgele seçilen iki terimin katsayılar toplamının 25 ten küçük olma olasılığı kaçtır?

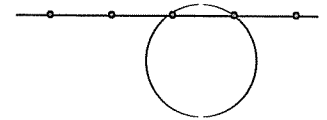
- A) $\frac{16}{21}$ B) $\frac{15}{21}$ C) $\frac{14}{21}$ D) $\frac{12}{21}$ E) $\frac{9}{21}$
(ÖYS 1989)

9. Bir torbaya eşit sayıda kırmızı ve beyaz bilyeler konuyor. Bu torbadan geri konulmamak üzere çekilen iki bilyenin ikisinin de kırmızı renkte olma olasılığı $\frac{8}{33}$ tür.

İlk durumda torbada kaç bilye vardır?

- A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38
(ÖYS 1989)

10.



Şekildeki A, B, C, D, E noktaları bir doğru üzerinde ve ayrıca C, D noktaları bir çember üzerindedir.

Bu noktalardan seçilecek olan herhangi iki noktadan yalnız birisinin çembere ait olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{7}{10}$
(ÖYS 1990)

11. Bir torbada 2 beyaz, 4 siyah ve 6 mavi bilye vardır.

Aynı anda çekilen iki bilyeden birinin beyaz öbürünün siyah olma ihtimali nedir?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{11}$ C) $\frac{2}{11}$ D) $\frac{4}{33}$ E) $\frac{5}{33}$
(ÖYS 1992)

12. Bir torbada 6 beyaz, 4 siyah bilye vardır.

Bu torbadan rastgele çekilen 3 bilyeden birinin beyaz, diğer ikisinin siyah olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{3}{19}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{5}{14}$ E) $\frac{5}{13}$
(ÖYS 1995)

13. A torbasında 3 beyaz, 4 kırmızı; B torbasında 5 beyaz, 2 kırmızı top vardır. Aynı anda her iki torbadan birer top alınıyor ve öteki torbaya (A torbasından alınan B ye, B torbasından alınan A ya) atılıyor.

Bu işlemin sonucunda torbalardaki kırmızı ve beyaz top sayılarının başlangıçtakiyle aynı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{18}{49}$ B) $\frac{19}{49}$ C) $\frac{20}{49}$ D) $\frac{22}{49}$ E) $\frac{23}{49}$
(ÖYS 1997)

14. Bir torbada 2 tane mavi, 5 tane yeşil mendil vardır. Bu torbadan geri atılmamak koşulu ile iki kez birer mendil çekiliyor.

Bu iki çekilişin birincisinde mavi, ikincisinde de yeşil mendil çekme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{70}{12}$ B) $\frac{20}{49}$ C) $\frac{10}{45}$ D) $\frac{10}{21}$ E) $\frac{5}{21}$
(ÖYS 1998)

15. Bir düzgün dörtyüzlünün (bütün yüzleri eşkenar üçgen olan üçgen piramit) iki yüzünde A, iki yüzünde de T harfi yazılıdır.

Bu düzgün dörtyüzlü bir kez atıldığında yan yüzlerinde, sırasına ve yönüne bakılmaksızın A, T, A harflerin görülme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$
(ÖSS 1999)

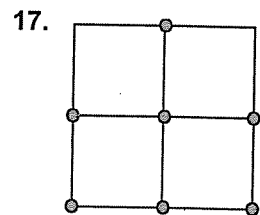
16. $A = \{-2, -1, 0, 1\}$

$$B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

kümeleri veriliyor.

$A \times B$ kartezyen çarpımından alınan bir elemanın (a, a) biçiminde olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{5}{24}$
(ÖSS 2007 I)



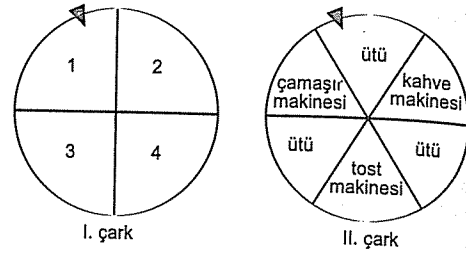
Yandaki yedi nokta, eş karelerin köşeleri üzerinde bulunmaktadır.

Bu yedi noktadan rastgele seçilen üç noktanın bir üçgen oluşturma olasılığı aşağıdaki-lerden hangisidir? (Aynı doğru üzerindeki üç noktanın bir üçgen oluşturmadığı kabul edilecektir.)

- A) $\frac{32}{35}$ B) $\frac{27}{35}$ C) $\frac{24}{35}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{3}{7}$

(ÖSS 2008 I)

18. Bir mağazadan belirli miktarın üzerinde alışveriş yapan müşteriler, 4 eş parçaya ayrılmış birinci çarkı iki defa çevirmektedir. Bu iki çevirişte gelen iki sayının toplamı 6 ya da 6 dan büyükse 6 eş parçaya ayrılmış ikinci çarkı çevirerek çıkan hediye almaktadır.



Buna göre, birinci çarkı çevirmeyi hak eden bir müş-
terinin çamaşır makinesi kazanma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{14}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{5}{24}$ D) $\frac{3}{28}$ E) $\frac{5}{32}$

(ÖSS 2009 I)

19. Meriç'in elinde kırmızı ve beyaz renklerde toplam 10 top vardır. Meriç bu topları iki torbaya her bir torbada en az bir kırmızı ve bir beyaz top olacak şekilde dağıtıktan sonra şunları söylüyor:

"Birinci torbada 3 kırmızı top vardır. Torbalardan rast-
gele birer top çekildiğinde topların ikisinin de kırmızı
olma olasılığı $\frac{1}{2}$ dir."

Buna göre, ikinci torbada kaç beyaz top vardır?

- A) 3 B) 5 C) 1 D) 2 E) 4

(YGS 2011)

20. 6 kız ve 7 erkek öğrencinin bulunduğu bir gruptan 2 tem-
silci seçiliyor.

Seçilen bu iki temsilciden birinin kız, diğerinin erkek
olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{2}{13}$ D) $\frac{7}{13}$ E) $\frac{9}{13}$

(LYS 2011)

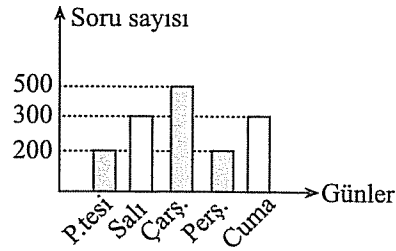
BÖLÜM 45

İstatistik

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Sütun grafiğini tanıy ve yorumlar.
2. Çizgi grafiğini tanıy ve yorumlar.
3. Daire grafiğini tanıy ve yorumlar.
4. Serpilme grafiğini tanıy ve yorumlar.
5. Aritmetik ortalamayı hesaplar.
6. Tepe değerini (modu) hesaplar.
7. Ortanca (medyan) değerini hesaplar.
8. Açıklığı hesaplar.
9. Çeyrekler açıklığını hesaplar.
10. Kutu grafiğini tanıy ve yorumlar.
11. Standart sapmayı hesaplar.
12. Standart sapmayı yorumlar.
13. z puanını hesaplar.
14. T puanını hesaplar.
15. z ve T puanını yorumlar.

köşetaşı



Yandaki sütun grafikte, Betül'ün beş günde matematikten çözdüğü soru sayısı gösterilmiştir.

Buna göre, Betül'ün salı günü çözdüğü soru sayısı beş günde çözdüğü soru sayısının yüzde kaçına eşittir?

açıklamalı çözüm

Yukarıda verilen grafiğe **sütun grafik** denir. Bu tip grafiklerde gösterilmek istenen değerler sütun veya çubuklarla ifade edilir. Grafikler görsellik için hazırlanır ve kolay karşılaştırma yapılmasını sağlar.

Soruda verilen grafiğin veri tablosunu oluşturalım.

Pazartesi günü 200 soru,
Salı günü 300 soru,
Çarşamba günü 500 soru,
Perşembe günü 200 soru,
Cuma günü 300 soru

çözmüştür.

Buna göre, Betül, beş günde toplam

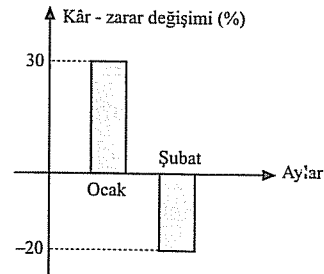
$$200 + 300 + 500 + 200 + 300 = 1500$$

soru çözmüştür.

O halde, salı günü çözdüğü soruların yüzde-

$$\text{si } \frac{300}{1500} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \%20 \text{ bulunur.}$$

BİR SORU DAHA



Yukarıdaki grafik, birim miktardaki bir malın satışından bir yılın ilk iki ayında maliyet fiyatı üzerinden elde edilen kâr ya da zarar miktarlarını yüzde olarak göstermektedir.

Grafikteki + değerler kârı, - değerler zararı göstermektedir. Bu malın iki ay boyunca maliyet fiyatı değişmemektedir.

Malın Şubat ayındaki satış fiyatı 48 TL olduğuna göre, Ocak ayında bu maldan 10 tane satıldığında kaç TL kâr elde edilir?

ÇÖZÜM

Maliyete M diyelim. Mal Şubat ayında % 20

zararla 48 TL ye satıldığına göre,

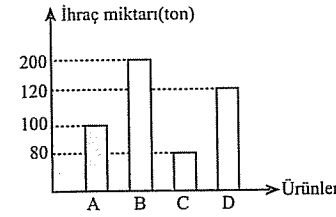
$$M \cdot \frac{80}{100} = 48 \text{ olduğundan } M = 60 \text{ TL olur.}$$

Ocak ayında % 30 kârla satıldığına göre, 1 tane

$$\text{maldan } 60 \cdot \frac{30}{100} = 18 \text{ TL kâr edilir.}$$

O halde, 10 tane malın satışından $18 \cdot 10 = 180$ TL kâr edilir.

1.



Yukarıdaki grafikte, A, B, C, D ürünlerinin ihraç miktarları gösterilmiştir.

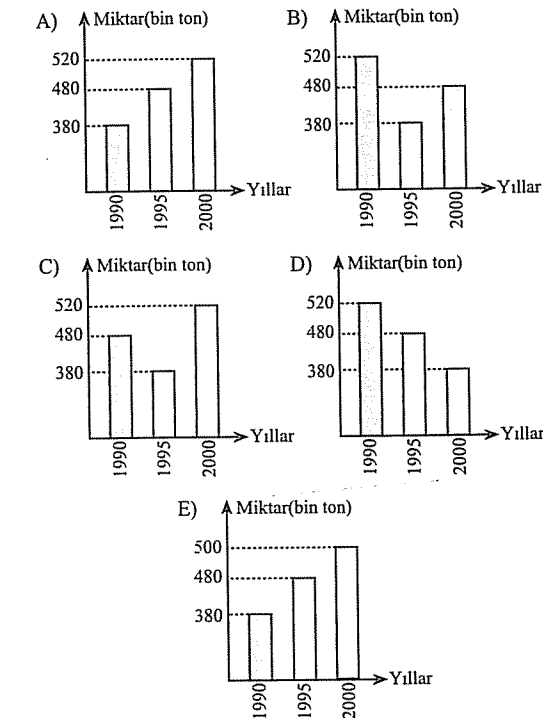
Buna göre, D ürününün ihraç miktarı tüm ürünlerin ihraç miktarının yüzde kaçına eşittir ?

- A) 20 B) 24 C) 26 D) 30 E) 32

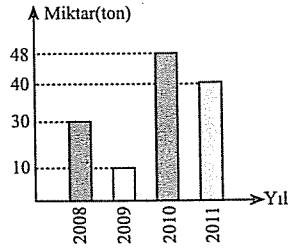
2. Tablo : Türkiye'de yıllara göre fındık üretim miktarı

Yıllar	1990	1995	2000
Üretim miktarı (bin ton)	380	480	520

Bu verilere uygun sütun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



3.

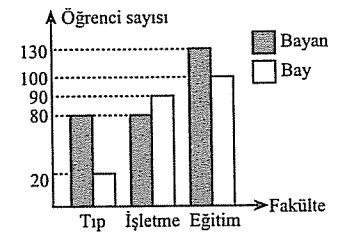


Yukarıdaki grafikte, bir çiftçinin yıllara göre ürettiği fındık miktarları gösterilmiştir.

Buna göre, çiftçi bu yıllarda ortalama kaç ton fındık üretmiştir?

- A) 28 B) 30 C) 32 D) 34 E) 36

4.

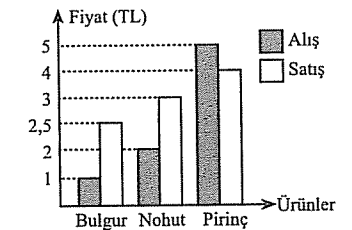


Yukarıdaki grafikte, bir üniversitenin tıp, işletme ve eğitim fakültelerindeki öğrencilerin cinsiyetlerine göre dağılımı verilmiştir.

Buna göre, bu üç fakültedeki öğrencilerin yüzde kaç bayandır?

- A) 62 B) 61 C) 60 D) 59 E) 58

5.

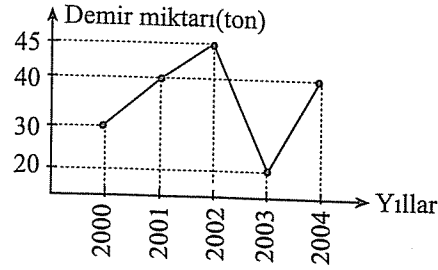


Yukarıdaki grafik üç farklı ürünün bir kilogramının alış ve satış fiyatlarını göstermektedir.

Bu grafiğe göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) Bir kilogramının alış fiyatı en yüksek olan ürün pirinçtir.
B) Ürünlerin bir kilogramının alış fiyatları toplamı 8 TL dir.
C) En yüksek kâr yüzdesi bulgurdan elde edilmiştir.
D) Bir kilogram nohut satışından % 50 kâr edilmiştir.
E) Ürünlerden birer kilogram satıldığında 2,5 TL kâr edilir.

köşetaşı



Yandaki grafikte, bir firmanın 2000 - 2004 yılları arasında sattığı demir miktarı gösterilmiştir.

Buna göre, bu firma bir yılda ortalama kaç ton demir satmıştır?

açıklamalı çözüm

Yukarıda verilen grafiğe çizgi grafiği denir. Verilerin yatay ve dikey eksenlerdeki karşılıklarını gösteren noktalar işaretlendikten sonra bu noktaların çizgilerle birleştirilmesiyle elde edilen grafikler çizgi grafiğidir. Bir değişkenin zaman içerisindeki değişimini incelemek için çizgi grafiği kullanılır.

Soruda verilen grafiğin tablosunu yapalım.

2000 yılında 30 ton,

2001 yılında 40 ton,

2002 yılında 45 ton,

2003 yılında 20 ton,

2004 yılında 40 ton

olmak üzere, firma beş yılda toplam

$$30 + 40 + 45 + 20 + 40 = 175$$

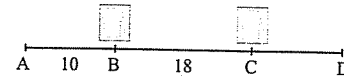
ton demir satmıştır.

O halde, firma bir yılda ortalama

$$\frac{175}{5} = 35 \text{ ton}$$

demir satmıştır.

BİR SORU DAHA



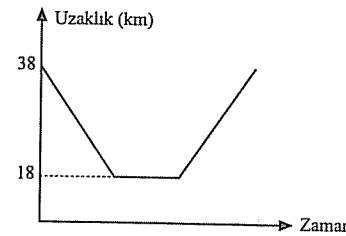
A ve B kentleri arasındaki yol üzerinde, şekildeki gibi A dan 10 km uzaklıkta B ve B den 18 km uzaklıkta ise C benzin istasyonu bulunmaktadır.

Buna göre, A dan D ye sabit hızla yol alan bir aracın benzin istasyonlarına uzaklıkları toplamının zamana göre değişimini gösteren çizgi grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

Araç A da iken B ve C ye olan uzaklıkları toplamı $10 + 28 = 38$ km dir.

Araç B ye yaklaştıkça uzaklıkları toplamı 38 in altına düşer. B ile C arasında iken uzaklıkları toplamı 18 km olur. Araç C den D ye doğru yaklaştıkça uzaklıkları toplamı 18 in üstüne çıkar buna göre grafik aşağıdaki gibi olur.

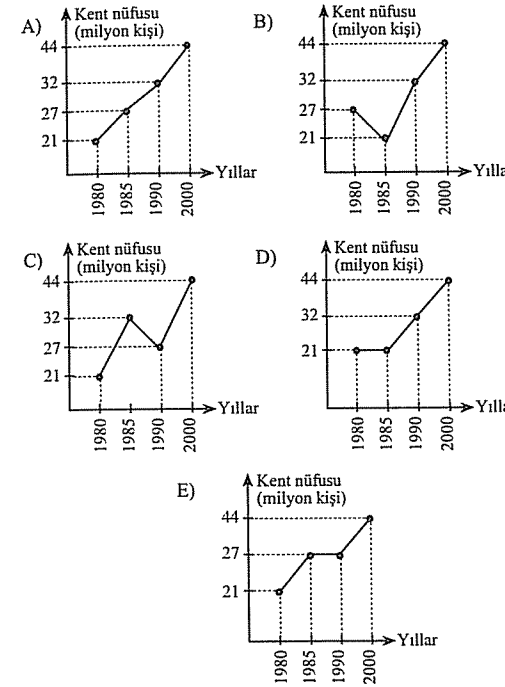


1.

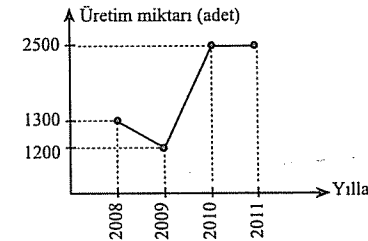
Yıllar	1980	1985	1990	2000
Kent Nüfusu (milyon kişi)	21	27	32	44

Yukarıdaki tabloda, yıllara göre bir kentin nüfusu verilmiştir.

Bu verilerin çizgi grafikte gösterilişi aşağıdakilerden hangisidir?



2.

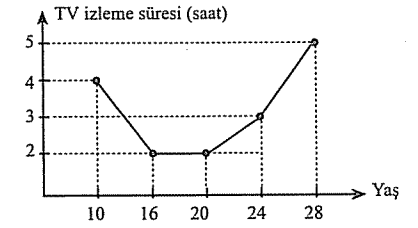


Yukarıdaki grafikte, bir elektronik eşya fabrikasının ürettiği LCD televizyon adetlerinin yıllara göre dağılımı verilmiştir.

Buna göre, 2009 yılında üretilen miktar dört yılda üretilenlerin yüzde kaçıdır?

- A) 24 B) 22 C) 20 D) 18 E) 16

3.

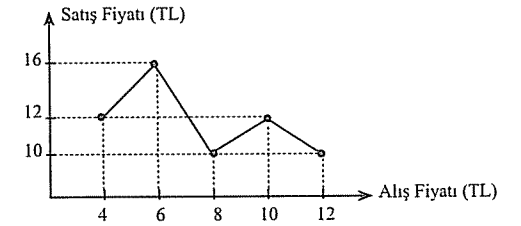


Yukarıdaki çizgi grafikte, bazı yaş gruplarının bir günde TV izleme süreleri verilmiştir.

Bu grafiğe göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) TV izlemeye en çok süre ayıranlar 28 yaşındadır.
B) 16 yaşındakiler ile 20 yaşındakiler aynı süre TV izleme süreleri eşittir.
C) 10 yaşındakiler günde 4 saat TV izlemektedir.
D) 10 yaşındakiler 28 yaşındakilerden 1 saat daha fazla TV izlemektedir.
E) 24 yaşındakiler 20 yaşındakilerden 1 saat daha fazla TV izlemektedir.

4.

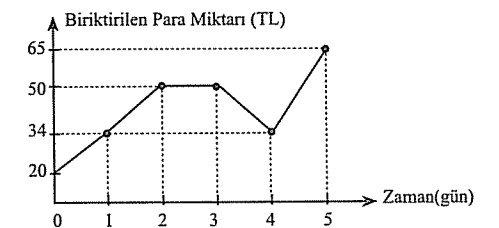


Yukarıdaki grafikte, beş farklı malın alış ve satış fiyatları verilmiştir.

Bu malların tamamı satıldığında yüzde kaç kâr edilir?

- A) 120 B) 100 C) 90 D) 80 E) 50

5.



Yukarıdaki grafikte Yasemin'in 5 gün boyunca biriktirdiği para miktarı gösteriliyor.

Buna göre, Yasemin'in parası hangi aralıkta en hızlı değişimi göstermiştir?

- A) 0 - 1 B) 1 - 2 C) 2 - 3 D) 3 - 4 E) 4 - 5

köşetaşı

Hayri Amca, bahçesinin % 40 ına domates, % 25 ine salatalık, % 20 sine marul ve geri kalanına maydanoz ekiyor.

Bu verileri daire grafiği ile gösteriniz.

açıklamalı çözüm

Daire grafiği elde edilen verilerin 360° lik daire içerisine her bölümün orantılı olarak yerleştirilmesi ile oluşur. **Bir değişkenin bir bütün içerisindeki oranını belirlemek için kullanılan en uygun grafik daire grafiğidir.**

Şimdi köşetaşını çözelim:

Dairenin tamamı 360° lik bir alan kabul edildiğinden her ürünün ekim alanını gösteren daire dilimlerinin merkez açıları aşağıdaki gibi elde edilir.

Buna göre, bahçenin

$$\% 40 \text{ ı domates ise, } 360^\circ \cdot \frac{40}{100} = 144^\circ$$

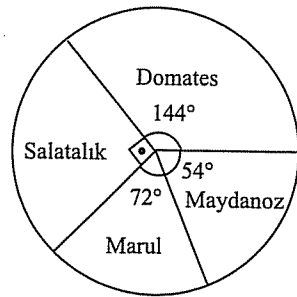
$$\% 25 \text{ i salatalık ise, } 360^\circ \cdot \frac{25}{100} = 90^\circ$$

$$\% 20 \text{ si marul ise, } 360^\circ \cdot \frac{20}{100} = 72^\circ$$

kalanı maydanoz ise

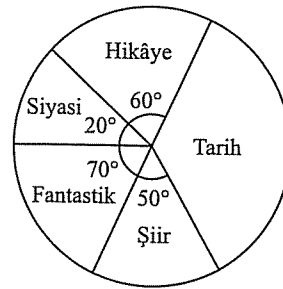
$$360^\circ - (144^\circ + 90^\circ + 72^\circ) = 54^\circ \text{ lik daire dilimi ile gösterilir.}$$

Şimdi daire grafiğini çizelim:



BİR SORU DAHA

1000 üniversite öğrencisine uygulanan bir ankette öğrencilerin % 27 si düzenli olarak kitap okuduğunu belirtmiştir. Kitap okuyan öğrencilerin en çok beğendiği kitap türlerine göre dağılımını gösteren daire grafiği aşağıda verilmiştir.



Tarih kitaplarını beğenen öğrencilerin sayısını bulunuz.

ÇÖZÜM

Düzenli kitap okuyan öğrenci sayısı

$$1000 \cdot \frac{27}{100} = 270 \text{ dir.}$$

Tarih kitaplarını beğenen öğrencilere ait dilimin merkez açısı

$$360^\circ - (60^\circ + 20^\circ + 50^\circ + 70^\circ) = 160^\circ \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} 360^\circ &\rightarrow 270 \text{ kişi ise} \\ 160^\circ &\rightarrow x \text{ kişi} \\ x &= \frac{160 \cdot 270}{360} = 120 \end{aligned}$$

bulunur.

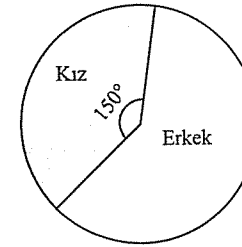
1. Aşağıdaki tabloda çeşitli kurslara katılan kişi sayıları gösterilmiştir.

Ahşap Boyama	Ebru	Seramik	Örgü
64	50	24	12

Bu veriler daire grafiğinde gösterilirse, ebru kursuna katılanlara ait daire diliminin merkez açısı kaç derece olur?

- A) 150 B) 120 C) 100 D) 90 E) 60

2.

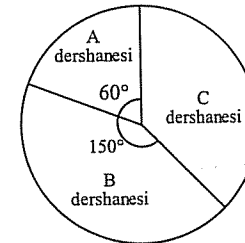


Yukarıdaki dairesel grafikte bir okuldaki kız ve erkek öğrencilerin dağılımı gösterilmiştir.

Okuldaki erkek öğrenciler kız öğrencilerden 30 fazla olduğuna göre, okul mevcudu kaçtır?

- A) 240 B) 200 C) 180 D) 150 E) 120

3.

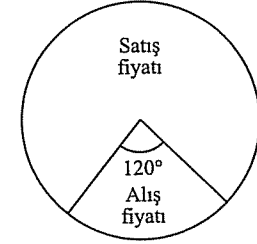


Yukarıdaki dairesel grafikte bir okuldaki bütün 11. sınıf öğrencilerinin kayıtlı oldukları dershaneler verilmiştir.

Bu okulda 180 tane 11. sınıf öğrencisi olduğuna göre, C dershanesine giden öğrenci sayısı kaçtır?

- A) 75 B) 90 C) 96 D) 100 E) 108

4.

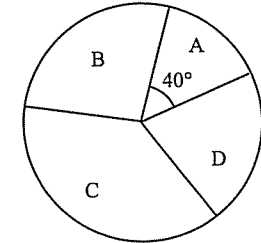


Yukarıdaki dairesel grafik bir malın alış ve satış fiyatının dağılımını göstermektedir.

Buna göre, 24 TL kâr edilen bu malın satış fiyatı kaç TL dir?

- A) 60 B) 56 C) 52 D) 48 E) 40

5. Aşağıdaki daire grafiğinde, A, B, C ve D olmak üzere, dört fakültesi bulunan bir üniversitedeki öğretim elemanlarının fakülteye göre dağılımı gösterilmiştir.

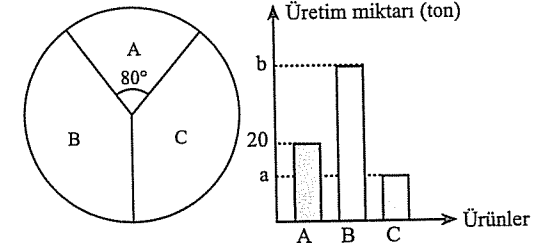


B fakültesindeki öğretim elemanı sayısı A dakinin 3 katıdır. C fakültesindeki öğretim elemanı sayısı B dekinden 20 fazla, D fakültesindeki öğretim elemanı sayısı A dakinin 10 fazladır.

Buna göre, D fakültesindeki öğretim elemanı sayısı kaçtır?

- A) 55 B) 50 C) 45 D) 40 E) 35

6.



Yukarıdaki dairesel grafikte bir çiftçinin ürettiği A, B, C ürünlerinin dağılımı, sütun grafiğe ise bu ürünlerin üretim miktarı gösteriliyor.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 70 B) 75 C) 80 D) 85 E) 90

köşetaşı

Bir öğretmen öğrencilerinin matematik notları ile fizik notları arasında bir ilişki olup olmadığını belirlemek için rastgele seçtiği 10 öğrencisinin matematik ve fizik notlarını aşağıdaki gibi not ediyor.

	Samir	Hami	Halis	Muhlis	Cansun	Canser	Elçin	Azra	Melis	Melisa
Matematik Notları (x)	70	82	30	45	90	100	65	88	40	100
Fizik Notları (y)	60	75	32	45	85	90	70	92	40	100

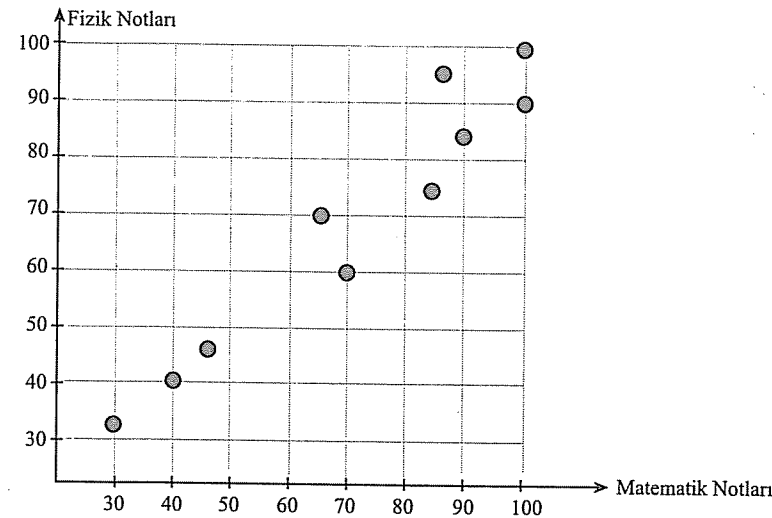
Bu verilere uygun serpilme grafiğini çizin.

açıklamalı çözüm

İki değişken arasındaki ilişkiyi göstermek için serpilme grafiği kullanılır.

Serpilme grafiğinde noktaların durumu ve genel seyri, iki değişken arasında ilişki olup olmadığını ve varsa ne tür bir fonksiyon tipine uyduğunun belirlenmesinde yardımcı olur.

Sorudaki verilere göre, serpilme grafiğini çizelim.



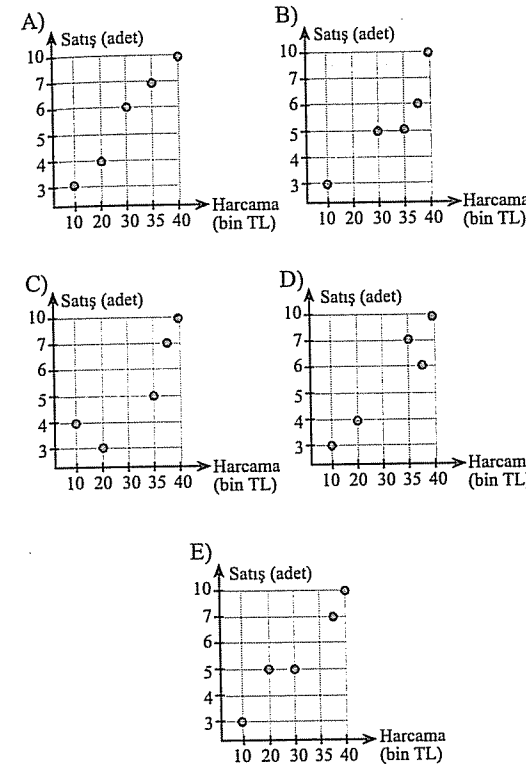
Bu grafiğe göre, öğrencilerin matematik dersinden aldıkları notlar yükseldikçe fizik dersinden aldıkları notlarda yükselmektedir diyebiliriz.

Grafiği incelediğimizde, iki değişken arasındaki ilişkinin doğrusal olduğunu görebiliriz.

1. Rize'de satış yapan bir mağaza, ürünlerini, yerel radyodaki reklamlarla tanıtmaktadır. Firmanın 5 hafta süresince belirli bir ürün için harcadığı reklam tutarı ve satılan ürün sayısı aşağıdaki tabloyla verilmiştir.

Reklam Harcaması (x) (bin TL)	Satışlar (y) (adet)
10	3
20	4
30	6
35	7
40	10

Buna göre, bu verilere ait serpilme grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



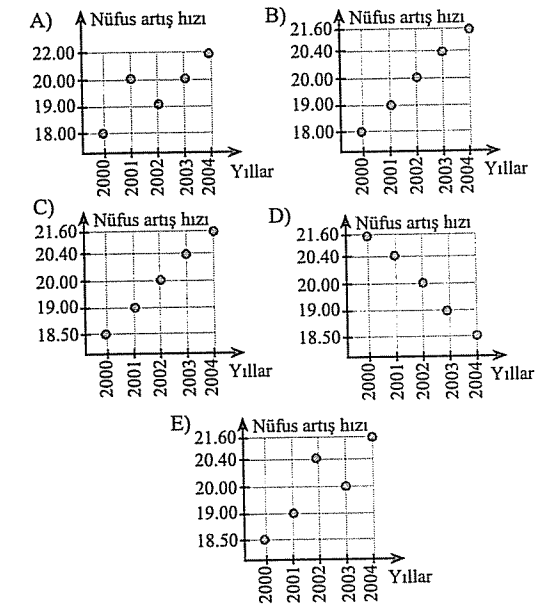
2. İki değişken arasındaki ilişkiyi göstermek için kullanılacak en uygun grafik türü aşağıdakilerden hangisidir?

A) Kutu B) Serpilme C) Daire
D) Sütun E) Çizgi

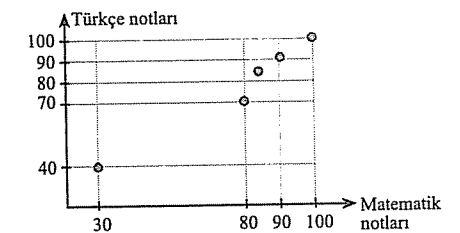
3. Bir ülkede 2000 - 2004 yılları arasındaki erkek nüfus artış hızı, yıllara göre aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Yıllar	2000	2001	2002	2003	2004
Erkek nüfus artış hızı (%)	18.50	19.00	20.00	20.40	21.60

Bu verilere göre, serpilme grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



4. Bir öğretmen bir gruptaki öğrencilerin matematik notları ile Türkçe notları arasında bir ilişki olup olmadığını belirlemek için rastgele seçtiği 5 öğrencinin notları ile ilgili verilerin serpilme grafiğini aşağıdaki gibi çiziyor.



Bu grafiğe göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) Matematik notu 30 olan öğrencinin Türkçe notu 40 tır.
B) Türkçe notu 90 olan öğrencinin matematik notu da 90 dır.
C) Matematik notu en yüksek olan öğrencinin Türkçe notu da yüksektir.
D) Matematik notu 80 olan öğrenci Türkçeden 90 almıştır.
E) Öğrencilerin matematik dersinden aldığı notlar yükseldikçe Türkçe'den aldığı notlarda yükselmektedir.

köşetaşı

Yaş	14	15	16	17	18
Kişi Sayısı	6	4	4	5	1

Yandaki tabloda bir gruptaki kişilerin yaşlarına göre dağılımı veriliyor.

Buna göre, bu grubun yaş ortalamasını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Aritmetik ortalama, mod(tepe değeri) ve medyan(ortanca) merkezi eğilim ölçüleridir.

Bu köşetaşında aritmetik ortalamayı inceleyeceğiz.

Bir dizideki sayıların toplamının, dizinin eleman sayısına bölümüne bu sayı dizisinin **aritmetik ortalaması** denir.

$$\text{Aritmetik Ortalama} = \frac{\text{Dizideki Sayıların Toplamı}}{\text{Dizinin Eleman Sayısı}}$$

Şimdi köşetaşını çözelim:

$$\begin{aligned} \text{Yaş Ortalaması} &= \frac{\text{Yaşların Toplamı}}{\text{Kişi Sayısı}} \\ &= \frac{14 \cdot 6 + 15 \cdot 4 + 16 \cdot 4 + 17 \cdot 5 + 18 \cdot 1}{6 + 4 + 4 + 5 + 1} \\ &= \frac{311}{20} = 15,55 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

1. 15, 32, 24 ve 41 sayılarının aritmetik ortalaması kaçtır?
A) 29 B) 28 C) 27 D) 26 E) 25

2. Beş sayının aritmetik ortalaması 60'dır. Bu sayılardan toplamı 45 olan iki tanesi çıkarılırsa kalan sayıların aritmetik ortalaması kaç olur?
A) 90 B) 86 C) 85 D) 82 E) 80

3. Bir öğrencinin matematik dersindeki dört sınavından aldığı puanların aritmetik ortalaması 72'dir. Bu öğrenci, sınavların birinden 78 aldığına göre, diğer üç sınavdan aldığı puanların ortalaması kaçtır?
A) 70 B) 71 C) 72 D) 73 E) 74

kareköt

Gün sayısı	10	6	8	6
Sıcaklık (°C)	18°	20°	24°	10°

Yukarıdaki tabloda bir şehrin bir ay boyunca hava sıcaklığının gün sayılarına göre dağılımı verilmiştir. Buna göre, bu şehrin aylık sıcaklık ortalaması kaç °C'dir?

- A) 20 B) 19,6 C) 19,2 D) 19 E) 18,4

B C A E

köşetaşı

Öğrenci Sayısı	Puan
5	100
7	90
10	80
2	70
6	60

Yandaki tabloda bir sınıftaki 30 öğrencinin matematik dersi sınavından aldığı puanlar gösterilmiştir.

Buna göre, puanlar dizisinin modunu (tepe değerini) bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bir sayı dizisinde en çok tekrar eden sayıya o dizinin **modu (tepe değeri)** denir. En çok tekrar eden sayı birden fazla ise, bu sayılardan her biri dizinin modudur.

Örneğin; 4, 1, 2, 2, 3, 2, 4, 4 sayı dizisinde 1, 1 kez; 2, 3 kez; 3, 1 kez ve 4, 3 kez tekrarlanmıştır. 2 ve 4 notları en çok tekrar ettiği için sayı dizisinin modu 2 ve 4'tür.

Şimdi köşetaşını çözelim;

Tabloyu incelediğimizde en çok tekrarlanan puanın 80 olduğunu görürüz. (10 kez)

O halde, puanlar dizisinin modu (tepe değeri) 80'dir.

1. 1, 2, 3, 0, 1, 2, 1, 3, 0, 2, 4, 1
Yukarıdaki veriler bir apartmanda yaşayan ailenin çocuk sayılarını göstermektedir. Buna göre, bu grubun modu (tepe değeri) kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

2. Aşağıdaki tabloda, altı öğrencinin Türkçe dersinden aldığı puanlar gösterilmiştir.

Öğrenci	Yakut	Ender	Melih	Tuba	Hatice	Sercan
Türkçe Puanı	72	80	65	72	80	50

Buna göre, puanlar dizisinin modu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 50 B) 65 C) 72 D) 75 E) 82

3. İbrahim'in oynadığı 10 maçta attığı gol sayısı aşağıda verilmiştir.
2, 3, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 0
Buna göre, bu veri grubunun tepe değeri kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

kareköt

4. 10, 15, 12, 18, 20, x
Yukarıdaki sayı dizisinin modu olmadığına göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?
A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

E C C E

köşetaşı

RİZE'NİN HAFTALIK HAVA SICAKLIĞI

Pazartesi	15°
Salı	16°
Çarşamba	13°
Perşembe	15°
Cuma	17°
Cumartesi	18°
Pazar	19°

Yandaki tabloda verilen hava sıcaklık değerlerinin medyanını (ortancasını) bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bir sayı dizisinin medyanını (ortancasını) bulabilmek için sayılar küçükten büyüğe doğru sıralanır.

- Dizinin terim sayısı tek ise medyan ortadaki sayıdır.
- Dizinin terim sayısı çift ise medyan ortadaki iki sayının aritmetik ortalamasıdır.

Şimdi köşetaşını çözelim: Tabloda verilen sıcaklıkları küçükten büyüğe sıralayalım.

13, 15, 15, 16, 17, 18, 19 dizisinde

↓
ortanca (medyan) 16 dır.

BİR SORU DAHA

23, 10, 12, 21, 33, 42 sayı dizisinin medyanını bulalım. Sayı dizisini küçükten büyüğe sıralayalım.

10, 12, 21, 23, 33, 42

↓
Medyan: $\frac{21+23}{2} = 22$ bulunur.

Terim sayısı çift olduğundan ortanca (medyan) değeri ortadaki iki sayının aritmetik ortalamasıdır.

1. 12, 10, 8, 6, 5, 10, 11

Yukarıda yedi öğrencinin bir günde kaç sayfa kitap okudukları veriliyor.

Buna göre, okunan sayfa sayılarının medyan (ortanca) değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 11

2.

Nabız Sayıları

75 81 64 92 90 74 85 100

Yukarıdaki tabloda bir ailedeki bireylerin bir dakikadaki nabız sayıları ile ilgili bilgi verilmiştir.

Buna göre, ailenin nabız sayılarının ortanca değeri kaçtır?

A) 86 B) 85 C) 84 D) 83 E) 81

3. Ardışık 5 farklı çift sayının medyanı 10 olduğuna göre, bu sayıların en büyüğü kaçtır?

A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

4.

Puan	1	2	3	4	5
Öğrenci sayısı	3	1	2	3	2

Yukarıdaki tabloda bir sınıftaki öğrencilerin Türkçe sınavından aldıkları puanların dağılımı gösterilmiştir.

Buna göre, sınıfın bu sınavdaki puanlarının ortanca (medyan) değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

köşetaşı

13, 14, 17, 12, 11, 16, 19
sayı dizisinin açıklığını bulunuz.

açıklamalı çözüm

- 1) Açıklık
- 2) Çeyrekler Açıklığı
- 3) Standart Sapma

değerleri **merkezi yayılım ölçüleridir.**

Bir sayı dizisinin en büyük değeri ile en küçük değeri arasındaki farka o dizinin **açıklığı (ranjı)** denir. Açıklık değeri verilerin ne kadar büyük bir aralıkta yayıldığını gösterir.

Şimdi köşetaşını çözelim:

13, 14, 17, 12, 11, 16, 19

sayı dizisinin en büyük değeri 19, en küçük değeri 11 dir.

O halde, verilen sayı dizisinin açıklığı

$19 - 11 = 8$ olur.

1. 8, 2, 7, 6, 1, 10, 11, 9, 2

Yukarıdaki sayı dizisinin açıklığı kaçtır?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

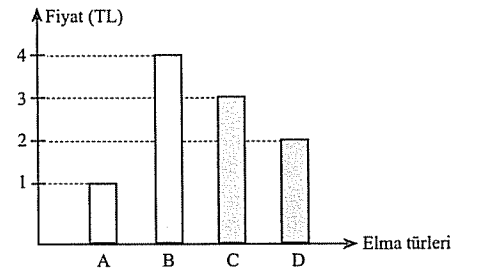
3.

24 16 x 15 19 40

Yukarıda verilen sayı dizisinin açıklığı 30 olduğuna göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 10 B) 20 C) 35 D) 45 E) 55

4.



Yukarıdaki grafikte, elma türlerinin kilogram fiyatları verilmiştir.

Elma fiyatlarının açıklığı kaçtır?

A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

köşetaşı

Aşağıdaki tabloda bir gruptaki 15 kişinin kiloları gösterilmiştir.

Kilo (kg)	42	56	45	74	80	72	64	42	85	48	50	52	65	40	88
-----------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Buna göre, bu veri grubunun çeyrekler açıklığını hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

Bir veri grubundaki sayılar küçükten büyüğe sıralandığında ilk sayıya (en küçük sayıya) **alt uç değer**, son sayıya (en büyük sayıya) **üst uç değer** denir.

Alt uç değer ile üst uç değer ortasındaki değere **ortanca** (medyan) denildiğini öğrenmiştik. Ortanca veriyi iki gruba ayırır. Ortancanın solundaki grup **alt grup**, sağındaki grup **üst gruptur**. Alt grubun ortancasına **alt çeyrek**, üst grubun ortancasına **üst çeyrek** denir. Üst çeyrek ile alt çeyrek arasındaki farka **çeyrekler açıklığı** denir. **Çeyrekler Açıklığı = Üst Çeyrek – Alt Çeyrek**

Çeyrekler açıklığı uçlarda yer alan değerlerden daha az etkilendiği için verilerin yayılması hakkında açıklıktan daha iyi bilgi verir.

Şimdi bu bilgilerle köşetaşını çözelim: Önce verilen veri grubunu küçükten büyüğe sıralayalım.

Alt Grup						Üst Grup								
40,	42,	42,	(45)	48,	50,	52,	(56),	64,	65,	72,	(74),	80,	85,	88
↓			↓				↓				↓			
Alt uç			Alt Çeyrek			Ortanca					Üst Çeyrek			Üst uç
değer														değer

Alt grubun (40, 42, 42, **45**, 48, 50, 52) ortasındaki **45**, **alt çeyrek**,

Üst grubun (64, 65, 72, **74**, 80, 85, 88) ortasındaki **74**, **üst çeyrek** tir.

Çeyrekler açıklığı = Üst çeyrek – Alt çeyrek
= 74 – 45 = 29 bulunur.

1. 2, 14, 9, 5, 12, 4, 2
sayı dizisinin çeyrekler açıklığı kaçtır?
A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

2. Harçlık (TL) 6 2 3 4 10 8 6

Yukarıdaki tabloda bir gruptaki öğrencilerin aldıkları harçlık miktarları gösterilmiştir.

Buna göre, bu grubun alt çeyrek ve üst çeyrek değerleri aşağıdakilerden hangisidir?

	Alt Çeyrek	Üst Çeyrek
A)	2	10
B)	3	8
C)	3	10
D)	4	8
E)	6	10

3. x pozitif tam sayı olmak üzere,
x, 2x, 7x, 5x, 2x, 3x, x
sayı dizisinin çeyrekler açıklığı 32 olduğuna göre, açıklığı kaçtır?
A) 64 B) 62 C) 60 D) 54 E) 48

Çikolata Fiyatı							
	A	B	C	D	E	F	G
market	market	market	market	market	market	market	market
Fiyat (TL)	0,80	1	1,50	0,80	1,30	2	1

Yukarıdaki tabloda yedi farklı marketteki çikolata fiyatları verilmiştir.

Bu veri grubu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) Aritmetik ortalaması 1,2 dir.
B) Modu 1 ve 0,80 dir.
C) Ortanca değeri 1 dir.
D) Alt çeyrek değeri 0,80 dir.
E) Çeyrekler açıklığı 1 dir.

köşetaşı

Ahmet öğretmen, öğrencilerinden bir dakikalık zaman dilimi içerisinde nabızlarını saymalarını istiyor. Ardından tahtada bir tablo yaparak cinsiyet değişkenine göre öğrencilerin nabız sayılarını bu tabloya aktarıyor. Elde edilen tablo kullanılarak erkek ve kızlar için en küçük değer, en büyük değer, alt çeyrek, üst çeyrek ve ortanca değerleri aşağıdaki tablodaki gibi elde ediliyor.

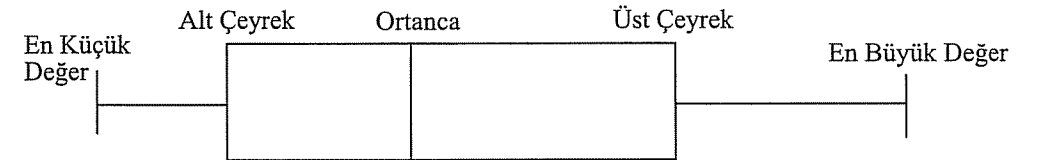
	En Küçük Değer	Alt Çeyrek	Ortanca	Üst Çeyrek	En Büyük Değer
Kız	55	70	80	95	110
Erkek	60	65	70	80	95

Bu verilere uygun kutu grafiğini çiziniz.

açıklamalı çözüm

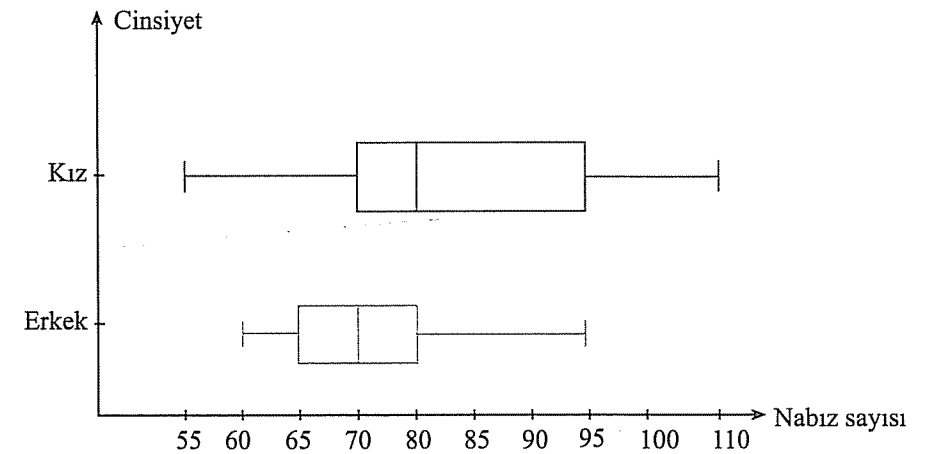
Kutu grafiği, bir veri setinden elde edilen en küçük değer, en büyük değer, alt çeyrek, üst çeyrek ve ortanca değerlerini içeren bir grafik türüdür.

Bu değerlere göre kutu grafiği aşağıdaki gibidir.

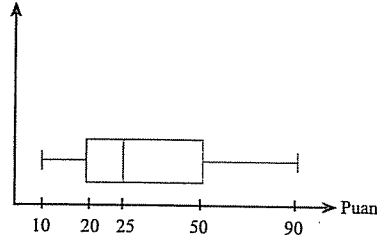


Kutu grafiği, verilerin ortanca etrafında yayılışlarını, verilerin çoğunlukla hangi değerler arasında yer aldığını, verilerin genişliğini, yığılımını öğrenmek için kullanılan en uygun grafik türüdür.

Şimdi bu bilgilerle verilen tabloya uygun kutu grafiğini çizelim:



1. 11 - A sınıfının matematik sınavından aldığı puanlarla ilgili bir veri grubu hazırlanıyor ve bu veriler kullanarak aşağıdaki kutu grafiği çiziliyor.



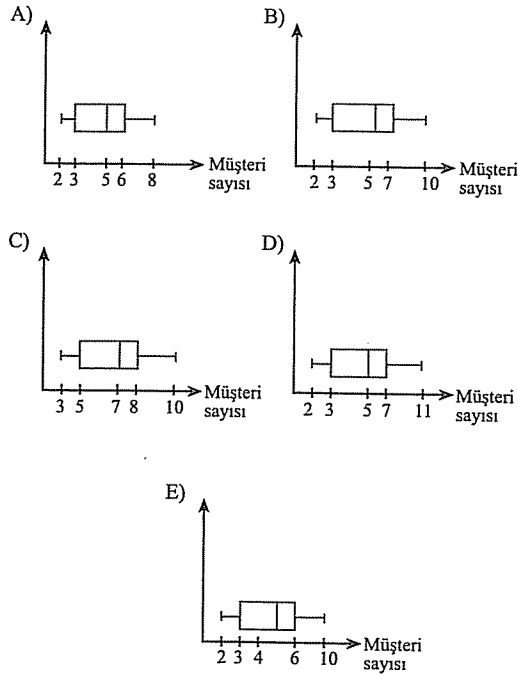
Bu veri grubu ile ilgili aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) En küçük değeri 10 dur.
B) Alt çeyrek değeri 20 dir.
C) Ortanca değeri 25 tir.
D) Üst çeyrek değeri 45 tir.
E) En büyük değeri 90 dir.

2. Aşağıdaki tabloda bir pastaneye birer saat aryla gelen müşteri sayıları verilmiştir.

2	3	3	5	5	6	8
---	---	---	---	---	---	---

Bu verilere uygun kutu grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



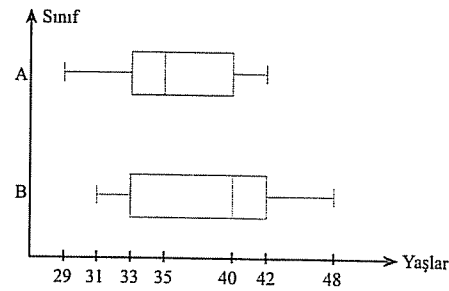
kareköt

3. Bir veri grubunun genişliğini ve yığılımını öğrenebilmek için kullanılabilecek en uygun grafik türü grafiğidir.

Yukarıdaki cümlede boş bırakılan yere aşağıdakilerden hangisi gelmelidir?

- A) Daire B) Çizgi E) Sütun
D) Serpilme E) Kutu

4. - 6. soruları aşağıdaki bilgiye göre cevaplandırınız.



Yukarıdaki şekilde, A ve B sınıflarındaki öğrencilerin annelerinin yaşlarından oluşan veri grubunun kutu grafikleri verilmiştir.

4. A sınıfından elde edilen veri grubunun medyanı kaçtır?

- A) 29 B) 35 C) 40 D) 42 E) 48

5. A sınıfından elde edilen veri grubunun açıklığı kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

6. B sınıfından elde edilen veri grubunun çeyrekler açıklığı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

D A E B A E

köşetaşı

4, 6, 3, 7, 8, 6, 8 veri grubunun standart sapmasını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Standart sapma istatistiksel analizde büyük önemi olan bir dağılma ölçüsüdür. Bir veri grubundaki değerler; veri grubunun ortalamasından çok uzak değerler ise standart sapma yüksek, grubun aritmetik ortalamasına yakın değerler ise standart sapma düşüktür.

Genel olarak **standart sapmanın küçük olması; ortalamadan sapmanın ve riskin az olduğunun, büyük olması ise ortalamadan sapmanın ve riskin çok olduğunun** göstergesidir.

Standart sapma hesaplanırken aşağıdaki sıra takip edilir.

1. Aritmetik ortalama hesaplanır.
2. Her bir veri ile aritmetik ortalama arasındaki fark bulunur.
3. Bulunan farkların her birinin karesi alınır ve elde edilen sayılar toplanır.
4. Bu toplam veri sayısının 1 eksiğine bölünür.
5. Bulunan sonucun karekökü alınır. Bu değer standart sapmadır.

Buna göre, köşetaşını çözelim.

Önce aritmetik ortalamayı bulalım. Aritmetik Ort. = $\frac{4+6+3+7+8+6+8}{7} = 6$ olur.

Buna göre, standart sapma (SS)

$$SS = \sqrt{\frac{(6-4)^2 + (6-6)^2 + (6-3)^2 + (6-7)^2 + (6-8)^2 + (6-6)^2 + (6-8)^2}{7-1}} = \sqrt{\frac{11}{3}} \text{ bulunur.}$$

1.

	Rüzgar	Poyraz	Meltem	Esen
Süre (sn)	19	21	15	17

Yukarıdaki tabloda 4 koşucunun bir yarışı bitirme süreleri verilmiştir.

Buna göre, bu değerlerin standart sapması kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ B) $\frac{2\sqrt{15}}{3}$ C) $\sqrt{6}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{3}$

2. Ardışık beş doğal sayının standart sapması kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

3. Aşağıdaki veri gruplarından hangisinin standart sapması 0 dır?

- A) 10, 11, 12 B) 3, 5, 4, 2, 5
C) 12, 12, 12, 12, 12 D) 1, 5, 3, 7, 9, 10
E) 4, 7, 10, 13, 16

4. Aslı'nın Türkçe dersinin sınavlarından aldığı notlar aşağıdaki gibidir.

75, 80, 65, 100, 90, 70, 80

Aslı'nın aldığı notların merkezi eğilim ve yayılım ölçüleri hesaplandığında hangisinin değeri **en küçük** olur?

- A) Aritmetik ortalama B) Tepe değeri (mod)
C) Ortanca (medyan) D) Çeyrekler açıklığı
E) Standart sapma

B B C E

köşetaşı

Yukarıdaki tabloda A ve B ilçelerinde dört ay boyunca meydana gelen kaza sayıları verilmiştir.

		Kaza Sayıları			
		Mart	Nisan	Mayıs	Haziran
İlçe	A	10	8	6	4
	B	5	9	10	4

Bu verilere göre, hangi ilçede kaza yapma riski daha fazladır?

açıklamalı çözüm

Önce A ve B ilçelerindeki kazaların ortalamasını bulalım.

A ilçesindeki kazaların ortalaması:

$$\frac{10+8+6+4}{4} = \frac{28}{4} = 7$$

B ilçesindeki kazaların ortalaması:

$$\frac{5+9+10+4}{4} = \frac{28}{4} = 7$$

A ve B ilçelerindeki kazaların ortalaması aynı olduğundan ortalamalara bakarak hangi ilçede kaza riskinin daha fazla olduğunu söyleyemeyiz.

Bundan dolayı iki ilçedeki kaza sayılarının standart sapmasını bulalım.

A ilçesindeki kazaların standart sapması:

$$SS_A = \sqrt{\frac{(7-10)^2 + (7-8)^2 + (7-6)^2 + (7-4)^2}{3}} = \sqrt{\frac{20}{3}}$$

B ilçesindeki kazaların standart sapması:

$$SS_B = \sqrt{\frac{(7-5)^2 + (7-9)^2 + (7-10)^2 + (7-4)^2}{3}} = \sqrt{\frac{26}{3}}$$

B ilçesindeki kazaların standart sapması A ilçesindeki kazaların standart sapmasından daha büyük olduğu için B ilçesindeki kaza riski daha fazladır.

1.

Makine	Standart Sapma
A	3,2
B	3
C	0,5
D	1,8
E	2

Yukarıdaki tabloda 5 farklı makineden çıkan bozuk ürün sayılarının standart sapması verilmiştir.

yukarıda verilen bilgiler kullanılarak hangi makineden çıkan bozuk ürün sayısının ortalamaya daha yakın olduğu söylenebilir?

A) A B) B C) C D) D E) E

2. Ampül üreticisi beş firmadan alınan beşer ürünün dayanma süreleri gün olarak aşağıdaki gibi tespit edilmiştir.

1. Firma: 60, 70, 40, 30, 50
2. Firma: 80, 60, 70, 10, 30
3. Firma: 60, 60, 60, 40, 30
4. Firma: 50, 50, 50, 70, 30
5. Firma: 40, 40, 50, 50, 70

Bu verilere göre, hangi firmanın ampüllerinin kullanım süreleri daha istikrarlıdır?

A) 1. Firma B) 2. Firma C) 3. Firma
D) 4. Firma E) 5. Firma

3. Beş hasta üzerinde üç gün boyunca kan şekeri ölçümü yapılmış ve bu değerler mg cinsinden aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

	1. gün	2. gün	3. gün
Selis	100	110	150
Belis	100	100	160
Ahmet	120	110	130
Mehmet	110	120	130
Kemal	90	100	170

Buna göre, hangi hastanın şeker hastası olma riski diğerlerine göre daha yüksektir?

A) Selis B) Belis C) Ahmet
D) Mehmet E) Kemal

4. Aşağıdaki tabloda beş farklı ilde bir metre kareye düşen yağmur miktarları verilmiştir.

İller	Yağmur Miktarı (kg)				
Aydın	50	40	60	55	45
İzmir	40	40	50	50	70
Muğla	50	50	60	40	50
Denizli	45	55	65	55	30
Manisa	40	50	40	60	60

Buna göre, hangi ilde yağan yağmur daha düzensizdir?

A) Aydın B) İzmir C) Muğla
D) Denizli E) Manisa

5. Bülent Bey, riskin az olduğu yatırım araçlarını bulmak için hangi merkezi eğilim ve yayılım ölçüsünü kullanmalıdır?

A) Aritmetik ortalama
B) Standart Sapma
C) Medyan
D) Mod
E) Aralık

6. Tablo: A, B, C, D ve E Fabrikalarında Son 4 Ayda Meydana Gelen İş Kazası Sayıları

Aylar	Haziran	Temmuz	Ağustos	Eylül
Fabrika				
A	8	10	12	15
B	10	10	12	14
C	6	8	10	8
D	7	7	7	11
E	8	8	9	7

Yukarıdaki tabloya göre, hangi fabrikada iş kazası olma riski en azdır?

A) A B) B C) C D) D E) E

köşetaşı

	Hasan'ın puanı	Sınıfın aritmetik ortalaması	Sınıfın standart sapması
Türkçe	84	75	6
Matematik	80	72	4
Yabancı Dil	70	82	12

Hasan'ın üç dersten aldığı puanlar ve sınıfının bu derslerden elde ettiği puanların aritmetik ortalaması ve standart sapması yandaki tablo ile verilmiştir.

Buna göre, Hasan'ın en başarılı ve en başarısız olduğu dersleri bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bir öğrencinin farklı derslerdeki sınav sonuçlarına bakarak hangi derste başarılı olduğunu belirlemek için **z puanı** hesaplanmaktadır. **z puanı** hesaplanmakla öğrencilerin ham puanları standart puanlara çevrilmiş olur. Böylece aynı birime çevrilmiş puanların birbiri ile karşılaştırılması yapılabilmektedir. Öğrencilerin **z puanı** hangi testte daha büyükse o derste başarıları diğer derslere göre daha yüksektir yorumu yapılmaktadır.

z Puanı: Yapılan ölçme ile elde edilen puan ortalamasının 0 ve standart sapmasının 1 kabul edildiği puanlara z puanı denir. z puanı kişinin puanının sınıf ortalamasından kaç standart sapma uzakta olduğunu gösterir ve

$$z = \frac{\text{Dönüştürülecek Ham Puan} - \text{Aritmetik Ortalama}}{\text{Standart Sapma}} = \frac{X - \bar{x}}{s}$$

formülü ile bulunur.

Buna göre, soruyu çözelim:

- Türkçe dersi için: Dönüştürülecek puan (X) = 84, aritmetik ortalama ($\bar{x}$) = 75 ve standart sapma (s) = 6 olduğundan

$$z_{\text{Türkçe}} = \frac{X - \bar{x}}{s} = \frac{84 - 75}{6} = \frac{9}{6} = 1,5 \text{ tur.}$$

- Matematik dersi için; Dönüştürülecek puan (X) = 80, aritmetik ortalama ($\bar{x}$) = 72 ve standart sapma (s) = 4 olduğundan

$$z_{\text{matematik}} = \frac{80 - 72}{4} = \frac{8}{4} = 2 \text{ dir.}$$

- Yabancı Dil dersi için; $X = 70$, $\bar{x} = 82$ ve $s = 12$ olduğundan

$$z_{\text{Yabancı Dil}} = \frac{70 - 82}{12} = -1 \text{ dir.}$$

z puanı en yüksek olan ders matematik olduğu için Hasan'ın en başarılı olduğu ders matematiktir. z puanı en düşük olan ders Yabancı Dil olduğu için Hasan'ın en başarısız olduğu ders Yabancı Dil dir.

Hasan'ın Türkçe'deki z puanı 1,5 olduğu için Hasan bu derste 1,5 standart sapma değeri kadar grup ortalamasının üstünde performans göstermiştir, Yabancı Dil'de ki z puanı -1 olduğu için bu derste 1 standart sapma değeri kadar grup ortalamasının altında performans göstermiştir yorumunu yapabiliriz.

4. - 6. soruları aşağıdaki bilgiye göre cevaplandırınız.

Bir öğrenci grubuna uygulanan sınavlardan elde edilen istatistiksel bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Dersler	Grubun aritmetik ortalaması	Grubun standart sapması
A	75	10
B	82	8
C	90	12
D	74	15
E	65	10

1. Gözde, ortalamının 65 ve standart sapmanın 5 olduğu kimya dersinden 80 almıştır.
Buna göre, Gözde'nin bu derste ki z standart puanı kaçtır?

A) 2,5 B) 3 C) 3,5 D) 4 E) 4,5

2. Sinem'in, not ortalamasının 72 ve standart sapmanın 10 olduğu matematik dersindeki z standart puanı 1,2 dir.
Buna göre, Sinem'in matematik dersinden aldığı not kaçtır?

A) 90 B) 88 C) 85 D) 84 E) 82

4. Bütün derslerden 92 alan Zekiye'nin en başarısız olduğu ders aşağıdakilerden hangisidir?

A) E B) D C) C D) B E) A

3. Tablo: Kerem'in beş farklı derste ki genel durumu

	Kerem'in Puanı	Sınıfın aritmetik ortalaması	Sınıfın standart sapması
Fizik	92	75	8
Kimya	82	82	10
Biyoloji	75	80	13
Geometri	75	65	10
Matematik	80	74	16

Buna göre, Kerem'in başarı düzeyinin en yüksek olduğu ders aşağıdakilerden hangisidir?

A) Fizik B) Kimya C) Biyoloji
D) Geometri E) Matematik

5. B dersinden 70 alan Zeki'nin bu derste ki z standart puanı kaçtır?

A) -2 B) -1,5 C) -1,2 D) -1 E) -0,8

6. A dersindeki z standart puanı 2 olan bir öğrencinin bu dersten aldığı puan kaçtır?

A) 88 B) 90 C) 92 D) 95 E) 96

köşetaşı

Aritmetik ortalaması 72 ve standart sapması 5 olan bir testten 65 puan alan Ahmet'in bu dersteki T standart puanı kaçtır?

açıklamalı çözüm

z puan dağılımının aritmetik ortalaması 50 ve standart sapması 10 olacak şekilde dönüştürülmesi ile elde edilen puanlara **T puanı** denir. z puanlarından T puanlarına geçiş

$$T = 10z + 50$$

formülü ile elde edilir.

z puanı negatif çıkması, 0 değerini alması gibi olumsuzluklardan dolayı T puanına dönüştürülmektedir. Bu puan türü kullanılarak yapılan işlemlerde negatif değerler elde edilemez. T puanı pozitif değerler aldığından anlaşılması kolaydır.

Şimdi köşetaşını çözelim.

Önce Ahmet'in bu dersteki z puanını bulalım.

Aritmetik ortalama ($\bar{x}$) = 72, dönüştürülecek puan (X) = 65 ve standart sapma (s) = 5 olduğundan

$$z = \frac{X - \bar{x}}{s} = \frac{65 - 72}{5} = \frac{-7}{5} = -1,4 \text{ olur.}$$

O halde, T standart puanı

$$T = 10z + 50 = 10 \cdot (-1,4) + 50 = 36 \text{ bulunur.}$$

Burada da görüldüğü gibi z puanı negatif değer almasına rağmen T puanı pozitif olmaktadır.

DİKKAT EDELİM

T puanı z puanına bağlı olarak hesaplandığı için bir öğrencinin bir dersteki z ve T puanlarına göre gruptaki başarı durumları eşittir.

1. Türkçe dersindeki z standart puanı 2,5 olan bir öğrencinin bu dersteki T standart puanı kaçtır?

A) 65 B) 70 C) 75 D) 80 E) 85

2. Matematik dersindeki T standart puanı 90 olan Zehra'nın bu dersteki z standart puanı kaçtır?

A) 0,4 B) 2 C) 3 D) 4 E) 4,2

3. Aritmetik ortalaması 45 ve standart sapması 8 olan bir testten Canan 69 almıştır.

Buna göre, Canan'ın bu dersteki T puanı kaçtır?

A) 70 B) 72 C) 74 D) 76 E) 80

4. - 6. soruları aşağıdaki bilgiye göre cevaplandırınız.

Bir okuldaki 11. sınıf öğrencilerin gelişimini izlemek amacıyla 80 er maddelik çoktan seçmeli üç test uygulanmıştır. Bu testler Mart ayından itibaren her ay okuldaki tüm öğrencilere uygulanmıştır.

Aşağıdaki tabloda, Hatice'nin bu testlerdeki doğru cevap sayıları ve T standart puanları verilmiştir.

	Mart	Nisan	Mayıs
Doğru Cevap sayısı	74	60	75
T puanı	55	65	40

4. Nisan ayındaki testin standart sapması 10 olduğuna göre, 11. sınıf öğrencilerinin bu testteki doğru cevap sayılarının ortalaması kaçtır?

A) 42 B) 45 C) 48 D) 50 E) 52

5. Mayıs ayında uygulanan testte 11. sınıf öğrencilerinin doğru cevap sayılarının ortalaması 80 olduğuna göre, bu testin standart sapması kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. Mart ayında uygulanan testin standart sapması 10 olduğuna göre, bu testten 65 soruyu doğru cevaplayan Nuray'ın T standart puanı kaçtır?

A) 46 B) 47 C) 48 D) 49 E) 50

köşetaşı

	Test 1	Test 2
Aritmetik ortalama	50	80
Standart sapma	5	10
Sude'in puanı	60	70

Bir sınıfa iki ayrı test uygulanmıştır. Bu iki uygulamadan elde edilen puan ortalamaları, standart sapmalar ve Sude'nin puanı yandaki tabloda verilmiştir.

Test 1 ve Test 2 de Sude'nin sınıfın % kaçından başarılı olduğunu bulunuz.

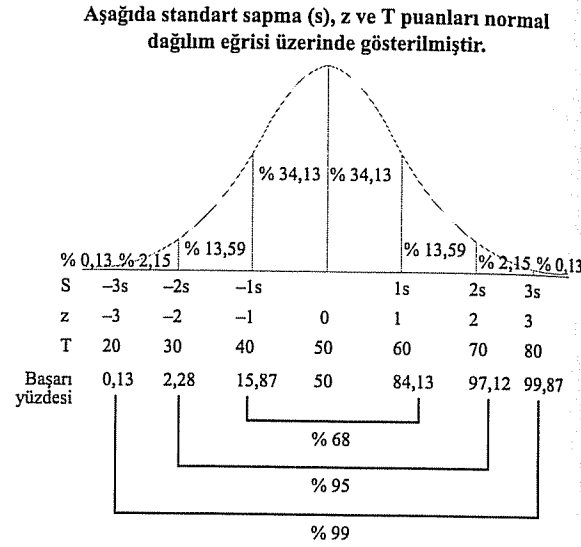
açıklamalı çözüm

Başarı yüzdelerini belirlerken normal dağılım eğrisi (ya da çan eğrisi) adı verilen eğri- den yararlanılır.

Önce Sude'nin Test 1 ve Test 2 deki z puan- larını bulalım.

$$z_{\text{Test 1}} = \frac{60 - 50}{5} = 2 \text{ dir.}$$

$$z_{\text{Test 2}} = \frac{70 - 80}{10} = -1 \text{ dir.}$$



"-1, +1 standart sapma bölgesinde yer alan notlar, sınava giren öğrencilerin % 68'in notlarını göstermektedir."

- Sude'nin Test 1 deki z puanı 2 olduğu için Sude 2 standart sapma değeri kadar grup ortalamasının üstünde performans göstermiştir. Sude'nin sınıftaki diğer öğrencilerin yüzde kaçın- dan daha başarılı olduğunu bulmak için dağılım eğrisi üzerinde z si 2 olan nokta belirlenir.

Sude, bulunduğu z değerinin solunda kalan alanlar toplamından

$$(0,13 + 2,15 + 13,59 + 34,13 + 34,13 + 13,59 = 97,72)$$

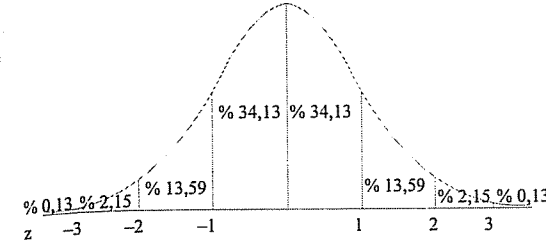
başarılı, sağında kalanlar toplamından $(2,15 + 0,13 = 2,28)$ başarısızdır.

Buna göre Sude, Test 1 de yaklaşık olarak sınıfın % 97,72 sinden daha başarılıdır.

- Sude'nin Test 2 de deki z puanı -1 olduğu için Sude -1 standart sapma değeri kadar grup ortalamasının altında performans göstermiştir. Sude'nin Test 2 de sınıftaki diğer öğrenci- lerin yüzde kaçından daha başarılı olduğunu bulabilmek için eğri üzerinde z si -1 olan nok- tanın solunda kalan alanları toplayalım.

$$0,13 + 2,15 + 13,59 = 15,87$$

olduğundan sınıfın % 15,87 sinden başarılıdır.



Yukarıda verilen normal dağılım eğrisinden yararlanıla- rak aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

- Şevval'in matematik testindeki z puanı 1 olduğuna göre, Şevval yaklaşık olarak sınıfın % kaçından daha başarılıdır?

A) 2 B) 15 C) 50 D) 84 E) 97

- Saliha'nın fizik derisindeki z puanı -2 dir.

Buna göre, Saliha yaklaşık olarak sınıfın yüzde kaçından daha başarısızdır?

A) 2 B) 15 C) 50 D) 84 E) 97

- Bir dersteki T puanı 50 olan bir öğrenci sınıfın yüzde kaçından daha başarısızdır?

A) 97 B) 84 C) 50 D) 15 E) 2

- Ezgi, sınıf ortalamasının 45, standart sapmanın 5 olduğu tarih sınavından 50 almıştır.

Buna göre, Ezgi bu derste yaklaşık olarak sınıfın yüzde kaçından daha başarısızdır?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 30

- Sınava giren bir grup öğrencinin matematik sınavından aldığı puanların aritmetik ortalaması 50, standart sapma- sı 5 tir.

Buna göre, sınava giren öğrencilerin % 68'inin puan- ları hangi değerler arasındadır?

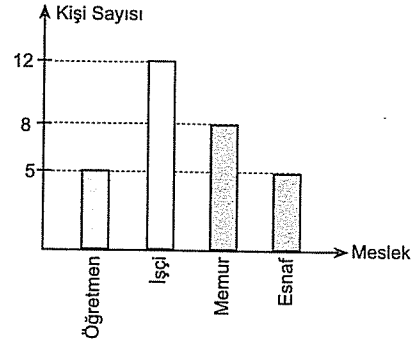
A) 5 ile 95 B) 10 ile 50 C) 30 ile 70
D) 45 ile 55 E) 50 ile 65

- Bir fabrikada her işçi bir günde ortalama 60 ürün ürete- biliyor ve standart sapma da 10 olarak belirleniyor.

Buna göre, bu fabrikada bir günde 70 ürün üretebilen bir işçinin performansı için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Performansı işçilerin % 84 ünden yüksektir.
B) Performansı işçilerin % 50 sinden yüksektir.
C) Performansı işçilerin % 15 inden yüksektir.
D) Performansı işçilerin % 2 sinden azdır.
E) Performansı işçilerin % 99 undan azdır.

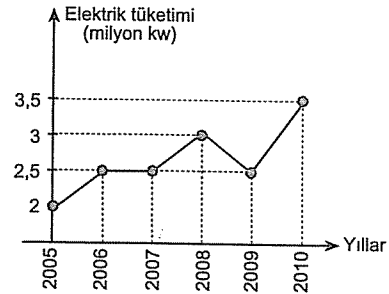
1. Aşağıdaki grafikte bir otobüsteki yolcuların mesleklerine göre dağılımı gösterilmiştir.



Buna göre, otobüsteki yolcuların yüzde kaç işçidir?

- A) 15 B) 20 C) 24 D) 30 E) 40

2.



Yukarıdaki grafikte, bir ilin 2005 - 2010 yılları arasındaki elektrik tüketimi verilmiştir.

Buna göre, bu ilde 6 yılda toplam kaç milyon kw elektrik tüketilmiştir?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

3. Bir memur maaşının % 40'ını kiraya, % 30'unu gıdaya, %15'ini eğitime, %15'ini de diğer masraflar için harcıyor.

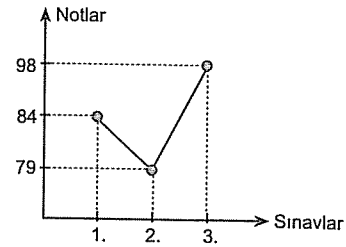
Memurun maaşının dağılımı daire grafiğinde gösterilirse gıdaya ait daire diliminin merkez açısı kaç derece olur?

- A) 118 B) 115 C) 112 D) 110 E) 108

4. Bir sınıftaki öğrencilerin matematik puanları ile fizik puanları arasındaki ilişkiyi göstermek için kullanılan en uygun grafik türü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Daire grafiği B) Sütun grafiği
C) Çizgi grafiği D) Kutu grafiği
E) Serpilme grafiği

5.



Yukarıdaki grafikte, Doğa'nın matematik dersinden aldığı notlar gösterilmiştir.

Buna göre, Doğa'nın matematik dersinden aldığı notların ortalaması kaçtır?

- A) 85 B) 86 C) 87 D) 88 E) 89

6. Aşağıdaki tabloda bir benzin istasyonunda 10 gün içinde satılan benzin miktarlarının yaklaşık değerleri gösterilmiştir.

	1. Gün	2. Gün	3. Gün	4. Gün	5. Gün	6. Gün	7. Gün	8. Gün	9. Gün	10. Gün
Benzin Miktarı	5	7	4	3	5	4	2	3	4	10

Buna göre, bu veri grubunun tepe değeri (modu) kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 10

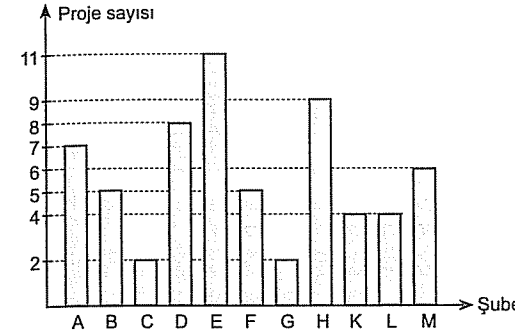
7. 14, 18, 9, 19, 17, 15, 13

sayı dizisinin ortanca değeri kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 13 D) 15 E) 17

8. ve 9. soruları aşağıdaki bilgiye göre cevaplandırınız.

Bir okuldaki bilim şenliğinde 11 şubenin yaptığı proje sayıları aşağıdaki grafikte verilmiştir.



8. Proje sayıları dağılımının açıklığı kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

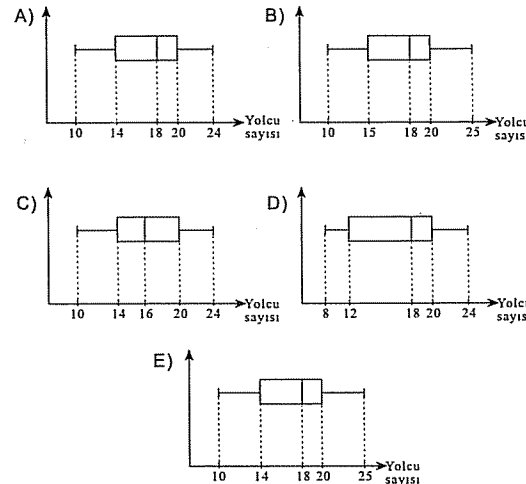
9. Proje sayıları dağılımının çeyrekler açıklığı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

10. Aşağıdaki tabloda bir dolmuşun bir günde yaptığı seferlerdeki yolcu sayıları ile ilgili istatistiksel bilgiler verilmiştir.

En küçük değer	Alt çeyrek	Ortanca	Üst çeyrek	En büyük değer
10	14	18	20	24

Bu verilere uygun kutu grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



11. Aşağıda, bir öğrencinin günlük ortalama ders çalışma saatleri verilmiştir.

Günler	Pzt.	Salı	Çarş.	Perş.	Cuma	C.tesi	Pazar
Çalışma Süresi (sa)	4	3	4	2	4	6	5

Buna göre, bu öğrencinin çalışma süresinin standart sapması kaçtır?

- A) $\sqrt{10}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{7}$ D) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{16}}{3}$

12. Aşağıdaki tabloda beş farklı firmaya ait hisse senetlerinin dört haftalık satış fiyatları verilmiştir.

	1. Hafta	2. Hafta	3. Hafta	4. Hafta
YILDIZ	10	10	10	10
DÜNYA	8	10	10	12
GÜNEŞ	12	7	10	11
UZAY	6	12	12	10
AY	7	7	12	14

Buna göre, hangi firmadan hisse senedi almak daha risklidir?

- A) YILDIZ B) DÜNYA C) GÜNEŞ
D) UZAY E) AY

13. Sınıf ortalamasının 72 ve standart sapmanın 8 olduğu bir sınavdan 92 alan bir öğrencinin z standart puanı kaçtır?

- A) 2,5 B) 2,4 C) 2,3 D) 2,2 E) 1,8

14. İngilizce dersindeki z standart puanı -1,2 olan bir öğrencinin bu derste T standart puanı kaçtır?

- A) 48 B) 45 C) 42 D) 40 E) 38

15. Bir derste z puanı 0 olan bir öğrenci sınıftaki öğrencilerin % kaçından daha başarısızdır?

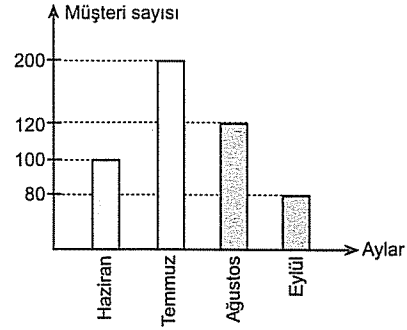
- A) 15 B) 30 C) 50 D) 60 E) 70

1. En çok hangi renk otomobil satıldığını araştıran biri, en çok siyah otomobillerin satıldığı sonucuna ulaşmıştır.

Bu sonucu elde etmek için hangi ölçü kullanılmıştır?

- A) Tepe değer B) Ortanca
C) Aritmetik Ortalama D) Açıklık
E) Standart sapma

2.



Yukarıdaki grafikte, bir otele dört ayda gelen müşteri sayısı verilmiştir.

Buna göre, otelin bu dört aya göre aylık ortalama müşteri sayısı kaçtır?

- A) 80 B) 90 C) 100 D) 125 E) 130

3. Bir çiftlikte 200 manda, 400 inek ve 600 koyun vardır.

Bu hayvanların tümü bir daire grafiği ile gösterilirse, koyunlarla ilgili dilimin merkez açısı kaç derece olur?

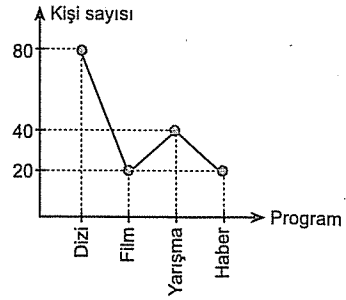
- A) 120 B) 130 C) 150 D) 160 E) 180

4. 13 kişilik bir sınıftaki herkes matematik dersinde birbirinden farklı puanlar almıştır.

Buna göre, puanlar dizisi için hangi merkezi eğilim ve yayılım ölçüsü hesaplanamaz?

- A) Mod B) Medyan
C) Açıklık D) Standart sapma
E) Aritmetik Ortalama

5.



Yukarıdaki grafikte, bir grupta bulunanların hangi TV programını izledikleri verilmiştir.

Bu veriler dairesel grafikte gösterilseydi yarışma izleyenlere ait dilimin merkez açısı kaç derece olurdu?

- A) 80 B) 90 C) 100 D) 110 E) 120

6. Tablo: Basketbolcuların Maçlarda Attıkları Ortalama Basket Sayıları ve Açıklığı

Basketbolcunun Adı	Basket sayılarının ortalaması	Basket sayılarının açıklığı
Ahmet	18	2
Mehmet	15	3
Ali	15	12
Utku	20	8
Tutku	20	2

2010 yılında aynı sayıda maçta oynayan beş basketbolcunun attıkları basket sayılarının ortalamaları ve açıklık değerleri tabloda verilmiştir.

Hem daha fazla sayı atıp hem de attığı basket sayısı en az değişen oyuncu hangisidir?

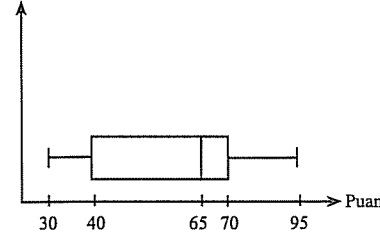
- A) Ahmet B) Mehmet C) Ali
D) Utku E) Tutku

7. Ali'nin standart sapmanın 3 olduğu bir sınavdaki puanı 72 ve z puanı 1 dir.

Aynı sınavdan 81 olan Bülent'in bu dersteki z puanı kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1,5 E) 1,2

8. Bir sınıfın matematik sınavından aldığı puanlarla bir veri grubu oluşturuluyor ve bu veriler kullanılarak aşağıdaki kutu grafiği çiziliyor.



Bu veri grubu ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) En küçük değeri 30 dur.
B) Alt çeyrek değeri 40 tır.
C) Ortanca değeri 55 tir.
D) Üst çeyrek değeri 70 tir.
E) En büyük değeri 95 tir.

9. Bir veri grubunun özellikleri değerlendirilken

- I. Aritmetik Ortalama
II. Standart sapma
III. Ortanca

değerlerinden hangileri kesinlikle negatif değer almaz?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

10. Bir ilçedeki okulların SBS başarısını ölçmek için hangi merkezi eğilim ve yayılım ölçüsünü kullanmak daha uygundur?

- A) Mod B) Medyan
C) Standart sapma D) Aralık
E) Aritmetik Ortalama

11. Bir ilaç firması ürettiği ilaçların hastalar üzerindeki etkilerini araştırmaktadır. Bir hastanede bir hastalığın tedavisi için eşit sayıda hasta olan beş farklı gruba bu ilaç firmasına ait beş farklı ilaç kullanılmıştır. Tedaviye olumlu yanıt veren hasta sayıları aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo: Tedaviye Olumlu Yanıt Veren Hasta Sayısı

A ilacı	2	5	8	10	5
B ilacı	5	5	6	4	10
C ilacı	8	8	8	2	4
D ilacı	7	6	5	7	5
E ilacı	4	6	6	5	9

Buna göre, bu hastalığın tedavisinde hangi ilacı kullanımında risk daha belirsizdir?

- A) A B) B C) C D) D E) E

12. Matematik dersindeki puanı sınıf ortalamasına eşit olan Kübra'nın bu dersteki T puanı kaçtır?

- A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

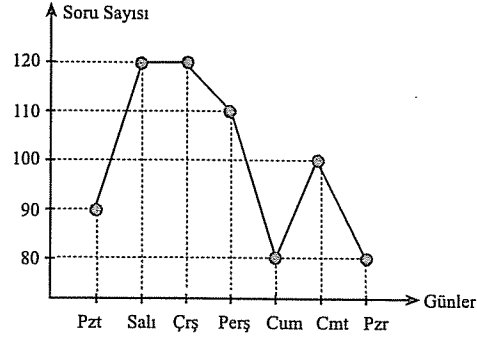
13. Bir okuldaki öğrencilerin gelişimini incelemek amacıyla, bir hafta arayla, 60 ar maddelik paralel üç test uygulanmıştır. Bu üç uygulamadan elde edilen doğru cevap ortalamaları, standart sapmalar ve Ayşe adlı öğrencinin doğru cevap sayısı aşağıdaki tabloda verilmiştir.

	Testin Ortalaması	Testin standart sapması	Ayşe'nin doğru cevap sayısı
Birinci Uygulama	50	10	55
İkinci Uygulama	56	8	60
Üçüncü Uygulama	45	11	56

Ayşe ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) Birinci uygulamadaki z puanı 0,5 tir.
B) İkinci uygulamadaki T puanı 55 tir.
C) Üçüncü uygulamadaki z puanı 1 dir.
D) En yüksek T puanı üçüncü uygulamada almıştır.
E) En başarılı olduğu test birinci uygulamadır.

1. Aşağıdaki grafik, Kerem'in bir haftada günlere göre çözdüğü soru sayısını göstermektedir.



Buna göre, Kerem günde ortalama kaç soru çözmüştür?

- A) 90 B) 95 C) 98 D) 100 E) 102

2. 2, 4, 5, 7, 6, 4, k, 5, 6, 2, 7 sayılarının oluşturduğu sayı dizisinin modu 5 olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Yıllar	2007	2008	2009	2010	2011
Yangın sayısı	32	24	12	30	8

Yukarıdaki tabloda bir ilde 2007 - 2011 yılları arasında çıkan orman yangınlarının sayıları verilmiştir.

Bu tabloya göre, yangın sayıları ile ilgili olarak;

- I. Modu yoktur.
II. Açıklığı 24 tür.
III. Ortanca değeri 12 dir.

önergelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

4. Aşağıdaki tabloda Hacer'in bir hafta boyunca ders çalışma süresi verilmiştir.

Günler	Pzt	Salı	Çarş	Perş	Cum	Cmt	Pazar
Süre (dk)	65	75	30	40	45	85	40

Buna göre,

- I. Hacer günde ortalama 50 dakika çalışmaktadır.
II. Çalışma sürelerinin tepe değeri 40 tır.
III. Çalışma sürelerinin ortanca değeri 40 tır.
IV. Çalışma sürelerinin çeyrekler açıklığı 35 tır.

önergelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve III C) II ve IV
D) I, II ve III E) I, II ve IV

5. Aşağıda verilen tabloda bir haftanın sıcaklık ölçümlerinin ortancası (medyanı) 26° dir.

Tablo: Bir Haftalık Sıcaklık Ölçümleri

Günler	Sıcaklık (°C)
Pazartesi	25
Salı	22
Çarşamba	27
Perşembe	?
Cuma	27
Cumartesi	26
Pazar	21

Buna göre, perşembe gününün sıcak ölçümü kaç °C olabilir?

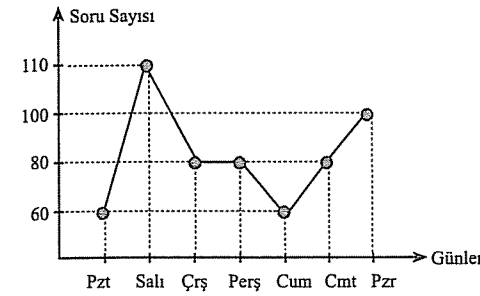
- A) 28 B) 25 C) 24 D) 23 E) 22

6. Dokuz tam sayıdan oluşan bir veri grubunun aritmetik ortalaması 28 dir. Bu veri grubunun yedi terimi 17, 9, 7, 42, 21, 30 ve 45 tir.

Grubun medyanı 30 olduğuna göre, diğer iki terimi arasındaki fark en çok kaç olabilir?

- A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 30

- 7.



Yukarıdaki grafik, bir öğrencinin günlere göre çözdüğü soru sayılarını göstermektedir.

Buna göre, soru sayısının modu kaçtır?

- A) 115 B) 110 C) 100 D) 80 E) 60

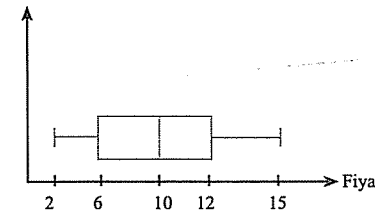
8. z puanlarına göre, öğrencilerin sınıftaki başarı yüzdeleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

z puanı	-3	-2	-1	0	1	2	3
Başarı yüzdesi	0,13	2,28	15,87	50	84,13	97,12	99,87

Sınıf ortalamasının 75 ve standart sapmanın 10 olduğu bir sınavda, sınıftaki öğrencilerin % 15,87' sinde başarısız olan bir öğrencinin sınavdan aldığı puan kaçtır?

- A) 75 B) 80 C) 82 D) 85 E) 90

9. Kareköt Kirtasyede satılan farklı markalara ait kalem fiyatlarının oluşturduğu veri grubuna ait kutu grafiği aşağıdaki gibidir.



Bu veri grubunun açıklığı x, çeyrekler açıklığı y olduğuna göre, x - y farkı kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

10. Aralarında Kemal'in de bulunduğu bir sınıfa uygulanan üç farklı sınavın sonuçları değerlendirilerek aşağıdaki tablo elde ediliyor.

	Sınıfın Ortalaması	Sınıfın Standart Sapması	Kemal'in Puanı	Kemal'in z Puanı
I. Sınav	60	10	80	a
II. Sınav	50	5	b	-2
III. Sınav	65	c	70	1

Tablo doğru olarak doldurulduğunda a, b, c yerine sırasıyla aşağıdaki sayılardan hangisi gelmelidir?

- A) 2, 5, 40 B) 2, 50, 5 C) 2, 40, 5
D) 5, 40, 2 E) 5, 40, 5

11. 10 soruluk bir sınava ait öğrenci yanıtları aşağıdaki tabloda verilmiştir. Her soruda doğru cevaba 1, yanlış cevaba 0 puan verilmiştir. Yanıtlanmayan soru bulunmamaktadır.

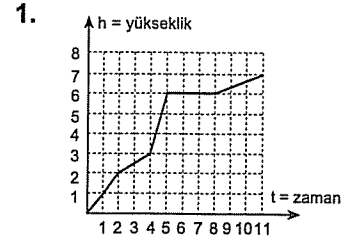
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
B	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0
C	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
E	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
G	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0

Öğrencilerin bu sınavdan aldıkları puanların,

- I. Çeyrekler açıklığı 4 tür.
II. Ortanca değeri 7 dir.
III. Modu 4 tür.

önergelerinden hangileri doğrudur?

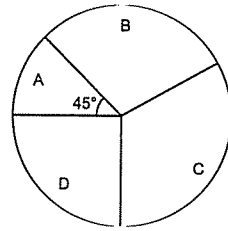
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III



Suyun en çok geldiği zaman aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $0 \leq t \leq 2$ B) $2 \leq t \leq 4$ C) $4 \leq t \leq 5$
D) $5 \leq t \leq 8$ E) $8 \leq t \leq 11$
(ÖSS 1985)

3. Aşağıdaki daire grafiğinde, A, B, C ve D olmak üzere dört fakültesi bulunan bir üniversitedeki öğretim elemanlarının fakültele göre dağılımı gösterilmiştir.

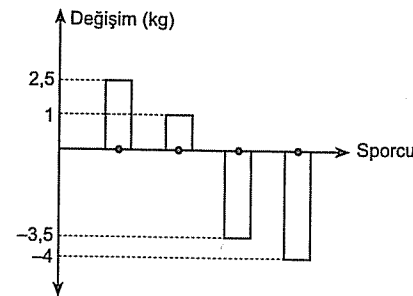


B fakültesindeki öğretim elemanı sayısı A dakinden 90, C fakültesindeki de B dekinden 45 fazladır. D fakültesindeki öğretim elemanı sayısıysa A dakinin iki katıdır.

Buna göre A fakültesindeki öğretim elemanı sayısı kaçtır?

- A) 55 B) 60 C) 65 D) 70 E) 75
(ÖSS 2005)

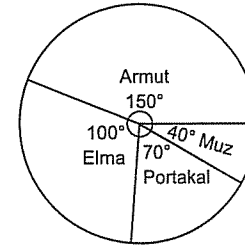
4. Bir güreş müsabakasına katılan dört sporcunun ağırlıkları bir hafta aralıkla ölçülmüştür. Sporcuların ikinci ölçümdeki ağırlıklarının birinci ölçüme göre değişimi aşağıdaki grafikte verilmiştir.



Sporcuların ağırlıklarının ortalaması ilk ölçümde 56 kilogram olduğuna göre, ikinci ölçümde kaç kilogramdır?

- A) 53 B) 54 C) 55 D) 57 E) 58
(YGS 2010)

5. Bir çiftçinin bahçesindeki meyve ağaçlarının dağılımı aşağıdaki dairesel grafikte gösterilmiştir.



Bahçedeki armut ağaçlarının sayısı portakal ağaçlarının sayısından 24 fazla olduğuna göre, muz ağaçlarının sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12
(YGS 2010)

6. Aşağıdaki tabloda 5 dersin sınavlarının puan dağılımlarına ilişkin aritmetik ortalama ile standart sapmalar ve Ali'nin bu sınavlardan elde ettiği puanlar verilmiştir.

Ders	Aritmetik Ortalama	Standart sapma	Ali'nin Puanı
Matematik	50	5	65
Türkçe	50	8	65
Fizik	50	10	65
Kimya	50	15	65
Biyoloji	50	20	65

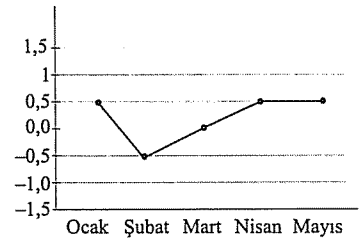
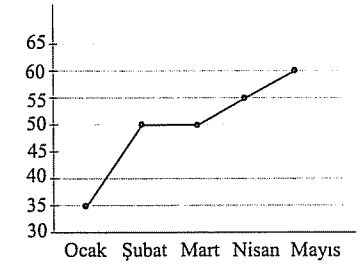
Ali'nin sınıfına göre en başarılı ve en başarısız olduğu dersler hangileridir?

	En başarılı	En başarısız
A)	Matematik	Türkçe
B)	Matematik	Biyoloji
C)	Fizik	Kimya
D)	Fizik	Biyoloji
E)	Kimya	Biyoloji

(KPSS 2007 / Eğitim Bilimleri)

7. İlköğretim 6. sınıf öğrencilerine okuma becerilerinin zaman içindeki gelişimini incelemek amacıyla, 80'er maddelik çoktan seçmeli 5 test geliştirilmiştir. Bu testler Ocak ayından itibaren her ay okuldaki tüm 6. sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Puanlamada doğru cevaplanmış maddelere bir, yanlış cevaplanmış ve cevaplanmamış maddelere ise sıfır puan verilmiştir.

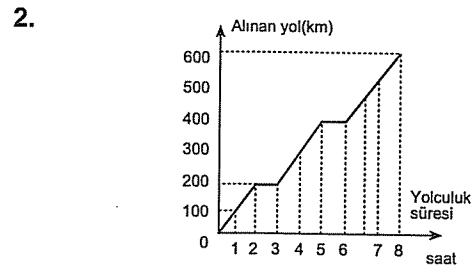
Aşağıda Burcu'nun bu testlerdeki doğru cevap sayılarına ve z standart puanlarına ait grafikler verilmiştir.



Nisan ayında uygulanan testin standart sapması 6 olduğuna göre, bu testten 64 soruyu doğru cevaplayan bir öğrencinin T standart puanı kaç olur?

- A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

(KPSS 2011 / Eğitim Bilimleri)



Buna göre, birinci molanın başlangıcı ile ikinci molanın bitimi arasındaki süre kaç saattir?

- A) 3 B) 3,5 C) 4 D) 4,5 E) 5
(ÖSS 1986)

BÖLÜM 46

Toplam Sembolü

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Toplam sembolünü tanımlar.
2. Açık verilen toplamaları toplam sembolü ile ifade eder.
3. Toplam sembolü ile verilen işlemleri yapar.
4. İç içe verilen toplam sembollerinin hesabını yapar.
5. İç içe verilen parametreleri birbirine bağlı toplam sembollerinin hesabını yapar.
6. $\sum_{k=1}^n c = n \cdot c$ eşitliğini kavrar.
7. $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ eşitliğini kavrar.
8. $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ eşitliğini kavrar.
9. $\sum_{k=1}^n k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$ eşitliğini kavrar.
10. $\sum_{k=0}^{n-1} r^k = \frac{1-r^n}{1-r}$ eşitliğini kavrar.
11. $\sum_{k=1}^n (a_k \mp b_k) = \sum_{k=1}^n a_k \mp \sum_{k=1}^n b_k$ ve $\sum_{k=1}^n c \cdot a_k = c \sum_{k=1}^n a_k$ özelliklerini kavrar.
12. Köşetaşı 11 deki özelliği uygular.
13. a_k nın açılımının yapılmasının hesap için gerektiğini kavrar.
14. $\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^{p-1} a_k + \sum_{k=p}^n a_k$ özelliğini kavrar.
15. $\sum_{k=p}^n a_k = \sum_{k=p-m}^{n-m} a_{k+m}$ özelliğini kavrar.
16. Açık verilen toplamaları toplam sembolü ile ifade eder ve hesaplar.
17. Toplam sembolü içeren denklemleri çözer.
18. Toplam sembolündeki değişken parametrenin, notasyon parametresi de olabileceğini fark eder.
19. Sadeleştirme yapmayı kavrar.
20. Basit kesirlere ayırarak sadeleşme yapar.
21. Özdeşlikler yardımıyla bilinmeyenleri bulur.
22. İlk n. terimin toplamından ilk n - 1 toplamı çıkınca n.terim elde edildiğini fark eder.
23. İç içe birden çok sembol içeren denklemleri çözer.
24. Sembolle ifade edilen bir değer için başka bir değeri ayırıştırıp bulur.
25. Faktöriyelli ifadelerin toplamına ait özellik ve tekniği kavrar.
26. Faktöriyelli ifadelerin toplamında sadeleştirme yapar.

46.1

toplam sembolü

köşetaşı

Aşağıdaki toplamaları açık olarak yazınız.

- 1) $\sum_{k=1}^5 k$
- 2) $\sum_{i=3}^6 \sqrt{i}$
- 3) $\sum_{m=0}^4 (2m-5)$
- 4) $\sum_{r=-2}^2 r^3$
- 5) $\sum_{j=3}^3 j$
- 6) $\sum_{m=1}^3 2^k$

açıklamalı çözüm

Toplam sembolü $\sum$ (sigma) ile gösterilir. $k = 1$ alt sınır, $k = n$ üst sınırdır.

$\sum_{k=1}^n a_k$ ifadesinde, a_k fonksiyonunda k yerine 1 den n ye kadar olan tamsayılar yazılarak elde edilen değerler toplanır. O halde,

- 1) $\sum_{k=1}^5 k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$
- 2) $\sum_{i=3}^6 \sqrt{i} = \sqrt{3} + \sqrt{4} + \sqrt{5} + \sqrt{6}$
- 3) $\sum_{m=0}^4 (2m-5) = (2 \cdot 0 - 5) + (2 \cdot 1 - 5) + (2 \cdot 2 - 5) + (2 \cdot 3 - 5) + (2 \cdot 4 - 5)$
- 4) $\sum_{r=-2}^2 r^3 = (-2)^3 + (-1)^3 + 0^3 + 1^3 + 2^3$
- 5) $\sum_{j=3}^3 j = 3$
- 6) $\sum_{m=1}^3 2^k = 2^k + 2^k + 2^k = 3 \cdot 2^k$ (Verilen toplamda $m = 1, 2, 3$ değerlerini alacak. Öyleyse 2^k yı sabit bir sayı gibi düşünüp m nin her değeri için bir tane 2^k alıp toplayacağız.)

I. Bölümde toplam sembolü ile verilen ifadelerin açık halini II. Bölümde gösteriniz.

I. Bölüm

II. Bölüm

$$1) \sum_{i=0}^4 5^i$$

$$2) \sum_{k=2}^5 7$$

$$3) \sum_{l=1}^3 \frac{1}{l!}$$

$$4) \sum_{m=1}^6 2m$$

$$5) \sum_{k=-1}^2 (2k^2 - 5)$$

$$6) \sum_{k=3}^5 \frac{k^3}{(k+1)(k+3)}$$

$$7) \sum_{x=-3}^1 \log(x+5)$$

$$A) \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!}$$

$$B) (2 \cdot 1) + (2 \cdot 2) + (2 \cdot 3) + (2 \cdot 4) + (2 \cdot 5) + (2 \cdot 6)$$

$$C) 7 + 7 + 7 + 7$$

$$D) \frac{3^3}{(3+1)(3+3)} + \frac{4^3}{(4+1)(4+3)} + \frac{5^3}{(5+1)(5+3)}$$

$$E) 5^0 + 5^1 + 5^2 + 5^3 + 5^4$$

$$F) (2 \cdot (-1)^2 - 5) + (2 \cdot (0)^2 - 5) + (2 \cdot (1)^2 - 5) + (2 \cdot (2)^2 - 5)$$

$$G) \log(6!)$$

köşetaşı

Aşağıdaki ifadeleri toplam sembolü ile yazınız.

- 1) $2.4 + 4.6 + 6.8 + \dots + 100.102$ 2) $10 + 17 + 26 + 37 + \dots + 901$
 3) $\frac{1}{12.13} + \frac{1}{13.14} + \dots + \frac{1}{99.100}$ 4) $1.3 + 2.5 + 3.7 + \dots + 50.101$

açıklamalı çözüm

- 1) $2.4 + 4.6 + 6.8 + \dots + 100.102$ toplamındaki terimler ardışık iki çift sayının çarpımıdır. Ardışık çift sayıları $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $2n, 2n+2$ biçiminde gösteririz. O halde,

$$2.4 + 4.6 + 6.8 + \dots + 100.102 = \sum_{n=1}^{50} 2n(2n+2) \text{ olur.}$$

$$2) \begin{array}{ccccccc} 10 & 17 & 26 & 37 & \dots & 901 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \downarrow \\ 3^2+1 & 4^2+1 & 5^2+1 & & & 30^2+1 \end{array} = \sum_{m=3}^{30} (m^2 + 1)$$

- 3) Verilen toplamda paydadaki terimler ardışık iki tamsayının çarpımıdır. O halde,

$$\frac{1}{12.13} + \frac{1}{13.14} + \dots + \frac{1}{99.100} = \sum_{k=12}^{99} \frac{1}{k(k+1)} \text{ olur.}$$

- 4) Her terimdeki birinci çarpan 1 den başlayan sayma sayılarıdır. İkinci çarpan ise solundaki çarpanın 2 katının 1 fazlası olmaktadır. O halde,

$$1.3 + 2.5 + 3.7 + \dots + 50.101 = \sum_{k=1}^{50} k(2k+1) \text{ olur.}$$

1. $1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + \dots + 101^2$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sum_{k=1}^{101} (2k-1)$ B) $\sum_{k=1}^{101} (2k+1)^2$ C) $\sum_{k=1}^{51} (2k-1)^2$
 D) $\sum_{k=-10}^{10} (5k-1)$ E) $\sum_{\ell=-3}^{20} (5\ell+3)$

3. $1.3 + 2.4 + 3.5 + \dots + 20.22$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sum_{j=1}^{20} k(k+2)$ B) $\sum_{k=1}^{20} k(2k+1)$ C) $\sum_{k=1}^{22} k(k-1)$
 D) $\sum_{\ell=2}^{21} (\ell-1)(\ell+2)$ E) $\sum_{m=1}^{20} m.(m+2)$

2. $-23 - 18 - 13 - \dots + 22 + 27$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sum_{k=-5}^5 (5k+2)$ B) $\sum_{j=-5}^{10} (5j+2)$ C) $\sum_{m=-2}^{20} (3m+2)$
 D) $\sum_{k=-10}^{10} (5k-2)$ E) $\sum_{\ell=-3}^{20} (5\ell+3)$

karekök

köşetaşı

Aşağıdaki ifadelerin değerlerini hesaplayınız.

1) $\sum_{k=3}^5 (k+2)$ 2) $\sum_{k=-4}^1 (k^2 + k)$

açıklamalı çözüm

- 1) $k+2$ ifadesinde k yerine önce alt sınır olan 3 yazılır. Bu işlem bitince $+$ konulur, sonra 3 ten sonraki tamsayı olan 4 yazılır. Bu da bitince $+$ yazılır. Bu işlemler üst sınır olan 5'e kadar yapılır.

$$\sum_{k=3}^5 (k+2) = (3+2) + (4+2) + (5+2) = 5 + 6 + 7 = 18$$

2) $\sum_{k=-4}^1 (k^2 + k) = ((-4)^2 + (-4)) + ((-3)^2 + (-3)) + ((-2)^2 + (-2)) + ((-1)^2 + (-1)) + (0^2 + 0) + (1^2 + 1) = 12 + 6 + 2 + 0 + 0 + 2 = 22$

1. $\sum_{k=-2}^3 (2k+1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 12 B) 10 C) 7 D) 6 E) 4

4. $\sum_{i=0}^2 (i-2^i)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

2. $\sum_{m=0}^5 3$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 30

5. $\sum_{k=0}^2 (-1)^k + \sum_{k=-2}^0 2^{-k}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 19 B) 15 C) 12 D) 10 E) 8

3. $\sum_{n=0}^7 (n^2 - n)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 124 B) 112 C) 92 D) 72 E) 60

6. $A = \sum_{k=0}^2 k.k!$ ve $B = \sum_{n=1}^4 (-1)^n \binom{n}{0}$

olduğuna göre, $A + B$ toplamının değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

46.4

köşetaşı

toplam sembolü

$$\sum_{i=-1}^2 \sum_{k=2}^5 (2i + k - 1) \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

$$\sum_{i=-1}^2 \sum_{k=2}^5 (2i + k - 1)$$

$$= \sum_{i=-1}^2 [(2i + 2 - 1) + (2i + 3 - 1) + (2i + 4 - 1) + (2i + 5 - 1)]$$

$$= \sum_{i=-1}^2 (8i + 10) = (8 \cdot (-1) + 10) + (8 \cdot 0 + 10) + (8 \cdot 1 + 10) + (8 \cdot 2 + 10) = 56$$

ÖZELLİK

$$\sum_{k=1}^n \left(\sum_{i=1}^m a_{ki} \right) = \sum_{i=1}^m \left(\sum_{k=1}^n a_{ik} \right)$$

$$1. \sum_{k=1}^5 \sum_{s=1}^2 (5s - 2k - 1) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$4. \sum_{k=2}^3 \sum_{r=-1}^3 (r^2 k - 2k) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

A) 45 B) 42 C) 40 D) 36 E) 25

$$2. \sum_{a=1}^4 \left[\sum_{b=2}^3 (a^2 b - ab^2) \right] \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

A) 24 B) 23 C) 22 D) 21 E) 20

$$5. \sum_{k=-1}^3 \sum_{m=1}^3 \sum_{n=2}^3 \left(\frac{m}{n} \right) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

A) 25 B) 30 C) 32 D) 36 E) 40

$$3. \sum_{i=-1}^2 \sum_{j=1}^2 (i \cdot j - 1) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

$$6. \sum_{a=1}^2 \sum_{b=-1}^1 (a^b - 2b) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

A) $\frac{7}{2}$ B) 4 C) $\frac{11}{2}$ D) 6 E) $\frac{13}{2}$

236

D E B E A E

46.5

toplam sembolü

köşetaşı

$$\sum_{m=2}^4 \sum_{n=1}^m (m + n) \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

$$\sum_{m=2}^4 \sum_{n=1}^m (m + n)$$

$$= \sum_{n=1}^2 (2 + n) + \sum_{n=1}^3 (3 + n) + \sum_{n=1}^4 (4 + n)$$

$$= 3 + 4 + 4 + 5 + 6 + 5 + 6 + 7 + 8$$

$$= 48$$

$$1. \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^m (2n - m) \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$4. \sum_{a=3}^4 \left(\sum_{k=1}^a (2k + 1) \right) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

A) 50 B) 48 C) 45 D) 42 E) 39

$$2. \sum_{k=1}^4 \sum_{r=-1}^k (3r + k) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

A) 85 B) 87 C) 90 D) 95 E) 98

$$5. \sum_{k=1}^3 \sum_{n=0}^k (k + n)$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 24 B) 30 C) 32 D) 36 E) 40

$$3. \sum_{k=3}^6 \sum_{r=-2}^k (kr) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

A) 210 B) 205 C) 203 D) 200 E) 198

$$6. \underbrace{\sum_{a=1}^5 \sum_{b=1}^5 \sum_{c=1}^5 \dots \sum_{j=1}^5}_{10 \text{ tane}} 5$$

ifadesinin sonucunun birler basamağındaki rakam kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 8

237

B E B E B C

köşetaşı

$$A = \sum_{k=1}^{20} 3 \quad \text{ve} \quad B = \sum_{k=-5}^{15} 2$$

olduğuna göre, A + B toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\sum_{k=1}^n c = \underbrace{c + c + c + \dots + c}_{n \text{ tane}} = n \cdot c \quad (c \in \mathbb{R})$$

$$\sum_{k=a}^n c = \underbrace{c + c + \dots + c}_{n-a+1 \text{ tane}} = (n-a+1) \cdot c$$

O halde,

$$A = \sum_{k=1}^{20} 3 = \underbrace{3 + 3 + 3 + \dots + 3}_{20 \text{ tane}} = 3 \cdot 20 = 60$$

$$B = \sum_{k=-5}^{15} 2 = \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{21 \text{ tane}} = 21 \cdot 2 = 42 \text{ dir.}$$

Buna göre, A + B = 60 + 42 = 102 olur.

1. $\sum_{m=1}^{100} 5$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 500 B) 495 C) 490 D) 480 E) 420

2. $\sum_{m=0}^{169} 2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 342 B) 340 C) 338 D) 320 E) 300

3. $\sum_{k=-10}^{10} 1$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 10 C) 20 D) 21 E) 100

4. $\sum_{k=32}^{100} a_k$ toplamında kaç tane terim vardır?

- A) 66 B) 67 C) 68 D) 69 E) 70

5. $\sum_{k=a}^{3a+2} a_k$

toplamında 43 tane terim olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 24 B) 23 C) 22 D) 21 E) 20

6. $A = \sum_{k=2}^{20} 2$ ve $B = \sum_{m=-2}^x 3$ eşitlikleri veriliyor.

A + B = 107 olduğuna göre, x sayma sayısı kaçtır?

- A) 30 B) 29 C) 20 D) 17 E) 16

köşetaşı

$$\sum_{k=1}^{30} k \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

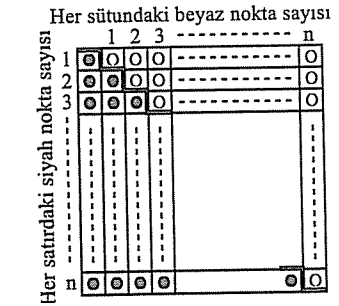
$$\sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Bu formüle göre,

$$\sum_{k=1}^{30} k = 1 + 2 + 3 + \dots + 30 = \frac{30 \cdot 31}{2} = 465 \text{ bulunur.}$$

BİRAZ DÜŞÜNELİM!

$n \in \mathbb{N}^+$ için $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ olduğunu geometrik yaklaşımla nasıl gösterebiliriz?



Yandaki şekilde beyaz ve siyah noktaların sayıları birbirine eşittir. Toplam nokta sayısı $n(n+1)$ dir. Buna göre, beyaz nokta sayısı:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

Benzer şekilde, $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$ olduğunu gösterebilir misiniz? (İspatı köşetaşı 45.15 de var.)

1. $\sum_{k=1}^{100} k$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5050 B) 5020 C) 5000
D) 4990 E) 4980

2. $1 + 2 + 3 + \dots + 199$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) 20000 B) 19900 C) 19800
D) 19780 E) 19600

3. $-5 - 4 - 3 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 20$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) 205 B) 198 C) 195
D) 190 E) 185

4. $\sum_{a=-2}^{10} a + 5$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 117 B) 92 C) 85 D) 57 E) 50

Dikkat: 5 sayısı toplam sembolüne ait olmayan ayrı bir terimdir.

5. $A = \sum_{k=-10}^0 k$ ve $B = \sum_{k=2}^{11} (k-1)$

olduğuna göre, A + B toplamının değeri kaçtır?

- A) 25 B) 10 C) 0 D) -20 E) -30

6. $\sum_{k=10}^{50} k$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1250 B) 1245 C) 1240
D) 1235 E) 1230

$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2$ toplamının sonucu kaçtır?

açıklamalı çözüm

Önce verilen toplama işlemini toplam sembolüyle yazalım.

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2 = \sum_{k=1}^{20} k^2$$

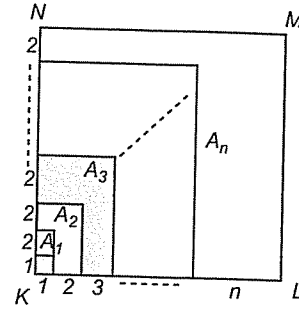
$$\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Buna göre,

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2 = \frac{20 \cdot (20+1) \cdot (2 \cdot 20 + 1)}{6} = 2870 \text{ olur.}$$

İSPATLAYALIM

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ olduğunu şekildedeki dikdörtgendeki alanlar yardımıyla ispatlayabiliriz. $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ bulundukları bölge alanlarıdır.



$$\begin{aligned} A(KLMN) &= A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n \\ |KL| \cdot |KN| &= 3 + 12 + 27 + \dots + 3n^2 \\ (1 + 2 + 3 + \dots + n)(2n + 1) &= 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) \\ \frac{n(n+1)(2n+1)}{2} &= 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) \\ \Rightarrow \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} &= \sum_{k=1}^n k^2 \end{aligned}$$

1. $\sum_{k=1}^{10} k^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 365 B) 370 C) 375 D) 380 E) 385

2. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 15^2$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) 1380 B) 1320 C) 1250 D) 1240 E) 1230

3. $2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + \dots + 2 \cdot 15^2$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) 2670 B) 2500 C) 2480 D) 2420 E) 2400

4. $\sum_{k=5}^{20} (k-4)^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1480 B) 1496 C) 1500 D) 1512 E) 1520

5. $\sum_{k=-30}^{30} k^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 18910 B) 17240 C) 13420 D) 10230 E) 9455

6. $\sum_{k=15}^{30} k^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 8320 B) 8440 C) 8450 D) 8480 E) 8520

$\sum_{k=1}^{10} k^3 + 10$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\sum_{k=1}^n k \right)^2 \text{ olduğunu fark ettiniz mi?}$$

Buna göre, $\sum_{k=1}^{10} k^3 = 1^3 + 2^3 + \dots + 10^3 = \left[\frac{10 \cdot 11}{2} \right]^2 = 3025 \text{ dir.}$

Örneğin; $\sum_{k=1}^n k = 45$ ise, $\sum_{k=1}^n k^3 = 45^2$ dir.

O halde, $\sum_{k=1}^{10} k^3 + 10 = 3025 + 10 = 3035$ olur.

1. $\sum_{k=1}^{20} k^3$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 44200 B) 44150 C) 44120 D) 44100 E) 44010

2. $3 \cdot 1^3 + 3 \cdot 2^3 + 3 \cdot 3^3 + \dots + 3 \cdot 15^3$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) 43240 B) 43200 C) 43180 D) 43150 E) 43100

3. $\sum_{m=12}^{30} m^3$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 213600 B) 213520 C) 213000 D) 212869 E) 211869

4. $\sum_{r=1}^{2n} r = A$ olduğuna göre,

$\sum_{r=1}^{2n} r^3$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2A B) A C) A^2 D) 2A^2 E) A^3

5. $\sum_{k=-19}^{20} k^3$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 8000 B) 4560 C) 1200 D) 0 E) -1200

6. $2 + 9 + 28 + 65 + \dots + 1001$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) 3010 B) 3028 C) 3030 D) 3032 E) 3035

köşetaşı

toplam sembolü

$$\sum_{k=2}^{30} 2^{k-1} \text{ toplamının değeri kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

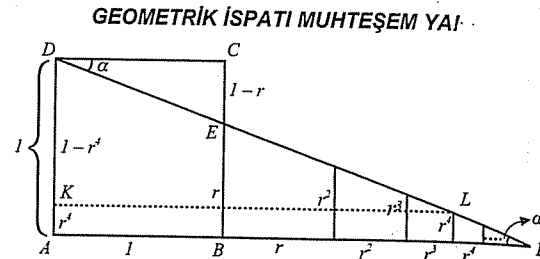
$$\sum_{k=1}^n r^{k-1} = r^0 + r^1 + r^2 + \dots + r^{n-1} = 1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r}$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} \sum_{k=2}^{30} 2^{k-1} &= 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{29} \\ &= 2(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{28}) \\ &= 2 \cdot \frac{1-2^{29}}{1-2} = 2(2^{29} - 1) = 2^{30} - 2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

FORMÜLÜ İSPATLAYALIM MI?

$$\begin{aligned} A_n &= 1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1} \text{ olsun.} \\ - r.A_n &= r + r^2 + r^3 + \dots + r^n \\ \hline A_n - r.A_n &= 1 - r^n \\ A_n(1-r) &= 1 - r^n \\ A_n &= \frac{1-r^n}{1-r} \text{ olur.} \end{aligned}$$



GEOMETRİK İSPATI MUHTEŞEM YAI
 $\widehat{CDE} \sim \widehat{AFD}$ olduğundan $\frac{1+r+r^2+\dots}{1} = \frac{1}{1-r}$
 Sonsuz elemanlı geometrik dizinin terimleri toplamı

$$\sum_{k=0}^{\infty} r^k = \frac{1}{1-r}$$

Şimdi [KL] yi çizelim.

$$\widehat{CDE} \sim \widehat{KLD} \text{ olduğundan } \frac{1+r+r^2+r^3}{1} = \frac{1-r^4}{1-r}$$

Bunu düşünen Matematikçiye gel de hayran olma! Bizler matematik öğretmenleri olarak matematik deryasının sadece bir körfezinden haberi olan ve bu sınırlı bölgeyi tanıtmaya çalışan birer rehberiz. Uçsuz bucaksız matematik deryasına cesurca, özgürce yelken açan güçlü beyinlere uğurlar olsun...

$$1. \sum_{k=0}^{15} \left(\frac{1}{2}\right)^k \text{ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) $2 - \frac{1}{2^{17}}$ B) $2 - \frac{1}{2^{16}}$ C) $2 - \frac{1}{2^{15}}$
 D) $1 - \frac{1}{2^{16}}$ E) $2 - \frac{1}{2^{17}}$

$$2. \sum_{k=1}^{21} (-3)^{k-1} \text{ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) $\frac{1+3^{21}}{4}$ B) $\frac{1+3^{20}}{4}$ C) $\frac{3^{21}}{4}$
 D) $-\frac{1+3^{21}}{4}$ E) $\frac{1-3^{21}}{4}$

$$3. \sum_{k=1}^8 2^{1-k}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{15}{8}$ B) $\frac{125}{64}$ C) $\frac{255}{128}$ D) $\frac{65}{32}$ E) $\frac{5}{2}$

$$4. \sum_{n=1}^{10} (-1)^{n+1} \cdot 2^{n-1} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

- A) $\frac{2^{10}-1}{3}$ B) $2^{10}-1$ C) $1-2^{10}$
 D) $\frac{1-2^{10}}{3}$ E) $\frac{1+2^{10}}{3}$

toplam sembolü

köşetaşı

$$A = \sum_{k=1}^{20} (3k-5) \text{ ve } B = \sum_{m=1}^{10} 2m$$

olduğuna göre, B - A farkı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\sum_{k=1}^n c \cdot a_k = c \sum_{k=1}^n a_k$$

$$\sum_{k=1}^n (a_k \mp b_k) = \sum_{k=1}^n a_k \mp \sum_{k=1}^n b_k$$

$$\begin{aligned} \text{Buna göre, } A &= \sum_{k=1}^{20} (3k-5) = \sum_{k=1}^{20} 3k - \sum_{k=1}^{20} 5 \\ &= 3 \sum_{k=1}^{20} k - 20 \cdot 5 = 3 \cdot \left(\frac{20 \cdot 21}{2}\right) - 100 = 530 \end{aligned}$$

$$B = \sum_{m=1}^{10} 2m = 2 \sum_{m=1}^{10} m = 2 \cdot \left(\frac{10 \cdot 11}{2}\right) = 110 \text{ dur.}$$

O halde, B - A = 110 - 530 = -420 olur.

FORMÜL BULALIM MI?

$$\star \sum_{k=1}^n 2k = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = 2(1 + 2 + 3 + \dots + n)$$

$$\sum_{k=1}^n 2k = 2 \cdot \sum_{k=1}^n k = 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2} = n(n+1)$$

$$\begin{aligned} \star 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) &= \sum_{k=1}^n (2k-1) \\ &= 2 \cdot \sum_{k=1}^n k - \sum_{k=1}^n 1 \\ &= 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2} - n \\ &= n^2 \end{aligned}$$

$$1. \sum_{k=1}^{20} (k+3) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

- A) 300 B) 290 C) 280 D) 275 E) 270

$$2. \sum_{m=1}^{50} (2m-1) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

- A) 2000 B) 2100 C) 2200 D) 2500 E) 2800

$$3. A = \sum_{m=1}^{30} \left(\frac{m}{3} - 5\right)$$

$$B = 2 + 4 + 6 + \dots + 30$$

olduğuna göre, B, A'nın kaç katıdır?

- A) 48 B) 36 C) 16 D) 15 E) 14

4. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\sum_{m=5}^{100} 1 = 96$ B) $\sum_{k=1}^{20} 2^k \cdot 3^m = 3^m \sum_{k=1}^{20} 2^k$
 C) $\sum_{k=1}^n \ln k = \ln n!$ D) $\sum_{k=1}^{50} k \cdot (k+1) = \sum_{k=1}^{50} k \cdot \sum_{k=1}^{50} (k+1)$
 E) $\sum_{k=1}^{100} k^2 - \sum_{k=1}^{100} 2k + \sum_{k=1}^{100} 1 = \sum_{k=1}^{100} (k-1)^2$

$$5. \sum_{k=1}^{100} \ln e^k + \sum_{x=35}^{50} x^{\log_2 x} \text{ toplamının değeri kaçtır?}$$

- A) 5100 B) 5082 C) 5050 D) 5030 E) 5000

$$6. \sum_{k=1}^{12} 0, \bar{k} \text{ toplamının değeri kaçtır?}$$

- A) $\frac{16}{3}$ B) 6 C) 7 D) $\frac{26}{3}$ E) 9

46.12

köşetaşı

toplam sembolü

$\sum_{k=1}^{30} (2k^3 - 5k^2 + k - 5)$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{30} (2k^3 - 5k^2 + k - 5) \\ &= \sum_{k=1}^{30} 2k^3 - \sum_{k=1}^{30} 5k^2 + \sum_{k=1}^{30} k - \sum_{k=1}^{30} 5 \\ &= 2 \sum_{k=1}^{30} k^3 - 5 \sum_{k=1}^{30} k^2 + \sum_{k=1}^{30} k - \sum_{k=1}^{30} 5 \\ &= 2 \cdot \left[\frac{30 \cdot 31}{2} \right]^2 - 5 \cdot \left[\frac{30 \cdot 31 \cdot 61}{6} \right] + \frac{30 \cdot 31}{2} - 30 \cdot 5 \\ &= 432450 - 47275 + 465 - 150 = 385490 \end{aligned}$$

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

1. $\sum_{k=1}^{10} (k^3 - k^2 + 3k - 2)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 2785 B) 2790 C) 2795 D) 2805 E) 2830

2. $\sum_{k=1}^{15} (2k^2 - 5)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 2420 B) 2405 C) 2300 D) 1240 E) 620

3. $\sum_{k=1}^8 (k^2 - 2) \cdot k$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 1218 B) 1220 C) 1224 D) 1230 E) 1235

4. $\sum_{p=1}^n p^3 = A$ olduğuna göre, $\sum_{p=1}^n (3p)$ ifadesinin A türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) A B) A + 3 C) 3A D) $3\sqrt{A}$ E) $2\sqrt{A}$

5. $\sum_{k=1}^{10} g^{\log_3(k-1)}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 250 B) 260 C) 265 D) 270 E) 285

6. $N \rightarrow N$ ye tanımlı f ve g fonksiyonları
 $f(x) = \sum_{k=1}^x (2k - 5)$ ve $g(x) = \sum_{k=1}^x (k^3 + 1)$
olduğuna göre, $(f \circ g)(4)$ değeri kaçtır?
A) 10400 B) 9797 C) 9235 D) 9024 E) 8297

46.13

köşetaşı

toplam sembolü

$f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ olmak üzere, $\sum_{k=1}^{10} [f(k+1) - f(k)]$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Önce $f(k+1)$ ifadesini oluşturalım.

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1 \Rightarrow f(k+1) = 2(k+1)^2 - 3(k+1) + 1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(k+1) &= 2(k^2 + 2k + 1) - 3k - 3 + 1 \\ &= 2k^2 + k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{10} [f(k+1) - f(k)] &= \sum_{k=1}^{10} [2k^2 + k - (2k^2 - 3k + 1)] \\ &= \sum_{k=1}^{10} (4k - 1) = 4 \cdot \sum_{k=1}^{10} k - \sum_{k=1}^{10} 1 \\ &= 4 \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} - 10 \cdot 1 = 210 \end{aligned}$$

BÖYLE DE ÇÖZÜLÜR:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{10} [f(k+1) - f(k)] &= f(2) - f(1) \\ &\quad + f(3) - f(2) \\ &\quad \vdots \\ &\quad + f(11) - f(10) \\ &= f(11) - f(1) \\ f(11) &= 2 \cdot 11^2 - 3 \cdot 11 + 1 = 210 \\ f(1) &= 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 1 = 0 \end{aligned} \Rightarrow f(11) - f(1) = 210$$

1. $f(x) = 2x + 3$ olmak üzere,
 $\sum_{k=1}^6 f(k-1)$ toplamının değeri kaçtır?
A) 37 B) 40 C) 44 D) 46 E) 48

2. $f(x) = (x-1)^3$ olmak üzere,
 $\sum_{k=1}^{10} f(k)$ toplamının değeri kaçtır?
A) 2000 B) 2010 C) 2015 D) 2025 E) 2030

3. $f(x) = 3x - 1$
olduğuna göre, $\sum_{n=1}^8 [f(n)]^2$ toplamının değeri kaçtır?
A) 1620 B) 1625 C) 1628 D) 1630 E) 1634

4. $x = \sum_{k=1}^{10} (k-1)^2$ ve $y = \sum_{k=1}^{10} (k-3)$
olduğuna göre, $\sum_{k=1}^{10} (k^2 - 5k + 10)$ ifadesinin x ve y
cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $y-3x$ B) $x-3y$ C) $x-2y$ D) $2x-y$ E) $x+y$

5. $\sum_{k=1}^{100} k = a$ ve $\sum_{k=1}^{100} k^2 = b$ olduğuna göre,
 $\sum_{k=1}^{100} [k \cdot (k+1) \cdot (k+2)]$ ifadesinin a ve b türünden
değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $a^3 + 2a + 3b$ B) $a^3 + 2a$ C) $4a + 3b$
D) $a^2 + 2a + 3b$ E) $5a + 3b$

6. $f(x) = x - 2$ ve $g(x) = x^2 + 1$ olduğuna göre,
 $\sum_{x=1}^6 (f \circ g)(x)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 91 B) 85 C) 82 D) 79 E) 72

köşetaşı

toplam sembolü

$$\sum_{m=20}^{40} 3m^2 \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

 $1 < p < n$ olmak üzere,

$$\sum_{k=p}^n a_k = \sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^{p-1} a_k \text{ veya } \sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^{p-1} a_k + \sum_{k=p}^n a_k$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} \sum_{m=20}^{40} 3m^2 &= \sum_{m=1}^{40} 3m^2 - \sum_{m=1}^{19} 3m^2 \\ &= 3 \sum_{m=1}^{40} m^2 - 3 \sum_{m=1}^{19} m^2 = 3 \left[\frac{40 \cdot 41 \cdot 81}{6} \right] - 3 \left[\frac{19 \cdot 20 \cdot 39}{6} \right] \\ &= 66420 - 7410 = 59010 \text{ olur.} \end{aligned}$$

1. $\sum_{k=10}^{25} 5k$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 1400 B) 1410 C) 1415
D) 1420 E) 1425

2. $\sum_{k=15}^{30} (3k+2)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 1108 B) 1110 C) 1112
D) 1120 E) 1125

3. $\sum_{k=5}^{15} (k^3 - 2)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 14500 B) 14350 C) 14300
D) 14290 E) 14278

4. $\sum_{k=-2}^{20} (k^2 - 2k)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 2461 B) 3301 C) 3310
D) 3325 E) 3361

5. $\sum_{k=3}^{50} f(k) = 235$ ve $\sum_{k=15}^{50} f(k) = 120$ olduğuna göre,
 $\sum_{k=3}^{14} f(k)$ toplamının değeri kaçtır?
A) 100 B) 105 C) 110 D) 115 E) 120

6. $\sum_{k=-20}^{-12} k + \sum_{k=-11}^{-5} k + \sum_{k=-4}^0 k$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) -210 B) -200 C) -195
D) -180 E) -170

köşetaşı

toplam sembolü

$$A = \sum_{k=5}^{15} (2k-1) \text{ ve } B = \sum_{k=-3}^{10} (k+2) \text{ olduğuna göre, } A+B \text{ toplamının değeri kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

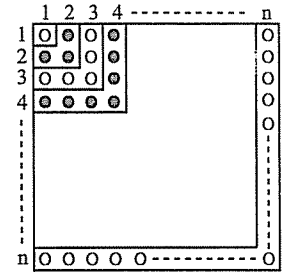
$$\sum_{k=p}^n a_k = \sum_{k=p-m}^{n-m} a_{k+m} = \sum_{k=p+m}^{n+m} a_{k-m}$$

O halde,

$$\begin{aligned} A &= \sum_{k=5}^{15} (2k-1) = \sum_{k=5-4}^{15-4} (2(k+4)-1) \\ &= \sum_{k=1}^{11} (2k+7) = 11 \cdot 12 + 77 = 209 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \sum_{k=-3}^{10} (k+2) = \sum_{k=-3+4}^{10+4} ((k-4)+2) \\ &= \sum_{k=1}^{14} (k-2) = \sum_{k=1}^{14} k - \sum_{k=1}^{14} 2 = 105 - 28 = 77 \\ A+B &= 209 + 77 = 286 \text{ olur.} \end{aligned}$$

İSPATLAYALIM!

 $n \in \mathbb{N}^+$ için
 $1+2+3+4+\dots+(2n-1) = n^2$
olduğunu gösterelim.


Beyaz ve siyah noktaların toplamından

$$1+3+5+7+\dots+(2n-1) = n^2$$

$$\sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2 \text{ olur.}$$

1. $\sum_{n=4}^{14} (2n-1)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 164 B) 172 C) 187 D) 192 E) 198

2. $\sum_{k=-3}^{10} (3k+2)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 175 B) 180 C) 185 D) 190 E) 195

3. $\sum_{k=2}^{10} (k^3 - 3k^2) + \sum_{k=2}^{10} (3k-1)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 2050 B) 2040 C) 2025 D) 2020 E) 2010
(İpucu: $(k-1)^3 = k^3 - 3k^2 + 3k - 1$ olduğunu hatırladınız mı?)

4. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu için
 $f(x) = 3 + \sum_{k=2}^x (4k-1)$ olduğuna göre, $f^{-1}(55)$ değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. $\sum_{k=-n}^{2n} (k+n)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\frac{n^2+3n}{2}$ B) $\frac{9n^2+3n}{2}$ C) $9n^2+3n$
D) $5n^2+6n$ E) n^2+n

6. $\sum_{k=-2}^{29} k^2 = a$ olduğuna göre, $\sum_{k=-1}^{30} k^2$ ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) a + 904 B) a + 896 C) a - 896
D) a - 872 E) a - 870

46.16

köşetaşı

toplam sembolü

2.4 + 3.5 + 4.6 + 5.7 + + 50.52 toplamının değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Önce verilen işlemi toplam sembolü kullanarak yazalım.

$$2.4 + 3.5 + 4.6 + 5.7 + + 50.52 = \sum_{k=2}^{50} k(k+2)$$

$$\sum_{k=2}^{50} k(k+2) = \sum_{k=1}^{50} k(k+2) - \sum_{k=1}^1 k(k+2)$$

$$= \sum_{k=1}^{50} (k^2 + 2k) - [1 \cdot (1+2)]$$

$$= \frac{50 \cdot 51 \cdot 101}{6} + 2 \cdot \frac{50 \cdot 51}{2} - 3$$

$$= 45472 \text{ olur.}$$

1. 11 + 18 + 27 + 38 + + 102 toplamının sonucu kaçtır?
A) 338550 B) 33052 C) 3300
D) 392 E) 396

2. 103 ile 216 arasında bulunan ve 5 ile kalansız bölünebilen doğal sayıların toplamı kaçtır?
A) 3465 B) 3680 C) 3795
D) 3815 E) 3900

3. 21 + 26 + 31 + + n = 1037 olduğuna göre, n değeri kaçtır?
A) 20 B) 78 C) 101 D) 121 E) 126

4. 1.5 + 2.6 + 3.7 + + 30.34 toplamında her çarpan 1 eksiltirilse sonuç kaç azalır?
A) 1030 B) 1028 C) 1025 D) 1022 E) 1020

5. $\frac{5}{3 \cdot 2} + \frac{5}{6 \cdot 3} + \frac{5}{9 \cdot 4} + \dots + \frac{5}{60 \cdot 21}$ toplamının değeri kaçtır?
A) $\frac{100}{63}$ B) $\frac{102}{67}$ C) $\frac{105}{71}$
D) $\frac{120}{79}$ E) $\frac{123}{84}$

6. $A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ eşitliğindeki n tane sayıdan her biri 1 artırıldığında A ne kadar artar?
A) $n^2 + 3n$ B) $n^2 + 2n$ C) $n^2 + n$ D) n^2 E) $n^2 + 2$

248

E B C E A B

46.17

toplam sembolü

köşetaşı

n > 0 olmak üzere,

$$\sum_{i=1}^n (2i-3) = \sum_{i=5}^{2n+4} (i - \frac{15}{2})$$

olduğuna göre, n değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\sum_{i=1}^n (2i-3) = \sum_{i=5}^{2n+4} (i - \frac{15}{2})$$

$$\sum_{i=1}^n (2i-3) = \sum_{i=5-4}^{2n+4-4} (i + 4 - \frac{15}{2})$$

$$2 \sum_{i=1}^n i - \sum_{i=1}^n 3 = \sum_{i=1}^{2n} i - \sum_{i=1}^{2n} \frac{7}{2}$$

$$\cancel{2} \cdot \frac{n(n+1)}{\cancel{2}} - 3n = \frac{2n(2n+1)}{2} - 7n \Rightarrow n^2 - 2n = 2n^2 - 6n$$

$$\Rightarrow n = 4 \text{ olur.}$$

1. $\sum_{k=1}^x (3k-2) = 145$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

2. $1 + \sum_{k=0}^{30} 2^k = 2^{2m+3}$ olduğuna göre, m değeri kaçtır?
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

3. $\sum_{k=3}^{n+5} \frac{3}{k^2-k} = \frac{13}{10}$ olduğuna göre, n değeri kaçtır?
A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

4. $\sum_{k=1}^n (k+3) = 270$ olduğuna göre, $\sum_{i=-3}^n 5$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 120 B) 125 C) 130 D) 135 E) 140

5. $\sum_{n=1}^{381} \log_m \left(1 - \frac{1}{n+3}\right) = 7$ olduğuna göre, m değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 2 D) 3 E) 7

6. n pozitif tamsayı olmak üzere, $\sum_{k=1}^n k!$ ifadesi bir doğal sayının karesi olduğuna göre, n'nin alabileceği kaç farklı değer vardır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

249

D E C A A B

köşetaşı

$x^2 - 5x + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 olup $x_1 < x_2$ dir.

$f(x) = 3x + 1$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^2 x_k \cdot f(x_k)$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Önce $x^2 - 5x + 4 = 0$ denkleminin kökleri bulunur.

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ ve } x = 1 \text{ olur.}$$

$x_1 < x_2$ olduğundan $x_1 = 1$ ve $x_2 = 4$ tür.

Toplam sembolünde sınırlar birbirine çok yakın olduğundan k yerine sırasıyla 1 ve 2 yazalım.

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^2 x_k \cdot f(x_k) &= x_1 \cdot f(x_1) + x_2 \cdot f(x_2) \\ &= 1 \cdot f(1) + 4 \cdot f(4) \\ &= 1 \cdot 4 + 4 \cdot 13 = 56 \text{ olur.} \end{aligned}$$

1. $f(x) = 2x + 1, x_1 = 1$ ve $x_2 = 3$ olduğuna göre,

$$\sum_{i=1}^2 (x_i - 2) \cdot f(x_i) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. $f(x) = x^2 - 3x - 10$ parabolünün yatay ekseni kestiği noktalar x_1 ve x_2 ($x_1 < x_2$) olmak üzere,

$$\sum_{k=1}^2 f(2k)x_k \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

A) -6 B) -3 C) -1 D) 1 E) 5

3. $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = \sum_{n=0}^x n$ ve $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g(x) = \sum_{n=1}^x (n^2 + 1)$ olduğuna göre, $(f \circ g)(2)$ 'nin değeri kaçtır?

A) 22 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30

4. $f(x) = x + 1$ ve $x_n = x_{n-1} + 2$ olduğuna göre,

$$\sum_{n=0}^2 x_{n+2} f(n-2) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

A) -4 B) 0 C) 4 D) 6 E) 8

5. $x^2 - ax + 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\sum_{k=1}^2 x_k^2 = 13 \text{ olduğuna göre, } a \text{ nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?}$$

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

6. $f(x + 1) = f(x) + 2x + 1$ olmak üzere,

$$f(1) = 3 \text{ olduğuna göre, } \sum_{k=1}^3 f(k) \text{ toplamının değeri kaçtır?}$$

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

köşetaşı

Aşağıdaki ifadelerin değerini hesaplayınız.

$$1) \sum_{k=4}^{80} (\sqrt{k+1} - \sqrt{k})$$

$$2) \sum_{k=1}^{50} [(-1)^k \cdot k]$$

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned} 1) \sum_{k=4}^{80} (\sqrt{k+1} - \sqrt{k}) &= \sqrt{5} - \sqrt{4} \\ &\quad \sqrt{6} - \sqrt{5} \\ &\quad \sqrt{7} - \sqrt{6} \\ &\quad \vdots \\ &\quad \sqrt{80} - \sqrt{79} \\ &\quad + \sqrt{81} - \sqrt{80} \\ &= \sqrt{81} - \sqrt{4} = 9 - 2 = 7 \end{aligned}$$

Toplama işlemini yapalım.

$$\begin{aligned} 2) \sum_{k=1}^{50} [(-1)^k \cdot k] &= (-1) \cdot 1 + (-1)^2 \cdot 2 + (-1)^3 \cdot 3 + (-1)^4 \cdot 4 + \dots + (-1)^{49} \cdot 49 + (-1)^{50} \cdot 50 \\ &= \underbrace{-1 + 2}_{1} + \underbrace{-3 + 4}_{1} + \underbrace{-5 + 6}_{1} + \dots + \underbrace{-49 + 50}_{1} \\ &= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{25 \text{ tane}} = 25 \cdot 1 = 25 \end{aligned}$$

1. $\sum_{k=-10}^{10} (k^3 + k)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 8 D) 10 E) 100

2. $\sum_{k=0}^{2007} k!$ toplamının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $\sum_{k=2}^7 (k-2)(k-3)(k-4)(k-5)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 120 B) 132 C) 144 D) 150 E) 170

4. $\sum_{k=45}^{135} \cos k^\circ$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 1

5. $\sum_{n=8}^{63} \left[\log_2 \left(\frac{n+1}{n} \right) \right]$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$\sum_{k=1}^{2006} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i \right)^{2k}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2+i$ B) $1+i$ C) i D) $-1+i$ E) $-2+i$

46.20

köşetaşı

toplam sembolü

$$\sum_{k=5}^{30} \frac{1}{k^2 - 5k + 6} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

Önce ifadedeki kesri basit kesirlere ayıralım:

$$\frac{1}{k^2 - 5k + 6} = \frac{1}{(k-3)(k-2)} = \frac{A}{k-3} + \frac{B}{k-2}$$

$$\Rightarrow 1 = A(k-2) + B(k-3)$$

$$k=2 \text{ için } 1 = -B \Rightarrow B = -1$$

$$k=3 \text{ için } 1 = A \Rightarrow A = 1$$

$$\text{O halde, } \sum_{k=5}^{30} \frac{1}{k^2 - 5k + 6} = \sum_{k=5}^{30} \left(\frac{1}{k-3} - \frac{1}{k-2} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \dots + \left(\frac{1}{27} - \frac{1}{28} \right)$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{28} = \frac{13}{28} \text{ olur.}$$

BİR FORMÜL İSPATLAYALIM:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1} \text{ olduğunu gösterelim.}$$

$$\frac{1}{k(k+1)} = \frac{A}{k} + \frac{B}{k+1} \Rightarrow 1 = A(k+1) + B.k$$

$$k=0 \text{ için } A=1,$$

$$k=-1 \text{ için } B=-1 \text{ olur.}$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1} \text{ olur.}$$

1. $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$
olduğuna göre, $\sum_{k=1}^{15} \frac{4}{k^2 + k}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{15}{4}$ B) $\frac{13}{4}$ C) 3 D) $\frac{5}{2}$ E) 2

2. $\sum_{k=3}^{10} \frac{1}{4k^2 - 1}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{7}{104}$ B) $\frac{8}{105}$ C) $\frac{10}{103}$ D) $\frac{12}{13}$ E) 1

3. $\sum_{k=2}^{10} \left(\frac{2}{k^2 - 1} \right)$ ifadesinin eşiti kaçtır?
A) $\frac{55}{72}$ B) 1 C) $\frac{72}{55}$ D) $\frac{15}{11}$ E) 2

4. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k+1} = A$ ve $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k+2} = B$
olduğuna göre, $\sum_{k=1}^n \frac{3k+5}{k^2 + 3k + 2}$ ifadesinin A ve B türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $3A+2B$ B) $2A+B$ C) $A+2B$ D) $A+B$ E) $2A+3B$

5. $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{k+1}$
olduğuna göre, $\frac{5}{2.4} + \frac{5}{4.6} + \frac{5}{6.8} + \dots + \frac{5}{24.26}$ toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{15}{13}$ B) $\frac{16}{11}$ C) 2 D) $\frac{32}{11}$ E) $\frac{55}{13}$

6. $\sum_{k=1}^{15} \left(\frac{k^2 + k + 4}{k^2 + k} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{61}{3}$ B) $\frac{69}{4}$ C) $\frac{71}{5}$ D) $\frac{73}{4}$ E) $\frac{75}{4}$

46.21

toplam sembolü

köşetaşı

$$\sum_{p=1}^n p(p+1) = \frac{n^3 + a.n^2 + b.n}{3} \text{ olduğuna göre, } 3a - b \text{ farkı kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

$$\sum_{p=1}^n p(p+1) = \frac{n^3 + a.n^2 + b.n}{3}$$

$$\frac{n(n+1)(n+2)}{3} = \frac{n(n^2 + an + b)}{3}$$

$$(n+1)(n+2) = n^2 + an + b$$

$$n^2 + 3n + 2 = n^2 + an + b$$

$$\Rightarrow a = 3 \text{ ve } b = 2 \text{ dir.}$$

$$\text{O halde, } 3a - b = 9 - 2 = 7 \text{ olur.}$$

İSPATLAYALIM!

$$\sum_{p=1}^n p(p+1) = \sum_{p=1}^n (p^2 + p) = \sum_{p=1}^n p^2 + \sum_{p=1}^n p$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1)}{6} (2n+1+3) = \frac{n(n+1)}{6} \cdot 2(n+2)$$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

1. $\sum_{n=1}^{20} (3 + n.m) = 50$ olduğuna göre, m değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{21}$ B) $-\frac{1}{17}$ C) $-\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{20}$

2. a ve b pozitif tamsayı olmak üzere,

$$\sum_{k=1}^{12} 2^k - \sum_{k=1}^{10} 2^k = a.2^b$$

ise, a.b nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) 40 B) 35 C) 33 D) 30 E) 38

3. $\sum_{n=1}^{126} [\log_a(n+1) - \log_a(n+2)] = -3$

olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

4. $\sum_{k=5}^{n+5} (k-3) = \frac{an^2 + bn + c}{4}$
olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

A) 32 B) 28 C) 24 D) 20 E) 16

5. $\sum_{k=-3}^1 (a+b) = 35$ ve $\sum_{k=2}^7 (a-b) = 18$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

6. a, b, c, d ve e reel sayılar olmak üzere,

$$\sum_{k=2}^x (k^3 - 3k^2 + k) = a.x^4 + b.x^3 + c.x^2 + d.x + e$$

ise, a - 2b - c + d + e ifadesinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 1 D) 0 E) -1

46.22

toplam sembolü

köşetaşı

$$\sum_{k=1}^n a_k = 3^n + n \text{ olduğuna göre, } a_4 \text{ değeri kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

$$n = 4 \text{ için } \sum_{k=1}^4 a_k = 3^4 + 4 \Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 85 \dots (1)$$

$$n = 3 \text{ için, } \sum_{k=1}^3 a_k = 3^3 + 3 \Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 = 30 \dots (2)$$

(1) de $a_1 + a_2 + a_3$ yerine 30 yazarsak

$$30 + a_4 = 85 \Rightarrow a_4 = 55 \text{ olur.}$$

1. $\sum_{k=1}^n k \cdot x_k = n! + 1$ olduğuna göre, x_6 değeri kaçtır?
A) 100 B) 98 C) 92 D) 90 E) 84

2. $\sum_{k=1}^n a_k = 2^{n-1}$ olduğuna göre, a_3 değeri kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\sum_{k=1}^n f(k) = (n-1)!$ olduğuna göre, $f(5)$ değeri kaçtır?
A) 22 B) 20 C) 18 D) 16 E) 14

4. $\sum_{k=1}^{50} a_k = 112$, $\sum_{k=1}^{10} a_k = 50$, $\sum_{k=9}^{50} a_k = 85$ olduğuna göre, $a_9 + a_{10}$ değeri kaçtır?
A) 30 B) 27 C) 25 D) 23 E) 21

5. $\sum_{k=1}^{10} (3a_k - 6) = 3 \cdot \sum_{k=-3}^5 a_{k+4}$ olduğuna göre, a_{10} un değeri kaçtır?
A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

6. $\sum_{k=1}^{40} f(k) = 130$, $\sum_{k=1}^{15} f(k) = 85$ ve $\sum_{k=15}^{40} f(k) = 60$ olduğuna göre, $f(15)$ değeri kaçtır?
A) 12 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

254

A B C D E B

46.23

toplam sembolü

köşetaşı

$$A = \underbrace{\sum_{k=1}^{15} 1 + \sum_{k=1}^{15} 2 + \sum_{k=1}^{15} 3 + \dots + \sum_{k=1}^{15} 15}_{15 \text{ tane}} \text{ ve } B = \underbrace{\sum_{a=1}^{15} \sum_{b=1}^{15} \sum_{c=1}^{15} \dots \sum_{\ell=1}^{15} \sum_{m=1}^{15} 1}_{15 \text{ tane}}$$

olduğuna göre, $\frac{B}{A}$ oranı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$A = \sum_{k=1}^{15} 1 + \sum_{k=1}^{15} 2 + \sum_{k=1}^{15} 3 + \dots + \sum_{k=1}^{15} 15 = \sum_{k=1}^{15} (1 + 2 + 3 + \dots + 15)$$

$$= \sum_{k=1}^{15} \left(\frac{15 \cdot 16}{2} \right) = \sum_{k=1}^{15} 120 = 120 \cdot 15 = 1800$$

$$B = \sum_{a=1}^{15} \sum_{b=1}^{15} \sum_{c=1}^{15} \dots \sum_{\ell=1}^{15} \sum_{m=1}^{15} 1 = \sum_{a=1}^{15} \sum_{b=1}^{15} \dots \sum_{\ell=1}^{15} 15 = 15^{15}$$

$$\Rightarrow \frac{B}{A} = \frac{15^{15}}{1800} = \frac{15 \cdot 15 \cdot 15^{13}}{1800} = \frac{15^{13}}{8}$$

1. $\sum_{i=1}^2 \sum_{j=-1}^1 (i \cdot j + i - m) = 3$ olduğuna göre, m değeri kaçtır?
A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

2. $\sum_{m=1}^3 \sum_{n=0}^2 m^n = \sum_{j=-1}^4 k^j - 22$ olduğuna göre, k değeri kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $\sum_{k=-1}^3 \sum_{p=2}^3 (1 - npk) = 85$ olduğuna göre, n değeri kaçtır?
A) 2 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

4. $\sum_{n=1}^5 \sum_{k=2}^4 (ak + n + 2) = \sum_{k=1}^{360} \sin k^\circ$ olduğuna göre, a nın değeri kaçtır?
A) 2 B) 1 C) -1 D) $-\frac{5}{3}$ E) -3

5. $\sum_{k=1}^n a_k = 3^n \cdot n$ ise, $\sum_{k=1}^2 \sum_{r=1}^2 (a_{k+r})$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 372 B) 380 C) 384 D) 390 E) 396

6. $\sum_{k=1}^2 \sum_{k=2}^3 \sum_{k=3}^4 \dots \sum_{k=n}^{n+1} 3 = 384$ olduğuna göre, n değeri kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

255

B D E D C D

köşetaşı

a reel sayı olmak üzere, $\sum_{k=1}^n (x_k + 2) = 2n + 3$ ve $\sum_{k=1}^n (y_k - a)x_k = 0$ olduğuna göre,
 $\sum_{k=1}^n x_k y_k$ ifadesinin değeri nedir?

açıklamalı çözüm

$$\sum_{k=1}^n (x_k + 2) = 2n + 3 \Rightarrow \sum_{k=1}^n x_k + \sum_{k=1}^n 2 = 2n + 3 \Rightarrow \sum_{k=1}^n x_k + 2n = 2n + 3 \Rightarrow \sum_{k=1}^n x_k = 3$$

$$\sum_{k=1}^n (y_k - a)x_k = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^n y_k x_k - \sum_{k=1}^n a x_k = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^n y_k x_k = \sum_{k=1}^n a x_k$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^n y_k x_k = a \cdot \sum_{k=1}^n x_k \Rightarrow \sum_{k=1}^n y_k x_k = 3a$$

1. $\sum_{i=1}^n (y_i + 1) = n + 2$ ve $\sum_{i=1}^n (x_i - \alpha)y_i = 0$
 olduğuna göre, $\sum_{i=1}^n 2x_i y_i$ ifadesi aşağıdakilerden
 hangisine eşittir?
 A) 2α B) 3α C) 4α D) 5α E) 6α

2. $\sum_{k=1}^{2n} (b_k + 1) = 2n + 15$ ve $\sum_{k=1}^{2n} (a_k - 2)b_k = 0$
 olduğuna göre, $\sum_{k=1}^{2n} a_k \cdot b_k$ ifadesi aşağıdakilerden
 hangisine eşittir?
 A) 25 B) 30 C) 32 D) 40 E) 45

3. $\sum_{k=1}^n (y_k + 3) = 3n - 2$, $\sum_{p=1}^n (x_p - m)y_p = 30$ ve
 $\sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i) = m$ olduğuna göre, m değeri kaçtır?
 A) 16 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8

4. $\sum_{k=1}^n [(x_k - 2)(y_k + 2)] = 6$, $\sum_{k=1}^n [(x_k + 2)(y_k - 2)] = 8$
 olduğuna göre, $\sum_{k=1}^n x_k y_k$ değeri kaçtır?
 A) $3n + 5$ B) $3n + 2$ C) $4n$ D) $4n + 3$ E) $4n + 7$

5. $\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = \sum_{m=1}^n m$, $\sum_{i=1}^n (3 + b_i) = n - 1$
 olduğuna göre, $\sum_{i=1}^n a_i$ ifadesi aşağıdakilerden
 hangisine eşittir?
 A) $\frac{n^2 + 5n + 2}{2}$ B) $\frac{n^2 + 5n}{2}$ C) $\frac{5n + 2}{2}$
 D) $\frac{4n + 3}{2}$ E) $\frac{n}{2}$

6. $\sum_{k=1}^n (x_k - 4) = 0$
 $\sum_{k=1}^n (x_k y_k) = n^2 + 4$
 olduğuna göre, $\sum_{k=1}^n x_k (y_k + 1)$ ifadesinin eşiti nedir?
 A) $(n + 1)^2$ B) $(n + 2)^2$ C) n^2
 D) $n + 1$ E) $n + 2$

köşetaşı

$\sum_{k=0}^{14} k.k!$ ifadesinin değerini hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

$$\sum_{k=0}^{14} k.k! = \sum_{k=0}^{14} (k.k! + k! - k!) = \sum_{k=0}^{14} [k!(k+1) - k!] = \sum_{k=0}^{14} [(k+1)! - k!]$$

$$= 1! - 0! + 2! - 1! + 3! - 2! + \dots + 15! - 14! = 15! - 0! = 15! - 1$$

MERAKLISINA FORMÜL

$$\sum_{k=1}^n k.k! = 1.1! + 2.2! + \dots + n.n! = (n+1)! - 1$$

$$\sum_{k=a}^n k.k! = (n+1)! - a!$$

NE GÜZEL TEKNİK

$$1.1! + 2.2! + 3.3! + \dots + n.n! = (n+1)! - 1$$

$$= (2-1).1! + (3-1).2! + (4-1).3! + \dots + (n+1-1).n! = 2! - 1! + 3! - 2! + 4! - 3! + \dots + (n+1)! - n! = (n+1)! - 1$$

1. $\sum_{k=1}^{20} k.k!$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) $20! + 1$ B) $20! - 1$ C) $21! - 1$ D) $21! + 1$ E) $22!$
2. $\sum_{k=5}^{30} k.k!$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $31! - 5!$ B) $31! - 1$ C) $30! - 5!$
 D) $30! - 1$ E) $29!$

3. $A = \sum_{k=1}^{50} k.k!$ ve $B = \sum_{k=1}^{49} k.k!$
 olduğuna göre, A - B farkı aşağıdakilerden hangisine
 tam bölünemez?
 A) 2500 B) 2000 C) 530 D) 60 E) 19

4. $\sum_{k=3}^{15} k.k! + \sum_{k=-5}^6 k$
 toplamının sonucunun kaç tane asal çarpanı vardır?
 A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5
5. $\sum_{k=1}^{999} k.k!$
 toplamının sondan kaç basamağı 9 olur?
 A) 246 B) 247 C) 248 D) 249 E) 250

6. $\sum_{k=1}^n (k.k! + 1) = (n+1)! + x$
 olduğuna göre, $\sum_{n=1}^5 nx$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 36 B) 38 C) 40 D) 42 E) 45

köşetaşı

$\sum_{k=0}^{70} \frac{k+2}{(k+3)!}$ ifadesinin değerini hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{70} \frac{k+2}{(k+3)!} &= \sum_{k=0}^{70} \frac{k+2+1-1}{(k+3)!} = \sum_{k=0}^{70} \frac{k+3-1}{(k+3)!} \\ &= \sum_{k=0}^{70} \left[\frac{k+3}{(k+3)!} - \frac{1}{(k+3)!} \right] = \sum_{k=0}^{70} \left[\frac{k+3}{(k+3)(k+2)!} - \frac{1}{(k+3)!} \right] \\ &= \sum_{k=0}^{70} \left[\frac{1}{(k+2)!} - \frac{1}{(k+3)!} \right] = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} \\ &\quad + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} \\ &\quad \vdots \\ &\quad + \frac{1}{72!} - \frac{1}{73!} \\ &= \frac{1}{2!} - \frac{1}{73!} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{73!} \end{aligned}$$

1. $\sum_{k=2}^{20} \frac{k-1}{k!}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3 - \frac{1}{15!}$ B) $2 - \frac{1}{20!}$ C) $1 - \frac{1}{18!}$
D) $1 - \frac{1}{19!}$ E) $1 - \frac{1}{20!}$

2. $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{9}{10!}$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $1 - \frac{1}{11!}$ B) $1 - \frac{1}{10!}$ C) $1 + \frac{1}{10!}$
D) $\frac{1}{10!}$ E) $\frac{1}{11!}$

karekök

4. $\sum_{k=0}^{50} \frac{k}{(k+1)!}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{51!}$ B) $1 - \frac{1}{49!}$ C) $1 - \frac{1}{50!}$
D) $1 - \frac{1}{51!}$ E) $1 - \frac{1}{52!}$

1. $\sum_{k=1}^4 k \cdot k!$

ifadesinin açık biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1! + 2! + 3! + 4!$ B) $1! + 4! + 9! + 16!$
C) $2! + 3! + 4!$ D) $1! + 2! + 3! + 4!$
E) $1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4$

2. $2 \cdot 4! + 3 \cdot 5! + 4 \cdot 6! + \dots + 20 \cdot 22!$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sum_{k=1}^{18} k(k+1)$ B) $\sum_{k=2}^{20} k \cdot (k+2)$
C) $\sum_{k=2}^{20} k \cdot (k+2)!$ D) $\sum_{k=1}^{20} 2k \cdot (2k+2)$
E) $\sum_{k=1}^{10} 3k \cdot (k+1)!$

3. $\sum_{k=-3}^4 k+2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

4. $\sum_{l=1}^5 \sum_{k=-2}^3 (k^3 - 2l)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -5 B) -10 C) -20 D) -45 E) -50

5. $\sum_{i=0}^2 \sum_{j=-1}^i (2i+j)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

6. $\sum_{k=-3}^{31} 2 + \sum_{k=2}^{10} 3$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 73 B) 80 C) 85 D) 90 E) 97

7. $\sum_{k=-10}^0 k$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -55 B) -53 C) -52 D) -50 E) -47

8. $\sum_{k=1}^{12} k^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 605 B) 610 C) 625 D) 650 E) 675

9. $\sum_{k=4}^{10} k^3$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3152 B) 3124 C) 2999
D) 2989 E) 2980

10. $\sum_{k=2}^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $1 - 2^{-9}$ B) $1 - 2^{-8}$ C) $1 - 2^8$
D) $1 - 2^9$ E) $1 - 2^{10}$

11. $\sum_{k=1}^{20} (5k - 1)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 1050 B) 1040 C) 1035 D) 1030 E) 1020

12. $\sum_{k=1}^{10} k(k^2 + 1)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 3070 B) 3080 C) 3090 D) 4000 E) 4010

13. $f(x) = 2x^2 - 5$ olduğuna göre, $\sum_{m=1}^{12} f(m)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 1300 B) 1260 C) 1240 D) 1230 E) 1200

14. $\sum_{k=15}^{40} 2k$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 1432 B) 1430 C) 1427
D) 1425 E) 1420

15. $\sum_{k=4}^{15} (2k + 6)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 156 B) 240 C) 300 D) 324 E) 400

16. 4 ile bölündüğünde 3 kalanını veren iki basamaklı doğal sayıların toplamı kaçtır?
A) 1280 B) 1275 C) 1270 D) 1268 E) 1265

17. $\sum_{m=1}^x 3m - \sum_{k=1}^5 x \cdot k = 15$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?
A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 9

18. $x^2 - 3x + 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. Buna göre, $\sum_{i=1}^2 x_i^2$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

19. $\sum_{k=1}^{100} \left(\frac{1}{k+2} - \frac{1}{k+1}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{25}{51}$ C) 0 D) $\frac{30}{53}$ E) $\frac{25}{51}$

20. $\sum_{m=1}^{50} \frac{1}{m^2 + 3m + 2}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{23}{52}$ B) $\frac{25}{52}$ C) 1 D) $\frac{52}{23}$ E) $\frac{52}{25}$

21. $\sum_{k=1}^n k(k+2) = an^3 + bn^2 + cn$ olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

22. $\sum_{k=1}^n a_k = n^3 - 1$ olduğuna göre, a_4 değeri kaçtır?
A) 37 B) 38 C) 39 D) 40 E) 41

23. $\sum_{a=1}^3 \sum_{b=2}^3 \sum_{c=5}^8 1$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

24. $\sum_{k=1}^n (X_k - 3) = 5 - 3n$ ve $\sum_{k=1}^n (1 - Y_k) = n - 3$ ise, $\sum_{k=1}^n (X_k + Y_k)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 8

25. $\sum_{k=5}^{30} k \cdot k!$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $31! - 5!$ B) $31! - 6$ C) $30! - 5$
D) $30! - 5!$ E) $29! - 3!$

26. $\sum_{k=2}^{20} \frac{k-1}{k!}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{2} - \frac{1}{20!}$ B) $1 - \frac{1}{20!}$ C) $1 - \frac{1}{19!}$
D) $2 - \frac{1}{19!}$ E) $1 - \frac{1}{21!}$

1. $\sum_{k=2}^{10} (5-2k)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 65 B) 63 C) 60 D) -63 E) -65

2. 7 ile bölündüğünde 3 kalanını veren iki basamaklı doğal sayıların toplamı kaçtır?
A) 676 B) 680 C) 682 D) 685 E) 700

3. $\sum_{n=-2}^0 \sum_{m=1}^5 (6^n \cdot m)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{93}{7}$ B) $\frac{210}{13}$ C) $\frac{215}{12}$ D) 20 E) 21

4. $n > a+2$ olmak üzere,
 $\sum_{k=1}^{a+1} k + \sum_{k=a+2}^n k = 78$ olduğuna göre, n değeri kaçtır?
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

5. $\sum_{r=1}^5 \sum_{k=-1}^2 (3k+2r+1)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 184 B) 180 C) 175 D) 172 E) 170

6. $\sum_{k=2}^{16} \frac{1}{k^2 + 7k + 12}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{20}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{3}{20}$

7. $\sum_{k=1}^{30} (-1)^k \cdot (5k+2)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 75 B) 70 C) 60 D) 30 E) 15

8. $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = x-3$ fonksiyonu veriliyor.
 $\sum_{k=1}^n k^2 = A$ ve $\sum_{k=-5}^{n-6} (k+6) = B$ olduğuna göre,
 $\sum_{k=1}^n ([f(k)]^2 - 9)$ ifadesinin A ve B türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $A-B$ B) $A-5B$ C) $A-6B$
D) $A+5B$ E) $A+6B$

9. $\sum_{k=n-3}^{2n-6} 3 = 45$ olduğuna göre, $\sum_{k=-n}^n (k^3 - 2k + 1)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 34 B) 35 C) 40 D) 45 E) 100

10. 1 den n ye kadar (n de dahil) olan terimlerin toplamı $A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ dir.
Her bir terimin tabanı 1 artırıldığında A toplamı ne kadar artar?
A) n^2+2n B) n^2+n C) n^2 D) n^2-n E) n^2-2n

11. $\sum_{k=1}^7 (k-2)(k-3)(k-4)(k-5)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 172 B) 170 C) 168 D) 165 E) 160

12. $\sum_{k=2}^n \ln k$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\ln n$ B) $n!$ C) $\ln n^2$ D) $n! \cdot \ln n^2$ E) $\ln(n!)$

13. $\sum_{k=1}^{20} k^2 = x$ olduğuna göre, $\sum_{k=-20}^{20} 2k^2$ ifadesinin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2x$ B) $3x$ C) $4x$ D) $5x$ E) $6x$

14. $f(x) = \sum_{k=1}^x 2^k$
 $g(x) = \sum_{k=0}^{x-2} (k-1)^2$
olduğuna göre, $(f \circ g)(4)$ değeri kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15. $\sum_{i=1}^{15} (i + x_i) = 150$
olduğuna göre, $\sum_{i=-7}^7 x_{i+8}$ değeri kaçtır?
A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38

16. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu için
 $f(x) = \sum_{k=1}^x (4k-2)$
olduğuna göre, $f^{-1}(128)$ değeri kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

17. $\sum_{k=0}^x 32^{\frac{k+2}{5}} = 252$
olduğuna göre, x değeri kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

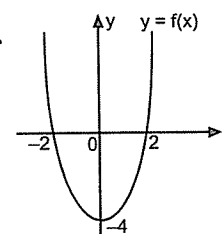
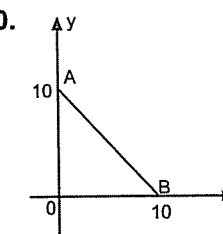
18. $\sum_{x=1}^{90} (1 - \sin^2 x^\circ)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 44 B) $\frac{89}{2}$ C) 45 D) $\frac{91}{2}$ E) 50

19. $\sum_{k=1}^n \log_{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{2}{2k-1} \right) \geq -3$
eşitsizliğini sağlayan kaç farklı n değeri vardır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

20. $\sum_{k=1}^n a_k = 3^n + n$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^3 \sum_{r=1}^4 (a_k - r)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 95 B) 90 C) 86 D) 82 E) 80

1. $\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{k} - \sum_{k=1}^{15} \frac{1}{k+1}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{15}{16}$ B) 1 C) $\frac{17}{16}$ D) $\frac{9}{8}$ E) $\frac{17}{16}$
2. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $\sum_{k=5}^{200} i^k$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) -1 B) -i C) 0 D) i E) 1
3. $f(n) + f(n+1) = 5$ olmak üzere, $\sum_{k=1}^{10} f(k)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 15 B) 20 C) 25 D) 28 E) 35
4. $\sum_{k=7}^n (k-4)!$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine tam bölünemez?
A) 5 B) 6 C) 10 D) 12 E) 15
5. $a_n = \sum_{k=0}^n 2^k$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^3 a_k$ değeri kaçtır?
A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 25

6. $P(x) = \sum_{k=1}^3 [(2x-k+1)^k + m]$ polinomunun $x-1$ ile bölümünden kalan 6 ise, m değeri kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
7. $S_n = \sum_{k=1}^n k$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^5 S_k$ değeri kaçtır?
A) 32 B) 33 C) 34 D) 35 E) 36
8. $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots - \frac{1}{2187}$ toplamının değeri kaçtır?
A) $\frac{3^{14}-1}{4 \cdot 3^{13}}$ B) $\frac{3^{14}}{4}$ C) $\frac{3^{13}-1}{3^{12}}$
D) $\frac{3^8-1}{4 \cdot 3^7}$ E) $\frac{3^{15}-1}{3^{12}}$
9. $n > 1$ için $a_n = a_{n-1} + 5$ ve $a_1 = 4$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ değeri kaçtır?
A) 1020 B) 1026 C) 1030 D) 1032 E) 1035
10. $\sum_{k=1}^{60} k^6 - \sum_{k=3}^{61} (k-1)^6$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 60 B) 20 C) 10 D) 5 E) 1

11. $\sum_{k=1}^n k^3 = 900$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^n 3k$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 40 B) 42 C) 45 D) 48 E) 90
12. $\sum_{k=1}^{12} 2^k = a$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^{24} 2^k$ ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{a^2}{3}$ B) $\frac{a^2+a}{2}$ C) $\frac{a^2+4a}{2}$
D) a^2+5a E) a^2+7a
13. $y = f(x) = \sum_{k=0}^x (3k-1)$ fonksiyonu veriliyor.
 $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği $A(2, m)$ noktasından geçtiğine göre, m değeri kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7
14. Bir dik üçgenin kenar uzunlukları x_1, x_2 ve hipotenüs uzunluğu 2 br dir.
 $f(x) = 3x$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^2 (x_k \cdot f(x_k))$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 22 B) 20 C) 18 D) 15 E) 12
15. $P(x)$ polinom olmak üzere,
 $\sum_{x=1}^{18} P(x+1) = 83$ ve $\sum_{x=2}^{20} P(x-1) = 91$ olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun katsayıları toplamı kaçtır?
A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5
16. $\{1, 1+2, 1+2+3, 1+2+3+4, \dots, 1+2+3+\dots+n\}$ kümesinin elemanlarının toplamı 165 olduğuna göre, n değeri kaçtır?
A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12
17. m ve n pozitif tamsayı olmak üzere,
 $\sum_{k=2}^{11} (k^2 + 2 \cdot 3^k) = m + 3^n$
Buna göre, n nin alabileceği en büyük değer için $m+n$ toplamının değeri kaçtır?
A) 419 B) 435 C) 450 D) 508 E) 510
18. 
 $y = f(x)$ parabolünün tepe noktası y ekseninde yer almaktadır.
Buna göre, $\sum_{x=-2}^2 x f(x)$ değeri kaçtır?
A) -5 B) -2 C) 0 D) 2 E) 5
19. $\sum_{k=1}^{124} \frac{1}{\sqrt[3]{(k+1)^2} + \sqrt[3]{k^2+k} + \sqrt[3]{k^2}}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 4 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10
20. 
[AB] üzerinde ve apsisi tamsayı olan noktaların ordinatları toplamı kaçtır?
A) 55 B) 68 C) 75 D) 90 E) 110

1. $\sum_{k=1}^{20} 2^k$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2^{20} - 2$ B) $2^{20} + 2$ C) $10(2^{20} + 2)$
D) $2(2^{19} - 1)$ E) $2(2^{20} - 1)$ (1971)
2. $\sum_{n=1}^{17} 3n = 3 + 6 + 9 + \dots + 51$ toplamının değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 450 B) 454 C) 457 D) 458 E) 459 (1972)
3. $1 + 4 + 7 + 10 + \dots + 130$ toplamının kısa ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\sum_{k=1}^{15} k^2$ B) $\sum_{k=0}^{30} (3k + 1)$ C) $\sum_{k=1}^{10} k^3$
D) $\sum_{k=0}^{43} (3k + 1)$ E) $\sum_{k=0}^{15} (3k - 1)$ (1974)
4. $\sum_{j=1}^4 \sum_{i=0}^3 (3i - 2j + 1)$ toplamının değeri nedir?
A) -1 B) 5 C) 10 D) 11 E) 8 (1978)
5. $\sum_{n=1}^{20} (n + 2)$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 440 B) 422 C) 420 D) 322 E) 250 (1978)

kareköt

6. p ve n pozitif tam sayıdır.
 $1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n.(n + 1) = \frac{1}{3} n(n + 1)(n + 2)$ eşitliği bilindiğine göre,
 $p(p + 1) + (p + 1)(p + 2) + \dots + 2p(2p + 1)$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1}{3} p(p + 1)(7p + 5)$ B) $\frac{1}{3} p(p + 1)(6p + 6)$
C) $\frac{1}{3} p(p + 1)(5p + 8)$ D) $\frac{1}{3} p(p + 1)(7p - 6)$
E) $2p(p + 1)^2$ (1979)
7. $f(x) = 2x - 1$, $\sum_{n=1}^{10} n^2 = 385$, $\sum_{n=1}^{10} n = 55$ olduğuna göre, $\sum_{n=1}^{10} [f(n)]^2$ toplamının değeri nedir?
A) 1163 B) 1245 C) 1330 D) 1526 E) 2012 (1979)
8. $\sum_{p=1}^n p(p + 1) = \frac{n(n^2 + an + b)}{3}$ eşitliği bilindiğine göre, $2a + b$ aşağıdakilerden hangisidir? (a, b sabit birer tamsayı ve $n \in \mathbb{N}$)
A) 8 B) 5 C) -3 D) -7 E) 11 (1979)
9. $\sum_{i=1}^n (y_i + 1) = n + 1$ ve $\sum_{i=1}^n (x_i - \alpha) y_i = 0$ ($\alpha \in \mathbb{R}$) olduğuna göre, $\sum_{i=1}^n x_i y_i$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{\alpha}{2}$ B) α C) $n\alpha$ D) $\alpha - 1$ E) $(\alpha - 1)\alpha$ (ÖYS 1981)

10. f ve $g, \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ aşağıdaki biçimde tanımlı iki fonksiyondur.
 $f: x \rightarrow \sum_{n=1}^x n$, $g: x \rightarrow \sum_{n=1}^x n^2$
Buna göre, $(f \circ g)(2)$ nin değeri nedir?
A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 6 (ÖYS 1982)
11. $f(x) = 3x + 1$, $x_1 = 1$, $x_2 = 4$ olduğuna göre,
 $\sum_{i=1}^2 (x_i - 3) \cdot f(x_i)$ toplamı kaçtır?
A) -1 B) 0 C) 2 D) 3 E) 5 (ÖYS 1983)
12. 1 den n ye kadar olan n tane doğal sayının kareleri toplamı $T = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$ dir.
Bu n tane sayıdan herbiri 1 kadar artırıldığında T ne kadar artar?
A) n B) n^2 C) $n(n + 1)$
D) $n(n - 1)$ E) $n(n + 2)$ (ÖYS 1986)
13. $\sum_{n=1}^4 \left[\sum_{m=2}^3 (m^2 n - 6n) \right]$ toplamının sayısal değeri kaçtır?
A) -20 B) -10 C) 10 D) 20 E) 30 (ÖYS 1986)
14. $\sum_{n=1}^{20} (2 + na) = 70$ olduğuna göre, a kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{9}$ (ÖYS 1989)

kareköt

15. $\sum_{k=1}^4 \sum_{s=1}^2 (4s - 2k + 1)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) -12 B) -18 C) 0 D) 16 E) 24 (ÖYS 1990)
16. 102 ile 353 arasında bulunan ve 5 ile kalansız bölünebilen sayıların toplamı kaçtır?
A) 9875 B) 10100 C) 10350
D) 11250 E) 11375 (ÖYS 1994)
17. n pozitif tam sayı olduğuna göre,
 $n! + \sum_{k=0}^8 (n + k)! \cdot (n + k)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $(n + 7)!$ B) $(n + 8)!$ C) $(n + 9)!$
D) $(2n + 8)!$ E) $(2n + 10)!$ (ÖSS 2008 II)
18. $\sum_{n=0}^{100} 3^n$ toplamının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4 (LYS 2010)
19. Karmaşık sayılar kümesi üzerinde f fonksiyonu
 $f(z) = \sum_{k=0}^{101} z^k$ biçiminde tanımlanıyor.
Buna göre, $f(i)$ değeri nedir?
A) $1 + i$ B) $1 - i$ C) i
D) $-i$ E) 1 (LYS 2011)

BÖLÜM 47

Çarpım Sembolü

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Çarpım sembolünü tanımlar.
2. Çarpım sembolü ile verilen işlemi yapar.
3. Verilen işlemleri çarpım sembolü ile ifade eder.
4. $\prod_{k=1}^n c = c^n$ eşitliğini kullanır.
5. Çarpım sembolü ile ifade edilen bir işlemde sadeleştirme yapar.
6. $\prod_{k=1}^n (a_k \cdot b_k) = \prod_{k=1}^n a_k \cdot \prod_{k=1}^n b_k$ özelliğini kavrar.
7. $\prod_{k=1}^n a_k = \prod_{k=1}^r a_k \cdot \prod_{k=r+1}^n a_k$ özelliğini kullanır.
8. Çarpım sembolü ile ifade edilen üstel bir işlemde toplam sembolünü kullanır.
9. Çarpım sembolü bulunan denklemde eşitsizlikleri çözer.
10. İlk n. terimin çarpımını ilk n – 1 terimin çarpımına böldüğünde, n. terimi elde edeceğini kavrar.
11. İç içe bulunan çarpım sembollerini analiz eder, işlem yapar.
12. İç içe bulunan çarpım sembolü ile toplam sembollerini analiz eder, işlem yapar.
13. II. ve III. dereceden denklemlerin köklerinin çarpımını ya da toplamını sembollerle ifade eder.
14. $\prod$, $\sum$ sembollerinin genel semboller olduğunu ve değişik yerlerde karşılaşılabileceğini fark eder.

47.1

çarpım sembolü

köşetaşı

Aşağıdaki çarpımları açık olarak yazınız.

a) $\prod_{k=1}^6 k$

b) $\prod_{i=2}^4 (i^2 + 1)$

c) $\prod_{j=-1}^2 (2j)$

d) $\prod_{k=4}^8 2$

e) $\prod_{p=1}^3 3^m$

açıklamalı çözüm

Çarpım sembolü $\prod(p_i)$ ile gösterilir.

$$\prod_{k=1}^n a_k = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n \text{ dir.}$$

O halde,

a) $\prod_{k=1}^6 k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 6!$

b) $\prod_{i=2}^4 (i^2 + 1) = (2^2 + 1)(3^2 + 1)(4^2 + 1)$

c) $\prod_{j=-1}^2 (2j) = (2 \cdot (-1)) \cdot (2 \cdot 0) \cdot (2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 2) = 0$

d) $\prod_{k=4}^8 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$

e) $\prod_{p=1}^3 3^m = 3^m \cdot 3^m \cdot 3^m = 3^{3m}$

I. Bölümde çarpım sembolüyle verilen ifadelerin açık halini II. Bölümde gösteriniz.

I. Bölüm

1) $\prod_{k=1}^5 k^3$

2) $\prod_{a=1}^{100} 3^a$

3) $\prod_{m=1}^{10} \frac{m+1}{m}$

4) $\prod_{t=2}^5 \frac{1}{3}$

5) $\prod_{k=1}^4 (\sqrt{2})^k$

6) $\prod_{i=-2}^2 i^{i+1}$

II. Bölüm

A) $(-2)^{-1} \cdot (-1)^0 \cdot 0^1 \cdot 1^2 \cdot 2^3$

B) $3^1 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot 3^{100}$

C) $(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5)^3$

D) $(\sqrt{2})^1 (\sqrt{2})^2 \cdot (\sqrt{2})^3 \cdot (\sqrt{2})^4$

E) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$

F) $\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \dots \cdot \frac{11}{10}$

köşetaşı

$$A = \prod_{k=1}^3 (k+1) \quad \text{ve} \quad B = \prod_{k=2}^6 \frac{k-1}{k}$$

olduğuna göre, A . B çarpımı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$A = \prod_{k=1}^3 (k+1) = (1+1)(2+1)(3+1) = 24$$

$$B = \prod_{k=2}^6 \frac{k-1}{k} = \frac{2-1}{2} \cdot \frac{3-1}{3} \cdot \frac{4-1}{4} \cdot \frac{5-1}{5} \cdot \frac{6-1}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

O halde, A . B = $24 \cdot \frac{1}{6} = 4$ olur.

1. $\prod_{k=1}^{10} k$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) 55 B) 70 C) 120 D) 700 E) 10!

2. $\prod_{k=-2}^2 (k-1)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) -3 B) -1 C) 0 D) 2 E) 5

3. $\prod_{r=-3}^4 3^{-r}$ ifadesinin sonucunun çarpmaya göre tersi aşağıdakilerden hangisidir?
A) 81 B) 27 C) 1 D) $\frac{1}{27}$ E) $\frac{1}{81}$

4. $\prod_{p=2}^{97} \left(1 + \frac{1}{p+1}\right)$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 40 B) 37 C) 35 D) 33 E) 30

5. $\prod_{k=1}^5 e^{\ln k}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 720 B) 120 C) 100 D) 89 E) 80

6. $\prod_{k=1}^{500} (k^3 - 9k)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 500! B) 500 C) 100 D) 9 E) 0

köşetaşı

Aşağıdakilerden hangisi iki basamaklı tek doğal sayıların çarpımını ifade eder?

- A) $\prod_{k=6}^{50} (2k-1)$ B) $\prod_{k=6}^{49} (2k-1)$ C) $\prod_{k=5}^{50} (2k+1)$ D) $\prod_{k=3}^{50} (2k-1)$ E) $\prod_{k=1}^{99} k$

açıklamalı çözüm

İki basamaklı tek doğal sayıların çarpımı 11.13.15.17.....95.97.99 dur.

Tek sayıları $2k-1$ ifade ettiğinden $\prod_{k=6}^{50} (2k-1)$ olur.

Doğru Seçenek (A)'dır.

1. $2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^n$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\prod_{r=-1}^n 2^r$ B) $\prod_{m=2}^{n+1} 2^{m-1}$ C) $\prod_{k=1}^n 2^{k-1}$
D) $\prod_{a=0}^n 2^a - 1$ E) $\prod_{k=1}^{n+1} k^2$
2. $2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32 \cdot 64 \cdot 128 \cdot 256 \cdot 512$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\prod_{k=2}^{256} 2k$ B) $\prod_{k=1}^9 2^a$ C) $\prod_{i=2}^{512} i$
D) $\prod_{k=1}^8 2k$ E) $\prod_{k=1}^9 2^k$
3. $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{99}{100}$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\prod_{p=1}^{100} \frac{p}{p+1}$ B) $\prod_{p=1}^{99} \frac{p}{p+1}$ C) $\prod_{k=1}^{100} \frac{k-1}{k+1}$
D) $\prod_{k=1}^{50} \frac{k}{2k-1}$ E) $\prod_{i=1}^{100} \frac{1}{i}$
4. $8 \cdot 13 \cdot 18 \cdot \dots \cdot 108$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\prod_{k=0}^{20} (5k+8)$ B) $\prod_{k=1}^{20} (8k)$ C) $\prod_{k=2}^{50} (3k+2)$
D) $\prod_{a=0}^{20} (5k+8)$ E) $\prod_{m=8}^{50} (m+5)$
5. 3 ve 2 ile bölündüğünde 1 kalanını veren iki basamaklı pozitif tamsayıların çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\prod_{k=1}^{16} (3k+1)(2k+1)$ B) $\prod_{a=2}^{20} (6a+2)$
C) $\prod_{j=2}^{16} (6j+1)$ D) $\prod_{j=1}^{17} (6j+1)$
E) $\prod_{m=2}^{16} (6n+1)$
6. $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 99 \cdot 100$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\prod_{k=1}^{100} k \cdot (k+1)$ B) $\left(\prod_{a=2}^{50} a \right) \left(\prod_{b=3}^{99} b \right)$
C) $\prod_{k=1}^{50} 2k(2k-1)$ D) $\left(\prod_{k=1}^{50} 2k \right) \left(\prod_{k=2}^{50} (2k-1) \right)$
E) $\prod_{i=1}^{50} (i+1) \cdot \prod_{i=2}^{50} 2i$

köşetaşı

Aşağıdaki ifadelerin değerlerini hesaplayınız.

a) $\prod_{k=1}^{10} 3$ b) $\prod_{k=-2}^3 3^a$ c) $\prod_{p=1}^{100} 3p$

açıklamalı çözüm

a) $\prod_{k=1}^n c = \underbrace{c \cdot c \cdot c \cdots c}_{n \text{ tane}} = c^n$ olduğundan $\prod_{k=1}^{10} 3 = 3^{10}$ olur.

b) $\prod_{k=r}^n c = c^{n-r+1}$ olduğundan $\prod_{k=-2}^3 3^a = (3^a)^{3-(-2)+1} = 3^{6a}$ olur.

c) $\prod_{k=1}^n c \cdot a_k = c^n \prod_{k=1}^n a_k$ ve $\prod_{k=1}^n k = n!$ bilgilerini kullanırsak
 $\prod_{p=1}^{100} 3p = 3^{100} \prod_{p=1}^{100} p = 3^{100} \cdot 100!$ olur.

İSPATLAYALIM!

$$\prod_{k=1}^n k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots n = n!$$

Örneğin; $\prod_{k=1}^{10} k = 10!$

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\prod_{k=1}^5 2 = 32$ B) $\prod_{a=-2}^3 1 = 1$ C) $\prod_{p=1}^5 (-3) = -243$
D) $\prod_{i=3}^7 i = 7!$ E) $\prod_{k=4}^{10} 2k = 2^7 \cdot \frac{10!}{3!}$

2.

$$A = \prod_{k=1}^{100} 5$$

olduğuna göre, A sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

3.

$$\prod_{p=-2}^2 (\sqrt{2} - p)$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-4\sqrt{2}$ B) $-2\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$ D) 9 E) $6\sqrt{2}$

4. m ve n pozitif tamsayıdır.

$$\prod_{m=2}^8 2m = 2^m \cdot n \text{ olduğuna göre,}$$

m'nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 14 B) 13 C) 10 D) 7 E) 6

5.

$$\left(\prod_{k=1}^{10} k \right) - \left(\prod_{m=2}^9 m \right)$$

farkı aşağıdakilerden hangisine tam bölünemez?

A) 81 B) 72 C) 66 D) 56 E) 45

6.

$$\left(\prod_{p=5}^{2006} 2006 \right) + \left(\prod_{k=1}^{2006} k \right)$$

toplamının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 7 B) 5 C) 4 D) 3 E) 1

köşetaşı

a) $\prod_{k=1}^{265} \sin k^\circ$ ifadesinin değeri kaçtır?

b) $\prod_{k=5}^{100} \left(1 - \frac{1}{k} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Çarpım sembolünde temel taktik: Sadeleştirme yapmaktır.

a) $\prod_{k=1}^{265} \sin k^\circ = \sin 1^\circ \cdot \sin 2^\circ \cdots \underbrace{\sin 180^\circ}_{=0} \cdots \sin 181^\circ \cdots \sin 265^\circ = 0$

b) $\prod_{k=5}^{100} \left(1 - \frac{1}{k} \right) = \prod_{k=5}^{100} \left(\frac{k-1}{k} \right) = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdots \frac{99}{100} = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

1.

$$\prod_{k=2}^{80} \left(1 + \frac{1}{k-1} \right)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 100 B) 96 C) 90 D) 84 E) 80

2.

$$\prod_{k=0}^5 3^{k-2}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 30 B) 27 C) 25 D) 24 E) 21

4.

$$\prod_{k=2}^{101} e^{\ell_n \left(\frac{k+1}{k} \right)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 62 B) 60 C) 58 D) 56 E) 51

5.

$$Z \rightarrow Z \text{ ye } f(x) = \sum_{k=1}^x k \text{ ve } g(x) = \prod_{m=1}^x m$$

olduğuna göre, (fog)(4) değeri kaçtır?

A) 316 B) 312 C) 310 D) 304 E) 300

6.

 $\log 2 = x$ ve $\log 3 = y$ olduğuna göre,

$$\prod_{k=2}^{23} \log_k (k+1)$$

ifadesinin x ve y türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x-y}{y}$ B) $\frac{x+2y}{x}$ C) $\frac{x+3y}{y}$
D) $\frac{2x+y}{x}$ E) $\frac{3x+y}{x}$

3.

 $f(x) = (x-12)^5$ olduğuna göre,

$$\prod_{k=0}^{35} f(k)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) -10 B) -5 C) 0 D) 5 E) 10

köşetaşı

$\prod_{k=1}^{14} \left(\frac{k+2}{k+3} \cdot \log_{(k+1)}(k+2) \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\prod_{k=1}^n (a_k \cdot b_k) = \prod_{k=1}^n a_k \cdot \prod_{k=1}^n b_k$$

$$\prod_{k=1}^n \left(\frac{a_k}{b_k} \right) = \frac{\prod_{k=1}^n a_k}{\prod_{k=1}^n b_k}$$

O halde, $\prod_{k=1}^{14} \left(\log_{(k+1)}(k+2) \right) \cdot \prod_{k=1}^{14} \frac{k+2}{k+3} = [\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \dots \cdot \log_{15} 16] \cdot \left[\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{16}{17} \right]$
 $= [\log_2 16] \cdot \left[\frac{3}{17} \right] = [\log_2 2^4] \cdot \left[\frac{3}{17} \right] = 4 \cdot \frac{3}{17} = \frac{12}{17}$ olur.

1. $\prod_{k=1}^9 [k(k+1)]$
ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) 8!.9! B) 8!.10! C) 9!.9! D) 9!.10! E) 72!

2. $\prod_{p=1}^3 \frac{p^2+2p}{p^2+1}$
ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\frac{32}{6}$ B) 5 C) $\frac{9}{2}$ D) 4 E) $\frac{18}{5}$

3. $\prod_{k=1}^{19} (20k - k^2)$
ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $(20!)^2$ B) $20!.19!$ C) $(19!)^2$
D) $19.18!$ E) $(18!)^2$

kareli

4. $\prod_{k=1}^{30} 2^k = a$ olduğuna göre, $\prod_{k=1}^{30} \frac{2^k}{k+1}$ ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) a! B) $\frac{a}{31!}$ C) $\frac{a}{30!}$ D) $\frac{a}{29!}$ E) $28!.a$

5. $\prod_{k=2}^{30} \left(1 - \frac{1}{k^2} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{17}{40}$ B) $\frac{9}{20}$ C) $\frac{19}{40}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{31}{60}$

6. $f(n) = \prod_{k=1}^n \frac{(k+1)^2}{k+2}$
olduğuna göre, $f(n) - (n+1)!$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\frac{n}{2}f(n)$ B) $\frac{1}{n}$ C) $n+f(n)$
D) $-\frac{n}{2}f(n)$ E) $-2n$

D E C B E D

köşetaşı

$\prod_{k=1}^{20} f(k) = a$ ve $\prod_{k=1}^{30} f(k) = b$
olduğuna göre, $\prod_{k=21}^{30} f(k)$ ifadesinin a ve b türünden değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$1 < r < n$ olmak üzere,

$$\prod_{k=1}^n a_k = \prod_{k=1}^r a_k \cdot \prod_{k=r+1}^n a_k$$

Buna göre, $\prod_{k=1}^{30} f(k) = b \Rightarrow \underbrace{\prod_{k=1}^{20} f(k)}_{=a} \cdot \prod_{k=21}^{30} f(k) = b$
 $\Rightarrow a \cdot \prod_{k=21}^{30} f(k) = b$
 $\Rightarrow \prod_{k=21}^{30} f(k) = \frac{b}{a}$ olur.

BAŞKA BİR ÖZELLİK

$$\prod_{k=p}^n a_k = \prod_{k=p-r}^{n-r} a_{k+r} = \prod_{k=p+r}^{n+r} a_{k-r}$$

$$\prod_{k=p}^n a_k = \frac{\prod_{k=1}^n a_k}{\prod_{k=1}^{p-1} a_k}$$

$$\text{Örneğin, } \prod_{k=5}^{20} k = \frac{\prod_{k=1}^{20} k}{\prod_{k=1}^4 k} = \frac{20!}{4!}$$

1. $\prod_{k=2}^{n+1} (k-1)! = A$ olduğuna göre, $\prod_{k=3}^n k!$ ifadesinin A türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{A}{3}$ B) $\frac{A}{2}$ C) A D) 2A E) 3A

2. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\prod_{k=5}^{12} (2k-1) = \prod_{k=1}^8 (2k+7)$ B) $\prod_{k=-1}^1 (k+1) = \prod_{k=1}^3 (k-1)$
C) $\prod_{k=-5}^{10} a_k = \prod_{k=-5}^1 a_k \cdot \prod_{k=2}^{10} a_k$ D) $\prod_{k=10}^{30} k = \frac{30!}{9!}$
E) $\prod_{k=5}^{20} (2k-2) = 2^{16} \cdot \frac{20!}{3!}$

3. $\prod_{k=1}^n (k^2 + k) = x \cdot \prod_{k=3}^n (k^2 + k)$
olduğuna göre, x değeri kaçtır?
A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

4. $\prod_{k=1}^{15} a_k = 60$ ve $\prod_{k=2}^{15} a_k = 30$
olduğuna göre, a_1 değeri kaçtır?
A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

5. $\prod_{k=1}^{30} k^2 = x$ ve $\prod_{k=4}^{30} k^2 = y$
olduğuna göre, $\sqrt{\frac{x}{y}}$ oranı kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 6 D) 7 E) 8

6. $\prod_{k=2}^{30} a_k = 120$ ve $\prod_{k=3}^{29} a_k = 30$
olduğuna göre, a_2 ve a_{30} un geometrik ortalaması kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

B E C A C D

köşetaşı

$\prod_{k=1}^{999} 3^{\log\left(\frac{k+1}{k}\right)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

1. Yol

$$\begin{aligned} \prod_{k=1}^{999} 3^{\log\left(\frac{k+1}{k}\right)} &= 3^{\log\left(\frac{2}{1}\right) + \log\left(\frac{3}{2}\right) + \log\left(\frac{4}{3}\right) + \dots + \log\left(\frac{1000}{999}\right)} \\ &= 3^{\log 2 + \log \frac{3}{2} + \log \frac{4}{3} + \dots + \log \frac{1000}{999}} \\ &= 3^{\log\left(\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \dots \cdot \frac{1000}{999}\right)} \\ &= 3^{\log 1000} = 3^{\log 10^3} = 3^3 = 27 \end{aligned}$$

2. Yol

Soruyu yandaki özelliklerle çözelim:

$$\begin{aligned} \prod_{k=1}^{999} 3^{\log\left(\frac{k+1}{k}\right)} &= 3^{\sum_{k=1}^{999} \log\left(\frac{k+1}{k}\right)} = 3^3 = 27 \\ \sum_{k=1}^{999} \log\left(\frac{k+1}{k}\right) &= \log \frac{2}{1} + \log \frac{3}{2} + \dots + \log\left(\frac{1000}{999}\right) \\ &= \log\left(\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \dots \cdot \frac{1000}{999}\right) = 3 \end{aligned}$$

BİR İSPAT YAPALIM

$$\begin{aligned} \prod_{k=1}^n C^{a_k} &= C^{a_1} \cdot C^{a_2} \cdot C^{a_3} \cdot \dots \cdot C^{a_n} \\ &= C^{a_1 + a_2 + \dots + a_n} \\ &= C^{\sum_{k=1}^n a_k} \end{aligned}$$

1. $\prod_{k=1}^{30} 2^k$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 2^{460} B) 2^{470} C) 32^{93} D) 35^{90} E) 64^{90}

2. $\prod_{k=1}^{24} 2^{\log_5\left(1 + \frac{1}{k+1}\right)}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

3. $\log_5 \left[\prod_{p=1}^{20} 5^p \right]$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 220 B) 210 C) 205 D) 200 E) 190

4. $\prod_{k=1}^{10} \left(\frac{2}{3}\right)^k = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?
A) -36 B) -40 C) -42 D) -50 E) -55

5. $\prod_{k=0}^{10} 16^{\frac{1}{(k+1)(k+2)}}$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?
A) $8\sqrt[3]{4}$ B) $6\sqrt[3]{4}$ C) $2\sqrt[3]{2}$ D) $8\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{2}$

6. $\prod_{k=1}^{2006} 6^k$ ifadesinin değerinin birler basamağındaki rakam kaçtır?
A) 1 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

köşetaşı

$\prod_{k=-2}^{n-3} 2^{k+3} = 64$ olduğuna göre, $\prod_{k=n-2}^7 (8k - k^2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned} \prod_{k=-2}^{n-3} 2^{k+3} &= 64 \Rightarrow 2^{-2+3} \cdot 2^{-1+3} \cdot \dots \cdot 2^{n-3+3} = 2^6 \\ &\Rightarrow 2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^n = 2^6 \\ &\Rightarrow 2^{1+2+3+\dots+n} = 2^6 \\ &\Rightarrow 2^{\frac{n(n+1)}{2}} = 2^6 \Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 6 \Rightarrow n(n+1) = 12 \\ &\Rightarrow n = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \prod_{k=n-2}^7 (8k - k^2) &= \prod_{k=3-2}^7 k(8-k) = \prod_{k=1}^7 k(8-k) \\ &= \prod_{k=1}^7 k \cdot \prod_{k=1}^7 (8-k) = 7! \cdot (7 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 1) = (7!)^2 \end{aligned}$$

1. n pozitif tamsayı olmak üzere,

$$f(n) = \prod_{k=1}^n (2k) \text{ ve } \frac{f(n+3)}{f(n+2)} = 30$$

olduğuna göre, n değeri kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

2. $\prod_{k=-3}^n 3^k = \sum_{k=-25}^{28} k$

olduğuna göre, n değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $\prod_{k=1}^n (2 \cdot a_k) = 2^{n-1}$ olduğuna göre, $\prod_{k=1}^n a_k$ aşağıdaki-lerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{5}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

4. n pozitif tamsayı olmak üzere,

$$\prod_{k=1}^n 3^{2k-1} > \left(\frac{1}{9}\right)^{-8}$$

olduğuna göre, n nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. $\prod_{k=2}^n \left(k - 2 + \frac{2}{k+1}\right) = \frac{n!}{55}$

olduğuna göre, n değeri kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

6. $\prod_{k=1}^{n-1} (k^2 + 2k) = m \cdot \prod_{k=1}^{n-1} k$

olduğuna göre, m aşağıdakilerden hangisine kesinlik-
le tam bölünür?

- A) n+4 B) n+3 C) n+2 D) n E) 11

köşetaşı

$\prod_{k=1}^n a_k = 2^{n+1}$ olduğuna göre, a_6 değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$n = 6 \text{ için } \prod_{k=1}^6 a_k = 2^{6+1} \Rightarrow a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 = 128 \dots \dots \dots (1)$$

$$n = 5 \text{ için } \prod_{k=1}^5 a_k = 2^{5+1} \Rightarrow a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 = 64 \dots \dots \dots (2)$$

(2) deki eşitlik (1) de yerine yazılırsa

$$\underbrace{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5}_{64} \cdot a_6 = 128$$

$$64 \cdot a_6 = 128 \Rightarrow a_6 = 2$$

1. $\prod_{k=1}^n a_k = 3n - 1$

olduğuna göre, a_7 değeri kaçtır?

- A) $\frac{20}{17}$ B) 1 C) $\frac{17}{20}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{3}{4}$

2. $\prod_{k=5}^n a_{k-1} = n!$

olduğuna göre, a_8 in değeri kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

3. $S_n = \prod_{k=1}^n k$ olduğuna göre, $S_{20} - S_{19}$ farkı aşağıdakilerden hangisine tam bölünemez?

- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

4. $\prod_{k=3}^{n-4} a_{k+4} = 2^n \cdot n!$

olduğuna göre, a_5 ve a_6 sayılarının geometrik ortalaması kaçtır?

- A) $3\sqrt{30}$ B) $2\sqrt{30}$ C) $\sqrt{30}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $\sqrt{5}$

5. $\prod_{x=1}^n f(x) = \prod_{k=1}^n k$

olduğuna göre, $f(4)$ değeri kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

6. $\prod_{k=1}^n (3 \cdot a_k) = 9^n$

olduğuna göre, a_{2006} ile a_1 in geometrik ortalamasının aritmetik ortalamasına oranı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

köşetaşı

$A = \prod_{m=0}^2 \prod_{n=1}^3 (2^m)^n$ ve $B = \prod_{p=0}^{10} \prod_{k=1}^{63} \frac{k}{k+1}$ olduğuna göre, $\frac{A}{B}$ oranı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\prod_{k=1}^n \left(\prod_{i=1}^m a_{ik} \right) = \prod_{i=1}^m \left(\prod_{k=1}^n a_{ki} \right)$$

$$A = \prod_{m=0}^2 \prod_{n=1}^3 (2^m)^n = \prod_{m=0}^2 \left(\prod_{n=1}^3 (2^m)^n \right) = \prod_{m=0}^2 (2^m \cdot 2^{2m} \cdot 2^{3m}) = \prod_{m=0}^2 (2^{6m}) = 2^0 \cdot 2^6 \cdot 2^{12} = 2^{18}$$

$$B = \prod_{p=0}^{10} \prod_{k=1}^{63} \frac{k}{k+1} = \prod_{p=0}^{10} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{63}{64} \right) = \prod_{p=0}^{10} \left(\frac{1}{64} \right) = \left(\frac{1}{64} \right)^{11} = 2^{-66}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{2^{18}}{2^{-66}} = 2^{84} \text{ olur.}$$

1. $\prod_{k=1}^4 \left(\prod_{m=1}^3 k \cdot m \right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3! \cdot (4!)^3$ B) $3! \cdot (4!)^2$ C) $(3!)^4 \cdot (4!)^3$
D) $2! \cdot (3!)^3$ E) $2! \cdot 3!$

2. $\prod_{k=-1}^1 \prod_{i=2}^5 (i^k)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(5!)^2$ B) $5 \cdot 5!$ C) $2 \cdot 5!$ D) $5!$ E) 1

3. $A = \prod_{m=3}^5 \prod_{k=1}^7 k^5$ olduğuna göre, A sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

4. $x = \prod_{k=1}^5 \left(k \cdot \prod_{m=1}^4 m \right)$, $y = \left(\prod_{k=1}^5 k \right) \left(\prod_{m=1}^4 m \right)$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2^{10} \cdot 3$ B) $2^{12} \cdot 3^4$ C) $2^{15} \cdot 3^5$ D) 6^{15} E) $6^{10} \cdot 7^2$

5. $\prod_{k=1}^{20} \left(\log \left(\prod_{m=1}^k 10^{2m} \right) \right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(19!)^2$ B) $19! \cdot 20!$ C) $(20!)^2$
D) $20! \cdot 21!$ E) $(21!)^2$

6. $\prod_{i=1}^5 \prod_{j=1}^4 \prod_{k=1}^3 \prod_{l=1}^2 2^i$

işleminin sonucunun 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

köşetaşı

$\sum_{n=1}^{500} \prod_{m=3}^7 (mn - 4n)$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{500} \prod_{m=3}^7 (mn - 4n) &= \sum_{n=1}^{500} \prod_{m=3}^7 n(m - 4) \\ &= \sum_{n=1}^{500} \left[n^5 \prod_{m=3}^7 (m - 4) \right] \\ &= \sum_{n=1}^{500} [n^5 \cdot (-1) \cdot 0 \cdot (1) \cdot (2) \cdot (3)] \\ &= \sum_{n=1}^{500} 0 = 0 \end{aligned}$$

1. $A = \sum_{n=1}^4 \prod_{m=0}^2 (m - n + 1)$
 $B = \prod_{m=1}^{30} \sum_{n=0}^5 (m^2 - 4m + 4)$
 olduğuna göre, A + B toplamının değeri kaçtır?
 A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

2. $\prod_{k=0}^2 \sum_{m=0}^1 (k \cdot m + k - m)$
 ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) -10 B) -8 C) 0 D) 8 E) 10

3. $\sum_{m=1}^{20} \left[\prod_{k=1}^{99} 3^{\log\left(1+\frac{1}{k}\right)} \right] - \prod_{a=1}^4 \left[\sum_{b=1}^a \left(\frac{2b}{a} \right) \right]$
 ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) 56 B) 60 C) 64 D) 70 E) 72

karekök

4. $x = \prod_{k=1}^{200} \sum_{n=0}^{180} \sin k^\circ$
 $y = \sum_{k=3}^7 \prod_{m=5}^6 (k - m)$
 olduğuna göre, y - x farkının değeri kaçtır?
 A) 20 B) 12 C) 10 D) 9 E) 8

5. $\prod_{k=30}^{61} \left(\sum_{p=1}^4 p \right)$
 ifadesinin sonucu kaç basamaklı bir sayıdır?
 A) 36 B) 35 C) 34 D) 33 E) 32

6. $\sum_{n=1}^{2006} \left[\prod_{k=2}^{n+1} (k - 1) \right]$
 ifadesinin sonucunun 12 ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 0 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

köşetaşı

$x^3 - 2x^2 + 5x - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

Buna göre, $\prod_{k=1}^3 \left(\sum_{m=1}^3 x_k \cdot x_m \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned} \prod_{k=1}^3 \left(\sum_{m=1}^3 x_k \cdot x_m \right) &= \prod_{k=1}^3 \left(x_k \cdot \sum_{m=1}^3 x_m \right) \\ &= \prod_{k=1}^3 (x_k (x_1 + x_2 + x_3)) \\ &= \prod_{k=1}^3 (x_k \cdot 2) = 2^3 \cdot \prod_{k=1}^3 x_k \\ &= 8(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) \\ &= 8 \cdot 3 = 24 \end{aligned}$$

HATIRLATMA

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 ise,

1) $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$

2) $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \frac{c}{a}$

3) $x_1x_2x_3 = -\frac{d}{a}$ dir.

Buna göre, $x^3 - 2x^2 + 5x - 3 = 0$ denkleminde,

$x_1 + x_2 + x_3 = 2$, $x_1x_2x_3 = 3$ tür.

1. $x^3 + mx^2 + (2n - 1)x + n - 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 tür.
 $\sum_{k=1}^2 (x_k \cdot x_{k+1}) = -x_1 \cdot x_3 + 7$ olduğuna göre,
 $\prod_{k=1}^3 (3x_k)$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 54 B) 51 C) 48 D) 42 E) 36

2. $x^2 + 4x + a = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $\prod_{k=1}^2 (2x_k + 1) = 13$ olduğuna göre, a değeri kaçtır?
 A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $m > 0$ olmak üzere, $x^2 + mx + n = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $\sum_{k=1}^2 (x_k)^2 = 17$ ve $\prod_{k=1}^2 \frac{1}{x_k} = \frac{1}{4}$ olduğuna göre,
 $\sum_{k=1}^2 \frac{1}{x_k}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) -3 B) -2 C) $-\frac{5}{4}$ D) $\frac{1}{4}$ E) 1

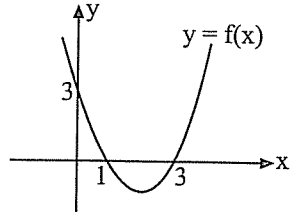
karekök

4. $3x^2 + 6x + n = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $\sum_{a=1}^2 \prod_{b=1}^2 (x_a)^b = -26$ olduğuna göre, n değeri kaçtır?
 A) 5 B) 3 C) 1 D) -3 E) -9
5. $x^3 + x^2 + nx - 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.
 $\prod_{k=1}^2 x_k = 3$ olduğuna göre, $\sum_{m=1}^3 \frac{1}{x_m}$ değeri kaçtır?
 A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) 0 E) $-\frac{1}{2}$

6. $3x^3 - 3x^2 + ax + b = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.
 $\sum_{k=1}^3 \binom{3}{k} x_k = 1$ ve $\prod_{k=1}^3 x_k = 4$
 olduğuna göre, a - b farkı kaçtır?
 A) 24 B) 12 C) 8 D) 0 E) -15

köşetaşı

çarpım sembolü

Yandaki şekilde $y = f(x)$ parabolünün grafiği verilmiştir.Buna göre, $\prod_{k=1}^3 \left(\sum_{x=0}^3 xf(x) \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Önce $y = f(x)$ parabolünün denklemini yazalım. Parabolün eksenleri kestiği noktalar $x_1 = 1$ ve $x_2 = 3$ tür.

$y = f(x)$ parabolünün denklemi $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$ den $f(x) = a(x-1)(x-3)$

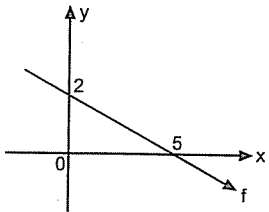
$f(0) = a(-1)(-3) = 3$ ise $a = 1$ dir.

O halde, $f(x) = (x-1)(x-3)$ tür.

$$\prod_{k=1}^3 \left(\sum_{x=0}^3 xf(x) \right) = \prod_{k=1}^3 (0.f(0) + 1.f(1) + 2.f(2) + 3.f(3)) \quad (f(1) = 0, f(2) = -1, f(3) = 0)$$

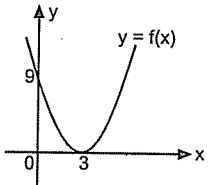
$$= \prod_{k=1}^3 (0 + 0 + 2.(-1) + 0) = \prod_{k=1}^3 (-2) = (-2)^3 = -8 \text{ bulunur.}$$

1.

Yandaki grafik, $y = f(x)$ fonksiyonuna aittir.Buna göre, $\prod_{k=0}^{20} f(k)$ ifadesinin değeri kaçtır?

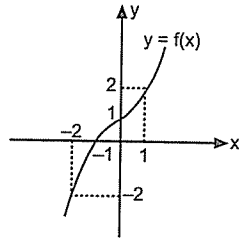
- A) 20! B) 12! C) 20! D) 12 E) 0

2.

Yandaki şekilde, $y = f(x)$ parabolünün grafiği verilmiştir.Buna göre, $\prod_{i=1}^2 \sum_{k=1}^3 f(k)$ ifadesinin değeri kaçtır?

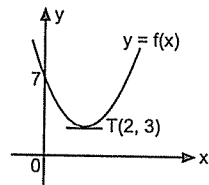
- A) 20 B) 25 C) 32 D) 40 E) 49

3.

Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.Buna göre, $\sum_{a=-2}^5 \prod_{k=-2}^1 f(k)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4.

 $y = f(x)$ parabolünün tepe noktası $T(2, 3)$ tür.Buna göre, $\prod_{a=-1}^0 \sum_{k=0}^2 f(k)$ değeri kaçtır?

- A) 196 B) 121 C) 90 D) 11 E) 0

TARAMA TESTİ

çarpım sembolü

1. $\prod_{k=-2}^2 k^3$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(-2)^3 + (-1)^3 + 0^3 + 1^3 + 2^3$
 B) $(-2) + (-1) + 0 + 1 + 2$
 C) $(-2)^3 \cdot (-1)^3 \cdot 0^3 \cdot 1^3 \cdot 2^3$
 D) $(-2)^{-2} \cdot (-1)^{-1} \cdot 3^0 \cdot 3^1 \cdot 3^2$
 E) $1^3 \cdot 2^3 \cdot 3^3$

2. $\prod_{k=10}^{30} (2k - 20)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) 10 C) 20 D) 10! E) 30!

3. $7 \cdot 11 \cdot 15 \cdot 19 \dots 99$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\prod_{k=7}^{99} (k+4)$ B) $\prod_{k=2}^{25} (4k-1)$ C) $\prod_{k=2}^{25} (4m-1)$
 D) $\prod_{k=3}^{95} (k+4)$ E) $\prod_{t=1}^{99} (k+6)$

4.

$$A = \prod_{i=2}^{31} 2002$$

olduğuna göre, A sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

5. $\prod_{k=1}^{89} \tan^{\circ}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

6.

$$\prod_{k=3}^{101} (k^2 - k)$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{100! \cdot 101!}{2}$ B) $100! \cdot 101!$ C) $(100!)^2$
 D) $(101!)^2$ E) $101! \cdot 102!$

7.

$$\prod_{k=2}^{10} (k^2 - k) = \prod_{k=4}^{10} m \cdot (k^2 - k)$$

olduğuna göre, m değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $\sqrt{2}$
- B)
- $\sqrt{3}$
- C) 2 D)
- $2\sqrt{3}$
- E)
- $\sqrt[3]{12}$

8.

$$\prod_{m=1}^{20} \left(\frac{1}{3} \right)^m = 27^x$$

olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) -70 B) -60 C) -30 D) 30 E) 70

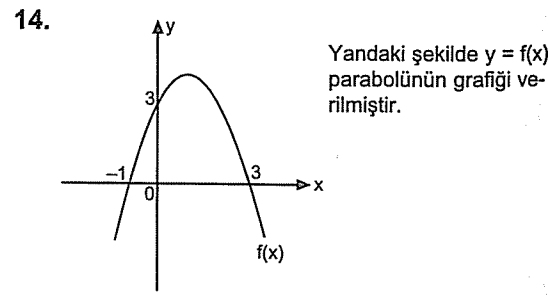
9. $\prod_{k=3}^{a+2} 3^{k-2} = 3^{15}$ olduğuna göre, $\prod_{k=a}^{3a} (k-7)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 15! B) 10 C) 3 D) 2 E) 0

10. $\prod_{m=1}^n a_m = n^2 + 1$ olduğuna göre, a_2 değeri kaçtır?
A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

11. $\prod_{l=1}^3 \left(\prod_{k=1}^2 i.k \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 250 B) 264 C) 272 D) 280 E) 288

12. $\sum_{m=5}^{50} \prod_{k=1}^{1000} \frac{k-5}{k+4}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 5 B) 2 C) 1 D) 0 E) -2

13. $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $\sum_{k=1}^2 x_k + \prod_{k=1}^2 x_k = \sum_{k=-4}^5 k$ olduğuna göre, m değeri kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1



- Buna göre, $\sum_{k=-1}^3 f(k) + \prod_{k=-5}^{10} f(k)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

1. $\prod_{m=1}^3 m! - \left(\prod_{m=1}^3 m \right)!$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
A) -708 B) -240 C) 0 D) 240 E) 708

2. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $\prod_{k=1}^{15} i^k$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) i B) 1 C) 0 D) -1 E) $-i$

3. $\sum_{k=1}^{20} \log_2 \left(\prod_{m=1}^3 2 \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 60 B) 80 C) 96 D) 120 E) 170

4. $\sum_{k=1}^9 \log_2 \left(\prod_{n=1}^k 2^n \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 158 B) 160 C) 162 D) 165 E) 168

5. $\prod_{m=3}^{80} \log_m (m+1)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

6. $\prod_{p=1}^n \left(1 - \frac{2}{2p+1} \right) = \frac{1}{31}$ olduğuna göre, $\sum_{b=2n}^{3n} 3$ değeri kaçtır?
A) 39 B) 42 C) 45 D) 48 E) 51

7. A ve n pozitif tamsayı olmak üzere, $\prod_{k=1}^{72} k = A \cdot 6^n$ Buna göre, n nin alabileceği en büyük değer kaçtır?
A) 30 B) 34 C) 36 D) 40 E) 42

8. $\prod_{k=0}^{30} (k^2 - 5k - 14)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) 0 B) 1 C) 30 D) 10! E) 30!

9. $f(x) = \sum_{k=1}^x k$ ve $g(x) = \prod_{k=1}^x k$ olduğuna göre, $\sum_{k=2}^3 (f \circ g)(k)$ değeri kaçtır?
A) 18 B) 20 C) 24 D) 26 E) 30

10. $\sum_{k=1}^4 \prod_{m=1}^k m$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 33 B) 34 C) 35 D) 36 E) 37

11. $\ell_n \left(\prod_{k=1}^n e^k \right) + \sum_{k=1}^n 3^{\log_3 k} = 132$
olduğuna göre, n değeri kaçtır?
A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

12. $\frac{\sum_{n=1}^4 \prod_{k=1}^2 2}{\prod_{k=1}^2 \sum_{n=1}^4 2}$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{5}$

13. $\sum_{k=1}^2 x_k = 5$ ve $\prod_{k=1}^2 x_k = 7$ olduğuna göre, kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x^2 + 5x - 7 = 0$ B) $x^2 + 7x + 5 = 0$
C) $x^2 - 7x + 5 = 0$ D) $x^2 + 5x + 7 = 0$
E) $x^2 - 5x + 7 = 0$

14. $\sum_{k=100}^{205} \prod_{m=1}^{100} (106 - 2m)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) -5 B) -3 C) 0 D) 4 E) 10

15. $\prod_{k=1}^{360} \sum_{m=90}^{270} \sin m^\circ$ işleminin sonucu kaçtır?
A) -360 B) 0 C) 1 D) 100 E) 360

16. $\prod_{k=4}^{32} \sqrt{1 - \frac{2k-1}{k^2}}$ işleminin sonucu kaçtır?
A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{3}{32}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{5}{32}$

17. $\sum_{k=1}^n \ell_n(a_k) = 6$ ve $\prod_{k=1}^n a_k = n^2$
olduğuna göre, n değeri kaçtır?
A) e^6 B) e^5 C) e^4 D) e^3 E) e^2

18. $\prod_{k=1}^n 3^{2k-1} > 27^8$
eşitsizliğini sağlayan n doğal sayısının alabileceği en küçük değer kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

19. $\prod_{k=4}^n k = 20$ olduğuna göre, n değeri kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

20. $\prod_{k=1}^2 \sum_{\ell=1}^k \prod_{m=1}^{\ell} \left(1 + \frac{1}{m} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 18 B) 16 C) 14 D) 12 E) 10

1. x pozitif tamsayı olmak üzere,
 $\sum_{k=1}^x x = \prod_{k=1}^x x$ olduğuna göre, x in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

2. m ve n tamsayı olmak üzere,
 $\prod_{k=1}^{10} 3.7^k = 3^m . 7^n$ olduğuna göre, m - n farkı kaçtır?
A) 45 B) 25 C) 0 D) -25 E) -45

3. $A = \prod_{r=1}^{20} 3^r$ olduğuna göre, A sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?
A) 9 B) 7 C) 6 D) 5 E) 1

4. $\prod_{n=1}^5 n^{((-1)^n)}$ işleminin sonucu kaçtır?
A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{7}{15}$ C) $\frac{8}{15}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

5. $\prod_{k=1}^2 (a^k + b^k) = 180$
 $\prod_{k=1}^2 (a^k . b^k) = 27$
olduğuna göre, a + b toplamının değeri kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. $f(x) = \prod_{k=1}^x \frac{3}{k}$ ve $g(x) = \sum_{k=1}^x \frac{1}{f(k)}$
olduğuna göre, g(3) değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 2 B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 1 E) $\frac{7}{9}$

7. $\prod_{n=1}^{70} n^2$ işleminin sonucunun sondan kaç basamağı sıfırdır?
A) 30 B) 31 C) 32 D) 33 E) 34

8. a, b, c ve d pozitif tamsayılar olmak üzere,
 $\prod_{k=-5}^3 (k+6) = 2^a . 3^b . 5^c . 7^d$
olduğuna göre, $\frac{a-b+c}{d}$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. $\prod_{n=-4}^6 (0,8)^n = \left(1 - \frac{1}{5} \right)^{2x-3}$
olduğuna göre, x değeri kaçtır?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

10. $\frac{\prod_{k=3}^4 \left[\sum_{m=1}^3 (2n-1) \right]}{\prod_{a=2}^4 (a-1)} = \frac{75}{2}$
olduğuna göre, n nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

11. $\prod_{k=1}^n a_k = 3^{n-2}$ ve $\prod_{k=1}^n a_k \cdot b_k = \frac{1}{9}$ olduğuna göre,
 $\prod_{k=1}^n x \cdot b_k = 3^n$ eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdaki-
 lardan hangisidir? ($n \in \mathbb{Z}^+$)
 A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

12. $\prod_{k=1}^2 1 + \prod_{k=2}^3 2 + \prod_{k=3}^4 3 + \dots + \prod_{k=15}^{16} 15$
 işleminin sonucu kaçtır?
 A) 1240 B) $\frac{15^6 - 1}{14}$ C) $\frac{15^6 - 2}{13}$
 D) 15^6 E) $1 - 2^6$

13. $\prod_{n=3}^{80} \frac{n \cdot (-1)^n}{n+1}$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) $-\frac{1}{27}$ B) $-\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{27}$

14. $A = \prod_{k=-200}^{200} 2^{k^5 - k}$
 olduğuna göre, A^{2006} ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -1 B) 0 C) 1 D) 36 E) 27

15. $x^3 - 5x^2 + 4x - 8 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3
 olduğuna göre, $\prod_{k=1}^3 x_k + \sum_{k=1}^3 x_k^2$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 32 B) 30 C) 28 D) 25 E) 20

kareköt

16. $n > 0$ olmak üzere,
 $\prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k-1}\right) = \sum_{k=4}^{n+3} (2k-7) - \sum_{k=3}^{n+2} 6$
 olduğuna göre, n değeri kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
17. a ve b pozitif tamsayılardır.
 $\prod_{k=1}^5 3^k \cdot k = A$ ve $A = 3^a \cdot b$
 olduğuna göre, $a + b$ toplamı en az kaçtır?
 A) 58 B) 56 C) 54 D) 52 E) 50
18. $f(x) = x^2 - 3x - 4$ parabolünün x eksenini kestiği noktalar
 $A(x_1, 0)$ ve $B(x_2, 0)$ dir.
 $x_1 > x_2$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^2 x_k + \prod_{k=1}^2 x_k \cdot f(k-1)$ ifadesi-
 nin değeri kaçtır?
 A) -7 B) -10 C) -93 D) -103 E) -141
19. $f(x) = \sum_{k=1}^x \frac{1}{k(k+1)}$ ve $g(x) = 3x$
 olduğuna göre, $\sum_{k=1}^{10} f(4) + \prod_{m=1}^3 g^{-1}(6)$ değeri kaçtır?
 A) 10 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18
20. $A = \sum_{k=1}^{20} (\sqrt{2k+2} - \sqrt{2k-2})$
 ise, $\prod_{k=1}^4 \frac{A}{\sqrt{21+2\sqrt{5}-1}}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) 4 D) $4\sqrt{2}$ E) 8

1. $\sum_{n=1}^{10} \prod_{m=2}^8 (mn - 3n)$
 ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -726 B) -363 C) 0 D) 363 E) 726
 (ÖYS 1994)

2. $\prod_{n=1}^7 (3n+2)$
 sayısı 10^m ile bölünebildiğine göre, m 'nin alabile-
 ceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
 (LYS 2011)

kareköt

BÖLÜM 48

Diziler

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Diziyi tanımlar, herhangi bir terimi bulur.
2. Görüntü kümesine göre, dizinin türünü belirler.
3. Özel fonksiyonların bir dizinin tanımında yer alabileceğini gösterir.
4. Yinelemeli tanımlanan bir dizide herhangi bir terimi bulur.
5. Sabit diziyi tanımlar.
6. Monoton diziyi tanımlar.
7. $\left(\frac{an+b}{cn+d}\right)$ biçimindeki dizilerin monoton olma durumunu analiz eder.
8. Alt diziyi tanımlar.
9. Bir dizinin tamsayı olan terimlerini bulur.
10. Bir dizinin terimlerinin işaretini belirler.
11. "Hemen hemen her terim" kavramını açıklar.
12. Bir dizinin belli aralıktaki terimlerini bulur.
13. Genel terimi ikinci dereceden fonksiyon olan dizilerin en küçük ve en büyük elemanını bulur.

48.1

diziler

köşetaşı

$(a_n) = \left(\frac{n+5}{n+1}\right)$ dizisinin ilk dört terimini bulup açık halini yazınız.

açıklamalı çözüm

$A \neq \emptyset$ olmak üzere, $f: N^+ \rightarrow A$ şeklinde tanımlı bir fonksiyon bir sayı dizisi oluşturur. Dizilerde $f(n)$ ifadesinin yerine a_n kullanılır. a_n , dizinin genel terimidir. (a_n) ifadesi de diziyi gösterir. Dizinin en önemli özelliği elemanlarının sırası ve yeri bellidir. Kümede olduğu gibi elemanlar arası yer değişikliği yapılamaz. Şöyle ki birinci terim $n = 1$ için a_1 dir. k . terim $n = k$ için a_k dir.

Buna göre, bir dizinin açık hali $(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots) = (f(1), f(2), f(3), \dots, f(n), \dots)$

$(a_n) = \left(\frac{n+5}{n+1}\right)$ dizisinin genel terimi $a_n = \frac{n+5}{n+1}$ olup ilk dört terimi ise:

$$a_1 = \frac{1+5}{1+1} = 3 \qquad a_2 = \frac{2+5}{2+1} = \frac{7}{3}$$

$$a_3 = \frac{3+5}{3+1} = 2 \qquad a_4 = \frac{4+5}{4+1} = \frac{9}{5}$$

(a_n) dizisinin açık ifadesi $(a_n) = \left(3, \frac{7}{3}, 2, \frac{9}{5}, \dots, \frac{n+5}{n+1}, \dots\right)$

1.

$$(a_n) = \left(1, \frac{3}{2}, \frac{7}{3}, \dots\right)$$

dizisinin genel terimi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{n+1}{2}$ B) $\frac{n-1}{n+4}$ C) $n^2 - 1$
D) $\frac{2^n - 1}{n}$ E) $n - 4$

2.

$(a_n) = (n^2 - 4)$ dizisinin açık ifadesi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) (1, 2, 3,...) B) (1, 4, 9,...) C) (-3, -1, 3,...)
D) (-3, 0, 5,...) E) (-4, -3, 0,...)

3.

Genel terimi $a_n = 3n - 1$ olan dizinin 7. terimi kaçtır?

- A) 15 B) 18 C) 20 D) 24 E) 27

4.

$$(a_n) = \left(\frac{5n-1}{n+1}\right)$$

olduğuna göre, $a_3 + a_5$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{13}{2}$ B) 7 C) $\frac{15}{2}$ D) 8 E) $\frac{17}{2}$

5.

$(a_n) = \left(\frac{2n-6}{n+2}\right)$ dizisinin bir terimi $\frac{9}{7}$ dir.

Bu terimden sonraki ikinci terim kaçtır?

- A) $\frac{17}{12}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{16}{9}$ D) $\frac{9}{7}$ E) $\frac{11}{8}$

6.

Genel terimi

$$a_n = \begin{cases} n^2 & , n \equiv 0 \pmod{2} \text{ ise} \\ n-1 & , n \equiv 1 \pmod{2} \text{ ise} \end{cases}$$

olan dizinin ilk beş terimi aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) 1, 0, 1, 0, 1 B) 0, 4, 0, 9, 0 C) 0, 4, 2, 16, 4
D) 1, 1, 4, 4, 9 E) 1, 2, 3, 4, 5

köşetaşı

Aşağıdakilerden hangisi bir doğal sayı dizisidir?

- A) $\left(\frac{n+3}{n-2}\right)$ B) $(\sqrt{n-4})$ C) $(\sqrt{n}+1)$ D) $(n-5)$ E) (n^2+1)

açıklamalı çözüm

$f: \mathbb{N}^+ \rightarrow A$ tanımlı fonksiyona dizi denildiği önceki köşetaşında belirtilmişti. Eğer $A = \mathbb{R}$ ise, diziye reel sayı dizisi, $A = \mathbb{Z}$ ise tamsayı dizisi, $A = \mathbb{N}$ ise doğal sayı dizisi denir. Daha kesin bir ifade ile dizinin tüm terimleri doğal sayı ise doğal sayı dizisi adını alır. Her doğal sayı dizisinin aynı zamanda reel sayı dizisi olduğunu fark ediniz.

Seçenekler birer birer ele alınırsa:

- A) $\left(\frac{n+3}{n-2}\right)$ bir dizi değildir. Çünkü $n = 2$ için tanımlı değildir.
 B) $(\sqrt{n-4})$ bir dizi değildir. Çünkü $n = 1, n = 2, n = 3$ için tanımlı değildir.
 C) $(\sqrt{n}+1)$ bir reel sayı dizisidir.
 D) $(n-5)$ bir tamsayı dizisidir. $(-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$
 E) (n^2+1) bir doğal sayı dizidir. $(2, 5, 10, 17, \dots)$

SABİT DİZİ

$(a_n) = (k)$ dizisine sabit dizi denir.

Örneğin: $(a_n) = (5) = (5, 5, 5, \dots)$ sabit dizidir.

SONLU DİZİ

$k \in \mathbb{N}^+, A = \{1, 2, 3, \dots, k\} \subset \mathbb{N}^+$ olmak üzere, $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı fonksiyona SONLU DİZİ denir.

Biz genellikle sonsuz dizilerle çalışacağız.

1. Aşağıdakilerden hangisi reel sayı dizisi değildir?

- A) $\left(\frac{n-3}{n+1}\right)$ B) $(\sqrt{n+1})$ C) (54)
 D) $\left(\frac{4+n}{n}\right)$ E) $\left(\frac{n+6}{n-1}\right)$

2. Aşağıdakilerden hangisi bir reel sayı dizisinin genel terimi olamaz?

- A) $n+2$ B) $4-n$ C) $\sqrt{n+2}$
 D) $\sqrt{2-n}$ E) $n^2 + \sqrt{2}$

3. Aşağıdakilerden hangisi bir doğal sayı dizisi değildir?

- A) $(n+3)$ B) (n^2+1) C) (2^n-1)
 D) $(\sin n\pi)$ E) $(7-n)$

kareköt

köşetaşı

 $(a_n) = (n^2 - n + 5)$ olduğuna göre, $a_2 + a_4$ toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu köşetaşı, dizinin bir fonksiyon olduğu kavransın, türlü türlü tanımlanan dizilerin varlığı anlaşılın ve öğrenciye cesaret gelsin diye oluşturuldu.

$$a_2 = 2^2 - 2 + 5 = 7$$

$$a_4 = 4^2 - 4 + 5 = 17$$

Buna göre, $a_2 + a_4 = 7 + 17 = 24$

1. $(a_n) = (n!)$ olduğuna göre, $\frac{a_7}{a_5}$ oranı kaçtır?

- A) 24 B) 21 C) 42 D) 124 E) 256

2. Genel terimi

$$a_n = \begin{cases} n+2 & , n < 4 \text{ iken} \\ n^2-1 & , 4 \leq n < 7 \text{ iken} \\ n+p & , 7 \leq n \text{ iken} \end{cases}$$

olan dizi verilmiştir.

 $a_3 + a_4 + a_8 = 25$ olduğuna göre, p kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -1 D) -2 E) 5

3. $(a_n) = \left(\sin \frac{n\pi}{2}\right)$ olduğuna göre, $a_5 + a_6 + a_7$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 5

4. Genel terimi

$$a_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{n}{n+1}$$

olan dizi verilmiştir.

 $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{12}$ çarpımı kaçtır?

- A) $-\frac{12}{13}$ B) $-\frac{1}{13}$ C) 0 D) $\frac{1}{13}$ E) $\frac{12}{13}$

5. Genel terimi

$$a_n = \sum_{k=1}^n (k^2 + 1)$$

olan dizinin ilk üç terimi aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) 1, 2, 3 B) 2, 5, 10 C) 2, 7, 17
 D) 1, 5, 15 E) 2, 9, 26

(Dikkat! sizden a_1, a_2, a_3 isteniyor.)6. Genel terimi $a_n = \log_{n+2}(n+1)$ olan dizi veriliyor. $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_9$ çarpımı kaçtır?

- A) $\log_{11} 12$ B) $\log 9$ C) $\log_9 10$
 D) $\log_{11} 2$ E) $\log_2 11$

köşetaşı

(a_n) dizisinin terimleri arasında $a_{k+1} = 2a_k - 3$ bağıntısı vardır.

$a_3 = 11$ olduğuna göre, a_6 kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bazen bir dizi yukarıdaki gibi tanımlanabilir. Bu tür tanıma *yinelemeli tanımlama* denebilir. Fonksiyon konusunda benzeri sorular üzerinde çalışılmıştı.

$$k = 3 \text{ için } a_{3+1} = 2a_3 - 3 = 19$$

$$k = 4 \text{ için } a_5 = 2a_4 - 3 = 35$$

$$k = 5 \text{ için } a_6 = 2a_5 - 3 = 67$$

1. (a_n) dizisinde $a_1 = 6$ ve $a_n = 2 + a_{n-1}$ olduğuna göre, a_{10} kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

2. $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n}{n+1}$ bağıntısını sağlayan (a_n) dizisi veriliyor.

$a_1 = 2$ olduğuna göre, a_7 kaçtır?

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{7}{8}$ E) $\frac{7}{4}$

3. $a_1 = 1$ ve $a_{n+1} - a_n = \frac{1}{3}$ olduğuna göre, (a_n) dizisinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{n+1}{2}$ B) $\frac{n+2}{3}$ C) $\frac{n+3}{2}$ D) $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ E) $\frac{n-1}{n+3}$

4. Bir (a_n) dizisinde $2a_n + 1 = 2a_{n+1}$ bağıntısı vardır. $a_1 = 1$ olduğuna göre, a_{55} kaçtır?

A) 19 B) 25 C) 28 D) 55 E) 56

5. Bir (a_n) dizisinde her $n \in \mathbb{N}^+$ için

$$a_{2n-3} = 3^{2n}$$

$$a_p \cdot a_k = 3^{20}$$

bağıntıları gerçeğlendiğine göre, $p + k$ toplamı kaçtır?

A) 8 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

6. $(a_n) = \left(\frac{2^n \cdot n!}{n^n}\right)$ dizisi için $\frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{27}{32}$ olduğuna göre, k kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

köşetaşı

$(a_n) = \left(\frac{5n+p}{2n-1}\right)$ dizisi sabit dizi olduğuna göre, p kaçtır?

açıklamalı çözüm

Fonksiyonların özellikleri diziler için de geçerlidir.

- 1) $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $a_n = c$ ($c \in \mathbb{R}$) ise, (a_n) sabit dizidir.

- 2) $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $a_n = b_n$ ise, (a_n) ile (b_n) eşit dizilerdir.

- 3) $(a_n) + (b_n) = (a_n + b_n)$, $(a_n) - (b_n) = (a_n - b_n)$

- 4) $(a_n) \cdot (b_n) = (a_n \cdot b_n)$, $\frac{(a_n)}{(b_n)} = \left(\frac{a_n}{b_n}\right)$

- 5) $k \cdot (a_n) = (k \cdot a_n)$

Köşetaşını Çözelim: $\frac{ax+b}{cx+d}$ biçimindeki ifadenin

sabit olması için $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ olmalıdır.

$$\frac{5}{2} = \frac{p}{-1} \Rightarrow p = -\frac{5}{2}$$

FONKSİYON KONUSUNDAN HATIRLAYALIM!

$f(x) = (m-1)x^2 + (n+4)x + m+n-5$
sabit fonksiyon ise, $f(m+n)$ kaçtır?

$$\begin{aligned} m-1 &= 0 & n+4 &= 0 \\ m &= 1 & n &= -4 \end{aligned}$$

$$f(x) = -8 \Rightarrow f(-3) = -8$$

UYARLAYALIM:

$(a_n) = ((k-1)n^2 + (p+4)n + k + p - 5)$
sabit dizi ise, a_{k+p} kaçtır?

Çözüm yukarıdaki gibidir.

1.

$$(a_n) = \left(\frac{2n^2 - mn + p}{n^2 + 2n + 1}\right)$$

dizisi sabit dizi olduğuna göre, $m + p$ toplamı kaçtır?

A) -6 B) -4 C) -2 D) 0 E) 2

2.

$$\left(\frac{5n+2}{n+1}\right) \text{ ile } \left(5 + \frac{p}{n+1}\right)$$

dizileri eşit olduğuna göre, p kaçtır?

A) -6 B) -3 C) -2 D) 1 E) 4

3.

$$(a_n) = \left(\frac{n}{2}\right) \text{ ve } (b_n) = (n+1)$$

olduğuna göre, $(a_n) + (a_n) \cdot (b_n)$ dizisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{n^2+n+2}{n+1}\right)$ B) $\left(\frac{n^2-n}{n+1}\right)$ C) $\left(\frac{n^2+2n}{2}\right)$
D) $\left(\frac{n^2+n}{2}\right)$ E) $\left(\frac{n}{n+1}\right)$

4.

$$(a_n) = \left(\frac{n^2+2}{2}\right) \text{ ve } (b_n) = \left(\frac{n!}{2}\right) \text{ dizileri veriliyor.}$$

Buna göre, $(a_n + 4 \cdot b_n)$ dizisinin dördüncü terimi kaçtır?

A) 45 B) 49 C) 53 D) 57 E) 59

5.

Aşağıdakilerden hangisi $(a_n) = (\cos n\pi)$ dizisine eşittir?

A) $(-\sin n\pi)$ B) $(n + \pi)$ C) $((-1)^n)$
D) (0) E) $(\tan n\pi)$

6.

Aşağıdakilerden hangisi sabit dizi değildir?

A) (4) B) $((-1)^{2n+1})$ C) $(\sin 2n\pi)$
D) $(n - |n+4|)$ E) $((-1)^n)$

köşetaşı

Genel terimi $a_n = \frac{5^n}{(n+5)!}$ olan dizinin monoton azalan olduğunu gösteriniz.

açıklamalı çözüm

Genel terimi a_n olan bir dizi $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için

- 1) $a_n < a_{n+1} \Leftrightarrow (a_n)$ monoton artandır.
- 2) $a_n > a_{n+1} \Leftrightarrow (a_n)$ monoton azalandır.
- 3) $a_n \leq a_{n+1} \Leftrightarrow (a_n)$ azalmayandır.
- 4) $a_n \geq a_{n+1} \Leftrightarrow (a_n)$ artmayandır.

1) ve 2) den $\frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$ ise dizi monoton artan, $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ ise dizi monoton azalandır.

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{5^{n+1}}{(n+6)!} : \frac{5^n}{(n+5)!} = \frac{5^n \cdot 5}{(n+6)(n+5)!} \cdot \frac{(n+5)!}{5^n} = \frac{5}{n+6}$$

ifadesi $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için 1 den küçüktür. Bundan dolayı (a_n) monoton azalandır.

Not: Bu tür sorularda (a_n) dizisinin ilk terimleri yazılarak doğru seçenek belirlenebilir.

$(a_n) = \left(\frac{5^n}{(n+5)!} \right) = \left(\frac{5}{6!}, \frac{5^2}{7!}, \frac{5^3}{8!}, \frac{5^4}{9!}, \dots \right)$ dizisinin terimleri küçülmektedir. Açıkçası her terim bir öncekinden büyükse monoton artandır, küçükse monoton azalandır.

1. Aşağıdakilerden hangisi monoton azalan bir dizedir?

- A) $(\sin n\pi)$ B) $(-n^2 + n)$ C) $\left(\frac{n+1}{n+2} \right)$
D) (e^n) E) $\left(\frac{n!}{n} \right)$

2. $(a_n) = (\cos n\pi)$, $(b_n) = ((-1)^n(n+1))$, $(c_n) = (n^2 - 9n + 27)$ dizilerinden hangileri monotondur?

- A) (a_n) , (b_n) B) (c_n) C) (b_n) , (c_n)
D) (b_n) E) Hiçbiri

3. $(a_n) = \left(\frac{4^n}{(n+2)!} \right)$ dizisi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Monoton artandır. B) Monoton azalandır.
C) Artmayandır. D) Azalmayandır.
E) Sabittir.

4. Aşağıdakilerden hangisi monoton azalan bir dizedir?

- A) $\left(\frac{2n+1}{n+2} \right)$ B) (2^n) C) $\left(\frac{1}{3^n} \right)$
D) $\left(\frac{(n+1)!}{n+2} \right)$ E) (4)

5. Aşağıdakilerden hangisi monoton artan bir dizedir?

- A) $\left(\frac{1}{n+1} \right)$ B) $\left(\frac{1}{5^n} \right)$ C) $\left(\frac{n+1}{n+2} \right)$
D) $\left(\frac{n+2}{n+1} \right)$ E) $\left(\frac{n-1}{n!} \right)$

6. $(a_n) = (n^2 - 11n - 24)$

dizisi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Monoton artandır. B) Monoton azalandır.
C) Artmayandır. D) Azalmayandır.
E) Monoton değildir.

köşetaşı

$\left(\frac{an+5}{2n+1} \right)$ dizisinin monoton artan bir dizi olması için a nın alabileceği en küçük doğal sayı kaç olmalıdır?

açıklamalı çözüm

Dizi monoton artan ise $a_n < a_{n+1}$ yani $a_{n+1} - a_n > 0$ olmalıdır.

$$\frac{a(n+1)+5}{2(n+1)+1} - \frac{an+5}{2n+1} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{(an+a+5)(2n+1) - (an+5)(2n+3)}{(2n+3)(2n+1)} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{a-10}{(2n+3)(2n+1)} > 0$$

Kesrin paydası $n \in \mathbb{N}^+$ olduğundan daima pozitiftir.

Eşitsizliğin gerçekleşmesi için $a - 10 > 0$ olmalıdır.

$a > 10$ bulunur. a nın alabileceği en küçük doğal sayı 11 dir.

HIZLI ÇÖZÜM İÇİN

$\left(\frac{an+b}{cn+d} \right)$ biçimindeki bir dizi

- 1) $ad - bc > 0$ ise monoton artan
- 2) $ad - bc < 0$ ise monoton azalan
- 3) $ad - bc = 0$ ise sabittir.

AMA MANTIĞINI (İSPATINI) DA BİLİN

$$a_{n+1} - a_n = \frac{a(n+1)+b}{c(n+1)+d} - \frac{an+b}{cn+d}$$

İşlemini üşenmeden yaparsanız görürsünüz.

Ya da türev konusunu gördükten sonra kolayca fark edersiniz.

1. $\left(\frac{an+6}{3n-2} \right)$ dizisinin monoton artan bir dizi olması için a nın alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -10 B) -9 C) -8 D) -7 E) -6

2. $\left(\frac{5n-1}{an+4} \right)$ dizisinin monoton azalan bir dizi olması için a nın alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -29 B) -27 C) -21 D) -20 E) -19

4. $\left(\frac{-4n-18}{an+9} \right)$ dizisi sabit dizi olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 18

(1. ve 2. soruları şimdi göz ucuyla çözebilir misiniz?!)

5. $(-2n^2 + bn + 12)$ dizisinin monoton azalan bir dizi olması için b nin tamsayı değeri en çok kaç olabilir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(Parabol bilginizi yoklayınız.)

3. $(an^2 + 4)$ dizisi monoton artan bir dizi olduğuna göre, a nın alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 16

6. $(an + 9)$ dizisi monoton azalan olduğuna göre, a nın alabileceği en büyük üç farklı tamsayının toplamı kaçtır?

- A) -30 B) -15 C) -6 D) 9 E) 30

köşetaşı

Aşağıdakilerden hangisi $(a_n) = \left(\frac{2n-7}{n+1}\right)$ dizisinin bir alt dizisidir?

- A) $\left(\frac{2n-13}{n-2}\right)$ B) $\left(\frac{2n-9}{n}\right)$ C) $\left(\frac{2n^2-7}{n^2+1}\right)$ D) (n) E) $\left(\frac{2n-14}{n+4}\right)$

açıklamalı çözüm

Bir (a_n) dizisi verilmiş olsun. (k_n) artan bir pozitif doğal sayı dizisi olmak üzere $(a_{(k_n)})$ dizisine (a_n) dizisinin bir alt dizisi denir. (k_n) monoton artan pozitif doğal sayı dizisi olsun. (a_n) dizisinin alt dizisini $\left(\frac{2k_n-7}{k_n+1}\right)$ verir.

A seçeneğinin doğru cevap olup olmadığını test edelim.

$$\frac{2k_n-7}{k_n+1} = \frac{2n-13}{n-2} \Rightarrow 2nk_n - 7n - 4k_n + 14 = 2nk_n - 13k_n + 2n - 13$$

$$\Rightarrow 9k_n = 9n - 27 \Rightarrow k_n = n - 3$$

$(n-3)$ dizisi doğal sayı dizisi değildir. Bundan dolayı A seçeneği cevap değildir.

C seçeneğinin doğru cevap olup olmadığını test edilirse; $\frac{2k_n-7}{k_n+1} = \frac{2n^2-7}{n^2+1} \Rightarrow k_n = n^2$ olur. (n^2) , monoton artan doğal sayı dizisi olduğundan cevap C dir.

Not: Bu tür sorularda dizilerin bir kaç terimi yazılarak da sonuca varılabilir.

$$(a_n) = \left(-\frac{5}{2}, -1, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots\right)$$

- A) $(11, \dots)$ B) $\left(-7, -\frac{3}{2}, \dots\right)$ C) $\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{5}, \dots\right)$ D) $(1, 2, \dots)$ E) $\left(-\frac{12}{5}, \dots\right)$

1.

$$(a_n) = \left(\frac{(-1)^n n}{2n+1}\right) \text{ dizisi veriliyor.}$$

(a_{2n+1}) dizisinin genel terimi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{(-1)^{2n+1} \cdot n}{4n+1}$ B) $\frac{-2n+1}{4n-1}$ C) $\frac{-2n-1}{4n+3}$
D) $\frac{3n-4}{n^2-2n+2}$ E) $\frac{4n-3}{n^2-n+2}$

2.

$(a_{n+1}) = \left(\frac{3n-1}{n^2+1}\right)$ olduğuna göre, (a_n) dizisinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3n-4}{n^2+1}$ B) $\frac{3n-1}{n^2-2n}$ C) $\frac{3n-6}{(n+3)^2}$
D) $\frac{3n-4}{n^2-2n+2}$ E) $\frac{4n-3}{n^2-n+2}$

3.

$$(a_{3n-1}) = \left(\frac{n+1}{n+3}\right)$$

olduğuna göre, $a_8 + a_{17}$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{9}{5}$ B) $\frac{9}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{13}{9}$

4.

$$(a_n) = \left(\frac{3^n}{n!}\right)$$

olduğuna göre, $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{3^n}{n+1}$ B) $\frac{3n}{n+1}$ C) $\frac{n+1}{n}$
D) $\frac{3n}{2n+1}$ E) $\frac{3n!}{n!+1}$

köşetaşı

$(a_n) = \left(\frac{2n^2+5n-4}{n+1}\right)$ dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

$$\begin{array}{r} 2n^2 + 5n - 4 \mid n + 1 \\ \underline{2n^2 + 2n} \\ 3n - 4 \\ \underline{3n + 3} \\ -7 \end{array}$$

$$\frac{2n^2 + 5n - 4}{n + 1} = 2n + 3 - \frac{7}{n + 1}$$

ifadesi $n = 6$ için tamsayı olabilir.

(a_n) dizisinde altıncı terim $(a_6 = 14)$ tamsayıdır.

Bu sorunun dizi konusunun özü ile ilgili olmadığını polinom ve rasyonel sayılarla ilgili olduğunu fark ediniz.

1. $\left(\frac{3n-16}{n+2}\right)$ dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

2. $(a_n) = \left(\frac{n+41}{n+1}\right)$ dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $(a_n) = \left(\frac{n-37}{n+1}\right)$ dizisinin kaç terimi doğal sayıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\left(\frac{2n-12}{n+1}\right)$ dizisinin kaç terimi negatif tamsayıdır?

- A) 1 B) 3 C) 6 D) 7 E) 13

5. $\left(\frac{2n^2-5n+17}{n+1}\right)$ dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. $\left(\frac{3n^2+5n-1}{n^2+2}\right)$ dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

köşetaşı

$$(a_n) = \left(\frac{n^2 - 11n + 24}{2n - 25} \right) \text{ dizisinin kaç terimi negatiftir?}$$

açıklamalı çözüm

$\frac{n^2 - 11n + 24}{2n - 25}$ ifadesinin işareti incelenir. (Bkz. 3.kitap eşitsizlikler bölümü)

Kökler: $n = 3$, $n = 8$, $n = 12,5$

n	$-\infty$	3	8	12,5	$+\infty$
$\frac{n^2 - 11n + 24}{2n - 25}$	-	+	-	+	

$n \in (-\infty, 3) \cup (8, \frac{25}{2})$ iken dizinin terimleri negatif oluyor. Ancak dizinin tanımı gereği

$n \geq 1$, $n \in \mathbb{N}$ olduğundan n : 1, 2, 9, 10, 11, 12 değerlerine eşit olabilir.

Demek ki (a_n) dizisinin altı terimi negatiftir.

1. $\left(\frac{n-4}{n+7} \right)$ dizisinin kaç terimi negatiftir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. $(a_n) = \left(\frac{n+1}{3} \right)$ ve $(b_n) = \left(\frac{n-1}{2} \right)$

dizilerinin kaçınıcı terimleri birbirine eşittir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $(a_n) = \left(\frac{n+2}{4} \right)$ ve $(b_n) = \left(\frac{n-3}{3} \right)$ dizileri veriliyor.

$a_k > b_k$ eşitsizliğini gerçekleyen kaç k değeri vardır?

A) 5 B) 11 C) 17 D) 21 E) 25

4. $\left(\frac{n^2 - n - 12}{n + 12} \right)$ dizisinin kaç terimi negatiftir?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

5. $\left(\frac{-n^2 + 15n - 54}{15 + n} \right)$ dizisinin kaç terimi pozitifdir?

A) 2 B) 5 C) 7 D) 10 E) 15

6. $\left(\frac{12 - |n+2|}{n+5} \right)$ dizisinin kaç terimi pozitifdir?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

köşetaşı

$$(a_n) = \left(\frac{n^2 - 6n + 8}{n + 4} \right) \text{ dizisinin kaç terimi 5 ten küçüktür?}$$

açıklamalı çözüm

$a_n < 5$ eşitsizliğini gerçekleyen terimler istenmektedir.

$$\begin{aligned} \frac{n^2 - 6n + 8}{n + 4} < 5 &\Rightarrow \frac{n^2 - 6n + 8}{n + 4} - 5 < 0 \Rightarrow \frac{n^2 - 11n - 12}{n + 4} < 0 \\ &\Rightarrow \frac{(n-12)(n+1)}{n+4} < 0 \end{aligned}$$

n	$-\infty$	-4	-1	12	$+\infty$
	-	+	-	+	

Tabloda taralı bölgedeki n pozitif tamsayıları 1, 2, 3, ..., 11 dir. Demek ki (a_n) dizisinin 11 terimi $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{11})$ 5 ten küçüktür.

Şimdi en küçük terimini bulabilir misiniz?

1. Genel terimi,

$$a_n = \begin{cases} n-3 & , \quad n < 5 \\ 11-n & , \quad n \geq 5 \end{cases}$$

olan dizinin kaç terimi -1 den büyüktür?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

2. $(n^2 - 10n + 21)$ dizisinin kaç terimi 12 den küçüktür?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $\left(\frac{n-17}{n+2} \right)$ dizisinin kaçınıcı terimi $\frac{1}{2}$ dir?

A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38

4. $(n^2 - 16n + 65)$ dizisinin kaçınıcı terimleri 10 a eşittir?

A) 1 ve 4 B) 4 ve 9 C) 5 ve 11
D) 5 ve 10 E) 6 ve 12

5. $\left(\frac{(n-5)(n-11)}{n+4} \right)$ dizisinin kaç terimi $-\frac{1}{3}$ ten küçüktür?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. $\left(\frac{n-7}{n+1} \right)$ dizisinin $\frac{1}{5}$ ten büyük olan en küçük terimi ilk terimden kaç fazladır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{17}{7}$ C) $\frac{23}{12}$ D) $\frac{25}{12}$ E) $\frac{36}{11}$

köşetaşı

$(a_n) = \left(\frac{4}{3n+1}\right)$ dizisinin kaç terimi $\left(\frac{1}{7}, \frac{1}{4}\right)$ reel sayı aralığında bulunur?

açıklamalı çözüm

$\frac{1}{7} < a_n < \frac{1}{4}$ koşulunu sağlayan terimler istenmektedir.

$$\begin{aligned} \frac{1}{7} < \frac{4}{3n+1} < \frac{1}{4} &\Rightarrow 7 > \frac{3n+1}{4} > 4 \\ &\Rightarrow 28 > 3n+1 > 16 \\ &\Rightarrow 27 > 3n > 15 \\ &\Rightarrow 5 < n < 9 \end{aligned}$$

Demek ki (5, 9) aralığında bulunan 6, 7, 8 doğal sayıları için (a_n) dizisinin üç terimi istenen aralıktadır.

1. $\left(\frac{9n+1}{n+3}\right)$ dizisinin kaç terimi 3 ile 5 arasındadır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $\left(\frac{3n+5}{n+3}\right)$ dizisinin kaç terimi $\frac{11}{5}$ ile $\frac{13}{5}$ arasındadır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. $(n^2 - 4)$ dizisinin kaç terimi $[0, 60]$ reel sayı aralığında bulunur?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. $(\log(n+1))$ dizisinin kaç terimi 2 ile 4 arasındadır?

- A) 90 B) 199 C) 901 D) 9899 E) 9900

5. $\left(\frac{1}{n+1}\right)$ dizisinin kaç terimi $\frac{1}{100}$ ile $\frac{1}{10}$ arasındadır?

- A) 9 B) 89 C) 90 D) 91 E) 99

6. $\left(\frac{n!}{n^2}\right)$ dizisinin üç basamaklı en büyük terimi kaçtır?

- A) 630 B) 720 C) 780 D) 860 E) 910

köşetaşı

$(a_n) = (n^2 - 12n + 32)$ dizisinin en küçük elemanı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$(n^2 - 12n + 32)$ dizisi monoton değildir.

$n^2 - 12n + 32$ ifadesi parabol belirttiği için en küçük değerini tepe noktasında alır.

$$\text{Tepe noktası} \left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right)$$

$an^2 + bn + c = n^2 - 12n + 32$ olsun.

$a = 1, b = -12, c = 32$ olduğundan tepe noktası (6, -4) tür.

Bunun için dizinin en küçük elemanı $a_6 = -4$ tür.

1. $(n^2 - 4n + 3)$ dizisinin en küçük elemanı kaçtır?

- A) -4 B) -1 C) 0 D) 1 E) 4

2. $(n^2 - 4)$ dizisinin en küçük elemanı kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) 0 E) 4

3. $(-n^2 + 4n + 2)$ dizisinin en büyük elemanı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 6

4. $(-n^2 + 4n - 3)$ dizisinin en büyük elemanı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. Genel terimi $a_n = \sqrt{(2n-9)^2}$ olan dizinin en küçük elemanı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. Genel terimi $a_n = \sqrt[3]{n^2 - 6n + 8}$ olan dizinin en küçük elemanı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

1. $(a_n) = \left(\frac{3n+1}{n+3}\right)$ dizisinin terimlerinden biri 2,2 dir.

Bu terimden sonraki ilk terimi kaçtır?

- A) $\frac{24}{7}$ B) $\frac{25}{11}$ C) $\frac{27}{13}$ D) $\frac{30}{7}$ E) $\frac{31}{12}$

2. Aşağıdakilerden hangisi bir reel sayı dizisi değildir?

- A) $(\sqrt{n} + 5)$ B) $(\sqrt{n} + 2)$ C) $\left(\frac{n-3}{n+3}\right)$
D) (7) E) $\left(\frac{\sqrt{2}}{n-2}\right)$

3. Genel terimi,

$$a_n = \sum_{k=1}^n (k^2 + k)$$

olan dizinin ilk üç terimi aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) 0,0,2 B) 2,6,12 C) 0,12,20
D) 2,8,20 E) 4,12,20

4. $a_3 = 5$ ve $a_{n+2} - a_{n+1} = 2$

olduğuna göre, (a_n) dizisinin 27. terimi kaçtır?

- A) 45 B) 48 C) 53 D) 57 E) 61

5. $(a_n) = ((k-1)n^2 + (p+2)n + k + p + 8)$ dizisi sabit olduğuna göre, $(k-5p)$ terim kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. $(a_n) = \left(\frac{2^n}{(n+1)!}\right)$

dizisi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Monoton artandır B) Monoton azalandır
C) Artmayandır D) Azalmayandır
E) Sabittir

7. $(a_n) = \left(\frac{kn+3}{5n+4}\right)$

dizisi monoton artan bir dizi olduğuna göre, k'nın alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

8. $(a_{2n+1}) = \left(\frac{n}{n+1}\right)$

olduğuna göre, (a_{n+1}) dizisinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{n}{n+2}$ B) $\frac{n+1}{n+2}$ C) $\frac{n+3}{n}$
D) $\frac{2n+1}{n+2}$ E) $\frac{2n}{n+2}$

9. $(a_n) = \left(\frac{2n+122}{n+1}\right)$ dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

- A) 12 B) 15 C) 17 D) 23 E) 27

10. $(a_n) = \left(\frac{n^2-8n+15}{3n-28}\right)$ dizisinin kaç terimi negatiftir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

11. $(a_n) = \left(\frac{3n-1}{n+1}\right)$ dizisinin kaç terimi $\frac{7}{3}$ ten küçüktür?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

12. $(a_n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)$

dizisinin kaç terimi $\left(\frac{1}{15}, \frac{1}{7}\right)$ reel sayı aralığında bulunur?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

13. $(a_n) = (n^2 - 16n + 27)$ dizisinin en küçük elemanı kaçtır?

- A) -42 B) -37 C) -24 D) 8 E) 14

1. $(a_n) = \left(\frac{5n+19}{n+1} \right)$ dizisinin kaçınıcı terimi 6 ya eşittir?

- A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

2. $(a_n) = \left(\frac{5+10+15+\dots+5n}{n^2+n+3} \right)$

dizisinin üçüncü terimi kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 15 D) 17 E) 20

3. Genel terimleri a_n ve b_n olan diziler için,

$$a_{3n+1} = \frac{(-1)^{n+1} \cdot n}{2} \text{ ve } b_{2n} = n^2 - 4 \text{ bağıntıları veriliyor.}$$

Buna göre, $a_7 + b_8$ toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 4 C) 11 D) 13 E) 14

4. $(a_n) = \left(\frac{8n+P}{2n+3} \right)$

sabit dizi olduğuna göre, $a_n + P$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

5. (a_n) dizisi için $(a_{2n+1}) = \left(\frac{8n^2+8n+5}{2n+1} \right)$ dir.

Buna göre, (a_n) dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

6. (a_n) dizisi için $a_{n+1} = n + 3a_n$ ve $a_3 = 5$ tir.

Buna göre, a_5 kaçtır?

- A) 58 B) 60 C) 62 D) 64 E) 66

7. $(a_n) = \begin{cases} (-1)^{n+1} \cdot n, & n \text{ tek ise} \\ n^2 - 2, & n \text{ çift ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlı dizide $a_7 + a_2$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

8. Aşağıdakilerden hangisi $\left(\frac{3n+2}{n+1} \right)$ dizisinin bir alt dizisinin genel terimi değildir?

- A) $\frac{3n+5}{n+2}$ B) $\frac{3n^2+2}{n^2+1}$ C) $\frac{3n^2+5}{n^2+2}$
D) $\frac{3^{n+1}+2}{3^n+1}$ E) $\frac{3\sqrt{n}+2}{\sqrt{n}+1}$

9. Genel terimi,

$$a_n = \sum_{k=1}^n (3k+2)$$

olan dizinin 5. terimi kaçtır?

- A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 65

10. (a_n) dizisinin ilk n teriminin toplamı s_n dir.

$$s_8 - s_7 = 15 \text{ ve } a_8 + a_4 = 20$$

olduğuna göre, a_4 kaçtır?

- A) 1 B) 5 C) 10 D) 15 E) 35

11. Genel terimi

$$a_n = \sum_{k=1}^n (-1)^k (3k-1)$$

olan dizinin ilk üç teriminin toplamı kaçtır?

- A) -7 B) -4 C) 1 D) 3 E) 7

12. $\left(\frac{n^2-12n+27}{n} \right)$ dizisinin kaç terimi negatiftir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

13. Aşağıdakilerden hangisi monoton azalan bir dizi değildir?

- A) $\left(\frac{2-n}{2n-5} \right)$ B) $\left(\frac{n+3}{n+1} \right)$ C) $\left(\frac{|\sin n|}{n!} \right)$
D) $(\sqrt[3]{5})$ E) $\left(\frac{1}{2^n} \right)$

14. $(a_n) = \left(\frac{an-2}{n+1} \right)$

dizisi monoton artan bir dizi olduğuna göre, a nın alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

15. (a_n) dizisinde $a_{n+1} = 2^n \cdot a_n$ ve $a_1 = 2$ dir.

Buna göre, a_4 değeri kaçtır?

- A) 48 B) 64 C) 96 D) 120 E) 128

16. $\forall n \in \mathbb{N}^+$
 $n \geq 2$
 $a_1 = 4$
 $3n \cdot a_n = a_{n-1}$

olduğuna göre, a_4 kaçtır?

- A) $\frac{1}{64}$ B) $\frac{1}{92}$ C) $\frac{1}{144}$ D) $\frac{1}{162}$ E) $\frac{1}{180}$

1. Genel terimi

$$a_n = \sum_{k=1}^n (k^2 + 2^k)$$

olan dizinin ilk üç teriminin toplamı kaçtır?

- A) 36 B) 42 C) 45 D) 48 E) 54

2. $(a_n) = \left(\frac{4n+3}{3n+p} \right)$

dizisi monoton azalan olduğuna göre, p aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

3. Genel terimi,

$$a_n = \begin{cases} 3n+a, & n \equiv 0 \pmod{2} \\ -2n+a, & n \equiv 1 \pmod{2} \end{cases}$$

olan dizide, $\frac{a_3}{a_4} = \frac{1}{4}$ olduğuna göre, a_{10} kaçtır?

- A) 30 B) 32 C) 35 D) 37 E) 42

4. $(a_n) = \left(\frac{n-17}{an-24} \right)$

reel sayı dizisi olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $(n^2 - 16n + 1)$ dizisinin en küçük elemanı kaçtır?

- A) -84 B) -79 C) -63 D) -14 E) -4

6. Genel terimi,

$$a_n = \frac{an+9}{n+1}$$

olan dizi monoton artan olduğuna göre, a için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $a > 9$ B) $a < 9$ C) $a \geq 9$ D) $a < 3$ E) $a < 1$

7. Genel terimi,

$$a_n = \begin{cases} n+1, & n \equiv 0 \pmod{3} \\ n^2, & n \equiv 1 \pmod{3} \\ 5, & n \equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$$

olan dizide $a_{10} + a_{23} + a_9$ toplamı kaçtır?

- A) 95 B) 100 C) 105 D) 110 E) 115

8. $(a_n) = \left(\sum_{k=1}^n (2k-1) \right)$ dizisinin kaçınıcı terimi 64 tür?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

9. (a_n) aritmetik dizisinin ilk n terim toplamı $S_n = \frac{n^2+n}{2}$ olduğuna göre, bu dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $n-2$ B) $n-1$ C) n
D) $n+1$ E) $n+2$

10. İlk n terim toplamı $2^n + 3$ olan bir dizinin kaçınıcı terimi 128 dir?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

11. Genel terimi,

$$(a_n) = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} \right)$$
 olan bir (a_n) dizisi veriliyor.

a_{3n-1} dizisinin 3. terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3}{2} - \frac{1}{2 \cdot 3^8}$ B) $\frac{3}{2} - \frac{1}{2 \cdot 3^7}$
C) $\frac{3}{2} + \frac{1}{3^8}$ D) $\frac{3}{2} + \frac{1}{3^7}$
E) $\frac{1}{3^9}$

12. (a_n) dizisinin genel terimi

$$a_n = \frac{1}{n^2 + 7n + 12}$$

olduğuna göre, (a_n) dizisinin ilk altı teriminin toplamı kaçtır?

- A) $\frac{3}{20}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{7}{20}$

13. Genel terimi

$$a_n = \sum_{k=1}^n k \cdot k!$$
 olan (a_n) dizisinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $n \cdot n!$ B) $n! - 1$ C) $(n+1)! - 1$
D) $(n-1)!$ E) $n! + 1$

14. $(a_n) = (3n^2 - 16n + 5)$

dizisinin en küçük terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -12 B) -13 C) -14 D) -15 E) -16

15. $n \geq 1$ olmak üzere,

$a_1 = 2$ ve $a_{n+1} = (n+2) a_n$ bağıntısını sağlayan (a_n) dizisinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(n+2)!$ B) $(n+1)!$ C) $n!$
D) $n+2$ E) $n+1$

16. $(a_n) = \left(\frac{4n-1}{n+2} \right)$

dizisinin kaç terimi 2 den küçüktür?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

1. N^+ da tanımlı, genel terimi $a_n = 5^n (n!)$ olan bir dizide a_n, a_{n-1} in kaç katıdır?

A) $5(n-1)$ B) $5n$ C) $\frac{2n+1}{5}$ D) $n-5$ E) $n+5$

(ÖYS 1984)

2. $a_0 = 1, a_n = \frac{1}{n} \cdot a_{n-1}$ ve $n \in N, n \geq 1$ olduğuna göre, a_6 kaçtır?

A) $\frac{1}{6!}$ B) $\frac{1}{5!}$ C) $5!$ D) $6!$ E) $6!$

(ÖYS 1987)

3. Bir dizinin genel terimi $a_n = \frac{8-n}{n} \cdot a_{n-1}$ dir.

$a_1 = 1$ olduğuna göre, a_6 kaçtır?

A) $\frac{1}{5!}$ B) $\frac{6}{5!}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{5}{6!}$ E) 1

(ÖYS 1989)

4. Genel terimi

$$a_n = \frac{2}{(n+1)(n+3)}, n \in N^+$$

olan dizinin ilk 7 teriminin toplamı kaçtır?

A) $\frac{28}{45}$ B) $\frac{13}{19}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{5}{6}$ E) 0

(ÖYS 1993)

5. $n = 1, 2, 3, \dots$ olmak üzere, ilk n teriminin toplamı $S_n = n^2 + 1$ olan bir dizinin 7. terimi kaçtır?

A) 30 B) 24 C) 22 D) 16 E) 13

(ÖYS 1996)

6. $n \geq 1$ için

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$$

olduğuna göre, a_{99} aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{50}{49}$ B) $\frac{49}{50}$ C) $\frac{98}{99}$ D) $\frac{100}{99}$ E) $\frac{99}{100}$

(ÖSS 2007 II)

7. $\{a_n\}$ ve $\{b_n\}$ dizileri aşağıdaki biçimde tanımlanıyor.

$$a_n = \begin{cases} 0, & n \equiv 0 \pmod{3} \text{ ise} \\ n, & n \equiv 1 \pmod{3} \text{ ise} \\ -n, & n \equiv 2 \pmod{3} \text{ ise} \end{cases}$$

$$b_n = \sum_{k=0}^n a_k$$

Buna göre, b_4 kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 3

(LYS 2010)

8. (a_k) dizisi

$$a_1 = 40$$

$$a_{k+1} = a_k - k \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, a_8 terimi nedir?

A) 4 B) 7 C) 12 D) 15 E) 19

(LYS 2011)

BÖLÜM 49

Aritmetik Dizi – Geometrik Dizi

KÖŞETASI KAZANIMLAR

1. Aritmetik diziyi tanımlar.
2. Bir aritmetik dizide p. terim ve ortak fark verildiğinde n. terimi bulur.
3. Bir aritmetik dizide p. terim ve n. terim verildiğinde ortak farkı bulur.
4. a ve b gibi iki reel sayının arasına n tane terim yerleştirilerek oluşturulan bir aritmetik dizinin ortak farkını bulur.
5. Bir aritmetik dizide her terimin kendisine eşit uzaklıktaki iki terimin aritmetik ortalamasına eşit olduğunu kavratır.
6. Sonlu bir aritmetik dizide baştan birinci terim ile sondan birinci terimin toplamının, baştan ikinci terim ile sondan ikinci terimin toplamına eşit olduğunu kavratır.
7. Kökleri bir aritmetik dizi oluşturan üçüncü dereceden denklemde kökleri bulur.
8. Bir aritmetik dizide ilk n terimin toplamını bulur.
9. Bir aritmetik dizide ilk n terimin toplamının genel ifadesi verildiğinde herhangi bir terimi bulur.
10. Ardışık sayıların aritmetik dizi oluşturduğunu fark ettirir.
11. Geometrik diziyi tanımlar.
12. Bir geometrik dizide p. terim ve ortak çarpan verildiğinde n. terimi bulur.
13. Bir geometrik dizide p. terim ve n. terim verildiğinde ortak çarpanı bulur.
14. a ve b gibi iki reel sayının arasına n tane terim yerleştirilerek oluşturulan bir geometrik dizinin ortak çarpanını bulur.
15. Bir geometrik dizide her terimin kendisine eşit uzaklıktaki iki terimin geometrik ortalamasına eşit olduğunu kavratır.
16. Sonlu bir geometrik dizide baştan birinci terim ile sondan birinci terimin çarpımının, baştan ikinci terim ile sondan ikinci terimin çarpımına eşit olduğunu kavratır.
17. Kökleri bir geometrik dizi oluşturan üçüncü dereceden denklemde kökleri bulur.
18. Bir geometrik dizide ilk n terimin toplamını bulur.
19. Bir geometrik dizide ilk n terimin toplamının genel ifadesi verildiğinde herhangi bir terimi bulur.
20. (a, b, c) dizisinin hem geometrik hem de aritmetik dizi olması durumunu inceler.

köşetaşı

Birinci terimi 11, ortak farkı 5 olan bir aritmetik dizinin 17. terimi kaçtır?

açıklamalı çözüm

ARİTMETİK DİZİ: Ardışık terimleri arasındaki fark sabit olan dizilere denir.

$$a_2 = a_1 + k$$

$$a_3 = a_2 + k = a_1 + 2k$$

$$a_4 = a_3 + k = a_1 + 3k$$

$$\vdots$$

$$a_n = a_{n-1} + k = a_1 + (n-1)k$$

k : ortak fark, a_1 : birinci terim olmak üzere,

genel terim $a_n = a_1 + (n-1)k$

Köşetaşının çözümü:

$$a_1 = 11, \quad k = 5$$

$$a_n = a_1 + (n-1)k$$

$$a_{17} = 11 + (17-1) \cdot 5 = 91$$

1. Birinci terimi 27, terimleri arasındaki fark 4 olan bir aritmetik dizinin 20. terimi kaçtır?
A) 97 B) 103 C) 107 D) 113 E) 117

2. (a_n) bir aritmetik dizidir.
 $a_1 = 9$, $a_9 - a_8 = 2$ olduğuna göre, a_7 kaçtır?
A) 17 B) 19 C) 21 D) 23 E) 25

3. (a_n) bir aritmetik dizidir.
 $a_1 = 11$, $a_7 - a_5 = 8$ olduğuna göre, a_9 kaçtır?
A) 37 B) 39 C) 41 D) 43 E) 45

4. (a_n) bir aritmetik dizidir.
 $a_3 = 1$, $a_7 - a_5 = 20$ olduğuna göre, a_4 kaçtır?
A) 11 B) 13 C) 17 D) 21 E) 23

5. Genel terimi a_n olan bir aritmetik dizide
 $a_8 = a_1 + 21$ ve $a_{17} = 55$ olduğuna göre, dizinin ilk terimi kaçtır?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6. Bir çocuk yeni aldığı kumbaraya babasının verdiği 12 YTL yi attıktan sonra her hafta harçlıklarından 3 YTL biriktirip atmaktadır.
15 hafta sonra kumbarada kaç YTL birikmiştir?
A) 37 B) 47 C) 57 D) 67 E) 77

köşetaşı

(a_n) aritmetik dizisinde; beşinci terim 22, ortak fark 3 olduğuna göre, 17. terim kaçtır?

açıklamalı çözüm

Eğer birinci terim verilmeyip p. terim verilirse,

$$a_n = a_p + (n-p) \cdot k$$

Buna göre,

$$a_5 = 22, \quad k = 3 \text{ ise}$$

$$a_{17} = a_5 + (17-5) \cdot k$$

$$a_{17} = 22 + 12 \cdot 3$$

$$a_{17} = 58$$

İSPATLAYALIM

$$a_2 = a_1 + k$$

$$a_3 = a_1 + 2k$$

$$\vdots$$

$$a_p = a_1 + (p-1)k$$

$$a_n = a_1 + (n-1)k$$

$$a_n = a_1 + \underbrace{(p-1)k}_{a_p} + (n-p)k$$

$$a_n = a_p + (n-p)k$$

1. (a_n) aritmetik dizisinde; yedinci terim 33, ortak fark 7 olduğuna göre, a_{18} kaçtır?
A) 100 B) 105 C) 110 D) 115 E) 120

2. (a_n) bir aritmetik dizidir.
 $a_9 = 29$, $a_{13} - a_{12} = 4$ olduğuna göre, a_{13} kaçtır?
A) 36 B) 39 C) 42 D) 45 E) 48

3. (a_n) bir aritmetik dizidir.
 $a_{14} = 14$, $a_{14} - a_{12} = 12$ olduğuna göre, a_{144} kaçtır?
A) 624 B) 654 C) 714 D) 754 E) 794

4. Her yıl 20 cm büyüyen bir ağaç 8. yılın sonunda 280 cm boyundadır.
Bu ağaç 28. yılın sonunda kaç cm boyunda olur?
A) 660 B) 680 C) 700 D) 720 E) 740

5. Kumbarasına her gün 2 YTL atan bir çocuğun kumbarasında 14. günün sonunda 90 YTL si vardır.
Bu çocuğun kumbarasında 30. günün sonunda kaç YTL si olur?
A) 122 B) 132 C) 156 D) 168 E) 180

6. (a_n) ve (b_n) aritmetik dizilerinin ortak farkları birbirine eşit olup 5 tir.
 $a_{19} + b_{27} = 3$ olduğuna göre, $a_{25} + b_{33}$ toplamı kaçtır?
A) 37 B) 47 C) 53 D) 63 E) 67

köşetaşı

(a_n) bir aritmetik dizidir.

$a_7 = 22$ ve $a_{18} = 77$ olduğuna göre, a_{30} kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$k = \frac{a_n - a_p}{n - p}$$

Buna göre,

$$k = \frac{a_{18} - a_7}{18 - 7} = \frac{77 - 22}{18 - 7} = 5$$

Önceki köşetaşında verilen bağıntıdan

$$a_n = a_p + (n - p)k$$

$$a_{30} = a_7 + (30 - 7) \cdot k$$

$$a_{30} = 22 + 23 \cdot 5$$

$$a_{30} = 137$$

DEĞİL Mİ?

$$a_n = a_p + (n - p)k$$

$$a_n - a_p = (n - p)k$$

$$\frac{a_n - a_p}{n - p} = k$$

1. (a_n) bir aritmetik dizidir.
 $a_9 = 21$, $a_{20} = 54$
 olduğuna göre, a_{25} kaçtır?
 A) 69 B) 74 C) 79 D) 84 E) 89

2. Bir aritmetik dizinin terimleri arasında,
 $2a_2 + a_7 = 27$
 $5a_2 - 2a_7 = -18$
 bağıntıları olduğuna göre, dizinin genel terimi nedir?
 A) $2n + 3$ B) $4n - 3$ C) $6n - 4$
 D) $3n + 1$ E) $3n - 2$

3. Bir aritmetik dizinin dördüncü terimi 16, yedinci terimi 31 olduğuna göre, 27. terimi kaçtır?
 A) 127 B) 131 C) 137 D) 141 E) 147

4. Bir aritmetik dizinin ikinci terimi 2^3 , altıncı terimi 2^5 olduğuna göre, birinci terimi kaçtır?
 A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. Bir aritmetik dizide $a_2 = k - 8$, $a_5 = k + 7$ dir.
 Bu dizide kaçınıcı terim $k + 42$ dir?
 A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

6. Bir aritmetik dizinin yedinci terimi x , onuncu terimi y dir.
 Bu dizinin birinci terimi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $4x - 3y$ B) $2x + y$ C) $x - y$
 D) $2x - y$ E) $3x - 2y$

köşetaşı

7 ve 91 monoton artan bir aritmetik dizinin iki terimidir.

Bu iki sayı arasında altı terim daha olduğuna göre, aradaki terimlerin en büyüğü kaçtır?

açıklamalı çözüm

n . ve p . terimler arasında 6 terim varsa $n - p = 7$ dir.

Örneğin: a_2 ve a_4 arasında sadece bir terim vardır.

Buna göre, $a_p = 7$, $a_n = 91$ olsun.

$$k = \frac{a_n - a_p}{n - p} = \frac{91 - 7}{7} = 12$$

Aradaki terimlerin en büyüğü, değeri 91 olan terime yakındır.

Demek ki aradaki en büyük terim $91 - 12 = 79$ dur.

NETLEŞTİRELİM

a ve b reel sayılarının arasına n tane terim yerleştirilerek oluşturulan bir aritmetik dizinin ortak farkı;

$$k = \frac{a - b}{n + 1}$$

1. 17 ve 129 monoton artan bir aritmetik dizinin iki terimidir.
 Bu iki terim arasında 7 terim olduğuna göre, aradaki terimlerin en küçüğü kaçtır?
 A) 27 B) 28 C) 29 D) 30 E) 31
4. 29 ve 128 bir aritmetik dizinin iki terimidir.
 Bu aritmetik dizinin ortak farkı 3 olduğuna göre, 29 ile 128 arasında kaç terim vardır?
 A) 30 B) 31 C) 32 D) 33 E) 34

2. $\boxed{17} \times \boxed{x} \boxed{y} \boxed{29}$
 Kutulardaki sayılar arasındaki fark sabit olduğuna göre, $2x + y$ toplamı kaçtır?
 A) 51 B) 53 C) 55 D) 57 E) 67

3. $\boxed{x} \boxed{17} \boxed{y} \boxed{z} \boxed{59}$
 Kutulardaki sayılar arasındaki fark sabit olduğuna göre, $x + y - z$ değeri kaçtır?
 A) -11 B) -3 C) 2 D) 3 E) 5

5. (a_n) bir aritmetik dizidir.
 $a_m = 7$, $a_k = 167$, $m - k = 40$
 olduğuna göre, a_{k-1} kaçtır?
 A) 160 B) 161 C) 162 D) 163 E) 171
 (Cevap anahtarı doğru, dikkat edin lütfen)

6. Yaşları aritmetik dizi oluşturan altı kardeşin en büyüğü 28, en küçüğü 3 yaşındadır.
 En küçüğün bir büyüğü kaç yaşındadır?
 A) 8 B) 9 C) 12 D) 13 E) 18

köşetaşı

(a_n) aritmetik dizisinde $a_{n-2} = \frac{a_5 + a_{n+21}}{2}$ olduğuna göre, n kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir aritmetik dizide her terim kendisine eşit uzaklıkta bulunan iki terimin aritmetik ortalamasına eşittir.

$$a_n = \frac{a_{n-p} + a_{n+p}}{2}$$

a_{n-2} değeri, a_5 ile a_{n+21} in aritmetik ortalaması ise, $n - 2$ sayısı 5 ile $n + 2$ nin aritmetik ortasıdır.

Buna göre, $n - 2 = \frac{5 + n + 21}{2} \Rightarrow 2n - 4 = n + 26 \Rightarrow n = 30$

1. (a_n) aritmetik dizisinde

$$a_{n+3} = \frac{a_{2n+1} + a_n}{2}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. Bir aritmetik dizide $a_{20} + a_{56} = 40$ olduğuna göre, a_{38} kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 28 D) 32 E) 38

3. $\log 2$, x , $\log 50$ sayıları bir aritmetik dizinin sırasıyla ardışık üç terimidir.

Buna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\log 26$ E) $\log_2 50$

4. Bir aritmetik dizinin 10. terimi x olduğuna göre, 6. ve 14. terimlerinin toplamı nedir?

- A) $\frac{x}{2}$ B) x C) $2x$ D) $3x$ E) $x + 2$

5. $(x - 2)^2$, $(x^2 + y^2)$, $(x + 2)^2$ bir aritmetik dizinin sırasıyla ardışık üç terimidir.

y nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 4 E) 8

6. (a_n) aritmetik dizisinde

$$a_{12} + a_{16} + a_{20} + a_{24} = 48$$

olduğuna göre, a_{18} kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

köşetaşı

Bir aritmetik dizide $a_7 = 1453$ ve $a_{21} = 2000$ olduğuna göre, $a_{13} + a_{15}$ toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir aritmetik dizide

$$a_1 + a_{n-1} = a_2 + a_{n-2} = a_3 + a_{n-3} = \dots\dots\dots$$

Örneğin 7. terim ile 21. terimin toplamı, 13. terim ile 15. terimin toplamına eşittir.

Çünkü $7 + 21 = 13 + 15$

Buna göre, $a_7 + a_{21} = a_{13} + a_{15}$

$$1453 + 2000 = a_{13} + a_{15}$$

$$3453 = a_{13} + a_{15}$$

1. (a_n) aritmetik dizisinde

$$a_{13} = 30, a_{32} = 80$$

olduğuna göre, $a_{21} + a_{24}$ toplamı kaçtır?

- A) 90 B) 100 C) 110 D) 120 E) 130

2. (a_n) aritmetik dizisinde

$$a_{n-1} = 24, a_{n+4} = 36$$

olduğuna göre, $a_n + a_{n+3}$ toplamı kaçtır?

- A) 56 B) 58 C) 60 D) 62 E) 64

3. (a_n) aritmetik dizisinde

$$a_{14} + a_{n-1} = a_{12} + a_{2n-9}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

4. (a_n) aritmetik dizisinde

$$a_1 + a_{13} = 24$$

olduğuna göre, $a_6 + a_8$ toplamı kaçtır?

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

5. (a_n) bir aritmetik dizi ve $a_4 + a_{17} = 15$ tir.

(a_n) dizisinin ilk 20 teriminin toplamı kaçtır?

- A) 150 B) 180 C) 185 D) 190 E) 200

6. (a_n) ilk on terimin toplamı 150 olan bir aritmetik dizidir.

Buna göre, $a_4 + a_7$ toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

köşetaşı

$$x^3 - 6x^2 + (a+1)x + a + 8 = 0$$

denkleminin kökleri bir aritmetik dizi oluşturduğuna göre, a kaçtır?

açıklamalı çözüm

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 olsun.

Kökler bir aritmetik dizi oluşturduğuna göre, $x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2}$ dir.

Buradan, $x_1 + x_3 = 2x_2$ elde edilir.

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} = 6$$

$$3x_2 = 6$$

$$x_2 = 2$$

$x = 2$ kök olduğundan denklemi sağlayacaktır.

$$2^3 - 6 \cdot 2^2 + (a+1) \cdot 2 + a + 8 = 0$$

$$8 - 24 + 2a + 2 + a + 8 = 0$$

$$3a = 6$$

$$a = 2$$

HATIRLATMA

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 olsun.

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = \frac{c}{a}$$

1. $x^3 + 3x^2 - (m-1)x + m - 5 = 0$ denkleminin kökleri birer tamsayı olup aritmetik dizi oluşturduğuna göre, m kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $x^3 - (m+2)x + m - 7 = 0$ denkleminin kökleri bir aritmetik dizi oluşturduğuna göre, m kaçtır?
A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

3. a bir tamsayı olmak üzere, $x^3 - 3x^2 + (a-7)x + 2a - 18 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür. $x_1 + x_2 = 2x_3$ olduğuna göre, $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ çarpımı kaçtır?
A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

4. $x^3 - 15x^2 + mx - m - 14 = 0$ denkleminin kökleri birer tamsayı olup aritmetik dizi oluşturmaktadır. Köklerin en büyüğü kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5. $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin üç reel kökü olup aritmetik dizi oluşturmaktadır. Buna göre, ortanca kök aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\frac{a+b+c}{3}$ B) $-\frac{b}{3}$ C) $-\frac{a}{3}$
D) $\frac{a+b}{c}$ E) $\frac{a}{3}$

6. $(x-1)(x-7)(x-k) = 0$ denkleminin kökleri aritmetik dizi oluşturduğuna göre, k nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?
A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

köşetaşı

Bir aritmetik dizinin ilk terimi 7 ve ilk 12 teriminin toplamı 348 olduğuna göre, terimleri arasındaki ortak fark kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı S_n ile gösterilsin.

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

Köşetaşında $a_1 = 7$ ve $S_{12} = 348$ olarak verilmiştir.

$$S_{12} = \frac{12}{2} (a_1 + a_{12})$$

$$348 = \frac{12}{2} (7 + a_{12})$$

$$58 = 7 + a_{12}$$

$$51 = a_{12}$$

$$k = \frac{a_{12} - a_1}{12 - 1} = \frac{51 - 7}{11} = 4$$

YA DA

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) = \frac{n}{2} [a_1 + a_1 + (n-1)k] = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)k)$$

$$\text{olduğundan kısaca; } 348 = \frac{12}{2} (2 \cdot 7 + (12-1)k) \Rightarrow k = 4$$

$$\begin{array}{r} a_1 + a_2 + \dots + a_n \\ + a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 \\ \hline a_1 + a_n + a_2 + a_{n-1} + \dots + a_n + a_1 \end{array}$$

$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \dots$ olduğundan yukarıdaki toplamın eşiti $n(a_1 + a_n)$ dir.

$a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$ olacaktır. Çünkü yukarıdaki toplam ikisinin toplamıydı.

1. (a_n) aritmetik dizisinde $a_1 = 6$ ve $a_9 - 3 = a_8$ olduğuna göre, ilk 20 terimin toplamı kaçtır?
A) 560 B) 600 C) 640 D) 690 E) 720

2. Bir aritmetik dizide $a_5 = 11$, $a_{28} = 57$ olduğuna göre, ilk 20 terimin toplamı kaçtır?
A) 260 B) 320 C) 380 D) 440 E) 520

3. İlk terimi x , ilk sekiz teriminin toplamı $36x$ olan bir aritmetik dizide ortak fark aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{x}{2}$ B) x C) $\frac{3x}{2}$ D) $2x$ E) $\frac{5x}{2}$

4. Genel terimi $a_n = 4n + 1$ olan bir aritmetik dizinin ilk 16 teriminin toplamı kaçtır?
A) 480 B) 500 C) 520 D) 540 E) 560

5. (a_n) aritmetik dizisinde $a_1 = 4 + \sin^2 x$ $a_{20} = -4 + \cos^2 x$ olduğuna göre, ilk 20 terimin toplamı kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 10 D) 20 E) 21

6. Bir aritmetik dizinin ilk beş teriminin toplamı 85, ilk on teriminin toplamı 245 olduğuna göre, dizinin ilk terimi kaçtır?
A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 17

köşetaşı

Bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı $2n^2 + 10n$ olduğuna göre, dizinin ortak farkı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$S_n = 2n^2 + 10n$ olarak verilmiş.

$$S_1 = a_1 = 12$$

$$S_2 = a_1 + a_2 = 28$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 48$$

⋮

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 2n^2 + 10n$$

$$a_1 + a_2 = 28 \Rightarrow a_2 = 16$$

$$k = a_2 - a_1 = 16 - 12 = 4$$

1. Bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı $4n^2 + 8n$ dir. Bu dizinin 5. terimi kaçtır?
A) 32 B) 36 C) 40 D) 44 E) 52

2. (a_n) bir aritmetik dizidir. Bu dizinin ilk n teriminin toplamı $\frac{3n^2 + 7n}{2}$ olduğuna göre, bu dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $3n + 2$ B) $2n + 3$ C) $3n - 1$
D) $3n + 7$ E) $7n + 3$

3. (a_n) aritmetik dizisinde ilk n terimin toplamı S_n dir.

$$S_n = \frac{3n^2 + 13n}{2}$$

olduğuna göre, a_7 kaçtır?

- A) 21 B) 26 C) 29 D) 32 E) 35

4. (a_n) aritmetik dizisinin ilk n teriminin toplamı $S_n = n^2 + 2n$ dir. $a_7 + a_8 + a_9$ toplamı kaçtır?
A) 48 B) 51 C) 53 D) 55 E) 57

5. İlk n teriminin toplamı S_n olan bir aritmetik dizide $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $S_{n+1} - S_n = 6n + 2$ dir. Bu dizinin 15. terimi kaçtır?
A) 78 B) 82 C) 86 D) 90 E) 92

6. (a_n) aritmetik dizisinde ilk n terimin toplamı S_n dir. $S_{11} - S_8 = 57$
 $S_{27} - S_{23} = 200$ olduğuna göre, bu dizinin ortak farkı kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

köşetaşı

Aralarındaki fark 4 olan ardışık yedi doğal sayının toplamı 147 dir. Bu sayıların en büyüğü kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)k)$$

$$147 = \frac{7}{2}(2a_1 + (7-1).4)$$

$$42 = 2a_1 + 24$$

$$9 = a_1$$

Sayıların en büyüğü $a_7 = a_1 + (7-1).k = 9 + 6.4 = 33$

YA DA 1.kitabın ortalamalar bölümünde anlatıldığı gibi sayıların ortalaması ortanca sayıyı verir. $147 : 7 = 21$

— — — 21 — — —
Aradaki fark sabit ve 4 olduğundan
— — — 21 25 29 33

ORTANCA SAYI YOKSA?!

Eğer sayıların adedi çift ise ortanca sayı yoktur. Ortanca iki sayıdan bahsedilebilir. Bu durumda ortalama ortadaki iki sayının ortasını verir.

1. Ardışık 11 doğal sayısının toplamı 77 olduğuna göre, en büyük sayı kaçtır?
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

2. Ardışık 7 tek doğal sayının toplamı 91 olduğuna göre, en küçük sayı kaçtır?
A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

3. Ardışık 8 çift doğal sayının toplamı 168 olduğuna göre, en büyük sayı kaçtır?
A) 28 B) 30 C) 32 D) 34 E) 36

4. Ardışık 10 tek doğal sayının toplamı 300 olduğuna göre, en küçük sayı kaçtır?
A) 15 B) 17 C) 19 D) 21 E) 23

5. Aralarındaki fark 7 olan yedi ardışık doğal sayının toplamı 245 olduğuna göre, bu sayıların en küçüğü kaçtır?
A) 7 B) 11 C) 13 D) 14 E) 17

6. Aralarındaki fark 6 olan altı ardışık doğal sayının toplamı 210 olduğuna göre, bu sayıların en büyüğü kaçtır?
A) 42 B) 45 C) 47 D) 48 E) 50

köşetaşı

Birinci terimi 2, ortak çarpanı $\frac{1}{2}$ olan bir geometrik dizinin 17. terimi kaçtır?

açıklamalı çözüm

GEOMETRİK DİZİ: Ardışık terimleri arasındaki oran sabit olan dizilere denir.

$$a_2 = a_1 \cdot r$$

$$a_3 = a_2 \cdot r = a_1 \cdot r^2$$

$$a_4 = a_3 \cdot r = a_1 \cdot r^3$$

$$\vdots$$

$$a_n = a_{n-1} \cdot r = a_1 \cdot r^{n-1}$$

r: ortak çarpan, a_1 : birinci terim olmak üzere,

genel terim $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

Köşetaşının çözümü:

$$a_1 = 2, \quad r = \frac{1}{2}$$

$$a_{17} = a_1 \cdot r^{17-1} = 2 \cdot \frac{1}{2^{16}} = 2^{-15}$$

1. Birinci terimi 5, ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin üçüncü terimi kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 20 D) 25 E) 125

2. Dördüncü terimi 24, ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin birinci terimi kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

3. Birinci terimi 1, ortak çarpanı $\frac{1}{2}$ olan bir geometrik dizinin 20. terimi kaçtır?

A) 2^{-20} B) 2^{-19} C) 2^{-18} D) 2^{-17} E) 2^{-20}

4. (a_n) geometrik dizidir.

$a_1 = 4$ ve ortak çarpan 2 olduğuna göre, a_{12} kaçtır?
A) 2^{10} B) 2^{11} C) 2^{12} D) 2^{13} E) 2^{14}

5. (a_n) geometrik dizidir.

$a_7 = 3^{19}$ ve ortak çarpan 9 olduğuna göre, a_1 kaçtır?
A) 3^3 B) 3^4 C) 3^5 D) 3^6 E) 3^7

6. (a_n) geometrik dizidir.

$a_1 = x^9$ ve ortak çarpan $\frac{1}{x^2}$ olduğuna göre, a_6 aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{x^2}$ B) $\frac{1}{x}$ C) 1 D) x E) x^2

köşetaşı

(a_n) geometrik dizisinde; beşinci terim 3, ortak çarpan $\frac{2}{3}$ olduğuna göre, dokuzuncu terim kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$a_n = a_p \cdot r^{n-p}$$

Buna göre, $a_9 = a_5 \cdot r^{9-5}$

$$a_9 = 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$a_9 = \frac{16}{27}$$

1. Dördüncü terimi 9, ortak çarpanı $\frac{1}{3}$ olan bir geometrik dizinin yedinci terimi kaçtır?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 81 E) 243

2. (a_n) geometrik dizidir.

$a_{17} = \frac{1}{8}$ ve ortak çarpanı 2 olduğuna göre, a_{23} kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

3. Ortak çarpanı x olan bir geometrik dizide $\frac{a_{19}}{a_{16}}$ oranı kaçtır?

A) x^{-3} B) x^{-1} C) 1 D) x^3 E) x^{35}

4. (a_n) geometrik dizidir.

$a_{11} = x^7$, ortak çarpan $\frac{1}{x}$ olduğuna göre, a_{18} aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{x^{11}}$ B) x^{11} C) $\frac{1}{x}$ D) x E) 1

5. (a_n) geometrik dizidir.

$a_4 = \frac{1}{4}$ ve ortak çarpan $\frac{1}{2}$ olduğuna göre, a_9 kaçtır?

A) 2^{-9} B) 2^{-7} C) 2^{-5} D) 2^3 E) 2^5

6. Beşinci terimi $\frac{1}{2}$, dokuzuncu terimi $\frac{1}{32}$ olan pozitif terimli bir geometrik dizide üçüncü terim kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

49.13

aritmetik dizi – geometrik dizi

köşetaşı

(a_n) bir geometrik dizidir. $a_5 = \frac{1}{2}$, $a_9 = 8$ olduğuna göre, a_{12} kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$r = \sqrt[n-p]{\frac{a_n}{a_p}}$$

Buna göre,

$$r = \sqrt[9-5]{\frac{a_9}{a_5}} = \sqrt[4]{\frac{8}{\frac{1}{2}}} = 2$$

Önceki köşetaşında verilen bağıntıdan

$$a_n = a_p \cdot r^{n-p}$$

$$a_{12} = a_9 \cdot r^{12-9}$$

$$a_{12} = 8 \cdot 2^3$$

$$a_{12} = 64$$

İSPATLAYALIM

$$a_n = a_p \cdot r^{n-p}$$

$$\frac{a_n}{a_p} = r^{n-p}$$

$$\sqrt[n-p]{\frac{a_n}{a_p}} = r$$

1. (a
- _n
-) pozitif terimli bir geometrik dizidir.

$$a_{15} = 12, a_{24} = 96$$

olduğuna göre, ortak çarpan kaçtır?

- A)
- $\sqrt[3]{2}$
- B)
- $\sqrt[4]{2}$
- C)
- $\sqrt{2}$
- D) 2 E) 2
- ³

2. (a
- _n
-) pozitif terimli bir geometrik dizidir.

$$a_{19} = 8, a_{23} = 128$$

olduğuna göre, a_{16} kaçtır?

- A)
- $\frac{1}{4}$
- B)
- $\frac{1}{2}$
- C) 1 D) 2 E) 4

3. (a
- _n
-) pozitif terimli bir geometrik dizidir.

$$a_{11} = 3, a_{15} = 12$$

olduğuna göre, a_{16} kaçtır?

- A) 12
- $\sqrt{2}$
- B) 12
- $\sqrt{3}$
- C) 24 D) 36 E) 24
- $\sqrt{2}$

4. 100. terimi 16 ve 156. terimi 1 olan bir geometrik dizinin ortak çarpanı kaçtır?

- A) 2
- $\frac{1}{12}$
- B) 2
- $\frac{1}{14}$
- C) 2
- $\frac{1}{56}$
- D) 2
- ⁻⁵⁶
- E) 2
- ⁵⁶

5. (a
- _n
-) pozitif terimli bir geometrik dizidir.

$$a_{27} = x^2, a_{37} = x^7$$

olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

- A)
- $\sqrt[3]{x}$
- B)
- $\sqrt{x}$
- C) 1 D) x E) x
- ⁵

6. (a
- _n
-) bir geometrik dizi olup
- $a_{33} = x^3$
- ve
- $a_{43} = x^8$
- dir.

Bu dizinin ortak çarpanı 16 olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 32 E) 256

324

B C A B B E

49.14

aritmetik dizi – geometrik dizi

köşetaşı

 $\frac{1}{27}$ ve 81 bir geometrik dizinin iki terimidir.

Bu iki sayı arasında altı terim olduğuna göre, aradaki terimlerin en büyüğü kaçtır?

açıklamalı çözüm

n. ve p. terimler arasında 6 terim varsa $n - p = 7$ dir.Buna göre, $a_p = \frac{1}{27}$ ve $a_n = 81$ olsun

$$r = \sqrt[n-p]{\frac{a_n}{a_p}} = \sqrt[7]{\frac{81}{\frac{1}{27}}} = \sqrt[7]{3^7} = 3$$

Aradaki terimlerin en büyüğü, değeri 81 olan terime yakındır.

Demek ki aradaki en büyük terim $\frac{81}{3} = 27$

NETLEŞTİRELİM

a ve b gibi iki reel sayı arasına n tane terim yerleştirilerek oluşturulan geometrik dizinin ortak çarpanı:

$$r = \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$$

- 1.
- $\frac{1}{8}$
- ve 8 bir geometrik dizinin iki terimidir.

Bu iki sayı arasında 11 terim olduğuna göre, aradaki terimlerin en küçüğü kaçtır?

- A)
- $\frac{\sqrt{2}}{8}$
- B)
- $\frac{1}{4}$
- C)
- $\frac{\sqrt{2}}{20}$
- D)
- $\frac{1}{2}$
- E)
- $\sqrt{2}$

2. 2 ve x bir geometrik dizinin iki terimidir. (2, x) aralığında dizinin altı terimi vardır.

Bu dizinin ortak çarpanı $\frac{3}{2}$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A)
- $\frac{3^7}{2^7}$
- B)
- $\frac{3^7}{2^6}$
- C)
- $\frac{3^6}{2^7}$
- D)
- $\frac{3^6}{2^6}$
- E) 6
- ⁶

3. x ve y artan geometrik dizinin iki terimi olup
- $x < y$
- dir.

Bu iki terim arasında 4 terim olduğuna göre, ortak çarpan aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $\sqrt[3]{\frac{y}{x}}$
- B)
- $\sqrt[4]{\frac{y}{x}}$
- C)
- $\sqrt[5]{\frac{y}{x}}$
- D)
- $\sqrt[5]{xy}$
- E)
- $\sqrt[5]{y-x}$

4. 5 ve 15 bir geometrik dizinin iki terimidir. Bu iki sayı arasında yedi terim olduğuna göre, aradaki terimlerin en büyüğü kaçtır?

- A) 15
- $\sqrt[5]{3}$
- B)
- $\frac{15}{\sqrt[3]{3}}$
- C) 5
- $\sqrt[3]{3}$
- D)
- $\frac{15}{\sqrt[4]{3}}$
- E)
- $\frac{12}{\sqrt[3]{3}}$

- 5.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 12 & x & y & z & 192 \\ \hline \end{array}$$

Yukarıdaki kutulardaki sayıların sırasıyla oranları birbirine eşit olduğuna göre, x + y + z toplamı kaçtır?

- A) 124 B) 136 C) 144 D) 154 E) 168

- 6.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 12 & x & 18 \\ \hline \end{array}$$

Yukarıdaki sayılar bir geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 6
- $\sqrt{2}$
- B) 6
- $\sqrt{3}$
- C) 6
- $\sqrt{6}$
- D) 12 E) 12
- $\sqrt{6}$

325

A B C B E C

köşetaşı

(a_n) geometrik dizisinde $a_{n-4} = \sqrt{a_6 \cdot a_{n+21}}$ olduğuna göre, n kaçtır?

açıklamalı çözüm

Geometrik dizide bir terimin karesi kendisinden eşit uzaklıkta bulunan terimlerin çarpımına eşittir. Başka bir ifadeyle, bir terim kendisine eşit uzaklıktaki iki terimin geometrik ortasıdır.

$$a_n = \sqrt{a_{n-p} \cdot a_{n+p}}$$

a_{n-4} değeri, a_6 ile a_{n+21} ün geometrik ortalaması ise $n - 4$, 6 ile $n + 21$ 'e eşit uzaklıktadır.

$$\text{Yani } n - 4 = \frac{6 + n + 21}{2} \Rightarrow 2n - 8 = n + 27 \\ \Rightarrow n = 35$$

1. (a_n) bir geometrik dizisinde a_{n+4} ile a_{12} nin geometrik ortalaması a_{18} dir.
Buna göre, n kaçtır?
A) 18 B) 20 C) 24 D) 26 E) 28

2. (a_n) geometrik dizisinde,
 $a_{p+6} = \sqrt{a_{p+18} \cdot a_8}$
olduğuna göre, p kaçtır?
A) 14 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

3. (a_n) bir geometrik dizidir.
 $a_{14} = 4$, $a_{24} = 9$
olduğuna göre, a_{19} kaçtır?
A) 5 B) 6 C) $\frac{13}{2}$ D) $6\sqrt{2}$ E) 8

4. $(a - 6)$, $(a - 3)$, $(a + 9)$ sayıları bir geometrik dizinin ardışık üç terimidir.
Buna göre, a kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5. x , x^2 , $3x + 110$ sayıları bir geometrik dizinin ardışık üç terimidir.
Buna göre, x kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. (a_n) , bir geometrik dizidir.
 a_{n+4} ile a_{2n+12} nin geometrik ortalaması,
 a_{n-2} ile a_{n+28} in geometrik ortalamasına eşittir.
Buna göre, n kaçtır?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

köşetaşı

Bir geometrik dizide $a_7 = \sqrt[4]{3}$ ve $a_{21} = \sqrt[4]{27}$ olduğuna göre, $a_{13} \cdot a_{15}$ çarpımı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir geometrik dizide

$$a_1 \cdot a_{n-1} = a_2 \cdot a_{n-2} = a_3 \cdot a_{n-3} = \dots$$

Örneğin 7. terim ile 21. terimin çarpımı, 13. terim ile 15. terimin çarpımına eşittir.

Çünkü $7 + 21 = 13 + 15$

Buna göre, $a_7 \cdot a_{21} = a_{13} \cdot a_{15}$

$$\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27} = a_{13} \cdot a_{15}$$

$$3 = a_{13} \cdot a_{15}$$

1. (a_n) geometrik dizisinde, $a_5 = \sqrt{2}$ ve $a_{11} = \sqrt{3}$ tür.
Buna göre, $a_7 \cdot a_9$ çarpımı kaçtır?
A) $\sqrt{6}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 6 E) $6\sqrt{6}$

2. (a_n) geometrik dizisinde, $a_7 \cdot a_8 = \sqrt{2}$ olduğuna göre,
 $a_3 \cdot a_5 \cdot a_{10} \cdot a_{12}$ çarpımı kaçtır?
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) 3 E) $3\sqrt{2}$

3. (a_n) geometrik dizisinde,
 $a_{14} = 3$ ve $a_7 \cdot a_{35} = 12$
olduğuna göre, a_{28} kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

4. (a_n) geometrik dizisinde,
 $a_{13} \cdot a_{15} \cdot a_{17} \cdot a_{19} = 64$ ve $a_3 = \frac{1}{2}$
olduğuna göre, a_{29} aşağıdakilerden hangisidir?
A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 36

5. (a_n) bir geometrik dizidir.
Dizinin ilk altı teriminin çarpımı 64 olduğuna göre,
 $a_3 \cdot a_4$ çarpımı kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 64

6. (a_n) bir geometrik dizidir.
 $a_{11} \cdot a_{15} = \sqrt[4]{2}$ olduğuna göre,
 $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{25}$ çarpımının sonucu kaçtır?
A) $8\sqrt{2}$ B) $8 \cdot \sqrt[4]{2}$ C) $8 \cdot \sqrt[8]{2}$ D) 4 E) 8

köşetaşı

$$x^3 - ax^2 + (a + 7)x - 8 = 0$$

denkleminin kökleri bir geometrik dizi oluşturduğuna göre, a kaçtır?

açıklamalı çözüm

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 olsun.

Kökler geometrik dizi oluşturduğuna göre, $x_2 = \sqrt{x_1 \cdot x_3}$ tür.

Buradan $x_2^2 = x_1 \cdot x_3$ bağıntısı elde edilir.

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a}$$

$$x_2^3 = 8$$

$$x_2 = 2$$

$x = 2$ kök olduğundan denklemi sağlar.

$$2^3 - a \cdot 2^2 + (a + 7) \cdot 2 - 8 = 0$$

$$8 - 4a + 2a + 14 - 8 = 0$$

$$a = 7$$

1. $x^3 - (m + 4)x^2 + (m + 10)x - 27 = 0$ denkleminin kökleri geometrik dizi oluşturduğuna göre, m kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 1 D) 3 E) 5

2. $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri bir geometrik dizi oluşturduğuna göre, c'nin a ve b türünden eşiti nedir?
A) a.b B) $\frac{b^3}{a^3}$ C) $a^3 \cdot b^3$ D) $-\frac{b^3}{a^3}$ E) $-\frac{a^3}{b^3}$

3. $x^3 + mx^2 + nx + 8 = 0$ denkleminin kökleri geometrik dizi oluşturduğuna göre, $\frac{n}{m}$ oranı kaçtır?
A) 4 B) 2 C) 1 D) -1 E) -2

4. $x^3 - (m + 1)x^2 + mx - 8 = 0$ denkleminin kökleri geometrik dizi oluşturduğuna göre, m kaçtır?
A) -6 B) -5 C) -4 D) -2 E) -1

5. $x^3 - (a + 2)x^2 - (a - 1)x - 8 = 0$ denkleminin kökleri geometrik dizi oluşturduğuna göre, denklemin kökleri toplamı kaçtır?
A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

6. $x^3 - (m + 2)x^2 + (2m + 9)x - 27 = 0$ denkleminin kökleri geometrik dizi oluşturduğuna göre, m kaçtır?
A) 3 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

köşetaşı

(a_n) geometrik dizisinde;

$a_1 = 5$, ortak çarpan $\frac{1}{2}$ olduğuna göre, ilk 20 terimin toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir geometrik dizide ilk n terimin toplamı

S_n ile gösterilsin.

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

Köşetaşında $a_1 = 5$, $r = \frac{1}{2}$ verilmiş.

$$S_{20} = a_1 \cdot \frac{1 - r^{20}}{1 - r}$$

$$= 5 \cdot \frac{1 - \frac{1}{2^{20}}}{1 - \frac{1}{2}} = 5 \cdot \frac{2^{20} - 1}{2^{19}}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= a_1 \\ a_2 &= a_1 \cdot r \\ a_3 &= a_1 \cdot r^2 \\ &\vdots \\ a_n &= a_1 \cdot r^{n-1} \\ S_n &= a_1 (1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1}) \\ S_n &= a_1 \frac{1 - r^n}{1 - r} \end{aligned}$$

AŞAĞIDAKİ ÖZDEŞLİK YARDIMIYLA DÖNÜŞTÜ.

$$x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + y^{n-1})$$

$$\frac{x^n - y^n}{x - y} = x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + y^{n-1}$$

1. Bir geometrik dizide $a_1 = 2$, ortak çarpan $\frac{1}{2}$ olduğuna göre, ilk 10 terimin toplamı kaçtır?
A) $\frac{127}{32}$ B) $\frac{63}{64}$ C) $\frac{511}{128}$
D) $\frac{1023}{256}$ E) $\frac{2047}{511}$

2. Bir geometrik dizide $a_5 = 2$, ortak çarpan $\frac{1}{2}$ olduğuna göre, ilk sekiz terimin toplamı kaçtır?
A) $\frac{31}{2}$ B) $\frac{31}{4}$ C) $\frac{63}{2}$ D) $\frac{127}{8}$ E) $\frac{255}{4}$

3. $\sum_{k=1}^4 \frac{1}{2^k}$ toplamının değeri kaçtır?
A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{15}{16}$ C) $\frac{16}{15}$ D) $\frac{31}{32}$ E) $\frac{32}{31}$

4. Ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin ilk beş teriminin toplamı 93 olduğuna göre, birinci terim kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $x \neq 0$ olmak üzere, bir geometrik dizinin ilk terimi x, ortak çarpanı 2 ve n. terimi $3x$ tir. Buna göre, bu dizinin ilk n teriminin toplamının x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 4x B) 5x C) 6x D) 8x E) 9x

6. (a_n) geometrik dizisinde,
 $a_3 = 9$, $a_5 = 36$
olduğuna göre, ilk altı terimin toplamı kaçtır?
A) 116,8 B) 120,5 C) 136,25
D) 141,75 E) 144,5

köşetaşı

Bir geometrik dizinin ilk n teriminin toplamı $\frac{1}{12}(2^n - 1)$ dir.

Buna göre, dizinin 4. terimi kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$S_n = \frac{1}{12}(2^n - 1)$$

$$S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$\vdots$$

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$$S_4 - S_3 = a_4$$

$$\frac{1}{12}(2^4 - 1) - \frac{1}{12}(2^3 - 1) = a_4$$

$$\frac{2}{3} = a_4$$

1. Bir geometrik dizinin ilk n teriminin toplamı

$$S_n = 3 \cdot 2^n - 3$$

olduğuna göre, bu dizinin beşinci terimi kaçtır?

- A) 36 B) 38 C) 42 D) 45 E) 48

2. (a_n) geometrik dizisinin ilk n teriminin toplamı

$$S_n = 18 \left(1 - \frac{1}{3^n} \right)$$

olduğuna göre, $a_4 + a_5$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{5}{27}$ B) $\frac{17}{18}$ C) $\frac{16}{27}$ D) $\frac{20}{27}$ E) $\frac{30}{37}$

3. Pozitif terimli bir geometrik dizinin ilk terimi 2 ve ilk iki teriminin toplamı $\frac{5}{2}$ dir.

Bu dizinin ilk dört teriminin toplamı kaçtır?

- A) $\frac{23}{8}$ B) $\frac{65}{4}$ C) $\frac{75}{8}$ D) $\frac{85}{16}$ E) $\frac{85}{32}$

4. Bir geometrik dizinin ilk terimi x ve n. terimi y dir.

Bu dizinin ortak çarpanı 2 olduğuna göre, ilk n teriminin toplamının x ve y türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x - y$ B) $2y - x$ C) $2x + 3y$

- D) $\frac{2x}{y}$ E) $\frac{x^2}{y} + \frac{y}{x}$

5. Artan bir geometrik dizide ilk altı terimin toplamının, ilk üç teriminin toplamına oranı 65 olduğuna göre, ortak çarpan kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 4 E) 6

6. Ortak çarpanı 3 olan bir geometrik dizinin ilk n teriminin toplamı 726 dır.

n. terimi 486 olduğuna göre, birinci terimi kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

köşetaşı

x, y birer reel sayı olmak üzere, $(2x - y + 1, x + y + 4, 10)$ dizisi hem aritmetik dizi hem de geometrik dizi olduğuna göre, $x - y$ kaçtır?

açıklamalı çözüm

(a, b, c) dizisi hem aritmetik dizi hem de geometrik dizi ise, $a = b = c$ dir. Yani sabit dizidir.

$$\begin{aligned} \text{Buna göre,} \quad & 2x - y + 1 = 10 \\ & + \quad x + y + 4 = 10 \\ \hline & 3x + 5 = 20 \\ & x = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 5 \text{ için } 2.5 - y + 1 &= 10 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

$$x - y = 4 \text{ tür.}$$

1. a ve b reel sayılar olmak üzere, $(2a - b, a + b, 12)$ dizisi hem aritmetik dizi hem de geometrik dizi olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 18

2. x ve y sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere, $x(xy^2, 4xy, x + y)$ sabit dizi olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{5}{16}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{13}$ E) $\frac{5}{12}$

3. a, b, c birer rakam olup hem aritmetik dizi hem de geometrik dizi oluşturmaktadır.

Bu üç rakamın toplamı en çok kaç olabilir?

- A) 27 B) 24 C) 21 D) 18 E) 10

4. a ve b sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere, $(a + b, 2ab, ab^2)$ dizisi hem aritmetik dizi hem de geometrik dizi olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{3}$

5. $(a, b, 24)$ dizisi bir aritmetik dizi; $\left(\frac{a}{2}, 2b, 216\right)$ dizisi bir geometrik dizi olduğuna göre, a + b nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 24 B) 28 C) 30 D) 64 E) 84

6. Çevresi 18 cm olan bir üçgenin iç açıları, kendi aralarında hem aritmetik dizi, hem de geometrik dizi oluşturduğuna göre, bu üçgenin alanı kaç cm^2 dir?

- A) $3\sqrt{6}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{2}$ D) $9\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{6}$

1. Birinci terimi 21, ortak farkı -2 olan bir aritmetik dizinin 13. terimi kaçtır?

A) -5 B) -3 C) -1 D) 0 E) 2

2. (a_n) aritmetik dizisinde; yedinci terim 17, ortak fark 5 olduğuna göre, 23. terim kaçtır?

A) 71 B) 93 C) 95 D) 97 E) 99

3. (a_n) bir aritmetik dizidir.

$$a_{11} = 33 \text{ ve } a_{23} = 81$$

olduğuna göre, a_{41} kaçtır?

A) 144 B) 148 C) 153 D) 159 E) 161

4. 17 ve 101 bir aritmetik dizinin iki terimidir.

Bu iki sayı arasında altı terim olduğuna göre, aradaki terimlerin en küçüğü kaçtır?

A) 25 B) 27 C) 29 D) 31 E) 33

5. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_n = \frac{a_{40} + a_{n-12}}{2}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

6. Bir aritmetik dizide,

$$a_{11} = 1923 \text{ ve } a_{19} = 77$$

olduğuna göre, $a_7 + a_{23}$ toplamı kaçtır?

A) 1120 B) 1453 C) 1989 D) 2000 E) 2014

7. $x^3 - 6x^2 + (a+4)x + a + 11 = 0$

denkleminin kökleri bir aritmetik dizi oluşturduğuna göre, a kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 5

8. Bir aritmetik dizinin ilk terimi -12 ve ilk 15 teriminin toplamı 30 olduğuna göre, terimleri arasındaki ortak fark kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

9. Bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı $n^2 + 5n$ olduğuna göre, dizinin ortak farkı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. Aralarındaki fark 6 olan ardışık sekiz doğal sayının toplamı 240 tır.

Bu sayıların en büyüğü kaçtır?

A) 45 B) 47 C) 49 D) 51 E) 55

kareköt

11. Birinci terimi 128, ortak çarpanı $\frac{1}{2}$ olan bir geometrik dizinin 11. terimi kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{2^{11}-1}{8}$ D) $\frac{2^{11}+1}{4}$ E) 8

12. (a_n) geometrik dizisinde; yedinci terim 9, ortak çarpan $\frac{2}{3}$ olduğuna göre, 10. terim kaçtır?

A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 2 D) $\frac{18}{5}$ E) 6

13. (a_n) pozitif terimli bir geometrik dizidir.

$$a_9 = \frac{1}{4}, a_{15} = 16$$

olduğuna göre, a_{17} kaçtır?

A) 32 B) 48 C) 56 D) 64 E) 128

14. $\frac{1}{8}$ ve 16 bir geometrik dizinin iki terimidir.

Bu iki sayı arasında altı terim olduğuna göre, aradaki terimlerin en büyüğü kaçtır?

A) 4 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

15. (a_n) geometrik dizisinde,

$$a_{n+4} = \sqrt{a_{12} \cdot a_{n+20}}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

16. Pozitif terimli bir geometrik dizide,

$$a_{23} \cdot a_{25} \cdot a_{27} \cdot a_{29} = 16 \text{ ve } a_{49} = 2$$

olduğuna göre, a_3 kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

17. $x^3 - (a+1)x^2 + (a+8)x - 8 = 0$

denkleminin kökleri bir geometrik dizi oluşturduğuna göre, a kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

18. (a_n) geometrik dizisinde,

$a_1 = \frac{3}{2}$, ortak çarpan $\frac{1}{2}$ olduğuna göre, ilk 10 terimin toplamı kaçtır?

A) $3 - \frac{1}{2^{11}}$ B) $2 - \frac{3}{2^{10}}$ C) $3 - \frac{3}{2^{10}}$

D) $4 - \frac{3}{2^{11}}$ E) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2^{10}}$

19. Bir geometrik dizinin ilk n teriminin toplamı $3(3^n - 1)$ dir.

Buna göre, dizinin beşinci terimi kaçtır?

A) 486 B) 520 C) 640 D) 720 E) 818

20. a ve b sıfırdan farklı gerçel sayılar olmak üzere,

$$(ab^2, 12ab, a+b)$$

dizisi hem aritmetik hem de geometrik dizi olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{12}{63}$ B) $\frac{17}{64}$ C) $\frac{13}{144}$ D) $\frac{11}{12}$ E) $\frac{12}{143}$

kareköt

1. Yaşları toplamı 34 olan 4 kardeşin yaşları bir aritmetik dizi oluşturmaktadır.

En büyük kardeş 13 yaşında olduğuna göre, en küçük kardeşin yaşı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. Bir aritmetik dizinin 11. terimi x olduğuna göre, 4. ve 18. terimleri toplamı nedir?

A) $\frac{x}{3}$ B) $\frac{x}{2}$ C) x D) $2x$ E) $3x$

3. Dışbükey bir dörtgende iç açılar bir aritmetik dizinin ardışık dört terimidir.

En küçük açı 20° olduğuna göre, en büyüğü kaç derecedir?

A) 100 B) 120 C) 140 D) 160 E) 200

4. (a_n) aritmetik dizi olmak üzere,

$$\frac{12 \cdot a_{17}}{a_{21} + a_{13}}$$

oranı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 6 D) 12 E) 24

5. Bir aritmetik dizinin ilk dört teriminin toplamı, ilk iki teriminin toplamının 3 katıdır.

Bu dizinin ilk teriminin ortak farkına oranı kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 3 D) 2 E) 1

6. Bir geometrik dizinin ardışık üç terimi sırasıyla $a - 4$, $a - 1$, $a + 3$ olduğuna göre a kaçtır?

A) -9 B) -8 C) 0 D) 8 E) 13

7. Bir geometrik dizinin ilk terimi $\frac{2}{3}$, ikinci terimi 2 olduğuna göre, dördüncü terimi kaçtır?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 24 E) 32

8. Artan bir aritmetik dizinin 25. terimi ile 22. teriminin farkı 12 dir.

Bu dizinin ortak farkı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

9. Sonlu bir geometrik dizinin ortak çarpanı 2, son teriminin ilk terimine oranı 128 dir.

Bu dizinin kaç terimi vardır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

10. Bir geometrik dizinin ilk dört terimi sırasıyla a , b , c , $\frac{1}{2}$ dir. $32 b \cdot c = 1$ olduğuna göre, 12. terimi kaçtır?

A) 32 B) 64 C) 128 D) 256 E) 512

11. (a_n) bir geometrik dizidir.

$$a_{n+1} \cdot a_{n+2} \cdot a_{n+3} = 27^{n+2}$$

olduğuna göre, a_5 kaçtır?

A) 3 B) 9 C) 27 D) 81 E) 243

12. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_5 + a_7 = 38$$

$$a_6 + a_8 = 44$$

olduğuna göre, bu dizinin genel terimi nedir?

A) $2n + 1$ B) $2n - 3$ C) $4n - 2$
D) $3n - 1$ E) $3n + 1$

13. $x + y$, xy , 4 sayıları hem aritmetik hem de geometrik bir dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, $x + x^y$ nin değeri kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 12 D) 42 E) 64

14. 10 terimli bir aritmetik dizinin son 5 teriminin toplamı ilk 5 teriminin toplamının 2 katıdır.

Buna göre, bu dizinin ilk teriminin ortak farka oranı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) $\frac{5}{2}$

15. (a_n) aritmetik dizidir.

$$a_3 = 7$$

$$a_{10} = 21$$

olduğuna göre, a_{20} kaçtır?

A) 41 B) 42 C) 43 D) 44 E) 45

16. (a_n) pozitif terimli bir geometrik dizidir.

$$\frac{a_7 + a_5}{a_7 - a_5} = 2$$

olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $\sqrt{3}$ E) 3

17. Bir aritmetik dizinin ilk yedi teriminin toplamı üçüncü teriminin 6 katına eşittir.

Bu dizinin ilk teriminin ortak farkına oranı kaçtır?

A) -9 B) -6 C) -3 D) 6 E) 9

18. (a_n) , bir aritmetik dizidir.

$$a_7 + a_8 = 49 \text{ ve } a_5 = 17$$

olduğuna göre, a_{20} kaçtır?

A) 52 B) 54 C) 56 D) 58 E) 62

19. $(3n + 2)$ aritmetik dizisinin ilk n teriminin toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $5n^2 + 13$ B) $\frac{2n^2 + 9n}{2}$ C) $\frac{3n^2 + 7n}{2}$
D) $\frac{7n^2 + 2n}{2}$ E) $\frac{n(n + 1)}{2}$

20. 4, x , y , 18 dizisinde terimler sırasıyla verilmiştir.

İlk üç terim aritmetik dizi, son üç terim geometrik dizi oluşturduğuna göre, $2x + 3y$ toplamı kaçtır?

A) 42 B) 44 C) 45 D) 48 E) 52

1. Genel terimi,

$$a_n = 5n + 1$$

olan bir aritmetik dizinin ilk 8 teriminin toplamı kaç-
tır?

- A) 162 B) 168 C) 176 D) 182 E) 188

2. Bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı $2n^2 + 4n$
olduğuna göre, dizinin ortak farkı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

3. Bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi arasında

$$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 15n - 9$$

bağıntısı olduğuna göre, genel terimi aşağıdakiler-
den hangisidir?

- A) $3n - 3$ B) $3n - 5$ C) $5n - 8$
D) $4n + 12$ E) $3n + 5$

4. $(3n + 29)$ dizisi ile $(4n + 9)$ dizisinin n. terimleri birbirine
eşittir.

Buna göre, n. terim kaçtır?

- A) 68 B) 77 C) 84 D) 89 E) 91

5. Bir aritmetik dizinin ilk üç terimi sırasıyla x, y, 15 tir.
Bu dizinin ilk 12 teriminin toplamı 348 olduğuna göre,
 $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 28

6. 26, 28, 30, 32, ..., $(2n + 24)$, ...
2, 5, 8, 11, ..., $(3n - 1)$, ...
dizilerinin k. terimleri birbirine eşittir.

Buna göre, k kaçtır?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 25

7. İlk üç terimi $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{9}$ olan geometrik dizinin
dördüncü terimi kaçtır?

- A) $\sqrt{27}$ B) $\sqrt[4]{9}$ C) $\sqrt[4]{3^5}$ D) $\sqrt[3]{3^4}$ E) $\sqrt[6]{3^5}$

8. Bir geometrik dizinin 13. terimi a ve 19. terimi b olduğuna
göre, 25. terimi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{a^2}{b}$ C) $\frac{b^2}{a}$ D) a^2b E) ab^2

9. Bir geometrik dizinin ardışık ilk üç terimi,

$$a - 1, a + 2, 3a$$

olduğuna göre, 25. terimi aşağıdakilerden hangisine
eşittir?

- A) 2^{27} B) 3^{11} C) 6^{14} D) $2 \cdot 3^{29}$ E) $3 \cdot 2^{24}$

10. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_1 = 6 + \sin^2 x$$

$$a_{20} = -6 + \cos^2 x$$

olduğuna göre, ilk 20 terimin toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 10 C) $6\sin^2 x$ D) $10\cos^2 x$ E) 0

karekök

11. (a_n) bir geometrik dizidir.

Dizinin ilk altı teriminin çarpımı 64 olduğuna göre,
 $a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5$ çarpımı kaçtır?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 24 E) 32

12. (a_n) bir geometrik dizidir.

$$a_8 = 16 \text{ ve } a_9 = 25$$

olduğuna göre, a_7 kaçtır?

- A) 18 B) $16\sqrt{2}$ C) 20 D) 21 E) $20\sqrt{3}$

13. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_4 = p - 4, a_6 = p + 6$$

olduğuna göre, kaçınıcı terim $p + 26$ dır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

14. Bir aritmetik dizide 11. terim x, 21. terim y dir.

Buna göre, bu dizinin ilk terimi aşağıdakilerden han-
gisine eşittir?

- A) $2x + 2y$ B) $2x - y$ C) $2y - x$
D) $x + y$ E) $x - y$

15. Çevresi 24 cm olan bir dik üçgenin kenar uzunlukları
bir aritmetik dizi oluşturduğuna göre, alanı kaç cm^2
dır?

- A) 18 B) 20 C) 25 D) 24 E) 28

16. Pozitif terimli bir geometrik dizinin ardışık ilk beş te-
rimi sırasıyla 2, a, b, c, 8 olduğuna göre, a.b.c çarpımı
kaçtır?

- A) 32 B) 64 C) 128 D) 144 E) 256

17. Birinci terimi 1, ortak çarpanı $\frac{1}{2}$ olan bir geometrik
dizinin ilk beş teriminin toplamı kaçtır?

- A) $\frac{31}{32}$ B) $\frac{31}{16}$ C) $\frac{63}{64}$ D) $\frac{63}{32}$ E) $\frac{127}{64}$

18. $x \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$x + 2, x + 6, 3x$$

sayıları bir aritmetik dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, x ile ortak farkın toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

19. $x^3 + 3x^2 + (a + 1)x - 1 = 0$

denkleminin kökleri aritmetik dizi oluşturduğuna
göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

20. Bir aritmetik dizinin ilk terimi 5, ortak farkı 2 olduğuna
göre, ilk 10 teriminin toplamı kaçtır?

- A) 117 B) 140 C) 165 D) 174 E) 180

1. $x^3 - 9x^2 + 26x - m = 0$ dekleminde köklerin birer tam-sayı olduğu ve ayrıca birer aritmetik dizi oluşturduğu bilindiğine göre m, en küçük kökün kaç katıdır?

A) 14 B) 12 C) 10 D) 8 E) 5

(1980)

2. Dördüncü terimi 1, yedinci terimi $\frac{1}{8}$ olan bir geo-metrik dizinin, yirminci terimi kaç olur?

A) $\frac{1}{2^{15}}$ B) $\frac{1}{2^{16}}$ C) $\frac{1}{2^{17}}$ D) $\frac{1}{2^{19}}$ E) $\frac{1}{2^{20}}$

(ÖYS 1981)

3. Bir geometrik dizinin ilk terimi a, ortak çarpanı 2, n inci terimi b dir.
Bu dizinin ilk n terimi toplamının a ve b ye bağlı olarak ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $b - 2a$ B) $b + a - 1$ C) $2b - a$
D) $b - a$ E) $b - a + 1$

(ÖYS 1982)

4. $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri bir aritmetik dizi oluşturduğuna göre, ortanca kökün değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a-b}{2}$ B) $-\frac{a}{3}$ C) $-\frac{b}{3}$
D) $\frac{a+b}{2}$ E) $\frac{a+b+c}{3}$

(ÖYS 1984)

5. Bir aritmetik dizinin 8. terimi a olduğuna göre, 2. ve 14. terimleri toplamı nedir?

A) 3a B) 2a C) a D) $\frac{a}{2}$ E) $\frac{a}{3}$

(ÖYS 1990)

6. Bir geometrik dizinin ilk terimi $\frac{3}{2}$ ikinci terimi 3 olduğuna göre, altıncı terimi kaçtır?

A) 28 B) 30 C) 32 D) 39 E) 48

(ÖYS 1991)

7. Bir geometrik dizinin ardışık üç terimi sırasıyla $x-2$, $x+1$, $x+5$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) -11 B) -10 C) 2 D) 10 E) 11

(ÖYS 1992)

8. Bir geometrik dizinin ilk altı teriminin toplamının ilk üç teriminin toplamına oranı $2\sqrt{2}$ dir.
Bu dizinin r ortak oranı kaçtır?

A) $2\sqrt[3]{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2} - 1$
D) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ E) $\sqrt[3]{2\sqrt{2} - 1}$

(ÖYS 1993)

9. Yaşları toplamı 48 olan 6 kardeşin yaşları bir aritmetik dizi oluşturmaktadır.
En küçük kardeş 3 yaşında olduğuna göre, en büyük kardeşin yaşı kaçtır?

A) 9 B) 13 C) 14 D) 15 E) 17

(ÖYS 1994)

10. Bir geometrik dizinin ilk üç terimi

$(a-3)$, $(2a-3)$ ve $(4a+3)$

olduğuna göre, bu dizinin beşinci terimi kaçtır?

A) 45 B) 54 C) 63 D) 81 E) 243

(ÖYS 1998)

11. 2 ve 162 arasına uygun olan 3 tam sayı yerleştirilerek 5 sayıdan oluşan bir geometrik dizi oluşturuluyor.

Bu üç sayının toplamı kaçtır?

A) 78 B) 80 C) 82 D) 86 E) 90

(ÖSS 2009 II)

BÖLÜM 50

Matris

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Matrisi tanıtır.
2. Kapalı biçimde tanımlanan matrisi açık biçimde yazar.
3. Matris çeşitlerini tanıtır.
4. Matrislerin eşliğinden bilinmeyen elemanlarını bulur.
5. Bir matrisi bir skalerle çarpır, matrisleri toplar, çıkarır.
6. Bir matrisin toplamaya göre tersini bulur.
7. Matrislerde çarpma işlemini yapar.
8. Matrislerde denklem çözer.
9. Matrislerin özelliklerini kavrar.
10. Bir matrisin kuvvetlerini bulur.
11. Bir matrisin kuvvetlerini bulur.
12. Bir matrisin kuvvetlerini bulur.
13. Bir matrisin kuvvetlerini bulur.
14. 2×2 türünden bir matrisin tersini bulur.
15. Çarpma işlemine göre tersi, kendisine eşit olan matrisi bulur.
16. Bir matrisinin tranpozesini (devriğini) bulur.
17. Matrislerde basit bir dönüşüm işlemini yapar.

$$A = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -7 \\ 5 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

matrisinde $a_{22} + a_{13} \cdot a_{31} + m + n$ işleminin sonucu kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} \text{1. satır} \\ \text{1. sütun} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} & \text{Sütun no} \\ \text{Satır no} & \nearrow a_{ij} \end{matrix}$$

Matris yandaki gibi bir tablodur. Yatay sıralara satır, dikey sıralara sütun denir. Yandaki matriste m tane satır, n tane sütun vardır. Bundan dolayı $m \times n$ türünden bir matristir. $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ ile gösterilebilir. Tablodaki reel sayıların herbiri matrisin bir elemanıdır. a_{ij} ile gösterilerek adresleri belirtilir. i, elemanın bulunduğu satırı; j ise sütunu gösterir. Buna göre, $a_{23} = 1$ dir.

Köşetaşının çözümü:

$$\begin{aligned} & a_{22} + a_{13} \cdot a_{31} + m + n \\ &= 3 + (-7)(-1) + 3 + 3 \\ &= 16 \end{aligned}$$

1. - 4. soruları aşağıda verilen matrise göre cevaplayınız.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

1. $a_{21} + a_{34} - a_{14}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) 0 D) 2 E) 4

2. A matrisi $m \times n$ türünde bir matris olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 12

3. A matrisinin ikinci sütunundaki elemanlarının toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. A matrisinin ikinci satırındaki elemanlarının toplamı kaçtır?

- A) -6 B) 7 C) 8 D) 12 E) 18

5. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, karmaşık sayılar kümesinde tanımlı olan

$$A = \begin{bmatrix} 3i-2 & 2+i \\ 2-i & 2 \end{bmatrix} \text{ matrisi veriliyor.}$$

Buna göre, $(a_{11} + a_{22})^2 + a_{12} \cdot a_{21}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -9 B) -7 C) -4 D) -1 E) 0

$$6. A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, $\sum_{m=1}^3 a_{1m} b_{m4}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -4 B) -3 C) 1 D) 2 E) 3

$$A = [a_{ij}]_{2 \times 3}, \quad a_{ij} = \begin{cases} i-j, & i < j \text{ ise} \\ i+j, & i \geq j \text{ ise} \end{cases}$$

matrisini oluşturunuz ve $a_{12} + a_{22} \cdot a_{23}$ değerini hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

Matrisler bir önceki köşetaşındaki gibi açıkça verilmeyip kuralla kapalı bir şekilde tanımlanabilir. Bu durum bir gazete bulmacasını anımsatır. Yeter ki verilen tanımda hangi harfin neye karşılık geldiği bilinsin.

i: 1 ve 2 değerlerini, j: 1, 2, 3 değerlerini alabilir.

Örneğin, a_{12} de $i = 1$ ve $j = 2$ dir. Buna göre, $1 < 2$ olduğundan $a_{12} = 1 - 2 = -1$ dir.

Yine a_{22} de $i = 2$ ve $j = 2$ dir. Buna göre, $2 \geq 2$ olduğundan $a_{22} = 2 + 2 = 4$ tür.

Bu şekilde elemanların tamamı elde edilirse $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & 4 & -1 \end{bmatrix}$ bulunur.

Buna göre, $a_{12} + a_{22} \cdot a_{23} = -1 + 4 \cdot (-1) = -5$ olur.

1. $A = [a_{ij}]_{3 \times 2}$ matrisi $a_{ij} = \begin{cases} i-j, & i+j \text{ çift ise} \\ i+j, & i+j \text{ tek ise} \end{cases}$ biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $a_{32} + a_{21} + a_{11}$ toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

3. $A = [a_{ij}]_{3 \times 2}$ olmak üzere, $a_{ij} = 2i + j - 1$ matrisi veriliyor.

Buna göre, $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 a_{ij}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 27 B) 32 C) 36 D) 42 E) 45

2. $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ matrisi $a_{ij} = \begin{cases} -1, & i=j \text{ ise} \\ j, & i \neq j \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlandığına göre, A matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

$$\begin{aligned} \text{A)} & \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \text{B)} & \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix} & \text{C)} & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \\ \text{D)} & \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix} & \text{E)} & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

kareköt

4. $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ matrisi $a_{ij} = (-1)^{1+j} \cdot i$

$B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ matrisi $b_{ij} = i \cdot j$

biçiminde tanımlanıyor. Buna göre,

$$\prod_{i=1}^2 a_{i3} + \sum_{j=2}^3 a_{2j} b_{j1}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

köşetaşı

Aşağıdaki matrislerin türlerini belirtiniz.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 0 \\ 5 & 0 & 9 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & -5 \\ 1 & 5 & 0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ 7 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

açıklamalı çözüm

MATRİS ÇEŞİTLERİ

Satır Matris: Sadece bir satırı olan matristir.

Sütun Matris: Sadece bir sütunu olan matristir.

Kare Matris: Satır sayısı sütun sayısına eşit olan matristir.

Simetrik Matris: Tüm elemanları ana köşegene göre simetrik olan kare matristir. $a_{ij} = a_{ji}$

Ters Simetrik Matris: Ana köşegenin elemanları sıfır olan bir kare matriste ana köşegene göre birbirinin simetriği olan elemanlar mutlak değerce eşit fakat ters işaretli ise matris ters(anti) simetrik, $a_{ij} = -a_{ji}$

Köşegen Matris: Ana köşegen üzerinde bulunmayan elemanlarının tümü sıfır olan kare matristir.

Skaler Matris: Ana köşegen üzerindeki elemanları eşit olan köşegen matristir.

Birim Matris: Ana köşegen üzerindeki elemanları 1 e eşit olan skaler matristir.

Üçgen Matris: Ana köşegenin üstünde ya da altında kalan tüm elemanları sıfır olan kare matristir.

Sıfır Matrisi: Tüm elemanları sıfır olan matristir.

Yukarıdaki tanımlara göre; A, satır matris; B, sütun matris; C, sıfır matrisi; D, kare matris; I, birim matris; E, simetrik matris; F, antisimetrik matris; G, köşegen matris; H, skaler matris; K, üçgen matristir.

ANA KÖŞEĞEN
(DİAGONAL)

Bir kare matriste satır numarası ile sütun numarası eşit olan elemanlar ana köşegeni oluşturur.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

1. $A = \begin{bmatrix} 0 & a & 3 \\ -5 & 0 & b \\ c & 9 & 0 \end{bmatrix}$

matrisi antisimetrik olduğuna göre, $a + b + c$ kaçtır?

- A) -11 B) -7 C) -5 D) 4 E) 9

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 4 & 0 & 4 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ matrisi için,

I. Kare matristir. II. Skaler matristir. III. Üçgen matristir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

3. $A = \begin{bmatrix} 9 & x & 4 \\ 6 & 0 & y \\ z & 8 & 3 \end{bmatrix}$

matrisi simetrik olduğuna göre, $x + y + z$ kaçtır?

- A) 11 B) 15 C) 18 D) 20 E) 21

4. a, b, c birer rakamdır.

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 2 & 4 \\ a & 0 & c \\ 0 & b & 3 \end{bmatrix}$$

matrisi üçgen matris olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı en çok kaç olabilir?

- A) 0 B) 7 C) 9 D) 24 E) 27

köşetaşı

$$A = \begin{bmatrix} 3^a & 2a + b \\ a + b & 3^b \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 25 & x \\ y & 5 \end{bmatrix} \text{ matrisleri veriliyor.}$$

$A = B$ olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

açıklamalı çözüm

İki matrisin eşit olabilmesi için karşılıklı elemanları aynı olmalıdır. Doğal olarak karşılıklı elemanların var olabilmesi için aynı türden matrisler olmalıdır.

$$A = B \Rightarrow \begin{bmatrix} 3^a & 2a + b \\ a + b & 3^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 & x \\ y & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3^a = 25 \\ 2a + b = x \\ a + b = y \\ 3^b = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^a = 25 = 5^2 \\ 3^b = 5 \Rightarrow 3^{2b} = 5^2 \end{cases} \Rightarrow 3^a = 5^2 = 3^{2b} \Rightarrow a = 2b \text{ dir.}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{2a + b}{a + b} = \frac{2 \cdot 2b + b}{2b + b} = \frac{5b}{3b} = \frac{5}{3} \text{ olur.}$$

1. $\begin{bmatrix} a+b & 3 \\ 0 & a-b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & c-1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $a, b + c$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

2. $\begin{bmatrix} 2x-1 & -3 \\ y+3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 4 & 3z+2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $A = \begin{bmatrix} 2^x & 32 \\ 2^{y+1} & 2^y \\ 2^{z-1} & 2^a \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 16 & 2^b \\ 8 & 4^c \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

$A = B$ olduğuna göre, $x, a + y, b - z, c$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

4. $\begin{bmatrix} x-y & 3x^2+1 \\ 2x+3y & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 13 \\ -13 & -2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $3x - 2y$ farkının değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

5. $x, y \in (0, 2\pi)$

$$A = \begin{bmatrix} \sin 2x \\ 2 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} \cos x \\ \tan y \end{bmatrix} \text{ matrisleri veriliyor.}$$

$A = B$ koşulunu sağlayan kaç farklı (x, y) ikilisi vardır?

- A) 8 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

6. a, b, x ve y birer reel sayıdır.

$$\begin{bmatrix} a+bi \\ -2+5i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ x+yi \end{bmatrix}$$

Yukarıdaki gibi birbirine eşit iki sütun matris verilmiştir.

Buna göre, $a + b + x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

köşetaşı

matris

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $2A - 3B$ matrisini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bir matrisi bir sabit sayı (skaler) ile çarpma: Sabit sayı ile matrisin tüm elemanları çarpılır.

Matrislerde toplama - çıkarma: Karşılıklı elemanlar toplanır çıkarılır. Doğal olarak, karşılıklı elemanların var olabilmesi içinde matrislerin satır ve sütun sayılarının eşit olması gerekir.

Buna göre,

$$\begin{aligned} 2A - 3B &= 2 \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ -4 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 & -12 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$1. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $2A - B$ işleminin sonucu aşağıdaki-lerden hangisidir?

$$\begin{aligned} A) \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 3 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} \quad B) \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & -3 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} \quad C) \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -3 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} \\ D) \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 3 \\ -7 & 6 \end{bmatrix} \quad E) \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -3 \\ 7 & -6 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$2. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $A + 3B - 2I$ matrisinin elemanları toplamı kaçtır?

$$A) -5 \quad B) -4 \quad C) -3 \quad D) -2 \quad E) -1$$

$$3. \quad \begin{bmatrix} 2x-3y \\ x+2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x+2y \\ x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y+2 \\ y-2 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

$$A) 40 \quad B) 42 \quad C) 48 \quad D) 50 \quad E) 52$$

$$4. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -5 & a+2b \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 2a+3b & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

matrisleri veriliyor.

$A + B = I_{2 \times 2}$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

$$A) 4 \quad B) 2 \quad C) 0 \quad D) -2 \quad E) -4$$

5. a ve b reel sayı olmak üzere,

$$a \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \\ -2 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

$$A) -3 \quad B) -2 \quad C) -1 \quad D) 0 \quad E) 1$$

6. A matrisi $(m-1) \times 3$;
 B matrisi $(n+1) \times (k-1)$;
 $A - 3B$ matrisi $4 \times (p-2)$
biçiminde olduğuna göre, $m + n + k + p$ toplamı kaçtır?

$$A) 17 \quad B) 12 \quad C) 10 \quad D) 8 \quad E) 6$$

matris

köşetaşı

$$A + 2B = \begin{bmatrix} 9 & -1 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} - 2 \quad \text{ve} \quad 2A + 3B = \begin{bmatrix} 12 & -1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, denklem sistemini sağlayan B matrisinin toplamaya göre tersini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Önce şu bilgiyi verelim. Bir sabiti bir matris olarak yazabiliriz.

$$2 = 2I = 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ veya } 2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

Şimdi soruyu çözelim: B matrisinin toplamaya göre tersi $-B$ dir.

$$A + 2B = \begin{bmatrix} 9 & -1 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} - 2 = \begin{bmatrix} 9 & -1 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A + 2B = \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$A + 2B$ matrisinin -2 katını alıp $2A + 3B$ matrisi ile toplayalım:

$$\begin{aligned} A + 2B &= \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow -2A - 4B = \begin{bmatrix} -14 & 2 \\ -8 & -8 \end{bmatrix} \\ + \quad 2A + 3B &= \begin{bmatrix} 12 & -1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \\ \hline -B &= \begin{bmatrix} -14 & 2 \\ -8 & -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & -1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$1. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, A matrisinin toplamaya göre tersinin elemanlarının toplamı kaçtır?

$$A) -5 \quad B) -3 \quad C) -1 \quad D) 1 \quad E) 3$$

3. Terimleri birer matris olan bir (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_1 = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ ve } a_7 = \begin{bmatrix} 10 & 5 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, a_2 aşağıdakilerden hangisidir?

$$\begin{aligned} A) \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C) \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ D) \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad E) \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$2. \quad A + B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \text{ ve } 2A - B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 4 & -5 & 9 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, A matrisinin toplamaya göre tersinin elemanlarının toplamı kaçtır?

$$A) -4 \quad B) -2 \quad C) 0 \quad D) 1 \quad E) 2$$

$$4. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ matrisleri veriliyor.}$$

$f(x) = 2x - 5$ fonksiyonu için $f(A) = B$ olduğuna göre, $a.d - b.c$ farkı kaçtır?

$$A) -9 \quad B) -8 \quad C) -7 \quad D) -4 \quad E) -3$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \text{ matrisleri veriliyor.}$$

Buna göre, $A \cdot B$ çarpım matrisini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$A \cdot B$ çarpımının tanımlı olması için A matrisinin sütun sayısının B matrisinin satır sayısına eşit olması gerekir. $A \cdot B = [a_{ij}]_{m \times n} \cdot [b_{jk}]_{n \times p} = [c_{ik}]_{m \times p} = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot b_{jk}$

$A_{2 \times 3} \cdot B_{3 \times 2} = C_{2 \times 2}$ olur. $A \cdot B$ çarpımı 2×2 türünden bir matristir.

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ olsun. } a, b, c, d \text{ nin bulunuşlarına dikkat ediniz.}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$a = 2 \cdot 3 + (-1) \cdot (-1) + (-1) \cdot 2 = 5$$

$$b = 2 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) = 1$$

$$c = 3 \cdot 3 + 1 \cdot (-1) + 4 \cdot 2 = 16$$

$$d = 3 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) = -7$$

$$\text{O halde, } A \cdot B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 16 & -7 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

1. Aşağıdaki matris çarpımlarından hangisi yapılamaz?

- A) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}$
 C) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$
 E) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -13 & 9 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & -13 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -13 & 9 \end{bmatrix}$
 D) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 13 & 9 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 13 & 9 \end{bmatrix}$

karekök

3. $A = [a_{ij}]_{(m-1) \times 3}$, $B = [b_{jk}]_{(n+2) \times (p-1)}$, $C = [c_{ik}]_{4 \times 5}$ matrisleri için $A \cdot B = C$ olduğuna göre, $m + n - p$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

4. $A = \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta & -1 \\ \cos \theta & \sin \theta & 0 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & 1 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor. $A \cdot B = C$ olduğuna göre, C matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 0 & \sin 2\theta \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & \sin 2\theta \end{bmatrix}$
 D) $\begin{bmatrix} \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} \text{ matrisleri veriliyor.}$$

$A \cdot B = A - B$ olduğuna göre, B matrisini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cdot 1 + (-1) \cdot z & 1 \cdot y + (-1) \cdot t \\ 0 \cdot x + 2 \cdot z & 0 \cdot y + 2 \cdot t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - z & y - t \\ 2z & 2t \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = A - B \Rightarrow \begin{bmatrix} x - z & y - t \\ 2z & 2t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - x & -1 - y \\ -z & 2 - t \end{bmatrix}$$

$$2z = -z \Rightarrow z = 0$$

$$2t = 2 - t \Rightarrow t = \frac{2}{3}$$

$$x - z = 1 - x \Rightarrow 2x - 1 = z \Rightarrow z = 0 \text{ olduğundan } x = \frac{1}{2}$$

$$y - t = -1 - y \Rightarrow 2y - t = -1 \Rightarrow t = \frac{2}{3} \text{ olduğundan } 2y = \frac{2}{3} - 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{6}$$

$$\text{O halde, } B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{6} \\ 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

1. $\begin{bmatrix} 2 & m \\ 3 & m+1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, m değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 4 & -10 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

$A \cdot X = B$ olduğuna göre, X matrisinin toplamaya göre tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$
 D) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

2. $[a \ a \ a] \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ a \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix} = [0]$

olduğuna göre, a nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

- A) -15 B) -10 C) -6 D) 0 E) 2

karekök

4. $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

$A \cdot X = B + X$ olduğuna göre, $3X$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 5 \\ 15 \end{bmatrix}$
 D) $\begin{bmatrix} 1 & 5 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

köşetaşı

$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ matrisi ile $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(A)$ kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 3 \Rightarrow f(A) = A^3 - 2A^2 - 3.I \text{ olur.}$$

Bir matrisin kuvvetleri bulunurken $A^m \cdot A^n = A^n \cdot A^m$ özelliğinden dolayı sıra önemsenmeyebilir.

$$A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{n \text{ tane}}$$

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 13 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A \cdot A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 22 \\ 22 & 47 \end{bmatrix}$$

$$f(A) = A^3 - 2A^2 - 3.I = \begin{bmatrix} 3 & 22 \\ 22 & 47 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 13 \end{bmatrix} - 3 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 22 \\ 22 & 47 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -10 & -8 \\ -8 & -26 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 14 \\ 14 & 18 \end{bmatrix}$$

ÖZELLİKLER

- 1) $A \cdot B = A \cdot C$ ise $B = C$ olmayabilir.
- 2) $A \cdot I = I \cdot A = A$
- 3) $I^n = I$ ($n \in \mathbb{N}$)
- 4) $A \cdot B \neq B \cdot A$ fakat $A^m \cdot A^n = A^n \cdot A^m$
 $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A$
- 5) $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$
- 6) $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
 $(B + C) \cdot A = B \cdot A + C \cdot A$

1. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ve $f(x) = x^2 + 3x - 5$

olduğuna göre, $f(A)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} -7 & 9 \\ 0 & 12 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -7 & 10 \\ 0 & 13 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -7 & 10 \\ 13 & 0 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -6 & -3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

2. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $A = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^3 matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) A B) I C) -A D) -I E) -2A

karekök

köşetaşı

$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^{2006} ve A^{31} matrislerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$$

$$A^3 = A \cdot A^2 = A \cdot I_2 = A \text{ bulunur.}$$

$$\text{O halde, } A^n = \begin{cases} I_2, & n \equiv 0 \pmod{2} \text{ ise,} \\ A, & n \equiv 1 \pmod{2} \text{ ise} \end{cases}$$

$$\text{Buna göre, } A^{2006} \equiv I_2 \text{ ve } A^{31} \equiv A \text{ olur.}$$

ANLAYALIM

I_n ifadesindeki n birim matrisin boyutunu (sırasını) verir.

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^{32} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{61} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^{2007} ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) A B) I_3 C) 2A D) -A E) $-I_3$

4. f : 2×2 tipindeki matrisler kümesinde tanımlı bir fonksiyon ve $f(x) = x^{31} - 2x^{12} + 3$ olmak üzere,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $f(A)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$

karekök

köşetaşı

$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, A^{2004} matrisini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Birim matrisi bulana kadar A matrisinin kuvvetlerini alırsınız.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} = (-2) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A \cdot A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot (-2) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = (-2) \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = (-2) \cdot 4 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (-2)^3 \cdot I_2$$

$$A^{2004} = (A^3)^{668} = [(-2)^3 \cdot I_2]^{668} = (-2)^{3 \cdot 668} \cdot I_2^{668} = 2^{2004} \cdot I_2$$

Genelleştirirsek,

$$A^n = \begin{cases} (-2)^n \cdot I_2 & , n \equiv 0 \pmod{3} \text{ ise} \\ (-2)^{n-1} \cdot A & , n \equiv 1 \pmod{3} \text{ ise} \\ (-2)^{n-1} \cdot A^2 & , n \equiv 2 \pmod{3} \text{ ise} \end{cases}$$

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{2006} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^{1003} \cdot A$ B) $2^{1003} \cdot I_{2 \times 2}$ C) $2^{2000} \cdot I_{2 \times 2}$
D) $2^{2006} \cdot A$ E) $2^{2006} \cdot I_{2 \times 2}$

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{36} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^{35} \cdot A$ B) $2^{36} \cdot A$ C) $2^{35} \cdot I_{2 \times 2}$
D) $2^{36} \cdot I_{2 \times 2}$ E) $2^{20} \cdot I_{2 \times 2}$

3. $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}^{2006}$

matrisinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $9^{1000} \cdot I_{2 \times 2}$ B) $9^{1003} \cdot I_{2 \times 2}$ C) $9^{1000} \cdot \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$
D) $9^{1003} \cdot \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ E) $3^{2005} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

4. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ olduğuna göre,

$$A + A^2 + A^3 + A^4 + \dots + A^{19} + A^{20}$$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\begin{bmatrix} -60 & 40 \\ 20 & -40 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 40 & 20 \\ -60 & -40 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 60 & 20 \\ -60 & -20 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 30 & 10 \\ -30 & -10 \end{bmatrix}$

köşetaşı

$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, A^{15} matrisini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2^2 & 0 \\ 2 \cdot 2 & 2^2 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A \cdot A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 12 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2^3 & 0 \\ 3 \cdot 2^2 & 2^3 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = A \cdot A^3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 12 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 32 & 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2^4 & 0 \\ 4 \cdot 2^3 & 2^4 \end{bmatrix}$$

A^2 , A^3 ve A^4 kurallarından genelleştirirsek

$$A^{15} = \begin{bmatrix} 2^{15} & 0 \\ 15 \cdot 2^{14} & 2^{15} \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{2006} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4012 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2006 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4012 & 1 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{2006} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) A B) A^3 C) $2^{2005} \cdot A$
D) $2^{2006} \cdot A$ E) $40^{10} \cdot A$

4. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{20} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 20 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 1 & 2^{20} \\ 0 & 2^{20} \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 2^{20} - 1 \\ 0 & 2^{20} \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

Buna göre, $A^{10} \cdot B^5$ çarpım matrisinin ikinci sütun terimleri toplamı kaçtır?

- A) 320 B) 352 C) 3^{20} D) 2^{15} E) 6^{10}

köşetaşı

matris

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ olmak üzere, $S = A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2006}$ ve $S = k.A$ dır.

Buna göre, k reel sayısının değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$A^2 = A.A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = 2A$$

$$A^3 = A.A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = 4 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = 2^2.A$$

HATIRLATMA

$$\left(1+r+r^2+\dots+r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r} \right)$$

Buna göre, $A^n = 2^{n-1}.A$ olduğunu söyleyebiliriz.

O halde,

$$S = A + A^2 + A^3 + A^4 + \dots + A^{2006}$$

$$S = A + 2.A + 2^2.A + 2^3.A + \dots + 2^{2005}.A$$

$$S = A(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2005}) = A \cdot \frac{1-2^{2006}}{1-2}$$

$$S = (2^{2006} - 1)A$$

O halde $k = 2^{2006} - 1$ olur.

1. $A = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 1 & k \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

$A^{45} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 45 & 1 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, k değeri kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

3. n pozitif tamsayı olmak üzere,

$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ matrisi için, $A^n = \begin{bmatrix} 128 & 0 \\ 64 & 0 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ a & 2 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

$A^{14} = \begin{bmatrix} 128 & 0 \\ 0 & 128 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

4. n pozitif tamsayı olmak üzere,

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

$A^{3n+1} = \begin{bmatrix} 1 & 50 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, n değeri kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

köşetaşı

matris

$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ matrisinin çarpma işlemine göre ters matrisini bulunuz.

açıklamalı çözüm

A matrisinin tersi A^{-1} ise, $A.A^{-1} = A^{-1}.A = I$ dır. (sadece kare matrislerin tersi vardır.)

A, 2x2 türünden matris ise A^{-1} de 2x2 türünden bir matris olmalı.

I. YOL

$A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ olsun. $A.A^{-1} = A^{-1}.A = I_2$ olduğundan $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ olur.

$$\begin{bmatrix} -3a+c & -3b+d \\ 2a-c & 2b-d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} -3a+c=1 \\ 2a-c=0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} a=-1 \\ c=-2 \end{array} \quad \begin{array}{l} -3b+d=0 \\ 2b-d=1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} b=-1 \\ d=-3 \end{array} \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$$

II. YOL

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ise, $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ dır. ($ad-bc=0$ ise, A^{-1} yoktur.)

$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ ise, $A^{-1} = \frac{1}{-3.(-1)-2.1} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$

1. Aşağıdaki matrislerden hangisinin tersi yoktur?

A) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & -3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

matrisinin çarpma işlemine göre ters matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} \frac{5}{2} & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} \frac{5}{2} & -2 \\ -\frac{3}{2} & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -1 & \frac{3}{2} \\ 2 & -\frac{7}{2} \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} -\cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A matrisinin çarpma işlemine göre tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ -\sin \alpha & -\cos \alpha \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -\cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$
C) $\begin{bmatrix} -\cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & -\cos \alpha \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} -\cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$
E) $\begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$

4. Z/9 da $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$

matrisinin çarpmaya göre tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

köşetaşı

matris

$$A = \begin{bmatrix} x & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{8} & y \end{bmatrix}$$

matrisinin çarpma işlemine göre tersi kendisine eşit olduğuna göre, x'in pozitif değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$A \cdot A^{-1} = I_2$ eşitliğinde $A = A^{-1}$ yazılırsa

$$\begin{bmatrix} x & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{8} & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{8} & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x^2 + \frac{1}{16} & \frac{x}{2} + \frac{y}{2} \\ \frac{x}{8} + \frac{y}{8} & \frac{1}{16} + y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{16} = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{15}{16} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

BAŞKA ÖZELLİKLER

1) A kare matris, $k \in \mathbb{R} - \{0\}$

$$(k \cdot A)^{-1} = \frac{1}{k} \cdot A^{-1}$$

2) $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$

1. A matrisinin çarpma işlemine göre tersi A^{-1} dir.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

olduğunu göre, $(A \cdot B)^{-1}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ -10 & 6 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -7 & -10 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ x & y \end{bmatrix}$

matrisinin toplama ve çarpma işlemlerine göre tersleri eşit olduğunu göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

A) $-\frac{5}{2}$ B) -2 C) -1 D) $-\frac{2}{5}$ E) 2

3. $A = \begin{bmatrix} a & 3 \\ b & -3 \end{bmatrix}$ matrisi için $A^2 = A^{-1} \cdot A$ olduğuna göre,

a . b çarpımı kaçtır?

A) -9 B) -8 C) -7 D) -6 E) -5

kareköt

4. a pozitif reel sayıdır.

$\begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & b \end{bmatrix}$ matrisinin çarpmaya göre tersi kendisine eşit ise, b nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2}$ B) 1 C) 0 D) -1 E) $-\sqrt{2}$

köşetaşı

matris

Aşağıdaki matrislerin transpozmesini (devriğini) bulunuz.

I. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

II. $K = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

III. $M = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

açıklamalı çözüm

$A = [a_{ij}]_{m \times n}$ matrisinin satırlarını sütun ya da sütunlarını satır haline getirmekle elde edilen $[a_{ji}]_{n \times m}$

matrisine, A matrisinin transpozmesi (devriği) denir ve A^T veya A^d ile gösterilir.

Buna göre,

I. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ ise, $A^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

II. $K = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ ise, $K^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

III. $M = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow M^d = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

ÖZELLİKLER

a) $(A^T)^T = A$

b) $(A \mp B)^T = A^T \mp B^T$

c) $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$

d) $(k \cdot A)^T = k \cdot A^T$

e) $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

olduğunu göre, $2A - B^T + I_2$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

$A \cdot B = C$ ise, C^T matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisinin elemanlarının toplamı 8 dir.

Buna göre, $A^T - 2 \cdot I$ matrisinin elemanlarının toplamı kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

4. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$ ve $f(x) = x^{20} - 2x$

olduğunu göre, $f(A^T)$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -4 & 8 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

köşetaşı

matris

$K = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisi A(1, 3) noktasını (5, 6) noktasına dönüştürüyorsa, B(2, 6) noktasını hangi noktaya dönüştürür?

açıklamalı çözüm

Nokta, sütun matris olarak alınıp dönüşüm matrisi ile sağdan çarpılırsa dönüştürülen yeni noktanın koordinatları bulunur. Yani $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ eşitliği (x_1, y_1) noktasının $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisi tarafından (x_2, y_2) noktasına dönüştüğünü ifade eder.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a+3b \\ c+3d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} a+3b=5 \\ c+3d=6 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+6b \\ 2c+6d \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} a+3b \\ c+3d \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Yani, K matrisi B(2, 6) noktasını (10, 12) noktasına dönüştürür.

1. $T = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisi A(2, 3) noktasını (-3, 1) noktasına dönüştürüyorsa B(4, 6) noktasını hangi noktaya dönüştürür?
- A) (4, 6) B) (1, 3) C) (2, -6)
D) (-5, 3) E) (-6, 2)

3. $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ matrisi (-1, 2) noktasını (3, -6) noktasına; (2, 3) noktasını (1, -9) noktasına dönüştürüyorsa A^T matrisi (1, 3) noktasını hangi noktaya dönüştürür?
- A) (3, -4) B) (4, -3) C) (-1, 8)
D) (-1, -8) E) (6, -3)

4. $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dönüşümüne karşılık gelen matris,

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, f altındaki görüntüsü $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ olan nokta aşağıdakilerden hangisidir?

2. $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ matrisi $\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$ matrisini $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ matrisine dönüştürüyorsa, $x + y$ toplamının değeri kaçtır?
- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

- A) (-1, 0) B) (0, 0) C) (0, -1)
D) (0, 1) E) (1, 0)

matris

1. $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor. Buna göre, $a_{21} - a_{13} \cdot a_{11}$ ifadesinin değerini bulunuz?
- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

2. $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ matrisi $a_{ij} = \begin{cases} i, & i+j \leq 3 \\ j, & i+j > 3 \end{cases}$ ise biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, A matrisinin elemanlarının toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 19

3. $A = \begin{bmatrix} a-b & x+y \\ x-y & a+b \end{bmatrix}$

matrisi birim matris olduğuna göre, $a \cdot b - x \cdot y$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

4. $\begin{bmatrix} 2^{a-1} & 3x+y \\ x-y & 3^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $a \cdot x + b \cdot y$ toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. a ve b reel sayı olmak üzere,

$$a \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

6. $M - 3 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + 2 = 0$

denklemini sağlayan M matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -5 & 0 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

7. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, $(A - 2I)(A + I)$ çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ C) 4.I
D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

8. $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

$B - C = A \cdot C$ eşitliğini sağlayan 2.C matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

9. I, 2 x 2 türünden birim matris ve $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ olduğuna göre,

$A^2 - 4A + 4I$ işleminin sonucu aşağıdaki matrislerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

10. $A = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & -\cos x \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^{213} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $213.A$ B) I_2 C) A D) $-A$ E) $-213.A$

11. $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{62} matrisinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^{61} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ B) $2^{60} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$
C) $-2^{61} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ D) $-2^{60} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$
E) $-2^{58} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

12. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

ise, A^{30} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $30.A$ B) $87.A$ C) $90.A$
D) $3^{29}.A$ E) $30^{30}.A$

13. n pozitif tamsayı olmak üzere,

$A = \begin{bmatrix} m & m \\ m & m \end{bmatrix}$ ve $A^n = 12^{n-1} A$

olduğuna göre, m değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

14. a, b, c, d tamsayı olmak üzere,

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisinin çarpma işlemine göre tersi,

$A^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ dir.

x, y, z, t nin kesinlikle tamsayı olması için a, b, c, d arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $ad - bc = 1$ B) $ac - bd = 1$
C) $a^2 - b^2 = 1$ D) $ad + bc = 1$
E) $ac + bc = 1$

15. $A = \begin{bmatrix} x & 3(1-x) \\ x+2 & -x \end{bmatrix}$

matrisinin çarpmaya göre tersi kendisine eşit ise, x in alacağı değerler çarpımı kaçtır?

- A) $-\frac{7}{2}$ B) $-\frac{5}{2}$ C) -2 D) $-\frac{3}{2}$ E) -1

16. $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -2 \\ a-b & 4 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 5 \\ 1 & 2a+b & 4 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

$A = B^T$ ise $a.b$ çarpımının değeri kaçtır?

- A) -4 B) -1 C) 6 D) $\frac{56}{9}$ E) 7

17. $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dönüşümünün matrisi;

$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $f^{-1}(2, 3)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 7 \\ -11 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -11 \\ 7 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 6 \\ -10 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$

KONU TESTİ - 1

1. a ve b reel (gerçek) sayıdır.

$a \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 8 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

2. $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

$A.X = B + X$ eşitliğini sağlayan X matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

3. Elemanları $(\mathbb{Z}/4, +, \cdot)$ cisminde seçilen,

$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

matrisleri için $A.B$ matrisinin elemanları toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\bar{0}$ B) $\bar{1}$ C) $\bar{2}$ D) $\bar{3}$ E) $\bar{4}$

4. k reel sayı olmak üzere,

$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

$A^2 = k.A$ olduğuna göre, k değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

5. $I, 2 \times 2$ türünden birim matris ve $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ dir.

Buna göre, $A^2 - 4A + 4.I$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 9 & 0 \end{bmatrix}$

6. $A = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

$C^t = A^{-1} - B$ olduğuna göre, C matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

(C^t , C matrisinin transpozesi (devriği) dir.)

- A) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -11 & 4 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 2 & -9 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 3 & 11 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

7. A, B, C birer matristir.

$C = A.B + B^T.A^T$ ise, C^T aşağıdakilerden hangisidir?

- A) A^T B) $B.C$ C) C D) $A - C$ E) $B^T + A$

8. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ ve $f(x) = x^2 - 2x$

olduğuna göre, $f(A^T)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 9 & -6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 5 & -6 \\ -4 & 9 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 9 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -6 & 9 \end{bmatrix}$

9. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^{26} matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3^{13} \cdot I_{2 \times 2}$ B) $3^{15} \cdot I_{2 \times 2}$ C) $3^{26} \cdot I_{2 \times 2}$
D) $3^{13} \cdot A$ E) $3^{26} \cdot A$

10. Terimleri birer matris olan bir geometrik dizinin ilk terimi $a_1 = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ ve ortak çarpan matrisi $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ise, bu dizinin dördüncü terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 77 & 32 \\ -30 & 25 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -54 & 81 \\ -50 & 77 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -50 & 77 \\ 81 & -54 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 77 & -50 \\ 81 & -54 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -1 & 28 \\ 3 & 24 \end{bmatrix}$

11. $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ olmak üzere,

$$a_{ij} = \begin{cases} i, j & , i \leq j \text{ ise,} \\ i-j & , i > j \text{ ise,} \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

$A \cdot A^T = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix}$ olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 132 B) 67 C) 64 D) 52 E) 24

12. $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ ve $A \cdot B = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$ olduğuna göre

$B \cdot B^T$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

13. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & 2^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & 254 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) 22 B) 25 C) 28 D) 30 E) 32

14.

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & -4 \\ -2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

matrisinin karesel alt matrislerinin sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

15. A matrisi, n. mertebeden bir kare matris ve I matrisi, n. dereceden birim matristir.

$A^2 - 5A + I = 0$ olduğuna göre, $A^4 - A^3 + 19I$ matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 91A B) 72A + I C) 63A + I
D) 54A E) 19A

16. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

$$A^n = 2^{2005} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, n değeri kaçtır?

- A) 2008 B) 2007 C) 2006
D) 2005 E) 2004

KONU TESTİ - 2

1. $x^3 - ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$$\begin{bmatrix} x_1 & 1 & 1 \\ 0 & x_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ x_3 & x_2 \\ x_2 & x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $\frac{c}{a}$ oranı kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) -5 D) -6 E) -7

2.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

matrisinin her bir elemanına 1 eklenince elde edilen matris B olduğuna göre, $A \cdot B + B \cdot A$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -10 & 2 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & -6 \\ 24 & 21 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 1 & 24 \\ -6 & 21 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 21 \\ -6 & 24 \end{bmatrix}$

3.

$$\begin{bmatrix} -2 & x \\ -x & 2 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$ B) $\{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$ C) $\{-\sqrt{6}, \sqrt{6}\}$
D) $\{\sqrt{6}\}$ E) $\{2\sqrt{3}\}$

4.

$$A = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$$

matrisinin her satırının terimleri toplamı 3 tür.

$B = A^2$ olduğuna göre, B matrisinin 2. satır terimleri toplamının değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5. $K = \begin{bmatrix} a & b \\ b & -a \end{bmatrix}$ ve $L = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

$K \cdot X = L$ eşitliğini sağlayan X matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

6. K, 2×2 türünden bir matris olmak üzere,

$$K \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ -1 \end{bmatrix} \text{ ve } K \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $K \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ kaçtır?

- A) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$

7.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} \text{ ve } A^2 \cdot X = \begin{bmatrix} -3 \\ 22 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, X matrisinin terimleri toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

8.

$$A = \begin{bmatrix} -\cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \text{ matrisi veriliyor.}$$

Buna göre, $A^3 + A^4 - A^{33} - A^{401}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) A + I B) 4 C) I D) 0 E) -A

9. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

Buna göre, $A^8 - B^6$ matrisinin elemanları toplamı aşağıdakilerden hangisine bölünmez?

- A) 2 B) 7 C) 13 D) 20 E) 37

10. $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $A + A^2 + A^3 + \dots + A^n$ matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $A \cdot 4^n$ B) $A \cdot (2^n - 1)$ C) $A \cdot (4^n - 1)$
D) $A \cdot \left(\frac{2^{n-1}}{3}\right)$ E) $A \cdot \left(\frac{4^n - 1}{3}\right)$

11. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

A matrisinin çarpmaya göre tersinin elemanları toplamının Z/6 daki değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

12. A matrisi n. dereceden bir kare matris, I da n. dereceden birim matristir.
 $A^2 - 4A + 3I = 0$ olduğuna göre, A^{-1} ters matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $A - 3I$ B) $4I - A$ C) $\frac{1}{3}(4I - A)$
D) $\frac{1}{2}(3I - A)$ E) $\frac{1}{5}(2I - A)$

13. $A = \begin{bmatrix} x & y \\ 2x & 1 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

$A^{-1} = A$ ise, $A + A^T$ matrisinin 2. satır elemanlarının toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

14. $A = [a \ 1]$ matrisi $(-2, 1)$ noktasını 5 noktasına dönüştürdüğüne göre, a değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

15. $K = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ ve $M = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

$K \cdot X = M$ ise, X matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 4 & -1 & -3 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

16. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

ÖSYS SORULARI

1. $A = [m \ n]$, $B = \begin{bmatrix} 1-n & n \\ m & 1-m \end{bmatrix}$ ise, A.B kaçtır?

- A) B.A B) A C) B
D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ E) $[m \ n]$

(1976)

2. $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ lineer dönüşümüne karşı gelen matris,

$A = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 2 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, f altındaki görüntüsü

$\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ olan $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (0,1) B) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ C) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
D) (0,0) E) (1,0)

(1978)

3. Elemanları, $(\mathbb{Z}/3, +, \cdot)$ cismin elemanları olan,

$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

matrisleri için de çarpma kuralı geçerli ise A.B çarpımı (negatif eleman kullanmadan) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

(1978)

4. $M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}$) matrisinin tersi

$M^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ gibi bir matristir.

x, y, z, t $\in \mathbb{Z}$ olması için a, b, c, d aşağıdaki bağıntılardan hangisini sağlamalıdır?

- A) $ac - bd = 1$ B) $ad + bc = 1$ C) $ab - dc = 1$
D) $ab + dc = 1$ E) $ad - bc = 1$

(1979)

5. $M = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix}$

matrisinde her satırın terimleri toplamı 3 olduğuna göre, M^2 matrisinin 1. satır terimleri toplamı nedir?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18
(ÖYS 1981)

6. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

ise, A^{15} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-2)^{15} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $(-2)^{15} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
C) $(4)^{15} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ D) $(4)^{15} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
E) $(-2)^{15} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(ÖYS 1982)

7. $T = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

matrisi A(1, 2) noktasını $(-2, 3)$ noktasına dönüştürüyorsa B(2, 4) noktasını hangi noktaya dönüştürür?

- A) $(-4, 6)$ B) $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ C) (2, 3)
D) (4, -6) E) $(-2, 3)$

(ÖYS 1982)

8. $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 1 \\ 1 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ise, x.y çarpımı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{24}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{16}$ D) $\frac{\sqrt{17}}{12}$ E) $\frac{\sqrt{35}}{12}$

(ÖYS 1983)

9. $\begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & b \end{bmatrix}$

matrisinin tersi kendisine eşit olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{\sqrt{17}}{6}$ E) $\frac{\sqrt{35}}{6}$

(ÖYS 1985)

10. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}^{1986}$ matrisinin eğiti aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 0 B) $\begin{bmatrix} 3^{1986} & 2^{1986} \\ 0 & 3^{1986} \end{bmatrix}$
 C) $\begin{bmatrix} 3^{993} & 2^{993} \\ 0 & -3^{993} \end{bmatrix}$ D) $3^{993} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$
 E) $9^{993} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (ÖYS 1986)
11. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ve $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ olduğuna göre c kaçtır?
 A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1 (ÖYS 1987)
12. $A_{m \times m}$ ve $B = A^T + A$ verildiğine göre B^T aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 [A^T , A matrisinin tranpozesidir (devriğidir)]
 A) B^{-1} B) B C) A^{-1} D) A^T E) A (ÖYS 1988)
13. K, 2×2 türünden bir matris olmak üzere,
 $K \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ve $K \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ise, $K \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\begin{bmatrix} 9 \\ 7 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -7 \\ -4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$
 D) $\begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ (ÖYS 1990)
14. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & a & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = [0]$ olduğuna göre, a kaçtır?
 A) -6 B) -4 C) 3 D) 4 E) 5 (ÖYS 1991)

kareköt

15. $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$ olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?
 A) 11 B) 10 C) 2 D) -1 E) -2 (ÖYS 1992)
16. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}^2 - 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ toplamı aşağıdaki matrislerden hangisine eşittir?
 A) $\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ -9 & 4 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix}$
 D) $\begin{bmatrix} -6 & 6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$ (ÖYS 1993)
17. I, 2×2 türünden birim matris ve $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, $A^2 - 4A + 4I$ işleminin sonucu aşağıdaki matrislerden hangisidir?
 A) $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$
 D) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ (ÖYS 1994)
18. $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ olmak üzere, $A \cdot B = A - B$ olduğuna göre, B matrisi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$
 D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ (ÖYS 1995)
19. $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ y & -2 \end{bmatrix}$ matrisi için $A^{-1} \cdot A = A^2$ olduğuna göre, x . y çarpımı kaçtır?
 A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1 (ÖYS 1996)

20. $\begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & a+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, a kaçtır?
 A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2 (ÖYS 1997)
21. $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, $(A \cdot B)^t$ aşağıdakilerden hangisidir?
 (A^t : A matrisinin devriği (transpozesi))
 A) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -19 \\ 8 & -18 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & -10 \\ -5 & -19 \\ 8 & -18 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 2 & -10 \\ -5 & -19 \\ -8 & 18 \end{bmatrix}$
 D) $\begin{bmatrix} 2 & -5 & 0 \\ -10 & -17 & 3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 & -5 & 0 \\ -10 & -17 & 3 \end{bmatrix}$ (ÖYS 1998)
22. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ matrisleri için $A \cdot X = B$ denklemini sağlayan X matrisi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$
 D) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (ÖSS 2007 II)
23. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ Yukarıda matris gösterimi verilen doğrusal denklem sisteminin çözümünde x kaçtır?
 A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8 (ÖSS 2009 II)
24. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ matrisinin devriği A^t ve ters matrisi A^{-1} olduğuna göre, $A^t \cdot A^{-1}$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -2 & -9 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$
 D) $\begin{bmatrix} 9 & 3 \\ -5 & -1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ (LYS 2010)
25. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2 (LYS 2011)

kareköt

BÖLÜM 51

Determinant

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Determinantı tanımlar, birinci ve ikinci mertebeden determinantları hesaplar.
2. İkinci mertebeden determinantı hesaplarken işlem kolaylaştırma tekniklerini kullanır.
3. Sarrus kuralı ile üçüncü mertebeden determinantı hesaplar.
4. Bir matrisin bir elemanına ait minörü ve eş çarpanı hesaplar.
5. Bir determinantın hesaplanmasının genel yöntemini uygular.
6. Bir matriste bir satırdaki tüm elemanlar k ile çarpılıp başka bir satıra eklenince determinantın değerinin değişmeyeceğini fark eder.
7. Bir matrisin çarpmaya göre tersini bulur.
8. Bir matrisin tersinin olmaması için determinantın sıfır olması gerektiğini kavrar.
9. Determinantın denklem uygulamalarını görür.
10. Determinantın denklem uygulamalarını görür.
11. Bir matrisin herhangi iki satırındaki elemanlar orantılı ise determinantının değerinin sıfır olduğunu fark eder.
12. $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$, $|A^n| = |A|^n$, $|A^{-1}| = |A|^{-1}$ özelliklerini uygular.
13. Bir determinantın iki satırının yerleri değiştirildiğinde determinantın işaretinin değişeceğini fark eder.
14. Bir determinantın bir satırı k ile çarpıldığında determinantın değerinin k katına çıkacağını fark eder.
15. Bir matrisin rankını bulur.

51.1

determinant

köşetaşı

Aşağıdaki matrislerin determinantını hesaplayınız.

a) $A = [3]$ b) $K = [-2]$ c) $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$

açıklamalı çözüm

Reel sayılarla oluşturulan bütün kare matrislerin kümesi M olsun. M kümesinden reel sayılar kümesine bir D fonksiyonu tanımlansın.

D: $M \rightarrow R$ fonksiyonunun, kare matrisi eşlediği reel sayıya, kare matrisin determinantı denir.

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisinin determinantı $\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ ile gösterilir.

Birinci sıradan bir kare matrisin determinantı $A = [a] \Rightarrow \det A = a$ dır.

Buna göre, a) $A = [3] \Rightarrow \det A = 3$

b) $K = [-2] \Rightarrow \det K = -2$ olur.

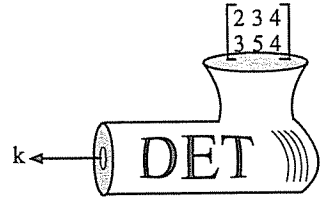
c) İkinci sıradan bir kare matrisin determinantı

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ise, $\det A = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - b \cdot c$ dir.

O halde, $|M| = 1 \cdot (-4) - 2 \cdot 3 = -10$ olur.

NASIL MAKİNEYSE!

Koca tabloyu alıp reel sayı çıkarıyor.



1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $A = [0]$ ise, $|A| = 0$ B) $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} = -24$
 C) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$ D) $\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -1$
 E) $\begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 200 & 190 \end{vmatrix} = 0$

3. $\begin{vmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) $\cos 2\alpha$ D) $\sin 2\alpha$ E) $\sec 2\alpha$

2. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$\begin{vmatrix} 1+i & -1 \\ 1 & 1-i \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \dots \begin{vmatrix} 1 & -2006 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2005! B) 2006! C) 2007!
 D) 2000⁵ E) 1

$\begin{vmatrix} 2000 & 1994 \\ 2006 & 2000 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir determinantın bir satırı(veya sütunu) bir gerçek sayı ile çarpılıp başka bir satıra (veya sütuna) eklenirse, determinantın değeri değişmez.

Buna göre, matrisin 1. satırını -1 ile çarpıp 2. satıra ilave edelim.

$$\begin{vmatrix} 2000 & 1994 \\ 2006 & 2000 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2000 & 1994 \\ 2006 + (-2000) & 2000 + (-1994) \end{vmatrix} \\ = \begin{vmatrix} 2000 & 1994 \\ 6 & 6 \end{vmatrix} \\ = 6 \cdot 2000 - 6 \cdot 1994 \\ = 6 \cdot (2000 - 1994) = 36 \text{ olur}$$

BAŞKA BİR ÇÖZÜM

1994 = a olsun.

$$\begin{vmatrix} 2000 & 1994 \\ 2006 & 2000 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+6 & a \\ a+12 & a+6 \end{vmatrix} \\ = (a+6)(a+6) - a(a+12) \\ = a^2 + 12a + 36 - a^2 - 12a \\ = 36 \text{ bulunur.}$$

1. $\begin{vmatrix} 2007 & 2006 \\ 2006 & 2007 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
A) 4013 B) 4000 C) 2007 D) 2006 E) 0

3. $\begin{vmatrix} 2007+x & 2006+x \\ 2009+x & 2008+x \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
A) 5018 B) 2009 C) 2006 D) x E) 2

2. $\begin{vmatrix} 1453 & 1452 \\ 1451 & 1450 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
A) -10 B) -2 C) 1 D) 2 E) 10

4. m reel sayı olmak üzere,
 $f(x) = 3x - 1$ ve $f(m) = \begin{vmatrix} -2 & m+3 \\ 3 & 2-m \end{vmatrix}$
olduğuna göre, m değeri kaçtır?
A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) -3

$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$ determinantını Sarrus kuralı ile bulunuz.

açıklamalı çözüm

Sarrus kuralı yalnız 3×3 türünden matrislerin hesaplanmasında kullanılır.

Bu yöntemde determinant, determinantın ilk iki satırı determinantın altına ya da ilk iki sütunu determinantın sağ yanına yazılarak aşağıdaki gibi hesaplanır. Biz ilk iki satırı yazalım:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{matrix} - \\ - \\ + \\ + \\ + \\ + \end{matrix}$$

$$|A| = (a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} + a_{31} \cdot a_{12} \cdot a_{23}) - (a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} + a_{11} \cdot a_{32} \cdot a_{23} + a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33})$$

$$|A| = 2 \cdot 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) \cdot 2 + (-1) \cdot 3 \cdot 2 - ((-1) \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-2) \cdot 2 + 1 \cdot 3 \cdot 1) \\ = 3 \text{ olur.}$$

1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $\begin{vmatrix} m-1 & 2 & m-3 \\ m+1 & 3 & m \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
A) -4 B) -3 C) -2 D) 2 E) 3

4. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,
 $\begin{vmatrix} i^{33} & i^{40} & i^{23} \\ i^{12} & i^{32} & i^{10} \\ i^{40} & i^{41} & i^{50} \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
A) -1 B) -i C) 0 D) 1 E) i

köşetaşı

determinant

$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$ matrisi için, a_{21} elemanının minörünü ve eş çarpanını bulunuz

açıklamalı çözüm

n. sıradan bir A kare matrisinin herhangi bir elemanı için o elemanın bulunduğu satır ve sütun atıldıktan sonra geriye kalan elemanların oluşturduğu matrisin determinantına o elemanın alt determinanı ya da minörü(küçüğü) denir ve M_{ij} ile gösterilir.

a_{21} elemanının minörü M_{21} ise, A matrisinde 2. satır ve 1. sütun atıldıktan sonra geriye kalan matrisin determinanı;

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow M_{21} = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = -2 + 9 = 7 \text{ bulunur.}$$

a_{ij} elemanına ait minörün $(-1)^{i+j}$ ile çarpımına a_{ij} elemanının kofaktörü (eş çarpanı) denir ve A_{ij} ile gösterilir.

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot M_{21} = (-1) \cdot 7 = -7$$

1. $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, $M_{12} - M_{23} + M_{31}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

2.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & a & -2 \end{bmatrix}$$

matrisinin a_{21} elemanının eş çarpanı 10 olduğuna göre, a değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

matrisi için 2. satır elemanlarının kofaktörleri toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

kareköt

4. $A = \begin{bmatrix} x-1 & 1 & x-2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & x \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

a_{11} elemanı ile a_{22} elemanının kofaktörleri (eş çarpanları) arasında $A_{11} + A_{22} = 0$ bağıntısı vardır.

Buna göre, x değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 2 B) 0 C) -1 D) -3 E) -5

determinant

köşetaşı

$$\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \\ -4 & 3 & 0 \end{vmatrix} \text{ determinantının değeri kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

Bu köşetaşında determinantın genel hesaplama şekli anlatılacaktır. 3x3 veya daha yüksek boyutlu determinantı hesaplamak için determinantın herhangi bir satırındaki veya sütunundaki elemanları ile kofaktörlerinin çarpımı toplanır.

Bize verilen determinantı 3. satıra göre açalım. Hangi satır veya sütunda daha çok sıfır varsa, o satır veya sütuna göre açılım yapmak işlemi kolaylaştırır.

$$|A| = a_{31} \cdot A_{31} + a_{32} \cdot A_{32} + a_{33} \cdot A_{33}$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 11$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \cdot \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 5$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = 7$$

$$\begin{aligned} \text{O halde, determinantın değeri } |A| &= a_{31} \cdot A_{31} + a_{32} \cdot A_{32} + a_{33} \cdot A_{33} \\ &= (-4) \cdot 11 + 3 \cdot 5 + 0 \cdot 7 = -29 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

1.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -12 B) -18 C) -22 D) -25 E) -32

3. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$$\begin{vmatrix} 1-i & 1 & 2+i \\ -1 & 1+i & -2i \\ 2-i & 2i & 2 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

- A) -19 - 5i B) -5 - 19i C) -3 - 9i
D) 5 + 12i E) 3 + 19i

kareköt

2.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -2 & -5 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ matrisi veriliyor.}$$

Buna göre, $|A^T|$ değeri kaçtır?

- A) -12 B) -8 C) -2 D) 5 E) 10

4.

$$a^3 + b^3 + c^3 = 25 \text{ ve } a \cdot b \cdot c = 3$$

ise, $\begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 13 D) 16 E) 18

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & 4 \\ -1 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ matrisinin determinantını bulunuz.}$$

açıklamalı çözüm

Mertebe 3 ten büyük olan matrislerin determinantı bir önceki köşetaşındaki gibi hesaplanır.

İşlem kolaylığı için (51.2)'deki özelliği hatırlayalım: Bir matriste bir satırdaki (ya da sütundaki) tüm elemanlar k ile çarpılıp başka bir satıra (ya da sütuna) eklenirse determinantı değişmez.

Önce matrisin elemanlarını küçültmek için matrisin 1. satırına 2. satırını ekleyelim:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 & 4 \\ -1 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2-1 & 1+1 & -3+3 & 4-4 \\ -1 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Determinant 1. satıra göre açılırsa

$$|A| = a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{12} + a_{13} \cdot A_{13} + a_{14} \cdot A_{14} \\ = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 & -4 \\ 1 & 3 & 4 \\ -2 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -57 - 2 \cdot (-66) = -57 + 132 = 75 \text{ olur.}$$

1.

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & 5 \\ -3 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & -5 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 289 B) 280 C) 210 D) 184 E) 172

3.

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 45 B) 38 C) 29 D) 27 E) 24

2.

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

matrisinin determinantı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 92 B) 90 C) 84 D) 80 E) 78

karekök

4.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & 8 & 0 \\ 4 & 7 & 9 & 10 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 280 B) 300 C) 320 D) 400 E) 410

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 8 \end{bmatrix} \text{ matrisinin çarpmaya göre tersini bulunuz.}$$

açıklamalı çözüm

Bu köşetaşında bir matrisin çarpmaya tersini bulmanın genel yolunu öğreneceğiz.

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \text{Ek}(A) \text{ dır. (det } A = 0 \text{ için } A \text{ matrisinin tersi yoktur.)}$$

Pekala Ek(A) nedir?: Bir matrisin ek matrisi bulunurken matristeki her elemanın yerine kofaktörü yazılır ve elde edilen matrisin transpozesi alınır.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow \text{Ek}A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}^T$$

$\det A = -1$ olduğundan A'nın tersi vardır. Şimdi de Ek(A) yı bulalım:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = 4 \text{ gibi tüm eş çarpanlar bulunup yerine yazılırsa}$$

$$\text{Ek} A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 11 & -2 & 2 \\ -6 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 4 & 11 & -6 \\ 0 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \text{Ek}(A) = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 4 & 11 & -6 \\ 0 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -11 & 6 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Sol sütundaki matrislerin sağ sütunda tersleri verilmiştir, eşleyiniz.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -16 & 3 & 2 \\ -6 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{24} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{5}{24} \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

köşetaşı

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & a-3 \end{bmatrix}$$

matrisinin çarpma işlemine göre ters matrisinin olmaması için a değeri kaç olmalıdır?

açıklamalı çözüm

Determinantı 0 olan matrisin tersi yoktur. O halde, $\det A = 0$ olmalı.

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & a-3 \end{vmatrix} = 0$$

1. satırı -1 ile çarpıp 3. satıra ekleyelim ve 3. satıra göre açılım yapalım:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & a-6 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (a-6) \cdot (-4) = 0 \Rightarrow a = 6 \text{ bulunur.}$$

1. Aşağıdaki matrislerden hangisinin çarpma işlemine göre tersi yoktur?

A) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

3.

$$A = \begin{bmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

matrisinin çarpma işlemine göre tersi olmadığına göre, x değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{8}{5}$ D) 1 E) 0

karekök

2. $A = \begin{bmatrix} x & 3 \\ 4 & x+1 \end{bmatrix}$

matrisinin çarpma işlemine göre tersi olmadığına göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

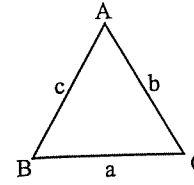
4.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ x & 0 & m \\ -m & 0 & x+4 \end{bmatrix} \text{ matrisi veriliyor.}$$

Her $x \in \mathbb{R}$ için A matrisinin tersi olduğuna göre, m nin değer alabileceği en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) (-2, 2) B) $(-\infty, -2)$ C) (2, ∞)
D) $\mathbb{R}$ E) $\mathbb{R} - [-2, 2]$

köşetaşı



ABC üçgeninin kenar uzunlukları a br, b br, c br dir.

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b & -c \\ c & b \end{vmatrix}$$

olduğuna göre, A açısının ölçüsü kaç derecedir?

açıklamalı çözüm

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b & -c \\ c & b \end{vmatrix} \Rightarrow a^2 - bc = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 + bc \dots\dots(1)$$

ABC üçgeninde kosinüs teoremini yazalım.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \text{ eşitliği (1) de yerine yazılırsa}$$

$$b^2 + c^2 - 2bc \cos A = b^2 + c^2 + bc \Rightarrow \cos A = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow m(\hat{A}) = 120^\circ \text{ olur.}$$

1.

$$\begin{vmatrix} 2x & x-1 \\ x+2 & x \end{vmatrix} = 7$$

denklemini sağlayan x gerçel sayılarının çarpımı kaçtır?

A) -5 B) -4 C) -1 D) 2 E) 5

3. k sıfırdan farklı bir gerçel sayıdır.

$$\begin{bmatrix} a & x \\ b & c \end{bmatrix}$$

matrisinin elemanları k kadar azaltıldığında determinantı değişmediğine göre, x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $a + c - b$ B) $a - c - b$ C) $-a + c + b$
D) $a - c + b$ E) $a + b + c$

2.

$$\begin{vmatrix} \cos \alpha & -1 \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \sin \alpha \end{vmatrix} = 0$$

denkleminin en küçük pozitif kökü kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{15}$ B) $\frac{\pi}{12}$ C) $\frac{\pi}{8}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

karekök

4. $2x^2 - ax + a - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\begin{vmatrix} x_1 & -x_1^2 \\ x_2 & x_2^2 \end{vmatrix} = 2$$

olduğuna göre, a değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

köşetaşı

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \text{ denklemi ile verilen doğrunun eğimi kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

Determinantı Sarrus kuralı ile hesaplayalım:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$x \cdot 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot y \cdot 1 - [2 \cdot 2 \cdot 1 + x \cdot 3 \cdot 1 + (-1) \cdot y \cdot 1] = 0$$

$$-x + 3y - 7 = 0$$

$ax + by + c = 0$ doğrusunun eğimi $m = -\frac{a}{b}$ olduğundan

$$m = \frac{1}{3} \text{ olur.}$$

İSPAT YAPALIM

Düzlemde (x_1, y_1) ve (x_2, y_2) noktalarından geçen doğru denklemi

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \text{ dır.}$$

İspatı:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$xy_1 + x_2y + x_1y_2 - x_2y_1 - y_2x - x_1y = 0$$

$$xy_1 - xy_2 + x_1y_2 - x_1y_1 = x_1y - x_2y + x_2y_1 - x_1y_1$$

$$x(y_1 - y_2) - x_1(y_1 - y_2) = y(x_1 - x_2) - y_1(x_1 - x_2)$$

$$(y_1 - y_2)(x - x_1) = (x_1 - x_2)(y - y_1)$$

$$\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$$

Bu eşitlik (x_1, y_1) ve (x_2, y_2) noktalarından geçen doğru denklemdir.

$$1. \begin{vmatrix} x & 2 & x \\ 1 & 2 & 3 \\ x & 3 & x \end{vmatrix} = 20$$

denkleminin kökü kaçtır?

- A) 5 B) 3 C) -1 D) -6 E) -10

3. a sıfırdan farklı olmak üzere,

$$\begin{vmatrix} 2 & a^{-1} & a \\ a & 2 & a^{-1} \\ a^{-1} & a & 2 \end{vmatrix} = 18$$

olduğuna göre, $\frac{a^6 + 1}{a^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 14

$$2. \begin{vmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ 0 & a+2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

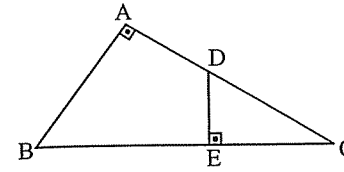
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$4. \begin{vmatrix} 2 & a & b \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \end{vmatrix} + 2a + 3 = 0$$
 eşitliği veriliyor.

$x^2 - (m+1)x + 2m - 1 = 0$ denkleminin kökleri a ve b olduğuna göre, a.b çarpımının değeri kaçtır?

- A) -4 B) -8 C) -10 D) -13 E) -15

köşetaşı



ABC dik üçgeninde, $[AB] \perp [AC]$ ve $[DE] \perp [BC]$ dir.

$|BC| = a$ br, $|AC| = b$ br, $|AB| = c$ br

$|DE| = e$ br, $|DC| = f$ br, $|EC| = d$ br

olduğuna göre, $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ a & b & c \\ f & d & e \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\widehat{ABC} \sim \widehat{EDC} \text{ (A.A.A)}$$

$$\Rightarrow \frac{|AB|}{|ED|} = \frac{|AC|}{|EC|} = \frac{|BC|}{|DC|}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{e} = \frac{b}{d} = \frac{a}{f} \text{ olur.}$$

Bir matrisin herhangi iki satırındaki veya sütunundaki elemanlar orantılı (ya da eşit) ise determinantın değeri sıfırdır.

Bu soruda determinantın 2. ve 3. satır elemanları orantılı olduğundan: $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ a & b & c \\ f & d & e \end{vmatrix} = 0$ olur.

BAŞKA BİR ÖZELLİK

Bir matrisin herhangi bir satır veya sütunundaki elemanlar sıfır ise determinantının değeri sıfırdır.

$$1. \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & -5 \\ 3 & 1 & 0 & -4 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ -5 & 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

matrisinin determinantı kaçtır?

- A) -23 B) 0 C) 1 D) 12 E) 23

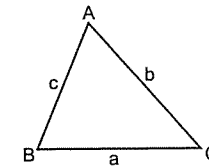
$$3. A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 8 & 10 \\ 306 & 758 & 1060 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 2005 & 2006 & 2007 \\ 2006 & 2007 & 2008 \\ 2007 & 2008 & 2009 \end{bmatrix}$$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, $\det(A) + |B|$ toplamı kaçtır?

- A) 2009 B) 2006 C) 5 D) 2 E) 0

4.



ABC üçgeninde

 $|BC| = a$ br $|AC| = b$ br $|AB| = c$ br dir.

Buna göre, $\begin{vmatrix} \cos 2A & \cos 3B & \cos C \\ \sin A & \sin B & \sin C \\ a & b & c \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\sin A + \sin B$ C) 1
D) $a \cdot \cos 2A - c \cdot \sin C$ E) abc

köşetaşı

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ matrisleri veriliyor.}$$

Buna göre, $A \cdot B^{-1}$ ve A^5 matrislerinin determinantlarını hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

$$|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$$

$$|A^n| = |A|^n$$

$$|A^{-1}| = |A|^{-1}$$

Buna göre,

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 0 = -2$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3 - (-4) = 7 \text{ olduğundan}$$

$$|A \cdot B^{-1}| = |A| \cdot |B|^{-1} = -2 \cdot 7^{-1} = -\frac{2}{7}$$

$$|A^5| = |A|^5 = (-2)^5 = -32$$

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 3 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, $|A^{2006}|$ determinantının değeri kaçtır?

- A) -2^{2006} B) -2006 C) 0
D) 2006 E) 2^{2006}

3. $A = \begin{bmatrix} x & 3 \\ 2 & x \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

$|A^2| - 2|A| - 8 = 0$ denklemini sağlayan kaç farklı x reel sayısı vardır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & a+c \\ 1 & c & a+b \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & x & y \\ 2 & z & t \\ x+2y & x^2yz & xy+yt \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, $|A \cdot B|$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) $a+b+c$
D) $x+y+z+t$ E) $ax-by$

karekök

4. n , tam sayıdır.

$$A = \begin{bmatrix} \tan \alpha & \cot \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ matrisleri veriliyor.}$$

$$(-1)^{2n+1} \cdot \det(A \cdot B) = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, α pozitif dar açısı kaç radyandır?

- A) $\frac{5\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{5}$ E) $\frac{\pi}{6}$

köşetaşı

$$A = \begin{vmatrix} 1 & a^2 & 3 \\ 2 & b & -1 \\ -3 & c^3 & 0 \end{vmatrix} \text{ ise, } \begin{vmatrix} a^2-2 & 1 & 3 \\ b-4 & 2 & -1 \\ c^3+6 & -3 & 0 \end{vmatrix} \text{ determinantının } A \text{ türünden değerini bulunuz.}$$

açıklamalı çözüm

Bir determinantın herhangi bir satırındaki veya sütunundaki her eleman iki terimin toplamından oluşuyorsa, bu determinant aynı sıradan iki elemanın toplamı biçiminde yazılabilir.

$$\text{O halde, } \begin{vmatrix} a^2-2 & 1 & 3 \\ b-4 & 2 & -1 \\ c^3+6 & -3 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a^2 & 1 & 3 \\ b & 2 & -1 \\ c^3 & -3 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ -4 & 2 & -1 \\ 6 & -3 & 0 \end{vmatrix} = -A + 0 = -A \text{ olur.}$$

Bir determinantın iki satırının (veya sütununun) yerleri değiştirilirse determinantın işareti değişeceğinden,

$$\begin{vmatrix} 1 & a^2 & 3 \\ 2 & b & -1 \\ -3 & c^3 & 0 \end{vmatrix} = A \Rightarrow \begin{vmatrix} a^2 & 1 & 3 \\ b & 2 & -1 \\ c^3 & -3 & 0 \end{vmatrix} = -A \text{ olur.}$$

1. $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ x & y & z \end{bmatrix}$ olduğuna göre, $\begin{bmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ d & e & f \end{bmatrix}$

determinantının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2A$ B) $-A$ C) 0 D) A E) $2A$

3. $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ x & y & z \end{bmatrix}$ olduğuna göre, $\begin{bmatrix} a & d & x \\ c & f & z \\ b & e & y \end{bmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) $-A$ B) $-A-1$ C) 0 D) A E) $2A$

2. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = m$ ise, $\begin{vmatrix} a+b & b \\ c+d & d \end{vmatrix}$

determinantının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-m+a$ B) $-m$ C) 0 D) m E) $m+a$

karekök

4. $ax^2 + bx + c = 0$ ve $ex^2 + fx + g = 0$ denkleminin kökleri eşit olduğuna göre,

$$\begin{vmatrix} -2 & a+1 & e-2 \\ 3 & b+1 & f+3 \\ 0 & c & g \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 1 B) $e+g$ C) 0 D) $-5g$ E) $-4e-g$

51.14

determinant

köşetaşı

$$A = \begin{bmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 \end{bmatrix} \text{ matrisinin determinantını hesaplayınız.}$$

açıklamalı çözüm

1) Bir determinantın bir satırı ya da sütunu bir $k \in \mathbb{R}$ sayısı ile çarpılırsa determinant k ile çarpılmış olur.

2) A , $n \times n$ türünden bir matris ve $k \in \mathbb{R}$ ise, $|kA| = k^n \cdot |A|$ olur.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ ise, } \begin{vmatrix} ka & kb \\ c & d \end{vmatrix} = k \cdot |A| \text{ olur.}$$

O halde, bize verilen matrisin 1. sütununda x , 2. sütununda y , 3. sütununda z ortak olduğundan

$$|A| = x \cdot y \cdot z \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix} = x \cdot y \cdot z \begin{vmatrix} 1-1 & 1-1 & 1 \\ x-z & y-z & z \\ x^2-z^2 & y^2-z^2 & z^2 \end{vmatrix} = x \cdot y \cdot z \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x-z & y-z & z \\ x^2-z^2 & y^2-z^2 & z^2 \end{vmatrix}$$

(3. sütunu, 1. sütun ve 2. sütundan çıkaralım) (Determinantı 1. satıra göre açalım)

$$\Rightarrow |A| = x \cdot y \cdot z \cdot 1 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} x-z & y-z \\ x^2-z^2 & y^2-z^2 \end{vmatrix} = x \cdot y \cdot z \begin{vmatrix} x-z & y-z \\ (x-z)(x+z) & (y-z)(y+z) \end{vmatrix}$$

$$= x \cdot y \cdot z \cdot (x-z)(y-z) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ x+z & y+z \end{vmatrix} = x \cdot y \cdot z (x-z)(y-z)[(y+z) - (x+z)]$$

$$= x \cdot y \cdot z (x-z)(y-z)(y-x) \text{ bulunur.}$$

1. $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -2 & 3 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 8 \\ 10 & -15 & -25 \\ 3 & -3 & 12 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A ile B arasındaki bağıntı aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) $30A + B = 0$ B) $A + 30B = 0$
C) $B - 30A = 0$ D) $A - 30B = 0$
E) $2A + 15B = 0$

3. $\begin{vmatrix} a & 3a & a \\ 2a & -2a & 2a \\ a & -a & 0 \end{vmatrix} = -64$ olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

2. A , ikinci mertebeden; B , üçüncü mertebeden birer kare matristir.
 $\det(A) = 5$ ve $\det(B) = 2$ ise, $\det(3A) + \det(2B)$ toplamının değeri kaçtır?
- A) 52 B) 61 C) 65 D) 70 E) 71

51.15

determinant

köşetaşı

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -6 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ matrisinin rankını bulunuz.}$$

açıklamalı çözüm

Bir matrisin terimlerinden oluşturulabilecek kare alt matrislerden determinantı sıfırdan farklı olan en büyük mertebeli kare matrisin mertebesine A matrisinin rankı denir ve $\text{rank}(A)$ ile gösterilir.

A matrisi kare matris olmadığından kare alt matrislerini yazalım.

2×2 türündeki kare alt matrisleri

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -6 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ ve } \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \text{ tür.}$$

Determinantları 0 olduğundan $\text{rank}(A) = 2$ olamaz.

1×1 türündeki kare alt matrisler

$[2]$, $[0]$, $[-6]$, $[-1]$, $[0]$ ve $[3]$ tür.

Determinantı 0 dan farklı 1×1 türünden kare alt matris olduğundan $\text{rank}(A) = 1$ olur.

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, $\text{rank}(A)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 2 & -6 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, $\text{rank}(A)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ matrisinin rankı kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -3 & a & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

matrisinin rankı 2 olduğuna göre, a nın değeri kaçtır?

- A) 6 B) $\frac{16}{3}$ C) 5 D) $\frac{7}{2}$ E) 3

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.
 $|A^{-1} + A^t|$ determinantının değeri kaçtır?
 A) 89 B) 72 C) 20 D) -89 E) -91

2. $\begin{vmatrix} 3000 & 3002 \\ 2996 & 2998 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
 A) 20 B) 12 C) 8 D) 5 E) 3

3. $\begin{vmatrix} 10 & -5 & 3 \\ -2 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 5 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
 A) -40 B) -60 C) -80 D) -100 E) -105

4. $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ matrisi $a_{ij} = \begin{cases} i+j, & i < j \text{ ise,} \\ i-j, & i \geq j \text{ ise} \end{cases}$ biçiminde tanımlanıyor.
 Buna göre, a_{13} elemanının kofaktörünü bulunuz?
 A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

5. $\begin{vmatrix} 1 & \sin \frac{\pi}{6} & \sin \frac{5\pi}{6} \\ -1 & \sin \frac{5\pi}{6} & \cos \frac{2\pi}{3} \\ \cos \frac{\pi}{3} & 0 & \sin \frac{\pi}{2} \end{vmatrix}$ determinantının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

6. $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
 A) -18 B) -15 C) -12 D) -8 E) 0

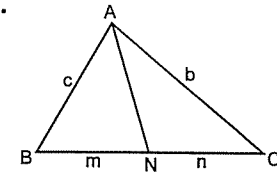
7. $K^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 5 & -4 & 1 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, K'nın elemanları toplamı kaçtır?
 A) 18 B) 15 C) 12 D) 8 E) 3

8. $\begin{bmatrix} x-2 & 1 & 0 \\ 4 & x+1 & 0 \\ 3 & -2 & x-4 \end{bmatrix}$ matrisinin çarpma işlemine göre tersi yoktur.
 Buna göre, x'in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?
 A) -24 B) -20 C) -12 D) -8 E) -2

9. $\begin{vmatrix} \sin 7x & \sin x \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sin 5x & \sin x \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = \cos 3x$ denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\frac{\pi}{24}$ B) $\frac{\pi}{18}$ C) $\frac{\pi}{15}$ D) $\frac{\pi}{12}$ E) $\frac{\pi}{6}$

karekök

10. $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ şeklinde ifade edilen doğrunun eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç birim karedir?
 A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{4}{3}$ D) 1 E) $\frac{1}{3}$

11.  ABC üçgeninde
 [AN] açıortay,
 $|AC| = b$ br,
 $|AB| = c$ br,
 $|BN| = m$ br,
 $|CN| = n$ br
 Yukarıda verilenlere göre, $\begin{vmatrix} 2 & c & m \\ 1 & b & n \\ 0 & b+c & m+n \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
 A) $b+c$ B) mn C) c D) 0 E) -2

12. A ve B, 3×3 türünde matrislerdir.

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 6 & 2 \end{bmatrix} \text{ ve } \det A = -1$$

olduğuna göre, $\det B$ değeri kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) 0 D) 5 E) 6

13. $A = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$ ise, $\begin{vmatrix} x-1 & y-1 & z-1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$ determinantının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) A B) $A+3$ C) $A+11$ D) $2A$ E) $11A$

14. a, b, c birbirinden ve sıfırdan farklı reel sayılardır.

$$\begin{vmatrix} x & x & x \\ ay & by & cy \\ a^3 & ab^2 & ac^2 \end{vmatrix} = (a-b)(a-c)(c-b)$$

olduğuna göre, a.x.y çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

15. $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 5 \\ a^2-b & 0 & -a \\ b & 0 & b^2+a \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

$a \cdot b = -3$ ve $\text{rank}(A) = 2$ olduğuna göre, $a^6 + b^6$ toplamının değeri kaçtır?

- A) -45 B) -54 C) -63 D) 18 E) 27

1. $\begin{vmatrix} 20032 & 20024 \\ 20040 & 20032 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

- A) 58 B) 60 C) 64 D) 1 E) 2

2. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & x \\ 1 & x & -2 \end{vmatrix}$

matrisinin çarpma işlemine göre tersi olmadığına göre, x in alacağı değerler toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

3. $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $\det(A)$ değeri kaçtır?

- A) 10 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

4. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\det(A) = 0$ dir.
B) a_{21} in minörü 4 tür.
C) a_{32} nin kofaktörü -1 dir.
D) $A_{13} + M_{22} = 5$ tir.
E) A nın çarpmaya göre tersi yoktur.

5. 2×2 biçimindeki A matrisinin determinanı $|A|$ dir. A matrisinin her elemanı -2 ile çarpılırsa oluşan yeni matrisin determinanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $8|A|$ B) $4|A|$ C) $-2|A|$
D) $-8|A|$ E) $-10|A|$

6. $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ |x-1| & |x| \end{vmatrix} = 5$

eşitliğini sağlayan x reel sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

7. $\begin{bmatrix} 4 & 12 \\ 3 & a \\ b & -3 \end{bmatrix}$

matrisinin rankı 1 olduğuna göre, a - b farkı kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

8. a, b ve c sıfırdan ve birbirinden farklı reel sayılardır.

$\begin{vmatrix} a & a & a \\ a & b & b \\ a & c & c \end{vmatrix} = x(ac - ab)$

olduğuna göre, x değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) a - b C) b - a
D) a + b E) a + c

9. Aşağıdakilerden hangisi A(-1, 3) ve B(2, 5) noktalarından geçen doğrunun denklemini değildir?

- A) $3y - 2x = 11$ B) $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 0$
C) $\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{2}$ D) $\begin{vmatrix} 2 & y-3 \\ 3 & x+1 \end{vmatrix} = 0$
E) $\begin{vmatrix} x+2 & y-1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$

10. $A = \begin{bmatrix} 2^x & 1 \\ 1 & 2^x \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2^x & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

$\det(A \cdot B^{-1}) = 31$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

11. $\begin{vmatrix} \sin \frac{\pi}{12} & \cos \frac{\pi}{12} \\ -\sin \frac{\pi}{12} & \cos \frac{\pi}{12} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos \frac{\pi}{12} & \sin \frac{\pi}{12} \\ \sin \frac{\pi}{12} & \cos \frac{\pi}{12} \end{vmatrix}$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 2 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

12. $\begin{vmatrix} 222 & 2222 \\ 2 & 22 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

- A) 600 B) 550 C) 520 D) 440 E) 422

13. $\begin{vmatrix} x-2 & y-3 \\ 3-y & x-2 \end{vmatrix} = 16$

eşitliğini sağlayan, A(x, y) noktalarının geometrik yeri ne belirtir?

- A) Bir elips
B) Bir parabol
C) 8 birim çaplı bir çember
D) 4 birim çaplı bir çember
E) Bir doğru

14. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a & b & c \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

- A) -b B) 0 C) 1 D) a E) c

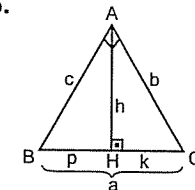
15. $A = \begin{bmatrix} -2 & x & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ x+1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

$a_{12} \cdot M_{11} + a_{33} \cdot M_{23} = 2$

M, minör ise, x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

16.



Yandaki ABC dik üçgeninde verilenlere göre,

$\begin{vmatrix} 0 & b & k \\ 0 & a & b \\ c & p & h \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 0 B) a C) b D) c E) k

1. A ve B üçüncü sıradan kare matrislerdir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?
- A) $\det(A) = \det(A^T)$ B) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$
 C) $\det(2A) = 8 \det A$ D) $\det(A^n) = [\det(A)]^n$
 E) $\det(A) = \det(A^{-1})$

2. $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ matrisinin çarpma işlemine göre ters matrisinin elemanları toplamı kaçtır?
- A) 3 B) $\frac{24}{11}$ C) 2 D) $\frac{15}{11}$ E) $\frac{8}{11}$

3. $\begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
- A) -59 B) -52 C) -48 D) -42 E) -35

4. $A = \begin{bmatrix} 5 & a \\ a & 2 \end{bmatrix}$ ve $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor. $P(x) = \det(A - xI)$ polinomunun çarpanlarından biri $x-1$ olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?
- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

5. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 & -2 \\ 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 5 & -1 & 2 \\ 4 & -2 & 2 & 4 & -4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
- A) -120 B) -52 C) 0 D) 15 E) 24

6. x in her gerçel sayı değeri için, $\begin{bmatrix} x & 2 \\ a & x+1 \end{bmatrix}$ matrisinin çarpma işlemine göre tersi yoktur. Buna göre, a değeri aşağıdakilerden hangisi olamaz?
- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

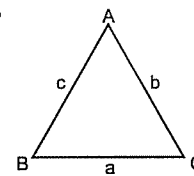
7. $0 \leq x < 2\pi$ olmak üzere, $\begin{vmatrix} \sin x & 0 & 1 \\ 0 & \cos x & \cot x \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0$ denkleminin kaç farklı kökü vardır?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. a, b ve c sayıları ortak farkı 2 olan bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi ve $a < b < c$ dir. Buna göre, $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
- A) -10 B) -8 C) 12 D) 16 E) 18

9. $\begin{vmatrix} x & y \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 0$ ve $\begin{vmatrix} m & x \\ n & y \end{vmatrix} = 0$ determinantları ile verilen doğrular birbirine dik ise, $\frac{m}{n}$ oranı kaçtır?
- A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 2

10. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ve $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ olmak üzere, $\det(A - mI) = 0$ eşitliği veriliyor. Buna göre, $(A - mI)$ matrislerinin çarpımı aşağıdaki-lerden hangisi olabilir?
- A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
 D) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

11. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1+a \\ 1 & 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1+c & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ determinantının değeri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) -abc B) -a + b + c C) 0
 D) abc E) a + b + c

12.  ABC üçgeninde $|BC| = a$ birim, $|AC| = b$ birim, $|AB| = c$ birim. Yukarıdaki verilere göre, $\begin{vmatrix} a & 1 & \sin A \\ b & 2 & \sin B \\ c & 3 & \sin C \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
- A) -1 B) 0 C) 1
 D) $\sin A$ E) $\sin A + \sin B$

13. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x-2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & x \end{vmatrix} \geq 0$ sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?
- A) 3 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

14. x, y ve z sıfırdan ve birbirinden farklı reel(gerçel) sayılardır. $\begin{vmatrix} x & y & z \\ y & z & x \\ z & x & y \end{vmatrix} = 9xz - (x^3 + y^3 + z^3)$ olduğuna göre, y değeri kaçtır?
- A) -2 B) -1 C) 1 D) 3 E) 4

15. a, b, c ve d birer tamsayı olmak üzere, $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor. Buna göre, $\det[(A \cdot A^T)^T]$ değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?
- A) 35 B) 36 C) 37 D) 38 E) 39

16. $A = \begin{bmatrix} 1 & m-1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor. $\text{Rank}(A) = 3$ olduğuna göre, m değeri aşağıdakilerden hangisi olamaz?
- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

1. $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$
determinantın değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 48 B) 45 C) -48 D) 50 E) -40
(1972)

2. $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$
determinantlarının çarpımı aşağıdaki sayılardan hangisine eşittir?
A) -1 B) 45 C) 30 D) -25 E) -30
(1973)

3. $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \\ m & 4 & 6 \end{vmatrix}$
determinantının -10 a eşit olması için m nin değeri aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?
A) m = 7 B) m = -7 C) m = 9
D) m = 9 E) m = 8
(1973)

4. $\begin{vmatrix} \cos a & \sin a \\ \sin a & \cos a \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \sin a & \cos a \\ -\sin a & \cos a \end{vmatrix}$
determinantlarının çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\cos^2 a - \sin^2 a$ B) $\frac{1}{4} \cos 2a$ C) $\sin^4 a$
D) 0 E) $\frac{1}{2} \sin 4a$
(1973)

5. Aşağıdakilerden hangisi A(2, -3) ve B(-1, 3) noktalarından geçen doğrunun denklemini değildir?
A) $\begin{vmatrix} x+1 & y-3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$ B) $y = -2x + 1$
C) $\begin{vmatrix} x-2 & y+3 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} = 0$ D) $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$
E) $\frac{y+3}{6} = \frac{x-2}{-3}$
(1975)

6. $\begin{vmatrix} x+1 & 2 & 3 \\ 1 & x+2 & 3 \\ 1 & 2 & x+3 \end{vmatrix} = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) {-1, -2, -3} B) {0, -6, 6} C) {-6, 0}
D) {0, 6} E) {1, 2, 3}
(1977)

7. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 2 \end{pmatrix}, I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ olduğuna göre $\det(A - \lambda I) = 0$ eşitliğini sağlayan λ değeri λ_1, λ_2 dir.
Bu λ değerlerinden oluşturulan A - λI matrislerinin çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
D) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
(1980)

8. Yandaki şekilde [DE] // [BC] dir. ABC üçgeninde kenarları a, b, c ve ADE üçgeninin kenarları m, n, p olduğuna göre, $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ m & n & p \\ a & b & c \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
A) 6 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0
(ÖYS 1981)

9. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ biçiminde bir matrisin tersi $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ dir.
 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, $AX = B$ eşitliğini sağlayan X matrisinin tüm elemanlarının toplamı kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
(ÖYS 1984)

10. $\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ 2 & 3 & 4 \\ x & 5 & x \end{vmatrix} = 16$ denkleminin kökü kaçtır?
A) 0 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4
(ÖYS 1987)

11. $\begin{vmatrix} 99876 & 99877 \\ 99874 & 99875 \end{vmatrix}$ determinantının değeri nedir?
A) $(99870)^2$ B) 99872 C) 99882
D) 4 E) 2
(ÖYS 1988)

12. $\begin{bmatrix} a & b \\ c & x \end{bmatrix}$ matrisinin elemanları $k(k \neq 0)$ kadar artırıldığında determinantı değişmediğine göre, x in değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $a + b + c$ B) $b + c - a$ C) $c - b + a$
D) $a + b - c$ E) $a - b - c$
(ÖYS 1989)

13. $\begin{vmatrix} 1376 & 1375 \\ 1375 & 1376 \end{vmatrix}$ determinantının değeri nedir?
A) 7253 B) 3502 C) 2751 D) 2750 E) 1
(ÖYS 1992)

14. $\begin{vmatrix} 0 & 3 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?
A) 10 B) 28 C) 47 D) 93 E) 100
(ÖYS 1997)

15. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$$\begin{vmatrix} 1 & i & i+1 \\ 0 & i & i-1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2i - 1$ B) $2i + 1$ C) i D) 0 E) 1

(ÖYS 1994)

16. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & 7 \\ 1 & 3 & a-9 \end{bmatrix}$

matrisinin, ters matrisinin olmaması için a kaç olmalıdır?

- A) 15 B) 14 C) 11 D) 6 E) 5

(ÖYS 1996)

17. $\begin{vmatrix} 1998 & 1990 \\ 2006 & 1998 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

- A) 10 B) 28 C) 64 D) 93 E) 100

(ÖYS 1998)

18. $\begin{vmatrix} \log_2 8 & \log_4 5 \\ \log_5 4 & \frac{1}{\log_{27} 3} \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 5

(ÖSS 2006)

19. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -6

(LYS 2010)

20. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
 $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, $\det(A^2 - B^2)$ kaçtır?

- A) -4 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

(LYS 2011)

BÖLÜM 52

Lineer Denklem Sistemleri

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Lineer denklem sisteminde katsayılar matrisini, sabitler matrisini ve bilinmeyenler matrisini yazar.
2. Bir lineer denklem sistemini ters matris yardımıyla çözer.
3. Bir lineer denklem sistemini Cramer kuralıyla çözer.
4. Lineer denklem sisteminin tek çözümünün olduğu, sonsuz çözümünün olduğu ve çözümünün olmadığı durumları inceler.
5. Lineer denklem sistemini elementer satır işlemleriyle çözer.
6. Lineer denklem sistemini çözerken matrislerde elementer satır işlemleri yapar.
7. Lineer denklem sistemini Gauss-Jordan yok etme metodu ile çözer.

Not: Denklem sistemlerinin cevapları verilmemiştir. Bulduğunuz cevapları verilen denklemlerde yazarsanız, denklemi sağlayıp sağlamamasından doğruluğunu kontrol edebilirsiniz. Bu davranışımızla denklemin kökünün ne anlama geldiğini kavratmak istedik. Matris ve determinant konuları denklem sistemlerinin sistematik bir şekilde çözülmesi için görülür. Ancak, lise müfredatının soluğu buna yetişmez.

köşetaşı

$$2x - 3y - z = 3$$

$$x + 2y + 3z = 5$$

$$x - 2z = 4$$

denklem sistemini matrisler kullanarak yazınız.

açıklamalı çözüm

Denklem sistemindeki katsayıların oluşturduğu matris katsayılar matrisi, sabitlerin oluşturduğu matris sabitler matrisi ve bilinmeyenlerin oluşturduğu matris bilinmeyenler matrisidir.

O halde,

katsayılar matrisi $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$

sabitler matrisi $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$,

bilinmeyenler matrisi $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ olur.

Denklem sisteminin matrisler biçimindeki ifadesi

$A \cdot X = B$ veya $\begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ bulunur.

Aşağıdaki denklem sistemlerini matrisler kullanarak yazınız.

1. $2x - 3y = 5$
 $x + 2y = 6$

2. $3x - 2y + 5z = 10$
 $2x + 3y - 4z = 18$
 $x + 4y + 3z = 20$

3. $x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1$
 $3x_1 + x_2 + 2x_3 = 5$
 $-2x_1 - 3x_2 + x_3 = 4$

4. $2x + 3y - z = 8$
 $x - 2y + 3z = 6$

5. $3x - y + z - 5 = 0$
 $2x + 3z = 2$
 $2y - 5z = 4$

karekök

6. $x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 5$
 $x_1 - 3x_3 + 2x_4 = -3$
 $2x_2 - x_3 + x_4 = 7$
 $3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 10$

köşetaşı

$$x - 2y + z = 1$$

$$2x - y - z = 0$$

$$x - 3y + z = -2$$

denklem sisteminin çözümünü ters matris yardımıyla bulunuz.

açıklamalı çözüm

Denklem sistemini matris kullanarak $A \cdot X = B$ biçiminde yazalım ve çözümü $X = A^{-1} \cdot B$ yöntemi ile yapalım.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

A^{-1} i köşetaşı (51.8)'deki gibi hesaplayalım.

$$\det A = -3$$

$$EkA = \begin{bmatrix} -4 & -1 & 3 \\ -3 & 0 & 3 \\ -5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{EkA}{\det A} = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -4 & -1 & 3 \\ -3 & 0 & 3 \\ -5 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ \frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & -1 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ \frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{10}{3} \\ 3 \\ \frac{11}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \Rightarrow x = \frac{10}{3}, \quad y = 3, \quad z = \frac{11}{3}$$

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini ters matris yardımıyla bulun.

$$\begin{aligned} 4. \quad & 2x - y + z = 3 \\ & x - 5z = 1 \\ & 3y + z = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1. \quad & 2x + y - z = 5 \\ & x + 3y - 2z = 5 \\ & 3x - 2y + z = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad & 5x - 7y + z = 10 \\ & 4x + 3y - 2z = 5 \\ & x - y + 3z = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad & x - 2y = -8 \\ & 2y + 3z = 12 \\ & 3x - 4z = -14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad & a + b - 2c = 4 \\ & 3a + b + c = 2 \\ & 2b + c = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \quad & 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \\ & x_1 - x_2 + 3x_3 = -6 \\ & 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -2 \end{aligned}$$

köşetaşı

$$\begin{aligned}x - y + z &= 0 \\x - 2y + z &= -1 \\2x - y + z &= 2\end{aligned}$$

denklem sistemini Cramer kuralını kullanarak çözünüz.

açıklamalı çözüm

Cramer kuralı şu şekildedir:

$$\begin{aligned}a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z &= b_1 \\a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z &= b_2 \\a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z &= b_3\end{aligned}$$

denklem sisteminde

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix} \text{ ise,}$$

$\Delta \neq 0$ olmak koşuluyla, $x = \frac{\Delta_1}{\Delta}$, $y = \frac{\Delta_2}{\Delta}$ ve $z = \frac{\Delta_3}{\Delta}$ olur.

$$\text{O halde, } \Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -1$$

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{2}{1} = 2, \quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 1, \quad z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = -1 \text{ olur.}$$

Aşağıdaki denklem sistemlerini Cramer kuralı ile çözün.

$$\begin{aligned}1. \quad y - 2x &= -4 \\3x - 4y &= 11\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2. \quad 3x - 2y &= 7 \\x + 3y &= 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3. \quad x + y + z &= 6 \\y - z &= 0 \\2x - y + 3z &= 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4. \quad 2x - 3y + z &= 0 \\4x - 3z - 9 &= 0 \\3x - 5y + 2z - 2 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5. \quad 2x_1 - x_2 + x_3 &= -1 \\x_1 + 2x_3 &= 6 \\3x_1 + 2x_2 &= -4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}6. \quad a + 2b - 3c &= 0 \\4a + c &= 0 \\2a - b &= 0\end{aligned}$$

köşetaşı

$$3x + 2y + mz - 1 = 0$$

$$mx + 2y + 3z = 1$$

$$2x - y + z = 2$$

denklem sisteminin bir tek çözümü olduğuna göre, m nin değerlerini inceleyiniz.

açıklamalı çözüm

Cramer metoduna göre,

1) $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ denklem sisteminin tek çözümü vardır ve

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}, \dots, x_n = \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

2) $\Delta = 0$ ve $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_n$ lerden en az biri sıfırdan farklı ise çözüm yoktur.

3) $\Delta = 0$ ve $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \dots = \Delta_n = 0$ ise sonsuz çözüm vardır.

Cramer metoduna göre tek çözüm için $\Delta \neq 0$ olmalı.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & m \\ m & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$-m^2 - 6m + 27 \neq 0$$

$$-(m+9)(m-3) \neq 0$$

$m \neq -9$ ve $m \neq 3$ olmalı. Demek ki $m \in \mathbb{R} - \{-9, 3\}$

1. $3x + 2y = 5$

$$3x + 2y = -m$$

denklem sisteminin sonsuz çözümü olduğuna göre, m değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

2. $3x + 2y + mz = 4$

$$-x - y + z = -1$$

$$x + my + 2z = 5$$

denklem sisteminin tek çözümü olduğuna göre, a aşağıdaki değerlerden hangisi olamaz?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

3. $x_1 + 2x_2 + x_3 = 0$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0$$

$$x_1 + ax_2 - x_3 = 0$$

denklem sisteminin sonsuz sayıda çözümü olduğuna göre, a nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

4. $x + y + mz = 1$

$$x + y + z = 3$$

$$x + my = -4$$

denklem sisteminin tek çözümü olduğuna göre, m değeri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $x_1 + x_2 - kx_3 - 2 = 0$

$$kx_1 - x_2 + x_3 - 3 = 0$$

$$x_1 - x_2 + kx_3 - 4 = 0$$

denklem sisteminin çözüm kümesi $\emptyset$ olduğuna göre, k değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

6. $x + 3y - z = 2$

$$2x + 6y + 3z = 4$$

$$-x - 3y + 2z = -2$$

denklem sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{(0, t, 2 - 3t), t \in \mathbb{R}\}$

B) $\{(0, 1, 2)\}$

C) $\{(0, t, 2 - t), t \in \mathbb{R}\}$

D) $\mathbb{R}$

E) $\emptyset$

köşetaşı

$$\begin{aligned}x - 2y + 2z &= 0 \\4x + 3y + 7z &= 1 \\-x + 3y + 5z &= -7\end{aligned}$$

denklem sisteminin çözümünü temel (elementer) satır işlemleri yaparak bulunuz.

açıklamalı çözüm

Verilen denklem sistemini elemanter satır işlemleri ile basamak biçimine dönüştürelim:

$$\begin{aligned}R_1: & x - 2y + 2z = 0 \\R_2: & 4x + 3y + 7z = 1 \\R_3: & -x + 3y + 5z = -7\end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} R_3 \text{ satırını } R_1 \text{ e ekleyelim.} \\ R_3 \text{ satırını 4 ile çarpıp } R_2 \text{ ye ekleyelim.} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}R_1: & y + 7z = -7 \\R_2: & 15y + 27z = -27 \\R_3: & -x + 3y + 5z = -7\end{aligned} \left\{ (R_3 \text{ ile } R_1 \text{ i yer değiştirelim.}) \right.$$

$$\begin{aligned}R_1: & -x + 3y + 5z = -7 \\R_2: & 15y + 27z = -27 \\R_3: & y + 7z = -7\end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} R_3 \text{ satırını } -15 \text{ ile çarpıp } R_2 \text{ ye ekleyip} \\ R_3 \text{ de yazalım.} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}R_1: & -x + 3y + 5z = -7 \\R_2: & 15y + 27z = -27 \\R_3: & -78z = 78\end{aligned} \left\{ (R_3 \text{ satırını } -\frac{1}{78} \text{ ile çarpalım.}) \right.$$

$$\begin{aligned}R_1: & -x + 3y + 5z = -7 \\R_2: & 15y + 27z = -27 \\R_3: & z = -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}z = -1 \Rightarrow 15y + 27z &= -27 \Rightarrow y = 0 \\-x + 3y + 5z &= -7 \Rightarrow x = 2 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Bir doğrusal denklem sisteminde

1) Herhangi iki denklemin yerlerini değiştirmek

2) Herhangi bir denklemin sıfırdan farklı bir reel sayı ile çarpmak,

3) Herhangi bir denklemin sıfır olmayan bir katını diğer denkleme eklemek işlemlerine elementer satır işlemleri denir.

Aşağıdaki denklem sistemlerinin çözümlerini elementer satır işlemleri ile bulunuz.

$$\begin{aligned}1. \quad & x + 2y - z = -2 \\& 3x + 8y + z = 30 \\& 4x + 9y - z = 15\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2. \quad & 3x_1 - 4x_2 - x_3 = 12 \\& x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -13 \\& 2x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 32\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3. \quad & x + 2y - z = 3 \\& -2x + 3y + z = 3 \\& x - y + 2z = -6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4. \quad & x + 2y + z = 3 \\& 2x - y + 3z = 12 \\& 3x + 7y + 4z = 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5. \quad & 5x - 7y + z = 12 \\& 4x + 3y + 2z = 1 \\& x - y + 3z = 2\end{aligned}$$

karekök

$$\begin{aligned}6. \quad & 3x - 5y + 2z = -13 \\& x + 3y - 4z = 5 \\& -2x + y - 3z = 8\end{aligned}$$

köşetaşı

$$x + y - 2z = 4$$

$$2x - y + z = -5$$

$$x + y - 3z = 6$$

denklem sisteminin çözümünü Gauss yok etme metodu ile bulunuz.

açıklamalı çözüm

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} (1. \text{ satırı } -2 \text{ ile çarpıp } 2. \text{ satıra} \\ 1. \text{ satırı } -1 \text{ ile çarpıp } 3. \text{ satıra} \\ \text{ilave edelim.)} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -13 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} 2. \text{ satırı } -3'e \\ 3. \text{ satırı } -1'e \text{ bölelim.} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ \frac{13}{3} \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x + y - 2z \\ y - \frac{5}{3}z \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ \frac{13}{3} \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} z = -2 \\ y - \frac{5}{3}z = \frac{13}{3} \Rightarrow y = 1 \\ x + y - 2z = 4 \Rightarrow x = -1 \end{cases} \text{ bulunur.}$$

GAUSS YOK ETME METODU

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & a'_{12} & a'_{13} \\ 0 & 1 & a'_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b'_1 \\ b'_2 \\ b'_3 \end{bmatrix}$$

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini Gauss yok etme metodu ile bulunuz.

1. $x - 3y + z = -2$

$$x + 2y - z = -3$$

$$2x + y + 2z = 3$$

2. $2x + 3y + z = 4$

$$2x - y + 2z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 7$$

3. $3x - 2y + z = -3$

$$2x + y - z = -2$$

$$-x + y + 3z = -3$$

4. $4x - 3y + z = -5$

$$2x + y - z = 10$$

$$x + 2y + 3z = 12$$

5. $3x - y + 2z = -12$

$$x + y + 3z = 10$$

$$-2x - y + z = -8$$

6. $2x - 3y + z = 8$

$$x + 2y - 5z = -10$$

$$4x - y + 4z = 12$$

köşetaşı

$$2x - y + 3z = 9$$

$$x + 2y - z = -3$$

$$-x + y + 2z = 2$$

denklem sistemini Gauss – Jordan yok etme metodu ile çözünüz.

açıklamalı çözüm

Denklem sistemini matrislerle yazdıktan sonra

katsayılar matrisini $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ biçiminde yazmaya çalışalım.

GAUSS – JORDAN YOK ETME METODU

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} R_1 \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix} \\ R_2 \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \\ R_3 \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{l} 2.R_3 + R_1 \rightarrow R_3 \text{ de yazalım} \\ -2.R_2 + R_1 \rightarrow R_2 \text{ de yazalım} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b'_1 \\ b'_2 \\ b'_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} R_1 \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 15 \\ 13 \end{bmatrix} \\ R_2 \begin{bmatrix} 0 & -5 & 5 \end{bmatrix} \\ R_3 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 7 \end{bmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{l} 5.R_3 + R_2 \rightarrow R_3 \text{ de yazalım.} \\ R_2 \text{ yi } -1 \text{ ile çarpalım.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} R_1 \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ -15 \\ 80 \end{bmatrix} \\ R_2 \begin{bmatrix} 0 & +5 & -5 \end{bmatrix} \\ R_3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 40 \end{bmatrix} \end{array} \quad R_3 \text{ ü } 40 \text{ a , } R_2 \text{ yi } 5 \text{ e bölelim.}$$

$$\begin{array}{l} R_1 \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix} \\ R_2 \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \\ R_3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \quad R_3 + R_2 \rightarrow R_2 \text{ ye yazılsın.}$$

$$\begin{array}{l} R_1 \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \\ R_2 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ R_3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \quad -3R_3 + R_2 + R_1 \rightarrow R_1 \text{ e yazalım.}$$

$$\begin{array}{l} R_1 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \\ R_2 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ R_3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \quad R_1 \text{ i } 2 \text{ ye bölelim.}$$

$$\begin{array}{l} R_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \\ R_2 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ R_3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 1 \\ y = -1 \\ z = 2 \end{array} \text{ bulunur.}$$

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini Gauss–Jordan yok etme metodu ile bulunuz.

1. $x + y + z = 6$

$$2x - 2y + 3z = 9$$

$$-2x + 2y - z = -2$$

2. $x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -7$

$$2x_1 - x_2 + x_3 = -2$$

$$x_1 + 2x_3 = 0$$

3. $a - 2b + c = -3$

$$3a + b + 2c = -4$$

$$2a - 3b = -9$$

4. $-2x + y + 3z = 1$

$$3x - y + 2z = 0$$

$$x + 2y + z = 2$$

5. $2x - z = -2$

$$x + y + 3z = 3$$

$$2y + 5z = 4$$

6. $x - 3y + 2z = -5$

$$x + 2y = 0$$

$$-3x + z = 1$$

1. $2x + 2y - z = 1$
 $x + y + z = 2$
 $y - z = 1$

Yukarıdaki denklem sisteminin çözümünde x kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 3
(LYS 2010)

40. KARMAŞIK SAYILAR

Tarama Testi

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	D	C	A	D	B	B	E	D	A	E	B	A	C	D	E	B	A	E	C	B	E	A	D	C	B	B	A	D	E	C	A	D	C	E	D	A	B	E	

Konu Testi - 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	E	B	C	C	D	A	C	B	D	A	E	B	B	E	A	C	A	D	E																				

Konu Testi - 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	B	E	B	E	C	A	A	B	C	E	B	E	D	A	B	E	B	C	C																				

ÖSYS SORULARI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	A	C	A	C	D	B	E	C	D	C	C	B	D	C	C	D	A	A	B	A	D	A	E	C	B	A	D	A											
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
B	D	D	E	B	A	C	C	B	C	B																													

41. LOGARİTMA

Tarama Testi

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	D	C	E	A	D	E	B	A	B	E	D	A	B	E	C	D	A	E	B	E	A	A	C	C	A	B	D	B	D	A									

Konu Testi - 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	:	
A	D	E	C	A	E	E	D	A	D	D	A	B	A	D	B	D	E	B	A													

Konu Testi - 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	:	
A	C	C	B	D	E	C	A	E	A	E	B	E	D	A	B	E	A	D	A													

ÖSYS SORULARI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	B	D	A	C	E	A	C	E	B	E	B	C	A	D	A	B	D	B	B	B	A	A	D	D	E	C	D	E	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
D	D	C	B	B	B	C	E	A																					

42. PERMÜTASYON - KOMBİNASYON

Tarama Testi

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
E	A	B	D	D	C	D	C	E	D	D	D	B	E	E	A	B	C		B	D	B	C	B	E	D	A	A	C	D	C									

Konu Testi - 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	D	E	C	E	A	B	E	D	B	D	B	A	C	B	D	C	D	A	B										

Konu Testi - 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	A	A	E	D	A	D	D	E	B	A	A	D	E	B	C	E	D	B	A										

ÖSYS SORULARI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	C	C	D	C	C	D	D	C	E	A	D	C	A	A	D	D	D	E	D	B	A	A							

**43. BİNOM****Tarama Testi**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	A	B	D	E	B	C	E	E	E																				

Konu Testi - 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	C	B	E	A	E	B	A	B	D	D	E	E	B	C	C	E	C	E	D										

Konu Testi - 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	D	D	A	E	E	E	C	E	D	D	D	B	E	A	D	E	E	B	A										

ÖSYS SORULARI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	D	E	B	A	D	A																							

44. OLASILIK**Tarama Testi**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	C	A	D	C	C	D	A	E	A	C	B	C	B	C															

Konu Testi - 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	E	A	B	C	B	E	A	B	C	A	E	C	B	E	D	A	A	C	D										

Konu Testi - 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	A	D	C	B	C	B	B	D	C	E	B	A	D	D	A	C	E	E	A										

ÖSYS SORULARI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	B	E	A	B	E	A	A	C	C	D	A	E	E	A	C	A	B	D	D										

45. İSTATİSTİK**Tarama Testi**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
E	C	E	E	C	B	D	B	E	A	D	E	A	E	C															

Konu Testi - 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	D	E	A	B	E	A	C	B	E	A	C	E																	

Konu Testi - 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	C	C	C	A	B	D	D	A	C	D																			

ÖSYS SORULARI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	C	E	C	E	B	D																							

46. TOPLAM SEMBOLÜ**Tarama Testi**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	C	E	D	C	E	A	D	D	A	D	B	C	B	C	E	D	D	B	B	B	A	C	E	A	B				

Konu Testi - 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	A	C	D	E	E	A	C	B	A	C	E	C	E	A	E	C	B	C	B										

Konu Testi - 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	C	C	D	E	B	D	D	C	E	E	C	D	E	B	B	D	C	A	A										

ÖSYS SORULARI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
E	E	D	E	E	A	C	A	B	D	E	E	C	C	D	E	C	B	A											

47. ÇARPIM SEMBOLÜ**Tarama Testi**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	A	B	B	D	A	E	A	E	D	E	D	B	A																

Konu Testi - 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	B	A	D	E	D	B	A	C	A	B	D	E	C	B	C	D	B	C	E										

Konu Testi - 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	E	A	C	D	E	C	D	B	D	A	A	A	C	D	E	B	C	C	C										

ÖSYS SORULARI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	A																												

48. DİZİLER**Tarama Testi**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	E	D	C	C	B	B	A	B	C	A	A	B																	

Konu Testi - 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	A	C	E	B	A	D	E	C	B	B	A	C	A	E	D														

Konu Testi - 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	E	E	E	C	A	E	E	C	B	A	A	C	E	B	D														

ÖSYS SORULARI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	A	E	A	E	E	E	C																						

49. ARİTMETİK DİZİ - GEOMETRİK DİZİ**Tarama Testi**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	D	C	C	A	D	B	E	A	D	B	A	D	B	C	B	B	C	A	E										

Konu Testi - 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	D	D	C	A	E	C	C	C	C	E	E	A	C	A	D	A	E	C	E										

Konu Testi - 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
E	C	C	D	A	E	E	C	E	B	C	C	A	B	D	B	B	A	C	B										

ÖSYS SORULARI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	B	C	B	B	E	E	E	B	E	A																			

**50. MATRİS****Tarama Testi**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	B	C	C	E	D	C	D	E	C	C	D	D	A	A	A	A													

Konu Testi - 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	B	A	D	C	C	C	C	A	E	B	C	C	C	A	C														

Konu Testi - 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	D	C	E	B	C	E	D	D	E	A	C	C	B	A	B														

ÖSYS SORULARI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
E	E	D	E	B	A	A	A	E	E	D	B	B	A	B	C	D	C	C	C	B	C	A	A	B					

51. DETERMINANT**Tarama Testi**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	C	E	B	C	E	C	A	E	C	D	A	B	D	E															

Konu Testi - 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	A	B	D	B	B	A	A	E	C	E	D	D	B	C	A														

Konu Testi - 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
E	E	A	B	C	A	C	D	E	C	D	B	A	D	B	D														

ÖSYS SORULARI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	D	E	E	A	C	A	E	D	C	E	B	C	E	E	B	C	C	B	E										

52. LİNEER DENKLEM SİSTEMLERİ**ÖSYS SORULARI**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C																													

**MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ
GEOMETRİ KİTAPLARI****GEOMETRİ SIFIR**

- Açılar
- Açı - Kenar Bağlantıları
- Dik Üçgen
- İkizkenar Üçgen
- Eşkenar Üçgen
- Açıortay
- Kenarortay
- Üçgende Benzerlik
- Üçgende Alan
- Çokgenler ve Dörtgenler
- Paralelkenar
- Eşkenar Dörtgen – Deltoid
- Dikdörtgen
- Kare
- Yamuk
- Çemberde Açı
- Çemberde Uzunluk
- Daire
- Prizmalar ve Silindir
- Piramit, Koni ve Küre
- Noktanın Analitik İncelenmesi
- Doğrunun Analitik İncelenmesi
- Analitik Düzlemde Simetri ve Eşitsizlikler

9. Sınıf GEOMETRİ / MPS

- TEMEL GEOMETRİK KAVRAMLAR ve KOORDİNAT GEOMETRİYE GİRİŞ
- ÇOKGENLER ve DÜZLEMDE KAPLAMALAR
- DİK PRİZMALAR ve PİRAMİTLER
- ÇEMBER ve DAİRE
- DİK DAİRESEL SİLİNDİR, DİK DAİRESEL KONİ ve KÜRE

10. Sınıf GEOMETRİ / MPS

- DÜZLEM GEOMETRİDE TEMEL ELEMANLAR ve İSPAT BİÇİMLERİ
- DÜZLEMDE NOKTA, DOĞRU ve DÜZLEMLER
- KOORDİNAT SİSTEMİ
- DOĞRULAR
- ÜÇGENLER
- DÖNÜŞÜMLERLE GEOMETRİ

GEOMETRİ 1 / YGS - LYS

- Geometrik Kavramlar
- Açılar
- Açı - Kenar Bağlantıları
- Dik Üçgen
- İkizkenar Üçgen
- Eşkenar Üçgen
- Üçgende Açıortay
- Üçgende Kenarortay
- Üçgende Merkezler
- Üçgende Benzerlik
- Üçgende Kesenler
- Üçgende Alan

GEOMETRİ 2 / YGS - LYS

- Çokgenler
- Dörtgenler
- Paralelkenar
- Eşkenar Dörtgen - Deltoid
- Dikdörtgen
- Kare
- Yamuk
- Çemberde Açı
- Çemberde uzunluk
- Daire
- Uzay Geometri
- Prizmalar
- Silindir
- Piramit
- Koni
- Küre

ANALİTİK GEOMETRİ / LYS

- Noktanın Analitik İncelenmesi
- Doğrunun Analitik İncelenmesi
- Analitik Düzlemde Simetri
- Analitik Düzlemde Eşitsizlikler
- Çemberin Analitik İncelenmesi I
- Çemberin Analitik İncelenmesi II
- Elipsin Analitik İncelenmesi
- Hiperbolün Analitik İncelenmesi
- Parabolün Analitik İncelenmesi
- Konikler ve Konik Denklemleri
- Analitik Düzlemde Vektörler
- Uzayda Vektörler
- Uzayda Doğru ve Düzlemin Analitik İncelenmesi
- Geometrik Yer

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ / YGS

- Noktanın Analitik İncelenmesi
- Doğrunun Analitik İncelenmesi
- Analitik Düzlemde Simetri
- Analitik Düzlemde Eşitsizlikler

10. SINIF GEOMETRİ SORU BANKASI

- Temel Elemanlar ve İspat Biçimleri
- Düzlemde Nokta, Doğru ve Vektörler
- Koordinat Sistemi
- Doğru Denklemleri
- Çokgenler
- Dönüşümlerle Geometri

YGS GEOMETRİ SORU BANKASI**LYS GEOMETRİ SORU BANKASI****KAREKÖK**