

MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ

Modüler Piramit Sistemi'nde pratik yöntem ile teorik yöntem örtüşmüştür. Genellikle uygulamaya geçirilemeyen ve ihmal edilen amaç ve davranışlar sorular ile ifade edilmiştir. Bu bağlamda Modüler Piramit Sistemi'nde her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşı, bir piramitin köşesindeki taş gibi düşünülmüştür. Bu taş belirlenmiş olan yere konulduktan sonra aynı sıraya ait taşlar kolayca yerleştirilebilecektir. Köşetaşı, AÇIKLAMALI ÇÖZÜM ile anlatıldıktan sonra verilen 6 alıştırmaya sorusu kolayca çözülebilecektir.

Köşetaşlarına karşılık gelen AMAÇLAR, konunun başında verilmiştir. Böylece konuya ait içindikiler bölümü de oluşturuldu.

Kitabın sayfaları düzenli biçimde kullanıldı. Her sayfaya bir köşetaşı, açıklamalı çözümü ve 6 alıştırmaya sorusu yazıldı.

KÖŞETAŞLARI numaralandırılarak sayfanın başına yerleştirilmiştir. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının noktasal somutlaştırılmasıdır. Dikkatle incelendiğinde köşetaşlarının arasındaki eytişim fark edilecektir. Köşetaşları arasındaki bağ, temelden yukarıya, kolaydan zora doğru seviyelendirilerek kurulup, gönderimlerle güçlendirildi. Köşetaşlarının bağımsız öğrenilebilmesi için çözümler açıklamalı yapıldı.

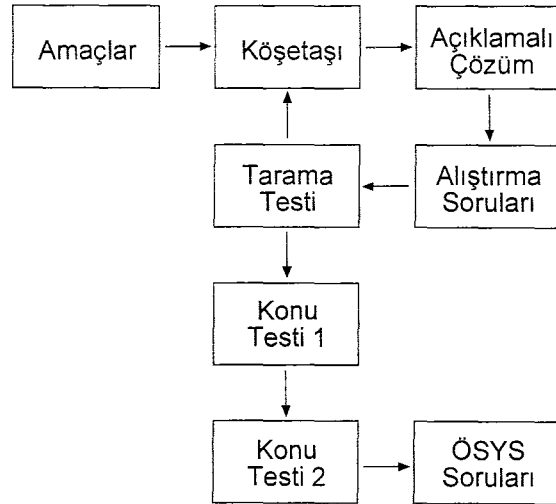
AÇIKLAMALI ÇÖZÜM bölümünde öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir konunun bu bölümlerinde anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

ALİŞTIRMA SORULARI açıklamalı çözüm bölümünden sonra verildi. Bu sorularla köşetaşının öğrencide oluşturduğu edimsel koşullanmayı pekiştirmek amaçlandı.

TARAMA TESTİ, her konunun sonunda köşetaşları ile birebir ilişkili olarak verildi. Bir konudaki köşetaşı sayısı ile tarama testinin soru sayısı birbirine eşittir. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından, besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır. Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözilemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

KONU TESTLERİ, selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet sürücüsünün selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

ÖSYS SORULARI, öğrencinin hedefi olan bu soruları görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.



bölüm numarası

5.17

5. bölümün
17. köşetaşı

Tarama testinin 17. sorusu ile 17. köşetaşı benzerdir. Tarama testindeki 17. soru çözülmediğinde 17. köşetaşına dönülür.

köşetaşı

bölümün (konunun) adı

Her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşları oluşturulurken lise müfredatı dikkatle incelenmiş, sınırları belirlenmiştir. Üniversiteye giriş sınavı soruları; konu dağılımı, soru tipi ve seviyesi, öğrenciden istenen yaklaşım tarzları göz önüne alınarak analiz edilmiştir. Köşetaşlarını özümseyerek çözen bir öğrencinin sınavda çıkmış ve çıkabilecek soruları çözebileceği kanaatindeyiz. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının somut bir dizin haline getirilmesidir.

açıklamalı çözüm

AÇIKLAMALI ÇÖZÜM kısmında öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir bölümün (konunun) bu kısımlarında anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

ARTIK!

“–ÇÖZMEK İSTEDİM,

AMA ÇÖZEMEDİM Kİ!”

deyip test çözmeyi bırakmak yok!!

Bu kısımdaki sorular köşetaşının benzerleridir. Açıklamalı çözüm kısmında da hem anlatım hem de çözüm yapıldığından

YUKARI BAK veee

SORUYU ÇÖZ!!

cevap anahtarı

C D E C D A

TARAMA TESTİ

Bir konudaki köşetaşlarının sayısı kadar soru içerir. Her köşetaşından sırasıyla birer soru vardır. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından, besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır.

Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözilemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

KONU TESTİ

Dershanelerde verilen yaprak testlerin benzeridir. MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ'nde uzun bir çalışmadan sonra bu testler verilir. Selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet binicisinin selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

ÖSYS SORULARI

Öğrencinin, hedefi olan ÖSYS sorularını görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.

BÖLÜM 29

Çarpanlara Ayırma

KÖŞETAŞI AMAÇLAR

1. Ortak çarpan parantezine alma
2. Bir terimin tamamı parantez dışına alınırken yerine 1 yazabilme
3. Gruplandırılmış ifadeleri ortak çarpan parantezine alma
4. $(-)$ ve $(+)$ parantezine alma
5. Gruplandırarak çarpanlara ayırma
6. Gruplandırarak çarpanlara ayırma ve sadeleştirme yapma
7. Verilen ifadede çarpmanın toplama ve çıkarma üzerine dağılma özelliğini kullanma ve yeniden gruplandırma
8. Başkatsayısı 1 olan ikinci dereceden üç terimlinin çarpanlarına ayrılması
9. Başkatsayısı 1 e eşit olmayan ikinci dereceden üç terimlinin çarpanlarına ayrılması
10. Karışık biçimde verilen ikinci dereceden üç terimlinin çarpanlarına ayrılması
11. İkinci dereceden üç terimlinin çarpanlarının değerini bulma ve iki bilinmeyenli denklem çözümü yaparak bilinmeyenleri bulma
12. Karışık yapıdaki ikinci dereceden üç terimliyi çarpanlara ayırma ve gruplandırılabilirliğini farketme
13. Sadeleşebildiği bilinen ifadelerde istenen değeri bulma
14. İkinci dereceden üç terimliye dönüşebilen ifadeleri çarpanlara ayırma
15. Verilen ifadeyi ikinci dereceden üç terimliye dönüşebilir duruma getirme ve ikinci dereceden üç terimliye dönüştürme
16. Verilen ifadenin içindeki ikinci dereceden üç terimliyi fark etme ve grup yaparak çarpanlara ayırma
17. $ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f$ biçimindeki bir ifade için özel bir yöntem
18. Çoktan seçmeli sadeleştirme sorularında değer verme yöntemini kullanabilme
19. Çoktan seçmeli çarpanlara ayırma sorularında değer verme yöntemini kullanabilme
20. Harfli ifadelerde OBEB ve OKEK bulma

köşetaşı

$\frac{ab^2 + a^2b}{a + b}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi nedir?

açıklamalı çözüm

$a(x + y)$ biçimindeki çarpma işlemini yapmak için çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliği kullanılır.

Buna göre, $a(x + y) = ax + ay$ dir. Yapılan bu dağılma işlemlerinin tersini yapmaya ORTAK ÇARPAN PARANTEZİNE ALMA denir.

$$ax + ay = a(x + y)$$

Örneğin;

$$2x^2y + 2xy^2 - 2x^2y^2 = 2xy(x + y - xy)$$

$$a^2x^3 - a^3x^2 = a^2x^2(x - a)$$

$$3x^3y^2 - 5x^2y^3 = x^2y^2(3x - 5y)$$

$$a\sqrt{b} + b\sqrt{a} = \sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

Şimdi köşetaşının çözümünü yapabiliriz.

$$\frac{ab^2 + a^2b}{a + b} = \frac{ab(b + a)}{a + b} = ab$$

Demek ki ifadenin sadeleştirilmiş biçimi ab dir.

1. $\frac{x^2y - xy^3}{x^2 - xy^2}$ ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) x B) y C) xy
D) $x - y$ E) $x - 2y$

2. $\frac{ax^2 - a^2x + a^2x^2}{x^2 - ax + ax^2}$ ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) a B) x C) ax D) $a + x$ E) 1

3. $\frac{m^{n+1} - m^{n-1}}{m^n}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 1 B) $\frac{m+1}{m-1}$ C) $\frac{m^2-1}{m}$ D) $\frac{m-1}{m}$ E) $\frac{m}{n}$

4. $\frac{ax^3 - ax^2 + abx}{x^4 - x^3 + bx^2}$ ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) a B) ax C) $\frac{a}{x}$
D) $\frac{a-b}{x}$ E) $\frac{ab}{x}$

5. $\frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \sqrt{xy} - y$ ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
- A) -1 B) 1 C) y D) $-y$ E) x

6. $\frac{2^{x+3} - 2^{x+1}}{8 \cdot 2^x + 2^{x-1}}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{12}{17}$ E) $\frac{11}{15}$

karekök özel

köşetaşı

$9x^2y + 6xy^2 - 3xy$ ifadesinin çarpanlarına ayrılmış biçimi nedir?

açıklamalı çözüm

13.1 de anlatıldığı gibi çözülecek olan bu köşetaşında 2 önemli nokta vardır. Bunlardan birincisi: $9 = 3 \cdot 3$ ve $6 = 3 \cdot 2$ gibi sayıların çarpanlarına ayrılmasıdır. İkincisi : $a(x + y - 1) = ax + ay - a$ işleminin tersi yapılırken, yani $ax + ay - a$ ifadesi ortak çarpan parantezine alınırken son terim olan $-a$ nın öğrenci tarafından yutulmasıdır. $ax + ay - a = a(x + y - 1)$ dir, sondaki -1 unutulmamalıdır.

Soruda : $9x^2y + 6xy^2 - 3xy$

$$= 3 \cdot 3x^2y + 3 \cdot 2xy^2 - 3xy$$

$$= 3xy (3x + 2y - 1)$$

1. $\frac{ax^2 - ax}{ax - a}$
ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) a B) x C) ax D) a - 1 E) x - a

2. $xy - ay + y$
ifadesinin $x - a + 1$ ifadesine oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 2 C) a D) x E) y

3. $xy(x + 1)^2 - x^2y(x + 1) + xy(x + 1)$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi değildir?

A) -2 B) x C) -y D) x + 1 E) x - 1

4. $\left(\frac{a^2 - a}{a^2 + 1}\right) \left(a - \frac{a^2 + a}{a^2 + 1}\right)^{-1}$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{a^2}$ B) $\frac{1}{a}$ C) $\frac{a}{a-1}$ D) $\frac{a-1}{a}$ E) $\frac{a-1}{a+1}$

5. $\frac{m^2 - m}{m^{n+1}} - \frac{1}{m^{n-1}}$
ifadesinin en sade biçimi nedir?

A) m^{-n} B) m^n C) $-m^n$ D) $-m^{-n}$ E) m^{-n}

6. $\frac{x}{\frac{1}{x} + 1} + \frac{x}{x+1} = y - 4$
olduğuna göre, $(x - y)^3$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -64 B) -32 C) -16 D) -8 E) 0

karekök özel

köşetaşı

$$\frac{5(x-2) + (x^2 - 2x)}{x+5}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi nedir?

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{5(x-2) + (x^2 - 2x)}{x+5} \\ &= \frac{5(x-2) + x(x-2)}{x+5} \\ &= \frac{(x-2)(5+x)}{x+5} \\ &= x-2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} ac + bc = c(a+b) \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 5(x-2) + x(x-2) = (x-2)(5+x) \end{array}$$

1.

$$\frac{2(x+3) + (x^2 + 3x)}{x+2}$$

ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x-1$ B) $x+1$ C) $x-3$
D) $x+3$ E) $x+4$

2.

$$\frac{7x(x-1) + (3x-3)}{x-1}$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x+7$ B) $7x+1$ C) $7x+3$
D) $3x+7$ E) $3x-1$

3.

$$\frac{(5x-10) + (x^2 - 2x)}{x-2}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x+1$ B) $x-5$ C) $x+4$
D) $x+5$ E) $2x-5$

4.

$$\frac{(x^2 - x) + 2(x-1)}{x-1}$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x-2$ B) $x-1$ C) $x+1$
D) $x+2$ E) x^2+1

5.

$$\frac{(x^2 + x) - 3(x+1)}{x(x-3) + (x-3)}$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 1 C) $x+1$
D) $x-3$ E) $3x+1$

6.

$$\frac{(x^2 - x + 1) - 2(x^3 - x^2 + x)}{2x^2 - 2x + 2} = \frac{7}{4}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{4}{3}$ E) $-\frac{5}{4}$

karekök özel

köşetaşı

$$\frac{(x-y-1)^2 - x + y + 1}{(x-y)^2 + 2(y-x)} \text{ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi nedir?}$$

açıklamalı çözüm

$x + y - z$ ifadesi, artı parantezine alınarak
 $+(x + y - z)$ biçiminde ya da eksi parantezine
 alınarak $-(-x - y + z)$ biçiminde yazılabilir.

Bundan dolayı

$$(x-y)^n = \begin{cases} (y-x)^n, & n \text{ çift ise} \\ -(y-x)^n, & n \text{ tek ise} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \frac{(x-y-1)^2 - x + y + 1}{(x-y)^2 + 2(y-x)} \\ &= \frac{(x-y-1)^2 - (x-y-1)}{(x-y)^2 - 2(x-y)} \\ &= \frac{(x-y-1)[(x-y-1)-1]}{(x-y)[(x-y)-2]} \\ &= \frac{(x-y-1)(x-y-2)}{(x-y)(x-y-2)} \\ &= \frac{x-y-1}{x-y} = 1 - \frac{1}{x-y} \end{aligned}$$

1. $\frac{(x-y)^2 - x + y}{x-y-1}$
 ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $x-y$ B) $x+y$ C) $x-y+1$
 D) xy E) $xy-1$

2. $\frac{2x-y+1-(-2x+y-1)}{2x-y+1}$
 ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $x-1$ B) $2x-y+1$ C) $x+1$
 D) 1 E) 2

3. $\frac{(2x-y+1)^2 - 2x + y - 1}{-2x + y - 1}$
 ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $y-2x$ B) $x+2y$ C) $x-2y$
 D) $2x+y$ E) $x+y$

4. $(a-b)^3 - (b-a)^2$
 ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $a+b$ B) $a+b+1$
 C) $-a-b-1$ D) $a+b-1$
 E) $a-b-1$

5. $\frac{1}{2^{x-3}-1} - \frac{1}{1-2^{3-x}}$
 işleminin sonucu kaçtır?
 A) 2^x B) 2^{x-1} C) 2 D) 1 E) -1

6. $(x-2)(x-3) - (2-x)^2(x+3) - x+2$
 ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $x-1$ B) $x+1$ C) $x+2$
 D) x^2-2 E) x^2+2

karekök özel

köşetaşı

$$ax + by + ay + bx$$

ifadesinin çarpanlara ayrılmış biçimi nedir?

açıklamalı çözüm

Soruda verilen ifadede 4 terim var, ancak terimlerin hepsinde varolan bir değişken yok. Bu durumda ifade 2 gruba ayrılabilir.

a değişkeninin bulunduğu terimler ($ax + ay$) birinci grup, b değişkeninin bulunduğu terimler ($bx + by$) ikinci grup olabilir.

Buna göre,

$$ax + by + ay + bx$$

$$= (ax + ay) + (bx + by)$$

$$= a(x + y) + b(x + y)$$

$$= (x + y)(a + b)$$

Bu şekilde çarpanlara ayırmaya GRUPLANDIRMA yöntemi denir.

1. $3a^2 + 2ax - 3ab - 2bx$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a + b$ B) $a + 2b$ C) $a - bx$
D) $a + x$ E) $3a + 2x$

2. $2ab - b^2 - 2ax + bx$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - bx$ B) $a - b$ C) $a + x$
D) $x - b$ E) $2a - x$

3. $x^3 + x^2 + x + 1$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 1$ B) x C) $x^2 + 1$
D) $x^2 - 2$ E) $x^2 + 2$

4. $a(a + b) = 16$
 $b(a + b) = 9$
olduğuna göre, $a + b$ toplamının pozitif değeri kaçtır?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $a - x = 5$
 $3y + b = 3$
olduğuna göre, $3ay + ab - 3xy - bx$ ifadesinin değeri kaçtır?
- A) 8 B) 10 C) 15 D) 18 E) 23

6. $ade - bde + af + bg - ag - bf$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $a - b$ B) $f + g$ C) $de + f$
D) $ab + f$ E) $a + d + e$

karekök özel

köşetaşı

$$\frac{2abx - 2b^2 - a^2x + ab}{ax - b}$$

ifadesinin en sade biçimi nedir?

açıklamalı çözüm

$$\frac{2abx - 2b^2 - a^2x + ab}{ax - b} = \frac{(2abx - 2b^2) + (-a^2x + ab)}{ax - b}$$

$$= \frac{2b(ax - b) - a(ax - b)}{ax - b} = \frac{(ax - b)(2b - a)}{ax - b}$$

$$= 2b - a$$

Hatırlatma :

$$3 = \sqrt{3} \sqrt{3}$$

$$\sqrt{15} = \sqrt{3} \sqrt{5}$$

1.

$$\frac{2a^2 - 2ax + ab - bx}{2a + b}$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - a$ B) $a + x$ C) $a + b$
D) $a - x$ E) $ax + b$

2.

$$\frac{ax - 2bx - a + 2b}{a - 2b} = 7$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

3.

$$\frac{xy + 2y - 3x - 6}{2y - 6} - \frac{xy - 4y + x - 4}{2y + 2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

4.

$$x = \sqrt{5}$$

$$y = \sqrt{3} - \sqrt{5}$$

olduğuna göre, $3\sqrt{15} - \sqrt{5} - 15 + \sqrt{3}$ ifadesinin x ve y türünden değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3xy + y$ B) $2xy + 1$ C) $2x + y$
D) $3y + x$ E) $3xy + x$

5.

$$\frac{\sqrt{6} - 2 + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2} - 1$ C) $\sqrt{2} + 1$
D) $\sqrt{3} - 1$ E) $\sqrt{3} + 1$

6.

$$\frac{15^x - 6^x + 5^x - 2^x}{5^x - 2^x} = 10$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekük özel

köşetaşı

$$\frac{a(x^2 - 3) - x(3a^2 - 1)}{x - 3a} = 0 \text{ olduğuna göre, } x \text{ in } a \text{ türünden eşiti nedir?}$$

açıklamalı çözüm

Bu soruda dikkat edilecek nokta kesrin payıdır.

Önce dağıtılır, sonra gruplandırılır.

$$\begin{aligned} a(x^2 - 3) - x(3a^2 - 1) &= ax^2 - 3a - 3a^2x + x \\ &= (ax^2 - 3a^2x) + (-3a + x) \\ &= ax(x - 3a) + (x - 3a) \\ &= (x - 3a)(ax + 1) \end{aligned}$$

Yerine yazılırsa:

$$\frac{(x - 3a)(ax + 1)}{x - 3a} = 0 \Rightarrow ax + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{a}$$

1. $b(ax - 4) - 2(b^2x - a)$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a - b$ B) $a - 2b$ C) $ax + b$
D) $2a - x$ E) $x - 2b$

2. $b(8x^2 + 3a) - 2x(a + 6b^2)$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3b - 2x$ B) $2x + 3a$ C) $ax - b$
D) $2x - 1$ E) $5a - 2b$

3. $\frac{xy(a^2 + b^2) - ab(x^2 + y^2)}{ay - bx}$
ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $ab - xy$ B) $ay + bx$ C) $a - b$
D) $ax - by$ E) $x - y$

4. $ax^2 + b^2y - bx(a + y)$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a - b$ B) $b - x$ C) $a - x$
D) $a + x$ E) $ab - x$

5. $xy(a^2 + b^2) + ab(x^2 + y^2)$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $ax + by$ B) $a + b$ C) $x + y$
D) $ax + y$ E) $a^2 + b^2$

6. $\frac{abx^2 - (a + b)x + 1}{ax - 1}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) ab B) $a + b$ C) $bx - 1$
D) $bx + 1$ E) $ax + b$

karekötök özel

köşetaşı

İkinci dereceden üç terimli olan $x^2 - 7x + 12$ ifadesinin çarpanlarını bulunuz.

açıklamalı çözüm

$$(x + a)(x + b) = x^2 + bx + ax + ab = x^2 + (a + b)x + ab$$

elde edilen II. dereceden üç terimlinin çarpanlarının $(x + a)$ ve $(x + b)$ olduğu açıktır.

Buna göre;

$$x^2 - 7x + 12$$

↑ ↑
toplamları çarpımları

ifadesinde çarpımları 12, toplamı -7 olan iki sayı bulunur. Bu sayılar -3 ve -4 tür. Bu yüzden $x - 3$ ve $x - 4$ bu ifadenin çarpanlarıdır. Bkz. (3.10)

$x^2 - 4$ ifadesi de benzer şekilde çarpanlara ayrılabilir.

Çarpımları -4, toplamı 0 (çünkü orta terim yok) olan sayılar -2 ve 2 olduğundan $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$

1. $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\frac{x+2}{x-1}$ B) $\frac{x+2}{x}$ C) $\frac{x}{x-2}$ D) $\frac{x-3}{x}$ E) $\frac{1}{x}$

2. $\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x - 6}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{x-2}{x+1}$ B) $\frac{x-1}{x+3}$ C) $\frac{x+1}{x-2}$ D) $\frac{x-1}{x-3}$ E) $\frac{x+2}{x-3}$

3. $\frac{x^2 + 3x - 10}{x + 5} : (2x - 4)$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) 1 B) 2 C) x D) $x - 1$ E) $\frac{1}{2}$

4. $\frac{x - \frac{6}{x} + 1}{x - \frac{2}{x} - 1} = 2$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $\frac{1}{x-2} - \frac{5}{x^2 + x - 6}$
ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{x-1}{x+3}$ B) $\frac{x-1}{x+1}$ C) $\frac{1}{x+1}$ D) $\frac{1}{x-2}$ E) $\frac{1}{x+3}$

6. $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 6x + 8} - \frac{3}{x-2}$
ifadesinin en sade biçimi nedir?
A) 1 B) x C) $x - 1$ D) $x + 1$ E) $x - 2$

karekök özel

köşetaşı

İkinci dereceden üç terimli olan $6x^2 - 11x - 10$ ifadesinin çarpanlarını bulunuz.

açıklamalı çözüm

$$(ax + b)(cx + d) = acx^2 + adx + bcx + bd$$

$$= acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

Buna göre, aşağıdaki gibi bir yöntem geliştirilebilir.

$$6x^2 - 11x - 10$$

çarpımları $6x^2 \left\{ \begin{array}{cc} 3x & +2 \\ 2x & -5 \end{array} \right\}$ çarpımları -10

oklar yönünde çarpma yapılırsa bu çarpımların toplamı $4x - 15x = -11x$ olur ki bu da ortadaki terimi veriyor.

Bu durumda $6x^2 - 11x - 10 = (3x + 2)(2x - 5)$ tir.

(Bkz. (3.11))

1. $2x^2 - 7x + 6$

ifadesinden çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x + 3$ B) $x - 1$ C) $x - 2$
D) $2x + 1$ E) $2x - 1$

2. $\frac{3x^2 - 7x - 6}{3x + 2}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 2$ B) $x - 3$ C) $2x + 3$
D) $3x - 1$ E) $3x + 6$

3. $\frac{2x^2 - 3x + 1}{2x^2 + 7x - 4} : \frac{x^2 - 1}{x^2 + 5x + 4}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 1 C) x
D) $x - 1$ E) $2x + 1$

4. $6x^2 - 5x - 14 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{ -\frac{7}{6}, 2 \right\}$ B) $\left\{ -\frac{1}{2}, 6 \right\}$
C) $\left\{ -\frac{1}{3}, 2 \right\}$ D) $\left\{ -\frac{6}{7}, 1 \right\}$
E) $\left\{ -\frac{1}{2}, \frac{6}{7} \right\}$

5. $(6x^2 - x - 5)(x^2 - 9)$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi değildir?

- A) $x - 1$ B) $x - 2$ C) $x - 3$
D) $x + 3$ E) $6x + 5$

6. $\frac{3x^3 + 7x^2 + 4x}{3x^2 + 4x}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) x C) $3x - 1$ D) $x - 1$ E) $x + 1$

köşetaşı

$\frac{3x^2 + 5xy - 2y^2}{3x - y} : \frac{x^2 + 2xy}{x}$ ifadesinin en sade biçimi nedir?

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{3x^2 + 5xy - 2y^2}{3x - y} : \frac{x^2 + 2xy}{x} \\ &= \frac{(3x - y)(x + 2y)}{3x - y} \cdot \frac{x}{x(x + 2y)} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$3x^2 + 5xy - 2y^2$$

$$\begin{array}{ccc} 3x & & -y \\ x & \searrow & \nearrow \\ & & +2y \end{array}$$

$$-xy + 6xy = 5xy$$

1. $6x^2 + 5xy - 6y^2$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x - 3y$ B) $3x - 2y$ C) $x + 3y$
D) $2x - y$ E) $x + 3y$

2. $\frac{2a^2 - 5ab + 2b^2}{a - 2b}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a + 2b$ B) $a + b$ C) $2a - b$
D) $a - b$ E) $2a + 2b$

3. $(a - 1)^2 - 3(a - 1)(b - 1) + 2(b - 1)^2$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2a + b$ B) $2a - b + 1$
C) $a - b + 1$ D) $a + b + 1$
E) $a - 2b + 1$

(İpucu : $a - 1 = x$, $b - 1 = y$ olsun)

4. $(a - 1)^2 + 2(a - 1) - 15$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a - 1$ B) $a - 2$ C) $a + 3$
D) $a + 4$ E) $a + 5$

5. $\frac{2x^2 - 5x - 3}{2x^2 + 3x + 1} \cdot \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x - 6} \cdot \left(1 + \frac{2}{x - 1}\right)$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-x$ B) x C) 1
D) $x + 1$ E) $x - 1$

6. $4(a + 1)^2 - 3(a + 1)(b - 1) - (b - 1)^2$
ifadesinin çarpanlarına ayrılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(a - b + 2)(4a + b + 3)$ B) $(a + b)(4a + b - 2)$
C) $(a + b - 2)(4a - b + 3)$ D) $(a - b)(4a - 2b + 1)$
E) $(4a + b + 2)(a + b - 2)$

karekök özel

köşetaşı

$$x^2 - 2y^2 + xy = 13$$

$$x - y = 1$$

olduğuna göre, $3x + y$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$x^2 - 2y^2 + xy = 13$$

$$x^2 + xy - 2y^2 = 13$$

$$(x + 2y)(x - y) = 13 \quad (x - y = 1 \text{ olduğundan})$$

$$x + 2y = 13$$

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y = 13 \\ x - y = 1 \end{array} \right\}$$

denklem sisteminin çözümü yapılırsa (Bkz. (3.4)) $x = 5$ ve $y = 4$ bulunur. $3x + y = 19$

1. $x^2 - 2xy - 3y^2 = -55$

$$x - 3y = -11$$

olduğuna göre, $y - x$ farkı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $2x^2 - 5xy - 3y^2 = 0$

$$x - 3y = 7$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $2x^2 + 7xy + 6y^2 = 77$

$$2x + 3y = 11$$

olduğuna göre, xy çarpımı kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 12 D) 15 E) 18

4. $x - 5y = 7$

$$2x + 3y = 4$$

olduğuna göre, $4x^2 - 14xy - 30y^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 11 B) 28 C) 36 D) 56 E) 63

5. $x = 1$

$$2x^2 + 3xy - 2y^2 = 2$$

olduğuna göre, y nin değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

6. $x^2 - y^2 = 21$

$$x - y = 3$$

olduğuna göre, $2x + y$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

köşetaşı

$\frac{2ax^2 + (3a-2)x - 3}{ax-1}$ ifadesinin en sade biçimi nedir?

açıklamalı çözüm

Yukarıdaki ifadenin payı çarpanlarına (13.9) da anlatıldığı gibi ayrılır.

$$2ax^2 + (3a-2)x - 3$$

$$\begin{array}{ccc} 2x & \nearrow & +3 \\ ax & \searrow & -1 \end{array}$$

$$-2x + 3ax = (3a-2)x \text{ olduğundan O.K}$$

$$\frac{2ax^2 + (3a-2)x - 3}{ax-1} = \frac{(2x+3)(ax-1)}{ax-1} = 2x+3$$

BU SORU (13.7) DEKİ GİBİ ÇÖZÜLEBİLİR:

$$2ax^2 + (3a-2)x - 3$$

$$= 2ax^2 + 3ax - 2x - 3$$

$$= (2ax^2 + 3ax) + (-2x - 3)$$

$$= ax(2x+3) - (2x+3)$$

$$= (2x+3)(ax-1)$$

İfadeye yerine yazılırsa;

$$\frac{(2x+3)(ax-1)}{ax-1} = 2x+3$$

1. $\frac{2yx^2 - (y-6)x - 3}{xy+3}$ ifadesinin en sade biçimi nedir?
- A) $2x-1$ B) $2x+y$ C) $3x-1$
D) $2x+3$ E) $xy-1$

2. $2abx^2 + (2a-b)x - 1$ ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $2a-1$ B) $ax-1$ C) $bx-1$
D) $bx+1$ E) $2ax+b$

3. $\frac{akb^2 + (2a-k)b - 2}{kb+2}$ ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
- A) ab B) $ab-1$ C) $ab+1$
D) $ab-k$ E) $ab+2$

4. $\frac{abx^3 + (a-b)x^2 - x}{bx^2+x}$ ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $ax-1$ B) $ax+2$ C) $bx-1$
D) $bx+1$ E) $a+b$

5. $\frac{ax^2 + (ab-2)x - 2b}{x+b} = 7$ olduğuna göre, ax çarpımının değeri kaçtır?
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. $\frac{x^2 - (a+b)x + ab}{x^2 - 7x + 6}$ ifadesinin en sade şekli $\frac{x-3}{x-1}$ olduğuna göre, $a+b$ toplamı kaçtır?
- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

karekök özel

köşetaşı

$\frac{x^2 + (7 - m)x - 2m - 5}{x - 3}$ ifadesi sadeleşebildiğine göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu soruyu (13.10) da anlatıldığı gibi çözmek mümkün, ancak sıkıntılıdır. Yeni bir bakış açısı bulacağız. Bu ifade sadeleşebilir olduğuna göre, payın çarpanlarından biri paydadaki $x - 3$ tür.

Bundan dolayı $x - 3$ ifadesini sıfır yapan x değeri $x^2 + (7 - m)x - 2m - 5$ ifadesini de sıfır yapar.

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$x = 3 \text{ için } x^2 + (7 - m)x - 2m - 5 = 0$$

$$9 + (7 - m)3 - 2m - 5 = 0$$

$$-5m = -25$$

$$m = 5$$

BİRAZ DEĞİŞİKLİK KATALIM!

$$\frac{x^2 + x + m}{x^2 + nx + 3} \text{ ifadesinin en sade şekli } \frac{x - 2}{x + 1} \text{ olduğu}$$

na göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

$$x - 2 \text{ nin } x^2 + x + m \text{ ifadesinin}$$

$$x + 1 \text{ in } x^2 + nx + 3 \text{ ifadesinin çarpanı olduğu açık tır.}$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ için } 4 + 2 + m = 0$$

$$m = -6$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ için } 1 - n + 3 = 0$$

$$n = 4$$

Bu yüzden $m + n = -2$ dir.

1. $\frac{x^2 - 3x + m + 2}{x - 2}$
ifadesi sadeleşebildiğine göre, m kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\frac{x^2 - mx + m + 2}{x + 1}$
ifadesi sadeleşebildiğine göre, m kaçtır?
A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

3. $\frac{x^2 - (m + 1)x - m}{x^2 - 4}$
ifadesi sadeleşebildiğine göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?
A) -4 B) $-\frac{13}{2}$ C) $-\frac{14}{3}$ D) -5 E) $-\frac{16}{3}$

4. $\frac{x^2 - 7x + m + 1}{x^2 - 5x + 6}$
ifadesi sadeleşebildiğine göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?
A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 21

5. $\frac{x^2 + 3x + n}{x^2 + 8x + p}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi $\frac{x - 2}{x + 3}$ olduğuna göre, $n + p$ toplamı kaçtır?
A) -6 B) -5 C) 5 D) 8 E) 15

6. $\frac{x^2 + mx - 3}{nx^2 - 3x + n - 1}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi $\frac{x + 1}{x}$ olduğuna göre, $m.n$ çarpımı kaçtır?
A) -4 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

karekök özel

köşetaşı

Aşağıdakilerden hangisi $(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12$ ifadesinin bir çarpanı değildir?

- A) $x - 1$ B) $x + 1$ C) $x - 2$ D) $x + 2$ E) $x - 3$

açıklamalı çözüm

4. dereceden olan bu ifade 2. dereceden bir ifadeye dönüştürülebilir.

$$x^2 - x = t \text{ olsun}$$

$$\begin{aligned} t^2 - 8t + 12 &= (t - 2)(t - 6) = (x^2 - x - 2)(x^2 - x - 6) \\ &= (x - 2)(x + 1)(x - 3)(x + 2) \end{aligned}$$

Görüldüğü gibi $x - 1$ bu ifadenin bir çarpanı değildir.

1. $\frac{x^4 - x^2 - 6}{x^2 - 3} = 11$

denkleminin kökler toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\frac{6x + 13\sqrt{x} - 5}{2\sqrt{x} + 5}$

ifadesinin en sade biçimi nedir?

- A) $\sqrt{x} + 1$ B) $3\sqrt{x} - 1$
C) $\sqrt{x} - 3$ D) $2\sqrt{x} - 3$
E) $6\sqrt{x} + 1$

3. $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{0, 1\}$ B) $\{1, 2\}$ C) $\{0, 2\}$ D) $\{1, 4\}$ E) $\{0, 4\}$

4. $(a^2 + 2a)^2 - 11(a^2 + 2a) + 24$

ifadesinin bir çarpanı aşağıdakilerden hangisi değildir?

- A) $a - 1$ B) $a - 2$ C) $a + 2$
D) $a + 3$ E) $a + 4$

5. $\left(x - \frac{6}{x}\right)^2 - 4\left(x - \frac{6}{x}\right) - 5 = 0$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 0 E) 4

6. $9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 3^3$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3^x - 1$ B) $3^x + 1$ C) $3^x + 3$
D) $3^x - 3$ E) $3^x + 9$

karekök özel

köşetaşı

Aşağıdakilerden hangisi $(x^2 - 3x)^2 - 2x^2 + 6x - 8$ ifadesinin çarpanlarından biri değildir?

- A) $x - 1$ B) $x + 1$ C) $x - 2$ D) $x - 4$ E) $x + 4$

açıklamalı çözüm

İkinci dereceden üç terimliye dönüştürülebilen bir ifadedir. Bu tip sorularda karesi olan

$x^2 - 3x$ ifadesi kendisinin sağ tarafındaki terimlerden elde edilmeye çalışılır.

$$(x^2 - 3x)^2 + (-2x^2 + 6x) - 8 = (x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) - 8$$

$$x^2 - 3x = t \text{ olsun}$$

$$t^2 - 2t - 8 = (t - 4)(t + 2)$$

t yerine $x^2 - 3x$ yazılırsa

$$(x^2 - 3x - 4)(x^2 - 3x + 2) = (x - 4)(x + 1)(x - 1)(x - 2)$$

Buna göre, $x + 4$ bu ifadenin çarpanı değildir.

1. $(x^2 - 2x)^2 - 11x^2 + 22x + 24$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi değildir?

- A) $x - 1$ B) $x + 1$ C) $x + 2$
D) $x - 3$ E) $x - 4$

2. $(x^2 - x)^2 - 8x^2 + 8x + 12$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi değildir?

- A) $x + 1$ B) $x + 2$ C) $x - 1$
D) $x - 2$ E) $x - 3$

3. $(x^2 + 2x)^2 - 23x^2 - 46x + 120$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi değildir?

- A) $x - 1$ B) $x - 2$ C) $x - 3$
D) $x + 4$ E) $x + 5$

4. $(x^2 - 4)^2 - 2x^2 - 7$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi değildir?

- A) $x - 1$ B) $x - 2$ C) $x - 3$
D) $x + 1$ E) $x + 3$

5. $(x^2 + 1)^2 - 7x^2 + 3$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi değildir?

- A) $x - 2$ B) $1 - x$ C) $x + 1$
D) $x + 2$ E) $3 - x$

6. $(4^x + 1)^2 - 7 \cdot 4^x + 3$

ifadesinin çarpanlarından biri değildir?

- A) $2^x - 1$ B) $2 - 2^x$ C) $2^x + 1$
D) $2^x + 3$ E) $2^x + 2$

karekök özel

köşetaşı

$\frac{a^2 - ab + 2a + b - 3}{a - b + 3}$ ifadesinin en sade biçimi nedir?

açıklamalı çözüm

Paydaki II. dereceden üç terimliyi farkedip gruplandırmak gerekiyor.

$$\begin{aligned} a^2 - ab + 2a + b - 3 &= (a^2 + 2a - 3) + (-ab + b) \\ &= (a + 3)(a - 1) - b(a - 1) = (a - 1)(a + 3 - b) \end{aligned}$$

Yerine yazılırsa:

$$\frac{a^2 - ab + 2a + b - 3}{a - b + 3} = \frac{(a - 1)(a - b + 3)}{a - b + 3} = a - 1$$

1. $\frac{a^2 + ab - a + 2b - 6}{a + 2}$ ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a + b - 1$ B) $a - b + 2$
C) $a + b - 3$ D) $a - b + 3$
E) $a - 2b - 3$

2. $2x^2 - 4xy + 3x - 2y + 1$ ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x - y + 1$ B) $x - 2y + 1$
C) $x + 2y - 1$ D) $2x + 3$
E) $2x - 1$

3. $\frac{a^2 + ab + 2a + 3b - 3}{a^2 + ab - a} : \frac{a + 3}{a^2 + 2a}$ ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a - 1$ B) $a + 1$ C) $a - 2$
D) $a + 2$ E) 1

4. $\frac{2x^2 + x - 3}{2x^2 - 2xy + 9x - 3y + 9} : \frac{x^3 - x}{x^2 - xy + 3x}$ ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 B) 1 C) $\frac{1}{x}$ D) $-x$ E) $\frac{1}{x+1}$

5. $3xy - 2y^2 - 9x + 8y - 6$ ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x - 3$ B) $y - 3$
C) $x - 2y + 2$ D) $3x - y + 3$
E) $x + 2$

6. $x^2 - 2y^2 + xy - x + y$ ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x - 2y$ B) $x + 2y$
C) $x - y + 2$ D) $x + 2y - 1$
E) $x + y + 1$

karekök özel

köşetaşı

$$2x^2 - 3y^2 + xy + 3x + 7y - 2$$

ifadesini çarpanlarına ayırınız.

açıklamalı çözüm

II. dereceden bu ifadenin çarpanlara ayrılması için aşağıdaki gibi kolay ve özel bir yöntem vardır.

$$2x^2 - 3y^2 + xy + 3x + 7y - 2$$

$$2x + 3y \quad -1$$

$$x - y \quad +2$$

Önce $2x^2 + 3x - 2$, sonra $-3y^2 + 7y - 2$

$$\begin{array}{cc} 2x & -1 \\ x & +2 \end{array} \quad \begin{array}{cc} +3y & -1 \\ -y & +2 \end{array}$$

$$4x - x = 3x$$

$$6y + y = 7y$$

çarpanlarına ayrılır. Sabit terim -2 nin çarpanları olan -1 ve $+2$ nin yöntem uygulanırken yer değiştirmedigine dikkat edilmeli.

$$2x^2 - 3y^2 + xy + 3x + 7y - 2 = (2x + 3y - 1)(x - y + 2)$$

1. $x^2 - y^2 - x + 3y - 2$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - y + 1$ B) $x + y + 2$ C) $x - y$
D) $x - 2y + 1$ E) $x + y + 3$

2. $2x^2 - y^2 - xy + 4x + 5y - 6$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - y - 1$ B) $x - y + 2$
C) $x - y + 3$ D) $x - 2y + 3$
E) $2x - y + 2$

3. $2x^2 - 3xy - 2y^2 + 4x + 7y - 6$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 3y + 2$ B) $2x + y - 2$
C) $3x - y + 1$ D) $x - 3y + 2$
E) $x - 3y$

4.

$$\frac{x^2 - y^2 - 2x + 1}{x - y - 1}$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - y + 1$ B) $x + y - 1$ C) $x + y$
D) $x - 2y + 1$ E) $x + 2y - 1$

5.

$$\frac{2x^2 - y^2 - xy + 3x + 3y - 2}{2x + y - 1}$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 3y + 1$ B) $x - 2y + 3$
C) $x + 2y - 2$ D) $x + y - 1$
E) $x - y + 2$

6.

$$\frac{2a^2 - 2b^2 + 3ab + 5b - 2}{2a - b + 2} = 4$$

olduğuna göre, $a + 2b$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

köşetaşı

$$\frac{x^4 + x^3y - x^3 - x - y + 1}{x^3 + x^2y + xy + y - 1}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) x - 1 C) x + 1 D) x - 2 E) x - y

açıklamalı çözüm

Bu köşetaşında, çoktan seçmeli SADELEŞTİRME sorularında kullanılabilecek değer verme yöntemi anlatılacaktır. Çarpanlara ayırma yöntemlerini bilmeyen öğrenci bu yöntem ile sonuca ulaşabilir.

Verilen ifadedeki değişkenlere rastgele birer değer verilir. Örneğin bu soru için $x = 0$ ve $y = 2$ olsun. Bu değerleri, verilen ifadede ve seçeneklerde yerine koyalım:

$$\frac{x^4 + x^3y - x^3 - x - y + 1}{x^3 + x^2y + xy + y - 1} = \frac{0 + 0 - 0 - 0 - 2 + 1}{0 + 0 + 0 + 2 - 1} = -1$$

- A) $x = 0$ B) $x - 1 = -1$ C) $x + 1 = 1$ D) $x - 2 = -2$ E) $x - y = -2$

ifadenin değeri B seçeneğinde çıktığından cevap B seçeneğindeki ifadedir. Eğer, seçeneklerden ikisi ya da daha fazlası ifadenin değerine eşit çıksaydı, değişkenlere verilen değerler değiştirilip bunlar arasında da eleme yapılırdı.

1.

$$\frac{3x^2 + xy - 2y^2 + 5x + 5y}{3x - 2y + 5}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x - y$ B) $x - y$ C) $x + y$
D) x E) $x - y + 2$

2.

$$\frac{x^3 - x^2y + x^2 + 3x - 3y + 3}{x^2 + 3} - 1$$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - y$ B) $x + y$ C) x
D) $x - 1$ E) $x + 1$

3.

$$\frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 + 1} + 1$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-x$ B) x C) $x + 1$
D) $x - 1$ E) $2x - 1$

4.

$$\frac{x^2 - x + 1}{x^3 + 1} : \frac{1}{x + 1}$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) x C) $-x$ D) $x + 1$ E) $x - 1$

5.

$$\frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 6x} : \frac{x - 1}{x}$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) x C) $-x$ D) $x + 1$ E) $x - 1$

6.

$$\frac{x^3 - xy + 3x^2 + x - 3y + 3}{x^2 - y + 1} : \frac{x + 3}{x - 2}$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) $x - 1$ C) $x - 2$ D) $x + 2$ E) $x + 3$

karekök özel

köşetaşı

Aşağıdakilerden hangisi $x^3 - x^2y + xy + 2x - 3y + 3$ ifadesinin çarpanlarından biridir?

- A) $x - y$ B) $x + y$ C) $x - y + 1$ D) $x - 2y + 1$ E) $2x^2 + 3$

açıklamalı çözüm

Bir önceki köşetaşında anlatılan yöntem çarpanların istendiği sorularda da uygulanabilir.

Değişkenlere rastgele değer verilir. Bu değerler ifadede ve seçeneklerde yazılır. İfadede çıkan sayının çarpanı (böleni) seçeneklerde mutlaka çıkacaktır. Doğru cevap bu seçenektir. Ancak iki ya da daha çok seçenekte bölen çıktığında değişkenlere verilen değerler değiştirilerek bu seçenekler arasında eleme yapılır.

$x = 1$ ve $y = 5$ için sorudaki ifadenin değeri $1 - 5 + 5 + 2 - 15 + 3 = -9$ olur.

- A) -4 B) 6 C) -3 D) -8 E) 5

Seçeneklerde sadece C deki -3 , ifadenin değeri olan -9 un böleni olduğundan cevap C dir.

1. $x^3 - xy - x^2 + 3x + y - 3$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 1$ B) $x - 2$ C) $x^2 - 1$
D) $x^2 - y + 3$ E) $x^2 + y - 3$

2. $x^3 + 4x^2 - 9x - 20$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 1$ B) $x + 3$ C) $x - 5$ D) $x + 4$ E) $x + 5$

3. $ax - 2ay + 2bx - 4by$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - b$ B) $a + 2x$ C) $a + 2b$
D) $x + 2y$ E) $x - y$

4. $2x^2 + xy + x - y - 3$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 2y + 1$ B) $2x + y + 3$
C) $x - y + 1$ D) $x + y$
E) $x + 1$

5. $e^2 - 3ef - 3e + 9f$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $e - 3$ B) $e + 1$ C) $e + f$
D) $e - f$ E) $3 + 2f$

6. $abe + cde + abf + cdf - ge - gf$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $e - f$ B) $e + f$ C) $a + b$
D) $b + d - g$ E) $ab + cd$

köşetaşı

$A = 4a^2 - 4$

$B = a^2 - a - 2$

$C = 2a^2 + 8a + 6$

ifadelerinin OKEK'i ve OBEB'i nedir?

açıklamalı çözüm

Polinomların OBEB ve OKEK'i, sayıların OBEB ve OKEK'i gibi bulunur. Önce çarpanlarına ayrılır. Ortak çarpanların küçük üslüleri OBEB'i verir. Ortak çarpanların büyük üslüleri ile ortak olmayan çarpanlar da OKEK'i verir.

$$A = 4a^2 - 4 = 4(a^2 - 1) = 4(a - 1)(a + 1)$$

$$B = a^2 - a - 2 = (a + 1)(a - 2)$$

$$C = 2a^2 + 8a + 6 = 2(a^2 + 4a + 3) = 2(a + 1)(a + 3)$$

$$\text{OBEB}(A, B, C) = (a + 1)$$

$$\text{OKEK}(A, B, C) = 4(a - 1)(a + 1)(a - 2)(a + 3)$$

1. $a = x^2 + x - 2$, $b = x^3 + x^2 - 2x$, $c = x^3 - x^2$
ifadelerinden OBEB'i aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) $x - 1$
C) $x(x - 1)$ D) $x^2(x + 1)$
E) $x^2 + 1$

2. $a = x^2 - x$, $b = x^2 - 3x + 2$
ifadelerinin OKEK'i aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x(x - 1)(x + 1)$ B) $x(x - 1)(x - 2)$
C) $x^2(x + 1)$ D) $(x + 1)(x - 2)(x + 2)$
E) $x(x^2 + 1)$

3. $a = 4^x - 1$, $b = 4^x - 2^x - 2$
ifadelerinin OBEB'i aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2^x B) $2^x - 1$ C) $2^x + 1$
D) $2^x + 2$ E) 1

4. $a = x^2 - 5x + 4$, $b = x^2 - x$

olduğuna göre, $\frac{\text{OKEK}(a,b)}{\text{OBEB}(a,b)}$ oranı nedir?

- A) $x^2 - 4x$ B) $x^2 + 2x$
C) $x^2 - 2x + 3$ D) $x^2 + x - 1$
E) $x^2 - 1$

5. $a = x^2$, $b = x^2 - x$, $c = x^3 - x$
ifadelerinin OKEK'i nedir?

- A) $x^2 + 1$ B) $x^2 - 1$
C) $x^2 - x - 2$ D) $x^3 - x$
E) $x^4 - x^2$

6. $a = x^2 + 1$, $b = x^2 - 1$
ifadelerinin OBEB'i nedir?

- A) 1 B) x C) $x - 1$
D) $x + 1$ E) $x^4 - 1$

kurek özel

1. $\frac{xy^2 + x^2y - x^2y^2}{y^2 + xy - xy^2}$
ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) x B) y C) xy D) -x E) -y

2. $\frac{2^{x+1} + 2^{x-1} - 2^x}{2^{x-3}}$
ifadesinin değeri kaçtır?
- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 24

3. $\frac{(x^2 + 1) + 2(x^3 + x)}{5x^2 + 5} = \frac{8}{15}$
olduğuna göre, x kaçtır?
- A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{5}{6}$

4. $\frac{(a+b-1)^2 - a - b + 1}{(b+a)^2 - 2a - 2b}$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $1 + \frac{1}{a+b}$ B) $1 - \frac{1}{a+b}$ C) $1 + \frac{1}{a-b}$
D) $1 - \frac{1}{a-b}$ E) $1 + \frac{2}{a+b}$

5. $3a^2 - 6ax - ab + 2bx$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) a + 2b B) 3a + 2b C) 3a + x
D) 3a - b E) 2b + x

6. $a = \sqrt{2} - \sqrt{5}$
 $b = \sqrt{5}$

olduğuna göre, $2\sqrt{10} - \sqrt{5} + \sqrt{2} - 10$ ifadesinin a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2ab + b B) 2ab + a C) 3ab + a
D) 3ab + b E) 6ab

7. $\frac{x(a^2 - 6) + a(3 - 2x^2)}{a - 2x} = 20$

olduğuna göre, ax çarpımı kaçtır?

A) 12 B) 14 C) 15 D) 17 E) 24

8. $\frac{x^2 + 6x - 27}{x^2 - 2x - 3}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{x+4}{x-5}$ B) $\frac{x+1}{x-2}$ C) $\frac{x+9}{x-3}$ D) $\frac{x-3}{x-1}$ E) $\frac{x+9}{x+1}$

9. $\frac{6x^2 + 13x - 5}{2x^2 + 5x} : \frac{1}{x}$
ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 3x - 1 B) 2x + 1 C) x + 3
D) 2x - 3 E) x - 5

10. $\frac{2x^2 + 3xy - 2y^2}{2x^2 - xy} \cdot \frac{x + 2y - 1}{(x + 2y)^2 - x - 2y}$

ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{x}$ B) x C) x - y D) xy E) $\frac{1}{y}$

11. $2x^2 + 3xy - 2y^2 = 42$

$x + 2y = 6$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

12. $\frac{3ax^2 + (a - 12)x - 4}{ax - 4} = 13$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13. $\frac{x^2 - (m - 1)x + m + 1}{x^2 - 3x - 4}$

ifadesi sadeleşebildiğine göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 5 B) $\frac{11}{2}$ C) 6 D) $\frac{13}{2}$ E) 7

14. Aşağıdakilerden hangisi

$(x^2 - 5x)^2 - 2(x^2 - 5x) - 24$

ifadesinin çarpanlarından biri değildir?

- A) $x - 1$ B) $x + 1$ C) $x - 4$
D) $x + 4$ E) $x - 6$

15. Aşağıdakilerden hangisi

$(x^2 - 4x)^2 - 2x^2 + 8x - 15$

ifadesinin çarpanlarından biri değildir?

- A) $x - 5$ B) $x + 1$ C) $x - 1$
D) $x - 3$ E) $x + 3$

16. $\frac{2a^2 - a - 4ab + 6b - 3}{a^2 - 2ab + a} : \frac{2a^2 - a - 3}{a^2 + a}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi nedir?

- A) a B) b C) -1 D) 1 E) ab

17. $\frac{2x^2 - 3y^2 + 5xy + 5x + 8y + 3}{2x - y + 3}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3x + y + 1$ B) $2x - y + 1$ C) $x - 3y$
D) $x + 3y + 1$ E) $x - 2y + 3$

18. $\frac{x^4 + 3x^3 - x^2 - 2x + 3}{x^4 - x^2 + x}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x}{x-3}$ B) $\frac{x+3}{x}$ C) $\frac{x+1}{x-2}$
D) $\frac{x+3}{x+1}$ E) $\frac{1}{x-3}$

19. $x^3 - xy + 2x^2y - 2y^2 - x^2 + y$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 1$ B) $x - y$ C) $x^2 - 1$
D) $x^2 - y$ E) $x - y^2$

20. $A = x^2 - 1$

$B = x^2 + x - 2$

$C = x^2 - x$

ifadelerinin OBEB'i nedir?

- A) x B) $x - 1$ C) $x + 1$
D) $x + 2$ E) $x - 2$

1. $\frac{2^{-x} + 2^{-x+1}}{2^{-x}}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 2^x E) 2^{-x}

2. $\frac{ax^2 - abx + x - b}{b - x} = 5$
olduğuna göre, ax çarpımının değeri kaçtır?
A) -6 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

3. $\frac{x^2 + bx - ax - ab}{xy - bx - ay + ab}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{x+b}{y-b}$ B) $\frac{x-b}{a+y}$ C) $\frac{a+x}{b+y}$
D) $\frac{a-x}{b-y}$ E) $\frac{x-b}{a-y}$

4. $\frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2}{x-1} : \frac{x^2 - 2x}{x^2}$
işleminin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1}{x^2}$ B) $\frac{1}{x}$ C) 1 D) x E) x^2

5. $\frac{x^2 - 2bx - ax + 2ab}{x^2 - bx - 2b^2} : \frac{1}{x+b}$
ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
A) $a + b$ B) $x + 2b$ C) $x - 2b$
D) $x + a$ E) $x - a$

6. $(x^2 - 5x)^2 + 2(5x - x^2) - 24$
ifadesinin bir çarpanı aşağıdakilerden hangisi değildir?
A) $x - 1$ B) $x + 1$ C) $x - 3$
D) $x - 4$ E) $x - 6$

7. $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$
denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?
A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

8. $\frac{2ax^2 + (6-a)x - 3}{ax + 3}$
ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x - 1$ B) $2x - 1$ C) $x + 2$
D) $x - 2$ E) $3x + 1$

9. $\frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^2 + 3x - 5} = 2$
denklemini sağlayan x değeri kaçtır?
A) -12 B) -10 C) -8 D) -6 E) -4

10. x, y, z birer reel sayıdır.

- $\frac{x+y}{z}$ işleminde her sayı 5 ile çarpılırsa işleminin sonucu nasıl değişir?
A) Değişmez B) 5 katına çıkar
C) 5 artar D) 25 katına çıkar
E) 10 artar

11. $\frac{abx^2 + a^2b^2x}{x^2 + abx - x - ab} : \frac{ab}{x-1}$
ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-x$ B) x C) -1 D) ab E) $a-x$

12. $\frac{x-5(x-1)-(x+5)}{5-x-[5-(x-5)]}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) -5 B) 5 C) -1 D) x E) $-x$

13. $\frac{a^2 - 2b^2 + ab - a + b}{a + 2b - 1} = 0$
olduğuna göre, a nın b türünden eşiti nedir?
A) b B) $-b$ C) $b + 1$
D) $b - 1$ E) $2b + 1$

14. $\frac{x^3 - x^2 - x + 2xy - 2y + 1}{x^2 + 2y - 1}$
ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
A) x B) $x - 1$ C) $x + 1$
D) $x - y$ E) $x - y + 1$

15. $a = x - 1$
 $b = x + 1$
 $c = x^2 - 1$
olduğuna göre, $\frac{OKEK(a,b,c)}{OBEB(a,b,c)}$ oranı nedir?
A) $x^2 - x$ B) $x^2 - 1$ C) $x^2 + x$
D) $x^3 - x$ E) $x^2 - x - 2$

16. $acd - bcd + aef - bef - ak + bk$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $a + b$ B) $c + f - k$
C) $a + b - k$ D) $cd + ef - k$
E) $cd - ab + k$

17. $\frac{x^2 - ax - 10}{x^2 + 8x + b}$ ifadesinin sadeleştirilmiş şekli $\frac{x-2}{x+3}$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?
A) 4 B) 7 C) 10 D) 12 E) 15

18. $\frac{2x^2 - mx + 3m + 4}{x^2 - 3x + 2}$
ifadesi sadeleşebildiğine göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?
A) -8 B) -9 C) -10 D) -12 E) -15

19. $\frac{2x^2 + 2ax - 5x - a + 2}{a + x - 2} = 5$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

20. $\frac{2x^2 - y^2 - xy + x + 5y - 6}{2x + y - 3}$
ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x - y + 1$ B) $x - y + 2$
C) $x + y - 1$ D) $2x - y + 2$
E) $x - 2y + 2$

1. $\frac{x^2y^2 - xy}{xy} - xy$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-x$ B) $-xy$ C) -1 D) y E) xy

2. $\frac{ax + a - bx - b}{x^2 - 1} - \frac{a}{x - 1}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{b}{1-x}$ B) $\frac{a}{x-1}$ C) $\frac{ab}{x+1}$ D) $\frac{-b}{x+1}$ E) $\frac{a}{x}$

3. $2^{x+y-1} + 2^{x+y} - 3 \cdot 2^y = 0$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $\frac{x^2 - 5x + 4}{2x^2 - 3x + 1}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x-4}{x+1}$ B) $\frac{x-1}{2x-1}$ C) $\frac{x-4}{2x+1}$
D) $\frac{x-4}{2x-1}$ E) $\frac{x+4}{x-1}$

5. $\frac{a^3 - ab^2}{a^2b - ab^2}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{a+b}$ B) $\frac{a+b}{a-b}$ C) $1 - \frac{a}{b}$ D) $1 + \frac{a}{b}$ E) $\frac{a}{b}$

6. $\frac{1-x}{2x-2} + \frac{3x-3}{4-4x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-0,25$ B) $-0,5$ C) $-0,75$
D) 1 E) $-1,25$

7. $\frac{3a^2 + ax - 15a - 5x}{3a^2 - ax - 15a + 5x}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3a+x}{3a-x}$ B) $\frac{a+5}{a-x}$ C) $\frac{a-5}{a+5}$
D) $\frac{3a+5}{3a-5}$ E) $\frac{a-3x}{a+3x}$

8. $\frac{6a^2 - a - 1}{2a^2 - a} - \frac{1}{a}$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) $-a$ E) $3a$

9. $\frac{x^2 - 2x + m - 1}{x^2 - 3x + 2}$

kesiri sadeleşebildiğine göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

10. $1 + \frac{x}{y} = x$

olduğuna göre, $x^2(a-y) - y^2(a-x)$ ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x-1$ B) $y-1$ C) $a-x$ D) $x+y$ E) ax

11. $\frac{x-4(x-3)}{x-4}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x-3$ B) $x+1$ C) x D) -3 E) 1

12. $\frac{x^2+2y^2-3xy+3x-3y}{x-2y+3}$
ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x-y$ B) $x+y$ C) $x-3$
D) $x+3$ E) $2x+y$

13. $\frac{2x^2+2xy-7x-3y+6}{x+y-2} = 5$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14. $\frac{2x^2-3y^2+xy+4x+11y-6}{x-y+3}$
ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2x-y+3$ B) $2x+3y-2$
C) $x+3y+1$ D) $3x-y+2$
E) $2x+y-3$

15. $\frac{x^2-x+m}{x^2+3x+n}$
ifadesinin en sade şekli $\frac{x-3}{x+1}$ olduğuna göre, $m+n$ toplamı kaçtır?
A) -6 B) -4 C) 0 D) 1 E) 2

16. $(x^2-3x)^2+6x^2-18x+8=0$
denkleminin reel köklerinin toplamı kaçtır?
A) -5 B) -3 C) 3 D) 5 E) 6

17. $A = x^2 - 3x + 2$
 $B = x^3 + x^2 - 6x$
polinomlarının OBEB'i aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x+1$ B) $x-2$ C) $x-3$
D) x E) x^2-2x

18. $\frac{x^4-x^2y+x^2y^2+4x^2+4y^2-y^3}{x^2-y+4}$
ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
A) x^2+y-1 B) $x-y+1$ C) x^2-y
D) x^2+y^2 E) x^2-y^2

19. $\frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{ab-1}{\sqrt{ab}-1}$
ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-\sqrt{a}$ B) $-\sqrt{ab}$ C) $\sqrt{ab}$ D) -1 E) 1

20. $5^{2x+1} - 26.5^x + 5 = 0$
denkleminin çözüm kümesi nedir?
A) $\left\{-\frac{1}{5}, 1\right\}$ B) $\{-1, 1\}$ C) $\{2, 5\}$
D) $\left\{\frac{1}{5}, 5\right\}$ E) $\left\{-\frac{1}{2}, -1\right\}$

1. $\frac{x^2 - mx + 36}{(x-1)(x-5)}$

kesirinde m pozitif bir tamsayıdır.

Bu kesrin sadeleştirilebilir bir kesir olduğu bilindiğine göre, sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x-3}{x-5}$ B) $\frac{x-4}{x-1}$ C) $\frac{x-36}{x-5}$
D) $\frac{x-9}{x-7}$ E) $\frac{x-18}{x-5}$

(ÖYS 81)

2. $(a-b)^2(c-a) + (a-c)^2(a-b)$

ifadesinin çarpanlara ayrılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(a-b)(c-a)(c-b)$ B) $(a-b)(a-c)(c+b)$
C) $(a-b)(a+c)(b-c)$ D) $(a+b)(c-a)(c-b)$
E) $(a+b)(a-c)(b+c)$

(ÖYS 81)

3. $\frac{a}{a+1} + \frac{a}{\frac{1}{a}+1}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a B) 1 C) $\frac{1}{a}$
D) a + 1 E) $\frac{1}{a+1}$

(ÖSS 82)

4. $2a+3 - \frac{2a^2+3a-9}{2a-3}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a B) 1 C) $\frac{a}{3-2a}$
D) $\frac{-2}{2a-3}$ E) a + 12

(ÖYS 82)

5. $(3x^4 - 5x^3 + 2x - 1)(5x^3 + 7x^2 - 8x + 6)$

çarpımı yapıldığında x^5 in katsayısı kaç olur?

- A) 35 B) 32 C) 24 D) -32 E) -59

(ÖSS 83)

6. x.y çarpımında her çarpana 2 eklenirse çarpım ne kadar büyür?

- A) x + y + 2 B) 2(x + y + 2) C) x + y
D) 2 E) 4

(ÖSS 83)

7. $\frac{a^2x - ax^2}{a - x}$

işleminin sonucu nedir?

- A) ax B) a C) x D) a + x E) a - x

(ÖSS 83)

8. $\frac{abx^2 - (a+b)x + 1}{ax - 1}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (a - b)x B) $\left(1 - \frac{b}{a}\right)x$ C) ax + 1
D) abx E) bx - 1

(ÖYS 87)

9. $b + \frac{a}{b} = 2, b \in \mathbb{Z}$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi a'nın bir çarpanıdır?

- A) b - 1 B) b + 1 C) b^2 - 2
D) 2 + b E) 2 - b

(ÖSS 91)

10. $(a - x)(b - y) + xy - x(y - b) - y(x - a)$

ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ab B) xy C) -xy D) ax E) by

(ÖSS 91)

11. $\frac{a^2 - ba - a + b}{a - 1}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $b - a$ B) $a - b$ C) $a + b$ D) $a - 1$ E) $a + 1$

(ÖSS 92)

12. $\left(\frac{x+5}{5-x}\right) : \left(1 + \frac{10}{x-5}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

(ÖYS 93)

13. $a = -2b$

olduğuna göre, $\frac{a^2 - 8ab}{8b^2 - ab}$ nin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 2 D) 4 E) 6

(ÖSS 95)

14. $\frac{4ab - 2a - 2b^2 + b}{2a - b}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2a - b$ B) $2a - 1$ C) $2a - 2b$
D) $2b - a$ E) $2b - 1$

(ÖSS 95)

15. m bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\frac{(m+3)^2 - 2m(m+3) + m^2}{(7-m) - (p-m)} = 3$$

eşitliğini sağlayan p değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(ÖSS 95)

16. $\frac{3ab - 3xb + xy - ay}{x - a}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 1 C) $x - 3b$
D) $y - 3x$ E) $y - 3b$

(ÖSS 96)

17. $\frac{[(102 \cdot 13) + (12 \cdot 102)] - [(39 \cdot 102) - (102 \cdot 15)]}{3^4 - 4^3}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 14 B) 13 C) 12 D) 9 E) 6

(ÖYS 97)

18. $\frac{4a^3 + 16a^2}{4a^2 + 12a} : \frac{a^3 - 16a}{a^2 - a - 12}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{a}{2}$ D) a E) a^2

(ÖYS 97)

19. $\frac{x^2 + ax + b}{x^2 + 11x + 28} \cdot \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 - 9} = \frac{x+2}{x+3}$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

(ÖSS 2001)

20. $\frac{a^2 - 2bc - 2ac - b^2}{a + b}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - b - 2c$ B) $a - b + 2c$
C) $a + b + 2c$ D) $a - b - c$
E) $a + b + c$

(ÖSS 2002)

21. $x \neq 1$ olmak üzere,

$$2^{2x+y} - 2^{x+y+1} - 2^x + 2 = 0$$

olduğuna göre, x ile y arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x + y = 0$ B) $2x - y = 0$ C) $x + 2y = 0$
D) $x - y = 0$ E) $x + y = 0$

(ÖSS 2004)

22.

$$\frac{x^2 - \left(b + \frac{1}{a}\right)x + \frac{b}{a}}{x - \frac{1}{a}}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - a$ B) $x - b$ C) $x + a$
D) $x + b$ E) $ax - b$

(ÖSS 2005)

23.

$$\frac{a}{b} \left(\frac{a}{a+b} - 1 \right) + \frac{b}{a} \left(\frac{b}{a+b} - 1 \right)$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a B) b C) $a + b$ D) 1 E) -1

(ÖSS 2005)

BÖLÜM 30

Özdeşlikler

KÖŞETAŞI AMAÇLAR

1. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ özdeşliğinden yararlanarak çarpanlara ayırma
2. Parantezli ifadelerde $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ özdeşliğinden yararlanma ve çarpanlara ayırma
3. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ özdeşliğinden yararlanarak reel sayılarda işlem yapma
4. Bazı köklü ifadelerin eşleniğini bulurken $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ özdeşliğinden yararlanıldığını farketme ve köklü sayılarda işlem yapma
5. Kareleri farkı verilen tamsayıların değerini $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ özelliğinden yararlanarak bulma
6. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ özdeşliğini geometri sorularında uygulama
7. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ [İki küp farkı]
 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ [İki küp toplamı]
özdeşliklerinden yararlanarak çarpanlara ayırma
8. “İki küp farkı” ve “İki küp toplamı” özdeşliklerinden yararlanarak sadeleştirme yapma
9. “İki küp farkı” ve “İki küp toplamı” özdeşliklerinden yararlanarak reel sayılarda işlem yapma
10. $x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + y^{n-1})$
 $x^n + y^n = (x + y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + \dots + y^{n-1})$, n tek iken
özdeşliklerden yararlanarak işlem yapma
11. Tam kare ifadelerin açılımlarını yazabilme, açılımları verilen tam kare ifadeleri yazabilme
12. İki ya da daha fazla eşitlik üzerinde işlemler yaparak tam kare ifadeyi elde etme
13. Tam kare ifade yardımıyla bazı köklü sayıların değerini bulma
14. Tam kare ifadeleri tanıyabilme, gruplandırabilme, iki kare farkı özdeşliğinin bir terimi yaparak sadeleştirme yapma

-
15. İki ya da daha çok tam kare içeren ifadeleri tam karelerin toplamı biçiminde yazma, bu toplamın sıfıra eşit olması durumunda her bir tam kareyi sıfıra eşitleme
 16. İki ya da daha çok tam kare içeren ifadeleri tam karelerin toplamı biçiminde yazma, bu toplamın en küçük değerini bulma
 17. İkinci dereceden üç terimliyi tam kareye dönüştürme ve en küçük ya da en büyük değerini bulma
 18. Onyedinci köşetaşını problemlere uyarlama ve çözme
 19. Tam kare açılımını bazı geometri sorularının çözümünde uygulama
 20. Tam kare açılımı yardımıyla yüksek dereceden ifadelerin derecelerini düşürme ve değerini hesaplama
 21. Terim ekleyip çıkararak çarpanlara ayırma
 22. Derecesi 2 den büyük olan parantez açılımlarını (binom açılımları) yazabilme
 23. Parantez açılımları yardımıyla bazı ifadelerin değerini hesaplama
 24. İki ya da daha fazla ifadenin üzerinde işlemler yaparak parantez açılımını elde edebilme
 25. Parantez açılımına dönüşebilen ifadelerin değerini, verilen değişken değerleri için hesaplayabilme
 26. $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$ özdeşliğinden yararlanarak değer hesaplama
 27. $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$ özdeşliğinden yararlanarak değer hesaplama
 28. $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$ özdeşliğinden yararlanarak değer hesaplama
 29. $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$ özdeşliğinden yararlanarak değer hesaplama
 30. Yukarıdaki dört özdeşlik yardımıyla değer hesaplama
 31. $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$ özdeşliğinden yararlanarak değer hesaplama
 32. Yukarıdaki köşetaşlarında, verilen ifadelerin üzerinde değişiklik yapılabileceğini fark etme ve bu ifadeleri uygun hale getirme
 33. Yukarıdaki köşetaşlarında verilen ve değeri istenen ifadeler üzerinde yapılacak değişikliği farketme
 34. $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$ özdeşliğinden yararlanarak değer bulma
-

köşetaşı

$$9x^2 - 16y^2$$

ifadesinin çarpanlarına ayrılmış şekli nedir?

açıklamalı çözüm

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ özdeşliğine “iki kare farkı” denir. Bu eşitlik a ve b nin her reel(gerçek) sayı değeri için sağlandığından özdeşlik adı verilir.

Bu özdeşliğe göre;

$$\bullet x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

$$\bullet x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

$$\bullet 4x^2 - 1 = (2x - 1)(2x + 1)$$

$$\bullet x - 1 = (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)$$

Köşetaşında verilen ifade;

$$9x^2 - 16y^2 = (3x)^2 - (4y)^2 = (3x - 4y)(3x + 4y)$$

$$\bullet 3 - 2 = (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$\bullet 9x^4 - y^2 = (3x^2 - y)(3x^2 + y)$$

$$\bullet x^4 - 1 = (x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$$

$$\bullet x^6 - y^6 = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3)$$

1. $y \neq \mp 1$

$$x + y = 1$$

olduğuna göre, $\frac{x^2 - 2x}{y^2 - 1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

2. $\left(\frac{1}{a+1} - \frac{2a}{a^2-1} \right) \left(1 - \frac{1}{a} \right)$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -a B) $-\frac{1}{a}$ C) a D) $\frac{1}{a}$ E) a + 1

3. $\left(1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} \right) : \left(\frac{6x+3}{x^2-1} \right) = 5$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

4. $\left(\frac{4}{a^2} - \frac{9}{b^2} \right) : \left(\frac{3a-2b}{a^2b^2} \right)$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -3a - 2b B) 3a - 2b C) 2a + 3b
D) 2a - 3b E) 6ab

5. $a^2(b+1) + ab - 1 = 0$

olduğuna göre, b nin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 + \frac{1}{a}$ B) a + 1 C) $\frac{1}{a}$
D) $\frac{1}{a} - 1$ E) $a - \frac{1}{a}$

6. $\frac{4^x - 1}{2^{x+1} - 2} = \frac{17}{2}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

karekök özel

köşetaşı

$$(a - b + c)^2 - (a + b - c)^2$$

ifadesinin çarpanlarına ayrılmış şekli nedir?

açıklamalı çözüm

$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$ özdeşliği kullanılacaktır.

$x = a - b + c$. $y = a + b - c$ olsun.

$$\begin{aligned} & (a - b + c)^2 - (a + b - c)^2 \\ &= [(a - b + c) - (a + b - c)] [(a - b + c) + (a + b - c)] \\ &= [a - b + c - a - b + c] [a - b + c + a + b - c] \\ &= (2c - 2b) (2a) \\ &= 4a (c - b) \end{aligned}$$

1. $\frac{(a-b)^2 - (a+b)^2}{ab}$
ifadesinin sadeleştirilmiş şekli nedir?
- A) -4 B) -2 C) a + b
D) -2(a - b) E) 1

2. $\frac{(x+1)^2 - (x-1)^2}{x^2 - x} : \frac{4}{x^2 - 1} - 1$
ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
- A) x - 1 B) x C) x + 1 D) 2x - 1 E) x + 2

3. $\frac{a^2 - (b-1)^2}{a+b-1} = 17$
olduğuna göre, a - b değeri kaçtır?
- A) 13 B) 15 C) 16 D) 18 E) 19

4. $\frac{(x-y+z)^2 - (x+y-z)^2}{xy - xz}$
ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
- A) -4 B) -2 C) -1 D) -2x E) -x

5. Aşağıdakilerden hangisi
 $(a + b)(a^2 - c^2) - (a + c)(a^2 - b^2)$
ifadesinin çarpanlarından biri değildir?
- A) a + b B) a + c C) b + c
D) b - c E) -a - c

6. $a + 5b = 14$
 $\frac{(2a - 3b)^2 - (4a - 7b)^2}{2b - a} = 40$
olduğuna göre, a kaçtır?
- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

karekök özel

köşetaşı

$$\frac{(567^2 - 167^2) - 400 \cdot 732}{16} = 25x \quad \text{olduğuna göre, } x \text{ kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

Bazı işlemlerde özdeşliklerden yararlanmak kolaylık sağlar. İki kare farkı işlemde açıkça görülüyor.

Buna göre;

$$\frac{(567^2 - 167^2) - 400 \cdot 732}{16} = 25x$$

$$(567 - 167)(567 + 167) - 400 \cdot 732 = 16 \cdot 25x$$

$$400 \cdot 734 - 400 \cdot 732 = 16 \cdot 25x$$

$$400(734 - 732) = 16 \cdot 25x$$

$$400 \cdot 2 = 16 \cdot 25x$$

$$2 = x$$

1. $101^2 - 99^2$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 200 B) 300 C) 340 D) 360 E) 400

2. $123^2 - 119^2 = 4k$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 102 B) 112 C) 226 D) 239 E) 242

3. İki ardışık doğal sayının kareleri farkı 23 olduğuna göre, küçük olan sayı kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

4.

$$\frac{(3,01)^2 - (2,99)^2}{(0,4)^2 - (0,2)^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0,1 B) 0,2 C) 0,3 D) 1 E) 1,2

5.

$$\left(10 + \frac{3}{7}\right)^2 - \left(10 + \frac{4}{7}\right)^2$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -7 B) -4 C) -3 D) 2 E) 5

6.

$$(444)^2 - (333)^2 = (111)^2 \cdot k$$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

karekötök özel

köşetaşı

$$a = \sqrt{5} - \sqrt{3} \text{ ve } b = \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

olduğuna göre, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Köklü sayılarda anlatılan eşlenik kavramı özdeşliklere dayanır.

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 5 - 3 = 2$$

Buna göre,

$$\frac{1}{\underset{(b)}{a}} + \frac{1}{\underset{(a)}{a}} = \frac{b + a}{a \cdot b} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$$

1. $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$
işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$
D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

2. $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})(\sqrt[8]{x} + \sqrt[8]{y})(\sqrt[8]{x} - \sqrt[8]{y})$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + y$ B) $x - y$ C) 1
D) $x^2 + y^2$ E) xy

3. $x = \sqrt[4]{3}$ olduğuna göre,

$(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $a = \sqrt{2} - 1$

olduğuna göre, $a(a + 1)(a + 2)$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 1 B) $-\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$
D) $\sqrt{2} + 1$ E) $2\sqrt{2}$

5. $\sqrt{a} + \sqrt{a - 27} = 3$ olduğuna göre,

$\sqrt{a} - \sqrt{a - 27}$ ifadesinin değeri kaçtır?

(İpucu : İstenen değere x deyip taraf tarafa çarpma yapınız.)

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 18 E) 27

6. $a = 2 - \sqrt{3}$

$$b = 2 + \sqrt{3}$$

olduğuna göre, $(a^2 - b^2)^2$ ifadesinin sayısal değeri kaçtır?

- A) 136 B) $24\sqrt{3}$ C) 144 D) 192 E) 214

köşetaşı

a ve b pozitif tamsayılar

$a^2 - b^2 = 17$ olduğuna göre, $2a + 3b$ toplamının değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu tip sorularda “a ve b pozitif tamsayı” gibi öncüller vardır. a ve b tamsayı ise, $a - b$ ve $a + b$ ifadeleri de tamsayıdır.

$$a^2 - b^2 = 17$$

$$(a - b)(a + b) = 17$$

Bu aşamada “hangi iki tamsayının çarpımı 17 dir?” sorusu sorulur. Eğer $a - b = 1$ ve $a + b = 17$ olursa eşitlik sağlanacaktır.

Buna göre,

$$a - b = 1$$

$$a + b = 17$$

denklem sistemi çözülürse, $a = 9$ ve $b = 8$ bulunur.

$$2a + 3b = 2 \cdot 9 + 3 \cdot 8 = 42$$

1. x ve y pozitif tamsayılar

$$x^2 - y^2 = 23$$

olduğuna göre, xy çarpımının değeri kaçtır?

- A) 72 B) 81 C) 96 D) 102 E) 132

2. a ve b pozitif tamsayılar

$$a^2 - b^2 = 43$$

olduğuna göre, $2a - b$ farkının değeri kaçtır?

- A) 23 B) 27 C) 29 D) 33 E) 37

3. a ve b birer tamsayıdır

$$a^2 - b^2 = 12$$

olduğuna göre, $a + b$ nin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $a, b \in \mathbb{Z}^+$

$$a - b = 15$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 5$$

olduğuna göre, $2a - b$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 24 B) 27 C) 29 D) 31 E) 32

5. x, y, z pozitif tamsayılardır.

$$x^2 - (y + z)^2 = 11$$

olduğuna göre, $xy + xz$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 25 B) 30 C) 35 D) 36 E) 42

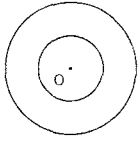
6. $2x - y = 7$

$$4x^2 - y^2 = 63$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

karekök özel



O merkezli iki çemberin büyüğünün yarıçapı a birim, küçüğünün yarıçapı b birimdir. Çemberlerin çevreleri toplamı 16π birim. $a - b = 2$ birim olduğuna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

açıklamalı çözüm

Çevreleri toplamı:

$$2\pi a + 2\pi b = 16\pi$$

$$2\pi(a + b) = 16\pi$$

$$a + b = 8$$

Taralı alan:

$$\pi a^2 - \pi b^2$$

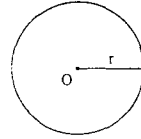
$$= \pi(a^2 - b^2)$$

$$= \pi(a - b)(a + b)$$

$$= \pi \cdot 2 \cdot 8$$

$$= 16\pi \text{ birimkare}$$

DAİRENİN ALANI ve ÇEVRESİ



$$\text{Alan} = \pi r^2$$

$$\text{Çevre} = 2\pi r$$

1. ABCD ve EFGH birer kare
Karelerin çevreleri toplamı 36 cm
Taralı alan 45 cm^2
Yukarıda verilenlere göre, $x - y$ farkı kaç cm dir?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. Şekilde merkezleri O noktası olan iki çember verilmiştir.
[AB], T noktasında içteki çembere teğettir.
 $IAI = 8 \text{ cm}$
Yukarıda verilenlere göre, taralı alan kaç cm^2 dir?
A) 8π B) 12π C) 16π D) 24π E) 64π

3. [AC] $\perp$ [BC]
 $IAI = 61 \text{ cm}$
 $IBCI = 60 \text{ cm}$
Yukarıda verilenlere göre, $IACI = x$ kaç cm dir?
A) 9 B) 11 C) 17 D) 21 E) 23

4. ABC ikizkenar dik üçgen
[ED] $\perp$ [AC]
 $A(ABED) = 10 \text{ cm}^2$
 $IAI + IDEI = 10 \text{ cm}$
Yukarıda verilenlere göre, $IAI = x$ kaç cm dir?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7,5 E) 8

5. ABCD ve AGFE kare
 $IGBI = 7 \text{ cm}$
Taralı alan = 133 cm^2
Yukarıda verilenlere göre, $IEFI$ kaç cm dir?
A) 5 B) 5,5 C) 6 D) 6,5 E) 7

6. ABC üçgeninde
[AH] $\perp$ [BC]
Yukarıda verilenlere göre, x kaçtır?
A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

köşetaşı

$a^6 - b^6$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

açıklamalı çözüm

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

özdeşliklerine “iki küp farkı veya toplamı” denir. Bu özdeşliklere göre;

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$8x^3 + 1 = (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$$

$$27^x - 8^x = (3^x - 2^x)(9^x + 6^x + 4^x)$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$3 - 2 = \left(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}\right) \left(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}\right)$$

Köşetaşında verilen ifade üç özdeşliği de içeriyor:

$$a^6 - b^6 = (a^3)^2 - (b^3)^2 = (a^3 - b^3)(a^3 + b^3) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)(a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

İspat yapalım mı?!

$$a^3 - b^3 = a^3 - ab^2 + ab^2 - b^3 \text{ (ab eklenip çıkarıldı.)}$$

$$= (a^3 - ab^2) - (ab^2 - b^3) = a(a^2 - b^2) + b^2(a - b)$$

$$= a(a - b)(a + b) - b^2(a - b) = (a - b)[a(a + b) - b^2]$$

$$= (a - b)(a^2 - ab + b^2)$$

1.

$$\frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli nedir?

- A) x B) x - 1 C) x + 1 D) 2x E) 1

2.

$$\frac{x^3 - 1}{x^2 + x + 1} = 7$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3.

$$a - b = 2$$

$$a^2 + ab + b^2 = 12$$

olduğuna göre, $a^3 - b^3$ farkının değeri kaçtır?

- A) 18 B) 24 C) 28 D) 36 E) 48

4.

$$8x^3 + y^3 = 36$$

$$4x^2 - 2xy + y^2 = 12$$

olduğuna göre, $2x + y$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5.

$$\frac{a\sqrt{a+b}\sqrt{b}}{a+b-\sqrt{ab}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{ab}$ B) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$
C) $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ D) $a + b$
E) ab

6.

Aşağıdakilerden hangisi $a^6 - 64$ ifadesinin bir çarpanı değildir?

- A) $a - 2$ B) $a + 2$
C) $a^2 + 2a + 4$ D) $a^2 - 2a + 4$
E) $a^2 + a + 2$

köşetaşı

$\frac{x^3 + y^3}{x^2 - y^2} : \left(x - \frac{x^2 + y^2}{y} \right) + \frac{x}{x - y}$ ifadesinin en sade şekli nedir?

açıklamalı çözüm

(14. 7) deki özdeşlikleri sadeleştirme sorularında kullanacağız:

$$\begin{aligned} & \frac{x^3 + y^3}{x^2 - y^2} : \left(x - \frac{x^2 + y^2}{y} \right) + \frac{x}{x - y} \\ &= \frac{(x + y)(x^2 - xy + y^2)}{(x - y)(x + y)} : \left(\frac{xy - x^2 - y^2}{y} \right) + \frac{x}{x - y} \\ &= \frac{x^2 - xy + y^2}{x - y} \cdot \frac{y}{xy - x^2 - y^2} + \frac{x}{x - y} \\ &= \frac{-y}{x - y} + \frac{x}{x - y} = \frac{x - y}{x - y} = 1 \end{aligned}$$

1. $\frac{a+1}{a^2+a+1} : \frac{a^2-1}{a^3-1}$ ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $a + 1$ C) $\frac{1}{a+1}$ D) $\frac{1}{a}$ E) a

2. $\frac{a^2+2a}{a^2+2a+4} : \frac{a^2-4}{a^3-8}$ ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $-a$ C) a D) $a + 2$ E) $a - 2$

3. $\left(\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \right) : \frac{x^2 - xy + y^2}{xy}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x - y$ B) $x + y$ C) x D) xy E) $-y$

4. $\left(\frac{a^3-1}{a-1} : \frac{a^2+a+1}{a^2+a} \right) : \frac{1}{(a+1)^{-1}}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi nedir?

A) $2a - 1$ B) $a^2 + 1$ C) $a - 1$ D) $a + 1$ E) a

5. $\left(\frac{x^2 - xy + y^2}{x - y} - \frac{x^2 + xy + y^2}{x + y} \right) : \frac{y^2}{y^2 - x^2}$

ifadesinin en sade şekli nedir?

A) $-x$ B) $-y$ C) $-2x$ D) $-2y$ E) $x - y$

6. $\left(\frac{a^2 + 4b^2}{a} + 2b \right) : \frac{a^3 - 8b^3}{a^2 - 4b^2} - \frac{2b}{a}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) a C) $-b$ D) $a - b$ E) $a + b$

karekök özel

köşetaşı

$\frac{2007^3 - 1}{2007^2 + 2008}$ işleminin sonucu kaçtır?

açıklamalı çözüm

(14.7) deki özdeşlikler sayı işlemleri yapılırken de kullanılabilir:

$$\frac{2007^3 - 1}{2007^2 + 2008} = \frac{(2007 - 1)(2007^2 + 2007 + 1)}{2007^2 + 2008} = \frac{2006 \cdot (2007^2 + 2008)}{2007^2 + 2008} = 2006$$

1.

$$\frac{5^9 + 1}{5^6 - 5^3 + 1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 26 B) 101 C) 126 D) 624 E) 626

2.

$$\frac{1001^3 + 1}{1001^2 - 1000}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 9999 B) 1002 C) 999 D) 101 E) 11

3.

$$\frac{999^3 - 1}{999^2 + 1000}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2001 B) 1999 C) 1019 D) 1001 E) 998

4.

$$\left(\frac{101^2}{99} + \frac{99^2}{101} \right) : \frac{101^2 - 99 \cdot 101 + 99^2}{99 \cdot 101}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 200 B) 999 C) 1001 D) 2000 E) 2002

5.

$$\frac{1002}{1001^2 + 1002} : \frac{1001^2 - 1}{1001^3 - 1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 999 D) 1001 E) 1002

6.

$$\frac{a^6 + 1}{a^4 - a^2 + 1} = 65$$

olduğuna göre, a'nın pozitif değeri kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 11

karekök özel

köşetaşı

$$\frac{x^5 - 1}{x - 1} - x^4 - x^3 - x^2 - x = y - 7 \text{ olduğuna göre, } y \text{ kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

$$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + b^{n-1}), \text{ } n \text{ tek iken}$$

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$$

Yukarıdaki özdeşliklere göre;

$$\bullet a^4 - b^4 = (a + b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) \quad \bullet x^5 + 1 = (x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$$

$$\bullet x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1) \quad \bullet a^2 - 1 = (a - 1)(a + 1)$$

$$\bullet 1 - \frac{1}{2^7} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^6}\right)$$

Köşetaşına bakılırsa:

$$\frac{x^5 - 1}{x - 1} - x^4 - x^3 - x^2 - x = y - 7$$

$$\frac{(x - 1) \left(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \right)}{x - 1} - x^4 - x^3 - x^2 - x = y - 7$$

$$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 - x^4 - x^3 - x^2 - x = y - 7$$

$$8 = y$$

İSPAT YAPMAK İÇİN YER Mİ KALDI?!

$$\begin{aligned} a^n - b^n &= a^n - a^{n-1}b - a^{n-1}b + a^{n-2}b^2 - a^{n-2}b^2 - \dots - b^n \text{ (terim eklenip çıkarıldı.)} \\ &= a(a^{n-1} + a^{n-2}b - \dots + b^{n-1}) - b(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1}) \\ &= (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1}) \end{aligned}$$

$$1. \quad \frac{x^5 + 1}{x + 1} - x^4 + x^3 - x^2 + x = A + 9$$

olduğuna göre, A kaçtır?

- A) -9 B) -8 C) -7 D) 6 E) 7

$$2. \quad x = \sqrt[4]{3} \text{ ve } y = \sqrt[4]{2}$$

olduğuna göre, $(x - y)(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

$$3. \quad x = \frac{1}{5} \text{ olduğuna göre,}$$

$$\left[1 - x + x^2 - \frac{1}{x+1} \right]^{-1} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

- A) 100 B) 125 C) 150 D) 180 E) 200

$$4. \quad \frac{x^5 - 1}{x^4 + x^3 + x^2 + x + 1} = 17$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 13 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

$$5. \quad x = -\frac{1}{2} \text{ olduğuna göre,}$$

$$1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \frac{1}{x-1} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{24}$ C) $\frac{1}{36}$ D) $\frac{1}{48}$ E) $\frac{1}{52}$

$$6. \quad \left(1 + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{64} \right)$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{129}{128}$ B) $\frac{65}{64}$ C) $\frac{63}{64}$ D) $\frac{32}{31}$ E) $\frac{30}{31}$

köşetaşı

$(2a - b)^2$ tam karesinin açılımı nedir?

açıklamalı çözüm

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

ifadelerine "TAM KARE" denir. Eşitliklerin sağındaki ifadeler de açılımlarıdır.

Yukarıda verilenlere göre,

$$(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$(3x + 1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$$

$$(2x + 3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}$$

Buna göre, $(2a - b)^2 = 4a^2 - 4ab + b^2$

AYNI ZAMANDA AÇILIMLARI VERİLEN TAM KARE İFADELERDE YAZILABİLMELİ:

$$9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2$$

$$a^2 - a + \frac{1}{4} = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2$$

İSPAT

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) \quad (\text{çarpma işlemi yapılır})$$

$$= a^2 + ab + ab + b^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) \quad (\text{çarpma işlemi yapılır})$$

$$= a^2 - ab - ab + b^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

1. $(x - 3y)^2$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x^2 - 6xy + y^2$

B) $x^2 + 3xy + 9y^2$

C) $x^2 + 6xy + 9y^2$

D) $x^2 - 6xy + 9y^2$

E) $x^2 - 3xy + 3y^2$

2. $25x^2 - 10x + 1$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x - 5)^2$

B) $(2x - 5)^2$

C) $(2x - 1)^2$

D) $(5x - 1)^2$

E) $(5x + 1)^2$

3. $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2$

olduğuna göre, $\frac{7x + 3y}{x + y}$ oranı kaçtır?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

4. $\frac{(x + xy)^2 - x^2y^2}{2y + 1}$

ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) x

B) x^2

C) 1

D) x + y

E) x - 1

5. $\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{6})(\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{6})}{1 + \sqrt{15}}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

6. $\left(\frac{x^2 + y^2}{xy} - 2\right) \frac{xy}{x^2 - y^2}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x}{y}$

B) $\frac{y}{x + y}$

C) $\frac{x}{x - y}$

D) $\frac{x - y}{x + y}$

E) $\frac{x + y}{x - y}$

karekök özel

köşetaşı

$$2x^2 - 6xy = 52$$

$$y^2 + xy = 23 \quad \text{olduğuna göre, } x - y \text{ farkının pozitif değeri kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

Tam kare açılımlar, parça parça verildiğinde tanımak ve biraraya getirebilmek gerekir.

Birinci eşitliğin her iki tarafı 2 ile bölünürse;

$$\begin{array}{r} x^2 - 3xy = 26 \\ + \quad y^2 + xy = 23 \\ \hline x^2 - 2xy + y^2 = 49 \\ (x - y)^2 = 49 \\ x - y = 7 \end{array}$$

1. $a^2 - ab = 15$

$$ab - b^2 = -10$$

olduğuna göre, $a - b$ nin pozitif değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. $a^2 + ab = 21$

$$b^2 + ab = 28$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamının pozitif değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

3. $3a^2 - ab - b^2 = 39$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 25$$

olduğuna göre, $2a - b$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

4. $a + b = 6$ olduğuna göre,

$$(2a - b)^2 - 2(2a - b)(a - 2b) + (a - 2b)^2$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 16 C) 24 D) 32 E) 36

5. $\left(1 - \frac{x^2 + y^2 - 4}{2xy}\right) : \left(\frac{x - y + 2}{2xy}\right)$

ifadesinin değerinin hesaplanabilmesi için aşağıdakilerden hangisinin değeri bilinmelidir?

- A) $x - y$ B) x C) y D) $x + y$ E) xy

6. $\sqrt{\frac{16}{9} + \frac{9}{16} - 2}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{15}{8}$ B) $\frac{7}{12}$ C) $\frac{8}{9}$ D) $\frac{12}{5}$ E) $\frac{5}{12}$

köşetaşı

$$\sqrt{567 \cdot 559 + 16}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Köklü sayılarda benzeri bir yöntemle çözülen bir sorunun tam kareye uyarlanması görülecektir.

x = 567 olsun.

Buna göre:

$$\begin{aligned}\sqrt{567 \cdot 559 + 16} &= \sqrt{x(x-8) + 16} = \sqrt{x^2 - 8x + 16} = \sqrt{(x-4)^2} \\ &= x - 4 = 567 - 4 = 563\end{aligned}$$

16 sayısının x türünden yazılmadığına dikkat edilmelidir.

1. $\sqrt{999 \cdot 993 + 9}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 990 B) 996 C) 999 D) 1005 E) 1111

2. $\sqrt{101 \cdot 91 + 25}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 81 B) 93 C) 96 D) 100 E) 192

3. $\sqrt{123 \cdot 135 + 36}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 129 B) 132 C) 136 D) 139 E) 141

4. $\sqrt{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 + 1}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 132 B) 134 C) 145 D) 155 E) 165

5. $\sqrt{225 \cdot 255 + 225}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 220 B) 240 C) 260 D) 280 E) 300

6. $\sqrt{1001 \cdot 1003 + 1}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 999 B) 1000 C) 1001 D) 1002 E) 1003

karekök özel

köşetaşı

$$\frac{a^2 - b^2 - 4b - 4}{a^2 - b^2 - 2a - 2b} \quad \text{ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi nedir?}$$

açıklamalı çözüm

Bu köşetaşında en uygun grupelemayı yapabilmek gerekiyor. Şu ana kadar öğrendiklerimizin tamamını kapsayan bir sorudur.

$$\begin{aligned} & \frac{a^2 + (-b^2 - 4b - 4)}{(a^2 - b^2) + (-2a - 2b)} \quad (\text{grupeleme yapıldı.}) \\ & \frac{a^2 - (b^2 + 4b + 4)}{(a^2 - b^2) - 2(a + b)} = \frac{a^2 - (b + 2)^2}{(a - b)(a + b) - 2(a + b)} \\ & = \frac{(a - b - 2)(a + b + 2)}{(a + b)(a - b - 2)} = \frac{a + b + 2}{a + b} \end{aligned}$$

1. $\frac{x^2 - y^2 + 2y - 1}{x^2 - y^2 - x + y} = 3$
olduğuna göre, $x - y$ farkı kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1 E) 2

2. $x^2 + 4xy + 4y^2 + 2x + 4y$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x - 2y$ B) $x + y$
C) $x + 2y + 2$ D) $x - 2y - 1$
E) $2x + y + 1$

3. $\frac{x^2 - 1 - 2y - y^2}{y - x + 1}$
ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x + y + 1$ B) $x + y - 1$
C) $-x - y + 1$ D) $x - y + 1$
E) $-x - x - 1$

4. $\frac{x^2 - y^2 - 4x + 4}{x + y - 2} = 11$
olduğuna göre, $x - y$ farkı kaçtır?
A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

5. $\frac{a^2 - b^2 + 4b - 4}{a - b + 2} = 13$
olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?
A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

6. $\frac{a^2 - b^2 - 2b - 1}{a^2 - 2ab + b^2 - 1} = 3$
olduğuna göre, $a - 2b$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök özel

köşetaşı

$a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$a^2 + b^2 + c^2 - 2a + 4b - 8c + 21 = 0$ olduğuna göre, $a + 2b - c$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Negatif olamayan ifadelerin toplamının sıfıra eşit olabilmesi için her birinin sıfıra eşit olması gerekir. Bkz. (4. 15)

$$a^2 + b^2 + c^2 - 2a + 4b - 8c + 21 = 0$$

$$(a^2 - 2a + 1) + (b^2 + 4b + 4) + (c^2 - 8c + 16) = 0$$

$$(a - 1)^2 + (b + 2)^2 + (c - 4)^2 = 0$$

$$a - 1 = 0 \quad b + 2 = 0 \quad c - 4 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -2 \quad c = 4$$

Buna göre, $a + 2b - c = 1 - 4 - 4 = -7$

1. $x, y \in \mathbb{R}$

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y + 5 = 0$$

olduğuna göre, $x + 2y$ toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -1 D) 1 E) 3

2. $x, y, z \in \mathbb{R}$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 8z + 29 = 0$$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -1 D) 1 E) 3

3. $x, y \in \mathbb{R}$

$$x^2 + y^2 + 10y + 25 = 0$$

olduğuna göre, $xy + y - 5$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -6 B) -8 C) -10 D) -12 E) -14

4. $x, y, z \in \mathbb{R}$

$$4x^2 + y^2 + z^2 - 12x + 4y + 13 = 0$$

olduğuna göre, $x + y - z$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) $-\frac{1}{4}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{1}{2}$

5. $a, b, c \in \mathbb{R}$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 10a - 12b + 14c - 110$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

6. $a^2 + b^2 - 4a + 6b = -13$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

köşetaşı

$$x, y, z \in \mathbb{R}$$

$A = x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 10z + 99$ sayısının alabileceği en küçük değer kaçtır?

açıklamalı çözüm

Tam kareye dönüştürmeye çalışılır,

$$A = (x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 6y + 9) + (z^2 + 10z + 25) + 64$$

$$A = (x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 5)^2 + 64$$

Tam kare olan bir ifadenin alabileceği en küçük değer sıfır olduğundan $A = 64$ bu ifadenin en küçük değeridir.

1. $A = a^2 + b^2 + c^2 - 4a + 8b - 12c + 106$
ifadesinin en küçük değeri kaçtır?
A) 42 B) 50 C) 56 D) 64 E) 72

2. $M = x^2 + 4y^2 - 6x + 12y - 11$
sayısının alabileceği en küçük değer kaçtır?
A) -32 B) -29 C) -24 D) -17 E) -11

3. $a, b \in \mathbb{R}$
 $a = b^2 - 8b + 17$
sayısının en küçük değeri kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $x, y \in \mathbb{R}$
 $y = -x^2 + 12x - 25$
sayısının en büyük değeri kaçtır?
A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

5. $A = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2b - 4c + 6d + 1$
ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?
A) -13 B) -11 C) -1 D) 1 E) 7

6. $x, y \in \mathbb{R}$
 $x^2 + y^2$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

karekük özel

köşetaşı

$$x, y \in \mathbb{R}$$

$y = 2x^2 - 5x + 11$ ifadesinin alabileceği **en küçük** değer kaçtır?

açıklamalı çözüm

$y = 2x^2 - 5x + 11$ ifadesinin tam kare yapmak için

1. adım : Eşitliğin her iki tarafı x^2 nin katsayısı olan 2 ye bölünür.

$$\frac{y}{2} = x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{11}{2}$$

2. adım : x in katsayısı olan $-\frac{5}{2}$ nin yarısının karesi eşitliğin sağ tarafına eklenip çıkarılır.

$$\frac{y}{2} = x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{11}{2} + \frac{25}{16} - \frac{25}{16}$$

3. adım : $\frac{y}{2} = \left(x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} \right) + \frac{11}{2} - \frac{25}{16}$

$$\frac{y}{2} = \left(x - \frac{5}{4} \right)^2 + \frac{63}{16}$$

PRATİK ÇÖZÜM

$$y = ax^2 + bx + c$$

biçimindeki ifadenin en büyük ya da en küçük değeri istendiğinde x yerine

$$-\frac{b}{2a} \text{ yazılırsa sonuç elde edilir.}$$

Buna göre,

Köşetaşındaki ifadede $a = 2$, $b = -5$ ve $c = 11$ dir. Yerine yazılırsa:

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{4} \text{ için } y = \frac{63}{8}$$

Tam kare ifadenin en küçük değeri 0 olacağından $y/2$ nin en küçük değeri $63/16$ dir. y nin en küçük değeri de $63/8$ olur. Eğer ikinci dereceden terimin katsayısı negatif olsaydı, en büyük değer istenirdi. Çözüm yöntemi değişmezdi.

1. $y = x^2 - 5x + 4$

ifadesinin alabileceği **en küçük** değer kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $-\frac{5}{2}$ D) $-\frac{7}{2}$ E) $-\frac{9}{4}$

2. $y = 2x^2 - 6x + 11$

ifadesinin alabileceği **en küçük** değer kaçtır?

- A) $\frac{9}{2}$ B) 5 C) 6 D) $\frac{13}{2}$ E) $\frac{15}{2}$

3. $y = x^2 - 3x + 12$

ifadesinde y en küçük değerini aldığı anda x kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

4. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$-x^2 + 5x - 24$ ifadesinin **en büyük** değeri kaçtır?

- A) $-\frac{71}{4}$ B) -13 C) $-\frac{37}{5}$ D) $-\frac{13}{2}$ E) $\frac{91}{4}$

5. a ve b reel (gerçek) sayılar olmak üzere;

$$a = 2b^2 - 8b + 13$$

ifadesinin alabileceği **en küçük** değer kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. $a = x^2 - 5x + 4$

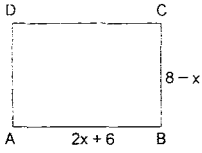
$$b = 2x^2 - 7x + 19$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamının alabileceği **en küçük** değer kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

karekök özel

köşetaşı



Şekildeki dikdörtgenin

kenar uzunlukları $(2x + 6)$ cm ve $(8 - x)$ cm dir.

Yukarıda verilenlere göre, dikdörtgenin alanı en çok kaç cm^2 dir?

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned}
 A(ABCD) &= (2x + 6)(8 - x) \\
 &= -2x^2 + 10x + 48 \\
 &= -2 \left(x^2 - 5x - 24 \right) \\
 &= -2 \left[\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} \right) - 24 - \frac{25}{4} \right] \\
 &= -2 \left[\left(x - \frac{5}{2} \right)^2 - \frac{121}{4} \right] \\
 &= \frac{121}{2}
 \end{aligned}$$

YA DA KISACA;

$$\text{Alan} = -2x^2 + 10x + 48$$

$$a = -2$$

$$b = 10$$

$$c = 48$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{-4} = \frac{5}{2} \text{ için}$$

$$\text{Alan} = -2 \left(\frac{5}{2} \right)^2 + 10 \cdot \frac{5}{2} + 48 = \frac{121}{2}$$

1. Kenar uzunlukları $(2x - 2)$ cm ve $(11 - x)$ cm olan bir dikdörtgenin alanı en çok kaç cm^2 dir?

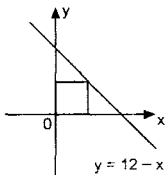
A) 42 B) 45 C) 50 D) 56 E) 60

2. Bir üçgenin bir kenar uzunluğu $(10 - x)$ cm dir.

Bu kenara ait yüksekliğinin uzunluğu $(x + 4)$ cm olduğuna göre, alanı en çok kaç cm^2 dir?

A) 22 B) $\frac{49}{2}$ C) 25 D) $\frac{53}{2}$ E) 28

- 3.

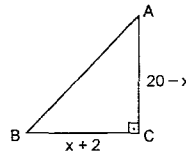


Dik koordinat düzleminde $y = 12 - x$ doğrusu verilmiştir.

Şekildeki taralı dikdörtgenin alanı en çok kaç br^2 dir?

A) 24 B) 28 C) 32 D) 36 E) 40

- 4.



ABC üçgeninde

$[AC] \perp [BC]$

$|AC| = (20 - x)$ cm

$|BC| = (x + 2)$ cm

Yukarıda verilenlere göre, ABC üçgeninin alanı en çok kaç cm^2 dir?

A) 47 B) 50 C) 56 D) 60,5 E) 63,5

5. Bir tüccar $(a^2 + b^2)$ liraya aldığı bir malı $(4a - 6b + 20)$ liraya satıyor.

Bu alış - verişteki kâr en çok kaç lira olabilir?

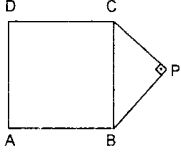
A) 29 B) 32 C) 33 D) 35 E) 37

6. Bir tüccar $(2x + 10)$ liraya aldığı bir malı $(x^2 - 4x + 80)$ liraya satmaktadır.

Buna göre, tüccar en az kaç lira kâr eder?

A) 59 B) 61 C) 72 D) 79 E) 81

köşetaşı

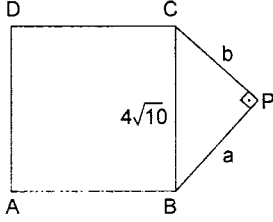


ABCD karesinde $PB \perp PC$

$$A(ABCD) = 160 \text{ cm}^2 \quad A(PCB) = 24 \text{ cm}^2$$

olduğuna göre, **PBC üçgeninin çevresi kaç cm dir?**

açıklamalı çözüm



$$|PB| = a \text{ cm}$$

$$|PC| = b \text{ cm olsun.}$$

$$|BC|^2 = 160 \Rightarrow a^2 + b^2 = 160 \text{ (Pisagordan)}$$

$$\frac{a \cdot b}{2} = 24 \Rightarrow ab = 48 \text{ (üçgenin alanından)}$$

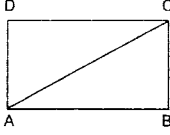
$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \quad \text{özdeşliğinde yerine yazılırsa} \quad (a + b)^2 = 160 + 96$$

$$(a + b)^2 = 256$$

$$a + b = 16$$

$$\text{Çevre}(PBC) = 16 + 4\sqrt{10}$$

1. ABCD dikdörtgeninin çevresi 24 cm

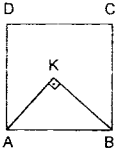


$$|AC| = 7\sqrt{2} \text{ cm}$$

Yukarıda verilenlere göre, **ABCD dikdörtgeninin alanı kaç cm² dir?**

- A) 18 B) 20 C) 23 D) 25 E) 29

2. ABCD karesinin çevresi $4\sqrt{29}$ cm



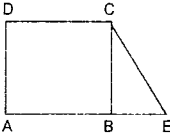
$$|AK| \perp |KB|$$

$$|AK| + |KB| = 7 \text{ cm}$$

Yukarıda verilenlere göre, **KAB üçgeninin alanı kaç cm² dir?**

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. ABCD kare



$$|CE| = 13 \text{ cm}$$

$$A(CBE) = 30 \text{ cm}^2$$

Yukarıda verilenlere göre, **IAEI = kaç cm dir?**

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

4. ABCD kare



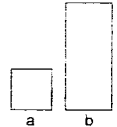
$$|DE| = 17 \text{ cm}$$

$$A(DAE) = 60 \text{ cm}^2$$

Yukarıda verilenlere göre, **IEBI kaç cm dir?**

- A) 5 B) 6 D) 7 E) 8 E) 9

5. Şekildeki kare ve dikdörtgenin kenar uzunlukları birer tamsayıdır.

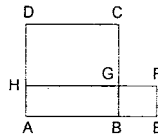


$$a = \frac{b + c}{3}$$

Karenin alanı 25 br^2 olduğuna göre, **dikdörtgenin alanı en çok kaç br^2 dir?**

- A) 48 B) 50 C) 54 D) 56 E) 60

6. ABCD ve BEFG karelerinin alanları toplamı 58 cm^2



$$|AE| = 10 \text{ cm}$$

Yukarıda verilenlere göre, **ABGH dikdörtgeninin alanı kaç cm² dir?**

- A) 15 B) 16 C) 18 D) 21 E) 24

köşetaşı

$$x \neq 1$$

$x^3 - 1 = 0$ olduğuna göre, $x^4 + 5x^2 + 4x + 9$ ifadesinin sayısal değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$x^3 - 1 = 0$$

$(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$ ise, $x - 1 = 0$ veya $x^2 + x + 1 = 0$ dir. $x \neq 1$ koşulu olduğundan $x - 1 = 0$ kabul edilmeyecektir. $x^2 + x + 1 = 0$ eşitliğinde büyük dereceli terimin eşiti $x^2 = -x - 1$ olarak alınır.

Bu değer, $x^4 + 5x^2 + 4x + 9$ ifadesinde yazılır.

$$(x^2)^2 + 5x^2 + 4x + 9$$

$$= (-x - 1)^2 + 5(-x - 1) + 4x + 9$$

$$= x^2 + 2x + 1 - 5x - 5 + 4x + 9$$

$$= -x - 1 + 2x + 1 - 5x - 5 + 4x + 9 = 4$$

1. $x \neq 1$

$$x^3 - 1 = 0$$

olduğuna göre, $3x^3 + 5x^2 + 5x + 11$ ifadesinin sayısal değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 7 E) 9

2. $x^2 - x + 1 = 0$

olduğuna göre, x^5 ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) $-x$ C) $x - 1$ D) $-x + 1$ E) $x - 2$

3. $x^3 - x + 2 = 0$

olduğuna göre, x^7 ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-4x^2 + 5x - 2$ B) $-x^2 + 4x + 7$
C) $5x - 7$ D) $x + 2$
E) x

4. $x \neq 1$

$$x^3 - x^2 - 2x + 2 = 0$$

olduğuna göre, x^8 ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 15 D) 16 E) 81

5. $x \neq 1$

$$x^3 - 1 = 0$$

olduğuna göre, $x^5 + x + 7$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 11

6. $x^2 - 2x - 5 = 0$

olduğuna göre, $x^4 - 28x + 1$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 39 B) 42 C) 44 D) 46 E) 53

köşetaşı

$$x^4 + x^2 + 1$$

ifadesinin çarpanlarına ayrılmış şekli nedir?

açıklamalı çözüm

Bu tip ifadeleri çarpanlarına ayırmak için $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ açılımını iyi tanımak gerekir. Bir ifadeyi tam kare yapmak için eklenmesi ya da çıkarılması gereken terimi farkedebilmek gerekir.

Örneğin; $x^2 - x + 1$ ifadesini tam kare yapmak için bu ifadeden x çıkarılmalıdır.

$$x^2 - x + 1 - x = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 \text{ olur.}$$

Şimdi köşetaşına dönelim:

$x^4 + x^2 + 1$ ifadesini tam kare yapmak için x^2 eklenmelidir. İfadenin değerinde değişiklik yapma hakkı olmadığından bir de x^2 çıkarılır.

$$x^4 + x^2 + 1 + x^2 - x^2 = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 = (x^2 + 1)^2 - x^2$$

$$= (x^2 + 1 - x)(x^2 + 1 + x) \text{ [İki kare farkı özdeşliğinden]}$$

Bu yöntemle TERİM EKLEYİP ÇIKARARAK ÇARPANLARA AYIRMA denir.

1. $x^4 + x^2y^2 + y^4$

ifadesinin çarpanlarına ayrılmış biçimi nedir?

- A) $(x^2 + y^2)(x - y)$ B) $(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2)$
 C) $(x^2 + y^2 - xy)(x^2 + y^2 + xy)$ D) $(x^2 + 2x)(x^2 + y^2 + 1)$
 E) $(x^2 + y^2 - x)(x^2 + y^2 - y)$

2. $4x^4 + 3x^2 + 1$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x^2 - 3x + 2$ B) $2x^2 - x + 2$
 C) $2x^2 + x + 1$ D) $x^2 - 2x + 4$
 E) $4x^2 - x + 1$

3. $\frac{x^4 + 2x^2 + 9}{x^2 - 2x + 3}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + 2x + 1$ B) $x^2 + 2x + 3$ C) $x^2 + x - 3$
 D) $x^2 - x + 3$ E) $x^2 + 2x + 9$

4. $a^4 + 3a^2 + 4$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^2 - a + 1$ B) $a^2 + a + 1$
 C) $a^2 - a - 2$ D) $a^2 - a + 2$
 E) $a^2 + a - 2$

5. $\frac{x^4 + x^2 + 1}{x^3 + 1}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ B) $\frac{x^2 + 1}{x - 1}$ C) $\frac{x^2 - x}{x + 1}$
 D) $\frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ E) $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$

6. $\frac{a^4 + a^2 + 1}{a^2 - a + 1}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^2 + a + 1$ B) $a^2 - 1$ C) $a + 1$
 D) $a^2 + a - 1$ E) $a^2 + 2a + 1$

karekök özel

köşetaşı

$(2x - y)^3$ ifadesinin açılımı nedir?

açıklamalı çözüm

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere $(a + b)^n$ ifadelerinin açılımına “Binom Açılımı” denir.

$(a + b)^5$ açılımını adım adım gerçekleştirelim.

1. adım: $(a + b)^5 = a^5b^0 + a^4b^1 + a^3b^2 + a^2b^3 + a^1b^4 + a^0b^5$

a nın üssü 5 ten başlayarak azaltılır, b nin üssü 0 dan başlayarak artırılır.

2. adım: Yandaki Pascal üçgeninde 5 in bulunduğu satırdaki sayılar sırasıyla katsayı olarak terimlerin başına yazılır.

$$(a + b)^5 = 1a^5b^0 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1a^0b^5$$

$$= a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

PASCAL ÜÇGENİ

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & \\ & & & 1 & & 1 & \\ & & 1 & & 2 & & 1 \\ & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\ 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\ 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 \end{array}$$

Her satır 1 ile başlar ve 1 ile biter. Her sayı üst satırda kendine en yakın iki sayının toplamıdır.

Pascal üçgeni olmadan da katsayılar bulunabilir: k . terimdeki katsayı ile a nın üssü çarpılıp k ya bölünürse, $(k + 1)$. terimin yani bir sonraki terimin katsayısı elde edilir. Buna göre,

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a - b)^4 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4 \quad (b \text{ nin tek kuvvetleri } (-) \text{ olacağından terimlerin işaretleri } (+, -, +, -) \text{ biçiminde olur.}$$

Köşetaşına bakılırsa, $(2x - y)^3 = (2x)^3 - 3(2x)^2y + 3(2x)y^2 - y^3 = 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$

1. $(x - 1)^3$ ifadesinin açılımı nedir?

- A) $x^3 + 2x^2 - x + 1$ B) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
C) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ D) $x^3 - 4x^2 + 4x - 1$
E) $x^3 + x^2 + x + 1$

2. $(x + 1)^4$ ifadesinin açılımı yapıldığında x^2 li terimin katsayısı kaç olur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $(2x - 3)^3$ ifadesinin açılımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x^3 - 6x^2 - 12x + 9$ B) $8x^3 - 16x^2 + 20x - 27$
C) $8x^3 - 9x^2 + 18 - 27$ D) $8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$
E) $27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$

4. $(x - y)^5$ ifadesinin açılımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x - 1$
B) $5x^5 - 6x^4 + 8x^3 - 6x^2 + 5x - 1$
C) $x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$
D) $x^5 - 5x^4y^4 + 10x^3y^3 - 10x^2y^2$
E) $5x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^2 - 5y^5$

5. $(3x - 1)^3$ ifadesinin açılımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ B) $27x^3 - 9x^2 + 3x - 1$
C) $27x^3 - 27x^2 + 9x - 1$ D) $9x^3 - 9x^2 - 3x + 1$
E) $3x^3 + 9x^2 + 3x + 1$

6. $(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})^3 + 3\sqrt[3]{18} - 3\sqrt[3]{12}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

köşetaşı

$x = 5$ ve $y = -3$ için

$x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Binom açılımları, açılım yöntemini bilmekten daha öte tanınmalıdır. Köşetaşında verilen ifadenin $(x + y)^4$ ün açılımı olduğu görülebilmeli. Açılıma ait terimler farklı yerlerde verilmiş olsa bile araya getirilebilmelidir. Bu, bir sonraki köşetaşında verilecektir.

$$x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 = (x + y)^4 = (5 - 3)^4 = 16$$

1. $x = \frac{7}{3}$ olduğuna göre,

$x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{27}$ B) $-\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{27}$

2. $x = 13$ ve $y = 11$ için

$x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 12 C) 16 D) 20 E) 22

3. $x = -\frac{1}{2}$ olduğuna göre,

$x^3 - 3x + 3\frac{1}{x} - \frac{1}{x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{27}{8}$ B) $-\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{27}{8}$ E) $\frac{8}{27}$

4. $x = \frac{5}{3}$ olduğuna göre,

$x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{8}{27}$ C) $\frac{81}{16}$ D) $\frac{81}{725}$ E) $\frac{16}{81}$

5. $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = 8$ olduğuna göre,

$\frac{x^2 - y^2 + x + y}{x - y + 1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 12

6. $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = 125$ olduğuna göre,

$\frac{x^2a + b - a - x^2b}{x^2 - 1} + 1$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

köşetaşı

$$x^3 + 3xy^2 = 17$$

$$y^3 + 3x^2y = 10 \quad \text{olduğuna göre, } x + y \text{ toplamı kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

Binom açılımları parça parça verildiğinde de bir araya getirilebilmektedir.

$$x^3 + 3xy^2 = 17$$

$$+ \quad y^3 + 3x^2y = 10$$

$$x^3 + 3xy^2 + y^3 + 3x^2y = 27$$

$$(x + y)^3 = 3^3$$

$$x + y = 3$$

1. $a^3 + 3ab^2 = 15$

$$b^3 + 3b^2a = -12$$

olduğuna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 3 E) 4

2. $x^3 + y^3 = 16$

$$x^2y + xy^2 = 16$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $2x^2 + 5xy - y^2 = 65$

$$x^2 + 3xy - 2y^2 = 16$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

4. $x^4 - 4x^3y + 3x^2y^2 = 11$

$$y^4 - 4xy^3 + 3x^2y^2 = 5$$

olduğuna göre, $x - y$ farkı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $x^3 - y^3 = 29$

$$x^2y - xy^2 = 10$$

olduğuna göre, $x - y$ farkı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

6. $x^3 + y^3 = 22$

$$xy(x + y) = 14$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

karekök özel

köşetaşı

$x = 2 + \sqrt[3]{5}$ olduğuna göre,

$(x - 1)^3 - 3(x - 1)^2 + 3(x - 1) - 5$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned}
 & (x - 1)^3 - 3(x - 1)^2 + 3(x - 1) - 5 \\
 &= [(x - 1) - 1]^3 - 4 \left(\begin{array}{l} \text{daha açık görebilmek} \\ \text{için } x - 1 \text{ yerine } a \text{ yazılabilir.} \end{array} \right) \\
 &= [x - 2]^3 - 4 \\
 &= \left[2 + \sqrt[3]{5} - 2 \right]^3 - 4 \\
 &= \left(\sqrt[3]{5} \right)^3 - 4 \\
 &= 5 - 4 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

SORU NASIL ZORLAŞTIRILIYOR?!

Köşetaşındaki ifade

$$\begin{aligned}
 & (x - 1)^3 - 3(x - 1)^2 + 3(x - 1) - 5 \\
 &= (x - 1)^3 - 3(x - 1)^2 + 3x - 3 - 5 \\
 &= (x - 1)^3 - 3(x - 1)^2 + 3x - 8
 \end{aligned}$$

biçiminde de verilebilir.

Bu durumda yukarıda yapılan işlemlerin tersi yapılır.

1. $x = \sqrt[3]{7} - 1$

olduğuna göre, $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 14 E) 21

2. $x = \sqrt[3]{4} - 1$

olduğuna göre, $x^3 + 3x^2 + 3x + 3$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

3. $x = \sqrt{3} - 5$

olduğuna göre, $x^2 + 10x + 29$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. $a = \sqrt[4]{10} - 1$

olduğuna göre, $a^4 + 4a^3 + 6a^2 + 4a - 1$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

5. $x = -\frac{11}{2}$

olduğuna göre, $(x + 5)^3 + 3(x + 5)^2 + 3(x + 5) + 1$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) $-\frac{27}{8}$

6. $\left(a - \frac{1}{a}\right)^3 - 3\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 3\left(a - \frac{1}{a}\right) = 9$

olduğuna göre, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 11

(İpucu : (14.26) ya bakınız)

köşetaşı

$x + \frac{1}{x} = 5$ olduğuna göre, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu sorulara değer soruları denebilir.

$$x + \frac{1}{x} = 5 \quad (\text{her iki tarafın karesi alınır.})$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5^2$$

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 25$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \Rightarrow$$

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

Bu özdeşliğe göre,

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$5^2 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$23 = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

1. $a + \frac{1}{a} = 7$

olduğuna göre, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ toplamı kaçtır?

- A) 45 B) 47 C) 49 D) 51 E) 65

2. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 4$

olduğuna göre, $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

3. $x + y = 5$

$$xy = 3$$

olduğuna göre, $x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 15 C) 17 D) 19 E) 21

4. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 16$

olduğuna göre, $x + \frac{1}{x}$ in pozitif değeri kaçtır?

- A) 2 B) $2\sqrt{3}$ C) 3 D) $3\sqrt{2}$ E) 4

5. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$

olduğuna göre, $x^4 + \frac{1}{x^4}$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

6. $xy = 2$

$$x + y = 4$$

olduğuna göre, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

karekök özel

köşetaşı

$3x - \frac{1}{3x} = 2$ olduğuna göre, $9x^2 + \frac{1}{9x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$3x - \frac{1}{3x} = 2$$

$$\left(3x - \frac{1}{3x}\right)^2 = 2^2 \quad (\text{Her iki tarafın karesi alınır.})$$

$$9x^2 - 2 + \frac{1}{9x^2} = 4$$

$$9x^2 + \frac{1}{9x^2} = 6$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \Rightarrow$$

$$(a - b)^2 + 2ab = a^2 + b^2$$

Bu özdeşliğe göre,

$$\left(3x - \frac{1}{3x}\right)^2 + 2 \cdot 3x \cdot \frac{1}{3x} = 9x^2 + \frac{1}{9x^2}$$

$$2^2 + 2 = 9x^2 + \frac{1}{9x^2}$$

$$6 = 9x^2 + \frac{1}{9x^2}$$

1. $x - \frac{1}{x} = 5$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 21 B) 23 C) 25 D) 27 E) 29

2. $\frac{m}{n} - \frac{n}{m} = 7$

olduğuna göre, $\frac{m^2}{n^2} + \frac{n^2}{m^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 43 B) 45 C) 47 D) 49 E) 51

3. $5x - \frac{1}{5x} = 4$

olduğuna göre, $25x^2 + \frac{1}{25x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

4. $3x - \frac{1}{x} = 6$

olduğuna göre, $9x^2 + \frac{1}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 32 B) 36 C) 38 D) 40 E) 42

5. $2x - \frac{1}{x} - 5 = 0$

olduğuna göre, $4x^2 + \frac{1}{x^2} + 5$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 29 B) 32 C) 34 D) 35 E) 37

6. $xy = 4$

$$x^2 - y^2 = 9$$

olduğuna göre, $x^4 + y^4$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 102 B) 105 C) 110 D) 113 E) 116

karekök özel

köşetaşı

$x - \frac{1}{x} = 4$ olduğuna göre, $x + \frac{1}{x}$ in pozitif değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$x - \frac{1}{x} = 4$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$$

$$x + \frac{1}{x} = ?$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = ?^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = ?^2$$

$$18 + 2 = ?^2$$

$$2\sqrt{5} = ?$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

$$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$$

Buna göre,

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2 + 4$$

$$x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{5}$$

1. $x + \frac{1}{x} = 5$
olduğuna göre, $x - \frac{1}{x}$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?
A) $4\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $\sqrt{23}$ D) $\sqrt{21}$ E) $\sqrt{17}$

2. $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = 8$
olduğuna göre, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?
A) $5\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{10}$ C) $2\sqrt{15}$
D) $2\sqrt{17}$ E) $2\sqrt{21}$

3. $3x - \frac{1}{x} = 9$
olduğuna göre, $3x + \frac{1}{x}$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?
A) $2\sqrt{13}$ B) $3\sqrt{10}$ C) $2\sqrt{23}$ D) $\sqrt{93}$ E) $\sqrt{97}$

4. $x^2 - \frac{1}{x^2} = 11$
olduğuna göre, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $5\sqrt{5}$ B) $6\sqrt{5}$ C) $6\sqrt{6}$
D) $5\sqrt{13}$ E) $3\sqrt{15}$

5. $x - y = 12$
 $x \cdot y = 10$
olduğuna göre, $x + y$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?
A) $2\sqrt{46}$ B) $2\sqrt{37}$ C) $3\sqrt{19}$ D) $\sqrt{83}$ E) $\sqrt{55}$

6. $2x + y = 8$
 $x \cdot y = 4$
olduğuna göre, $2x - y$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?
A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 8

karekök özel

köşetaşı

$x + \frac{1}{x} = 3$ olduğuna göre, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$x + \frac{1}{x} = 3 \quad (\text{her iki tarafın küpü alınır})$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 3^3$$

$$x^3 + 3x^2 \cdot \frac{1}{x} + 3x \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = 27$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 27$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot 3 = 27$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$$

HIZLI ÇÖZÜM İÇİN;

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3a^2b - 3ab^2$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 3^3 - 3 \cdot 3 \\ &= 18 \end{aligned}$$

1. $x + y = 5$

$xy = 2$

olduğuna göre, $x^3 + y^3$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 75 B) 80 C) 85 D) 90 E) 95

2. $\frac{m}{n} + \frac{n}{m} = 3$

olduğuna göre, $\frac{m^3}{n^3} + \frac{n^3}{m^3}$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 25

3. $2x + \frac{1}{x} = 4$

olduğuna göre, $8x^3 + \frac{1}{x^3}$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 32 B) 36 C) 38 D) 40 E) 48

4. $x + \frac{1}{3x} = 6$

olduğuna göre, $x^3 + \frac{1}{27x^3}$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 210 B) 212 C) 216 D) 224 E) 242

5. $x + \frac{1}{2x} = -3$

olduğuna göre, $x^3 + \frac{1}{8x^3}$ toplamının değeri kaçtır?

- A) $-\frac{37}{2}$ B) -6 C) $-\frac{45}{2}$ D) $\frac{27}{2}$ E) $\frac{32}{3}$

6. $2a + b = 6$

$4a^2 + b^2 = 56$

olduğuna göre, $8a^3 + b^3$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 106 B) 126 C) 232 D) 336 E) 396

(Sonraki köşetaşına bakınız.)

karekötök özel

köşetaşı

$$2a + b = 6$$

$4a^2 + b^2 = 48$ olduğuna göre, $8a^3 + b^3$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$2a + b = 6$$

$$(2a + b)^2 = 6^2$$

$$4a^2 + 4ab + b^2 = 36$$

$$4a^2 + b^2 - 36 = -4ab$$

$$48 - 36 = -4ab$$

$$-3 = ab$$

$$2a + b = 6$$

$$(2a + b)^3 = 6^3$$

$$8a^3 + 3(2a)^2b + 3(2a)b^2 + b^3 = 216$$

$$8a^3 + b^3 + 6ab(2a + b) = 216$$

$$8a^3 + b^3 + 6(-3) \cdot 6 = 216$$

$$8a^3 + b^3 = 324$$

Bu tip sorularda her defasında kuvvet almak yerine, bir aşama ileri-den başlayarak özdeşlik kullanmak hız kazandırır.

$$4a^2 + b^2 = (2a + b)^2 - 4ab$$

$$48 = 36 - 4ab$$

$$ab = -3 \text{ bulunur.}$$

$$8a^3 + b^3 = (2a + b)^3 - 3 \cdot 2ab(2a + b)$$

$$= 6^3 - 6 \cdot (-3) \cdot 6$$

$$= 324$$

1. $x + \frac{1}{x} = -3$

olduğuna göre, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -27 B) -24 C) -18 D) -15 E) -12

2. $x - 2y = 3$

$$x^2 + 4y^2 = 29$$

olduğuna göre, $x^3 + 8y^3$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

- A) 301 B) 271 C) 241 D) 189 E) 133

3. İki reel sayının toplamı 7, çarpımları 5 tir.

Bu iki reel sayının küpleri toplamı kaçtır?

- A) 216 B) 238 C) 328 D) 352 E) 357

4. $a + \frac{1}{2a} = 3$

olduğuna göre, $a^3 + \frac{1}{8a^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{45}{2}$ B) 24 C) $\frac{55}{2}$ D) 30 E) 32

5. $ab = 2$

$$4a^2 + b^2 = 8$$

olduğuna göre, $8a^3 + b^3$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

- A) 36 B) 40 C) 44 D) 45 E) 50

6. $\frac{2a}{b} + \frac{b}{2a} = 4$

olduğuna göre, $\frac{8a^3}{b^3} + \frac{b^3}{8a^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 36 B) 42 C) 48 D) 52 E) 56

karekök özel

köşetaşı

$\frac{m}{n} - \frac{n}{m} = 6$ olduğuna göre, $\frac{m^3}{n^3} - \frac{n^3}{m^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned}\frac{m}{n} - \frac{n}{m} &= 6 \\ \left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m} \right)^3 &= 6^3 \\ \frac{m^3}{n^3} - 3 \frac{m^2}{n^2} \frac{n}{m} + 3 \frac{m}{n} \frac{n^2}{m^2} - \frac{n^3}{m^3} &= 216 \\ \frac{m^3}{n^3} - \frac{n^3}{m^3} - 3 \left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m} \right) &= 216 \\ \frac{m^3}{n^3} - \frac{n^3}{m^3} - 3 \cdot 6 &= 216 \\ \frac{m^3}{n^3} - \frac{n^3}{m^3} &= 234\end{aligned}$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3a^2b - 3ab^2$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$$

Buna göre,

$$\begin{aligned}\frac{m^3}{n^3} - \frac{n^3}{m^3} &= \left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m} \right)^3 + 3 \frac{m}{n} \frac{n}{m} \left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m} \right) \\ &= 6^3 + 3 \cdot 6 \\ &= 234\end{aligned}$$

1. $x - \frac{1}{x} = -2$
olduğuna göre, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) -14 B) -16 C) -18 D) -22 E) -24

2. $a - b = 3$
 $ab = 5$
olduğuna göre, $a^3 - b^3$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 38 B) 40 C) 42 D) 54 E) 72

3. $x - \frac{1}{x} = -3$
olduğuna göre, $x^3 - \frac{1}{x^3} + 24$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) -24 B) -18 C) -12 D) -8 E) -2

4. $a - b = 4$
 $ab = 6$
olduğuna göre, $a^3 - b^3$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 108 B) 112 C) 121 D) 132 E) 136

5. $x - \frac{1}{x} = 2$
olduğuna göre, $x^3 + x^2 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 20 B) 24 C) 25 D) 27 E) 30

6. $2a = b + 5$
 $a.b = 3$
olduğuna göre, $8a^3 - b^3$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 70 B) 80 C) 180 D) 184 E) 215

karekök özel

köşetaşı

$5x - \frac{1}{5x} = 8$ olduğuna göre, $\frac{625x^4 + 1}{25x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\frac{625x^4 + 1}{25x^2} = \frac{625x^4}{25x^2} + \frac{1}{25x^2} = 25x^2 + \frac{1}{25x^2}$$

$$(1) \left(5x - \frac{1}{5x} \right)^2 + 2 \cdot 5x \cdot \frac{1}{5x} = 8^2 + 2 = 66$$

(1) den sonrası (14.26) teki gibi de çözülebilir.

1. $x + \frac{1}{x} = 3$

olduğuna göre, $\frac{x^4 + 1}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

2. $\frac{x^2 - 1}{x} = 3$

olduğuna göre, $\frac{x^4 + 1}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

3. $3x - \frac{1}{3x} = 2$

olduğuna göre, $\frac{81x^4 + 1}{9x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

4. $\frac{x^2 - 1}{x} = 5$

olduğuna göre, $\frac{x^6 - 1}{x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 115 B) 120 C) 132 D) 140 E) 144

5. $x + \frac{1}{x} = -2$

olduğuna göre, $\frac{x^6 + 1}{x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -12 B) -14 C) -16 D) -18 E) -21

6. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2\sqrt{3}$

olduğuna göre, $\frac{a^4 + b^4}{a^2b^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

karekök özel

köşetaşı

$$x^2 - 5x + 1 = 0$$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

(14.26) teki köşetaşının aynısıdır. $x + \frac{1}{x} = 5$ ifadesinde paydalar eşitlenip, içler dışlar çarpımı yapılırsa

$$\frac{x^2 + 1}{x} = 5 \Rightarrow x^2 + 1 = 5x \Rightarrow x^2 - 5x + 1 = 0$$

Bu işlemler tersten yapılırsa:

$$x^2 - 5x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 5x \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = \frac{5x}{x} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 5 \text{ elde edilir.}$$

(14.26) te çözüldüğü üzere

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 5^2 - 2 = 23$$

1. $x^2 - 3x + 1 = 0$

olduğuna göre, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 28

2. $x^2 + 4x + 1 = 0$

olduğuna göre, $\frac{x^4 + 1}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

3. $4x^2 - 6x + 1 = 0$

olduğuna göre, $4x^2 + \frac{1}{4x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

4. $x^2 - 4x = 1$

olduğuna göre, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 64 B) 68 C) 72 D) 76 E) 82

5. $x^2 + 1 = 6x$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 32 E) 34

6. $2x^2 = 6x + 1$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{1}{4x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

köşetaşı

$$a + b + c = 12$$

$$ab + ac + bc = 19$$

olduğuna göre, $a^2 + b^2 + c^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

özdeşliğinde değerler yerine yazılırsa,

$$12^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot 19$$

$$106 = a^2 + b^2 + c^2 \text{ olur.}$$

Aşağıdaki açılımlara bakalım:

$$(a + b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab - ac - bc)$$

$$(a - b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(-ab + ac - bc)$$

$$(a - b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(-ab - ac + bc)$$

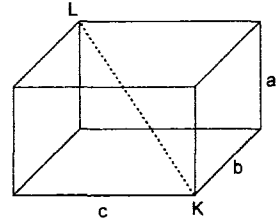
$$(a + b + c)^2 = (a + b + c)(a + b + c)$$

$$= a^2 + ab + ac + ba + b^2 + bc + ca + cb + c^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

GEOMETRİYLE İLİŞKİLENDİRELİM



[LK] cisim köşegenidir.

$$[LK]^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$\text{Alan} = 2(ab + ac + bc)$$

1. $x + y + z = 11$

$$xy + xz + yz = 15$$

olduğuna göre, $x^2 + y^2 + z^2$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 81 B) 84 C) 87 D) 91 E) 97

2. $x + y = 7 + z$

$$xz + yz - xy = -11$$

olduğuna göre, $x^2 + y^2 + z^2$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 27 B) 29 C) 33 D) 35 E) 39

3. Bir dikdörtgenler prizmasının cisim köşegeni 11 cm, üç farklı ayrıntının uzunlukları toplamı 17 cm olduğuna göre, alanı kaç cm^2 dir?

- A) 128 B) 160 C) 168 D) 176 E) 188

4. $a - b + c = 10$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 20$$

olduğuna göre, $ab - ac + bc$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -60 B) -40 C) -30 D) 20 E) 50

5. $x + y + z = 6$

$$xy + xz + yz = 11$$

olduğuna göre, $x^2 + y^2 + z^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

6. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 5$ ve $x + y + z = 6xyz$

olduğuna göre, $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 13 B) 23 C) 87 D) 113 E) 117

1. $a^4 - b^4$

ifadesinin çarpanlarına ayrılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(a - b)(a + b)$
 B) $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$
 C) $(a - b)(a^2 + b^2)$
 D) $(a - b)(a + b)(a^2 - b^2)$
 E) $ab(a - b)(a + b)$

2.
$$\frac{(x - y + 1)^2 - (x + y - 1)^2}{xy - x}$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4
 B) -4x
 C) -x
 D) x - y
 E) x - y + 4

3. $127^2 - 101^2 = 26x$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 176
 B) 187
 C) 198
 D) 217
 E) 228

4. $a = \sqrt{7} - \sqrt{5}$
 $b = \sqrt{7} + \sqrt{5}$

olduğuna göre, $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ farkı kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$
 B) 2
 C) $\sqrt{5}$
 D) $\sqrt{6}$
 E) $\sqrt{7}$

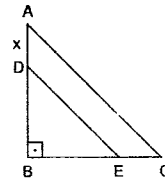
5. x ve y pozitif tamsayılarıdır.

$x^2 - y^2 = 29$

olduğuna göre, $2x - y$ kaçtır?

- A) 13
 B) 14
 C) 15
 D) 16
 E) 17

6.



ABC ve DBE

ikizkenar dik üçgenlerdir.

$|AB| + |EB| = 13 \text{ cm}$

Taratı alan 39 cm^2 olduğuna göre, $|AD| = x$ kaç cm dir?

- A) 2
 B) 3
 C) 4
 D) 5
 E) 6

7. Aşağıdakilerden hangisi

$x^6 - 1$

ifadesinin bir çarpanı değildir?

- A) $x - 1$
 B) $x + 1$
 C) x
 D) $x^2 - x + 1$
 E) $x^2 + x + 1$

8.

$$\left(\frac{x^2 + 4y^2}{x} + 2y \right) : \frac{x^3 - 8y^3}{x^2 - 4y^2} - \frac{2y}{x}$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x - y
 B) x + y
 C) -x
 D) y
 E) 1

9. $\frac{1923^3 + 1}{1923^2 - 1922}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 1920 B) 1921 C) 1922
D) 1923 E) 1924

10. $\frac{x^4 - 1}{x - 1} - x^3 - x^2 - x = y + 19$
olduğuna göre, y kaçtır?
A) -21 B) -18 C) -15 D) -12 E) 0

11. $x^2 - x + \frac{1}{4}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $(x - 1)^2$ B) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ C) $\left(x - \frac{1}{4}\right)^2$
D) $\left(\frac{x}{4} - 1\right)^2$ E) $\left(\frac{x}{4} - \frac{1}{2}\right)^2$

12. $2x^2 - 6xy = 50$
 $y^2 + xy = 24$
olduğuna göre, $|x - y|$ farkı kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

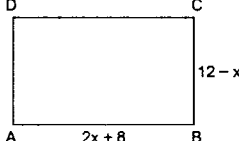
13. $\sqrt{1999 \cdot 2007 + 16}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 1999 B) 2001 C) 2003
D) 4006 E) 4013

14. $\frac{x^2 - y^2 + 2y - 1}{x^2 - y^2 - x + y}$
ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{x+y-1}{x+y}$ B) $\frac{x-y+1}{x-y}$ C) $\frac{x-y}{x+y-1}$
D) $\frac{x-y+2}{x-y}$ E) $\frac{x+y+2}{x+y}$

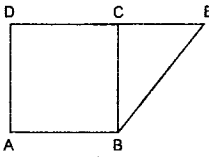
15. $x^2 + y^2 + z^2 = 4x + 6y - 8z - 29$
olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

16. $x, y, z \in \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $A = x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 37$ sayısının en küçük değeri kaçtır?
A) 21 B) 23 C) 25 D) 27 E) 29

17. $x, y \in \mathbb{R}$
 $y = 3x^2 - x + 1$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?
A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{11}{12}$

18. 
ABCD dikdörtgeninde
 $|AB| = (2x + 8)$ cm
 $|BC| = (12 - x)$ cm
Yukarıda verilenlere göre, ABCD nin alanı en çok kaç cm^2 dir?
A) 84 B) 92 C) 96 D) 108 E) 128

19.



ABCD kare

D, C, E doğrusal

 $|BE| = \sqrt{89} \text{ cm}$ $A(BCE) = 20 \text{ cm}^2$

Yukarıda verilenlere göre, IDEI uzunluğu kaç cm dir?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

20. $x \neq -1$ $x^3 + 1 = 0$ olduğuna göre, $x^4 - 3x^2 + 4x + 7$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

21.

$$\frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 - x + 1} = 7$$

olduğuna göre, $x^2 + x$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

22. $(a - 2b)^3$

ifadesinin açılımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 6b^3$
 B) $a^3 - 12a^2b + 18ab^2 - 8b^3$
 C) $a^3 - 12a^2b + 12ab^2 - 8b^3$
 D) $a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$
 E) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

23.

$$x = 1001$$

$$y = 999$$

olduğuna göre, $x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 16
 D) 81 E) 2000

24.

$$x^3 + y^3 = 47$$

$$x^2y + xy^2 = 26$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

25. $a = 2 - \sqrt[3]{7}$ olduğuna göre, $(a - 1)^3 - 3(a - 1)^2 + 3(a - 1) + 11$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) 4 D) 5 E) 7

26. $a + \frac{1}{a} = 7$ olduğuna göre, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 47 B) 49 C) 51 D) 53 E) 55

27. $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = 3$

olduğuna göre, $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

28. $x + \frac{1}{x} = 5$ olduğuna göre,

$x - \frac{1}{x}$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{19}$ B) $\sqrt{21}$ C) $\sqrt{23}$ D) $\sqrt{25}$ E) $\sqrt{29}$

29. $x + \frac{1}{5x} = 3$

olduğuna göre, $x^3 + \frac{1}{125x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 17 B) 20 C) $\frac{111}{5}$ D) $\frac{126}{5}$ E) $\frac{137}{25}$

30. $a + b = 7$

$a^2 + b^2 = 25$

olduğuna göre, $a^3 + b^3$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 91 B) 93 C) 97 D) 102 E) 103

31. $3x - \frac{1}{2x} = 6$

olduğuna göre, $27x^3 - \frac{1}{8x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 214 B) 231 C) 243 D) 261 E) 275

32. $2x - \frac{1}{2x} = 4$

olduğuna göre, $\frac{16x^4 + 1}{4x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

33. $a^2 - 3a + 1 = 0$

olduğuna göre, $\frac{a^4 + 1}{a^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

34. $a + b = 8 + c$

$ac + bc - ab = -13$

olduğuna göre, $a^2 + b^2 + c^2$ toplamı kaçtır?

- A) 34 B) 36 C) 38 D) 40 E) 42

1. $\frac{4-x^2}{2x^2+4x} : \left(1-\frac{2}{x}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) -1 D) 1 E) $\frac{x}{2}$

2. $x^3 - 8y^3 = 15$

$x^2y - 2xy^2 = -2$

olduğuna göre, $x - 2y$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 3 E) 5

3. $x - \frac{1}{x} = 5$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ nin değeri kaçtır?

- A) 19 B) 21 C) 23 D) 25 E) 27

4. $x = 2009$

$y = 2005$

olduğuna göre, $(x+y)^2 - 4xy$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 6023 B) 4014 C) 2000 D) 24 E) 16

5. x ve y doğal sayılardır.

$x^2 - 9y^2 = 31$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 17 C) 18 D) 19 E) 21

6. $3^{a-b} = x$

$x^{a+b} = 81$

olduğuna göre, $a^2 - b^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $\frac{a^2 - b^2 + 2b - 1}{a^2 - b^2 - a + b}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a-b+1}{a-b}$ B) $\frac{a-1}{a+b}$ C) $\frac{a+b-1}{a+b}$
D) $\frac{1}{a-b}$ E) $\frac{a+b}{a-b}$

8. $a^4 + a^2b^2 + b^4$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^2 + b^2 - 1$ B) $a^2 + b^2 - ab$
C) $a + b + ab$ D) $a^2 + b^2 + a$
E) $a^2 - b^2 + ab$

9. $x > 0$ ve $y > 0$ olmak üzere;

$x^2 + y^2 = 25$

$x = \frac{12}{y}$

olduğuna göre, $x + y$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

10. $x - y = 5$

$xy = 7$

olduğuna göre, $x^3 - y^3$ farkının değeri kaçtır?

- A) 225 B) 230 C) 225 D) 220 E) 215

11. $\sqrt{a^2 - 2ab + b^2} + a^2 + 4a + 4 = 0$
olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?
A) -8 B) -4 C) 4 D) 8 E) 12

12. $A = x^2 + y^2 - 6x + 8y + 69$
sayısının alabileceği en küçük değer kaçtır?
A) 32 B) 36 C) 39 D) 42 E) 44

13. $x = \frac{1}{2}$ ve $y = \frac{1}{3}$ olduğuna göre,
 $\frac{x^3 - y^3}{x + y} : \frac{x^2 + xy + y^2}{12x + 12y}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

14. $(a + bc)^2 + (b - ac)^2$
ifadesinin bir çarpanı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $a^2 + 1$ B) $b^2 + 2$ C) $c^2 + 1$
D) $a^2 + c^2$ E) $b^2 + c^2$

15. $a + 1 = m$
 $a^2 - a + 1 = n$
olduğuna göre, $a^3 - mn + 7$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

16. $x - y = 5$ olduğuna göre,

$\left(\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x}\right) : \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 1\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 3 B) 5 C) 8 D) 25 E) 125

17. $x = \frac{5}{2}$ olduğuna göre,
 $(x - 1)^3 - 3(x - 1)^2 + 3(x - 1) + 3$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{25}{4}$ C) $\frac{27}{5}$ D) $\frac{33}{8}$ E) $\frac{35}{3}$

18. $\left[\frac{a^2 + a - 6}{a^2 - a + 1} : \frac{2a^2 - 4a}{a^4 + a}\right] : \frac{a^2 + 4a + 3}{a}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $a + 1$ B) $\frac{2}{a}$ C) $\frac{a}{2}$ D) $a + 2$ E) $2a$

19. $\frac{x^2 + \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x} - 1}$
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x - 1$ B) $x + 1$ C) x D) 1 E) $-x$

20. $x + \frac{1}{x+1} = 5$ olduğuna göre,
 $(x + 1)^2 + \frac{1}{(x + 1)^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 25 B) 27 C) 30 D) 32 E) 34

1. $x = 5 - \sqrt{3}$
 $y = 5 + \sqrt{3}$
 olduğuna göre, $x^2 - y^2$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) $-50\sqrt{3}$ B) $-25\sqrt{3}$ C) $-20\sqrt{3}$
 D) $25\sqrt{3}$ E) $50\sqrt{3}$

2. $\left(2 - \frac{x^3 + 1}{x^3}\right) : \frac{x^2 + x + 1}{x^3} + 1$
 ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $-x$ B) -1 C) 1 D) x E) $x + 1$

3. $A = x^2 - 8x + 33$
 ifadesinin en küçük değeri kaçtır?
 A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

4. $x + \frac{1}{x} = 5$
 olduğuna göre, $x^3 + \frac{1}{x^3} - 5$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 100 B) 105 C) 110 D) 115 E) 120

5. $\frac{\frac{9}{x} - x}{1 + \frac{3}{x}}$
 ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $x + 1$ B) $x - 1$ C) $3 - x$ D) $2 + x$ E) $x - 9$

6. $a + b = 2\sqrt{2}$
 $b + c = \sqrt{2}$
 $a \cdot c = 5$
 olduğuna göre, $a^2 + c^2$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

7. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = -2$
 olduğuna göre, $a^5 + b^5$ toplamının değeri kaçtır?
 A) -32 B) -16 C) 0 D) 8 E) 16

8. $x^4 + x^2 + 25$
 ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $x^2 + 3x + 1$ B) $x^2 - 3x + 5$
 C) $x^2 + 3x - 5$ D) $x^2 - 5x + 1$
 E) $x^2 + 5x + 3$

9. $\frac{2005^3 + 1}{2005^2 - 2004}$
 işleminin sonucu kaçtır?
 A) 2003 B) 2004 C) 2005
 D) 2006 E) 2007

10. $(x + 2)^2 + y^2 + 9 = 6y$
 eşitliğini sağlayan x ve y değerlerinin çarpımı kaçtır?
 A) -6 B) -4 C) -3 D) 3 E) 12

11. $\frac{2007^2 - 2003^2}{2006^2 - 2004^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

12. $a - b = b - c = 4$ olduğuna göre,

$a^2 + c^2 - 2b^2$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 8 B) 16 C) 25 D) 28 E) 32

13. $a = 1007$

$b = 999$

olduğuna göre, $(a + b)^2 - 4ab$ kaçtır?

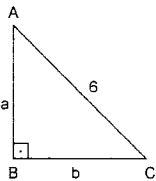
- A) 16 B) 36 C) 49 D) 56 E) 64

14. $A = 2^8 - 1$

sayısının kaç tane pozitif tamsayı böleni vardır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 18

15.



ABC dik üçgen

$|AB| = a$ birim

$|BC| = b$ birim

$|AC| = 6$ birim

Yukarıda verilenlere göre, $\frac{a^4 - b^4 - a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 19 B) 25 C) 28 D) 35 E) 37

16. $x, y \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 3$$

$$x - y = 12$$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) 37 B) 49 C) 51 D) 54 E) 63

17. $x = 1001$

olduğuna göre, 1003.999 çarpımının x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + 2$ B) $(x - 2)^2$ C) $x^2 - 4$
D) $x^2 + 4$ E) $x^2 - 16$

18. $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = 3$

olduğuna göre, $x + \frac{1}{x}$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

19. $\frac{x^6 + 1}{x^3} = 5$

olduğuna göre, $x^6 + \frac{1}{x^6}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 23 B) 26 C) 29 D) 32 E) 37

20. $x^2 - 3x - 1 = 0$

olduğuna göre, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ farkının değeri kaçtır?

- A) 24 B) 27 C) 32 D) 36 E) 45

1. $a - \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$ olduğuna göre,

$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2$ nin değeri nedir?

- A) 4 B) 9 C) 16 D) 25 E) 36

(ÖYS 1981)

2. $\frac{a^2 - ab + b^2}{b^2 - a^2} \cdot \frac{(a^2 + ab)^3}{a^5 + a^2b^3}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a}{a-b}$ B) $\frac{a+b}{a(b-a)}$ C) $\frac{a(a+b)^2}{b-a}$
D) $\frac{a+b}{a}$ E) $\frac{a(a+b)}{b-a}$

(ÖYS 1981)

3. $120^2 - 117^2 = 3p$

olduğuna göre, p kaçtır?

- A) 79 B) 119 C) 237

D) $\frac{40^2 + 39^2}{3}$ E) 402 + 392

(ÖYS 1982)

4. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

özdeşliğinden yararlanarak 5780x5774 çarpımı nasıl ifade edilebilir?

- A) $(5775)^2 - 5^2$ B) $(5776)^2 - 4^2$
C) $(5779)^2 - 1$ D) $(5778)^2 - 2^2$

E) $(5777)^2 - 3^2$

(ÖSS 1983)

5. x, y, z pozitif sayılar olmak koşuluyla,

$\frac{x}{y} = \frac{y}{z}$

$x^2 + xz + 2xy = 1$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{4}{3}$

(ÖSS 1983)

6. $\frac{a^3b - ab^3}{a^3b + 2a^2b^2 + ab^3}$

ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a+b}{a-b}$ B) $\frac{a-b}{a+b}$ C) $\frac{ab}{a+b}$
D) $\frac{ab}{a-b}$ E) $ab(a-b)$

(ÖYS 1984)

7. $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1} - 2$

ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) $\frac{-2}{x^2+1}$ C) $\frac{4x^2-2}{x^2+1}$
D) $\frac{2}{x^2-1}$ E) $\frac{4}{x^2-1}$

(ÖSS 1985)

8. $\frac{3x^3y - 18x^2y + 27xy}{6x^2y^2 - 54y^2}$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2y(x+3)}{(x-3)}$ B) $\frac{x(x+3)}{y(x-3)}$ C) $\frac{y(x+3)}{2x(x-3)}$
D) $\frac{x(x-3)}{2y(x+3)}$ E) $\frac{x(x-3)}{2y}$

(ÖYS 1985)

9. $\frac{2ab\left(\frac{1}{4a^2} - \frac{9}{b^2}\right)}{b+6a}$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{b+6a}{a}$ B) $\frac{b-6a}{a^2b^2}$ C) $\frac{b+6a}{a^2b^2}$ D) $\frac{b-6a}{2ab}$ E) $\frac{1}{2ab}$

(ÖSS 1986)

10. $\frac{1}{x} + \frac{2}{x-1} - \frac{3x+1}{x^2-1}$

işleminin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{-2}{x^2-1}$ B) $\frac{1}{x-1}$ C) $\frac{2}{x+1}$
D) $\frac{1}{x^2-1}$ E) $\frac{1}{x(x+1)}$

(ÖSS 1986)

11. $t^2 = t + 1$

olduğuna göre, t^5 sayısının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3t$ B) $3t + 2$ C) $3t - 3$
D) $3t - 2$ E) $5t + 3$
(ÖYS 1986)

12. $(a + b - c)^2 - (a - b + c)^2$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2a(c - a)$ B) $4b(c - a)$ C) $4c(a - b)$
D) $4a(b - c)$ E) $2c(a - b)$
(ÖSS 1987)

13. $\frac{3ax^2 - 6a^2x}{2ax^3 - 8a^3x}$

ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3}{2(x + 2a)}$ B) $\frac{3x}{2a}$ C) $\frac{3}{4(x - 2a)}$
D) $\frac{x - 2a}{x - a}$ E) $\frac{3x}{x - 2a}$
(ÖSS 1987)

14. $\frac{x^2 - 1}{x - 1} - \frac{x^2 + 1}{x + 1}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2x}{x + 1}$ B) $\frac{2x + 1}{x + 1}$ C) $\frac{2x - 1}{x + 1}$
D) $\frac{2x^2}{x^2 - 1}$ E) $\frac{2x}{x^2 - 1}$
(ÖYS 1987)

15. $\frac{8a^2 - 2b^2}{8a^2 - 8ab + 2b^2}$

ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - 2b$ B) $8ab$ C) $\frac{2a + b}{2a - b}$
D) $\frac{a + 2b}{a - 2b}$ E) $\frac{a + b}{a - b}$
(ÖSS 1989)

16. $a = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$, $b = x - \frac{1}{x}$

olduğuna göre, $\frac{a^2y - b^2y}{a - b} + 1$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $xy - 1$ B) $1 + xy$ C) $1 - xy$ D) xy E) $-xy$
(ÖSS 1991)

17. x, y birer gerçel sayı ve

$$3xy^2 + x^3 = 9$$

$$3x^2y + y^3 = 18$$

olduğuna göre, $x + y$ kaçtır?

- A) $\sqrt[3]{9}$ B) $\sqrt[3]{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) 3 E) 1
(ÖSS 1991)

18. $x = 4$

$$y = 2$$

olduğuna göre, $x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 16 B) 32 C) 64 D) 128 E) 256
(ÖSS 1991)

19. $x^2 - y^2 = 27$

$$\frac{1}{x + y} + \frac{1}{x - y} = \frac{4}{9}$$

olduğuna göre, y aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8
(ÖYS 1991)

20. $a, b \in \mathbb{N}$ ve

$$a^2 - b^2 = 11$$

olduğuna göre, $a^2 + b^2$ toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 21 C) 25 D) 36 E) 61
(ÖSS 1992)

21. $\frac{a}{a + 1} - \frac{1 - a}{a^2 - 1}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
(ÖSS 1993)

22. $a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$
olduğuna göre, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$ nin değeri kaçtır?
A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12
(ÖYS 1993)

23. Ardışık iki pozitif tek sayının kareleri farkı 120 dir.
Bu sayılardan küçük olanı kaçtır?
A) 19 B) 21 C) 27 D) 29 E) 31
(ÖYS 1993)

24. $\frac{(298^2 - 98^2) - 200 \cdot 392}{2a} = 16$
olduğuna göre, **a** kaçtır?
A) 5 B) 15 C) 25 D) 35 E) 45
(ÖSS 1994)

25. $a = \sqrt{6} + 1$
 $b = \sqrt{6} - 1$
olduğuna göre, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ toplamı nedir?
A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{14}{5}$ E) $\frac{29}{7}$
(ÖSS 1994)

26. $\frac{9x^2 - 6x + 1}{9} = (x + a)^2$
olduğuna göre, **a** aşağıdakilerden hangisidir?
A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{5}$
(ÖYS 1994)

27. $a = 1 + b$ olduğuna göre,
 $\frac{a^2 - b^2}{(a - b)^3}$ ün **b** türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $1 - b$ B) $1 + 2b$ C) $\frac{1}{1 + 2b}$ D) b E) $-b$
(ÖSS 1996)

28. $3^{\frac{1}{4}} + 1 = a$ olduğuna göre,

$$\frac{\left(3^{\frac{1}{8}} - 1\right) \cdot \left(3^{\frac{1}{8}} + 1\right)}{\left(3^{\frac{1}{2}} - 1\right)}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a^2 B) $3a$ C) a D) $\frac{1}{a}$ E) $\frac{1}{a^2}$
(ÖSS 1996)

29. $x = \frac{10}{3}$ olduğuna göre,
 $(x - 5)^3 + 3(x - 5)^2 + 3(x - 5) + 1$
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{27}{4}$ C) $\frac{27}{2}$ D) $-\frac{4}{27}$ E) $-\frac{8}{27}$
(ÖYS 1996)

30. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$
 $a^2 + b^2 = 24$
olduğuna göre, **a.b** çarpımı aşağıdakilerden hangisi olabilir?
A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14
(ÖSS 1997)

31. $\frac{a^3 + b^3}{(a - b)^2 + ab}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $a^2 + b^2$ B) $a^2 - b^2$ C) $a + b$
D) $a - b$ E) $-a + b$
(ÖSS 1998)

32. $3x + \frac{1}{3x} = 10$
olduğuna göre, $\frac{81x^4 + 1}{9x^2}$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 95 B) 96 C) 97 D) 98 E) 99
(ÖYS 1998)

33. $a - b = b - c = 5$
olduğuna göre, $a^2 + c^2 - 2b^2$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 50 B) 45 C) 40 D) 35 E) 30
(ÖYS 1998)

34. Kareleri farkı 6 olan a ve b sayılarının her birinden 2 çıkarılırsa, yeni sayıların kareleri farkı 18 olmaktadır.
Buna göre, a + b toplamı kaçtır?
A) -6 B) -3 C) -2 D) 3 E) 6
(ÖSS 1999)

35. a, b gerçel (reel) sayılar ve
 $A = -a^2 + 8a + 1$
 $B = b^2 + 18b + 5$
olduğuna göre, A'nın en büyük sayı değeri ile B'nin en küçük sayı değeri toplamı kaçtır?
A) -59 B) -50 C) 60 D) 70 E) 80
(ÖSS 1999)

36. $\left(\frac{x}{1 + \frac{x}{y}} - \frac{y}{1 - \frac{y}{x}} \right) \cdot \frac{x^2 - y^2}{x \cdot y}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) xy B) 2x C) 2y D) -2x E) -2y
(ÖSS 1999)

37. $\frac{a + a^{-2}}{1 - a^{-1} + a^{-2}}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) 2a B) a + 1 C) a - 1
D) $a^2 - 1$ E) $a^2 + 1$
(ÖSS 1999)

38. a pozitif bir gerçel (reel) sayı olmak üzere, kenarları a cm ve $(8 - 2a)$ cm olan dikdörtgenin alanı en çok kaç cm^2 olur?
A) 64 B) 32 C) 24 D) 16 E) 8
(ÖSS 1999)

39. $a + b = 1$
 $a^3 + b^3 = \frac{7}{16}$
olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?
A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{1}{8}$ D) 1 E) 2
(ÖSS 2001)

40. $x > 0$, $a = 2^x$ olduğuna göre,
 $\frac{4^{x+1} - 4}{2^{x+1} - 2}$
ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2(a + 1)$ B) $2a + 3$ C) $3(a - 2)$
D) $3a - 2$ E) $3(a + 2)$
(ÖSS 2001)

41. $\frac{(x^2 - y^2)(x^2 + xy + y^2)}{(x^3 - y^3)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) xy B) x + y C) x - y
D) $\frac{x-y}{x+y}$ E) $\frac{x+y}{x-y}$
(ÖSS 2003)

42. $\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{9}\right) = 1 - \frac{1}{3^k}$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(ÖSS 2004)

43.
$$\frac{x^6 - 1}{\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1\right)}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) x C) x^2 D) x^3 E) x^6

(ÖSS 2004)

44. $x < 0 < y$ olmak üzere,

$$\frac{x^2 + 2|xy| + y^2}{|y - x|}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + y$ B) $x - y$ C) $-x + y$ D) $-x - y$ E) xy

(ÖSS 2004)

45.
$$\frac{2^{3x} + 2^{-3x}}{2^{2x} + 2^{-2x} - 1} : \frac{2^x + 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2^x C) 2^{-x}
D) $2^x - 2^{-x}$ E) $2^x + 2^{-x}$

(ÖSS 2005)

46. n pozitif bir tamsayı olmak üzere,

$$x_{\overline{n}} = x + x^2 + x^3 + \dots + x^n$$

$$x_{\overline{n}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots + \frac{1}{x^n}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $\frac{x_{\overline{10}}}{x_{\overline{10}}}$ bölümü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) x^{11} B) x^{10} C) $x^{11} - x^{10}$

- D) $\frac{1}{x^{11}}$ E) $\frac{1}{x^{10}}$

(ÖSS 2005)

BÖLÜM 31

Polinomlar

KÖŞETAŞI AMAÇLAR

1. Reel katsayılı polinomları tanıyabilme
2. Bir fonksiyonu polinom yapan üs değerlerini bulabilme
3. Polinomların özdeşliğini kullanabilme
4. Polinom özdeşliği yardımıyla; bir kesri, basit kesirlerine ayırabilme
5. Polinomlarda toplama, çıkarma, çarpma işlemlerini yapabilme
6. Polinomlarda bölme işlemini yapabilme
7. Polinomlarda Horner yöntemi (sentetik metot) ile bölme yapabilme
8. Polinomlarda derece işlemlerini yapabilme
9. Bir özdeşlikte değişkenin yerine her reel sayının yazılabileceğini fark etme
10. $P(x)$ polinomunun $x - k$ ile bölümünden kalanı bulma
11. $P(ax + b)$ polinomunun $x - k$ ile bölümünden kalanı bulma
12. $P(ax + b)$ polinomu verildiğinde $P(x)$ in $x - k$ ile bölümünden kalanı bulma
13. $P(ax + b)$ polinomu verildiğinde $P(mx + n)$ nin $x - k$ ile bölümünden kalanı bulma
14. $P(ax + b)$ polinomunun $x - k$ ile bölümünden kalanının $P(ak + b)$ olduğunu yazabilme
15. 10 – 14 amaçları içeren soruları çözebilme
16. Bir polinomun katsayılar toplamını ve sabit terimini bulabilme
17. Bir polinomun çift kuvvetli veya tek kuvvetli terimlerinin katsayılar toplamını bulma
18. $P(x)$ in $x^n - k$ ile bölümünden kalanı bulabilme
19. $P(x)$ in $x^n + ax + b$ ile bölümünden kalanı bulabilme
20. $P(x)$ in $x^n + ax + b$ ile bölümünden kalanı bulabilme
21. $P(x)$ in $(x - a)(x - b)$ ile bölümünden kalanı bulabilme
22. $P(x)$ in $(x - a)(x - b)$ ile bölümünden kalan biliniyorsa, $(x - a)$ ile bölümünden kalanı bulma

-
23. $P(x)$ in $(x - a)$ ve $(x - b)$ ile bölümünden kalanlar biliniyorsa, $(x - a).(x - b)$ ile bölümünden kalanı bulabilme
 24. $P(x)$ polinomu $(x - a)^n$ ye tam bölünüyorsa, türev yardımıyla bilinmeyen katsayıları bulabilme
 25. $P(x)$ polinomu $(x - a)^n$ ye tam bölünüyorsa, Horner yöntemiyle bilinmeyen katsayıları bulabilme
 26. $(x - a).P(x) = (x - a).Q(x)$ biçiminde verilen polinomlarda $P(a)$ yı bulabilme
 27. Özdeşlikler yardımıyla polinomlarda değer bulabilme
 28. Bir polinomun derecesini tespit edebilme ve bu dereceye ait polinomun genel ifadesini yazarak özdeşlik sorularını çözebilme
 29. n . dereceden polinomun bir çarpanı verildiğinde diğer çarpanı genel ifadesiyle yazabilme
 30. “A sayısı n ye tam bölünüyorsa, n yi bölen sayılara da tam bölünür.” teoreminin polinomlarda uygulamasını yapabilme

köşetaşı

I. $P(x) = 3x^2 - 5x + 1$

II. $Q(x) = 7$

III. $R(x) = \sqrt{x} + 5$

IV. $K(x) = 3x^2 - \frac{1}{x} + 2$

V. $T(x) = \sqrt{2}x^4 + \frac{1}{2}x - 4$

Yukarıdakilerden kaç tanesi polinomdur?

açıklamalı çözüm

 $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0$ birer reel sayı ve n bir doğal sayı olmak üzere,

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

biçiminde reel sayılarda tanımlanmış fonksiyonlara reel katsayılı POLİNOM denir. Kısaca; $P(x)$ fonksiyonunda x in üssü doğal sayı ise polinomdur. Fonksiyonlara ait tüm özellik ve işlemler polinomlar üzerinde de geçerlidir. $P(x)$ polinomunun:

terimleri : $a_n x^n, a_{n-1} x^{n-1}, \dots, a_2 x^2, a_1 x, a_0$

katsayıları : $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0$

baş katsayısı; a_n

sabit terimi : a_0

derecesi : n ($d[P(x)] = \text{der}P(x) = n$)

dir. Köşetaşında polinom olanlar sorulmuştur. Bunun için x lerin üslerinin doğal sayı olup olmadığını kontrol etmek yeterlidir. $R(x)$ ve $K(x)$ polinom değildir, Çünkü $R(x) = x^{1/2} + 5$ olup x in üzeri doğal sayı değildir. $K(x) = 3x^2 - x^{-1} + 2$ olup yine x in üzeri doğal sayı değildir.

Bundan dolayı yukarıdakilerin üçü polinomdur.

$$T(x) = \sqrt{2}x^4 + \frac{1}{2}x - 4$$

polinomunun;

baş katsayısı = $\sqrt{2}$

sabit terimi = -4

derecesi = 4

terim sayısı = 3

1. I. $P(x) = \sqrt{2}$ II. $Q(x) = 0$ III. $R(x) = \sqrt{x}$

IV. $F(x) = \sqrt{3}x^3$ V. $H(x) = \frac{1}{x^2}$

Yukarıdakilerden kaç tanesi polinomdur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $P(x) = \sqrt{3}x^7 - 2\sqrt{x^3} + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x} + 4$

fonksiyonunun terimlerinden kaç tanesi bir polinoma ait olabilir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $P(x) = \sqrt{5}x^4 + \frac{x^3}{\sqrt{2}-1} - \frac{2x}{\sqrt{2}} + 1$

polinomunun tek dereceli terimlerinin katsayıları toplamı kaçtır?

A) -2 B) $\sqrt{2}$ C) 0 D) 1 E) $\sqrt{2}$

4. $P(x) = (n-1)x^5 - (k+2)\sqrt{x} - 5$

fonksiyonu sabit polinom olduğuna göre, $n + k$ toplamı kaçtır? (ipucu : sabit polinom = sabit fonksiyon)

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $P(x) = \frac{1}{\sqrt{2}+1}x - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

polinomunun katsayıları toplamı kaçtır?

A) -2 B) $-\sqrt{2}$ C) -1 D) $\sqrt{2}$ E) 2

6. $P(x) = \sqrt{2}x^2 - 5x + 3$

polinomunun baş katsayısının 4. kuvveti, sabit teriminden kaç fazladır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök özel

köşetaşı

$$P(x) = x^8 - x^{\frac{12}{m-1}} + 3x^{m-4} - 2x + m$$

ifadesi bir polinom olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu ifadenin polinom olması için x in üssünün doğal sayı olması gerekir. Buna göre;

$$\frac{12}{m-1} \text{ ve } m-4 \text{ birer doğal sayı olmalıdır.}$$

I) $\frac{12}{m-1}$ in bir doğal sayı olması için $m-1$ in 12 yi tam bölmesi gerekir. Buna göre, $m-1$ ifadesi 1, 2, 3, 4, 6, 12 olabilir. Buradan da m nin 2, 3, 4, 5, 7, 13 olabileceği sonucuna varılır.

II) $m-4$ ün bir doğal sayı olması için de m nin 4 ve 4 ten büyük bir doğal sayı olması gerekir.

I. ve II. den elde edilen m değerlerinin kesişimi 4, 5, 7 ve 13 olacaktır.

Cevap : $4 + 5 + 7 + 13 = 29$ dur.

1. $P(x) = (n-5)x^{12} + 3x^{\frac{9}{n-4}} - 4x + 5$
polinomu 12. dereceden bir polinom olduğuna göre, n tamsayısının alabileceği değerler toplamı kaçtır?
A) -10 B) -7 C) -4 D) -2 E) -1

2. $P(x) = (x^5 - 1)^{\frac{n}{2}} \cdot (x^3 + 2)^{3n-2}$
polinomunun derecesi en az kaç olabilir?
A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

3. $P(x) = x^{\frac{2n+12}{n-2}} + 2x^{n-3} + 5$
polinomunun derecesi en fazla kaç olabilir?
A) 13 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20
(Bkz. köşetaşı (2.30))

4. $P(x) = 2x^{\frac{3}{n}} + (n+2)x^{n-1} + 4$
polinomu ikinci dereceden bir polinom olduğuna göre, $P(2)$ kaçtır?
A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 28

5. $P(x) = x^7 - x^{\frac{6}{m}} + x^{m-2} + 3$
fonksiyonu bir polinom olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?
A) 8 B) 11 C) 12 D) 13 E) 15

6. $P(x) = x^{\frac{2m-24}{m}}$
polinom olduğuna göre, m nin alabileceği kaç farklı değer vardır?
A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14
(Cevap anahtarı doğru)

karekök özel

köşetaşı

$$(m+1)x^3 - (n+4)x^2 - 2p + 6 \equiv 2x^3 + 8$$

olduğuna göre, $m + n + p$ toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

İki polinomun özdeş olabilmesi için eşit dereceli terimlerin katsayıları birbirine eşit olmalıdır. Yukarıdaki özdeşlikte soldaki polinomun x^3 lü teriminin katsayısı $m + 1$ olup, sağdaki polinomun x^3 lü teriminin katsayısı olan 2 ye eşit olmalıdır. Buna göre, $m + 1 = 2 \Rightarrow m = 1$ dir.

Aynı şekilde; soldaki polinomun x^2 li teriminin katsayısı $-(n+4)$ olup, sağdaki polinomun x^2 li teriminin katsayısı olan sıfıra eşitlenir. Buna göre, $-(n+4) = 0 \Rightarrow n = -4$ tür. Sağdaki polinomda görünüşte x^2 li terim yoktur. Bu durumda katsayısının sıfır olduğu düşünülmelidir.

Soldaki polinomun sabit terimi $-2p + 6$ olup, sağdakinin sabit terimi olan 8 e eşitlenirse $p = -1$ bulunur.

$$m + n + p = 1 - 4 - 1 = -4 \text{ tür.}$$

BİR SORU DAHA

$mx^2 - 2x^2 + (n-2)x = 5x^2 + 3x$ olduğuna göre, $m + n$ kaçtır?

$$m - 2 = 5 \Rightarrow m = 7$$

$$n - 2 = 3 \Rightarrow n = 5$$

$$m + n = 12 \text{ dir.}$$

SABİT POLİNOM

Derecesi sıfır olan polinomdur.

Soru : $P(x) = (m-2)x^2 - nx + 4x - m + n$ sabit polinom ise, $P(m+n)$ kaçtır?

Sabit polinomda $x, x^2, \dots$ li terimler yoktur.

Bundan dolayı $m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$

$$-n - 4 = 0 \Rightarrow n = -4 \text{ tür.}$$

$$P(x) = (2-2)x^2 - 4x + 4x - 2 - 4$$

$$P(x) = 2 \text{ bulunur.}$$

$$P(6) = 2 \text{ dir.}$$

SIFIR POLİNOMU

$$P(x) = 0$$

Derecesi tanımsızdır.

1. $(a-2)x^3 - (b+1)x^2 - 2x + 4 \equiv 5x^3 + 2x^2 - cx + d - 3$ olduğuna göre, $a + b + c + d$ toplamı kaçtır?
A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

2. $(a-4)x^5 - bx^2 + cx - d \equiv 2x + 1$ olduğuna göre, $a + b + c + d$ toplamı kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. $(x-a)^2 \equiv x^2 - 6x + b$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?
A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

4. $P(x) = (x+k)^3$
 $Q(x) = x^3 - 6x^2 + px + n$
 $P(x) \equiv Q(x)$ olduğuna göre, $k + n + p$ toplamı kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

5. $x^3 + ax^2 + b \equiv (x^2 + x - 2)(x - c)$ olduğuna göre, $a.b.c$ çarpımının değeri kaçtır?
A) 8 B) 12 C) 18 D) 24 E) 36

6. $P(x) = (a-2)x^a + (b-2)x^b + (c+5)\sqrt{x} + 1$ fonksiyonu üçüncü dereceden bir polinom olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?
A) 8 B) 7 C) 5 D) 3 E) 0

karekök özel

köşetaşı

$$\frac{4x-10}{x^2-x-6} \equiv \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+2}$$

olduğuna göre, (A, B) ikilisi nedir?

açıklamalı çözüm

$$\frac{4x-10}{x^2-x-6} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+2} \Rightarrow \frac{4x-10}{(x-3)(x+2)} = \frac{Ax+2A+Bx-3B}{(x-3)(x+2)} \Rightarrow 4x-10 = (A+B)x+2A-3B$$

Polinomların özdeş olmaları nedeniyle:

$$\left. \begin{array}{l} A+B=4 \\ 2A-3B=-10 \end{array} \right\} \text{iki bilinmeyenli denklem sistemi çözümlerse, } A=\frac{2}{5} \text{ ve } B=\frac{18}{5} \text{ bulunur.}$$

$$(A, B) = \left(\frac{2}{5}, \frac{18}{5} \right)$$

BİR KOLAY YOL:

$$\frac{4x-10}{(x-3)(x+2)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+2} \text{ ifadesinde A'yı bulmak için, önce A'nın paydasındaki ifadenin kökü bulunur. } x-3=0 \Rightarrow x=3. \text{ Kökü bulunan bu ifade sol tarafta yokmuş gibi düşünülür. Bu durumda sol taraftaki ifade}$$

$$\frac{4x-10}{x+2} \text{ olur. bulunan kök burada x yerine yazılır: } A = \frac{4 \cdot 3 - 10}{3+2} = \frac{2}{5}. \text{ B'yı bulmak için de}$$

$$\frac{4x-10}{x-3} \text{ ifadesinde x yerine } -2 \text{ yazılır: } B = \frac{4 \cdot (-2) - 10}{-2-3} = \frac{-18}{-5} = \frac{18}{5} \quad (A, B) = \left(\frac{2}{5}, \frac{18}{5} \right)$$

1. $\frac{4}{x^2-4} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

olduğuna göre, $2A - 3B$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. $\frac{8}{x^2-4x+3} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3}$

olduğuna göre, $A + B$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\frac{4x-8}{x^2+3x-4} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{x-1}$

olduğuna göre, $2A - 3B$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -16 B) -15 C) -14 D) 12 E) 10

4. $\frac{9}{x^3-x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x+1}$

olduğuna göre, $\frac{A+B}{C}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $-\frac{5}{2}$ E) -1

5. $\frac{4x-4}{x+1} = A + \frac{B}{x+1}$

olduğuna göre, $A + B$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) 10 D) 12 E) 15

6. $\frac{3x+6}{2x^2-3x+1} = \frac{m}{2x-1} + \frac{n}{x-1}$

olduğuna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

- A) -135 B) -105 C) -90 D) 27 E) 38

karekök özel

köşetaşı

$P(x) = x - 2$ ve $Q(x) = 3x^2 - 4x + 5$ olduğuna göre,

- a) $P(x) + Q(x)$ b) $2P(x) - 3Q(x)$ c) $P(x) \cdot Q(x)$ d) $P(x) - Q(3x)$

polinomlarını bulunuz?

açıklamalı çözüm

- a) Polinomlarda toplama ve çıkarma işlemi yapılırken eşit dereceli terimlerin katsayıları aralarında toplanır çıkarılır.

$$P(x) + Q(x) = x - 2 + 3x^2 - 4x + 5 = 3x^2 - 3x + 3$$

- b) Sabit bir sayı ile çarparken dağılma özelliğinden yararlanılır.

$$2P(x) - 3Q(x) = 2(x - 2) - 3(3x^2 - 4x + 5) = 2x - 4 - 9x^2 + 12x - 15 = -9x^2 + 14x - 19$$

- c) Çarpma işleminde de dağılma özelliği kullanılır.

$$P(x) \cdot Q(x) = (x - 2)(3x^2 - 4x + 5) = 3x^3 - 4x^2 + 5x - 6x^2 + 8x - 10 = 3x^3 - 10x^2 + 13x - 10$$

- d) $P(x) - Q(3x) = x - 2 - [3 \cdot (3x)^2 - 4(3x) + 5] = x - 2 - [27x^2 - 12x + 5]$
 $= x - 2 - 27x^2 + 12x - 5 = -27x^2 + 13x - 7$

1. $P(x) = 2x^2 - 5x + 1$, $Q(x) = x^3 - 3x^2 - 1$
 olduğuna göre, $2P(x) - Q(2x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-x^3 - x^2 - 5x$ B) $8x^3 - 5x^2 + 2x - 4$
 C) $-8x^3 - 4x^2 + 5x - 1$ D) $-8x^3 + 16x^2 - 10x + 3$
 E) $4x^6 - 5x^2 + 2x$

2. $P(x) = -2$, $Q(x) = x + 2$, $R(x) = x^2 - 1$
 olduğuna göre, $P(x) \cdot Q(x) - R(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2x^3 - 4x^2 + 2x - 4$ B) $-x^2 - 2x - 3$
 C) $x^2 + x - 4$ D) $-x^3 - 5x + 1$
 E) $-x^2 - 4x + 4$

3. $P(x) = x^2 - 2x + 5$, $Q(x) = x^3 - 5x + 1$
 $3P(x) \cdot Q(2x^2) + P(x)$ polinomunun x^2 li teriminin katsayısı kaçtır?
 A) -146 B) -132 C) -30 D) -12 E) -8

4. $(3x^3 - 4x^2 + x - 5)(2x^2 - 5x + 1)$
 çarpımı yapılırsa x^4 lü terimin katsayısı kaç olur?
 A) -25 B) -23 C) -21 D) 19 E) 24

5. $P(x) = x^2$, $Q(x) = 2x^3$, $R(x) = x$
 olduğuna göre, $P(x^2) \cdot Q(2x^3) \cdot R(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $16x^2$ B) $8x^{14}$ C) $16x^{14}$ D) $8x^{13}$ E) $32x^{15}$

6. $P(x) = x^2 - x + 2$
 olduğuna göre, $P(2x) - 2P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $4x^2 - 1$ B) $x^2 - 5x + 1$
 C) $x^2 - x - 2$ D) $2x^2 + x - 4$
 E) $2x^2 - 2$

karekök özel

köşetaşı

$$4x^3 - 5x^2 + 1 \quad | \quad x - 2$$

Yukarıdaki bölme işlemini yapınız?

açıklamalı çözüm

$$\text{I. } 4x^3 - 5x^2 + 1 \quad | \quad x - 2$$

$$\text{II. } 4x^3 - 5x^2 + 1 \quad | \quad x - 2$$

$$\begin{array}{r} \text{III. } 4x^3 - 5x^2 + 1 \quad | \quad x - 2 \\ + \quad -4x^3 + 8x^2 \quad \hline 3x^2 + 1 \\ + \quad -3x^2 + 6x \quad \hline 6x + 1 \\ + \quad -6x + 12 \quad \hline 13 \end{array}$$

Polinomları büyük dereceli terimden küçük dereceli terime doğru yazmak bir gelenektir. Her zaman böyle yapınız. Bölme işleminde dikkatiniz ilk terimlerde olsun. Bölmenin ilk terimi neyle çarpılırsa, bölünenin ilk terimi elde edilir? $4x^2$ ile. II. adımda: $4x^2$ ile bölen çarpılır. III. adımda: çıkarma yapılır, bunun içinde önce çıkanın işaretleri değiştirilir sonra toplama yapılır. Aynı işlemler tekrar tekrar yapılır. Kalanın derecesi, bölenin derecesinden küçük olunca bölme işlemi biter.

1. $P(x) = 2x^3 - 3x + 1$ polinomu $x + 2$ ile bölündüğünde bölüm ile kalanın toplamı aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $x^2 - 6x + 2$ B) $2x^2 - 4x - 4$ C) $2x^2 - x + 6$
D) $2x^2 - 4x + 2$ E) $4x^2 - 2x + 1$

2. $\frac{x^3 - x + 1}{x + 1} = P(x) + \frac{A}{x + 1}$ bağıntısı veriliyor.

$A \in \mathbb{R}$ olduğuna göre, $A + P(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^2 - x + 1$ B) $x^2 - 1$ C) $x^2 + x$
D) $x^2 + x + 1$ E) $2x^2 - x + 1$

3. $(x^7 - x^2 + 1)$ ifadesi $(x^5 + 1)$ ile bölündüğünde bölüm ve kalanın toplamı kaç olur?

A) $x^2 - 1$ B) $-x^2 + 1$ C) $x^2 + x$
D) $x^2 + x - 1$ E) $x - 1$

4. $P(x) = x^5 - 2x^3 + x^2 - 1$ polinomu $Q(x) = x^2 - 2$ polinomuna bölündüğünde bölüm aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

A) $x^3 + x - 1$ B) $x^3 - 1$ C) $x^3 + 1$
D) $x^2 - 1$ E) $x + 1$

5. $(x^2 - 2) \cdot P(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 6$

olduğuna göre, $P(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^3 + x + 1$ B) $x^2 - 1$ C) $x + 2$
D) $x + 3$ E) x

6. $P(x) = (x^2 - x - 6) \cdot Q(x) + 5x - 4$

polinomu $x + 2$ ile bölündüğünde bölüm aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $Q(x) + x - 4$ B) $x - 4$ C) $x \cdot Q(x) + 2$
D) $(x - 2) \cdot Q(x) + 1$ E) $(x - 3) \cdot Q(x) + 5$

köşetaşı

“ $P(x) = 4x^5 - 2x^4 + 5x^2 - x + 1$ polinomu $x - 2$ ile bölündüğünde bölüm ve kalan ne olur?” sorusunu **Horner Yöntemi (Sentetik Metot)** ile **çözüünüz?**

açıklamalı çözüm

[illegible]

Yukarıdaki tabloda üst satır bölünen polinomun katsayılarıdır. Tablodaki 2 ise bölünen köküdür. Baş katsayı yukarıdaki gibi alt satıra alınır. Alt satırdaki sayı 2 ile çarpılıp orta satıra yazılır. Üst satır ile orta satırın toplamı yine alt satıra yazılır.

	4	-2	0	5	-1	1
2		8	12	24	58	114
	4	6	12	29	57	115

Alt satırda sondaki sayı kalanı verir. Diğer sayılarda bölümün katsayılarını verir.

$$\text{kalan} = 115, \quad \text{bölüm} = 4x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 29x + 57$$

Horner yönteminde bölen $ax + b$ biçiminde ise, yöntem aynen uygulanır. Ancak bölümün kat-sayıları; alt satırda ortaya çıkan sayıların a ile bölünmesiyle elde edilir. Kalanda ise bu işleme gerek yoktur. Yani alt satırın sonundaki yine kalandır.

1. $x^3 - 7x^2 + 2x - 4$ polinomu $x - 3$ ile bölündüğünde bölümün katsayıları toplamı ile kalanın farkının mutlak değeri kaçtır?

A) 21 B) 38 C) 42 D) 45 E) 47

2. $x^4 + x^2 - x$ polinomu $x - 1$ ile bölündüğünde bölüm aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

A) $x^3 + x^2 - x$ B) $x^3 - 2x^2 + 1$
C) $x^3 - x + 2$ D) $2x^3 - x + 2$
E) $x^3 + x^2 + 2x + 1$

3. $2x - 1$ polinomu $3x + 1$ ile bölündüğünde bölüm ile kalanın toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) -1 E) -2

4. $x^2 - 2x + 17$ polinomu $2x - 4$ ile bölündüğünde bölüm ile kalanın toplamı aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

A) $2x + 17$ B) $x + 17$ C) $\frac{x}{2} + 17$
D) $\frac{x+1}{17}$ E) $\frac{x+1}{17}$

5. $P(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ polinomu $x - 2$ ile bölündüğünde bölüm ile kalanın toplamı kaçtır?

A) $x^2 + x + 3$ B) $x^2 + 3$ C) $x^2 + 3$
D) $x^2 - x + 3$ E) $x^2 + 2x + 3$

6. $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$ denkleminin köklerinden biri 2 ise, diğer iki kökün karelerinin toplamı kaçtır?

A) 12 B) 13 C) 17 D) 29 E) 40

köşetaşı

$$\text{der} \left[\frac{P(x)}{Q(x^3)} \right] = 3 \quad \text{ve} \quad \text{der} [P^2(x) \cdot Q(x) + Q(x-1)] = 20$$

olduğuna göre, $\text{der} [P(x) - Q(x)]$ değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$m > n$ olmak üzere $P(x)$ in derecesi m , $Q(x)$ in derecesi n olsun.

Polinom	$P(x)$	$Q(x)$	$P(x) + Q(x)$	$P(x) - Q(x)$	$P(x) \cdot Q(x)$	$P(x) / Q(x)$
Derece	m	n	m	m	$m + n$	$m - n$

Polinom	$P(x^k)$	$P^k(x)$	$P(ax^k + bx^{k-1} + \dots)$	$P^k(3x^2) \cdot Q(x^r + 2)$
Derecesi	$m \cdot k$	$m \cdot k$	$m \cdot k$	$2km - nr$

Köşetaşına bakılırsa;

$\text{der} [P(x)] = m$, $\text{der} [Q(x)] = n$ olsun.

$$m - 3n = 3$$

$$2m + n = 20$$

denklem sistemi çözümlürse, $m = 9$, $n = 2$ bulunur.

$$\text{der} [P(x) - Q(x)] = 9$$

DERECELER ARASINDAKİ İŞLEMLERİ ANLAMAK İÇİN

x^m ve x^n iki yalın polinomla çalışılırsa;

$$\text{Çarpımları} : x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$\text{Bölümleri} : x^m : x^n = x^{m-n}$$

$$\text{Toplamları} : x^m + x^n$$

$$\text{Kuvvetleri} : (x^m)^k = (x^k)^m = x^{km}$$

ÇOK DEĞİŞKENLİ POLİNOM

$P(x, y) = 2x^3y^2 - 5x^2y + 3x - 2y + 1$ polinomunun derecesi 5 tir.

Aynı terimdeki farklı değişkenlerin üsleri toplanır.

1. $P(x)$ polinomunun derecesi, $Q(x)$ polinomunun derecesinden 1 fazladır.

$\frac{P(x^4)}{Q(x^2)}$ polinomunun derecesi 12 olduğuna göre, $P(x)$ in derecesi kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $P(x) = (x^2 + 1)^n (x^6 + 5x)^4$ polinomunun derecesi 48 olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 16 E) 18

3. $P(x)$ ve $Q(x)$ iki polinomdur.

$d[P(x)] = d[Q(x)] + 3$ olduğuna göre, $P(x^4) \cdot Q(x^3)$ polinomunun derecesi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 14 B) 18 C) 24 D) 30 E) 54

4. $P(x)$ polinomu $Q(x)$ polinomuna bölündüğünde bölüm $B(x)$, kalan $x^3 - 1$ dir.

$Q(x)$ ve $B(x)$ polinomlarının dereceleri eşit olduğuna göre, $P(x)$ in derecesi en az kaç olabilir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 11 E) 19

(İpucu : Bölünen = Bölün.Bölüm + Kalan)

5. Bir $P(x)$ polinomu $x^4 - x$ ile bölündüğünde bölüm polinomunun derecesi kalan polinomunun derecesine eşit oluyor.

Buna göre, $P(x)$ in derecesi en çok kaç olabilir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. $P(x)$ polinomunun derecesi $5n - 3$, $Q(x)$ in derecesi ise $3n - 1$ dir.

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ polinomunun derecesi 12 olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

karekök özel

köşetaşı

$$x^3 - 5x^2 - mx + 2m - 4 = (x - 3) \cdot Q(x) + 13$$

olduğuna göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm

Yukarıda verilen bağıntı bir özdeşliktir. Özdeşliği eşitlikten ayıran en önemli özellik: özdeşliğin değişkeni olan x in yerine herhangi bir değer yazılabilmesidir. Yazılan her değer için eşitlik doğru olduğundan x in yerine işimize gelen değeri yazabiliriz.

Bu bağıntıda x in yerine 3 yazılacak. Çünkü $(x - 3)$ ifadesini sıfır yapan değerdir. Böylece $Q(x)$ polinomu elenmiş olur.

$$x = 3 \text{ için } 3^3 - 5 \cdot 3^2 - m \cdot 3 + 2m - 4 = 0 \cdot Q(3) + 13$$

$$-m - 22 = 13$$

$$m = -35$$

ÖZDEŞLİK İLE DENKLEM ARASINDAKİ FARK NEDİR?

$$x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$$

bir özdeşliktir. Çünkü x e verilecek tüm değerler için doğrudur.

$$x - 4 = 5$$

bir özdeşlik değil bir denklemdir. Çünkü x e verilecek tüm değerler için doğru değildir. Sadece $x = 1$ için doğrudur.

1. $3x^2 - mx + 3m + 2 = (x - 2) P(x)$
olduğuna göre, $P(1)$ değeri kaçtır?
A) -24 B) -20 C) -16 D) 23 E) 32

2. $P(ax) = x^4 - 2x^3 + x + b$ ve $P(-2a) = 44$
olduğuna göre, b kaçtır?
A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

3. $x^4 - x^3 - x^2 + m - 3 = (x + 1) \cdot Q(x) - 13$
özdeşliğinin gerçekleşmesi için m kaç olmalıdır?
A) -11 B) -9 C) -7 D) 8 E) 10

4. $(x + 2)^n + (x^3 - 1)^n = x^k + \dots + 65$
Özdeşliğinde x^k en büyük dereceli terim olduğuna göre, k kaçtır?
A) 6 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24

5. $P(x) = x^4 - 2x^3 + 3x + 4$
 $P(4x + 3) = (x + 1) \cdot B(x) + k - 1$
olduğuna göre, k kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. $P(x) = mx^2 + 2nx + 7$ polinomu veriliyor.
 $P(-2) = P(1)$ olduğuna göre, $m - 2n$ kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök özel

köşetaşı

$P(x) = 4x^2 - x + 5$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\begin{array}{r|l} P(x) & Q(x) \\ \hline & B(x) \\ \hline K(x) \end{array}$$

$$1) P(x) = Q(x) \cdot B(x) + K(x)$$

$$2) d[K(x)] < d[Q(x)]$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 - x + 5 & x - 3 \\ \hline & B(x) \\ \hline k \end{array}$$

$$4x^2 - x + 5 = (x - 3) \cdot B(x) + k$$

$$x = 3 \text{ için } 4 \cdot 3^2 - 3 + 5 = (3 - 3) \cdot B(3) + k$$

$$38 = k$$

NEDEN x yerine 3 yazıldı? Çünkü, x yerine 3 yazılınca eşitliğin sağında k kalıyor. Demek ki bölenin kökü polinomda x yerine yazılınca kalan elde ediliyor.

Polinom özdeşliklerinde x silah gibi kullanılabilir. x in yerine her sayı yazılabilir. Doğal olarak sonuca götürecek değerler tercih edilir.

1. $P(x) = x^4 - 3x^2 + 1$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. $Q(x) = x^4 + x^2 + 5$ polinomunun $x - \sqrt{2}$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 11

3. $P(x) = x^2 - 5x + 2$ polinomunun $x - 2$ ve $x - 3$ ile bölümünden kalanlar sırasıyla m ve n dir.

Buna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

A) -8 B) -6 C) -4 D) 2 E) 4

4. $P(x) = (x - 2)^{2n-1} + (2 - x)^{n+4} - (3x - 4)^{4n}$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $P(x) = (x^2 - x - 6) \cdot Q(x) + 3x + 4$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

6. $P(x) = x^3 - x + a - 1$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan p, $x + 2$ ile bölümünden kalan r dir.

$\frac{p}{r} = 2$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 7 B) 11 C) 13 D) 14 E) 16

karekök özel

köşetaşı

$P(x - 3) = x^2 - 7x + 2$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

açıklamalı çözüm

1) NE NEYE BÖLÜNÜYOR

$$P(x - 3) = x^2 - 7x + 2 = (x - 3) \cdot B(x) + k$$

2) Bölenin kökü, bölünende x yerine yazılırsa kalan elde edilir.

$$x = 3 \text{ için } P(0) = -10 = k$$

$x - 3$ ü sıfır yapan x değeri (kökü) 3 tür. 3 sayısı bölünen polinom olan $P(x - 3) = x^2 - 7x + 2$ polinomunda x yerine yazılırsa kalan elde edilir.

$$\text{Kalan} = P(3 - 3) = 3^2 - 7 \cdot 3 + 2 = -10$$

1. $P(x + 7) = x^3 - x + 9$ polinomunun $x - 5$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 81 B) 88 C) 96 D) 102 E) 129

2. $P(1999x + 2111) = x^3 - x^2 + 2x - 4$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

3. $P(x) = x^4 - 2x + 1$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 76 B) 88 C) 96 D) 102 E) 129

4. $P(x + 1) = x^4 + x^2 - 5$ polinomunun $x - \sqrt{3}$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

5. $P\left(\frac{x-1}{2}\right) = x^2 - x + 4$

polinomunun $x + 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

6. $P(x^2 - 5)$ polinomunun $x - 4$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $P(1)$ B) $P(3)$ C) $P(9)$
D) $P(11)$ E) $P(21)$

köşetaşı

$P(x - 3) = x^2 - 7x + 2$ polinomu veriliyor.

$P(x)$ in $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

açıklamalı çözüm

NE , NEYE BÖLÜNÜYOR?

$P(x)$ polinomu, $(x - 3)$ e bölünüyor. O zaman bölenin kökü olan $x = 3$, $P(x)$ te yazılır. Demek ki kalan $P(3)$ tür. $P(3)$ değeri; fonksiyon konusunda anlatıldığı gibi, verilen $P(x - 3) = x^2 - 7x + 2$ polinomu yardımı ile bulunur.

$$x = 6 \text{ için } P(6 - 3) = 6^2 - 7 \cdot 6 + 2$$

$$P(3) = -4$$

I. ADIM

$$P(x) = (x - 3) \cdot B(x) + k$$

$$x = 3 \text{ için } P(3) = k$$

II. ADIM

$$P(x - 3) = x^2 - 7x + 2 \text{ ise}$$

$$x = 6 \text{ için } P(3) = -4$$

1. $P(x - 4) = x^3 - x + 8$ polinomu veriliyor.

$P(x)$ in $x + 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 4 B) 7 C) 8 D) 11 E) 14

2. $P(x + 1) = x^4 - x^3 - x^2 + x - 5$ polinomu veriliyor.

$P(x)$ in x ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) 0 D) 1 E) 4

3. $P(3x - 1) = x^2 - 7x + 4$ olduğuna göre, $P(x)$ in $x - 5$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) -2 E) 0

4. $P(x + 1) = 2x^3 - 2x^2 + 1$ olduğuna göre, $P(x)$ in $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

5. $P(x - 2) = ax^4 - bx^3 + cx^2 - dx + 7$ polinomu veriliyor.

$P(x)$ in $x + 3$ ile bölümünden kalan 17 olduğuna göre, $a + b + c + d$ toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

6. $P(2x + 1) = x^2 - x - 5$ polinomu veriliyor.

$P(x)$ in $x - 4$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) $-\frac{11}{5}$ B) $-\frac{13}{7}$ C) $-\frac{14}{7}$ D) $-\frac{19}{3}$ E) $-\frac{17}{4}$

karekök özel

köşetaşı

$P(x + 2) = x^2 - 2x + 3$ polinomu veriliyor.

$P(x - 1)$ in $x - 7$ ile bölümünden kalan kaçtır?

açıklamalı çözüm

NE, NEYE BÖLÜNÜYOR?

$P(x - 1)$ polinomu $(x - 7)$ ye bölünüyor. Bölenin kökü bölünende yazılırsa istenen kalan elde edilir.

$$x - 7 = 0$$

$$x = 7 \text{ için } \text{kalan} = P(7 - 1) = P(6) = ?$$

$P(x + 2) = x^2 - 2x + 3$ polinomda x yerine 4 yazılırsa

$$P(4 + 2) = 4^2 - 2 \cdot 4 + 3$$

$$P(6) = 11$$

I. ADIM

$$P(x - 1) = (x - 7) \cdot B(x) + k$$

$$x = 7 \text{ için } P(6) = k$$

II. ADIM

$$P(x + 2) = x^2 - 2x + 3$$

$$x = 4 \text{ için}$$

$$P(6) = 16 - 8 + 3 = 11$$

1. $P(x - 1) = x^2 - 5x + 4$ polinomu veriliyor.

$P(x + 1)$ in $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

2. $P(x + 2) = x^3 - x + 9$ polinomu veriliyor.

$P(x + 3)$ ün $x + 5$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -36 B) -47 C) -51 D) -67 E) -73

3. $P(2x - 1) = x^2 - x + 4$ polinomu veriliyor.

$P(x + 2)$ nin $x - 5$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

4. $P(x - 1) = 2x^3 - x + 4$ olduğuna göre, $P(x + 1)$ in $x + 4$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -12 B) -10 C) -8 D) -6 E) -4

5. $P(x + 2) = x^2 - 5x + 1$ polinomu veriliyor.

$P(x - 3)$ ün $x - 2$ ye tam bölünebilmesi için $P(x - 3)$ polinomuna kaç eklenmelidir?

- A) -25 B) -22 C) -20 D) -17 E) -15

6. $P(3x) = x^2 - x + 4$ polinomu veriliyor.

$P(x - 2)$ nin $2x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) $\frac{121}{9}$ B) $\frac{72}{49}$ C) $\frac{81}{50}$ D) $\frac{199}{36}$ E) $\frac{192}{25}$

karekök özel

köşetaşı

$P(x) = x^3 + x - m + 4$ polinomu veriliyor.

$P(x - 2)$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan 37 olduğuna göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm

Köşetaşının çözümü yapılmadan önce biraz tercüme yapalım:

Türkçe	Matematikçe
$P(x - 3)$ ün $x - 5$ ile bölümünden kalan kaçtır?	$P(2) = ?$
$P(x + 2)$ nin $x - 4$ ile bölümünden kalan 19 dur.	$P(6) = 19$
$P(x - 7)$ nin x ile bölümünden kalan 20 dir.	$P(-7) = 20$
$P(x + 1)$, $x - 5$ e tam bölünüyor.	$P(6) = 0$
$P(x + 4)$ ün çarpanlarından biri $x - 7$ dir.	$P(11) = 0$

$P(x - 2)$ nin $x + 1$ ile bölümünden kalan 37 ise, $P(-3) = 37$ dir.

$$x = -3 \text{ için } P(-3) = (-3)^3 - 3 - m + 4$$

$$37 = -27 - m + 1 \Rightarrow m = -63$$

1. $P(x + 1) = 2x^2 + nx - 3$ polinomu veriliyor.

$P(x - 1)$ in $x - 3$ ile bölümünden kalan 6 olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

2. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomlarının $x - 4$ ile bölümünden kalanlar sırasıyla 5 ve 6 dir.

$P(x) - k \cdot Q(x) + x - 1$ polinomunun $x - 4$ ile bölümünden kalan - 16 olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

3. $P(x) = -x^3 - 2x^2 - m(x + 1)$ polinomunun çarpanlarından biri $x + 3$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) $-\frac{11}{2}$ B) -4 C) $-\frac{9}{2}$ D) -3 E) -2

4. $P(x + 2) = x^2 - x + m$ polinomu veriliyor.

$P(x - 2)$ nin $x + 1$ ile bölümünden kalan 18 olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -15 B) -12 C) -8 D) 6 E) 10

5. $P(x + 1) = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$ polinomu veriliyor.

$P(x)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan 2 ise, $P(x)$ in $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. $P(2x - 1) = x^4 + ax - 12$ polinomu veriliyor.

$P(x + 1)$ in $x - 4$ ile bölünebilmesi için a kaç olmalıdır?

- A) -23 B) -17 C) -12 D) -9 E) -7

karekök özel

köşetaşı

$$\frac{P(x+1)}{Q(x-1)} = 2x^2 - x + 3 \text{ bağıntısı veriliyor.}$$

$P(x-3)$ ün $x-4$ ile bölümünden kalan 24 olduğuna göre, $Q(x+2)$ nin $x+3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

açıklamalı çözüm

" $P(x-3)$ ün $x-4$ ile bölümünden kalan 24 tür." cümlesinin matematikçesi $P(1) = 24$ tür.

" $Q(x+2)$ nin $x+3$ ile bölümünden kalan kaçtır?" cümlesinin matematikçesi $Q(-1) = ?$ dir.

$$\frac{P(x+1)}{Q(x-1)} = 2x^2 - x + 3 \text{ bağıntısında } x \text{ yerine } 0 \text{ yazılırsa:}$$

$$\frac{P(1)}{Q(-1)} = 3 \Rightarrow \frac{24}{Q(-1)} = 3 \Rightarrow Q(-1) = 8$$

1. $\frac{P(x-1)}{Q(x+1)} = x^3 - x + 4$ bağıntısı veriliyor.
 $P(x+9)$ ün $x+8$ ile bölümünden kalan 50 olduğuna göre, $Q(x)$ in $x-3$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $P(x-3) + Q(x+1) = x^2 - 2x - 5$ bağıntısı veriliyor.
 $P(x+2)$ nin $x+5$ ile bölümünden kalan 14 olduğuna göre, $Q(x)$ in $x-1$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) -19 B) -17 C) -15 D) -13 E) -11

3. $P(x)$ polinomu $x^2 + 2$ ile bölündüğünde bölüm $Q(x)$, kalan $12x + 6$ dir.
 $P(x)$ polinomu $x-2$ ile tam bölündüğüne göre, $Q(x-1)$ in $x-3$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) -11 B) -9 C) -7 D) -5 E) -3

4. $x+1 + P(x) + Q(x-1)$ polinomunun $x-2$ ile bölümünden kalan 16. $Q(x+2)$ nin $x+1$ ile bölümünden kalan 7 dir.
 $P(x-3)$ polinomunun $x-5$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5. $\frac{P(x-5)}{Q(x)} = x^2 - 3x + 7$ bağıntısı veriliyor.
 $P(x)$ polinomunun $x+3$ ile bölümünden kalan 30 olduğuna göre, $Q(x)$ in $x-2$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. $P(x+1) = (x^2 - 3x + 4) \cdot Q(x)$ bağıntısı veriliyor.
 $Q(x)$ polinomunun $x-2$ ile bölümünden kalan 12 olduğuna göre, $P(x+2)$ nin $x-1$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) 13 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

köşetaşı

$P(x + 3) = x + 1 + Q(x - 2)$ bağıntısı veriliyor.

$P(x - 2)$ nin katsayılar toplamı 18 olduğuna göre, $Q(x - 6)$ nin sabit terimi kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bölmede kalan bulunurken ilk sorulan soru, “NE, NEYE BÖLÜNÜYOR?” idi. Aynı şekilde katsayılar toplamı ya da sabit terim sorulduğunda; NEYİN KATSAYILAR TOPLAMI? ya da NEYİN SABİT TERİMİ? soruları sorulmalıdır. Katsayılar toplamını elde etmek için katsayılar toplamı istenen polinomda x yerine 1 yazılır. x yerine sıfır yazılınca da sabit terim elde edilir.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \text{ ise}$$

$$P(1) = a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$$

$$P(0) = a_0$$

“ $P(x - 2)$ nin katsayılar toplamı 18 dir.” cümlesinin matematikçesi $P(-1) = 18$ dir.

“ $Q(x - 6)$ nin sabit terimi kaçtır?” cümlesinin matematikçesi $Q(-6) = ?$ dir.

Verilen $P(x + 3) = x + 1 + Q(x - 2)$ bağıntısında x yerine -4 yazılırsa;

$$P(-1) = -4 + 1 + Q(-6)$$

$$18 = -3 + Q(-6)$$

$$21 = Q(-6)$$

1. $P(x + 1) = x^2 - x + m + 1$ dir.

$P(x - 2)$ nin katsayıları toplamı 17 olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

2. $P(x, y) = (3x^2y - x^2y^3 - 4x)^{n-3}$

polinomunun katsayıları toplamı 64 olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

3. $P(x - 1) - 4 \equiv P(2x) - x^2$ bağıntısı veriliyor.

$P(x + 1)$ in $x + 2$ ile bölümünden kalan 12 olduğuna göre, $P(x)$ in sabit terimi kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $P(x + 2) = 4x^3 - 5x + m + 1$ polinomunun sabit terimi 7 olduğuna göre, $P(3x + 1)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

5. $P(x) = (2x^3 - 4x^2 + 1)^{2004}$

$a = "P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı"

$b = "P(x)$ polinomunun sabit terimi"

olduğuna göre, $|a - b|$ nin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. $P(x)$ polinomunun sabit terimi 7, $Q(x)$ polinomunun katsayılarının toplamı 4 tür.

$P(x) - 2x + 1 = (x + 1) \cdot Q(x)$ olduğuna göre, $P(1) + Q(0)$ toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 17

karekök özel

köşetaşı

$P(x) = (x^3 - 3x - 4)^{12} (x - 1)^4$ polinomu veriliyor.

$P(x)$ polinomunda x in çift kuvvetli terimlerinin katsayıları toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$P(x)$ polinomunun;

$$\text{çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı} = \frac{P(1) + P(-1)}{2}$$

$$\text{tek dereceli terimlerinin katsayıları toplamı} = \frac{P(1) - P(-1)}{2}$$

Köşetaşına dönersek;

$$P(1) = 0 \quad \text{ve} \quad P(-1) = (-2)^{12} (-2)^4 = 2^{16} \quad \text{olup}$$

$$\frac{P(1) + P(-1)}{2} = \frac{2^{16}}{2} = 2^{15} \quad \text{tir.}$$

$$P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \quad \text{olsun.}$$

$$P(1) = a + b + c + d + e$$

$$P(-1) = a - b + c - d + e$$

$$P(1) + P(-1) = 2a + 2c + 2e$$

$$\frac{P(1) + P(-1)}{2} = a + c + e$$

Taraf tarafa çıkarma yapıldığında da tek dereceli terimlerin katsayıları toplamı elde edilir.

1. $P(x) = (x^5 - 3x^3 + x)^{16}$ polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı kaçtır?

A) -2^8 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2^8

2. $P(x) = (x^3 + 2x^2 + 1)^{12}$

$P(x - 1)$ in tek dereceli terimlerinin katsayıları toplamı kaçtır?

A) -2^{12} B) -2 C) 0 D) 2 E) 2^{12}

3. $P(x + 2)$ nin $x + 3$ ile bölümünden kalan 18, $P(x - 1)$ in $x + 2$ ile bölümünden kalan -8 dir.

Buna göre, $P(x - 2)$ polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $P(x) = (4x^2 + x - 3)^8$

polinomunun açılımında tek dereceli terimlerin katsayılarının toplamı kaçtır?

A) 128 B) 200 C) 242 D) 256 E) 512

5. $P(x) = (4x^4 - 2x^3 - 1)^3 (x^5 - x^3 - 1)^5$

polinomu düzenlendiğinde, tek dereceli terimlerin katsayıları toplamı kaç olur?

A) 48 B) 54 C) 62 D) 75 E) 120

6. $P(x) = (x^7 + x^4 - 3x - 1)^{2n}$ polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı 16 olduğuna göre, n kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

küçük özel

köşetaşı

$P(x) = 2x^{36} - x^{18} + 6$ polinomunun $x^9 - \sqrt{3}$ ile bölümünden kalan kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$P(x) = (x^9 - \sqrt{3}) \cdot B(x) + K(x)$$

özdeşliğinde $B(x)$ i yok etmek için x^9 yerine $\sqrt{3}$ yazılır.

Bu sorularda yine bölenin kökü bulunur denilebilir.

$$x^9 - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow x^9 = \sqrt{3}$$

Bölünen polinomda x^9 yerine $\sqrt{3}$ yazılırsa kalan elde edilir.

$$P(x) = 2 \cdot (x^9)^4 - (x^9)^2 + 6$$

$$x^9 = \sqrt{3} \text{ için kalan} = 2(\sqrt{3})^4 - (\sqrt{3})^2 + 6 = 21$$

DİKKAT!

$P(x) = x^5 - 4x^2 + 3x + 2$ polinomunun $x^2 - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

Kalanı bulmak için x^2 nin yerine 1 yazılır. Nasıl olsa $x = 1$ oluyor diye x yerine 1 yazılamaz.

$$\begin{aligned} \text{Kalan} &= x - 4 + 3x + 2 \\ &= 4x - 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

1. $P(x) = 2x^{16} + 3x^8 + 5$
polinomunun $x^4 - \sqrt{2}$ ile bölümünden kalan kaçtır?
A) 17 B) 19 C) 21 D) 23 E) 25

2. $P(x) = 1 + 2x^{17} + 3x^{34} + 4x^{51}$
polinomunun $x^{17} - 5$ ile bölümünden kalan kaçtır?
A) 264 B) 371 C) 412 D) 475 E) 586

3. $P(x, y) = (x + y)^{10} + (x + y)^5 + 2x - y + 1$
polinomunun $(x + y)^5 - 1$ ile bölümünden kalan nedir?
A) 3 B) $2x - y$ C) $2x - y + 3$
D) $3x - 2y + 1$ E) $x + y + 1$

4. $P(x) = 2x^{40} - 3x^{30} + x^{20} - x^{10} + 1$
polinomunun $x^{10} - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?
A) 78 B) 81 C) 85 D) 88 E) 91

5. $P(x^5 - 1) = 2x^{15} + 3x^{10} - x^5 + 3$
olduğuna göre, $P(x)$ in $x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

6. $P(x^4) = 3x^{12} - 2x^8 + 9$ polinomu veriliyor.
 $P(x)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?
A) -23 B) -21 C) -19 D) 17 E) 13

karekök özel

köşetaşı

$P(x) = x^5 - 2x^3 + x^2 - 4$ polinomunun $x^2 - x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

açıklamalı çözüm

Şu ana kadar öğrenilenleri kuşatan genel kural : Bölen sıfıra eşitlenir ve en büyük dereceli terimi yalnız bırakılır. Sonra da bölünende yerine yazılır.

$$x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = x - 1$$

$$P(x) = (x^2)^2 \cdot x - 2x^2 \cdot x + x^2 - 4$$

$$x^2 = x - 1 \text{ için}$$

$$\begin{aligned} \text{Kalan} &= (x-1)^2 x - 2(x-1)x + (x-1) - 4 \\ &= (x^2 - 2x + 1)x - 2x^2 + 2x + x - 1 - 4 \\ &= (x - 1 - 2x + 1)x - 2(x - 1) + 3x - 5 \\ &= -x^2 - 2x + 2 + 3x - 5 \\ &= -(x - 1) + x - 3 \\ &= -x + 1 + x - 3 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} x^5 - 2x^3 + x^2 - 4 \quad | \quad x^2 - x + 1 \\ \hline B(x) \\ \hline K(x) \end{array}$$

$$x^5 - 2x^3 + x^2 - 4 = (x^2 - x + 1) \cdot B(x) + K(x)$$

$x^2 = x - 1$ için eşitliğin sağ tarafı $K(x)$ polinomuna eşit olur.

1. $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ polinomunun $x^2 - x - 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x + 1$ B) $3x + 3$ C) $2x + 3$
D) $x - 3$ E) $x + 3$

2. $P(x) = x^5 - 3x^2 - 5x + 1$ polinomu $x^3 - x + 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2x^2 + 6x$ B) $-x + 5x + 3$ C) $2x^2 + 4$
D) $x^2 - x + 4$ E) $-4x^2 - 4x$

3. $P(x) = x^4 + x^3$ polinomunun $x^2 - 2x + 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5x + 3$ B) $5x + 5$ C) $5x - 7$
D) $7x - 5$ E) $7x + 4$

4. $P(x) = x^{15} - 3x^{10} + 5$ polinomunun $x^5 - x$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^3 - x + 5$ B) $x^3 - 3x^2 + 5$ C) $x^4 - x$
D) $x^2 - 3x + 1$ E) $x^2 - 3x + 5$

5. $P(x) = 8x^2 - 4x + 7$ polinomunun $2x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

6. $x^3 + mx + n = (x^2 + 1)Q(x) + 3x - 2$ olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

köşetaşı

$P(x) = x^3 - x + m - 1$ polinomunun $x^2 - x - 1$ ile bölümünden kalan $nx + 5$ olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = x + 1$$

$$P(x) = x \cdot x^2 - x + m - 1$$

$$x^3 = x + 1 \text{ için kalan} = x(x + 1) - x + m - 1$$

$$nx + 5 = x^2 + x - x + m - 1$$

$$nx + 5 = x + 1 + x - x + m - 1$$

$$nx + 5 = x + m$$

Polinomların özdeşliği nedeniyle; $n = 1$ ve $m = 5$ bulunup $m + n = 5 + 1 = 6$ dır.

1. $P(x) = x^3 - 2x + m - 2$ polinomunun $x^2 - x + 1$ ile bölümünden kalan $nx + 1$ olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

2. $P(x) = x^3 - px + k + 4$ polinomunun $x^2 + x + 1$ ile bölümünden kalan $3x + 5$ olduğuna göre, $p + k$ toplamı kaçtır?

A) -5 B) -3 C) -1 D) 1 E) 3

3. $P(x) = x^5 - 2x^2 - 3x + k$ polinomunun $x^2 - 2$ ile bölümünden kalan $mx + 5$ olduğuna göre, $m.k$ çarpımı kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

4. $P(x) = 3x^4 - mx^3 + nx^2 - px$ polinomunun $x^3 - 1$ ile bölümünden kalan $x^2 + 2px - 4$ olduğuna göre, $m + n + p$ toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $P(x) = ax^3 + bx^2 - 3x + 5$ polinomunun $x^2 - 1$ ile tam bölünebilmesi için (a, b) ikilisi ne olmalıdır?

A) (1, 3) B) (3, 5) C) (3, -5)
D) (-3, 1) E) (-1, 5)

6. $x^2 + mx + n$ polinomu $x^2 - x - m$ polinomuna tam bölündüğüne göre, $\frac{m}{n}$ kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök özel

köşetaşı

$P(x) = x^3 - x^2 + mx + n - 3$ polinomu $(x - 2)(x + 1)$ polinomuna tam bölündüğüne göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$(x - 2)(x + 1)$ çarpımına tam bölünen polinom, $x - 2$ ve $x + 1$ polinomlarına da tam bölünür.

$$x = 2 \text{ için } 8 - 4 + 2m + n - 3 = 0 \Rightarrow 2m + n = -1$$

$$x = -1 \text{ için } -1 - 1 - m + n - 3 = 0 \Rightarrow -m + n = 5$$

Denklem sistemi çözülürse; $m = -2$, $n = 3$ bulunur. $m + n = 1$ dir.

Bu soru bir önceki köşetaşında anlatıldığı gibi de çözülebilir. $(x - 2)(x + 1) = x^2 - x - 2$ olup $x^2 = x + 2$ için kalan bulunur.

1. $P(x) = x^3 - mx^2 + n + 4$ polinomu $(x - 1)(x - 2)$ çarpımına tam bölündüğüne göre, m kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{7}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

2. $P(x) = 5x^3 - mx + 11 + n$ polinomu $x^2 - 4$ ile tam bölündüğüne göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

3. $P(x) = 2x^3 - (a + b)x - a + 4$ polinomu $x^2 - 3x + 2$ ile tam bölündüğüne göre, a kaçtır?

A) -8 B) -6 C) -4 D) 0 E) 2

4. $P(x) = ax^3 + bx^2 + 4$ polinomu $x^2 - 1$ ile tam bölündüğüne göre, $a.b$ çarpımı kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

5. $P(x)$ polinomunun $(x - 2)(x + 3)$ ile bölümünden kalan $3x - 5$ tir.

$P(x)$ in $x - 2$ ile bölümünden kalan a , $x + 3$ ile bölümünden kalan b olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) -15 B) -13 C) -11 D) -9 E) -7

6. $P(x) = 2x^2 - mx + x + n - 4$ polinomu $(x - 1)(x + 3)$ ile tam bölündüğüne göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

köşetaşı

$P(x)$ polinomu $x^2 - x - 6$ polinomuna bölündüğünde kalan $2x - 7$ dir.

Buna göre, $P(x)$ in $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\begin{array}{r} P(x) \overline{) x^2 - x - 6} \\ \underline{ B(x)} \\ 2x - 7 \end{array}$$

$$P(x) = (x^2 - x - 6) \cdot B(x) + 2x - 7$$

Köşetaşında istenen $P(3)$ tür.

$$P(3) = 0 \cdot B(3) + 2 \cdot 3 - 7$$

$$P(3) = -1$$

1. $P(x)$ polinomunun $x^2 - 7x - 8$ ile bölümünden kalan $3x + 2$ dir.

Buna göre, $P(x)$ in $x - 8$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

2. $P(x)$ polinomunun $x^3 + x^2 - 4x - 4$ ile bölümünden kalan $3x^2 - 5x + 1$ olduğuna göre, $P(x)$ in $x^2 - 4$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-5x + 13$ B) $-4x + 11$ C) $-3x - 7$
D) $4x + 7$ E) $5x + 11$

3. $P(x)$ in $x^2 - 5x + 6$ ile bölümünden kalan $3x - 1$ olduğuna göre, $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. $P(x + 1) = (2x - 1) \cdot Q(x) + 3$

$$Q(x - 1) = (x - 2) \cdot B(x) + 2$$

olduğuna göre, $P(x - 3)$ ün $x - 5$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. $P(x)$ polinomunun $x^4 - 9$ ile bölümünden kalan $x^3 - x^2 + 4x - 2$ dir.

$P(x)$ polinomunun $x^2 + 3$ ile bölümünden kalan nedir?

- A) x B) $x - 1$ C) $x + 1$
D) $2x + 3$ E) $2x - 1$

6. $P(x + 2)$ polinomu $x^2 - x - 6$ ile bölündüğünde $6x + 2$ kalanını veriyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x - 5$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

karekök özel

köşetaşı

$P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 9, $x + 3$ ile bölümünden kalan -11 dir.

Buna göre, $P(x)$ in $x^2 + x - 6$ ile bölümünden kalan nedir?

açıklamalı çözüm

$P(x)$ in $x^2 + x - 6$ ya bölümünden kalan $ax + b$ biçiminde bir polinomdur. Kalanın derecesi bölünen derecesinden küçüktür.

$$P(x) = (x^2 + x - 6) \cdot B(x) + ax + b$$

$$P(2) = 9$$

$$P(-3) = -11$$

$$x = 2 \text{ için } P(2) = 2a + b \Rightarrow 2a + b = 9$$

$$x = -3 \text{ için } P(-3) = -3a + b \Rightarrow -3a + b = -11$$

denklem sistemi çözüldüğünde $a = 4$, $b = 1$ bulunur.

Demek ki, kalan $= ax + b = 4x + 1$ dir.

1. $P(x)$ polinomunun $x + 3$ ile bölümünden kalan -22 , $x - 2$ ile bölümünden kalan 3 tür.

Buna göre, $P(x)$ in $x^2 + x - 6$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x + 6$ B) $5x - 7$ C) $6x + 1$
D) $7x - 3$ E) $8x + 4$

2. $P(x)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünden kalan -3 , $x + 5$ ile bölümünden kalan -9 dur.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x^2 + 7x + 10$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x + 1$ B) $3x + 2$ C) $3x + 4$
D) $4x - 2$ E) $5x + 2$

3. $P(x)$ polinomu $x + 4$ ile bölündüğünde -15 , $x - 3$ ile bölündüğünde -1 kalanını vermektedir.

$P(x)$ polinomunun $x^2 + x - 12$ ile bölümünden kalan nedir?

- A) $x + 3$ B) $x - 6$ C) $2x + 4$
D) $2x - 7$ E) $3x - 5$

4. $P(x)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan -2 , $x + 1$ ile bölümünden kalan -8 dir.

Buna göre, $P(x)$ in $x^2 - 1$ ile bölümünden kalan nedir?

- A) $2x + 1$ B) $2x - 1$ C) $2x - 3$
D) $3x - 2$ E) $3x - 5$

5. $P(x + 1) = (x^2 - 4) \cdot B(x) + x + 3$

$P(x)$ polinomunun $x^2 - 2x - 3$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 1$ B) $x - 2$ C) $2x - 1$
D) $x + 2$ E) $3x - 2$

6. $P(x + 1)$ in $x + 4$ ile bölümünden kalan -11 , $P(x - 1)$ in $x - 3$ ile bölümünden kalan 4 tür.

$P(x)$ in $x^2 + x - 6$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x - 3$ B) $3x - 2$ C) $3x + 4$
D) $4x - 3$ E) $5x + 4$

karekök özel

köşetaşı

$P(x) = x^3 - mx^2 + 8x + 2n - 4$ polinomu $(x - 2)^2$ ye tam bölündüğüne göre, n kaçtır?

açıklamalı çözüm

$P(x)$ polinomu $(x - a)^2$ ne tam bölünüyorsa $P(a) = 0$ ve $P'(a) = 0$ dır.

Buna göre; $P(2) = 0$ ve $P'(2) = 0$ dır.

$$P'(x) = 3x^2 - 2mx + 8$$

$$P'(2) = 12 - 4m + 8 \Rightarrow 0 = 20 - 4m \Rightarrow 5 = m$$

$$P(2) = 8 - 4m + 16 + 2n - 4 \Rightarrow 0 = n$$

GENEL OLARAK : $P(x)$ polinomu $(x - a)^n$ ye tam bölünüyorsa,

$$P(a) = 0, P'(a) = 0, \dots, P^{n-1}(a) = 0 \text{ dır.}$$

TÜREV

ax^n ifadesinin türevi nax^{n-1} dir.

$P(x)$ in türevi $P'(x)$ ile gösterilir.

Örnek :

$$P(x) = 2x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 1$$

$$P'(x) = 8x^3 - 3x^2 - 6x + 5$$

$$P''(x) = 24x^2 - 6x - 6$$

$$P'''(x) = 48x - 6$$

$$P^{IV}(x) = 48$$

$$P^V(x) = 0$$

$$P^{VI}(x) = 0$$

1. $P(x) = x^3 - mx + n - 5$ polinomu $(x - 1)^2$ ne tam bölündüğüne göre, $m + 2n$ kaçtır?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

2. $P(x) = x^2 - mx + 2x - n + 1$ polinomu $(x + 2)^2$ ne tam bölündüğüne göre, n kaçtır?

A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

3. $P(x) = x^4 - mx^2 + 2x + nx - 1$ polinomunun çarpanlarından biri $(x - 1)^2$ olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

4. $P(x) = 2x^3 + ax^2 + b$ çok terimlisinin $(x - 3)^2$ ile tam bölünebilmesi için (a, b) ikilisi ne olmalıdır?

A) (-1, -17) B) (2, 3) C) (5, -18)
D) (-8, 11) E) (-9, 27)

5. $P(x) = 2x^3 - mx^2 + nx - p + 4$ polinomu $(x - 1)^3$ ne tam bölündüğüne göre, p kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6. $P(x) = mx^4 + 12x^3 - nx^2 + px + r$ polinomu $(x - 1)^4$ e tam bölündüğüne göre, m kaçtır?

A) -5 B) -3 C) -1 D) 1 E) 3

karekök özel

köşetaşı

$P(x) = x^3 - mx^2 + 8x + 2n - 4$ polinomu $(x - 2)^2$ ifadesine tam bölünüyorsa, n kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir önceki köşetaşında benzeri bir soru türev yardımıyla çözüldü. Bu soru HORNER YÖNTEMİ ile de çözülebilir: $P(x)$ polinomu $(x - 2)^2$ ne tam bölünüyorsa, $x - 2$ ye iki kez bölündüğünde kalanlar sıfıra eşit olur.

	1	-m	8	2n - 4
2		2	-2m + 4	-4m + 24
	1	-m + 2	-2m + 12	2n - 4m + 20
2		2	-2m + 8	
	1	-m + 4	-4m + 20	

Kalanların ikisi de sıfıra eşit olmalıdır.

$$2n - 4m + 20 = 0$$

$$-4m + 20 = 0 \Rightarrow m = 5 \text{ olup } n = 0 \text{ bulunur.}$$

1. $P(x) = x^3 - mx^2 + n - 4$ polinomu $(x - 1)^2$ ne tam bölündüğüne göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $P(x) = 2x^3 - mx^2 + nx - 3$ polinomu $(x - 1)^2$ ne tam bölünüyorsa, m kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $P(x) = 2x^2 - mx + x + n + 4$ polinomunun çarpanlarından biri $(x - 3)^2$ olduğuna göre, m kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

4. $P(x) = mx^2 - nx + 2x - 1$ polinomu $(x - 2)^2$ ne tam bölündüğüne göre, m kaçtır?

A) $-\frac{7}{4}$ B) $-\frac{5}{3}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{9}$

5. $P(x) = 2x^3 - ax^2 + bx + c$ polinomu $(x - 1)^3$ ne tam bölündüğüne göre, c kaçtır?

A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

6. $P(x) = 5x^2 - mx + n - 1$ polinomu $(x + 2)^2$ ne tam bölünüyorsa, n kaçtır?

A) -59 B) -47 C) -41 D) 27 E) 21

karekök özel

köşetaşı

$$(x-1)P(x-2) = x^3 + 2x^2 - (6-m)x + m - 7$$

olduğuna göre, $P(x+3)$ ün $x+4$ ile bölümünden kalan kaçtır?

açıklamalı çözüm

Verilen bağıntıda m değerini bulmak için x yerine 1 yazılır.

$$x = 1 \text{ için } 0 = 1 + 2 - (6-m) + m - 7 \Rightarrow m = 5$$

$$(x-1) \cdot P(x-2) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$P(x-2) = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x-1}$$

Bölme işlemi Horner Yöntemi ile yapılabilir:

	1	2	-1	-2
1		1	3	2
	1	3	2	0

$$P(x-2) = x^2 + 3x + 2$$

Köşetaşında istenen $P(-1)$ dir.

$$x = 1 \text{ için } P(-1) = 1 + 3 + 2$$

$$P(-1) = 6$$

1. $(x-2) \cdot P(x) = x^3 + (m-6)x^2 + x + m - 6$
olduğuna göre, $P(x+1)$ in katsayılar toplamı kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. $(x-3) \cdot P(x) = x^3 - (m+1)x^2 + (2m-1)x - 6$
olduğuna göre, $P(x)$ in $x-3$ ile bölümünden kalan kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. $(x+2) \cdot P(x) = x^2 - m + 9$
olduğuna göre, $P(x+1)$ in $x+3$ ile bölümünden kalan kaçtır?
A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

4. $(x+1) \cdot P(x-1) = x^3 + mx^2 - 4x - 5 + m$
olduğuna göre, $P(x)$ in $x+2$ ile bölümünden kalan kaçtır?
A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

5. $(x-2) \cdot P(x) = x^4 - 2x^3 + (1-m)x^2 + mx$
olduğuna göre, $P(2)$ kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

6. $(x-1) \cdot P(x) = x^3 + 7x^2 - m + 1$
olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?
A) 11 B) 13 C) 14 D) 15 E) 17

karekâk özel

köşetaşı

$P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 7$ olduğuna göre,

$P(\sqrt[3]{5} + 1)$ değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu tür sorularda polinomu yanda verilen parantez açılımlarıyla ilişkilendirmek gerekir.

$$P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 7$$

$$P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 8$$

$$P(x) = (x - 1)^3 + 8$$

$$P(\sqrt[3]{5} + 1) = (\sqrt[3]{5} + 1 - 1)^3 + 8 \\ = 13$$

Detaylı bilgi için (14.25) numaralı köşetaşına bakınız.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

1. $P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 17$
olduğuna göre, $P(\sqrt[3]{2} - 1)$ değeri kaçtır?
A) 18 B) 19 C) 23 D) 25 E) 27

2. $P(x) = x^2 + 4x + 11$
olduğuna göre, $P(\sqrt{17} - 2)$ değeri kaçtır?
A) 19 B) 21 C) 23 D) 24 E) 27

3. $P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$
olduğuna göre, $P(\sqrt[3]{5} - 1)$ değeri kaçtır?
A) 11 B) 9 C) 7 D) 5 E) 3

4. $P(x) = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 11$
olduğuna göre, $P(\sqrt[3]{4} + \frac{1}{2})$ değeri kaçtır?
A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

5. $P(x) = (x - 1)^3 + 3(x - 1)^2 + 3(x - 1) + 1$
olduğuna göre, $P(\frac{3}{5})$ değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{125}$ B) $\frac{3}{25}$ C) $\frac{8}{125}$ D) $\frac{27}{125}$ E) $\frac{98}{141}$

6. $P(x, y) = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
olduğuna göre, $P(\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{5})$ değeri kaçtır?
A) -9 B) -3 C) 0 D) 3 E) 5

karekök özel

köşetaşı

Bir $P(x)$ polinomu için

$$P(x + 1) + P(x - 1) = 4x^2 - 2x + 6$$

olduğuna göre, $P(0) + P(1)$ toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Verilen bağıntıdan $P(x)$ polinomunun ikinci dereceden bir polinom olduğu anlaşılmaktadır. Çünkü, ancak ikinci dereceden polinomların toplamı ikinci dereceden bir polinoma eşit olabilir.

$$P(x) = ax^2 + bx + c \text{ olsun.}$$

$$P(x + 1) + P(x - 1) = 4x^2 - 2x + 6$$

$$a(x + 1)^2 + b(x + 1) + c + a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c = 4x^2 - 2x + 6$$

$$ax^2 + 2ax + a + bx + b + c + ax^2 - 2ax + a + bx - b + c = 4x^2 - 2x + 6$$

$$2ax^2 + 2bx + 2a + 2c = 4x^2 - 2x + 6$$

$$\text{Polinomların özdeş olması nedeniyle; } 2a = 4 \quad 2b = -2 \quad 2a + 2c = 6$$

$$a = 2 \quad b = -1 \quad c = 1$$

Demek ki $P(x) = 2x^2 - x + 1$ dir.

$$P(0) + P(1) = 1 + 2 = 3 \text{ tür.}$$

1. $P(x) + P(x - 2) = 6x - 20$
olduğuna göre, $P(-1) + P(5)$ toplamı kaçtır?
A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

2. $P(x + 1) + P(x - 1) = 6x - 14$
olduğuna göre, $P(x)$ in katsayılar toplamı kaçtır?
A) -9 B) -7 C) -6 D) -4 E) -2

3. $P(x)$, ikinci dereceden bir polinomdur.
 $P(x + 1) - P(x) = 4x - 5$
olduğuna göre, $P(x)$ in x li teriminin katsayısı kaçtır?
A) -7 B) -5 C) 2 D) 5 E) 7

4. Birinci dereceden $P(x)$ polinomu için $P(x + 2) = 3x$ tir.
 $P(x - 1)$ polinomunun x ile bölümünden kalan kaçtır?
A) -12 B) -11 C) -9 D) -7 E) -6

5. $P(x)$ birinci dereceden bir polinomdur.
 $x \cdot P(x) - P(x + 1) = 2x^2 + x - 5$
olduğuna göre, $P(x - 3)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. İkinci dereceden $P(x)$ polinomu $(x - 4)$, $(x - 1)$, $(x + 2)$ ile bölündüğünde kalanlar sırasıyla 4, 4, 22 oluyor.
Buna göre, $P(x)$ in $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

karekök özel

köşetaşı

Üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomu $2x^2 - x + 4$ polinomuna tam bölünüyor. $P(x)$ in $x^2 - 2$ ile bölümünden kalan $3x + 38$ dir.

Buna göre, $P(x)$ in katsayıları toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Üçüncü dereceden $P(x)$ polinomunun bir çarpanı $2x^2 - x + 4$ ise, diğer çarpan $ax + b$ biçiminde birinci dereceden bir polinomdur.

$$P(x) = (2x^2 - x + 4)(ax + b)$$

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = 2 \text{ için } (2x^2 - x + 4)(ax + b) = 3x + 38$$

$$(8 - x)(ax + b) = 3x + 38$$

$$8ax + 8b - ax^2 - bx = 3x + 38$$

$$(8a - b)x + 8b - 2a = 3x + 38$$

Polinomların özdeş olması nedeniyle:

$8a - b = 3$ ve $8b - 2a = 38$ dir. Sisteminin çözümü yapılırsa $a = 1$, $b = 5$ bulunur.

$$P(x) = (2x^2 - x + 4)(x + 5) \Rightarrow P(1) = 5.6 = 30$$

BAZI ÖRNEKLER

• Dördüncü dereceden $P(x)$ polinomunun bir çarpanı $(x^2 - 5x + 4)$ ise, $P(x) = (x^2 - 5x + 4)(ax^2 + bx + c)$ dir.

• Üçüncü dereceden $P(x)$ polinomunun bir çarpanı $(x^2 - 2x + 7)$ ise, $P(x) = (x^2 - 2x + 7)(ax + b)$ dir.

• Üçüncü dereceden $P(x)$ polinomunun bir çarpanı $(x^3 - 5x - 1)$ ise, $P(x) = (x^3 - 5x - 1).a$ dir.

1. İkinci dereceden $P(x)$ polinomunun çarpanlarından biri $2x - 3$ tür.

$P(x)$ in $x^2 - 2$ ile bölümünden kalan $5x - 8$ olduğuna göre, $P(2)$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. Üçüncü dereceden $P(x)$ polinomunun bir çarpanı $x^3 - x^2$ dir.

$P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 20 olduğuna göre, $P(x)$ in baş katsayısı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $P(x)$ polinomunun $x^2 - x + 5$ ile bölümünden elde edilen bölüm sabit, kalan ise $2x + 3$ tür.

$P(2) = 42$ olduğuna göre, $P(x)$ in baş katsayısı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $P(x)$ polinomu $x^2 - x$ ile bölündüğünde $-2x + 1$, $x - 3$ ile bölündüğünde 19 kalanını veriyor.

$P(x)$ polinomu $(x^2 - x)(x - 3)$ ile bölündüğünde kalan aşağıdakilerden hangisi olur?

- A) $3x^2 - 4x + 2$ B) $x^2 - x + 1$
C) $2x^2 - 5x - 1$ D) $4x^2 - 6x + 1$
E) $2x^2 - 3x + 5$

5. Dördüncü dereceden $P(x)$ polinomu x , $(x - 1)$, $(x + 2)$ ve $(x - 4)$ ile tam bölünüyor.

Buna göre, $\frac{P(2)}{P(3)}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{12}{7}$ B) $\frac{17}{21}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{7}{18}$

6. Baş katsayısı 6 olan üçüncü dereceden bir polinom $(2x^2 + 4x)$ ile bölündüğünde kalan $4x - 3$ olmaktadır.

$P(1) = 13$ olduğuna göre, $P(2)$ kaçtır?

- A) 85 B) 108 C) 112 D) 121 E) 133

köşetaşı

$P(x) = 2x^{73} + 3x^{14} - 2x^2 - 3$ polinomunun $x^2 + x + 1$ ile bölümünden kalan nedir?

açıklamalı çözüm

Bir sayının 45 ile bölümünden kalan 37 ise, 9 ile bölümünden kalan 37 nin 9 ile bölümünden kalana eşittir. Buna göre, x sayısının 9 ile bölümünden kalan 1 dir.

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$x^3 - 1 = (x + 1)(x^2 - x - 1)$$

$P(x)$ polinomunun $x^3 - 1$ ile bölümünden kalan $K(x)$ ise, $P(x)$ in $x^2 + x + 1$ ile bölümünden kalan $K(x)$ in $x^2 + x + 1$ ile bölümünden kalandır.

$P(x) = 2x^{73} + 3x^{14} - 2x^2 - 3$ polinomunun $x^3 - 1$ ile bölümünden kalan:

$$x^3 = 1 \text{ için } 2x + 3x^2 - 2x^2 - 3 = x^2 + 2x - 3$$

$x^2 + 2x - 3$ polinomunda $x^2 + x + 1$ ile bölümünden kalan :

$$x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -x - 1 \text{ için } -x - 1 + 2x - 3 = x - 4$$

MATEMATİKÇE:

$$P(x) = (x^3 - 1) \cdot Q(x) + x^2 + 2x - 3$$

$$P(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1) \cdot Q(x) + x^2 + 2x - 3$$

$$x^2 = -x - 1 \text{ için kalan} = -x - 1 + 2x - 3 \Rightarrow x - 4$$

1. $P(x) = 2x^{47} - x^{34} + x^{21} + 1$ polinomunun $x^2 + x + 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 1$ B) $-3x$ C) $-3x + 1$
D) $3x - 1$ E) $-3x - 2$

2. $P(x) = x^{21} - x^{20} + x^5$ polinomunun $x^2 - x + 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2x$ B) $2x - 3$ C) $-2x + 1$
D) $2x - 1$ E) $-2x + 3$

3. $A(x) = x^{99} - x^{98} - x^{97} - x^{96}$ polinomunun $x^2 + x + 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) -1 C) $-x$ D) x E) $x - 1$

4. $K(x) = x^{49} - x^{47}$ polinomunun $x^3 + x^2 + x + 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - x + 1$ B) $x^2 + x + 1$ C) $x^2 + x + 2$
D) $x^2 + 2x + 1$ E) $x^2 + 4x$

$$(İpucu : x^4 - 1 = (x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1))$$

5. $N(x) = (x^{15} - 1)(x^7 + 1)$ polinomunun $x^2 + x + 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) -1 C) 1 D) $-x$ E) x

6. $P(x) = x^{37} - x^{32} + mx - n + 1$ polinomunun $x^2 + x + 1$ ile bölümünden kalan $5x - 7$ olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

karekök özel

1. I. $P(x) = \frac{\sqrt{7}}{x}$

II. $Q(x) = \frac{7}{\sqrt{x}}$

III. $R(x) = \frac{\sqrt{x}}{7}$

IV. $T(x) = 2x^2 - \frac{1}{x} + 3$

V. $U(x) = \frac{1}{\sqrt{2}-1}x + \sqrt{7}$

Yukarıdakilerden kaç tanesi polinomdur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $P(x) = 2 \cdot x^{\frac{3m-30}{m}} + 3x^{8-m}$

fonksiyonu reel katsayılı polinom olduğuna göre, m nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $(a-2)x^3 - (b+3)x^2 - c + 9 = x^3 + 1$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

4. $\frac{2x}{x^2 - x - 6} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+2}$

olduğuna göre, A - 3B farkı kaçtır?

- A) $\frac{7}{5}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{3}{5}$ E) $-\frac{6}{5}$

5. $P(x) = x^2 - x + 3$

$Q(x) = 4x + 1$

olduğuna göre, $2P(x) - Q(2x) + P(1)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x^2 - 10x + 8$ B) $2x^2 - 6x + 9$
C) $2x^2 - 8x + 10$ D) $x^2 - 6x + 3$
E) $4x^2 - x + 9$

6. $(x^2 + 3).P(x) = x^3 - x^2 + 3x - 3$

olduğuna göre, P(x) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) x + 1 C) x - 1
D) x - 2 E) 2x - 1

7. $P(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 5$

polinomu (x - 1) ile bölündüğünde bölüm ne olur?

(Homer yöntemi ile çözünüz)

- A) x^3 B) $x^3 - x^2 + x - 1$
C) $x^3 + x^2 + x$ D) $x^3 + 1$
E) $x^3 + x$

8. $\text{der} \left[\frac{P(x^2)}{Q(x)} \right] = 9$

$\text{der} [P(x^3) \cdot Q(x)] = 16$

olduğuna göre, $\text{der} [P(x) + Q(x)]$ değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

9. $P(x) = x^3 - x^2 + 4$

$P(2x - 1) = (x - 2).B(x) + m - 4$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

10. $P(x) = x^2 - 3x + 1$ polinomunun x - 4 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $P(x + 2) = x^2 - 3x + 1$ polinomunun $x - 4$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $P(x + 2) = x^2 - 3x + 1$ polinomu veriliyor.
 $P(x)$ in $x - 4$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

13. $P(x + 2) = x^2 - 3x + 1$ polinomu veriliyor.
 $P(x - 5)$ in $x - 4$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) -11 B) -7 C) 2 D) 19 E) 24

14. $P(x - 1) = x^3 - x + m + 9$ polinomu veriliyor.
 $P(x + 3)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünden kalan 17 olduğuna göre, m kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15. $\frac{P(x-2)}{Q(x+1)} = x^2 - x + 9$ bağıntısı veriliyor.

$P(x + 1)$ in $x - 3$ ile bölümünden kalan 78 olduğuna göre, $Q(x)$ in $x - 7$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. $P(x - 1) - Q(x + 1) = 3x - 4$ bağıntısı veriliyor.

$P(x + 2)$ nin katsayılar toplamı 16 olduğuna göre, $Q(x + 5)$ in sabit terimi kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

17. $P(x) = (4x^2 - 2x - 1)^3 (x^3 - x - 1)^3$

polinomu düzenlendiğinde, çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı kaç olur?

A) -121 B) -63 C) -42 D) -32 E) -16

18. $P(x) = x^{28} - 2x^{14} + 5$ polinomunun $x^7 - \sqrt{5}$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

19. $P(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 1$ polinomunun $x^2 - x - 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x - 4$ B) $4x - 3$ C) $2x - 4$
D) $3x + 2$ E) $4x + 1$

20. $Q(x) = ax^8 + bx^3 - 3x^2 + 2x - 1$ polinomunun $x^2 + 1$ ile bölümünden kalan $5x - 7$ olduğuna göre, $b - a$ farkı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

21. $P(x) = x^3 + x^2 + ax - b + 4$ polinomu $(x + 2)(x - 1)$ ile tam bölündüğüne göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

22. $P(x)$ polinomu $x^2 - 7x + 6$ polinomuna bölündüğünde kalan $5x + 4$ tür.

Buna göre, $P(x)$ in $(x - 6)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 28 B) 30 C) 32 D) 34 E) 36

23. $P(x)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünden kalan -2 , $x - 5$ ile bölümünden kalan 19 dur.

Buna göre, $P(x)$ in $x^2 - 3x - 10$ ile bölümünden kalan nedir?

A) $3x + 4$ B) $3x + 2$ C) $3x - 1$
D) $2x + 3$ E) $2x - 1$

24. $P(x) = x^3 - x^2 + kx - p + 4$ polinomu $(x - 2)^2$ polinomuna bölündüğüne göre, p kaçtır?

A) -12 B) -8 C) 6 D) 8 E) 12

25. $P(x) = mx^3 - nx^2 + x - p + 1$ polinomu $(x - 1)^3$ polinomuna tam bölünüyorsa, m kaçtır?

A) $-\frac{1}{6}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

26. $(x - 2)P(x) = x^3 - (m + 1)x^2 + 6x - 8$

olduğuna göre, $P(x + 1)$ in $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

27. $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 12$

olduğuna göre, $P(\sqrt[3]{4} + 1)$ değeri kaçtır?

A) 13 B) 15 C) 16 D) 17 E) 19

28. Bir $P(x)$ polinomu için;

$$xP(x) + P(x + 1) = 3x^2 + x + 1$$

olduğuna göre, $P(5) + P(-1)$ değeri kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

29. Üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomu $x^2 - 2x + 5$ polinomuna tam bölünüyor. $P(x)$ in $x^2 - 1$ ile bölümünden kalan $14x - 10$ dur.

Buna göre, $P(x)$ in $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

30. $P(x) = 3x^{57} + 2x^{56} + x^{55} + x - 1$

polinomunun $x^2 - x + 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x + 4$ B) $3x - 6$ C) $3x - 2$
D) $4x - 6$ E) $4x - 5$

1. Aşağıdakilerden hangisi bir polinom değildir?

- A) $\sqrt{3}x^2 - 4$ B) $x^3 + \frac{1}{8}$ C) $\frac{x^4}{8} + 3$
D) $x^3 + \sqrt{x} + 1$ E) $\frac{x^5}{\sqrt{3}} - \frac{1}{4}$

2. A(x) ikinci dereceden, B(x) üçüncü dereceden bir polinomdur.

$C(x^2) = A(x^4) B(x^2 + 2x + 1)$ olduğuna göre, C(x) polinomunun derecesi kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. $P(x) = x^2 - 2x + 11$ polinomu için $P(2\sqrt{2} + 1)$ değeri kaçtır?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

4. $\frac{5(x-1)}{x^2-3x-4} = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+1}$

olduğuna göre, A - B nin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. P(x) polinomu ikinci dereceden bir polinomdur.

$P(x) - P(-x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $x^2 + 2x + 1$ B) $2x^2 + 1$ C) $\frac{x}{2} + 1$
D) $x + \frac{1}{2}$ E) $5x$

6. $P(x) = 4x + 1$ ve $Q(x) = x^2 + 1$ olmak üzere,

$(x + 1) \cdot Q(x) - xP(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ olduğuna göre, a + b + c + d kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 4 E) 8

7. $P(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 4$

olduğuna göre, $P(\sqrt[4]{4} - 1)$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

8. $P(x) = x^3 + 2x + 1$ polinomunun $Q(x) = x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $P(x) = x^4 + 3x + a$ polinomu $x - 1$ ile kalansız bölünebildiğine göre, a kaçtır?

- A) -10 B) -8 C) -6 D) -4 E) 0

10. $P(x) = x^5 + x^4 - x^3 + ax$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan 5 ise, $x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

11. $P(x + 2) = x^2 + ax + b$ polinomu veriliyor.

$P(x)$ polinomu $(x - 1)$ ve $(x + 1)$ ile ayrı ayrı kalansız bölünebildiğine göre, a/b oranı kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{4}{3}$ C) 0 D) $\frac{4}{3}$ E) 2

12. $P(x) = x^9 + 3x^5 - 4x^2 + 2x - 1$ polinomunun $x^2 + 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 1$ B) $3x + 6$ C) $4x + 3$
D) $5x + 6$ E) $6x + 3$

13. Bir $P(x)$ polinomu için;

$$(x^2 - 1) \cdot P(x) \equiv 3x^3 - x^2 + ax + b$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $x^3 + ax^2 + bx + 3$ polinomunun $x^2 - 2$ ile bölümünden kalan $3x + 7$ olduğuna göre, $a + 2b$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15.
$$\frac{2x + P(2x - 1)}{Q(x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 4)} = x - 2$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

16. $P(x)$ polinomu $x^2 - x + 1$ ile bölündüğünde bölüm $Q(x + 1)$, kalan $2x - 1$ dir.

$Q(x)$ in sabit terimi -2 olduğuna göre, $P(x)$ in $x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -1 B) -3 C) -5 D) -7 E) -9

17. $P(x)$ polinomunun $x^2 - 8x + 12$ ile bölümünden kalan $x + 3$ olduğuna göre, $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 8 E) 10

18. $P(x)$ polinomunun $x^3 + 1$ ile bölümünden kalan $5x^2 + 5x - 1$ olduğuna göre, $x^2 - x + 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5x - 2$ B) $10x - 6$ C) $10x - 2$
D) $10x$ E) $15x$

19. $P(x)$ polinomunun $(x + 1)^3$ ile bölümünden kalan $2x^2 + 5x - 1$ olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

20. $(x - 4) \cdot P(x) = (x - 4)^k + (x - 5)^k + a + 2$ olduğuna göre, $k \in \mathbb{N}$ için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) k çift ise $a = 1$ B) k çift ise $a = 3$
C) k tek ise $a = 3$ D) k tek ise $a = -3$
E) k çift ise $a = -3$

1. Aşağıdakilerden hangisi bir polinom değildir?

A) $x + \frac{1}{2}$

B) $\sqrt{2}x^2 + 3$

C) $\frac{x^3}{\sqrt{3}} + x^2 - \frac{1}{2}$

D) $x^4 + \frac{x^3}{\sqrt{2}}$

E) $x^3 + \frac{x^2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{x} + 1$

2. $P(x)$ dördüncü dereceden, $Q(x)$ beşinci dereceden bir polinomdur.

$R(x) = P(x^2) \cdot Q(x^3 + x + 1)$ olduğuna göre, $R(x)$ polinomunun derecesi kaçtır?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

3. Bir $P(x)$ polinomu için $P(x + 3) = x^2 + 6x + a$ dır.

$P(x)$ polinomunun sabit terimi -2 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. $P(x) = 2x^8 - x^4 + x^2 - 3$ polinomunun $x^2 + 3$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 147 B) 150 C) 157 D) 160 E) 167

5. $x^3 + ax^2 + bx + 3$ polinomunun $x^2 + 2$ ile bölümünden kalan $x + 1$ olduğuna göre, $b - 2a$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. Bir $P(x)$ polinomu için;

$$(x^2 + 3) \cdot P(x) \equiv ax^3 + bx^2 + 3x - 6$$

olduğuna göre, $\frac{P(1)}{3a + b}$ in değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

7. $P(x - 2) + P(x + 2) = 2(x^2 + 7)$

olduğuna göre, $P(1)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. Baş katsayısı 2 olan üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomu $x^2 + 2$ ile kalansız bölünüyor.

Buna göre, $P(2) - P(-2)$ kaçtır?

- A) 24 B) 36 C) 48 D) 64 E) 72

9. Bir $P(x)$ polinomunun $(x^3 + 2x)$ ile bölümünden kalan $x^2 + 3x + 3$ tür.

Bu polinomun $(x^2 + 2)$ ile bölümünden kalan nedir?

- A) $x + 4$ B) $x + 7$ C) $2x + 7$
D) $3x + 4$ E) $3x + 1$

10. Bir $P(x)$ polinomunun $(x - 2)^3$ ile bölümünden kalan $x^2 - 4x$ olduğuna göre, $(x - 2)^2$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

11. $P(x)$ polinomunun $(x + 2)$ ve $(x - 1)$ ile bölümünden kalanlar sırasıyla 5 ve 2 dir.

$P(x)$ in $x^2 + x - 2$ ile bölümünden kalan nedir?

- A) $-2x + 5$ B) $-x + 3$ C) 1
D) $x + 3$ E) $2x + 5$

12. $2P(x) + P(2) = x^2 + 8$

Buna göre, $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

13. $P(x + 2) = x^2 - 4x - 5$ polinomu veriliyor.

$P(x)$ polinomunun çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 1$ B) $x - 2$ C) $x - 3$
D) $x - 4$ E) $x - 5$

14. $P(x)$ polinomunun sabit terimi 5, katsayılar toplamı ise 7 dir.

$P(47x + 2) = P(x) + P(x + 1)$ olduğuna göre, $P(x - 3)$ polinomunun $(x - 5)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

15. $P(x^3 + 3) = 3x^6 - x^3 + a$ dir.

$P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı 15 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimiyle a nın çarpımı kaçtır?

- A) 30 B) 31 C) 32 D) 33 E) 34

16. $P(x + 2y, x - 3y) = y^2 + 3x - 5$

olduğuna göre, $P(7, 2)$ kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 9 D) 11 E) 12

17. $P(x, y) = (x^2 + 3y - 2)^3 - x^2 - 3y + 7$ polinomunun $x^2 + 3y$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

18. $P(x) = ax + b$ ve $a < 0$ polinomu için;

$P(P(x)) = 9x - 8$ olduğuna göre, $\frac{P(0)}{a+b}$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

19. $P(x) = (x - 1)^{n+1}$ polinomu $x - 4$ ile bölündüğünde 9^{n-1} kalanını vermektedir.

Bu polinomun $x + 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 8 B) 16 C) 64 D) 81 E) 100

20. $P(x) = (x + 1) \cdot Q(x) - 2$ olup $Q(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 4 tür.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisinin çarpanları arasında $x - 2$ vardır?

- A) $xP(x) - 5$ B) $xP(x) - 10$
C) $xP(x) - 15$ D) $xP(x) - 20$
E) $xP(x) - 25$

karekök özel

1. $P(x)$ polinomunda

$$P(x+2) = 2x^3 + 10x^2 - 3x + 15$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $(x-2)$ ile bölümünden kalan nedir?

- A) 0 B) 2 C) 10 D) 15 E) -3

(ÖYS 1981)

2. $P(x) = 3x^{36} - 5x^{18} - 4$ polinomunun

$(x^9 - \sqrt{3})$ e bölümündeki kalan nedir?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

(ÖYS 1982)

3. $\frac{P(x-2)}{Q(x)} = x^2 - x - 2$ bağıntısı veriliyor.

$Q(x)$ polinomunun $(x-3)$ ile bölümünden kalan 3 olduğuna göre, $P(1)$ in değeri kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

(ÖYS 1983)

4. $P(x) = 2x^{17} + ax^{11} - 4$ olduğuna göre, a nın hangi değeri için $P(x)$ in çarpanlarından biri $x-1$ dir?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

(ÖYS 1984)

5. $P(x) = (x^3 + 2x^2 - 3x + 1) \cdot Q(x) + x + 1$

bağıntısında $Q(x)$ bir polinomdur.

$P(x)$ in $x-1$ ile bölümündeki kalan 5 olduğuna göre, $Q(x)$ in $x-1$ ile bölümünden kalan nedir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(ÖYS 1984)

6. $Q(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 3$ çokterimlisi $P(x)$ gibi bir çokterimli ile bölünüyor.

Bölüm x olduğuna göre, kalan ne olur?

- A) 3 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

(ÖYS 1985)

7. Bir polinomun $(x-2)^2$ ile bölümünden kalan $3x+8$ olduğuna göre, bu polinomun $x-2$ ile bölümünden kalan nedir?

- A) 15 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8

(ÖYS 1987)

8. $P(x)$, $Q(x)$ gibi iki polinomun $x-5$ ile bölümünden kalan sırasıyla 2 ve 3 ise,

$P(x) \cdot Q(x)$ çarpımının $x-5$ ile bölümünden kalan ne olur?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

(ÖYS 1988)

9. $P(x) = ax^4 + 4x^3 - 3x^2 + bx + c$

nin iki katlı bir kökü $x=2$ olduğuna göre, a ile b arasındaki bağıntı nedir?

- A) $32a + b + 10 = 0$ B) $32a + b + 36 = 0$

- C) $16a + b - 24 = 0$ D) $16a + b - 32 = 0$

- E) $16a + 2b + 24 = 0$

(ÖYS 1989)

10. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomlarının $x-1$ ile bölümünden kalanlar sırası ile -4 ve 6 olduğuna göre,

t nin hangi değeri için $3P(x) + t \cdot Q(x)$ polinomu $x-1$ ile tam olarak bölünür?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

(ÖYS 1990)

11. $P(x - 1) + P(x + 1) = 4x^2 - 2x + 10$ olduğuna göre,

$P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x^2 - x - 3$ B) $2x^2 + x - 3$
C) $2x^2 - x + 3$ D) $4x^2 + x - 1$
E) $4x^2 - x + 1$

(ÖYS 1991)

12. $\frac{a^8 + 4a^2 - 8}{a^2 + 2}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^6 - a^5 + a^4 - 4$ B) $a^6 - a^5 - a^4 - 4$
C) $a^6 - 2a^4 + 4a^2 - 4$ D) $a^6 - a^5 - 4$
E) $a^6 + 4a^5 - 4$

(ÖYS 1992)

13. $P(x) = x^3 + 5x^2 + 5x + 27$ polinomu, $Q(x)$ polinomu ile bölündüğünde bölüm $x + 5$ olduğuna göre, kalan kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 2 D) 3 E) 4

(ÖYS 1993)

14. $P(x - 2) = (x^2 + 1) \cdot Q(x - 1) - x - 1$ eşitliği verilmiştir.

$P(x)$ polinomunun $(x - 3)$ ile bölümünden kalan 20 olduğuna göre, $Q(x)$ polinomunun $x - 4$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(ÖYS 1994)

15. $Q(x - 2) = x^3 - 5x + a$ çok terimli veriliyor.

$Q(x)$ çok terimlisinin sabit terimi 7 olduğuna göre, $Q(x)$ çok terimlisinin katsayıları toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 8 C) 21 D) 39 E) 47

(ÖSS 1995)

16. $Q(3x) = 18x + 6$

olduğuna göre, $Q(x)$ polinomunun $x - 5$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 32 B) 36 C) 54 D) 86 E) 96

(ÖSS 1996)

17. $P(x) = x^4 + \frac{1}{2}x^3 + x^2 + ax$

polinomunun $x^2 + 1$ ile kalansız bölünebilmesi için a kaç olmalıdır?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) -2

(ÖYS 1996)

18. $Q(x) = x^3 + 5x^2 + px - 8$

polinomunun çarpanlarından biri $(x - 2)$ olduğuna göre, p nin değeri kaçtır?

- A) -15 B) -10 C) 5 D) 13 E) 16

(ÖSS 1997)

19. $P(x - 2) = x^2 - x - 3$

olduğuna göre, $P(2x - 1)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2x^2 - x - 3$ B) $2x^2 - x + 3$
C) $4x^2 + 2x - 3$ D) $4x^2 + 4x - 3$
E) $4x^2 + 4x - 2$

(ÖYS 1997)

20. $(3x^4 - 5x^3 + 2x - 1)(5x^3 + 7x^2 - 8x + 6)$

çarpımı yapıldığında x^5 in katsayısı kaç olur?

- A) 35 B) 32 C) 24 D) -32 E) -59

(ÖSS 1983)

21. Bir $P(x)$ polinomunun $x(x + 3)$ ile bölümünden kalan $9 - 9x$ olduğuna göre, $x + 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 30 B) 33 C) 36 D) 39 E) 42

(ÖYS 1998)

22. Katsayılarının toplamı -2 olan bir $P(x)$ polinomunun $(x + 3)$ ile bölümünden kalan -10 dur.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x^2 + 2x - 3$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x - 4$ B) $2x - 1$ C) $3x + 1$
D) 20 E) -12

(ÖSS 1999)

23. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için

$$P(x + 2) = (x^3 - 2x - 3) \cdot Q(x) + x^2 + x + 1$$

bağıntısı sağlanmaktadır.

$Q(x)$ in sabit terimi 5 olduğuna göre, $P(x)$ polinomu $(x - 2)$ ile bölündüğünde kalan kaçtır?

A) -16 B) -15 C) -14 D) 0 E) 1

(ÖSS 1999)

24. $P(x)$ bir polinom ve

$$P(x - 1) + x^2 P(x + 1) = x^3 + 3x^2 + x + 1$$

$$P(2) = 4$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

(ÖSS 2000)

25. $P(x)$ bir polinom ve

$$x^3 + ax - 8 = (x - 2) P(x)$$

olduğuna göre, $P(2)$ nin değeri kaçtır?

A) 36 B) 32 C) 24 D) 12 E) 0

(ÖSS 2000)

$$26. \frac{10x - 5}{x^2 - 4x - 5} = \frac{A}{x - 5} + \frac{B}{x + 1}$$

olduğuna göre, $A - B$ farkı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(ÖSS 2001)

27. Her x gerçel sayısı için

$$x^2 + ax - 5 = (x + 1)(bx + c)$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) -9 B) -8 C) 0 D) 8 E) 9

(ÖSS 2002)

28. Her x gerçel sayı için

$$2x - 4 = ax(x - 1) + bx(x + 1) + c(x^2 - 1)$$

olduğuna göre, $a.b.c$ çarpımı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

(ÖSS 2003)

29. Her x gerçel sayısı için

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = (x^2 - 1)(px^2 + qx + r) + 2x - 1$$

olduğuna göre, $a + c + e$ toplamı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

(ÖSS 2004)

BÖLÜM 32

İkinci Dereceden Denklemler

KÖŞETAŞI AMAÇLAR

1. İkinci dereceden veya daha yüksek dereceden denklemlerin genel çözüm yönteminin çarpanlara ayırma yolu olduğunu fark etme
2. Özel durumlu ikinci dereceden denklemin çözüm kümesini bulabilme
3. Çarpanlarına ayrılabilen ikinci dereceden üç terimliyi içeren denklemin çözümünü yapabilme
4. İkinci dereceden denklemlerin genel çözümünü formülle yapabilme
5. İkinci dereceden bir denklemin tek reel kökünün olması için $\Delta = 0$ şartının gerçekleştiğini fark edebilme
6. İkinci dereceden bir denklemin iki reel kökünün olması için $\Delta > 0$ şartının gerçekleşmesi gerektiğini fark edebilme
7. Kökün denklemi sağlayan değer olduğunu fark edebilme
8. İki denklemin ortak kökü olduğunda, denklemlerin diğer köklerini bulabilme
9. İkinci dereceden denkleme dönüşebilen yüksek dereceden denklemleri çözebilme
10. İkinci dereceden denklem yardımıyla üstel denklemleri çözebilme
11. İkinci dereceden denklem yardımıyla köklü denklemleri çözebilme
12. İkinci dereceden denkleme dönüşen rasyonel denklemleri çözebilme
13. İkinci dereceden denklem yardımıyla mutlak değerli denklemleri çözebilme
14. Kökleri bilinen ikinci dereceden denklemi kurabilme
15. $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökler toplamının $-b/a$ ya eşit olduğunu kavrayabilme
16. $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökler çarpımının c/a ya eşit olduğunu kavrayabilme
17. İki kök arasındaki bağıntı bilindiğinde, kök ve katsayılar arasındaki bağıntılar yardımıyla istenen parametreyi bulabilme
18. Kök ve katsayılar arasındaki bağıntıları özdeşliklerde kullanabilme
19. Katsayıları köklerinden oluşan denklemlerin köklerini bulabilme
20. İki farklı denklemin kökleri arasındaki bağıntı bilindiğinde denklemlerden biri üzerinden diğerini elde edebilme
21. Çözümünde ikinci dereceden denklemle karşılaşılacak problemleri çözebilme

köşetaşı

Aşağıdaki denklemlerin R'deki çözüm kümelerini bulunuz?

a) $(x - 2)(2x - 7)(x + 3)(3 - 2x) = 0$

b) $5x(x + 4)(x + \sqrt{2}) = 0$

c) $2x(3 - x) \cdot |4 - x| = 0$

açıklamalı çözüm

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde çözüm kümesinin elde edilmesinin kolay olduğu 1. kitap 3. bölümde anlatıldı. Eğer bir denklemde verilen ifade birinci dereceden çarpanlarına ayrılabilirse çözüm kümesinin elde edilmesi kolay olacaktır. Çarpanlardan birini sıfır yapan değer çözüm kümesinin elemanıdır ve bu değere denklemin kökü denir.

a)

$(x - 2)(2x - 7)(x + 3)(3 - 2x) = 0$	
$x - 2 = 0$	$x = 2$
$2x - 7 = 0$	$x = \frac{7}{2}$
$x + 3 = 0$	$x = -3$
$3 - 2x = 0$	$x = \frac{3}{2}$
$\mathcal{C} = \left\{-3, \frac{3}{2}, 2, \frac{7}{2}\right\}$	

b)

$5x(x + 4)(x + \sqrt{2}) = 0$	
$x = 0$	
$x + 4 = 0$	$x = -4$
$x + \sqrt{2} = 0$	$x = -\sqrt{2}$
$\mathcal{C} = \{-4, \sqrt{2}, 0\}$	

c)

$3x(3 - x) 4 - x = 0$	
$x = 0$	
$3 - x = 0$	$x = 3$
$ 4 - x = 0$	$x = 4$
$\mathcal{C} = \{0, 3, 4\}$	

1. $(3x - 7)(1 + 3x) = 0$ denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $(x - 1)(x + 2)(3 - x) = 0$ denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

- A) -12 B) -8 C) -6 D) 4 E) 6

3. $x(x - 2)(5 - x)(x + 3) = 0$ denkleminin en küçük iki kökünün toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

4. $5x(x - 5)(x + 5) = 0$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{0, 5\}$ B) $\{-5, 0\}$ C) $\{-5, 0, 5\}$
D) $\{-5, 5, 1/5\}$ E) $\{-5, 1, 5\}$

5. $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{3})(5x - 7)(x - 1) = 0$ denkleminin kaç reel kökü vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $|x - \sqrt{5}| \cdot (x + \sqrt{2}) = 0$

denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

- A) $-\sqrt{10}$ B) $\sqrt{-10}$ C) $\sqrt{10}$ D) $\sqrt{7}$ E) 10

karekök özel

köşetaşı

Aşağıdaki denklemlerin R deki çözüm kümelerini bulunuz?

a) $x^2 - 4x = 0$

b) $2x^2 - 6 = 0$

c) $x^2 = 0$

d) $x^2 + 4 = 0$

açıklamalı çözüm

a, b, c $\in \mathbb{R}$ olmak ve bilinmek üzere,

$ax^2 + bx + c = 0$ denklemi ikinci dereceden bir bilinmeyenli (bilinmeyen x tir) denklemin genel halidir.

Eğer x^2 li terimin dışındaki terimlerinden biri veya ikisi yoksa (katsayıları sıfırsa) denklemin özel durumudur. Bu durumlarda çarpanlara ayırarak kısaca çözüm yapılabilir.

$2x^2 - 6 = 0$ denklemine tekrar bakalım:

$$2x^2 = 6$$

$$x^2 = 3$$

$$|x| = \sqrt{3} \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ x = \sqrt{3} \end{cases}$$

a) $x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow \mathbb{C} = \{0, 4\}$

b) $2x^2 - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 3 = 0 \Rightarrow (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0 \Rightarrow \mathbb{C} = \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$

c) $x^2 = 0 \Rightarrow x \cdot x = 0 \Rightarrow \mathbb{C} = \{0\}$

d) $x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$ karesi -4 olan bir reel sayı olmadığından $\mathbb{C} = \emptyset$

1. $x^2 + 6x = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{0, 6\}$ B) $\{-6, 0\}$ C) $\{-6, 6\}$ D) $\{6\}$ E) $\{0, 1\}$

2. $3x^2 - 12 = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{0, 4\}$ B) $\{2, 4\}$ C) $\{-2, 4\}$ D) $\{-2, 2\}$ E) $\{0, 2\}$

3. $x(x^2 - 2) = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{-2, 0, 2\}$ B) $\{-\sqrt{2}, 0, \sqrt{2}\}$ C) $\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$
D) $\{0, 2\}$ E) $\{-2, 0, -\sqrt{2}\}$

4. $(x^2 + 2)(x - 3) = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{3\}$ B) $\{-2, 3\}$ C) $\{0, 3\}$
D) $\{\sqrt{2}, 3\}$ E) $\emptyset$

5. $(1 - x^2)(2 - x) = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{-1, 0, 2\}$ B) $\{-1, 1\}$ C) $\{-2, 1\}$
D) $\{1, 2\}$ E) $\{-1, 1, 2\}$

6. $|x^2 - 9| \cdot (x + 2) = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{-3, -2, 9\}$ B) $\{-3, -2, 3\}$ C) $\{-3, 0, 3\}$
D) $\{0, 2, 3\}$ E) $\{-2, 2, 3\}$

karekök özel

köşetaşı

Aşağıdaki denklemlerin R de çözüm kümelerini bulunuz?

a) $x^2 - x - 6 = 0$

b) $5x^2 + 14x - 3 = 0$

açıklamalı çözüm

Detaylı bilgi için 3. ve 13. bölümlere bakınız.

a) $x^2 - x - 6 = 0$

Çarpımları sabit terim olan -6 yı, toplamı x in katsayısı olan -1 i veren iki reel sayı -3 ve 2 olduğundan:

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\mathcal{C} = \{-2, 3\}$$

b) $5x^2 + 14x - 3 = 0$

$$\begin{array}{r} 5x \quad -1 \\ x \quad +3 \end{array}$$

Baştaki ve sondaki terimler önce çarpanlarına ayrılır. Çaprazlama çarpma yapıp toplanır

$$(3 \cdot 5x + (-1) \cdot x = 14x). \text{ Bu toplam ortadaki terim ise: } (5x - 1)(x + 3) = 0 \Rightarrow \mathcal{C} = \{-3, 1/5\}$$

NEDENİNİ ANLAYALIM

$$(x - a)(x - b) = 0$$

$$x^2 - ax + bx + ab = 0$$

$$x^2 - (a - b)x + ab = 0$$

1. $x^2 - 7x + 6 = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{1, 6\}$ B) $\{-1, 6\}$ C) $\{-6, 1\}$ D) $\{0, 6\}$ E) $\{-6\}$

2. $x^2 - 10x + 21 = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{-3, 7\}$ B) $\{3, 7\}$ C) $\{-7, -3\}$ D) $\{0, 3\}$ E) $\{2, 5\}$

3. $3x^2 - 5x + 2 = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right\}$ B) $\left\{\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\right\}$ C) $\left\{\frac{2}{3}, 1\right\}$ D) $\left\{\frac{3}{2}, 2\right\}$ E) $\{1, 2\}$

4. $(x^2 - 4)(2x^2 - x - 1) = 0$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\left\{-2, 4, \frac{9}{2}\right\}$ B) $\{1, 2, 3, 4\}$ C) $\left\{-3, -\frac{2}{3}, 1\right\}$
D) $\left\{-2, 2, \frac{5}{2}\right\}$ E) $\left\{-2, -\frac{1}{2}, 1, 2\right\}$

5. $3x^2 - 2x = 8$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\left\{-2, \frac{3}{4}\right\}$ B) $\left\{-3, \frac{5}{2}\right\}$ C) $\left\{-2, \frac{4}{3}\right\}$
D) $\left\{-\frac{4}{3}, 2\right\}$ E) $\left\{-\frac{2}{3}, 3\right\}$

6. $5x^2 - x = 42$ denkleminin büyük kökü kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{14}{3}$

karekök özel

köşetaşı

$2x^2 - 7x + 1 = 0$ denkleminin $\mathbb{R}$ de çözüm kümesi nedir?

açıklamalı çözüm

Önceki köşetaşlarındaki denklemler kolayca çarpanlarına ayrılırken yukarıdaki ifadeyi çarpanlarına ayırmak kolay değildir. Aslında bu denklemde yanda anlatıldığı gibi çarpanlarına ayrılabilir. Ancak üstat matematikçiler şöyle kolaylaştırmışlardır:

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ile gösterilsin.

Önce $\Delta = b^2 - 4ac$ değeri bulunur. “ Δ ”, diskriminant veya delta biçiminde okunur. Eğer;

I) $\Delta > 0$ ise, iki reel kök vardır.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

II) $\Delta = 0$ ise, tek reel kök vardır. Bu köke çift kat kök veya çakışık kök gibi isimler verilir. Yukarıdaki köklerde Δ yerine

sıfır yazılırsa; $x_{1,2} = \frac{-b}{2a}$

III) $\Delta < 0$ ise, reel kök yoktur. Çünkü yukarıdaki köklerde Δ yerine negatif bir sayı yazılırsa sayı reel olmaz.

Buna göre, $2x^2 - 7x + 1 = 0$ denkleminde $a = 2$, $b = -7$, $c = 1$ dir.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 41$$

$$\Delta > 0 \text{ olduğundan } x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 + \sqrt{41}}{4}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 - \sqrt{41}}{4}$$

$$Ç = \left\{ \frac{7 \pm \sqrt{41}}{4} \right\}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\left| x + \frac{b}{2a} \right| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|2a|}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Bu işlemlerin tamamını yaparak denklem çözmeye tam kareye tamamlayarak çarpanlara ayırma deniliyor.

Bu yöntemin alıştırmaları için 13. bölüme bakınız.

1. $2x^2 - 7x + 4 = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\left\{\frac{7+\sqrt{17}}{2}\right\}$ B) $\left\{\frac{7+\sqrt{17}}{4}\right\}$ C) $\left\{\frac{2+\sqrt{21}}{6}\right\}$
 D) $\left\{\frac{5+\sqrt{7}}{4}\right\}$ E) $\left\{\frac{3+\sqrt{6}}{2}\right\}$

2. $4x^2 - 12x + 9 = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ B) $\left\{\frac{2}{3}, 1\right\}$ C) $\left\{-1, \frac{4}{3}\right\}$
 D) $\left\{\frac{5}{2}, 3\right\}$ E) $\left\{-\frac{2}{3}\right\}$

3. $x^2 + x + 1 = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{-1\}$ B) $\{1\}$ C) $\{0, 1\}$
 D) $\left\{1+\sqrt{2}\right\}$ E) $\mathbb{Z}$

4. $2x^2 - 5x + 1 = 0$

denkleminin köklerinden büyüğü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{5+\sqrt{17}}{2}$ B) $\frac{5+\sqrt{17}}{4}$ C) $\frac{17+\sqrt{5}}{4}$
 D) 4 E) 5

5. $m^2 - 3m + 1 = 0$

denkleminin büyük kökü a olduğuna göre,

$a - \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $(a^2 - a + 1)(2a^2 - 8) = 0$

denkleminin büyük kökü, küçük kökünün kaç katıdır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

köşetaşı

$$3x^2 - 5x + m - 1 = 0$$

denkleminin reel sayılarda sadece bir kökü varsa m kaçtır?

açıklamalı çözüm

İkinci dereceden bir denklemin reel sayılarda bir kökü varsa $\Delta = 0$ dır.

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$25 - 4 \cdot 3 \cdot (m - 1) = 0$$

$$25 - 12m + 12 = 0$$

$$12m = 37$$

$$m = \frac{37}{12}$$

1. $x^2 - 8x + m + 3 = 0$ denkleminin diskriminantı sıfıra eşit olduğuna göre, m kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 9 D) 11 E) 13

2. $x^2 - 6x + p + 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 = x_2$ olduğuna göre, p kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $mx^2 - 4x + 1 = 0$ denkleminin çakışık iki kökü olduğuna göre, m kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $x^2 - 6x + 2m - 3 = 0$

denkleminin çift kat kökü varsa, m kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. $ax^2 - 4x - 6 = 0$

denkleminin kökleri $x_1 = x_2$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) -2 E) 4

6. $x^2 - 4x + 2m^2 - 4 = 0$

denklemini sağlayan x değerleri birbirine eşittir.

m nin alabileceği büyük değer a, küçük değer b olduğuna göre, $3a - b$ değeri kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

karekök özel

köşetaşı

$$mx^2 - \sqrt{3}x - 1 = 0$$

denkleminin gerçel iki kökünün olması için m nin alacağı değerlerin kümesini bulunuz?

açıklamalı çözüm

İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin gerçel iki kökünün olması için $\Delta > 0$ olmalıdır.

$$a = m, \quad b = -\sqrt{3}, \quad c = -1 \text{ dir.}$$

$$b^2 - 4ac > 0$$

$$(-\sqrt{3})^2 - 4 \cdot m \cdot (-1) > 0$$

$$3 + 4m > 0$$

$$4m > -3$$

$$m > -\frac{3}{4}$$

$$m \text{ nin alabileceği değerler kümesi} = \left(-\frac{3}{4}, +\infty \right)$$

1. $x^2 - 7x + m - 1 = 0$ denkleminin iki gerçel kökü olduğuna göre, m nin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

2. $x^2 - 2x + 4 = 0$ denkleminin reel kökünün olması için sabit terimden en az kaç çıkarılmalıdır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $x^2 - 4x + a + 2 = 0$ denkleminin reel kökü olmadığına göre, a nın alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $kx^2 - 6x + 3 = 0$ denkleminin farklı iki gerçel kökü olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $k < 3$ B) $k < -2$ C) $k > -3$
D) $k < 0$ E) $k > 0$

5. $f(x) = x^2 - 6x + m + 1$ fonksiyonu için $f(x) = 5$ denkleminin çözüm kümesinin iki gerçel elemanı vardır.

Buna göre, m nin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

6. p , pozitif tamsayıdır.

$2x^2 - 7x + p = 0$ denkleminin farklı iki kökü olduğuna göre, p nin kaç farklı değeri vardır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

karekök özel

köşetaşı

$$x^2 - (m - 1)x - 12 = 0$$

denkleminin köklerinden biri 4 olduğuna göre, diğer kökü kaçtır?

açıklamalı çözüm

Kök, denklemi sağlayan x değeri demektir.

$$x = 4 \text{ için } 4^2 - (m - 1) \cdot 4 - 12 = 0$$

$$16 - 4m + 4 - 12 = 0$$

$$m = 2$$

$$m = 2 \text{ için } x^2 - x - 12 = 0 \text{ denklemi elde edilir.}$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = 4 \text{ veya } x = -3 \text{ tür.}$$

Demek ki diğer kök -3 tür.

NE GÜZEL BİR SORU:

$$2x^2 - 7x - 5 = 0 \text{ denkleminin kökleri } a \text{ ve } b \text{ dir.}$$

$$\text{Buna göre, } \frac{15}{2a^2 - 7a} + \frac{30}{2b^2 - 7b + 5}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Madem ki a ve b kök, o zaman

$$2a^2 - 7a - 5 = 0 \Rightarrow 2a^2 - 7a = 5$$

$$2b^2 - 7b - 5 = 0 \Rightarrow 2b^2 - 7b = 5 \text{ tir.}$$

$$\frac{15}{5} + \frac{30}{5+5} = 3 + 3 = 6$$

1. $x^2 - (k + 7)x - k + 11 = 0$ denkleminin köklerinden biri -2 olduğuna göre, k kaçtır?
A) -33 B) -32 C) -29 D) -27 E) -23

2. $2x^2 - (m + 1)x + 2m - 5 = 0$ denkleminin köklerinden biri 1 olduğuna göre, diğer kök kaçtır?
A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

3. $x^5 - x + m - 4 = 0$ denkleminin köklerinden biri -2 olduğuna göre, m kaçtır?
A) 26 B) 28 C) 30 D) 32 E) 34

4. $x^2 - mx + n = 0$ denkleminin kökleri 1 ve 4 olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?
A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

5. $2x^2 - (m - 4)x + 2m - 22 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 = 5$ olduğuna göre, $\sqrt{x_1^2 - 9x_2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 11 D) 13 E) 14

6. $3x^2 - 11x - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre, $3x_1^2 - 11x_1 + 6x_2^2 - 22x_2$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 18

karekök özel

köşetaşı

$$x^2 - 3x + a - 3 = 0$$

$$x^2 + (a + 2)x - 8 = 0 \text{ denklemlerinin bir kökü ortak olduğuna göre, } a \text{ kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

Ortak kök x_1 olsun.

$$x_1^2 - 3x_1 + a - 3 = 0$$

$$x_1^2 + (a + 2)x_1 - 8 = 0$$

$$-3x_1 - (a + 2)x_1 + a - 3 + 8 = 0$$

$$-3x_1 - ax_1 - 2x_1 + a - 3 + 8 = 0$$

$$-5x_1 - ax_1 = -a - 5$$

$$x_1(-5 - a) = -a - 5$$

$$x_1 = 1$$

$$x = 1 \text{ için } 1 - 3 + a - 3 = 0 \Rightarrow a = 5$$

ANLAŞILMASI KOLAY OLSUN DİYE

Aslında x^2 li terimi yok etmek genel amaç olduğundan taraf tarafa çıkarma yapmak yeterlidir.

x yerine x_1 yazılması anlamlandırılabilirsin diye.

1. $x^2 - 3x + m - 5 = 0$

$$2x^2 - mx + 2 = 0$$

denklemlerinin birer kökleri eşit olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. $x^2 - 5x + m = 0$

$$3x^2 + mx - 45 = 0$$

denklemlerinin birer kökleri ortak olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

3. $x^2 - (m - n - 2)x + m + 2n - 12 = 0$

$$x^2 + (m - 5n)x + 6n - 13 = 0$$

denklemlerinin her iki kökleri de birbirine eşit olduğuna göre, $m.n$ çarpımı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 14 D) 15 E) 18

4. $x^2 - 2x + k = 5$

$$2x^2 - x + 2k = 16$$

denklemlerinin birer kökleri ortak olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $x^2 - (m - 2)x - 6 = 0$

$$x^2 + 6x - m - 10 = 0$$

denklemlerinin birer kökü eşit olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

6. $x^2 + mx + 10 = 0$

$$x^2 + 5x + 2m = 0$$

denklemlerinin birer kökleri eşit olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -7 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

karekök özel

köşetaşı

$$(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12 = 0$$

denkleminin R de çözüm kümesi nedir?

açıklamalı çözüm

$$(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12 = 0$$

$$x^2 - x = t \text{ olsun}$$

$$t^2 - 8t + 12 = 0 \Rightarrow (t - 2)(t - 6) = 0$$

$$t = 2 \Rightarrow x^2 - x = 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ ve } x = -1$$

$$t = 6 \Rightarrow x^2 - x = 6 \Rightarrow x^2 - x - 6 \Rightarrow x = 3 \text{ ve } x = -2$$

$$\mathcal{C} = \{-2, -1, 2, 3\}$$

BİR ADIM DAHA İLERLEYELİM:

$$(x^2 - 2x + 3)^2 + 4x^2 - 8x = 0 \text{ denkleminin çözüm kümesi nedir?}$$

$$(x^2 - 2x + 3)^2 + 4(x^2 - 2x) = 0 \Rightarrow (x^2 - 2x + 3)^2 + 4(x^2 - 2x + 3 - 3) = 0$$

$$x^2 - 2x + 3 = t \text{ olsun}$$

$$t^2 + 4(t - 3) = 0 \Rightarrow t^2 + 4t - 12 = 0 \Rightarrow (t + 6)(t - 2) = 0$$

$$t = -6 \Rightarrow x^2 - 2x + 3 = -6 \Rightarrow x^2 - 2x + 9 = 0 \Rightarrow \mathcal{C} = \emptyset$$

$$t = 2 \Rightarrow x^2 - 2x + 3 = 2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow \mathcal{C} = \{1\}$$

$$\mathcal{C} = \{1\}$$

1. $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$ denkleminin en küçük reel kökü kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

2. $(x - 1)^2 - (x - 1) - 20 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $|x_1 - x_2|$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 7 E) 9

3. $(x^2 - 2x + 3)^2 - 3x^2 + 6x - 7 = 0$ denkleminin reel kökü kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $(x - 99)^2 - 3(x - 99) + 2 = 0$ denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 183 B) 189 C) 195 D) 201 E) 207

5. $\left(\frac{1}{x-1}\right)^2 + \left(\frac{1}{x-1}\right) - 12 = 0$

denkleminin büyük kökü kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{6}{5}$

6. $x^2 - y^2 + 2y = 5$ ve $\frac{x}{y} = 2$

denklemlerini sağlayan x değerlerinin büyüğü kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

köşetaşı

$$4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

açıklamalı çözüm

$$4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$$

$$(2^x)^2 - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$$

$$2^x = t \text{ olsun}$$

$$t^2 - 9t + 8 = 0$$

$$(t - 8)(t - 1) = 0$$

$$t = 8 \Rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3$$

$$t = 1 \Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow 2^x = 2^0 \Rightarrow x = 0$$

YOK BİRBİRİNDEN FARKI

$$x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

$$(\sqrt{x})^2 - 5\sqrt{x} + 6 = 0$$

$$\sqrt{x} = t \text{ olsun}$$

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$(t - 2)(t - 3) = 0$$

$$t = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$$

$$t = 3 \Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9$$

$$Ç = \{4, 9\}$$

1. $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$

denkleminin büyük kökü kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 9

2. $p^{2x} - (p + 1)p^x + p = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1, p\}$ B) $\{-1, -p\}$ C) $\{0, 1\}$
D) $\{0\}$ E) $\{-1\}$

3. $4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0$

denkleminin büyük kökü kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 8 D) 16 E) 32

4. $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

5. $5^x - 6 \cdot 5^{\frac{x}{2}} + 5 = 0$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

6. $2^{a^2-3a-12} = \frac{1}{4}$

denkleminin küçük kökü kaçtır?

- A) -5 B) -2 C) -1 D) 2 E) 5

karekök özel

köşetaşı

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz?

1) $x = 2 + \sqrt{x+4}$

2) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = 2$

açıklamalı çözüm

Köklü denklemlerde önce köklü ifadeler eşitliğin bir tarafında, köksüz ifadeler diğer tarafında toplanır. Kökün ortadan kaldırılması için her iki tarafın karesi alınır.

EN ÖNEMLİSİ : Bulunan değerler verilen (orjinal) denklemde denenir. Denklemi sağlamayan çözüm kümesine alınmaz.

$$1) \quad x = 2 + \sqrt{x+4} \Rightarrow x - 2 = \sqrt{x+4} \Rightarrow (x-2)^2 = (\sqrt{x+4})^2 \Rightarrow$$

$$x^2 - 4x + 4 = x + 4 \Rightarrow x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(x-5) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ve } x = 5$$

$x = 0$ için denklem sağlanmadığından $\mathcal{C} = \{5\}$ tir.

$$2) \quad \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = 2 \Rightarrow (\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})^2 = 2^2 \Rightarrow x+1 + x-1 + 2\sqrt{x^2-1} = 4$$

$$\Rightarrow 2x + 2\sqrt{x^2-1} = 4 \Rightarrow \sqrt{x^2-1} = 2-x \Rightarrow (\sqrt{x^2-1})^2 = (2-x)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow x = \frac{5}{4} \Rightarrow \mathcal{C} = \left\{\frac{5}{4}\right\}$$

1. $3 + \sqrt{x+3} = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{-3\}$ B) $\{6\}$ C) $\{1\}$ D) $\{2, -3\}$ E) $\emptyset$

4. $2\sqrt{4x-15} = x$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{6\}$ B) $\{10\}$ C) $\{6, 10\}$ D) $\{1, 10\}$ E) $\{1, 6\}$

2. $\sqrt{x^2+5x+3} = 2x+1$

denkleminin kökü kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{5}{3}$ C) 1 D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

5. $x-1 = \sqrt{3x+1}$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{0, 5\}$ B) $\{0\}$ C) $\{5\}$ D) $\{-5, 5\}$ E) $\{0, 1\}$

3. $\sqrt{4x^2+7} = 2x-3$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{-3\}$ B) $\{3\}$ C) $\{6\}$ D) $\{-1, 1\}$ E) $\emptyset$

6. $a - \sqrt{a+10} = -4$

olduğuna göre, a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) -1 B) -4 C) -6 D) -7 E) -9

karekök özel

köşetaşı

Aşağıdaki denklemlerin R deki çözüm kümeleri nedir?

$$1) \frac{3}{x-2} + 2 = \frac{25}{x+2} \quad 2) \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - x - 2} = 0$$

açıklamalı çözüm

Rasyonel denklemlerde paydalar eşitlenerek çalışılabilir.

Bu denklemlerde PAYDAYI SIFIR YAPAN DEĞERLER ÇÖZÜM KÜMESİNE ALINMAZ.

$$1) \frac{3}{x-2} + 2 = \frac{25}{x+2}$$

$$2 = \frac{25}{x+2} - \frac{3}{x-2}$$

$$2 = \frac{25x - 50 - 3x - 6}{x^2 - 4}$$

$$2x^2 - 8 = 22x - 56 \Rightarrow 2x^2 - 22x + 48 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-8) = 0$$

$$\mathcal{C} = \{3, 8\}$$

$$2) \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - x - 2} = 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0$$

$x = -3$ ve $x = +2$, Ancak $x = 2$ için payda sıfır olacağından çözüm kümesine alınmaz.
 $\mathcal{C} = \{-3\}$

$$1. \quad 2 + \frac{1}{x+1} + \frac{3}{x^2-1} = 0$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{0\}$ B) $\left\{0, \frac{1}{2}\right\}$ C) $\left\{0, -\frac{1}{2}\right\}$
D) $\left\{2, \frac{3}{2}\right\}$ E) $\{-2, 0\}$

$$2. \quad \frac{12}{1 + \frac{5}{x + \frac{4}{x}}} = 6 \quad \text{denkleminin çözüm kümesi aşağıdaki-} \\ \text{kilerden hangisidir?}$$

- A) $\{-1, 1\}$ B) $\{1, 2\}$ C) $\{1, 4\}$ D) $\{2, 4\}$ E) $\{4\}$

$$3. \quad \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = 0 \quad \text{denklemini sağlayan } x \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 3 E) 4

$$4. \quad x - 2 - \frac{x-2}{x} = 0$$

denkleminin reel sayılarda çözüm kümesi nedir?

- A) $\{-1\}$ B) $\{-1, 2\}$ C) $\{-1, 1\}$ D) $\{1, 2\}$ E) $\{2\}$

$$5. \quad \frac{a+2}{2a+1} + \frac{a+2}{a+3} = 0$$

denkleminin büyük kökü kaçtır?

- A) $\frac{5}{4}$ B) 2 C) $-\frac{4}{3}$ D) -2 E) $-\frac{3}{2}$

($a + 2$ parantezine alınırsa daha kolay çözülür.)

$$6. \quad \frac{1}{10x^2} - \frac{1}{6x} + \frac{1}{15} = 0$$

denklemini sağlayan x denkleminin büyüğü kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

(Eşitliğin her iki tarafı $30x^2$ ile çarpılırsa daha kolay çözülür.)

karekök özel

köşetaşı

$$|x-1|^2 - |3x-3| + 2 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

açıklamalı çözüm

$$|x-1|^2 - |3(x-1)| + 2 = 0$$

$$|x-1|^2 - 3|x-1| + 2 = 0$$

$$|x-1| = t \text{ olsun}$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$(t-1)(t-2) = 0$$

$$t = 1 \Rightarrow |x-1| = 1 \Rightarrow x-1 = 1 \text{ veya } x-1 = -1 \Rightarrow \mathcal{C} = \{0, 2\}$$

$$t = 2 \Rightarrow |x-1| = 2 \Rightarrow x-1 = 2 \text{ veya } x-1 = -2 \Rightarrow \mathcal{C} = \{-1, 3\}$$

$$\mathcal{C} = \{-1, 0, 2, 3\}$$

BİR ÖRNEK DAHA:

$$|x^2 - x| = |x + 1|$$

denkleminin kaç reel kökü vardır?

$$x^2 - x = x + 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow \text{iki reel kökü var.}$$

$$x^2 - x = -x - 1 \Rightarrow x^2 + 1 = 0 \Rightarrow \text{reel kök yok}$$

Buna göre, cevap 2 dir.

1. $x^2 - 7|x| + 6 = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) {1, 6} B) {1} C) {6}
D) {-6, -1} E) {-6, -1, 1, 6}

2. $|2x-1| = |x+1|$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) {0, 1} B) {0, 2} C) {1, 2}
D) {2} E) {-2, 0}

3. $x^2 - |4x| = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {0, 4} B) {-4, 0} C) {-4, 4}
D) {-4, 0, 4} E) {-2, 0, 2}

4. $|x-2|^2 - 5|x-2| + 6 = 0$

denkleminin kökler toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

5. $|x^2 - 2x| = |x - 2|$

denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) -1 D) 2 E) 6

6. $|x^2 - 3x + 1| = |2x + 7|$

denkleminin gerçek köklerinin toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

karekök özel

köşetaşı

Köklerinden biri 2, diğeri 1/2 olan ikinci dereceden rasyonel katsayılı denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 2x + 1$ B) $x^2 - 5x + 1$ C) $x^2 - 5x + 2$ D) $2x^2 - 5x + 2$ E) $x^2 - 2x + 5$

açıklamalı çözüm

Kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden denklem $\forall a \in \mathbb{R} - \{0\}$ için;

$$a(x - x_1)(x - x_2) = 0 \text{ YA DA } a[x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2] = 0 \text{ dır.}$$

Buna göre, $x_1 = 2$ ve $x_2 = 1/2$ ise

$$a \left[x^2 - \left(2 + \frac{1}{2} \right) x + 2 \cdot \frac{1}{2} \right] = 0$$

$$a \left[x^2 - \frac{5}{2} x + 1 \right] = 0$$

$a = 2$ için $2x^2 - 5x + 2 = 0$ denklemi elde edilir.

İkinci dereceden denklemlerde köklerden biri köklü ifade içeriyorsa diğeri onun eşleniğidir.

Örneğin:

Köklerden biri $2 - \sqrt{3}$ ise diğeri $2 + \sqrt{3}$ tür.

Köklerden biri $5 + 2\sqrt{7}$ ise diğeri $5 - 2\sqrt{7}$ dir.

Köklerden biri $-\sqrt{3} + 2$ ise diğeri $\sqrt{3} + 2$ dir.

1. Kökleri 3/4 ve 4/3 olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $6x^2 - 15x + 6 = 0$ B) $12x^2 - 25x + 12 = 0$
C) $5x^2 - 4x + 5 = 0$ D) $12x^2 + 25x + 25 = 0$
E) $15x^2 - 6x + 1 = 0$

2. $x^2 + mx + n = 0$ denkleminin köklerinden biri $\sqrt{2} - 3$ olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) -13 B) -1 C) 1 D) 13 E) 14

(Sadece dikkat!)

3. $x^2 - 6x + m + 1 = 0$ denkleminin kökleri $k - 1$ ve $k + 3$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Farklı iki kökünden biri $4 - \sqrt{7}$ olan rasyonel katsayılı ikinci dereceden denklemin kökler çarpımı kaçtır?

- A) 9 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

5. $2(a + b) + a \cdot b = 24$
 $a + b - 3ab = -23$

olduğuna göre, kökleri a ve b olan II. dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 7x + 10 = 0$ B) $x^2 + 5x - 7 = 0$
C) $x^2 + 9x + 4 = 0$ D) $x^2 + 7x - 5 = 0$
E) $x^2 + x - 12 = 0$

6. Gerçek köklerinin ikisi de negatif olan ikinci dereceden denklemlerden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + 3x - 6 = 0$ B) $x^2 - 2x - 6 = 0$
C) $2x^2 + 5x - 6 = 0$ D) $x^2 - 4x + 2 = 0$
E) $3x^2 + 5x + 1 = 0$

kareköt özel

köşetaşı

$$mx^2 - (2m + 4)x + n = 0$$

denkleminin kökler toplamı 3 olduğuna göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise,

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \text{ dir.}$$

$$\text{Buna göre, } 3 = \frac{-[-(2m + 4)]}{m}$$

$$3 = \frac{2m + 4}{m}$$

$$3m = 2m + 4$$

$$m = 4$$

İSPATI KOLAY OLACAK

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-2b}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

1. $(k - 1)x^2 + (2k + 1)x - p = 0$
denkleminin köklerinin toplamı -3 olduğuna göre, k kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $x^2 - mx + n = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$3x_1 + 3x_2 = 12$ olduğuna göre, m kaçtır?

A) -4 B) -3 C) 2 D) 4 E) 6

3. $2x^2 - 3x - mx + 4 = 0$

denkleminin kökler toplamı 17 olduğuna göre, m kaçtır?

A) 17 B) 21 C) 24 D) 27 E) 31

4. $x^2 - (m + 1)x + 2m^2 - m + 5 = 0$ denklemini sağlayan x değerlerinden biri 2 olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 4

5. $x^2 - (m - 4)x + m + 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$2x_1 + x_2 = m + 1$ olduğuna göre, m kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

(İpucu : $2x_1 + x_2 = x_1 + x_1 + x_2$)

6. $x^2 + mx + n = 0$ denkleminin bir kökü 4,

$x^2 + px + q = 0$ denkleminin bir kökü -2 dir.

Bu iki denklemin diğer kökleri eşit olduğuna göre, m - p farkı kaçtır?

A) -8 B) -6 C) -3 D) 2 E) 4

karekök özel

köşetaşı

$x^2 - mx + 2m - 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{3} \text{ olduğuna göre, } m \text{ kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise,

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \text{ dir.}$$

Buna göre, $x_1 \cdot x_2 = \frac{2m-4}{1} = 2m-4$ ve önceki köşetaşından

$$x_1 + x_2 = \frac{m}{1} = m \text{ dir.}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{m}{2m-4} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 3m = 2m - 4 \Rightarrow m = -4$$

$ax^2 - bx - c = 0$ denkleminin kökleri

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ dir.}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right) \left(\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right)$$

$$= \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2}$$

$$= \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

1. $x^2 - (m-2)x + m + 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 12$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $x^2 - 3x - 1 = 0$ denkleminin kökleri a ve b dir.

Buna göre, $\left(\frac{7}{a} + b\right)\left(\frac{1}{2b} - a\right)$ kaçtır?

- A) -1 B) -3 C) -5 D) -9 E) -18

3. $x^2 - (a-1)x - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 13$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $x^2 - (m-1)x + 2m + 4 = 0$ denkleminin köklerinin çarpıma göre terslerinin toplamı $2/3$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -11 B) -9 C) -7 D) -5 E) -3

5. $x^2 - kx - 8 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 = x_2^2$ olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $x^2 + 2x - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, kökleri $x_1 + \frac{1}{x_2}$ ve $x_2 + \frac{1}{x_1}$ olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x^2 - 2x + 1 = 0$ B) $2x^2 - 3x + 2 = 0$
C) $x^2 + 2x + 1 = 0$ D) $2x^2 + 2x - 1 = 0$
E) $2x^2 - x + 2 = 0$

karekök özel

köşetaşı

$x^2 - 2x + 3m + 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 + 2x_2 = -2$ olduğuna göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm

Denklemden $x_1 + x_2 = 2$ olduğu çıkarılır.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 + 2x_2 = -2 \end{array} \right\} \text{ denklemler sistemi çözülür.}$$

$$\begin{array}{r} -x_1 - x_2 = -2 \\ + x_1 + 2x_2 = -2 \\ \hline x_2 = -4 \end{array}$$

$$x_2 = -4 \text{ ise, } x_1 - 4 = 2 \Rightarrow x_1 = 6$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow -4 \cdot 6 = 3m + 1 \Rightarrow -25 = 3m \Rightarrow -\frac{25}{3} = m$$

Sorunun çözümünde köklerden biri ortaya çıkınca ($x_2 = -4$) denklemden yazılırsa m elde edilir.

$$x_2 = -4 \text{ için}$$

$$(-4)^2 - 2(-4) + 3m + 1 = 0$$

$$16 + 8 + 3m + 1 = 0$$

$$m = -\frac{25}{3}$$

1. $x^2 - 6x + m - 5 = 0$ denkleminin kökleri arasında $x_1 = x_2 + 2$ bağıntısı olduğuna göre, m kaçtır?

A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

2. $x^2 - 6x + k = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1^2 - x_2^2 = 12\sqrt{7} \text{ olduğuna göre, } k \text{ kaçtır?}$$

A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

3. $x^2 - 7x + 2 + m = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1(x_2 + 1) + x_2 = 11$$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

4. $x^2 - mx - 2x + 6 = 0$

denkleminin kökleri ardışık iki tamsayı olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

5. $mx^2 - 3mx + 3m - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 - x_2 = 1 \text{ olduğuna göre, } x_1 \cdot x_2 \text{ çarpımı kaçtır?}$$

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

6. $x^2 + (p + 1)x - 27 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 + 3x_2 = 0$ olduğuna göre, p aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) -9 B) -7 C) -5 D) 7 E) 9

karekök özel

köşetaşı

$x^2 - 3x + 2m + 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1^2 + x_2^2 = 7$ olduğuna göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm

Denklemden $x_1 + x_2 = 3$ ve $x_1 \cdot x_2 = 2m + 1$ olduğu görülüyor.

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$$

$$7 = 3^2 - 2(2m + 1)$$

$$7 = 9 - 4m - 2$$

$$4m = 0$$

$$m = 0$$

AŞAĞIDAKİ ÖZDEŞLİKLERİ HATIRLAYINIZ.

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2)$$

$$x_1^2 - x_2^2 = (x_1 - x_2)^2 - 2x_1 x_2$$

$$x_1^3 - x_2^3 = (x_1 - x_2)^3 + 3x_1 x_2 (x_1 - x_2)$$

(Bkz. 2. kitap 14. bölüm)

1. $x^2 - 2x - 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1^2 + x_2^2$ kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

2. $x^2 + (m - 6)x - m - 1 = 0$ denklemini kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1^2 + x_2^2 = 13$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. $x^2 - x - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1^3 + x_2^3$ toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

4. $x^2 - 2x - 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

5. $x^2 - 4x + 9 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ toplamının pozitif değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{6}$ D) $\sqrt{10}$ E) $\sqrt{15}$

6. $x^2 + 7x + m - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1^2 + x_2^2 = 21$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

karekök özel

köşetaşı

$x^2 - (2a - 7)x + 2b = 0$ denkleminin kökleri sıfırdan farklı a ve b dir.

Bu denklemin diskriminantı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$x^2 - (2a - 7)x + 2b = 0$ denkleminin kökleri olan a ve b aynı zamanda katsayı rolünde oynuyor.

$$\left(x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \right) \left(\text{Genel denklemin a ve b si ile buradaki a ve b yi karıştırmayınız} \right)$$

$$a \cdot b = 2b \Rightarrow a = 2$$

Kökler toplamından da:

$$a + b = 2a - 7 \Rightarrow 2 + b = -3 \Rightarrow b = -5$$

Buna göre, denklem $x^2 + 3x - 10 = 0$ olur.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 49$$

SİMETRİK KÖKLER

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$x_1 = -x_2$ ise, kökler simetrik dir.

Kısaca kökler sıfırdan farklı iken kökler toplamı sıfır ise, simetrikler.

1. $x^2 - ax + 3a - 4 = 0$ denklemin köklerinden biri a - 4 olduğuna göre, a kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

2. $x^2 - (x_1 + 3)x - 3x_2 + 15 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, kökler çarpımı kaçtır?

A) -6 B) -4 C) 2 D) 4 E) 6

3. $3x^2 - kx + x - 9k - 3 = 0$

denkleminin simetrik iki kökü olduğuna göre, kökler çarpımı kaçtır?

A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -23

4. $x^2 + (a + 5)x - 2b = 0$ denkleminin kökleri a ve b dir.

Buna göre, köklerden küçüğü kaçtır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

5. $x^2 - (3m - n)x + 2m + 3n - 10 = 0$ denkleminin kökleri m - n ve m + n dir.

Buna göre, $m^2 + n$ toplamı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

6. $2x^2 + x_1x + 4x_2 = 0$ denkleminin kökleri sıfırdan farklı olan x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1 + x_2$ toplamı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök özel

köşetaşı

$x^2 - 3x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre, kökleri $2x_1 + 1$ ve $2x_2 + 1$ olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 8x + 1 = 0$ B) $x^2 - 8x + 2 = 0$ C) $x^2 - 8x + 3 = 0$ D) $x^2 - 6x + 4 = 0$ E) $x^2 - 8x + 6 = 0$

açıklamalı çözüm

$x^2 - 3x - 1 = 0$ denkleminde $x_1 + x_2 = 3$ ve $x_1 \cdot x_2 = -1$ dir.

Kökleri $2x_1 + 1$ ve $2x_2 + 1$ olan ikinci dereceden denklem:

$$a[x^2 - (2x_1 + 1 + 2x_2 + 1)x + (2x_1 + 1)(2x_2 + 1)] = 0$$

$$a[x^2 - (2x_1 + 2x_2 + 2)x + 4x_1x_2 + 2x_1 + 2x_2 + 1] = 0$$

$$a[x^2 - 8x - 4 + 6 + 1] = 0$$

$$a[x^2 - 8x + 3] = 0$$

$a = 1$ için $x^2 - 8x + 3 = 0$ olabilir.

BAŞKA BİR ÇÖZÜM:

Kökleri $2x_1 - 1$ ve $2x_2 - 1$ olan denklemin köklerinden biri x olsun.

$$x = 2x_1 + 1 \Rightarrow \frac{x-1}{2} = x_1$$

x_1 sayısı $x^2 - 3x - 1 = 0$ denkleminin kökü ise, eşitliği sağlamalı.

$$\left(\frac{x-1}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{x-1}{2}\right) - 1 = 0$$

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{4} - \frac{3x - 3}{2} - 1 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 - 6x + 6 - 4 = 0$$

$$x^2 - 8x + 3 = 0$$

1. $2x^2 - x - 5 = 0$ denkleminin köklerinin birer fazlasını kök kabul eden ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $x^2 - x - 10 = 0$ B) $2x^2 - 4x - 1 = 0$
C) $2x^2 - 5x - 2 = 0$ D) $4x^2 - 6x + 1 = 0$
E) $4x^2 - 7x - 2 = 0$

2. $x^2 - 2x - 4 = 0$ denkleminin kökleri $x_1 + 2$ ve $x_2 + 2$ dir. Buna göre, kökleri $x_1 - 1$ ve $x_2 - 1$ olan denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $4x^2 - x - 10 = 0$ B) $2x^2 - 4x - 1 = 0$
C) $2x^2 - 5x - 2 = 0$ D) $4x^2 - 6x + 1 = 0$
E) $x^2 + 4x - 1 = 0$

3. $x^2 - x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, kökleri $\frac{x_1 - 2}{2}$ ve $\frac{x_2 - 2}{2}$ olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $x^2 + 4x + 1 = 0$ B) $4x^2 + 6x + 1 = 0$
C) $2x^2 - 8x + 5 = 0$ D) $4x^2 - 8x - 1 = 0$
E) $x^2 + x + 10 = 0$

4. $x^2 + 4x - 7 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, kökleri $x_1 + 1$ ve $x_2 + 1$ olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $x^2 - 5x + 4 = 0$ B) $x^2 + 7x - 4 = 0$
C) $x^2 - 10x + 2 = 0$ D) $x^2 + 2x - 10 = 0$
E) $x^2 + x + 10 = 0$

5. $x^2 - 7x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, kökleri $\frac{x_1}{2}$ ve $\frac{x_2}{2}$ olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $x^2 - 14x + 2 = 0$ B) $2x^2 - 14x - 1 = 0$
C) $4x^2 - 14x - 1 = 0$ D) $x^2 - 7x + 2 = 0$
E) $2x^2 - 7x - 2 = 0$

6. $x^2 + mx + n = 0$ denkleminin kökleri, $x^2 - 6x + 3 = 0$ denkleminin köklerinden birer fazla olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

C	E	B	D	C	A

köşetaşı

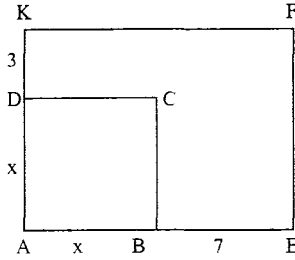
Bir karenin bir kenarı 7 cm, diğer kenarı 3 cm artırılarak bir dikdörtgen oluşturuluyor.

Oluşan dikdörtgenin alanı 117 cm^2 olduğuna göre, karenin bir kenar uzunluğu kaç cm dir?

açıklamalı çözüm

Bazı problemlerin çözümünde ikinci dereceden denklemlerle karşılaşılabilir. Bu köşetaşı problemlere ayrıldı.

Karenin bir kenar uzunluğu x cm olsun.



$$A(AEFK) = (x + 3)(x + 7)$$

$$117 = x^2 + 10x + 21$$

$$0 = x^2 + 10x - 96$$

$$0 = (x - 6)(x + 16)$$

$$x = 6 \quad \text{ve} \quad x = -16$$

1. Bir resim çerçevesinin uzunluğu, genişliğinden 8 cm fazladır. Çerçevenin içine resmin etrafına 2 cm genişliğinde paspartu konuyor.

Çerçevenin alanı 209 cm^2 olduğuna göre, resmin alanı kaç cm^2 dir?

- A) 87 B) 94 C) 98 D) 105 E) 120

2. Bir dikdörtgenin uzunluğu, genişliğinin 3 katıdır. Bu dikdörtgenin alanı, bir kenar uzunluğu dikdörtgenin genişliğinden 2 cm fazla olan karenin alanından 44 cm^2 fazladır.

Buna göre, karenin bir kenar uzunluğu kaç cm dir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. Berna ile Ebru bir işi birlikte 7,2 saatte yapıyorlar. Yalnız çalıştıklarında Berna bu işi Ebru'dan 6 saat erken bitirebiliyor.

Buna göre, bu işi Ebru kaç saatte yapabilir?

- A) 15 B) 18 C) 20 D) 24 E) 27

4. Bir tekne nehir boyunca 24 mil uzağa V hızla gidip $V + 2$ hızla dönmüştür.

Dönüş, gidişten 1 saat daha kısa olduğuna göre, V kaç mil/saattir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

5. Aynı noktadan harekete başlayan iki araçtan biri kuzeye doğru 8 m/s hızla, diğeri batıya doğru 6 m/s hızla yol almaktadır.

Kaç s sonra aralarındaki kuş uçuşu uzaklık 120m olur?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 24

6. 24 öğrencinin bulunduğu bir sınıfta her sıraya eşit sayıda öğrenci oturmuştur. Eğer her bir sıraya 2 öğrenci az otursaydı, bir sıraya daha ihtiyaç duyulacaktı.

Sınıftaki sıra sayısı kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

1. $x(x-3)(\sqrt{5}-x)|x+2|=0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{-2, 0, 3\}$ B) $\{-5, -3, 0, 2\}$
 C) $\{-2, 0, \sqrt{5}, 3\}$ D) $\{-\sqrt{5}, -2, 0, 3\}$
 E) $\{-2, 3, \sqrt{5}, \}$

2. $x^2 + 6x = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\emptyset$ B) $\{0, 6\}$ C) $\{-6, 0\}$
 D) $\{-2, 3\}$ E) $\{-3, 2\}$

3. $6x^2 - 5x - 14 = 0$

denkleminin büyük kökü kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $3x^2 - x - 5 = 0$

denkleminin küçük kökü kaçtır?

- A) $\frac{1-\sqrt{61}}{6}$ B) $\frac{-1-\sqrt{61}}{2}$ C) $\frac{-6-\sqrt{59}}{2}$
 D) $\frac{1+\sqrt{61}}{2}$ E) $\frac{1-\sqrt{63}}{6}$

5. $2x^2 - 3x - m + 2 = 0$

denkleminin reel sayılarda sadece bir kökü olduğuna göre, m kaçtır?

- A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{7}{6}$ D) $\frac{7}{8}$ E) $\frac{6}{7}$

6. $ax^2 - \sqrt{5}x - 2 = 0$

denkleminin gerçel iki kökünün olması için m hangi aralıkta bulunmalıdır?

- A) $[0, +\infty)$ B) $(0, \frac{8}{5})$ C) $(-\infty, \frac{5}{8})$
 D) $(-\frac{8}{5}, \frac{5}{8})$ E) $(-\frac{5}{8}, +\infty)$

7. $x^2 - (m+3)x - 15 = 0$

denkleminin köklerinden biri 5 olduğuna göre, diğer kök kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) 1 D) 3 E) 4

8. $x^2 - 3x + m - 4 = 0$

$x^2 + (m+1)x - 8 = 0$

denklemlerinin bir kökü ortak olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. $(x^2 - 3x)^2 - 14(x^2 - 3x) + 40 = 0$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 12 E) 14

10. $5^x - 6\sqrt{5^x} + 5 = 0$

denkleminin büyük kökü kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

11. $x + 1 - \sqrt{x+4} = 3$

denkleminin kökü kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $\frac{1}{x-1} + \frac{x-1}{x} - 2 = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\left\{ \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}$ B) $\left\{ \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}$ C) $\left\{ \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2} \right\}$
 D) $\left\{ \frac{5 \pm \sqrt{3}}{2} \right\}$ E) $\left\{ \frac{3 \pm 2\sqrt{3}}{6} \right\}$

13. $|x-3|^2 - 4|x-3| + 3 = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{1, 3\}$ B) $\{-3, -1, 1, 3\}$ C) $\{0, 1, 3\}$
 D) $\{0, 2, 4, 6\}$ E) $\{-2, 0, 2, 4\}$

14. Köklerinden biri $2 - \sqrt{3}$ olan ikinci dereceden rasyonel katsayılı denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 4x + 1 = 0$ B) $x^2 - x + 4 = 0$
 C) $x^2 + 4x - 1 = 0$ D) $x^2 - 4x + 4 = 0$
 E) $x^2 - 4x + 3 = 0$

15. $ax^2 - (3a - 9)x + b = 0$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı 2 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 0 B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

16. $x^2 - (m+1)x + 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1^2 x_2^3 + 3x_1^2 \cdot x_2 = 27$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

17. $x^2 - 3x + m + 8 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$2x_1 + 3x_2 = 8$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 0 E) 2

18. $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$x^2 - ax - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1^2 + x_2^2$ ifadesi aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

19. $n \neq 0$ olmak üzere

$x^2 + 2mx + 3n = 0$ denkleminin kökleri m ve n dir.

Buna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

20. $x^2 - 2x - 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre kökleri $2x_1 - 1$ ve $2x_2 - 1$ olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $x^2 - 2x - 23 = 0$ B) $x^2 - 2x - 27 = 0$
 C) $x^2 - x + 23 = 0$ D) $x^2 - 23x + 2 = 0$
 E) $x^2 + 23x - 2 = 0$

21. Bir gezinin toplam maliyeti 42 YTL dir. Geziye katılacaklardan biri hastalanınca kişi başına düşen ücret 1 YTL artıyor.

Başlangıçta geziye katılanların sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

1. $x^2 - 5x + 4a = 14$
denkleminin bir kökü 2 ise, a kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
2. $x^2 - (t + 3)x - 4(t + 2) = 0$
denkleminin köklerinden biri 1 ise, diğer kök kaçtır?
A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1
3. $x^2 + 12x + 2k + 7 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $x_1 = 3x_2$ olduğuna göre, k kaçtır?
A) 6 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18
4. $x^2 + (3a - 4)x - 17 = 0$ denkleminin kökleri arasında
 $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 17$ bağıntısı vardır.
Buna göre, a kaçtır?
A) -10 B) -5 C) 0 D) 4 E) 8
5. $3x^2 - (t - 3)x + 3 = 0$ denkleminin kökleri eşit olduğuna göre, t nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

6. $(2m + 1)x^2 - (3m + 1)x + m = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\left\{\frac{m}{m+1}, 1\right\}$ B) $\left\{\frac{m}{m+1}, 0\right\}$ C) $\left\{\frac{2m}{m-1}, 0\right\}$
D) $\left\{\frac{m}{2m+1}, 1\right\}$ E) $\left\{\frac{2m}{2m-1}, -1\right\}$
7. $x^2 - 3x + t - 11 = 0$
denkleminin kökleri arasında $x_1 + 2x_2 = -1$ bağıntısı olduğuna göre, t kaçtır?
A) -19 B) -17 C) -11 D) 13 E) 15
8. $\frac{4x^2 - ax - 6}{x - 2} = 0$
denkleminin çözüm kümesi bir elemanlı olduğuna göre, a kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10
9. $(x^4 + 1) \cdot (x - 2)^2 \cdot (x^3 - 8) = 0$
denkleminin gerçel sayılardaki çözüm kümesinin eleman sayısı kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
10. $(x^2 - 4x)^2 - 2x^2 + 8x - 15 = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{0, 2\}$ B) $\{0, 1, 3\}$ C) $\{-1, 0, 1, 2\}$
D) $\{-1, 1, 2, 5\}$ E) $\{-1, 1, 3, 5\}$

11. $x^2 - 12x + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 10 E) 12

12. $3x^2 + (6m + 18)x - n = 0$

denkleminin kökleri simetrik olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -3 D) 0 E) 4

13. $x^2 - |x| - 56 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-8, 8\}$ B) $\{5, 6, 7\}$ C) $\{-7, 0, 6\}$
D) $\{-8, -7, 7, 8\}$ E) $\{-8, 7, 7, 9\}$

14. $\sqrt{4x+5} = x$

denkleminin kökü $x^2 - (m+2)x + 4m = 0$ denkleminin bir kökü ise, m kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 20 E) 24

15. $x^2 - (4 - x_2)x + 3x_1 = 0$ denkleminin kökleri sıfırdan farklı x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{x_1}{x_2}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 0 D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{4}{3}$

16. $\frac{y^2 - 8xy + 6x^2}{x^2} = 6$

eşitliğini sağlayan y değerlerinin toplamının x cinsinden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x$ B) $6x$ C) $8x$ D) $10x$ E) $12x$

17. $x^2 - 8x + 9m - 11 = 0$

denkleminin köklerinin aritmetik ortalaması, geometrik ortalamasına eşit ise, m kaçtır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) 3

18. $x^2 - 4x - 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Kökleri $(2x_1 - 1)$ ve $(2x_2 - 1)$ olan ikinci derece denklemin aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 3x - 9 = 0$ B) $x^2 - x - 9 = 0$
C) $x^2 + 3x + 27 = 0$ D) $x^2 - 6x - 27 = 0$
E) $x^2 - 3x - 27 = 0$

19. Bir kökü $4 - 2\sqrt{3}$ olan rasyonel katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + 8x + 4 = 0$ B) $x^2 - 4x + 12 = 0$
C) $x^2 - 8x + 4 = 0$ D) $x^2 - 8x + 8 = 0$
E) $x^2 - 4x - 6 = 0$

20. $2ax^2 - (a+3)x + 4 = 0$ denkleminin köklerinin karelerinin toplamı 5 olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

1. Kökleri $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ ve $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$ B) $x^2 + \sqrt{3}x + 1 = 0$
 C) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$ D) $2x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0$
 E) $x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$

2. $x^2 + 8x + a = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $x_1 - x_2 = 3(x_1 + x_2)$ olduğuna göre, $\frac{x_1}{x_2}$ oranı kaçtır?
 A) -4 B) -2 C) 2 D) 4 E) 6

3. $x^2 + tx + 8 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $x_1^2 \cdot x_2 = 16$ olduğuna göre, t kaçtır?
 A) 6 B) 2 C) -4 D) -6 E) -8

4. $x^2 - (a + 2)x + 3b = 0$ denkleminin kökleri sıfırdan farklı a ve b sayılarıdır.
 Buna göre, denklemin diskriminantı kaçtır?
 A) 20 B) 12 C) 8 D) 4 E) 1

5. $ax^2 + 2ax + 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $|x_1 - x_2| = 4$ olduğuna göre, a kaçtır?
 A) -3 B) -2 C) $-\frac{5}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

6. $t > 0$ olmak üzere,
 $x^2 + (t - 3)x - 108 = 0$ denkleminin köklerinden biri $t + 3$ ise diğer kök kaçtır?
 A) -12 B) -9 C) -6 D) 3 E) 12

7. $2x^2 - (t + 2)x + t - 4 = 0$ denkleminin kökleri bir dikdörtgenin boyutlarıdır.
 Dikdörtgenin alanı 10 birimkare ise, çevresi kaç birimdir?
 A) 20 B) 26 C) 28 D) 32 E) 38

8. $x^2 - 12x + c = 0$
 ikinci dereceden denkleminin iki farklı gerçel kökü var ise, c nin en büyük tamsayı değeri kaçtır?
 A) 35 B) 36 C) 37 D) 38 E) 39

9. $m, n \in \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $x^2 - mx + m - 3 = 0$ denkleminin bir kökü m
 $mx^2 - 2mnx + 6n = 0$ denkleminin bir kökü n
 olduğuna göre, n aşağıdakilerden hangisidir?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 5

10. $3x^2 + 4x - 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 Kökleri $2x_1 + 3$ ve $2x_2 + 3$ olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $3x^2 - 10x - 17 = 0$ B) $3x^2 - 16x - 17 = 0$
 C) $2x^2 - 13x - 15 = 0$ D) $3x^2 - 16x + 17 = 0$
 E) $x^2 - 11x - 16 = 0$

11. $x^2 + mx - 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1 + x_2 = -2$ ise, $x_1^3 + x_2^3$ değeri kaçtır?

- A) -72 B) -64 C) -44 D) 16 E) 32

12. $(|x| + 3)^2 = 13|x| - 1$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

- A) 36 B) 64 C) 100 D) 120 E) 132

13. $2^{2x} - 5 \cdot 2^{x+1} + 16 = 0$

denkleminin kökler toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) 3 D) 4 E) 8

14. $t \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$x^2 - tx - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1^2 + x_2^2$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit olamaz?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

15. $mx^2 + x + a = 0$ denkleminin bir kökü 3

$mx^2 - 4x + b = 0$ denkleminin bir kökü ise 1 dir.

Bu denklemlerin diğer kökleri ortak ise $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $-\frac{3}{2}$

16. $y^2 - 2xy + 2x = 0$ şeklinde verilen II. dereceden bir bilinmeyenli denklemin köklerinin eşit olması için x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

17. $2x^2 - 5x + 9 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{18}{2x_1^2 - 5x_1} + \frac{9}{2x_2^2 - 5x_2}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -1 D) 2 E) 4

18. $x^2 + 4x + 16 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\sqrt{x_1 + x_2} + \sqrt{x_1 \cdot x_2}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) 4

19. $x^2 + (a - 4)x - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 7$ olduğuna göre, a nın alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

20. $f(x) = (3a - 2)x^2 - 3ax + 2$ ifadesi bir tamkaredir.

$f(x) = 0$ denkleminin kökü x_1 ise $x_1 + a$ kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{2}{3}$ C) 2 D) $\frac{7}{3}$ E) 3

1. $x^2 + ax + b$ denkleminin bir kökü 3,

$x^2 + cx + d = 0$ denkleminin bir kökü -5 tir.

Bu iki denklemin diğer kökleri eşit olduğuna göre, $a - c$ değeri nedir?

- A) -8 B) -6 C) -3 D) -2 E) -1

(ÖYS 1981)

2. $\frac{x-1}{x-3} + \frac{x-1}{x-5} = 0$

denkleminin kökleri x_1, x_2 olduğuna göre, $x_1 + x_2$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 2 C) 4 D) 6 E) 3

(ÖYS 1982)

3. $a + b \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b+x} - \frac{1}{x}$$

denkleminin köklerinin çarpımı nedir?

- A) $-\frac{a}{b}$ B) $-\frac{1}{ab}$ C) $\frac{1}{ab}$ D) $-ab$ E) $a.b$

(ÖYS 1985)

4. $x^2 - 2x + a = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre, a nın hangi değeri için, $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 5$ olur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(ÖYS 1987)

5. $2x^2 - 5x + p^2 + q^2 = 0$

denkleminin kökleri p ve q olduğuna göre, diskriminantı kaçtır?

- A) 17 B) 9 C) 1 D) 0 E) -1

(ÖYS 1989)

6. $\frac{3a^2 - 3ab + b^2}{b^2} = 7$

eşitliğini doğrulayan a nın, b cinsinden değerleri toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{b}{3}$ B) $\frac{b}{2}$ C) b D) $3b$ E) $4b$

(ÖYS 1990)

7. $(x+t)^2 + 2b(x+t) + c = 0, t \in \mathbb{R}$

denkleminde köklerin gerçel olmaması için b ile c arasındaki bağıntı ne olmalıdır?

- A) $b^2 + c > 1$ B) $b^2 + c < 1$ C) $b^2 < c$
D) $b^2 > c$ E) $b^2 = c$

(ÖYS 1991)

8. $x^2 - 2x + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ise,

$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ nin pozitif değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{6}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

(ÖYS 1992)

9. $x^2 + (x_1 + 4)x - 3x_2 = 0$

denkleminin kökleri, sıfırdan farklı olan x_1 ve x_2 sayılarıdır.

Buna göre, büyük kök kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

(ÖYS 1993)

10. $4x^2 - 5x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{1}{2-x_1} + \frac{1}{2-x_2}$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{11}{5}$ E) $\frac{13}{5}$

(ÖYS 1997)

11. $a \neq -1$ olmak üzere,

$$(a+1)x^2 - 2(a+7)x + 27 = 0$$

denkleminin kökleri eşit olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 13 C) 11 D) 10 E) 9

(ÖYS 1998)

12. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 6\left(x + \frac{1}{x}\right) + 9 = 0$

denkleminin köklerinden biri x_1 dir.

Buna göre, $x_1^2 + \frac{1}{x_1^2}$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

(ÖSS 1999)

13. $x > 0$ olmak üzere

$$\left(x^2 - \frac{4}{x^2}\right)\left(\frac{x}{3x+2}\right) = \frac{x^2+2}{x}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

(ÖSS 2002)

BÖLÜM 33

Üçüncü Dereceden Denklemler

KÖŞETAŞI AMAÇLAR

1. Üçüncü dereceden ifadenin, birinci dereceden bir ifade ile ikinci dereceden bir ifadenin çarpımından oluştuğunu fark edebilme
2. Kökleri verilen üçüncü dereceden rasyonel katsayılı denklemi kurabilme
3. Köklerinden biri bilinen üçüncü dereceden denklemin çözüm kümesini bulabilme
4. Başkatsayısı 1 olan üçüncü dereceden denklemin çözüm kümesini bulabilme
5. Üçüncü dereceden denklemin kökleri ile katsayıları arasındaki bağıntıları kavrayabilme
6. Üçüncü dereceden ifadenin olmayan teriminin katsayısının sıfır olduğunu fark edebilme
7. $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$ özdeşliğini kullanabilme
8. Köklerin işaretini katsayılardan tespit edebilme
9. Kökleri aritmetik dizi oluşturan denklemi çözebilme
10. Kökleri geometrik dizi oluşturan denklemi çözebilme
11. Kökleri ortak olan iki denklem arasında ilişki kurabilme
12. Denklemin iki kökünün reel olmaması durumunu inceleyebilme

köşetaşı

$$(x - 1)(2x^2 - 5x - 1) = 0$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

açıklamalı çözüm

Üçüncü dereceden denklemlerin çözümü, ikinci dereceden denklemlerde olduğu gibi çarpanlara ayırma ile yapılır. Üçüncü dereceden bir ifade, birinci dereceden bir ifade ile ikinci dereceden bir ifadenin çarpımıdır. Çarpanların sıfıra eşitlenmesi ile oluşan denklemlerin kökleri çözüm kümesini oluşturur.

$$(x - 1)(2x^2 - 5x - 1) = 0$$

$$1) \quad x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$2) \quad 2x^2 - 5x - 1 = 0 \text{ denkleminin kökleri: } \Delta = 25 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 33$$

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{33}}{4} \quad \text{ve} \quad x_2 = \frac{5 - \sqrt{33}}{4}$$

$$Ç = \left\{ 1, \frac{5 + \sqrt{33}}{4} \right\}$$

$$1. \quad (x - 2)(x + 7)(2x - 14) = 0$$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 9 D) 14 E) 16

$$2. \quad (x^2 - 1)(x + 9) = 0$$

denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

- A) -11 B) -9 C) -6 D) 1 E) 9

$$3. \quad (x + 3)(x^2 - 5x + 4) = 0$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{-3, -1, 4\}$ B) $\{1, 3, 4\}$ C) $\{-3, 1, 4\}$
D) $\{-3, -1, 5\}$ E) $\{-3, -1, 3\}$

$$4. \quad (x - 5)(x^2 - 7x - 1) = 0$$

denkleminin kökler toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

$$5. \quad (2^x - 16)(4^x - 3 \cdot 2^x + 2) = 0$$

denkleminin kökler toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$6. \quad \text{Yedinci dereceden bir denklemin reel köklerinin sayısı en çok a, en az b dir.}$$

$a + 3b$ kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

karekök özel

köşetaşı

Köklerinden ikisi 2 ve $2 - \sqrt{3}$ olan üçüncü dereceden rasyonel katsayılı denklemi kurunuz?

açıklamalı çözüm

Üçüncü dereceden bir ifadenin birinci dereceden ve ikinci dereceden ifadelerin çarpımı olduğu önceki köşetaşında vurgulandı.

2 sayısı birinci dereceden çarpanı sıfır yapan değerdir. $2 - \sqrt{3}$ ise ikinci dereceden çarpanı sıfır yapan değerlerden biridir, diğeri de eşleneği olan $2 + \sqrt{3}$ tür.

$$(x - 2) \left[x^2 - (2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3})x + (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) \right] = 0$$

$$(x - 2)(x^2 - 4x + 1) = 0$$

Denklem

$$(x - 2 + \sqrt{3})(x - 2)(x - a) = 0$$

olamaz mı?

Rasyonel katsayılı olduğu vurgulandığından olamaz.

1. Kökleri -1, 1, 2 olan üçüncü dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^3 - 2x^2 - x = 0$ B) $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$
C) $x^3 - 2x^2 + 2 = 0$ D) $x^3 - 4x^2 - 3x + 1 = 0$
E) $2x^3 - x^2 + x + 2 = 0$

2. Kökleri -1, 0, 1 olan üçüncü dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^3 - x^2 - x = 0$ B) $x^3 - 8 = 0$
C) $x^3 - x^2 + 2x = 0$ D) $x^3 - x = 0$
E) $x^3 - 4x^2 = 0$

3. Kökleri -3, 1, 2 olan üçüncü dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^3 - 2x^2 - x + 6 = 0$ B) $x^3 - 6x + 7 = 0$
C) $x^3 - 7x + 6 = 0$ D) $x^3 - 4x^2 + 6 = 0$
E) $x^3 - 4x^2 + 6x = 0$

4. Kökleri 2 ve $4 - \sqrt{2}$ olan rasyonel katsayılı üçüncü dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^3 - 10x^2 - 28 = 0$ B) $x^3 + 16x - 12 = 0$
C) $x^3 - 12x^2 + 16x - 8 = 0$ D) $x^3 - 10x^2 + 30x - 28 = 0$
E) $x^3 - 8x^2 + 6x + 4 = 0$

5. Kökleri -3 ve $5 + \sqrt{3}$ olan rasyonel katsayılı üçüncü dereceden denklemin başkatsayısı 1 iken sabit terimi kaçtır?

- A) -66 B) -54 C) 45 D) 54 E) 66

6. Kökleri 2 ve $-\sqrt{2}$ olan rasyonel katsayılı üçüncü dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^3 - 4x^2 - 4x + 2 = 0$ B) $x^3 - 4x^2 - 4 = 0$
C) $x^3 - 2x^2 + 4 = 0$ D) $x^3 - 2x^2 + 4x - 4 = 0$
E) $x^3 - 2x^2 - 2x + 4 = 0$

karekök özel

köşetaşı

$$2x^3 - 9x^2 + 13x - 6 = 0$$

denkleminin köklerinden biri 2 olduğuna göre, diğer iki kökü bulunuz?

açıklamalı çözüm

Denklemin köklerinden biri 2 olduğundan; $(x - 2)$, yukarıdaki üçüncü dereceden ifadenin çarpanıdır. Diğer ikinci dereceden çarpanı bulmak için polinomlardaki bölme işlemlerinden yararlanılır.

$$\begin{array}{r|l}
 2x^3 - 9x^2 + 13x - 6 & x - 2 \\
 - 2x^3 - 4x^2 & 2x^2 - 5x + 3 \\
 \hline
 -5x^2 + 13x - 6 & \\
 - -5x^2 + 10x & \\
 \hline
 3x - 6 & \\
 - 3x - 6 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0 \Rightarrow (2x - 3)(x - 1) = 0$$

$x = \frac{3}{2}$ ve $x = 1$ diğer köklerdir.

GENELLİKLE HORNER YÖNTEMİNDEN YARARLANILIR.

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 2 & -9 & 13 & -6 \\
 2 & & 4 & -10 & 6 \\
 \hline
 & 2 & -5 & 3 & 0
 \end{array}$$

$2x^2 - 5x + 3 = 0$ denkleminin kökleri, diğer iki kökü verir.

NOT : Kalan sıfıra eşit olmazsa işlemi yanlış yaptınız demektir.

Horner Yöntemi için Bkz. 31.....

1. $x^3 - 2x^2 - 9x + m + 1 = 0$

denkleminin köklerinden biri 3 olduğuna göre, diğer iki kök aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- A) $\{-3, 1\}$ B) $\{-3, 2\}$ C) $\{1, 2\}$
D) $\{-2, 6\}$ E) $\{-1, 1\}$

2. $x^3 - 5x^2 + 4x + m - 7 = 0$

denkleminin köklerinden biri 0 olduğuna göre, diğer kökler aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- A) $\{1, 7\}$ B) $\{2, 5\}$ C) $\{1, 4\}$ D) $\{4, 5\}$ E) $\{4, 7\}$

3. $x^3 - mx^2 - 9x - 9 = 0$

denkleminin köklerinden biri 3 olduğuna göre, diğer kökler aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- A) $\{-3, -1\}$ B) $\{-3, 1\}$ C) $\{-1, 1\}$
D) $\{-2, 2\}$ E) $\{-1, 9\}$

4. $x^3 - mx^2 + (m + 5)x - 6 = 0$ denkleminin kökleri 2, x_1 , x_2 dir.

$x_1 < x_2$ olduğuna göre, $3x_1 + 2x_2$ kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 13 E) 17

5. $x^3 - 7x^2 - x + 7 = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1, 1, 5\}$ B) $\{-7, 1, 7\}$ C) $\{-1, 1, 7\}$
D) $\{-7, -1, 1\}$ E) $\{-7, 0, 1\}$

(İpucu : Gruplandırma ile çarpanlarına ayırınız.)

6. $x^3 + ax^2 + 2ax + 8 = 0$ denkleminin kökleri 1, x_1 , x_2 dir.

$x_1 > x_2$ olduğuna göre, $2x_1 + x_2$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

B C A C C C

köşetaşı

$$x^3 - 8x^2 + 13x - 6 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

açıklamalı çözüm

Bir önceki köşetaşından farkı kökün birinin verilmemesidir. x^3 ün katsayısı 1 ise, sabit terimin çarpanlarından birinin kök olduğu söylenebilir. Sabit terimin çarpanları x yerine yazılarak denklemi sağlayıp sağlamadığı denir. Denklemi sağlayan köktür. Sonrası da önceki köşetaşındaki gibi çözülür.

-6 nın çarpanlarından olan 1 tamsayısı x yerine yazıldığında ($1^3 - 8 \cdot 1^2 + 13 \cdot 1 - 6 = 0$) denklemi sağladığı görülüyor. Demek ki bu denklemin köklerinden biri 1 dir.

1	-8	13	-6
1	1	-7	6
1	-7	6	0

$$x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 6) = 0$$

$x = 1$ ve $x = 6$ diğer köklerdir. $\mathcal{C} = \{1, 6\}$

1. $x^3 + 3x^2 - 9x + 5 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-5, 1\}$ B) $\{-5, -1, 1\}$ C) $\{-5, 1, 5\}$
D) $\{-1, 5\}$ E) $\{1, 5\}$

2. $x^3 - 8x^2 + 19x - 12 = 0$

denkleminin köklerinin en küçüğü kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -1 D) 1 E) 2

3. $x^3 - 7x^2 + 6x = 0$

denkleminin köklerinden en büyüğü kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 6 E) 8

4. $x = \sqrt[3]{2x^2 + 9x - 18}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-3, -2, 3\}$ B) $\{-3, 2, 3\}$ C) $\{-2, 2, 3\}$
D) $\{-2, 1, 3\}$ E) $\{-3, -1, 1\}$

5. $8^x - 7 \cdot 4^x + 7 \cdot 2^{x+1} - 8 = 0$

denkleminin kökler toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 7 D) 9 E) 11

6. $x^3 - 3x^2 - ax + 3a = 0$ denkleminin sadece bir reel kökü olduğuna göre, a için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) Sıfırdır. B) Negatif gerçel sayılardır.
C) Pozitif gerçel sayılardır. D) Çift tamsayıdır.
E) Tek tamsayıdır.

karekök özel

köşetaşı

$x^3 - 5x^2 + 5x + 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

Buna göre, $\frac{1}{x_1 x_2} + \frac{1}{x_1 x_3} + \frac{1}{x_2 x_3}$ işleminin sonucu kaçtır?

açıklamalı çözüm

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 olsun.

$a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = 0$ çarpımı yapıldığında katsayılar ile kökler arasındaki bağınların yanda verildiği gibi olduğu görülür.

$$1) \quad x_1 + x_2 + x_3 = \frac{-b}{a}$$

$$2) \quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = \frac{-d}{a}$$

$$3) \quad x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = \frac{c}{a}$$

Köşetaşına dönülürse:

$$a = 1, b = -5, c = 5, d = 2$$

$$\frac{1}{x_1 \cdot x_2} + \frac{1}{x_1 \cdot x_3} + \frac{1}{x_2 \cdot x_3} = \frac{x_3 + x_2 + x_1}{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3} = \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{-d}{a}} = \frac{b}{d} = \frac{-5}{2}$$

1. $x^3 - 2x^2 + mx - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür. Rastgele seçilen iki kökün toplamının üç kökün çarpımına eşit olduğu görülmüştür.

Buna göre, m kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) 2 E) 4

2. $x^3 - mx^2 + nx + 2m - 3 = 0$

denkleminin kökler toplamı 7 olduğuna göre, kökler çarpımı kaçtır?

- A) -13 B) -11 C) 3 D) 7 E) 10

3. $x^3 - (a - 1)x^2 + (2 - a)x + 2 = 0$

denkleminin rastgele alınan iki kökünün çarpımı -2 dir.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $x^3 - 4x^2 - 9x - 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 tür.

Buna göre, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{9}{4}$ C) -1 D) $-\frac{7}{3}$ E) $-\frac{9}{4}$

5. $x^3 + (m - 1)x^2 - 4x + 20 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$x_1 x_2 + x_1 x_3 = 6$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) 5 D) 6 E) 7

6. $x^3 - 2x^2 - 5x + m + 8 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$x_1 + x_2 = x_3$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

karekök özel

köşetaşı

$x^3 + mx + 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$$x_1 = \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \text{ olduğuna göre, } m \text{ kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

Bu köşetaşının yazılmasının amacı; olmayan terimin katsayısının sıfır olduğunu vurgulamaktır. Örneğin; öğrenci $x^3 - 3x + 5 = 0$ denkleminin kökler toplamının 3 olduğu hatasını sık sık yapmaktadır. x^2 li terim olmadığından kökler toplamı sıfırdır.

Köşetaşına bakılırsa:

$$a = 1, \quad b = 0, \quad c = m, \quad d = 2$$

$$x_1 = \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \Rightarrow x_1 = \frac{x_3 + x_2}{x_2 \cdot x_3}$$

(x₃) (x₂)

$$\Rightarrow x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = x_2 + x_3 \Rightarrow -\frac{d}{a} = x_2 + x_3 \Rightarrow -2 = x_2 + x_3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 0 \Rightarrow x_1 - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 2$$

$$2, \text{ kök olduğundan } 2^3 + 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -5$$

1. $x^3 - 7x - m + 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 tür.

$$x_1 + x_2 = -3 \text{ olduğuna göre, } m \text{ kaçtır?}$$

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

2. $x^3 + ax + b = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 tür.

$$\text{Buna göre, } \frac{1}{x_1 \cdot x_2} + \frac{1}{x_1 \cdot x_3} + \frac{1}{x_2 \cdot x_3} \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $x^3 + (a-1)x^2 - a = 0$ denkleminin iki kökü eşit olduğuna göre, a nın pozitif değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $x^3 - 19x + k - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 tür.

$$x_1 + x_2 + 5 = 0 \text{ olduğuna göre, } k \text{ kaçtır?}$$

- A) -27 B) -24 C) -21 D) -18 E) -15

5. $x^3 - mx - 2m - 10 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 tür.

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 7 \text{ olduğuna göre, } x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \text{ çarpımı kaçtır?}$$

- A) 72 B) 76 C) 80 D) 84 E) 88

6. $x^3 + ax^2 + b = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 tür.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

köşetaşı

$x^3 - 12x^2 + (m - 1)x + 8 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 64$ olduğuna göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

özdeşliği üçüncü dereceden denklemlerde sıkça kullanılır.

Buna göre;

$$(x_1 + x_2 + x_3)^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2(x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3)$$

$$12^2 = 64 + 2(m - 1)$$

$$40 = m - 1$$

$$41 = m$$

$$ax^n + bx^{n-1} + \dots + k = 0$$

$$\text{denkleminin kökler toplamı} = -\frac{b}{a}$$

$$\text{kökler çarpımı} = \begin{cases} \frac{k}{a}, & n \text{ çift ise} \\ -\frac{k}{a}, & n \text{ tek ise} \end{cases}$$

1. $x^3 - 3x^2 + mx + m + 13 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 15$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -1 D) 2 E) 5

4. $x^3 + x^2 - 5x - 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

Buna göre, $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 12 E) 16

2. $x^3 + mx^2 + 2x + 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 12$ olduğuna göre, $x_1 + x_2 + x_3$ toplamı kaç olabilir?

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

5. $x^3 - x^2 + kx + 9 = 0$ denkleminin kökleri 1, m ve n dir.

Buna göre, $m^2 + n^2$ kaçtır?

- A) 2 B) 8 C) 18 D) 25 E) 36

3. $x^3 + x^2 - 7x - 10 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

6. $x^3 - 2x^2 + (m - 1)x + m + 2 = 0$ denkleminin kökleri arasında $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 6$ bağıntısı olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

karekök özel

köşetaşı

$x^3 + mx - 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 , x_2 ve x_3 tür.

Kökler için aşağıdakilerden hangisi **kesinlikle** doğrudur?

- A) Üçü de pozitiftir. B) Üçü de negatiftir. C) Biri pozitif, ikisi negatiftir.
D) Biri negatif, ikisi pozitiftir. E) Köklerden biri sıfırdır.

açıklamalı çözüm

Üçüncü dereceden denklemde üç kök olup bu köklerin; toplamı, çarpımı, ikili çarpımlarının toplamı katsayılarından belirlenebiliyor.

Köşetaşındaki denklemde üç kökün toplamı sıfır, çarpımları 4 olup pozitiftir.

- A) Üçü pozitif olursa kökler toplamı sıfır olmaz.
B) Üçü negatif olursa kökler toplamı sıfır olmaz.
C) Biri pozitif, ikisi negatiftir. Cevap C dir.
D) Biri negatif, ikisi pozitif olursa çarpımları pozitif olmaz.
E) Köklerden biri sıfır olursa çarpımları pozitif olmaz.

1. $k < 0$ olmak üzere,

$x^3 - x^2 - 8x + k = 0$ denkleminin kökleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Üçü de negatiftir B) Üçü de pozitiftir
C) Biri pozitif, ikisi negatiftir D) Biri sıfırdır
E) Biri negatif, ikisi pozitiftir

2. $x^3 - 1 = 0$ denkleminin kökleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Biri sıfırdır B) Birbirine eşittir C) Biri reeldir
D) Reel değildir E) Üçü de reeldir

3. $x^3 + x + 2 = 0$ denkleminin kökleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Biri sıfırdır B) Birbirine eşittir C) Biri reeldir
D) Reel değildir E) Üçü de reeldir

4. $x^3 + ax - 12 = 0$ denkleminin üç gerçel kökü olduğuna göre, kökler için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Üçü de negatiftir B) Üçü de pozitiftir
C) Biri pozitif, ikisi negatiftir D) Biri sıfırdır
E) Biri negatif, ikisi pozitiftir

5. $m > 0$ olmak üzere,

$x^3 - (m + 1)x^2 - mx + m + 1 = 0$ denkleminin kökleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Üçü de negatiftir B) Üçü de pozitiftir
C) Biri pozitif, ikisi negatiftir D) Biri sıfırdır
E) Biri negatif, ikisi pozitiftir

6. Gerçel sayı olan her a değeri için,

$x^3 + ax^2 + 11x - 2 = 0$ denkleminin kökleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) En az biri pozitiftir. B) Biri negatiftir.
C) Biri karmaşık sayıdır. D) Reel değildir.
E) Birbirine eşittir.

karekök özel

köşetaşı

$x^3 + 3x^2 - x + m + 4 = 0$ denkleminin kökleri birer tamsayı olup aritmetik dizi oluşturduğuna göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm

Terimleri arasındaki farkın sabit olduğu dizilere aritmetik dizi denir.

Örneğin; 5, 8, 11, 14, ... aritmetik dizidir. (Terimler arasındaki fark 3)

7, 12, 17, 22, ... aritmetik dizidir. (Terimler arasındaki fark 5)

5, 11, 18, 26, ... aritmetik dizi değildir. (Terimler arasındaki fark sabit değil)

Üç sayı aritmetik dizi oluşturuyorsa; küçük sayı ile büyük sayının aritmetik ortalaması ortanca sayıya eşittir.

Kökleri $x_1 < x_2 < x_3$ olup aritmetik dizi oluşturan üçüncü dereceden denklemin kökleri arasında $2x_2 = x_1 + x_3$ bağıntısı vardır.

Köşetaşına bakılırsa: $x_1 + x_2 + x_3 = -3$

$$x_1 + x_3 = 2x_2 \text{ olduğundan } 3x_2 = -3 \Rightarrow x_2 = -1$$

$$x = -1 \text{ için } -1 + 3 + 1 + m + 4 = 0 \Rightarrow m = -7$$

1. $x^3 - 3x^2 - mx + 3m = 0$ denkleminin kökleri birer tamsayı olup aritmetik dizi oluşturmaktadır.

Buna göre, m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $x^3 - 25x + m + 4 = 0$

denkleminin köklerinin birer tamsayı olduğu ve aritmetik dizi oluşturduğu bilindiğine göre, m kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) -2 E) 0

3. $x^3 - 9x^2 + 23x + m = 0$

denkleminde köklerin birer tamsayı olduğu ve ayrıca bir aritmetik dizi oluşturduğu bilindiğine göre, en küçük kök kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) -3

4. m tamsayı olmak üzere,

$$x^3 - 3x^2 + (m-1)x - 2m = 0 \text{ denkleminin kökleri } x_1, x_2 \text{ ve } x_3 \text{ tür.}$$

$x_1 + x_2 = 2x_3$ olduğuna göre, $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ çarpımı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

5. $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 olup $x_1 < x_2 < x_3$ tür.

Denklemin kökleri aritmetik dizi oluşturduğuna göre, x_2 nin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{a}{3}$ B) $-\frac{a}{3}$ C) $\frac{a+b+c}{3}$ D) $\frac{a-c}{2}$ E) $-\frac{b}{3}$

6. $x^3 - 3x^2 + (m-1)x + m + 3 = 0$ denkleminin kökleri aritmetik dizi oluşturduğuna göre, m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 3

karekök özel

köşetaşı

$x^3 - ax^2 + 19x - b^3 = 0$ denkleminin kökleri geometrik dizi oluşturduğuna göre, $a.b$ çarpımı kaçtır? ($b \neq 0$)

açıklamalı çözüm

Terimleri arasındaki oran sabit olan dizilere geometrik dizi denir.

Örneğin; 2, 4, 8, 16, ... geometrik dizidir.

3, 6, 12, 24, ... geometrik dizidir.

Üç sayı geometrik dizi oluşturuyorsa; küçük sayı ile büyük sayının geometrik ortalaması ortanca sayıya eşittir.

Kökleri $x_1 < x_2 < x_3$ olup geometrik dizi oluşturan denklemin kökleri arasında $x_2^2 = x_1 \cdot x_3$ bağıntısı vardır.

Köşetaşına dönülürse: $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = b^3$

$$x_2^2 = x_1 \cdot x_3 \text{ olduğundan } x_2^3 = b^3 \Rightarrow x_2 = b$$

$$x = b \text{ için } b^3 - ab^2 + 19b - b^3 = 0 \Rightarrow -b(ab - 19) = 0 \Rightarrow ab - 19 = 0 \Rightarrow ab = 19$$

1. $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$

denkleminin kökleri bir geometrik dizi oluşturduğuna göre, c nin a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{b}{a}$ B) $\frac{b^3}{a^3}$ C) $\frac{-b^3}{a^3}$
D) a^3b^3 E) $-a^3b^3$

2. $x^3 - (a+1)x^2 + ax - 8 = 0$

denkleminin kökleri geometrik dizi olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 1 E) 3

3. $x^3 + ax^2 + bx - 8 = 0$

denkleminin kökleri geometrik dizi oluşturduğuna göre, b/a oranı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) -1 D) 2 E) 4

4. $x^3 - mx^2 + (2m+13)x - 27 = 0$

denkleminin kökleri geometrik dizi oluşturduğuna göre, m kaçtır?

- A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

5. $x^3 - (a+4)x^2 - (a+1)x - 8 = 0$

denkleminin kökleri geometrik dizi olduğuna göre, denklemin kökler toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $x^3 + mx^2 + nx - 64 = 0$ denkleminin kökleri pozitif tam sayılar olup geometrik dizi oluşturmaktadır.

Bu denklemin en büyük kökü ile en küçük kökünün farkının mutlak değeri en çok kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 8 D) 15 E) 32

karekök özel

köşetaşı

$x^3 + 3x^2 + px - 3 = 0$ denkleminin kökleri a, b, c ; $x^3 - 2x^2 + px + 2 = 0$ denkleminin kökleri a, b, d dir.

Buna göre, $c + 2d$ toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu tür sorularda kökler toplamı ve kökler çarpımı ile çözüme gidilir.

$x^3 + 3x^2 + px - 3 = 0$ denkleminde $a + b + c = -3$, $a.b.c = 3$ bağıntıları;

$x^3 - 2x^2 + px + 2 = 0$ denkleminde $a + b + d = 2$, $a.b.d = -2$ bağıntıları elde edilir.

$$\frac{abc}{abd} = \frac{3}{-2} \Rightarrow -2c = 3d \Rightarrow c = 3k \text{ ve } d = -2k$$

$$\left. \begin{array}{l} a + b + c = -3 \\ a + b + d = 2 \end{array} \right\} d - c = 5 \Rightarrow -2k - 3k = 5 \Rightarrow k = -1$$

$$c + 2d = 3k - 4k = -k = 1$$

1. $x^2 - 3x + m = 0$ denkleminin kökleri aynı zamanda $x^3 + nx + 6 = 0$ denkleminin de kökleridir.

Buna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) -7 B) -5 C) -3 D) -1 E) 1

2. $x^2 + mx - 2 = 0$ ve $x^3 + (n + 3)x^2 + nx + 4 = 0$ denklemlerinin ikiyeşer kökü ortaktır.

Buna göre, n kaçtır?

- A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

3. $x^2 + 3x - 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ;

$ax^3 + ax^2 - 10x + b = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 tür.

Buna göre, b kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

4. $x^3 - (a + 4)x^2 + b = 0$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

denklemlerinin ikiyeşer kökü ortak olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

5. $x^2 + ax + b = 0$ denkleminin kökleri 3 ve x_1 ;

$x^3 + ax^2 + cx - 8 = 0$ denkleminin kökleri 1, x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1 + x_2$ toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

6. $x^2 + x - 3 = 0$ denkleminin kökleri,

$x^3 - x^2 + mx + 6 = 0$ denkleminin de kökleri olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -5 D) -3 E) -1

köşetaşı

$x^3 - 4x^2 + ax + b = 0$ denkleminin köklerinden biri 2 olup diğer kökler reel değildir.

Buna göre, b nin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$x^3 - 4x^2 + ax + b = 0$ denkleminin köklerinden biri 2 diğerleri x_1 ve x_2 olsun.

$$x_1 + x_2 + 2 = 4 \quad x_1 \cdot x_2 \cdot 2 = -b$$

$$x_1 + x_2 = 2 \quad x_1 \cdot x_2 = -\frac{b}{2}$$

Yukarıdaki denklemin ikinci dereceden olan çarpanı $x^2 - 2x - \frac{b}{2}$ dir.

$x^2 - 2x - \frac{b}{2} = 0$ denkleminin reel kökünün olmaması için $\Delta < 0$ olmalıdır.

$$4 - 4 \cdot \left(-\frac{b}{2}\right) < 0$$

$$4 + 2b < 0$$

$$b < -2$$

b nin alabileceği en büyük tamsayı değeri -3 tür.

1. $x^3 - 6x^2 + ax + b = 0$ denkleminin bir kökü 4 olup diğerleri reel değildir.

Buna göre, b nin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

2. $x^3 + 4x^2 + ax + b = 0$ denkleminin köklerinin hepsi birbirinden farklı ve reel olup biri 1 dir.

Buna göre, b nin alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

3. $x^3 + ax^2 + bx - 1 = 0$ denkleminin 1 den başka reel ya da reel olmayan kökü yoktur.

Buna göre, $a + 3b$ kaçtır?

A) -9 B) -6 C) 0 D) 3 E) 6

4. $x^2 - (a + 3)x + a + 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ;

$x^3 - (7 - a)x^2 + bx - 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 tür.

Buna göre, b kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

5. $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0$ denkleminin kökleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Üçü de reeldir B) Üçü de karmaşıktır
C) Biri reel, ikisi karmaşıktır D) Biri sıfırdır
E) Sadece bir reel kök vardır

6. $x \neq 1$ olmak üzere,

$x^3 - 1 = 0$ olduğuna göre, x^5 aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x - 1$ B) $x + 1$ C) $-x - 1$
D) $x - 2$ E) $-x + 1$

karekök özel

1. $(x + 2)(x^2 - 7x + 6) = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-2, -1, 6\}$ B) $\{-2, 1, 6\}$ C) $\{-3, -2, 3\}$
D) $\{-2, 2, 3\}$ E) $\{-2, 3\}$

2. Köklerinden ikisi 1 ve $3 - \sqrt{2}$ olan üçüncü dereceden rasyonel katsayılı denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $x^3 - 7x^2 + 13x - 7 = 0$ B) $x^3 - 6x^2 + 7x - 9 = 0$
C) $x^3 - 7x^2 + 19x - 7 = 0$ D) $x^3 - 13x^2 + 7x - 7 = 0$
E) $x^3 + 13x^2 + 7x - 7 = 0$

3. $x^3 - 3x^2 - 4x + m = 0$

denkleminin köklerinden biri 3 olduğuna göre, diğer iki kök aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- A) $\{-2, 6\}$ B) $\{-1, 6\}$ C) $\{-2, 2\}$
D) $\{-3, 2\}$ E) $\{-1, 1\}$

4. $x^3 + 3x^2 - 16x + 12 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-6, -1, 2\}$ B) $\{-1, 2, 6\}$ C) $\{-2, 1, 6\}$
D) $\{-6, 1, 2\}$ E) $\{-6, -2, 1\}$

5. $x^3 - mx^2 - 4x + m + 9 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$$\frac{1}{x_1 \cdot x_2} + \frac{1}{x_1 \cdot x_3} + \frac{1}{x_2 \cdot x_3} = -\frac{1}{4}$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

6. $x^3 + mx - 30 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{x_3}{6} = 0$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -19 B) -17 C) -15 D) -13 E) -11

7. $x^3 - mx^2 - x + m = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$ olduğuna göre, m aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

8. $k \neq 0$ olmak üzere,

$$x^3 + kx + 8 = 0$$

denkleminin kökleri için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) Üçü de negatiftir B) Üçü de pozitifdir
C) Biri pozitif, ikisi negatiftir D) Biri sıfırdır
E) Biri negatif, ikisi pozitifdir

9. $x^3 - 6x^2 + mx + m - 5 = 0$

denkleminin kökleri birer tamsayı olup aritmetik dizi oluşturduğuna göre, m kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 10 D) 11 E) 14

10. $x^3 - mx^2 + (m + 7)x - 8 = 0$

denkleminin kökleri birer tamsayı olup geometrik dizi oluşturduğuna göre, m kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

11. $x^3 + ax^2 - 5x + b = 0$

$x^2 + x - 2 = 0$

denklemlerinin ikişer kökleri ortak olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

12. $x^3 - 4x^2 + ax + b = 0$

denkleminin köklerinden biri 3 olup diğer iki kökü reel değildir.

Buna göre, b nin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök özel

1. $x^3 + (m-4)x^2 - 10x + 24 = 0$

denkleminin kökler toplamı -3 olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-2, -1, 2\}$ B) $\{-3, -2, 1\}$ C) $\{-3, -2, 2\}$
D) $\{3\}$ E) $\{2\}$

3. $x^3 + x^2 + ax - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$x_1 = \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $-\frac{7}{2}$ B) $-\frac{5}{2}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) $-\frac{4}{3}$ E) $-\frac{3}{4}$

4. $x^5 - x^2 + 1 = 0$

denkleminin kökleri toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

5. $x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$x_1 < x_2 < x_3$ olduğuna göre, $x_1 + 2x_2 + 3x_3$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

6. $x^3 - x^2 + (k-7)x - 1 = 0$

denkleminin kökleri geometrik dizi oluşturuyorsa k kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

7. $x^3 - 3x^2 - x - m + 4 = 0$

denkleminin kökleri bir aritmetik dizi oluşturuyorsa, m kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

8. $x^3 - x^2 + (m-1)x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 tür.

$x_1 - x_2 - x_3 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 13

9. $x^3 - x^2 - 8x + 12 = 0$ denkleminin iki katlı kökü ($x_1 = x_2$) vardır.

Bu iki eşit kökten farklı olan üçüncü kök kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

10. $x^3 - 8x^2 + ax + b = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 tür.

$x_1 + x_2 = 3x_3$ olduğuna göre, a ile b arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a + b = 16$ B) $2a + b = 24$
C) $2a - b = 18$ D) $3a + b = 32$
E) $a - b = 8$

11. $x^4 + mx^2 + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3, x_4 tür.

$x_1 + x_2 + x_3 = -2$ olduğuna göre m kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -2 D) 3 E) 7

12. $m > 0$ olmak üzere,

$$x^3 - 63x + m = 0$$

denkleminde köklerden biri diğer köklerden birinin 2 katı olduğuna göre, kökler çarpımı kaçtır?

- A) 126 B) 132 C) 144 D) 156 E) 162

13. $x^3 + 4x^2 - x - 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 tür.

$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -64 B) -27 C) -8 D) 0 E) 18

14. $x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$ denkleminin köklerinden biri 1 dir.

Diğer iki kökün reel olması için a nın değer alabileceği en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-4, \infty)$ B) $(-\infty, 0)$ C) $(4, \infty)$
D) $R - \{4\}$ E) R

15. $x^3 - 6ax^2 - 66ax + 35 = 0$

denkleminin bir kökü 1 olduğuna göre, diğer iki kökün toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 7 C) 11 D) 12 E) 13

16. $x^2 - 5x + a = 0$ denklemini ile

$x^3 - 7x^2 + bx + b - 7 = 0$ denkleminin ikiye kökü ortak-tır.

Buna göre, b kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

17. $x^3 + (m - 1)x^2 + 14x - 8 = 0$ denkleminin kökleri geometrik dizi oluşturduğuna göre, kökler toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 0 E) 7

18. $x^3 - (m + 1)x^2 - 2m - 1 = 0$

denkleminin kökler toplamı 2 olduğuna göre, kökler çarpımı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

19. $x^3 + nx - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 tür.

$x_1 + x_2 - x_3 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ olduğuna göre, n kaçtır?

- A) -7 B) -3 C) -1 D) 1 E) 3

20. $x^3 + mx^2 - (m + 3)x - 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 tür.

$x_1 \cdot x_2 = 2$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

1. Aşağıdakilerden hangisi üçüncü dereceden bir denklemdir?

A) $(x-1)(x^3-x+1)=0$ B) $(x-1)(x^2+x)x=0$
 C) $x(x+1)(x^2-1)=0$ D) $(x^3+3x+3)(x^3+1)=0$
 E) $x(x-1)(x+1)=0$

2. $x^3 + (k-3)x^2 + 6x - 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 = 8$ ise, k kaçtır?

A) -12 B) -9 C) 6 D) 9 E) 12

3. $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{1, 2, 3\}$ B) $\{-1, 0, 1\}$ C) $\{-1, 1, 2\}$
 D) $\{-1, 1, -2\}$ E) $\{1, 2, -2\}$

4. İki kökü 3 ve $\sqrt{3}-3$ olan rasyonel katsayılı üçüncü derece denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^3 + 3x^2 + 12x - 18 = 0$
 B) $x^3 + 3x^2 - 12x - 18 = 0$
 C) $x^3 + 3x^2 + 12x + 18 = 0$
 D) $x^3 - 3x^2 - 12x - 18 = 0$
 E) $x^3 - 3x^2 - 12x + 18 = 0$

5. $x^3 - 5x^2 + ax + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$x_1 - 2x_2 - 2x_3 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 2 D) 3 E) 4

6. $m < 0$ olmak üzere,

$x^3 + (2m-1)x - 2m = 0$ denkleminin kökleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Köklerin üçü pozitifdir.
 B) Köklerin üçü negatiftir.
 C) Köklerden biri pozitif, diğer ikisi negatiftir.
 D) Reel kök yoktur.
 E) Köklerin üçü reeldir.

7. $x^3 + (a+3)x = 5$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$x_3 = \frac{5}{x_1} + \frac{5}{x_2}$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) -9 B) -6 C) -4 D) -3 E) -i

8. $2x^3 + bx^2 + 6x + 8 = 0$ denkleminde köklerin toplamının 8 olması için b ne olmalıdır?

A) -16 B) -8 C) 2 D) 8 E) 16

9. $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ denkleminin kökleri 1, p ve q dur.

Buna göre, $p + q$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{b}{a} + 1$ B) $-\left(\frac{b}{a} + 1\right)$ C) $\frac{c}{a} - 1$
 D) $\frac{d}{a} - 1$ E) $-\left(\frac{c}{b} + 1\right)$

10. $x^3 + (m+2)x^2 - mx + 1 = 0$ denkleminin kökleri arasında $x_1 \cdot x_2 = x_3^2$ bağıntısı olduğuna göre, m kaçtır?

A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

11. $2x^3 - px + p + 1 = 0$ denkleminin köklerinden birisi p ise, diğer köklerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $p + 1$ B) $-p + 1$ C) $2p$
D) $-p$ E) $p - 3$

12. $x^3 - 15x^2 + 59x + p = 0$ denkleminin kökleri, ortak farkı 4 olan bir aritmetik dizi oluşturuyorsa p nedir?

A) 45 B) 25 C) 0 D) -25 E) -45

13. $x^3 + px^2 + 8 = 0$ denkleminin kökleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Kökler negatiftir B) Kökler pozitifdir
C) Tek kök negatiftir D) Tek kök pozitifdir
E) Tek kök 0 dır

14. $x^3 - mx^2 + nx + p = 0$ denkleminin köklerinden biri 0 ise, p ne olmalıdır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

15. $x^3 + 2mx^2 + 4mx + m = 0$ denkleminin bir kökünün m olduğu biliniyor.

m nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{1\}$ B) $\left\{-1, -\frac{1}{3}\right\}$ C) $\left\{-\frac{1}{3}\right\}$
D) $\left\{0, \frac{1}{3}\right\}$ E) $\left\{0, -1, -\frac{1}{3}\right\}$

16. $x^3 + \frac{a}{5}x^2 - 3x - 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$2x_2x_3 = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 13 B) 15 C) 18 D) 20 E) 23

17. $nx^2 - (m - 1)x + n - 1 = 0$ denkleminin birbirinden farklı kökleri x_1, x_2 olup $|x_1| = x_2$ dir.

$(m - 3)x^3 + 2(m + 1)x^2 - n + 4 = 0$ denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. $x^3 - 12x^2 + 9x + 16 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 olduğuna göre, $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 126 B) 110 C) 98 D) 82 E) 64

19. $x^2 - 5x + 2a - 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2

$x^3 - 4x^2 - 5x + b - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

Buna göre, a kaçtır?

A) -5 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

20. $x^3 - 3x^2 + (m - 1)x + 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

$\frac{x_1 + x_2}{x_3} = 2$ olduğuna göre, m kaçtır?

A) -15 B) -12 C) -10 D) -3 E) -2

karekök özel

1. Kökleri 2 ve $2 + \sqrt{3}$ i olan üçüncü derece denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^3 - 2x - 4 = 0$
 B) $x^3 - 6x^2 - 4 = 0$
 C) $x^3 - 6x^2 + 15x - 14 = 0$
 D) $x^3 - 6x^2 + 14x + 15 = 0$
 E) $x^3 - 6x^2 - 14x + 15 = 0$

(1974)

2. $x^4 - 3x^2 + 2x - 1 = 0$ denkleminin kökler toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(1974)

3. $a^3 - 1 = 0$ denkleminin köklerinden biri ($a \neq 1$) olduğuna göre, $a^3 - 3a^2 + 2a - 4$ ifadesinin değeri nedir?

A) 0 B) $5a - 8$ C) $5a + 8$
 D) $-5a$ E) $5a$

(1975)

4. Gerçek olan her a değeri için,

$x^3 + ax^2 + 9x - 1 = 0$ denklemi ile ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

A) Köklerden en az biri pozitifdir.
 B) Köklerden biri negatiftir.
 C) Bir tane karmaşık kök vardır.
 D) Gerçek bir kök yoktur.
 E) Kökler birbirine eşittir.

(1975)

5. $x^3 - 9x^2 + 26x - m = 0$ denkleminde köklerin birer tamsayı olduğu ve ayrıca bir aritmetik dizi oluşturduğu bilindiğine göre, m en küçük kökün kaç katıdır?

A) 14 B) 12 C) 10 D) 8 E) 5

(1980)

6. $x^2 + ax + b = 0$, $x^3 + ax^2 + cx + d = 0$

denklemlerinin x_1 ve x_2 kökleri ortak olduğuna göre d nin değeri nedir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(ÖYS 1982)

7. $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri bir aritmetik dizi oluşturduğuna göre, ortanca kökün değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a+b+c}{3}$ B) $\frac{a+b}{2}$ C) $-\frac{b}{3}$
 D) $-\frac{a}{3}$ E) $\frac{a-b}{2}$

(ÖYS 1986)

8. $x^3 + ax - 4 = 0$ denkleminin üç kökü de gerçel olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Köklerin üçü de pozitifdir.
 B) Köklerin biri pozitif ikisi negatiftir.
 C) Köklerin üçü de negatiftir.
 D) Köklerden biri sıfıra eşittir.
 E) Hiçbiri

(ÖYS 1986)

9. $x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0$ denkleminin kökleri 1, b, c dir.

Buna göre, $b^2 + c^2$ toplamı kaçtır?

A) 17 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

(ÖYS 1994)

10. $x^2 - 5x + p = 0$ denkleminin kökleri, aynı zamanda $x^3 + qx + 30 = 0$ denkleminin de kökleridir.

Buna göre, p + q nun değeri kaçtır?

A) -18 B) -16 C) -15 D) -14 E) -13

(ÖYS 1995)

karekök özel

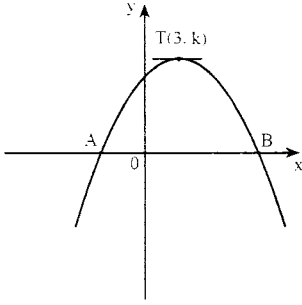
B Ö L Ü M 34

Parabol

KÖŞETASI AMAÇLAR

1. Parabolün simetrik bir şekil olduğunu fark edebilme
2. Denklemi $y = ax^2 + bx + c$ biçiminde verilen parabolü çizibilme
3. Denklemi $y = a(x - r)^2 + k$ biçiminde verilen parabolü çizibilme
4. Parabolün x eksenine teğet olduğu durumu inceleyebilme
5. İkinci dereceden fonksiyonun en büyük ya da en küçük değerini bulabilme
6. Tanım aralığı daraltılan ikinci dereceden fonksiyonun en büyük ya da en küçük değerini bulabilme
7. x eksenini kestiği noktalar ve herhangi bir noktası verilen parabolün denklemini kurabilme
8. Tepe noktası ve herhangi bir noktası verilen parabolün denklemini kurabilme
9. Üç noktası verilen parabolün denklemini kurabilme
10. Parabolün katsayıları üzerine kurgulanan problemleri çözebilme
11. İki parabolün ya da parabol ile doğrunun kesişim noktalarını bulabilme
12. Parabol eşitsizliklerinin grafiğini çizibilme

köşetaşı

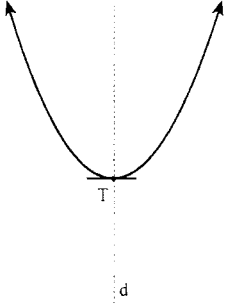


Yandaki grafik bir parabola aittir.

$$|OB| = 4|OA|$$

olduğuna göre, B noktasının apsisi kaçtır?

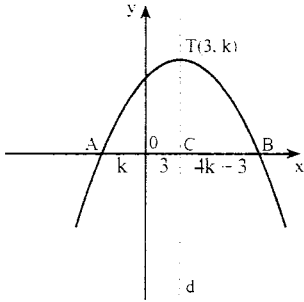
açıklamalı çözüm



Yandaki şeklin adı PARABOL dür.

T noktası, parabolün TEPE NOKTASI dır.

Parabolün en önemli özelliği tepe noktasından geçen dikey doğruya göre SİMETRİK olmasıdır. Tepe noktasından geçen bu d doğrusuna SİMETRİ EKSENİ denir. Parabolün kolları aşağı ya da yukarı ya da sağa ya da sola... doğru olabilir.



Köşetaşına dönülürse:

$$|OA| = k \text{ ise, } |OB| = 4k \text{ dır.}$$

T noktasının apsisi 3 olduğundan $|OC| = 3$ tür.

Parabol d doğrusuna göre simetrik olduğundan

$$|AC| = |CB| \text{ dir.}$$

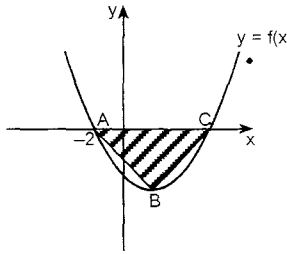
$$k + 3 = 4k - 3$$

$$6 = 3k$$

$$2 = k$$

Buna göre, B noktasının apsisi $4k = 8$ dir. A noktasının apsisi ise -2 dir.

1.

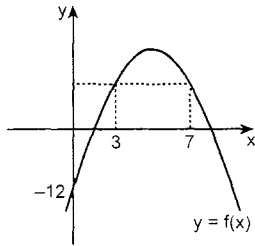


Yukarıda $y = f(x)$ parabolünün denklemi verilmiştir.

ABC eşkenar üçgeninin yüksekliği $4\sqrt{3}$ birim olduğuna göre, B noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(2, -4)$ B) $(1, -4\sqrt{3})$ C) $(2, -2\sqrt{3})$
D) $(2, -4\sqrt{3})$ E) $(4, -4\sqrt{3})$

2.



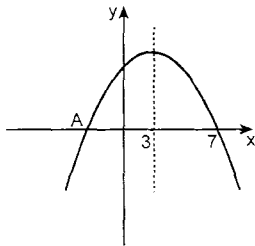
Yukarıda $y = f(x)$ parabolünün grafiği verilmiştir.

$f(3) = f(7)$ ve $f(0) = -12$

olduğuna göre, $f(10)$ kaçtır?

- A) 0 B) 3 C) 7 D) -12 E) -15

3.

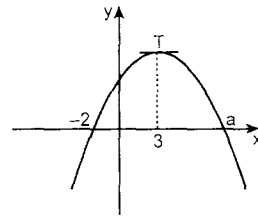


Yukarıda grafiği verilen parabolün simetri eksenini $x = 3$ doğrusudur.

Bu parabolün x eksenini kestiği noktaların apsisi kaçtır?

- A) -21 B) -14 C) -7 D) -4 E) -1

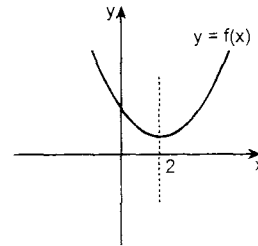
4.



Yukarıdaki parabolün tepe noktası T olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

5.

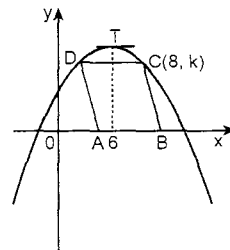


$x = 2$ doğrusu $y = f(x)$ parabolünün simetri eksenidir.

$f(9) = 99$ olduğuna göre, $f(-5)$ kaçtır?

- A) -55 B) 55 C) 77 D) 99 E) 112

6.



Yukarıda $y = f(x)$ parabolü verilmiştir. T tepe noktası olup ABCD paralelkenardır.

Buna göre, $|AB|$ uzunluğu kaç birimdir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

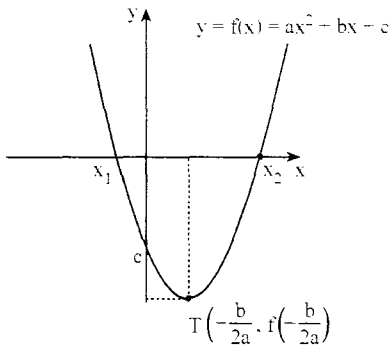
D	D	C	C	D	C

köşetaşı

$f(x) = x^2 - 4x - 5$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz?

açıklamalı çözüm

$f(x) = ax^2 + bx + c$ biçimindeki ikinci dereceden fonksiyonların grafikleri parabol şeklindedir. Bu fonksiyonların grafiklerini çizmek için kabaca üç adım atılır:



1) Önce tepe noktasının koordinatları bulunur.

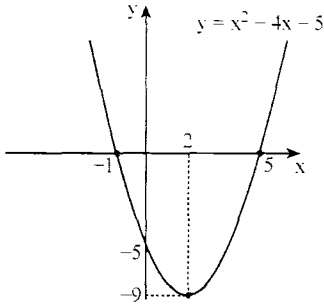
$$T(r, k) = T\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

2) x eksenini kestiği noktaların apsisi olan x_1 ve x_2 bulunur.

x_1 ve x_2 , $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleridir.

3) y eksenini kestiği nokta $(0, c)$ noktasıdır.

Köşetaşındaki fonksiyonun grafiği yukarıdaki üç adım atılarak çizilebilir:



$$\begin{aligned} 1) \text{ Tepe noktası: } T(r, k) &= T\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right) \\ &= T\left(-\frac{-4}{2 \cdot 1}, f(2)\right) = T(2, -9) \end{aligned}$$

2) x eksenini kestiği noktalar:

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x - 5)(x + 1) = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 5$$

3) y eksenini kestiği nokta: $(0, -5)$

HATIRLATMA DİKKAT ÇEKME! :

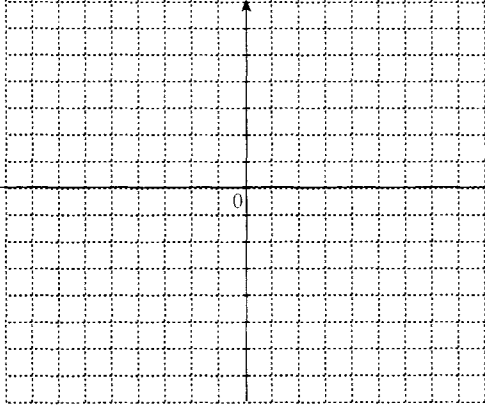
$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ idi (Bkz. 32. Bölüm). Parabol simetrik bir şekil olduğundan tepe noktasının

apsisi x_1 ve x_2 nin ortası yani aritmetik ortalamasıdır. Bu da $\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-\frac{b}{a}}{2} = -\frac{b}{2a}$ yı verir.

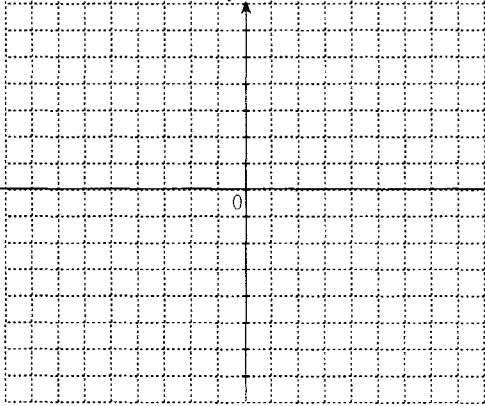
1. $f(x) = x^2 - 7x + 6$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz?



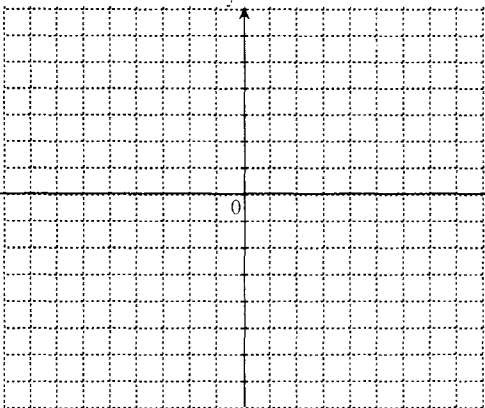
2. $y = x^2 + 6x - 7$

parabolünün grafiğini çiziniz?



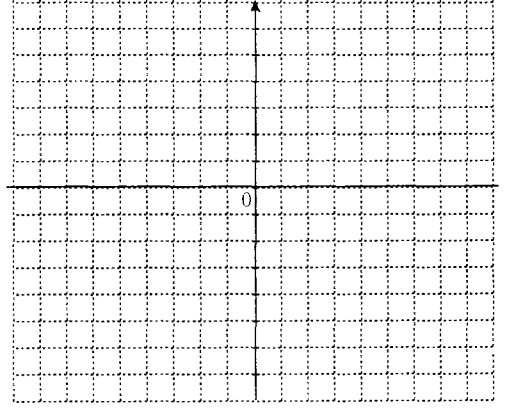
3. $y = x^2 - 4x + 4$

parabolünün grafiğini çiziniz?



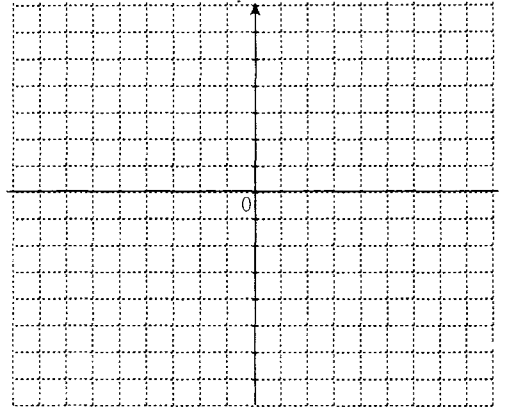
4. $y = -x^2 - 2x + 8$

parabolünü çiziniz?



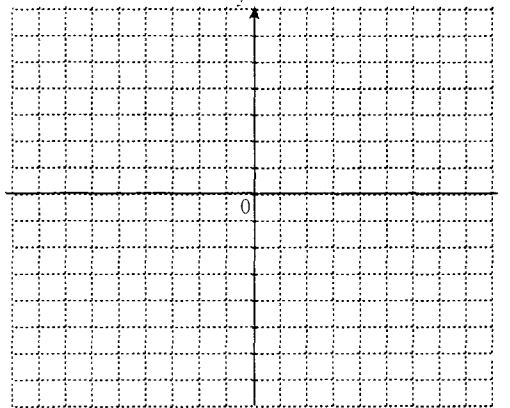
5. $f(x) = -2x^2 - 6x + 8$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz?



6. $f(x) = x^2 - 4$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz?



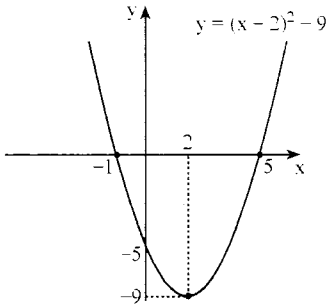
köşetaşı

$$y = (x - 2)^2 - 9$$

parabolünü çiziniz?

açıklamalı çözüm

$y = (x - r)^2 + k$ şeklinde verilen parabol denklemi özeldir. Çünkü denkleme bakılınca tepe noktasının koordinatları hemen görülüyor. $T(r, k)$ dir. Parabolü çizmek için yine kaba üç adımı atalım:



1) $y = a(x - 2)^2 - 9$ biçiminde verilen parabol denkleminde tepe noktasının koordinatları $T(2, -9)$ kolayca okunur.

2) x eksenini kestiği noktaların apsislerinin elde edilmesi için denklemde y yerine sıfır yazılır. Çünkü bu noktaların ordinatları sıfırdır.

$$(x - 2)^2 - 9 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 9$$

$$x - 2 = 3 \text{ ve } x - 2 = -3$$

$$x = 5 \text{ ve } x = -1$$

3) y eksenini kestiği noktanın ordinatını bulmak için denklemde x yerine sıfır yazılır. Çünkü bu noktanın apsisi sıfırdır.

$$(0 - 2)^2 - 9 = y$$

$$-5 = y$$

ÇARPANLARA AYIRMA VE ÖZDEŞLİKLER ÖNEMLİ BİR KONU! :

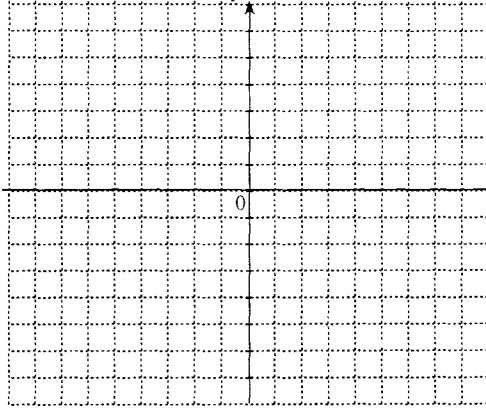
$y = (x - 2)^2 - 9 = x^2 - 4x + 4 - 9 = x^2 - 4x - 5$ olup önceki köşetaşında olduğu gibi çözüm yapılabilirdi.

YA DA

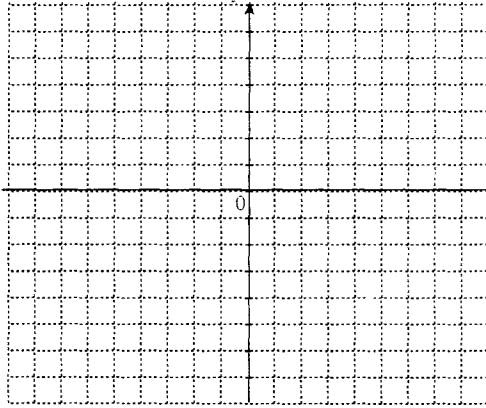
Önceki köşetaşındaki parabol denklemi tam kareye tamamlama yöntemiyle:

$y = x^2 - 4x - 5 \rightarrow x^2 - 4x - 5 + 9 - 9 = x^2 - 4x + 4 - 9 = (x - 2)^2 - 9$ olup bu köşetaşındaki özel hale getirilip çözüm yapılabilir.

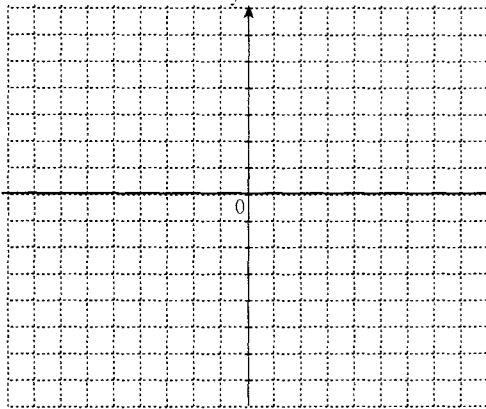
1. $y = (x - 1)^2 + 6$
parabolünü çiziniz?



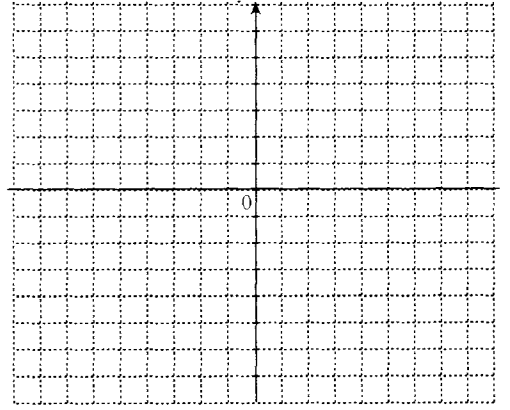
2. $f(x) = x^2 - 7$
fonksiyonunun grafiğini çiziniz?



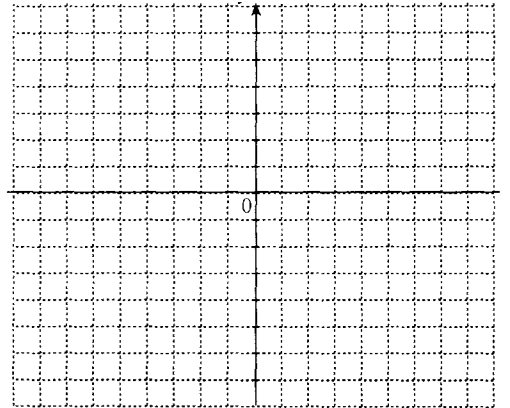
3. $f(x) = -(x - 3)^2 + 5$
fonksiyonunun grafiğini çiziniz?



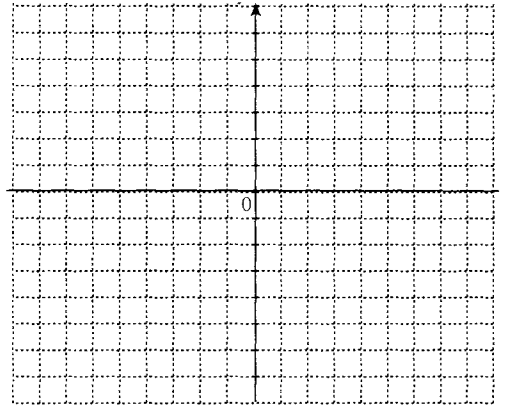
4. $f(x) = 2(x + 1)^2 - 7$
fonksiyonunun grafiğini çiziniz?



5. $y = x^2$
parabolünü çiziniz?



6. $y = (x + 4)^2 - 1$
parabolünü çiziniz?



köşetaşı

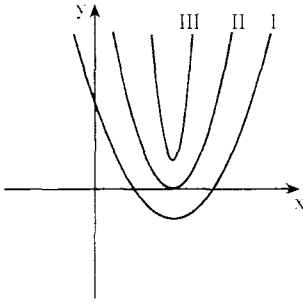
$$y = x^2 - 3x + m + 1$$

parabolü x eksenine teğet olduğuna göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm

$y = ax^2 + bx + c$ parabolü için $\Delta = b^2 - 4ac$ dir.

- 1) $\Delta > 0$ ise, x eksenini iki noktada keser. Şekildeki I. parabol gibi.
- 2) $\Delta = 0$ ise, x eksenine teğettir. Şekildeki II. parabol gibi.
- 3) $\Delta < 0$ ise, x eksenini kesmez. Şekildeki III. parabol gibi.



Köşetaşına dönülürse;

$y = x^2 - 3x + m + 1$ parabolü x eksenine teğet olduğundan $\Delta = 0$ dir.

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m + 1) = 0$$

$$9 - 4m - 4 = 0$$

$$\frac{5}{4} = m$$

Bkz. (32.5) ve (32.6)

1. $y = (m - 2)x^2 + 2mx + m + 1$

parabolü x eksenine teğet olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

2. $y = 2x^2 - 4x - m + 3$

parabolü x eksenini iki farklı noktada kestiğine göre, m nin alabileceği en küçük üç farklı tamsayının toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

3. $y = ax^2 - 10x + 5$

parabolü x eksenini kesmediğine göre, a nın alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

4. $y = 2x^2 - (m - 1)x + 2$

parabolü x eksenine teğet olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

5. $y = x^2 - (m + 4)x + 9$

parabolü x eksenine negatif tarafta teğet olduğuna göre, m kaçtır?

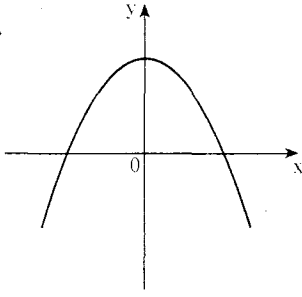
- A) -12 B) -10 C) -6 D) 2 E) 6

6. $f(x) = (m + 1)x^2 + (2m - 4)x$

fonksiyonu ile $y = 0$ doğrusu teğet olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

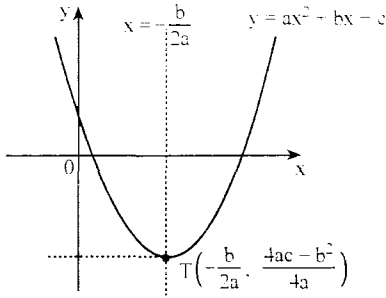
köşetaşı



Yanda verilen $y = -ax^2 + (a^2 - 1)x + a + b$ parabolünün tepe noktası y ekseninin üzerindedir.

y nin alabileceği en büyük değer 8 olduğuna göre, b kaçtır?

açıklamalı çözüm



• $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktası $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ dir.

• Simetri ekseninin denklemi : $x = -\frac{b}{2a}$

• $a > 0$ ise, kollar yukarı doğru olduğundan y nin en küçük (minimum) değeri vardır ve $\frac{4ac - b^2}{4a}$ ya eşittir.

• $a < 0$ ise, kollar aşağı doğru olduğundan y nin en büyük (maksimum) değeri vardır ve $\frac{4ac - b^2}{4a}$ ya eşittir.

Köşetaşına dönülürse:

$$\frac{-b}{2a} = 0 \Rightarrow \frac{-(a^2 - 1)}{a} = 0 \Rightarrow a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a = -1 \text{ veya } a = 1$$

Parabolün kolları aşağı doğru olduğundan $a = -1$ dir.

$y = -x^2 - 1 + b$ ifadesinde y nin alabileceği en büyük değer yani tepe noktasının ordinatı 8 e eşit verildiğinden

$$f(0) = 8 \Rightarrow -0^2 - 1 + b = 8 \Rightarrow b = 9$$

1. $y = -3(x - a)^2 + b$

$$y = 2(b + x)^2 + a$$

parabollerinin tepe noktaları arasındaki uzaklık 4 birim olduğuna göre $a^2 + b^2$ toplamı kaç birim karedir?

- A) 8 B) 12 C) 14 D) 18 E) 24

İpucu : (x_1, y_1) ve (x_2, y_2) noktaları arasındaki

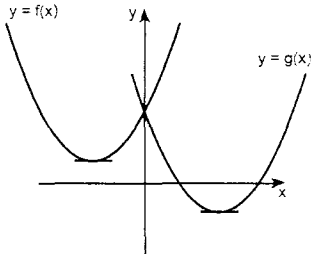
$$\text{uzaklık} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

2. $y = ax^2 - 6ax + 8a$

parabolünün tepe noktasının ordinatı $a - 20$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

3.



$$f(x) = x^2 + (m - 3)x + m + 4$$

$$g(x) = x^2 - 2mx + 2m - 1$$

parabollerinin tepe noktalarının apsilerinin farkının mutlak değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

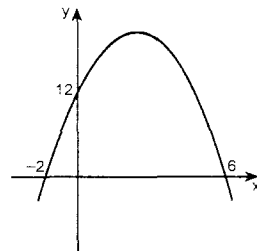
4. $y = x^2 - (m + 1)x + n$ parabolünün simetri eksenini $x = 4$ doğrusu olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. $f(x) = x^2 + 6x + 17$ fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6.



$y = f(x)$ parabolünün eksenleri kestiği noktalar verilmiştir.

Buna göre, y nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 18 E) 19

karekök özel

köşetaşı

$$f : [2, 9] \rightarrow \mathbb{R}$$

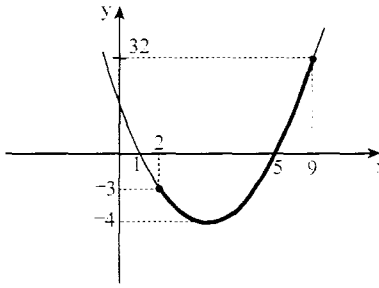
$f(x) = x^2 - 6x + 5$ fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

açıklamalı çözüm

Eğer tepe noktasının apsisi $[2, 9]$ aralığında ise, en küçük değer, tepe noktasının ordinatıdır.

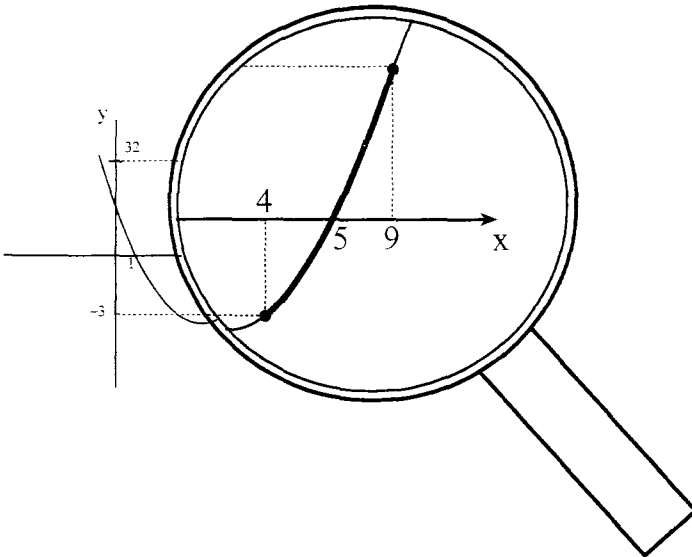
Eğer tepe noktasının apsisi $[2, 9]$ aralığında değilse, en küçük değer $f(2)$ ya da $f(9)$ dur.

Fonksiyon tepe noktasının bulunduğu aralıkta tanımlı olduğundan en küçük değer tepe noktasının ordinatı olan -4 tür.



$f(x) = x^2 - 6x + 5$ fonksiyonunun $[2, 9]$ aralığında en küçük değeri -4 , en büyük değeri 32 dir.

FONKSİYONUN TANIM ARALIĞINI DARALTALIM:



$f(x) = x^2 - 6x + 5$ fonksiyonunun $[4, 9]$ aralığında en küçük değeri -3 , en büyük değeri 32 dir. Tepe noktası tanım aralığında değilse, sınır noktalarla en büyük değer ve en küçük değerler bulunur.

1. $f : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4x + 17$
fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $[0, 25]$ B) $[13, 17]$ C) $[17, 22]$
D) $[13, 22]$ E) $[5, 22]$

2. $f : [-2, 5] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x - 3)(x + 1)$
fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?
- A) -6 B) -4 C) -2 D) 5 E) 12

3. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 4x + 99$
fonksiyonu x in hangi değeri için en küçük değerini alır?
- A) -4 B) -3 C) -2 D) 4 E) 99

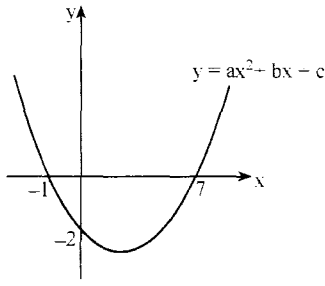
4. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + 2x - 19$
fonksiyonunun görüntü kümesinin en büyük elemanı kaçtır?
- A) -24 B) -18 C) -16 D) -14 E) -12

5. $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -(x + 3)^2 - 7$
fonksiyonunun alabileceği en büyük değer kaçtır?
- A) -71 B) -64 C) -11 D) -7 E) -5

6. $f(x) = (2a - 6)x^2 + bx + c$
fonksiyonunun maksimum değeri olduğuna göre, a nın alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

D	B	C	B	D	C

köşetaşı



Yanda $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(5)$ değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

x eksenini kestiği noktalar ve herhangi bir noktası verilen parabolün denklemi aşağıdaki denklem yardımıyla kurulabilir.

$$y = a[x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2]$$

Köşetaşına dönülürse:

Parabol $x_1 = -1$ ve $x_2 = 7$ de x eksenini kesmekte ve $(0, -2)$ noktasından geçmektedir.

$$y = a[x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2]$$

$$y = a[x^2 - (-1 + 7)x + (-1) \cdot 7]$$

$$y = a(x^2 - 6x - 7) \text{ Bu aşamada } \rightarrow$$

$(0, -2)$ noktası bu denklemi sağlamalı

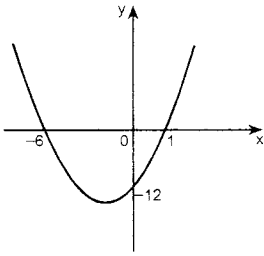
$$-2 = a(0 - 6 \cdot 0 - 7)$$

$$\frac{2}{7} = a$$

$$f(x) = \frac{2}{7}(x^2 - 6x - 7)$$

$$f(5) = \frac{2}{7}(5^2 - 6 \cdot 5 - 7) = -\frac{24}{7}$$

1.

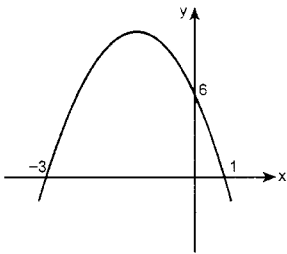


Yanda $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

$f(3)$ değeri kaçtır?

- A) 20 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36

2.

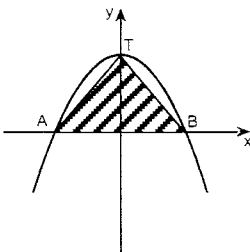


Yanda $y = ax^2 + bx + c$ nin grafiği verilmiştir.

Buna göre, $a + 2b + 3c$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

3.

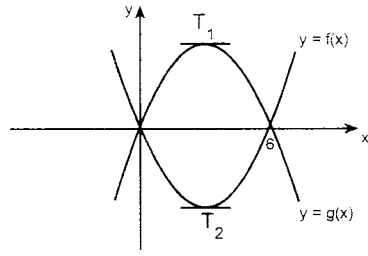


Tepe noktası y ekseninde olan $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

TAB eşkenar üçgeninin alanı $3\sqrt{3}$ birim kare olduğuna göre, parabolün denklemi nedir?

- A) $y = -x^2 + 1$ B) $y = -x^2 + 2$
C) $y = -x^2 + 3$ D) $y = -x^2 + 9$
E) $y = -2x^2 + 6$

4.



$$f(x) = ax^2 + bx$$

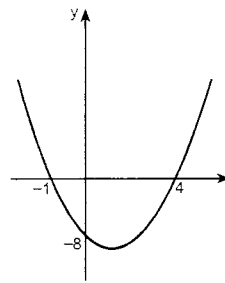
$$g(x) = cx^2 + dx$$

parabollerinin grafikleri verilmiştir.

$|T_1 T_2| = 18$ olduğuna göre, $c - a$ farkı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5.

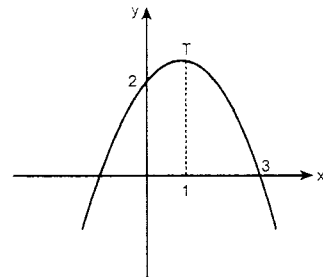


Yanda $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

$f(x + 3) = 0$ denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

- A) -17 B) -12 C) -8 D) -4 E) 11

6.



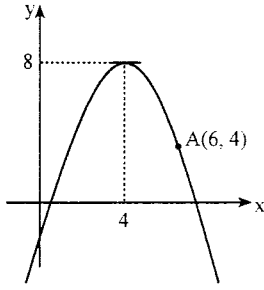
Grafiği verilen $y = f(x)$ parabolünün tepe noktası T dir.

Buna göre, $f(x - 1) = 0$ denkleminin kökleri çarpımı kaçtır?

- A) -6 B) -2 C) 0 D) 2 E) 6

karekök özel

köşetaşı



Yanda $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(0)$ kaçtır?

açıklamalı çözüm

Tepe noktası ile herhangi bir noktası verilen parabolün denklemi aşağıdaki denklem yardımıyla elde edilebilir:

$$y = a(x - r)^2 + k$$

Köşetaşına dönülürse;

Parabolün tepe noktası (4, 8) olup (6, 4) noktasından geçmektedir.

$$y = a(x - r)^2 + k$$

$$y = a(x - 4)^2 + 8 \text{ Bu aşamada } \rightarrow$$

(6, 4) noktası bu denklemi sağlamalı

$$4 = a(6 - 4)^2 + 8$$

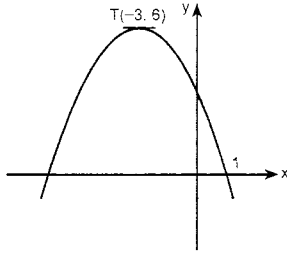
$$-4 = 4a$$

$$-1 = a$$

$$f(x) = -(x - 4)^2 + 8$$

$$f(0) = -8$$

1.



Yanda $y = ax^2 + bx + c$ parabolü verilmiştir.

Buna göre, c kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{21}{8}$ E) $\frac{32}{5}$

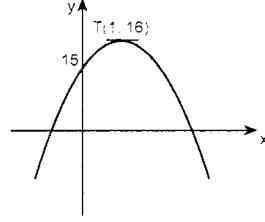
2. Tepe noktası $(3, 6)$ olan ve $(-1, -10)$ noktasından geçen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = -(x - 3)^2 + 9$ B) $y = -(x - 3)^2 + 6$
 C) $y = (x + 3)^2 - 6$ D) $y = (x + 3)^2 + 9$
 E) $y = -(x - 6)^2 + 3$

3. $f(x) = x^2 - 2mx + n$ parabolünün tepe noktası $(1, 8)$ olduğuna göre, $f(5)$ kaçtır?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

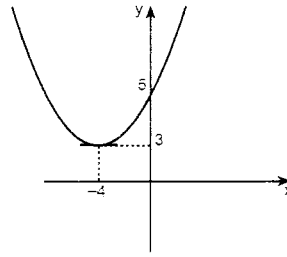
4.



Yanda grafiği verilen parabol x eksenini negatif tarafta hangi noktada keser?

- A) $(-5, 0)$ B) $(-4, 0)$ C) $(-3, 0)$
 D) $(-2, 0)$ E) $(-1, 0)$

5.

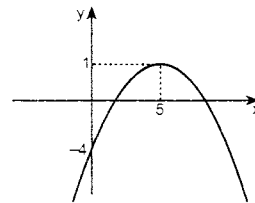


Yanda $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\frac{f(-5)}{5a}$ oranı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6.



Yanda $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

Buna göre, $y = f(x - 2)$ parabolünün simetri eksenidir?

- A) $x = 7$ B) $x = 6$ C) $x = 5$
 D) $x = 4$ E) $x = 3$

(Dikkat: Bu soruda fazla bilgi var. Grafikteki 1 ve -4 verilmesine de soru çözülebilir.)

karekök özel

köşetaşı

$(-1, 9)$, $(1, 3)$, $(2, 6)$ noktalarından geçen parabolün denklemini yazınız?

açıklamalı çözüm

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ noktalarından geçen parabolün denklemini $y = ax^2 + bx + c$ olsun.

A, B, C noktaları bu denklemde yazılır. Ortaya çıkan denklem sistemi çözülerek a, b, c bulunur.

$$\left. \begin{array}{l} ax_1^2 + bx_1 + c = y_1 \\ ax_2^2 + bx_2 + c = y_2 \\ ax_3^2 + bx_3 + c = y_3 \end{array} \right\} \text{ sistem çözülür.}$$

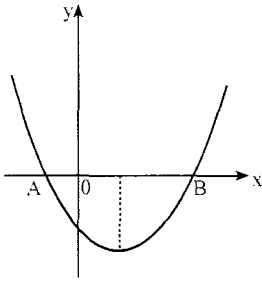
$$\left. \begin{array}{l} a - b + c = 9 \\ a + b + c = 3 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Sistemi çözülürse; } a = 2, b = -3, c = 4 \text{ bulunur.} \\ \text{Çözümün detayı için 1. kitap 3. bölüme bakınız.} \end{array}$$

$$y = 2x^2 - 3x + 4$$

Bu tür soru genellikle sorulmaz. Sorulursa da a, b, c katsayılarından biri verilir, ki bu durumda iki bilinmeyenli denklem çözümü yapılır.

1. $(1, -4)$, $(4, 8)$ ve orjinden geçen parabolün simetri eksenini nedir?
 A) $x = \frac{3}{2}$ B) $x = 1$ C) $x = \frac{1}{2}$ D) $x = 0$ E) $x = 3$
2. $(-1, 4)$ ve $(2, 19)$ noktalarından geçen $y = x^2 + ax + b$ parabolünün alabileceği en küçük değer kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
3. $(-1, 10)$, $(0, 9)$, $(2, 1)$ noktalarından geçen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $y = 2x^2 - x + 4$ B) $y = 2x^2 - 4x + 6$
 C) $y = -2x^2 + 4x + 17$ D) $y = -x^2 + 4x - 5$
 E) $y = -x^2 - 2x + 9$
4. $(-1, 5)$, $(2, 8)$, $(3, 13)$ noktaları $y = ax^2 + bx + c$ parabolü üzerinde olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?
 A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13
5. $f(x) = ax^2 + bx + c$ olmak üzere $f(-1) = 9$, $f(1) = -5$ ve $f(2) = -9$ dur. Buna göre, $f(5)$ kaçtır?
 A) -11 B) -9 C) -7 D) -5 E) -3
6. $y = x^2 - (m + 1)x + n + 2$ parabolü $(1, 3)$, $(-2, 15)$ noktalarından geçtiğine göre, $m + n$ toplamı kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

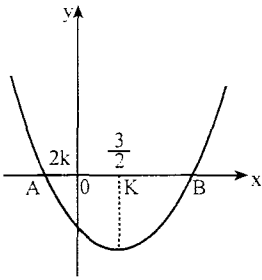
köşetaşı



$$7|AO| = 2|AB|$$

Grafik, $y = 2x^2 - 6x + m + 6$ parabolüne ait olduğuna göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm



$y = 2x^2 - 6x + m + 6$ denkleminde tepe noktasının apsisi belirlenir.

Tepe noktasının apsisi $-\frac{b}{2a} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ dir.

Grafik simetri özelliğinden yararlanılırsa:

$$7|AO| = 2|AB| \Rightarrow AK = \frac{|AB|}{2} = \frac{7}{2}k$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 2k & 7k \end{array}$$

$$|OK| = \frac{7}{2}k - 2k = \frac{3k}{2}$$

$$\frac{3k}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow k = 1$$

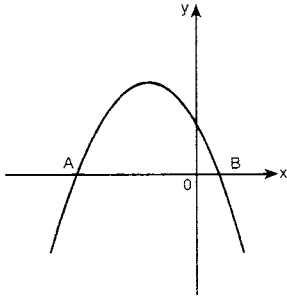
$$A(-2k, 0) = A(-2, 0)$$

$$B(5k, 0) = B(5, 0)$$

Üzerindeki noktalar parabolün denklemini sağlar.

$$x = -2 \text{ ve } y = 0 \text{ için } 0 = 2(-2)^2 - 6 \cdot (-2) + m + 6 \Rightarrow m = -26$$

1.

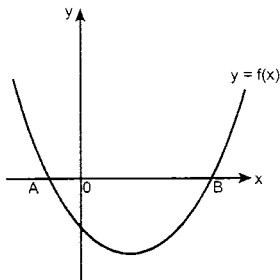


Yukarıda denklemleri $y = -2x^2 - 4x + p$ olan parabol verilmiştir.

$|AO| = 3|OB|$ olduğuna göre, p kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) 2 D) 4 E) 6

2.

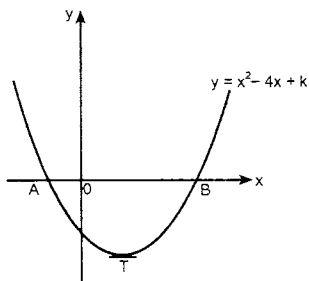


Yukarıda denklemleri $y = x^2 - 2x + p$ olan parabol verilmiştir.

$|AB| = 10$ olduğuna göre, p kaçtır?

- A) -24 B) -20 C) -16 D) -12 E) -8

3.



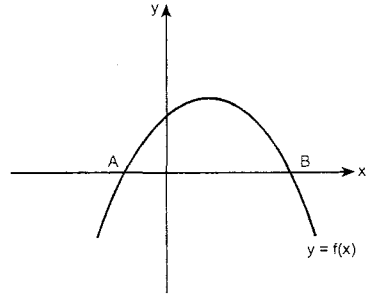
2. $|AO| = |BO|$

$f(x) = x^2 - 4x + k$ parabolünün grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(9)$ kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

4.

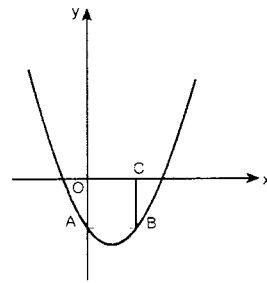


Yukarıdaki grafik $y = ax^2 - 6ax + b$ parabolüne aittir.

$|AB| = 12$ olduğuna göre, $f(x) = 0$ denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

- A) -36 B) -32 C) -27 D) -24 E) -18

5.

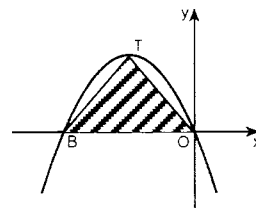


Yukarıda $y = x^2 - mx - 2m + 3$ parabolü verilmiştir.

OABC karesinin alanı kaç birim karedir?

- A) 8 B) 9 C) 12 D) 16 E) 25

6.



Yukarıdaki grafikte denklemleri $y = ax^2 + bx + c$ ve tepe noktası T olan parabol verilmiştir.

TBO eşkenar üçgeninin alanı $4\sqrt{3}$ birim kare olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $-\sqrt{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$
D) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{8}$

karekök özel

köşetaşı

$y = x^2 - 3x + 1$ parabolü ile $y = 2x - 3$ doğrusunun kesişim noktalarını bulunuz?

açıklamalı çözüm

Denklemleri verilen iki farklı grafiğin analitik düzlemde kesişim noktalarını bulmak için ortak çözüm yapılır.

Yani, $y = x^2 - 3x + 1$ parabolü ile $y = 2x - 3$ doğrusunun kesişim noktalarını bulmak için,

$\begin{cases} y = x^2 - 3x + 1 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$ denklem sistemi çözülür. Bu sistemin n farklı çözümü varsa n farklı noktada kesişiyorlardır.

Denklemler sisteminin çözümü yapılırsa;

$$x^2 - 3x + 1 = 2x - 3$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x - 1)(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ ve } x = 4$$

$x = 1$ ise $y = 2 \cdot 1 - 3 = -1$ bulunur. $(1, -1)$ kesişim noktasıdır.

$x = 4$ ise $y = 2 \cdot 4 - 3 = 5$ bulunur. $(4, 5)$ kesişim noktasıdır.

BİR ÖRNEK DAHA:

$y = x^2 + 2x + 2 + m$ parabolü ile $y = 2x^2 - x + 2m - 1$ parabolü kesişmediğine göre, m nin değer alabileceği reel sayı aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

$$x^2 + 2x + 2 + m = 2x^2 - x + 2m - 1$$

$$0 = x^2 - 3x + m - 3$$

Bu denklemin çözümünün olmaması için $\Delta < 0$ olmalıdır.

$$9 - 4 \cdot 1(m - 3) < 0$$

$$9 - 4m + 12 < 0$$

$$\frac{21}{4} < m \Rightarrow m \in \left(\frac{21}{4}, +\infty \right)$$

1. $y = x^2 - 7x + 9$ parabolü ile $y = x - 4$ doğrusunun kesişim noktalarının ortasındaki noktanın apsisi kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(İpucu: Apsisleri x_1 ve x_2 olan iki noktanın ortasındaki noktanın

apsisi $\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-b}{2a}$ dir.)

2. $y = x^2 + 5x + 4$ ve $y = x^2 + 4x + 6$ parabollerinin kesişim noktasının ordinatı kaçtır?

A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

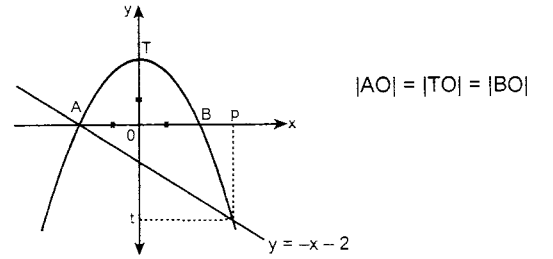
3. $y = x^2 + kx - 1$ ve $y = 2x^2 - 3x$ parabolleri birbirine teğet ise, k nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) -9 B) -7 C) -6 D) -3 E) -1

4. $y = 2x + a$ doğrusu ile $y = x^2 - 4x + 8$ parabolü birbirine teğet ise, a kaçtır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

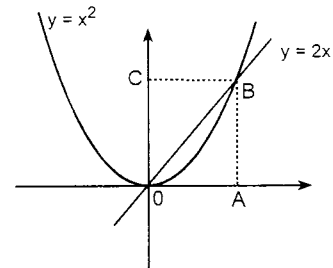
5.



Buna göre, $p + t$ toplamı kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

6.



Yukarıda $y = x^2$ ve $y = 2x$ in grafikleri verilmiştir.

OACB dikdörtgeninin alanı kaç birim karedir?

A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

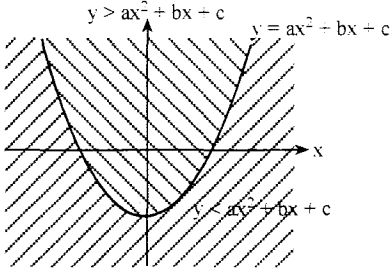
köşetaşı

$$y > x^2 - 4$$

$$y \leq 2x - 4$$

eşitsizlik sistemini sağlayan (x, y) noktalarını analitik düzlemde gösteriniz?

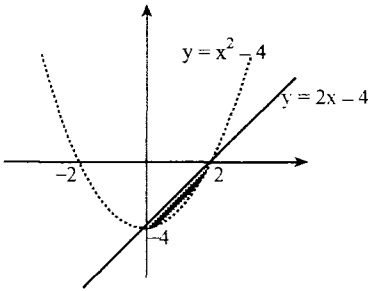
açıklamalı çözüm



Parabol analitik düzlemi üç bölgeye ayırır:

- 1) $y > ax^2 + bx + c$ eşitsizliği parabolün üstündeki bölgeyi
- 2) $y = ax^2 + bx + c$ eşitliği parabolün üzerindeki noktaları
- 3) $y < ax^2 + bx + c$ eşitsizliğini parabolün altındaki bölgeyi gösterir. Bunlar tüm eğriler için geçerlidir.

Köşetaşının çözümünde; önce $y = x^2 - 4$ ve $y = 2x - 4$ eğrileri çizilir. Eşittir işareti içermediğinden $(y > x^2 - 4)$ parabolü kesik çizgi ile çizilir.



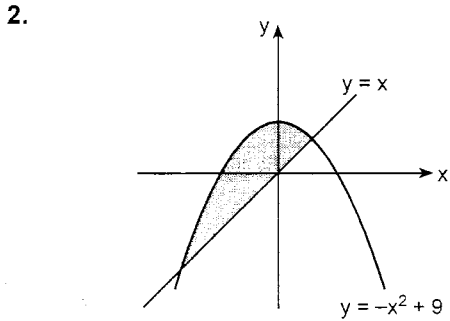
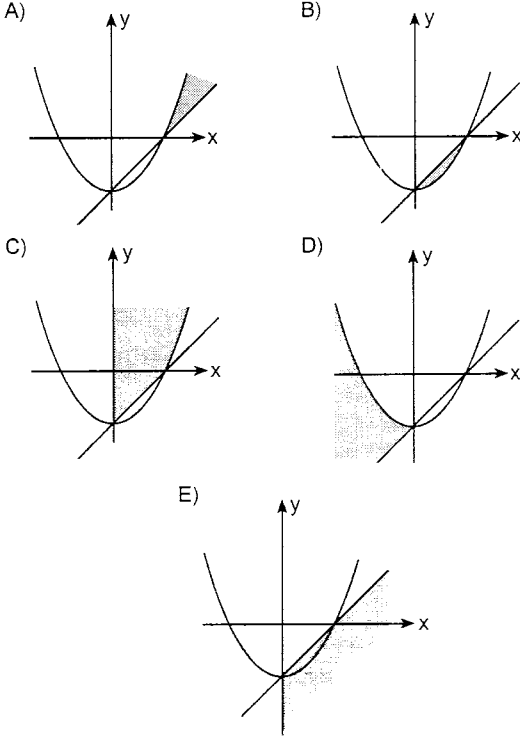
$y > x^2 - 4$ eşitsizliği parabolün üst tarafındaki bölgeyi, $y \leq 2x - 4$ eşitsizliği doğrunun altındaki bölgeyi ve üzerindeki noktaları göstermektedir. Bu bölgelerin kesişimi şekildeki taralı alandır.

GENELLİKLE GARANTİCİLER rastgele bir noktayı eşitsizlikte denerler, eşitsizliği sağlıyorsa noktanın tarafını, sağlamıyorsa diğer tarafı tararlar.

Örneğin $(0, 0)$ noktası $y > x^2 - 4$ te yazıldığında $0 > 0 - 4$ elde edilir. Bu eşitsizlik doğru olduğundan $y = x^2 - 4$ parabolünün $(0, 0)$ noktasından tarafı çözüm kümesidir.

1. $y \leq x^2 - 1$
 $y \geq x - 1$
 $x \geq 0$

sistemi sağlayan (x, y) ikililerinin kümesi aşağıdaki taralı bölgelerden hangisidir?



Yukarıdaki taralı bölge aşağıdaki sistemlerden hangisinin çözüm kümesidir?

- A) $y \geq x$
 $y \geq -x^2 + 9$
- B) $y \leq x$
 $y \geq -x^2 + 9$
- C) $y \geq x$
 $y \leq -x^2 + 9$
- D) $y < x$
 $y < -x^2 + 9$
 $x > 0$
- E) $y > x$
 $y < -x^2 + 9$
 $y < 0$

3. $y < x^2 - 4$
 $y < x + 2$

eşitsizliğin çözüm kümesini analitik düzlemde gösteriniz?

4. $y \leq -x^2 + 16$
 $y > x + 4$
 $x > 0$

eşitsizliğin çözüm kümesini analitik düzlemde gösteriniz?

5. $y > x^2$
 $y < x$

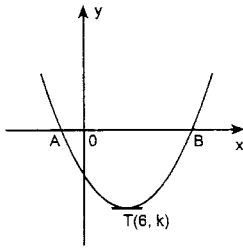
eşitsizliğin çözüm kümesini analitik düzlemde gösteriniz?

6. $-y < x^2 - 1$
 $y > x + 2$

eşitsizliğin çözüm kümesini analitik düzlemde gösteriniz?

karekök özel

1.



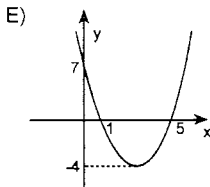
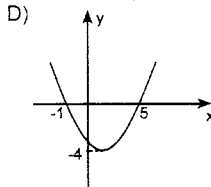
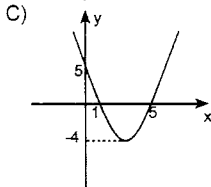
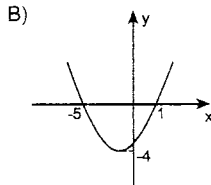
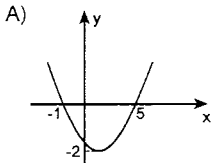
Yandaki grafik tepe noktası $T(6, k)$ olan parabole aittir.

$$|AB| = 5 \cdot |AO|$$

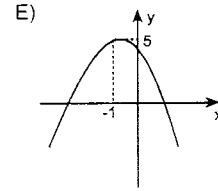
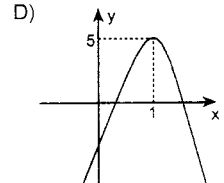
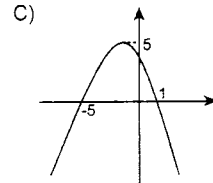
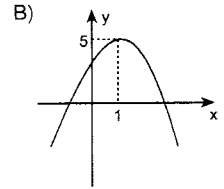
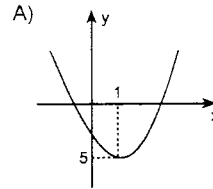
Yukarıda verilenlere göre, B noktasının apsisi kaçtır?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 18 E) 20

2. $y = x^2 - 6x + 5$ fonksiyonun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



3. $y = -(x - 1)^2 + 5$ parabolünün grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



4. $y = x^2 - 5x + m - 2$ parabolü x eksenine teğet olduğuna göre, m kaçtır?

- A) $\frac{33}{4}$ B) $\frac{11}{2}$ C) $\frac{22}{5}$ D) $\frac{11}{3}$ E) $\frac{44}{5}$

5. $y = mx^2 + (m^2 - 4)x + m + n$ parabolünün tepe noktası y ekseninin üzerindedir.

y'nin alabileceği en küçük değer 12 olduğuna göre, n kaçtır?

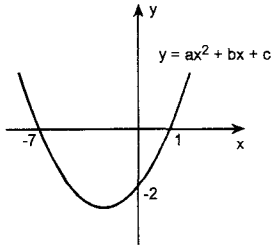
- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

6. $f : [0, 7] \rightarrow B$

$f(x) = x^2 - 4x + 9$ fonksiyonu örten olduğuna göre, B kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[0, 9]$ B) $[-2, 9]$ C) $[9, 30]$
D) $[5, 30]$ E) $[0, 30]$

7.

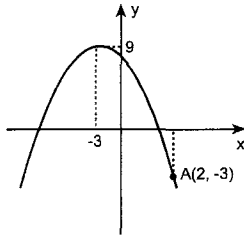


Yanda $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(4)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{41}{9}$ B) $\frac{33}{2}$ C) $\frac{43}{4}$ D) $\frac{61}{5}$ E) $\frac{66}{7}$

8.



Yanda tepe noktası $(-3, 9)$ olan $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

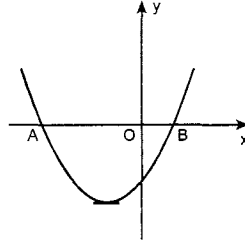
$A(2, -3)$ noktası $y = f(x)$ eğrisi üzerinde olduğuna göre, $f(0)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{25}{2}$ B) $\frac{61}{5}$ C) $\frac{117}{25}$ D) $\frac{112}{49}$ E) $\frac{83}{7}$

9. $(-2, 15)$, $(0, 5)$, $(1, 3)$ noktalarından geçen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = x^2 - 3x + 5$ B) $y = x^2 + 5x - 3$
C) $y = x^2 - x + 5$ D) $y = 3x^2 - x + 5$
E) $y = 2x^2 - 3x + 5$

10.



2. $|OA| = 5.$ $|BO|$

Grafik, $y = 2x^2 + 6x + m + 8$ parabolüne ait olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -30 B) -28 C) -26 D) -24 E) -20

11. $y = x^2 - 5x + 2$ parabolü ile $y = 2x - 4$ doğrusunun kesişim noktalarının ordinatları toplamı kaçtır?

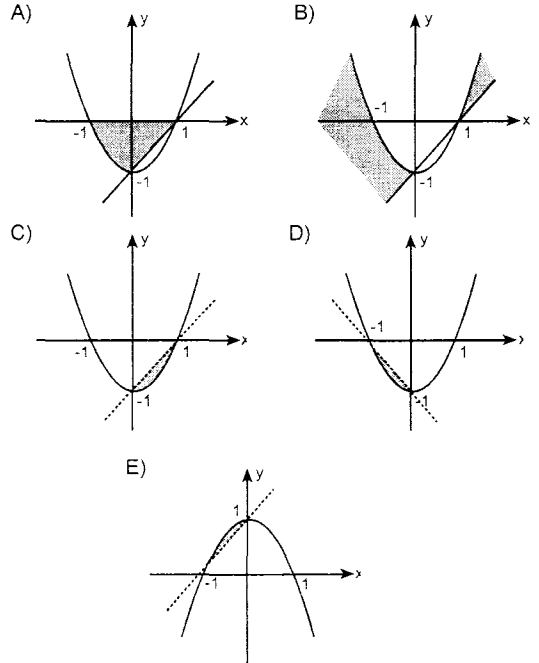
- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

12.

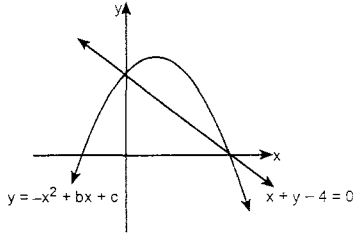
$$y \geq x^2 - 1$$

$$y < x - 1$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini sağlayan (x, y) noktaları aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak gösterilmiştir?



1.



Yukarıdaki parabolün denklemleri $y = -x^2 + bx + c$, doğrunun denklemi $x + y - 4 = 0$ olduğuna göre, b nin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 4 E) 3

2. $y = x^2 - 4mx$ parabolünün tepe noktasının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = -4x^2$ B) $y = -2x^2$ C) $y = -x^2$
D) $y = x^2$ E) $y = 2x^2$

3. $f(x) = x^2 - 6x + a - 6$ parabolünün tepe noktasının ordinatı -16 dir. Parabolün eksenleri kestiği noktaları ve tepe noktasını köşe kabul eden üçgenin alanı kaç birim karedir?

- A) 81 B) 64 C) 49 D) 25 E) 16

4. $f(x) = x^2 + 3x + 6$ parabolü ile $y = mx + n$ doğrusu $A(1, -3)$ noktasına göre simetrik olan iki noktada kesişiyor.

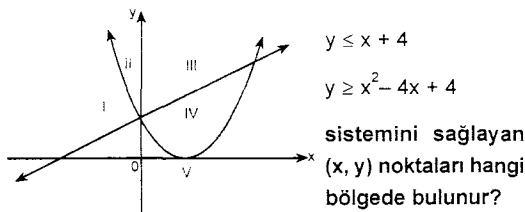
Buna göre, $m + n$ kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -3 D) 5 E) 8

5. $y = x^2$ parabolü ve $y = 4x + 5$ doğrusunun kesim noktaları A ve B'dir. [AB] doğru parçasının orta noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 13) B) (-2, 12) C) (3, 12)
D) (2, 13) E) (13, 2)

6.

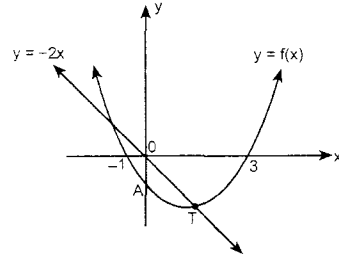


- A) I B) II C) III D) IV E) V

7. $y = x^2 + ax + a - 2$ ve $y = x^2 - 4x + b$ parabollerinin tepe noktaları aynı olduğuna göre, $a + b$ kaçtır?

- A) 10 B) 6 C) -6 D) -8 E) -10

8.



Şekildeki parabolün tepe noktası T'dir. Parabol x eksenini $(3, 0)$ ve $(-1, 0)$ noktalarında kesiyor ve $y = -2x$ doğrusu parabolün tepe noktasından geçmektedir.

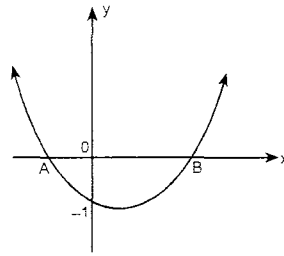
A noktasının ordinatı kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

9. $y = 3mx + 2$ doğrusu, $y = x^2 - 2x + 3$ parabolüne teğet olduğuna göre m aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -2 B) $-\frac{4}{3}$ C) -1 D) 1 E) $\frac{2}{3}$

10.



Şekildeki parabolün simetri eksenini $x = 3$ doğrusudur.

[AB] = 10 br olduğuna göre parabolün denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = \frac{1}{16}x^2 - \frac{3}{8}x - 1$ B) $y = \frac{1}{16}x^2 - \frac{3}{8}x + 2$
C) $y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{2}{3}x + 1$ D) $y = \frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{3}x - 2$
E) $y = 2x^2 - 3x - 8$

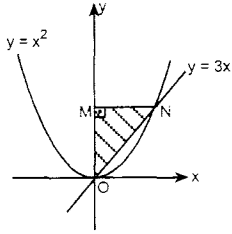
11. $f(x) = x^2 - 4x + a + 3$ parabolünün görüntü kümesinin en küçük elemanı 4 olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

A) 8 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

12. $A(-2, 11)$, $B(3, 1)$ ve $C(0, -5)$ noktalarından geçen parabolün tepe noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

A) -10 B) -6 C) -4 D) 3 E) 5

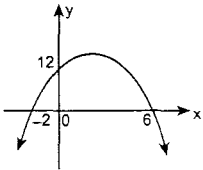
13.



Şekildeki MON üçgeninin alanı kaç birim karedir?

A) $\sqrt{3}$ B) 3 C) $2\sqrt{3}$ D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{27}{2}$

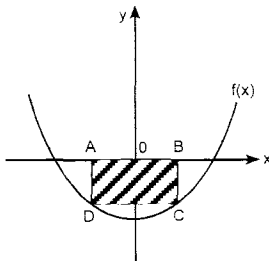
14.



Şekildeki parabolün denklemini $f(x) = ax^2 + bx + c$ olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 8 D) 10 E) 15

15.

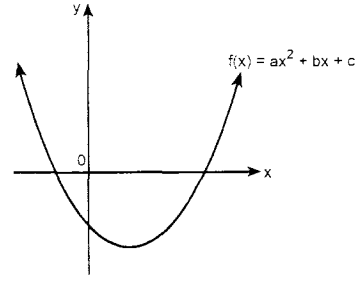


ABCD karesinin C ve D köşeleri $f(x) = x^2 - 8$ parabolü üzerindedir.

A(ABCD) kaç birim karedir?

A) 16 B) 25 C) 49 D) 64 E) 81

16.



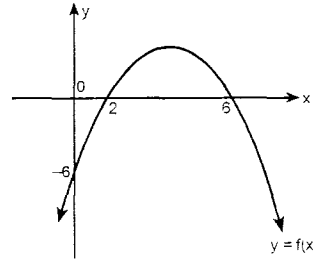
Şekilde grafiği verilen $f(x)$ II. dereceden fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

A) $-\frac{b}{2a} > 0$ B) $c < 0$ C) $\frac{4ac - b^2}{4a} < 0$
D) $b^2 - 4ac > 0$ E) $\frac{c}{a} > 0$

17. $f(x) = x^2 - 8x + 12$ fonksiyonunun $[-2, 5]$ aralığında alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

A) 18 B) 22 C) 25 D) 28 E) 29

18.



Şekildeki grafik $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolüne aittir.

f fonksiyonunun alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

19. $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolü düşey eksenini $(0, 15)$ noktasında kesmektedir.

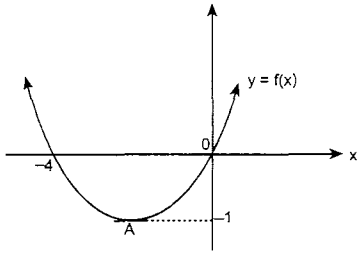
Bu parabolün tepe noktası $(1, 16)$ olduğuna göre, $b - a$ farkı kaçtır?

A) -3 B) -2 C) 2 D) 3 E) 4

20. $y = x^2 - mx + 1$ parabolü ile $y = x - 8$ doğrusu kesişmediğine göre, m nin alabileceği kaç farklı tam-sayı değeri vardır?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 11

1.



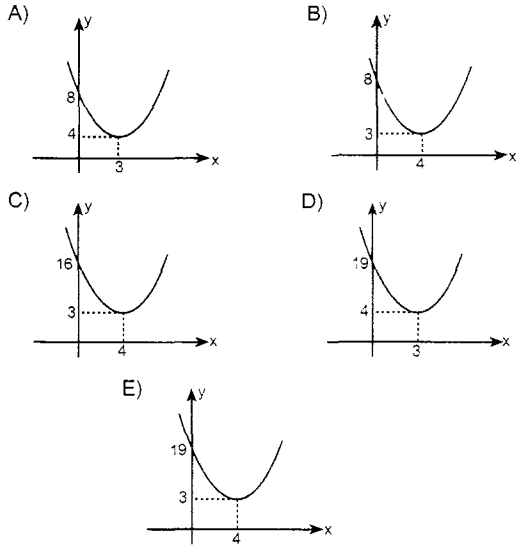
Şekildeki tepe noktası A olan parabol için $f^{-1}(3)$ değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

2. $f(x) = ax^2 - 2x + 6$ fonksiyonunun görüntü kümesinin en küçük elemanı 4 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

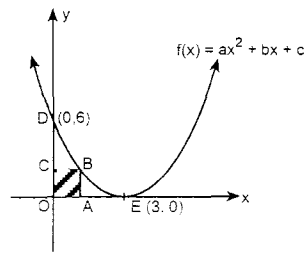
3. $f(x) = (x - 4)^2 + 3$ parabolünün grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



4. $f(x) = -ax^2 + 2a - 6$ parabolünün x eksenine göre simetriği (2, 18) noktasından geçtiğine göre, a kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

5.



Şekildeki $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolü D(0, 6) ve E(3, 0) noktasından geçtiğine göre, OABC karesinin alanı kaç br^2 dir?

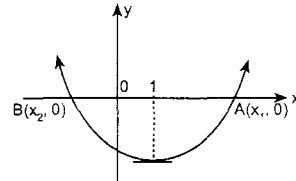
- A) 2 B) $\frac{9}{4}$ C) $\frac{5}{2}$ D) 4 E) 6

6. $A = x^2 - 4x + 6$
 $B = x^2 - 8x + 9$

olduğuna göre, A + B toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -3 B) -4 C) -5 D) -6 E) -7

7.

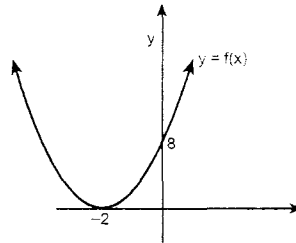


Yandaki grafiği verilen parabolünün denklemi $y = x^2 - 2x + a - 3$ dir.

$|AB| = 10$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -6 B) -12 C) -18 D) -21 E) -30

8.



$y = f(x)$ parabolü x eksenine $x = -2$ noktasında teğettir.

Buna göre, $f(-4)$ değeri kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

9. $f(x) = x^2 - (a - 3)x + 16$ parabolü x eksenine, eksenin negatif tarafında teğettir.

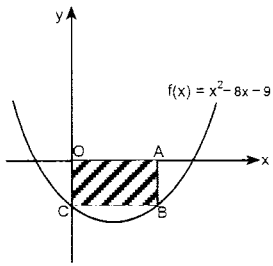
Buna göre, a kaçtır?

- A) 11 B) 6 C) -1 D) -2 E) -5

10. $y = 5x^2 - 4x + 6$ denklemi ile verilen parabolün simetri eksenini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = \frac{5}{4}$ B) $x = \frac{4}{5}$ C) $x = \frac{2}{5}$
D) $x = \frac{6}{5}$ E) $x = \frac{5}{6}$

11.



Şekilde $y = x^2 - 8x - 9$ parabolünün grafiği verilmiştir.

OABC dikdörtgeninin B ve C köşeleri parabol üzerinde olduğuna göre, OABC dikdörtgeninin çevresi kaç birimdir?

- A) 16 B) 27 C) 34 D) 36 E) 40

12. $y = x + 4$ doğrusu $y = x^2 - 2x$ parabolünü A ve B noktalarında kesmektedir.

Buna göre, $|AB|$ kaç birimdir?

- A) $\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $5\sqrt{2}$
D) $5\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{3}$

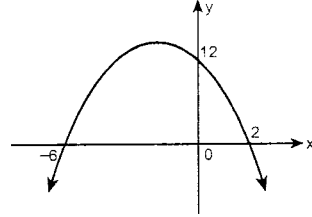
13. $f(x) = x^2 - (a + 3)x + 7$ parabolünün tepe noktasının apsisi -2 olduğuna göre, ordinatı kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

14. $\begin{cases} x = t - 1 \\ y = t^2 - 4 \end{cases}$ parametrik denklemleriyle verilen eğrinin simetri eksenini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = 0$ B) $x = -1$ C) $x = -2$ D) $y = 1$ E) $y = 2$

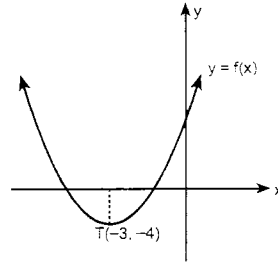
15.



Şekildeki parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $y = (x - 6)(x - 2)$ B) $y = 2(x - 6)(x + 1)$
C) $y = -2(x - 6)(x + 2)$ D) $y = -(x + 6)(x + 1)$
E) $y = -(x + 6)(x - 2)$

16.



Tepe noktası $T(-3, -4)$ olan grafiğin denklemi $f(x) = ax^2 + bx + 5$ olduğuna göre a + b kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

17. $f(x) = x^2 - 6x + m + 8$ parabolünün görüntü kümesinin en küçük elemanı -4 olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 2 D) 4 E) 6

18. $y = x + 1$ doğrusu $y = x^2 + ax + 5$ parabolüne teğet olduğuna göre, a'nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

- A) 10 B) 5 C) -6 D) -9 E) -15

1. $y = x^2 + (m - 1)x + 1$ parabolü, x eksenine, eksenin pozitif tarafında teğet olduğuna göre, m nin değeri nedir?

A) 3 B) 2 C) 1 D) -1 E) -3

(ÖYS 82)

2. $f(x) = mx^2 + (m + 1)x + m - 1$ fonksiyonunun $x = -\frac{3}{4}$ te bir minimumu olduğuna göre, m kaçtır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

(ÖYS 85)

3. Denklemi $y = a^2 - (x - b)^2$ olan parabol, denklemi $y = x^2$ olan parabole teğet olduğuna göre, b nin a türünden değeri nedir?

A) $\pm \frac{a}{\sqrt{2}}$ B) $\pm a\sqrt{2}$ C) $\pm a$ D) $\pm \frac{a}{2}$ E) $\pm 2a$

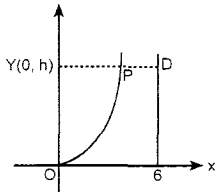
(ÖYS 87)

4. Denklemi $y = \frac{x^2}{a}$ olan parabol, a nın hangi değeri için $x - y = 1$ olan doğruya teğettir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(ÖYS 89)

5.



Yukarıdaki şekilde $x \geq 0$ olmak üzere, $y = x^2$ eğrisinin grafiği ile $x = 6$ doğrusunun grafiği verilmiştir. $Y(0, h)$ den OY ye çizilen dikme eğriyi P de, doğruyu D de kesiyor.

Buna göre, h nin hangi değeri için $[YD]$ nin orta noktası P dir?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

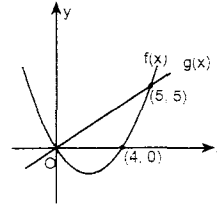
(ÖYS 90)

6. $[-1, 3]$ kapalı aralığında tanımlı $f(x) = 4 - x^2$ fonksiyonunun en küçük değeri kaçtır?

A) -6 B) -5 C) -4 D) 2 E) 3

(ÖYS 93)

7.



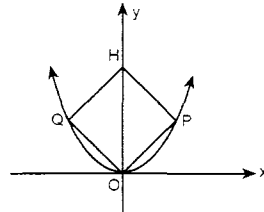
Şekilde simetri eksenini y eksenine paralel olan $f(x)$ parabolü ile $g(x)$ doğrusunun ortak noktaları $(5, 5)$ ve $(0, 0)$ dir.

Buna göre, $\frac{(f \circ g)(8)}{(f \circ f)(2)}$ değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

(ÖYS 93)

8.



Şekildeki parabolün denklemi $y = x^2$ dir.

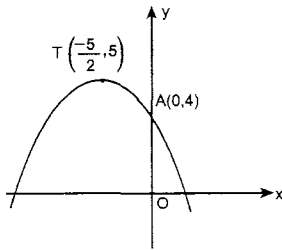
Bir köşesi $O(0, 0)$ da, P ve Q köşeleri de parabol üzerinde olan $OPHQ$ karesinin alanı kaç birim karedir?

A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) 3 E) 2

9. $y = x^2 - 4x$ ve $y = 3x^2 + x$ parabollerinin kesim noktalarından ve $(1, 0)$ noktasından geçen türdeş (aynı türden) parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $13x^2 - 13x - 7y = 0$ B) $13x^2 - 7x - 3y = 0$
C) $7x^2 - 6x - y = 0$ D) $7x^2 - 7y - 13 = 0$
E) $6x^2 - 7x - y = 0$ (ÖYS 95)

10.



Şekilde grafiği verilen parabolün tepe noktası $T\left(-\frac{5}{2}, 5\right)$ y eksenini kestiği nokta da $A(0, 4)$ tür.

Bu parabolün denklemi $y = ax^2 + bx + c$ olduğuna göre, **b kaçtır?**

- A) $-\frac{5}{4}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

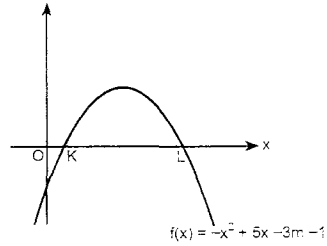
(ÖYS 96)

11. $y = ax^2 - 8x + 2a - 4$ eğrisi, x eksenine teğet olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -5 B) -3 C) -2 D) 3 E) 6

(ÖYS 97)

12.



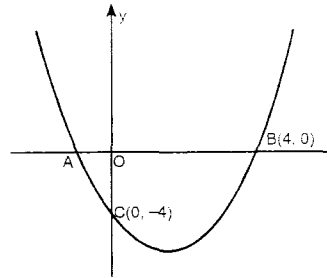
Yukarıdaki şekilde denklemi $y = -x^2 + 5x - 3m - 1$ olan fonksiyonun grafiği verilmiştir.

$|OL| = 4 \cdot |OK|$ olduğuna göre, **m kaçtır?**

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

(ÖYS 97)

13.



Şekilde verilen parabolün denklemi $y = x^2 + bx + c$ olduğuna göre, **A(x, 0) noktasının apsisi (x) kaçtır?**

- A) -1 B) -2 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) $-\frac{5}{2}$

(ÖYS 98)

14. a, b gerçel sayılar ve

$$A = -a^2 + 8a + 1$$

$$B = b^2 + 18b + 5$$

olduğuna göre, **A'nın en büyük sayı değeri ile B'nin en küçük sayı değeri toplamı kaçtır?**

- A) -59 B) -50 C) 60 D) 70 E) 80

(ÖSS 99)

15. a pozitif bir gerçel sayı olmak üzere kenarları a cm ve $(8 - 2a)$ cm olan dikdörtgenin alanı **en çok** kaç cm^2 olur?

- A) 64 B) 32 C) 24 D) 16 E) 8

(ÖSS 99)

BÖLÜM 35

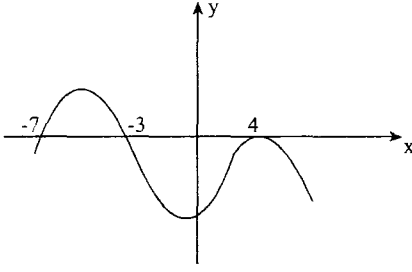
Eşitsizlikler

KÖŞETAŞI

AMAÇLAR

1. Grafiği verilen bir fonksiyonun tek kat ve çift kat köklerini belirleyebilme
2. Denklemi verilen bir fonksiyonun tek kat ve çift kat köklerini belirleyebilme
3. Düşey asimptotu kavrayabilme
4. Denklemi verilen fonksiyonun düşey asimptotunu bulabilme
5. Grafiği verilen fonksiyonda x en büyük değerlerini alırken fonksiyonun pozitif ya da negatif değer aldığını tespit edebilme
6. Denklemi verilen fonksiyonun en büyük dereceli teriminin işaretini tespit edebilme
7. Grafiği verilen fonksiyonun işaret tablosu yapabilme
8. Denklemi verilen fonksiyonun işaret tablosu yapabilme
9. Tabloyla eşitsizlik incelemesi yapabilme
10. Paydanın köklerinin çözüm kümesinin alınmayacağını farkedebilme
11. Grafiği verilen bir fonksiyonu içeren bir ifadenin işaretini inceleyebilme
12. Çift kat kökün neden olduğu özel bir durumu farkedebilme
13. Negatif olamayan ifadeleri içeren eşitsizliğin çözüm kümesini bulabilme
14. Eşitsizlik çözümünün yapılabilmesi için eşitsizliğin bir tarafının sıfır olması gerektiğini fark edebilme
15. Problem biçiminde sorulan eşitsizlikleri çözebilme
16. Kareköklü fonksiyonların en geniş tanım aralığını bulabilme
17. Eşitsizlik sistemini çözebilme
18. İkinci dereceden bir fonksiyonun gerçel kökünün olmadığı durumu kavrayabilme
19. İkinci dereceden bir fonksiyonun $\forall x \in \mathbb{R}$ için aynı işaretli olmasını inceleyebilme
20. İkinci dereceden fonksiyonlarda köklerle kök sayılar arasındaki bağıntıların üzerine kurgulanan eşitsizlik sorularını çözebilme
21. İkinci dereceden fonksiyonlarda kökleri sıfırla karşılaştırabilme
22. İkinci dereceden fonksiyonlarda kökleri sıfırla karşılaştırabilme
23. İkinci dereceden fonksiyonlarda kökleri bir sabit sayıyla karşılaştırabilme
24. İkinci dereceden fonksiyonlarda kökleri bir sabit sayıyla karşılaştırabilme
25. İkinci dereceden fonksiyonlarda kökleri iki sabit sayıyla karşılaştırabilme

köşetaşı



Yanda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun köklerini bulunuz.

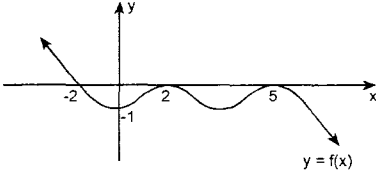
Çift kat kökü belirtiniz.

açıklamalı çözüm

Bu bölümde “fonksiyonun kökü” dendiğinde fonksiyonun pay ve paydasını sıfır yapan x değeri anlaşılacaktır. Ox eksenı üzerindeki noktaların y bileşeni sıfır olduğundan, fonksiyon grafiğinin x eksenini kestiği noktanın apsisi köktür.

Yukarıdaki grafikte, grafik eğrisi x eksenini -7 , -3 ve 4 te kesmiştir. Demek ki kökler -7 , -3 ve 4 tür. $(4, 0)$ noktasında eğri x eksenine teğet geçmiş, yani değmiş ve x ekseninin öbür tarafına geçmeden geri dönmüş. İşte bu noktadaki köke çift kat kök denir.

1.



Grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun çift katlı köklerinin toplamı kaçtır?

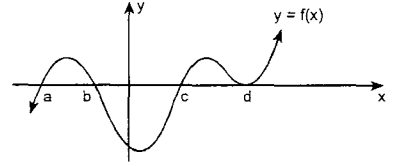
- A) 0 B) 2 C) 5 D) 7 E) 9

2. $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği x eksenini -3 ve 5 noktalarında kesiyor.

Grafik $(1, 0)$ noktasında x eksenine teğet olduğuna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunun tek katlı kökleri toplamı çift katlı kökleri toplamından kaç fazladır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

3.

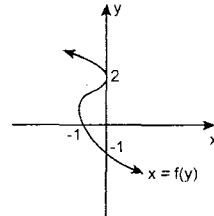


Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonunun tek katlı kökleri toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a + d$ B) $c + d$ C) $b + c + d$
D) $a + b + d$ E) $a + b + c$

4.



Grafiği verilen $x = f(y)$ fonksiyonunun köklerinin toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

köşetaşı

$f(x) = (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 1)(x + 9)$ fonksiyonu veriliyor.

$f(x) = 0$ denkleminin köklerini bulunuz. Çift katlı kökleri belirtiniz.

açıklamalı çözüm

$f(x) = 0 \Rightarrow (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 1)(x + 9) = 0$ denkleminin kökleri tüm çarpanların sıfıra eşitlenmesi ile elde edilir. Çünkü çarpanlardan birini sıfır yapan x değeri, $f(x)$ i de sıfır yapar.

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ veya } x = 4$$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ veya } x = -1$$

$$x + 9 = 0 \Rightarrow x = -9$$

Yukarıdaki denklemin kökleri: $-9, -1, 1$ ve 4 tür. **Aynı kökten çift sayıda varsa çift kat kök, tek sayıda varsa tek kat köktür.** $x = 1$ kök olarak iki kere karşımıza çıktığından çift kat köktür.

BİR ÖRNEK DAHA: $f(x) = (x - 5)^4(x - 2)^3$ fonksiyonu veriliyor.

$f(x) = 0$ denkleminin köklerini bulunuz, çift katlı kökleri belirtiniz.

$$(x - 5)^4 \Rightarrow (x - 5)(x - 5)(x - 5)(x - 5) = 0 \Rightarrow x = 5, x = 5, x = 5, x = 5$$

$$(x - 2)^3 \Rightarrow (x - 2)(x - 2)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 2, x = 2, x = 2$$

5 , çift kat kök; 2 , tek kat köktür.

1. $f(x) = (x^2 + 7x + 10)(2x - 5)(x + 2)$ fonksiyonu veriliyor.

$f(x) = 0$ denkleminin birbirinden farklı reel köklerinin çarpımı kaçtır?

- A) -25 B) -10 C) 10 D) 25 E) 50

3. $f(x) = (x - 2)^2(x + 5)^3(x - 1)^7(x + a)$ fonksiyonu veriliyor.

$f(x) = 0$ denkleminin 2 tane çift katlı kökü olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $(x^2 - 1)^7(x + 4)^6 = 0$ denklemini sağlayan tek katlı köklerinin toplamı, çift katlı köklerinin toplamından kaç fazladır?

- A) 4 B) 3 C) 1 D) -2 E) -4

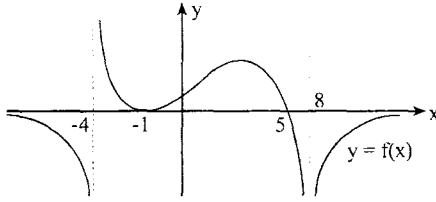
karekök özel

4. a ve b pozitif tamsayılar olmak üzere,

$(x - 5)^a(x + 2)^b(3 - x)^7(1 - x)^6 = 0$ denkleminin çift katlı kökler toplamı 6 olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle çift sayıdır?

- A) $a - b$ B) $a + b$ C) b^a
D) $2a + 3b$ E) a^b

köşetaşı



Yanda $y = f(x)$ rasyonel fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$y = f(x)$ in pay veya paydasını sıfır yapan x değerlerini bulunuz. Çift katlı olanları belirtiniz.

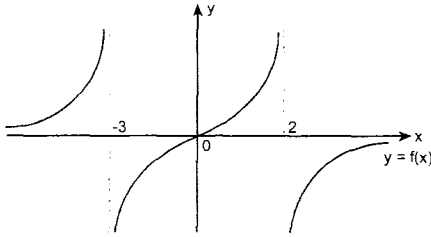
açıklamalı çözüm

Birinci köşetaşında x eksenini kesen noktaların kök olduğu belirtilmişti. Bu köşetaşında asimptotların x eksenini kestiği noktaların, paydanın kökleri olduğu vurgulanacaktır. Düşey asimptot grafikte görülen kesik çizgilerdir. $x = -4$ ve $x = 8$ de fonksiyonun tanımlı olmadığını belirtir. Zaten paydası sıfır olduğunda rasyonel ifadeler tanımlı olmaz. $f(x)$ in kökleri (payını ya da paydasını sıfır yapan x değerleri): $-4, -1, 5, 8$ dir.

-1 ve 8 çift kattır. -1 in neden çift kat olduğu birinci köşetaşında belirtilmişti. Asimptotun olduğu durumlarda: asimptotun hemen sağında ve solunda grafik x ekseninin aynı tarafında kaldıysa çift kat, farklı taraflarındaysa tek kat kök vardır.

Örneğin: grafik eğrisi $x = -4$ asimptotunun hemen solunda x ekseninin altında, hemen sağında ise üstündedir. Bu durumda “tek kat kök vardır” denir.

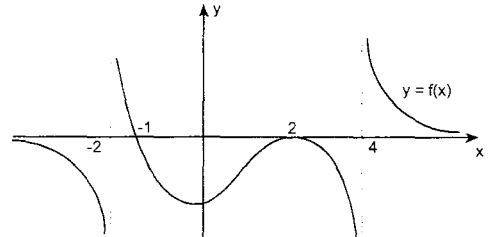
1.



Grafiği verilen $y = f(x)$ rasyonel fonksiyonunun paydasını sıfır yapan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

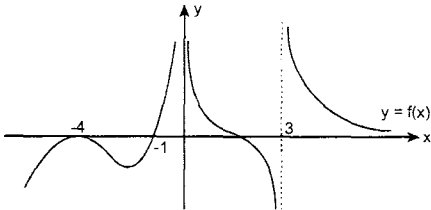
3.



Grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunu tanımsız yapan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) -10 B) -8 C) -4 D) 0 E) 8

2.



Grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun çift katlı köklerinin oluşturduğu küme aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) $\{-4, 0\}$ B) $\{-1, 0\}$ C) $\{-4\}$ D) $\{0, 3\}$ E) $\{3\}$

4.

Paydası $(x^2 - 4)$ olan $y = f(x)$ fonksiyonunun düşey asimptotları $x = a$ ve $x = b$ noktalarından geçmektedir.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 0 D) -3 E) -4

köşetaşı

$$f(x) = \frac{(x-1)(x+4)^4}{x^2 - 7x + 6} \text{ fonksiyonunda}$$

- a) Payı sıfır yapan x değerlerini
 b) Paydayı sıfır yapan x değerlerini
 c) Çift kat kökleri
 bulunuz?

açıklamalı çözüm

- a) Payı sıfır yapan x değerleri:

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$(x + 4)^4 = 0 \Rightarrow x = -4$$

- b) Paydayı sıfır yapan x değerleri:

$$x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 6) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ veya } x = 6$$

- c) Çift kat kökleri:

$$x = 1, \text{ çünkü iki tane var.}$$

$$x = -4, \text{ çünkü dört tane var.}$$

1. x bir reel sayı olmak üzere,

$$f(x) = \frac{(x^2 + 1) \cdot (2x - 3)^6 \cdot (x - 3)}{x^3 + 5x^2 + 6x}$$

fonksiyonunda payı sıfır yapan x değerleri toplamının paydayı sıfır yapan x değerleri toplamına oranı kaçtır?

- A) $\frac{10}{9}$ B) $\frac{9}{10}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $-\frac{2}{9}$ E) $-\frac{9}{10}$

2. $f(x) = \frac{(x-1)^4 \cdot (x^2 - 4)^3}{(x^2 + x)^2 - 14(x^2 + x) + 24}$

fonksiyonunu tanımsız yapan x değerleri toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 0 E) 1

3. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$g(x) = \frac{(x^2 - 1) \cdot (2x + 4)}{(x^3 - 1)^2 \cdot (x^2 - 4)^3}$$

fonksiyonunun çift katlı kökler toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -2 E) -4

karekök özel

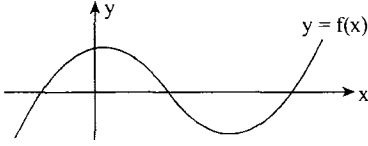
4. $a, b \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{(x-4) \cdot (x+2)^b}{x^2 \cdot (x-4)^a}$$

fonksiyonunda çift katlı kökler toplamı 4, tek katlı kökler toplamı -2 olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle tektir?

- A) $a \cdot b - 1$ B) $a + b$ C) $a^b + b^a + 1$
 D) $a^b + 1$ E) $b^a + a$

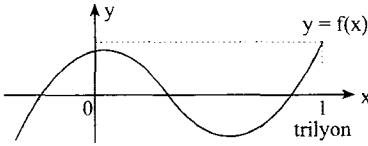
köşetaşı



$y = f(x)$ in grafiği verilmiştir. x en büyük değerlerini alırken fonksiyonun değerinin işaretini belirleyiniz.

açıklamalı çözüm

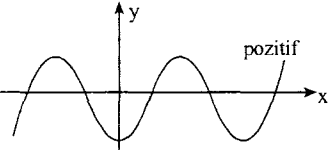
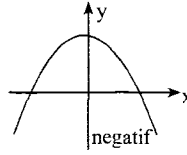
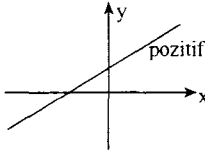
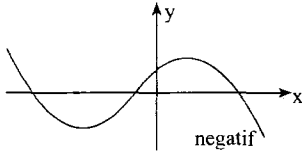
Fonksiyonun elemanları sıralı ikililerdir, (2, 5) gibi. Bunun anlamı $y = f(x)$ te x yerine 2 yazıldığında $y = 5$ olur. Grafik eğrisi üzerindeki noktalar ikililerle belirtildiğinden noktaların birinci bileşeni x i, ikinci bileşeni y yi gösterir.



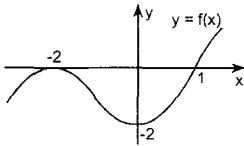
Yandaki grafikte $x = 1$ trilyon iken y pozitif mi yoksa negatif mi değer alır? Pozitif değer alır. Bu köşetaşının amacı bu kadar. Veee! $y = f(x)$ in kuralında x in en büyük dereceli olduğu terimin katsayısı da pozitiftir. “ x KOSKOCAMAN değerler aldığı anda” ifadesi “ $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ” ile gösterilir.

Hemen örnekleri artıralım:

Aşağıdaki polinom biçimindeki fonksiyonların en büyük dereceli terimlerinin işaretini bulunuz.



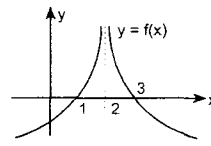
1.



Grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) x en küçük değerlerini alırken $f(x)$ pozitiftir.
- B) $f(x)$ in çift katlı kökler toplamı sıfırdır.
- C) $f(x)$ i tanımsız yapan x değeri -2 dir.
- D) x en büyük değerlerini alırken y pozitiftir.
- E) $f(x)$ in 3 tane kökü vardır.

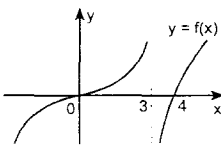
3.



Grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $f(x)$ in kökler çarpımı sıfırdır.
- B) x in en büyük dereceli teriminin katsayısı negatiftir.
- C) $f(x)$, $x = 3$ değeri için tanımsızdır.
- D) $f(x)$ in çift katlı kökü yoktur.
- E) x en büyük değerlerini alırken y pozitif olur.

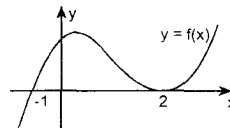
2.



Grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunda x in en büyük dereceli olduğu terimin katsayısı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 4
- B) 3
- C) 2
- D) 1
- E) -1

4.



Grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunda x in en büyük dereceli olduğu terimin katsayısı m ise, m sayısı hangi değer aralığında bulunabilir?

- A) $(-\infty, -1)$
- B) $(-5, -2)$
- C) $(-4, -1)$
- D) $(-3, -\infty)$
- E) $(-10, 25)$

köşetaşı

$$f(x) = \frac{(x^2 - x + 4)(1 - x)}{x^2 - 4} \text{ fonksiyonu veriliyor.}$$

x, en büyük değerlerini alırken fonksiyonun işaretini belirleyiniz.

açıklamalı çözüm

$f(x)$ ifadesi $(x^2 - x + 4)$, $(1 - x)$ ve $(x^2 - 4)$ olmak üzere üç polinomdan oluşuyor. Bu polinomlarda en büyük dereceli terimler sırasıyla x^2 , $-x$ ve x^2 dir. Bu terimlerinde işaretleri sırasıyla $+$, $-$, $+$ dır. Bu işaretlerin çarpımı negatif olduğundan x en büyük değerlerini alırken $f(x)$ negatif olacaktır.

Aşağıdaki fonksiyonların en büyük dereceli terimlerinin işaretlerini bulalım:

$$f(x) = \frac{(1-x)^2 \cdot (x+1)}{x^2 - 7x + 1} \quad , \quad f(x) = \frac{-x \cdot (3-x^2)}{x^2 + 4x - 1} \quad , \quad f(x) = \frac{(x+1)^4}{-x^2 + 2}$$

positif positif negatif

1. $f(x) = \frac{(x+2)^2 (5-x)^4}{x^2 + 2x - 15}$
fonksiyonu için aşağıdaki yargılardan hangisi yanlıştır?

- A) $f(x)$, $x = -5$ ve $x = 3$ değerleri için tanımsızdır.
B) x in en büyük dereceli teriminin katsayısı pozitiftir.
C) x en büyük değerlerini alırken $f(x)$ negatiftir.
D) x in çift katlı kökleri toplamı 3 olur.
E) x in 2 tane tek katlı kökü vardır.

2. x , en büyük değerlerini alırken $f(x)$ negatif olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{(2-x) \cdot (x+2)^2}{(-x+3)^5}$ B) $\frac{(1-x)^4 \cdot x^3}{(2-x)^2}$ C) $\frac{(4-x)^3 \cdot (-x)}{x^2+2}$
D) $\frac{(-x^2) \cdot (x+2)^2}{(-x+1)}$ E) $\frac{(x+2)^4 \cdot (x-1)}{(-1-x)^3}$

3. $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{(2-x)^{4n-1} \cdot (x+2)^{6n}}{(x-3)^{2n-1} \cdot (x-5)^{4n-3}}$$

fonksiyonu için aşağıda verilen yargılardan hangisi doğrudur?

- A) Çift katlı kökler toplamı 8 dir.
- B) $x = 3$ ve $x = 2$ değerleri için $f(x) = 0$ dir.
- C) x in en büyük dereceli olduğu terimin katsayısı pozitifdir.
- D) Tek katlı kökler toplamı 6 dir.
- E) x en büyük değerlerini alırken $f(x)$ negatiftir.

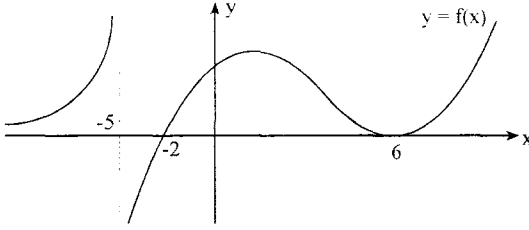
4. $m, n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{(x-5)^2 \cdot (1-2x)^m}{(4-x)^n \cdot (x-1)^5}$$

fonksiyonunda x en büyük değerlerini alırken $f(x)$ pozitif olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle tektir?

A) m^n B) $m + n + 1$ C) $m^n + n^m$
D) $m + n$ E) $n^m + 3$

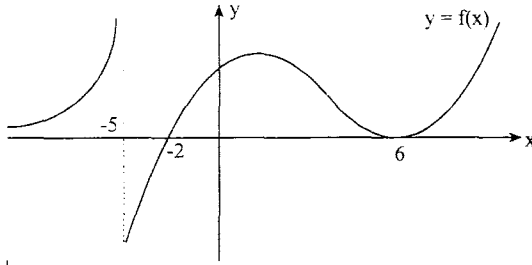
köşetaşı



Yanda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun İŞARET TABLOSU nu yapınız.

Fonksiyonu negatif yapan x tamsayı değerlerini bulunuz?

açıklamalı çözüm

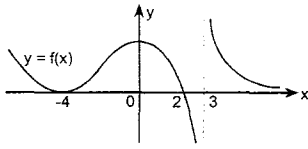


x	$-\infty$	-5	-2	6	$+\infty$
$y = f(x)$	+	-	+	+	+

Tabloda sondan + ile başlanır. Çünkü x koskocaman değerler alırken $y = f(x)$ pozitiftir. Her kökte işaret değişir.

Çift kat kök çift çizgi ile belirtilir, grafikten de görüldüğü gibi y nin işareti çift kat kökte değişmez. $y = f(x)$ fonksiyonunu negatif yapan x tamsayı değerleri $(-5, -2)$ aralığındadır. Bunlar da $-4, -3$ tür.

1.



Grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunu negatif yapan x sayılarının değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-4, 0)$ B) $(-4, 2)$ C) $(2, 3)$
D) $(3, \infty)$ E) $(2, \infty)$

3.

$y = f(x)$ fonksiyonunu sıfır yapan değerler $x = -2, x = 3, x = 4$ ve fonksiyon x ekseninin negatif tarafında x eksenine teğet olduğuna göre, $y = f(x)$ in işaret tablosu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A)

x	-2	3	4
y	-	+	-

 B)

x	-2	0	3	4
y	-	+	-	+

C)

x	-2	3	4
y	+	-	+

 D)

x	-2	3	4
y	-	-	+

E)

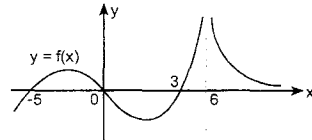
x	-2	0	3	4
y	+	-	+	+

2.

$y = f(x)$ şeklinde bir fonksiyonun işaret tablosunda kökler arasındaki y nin işaret dağılımı soldan sağa sırasıyla $(-, +, +, -, +, +, -)$ şeklinde olduğuna göre, çift katlı köklerinin sayısı tek katlı köklerinin sayısından kaç eksiktir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4.



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ in işaret tablosunu yapınız.

C B D

köşetaşı

$$f(x) = \frac{(x-7)^2 \cdot (5x-3)}{x^2 - 7x + 10} \text{ fonksiyonunun işaret tablosunu yapınız.}$$

açıklamalı çözüm

- 1) İşaret tablosu için önce kökler bulunur. Kökler tabloda küçükten büyüğe yazılır.
- 2) Tabloda sondan en büyük dereceli terimin işareti ile başlanır. 6. köşetaşının çözümüne bakınız.
- 3) Her kökte işaret değişir.
- 4) Çift kat kökte işaret değişmez.

$f(x)$ in kökleri : 7, $\frac{3}{5}$, 2, 5 tir. 7, çift kat köktür.

x	$-\infty$	$\frac{3}{5}$	2	5	7	$+\infty$
f(x)	-	+	-	+	+	+

$f(x)$ in en büyük dereceli teriminin işareti + dır. Bundan dolayı tabloda sondan + ile başlanır. Her kökte işaret değiştirilir. Çift kat kök olan 7 de işaret değişmedi.

$$1. \quad f(x) = \frac{(2-x) \cdot (x^2-4)}{(x+3) \cdot x}$$

fonksiyonunun işaret tablosunu yapınız?

$$2. \quad f(x) = \frac{(x-2) \cdot (x+3)^3}{(9-x^2) \cdot x}$$

fonksiyonunun işaret tablosunu yapınız?

$$3. \quad f(x) = \frac{x^2 - 3x - 10}{x^3 + x^2}$$

fonksiyonunun işaret tablosunu yapınız?

$$4. \quad f(x) = \frac{(x+1)^2 \cdot (2x+5)^6}{x^2 - 16}$$

fonksiyonunun işaret tablosunu yapınız?

$$5. \quad f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 - 12x}{x^2 - 4}$$

fonksiyonunun işaret tablosunu yapınız?

$$6. \quad f(x) = \frac{(5-x)^5 \cdot (x^2-1)^2}{(x-7) \cdot (3-x)^4}$$

fonksiyonunun işaret tablosunu yapınız?

karekök özel

köşetaşı

$$\frac{x(x+4) \cdot (1-x^2)}{x-2} < 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz?

açıklamalı çözüm

$$\frac{x(x+4) \cdot (1-x^2)}{x-2} = y \text{ ifadesinin işaret tablosu yapılır.}$$

Kökler : 0, -4, 1, -1, 2 dir. En büyük dereceli terimin işareti - dir. Bunun için tabloda sondan - ile başlanır.

x	$-\infty$	-4	-1	0	1	2	$+\infty$
f(x)		+	-	+	-	+	-

y nin negatif olması istendiğinden - işaretli bölgeler taranır. Demek ki $x \in [(-4, -1) \cup (0, 1) \cup (2, +\infty)]$ dir.

SAKIN HA!

$$\frac{x(x+4) \cdot (1-x^2)}{x-2} < 0$$

ise, her iki tarafı $x-2$ ile çarpıp

$$x(x+4)(1-x^2) < 0$$

DEMEEEE.

Çünkü $x-2$ nin negatif olduğu durumda işaretin yön değiştirmesi gerekir. Sen $(x-2)$ yi hep pozitifmiş gibi işlem yaptın.

1. $(x-4)(2-x) < 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) (2, 4) B) $\mathbb{R} - (2, 4)$ C) [2, 4]
D) $\mathbb{R} - [2, 4]$ E) $(-\infty, 2]$

2. $\frac{(2x-1) \cdot (5-x)}{x \cdot (2-x)} < 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $(0, 1/2) \cup (2, 5)$ B) $\mathbb{R} - (0, 1/2)$
C) (0, 5) D) $(0, 1/2) \cup (2, +\infty)$
E) (1/2, 2)

3.

$$\frac{(4-x^2) \cdot (x-1)}{(6-x)} > 0$$

eşitsizliğini sağlayan en küçük pozitif tamsayı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 5 D) 6 E) 7

4.

$a < 0 < b < c$ olmak üzere,

$$\frac{(bx-c) \cdot (ax-b)}{(ax-c)} < 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) $\left(\frac{b}{a}, \frac{c}{b}\right)$ B) $\mathbb{R} - \left[\frac{c}{a}, \frac{b}{a}\right]$ C) $\left(-\infty, \frac{c}{a}\right)$
D) $\left(\frac{c}{a}, \frac{b}{a}\right) \cup \left(\frac{c}{b}, +\infty\right)$ E) $\left(-\infty, \frac{c}{a}\right) \cup \left(\frac{b}{a}, \frac{c}{b}\right)$

köşetaşı

$$\frac{(x+1) \cdot (9-x^2)}{(x-3)^2 \cdot (x-\sqrt{5})} \geq 0 \text{ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz?}$$

açıklamalı çözüm

$$\frac{(x+1) \cdot (9-x^2)}{(x-3)^2 \cdot (x-\sqrt{5})} = y \text{ nin işaret tablosu yapılır.}$$

Kökler: $-1, -3, 3, 3, 3, \sqrt{5}$ tir. En büyük dereceli teriminin işareti $-$ dir. Bunun için tabloda sondan $-$ ile başlanır.

x	$-\infty$	-3	-1	$\sqrt{5}$	3	$+\infty$
y	$-$	$+$	$-$	$+$	$-$	

y nin pozitif veya sıfır olması istendiğinden $+$ bölgeler taranır, çözüm kümesine kökler de dahil edilir. Ancak PAYDANIN KÖKLERİ ÇÖZÜM KÜMESİNE HİÇBİR ZAMAN ALINMAZ.

$$\text{Çözüm kümesi} = [-3, -1] \cup (\sqrt{5}, 3)$$

$\sqrt{5}$ ve 3 çözüm kümesine paydanın kökü olduklarından dahil edilmedi. Köklerin çözüme alınmasının sebebi $\geq$ işaretinin kullanılmasıdır. "Eşittir işareti" olmadığında köklerin hiçbirisi çözüm kümesine zaten alınmamıştı.

1. $\frac{(x-1) \cdot (2-x)}{x \cdot (2x+1)} \geq 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $(-1/2, 0) \cup (1, 2)$ B) $(0, 1)$
 C) $R - [0, 1]$ D) $(-1/2, 0) \cup [1, 2]$
 E) $(-\infty, -1/2) \cup (0, 1) \cup (2, \infty)$

2. $\frac{(x-3)^3 \cdot (2-x)^2}{(x-2) \cdot (5-x)} \geq 0$

eşitsizliğini sağlayan x pozitif tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 7 D) 6 E) 4

3. $\frac{(x+1) \cdot (7-x)}{x^2 - 3x} \geq 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi bu eşitsizliğin çözüm kümesinin bir alt kümesidir?

- A) $(-3, -2)$ B) $(-1, 0)$ C) $[0, 2)$
 D) $[3, 5)$ E) $(6, 7]$

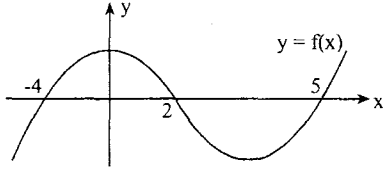
4. $\frac{x^2 - a}{x + b} \geq 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi $[-2, 2] \cup (5, \infty)$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -1 D) 5 E) 9

karekök özel

köşetaşı



Yandaki grafikte $y = f(x)$ fonksiyonu verilmiştir.

$$\frac{(x+2) \cdot f(x)}{x} \geq 0 \text{ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?}$$

açıklamalı çözüm

$$\frac{(x+2) \cdot f(x)}{x} = y \text{ ifadesinin işaret tablosu oluşturulur.}$$

Kökler : $-2, 0, \underbrace{-4, 2, 5}_{f(x) \text{ in kökleri}}$ tir.

En büyük dereceli terimin işareti + dır. Çünkü $x+2$ nin en büyük dereceli terimi +, x in +, $f(x)$ in de + dır. Bu üç işaretin çarpımı + dır. Bundan dolayı tablonun sonundan + ile başlanır.

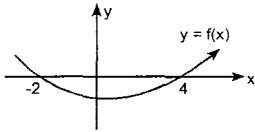
x	$-\infty$	-4	-2	0	2	5	$+\infty$
y	-	+	-	+	-	+	

$y \geq 0$ olduğundan + bölgeler ve kökler çözüm kümesine alınır.

$$\text{Çözüm kümesi} = [-4, -2] \cup (0, 2] \cup [5, +\infty)$$

Sonsuz ulaşamaz kabul edildiğinden $+\infty$ ve $-\infty$ açık parantez ile sınırlandırılır.

1.



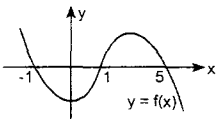
Grafikte $y = f(x)$ fonksiyonu verilmiştir.

$$\frac{(x+5) \cdot f(x)}{(1-x)} \geq 0 \text{ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağı-}$$

dakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $[-5, -2] \cup (1, 4]$ B) $(-2, 1)$
 C) $[-5, -2] \cup (1, 4)$ D) $\mathbb{R} - (-2, 1)$
 E) $(-2, 1) \cup (4, \infty)$

2.

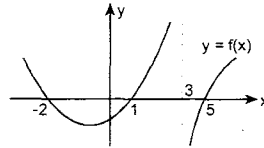


Grafikte $y = f(x)$ fonksiyonu verilmiştir.

$$\frac{x \cdot f(x)}{x^2 - 4} \leq 0 \text{ eşitsizliğini sağlayan en büyük x negatif tamsayı kaçtır?}$$

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

3.



$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\frac{x \cdot f(x)}{4-x} > 0 \text{ eşitsizliğini sağlayan en büyük x tamsayısı kaçtır?}$$

- A) 4 B) 2 C) 1 D) 0 E) -3

4.

x in en büyük dereceli olduğu terimin katsayısı pozitif olan $y = f(x)$ polinomu için $f(-2) = f(3) = f(5) = 0$ verilmiştir. Başka x değerleri için y sıfır olmamaktadır.

$$\frac{(x-3) \cdot f(x)}{(x-5)} \leq 0$$

eşitsizliğini sağlayan en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 3 E) 5

kareköt özel

köşetaşı

$$\frac{(x-3)^4 (16-x^2)}{x-1} \leq 0 \text{ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?}$$

açıklamalı çözüm

$$\frac{(x-3)^4 (16-x^2)}{x-1} = y \text{ ifadesinin işaret tablosu oluşturulur.}$$

Kökler : $x = 3$ (çift kat) , $x = -4$, $x = 4$, $x = 1$

En büyük dereceli terimin işareti : $+. - . + = -$ olduğundan tabloda sondan $-$ ile başlanacaktır.

x	$-\infty$	-4	1	3	4	$+\infty$
y	+	-	+	+	-	-

Tabloda çift kat kökte işaret değişmez. y nin sıfırdan küçük ya da eşit olması istendiğinden $-$ bölgeler taranır. Çözüm kümesine kökler ve taralı bölgeler alınır.

$$\text{Çözüm kümesi} = [-4, 1) \cup \{3\} \cup [4, +\infty)$$

Genellikle tek başına kalan kökün çözüm kümesine alınması unutulur, bu sorudaki 3 gibi. 1 paydanın kökü olduğundan çözüm kümesine alınmadı.

1. $\frac{(x-2)^4 \cdot (x+3)}{x+2} \leq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -3] \cup (-2, 2]$ B) $(-3, -2)$
 C) $(2, \infty) \cup \{-3\}$ D) $[-3, -2) \cup \{2\}$
 E) $[-3, -2] \cup \{2\}$

2. $\frac{(x+1)^2 \cdot (x-4)}{(x-5)^4 \cdot (x+3)} < 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R} - \{-3, 4\}$ B) $\mathbb{R} - (-3, 4)$
 C) $(-3, 4)$ D) $[-3, 4] - \{-1\}$
 E) $(-3, 4) - \{-1\}$

3. $\frac{(x^2-8) \cdot (x-6)^2}{(3-x)} < 0$

eşitsizliğini sağlamayan en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 4 D) 3 E) 1

4.

x	-2	-1	3	7
f(x)	+	-	-	+

Yukarıda işaret tablosu verilen eşitsizlik aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{(x+2) \cdot (x+1)}{x^2-10x+21} > 0$ B) $\frac{(x+1)^3 \cdot (x-7)^2}{(x+2) \cdot (x-3)} \leq 0$
 C) $\frac{(x+1)^4 \cdot (x-7)^2}{(x+2) \cdot (x-3)} \geq 0$ D) $\frac{(x+2)^3 \cdot (x-3)}{(x+1)^2 \cdot (x-7)} < 0$
 E) $\frac{(x+1) \cdot (x-7)}{(x+2) \cdot (x-3)^2} \geq 0$

karekök özel

köşetaşı

$$\frac{|3-x| \cdot (x+5)^4}{2^{x-7} \cdot (2-x)} \leq 0 \text{ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?}$$

açıklamalı çözüm

Mutlak değerli ifadelerin kökleri çift kat kabul edilir.

$$\frac{|3-x| \cdot (x+5)^4}{2^{x-7} \cdot (2-x)} = y \text{ nin işaret tablosu oluşturulur.}$$

Kökler : 3 (çift kat), -5 (çift kat), 2; 2^{x-7} nin kökü yoktur.

En büyük dereceli terim : Mutlak değerli ifadenin en büyük dereceli terimi + kabul edilir. y nin pay ve paydasındaki çarpanların en büyük dereceli terimlerinin işaretleri $(2-x)$ dışındakiler + dır. $(2-x)$ in ki - olup diğerleriyle çarpıldığında - olacaktır. Bu yüzden tabloda sondan - ile başlanır.

x	$-\infty$	-5	2	3	$+\infty$
y	+		+		-

$$\text{Çözüm kümesi} = \{-5\} \cup (2, +\infty)$$

AT! GİTSİN!

Negatif olamayan ifadeler yokmuş gibi eşitsizliği çözebilirsiniz.

$x-3$ negatif olamaz

$(x-5)^4$ negatif olamaz

2^{x-7} negatif olamaz

$$\frac{1}{2-x} \leq 0$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	+	-	

$$\text{Çözüm kümesi} = (2, -\infty) \cup \{-5\}$$

Eğer işaret eşitliği içeriyorsa, atılan ifadelerin kökleri eşitsizliği sağlayabilir, kontrol ediniz.

$$1. \quad \frac{(-x) \cdot 4^{2x-1}}{(x+1)^3 \cdot |x-1|} \geq 0$$

ifadesinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $(-1, 0) \cup \{1\}$ B) $(-\infty, 0)$ C) $(-1, 0]$
D) $\mathbb{R} - [-1, 0)$ E) $(-1, \infty)$

$$2. \quad \frac{(2-x)^2 \cdot \sqrt{x^2}}{(-3)^{2x-2} \cdot (x+3)^3} < 0$$

eşitsizliğini çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -3)$ B) $(3, \infty)$ C) $(-\infty, 3]$
D) $(-\infty, -3) \cup \{0, 2\}$ E) $(3, \infty) \cup \{0, 2\}$

$$3. \quad \frac{(-3)^{2x-1} \cdot (x-1)}{|3+x| \cdot (x^2-4)} \geq 0$$

eşitsizliğini sağlayan x pozitif sayılar kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(0, 1)$ B) $(1, 2)$ C) $[1, 2]$ D) $[1, 2)$ E) $(2, 3)$

$$4. \quad x \geq 1 \text{ olmak üzere,}$$

$$\frac{(\sqrt{x-1}) \cdot (-2)^{4x-1}}{|3-x| \cdot x} \geq 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 0)$ B) $(-1, 0)$ C) $[-1, 0)$
D) $(-\infty, 0) \cup \{1\}$ E) $\{1\}$

karekök özel

köşetaşı

$$\frac{x-2}{x} \leq \frac{x}{x-2} \quad \text{eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?}$$

açıklamalı çözüm

Eşitsizliğin çözümünün yapılabilmesi için bir tarafının sıfıra eşitlenmesi gerekir.

$$\frac{x-2}{x} \leq \frac{x}{x-2} \Rightarrow \frac{x-2}{x} - \frac{x}{x-2} \leq 0$$

$$\frac{(x-2)^2 - x^2}{x(x-2)} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x-2-x)(x-2+x)}{x(x-2)} \leq 0 \Rightarrow \frac{-2(2x-2)}{x(x-2)} \leq 0$$

Kökler : 1, 0, 2

En büyük dereceli terimin işareti : -

x	−∞	0	1	2	+∞
y	+	−	+	−	

Çözüm kümesi = (0, 1] ∪ (2, +∞)

1.

$$\frac{x-3}{x} \leq \frac{x}{x-3}$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (0, 3/2] ∪ (3, ∞) B) (0, 3)
C) (0, 3/2) ∪ (3, ∞) D) (−∞, 0) ∪ (3/2, 3)
E) (3, ∞)

3.

$$\frac{x-1}{x+1} > \frac{1}{x+2}$$

eşitsizliğini sağlayan x pozitif reel sayılarının kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (0, 1) B) (0, √3) C) [0, √3]
D) [√3, ∞) E) (√3, ∞)

2.

$$\frac{2x-7}{x+1} < \frac{2x+5}{x+1}$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (−∞, −1) B) (−∞, 0) C) {1}
D) [−1, ∞) E) (−1, ∞)

4.

$$\frac{-2}{x-2} - \frac{3}{x+2} < \frac{-3x}{x^2-4}$$

eşitsizliğini sağlayan en büyük negatif tamsayı değeri ile en küçük pozitif tamsayı değerinin toplamı kaçtır?

- A) −3 B) −2 C) −1 D) 2 E) 3

karekök özel

köşetaşı

Bir reel sayının karesi, kendisinin 12 fazlasından küçüktür.

Bu koşulu sağlayan kaç tamsayı vardır?

açıklamalı çözüm

Bu reel sayı x olsun.

$$x^2 < x + 12$$

$$y = x^2 - x - 12 < 0$$

$$(x - 4)(x + 3) < 0$$

Kökler : $-3, 4$

En büyük dereceli terimin işareti : $+$

x	$-\infty$	-3	4	$+\infty$
y		$+$	$-$	$+$

Çözüm kümesi = $(-3, 4)$

Çözüm kümesindeki tamsayılar : $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ tür. Cevap 6 dır.

1. Bir reel sayının karesi, kendisinin 20 fazlasından büyüktür.

Bu koşulu sağlayan en büyük negatif tamsayı kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

2. Karesi kendisinden küçük olan reel sayılar kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R} - [0, 1]$ B) $(-1, 0)$ C) $(0, 1)$
D) $\mathbb{R} - (0, 1)$ E) $[0, 1]$

3. Bir reel sayının karesi ile küpünün toplamı sıfırdan büyük olduğuna göre, bu reel sayının alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R} - \{0\}$ B) $(-1, \infty)$ C) $(-1, 0)$
D) $[-1, 0]$ E) $(-1, \infty) - \{0\}$

4. Bir kenarı $(x + 3)$ br, bu kenara ait yüksekliği $(x - 2)$ br olan üçgenin alanı 7 br^2 den küçük olduğuna göre, x in alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-5, 4)$ B) $(-3, -5)$ C) $(0, 2)$
D) $(0, 4)$ E) $(2, 4)$

karekök özel

köşetaşı

$f(x) = \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}}$ fonksiyonunun en geniş tanım aralığı nedir?

açıklamalı çözüm

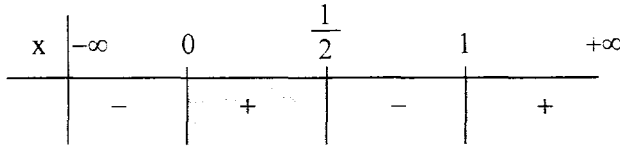
$f(x) = \sqrt[2n]{g(x)}$ olsun. f nin en geniş tanım aralığı $g(x) \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesidir.

Buna göre;

$$\frac{1}{\frac{x}{x-1}} + \frac{1}{\frac{x-1}{x}} \geq 0 \Rightarrow \frac{x-1+x}{x(x-1)} \geq 0 \Rightarrow \frac{2x-1}{x(x-1)} \geq 0$$

Kökler : $\frac{1}{2}, 0, 1$

En büyük dereceli terimin işareti : +



f nin en geniş tanım aralığı : $\left(0, \frac{1}{2}\right] \cup (1, +\infty)$

1. $f(x) = \sqrt{\frac{2}{1-x} + \frac{3}{1+x}}$
fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-1, 1]$ B) $(-1, 1) \cup [5, \infty)$
C) $(-\infty, -1) \cup (1, 5)$ D) $(1, 5]$
E) $(-\infty, 5]$

2. $f(x) = \sqrt{\frac{x-1 \cdot (x-2)}{(2+x) \cdot x}}$
fonksiyonunun en geniş tanım aralığındaki x pozitif tamsayılarının en küçüğü kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $f(x) = \sqrt[3]{\frac{(x^2-1) \cdot (5-x)}{(x+3)}}$
fonksiyonunu pozitif yapan x negatif tamsayılarının en büyüğü kaçtır?
- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

4. $f(x) = \sqrt[5]{\frac{2^{x+1} \cdot (1-x)}{(x-2)(4-x)}}$
fonksiyonunu negatif yapan pozitif x tamsayılarının en küçüğü kaçtır?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök özel

köşetaşı

$$(x - 1)(2 - x) < 0$$

$$\frac{x^2 - 9}{x + 1} \geq 0$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi nedir?

açıklamalı çözüm

I. eşitsizliğin kökleri : 1, 2

II. eşitsizliğin kökleri : -3, -1, 3

x	$-\infty$	-3	-1	1	2	3	$+\infty$
$(x - 1)(2 - x)$	-	-	-	+	-	-	-
$\frac{x^2 - 9}{x + 1}$	-	+	-	-	-	+	+
SİSTEM							

Çözüm kümesi = $[-3, -1) \cup [3, +\infty)$

Hangi kök dahil, hangisi değil? Tablodan bunu anlamak mümkün, ancak öğrencilerin genellikle bu konuda kafaları karışık. Diyelim ki -3 ün çözüm kümesine alınıp alınmamasında tereddütümüz var. Bu durumda -3 eşitsizliklerde x yerine yazılır. İki eşitsizliği de sağlıyorsa çözüm kümesine alınır.

$x = -3$ için I. eşitsizlik $(-3 - 1)(2 - (-3)) < 0$ doğru; II. eşitsizlik $\frac{(-3)^2 - 9}{-3 + 1} \geq 0$ doğru

Bundan dolayı çözüm kümesine alınır.

1. $x + 2 \geq 0$ ve $-x^2 + 7x - 12 > 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -2)$ B) $(-2, 3)$ C) $(3, 4)$
D) $[3, \infty)$ E) $(4, \infty)$

2. $\frac{(x^2 - 1) \cdot x}{(2 - x)} > 0$ ve $(x - 2) \cdot (x - 3) < 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(3, +\infty)$ B) $(2, 3)$ C) $(1, 3]$
D) $(0, 1)$ E) $\emptyset$

3. $\frac{x^2 \cdot (x - 1)}{2^x \cdot (x - 3)} < 0$ ve $\frac{1}{x} < \frac{2}{x - 1}$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ B) $(0, \infty)$
C) $(-1, 0) \cup (1, \infty)$ D) $(1, 3)$
E) $(-1, 0) \cup (1, 3)$

4. $x^2 \leq 3x + 4$ ve $\frac{1}{x} > x$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -1)$ B) $(-1, 0)$ C) $(0, 1)$
D) $(1, 4)$ E) $(4, \infty)$

karekök özel

köşetaşı

$$(m - 2)x^2 + 2mx - 1 = 0$$

denkleminin gerçel kökü olmadığına göre, m hangi aralıktadır?

açıklamalı çözüm

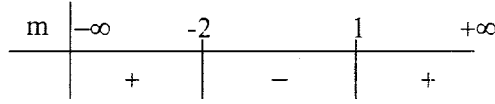
$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin reel (gerçel) kökünün olmaması için $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ olmalıdır.

$$(2m)^2 - 4.(m - 2)(-1) < 0$$

$$4m^2 + 4m - 8 < 0$$

$$m^2 + m - 2 < 0$$

$$(m + 2)(m - 1) < 0$$



$$m \in (-2, 1)$$

Hatırlatma

$$ax^2 - bx + c = 0$$

denkleminde $\Delta = b^2 - 4ac$ olsun.

$\Delta > 0$ ise, iki reel kök var

$\Delta < 0$ ise, reel kök yok

$\Delta = 0$ ise, tek reel kök var

1. $x^2 - 2m.x + 2 = 0$

denkleminin reel sayılar kümesinde çözümü olmadığına göre, m aşağıdaki aralıkların hangisidir?

- A) $(-\sqrt{2}, 0)$ B) $(-1, 0)$ C) $(-1, 1)$
D) $(-2, 2)$ E) $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

3. $a.x^2 - 2x + 4a = 0$

denkleminin reel kökü olmadığına göre, a'nın alabileceği tamsayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

2. $2mx^2 - x + m = 0$

denkleminin reel kökleri birbirine eşit ise m'nin pozitif değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

karekök özel

4. $(2m - 1).x^2 - 3x + 4 = 0$

denkleminin iki farklı reel kökü bulunduğuna göre, m'nin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

köşetaşı

$\forall x \in \mathbb{R}$ için $(m+1)x^2 - 4mx + 3m > 0$ olduğuna göre, m nin değer alabileceği en geniş reel sayı aralığı nedir?

açıklamalı çözüm

Bir ifadenin $\forall x \in \mathbb{R}$ için aynı işarete sahip olabilmesi için kökünün olmaması gerekir. Çünkü kökte işaret değişimi olmaktadır. Buna göre, $(m+1)x^2 - 4mx + 3m$ ifadesinin kökü olmamalı ve en büyük dereceli teriminin işareti de + olmalıdır.

$$\left. \begin{array}{l} b^2 - 4ac < 0 \\ a > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (-4m)^2 - 4 \cdot (m+1) \cdot (3m) < 0 \\ m+1 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4m^2 - 12m < 0 \\ m+1 > 0 \end{array} \right\}$$

I. eşitsizlikteki ifadenin kökleri : 0, 3

II. eşitsizlikteki ifadenin kökleri : -1

m	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$
$4m^2 - 12m$	+	+	-	+	+
$m+1$	-	+	+	+	+
SİSTEM					

Demek ki, $m \in (0, 3)$

1. $\forall x \in \mathbb{R}$ için

$$ax^2 - 4x + 3 > 0$$

olduğuna göre, a nın çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(0, \frac{4}{3}\right)$ B) $\left(0, \frac{4}{3}\right]$ C) $(1, 3)$
D) $\left(\frac{4}{3}, 2\right)$ E) $\left(\frac{4}{3}, \infty\right)$

2. $f(x) = (a-1)x^2 - (a-1)x - a - 1$

fonksiyonu x in her reel sayı değeri için negatif oluyorsa, a nın en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(1, \infty)$ B) $\left(-\frac{1}{3}, 1\right)$ C) $\left[-\frac{1}{3}, 1\right)$
D) $\left(-3, -\frac{1}{3}\right)$ E) $\left(-\frac{3}{5}, 1\right)$

3. $\forall x \in \mathbb{R}$ için,

$$f(x) = -x(ax + b) < c$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $\Delta > 0$, $a > 0$
B) $\Delta > 0$, $a > 0$, $c < 0$
C) $\Delta < 0$, $a > 0$
D) $\Delta < 0$, $a < 0$
E) $\Delta < 0$, $a > 0$, $b > 0$

4. $\forall x \in \mathbb{R}$ için,

$$f(x) = -x^2 - (m-3)x + 2m - 3$$

fonksiyonunun grafiği x eksenini hiçbir noktada kesmiyorsa m nin alabileceği tamsayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 5

köşetaşı

$x^2 - 2mx + m - 4 = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2$ olduğuna göre, m nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

açıklamalı çözüm

İki reel kökünün olması için $\Delta > 0$ olmalıdır. Bu eşitsizlikten m için herhangi bir sınırlama geliyor mu kontrol edilir. Ancak genellikle buradan bir sınırlama gelmeyecek şekilde sorular ayarlanır.

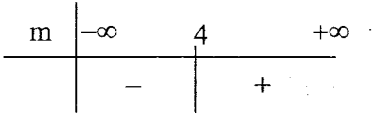
$$b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow 4m^2 - 4(m - 4) > 0 \Rightarrow m^2 - m + 4 > 0$$

$m^2 - m + 4$ ifadesinin reel kökü yoktur. Bundan dolayı $\forall m \in \mathbb{R}$ için en büyük dereceli teriminin işareti $+$ olduğundan $m^2 - m + 4$ pozitiftir.

Yani herhangi bir sınırlama gelmedi.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2 \Rightarrow \frac{x_2 + x_1}{x_1 \cdot x_2} > 2 \Rightarrow \frac{2m}{m - 4} > 2$$

$$\Rightarrow \frac{2m}{m - 4} - 2 > 0 \Rightarrow \frac{2m - 2m + 8}{m - 4} > 0 \Rightarrow \frac{8}{m - 4} > 0$$



$$m \in (4, +\infty)$$

Hatırlatma:

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

1. $x^2 - (m + 4)x + 3m = 0$ denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 1$$

olduğuna göre, m nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[0, 2]$ B) $(0, 2)$ C) $(2, \infty)$
D) $(0, \infty)$ E) $\mathbb{R} - [0, 2]$

2. $x^2 - 2mx + m^2 + m - 2 = 0$ denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 \cdot x_2 > 0$ ve $x_1 + x_2 > 0$ olduğuna göre, m nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-1 < m < 0$ B) $0 < m < 1$ C) $1 < m < 2$
D) $0 < m < 2$ E) $-1 < m < 2$

3. $2x^2 + 4(1 - a)x + (a - 2) = 0$ denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

Kökler toplamı ile kökler çarpımının toplamı 2 den küçük olduğuna göre, a nın en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

4. $x^2 + (2 - a)x + a - 3 = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 < 0$$

olduğuna göre, a nın alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < -1$ B) $0 < a < 1$ C) $a > 2$
D) $1 < a < 2$ E) $2 < a < 3$

köşetaşı

$x^2 - mx + m - 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < 0 < x_2$ olduğuna göre, m nin değer alabileceği en geniş reel sayı aralığı nedir?

açıklamalı çözüm

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ ve $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ bağıntıları “ikinci dereceden denklemler” bölümünde verilmişti. x_1 ve x_2 gibi iki sayının çarpımı negatifse birisinin negatif diğerinin pozitif olduğu sonucuna varılır.

Demek ki

$$\frac{c}{a} < 0 \Leftrightarrow x_1 < 0 < x_2$$

Bu kuralı geliştirelim:

$$\frac{c}{a} < 0 \text{ ve } \frac{-b}{a} < 0 \Leftrightarrow x_1 < 0 < x_2 \text{ ve } |x_1| > x_2$$

$$\frac{c}{a} < 0 \text{ ve } \frac{-b}{a} > 0 \Leftrightarrow x_1 < 0 < x_2 \text{ ve } |x_1| < x_2$$

Sorunun çözümüne gelinirse;

Önce $\Delta > 0$ koşulu incelenmeli, çünkü iki kök var. Sonra da $\frac{c}{a} < 0$ koşulu incelenmeli. Bu soruda da olduğu gibi genellikle $\Delta > 0$ eşitsizliğinden herhangi bir sınırlama gelmez.

$$\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \frac{m-5}{1} < 0 \Rightarrow m < 5$$

1. $x^2 + (m+1)x + m - 7 = 0$ denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_1 < 0 < x_2$ olduğuna göre, m nin alabileceği değerler aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $m > 7$ B) $1 < m < 7$ C) $-1 < m < 7$
D) $m < 7$ E) $m < -1$

3. $a.x^2 - 3x - a - 1 = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_1 < 0 < x_2$ ve $|x_1| > |x_2|$ olduğuna göre, a nın alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $2x^2 + (1-m)x - 9 - m = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_1 \cdot x_2 < 0$ olduğuna göre, m nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $m < -9$ B) $-9 < m < 0$ C) $m > -9$
D) $0 < m < 9$ E) $m > 9$

4. $3x^2 + (2-m)x + m - 8 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_1 < 0 < x_2$ ve $-x_1 < x_2$ olduğuna göre, m nin alabileceği tamsayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 35 B) 27 C) 25 D) 20 E) 18

karekök özel

köşetaşı

$x^2 - 4x + m - 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$0 < x_1 < x_2$ olduğuna göre, m nin değer alabileceği en geniş tanım aralığı nedir?

açıklamalı çözüm

$$0 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \frac{c}{a} > 0 \text{ ve } -\frac{b}{a} > 0$$

$$x_1 < x_2 < 0 \Leftrightarrow \frac{c}{a} > 0 \text{ ve } -\frac{b}{a} < 0$$

Aşağıdaki üç koşulun gerçekleşmesi gerekiyor.

$$1) \Delta > 0 \Rightarrow 16 - 4(m - 6) > 0 \Rightarrow 40 - 4m > 0 \Rightarrow 10 > m$$

$$2) \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{m-6}{1} > 0 \Rightarrow m-6 > 0 \Rightarrow m > 6$$

$$3) \frac{-b}{a} > 0 \Rightarrow \frac{4}{1} > 0$$

m nin değer alabileceği en geniş tanım aralığı = (6, 10)

ÖZETLE: Vazgeçilmez koşul $\Delta > 0$ dır.

$x_1 < 0 < x_2$ ve $ x_1 < x_2$	$\frac{c}{a} < 0$ ve $-\frac{b}{a} > 0$
$x_1 < 0 < x_2$ ve $ x_1 > x_2$	$\frac{c}{a} < 0$ ve $-\frac{b}{a} < 0$
$0 < x_1 < x_2$	$\frac{c}{a} > 0$ ve $-\frac{b}{a} > 0$
$x_1 < x_2 < 0$	$\frac{c}{a} > 0$ ve $-\frac{b}{a} < 0$

Bu kuralları kendiniz çıkarabilirsiniz.

Örneğin; çarpımları pozitif, toplamları negatif olan sayılardan ikisi de negatiftir.

Örneğin; çarpımları negatif, toplamları pozitif olan sayılardan biri pozitif, diğeri negatiftir. Pozitif olanın mutlak değerce değeri negatif olandan büyüktür.

1. $x^2 - 2x + a - 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $0 < x_1 < x_2$ olduğuna göre, a nın değer alabileceği en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1, 4) B) (2, 3) C) (4, 5) D) (3, 4) E) (6, 7)

2. $x^2 - (m - 2)x + 9 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $0 < x_1 < x_2$ olduğuna göre, m nin değer alabileceği en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 2)$ B) $(2, \infty)$ C) $(4, 8)$
D) $R - [4, 8]$ E) $(8, \infty)$

3. $x^2 - (a - 9)x + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_1 < x_2 < 0$ olduğuna göre, a nın alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4. $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\frac{c}{a} > 0 \text{ ve } -\frac{b}{a} < 0$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğru olabilir?

A) $0 < x_1 < x_2$ B) $x_1 < 0 < x_2$ C) $x_1 < x_2 < 0$
D) $x_1 < 0 < x_2$ E) $x_1 < 0 < x_2$
 $|x_1| < |x_2|$ $|x_1| > |x_2|$

karekök özel

köşetaşı

$(a-1)x^2 - 4x + 3a - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < -1 < x_2$ olduğuna göre, a nın değer alabileceği en geniş reel sayı aralığı nedir?

açıklamalı çözüm

Yanda $y = af(x)$ parabolünün kollarının daima yukarı doğru olduğu açıklandı. Kolları yukarı doğru olan paraboller kökleri arasında negatif değer alır. Kural çıktı işte;

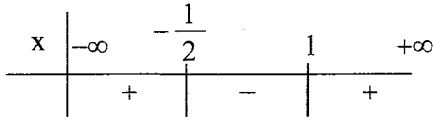
$$x_1 < k < x_2 \Rightarrow a \cdot f(x) < 0$$

Sorunun çözümüne gelinirse;

$\forall a \in \mathbb{R}$ için $\Delta > 0$ dir. (İsterseniz incelemesini yapınız)

$$x_1 < -1 < x_2 \Rightarrow (a-1) \cdot f(-1) < 0$$

$$\Rightarrow (a-1) [(a-1) + 4 + 3a - 1] < 0 \Rightarrow (a-1)(4a+2) < 0$$



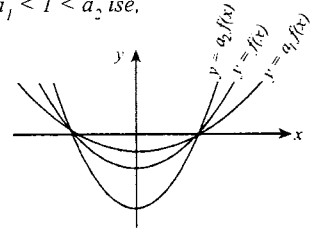
a nın değer alabileceği en geniş reel sayı aralığı $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ dir.

$f(x) = ax^2 + bx + c$ ise,

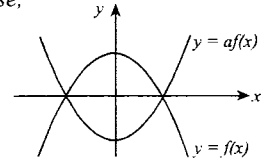
$af(x) = a^2x^2 + abx + ac$ olur ki x^2 nin katsayısı a^2 olduğundan daima pozitifdir. $af(x)$ parabolünün kolları yukarı doğrudur.

UZUN UZUN ANLATALIM:

$0 < a_1 < 1 < a_2$ ise,



$0 < a$ ise,



Demek ki $y = af(x)$ parabolünün kökleri $y = f(x)$ inki ile aynı olup kolları daima yukarı doğrudur.

1. $x^2 - (t+2)x + t = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 < -2 < x_2$$

olduğuna göre, t nin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

3. $x^2 - (k+3)x + 9 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 < k < x_2$$

koşulunun sağlanması için k nın alabileceği en küçük pozitif tamsayı değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. $x^2 - (a+3)x + 2a = 0$ denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 < 3 < x_2$$

koşulunun sağlanması için a nın değer alabileceği en geniş reel sayı aralığı nedir?

- A) $a > 0$ B) $a < 0$ C) $0 < a < 1$
D) $-1 < a < 0$ E) $\mathbb{R} - [0, 1]$

4. $x^2 + (2-3m)x - 2 = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 < x_1 \cdot x_2 < x_2$$

koşulunu sağlayan m nin en büyük tamsayı değeri kaçtır?

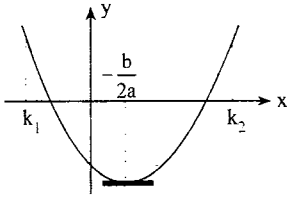
- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

karekök özel

köşetaşı

$(m-2)x^2 - (2-2m)x + m-3 = 0$ denkleminin iki reel kökünün de 1 den büyük olması için m nin alabileceği değerlerin bulunduğu reel sayı aralığı nedir?

açıklamalı çözüm



$f(x) = ax^2 + bx + c$ ise, $y = af(x)$ parabolünün kollarının daima yukarı olduğunu biliyoruz. Kolları yukarı doğru olan parabolde işaret tablosundan da anlaşılabacağı üzere,

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
a.f(x)	+	-	+	

$k < x_1 < x_2$ veya $x_1 < x_2 < k \Rightarrow af(k) > 0$ dir.

Buna ek olarak $k < -\frac{b}{2a}$ ise $k < x_1 < x_2$ (Grafikteki k_1 gibi)

$k > -\frac{b}{2a}$ ise $x_1 < x_2 < k$ (Grafikteki k_2 gibi)

Sorunun çözümü için gerekli koşullar

$$1) \Delta > 0 \Rightarrow (2-2m)^2 - 4(m-2)(m-3) > 0 \Rightarrow 12m - 20 > 0$$

$$2) a.f(k) > 0 \Rightarrow (m-2).f(1) > 0 \Rightarrow (m-2)(4m-7) > 0$$

$$3) k < -\frac{b}{2a} \Rightarrow 1 < \frac{2-2m}{2m-4} \Rightarrow \frac{-4m+6}{2m-4} > 0$$

m	$-\infty$	$3/2$	$5/3$	$7/4$	2	$+\infty$
Δ	-	-	+	+	+	+
a.f(k) > 0	+	+	+	-	+	+
$k < -b/2a$	-	+	+	+	-	-
SİSTEM						

Demek ki $m \in \left(\frac{5}{3}, \frac{7}{4}\right)$

1. $ax^2 + (a+1)x + 2 - a = 0$ denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_2 > x_1 > -2$ olması için a nın alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 0)$ B) $\left(0, \frac{1}{5}\right)$ C) $\left(\frac{1}{5}, \frac{1}{3}\right)$ D) $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ E) $(1, \infty)$

2. $x^2 - (m+2)x - 3 = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1 ve x_2 dir. x_1 ve x_2 değerleri $x_1 \cdot x_2$ çarpımından büyük olduğuna göre, m nin alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

3. $x^2 - (a+2)x + 2a + 1 = 0$ denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir. a reel sayısı x_1 ve x_2 den büyük olduğuna göre, a nın alabileceği değerler aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < -1$ B) $-1 < a < 0$ C) $0 < a < 2$
D) $2 < a < 4$ E) $a > 4$

4. $x^2 + ax - 2a = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $3 > x_2 > x_1$ şartının sağlanması için $\Delta > 0$ şartının yanında aşağıdakilerden hangisi sağlanmalıdır?

- A) $a < -9$ B) $a > -7$ C) $a < -6$
D) $a > -6$ E) $a > 0$

köşetaşı

$ax^2 - (2a + 1)x + 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$-2 < x_1 < 1 < x_2$ olduğuna göre, m hangi aralıkta değer alabilir?

açıklamalı çözüm

İki farklı reel kökü olan fonksiyonun işaret tablosu oluşturulurken her kökte işaret değiştirilirdi. Bunun anlamı fonksiyonun değerinin işareti; kökün öncesinde ve sonrasında farklıdır.

x	$-\infty$	m	x_1	n	$-\frac{b}{2a}$	x_2	$+\infty$
$a > 0$ ise $f(x)$		+		-			+
$a < 0$ ise $f(x)$		-		+			-

$m < x_1 < n < x_2$ ise, $f(m) \cdot f(n) < 0$ ve $m < -\frac{b}{2a}$

$x_1 < m < x_2 < n$ ise, $f(m) \cdot f(n) < 0$ ve $-\frac{b}{2a} < n$

Sorunun çözümüne gelinirse:

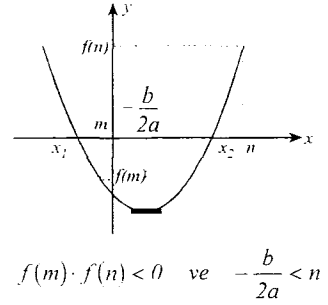
Δ daima pozitif çıkar.

$$f(-2) \cdot f(1) < 0 \Rightarrow (8a + 3)(-a) < 0$$

$$-2 < \frac{2a+1}{2a} \Rightarrow \frac{6a+1}{2a} > 0$$

Eşitsizlik tablosu yapıldığında $a > 0$ veya $a < -\frac{8}{3}$ olduğu görülür.

Grafikle de güzel görülyor



ÖZETLE

Vazgeçilmez koşul $\Delta > 0$ olmak üzere,

$x_1 < k < x_2$	$a \cdot f(k) < 0$
$x_1 < x_2 < k$	$a \cdot f(k) > 0$ ve $-\frac{b}{2a} < k$
$k < x_1 < x_2$	$a \cdot f(k) > 0$ ve $k < -\frac{b}{2a}$
$x_1 < m < x_2 < n$	$f(m) \cdot f(n) < 0$ ve $-\frac{b}{2a} < n$
$m < x_1 < n < x_2$	$f(m) \cdot f(n) < 0$ ve $m < -\frac{b}{2a}$

1. $x^2 + (2 + a)x + 2a = 0$ denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$-1 < x_1 < 1 < -2$ olduğuna göre, a hangi aralıkta olmalıdır?

- A) $a < -2$ B) $-2 < a < -1$ C) $-1 < a < 0$
D) $-1 < a < 1$ E) $a > 1$

2. $x^2 + 9x - 2m + 1 = 0$ denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$-5 < x_1 < 0 < x_2$ şartını sağlayan en büyük tamsayı kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

3. $x^2 - 3x - 10 = 0$ denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$f(a) \cdot f(b) < 0$ koşulunu sağlayan a ve b reel sayıları için aşağıdakilerden hangisi doğru olabilir?

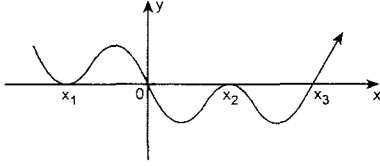
- A) $x_1 < a < b < x_2$ B) $a < b < x_1 < x_2$
C) $x_1 < x_2 < a < b$ D) $a < x_1 < b < x_2$
E) $x_1 < b < a < x_2$

4. $3x^2 - 2x + m + 3 = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$m < x_1 < 2 < x_2$ şartını sağlayan m nin en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

1.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

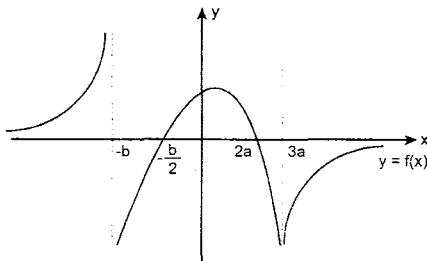
Buna göre, aşağıdaki yargılardan hangisi **kesinlikle** yanlıştır?

- A) x_1 ve x_2 çift katlı köklerdir.
- B) Tek katlı köklerin çarpımı sıfırdır.
- C) Çift katlı köklerin toplamı pozitiftir.
- D) Çift katlı köklerin çarpımı pozitiftir.
- E) Kökler toplamı pozitiftir.

2. $(x - 2a)^2 (x - 2b)^3 (a - x)^5 (x + 3b)^6 = 0$ denklemini sağlayan tek katlı kökler toplamı 3, çift katlı kökler toplamı 20 olduğuna göre, (a, b) ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (-2, 7) B) (3, 5) C) (7, -2)
- D) (5, -2) E) (1, -2)

3.



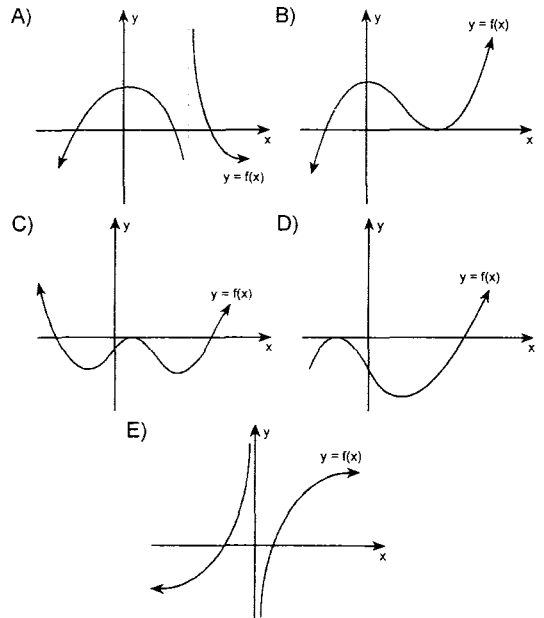
Grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunu tanımsız yapan x değerlerinin toplamı 14; tek katlı kökler toplamı 11 olduğuna göre, a, b kaçtır?

- A) 8 B) 4 C) -4 D) -8 E) -10

4. Fonksiyonu tanımsız yapan köklerinin toplamı -1, çift katlı köklerinin toplamı 4 olan $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{(x-5)^2 \cdot (x-1)}{(x+1)^4 \cdot x}$ B) $\frac{(x-3)^2 \cdot x}{(x-1) \cdot (x+2)^2}$ C) $\frac{(x+3) \cdot (x-1)^2}{x^2 \cdot (x-3)}$
- D) $\frac{(x-1) \cdot (x+2)^2}{x \cdot (x-3)^2}$ E) $\frac{(x+2) \cdot (x)}{(x-3)^2 \cdot (x-1)}$

5. Aşağıdaki $y = f(x)$ fonksiyonlarının hangisinde x en büyük değerlerini alırken y negatif olur?



6. $f(x) = \frac{(x-5)^2 \cdot (2-x)}{(x-3)^3}$ ve $g(x) = \frac{(x-2)^2 \cdot (x-5)^3}{(3-x)}$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre;

- I. x en büyük değerlerini alırken negatiftir.
- II. $x = 3$ değeri için tanımsızdır.
- III. $x = 5$ çift katlı köktür.

Yukarıdaki ifadelerden hangileri hem $f(x)$ hem $g(x)$ için doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
- D) II ve III E) I, II ve III

karekök özel

7.

x	-6	-4	1	3	6
f(x)	-	+	+	-	-

İşaret tablosu verilen $f(x)$ fonksiyonunun çift katlı köklerinin toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -2 D) -1 E) 2

8.

$$f(x) = \frac{(6-x)^5 \cdot (x^2-4)^2}{(x-3) \cdot (4-x)^4}$$

fonksiyonunun işaret tablosunu yapınız?

9.

$$\frac{(x-1)(x^2+3x-10)}{(5-x)} \leq 0$$

eşitsizliğini sağlayan x tamsayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 0 B) -2 C) -5 D) -7 E) -10

10.

$$\frac{(\sqrt{2}-x)^5 \cdot (x^2-4)}{x \cdot (5x+1)} \geq 0$$

eşitsizliğini sağlamayan x negatif reel sayılarının bulunduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-2, -1/5]$ B) $[-2, -1/5)$ C) $[-3, -2]$
D) $(-\infty, -2)$ E) $(-\infty, -1/5)$

11.

x	-4	-2	1	2	4	6
f(x)	-	+	-	+	-	+

Yukarıda $y = f(x)$ in işaret tablosu verilmiştir.

$$\frac{(x-4) \cdot f(x)}{(x+4)} \leq 0$$

eşitsizliğini sağlayan x pozitif tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 18 C) 20 D) 24 E) 28

12.

$$\frac{(x-1)^2 \cdot (x-2)}{(x-3)^2 \cdot (x+1)} \leq 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

- A) $[-2, -1] \cup \{1, 3\}$ B) $[-2, -1) \cup \{1\}$
C) $[-3, -1) \cup \{2\}$ D) $(-3, 2]$
E) $R - (-2, 1]$

13.

$$\frac{|x-7| \cdot (x-2)^2}{1-x} \geq 0$$

eşitsizliğini sağlayan en büyük üç tamsayının toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 12

14.

$$\frac{2}{x-3} \geq \frac{x-3}{2}$$

eşitsizliğini sağlayan pozitif x tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 4 C) 5 D) 8 E) 10

15.

2 fazlasının, 1 eksiğine oranı 2 den büyük olan tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 7 C) 5 D) 4 E) 3

16.

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{(x^2-4) \cdot x}{3^{x-1} \cdot (x-1)}}$$

ifadesini negatif yapan x değerleri kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -2)$ B) $(0, 1)$ C) $(0, 1) \cup (2, \infty)$
D) $(-2, 0) \cup (1, 2)$ E) $(2, \infty)$

17. $x^2 - x < 0$ olmak üzere,

$$f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2 - 4}}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $(-\infty, -2)$ C) $(0, 1)$
D) $(1, \infty)$ E) $(2, \infty)$

18. $3x^2 + 2mx + 1 = 0$

denklemini sağlayan reel kök olmadığına göre, m nin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

19. $3x^2 - (m + 1)x + 6 > 3$

eşitsizliği her x reel sayısı için doğru olduğuna göre, m nin alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -20 B) -15 C) -11 D) -9 E) -3

20. $x^2 + (3 - m)x + m - 5 = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 \leq 0$$

olduğuna göre, m nin alabileceği pozitif tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

21. $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{c}{a} < 0$ ve $-\frac{b}{a} > 0$ olduğuna göre, x_1 ve x_2 için

aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x_1 < 0 < x_2$ B) $x_1 < x_2 < 0$ C) $x_1 < 0 < x_2$
 $|x_1| > |x_2|$ $|x_1| > |x_2|$ $|x_1| = |x_2|$
D) $0 < x_1 < x_2$ E) $x_1 < 0 < x_2$
 $|x_2| > |x_1|$ $|x_2| > |x_1|$

22. $x^2 + 6x - t - 8 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_1 < x_2 < 0$ olduğuna göre, t nin alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -120 B) -110 C) -100 D) 80 E) 120

23. $(m - 1)x^2 - (m + 2)x + 1 = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < 1 < x_2$ olduğuna göre, m nin değer alabileceği en geniş reel sayı aralığı nedir?

- A) $(-1, 0)$ B) $(0, 1)$ C) $(-\infty, -1)$
D) $(1, \infty)$ E) $[1, \infty)$

24. $f(x) = x^2 - (3 - 2m)x - m$ fonksiyonunun reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$f(x)$ grafiğinin x eksenini kestiği noktalar $x = 1$ den küçük ise, m nin alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 1 D) 3 E) 4

25. $x^2 - 5x + 2(a - 2) = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 < 0 < x_2 < 6$$

şartını sağlayan a nın en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 3 D) 1 E) -2

karekötök özel

1. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-4x} < \left(\frac{2}{3}\right)^5$
eşitsizliğini sağlamayan kaç farklı x tamsayısı bulunur?

A) 3 B) 6 C) 5 D) 6 E) 7

2. $\frac{|x-9| \cdot (x^2-6x-16)}{x^2-x+3} \leq 0$
eşitsizliğini sağlayan farklı tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 15 B) 20 C) 27 D) 36 E) 42

3. $\frac{|x-2| \cdot (x+5) \cdot 2^{x-4}}{(1-x) \cdot |x+1|} \geq 0$
eşitsizliğini sağlayan farklı x tamsayı değerleri kaç tanedir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

4. $m < n < 0 < p$ olmak üzere,

$$\frac{(mx-n) \cdot (px-m)^2}{nx^2} \geq 0$$

eşitsizliğini sağlayan x değerleri hangi aralıktadır?

- A) $\left(-\infty, \frac{m}{p}\right]$ B) $\left[\frac{m}{p}, \frac{n}{m}\right] - \{0\}$ C) $R - \left[0, \frac{n}{m}\right)$
D) $R - \left(\frac{m}{p}, \frac{n}{m}\right)$ E) $\left[\frac{n}{m}, \infty\right)$

5. $|4-x| \geq 3$

$$x^2 - 7x < 8$$

eşitsizlik sistemini sağlayan x tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

$$\frac{x-m}{nx-6} \leq 0$$

eşitsizliğinin çözüm aralığı $3 \leq x < 6$ olduğuna göre, $m+n$ toplamı kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 7 D) 9 E) 11

$$x^2 - 5x - 6 \leq 0$$

$$-x^2 - 3x + 10 > 0$$

eşitsizlik sistemini çözen x tamsayısı değerleri kaç tanedir?

A) 8 B) 6 C) 5 D) 3 E) 2

$$9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 < 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

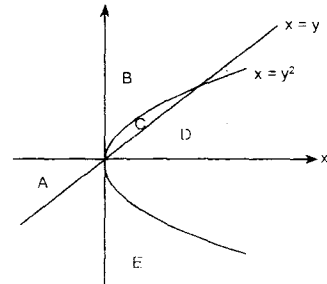
A) $(-2, 1)$ B) $(1, 2)$ C) $(1, 3)$
D) $(2, 4)$ E) $(3, 4)$

$$|x^2 - 4x + 6| < |x^2 - x + 3|$$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $(1, \infty)$ B) $(1, 3]$ C) $(0, 5)$
D) $[-5, 1)$ E) $(-\infty, 1)$

10.



$$x \geq y^2 \text{ ve } x < y$$

eşitsizlik sistemini sağlayan bölge aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

A) E B) D C) C D) B E) A

11.

-x	-2	3	+x
+	-	+	
-	+	+	

Şekildeki tabloda işaret analizi yapılan ve çözüm aralıkları taralı alanlar olarak bulunan eşitsizlik sistemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $x^2 - x - 6 > 0$
 $x - 2 < 0$
 B) $x^2 - 3x - 4 < 0$
 $x - 1 < 0$
 C) $x^2 - 3x - 4 > 0$
 $x - 2 < 0$
 D) $x^2 - 2x - 3 < 0$
 $x + 2 < 0$
 E) $x^2 - x - 6 < 0$
 $x + 2 < 0$

12. $(m + 3)x^2 + mx + 1 = 0$ denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesinin boş küme olması için m hangi aralıkta olmalıdır?

- A) $-2 > m$
 B) $-6 < m < -2$
 C) $6 < m$
 D) $-6 < m < 2$
 E) $-2 < m < 6$

13. $x^2 + 2(m + 1)x + 3m - 7 = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < x_2 < 0$ olduğuna göre, m nin alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 1
 B) 2
 C) 3
 D) 4
 E) 5

14. $(a + 4)x^2 - 5x + 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$0 < x_1 < x_2$ olduğuna göre, a nın alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -3
 B) -2
 C) 0
 D) 3
 E) 4

15. $x^2 + (a - 4)x + a - 12 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < 0 < x_2$ ve $|x_1| > x_2$ olduğuna göre, a nın alabileceği tamsayı değerleri kaç tane dir?

- A) 4
 B) 5
 C) 6
 D) 7
 E) 8

16. $(a^2 + 4)x^2 - (a^2 - a - 6)x - 9 = 0$ denkleminin reel kökleri tersi işaretli olup negatif kökü mutlak değerce büyük olduğuna göre, a nın en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -2
 B) -1
 C) 0
 D) 1
 E) 2

17. $x^2 - (m - 6)x - 7 = 0$ denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$|x_1| < x_2$ olduğuna göre, denklemini sağlayan m değerleri için aşağıdakilerden hangisi doğru verilmiştir?

- A) $m > 7$
 B) $m > 6$
 C) $m > 4$
 D) $m < 5$
 E) $m < 7$

18. $x^2 + (a - 4)x - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\left| \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right| < 3$ olduğuna göre, a nın alabileceği doğal sayı değeri kaç tane dir?

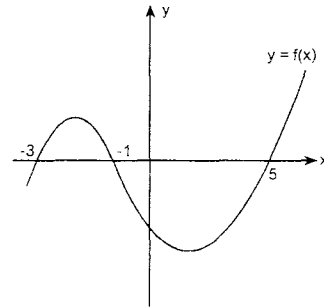
- A) 8
 B) 9
 C) 10
 D) 11
 E) 12

19. $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin iki farklı reel kökü x_1 ve x_2 dir.

$a.f(4) < 0$ ve $a.f(2) > 0$ olduğuna göre, x_1 ve x_2 için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x_1 < x_2 < 4$
 B) $2 < x_1 < x_2 < 4$
 C) $4 < x_1 < x_2$
 D) $x_1 < 2 < x_2 < 4$
 E) $2 < x_1 < 4 < x_2$

20.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $(x + 2).f(x) \leq 0$ eşitsizliğini sağlayan x in tamsayı değerleri kaç tane dir?

- A) 5
 B) 6
 C) 7
 D) 9
 E) 10

1. Bir ABC üçgeninde

$$m(\hat{A}) = 30^\circ$$

$$|AB| = x \text{ br}$$

$$|AC| = x + 2 \text{ br}$$

Bu üçgenin alanı 6 br^2 den büyük olduğuna göre, x in alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

2. $|x - 4| \cdot (x^2 - 5x - 6) < 0$

eşitsizliğini sağlayan en büyük x tamsayısı kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 3 D) 2 E) 1

3. $x^2 + 4x - m - 7 = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < x_2 < 1$ olduğuna göre, denklemi sağlayan m değerleri aşağıdaki aralıklardan hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $(-11, -2)$ B) $(-7, -2)$ C) $[-2, 1)$
D) $(0, 2)$ E) $(2, 11)$

4. $(x + 5)(x - 3) < (3 - x)$

eşitsizliğini sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 3 C) -5 D) -7 E) -12

5. $mx^2 + 6x + m > 0$

ifadesi her zaman doğru olduğuna göre, m değerleri hangi aralıktadır?

- A) $(-\infty, -3)$ B) $[-3, 0)$ C) $(0, 3]$
D) $[0, 3]$ E) $(3, \infty)$

6. $x^2 - (m + 5)x - 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 arasında $|x_1| = |x_2|$ bağıntıları olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -8 B) -5 C) -1 D) 2 E) 4

7. x bir tamsayı olmak üzere,

$$x^2 - 9x - 10 < 0$$

iken $2x - 10$ ifadesinin alabileceği en büyük tamsayı değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 8 B) 7 C) 4 D) 0 E) -2

8. $16x^2 - 8x + 1 > 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $R - \{0\}$ B) $R - \left\{\frac{1}{4}\right\}$ C) $\left\{\frac{1}{4}\right\}$
D) R E) $\emptyset$

9. $x^2 + (m - 4)x - m - 5 = 0$ denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$-1 < x_2 < x_1$ olduğuna göre, m nin alabileceği en büyük iki tamsayı değeri toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -3 D) 1 E) 4

10. $x \leq \frac{16}{x}$

$$x + \frac{8}{x} < 6$$

eşitsizlik sisteminin çözüm aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-2, -1]$ B) $(-2, 0)$ C) $[-1, 2]$
D) $(2, 4)$ E) $(4, \infty)$

11. $x^2 - 5x + 10 \leq 2x^2 - 26$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $R - (-9, 4)$ B) $(-9, 4]$ C) $R - [-9, 4]$
D) $[-9, 4]$ E) $(-9, 4)$

12. $x^2 + 2ax - a - 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_1 < 0 < x_2$ ve $|x_1| < x_2$ olduğuna göre, a için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $-x < a < 0$ B) $-x < a < -6$ C) $-6 < a < 0$
D) $0 < a < x$ E) $-6 < a < x$

13. $x < x^2 < 4x + 12$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $(-2, 0) \cup (5, 6)$ B) $(-2, 0) \cup (1, 6)$
C) $(-1, 5)$ D) $R - [0, 5]$
E) $\emptyset$

14. x bir reel sayı olmak üzere,

$$x^2 + 3x - 10 < 0$$

eşitsizliğini sağlayan x değerleri için $6x + 10$ ifadesinin alabileceği en büyük ve en küçük tamsayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

15. $2x^2 - (m + 1)x - 4m = 0$ denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\Delta > 0$$

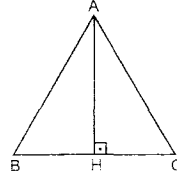
$$x_1 \cdot x_2 < 0$$

$$|x_1| > |x_2|$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $m < 0$ ve $x_2 < 0$ B) $m < 0$ ve $x_1 < 0$
C) $m > 0$ ve $x_1 > 0$ D) $m > 0$ ve $x_2 > 0$
E) $m > 0$ ve $x_1 < 0$

16.



ABC üçgeninde

$$|BC| = x \text{ br}$$

$$|AH| = x + 4 \text{ br}$$

$A(\widehat{ABC}) \leq 16 \text{ br}^2$ olduğuna göre, x in alabileceği tam sayı değerleri kaç tanedir?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

17.

$$5 < x - \sqrt{5 - x}$$

eşitsizliğini sağlayan x in çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $1 < x < 2$ B) $2 < x < 3$ C) $3 < x < 4$
D) $4 < x < 5$ E) $5 < x < 6$

18.

$$\frac{(x-2)^{2006} \cdot |x-4|}{(x+1)^{2005} (1-x)} \geq 0$$

eşitsizliğini sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 4 D) 5 E) 6

19.

$$x^2 - (m + 2)x + (m - 4) = 0 \text{ denkleminin gerçel kökleri } x_1 \text{ ve } x_2 \text{ dir.}$$

$$\frac{x_1 \cdot x_2}{x_1 + x_2} > 3$$

koşulunu sağlayan m nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

20.

$$2mx^2 - (2m + 3)x - 9 = 0 \text{ denkleminin reel kökleri } x_1 \text{ ve } x_2 \text{ arasında } x_1 < -1 < x_2 \text{ bağıntısı varsa, } m \text{ nin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?}$$

- A) $(-1, 0)$ B) $(1, 2)$ C) $(0, 1)$
D) $(0, 2)$ E) $(1, 3)$

karekök özel

1. (-5) sayısının, $x^2 - 2ax + b = 0$ denkleminin kökleri arasında olması için aşağıdaki eşitsizlik sistemlerinden hangisinin sağlanması gerekir?

- A) $a^2 - b > 0$, $10a + b + 25 < 0$
 B) $a^2 + b > 0$, $a(10a + b + 25) < 0$
 C) $a^2 - b > 0$, $10a + b + 25 > 0$
 D) $b^2 - 4ab > 0$, $10a + b + 25 < 0$
 E) $a^2 - 4b > 0$, $a(10a + b + 25) > 25$

(1976)

2. $\left. \begin{array}{l} \frac{x+1}{x-1} > 0 \\ \frac{1}{x-1} < 0 \end{array} \right\}$ eşitsizlik sisteminin çözümü nedir?

- A) $x \leq 1$ B) $x < -1$ C) $-1 < x < 1$
 D) $x < -1$, $1 < x$ E) $x \neq 1$

(1976)

3. $x(x^2 - 4)(x^2 + x + 1) > 0$ eşitsizliğini, x in hangi değerleri sağlar?

- A) $-2 < x < 2$, $x < -3$ B) $-2 < x < 2$
 C) $-2 < x < 0$, $x > 2$ D) $x < -2$
 E) $x > 2$

(1977)

4. $x^2 + x + m > x + 1$ eşitsizliğinin x ne olursa olsun sağlanması için m ne olmalıdır?

- A) $m < 0$ B) $m < 1$ C) $1 < m$
 D) $0 < m < 1$ E) $0 < m$

(1978)

5. $x + 1 > x^3 + 1$ eşitsizliği aşağıdaki aralıkların hangisinde sağlanır?

- A) $-\infty < x < 0$ B) $-\infty < x < -1$
 C) $-\infty < x < -1$ ve $-1 < x < 0$ D) $-1 < x < 1$
 E) $-\infty < x < -1$ ve $0 < x < 1$

(1979)

6. Bir bilinmeyenli bir ikinci derece denkleminin birbirinden farklı olan x_1, x_2 kökleri,

$$x_1(x_2 - 1) - x_2 = m + 2$$

$$x_2(2x_1 + 1) + x_1 = 1 - m$$

bağıntılarını sağlamaktadır.

Bu köklerin birer gerçel (reel) sayı olması için m nin değerleri ne olmalıdır?

- A) $-3 < m < 2$ B) $-m \leq -1$, $2 \leq m$
 C) $m < 2$, $3 < m$ D) $0 \leq m \leq 2$
 E) $m < -3$, $1 < m$

(1980)

7. $x^2 - 5x < -6$ eşitsizliğini gerçekleyen x değerleri (aralıkları) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-1 < x < 0$ B) $2 < x < 3$
 C) $x < -3$, $4 < x$ D) $-3 < x < -1$
 E) $0 < x < 2$

(1980)

8. $x^2 < 2x + 3$ eşitsizliğini gerçekleyen x değerleri (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-1 < x < 3$ B) $3 < x < 4$ C) $-3 < x < -2$
 D) $-2 < x < -1$ E) $4 < x < 5$

(ÖYS 1981)

9. $\frac{x(x^2 - 4x + 4)}{3 - x} < 0$

eşitsizliğinin çözümü nedir?

- A) $-2 < x < 3$ B) $0 < x < 3$ C) $x < 0, 3 < x$
D) $x < 2, 3 < x$ E) $x < -3, -2 < x$

(ÖYS 1982)

10. $mx^2 - (m + 1)x + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 dir.

$x_1 < 2 < x_2$ koşulunun sağlanması için m ne olmalıdır?

- A) $-1 < m < 0$ B) $-2 < m < -1$ C) $-5 < m < -2$
D) $0 < m < 3$ E) $3 < m < \infty$

(ÖYS 1982)

11. $\frac{(2 - x)(x + 3)}{x} > 0$

eşitsizliği aşağıdaki aralıklardan hangisinde sağlanır?

- A) $-\infty < x < -3$ B) $2 < x < 3$
C) $-3 < x < 0$ D) $-3 < x < -2$
E) $3 < x < \infty$

(ÖYS 1982)

12. $\frac{x^2 - 8x + 7}{(x + 2)^2} < 0$

eşitsizliğini sağlayan tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 32 B) 28 C) 24 D) 20 E) 16

(ÖYS 1983)

13. $(5 - x)(3x - 1) > 0$

eşitsizliğini sağlayan x değerleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-5 < x < -3$ B) $-3 < x < -\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{5} < x < \frac{1}{3}$
D) $\frac{1}{3} < x < 5$ E) $5 < x < \frac{17}{3}$

(ÖYS 1984)

14. $f(x) = mx^2 + (m + 1)x + m - 2$ veriliyor. $f(x) = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 dir.

$-1 < x_1 < x_2$ olması için $\Delta > 0$ koşuluna ek olarak aşağıdakilerden hangisi sağlanmalıdır?

- A) $m.f(-1) < 0$,
B) $m.f(-1) > 0$,
C) $f(-1) < 0$,
D) $f(-1) > 0$,
E) $m.f(-1) > 1$,

(ÖYS 1985)

15. $x^2 - (m + 1)x + m = 0$ denkleminin

$0 < x_1 < 2 < x_2$ koşulunu sağlayan iki kökünün olması için m hangi aralıkta olmalıdır?

- A) $2 < m < \infty$ B) $1 < m < 2$ C) $0 < m < 1$
D) $-1 < m < 0$ E) $-\infty < m < -1$

(ÖYS 1986)

16. $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}$

fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $R - [-1, 0]$ B) R C) $(-1, \infty)$
D) $(0, 1)$ E) $(0, \infty)$

(ÖYS 1991)

17. $\frac{-(x+4)(x+5)^2}{x} > 0$

eşitsizliğini sağlayan negatif tamsayılardan en küçüğü kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -3 D) -2 E) -1

(ÖYS 1993)

18. $(x-4)^2 (x+5) (6-x) > 0$

eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) -3

(ÖSS 1995)

19. $(p+6)x^2 + 17(p+1)x + 5(p-2) = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1, x_2 dir.

$x_1 < 0 < x_2$ dir.

$|x_1| > x_2$

olması için p nin alabileceği değerler aşağıdaki aralıklardan hangisidir?

- A) $(-6, -1)$ B) $(-1, 3)$ C) $(0, 3)$

- D) $(-1, 2)$ E) $(-\infty, -6)$

(ÖYS 1995)

20. $x^2 - 3mx + m - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 4$

olduğuna göre, m nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, +\infty)$ B) $(-\infty, 12)$ C) $\mathbb{R} - \{12\}$

- D) $(3, 12)$ E) $(0, 12)$

(ÖYS 1996)

21. a, b, c birer pozitif sayı ve

$\frac{a+b}{c} < \frac{a}{c} + 1$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $c < b$ B) $b < c$ C) $a < b$

- D) $b < a$ E) $a < c$

(ÖYS 1996)

22. $\frac{x}{2} - \frac{3}{x} > 0$

olduğuna göre, x in alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) -1 D) -2 E) -4

(ÖSS 1997)

23. 4 katının 5 fazlası, kendisinin karesinden büyük olan en büyük tamsayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

(ÖYS 1997)

24. $\frac{(x^2-2)(x^2+4)}{x^2-4} < 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-2, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, 2)$ B) $(-2, 0) \cup (\sqrt{2}, 2)$

- C) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ D) $(-2, 2)$

- E) $[-2, 2]$

(ÖYS 1997)

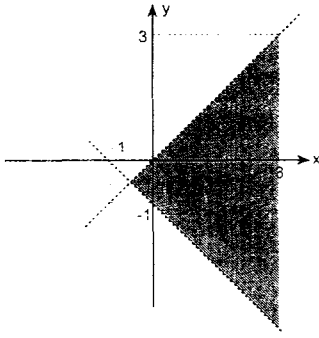
25. $x^2 + 2x + a$ üçterimlisi x in bütün değerleri için 5 ten büyük olduğuna göre, a için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $-\infty < a < -2$ B) $-2 < a < 1$ C) $1 < a < 3$

- D) $3 < a < 5$ E) $6 < a < \infty$

(ÖYS 1998)

26.

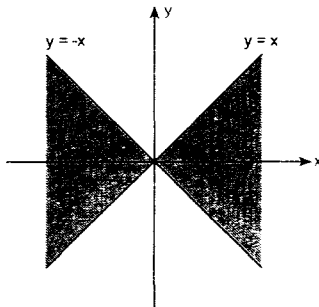


Şekildeki taralı bölge, aşağıdaki eşitsizlik sistemlerinden hangisiyle ifade edilir?

A) $y \geq x$ $x < 3$ $x + y > -1$	B) $y > x$ $x > 3$ $x + y < -1$	C) $y < x$ $x > 3$ $y - x < -1$
D) $y < x$ $x < 3$ $x - y < -1$	E) $y < x$ $x < 3$ $x + y > -1$	

(ÖSS 2001)

27.



Şekildeki taralı bölge aşağıdaki eşitsizliklerden hangisiyle belirlenir?

A) $xy \geq 0$	B) $x - y \geq 0$	C) $x + y \geq 0$
D) $x^2 - y^2 \geq 0$	E) $y^2 - x^2 \geq 0$	

(ÖSS 2004)

karekök özel

B Ö L Ü M 36

Permütasyon - Kombinasyon

KÖŞETAŞI AMAÇLAR

1. Faktöriyel işlemini yapma
2. Permütasyon işlemini yapma
3. Kombinasyon işlemini yapma
4. Saymanın temel ilkesini kavrama
5. n sayıda mektubun m sayıda posta kutusuna kaç değişik biçimde atılabileceğini hesaplayabilme
6. Sıfırın elemanı olmadığı kümelerde saymanın temel ilkesiyle sayılar oluşturma
7. Sıfırın elemanı olduğu kümelerde saymanın temel ilkesiyle sayılar oluşturma
8. Verilen rakamlarla belli aralıklarda belli özelliklere sahip sayıları saymanın temel ilkesiyle oluşturma
9. Verilen rakamlarla üçe veya dokuza bölünebilen sayılar oluşturma
10. Sıralama yapma ve faktöriyel işleminin anlamını kavratma
11. Belli nesnelerin bir arada bulunma ya da bulunmama durumlarını dikkate alarak sıralama yapma
12. Yapılan sıralamalarda bir nesnenin diğerinin önünde ya da arkasında olma durumlarını hesaplayabilme
13. İki nesne arasında belirli sayıda nesne olma durumunda sıralama yapabilme
14. Dönel (dairesel) sıralama yapabilme
15. Tekrarlı permütasyonu kavrayabilme
16. Rakamlarla sayı oluştururken tekrarlı permütasyonu kullanabilme
17. Tekrarlı permütasyonu uygulayabilme
18. Rakamları toplamı n olan sayıların adedini bulabilme
19. Bir kümenin permütasyonlarını ve kombinasyonlarını yazabilme
20. Permütasyonun anlamını kavrama
21. Kombinasyonun anlamını kavrama

-
22. Belirli elemanların bulunduğu veya bulunmadığı kombinasyonların sayısını hesaplayabilme
 23. Belirli elemanların bulunduğu veya bulunmadığı permütasyonların sayısını hesaplayabilme
 24. Belirli sayıda kız ve erkekten oluşabilecek ekiplerin sayısını bulma
 25. Belirli sayıda erkek ve kadın arasından en az birinin erkek olduğu kombinasyonların sayısını bulma
 26. A ve B kümelerinden alınan farklı elemanlarla oluşturulan permütasyonların sayısını bulma
 27. Verilen noktalardan oluşabilecek geometrik şekillerin sayısını bulma
 28. Verilen noktaların bazılarının doğrusal olmaları durumunda oluşabilecek üçgen sayısını bulma
 29. Verilen doğruların kesişim noktalarının sayısını bulma
 30. Verilen doğruların oluşturduğu paralelkenar sayısını bulma
 31. Rakamları sıralı olan doğal sayıların sayısını bulabilme
 32. Tekrarlı kombinasyonların sayısını bulabilme
- 

köşetaşı

$$\frac{7 \cdot 9! - 3 \cdot 8!}{8! + 2 \cdot 7!} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

Bu bölümün ilk üç köşetaşında, bu bölümde kullanılacak olan faktöriyel, permütasyon ve kombinasyon işlemleri üzerinde durulup alıştırmaya olanağı sağlanacaktır. Faktöriyel işleminde daha detaylı bilgi için 1. kitabın 10. bölümüne bakınız.

$n \in \mathbb{N}$ olmak üzere;

$$n! = n(n-1)(n-2) \dots 3.2.1 \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2.1$$

$$3! = 3.2.1$$

$$4! = 4.3.2.1$$

$$5! = 5.4.3.2.1$$

Köşetaşının çözümüne gelinirse;

$$\frac{7 \cdot 9! - 3 \cdot 8!}{8! + 2 \cdot 7!} = \frac{7 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7! - 3 \cdot 8 \cdot 7!}{8 \cdot 7! + 2 \cdot 7!} = \frac{8 \cdot 7! (7 \cdot 9 - 3)}{7! (8 + 2)} = \frac{8 \cdot 7! \cdot 60}{7! \cdot 10} = 48$$

ÇOK KULLANILAN BİR ÖZELLİK:

$$n! = n(n-1)!$$

Örnek :

$$(n-1)! = (n-1).n.(n-1)!$$

$$(n-1)! = (n-1)(n-2)!$$

$$1. \quad \frac{(1! + 2! + 3!)! + 8!}{7!}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 75 B) 80 C) 90 D) 105 E) 120

$$2. \quad \frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 90$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

$$3. \quad \frac{9! + 10!}{11! - 10!}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 0,2 C) 0,1 D) 0,11 E) 0,12

$$4. \quad \frac{12! + 13! + 14!}{14 \cdot 11!}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 142 B) 154 C) 168 D) 172 E) 180

$$5. \quad \frac{n! + (n-1)!}{n! - 2(n-2)!} = \frac{6}{5}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$$6. \quad \frac{(n+1)! - 2(n-1)!}{n! - (n-1)!}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{n^2 + n}{n-1}$ B) $n+2$ C) $n-1$

D) $\frac{n^2 + n - 2}{n^2 + 1}$ E) $\frac{n+1}{n}$

karekök özel

köşetaşı

3. $P(n-1, 2) = P(2n, 2) - 54$ olduğuna göre, n kaçtır?

açıklamalı çözüm

$n \geq r$ olmak üzere,

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \text{YA DA} \quad P(n, r) = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-r+1)$$

işlemi n elemanlı bir kümenin r elemanlı permütasyonlarının sayısını gösterir. Permütasyon kavramı üzerinde sonra durulup bu köşetaşında sadece işlem üzerine yoğunlaşılacaktır.

Köşetaşının çözümüne gelinirse:

$$3 \cdot P(n-1, 2) = P(2n, 2) - 54$$

$$3 \cdot \frac{(n-1)!}{(n-1-2)!} = \frac{(2n)!}{(2n-2)!} - 54$$

$$P(9, 3) = 9 \cdot 8 \cdot 7$$

$$P(9, 2) = 9 \cdot 8$$

$$P(8, 4) = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$

$$P(5, 1) = 5$$

$$3 \cdot \frac{(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = \frac{(2n)(2n-1)(2n-2)!}{(2n-2)!} - 54$$

$$3 \cdot (n-1)(n-2) = 2n(2n-1) - 54$$

$$3n^2 - 9n + 6 = 4n^2 - 2n - 54$$

$$0 = n^2 + 7n - 60$$

$$0 = (n+12)(n-5)$$

$$n = 5 \quad n = -12$$

1. $P(n, 1) + P(n, 2) = 225$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

2. $x \in \mathbb{N}$ olmak üzere,

$$P(x, 4) = 56 \cdot P(x, 2)$$

denklemini sağlayan x kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

3. $P(n, 3) = 14 \cdot P(n, 2)$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

4. $P(3n, 2) = 8n^2 + 10$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. $P(n, 2) = 30$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. $P(n, r) = 30$

olduğuna göre, n en çok kaç olabilir?

- A) 15 B) 30 C) 42 D) 48 E) 60

köşetaşı

$$\binom{n+2}{n+1} + \binom{n+2}{n} = 21$$

olduğuna göre, n kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

işlemi n elemanı olan bir kümenin r elemanlı kombinasyonlarının (alt kümelerinin) sayısını verir.

Kombinasyon kavramı üzerinde sonra durulup bu köşetaşında sadece işlem üzerine yoğunlaşılacaktır.

Köşetaşına bakılırsa;

$$\binom{n+2}{n+1} + \binom{n+2}{n} = 21 \Rightarrow \frac{(n+2)!}{(n+2-n-1)! (n+1)!} + \frac{(n+2)!}{(n+2-n)! n!} = 21$$

$$\Rightarrow \frac{(n+2)(n+1)!}{1! (n+1)!} + \frac{(n+2)(n+1)n!}{2! \cdot n!} = 21 \Rightarrow n+2 + \frac{n^2+3n+2}{2} = 21$$

$$\Rightarrow n^2 + 5n + 6 = 42 \Rightarrow n^2 + 5n - 36 = 0 \Rightarrow (n+9)(n-4) = 0$$

$$\Rightarrow n = 4 \quad \cancel{n = -9}$$

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

eşit olduğunu gösteriniz.

Örneğin: $\binom{9}{3} = \binom{9}{6}$

1. $P(n, 2) = 4 \cdot C(n, 1) + C(n, 2)$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

2. $C(n, 1) + 2 \cdot C(n, 2) = 64$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

3. $\binom{6}{0} - \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} - \binom{6}{4} - \binom{6}{5} + \binom{6}{6}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 16 B) 32 C) 48 D) 64 E) 72

(Not : n elemanlı bir kümenin tüm kombinasyonlarının toplamı 2^n dir.)

4. $6 \cdot C(9, r) = P(9, r)$

olduğuna göre, r kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $P(5, 2) - C(5, 2)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

6. $\binom{9}{x+4} = \binom{9}{2x+2}$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

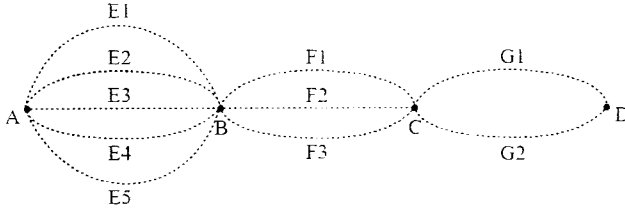
C	B	D	C	C	A

köşetaşı

A kentinden B kentine 5 farklı, B kentinden C kentine 3 farklı, C kentinden D kentine 2 farklı yoldan gidilebilmektedir.

A kentinden harekete başlayan bir araç B ve C den geçmek koşuluyla D ye kaç değişik yoldan gidebilir?

açıklamalı çözüm



$$E = \{A \text{ dan } B \text{ ye giden yollar}\} = \{E1, E2, E3, E4, E5\}$$

$$F = \{B \text{ den } C \text{ ye giden yollar}\} = \{F1, F2, F3\}$$

$$G = \{C \text{ den } D \text{ ye giden yollar}\} = \{G1, G2\}$$

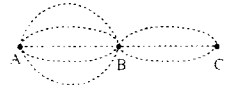
A dan (B ve C den geçmek koşuluyla) D ye gidebilmek için önce E kümesinden bir eleman, sonra F den ve sonra da G den bir eleman seçilmelidir. (E5, F2, G1) sıralı üçlüsü A dan D ye giden bir yolu göstermektedir. (E4, F1, G1), (E3, F1, G1), (E1, F1, G1) sıralı üçlüleri de farklı birer yolu göstermektedir. Burası anlaşıldıktan sonra, asıl mesele böyle kaç tane sıralı üçlü yazılabileceğidir. Bu üç kümenin eleman sayılarının çarpımı yazılabilecek sıralı üçlü sayısını verir. Bu kurala "SAYMANIN TEMEL İLKESİ" denir.

$$\text{Buna göre, yol sayısı} = s(E).s(F).s(G) = 5.3.2 = 30$$

Genellikle izlenen yöntem : sıralı üçlü yazılacağından üç kutu oluşturulur.

$$\boxed{5} \boxed{3} \boxed{2}$$

seçenek sayıları



Bir araç, A dan C ye gidiyor. Geçtiği yoldan geçmek koşuluyla A ya geri dönüyor.

Buna göre, araç kaç değişik şekilde gidip gelebilir?

$$\boxed{5} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{4} = 120$$

1. A kentinden B kentine 6 farklı, B kentinden C kentine 3 farklı yoldan gidilebilmektedir.

A dan C ye, B den geçmek koşuluyla kaç değişik biçimde gidilebilir?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 24 E) 30

2. Pencereden girip kapıdan çıkma alışkanlığı olan bir hırsız 12 penceresi 3 kapısı olan bir köşkü soymak için plan yapıyor. Hırsız kaç değişik plan yapabilir?

- A) 15 B) 18 C) 20 D) 24 E) 36

3. Bir havaalanındaki işaret memuru 7 farklı renkteki bayrakların 3 ünü bir direğe sırasıyla asarak uçaklara işaret gönderiyor.

Kaç değişik işaret gönderebilir?

- A) 144 B) 164 C) 180 D) 210 E) 240

4. 12 kız ve 8 erkekte oluşan bir kulüpte, erkeklerden bir başkan, kızlardan bir başkan yardımcısı seçilecektir.

Bu seçim kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?

- A) 72 B) 96 C) 108 D) 120 E) 144

5. Özge'nin 7 gömleği, 5 pantolonu ve 2 ayakkabısı vardır.

Özge kaç değişik şekilde giyinebilir?

- A) 70 B) 72 C) 90 D) 120 E) 150

6. Bir hastanedeki A binasında 5, B binasında 7 kapı vardır. Bir doktor A binasından çıkıp B binasına girecektir.

Bunu kaç değişik şekilde yapabilir?

- A) 12 B) 18 C) 35 D) 42 E) 45

köşetaşı

5 farklı mektup, 3 posta kutusuna kaç değişik biçimde atılabilir?

açıklamalı çözüm

Birinci mektup üç kutudan birine atılabileceğinden birinci mektubu atarken 3 seçenekle karşılaşılır. İkinci mektup için de üç seçenek vardır. ...

$$\boxed{3} \boxed{3} \boxed{3} \boxed{3} \boxed{3} = 3^5 = 243$$

4 mektup 6 posta kutusuna aynı kutuya birden çok mektup atılmaması şartıyla kaç değişik biçimde atılabilir?

$$\boxed{6} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} = 360$$

1. 6 farklı mektup, 2 posta kutusuna kaç farklı şekilde atılabilir?

A) 30 B) 45 C) 50 D) 64 E) 90

2. Bir binada kapasitesi 5 kişiden çok olan 3 asansör vardır.

5 kişi bu üç asansöre kaç değişik şekilde binebilir?

A) 243 B) 220 C) 200 D) 194 E) 186

3. 7 farklı kalem 3 kişiye dağıtılacaktır.

Bu dağıtma işlemi kaç değişik biçimde yapılabilir?

A) 3^7 B) 217 C) 7^3
D) $3! \cdot 7!$ E) $3 \cdot 7!$

4. Üç farklı kalem 6 kişiden herhangi üçüne verilecektir.

Bu kalemler kaç değişik biçimde dağıtılabilir?

A) 90 B) 120 C) 150 D) 180 E) 210

5. 7 kişinin katıldığı bir sınav sonucunda adaylar başarılı veya başarısız olacaktır.

Bu sınav kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?

A) 32 B) 56 C) 64 D) 84 E) 128

6. 5 öğrenci 2 farklı ülkeye kaç değişik şekilde gidebilir?

A) 28 B) 32 C) 36 D) 42 E) 48

kareköt özel

köşetaşı

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin elemanları kullanılarak;

- üç basamaklı kaç doğal sayı yazılabilir?
- rakamları tekrarsız üç basamaklı kaç doğal sayı yazılabilir?
- üç basamaklı kaç çift doğal sayı yazılabilir?
- üç basamaklı rakamları farklı kaç çift doğal sayı yazılabilir?

açıklamalı çözüm

(36.4) de saymanın temel ilkesi anlatıldı. Matematikçi hikâye uydurmakta zorlandığından, hemen kendine ait malzemeye yani sayılara döner. Bu soruların çözümü saymanın temel ilkesine göre yapılacaktır. Üç basamaklı sayı yazılacağından 3 tane kutu çizilir. Kutuların içine oraya gelebilecek seçenek sayısı yazılacaktır. Yandaki örnekte olduğu gibi. Örneğin

5	3	1

 kutuları sırasıyla üç basamaklı bir sayının yüzler,

onlar ve birler basamağını göstermektedir. Yüzler basamağındaki 5, yüzler basamağına yazılabilecek 5 tane rakam olduğunu gösterir. (Dikkat : Yüzler basamağında 5 rakamının olduğunu göstermez.)

- a)

5	5	5

 = 125 (kutuların içindeki sayılar çarpılır)

Yüzler basamağına A'nın 5 elemanı da yazılabilir. Onlar ve birler basamağına da bu 5 eleman yazılabilir.

- b)

5	4	3

 = 60 Yüzler basamağına yazılabilecek 5 farklı rakam var. Bu rakamlardan biri bu basamakta kullanıldığında, onlar basamağında kullanılacak rakam sayısı 4'e düşer.

- c)

5	5	2

 = 50 Birler basamağında $\{2, 4\}$ kümesinin elemanları kullanılabilir.

- d)

4	3	2

 = 24

AYŞE'NİN BAŞINA YAZILAN 3 SAYISI, BAŞINA GİYEBİLECEĞİ 3 FARKLI ŞAPKA SEÇENEĞİNİN OLDUĞUNU GÖSTERİR.

Ayşe'nin 3 şapkası, 5 gömleği, 4 eteği vardır. Ayşe kaç değişik biçimde giyinebilir?



$$3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$$

1. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı dört basamaklı kaç tek sayı yazılabilir?

A) 72 B) 68 C) 64 D) 56 E) 48

2. $\{1, 3, 5, 7, 8, 9\}$ kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı rakamları tekrarsız kaç tane çift sayı yazılabilir?

A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

3. $\{3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı rakamları tekrarsız kaç tane 400'den büyük 600'den küçük sayı yazılabilir?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

4. $\{5, 6, 7, 8\}$ kümesinin elemanları kullanılarak iki basamaklı kaç tane çift sayı yazılabilir?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

5. $A = \{M, E, T, İ, N\}$ kümesinin elemanları ile üç harfli ve son harfi sesli olan anlamlı ya da anlamsız kaç değişik kelime yazılabilir?

A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 65

6. 5 soruluk bir testte her sorunun 4 seçeneği vardır.

Ardışık soruların doğru yanıtları farklı olduğuna göre, kaç farklı cevap anahtarı hazırlanabilir?

A) 220 B) 256 C) 324 D) 342 E) 360

A D E C B C

köşetaşı

$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ kümesinin elemanları kullanılarak;

- üç basamaklı kaç doğal sayı yazılabilir?
- rakamları tekrarsız üç basamaklı kaç doğal sayı yazılabilir?
- rakamları tekrarsız üç basamaklı kaç tek doğal sayı yazılabilir?
- rakamları tekrarsız üç basamaklı kaç çift doğal sayı yazılabilir?

açıklamalı çözüm

AYNI KEFEYE KOYMAMA : 0 rakamı, kendisi gibi çift olan 2 ve 4 ile aynı kefeye konamaz. Çünkü, sıfır rakamı üç basamaklı bir sayı oluştururken yüzler basamağında yer alamaz. Aksi takdirde sayı iki basamaklı olur. Kutu yöntemi kullanılırken farklı davranış gösteren rakam ayrı tutulur ve o rakam için de ayrı kutular açılır.

- a) $\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 5 & 5 \\ \hline \end{array} = 100$ 0 rakamı yüzler basamağında yer alamaz.

Yüzler basamağındaki rakamlar $\{1, 2, 3, 4\}$.

onlar basamağındaki rakamlar $\{0, 1, 2, 3, 4\}$.

birler basamağındaki rakamlar $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ kümelerinden seçilir. Anla işte!: Kutu yöntemi denilen saymanın temel ilkesinde olduğu gibi bu kümelerin eleman sayılarının çarpımıdır.

- b) $\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 4 & 3 \\ \hline \end{array} = 48$

Kritik basamak yüzler basamağı olduğundan yüzler basamağına ait kutucuktan başlandı.

- c) $\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} = 18$ Önce birler basamağı, sonra yüzler basamağına ait kutu dolduruldu.

- d) b sorusunda bulunandan, c sorusunda bulunan çıkarılırsa: $48 - 18 = 30$ cevap bulunur. Başta yapılan açıklama dikkate alınarak, kutu yöntemi kullanılırsa;

Son rakamı sıfır olan sayılar:

Son rakamı $\{2, 4\}$ olan sayılar:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} = 12$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} = 18$$

$$\text{Cevap: } 12 + 18 = 30$$

1. $A = \{0, 3, 6, 9\}$ kümesinin elemanları ile rakamları farklı iki basamaklı kaç sayı yazılabilir?

A) 6 B) 7 C) 9 D) 12 E) 15

2. $A = \{0, 3, 6, 8, 9\}$ kümesinin elemanları ile üç basamaklı kaç tek sayı yazılabilir?

A) 36 B) 40 C) 44 D) 48 E) 56

3. $M = \{0, 1, 4, 6, 7\}$ kümesinin elemanları ile üç basamaklı rakamları tekrarsız kaç tek sayı yazılabilir?

A) 8 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

4. $N = \{0, 2, 4, 5, 7\}$ kümesinin elemanları ile üç basamaklı rakamları tekrarsız kaç çift sayı yazılabilir?

A) 8 B) 12 C) 15 D) 18 E) 30

5. $K = \{0, 4, 5, 6, 7\}$ kümesinin elemanları ile oluşturulan rakamları tekrarsız kaç tane iki veya üç basamaklı sayı vardır?

A) 18 B) 24 C) 30 D) 56 E) 64

6. $A = \{0, 1, 2, 4, 6, 7, 8\}$ kümesinin elemanları kullanılarak oluşturulan, rakamları farklı dört basamaklı kaç tane çift sayı yazılabilir?

A) 340 B) 360 C) 400 D) 520 E) 560

köşetaşı

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} kümesinin rakamları kullanılarak rakamları birbirinden farklı 5 ile tam bölünebilen 4000 den büyük kaç tane dört basamaklı sayı yazılabilir?

açıklamalı çözüm

4000 den büyük olması için binler basamağında {4, 5, 6, 7, 8} rakamları yer alabilir.

5 ile tam bölünebilmesi için birler basamağında {0, 5} rakamları yer alabilir.

0 ve 5 için iki ayrı kutu açılacaktır. Çünkü 5 hem birler, hem de binler basamağında yer alabilirken, 0 rakamı binler basamağında yer alamamaktadır. Aynı kefeye konamazlar.

Son rakamı 5 olan ve rakamları farklı dört basamaklı sayılar:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 4 & 7 & 6 & 1 \\ \hline \end{array} = 168$$

Önce birler basamağına ait kutu, sonra binler basamağına ait kutu dolduruldu.

Son rakamı 0 olan rakamları farklı dört basamaklı sayılar:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 5 & 7 & 6 & 1 \\ \hline \end{array} = 210$$

Önce birler basamağına ait kutu, sonra binler basamağındaki kutu dolduruldu.

$$168 + 210 = 378$$

KÖŞETAŞINDA RAKAMLARI FARKLI DENMESEYDİ:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 5 & 9 & 9 & 2 \\ \hline \end{array} = 810$$

$$810 - 1 = 809$$

Neden bir çıkarıldı?

Yukarıdaki 810 sayının içinde 4000 sayısı da var. 4000 den büyük sayılar istendiğinden çıkarıldı.

1. A = {2, 3, 4, 5, 6, 7} kümesinin elemanları kullanılarak 300 den büyük 500 den küçük kaç tane rakamları farklı çift sayı yazılabilir?
A) 15 B) 18 C) 20 D) 24 E) 25

2. A = {0, 1, 2, 3, 4} kümesinin elemanları ile rakamları farklı 300 den büyük kaç çift sayı yazılabilir?
A) 96 B) 105 C) 120 D) 135 E) 142

3. İki basamaklı ve rakamları farklı 40 tan büyük kaç tane doğal sayı vardır?
A) 50 B) 53 C) 56 D) 58 E) 59

4. Beşlik sayma düzeninde dört basamaklı rakamları tekrarsız kaç doğal sayı yazılabilir?
A) 72 B) 96 C) 120 D) 144 E) 169

5. A = {1, 3, 4, 5, 6} ve B = {0, 1, 2} kümeleri veriliyor. Birler ve onlar basamağı A kümesinin, yüzler basamağı B kümesinin elemanları kullanılarak oluşturulan rakamları birbirinden farklı kaç tane üç basamaklı doğal sayı vardır?
A) 18 B) 24 C) 32 D) 36 E) 42

6. A = {0, 2, 3, 5, 7, 9} kümesinin elemanlarıyla rakamları tekrarsız, 4 ün katı olan kaç tane dört basamaklı sayı yazılabilir?
A) 28 B) 32 C) 36 D) 48 E) 54

köşetaşı

{1, 2, 4, 6} kümesinin elemanları ile üç basamaklı 3 e tam bölünebilen kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

açıklamalı çözüm

Yazılacak üç basamaklı sayı 3 e tam bölündüğüne göre. rakamları toplamı 3 ün katı olmalıdır. Toplamı 3 ün katı olan rakamlar üçlü gruplara ayrılırsa: {1, 2, 6}, {2, 4, 6} kümeleri elde edilir.

{1, 2, 6} rakamları kullanılarak

3	2	1

 = 6

{2, 4, 6} rakamları kullanılarak

3	2	1

 = 6 sayı elde edilir.

Bunlara ek olarak 111, 222, 444, 666, 411, 141, 114, 441, 414, 144 sayıları da 3 e tam bölünür.

Demek ki 22 sayı yazılabilir. Burada zihin biraz zorlanmalı.

1. {4, 6, 7, 8, 9} kümesinin rakamları kullanılarak üç basamaklı 3 e tam bölünebilen kaç sayı yazılabilir?
A) 28 B) 31 C) 33 D) 35 E) 41
2. {0, 3, 6, 9} kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı 3 ile tam bölünebilen kaç sayı yazılabilir?
A) 24 B) 32 C) 36 D) 45 E) 48
3. {0, 3, 6, 9} kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı 3 ile tam bölünebilen rakamları farklı kaç sayı yazılabilir?
A) 12 B) 15 C) 18 D) 24 E) 32
4. {0, 3, 6, 9} kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı 9 ile tam bölünebilen rakamları farklı kaç sayı yazılabilir?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10
5. {1, 2, 4, 5, 7} kümesinin elemanları kullanılarak dört basamaklı 15 e tam bölünen rakamları farklı kaç sayı yazılabilir?
A) 6 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24
6. A = {0, 1, 2, 3, 5} kümesinin elemanları ile rakamları tekrarsız 4 e tam bölünen kaç tane dört basamaklı sayı yazılabilir?
A) 6 B) 8 C) 12 D) 15 E) 18

karekâk özel

köşetaşı

7 kişi yan yana sıralanmış 7 sandalyeye kaç değişik biçimde oturabilir?

(7 kişi yan yana kaç değişik biçimde sıralanabilir?)

açıklamalı çözüm

Saymanın temel ilkesine boş yere temel ilke denmemiştir. Faktöriyel, permütasyon ve kombinasyon bu ilkedir hareketle ortaya konmuş kavramlardır.

Kutu yöntemi kullanılırsa:

$$\boxed{7} \boxed{6} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 7!$$

soldaki kutudan başlandı. Bir kişi iki yere birden oturamayacağına göre, seçenek sayısı birer azalacaktır.

Artık; 5 kişi yan yana kaç değişik biçimde sıralanabilir? sorusunun cevabı gayet kolay olup $5!$ dir.

$n!$: n tane nesnenin hepsinin SİRALANMA sayısı

$$0! = 1$$

EŞİTLİĞİNİ ANLAMLANDIRABİLİR MİYİZ?

5 kişi bir fotoğraf perdesi önünde yan yana kaç değişik sıralamayla poz verebilir? $5!$

4 kişi kaç poz verebilir? $4!$

1 kişi kaç poz verebilir? $1!$

0 kişi kaç poz verebilir? $0!$

boş perdenin fotoğrafı çekilebilir.

1. 4 kişi yan yana kaç değişik biçimde sıralanabilir?

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 48 E) 120

2. 6 atın koştuğu bir yarış beraberlik olmamak koşuluyla kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?

- A) 24 B) 120 C) 240 D) 720 E) 4960

3. 20 kişi arka arkaya kaç değişik biçimde sıralanabilir?

- A) $8!$ B) $10!$ C) $2 \cdot 10!$ D) $18!$ E) $20!$

4. a, b, c, d, e, f harfleri yan yana kaç değişik biçimde dizilebilir?

- A) $3!$ B) $5!$ C) $6!$ D) 140 E) 540

5. RESİM kelimesinin harfleri kaç değişik biçimde sıralanabilir?

- A) 24 B) 48 C) 64 D) 120 E) 180

6. "HADİ GÜZELİM ŞEKER EZELİM"

dizesinde en güzel vurguyu yakalayabilmek için kelimelerin yerlerini değiştiren bir şair kaç deneme yapacaktır?

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 28 E) 32

C D E C D C

köşetaşı

4 farklı matematik, 5 farklı tarih, 7 farklı fen kitabı düz bir rafa;

- kaç değişik biçimde sıralanabilir?
- aynı türden kitaplar yan yana olmak koşuluyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?
- fen kitapları yan yana olmak koşuluyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?
- matematik kitapları sol başta ve aynı türden kitaplar bir arada olmak koşuluyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?

açıklamalı çözüm

- Toplam 16 kitap var. Herhangi bir koşul olmadığından $16!$ değişik biçimde sıralanabilir.
- Yan yana olması istenen kitapları önce birbirine yapıştıralım. Matematik, tarih ve fen olmak üzere 3 kalın kitap kendi aralarında $3!$ değişik biçimde sıralanabilir. Sonra da Matematik kitapları kendi arasında $4!$, tarih kitapları $5!$, fen kitapları $7!$ değişik biçimde sıralanabilir. Cevap $3!.4!.5!.7!$ olur.
- Fen kitapları birbirine yapıştırılmış olarak tek kitapmış gibi düşünülür. Bu durumda kitap sayısı 4 matematik, 5 tarih, 1 fen olmak üzere 10 olur. Cevap : $10!.7!$ dir.
- Aynı türden kitaplar birbirine yapıştırılmış gibi düşünülür. Matematik kitapları sol başa yerleşince fen ve tarih kitapları sağ tarafa $2!$ değişik biçimde yerleştirilebilir. Cevap : $2!.4!.5!.7!$ dir.

1. 4 farklı fizik, 3 farklı kimya kitabı düz bir rafa aynı türden kitaplar yan yana olmak koşuluyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?

A) 224 B) 240 C) 262 D) 288 E) 296

2. 4 kız, 3 erkek öğrenci yan yana kızlar bir arada olmak koşuluyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?

A) 388 B) 456 C) 576 D) 621 E) 654

3. 3 farklı mavi, 4 farklı sarı, 5 farklı siyah çanta aynı renkte olanlar bir arada olmak koşuluyla bir vitrine yan yana dizilecektir.

Siyah çantaların ortada olduğu kaç farklı sıralama yapılabilir?

A) $3! \cdot 4! \cdot 5!$ B) $3! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 3!$ C) $3! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 2!$
D) $6! \cdot 4! \cdot 5!$ E) $12!$

4. 2 kamyon, 3 otobüs, 5 otomobil kamyonlar başta ve son- da olmak üzere yan yana park ediliyor.

Diğerleri aynı türden olanlar yan yana olmak şartıyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?

A) 2880 B) 2640 C) 2540 D) 2240 E) 2160

5. 5 erkek, 2 kız öğrenciden oluşan bir grup, erkekler yan yana olmak şartıyla kaç değişik biçimde düz sıra olabilirler?

A) 182 B) 186 C) 225 D) 256 E) 720

6. 5 kız, 5 erkekten oluşan bir folklor ekibi bir kız bir erkek olacak şekilde yan yana diziliyor.

Bu diziliş kaç farklı şekilde yapılabilir?

A) $10!$ B) $5!5!$ C) $5! \cdot 6!$
D) $2.5!.5!$ E) $5!.10!$

köşetaşı

a. b. c. d. e harflerinden oluşan 5 harfli anlamlı veya anlamsız kelimeler oluşturuluyor.

Bu kelimelerden kaç tanesinde e harfi a'nın önündeki harflerden biridir?

açıklamalı çözüm

Bu konunun diğer konulardan farklı bazı özellikleri vardır: Bunlardan biri: soru hazırlamak kolay, ancak sorunun çözümünü yapmak zordur. Kısa bir zaman içinde hazırlayacağım bir soruyu kendim dahi aylar boyunca çözemeyebilirim. Bu köşetaşı, bu tip sorulara kolay bir örnektir. Bu soruda mesele abartılabilir: Harf sayısı artırılır, a'nın e'nin önünde, yok b'nin arkasında olması, olmadı mı(!) b'nin 2 arkasında olması istenebilir...

Bundan dolayı konunun özünün kavranılması (özellikle saymanın temel ilkesi) ve soruların iyi analiz edilmesi gerekir.

Köşetaşına dönlürse:

a. b. c. d. e harfleri yan yana $5! = 120$ değişik şekilde dizilebilir. 120 dizilişin yarısında e harfi a harfinin önünde, diğer yarısında da arkasındadır. Ne kadar kolay oldu! Ama bir de bu yorum yapılamazsa bak kıvranmaya!

ACABA HER ZAMAN DOĞRU MU?

$\{a_1, a_2, \dots, a_r\}$ kümesinin elemanları yan yana dizildiğinde a_p elemanı

$a_1, a_2, \dots, a_r$ gibi r tane elemanın hepsinin önünde olduğu diziliş-

lerin sayısı $\frac{n!}{r+1}$ dir.

Ne ispatladım, ne de herhangi bir yerde rastladım.

1. Haktan ile İhsan 6 kişilik bir maç kuyruğundadır.

Haktan'ın İhsan'ın önünde olduğu kaç durum olabilir?

A) 30 B) 60 C) 120 D) 240 E) 360

2. Haktan, İhsan ve Caner 6 kişilik maç kuyruğundadır.

Haktan'ın, hem İhsan'ın hem de Caner'in önünde olduğu kaç durum olabilir?

A) 30 B) 60 C) 120 D) 240 E) 360

3. Haktan, İhsan ve Caner 6 kişilik maç kuyruğundadır.

Haktan'ın İhsan ile Caner'in arasında bulunduğu kaç sıra olabilir?

A) 30 B) 60 C) 120 D) 240 E) 360

4. 5 kişiden oluşan bir orkestra sahnede yan yana diziliyor.

Gitar çalan Ömer'in davulcu ile zurnacının arasında bulunduğu kaç sıralama yapılabilir?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 45 E) 60

5. 4 farklı renkte araba yan yana park ediyor.

Kırmızı arabanın, yeşil arabanın solunda olduğu kaç sıralama yapılabilir?

A) 6 B) 12 C) 18 D) 20 E) 24

6. 12345 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek beş basamaklı sayılar yazılıyor.

5 rakamının 3'ün solunda bulunduğu kaç sayı yazılabilir?

A) 60 B) 55 C) 50 D) 45 E) 30

kareköt özel

köşetaşı

8 kişilik bir öğrenci grubunda İdil ve Nazenin'in arasında daima 2 öğrenci oturmak koşuluyla bir sıra üzerinde bu 8 öğrenci kaç değişik biçimde oturabilir?

açıklamalı çözüm

İ . . . N
 . İ . . . N . . .
 . . İ . . N . .
 . . . İ . . . N .
 İ . . . N

İdil ve Nazenin şekildeki gibi 5 farklı konumda yer alabilir.

İdil ve Nazenin kendi aralarında yer değiştirdiklerinde 5 farklı durum daha oluşur. Her iki durumda diğer 6 kişi $6!$ kadar dizilebilir.

Buna göre, cevap $10 \cdot 6!$ dir.

(36.17) den sonra bu çözüme bakınız.

İdil ve Nazenin'in arasındaki 2 kişi $P(6, 2)$ kadar seçilip sıralanabilir. İdil ve Nazenin kendi aralarında $2!$ değişik şekilde sıralanabilir. İdil, Nazenin ve aralarındaki iki kişi bir kişi gibi kabul edilip 8 kişi $5!$ değişik biçimde dizilebilir.

Cevap : $P(6, 2) \cdot 2! \cdot 5!$

$$= 6 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5! = 10 \cdot 6!$$

1. $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ kümesinin elemanları yan yana sıralanıyor.

d ile e nin arasında bir harfin bulunduğu 6 harfli kaç sıralama yapılabilir?

- A) 156 B) 164 C) 175 D) 180 E) 192

2. 7 kişilik bir maç kuyruğunda Haktan ile Hayri'nin arasında 2 kişi olması koşuluyla kaç sıralama yapılabilir?

- A) 960 B) 920 C) 880 D) 840 E) 800

3. 8 kişilik bir sınıfta; Ali ile Ayşe'nin arasında sadece Hakan'ın oturabileceği yanyana kaç diziliş vardır?

- A) 640 B) 720 C) 960 D) 1440 E) 1920

4. Haktan, İhsan ve Sanem yan yana oturacaklardır.

Sanem İhsan'ın soluna, Haktan İhsan'ın sağına oturmak şartıyla 5 kişi yan yana kaç değişik biçimde dizilebilir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

5. Ahmet, yeni aldığı ÖSS MATEMATİK 3 kitabını 1. ve 2. sinin arasına koyarak; 6 farklı kitabı düz bir rafa kaç şekilde dizebilir?

- A) 36 B) 48 C) 60 D) 72 E) 84

6. 9 kişilik bir toplulukta bir çift ve onları tanıyan Ahmet düz dizilmiş sandalyelere oturuyor.

Ahmet ile çift arasında 3 kişi olduğuna göre, bu sıralama kaç değişik biçimde yapılabilir?

- A) $8!$ B) $7!$ C) $8 \cdot 6!$ D) $16 \cdot 6!$ E) $15 \cdot 8!$

köşetaşı

Anne, baba ve 5 çocuktan oluşan 7 kişilik bir aile yuvarlak bir masaya;

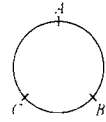
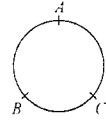
- kaç değişik biçimde sıralanabilir?
- anne ve baba yan yana olmak koşuluyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?
- anne ve baba yan yana olmamak koşuluyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?
- En küçük çocuğun anne ile babanın arasında olması şartıyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?

açıklamalı çözüm

- Yuvarlak masada sıralanmaya DÖNEL (DAİRESEL) SIRALANMA denir. Bu tür sıralamanın yapılabilmesi için bir kişinin sabitlenmesi (yer değiştirmemesi) gerekir. Bundan dolayı 7 kişilik bir aile yuvarlak masaya $6!$ değişik şekilde sıralanabilir.
- Anne ve babanın yan yana olması istendiğinden bir önceki köşetaşında kitapların yapıştırılması gibi anne ve baba bir kişiymiş gibi düşünülür. Bu durumda aile 6 kişi olur. Yuvarlak masada sıralama yapıldığından 1 kişi de sabit tutulur. Bundan dolayı cevap $5! \cdot 2!$ dir. $2!$ anne ile babanın kendi aralarında yer değiştirmesinden geliyor.
- Tüm durumlardan, anne babanın yan yana olduğu durumlar çıkarılır. $6! - 5! \cdot 2!$
- Anne, baba ve en küçük çocuk 1 kişi gibi kabul edilir. Bu durumda aile 5 kişi olur. Yuvarlak masada sıralama yapıldığından bir kişi de sabit tutulur. Cevap : $4! \cdot 2!$ dir. $2!$ anne babanın yer değiştirmesinden geliyor. küçük çocuk yer değiştirmiyor.

n anahtar bir halkaya

$\frac{(n-1)!}{2}$ değişik biçimde sıralanabilir.



Yukarıda farklı gibi görünen iki sıralanış aynıdır. Anahtarların yerini değiştirmeden halka ters çevrilirse diğeri elde edilir.

- 5 kişilik bir aile anne ile baba yan yana olmak koşuluyla yuvarlak bir masa etrafında kaç değişik biçimde sıralanabilir?
A) 12 B) 18 C) 24 D) 32 E) 48
- 3 kız 4 erkek öğrenci yuvarlak bir masada toplantı yapıyor.
Kızlar bir arada olmak koşuluyla kaç değişik sıralama oluşturulabilir?
A) 120 B) 144 C) 240 D) 256 E) 280
- 5 kişilik bir aile yuvarlak bir masada anne ile baba yan yana olmamak şartıyla kaç değişik biçimde sıralanabilir?
A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 24
- 8 kişiden 3 ü bir arada bulunmak koşuluyla yuvarlak masa etrafında kaç değişik biçimde sıralanabilir?
A) $3! \cdot 6!$ B) $7! \cdot 2!$ C) $3! \cdot 5!$ D) $7!$ E) $8! \cdot 3!$
- Dargın iki kişi yan yana gelmemek koşuluyla 6 kişi yuvarlak bir masaya kaç değişik biçimde sıralanabilir?
A) 36 B) 45 C) 56 D) 64 E) 72
- 4 kız, 4 erkekten oluşan bir folklor ekibi iki erkeğin arasında bir kız olacak şekilde halka oluşturuyor.
Bu halka kaç değişik biçimde oluşturulabilir?
A) $4! \cdot 4!$ B) $3! \cdot 4!$ C) $2 \cdot 3! \cdot 4!$ D) $3! \cdot 5!$ E) $2! \cdot 4! \cdot 4!$

karekök özel

köşetaşı

KAREKÖKÖZEL kelimesinin harfleri yer değiştirilerek anlamlı ya da anlamsız 11 harfli kaç farklı kelime türetilebilir?

açıklamalı çözüm

Eğer harflerin hepsi birbirinden farklı olsaydı cevap $11!$ olacaktı. Ancak bu kelime 3 tane K, 2 tane E, 2 tane Ö vardır.

Bundan dolayı cevap $\frac{11!}{3! \cdot 2! \cdot 2!}$ dir.

n tane harfin n_1 ve n_2 tanesi aynı ise, $\frac{n!}{n_1! \cdot n_2!}$ değişik şekilde sıralama yapılabilir.

Buna TEKRARLI PERMÜTASYON denir.

BAŞARI kelimesinde A iki tane vardır. Bunlardan birine A_1 diğerine A_2 densin.

$\text{ŞA}_1\text{BA}_2\text{RI}$

$\text{ŞA}_2\text{BA}_1\text{RI}$

A_1 ve A_2 farklı kabul edilirse bu iki farklı kelime demektir.

A_1 ve A_2 aynı kabul edilirse, bu iki kelime aynı demektir.

$A_1 = A_2$ olduğu P farklı durum varsa, $A_1 \neq A_2$ olduğu $P \cdot 2!$ farklı durum vardır.

$$P \cdot 2! = 6!$$

$$P = \frac{6!}{2!}$$

- AKRABA kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek anlamlı veya anlamsız altı harfli kaç kelime yazılabilir?
A) 90 B) 120 C) 125 D) 144 E) 162
- BERBER kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek anlamlı veya anlamsız altı harfli kaç kelime yazılabilir?
A) 90 B) 120 C) 125 D) 144 E) 162
- MARMARA kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek anlamlı veya anlamsız yedi harfli kaç kelime yazılabilir?
A) 120 B) 150 C) 160 D) 180 E) 210
- Birbiriyle eş olan 4 sarı, 5 siyah çanta yan yana bir vitrine kaç değişik biçimde dizilebilir?
A) 90 B) 108 C) 120 D) 126 E) 132
- Özdeş 3 sarı, 5 mor boncuk bir ipe kaç farklı şekilde dizilebilir?
A) 42 B) 48 C) 56 D) 60 E) 64
- TTTTYYY harfleri yer değiştirilerek 7 harfli kaç farklı kelime yazılabilir?
A) 24 B) 30 C) 35 D) 42 E) 60
(T : tura, Y : yazı olsa bu harfler ne ifade edebilir?)

karekök özel

köşetaşı

Dokuz basamaklı 888003333 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek;

- a) kaç tane dokuz basamaklı sayı yazılabilir?
- b) kaç tane dokuz basamaklı tek sayı yazılabilir?
- c) 3 ile başlayan 8 ile biten kaç tane dokuz basamaklı sayı yazılabilir?
- d) 38 ile başlayıp 83 ile biten kaç tane dokuz basamaklı sayı yazılabilir?

açıklamalı çözüm

- a) 0 rakamı başta bulunamaz.

Baş 8 yerleştirilirse: $\frac{8!}{2!2!4!}$ geri kalanlar bir önceki köşetaşındaki gibi sıralandı.

Baş 3 yerleştirilirse: $\frac{8!}{3!2!3!}$. Buna göre, cevap $\frac{8!}{2!2!4!} + \frac{8!}{3!2!3!}$ dir.

YA DA $\frac{9!}{3!2!4!} - \frac{8!}{3!4!}$ tüm durumlardan sıfırın başta olduğu durumlar çıkarılır.

- b) Tek sayı olması için son basamağa 3 yerleştirilir.

Geriye kalan rakamlar $\frac{8!}{3!2!3!} - \frac{7!}{3!3!}$ değişik biçimde sıralanabilir.

- c) Baş 3, sona 8 yerleştirilir. geriye kalan rakamlar $\frac{7!}{2!2!3!}$ değişik şekilde sıralanabilir.

3	8	8	0	0	3	3	3	8

- d)

3	8	8	0	0	3	3	8	3

 $\frac{5!}{2!2!}$

1. 440001 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek kaç tane 6 basamaklı sayı yazılabilir?

A) 20 B) 30 C) 32 D) 40 E) 45

2. 550004444 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek dokuz basamaklı kaç çift sayı yazılabilir?

A) 560 B) 665 C) 725 D) 755 E) 815

3. NEŞET kelimesinin harfleri yer değiştirilerek beş harfli kelimeler üretiliyor. Bu kelimelerin kaç tanesi T ile başlamaz?

A) 32 B) 36 C) 42 D) 45 E) 48

4. 777550 sayısının rakamları yer değiştirilerek altı basamaklı kaç farklı tek sayı yazılabilir?

A) 32 B) 36 C) 40 D) 44 E) 48

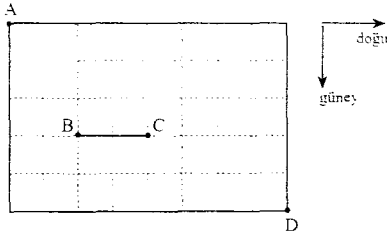
5. MEMLEKET kelimesindeki harflerin yerleri değiştirilerek elde edilen anlamlı veya anlamsız sekiz harfli kelimelerin kaç tanesi M ile başlayıp M ile biter?

A) 50 B) 65 C) 70 D) 110 E) 120

6. 4433305 sayısındaki rakamların yerleri değiştirilerek 5 e tam bölünebilen yedi basamaklı kaç sayı yazılabilir?

A) 50 B) 65 C) 70 D) 110 E) 120

köşetaşı

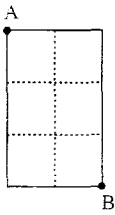


Yanda bir şehrin planı verilmiştir. A dan harekete başlayan bir hareketli [BC] bulvarından geçerek D ye gidecektir.

Bu araç sadece doğu ve güney yönünde hareket ederek A dan D ye kaç değişik biçimde gidebilir?

açıklamalı çözüm

(36.1) deki sorunun benzeridir. Bu sorunun zorluğu A dan B ye (sadece doğu ve güney yönünde hareket etmek şartıyla) kaç yol olduğunu tespit etmedir. Şehrin A ve B noktalarını içeren kısmını ele alalım:



A dan B ye varmak için 2 Doğru, 3 Güney yönünde hareket etmek gerekir.

Örneğin: DDGGG, DGDGG, GGDDG komutları bizi A dan B ye ulaştırır. Yani DDGGG kelimesinin harflerinin yer değiştirmesi ile elde edilen her yeni kelime A dan B ye giden bir yola karşılık gelir. Tekrarlı permütasyon (bkz. 36.14) ile DDGGG kelimesinden

$$\frac{5!}{3!2!} = 10 \text{ kelime üretilir.}$$

Demek ki A dan B ye 10 yol vardır. B den C ye 1 yol var. C den D ye $\frac{6!}{4!2!} = 15$ yol var. A dan D ye ise, $10.1.15 = 150$ yol vardır.

Bazıları yandaki şekilde A dan B ye $\binom{5}{2}$ tane yol vardır derler. neden?

OLASILIK HESABINA YATIRIM

7 kez atılan bir madeni para 3 kez tura, 4 kez yazı gelmiştir.

Bu atışlar kaç değişik sıralama ile gerçekleşmiştir? TTTYYYY

$$\frac{7!}{3!4!}$$

1. Yandaki şekilde A noktasından B noktasına sağ ve aşağı gitmek şartıyla kaç değişik yoldan gidilebilir?

A) 150 B) 165 C) 170 D) 180 E) 195

2. Yandaki şekilde aşağı ve sağa hareket etmek koşuluyla A dan C ye, B den geçerek kaç değişik şekilde gidilebilir?

A) 30 B) 42 C) 45 D) 50 E) 60

3. Yandaki şekilde aşağı ve sağa hareket edilebilmektedir. Bir hareketli A dan D ye B ve C den geçmek koşuluyla kaç değişik şekilde gidebilir?

A) 18 B) 21 C) 27 D) 36 E) 45

4. Yandaki şekilde aşağı ve sağa hareket edilebilmektedir. Bir hareketli A dan D ye [BC] üzerinden geçmek şartıyla kaç farklı yoldan gidebilir?

A) 18 B) 21 C) 27 D) 30 E) 45

5. Yandaki şekilde aşağı ve sağa hareket edilebilmektedir. Bir hareketli A dan E ye, [BC] ve D den geçmek koşuluyla kaç değişik yoldan gidebilir?

A) 20 B) 24 C) 36 D) 42 E) 48

6. Yandaki şekilde aşağı ve sağa hareket edilebilmektedir. Bir hareketli A dan B ye kaç değişik yoldan gidebilir?

A) 225 B) 240 C) 270 D) 280 E) 300

B A C D C E

köşetaşı

Rakamları toplamı 9 olan kaç tane üç basamaklı sayı vardır?

açıklamalı çözüm

Rakamların toplamının 9 olması istendiğinden 9 tane 1 rakamı ve 2 tane 0 rakamıyla şöyle bir şifreleme yapılacaktır.

$$11101101111 = 324$$

$$11111101011 = 612$$

$$10011111111 = 108$$

$$01110111111 = 036$$

$$11111111100 = 900$$

$$11111011011 = 522$$

Sıfır rakamının basamaklar arasını belirlemek için kullanıldığına dikkat edilmelidir. Dört basamaklı bir sayı yazılması istenseydi üç adet sıfır kullanılacaktı.

Dokuz adet 1 ve iki adet 0 ın tekrarlı permütasyonlarının sayısı $\frac{11!}{9! \cdot 2!} = 55$ tir. Ancak başta sıfır

rakamı varsa sayı üç basamaklı olamayacağından (36.16) da anlatıldığı gibi $\frac{10!}{9! \cdot 1!} = 10$ sayısı 55 ten çıkarılır. Buna göre, cevap $55 - 10 = 45$ tir.

İnsanoğlunun aklından korkulur! Kimi sudan enerji. kimi sudan bahane üretir. Ama vay bee! dedirtiyor işte. Problem nasıl ele alınmış değil mi?

Rakamları toplamı 13 olan kaç tane üç basamaklı sayı vardır? :))

Bir yöntem geliştirebilir misiniz?

1. Rakamları toplamı 7 olan kaç tane üç basamaklı doğal sayı vardır?

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

4. Rakamları toplamı 9 olan kaç tane dört basamaklı doğal sayı vardır?

- A) 145 B) 150 C) 155 D) 160 E) 165

2. Rakamları toplamı 7 olan kaç tane iki basamaklı doğal sayı vardır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

5. Rakamları toplamı 5 olan 500 den küçük kaç tane doğal sayı vardır?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 48 E) 52

3. 1000 den küçük olan doğal sayılardan kaç tanesinin rakamları toplamı 8 dir?

- A) 36 B) 39 C) 42 D) 45 E) 48

6. Rakamları toplamı 6 olan kaç tane iki basamaklı doğal sayı vardır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

köşetaşı

$A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin

- a) üçlü permütasyonlarını
b) üçlü kombinasyonlarını yazınız.

açıklamalı çözüm

A kümesinin üçlü permütasyonları: (a. b. c), (a. c. b), (b. a. c), (b. c. a), (c. a. b), (c. b. a),
(a. b. d), (a. d. b), (b. a. d), (b. d. a), (d. a. b), (d. b. a),
(a. b. e), (a. e. b), (b. a. e), (b. e. a), (e. a. b), (e. b. a),
(a. c. d), (a. d. c), (c. a. d), (c. d. a), (d. a. c), (d. c. a),
(a. c. e), (a. e. c), (c. a. e), (c. e. a), (e. a. c), (e. c. a),
(a. d. e), (a. e. d), (d. a. e), (d. e. a), (e. a. d), (e. d. a),
(b. c. d), (b. d. c), (c. b. d), (c. d. b), (d. b. c), (d. c. b),
(b. c. e), (b. e. c), (c. b. e), (c. e. b), (e. b. c), (e. c. b),
(b. d. e), (b. e. d), (d. b. e), (d. e. b), (e. b. d), (e. d. b),
(c. d. e), (c. e. d), (d. c. e), (d. e. c), (e. c. d), (e. d. c)

$$P(5, 3) = \frac{5!}{2!} = 60$$

A kümesinin üçlü kombinasyonları : $\{a, b, c\}$, $\{a, b, d\}$, $\{a, b, e\}$, $\{a, c, d\}$, $\{a, c, e\}$,
(alt kümeleri) $\{a, d, e\}$, $\{b, c, d\}$, $\{b, c, e\}$, $\{b, d, e\}$, $\{c, d, e\}$

$$C(5, 3) = \frac{5!}{3! 2!} = 10$$

1. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinin ikili permütasyonlarını yazınız.	4. $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin birli kombinasyonlarını yazınız.
2. $A = \{a, b, c, d\}$ kümesinin üçlü kombinasyonlarını yazınız.	5. $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin içinde a nın bulunduğu üçlü kombinasyonlarını yazınız.
3. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin birli permütasyonlarını yazınız.	6. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinin içinde 3 ün bulunduğu üçlü permütasyonlarını yazınız.

köşetaşı

7 kişinin katıldığı bir yarışta birinci, ikinci ve üçüncü tespit edilecektir. Bu yarış kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?

(7 kişiden 3 ü yan yana kaç değişik biçimde sıralanabilir?)

açıklamalı çözüm

n kişiden r kişinin önce seçilip sonra sıralanması $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ değişik şekilde yapılabilir. Buna n nin r li permütasyonlarının sayısı denir.

$$\text{Buna göre, } P(n, r) = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!} = 210 \text{ dur.}$$

DURUP DURURKEN NEREDEN ÇIKTI BU FORMÜL?

Bu köşetaşı saymanın temel ilkesine göre $\boxed{7} \boxed{6} \boxed{5} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ şeklinde kolayca çözülebilir.

$$7 \cdot 6 \cdot 5 \text{ işlemiyle biraz uğraşırsa: } 7 \cdot 6 \cdot 5 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{7!}{4!} = \frac{7!}{(7-3)!} = P(7, 3)$$

KISACA; bilinen şeyler daha kolay akılda kalsın diye formülleştiriliyor. Şöyle ki:

8 kişiden 3 ü $P(8, 3)$ değişik şekilde

11 kişiden 4 ü $P(11, 4)$ değişik şekilde

12 farklı nesneden 5 i $P(12, 5)$ değişik şekilde sıralanabilir.

1. 8 kişinin katıldığı bir yarışta birinci, ikinci ve üçüncü seçilecektir.

Bu yarış kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?

A) 292 B) 300 C) 312 D) 324 E) 336

2. $\{1, 3, 5, 8, 9\}$ kümesinin rakamları kullanılarak üç basamaklı rakamları tekrarsız kaç doğal sayı yazılabilir?

A) $P(5, 1)$ B) $P(5, 2)$ C) $P(5, 3)$
D) $P(6, 6)$ E) 150

3. 10 kişinin bulunduğu bir kurulda bir başkan, bir başkan yardımcısı ve bir sekreter kaç değişik biçimde seçilebilir?

A) 560 B) 640 C) 720 D) 780 E) 960

4. 8 farklı kitaptan 3 ü düz bir rafa kaç değişik şekilde dizilebilir?

A) 314 B) 336 C) 360 D) 382 E) 394

5. 6 yolcu bir durakta beklemektedir. İlk gelen dolmuşta üç kişilik boş yer bulunmaktadır.

Yolculardan üçü boş yerlere kaç farklı şekilde oturabilir?

A) 60 B) 75 C) 90 D) 100 E) 120

6. 10 kişinin katıldığı bir yarışmada önce 1., 2. ve 3. seçiliyor. Diğerleri arasında ikinci bir turnuva yapılarak 4. ve 5. seçiliyor

Bu yarışma kaç değişik şekilde sonuçlanabilir?

A) $P(5, 3)$ B) $P(10, 5)$ C) $P(10, 2)$
D) $P(10, 3) \cdot P(10, 2)$ E) $P(10, 5) \cdot P(5, 2)$

karekök özel

köşetaşı

9 erkek, 7 kızın bulunduğu bir sınıfta 3 erkek, 2 kızdan oluşan bir ekip kaç değişik şekilde kurulabilir?

açıklamalı çözüm

n kişinin bulunduğu bir toplulukta r kişiden oluşan bir grup $C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)! r!}$ değişik

biçimde kurulabilir. n nin r li kombinasyonlarının sayısı genellikle $\binom{n}{r}$ ile gösterilir.

Buna göre: 9 erkekten 3 erkek $\binom{9}{3}$ değişik şekilde, 7 kızdan 2 kız $\binom{7}{2}$ değişik şekilde seçilebilir. 3 erkek, 2 kızdan oluşan grup sayısı saymanın temel ilkesinden dolayı $\binom{9}{3} \cdot \binom{7}{2}$ çarpımıdır.

$$\binom{9}{3} \cdot \binom{7}{2} = \frac{9!}{6! 3!} \cdot \frac{7!}{5! 2!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 3 \cdot 2} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 2} = 84 \cdot 21 = 1764$$

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! r!} \text{ formülü nereden geliyor?}$$

r kişinin r! değişik şekilde sıralanabileceği (36.9) da anlatıldı. n kişiden seçilen r kişinin $P(n, r)$ değişik biçimde sıralanacağı da (13.17) de anlatıldı. Bu durumda $C(n, r) = \frac{P(n, r)}{r!} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$ dir. r eleman sıralamasız $C(n, r)$ değişik biçimde seçilebilir.

1. 5 voleybolcu, 6 basketbolcu, 7 dağcının bulunduğu bir spor kafilesinde 1 voleybolcu, 2 basketbolcu, 3 dağcıdan oluşan bir kurul kaç değişik biçimde kurulabilir?

A) 1375 B) 2420 C) 2500 D) 2575 E) 2625

2. 5 doktor, 4 hemşirenin bulunduğu bir hastanede 1 doktor, 2 hemşireden oluşan bir ilk yardım ekibi kaç değişik şekilde oluşturulabilir?

A) 30 B) 32 C) 36 D) 42 E) 45

3. 6 kişilik bir gruptan biri 2, diğeri 4 kişilik iki ekip kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

A) 12 B) 14 C) 15 D) 18 E) 21

(İpucu : Ekiplerden biri kurulunca, diğeri de kurulmuş olur.)

4. A kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin sayısı 35 ise, s(A) kaçtır?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

5. 9 kişilik bir sınıfta bir başkan, bir yardımcı ve bir nöbetçi kaç şekilde seçilebilir?

A) 256 B) 386 C) 402 D) 484 E) 504

6. Seden, 6 çift eldiveninden birbirinin eşi olmayan kaç değişik şekilde bir sağ, bir sol eldiven seçebilir?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 30

karekötük özel

E A C D E E

köşetaşı

$A = \{a, b, c, d, 1, 2, 3\}$ kümesinin dörtlü kombinasyonlarının (4 elemanlı alt kümelerinin) kaç tanesinde a bulunup, c bulunmaz?

açıklamalı çözüm

7 elemanlı olan A kümesinden 4 eleman seçilecektir. Seçilecek bu elemanlardan birinin a elemanı olduğu bellidir. c elemanı da bulunmayacaktır. Bize düşen nedir? Bize düşen; a ve c nin dışındaki $\{b, d, 1, 2, 3\}$ elemanlarından 3 tanesini seçmektir.

Bu da $\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!2!} = 10$ değişik biçimde yapılabilir.

HİKAYELEŞTİRELİM:

7 kişinin bulunduğu bir toplulukta 4 kişilik bir ekip kuruluyor. Ekibin başkanı Metin olup Burcu'yu ekipte istememektedir. Bu ekip kaç değişik biçimde kuru labilir?

Yanda anlatıldığı gibi, bize düşen Metin ve Burcu'nun dışında kalan 5 kişiden 3 kişi seçmektir.

$$\binom{5}{3} = 10$$

1. $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ kümesinin üçlü kombinasyonlarının kaç tanesinde a bulunup, b ve c bulunmaz?

A) 3 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

2. İçlerinde Ali ile Veli'nin de bulunduğu 9 kişiden 4 kişilik bir ekip kurulacaktır.

Ali'nin bulunup Veli'nin bulunmayacağı bu ekip kaç değişik biçimde kurulabilir?

A) 24 B) 30 C) 32 D) 35 E) 42

3. 10 kişiden 5 kişilik bir ekip kurulacak ve bu ekibe de bir başkan seçilecektir.

Bu ekip kaç değişik biçimde kurulabilir?

A) 960 B) 984 C) 992 D) 1008 E) 1260

4. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesinin iki elemanlı kombinasyonlarının kaç tanesinde çift rakam yoktur?

A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5. 8 kişiden 5 kişilik bir takım kurulacaktır.

Takıma girecek 2 kişi belli olduğuna göre, kaç farklı takım oluşturulabilir?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 32

6. 8 kişilik bir grup 3 ve 5 kişilik iki komisyona ayrılacaktır.

Ebru ile Zeynep'in aynı komisyonda olması koşuluyla kaç farklı komisyon oluşturulabilir?

A) 26 B) 28 C) 30 D) 32 E) 34

A	D	E	B	C	A

köşetaşı

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6} kümesi veriliyor.

A kümesinin üçlü permütasyonlarının kaç tanesinde 5 bulunur, 4 bulunmaz?

açıklamalı çözüm

KOMBİNASYON : SEÇMEK

FAKTÖRİYEL : SIRALAMAK

PERMÜTASYON : SEÇMEK + SIRALAMAK

7 elemanlı olan A kümesinin 5 in bulunduğu, 4 ün bulunmadığı üçlü permütasyonlarını oluşturmak için bize düşen: 5 in yanına {0, 1, 2, 3, 6} elemanlarından 2 tanesini seçmek ve oluşan 3 elemanı sıralamaktır.

$$\binom{5}{2} \cdot 3! = \frac{5!}{3! 2!} \cdot 3! = 60$$

HIKAYELEŞTİRELİM:

9 boksörün katıldığı bir turnuva-da ilk üç belirlenecektir. Bu boksörlerden biri olan dünya şampiyonu Tyson'ın ilk üçte olacağı kesindir.

Birinci, ikinci ve üçüncünün seçileceği bu turnuva kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?

$$\binom{8}{2} \cdot 3!$$

YA DA 4 ün bulunmadığı üçlü permütasyonların sayısı = $P(6, 3)$

4 ve 5 in bulunmadığı üçlü permütasyonların sayısı = $P(5, 3)$

5 in bulunup 4 ün bulunmadığı üçlü permütasyonlarının sayısı = $P(6, 3) - P(5, 3)$

1. A = {1, 2, 3, a, b, c} kümesinin üçlü permütasyonlarının kaç tanesinde a bulunup, c bulunmaz?

A) 24 B) 32 C) 36 D) 42 E) 48

4. {a, b, c, d, e} kümesinin dörtlü permütasyonlarının kaç tanesinde d bulunur?

A) 54 B) 68 C) 72 D) 80 E) 96

2. 10 kişinin katıldığı bir sınav sonucunda 1.. 2.. 3. ve 4. seçilecektir.

Egemen'in ilk dörtte yer alacağı kesin olduğuna göre, bu sınav kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?

A) 1984 B) 1992 C) 2002 D) 2012 E) 2016

5. M = {a, i, o, u} ve N = {m, n, p, r, t} kümeleri veriliyor.

M den 2 harf, N den 3 harf alınarak 5 harfli anlamlı ya da anlamsız kaç kelime yazılabilir?

A) $\binom{4}{2} \binom{5}{3}$ B) $\binom{4}{2} \binom{5}{3} 5!$ C) $\binom{9}{5}$

D) $P(4, 2) \cdot P(5, 3)$ E) $P(9, 5)$

3. Yedilik sayma sisteminde 0 ve 1 in olmadığı 2 nin bulunduğu rakamları birbirinden farklı kaç tane üç basamaklı sayı vardır?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 36

6. A = {0, 1, 2, 3, 4, 5} kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı üç basamaklı sayılar yazılıyor.

Bunların kaç tanesinde 0 bulunur?

A) 40 B) 42 C) 45 D) 48 E) 56

C E E E B A

köşetaşı

9 kız, 6 erkekten oluşan bir toplulukta 3 kız 2 erkekten oluşan bir ekip kurulacaktır.

Mert ile Ceyla beraber bulunmak istediklerine göre, ekip kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

açıklamalı çözüm

İki genel durum var. Mert ve Ceyla beraberce ekipte bulunacaklar ya da bulunmayacaklar.

Mert ile Ceyla ekipte bulunduklarında. ekip $\binom{5}{1} \cdot \binom{8}{2} = 140$ değişik biçimde kurulabilir.

Mert ile Ceyla ekipte bulunmadıklarında. ekip $\binom{5}{2} \cdot \binom{8}{3} = 560$ değişik biçimde kurulabilir.

Demek ki kurulabilecek $140 + 560 = 700$ ekipte Mert ile Ceyla'nın beraberliği bozulmamış olur.

1. 6 kız, 4 erkekten oluşan bir toplulukta 3 kız, 2 erkekten oluşan bir ekip kurulacaktır.

Ayşe ile Murat aynı ekipte bulunmak istemediklerine göre, bu ekip kaç değişik şekilde kurulabilir?

A) 48 B) 56 C) 60 D) 64 E) 90

(Ekipte ikisi de bulunmayabilir.)

2. 5 kız, 3 erkekten oluşan bir toplulukta 2 kız, 1 erkekten oluşan bir ekip kurulacaktır.

Mehmet ile Nebiye beraber bulunmak istediklerine göre, bu ekip kaç değişik şekilde kurulabilir?

A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 27

3. 6 kız, 5 erkek öğrenciden 2 kız, 2 erkek yurtdışına gönderilecektir. Ali yurt dışına giderse Gülrü gitmeyecektir.

Bu seçim kaç değişik biçimde yapılabilir?

A) 100 B) 110 C) 120 D) 130 E) 150

4. 5 kız, 3 erkek arasından 3 kişilik bir ekip kurulacaktır.

Ali ile Veli bir arada bulunmak istediklerine göre, bu ekip kaç değişik şekilde kurulabilir?

A) 18 B) 20 C) 25 D) 26 E) 30

5. 4 kız, 5 erkeğin olduğu bir grupta, Ali ile Ayşe beraber dans etmek üzere kaç farklı 3 eşli dans grubu oluşturulur?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 22

6. 4 kız, 6 erkeğin olduğu bir sınıfta, kızlar kendi aralarında erkekler kendi aralarında iki samimi arkadaş Metin ile Tekin beraber oturmak şartıyla kaç farklı 2 kişilik sıra arkadaşı grubu oluştururlar?

A) 4 B) 9 C) 16 D) 25 E) 36

köşetaşı

6 erkek, 4 kadın arasından en az birinin erkek olduğu 4 kişilik komisyon kaç değişik biçimde kurulabilir?

açıklamalı çözüm

Komisyonu oluşturan üyeler	Oluşabilecek komisyon sayısı
1 erkek, 3 kadın	$\binom{6}{1} \binom{4}{3} = 24$
2 erkek, 2 kadın	$\binom{6}{2} \binom{4}{2} = 90$
3 erkek, 1 kadın	$\binom{6}{3} \binom{4}{1} = 80$
4 erkek	$\binom{6}{4} = 15$

24 + 90 + 80 + 15 = 209 değişik komisyon kurulabilir.

2. YOL:

$$[\text{tüm durumlar}] - [\text{istenilmeyen durumlar}]$$

$$\binom{10}{4} - \binom{4}{4} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} - 1 = 209$$

1. İçinde 3 farklı sarı kalem, 8 tane de farklı beyaz kalem bulunan bir kutudan 3 kalem rastgele alınacaktır. Buna göre, kaç değişik durumda en az bir sarı kalem bulunur?
- A) 102 B) 109 C) 117 D) 121 E) 128

2. 8 öğrenci, 6 öğretim görevlisinin bulunduğu üniversite meclisinde en az ikisinin öğretim görevlisi olduğu 5 kişilik yönetim kurulu kaç değişik biçimde oluşturulabilir?
- A) 1526 B) 1512 C) 1492 D) 1484 E) 1472

3. 3 Türk, 3 İngiliz, 3 Fransız arasından 4 kişilik bir komisyon kurulacaktır. Her ulustan en az bir kişi komisyonda yer alacağına göre, bu komisyon kaç değişik biçimde kurulabilir?
- A) 18 B) 24 C) 27 D) 54 E) 81

4. 5 erkek, 3 kadın arasından en az birinin kadın olduğu 4 kişilik bir komisyon kaç değişik biçimde kurulabilir?
- A) 45 B) 50 C) 54 D) 65 E) 75

5. 10 soruluk bir sınavda bir öğrencinin 6 soru yanıtlaması isteniyor. Bu öğrenci ilk dört sorudan en çok üçünü yanıtlaması koşuluyla 6 soruyu kaç değişik biçimde yanıtlayabilir?
- A) 195 B) 175 C) 155 D) 105 E) 95

6. Bir mağazanın A reyonuna 3 kadın işçi, B reyonuna 4 işçi alınacaktır. 5 kadın, 5 erkek aday arasından kaç farklı seçim yapılabilir?
- A) 240 B) 270 C) 300 D) 320 E) 350

karekök özel

köşetaşı

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{6, 7, 8\}$ kümelerinden alınan farklı üç rakamla yazılan üç basamaklı sayıların kaç tanesinde A kümesinin en az bir elemanı bulunur?

açıklamalı çözüm

Üç basamaklı sayıyı oluşturan rakamlar	Oluşabilecek üç basamaklı sayıların sayısı
1 A'dan, 2 B'den	$\binom{5}{1} \binom{3}{2} \cdot 3! = 90$
2 A'dan, 1 B'den	$\binom{5}{2} \binom{3}{1} \cdot 3! = 180$
3 A'dan	$\binom{5}{3} \cdot 3! = 60$

$90 + 180 + 60 = 330$ farklı üç basamaklı sayı yazılabilir.

2. YOL:

$$[\text{tüm durumlar}] - [\text{istenilmeyen durumlar}]$$

$$\binom{8}{3} \cdot 3! - \binom{3}{3} \cdot 3! = 330$$

1. $A = \{2, 4, 6, 8\}$ ve $B = \{1, 3, 5\}$ kümelerinden alınan farklı üç rakamla yazılan üç basamaklı sayıların kaç tanesinde A kümesinden en çok 2 eleman bulunur?

A) 123 B) 128 C) 186 D) 237 E) 242

4. 4 kız, 3 erkeğin katıldığı bilgi yarışmasında birinci, ikinci ve üçüncü seçilecektir.

En az 1 kızın bulunduğu ilk üç kaç farklı şekilde oluşur?

A) 164 B) 180 C) 204 D) 212 E) 226

2. $A = \{1, 3, 5\}$ ve $B = \{X, Y, Z\}$ kümelerinden alınan elemanlarla en az 2 rakamdan oluşan 4 haneli ürün kodları oluşturulacaktır.

En fazla kaç ürün kodu oluşturulabilir?

A) 216 B) 225 C) 232 D) 254 E) 288

5. $M = \{1, 2, 3\}$ ve $N = \{a, b, c, d\}$ kümelerinden alınan elemanlarla 4 basamaklı şifreler oluşturulacaktır.

Bu şifrelerde en az 2 harf olacağına göre, kaç tane farklı şifre oluşturulabilir?

A) 720 B) 744 C) 860 D) 942 E) 984

3. $A = \{2, 4, 6\}$ ve $B = \{L, V, N, T\}$ kümelerinden alınan elemanlarla en az 3, en fazla 4 haneli ve en az 1 rakam barındıran kaç şifre oluşturulabilir?

A) 808 B) 864 C) 920 D) 996 E) 1002

6. 3 erkek, 4 kadın arasından başkan, başkan yardımcısı, sekreter ve muhasebeciden oluşan dört kişilik bir ekip kuruluyor.

En az üç kadının bulunacağı bu ekip kaç değişik şekilde kurulabilir?

A) 286 B) 292 C) 304 D) 312 E) 340

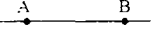
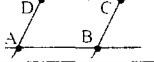
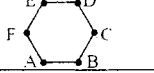
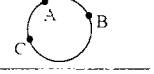
C E E C B D

köşetaşı

Herhangi üçü doğrusal olmayan 9 nokta;

- kaç doğru oluşturur?
- kaç üçgen oluşturur? (köşeleri bu noktalar olan)
- bu noktalar çember üzerinde ise kaç konveks dörtgen oluşturur?
- bu noktalar çember üzerinde ise kaç konveks altıgen oluşturur?
- en çok kaç çember oluşturur?

açıklamalı çözüm

Soru	Oluşturulan şekil	Kaç nokta bu şekli belirtir?	Oluşturulabilecek şekil sayısı
a	doğru	2 	$\binom{9}{2}$
b	üçgen	3 	$\binom{9}{3}$
c	dörtgen	4 	$\binom{9}{4}$
d	altıgen	6 	$\binom{9}{6}$
e	çember	3 	$\binom{9}{3}$

1. Bir çember üzerindeki 8 farklı nokta kaç doğru belirtir?

A) 24 B) 28 C) 36 D) 42 E) 45

2. 6 farklı nokta kaç çember oluşturur?

A) 8 B) 12 C) 15 D) 16 E) 20

3. Herhangi üçü doğrusal olmayan 7 farklı noktanın oluşturduğu üçgenlerin sayısı, dörtgenlerin sayısından kaç fazladır?

A) 0 B) 2 C) 5 D) 6 E) 9

4. Bir düzlemdeki 8 noktadan sadece 5 tanesi doğrusaldır.

Buna göre, köşeleri bu noktalar olan kaç farklı üçgen çizilebilir?

A) 42 B) 44 C) 46 D) 48 E) 52

;) bulabilecek misiniz? sonraki köşetaşında anlatılıyor.

5. 4 ü doğrusal olan 7 farklı nokta kaç doğru oluşturur?

A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 16

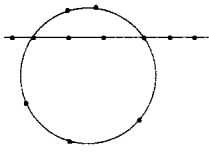
6. Bir çember üzerindeki 10 noktadan ikisi A ve B dir.

[AB] yi kenar kabul eden köşeleri bu noktalar olan en çok kaç altıgen çizilebilir?

A) 70 B) 72 C) 75 D) 80 E) 85

karekük özel

köşetaşı



Şekilde 7 si çember, 7 si de doğrunun üzerinde toplam 12 nokta vardır.

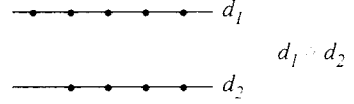
Köşeleri bu noktalar olan en çok kaç üçgen çizilebilir?

açıklamalı çözüm

12 noktanın herhangi üçü doğrusal olmasaydı çizilebilecek üçgen sayısı $\binom{12}{3}$ olurdu. Ancak doğrunun üzerinde bulunan 7 nokta üçgen belirtmez.

Bundan dolayı $\binom{7}{3}$ kadar üçgen eksik olacaktır.

Cevap $\binom{12}{3} - \binom{7}{3} = 220 - 35 = 185$ tir.

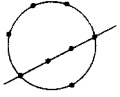


Köşeleri yukarıdaki noktalardan 3 ü olan üçgenlerin kaçının tabanı d_2 doğrusu üzerindedir?

Tabanın d_2 üzerinde olması için iki köşenin noktaları d_2 den seçilmeli, bir köşenin noktası d_1 den seçilmelidir.

$$\binom{4}{2} \binom{5}{1} = 30$$

1.



Şekilde 8 nokta vardır.

Köşeleri bu noktalar olan kaç üçgen çizilebilir?

- A) 46 B) 48 C) 50 D) 52 E) 54

2.

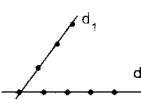


Şekilde 10 nokta vardır.

Köşeleri bu noktalardan 3 ü olan kaç üçgen çizilebilir?

- A) 75 B) 80 C) 85 D) 90 E) 95

3.



d_1 ve d_2 doğruları üzerinde toplam 8 nokta vardır.

Köşeleri bu noktalardan üçü olan kaç tane üçgen çizilebilir?

- A) 42 B) 45 C) 48 D) 54 E) 60

4.

Herhangi üçü doğrusal olmayan 10 noktadan biri A noktasıdır.

Köşeleri bu noktalar olan dörtgenlerin kaç tanesinin bir köşesi A dır?

- A) 72 B) 80 C) 84 D) 92 E) 96

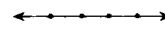
5.

Herhangi üçü doğrusal olmayan 9 noktadan ikisi A ve B dir.

Köşeleri bu 9 noktadan herhangi üçü olan üçgenlerden kaç tanesinin köşesi A veya B dir?

- A) 42 B) 49 C) 52 D) 54 E) 56

6.



Şekildeki paralel iki doğru üzerinde toplam 7 nokta vardır.



Köşeleri bu noktalardan üçü olan kaç üçgen çizilebilir?

- A) 20 B) 25 C) 27 D) 28 E) 30

köşetaşı

4 ü birbirine paralel, 5 i A noktasından geçen 12 doğrunun kaç kesişim noktası vardır?

açıklamalı çözüm

Bir kesişim noktasının oluşması için 2 doğru seçilmelidir. Buna göre cevap $\binom{12}{2}$ dir. Ancak, doğrulardan 4 ü birbirine paralel olduğundan bunlar kendi aralarında kesişmeyecekler $\binom{4}{2}$ kadar kesişim noktası sayısı azalacaktır. Aynı zamanda 5 i A noktasından geçtiği için bunlar da kendi aralarında kesişmeyeceklerdir. Sadece A da kesiştiklerinden kesişim noktası sayısı $\binom{5}{2} - 1$ kadar azalacaktır.

$$\begin{aligned} \text{Kesişim noktası sayısı} &= \binom{12}{2} - \binom{4}{2} - \binom{5}{2} + 1 \\ &= 66 - 6 - 10 + 1 \\ &= 51 \end{aligned}$$

1. 7 farklı doğrunun en çok kaç kesişim noktası vardır?

- A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

2. Paralel 5 doğru ile bunları kesen 3 doğrunun en çok kaç kesişim noktası vardır?

- A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

3. 5 i A noktasından geçen toplam 9 doğrunun en çok kaç kesişim noktası vardır?

- A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

4. 4 ü birbirine paralel, 3 ü A noktasından geçen 10 doğrunun en çok kaç kesişim noktası vardır?

- A) 37 B) 39 C) 41 D) 43 E) 45

5. Herhangi iki kenarın çakışmadığı 4 eşkenar üçgenin en çok kaç kesişim noktası olur?

- A) 24 B) 30 C) 36 D) 42 E) 48

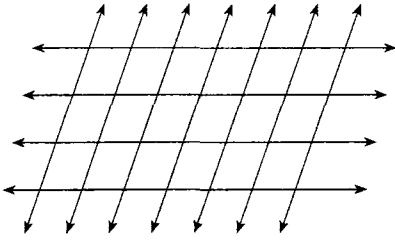
6. 7 farklı çemberin en çok kaç kesişim noktası vardır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 42

(En az kaç kesişim noktası vardır?)

karokök özel

köşetaşı

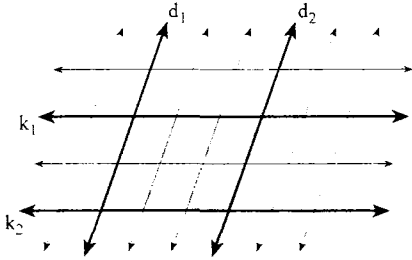


Şekildeki paralel 7 doğru ile paralel 4 doğru kaç paralelkenar oluşturur?

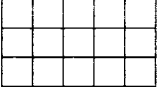
açıklamalı çözüm

Bu tür sorularda: “verilenlerden paralelkenar oluşturmak için bize düşen nedir?” i tespit etmek önemlidir.

Bize düşen; dikey olan paralel doğrulardan rastgele 2. yatay olanlardan da rastgele 2 tanesini seçmektir.



$$\text{Oluşan paralelkenar sayısı} = \binom{7}{2} \binom{4}{2} = 21 \cdot 6 = 126$$

1.  Yandaki şekilde kaç dikdörtgen vardır?
- A) 64 B) 75 C) 80 D) 90 E) 105

2.  Birbirine paralel 6 doğru ile yine birbirine paralel 3 doğru yandaki şekilde verilmiştir. Şekilde kaç paralelkenar vardır?
- A) 30 B) 36 C) 45 D) 60 E) 75

3. Birbirine paralel farklı 5 doğru ile birbirine paralel farklı 4 doğru yardımıyla kaç tane paralelkenar oluşturulabilir?
- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

4. 7 paralel yatay doğru ile 4 paralel düşey doğru kaç dikdörtgen oluşturur?
- A) 94 B) 120 C) 126 D) 130 E) 144

5. Paralel 3 doğru, paralel 8 doğru ile kesişirse kaç paralelkenar oluşur?
- A) 84 B) 72 C) 64 D) 56 E) 48

6. Birbirine paralel farklı 3 doğru, birbirine paralel farklı 4 doğru, birbirine paralel farklı 2 doğru yardımıyla en çok kaç paralelkenar çizilebilir?
- A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 30

köşetaşı

$1 < a < b < c < 9$ olmak üzere,

abc şeklinde kaç tane üç basamaklı doğal sayı yazılabilir?

açıklamalı çözüm

Bu sorunun çözümünü çok hoş bir mantıkla yapacağız. Sistemli düşünen biri $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ gibi bir kümenin üç elemanlı alt kümelerini yazarken $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 2, 5\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{1, 3, 5\}$, $\{1, 4, 5\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{2, 3, 5\}$, $\{2, 4, 5\}$, $\{3, 4, 5\}$ şeklinde yazar. Yukarıda yazılan alt kümelere dikkatle bakıldığında kümenin elemanları küçükten büyüğe dizilmiştir. Yani $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek $a < b < c$ koşulunu gerçekleyen abc şeklindeki sayıların sayısı A'nın üç elemanlı alt kümelerinin sayısı kadardır.

Köşetaşına dönülürse;

$1 < a < b < c < 9$ olduğuna göre, abc sayısının rakamları $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ kümesinden seçilecektir. Bu kümenin eleman sayısı 7 olduğundan cevap $\binom{7}{3} = 35$ tir.

1. $a > b > c$ koşulunu gerçekleyen kaç tane abc şeklinde üç basamaklı sayı yazılabilir?

A) 100 B) 120 C) 140 D) 160 E) 180

2. $a > b > c > d$ koşulunu gerçekleyen kaç tane abcd şeklinde dört basamaklı sayı yazılabilir?

A) 150 B) 180 C) 210 D) 240 E) 270

3. $2 < a < b < 9$ koşulunu gerçekleyen kaç tane ab biçiminde iki basamaklı doğal sayı yazılabilir?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

4. $1 < a < b < c < 9$ koşulunu gerçekleyen rakamları çift olan kaç tane abc üç basamaklı sayısı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $0 < a < b < c < d < 10$ koşulunu gerçekleyen rakamları tek olan kaç tane abcd biçiminde dört basamaklı sayı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $0 < a < b < c < 10$ koşulunu gerçekleyen rakamları tek olan kaç tane abcd biçiminde dört basamaklı sayı vardır?

A) 32 B) 36 C) 45 D) 50 E) 54

karekök özel

köşetaşı

Birbirinin eşi olan 3 tane oyuncak istenen sayıda verilmek suretiyle 5 çocuğa kaç değişik şekilde dağıtılabilir?

açıklamalı çözüm

n tane elemanın r li kombinasyonlarında bir eleman ancak bir kere yazılır. Eğer r li grup içinde aynı eleman tekrar edilmiş ise bu kombinasyona tekrarlı kombinasyon denir.

Örneğin $\{a, b, c, d\}$ kümesinin

Üçlü kombinasyonları	Üçlü tekrarlı kombinasyonları
$\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}$ $\{b, c, d\}$	aaa, aab, aac, aad bbb, bba, bbc, bbd ccc, cca, ccb, ccd ddd, dda, ddb, ddc abc, abd, acd, bcd

Üç elemanın dörtlü kombinasyonları olamazken dörtlü tekrarlı kombinasyonları olabilir.

n elemanın r li tekrarlı kombinasyonlarının sayısı $\frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$ dir. YA DA $\binom{n+r-1}{r}$ denebilir.

Köşetaşına dönülürse: 5 elemanın 3 lü tekrarlı kombinasyonları isteniyor. Oyuncakların üçünün üzerine A yazılırsa, üçünü de A nın aldığı kabul edilsin. AAB ise ikisini A nın birini B nin aldığını

göstermektedir. Bundan dolayı cevap $\frac{(5+3-1)!}{3!(5-1)!} = 35$ tir.

1. Birbiriyle eş olan üç adet 100 liralık istenen sayıda atılmak suretiyle 4 farklı kumbaraya kaç değişik şekilde atılabilir?

A) 18 B) 20 C) 24 D) 25 E) 28

2. Birbiriyle eş olan 2 kalem istenen sayıda verilmek suretiyle 4 çocuğa kaç değişik şekilde dağıtılabilir?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

3. Birbirinin aynısı olan 4 broşür istenen sayıda atılmak suretiyle 5 farklı posta kutusuna kaç değişik şekilde atılabilir?

A) 48 B) 56 C) 60 D) 70 E) 81

4. Birbiriyle eş olan 3 defter istenen sayıda verilmek suretiyle 2 öğrenciye kaç değişik şekilde dağıtılabilir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

5. Birbiriyle eş olan 3 kitap istenen sayıda verilmek suretiyle 6 çocuğa kaç değişik şekilde dağıtılabilir?

A) 45 B) 48 C) 54 D) 56 E) 63

6. Birbiriyle eş olan 3 araç bir şirkete istenen sayıda aracın sigorta yaptırılabilmesi suretiyle 5 farklı sigorta acentasına kaç değişik şekilde sigorta yaptırılabilir?

A) 28 B) 32 C) 35 D) 42 E) 45

1. $\frac{(2n+2)!}{2n \cdot (2n-1)!} = 90$
denklemini sağlayan n değeri kaçtır?
A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

2. $P(n, 2) + P(2n+1, 1) = 31$
olduğuna göre, n kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. $P(x, 3) = C(x, x-4)$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) 24 B) 27 C) 30 D) 33 E) 36

4. Bir lokantada 3 çeşit çorba, 4 çeşit sıcak yemek, 2 çeşit salata ve 5 çeşit tatlı vardır.
Her çeşitten birer tabak yiyecek alan bir müşteri kaç farklı seçim yapabilir?
A) 81 B) 96 C) 110 D) 120 E) 132

5. 8 mektup 4 farklı posta kutusuna kaç değişik biçimde atılabilir?
A) 2^{10} B) 2^{12} C) 2^{14} D) 2^{16} E) 2^{20}

6. $\{3, 4, 5, 6, 7\}$
kümesinin elemanları kullanılarak rakamları birbirinden farklı dört basamaklı kaç çift doğal sayı yazılabilir?
A) 32 B) 36 C) 48 D) 56 E) 60

7. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
kümesinin elemanları kullanılarak rakamları tekrar-sız üç basamaklı kaç çift sayı yazılabilir?
A) 40 B) 44 C) 48 D) 52 E) 56

8. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
kümesinin elemanları kullanılarak rakamları birbirinden farklı 340 dan büyük kaç tane 5 ile tam bölünebilen üç basamaklı sayı yazılabilir?
A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

9. $\{2, 4, 7, 9\}$ kümesinin elemanları ile üç basamaklı 3 e tam bölünebilen kaç farklı doğal sayı yazılabilir?
A) 6 B) 12 C) 15 D) 18 E) 22

10. DO, RE, MI, FA, SOL
notalarının herbirini sadece bir kere kullanarak yerlerini değiştiren besteci en iyi besteyi aramaktadır.
Deneyeceği beste sayısı kaçtır?
A) 60 B) 80 C) 100 D) 120 E) 164

11. 3 farklı fizik, 5 farklı tarih, 6 farklı matematik kitabı düz bir rafa yan yana matematik kitapları bir arada olmak koşuluyla kaç değişik şekilde sıralanabilir?

A) $14!$ B) $3! 5! 6!$ C) $3! 5! 6! 3!$
D) $9! 6!$ E) $9! 6! 3!$

12. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı beş basamaklı sayılar yazılıyor.

Yazılabilecek tüm sayıların kaç tanesinde 5 rakamı, 1 rakamının önündedir?

A) 15 B) 20 C) 30 D) 60 E) 75

13. 9 kişilik bir maç kuyruğunda Kerim ile Mert'in arasında 4 kişi vardır.

Bu maç kuyruğu kaç değişik şekilde oluşabilir?

A) $7.8!$ B) $8!$ C) $9!$
D) $10.7!$ E) $10!$

14. Anne, baba ve 4 çocuktan oluşan bir aile yuvarlak bir masaya; anne ile baba yan yana olmamak koşuluyla kaç değişik şekilde sıralanabilir?

A) 45 B) 48 C) 56 D) 68 E) 72

15. MEMLEKET

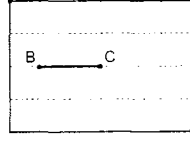
kelimesinin harfleri yer değiştirilerek anlamlı ya da anlamsız 8 harfli kaç farklı kelime türetilir?

A) 2720 B) 2840 C) 3000
D) 3200 E) 3360

16. Altı basamaklı 553330 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek altı basamaklı kaç tek sayı yazılabilir?

A) 40 B) 45 C) 50 D) 72 E) 80

17. A



Yanda bir şehrin planı verilmiştir. A dan harekete başlayan bir hareketli [BC] bulvarından geçerek en kısa yoldan D ye gidecektir.

Kaç değişik yoldan gidebilir?

A) 24 B) 30 C) 36 D) 48 E) 54

18. Rakamları toplamı 8 olan kaç tane üç basamaklı doğal sayı vardır?

A) 24 B) 32 C) 36 D) 42 E) 45

19. $A = \{a, b, c, d\}$

kümesinin ikili permütasyonlarını yazınız?

20. 6 kişinin katıldığı bir yarış sonucunda birinci ve ikinci seçilecektir.

Bu yarış kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?

A) 24 B) 30 C) 36 D) 48 E) 54

21. 7 kız, 4 erkeğin bulunduğu bir sınıfta 2 kız, 1 erkekten oluşan bir ekip kaç değişik şekilde kurulabilir?

A) 72 B) 76 C) 80 D) 84 E) 88

22. $A = \{a, b, c, d, e, f\}$
kümesinin üçlü kombinasyonlarının kaç tanesinde b bulunup d bulunmaz?
- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

23. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesi veriliyor.
A kümesinin dörtlü permütasyonlarının kaç tanesinde 2 bulunur?
- A) 180 B) 200 C) 240 D) 280 E) 360

24. 7 kız, 5 erkekte oluşan bir toplulukta 2 kız, 3 erkekte oluşan bir ekip kurulacaktır.
İşıl ve Hakan beraber bulunmak istediklerine göre, ekip kaç farklı şekilde oluşturulabilir?
- A) 75 B) 96 C) 225 D) 250 E) 275

25. 3 erkek, 5 kadın arasından en az birinin kadın olduğu 3 kişilik ekip kaç değişik biçimde kurulabilir?
- A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 55

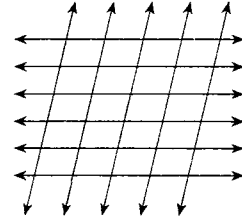
26. $A = \{1, 3, 5, 7\}$ ve $B = \{2, 4, 6\}$
kümelerinden alınan farklı üç rakamla yazılan üç basamaklı sayıların kaç tanesinde A kümesinin en az bir elemanı bulunur?
- A) 34 B) 180 C) 184 D) 204 E) 214

27. Herhangi üçü doğrusal olmayan 7 nokta kaç üçgen oluşturur? (Köşeleri bu noktalar olan)
- A) 35 B) 42 C) 50 D) 56 E) 70

28. Şekilde 6 sı çember, 5 i doğrunun üzerinde toplam 9 nokta vardır.
Köşeleri bu noktalar olan kaç üçgen çizilebilir?
- A) 74 B) 122 C) 165 D) 180 E) 185

29. 3 ü birbirine paralel, 6 sı A noktasından geçen 15 doğrunun kaç kesişim noktası vardır?
- A) 105 B) 90 C) 88 D) 85 E) 80

30.



- Şekildeki 5 paralel doğru ile 6 paralel doğru kaç paralelkenar oluşturur?
- A) 50 B) 75 C) 100 D) 150 E) 200

31. $2 < a < b < c < 9$ olmak üzere, abc şeklinde kaç tane üç basamaklı doğal sayı yazılabilir?
- A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 27

32. Birbirinin eşi olan 4 tane kalem istenen sayıda vermek suretiyle 6 çocuğa kaç değişik şekilde dağıtılabilir?
- A) 98 B) 105 C) 120 D) 126 E) 132

1. 12 sporcudan 7 kişilik bir takım oluşturulacaktır.
Bu 12 sporcudan takıma girecek üç kişi belli olduğuna göre, takım kaç değişik biçimde kurulabilir?

A) 144 B) 136 C) 126 D) 115 E) 96

2. 5 kişinin katıldığı bir sınavda öğrenciler başarılı ya da başarısız diye değerlendirilecektir.

Bu sınav kaç farklı biçimde sonuçlanabilir?

A) 15 B) 16 C) 25 D) 32 E) 36

3. 15 kişilik bir sınıfta erkek öğrencilerden oluşturulabilecek ikişerli grupların sayısı bu sınıftaki kız öğrencilerin sayısına eşittir.

Buna göre, sınıfta kaç kız öğrenci vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 10

4. 10 değişik dersten üçü aynı saatte verilmektedir.

Bu 10 dersten beşini seçmek isteyen bir öğrencinin kaç seçeneği vardır?

A) 97 B) 110 C) 126 D) 140 E) 131

5. Çeşitkenar bir sekizgenin köşegenleri birbiriyle en çok kaç noktada kesişir?

A) 120 B) 142 C) 150 D) 180 E) 190

6. 9 kişilik bir kafileden 3 kişi Kastamonu'ya, 6 kişi Çemiş-kezek'e gidecektir.

Bu iki grup kaç değişik biçimde kurulabilir?

A) 84 B) 88 C) 92 D) 96 E) 100

7. $C(5, 5) + C(6, 3) = C(x, x - 2)$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

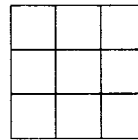
8. 7 kişilik bir gruptan 4 kişilik takım kaç değişik biçimde kurulabilir?

A) 21 B) 24 C) 27 D) 30 E) 35

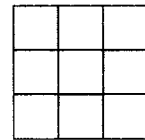
9. 3, 4, 5, 6, 7 rakamlarını kullanarak rakamları birbirinden farklı olan, üç basamaklı ve 560 tan küçük kaç farklı sayı yazılabilir?

A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

- 10.



I. Şekil

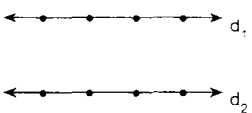


II. Şekil

9 küçük kareden oluşan I. şeklin her satır ve her sütununda bir ve yalnız bir küçük kare karalanarak II. şekildeki gibi desenler elde edilmektedir.

Bu kurala göre, en çok kaç farklı desen elde edilebilir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

11.  Birbirine paralel d_1 ve d_2 doğruları üzerinde dörder nokta vardır.

Köşeleri 8 noktadan üçü olan kaç üçgen oluşturulabilir?

- A) 36 B) 40 C) 44 D) 48 E) 52

12. Ürün satışı için A ve B kentlerine gönderilmek üzere 6 pazarlamacı seçilmiştir.

Her iki kente en az ikişer pazarlamacı gönderileceğine göre, bu 6 pazarlamacı kaç farklı grupta ile gönderilebilir?

- A) 45 B) 50 C) 60 D) 75 E) 90

13. 3, 4, 6, 9 rakamları kullanılarak yazılabilen, rakamları tekrarsız tüm iki basamaklı sayıların toplamı kaçtır?

- A) 726 B) 986 C) 1264
D) 1382 E) 1452

14. 2 farklı mektup, 5 posta kutusuna kaç değişik şekilde atılabilir?

- A) 12 B) 16 C) 25 D) 32 E) 36

15. Bir torbada 4 farklı kırmızı, 6 farklı siyah top vardır.

İkisi kırmızı, biri siyah olmak üzere 3 top kaç farklı şekilde alınabilir?

- A) 24 B) 36 C) 40 D) 44 E) 48

16. 3 kız, 7 erkek arasından 2 kız, 3 erkekten oluşan bir ekip kurulacaktır.

Kızlardan A, erkeklerden B nin daima bulunacağı kaç farklı ekip kurulabilir?

- A) 15 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

17. 5 kız, 3 erkek arasından üç kişilik bir grup kurulacaktır.

En az bir kız olmak üzere kaç farklı grup kurulabilir?

- A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 65

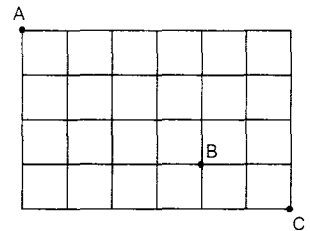
18. 8 elemanlı bir kümenin 5 elemanlı alt kümelerinin sayısı 2 elemanlı alt kümelerinin sayısından kaç fazladır?

- A) 12 B) 14 C) 22 D) 28 E) 32

19. $\{a, b, c, d, e\}$ kümesinin içinde a nın bulunduğu üçlü permütasyonlarının sayısı kaçtır?

- A) 36 B) 35 C) 32 D) 30 E) 27

- 20.



Şekildeki çizgiler bir kentin sokaklarını temsil etmektedir.

A dan C ye, B den geçmek koşuluyla en kısa olan kaç farklı yoldan gidilebilir?

- A) 90 B) 105 C) 120 D) 135 E) 150

1.
$$\frac{(n+2)! - (n+1)!}{(n+1)! - (n-1)! \cdot n!} = \frac{8}{9}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesinin elemanlarıyla rakamları tekrarsız yedi basamaklı ve 65 ile başlayan kaç çift sayı yazılabilir?

- A) 48 B) 54 C) 60 D) 66 E) 72

3. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 rakamları kullanılarak 300 ile 600 arasında ve rakamları birbirinden farklı kaç doğal sayı yazılabilir?

- A) 90 B) 108 C) 146 D) 156 E) 180

4. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin dörtlü permütasyonlarının kaç tanesinde 2 veya 3 rakamlarından sadece biri bulunur?

- A) 6 B) 8 C) 114 D) 144 E) 192

5. 5 erkek, 3 kız arkadaş düz bir sıra üzerinde erkekler yan yana, kızlar yan yana olmak üzere kaç farklı biçimde oturabilirler?

- A) 1360 B) 1380 C) 1400
D) 1440 E) 1520

6. 9 kişilik öğrenci grubunda Anıl ile Hakan bulunmaktadır.

Anıl ile Hakan arasında daima üç öğrenci olması koşuluyla düz bir sıraya kaç değişik şekilde oturabilirler?

- A) 10.7! B) 9.7! C) 5.7! D) 7.9! E) 210

7. 7 kişi bir çember üzerinde sıralanacaktır.

Bu sıralama Kerim ile Buğra yan yana olmamak koşuluyla kaç değişik biçimde yapılabilir?

- A) 360 B) 400 C) 440 D) 480 E) 520

8. 5 kişi 3 arabaya bineceklerdir.

Arabalardan her biri en çok 5 kişi alabildiğine göre, arabalara kaç değişik şekilde binilebilir?

- A) 25 B) 81 C) 125 D) 243 E) 289

9. Bir çember üzerinde A, B, C, D, E, F, G noktaları işaretlenmek isteniyor.

A, B, C noktalarının yan yana işaretlenmesi koşuluyla kaç farklı işaretleme yapılabilir?

- A) 60 B) 84 C) 96 D) 102 E) 144

10. 4 farklı anahtar halka biçimindeki bir anahtarlığa kaç farklı şekilde sıralanabilir?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 8 E) 12

11. 550002 sayılarının rakamlarının yerleri değiştirilerek altı basamaklı kaç çift sayı yazılabilir?

A) 22 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

12. Birbiriyle eş olan 4 siyah çanta ile yine birbiriyle eş olan 3 lacivert çanta yan yana aynı renk çantalar bir arada olmak koşuluyla kaç değişik şekilde dizilebilir?

A) 2 B) 7 C) 21 D) 35 E) 54

13. Birbirinden farklı olan 4 siyah çanta ile yine birbirinden farklı 3 lacivert çanta yan yana aynı renk çantalar bir arada olmak koşuluyla kaç değişik şekilde dizilebilir?

A) 2 B) 7 C) 56 D) 288 E) 312

14. 8 kişinin bulunduğu bir grupta 5 kişilik bir komisyon kurulacak ve içlerinden biri de başkan olacaktır.

Bu komisyon kaç değişik şekilde kurulabilir?

A) 180 B) 210 C) 224 D) 240 E) 280

15. 10 farklı kalem 4 öğrenciye 4, 4, 1, 1 adet olmak üzere dağıtılacaktır.

Bu dağıtım kaç değişik şekilde yapılabilir?

A) $\binom{10}{4} \binom{6}{4} \binom{2}{1}$ B) $\binom{10}{4} \binom{6}{4} \binom{2}{1} \frac{4!}{2!2!}$ C) $\binom{10}{4} 4!$

D) $4 \cdot \binom{10}{4} \binom{6}{4}$ E) $4! \cdot \binom{10}{4} \binom{6}{4} \binom{2}{1}$

16. 8 atın koştuğu bir yarışta birinci, ikinci ve üçüncü seçilecektir.

Şike yapıldığından dolayı, Koptagel isimli atın birinci olacağı belli olduğuna göre, yarış kaç farklı biçimde sonuçlanabilir?

A) 30 B) 36 C) 42 D) 48 E) 54

17. 7 erkek, 4 kız öğrenci arasından 3 kız ve 3 erkek öğrenci seçiliyor.

Seçilen bu altı kişi yuvarlak bir masada erkekler yan yana olmak şartıyla kaç değişik şekilde sıralanabilirler?

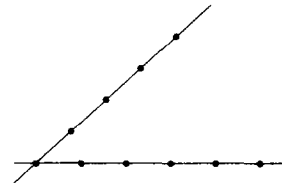
A) 4540 B) 4680 C) 4720
D) 4800 E) 5040

18. 10 kişilik öğrenci grubu beşer kişilik iki gruba ayrılacaktır.

Öğrenci grubu içindeki A ve B isimli öğrencilerin bir arada, C isimli öğrencinin ise, diğer grupta olması şartıyla kaç farklı gruplama yapılabilir?

A) 18 B) 24 C) 32 D) 35 E) 42

- 19.



Köşeleri şekildeki 10 noktadan üçü olan kaç tane üçgen çizilebilir?

A) 96 B) 90 C) 84 D) 78 E) 72

20. 5 i A noktasından, 3 ü B noktasından geçen 4 ü birbirine paralel 13 doğrunun en çok kaç kesişim noktası vardır?

A) 61 B) 64 C) 65 D) 66 E) 67

1. Kesişen doğrulardan oluşan bir şekilde belirleyici üç özellik aşağıda verilmiştir:

- I. Şekil dört doğrudan oluşmaktadır.
- II. Her doğru diğer üçünü kesmektedir.
- III. Her kesim noktasından iki doğru geçmektedir.

Buna göre, şekilde kaç kesim noktası vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

(ÖSS 1981)

2. M, N, P, Q, R gibi beş değişik seçmeli dersten M ve N dersleri aynı saatte verilmektedir.

Bu beş dersten ikisini seçmek isteyen bir öğrencinin bu durumda kaç seçeneği vardır?

- A) 4 B) 6 C) 9 D) 10 E) 12

(ÖYS 1982)

3. 10 kişilik bir sınıfta kız öğrencilerden oluşturulabilecek ikişerli grupların sayısı, bu sınıftaki erkek öğrencilerin sayısına eşittir.

Sınıfta kaç kız öğrenci vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(ÖYS 1983)

4. 6 kişinin katıldığı bir sınav başarı yönünden kaç farklı biçimde sonuçlanabilir?

- A) 31 B) 32 C) 60 D) 64 E) 128

(ÖYS 1984)

5. 10 sporcudan beş kişilik bir takım oluşturulacaktır.

Bu 10 sporcudan takıma girecek iki kişi belli olduğuna göre, takım kaç değişik biçimde kurulabilir?

- A) 336 B) 112 C) 56 D) 48 E) 36

(ÖYS 1985)

6. 10 öğrenci arasından 4 kişilik bir ekip, bu ekip içinden de bir başkan seçilecektir.

Bir başkan ve üç üyeden oluşan bu ekip kaç değişik biçimde oluşturulabilir?

- A) 5040 B) 1200 C) 840 D) 504 E) 210

(ÖYS 1986)

7. 11 kişilik bir kafilden 5 kişi İzmir'e, 6 kişi Ankara'ya gidecektir.

Bu iki grup kaç değişik biçimde oluşturulabilir?

- A) 490 B) 484 C) 480 D) 462 E) 458

(ÖYS 1988)

8. n elemanlı bir kümenin r -li bütün kombinasyonlarının (kombinezonlarının) sayısı $C(n, r)$ ile gösterildiğine göre,

$$C(0, 0) + C(6, 3) = 3C(m, m-1)$$

eşitliğinde m kaç olmalıdır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

(ÖYS 1989)

9. n elemanlı bir kümenin r -li bütün kombinasyonlarının (kombinezonlarının) sayısı $C(n, r)$ ile gösterildiğine göre,

$$C(n, 2) + C(n, 3) = 4C(n, 1)$$

eşitliğinde n kaç olmalıdır?

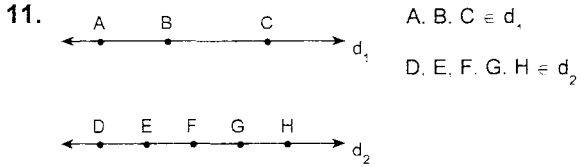
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

(ÖYS 1991)

10. 8 kişilik bir gruptan 5 kişilik kaç değişik takım kurulabilir?

- A) 336 B) 224 C) 168 D) 112 E) 56

(ÖYS 1995)



A, B, C $\in d_1$
D, E, F, G, H $\in d_2$

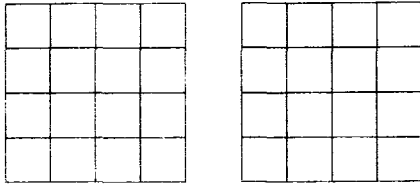
Yukarıdaki şekilde $d_1 \parallel d_2$ olduğuna göre, köşeleri bu 8 noktadan (A, B, C, D, E, F, G, H) her hangi üçü olan en fazla kaç üçgen çizilebilir?

- A) 45 B) 48 C) 52 D) 56 E) 72
(ÖYS 1996)

12. 5, 6, 7, 8, 9 rakamlarını kullanarak rakamları birbirinden farklı olan, üç basamaklı ve 780 den küçük kaç değişik sayı yazılabilir?

- A) 46 B) 42 C) 36 D) 30 E) 24
(ÖSS 1999)

13.



I. Şekil

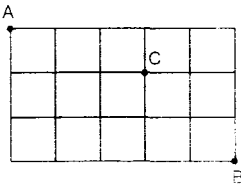
II. Şekil

16 küçük kareden oluşan I. şeklin her satır ve her sütununda bir ve yalnız bir küçük kare karalanarak II. şekil-deki gibi desenler elde edilmektedir.

Bu kurala göre, en çok kaç farklı desen elde edilebilir?

- A) 16 B) 20 C) 24 D) 32 E) 36
(ÖSS 2000)

14.



Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir.

A dan hareket edip C ye uğrayarak B noktasına en kısa yoldan gidecek olan bir kimse kaç değişik yol izleyebilir?

- A) 24 B) 18 C) 16 D) 12 E) 9
(ÖSS 2001)

15. 1, 2, 3, 4 ve 5 rakamları kullanılarak yazılabilen, rakamları tekrarlı veya tekrarsız tüm iki basamaklı tek sayıların toplamı kaçtır?

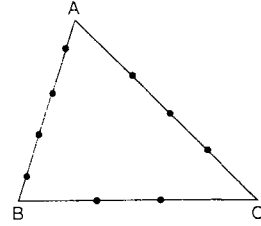
- A) 495 B) 497 C) 503 D) 515 E) 523
(ÖSS 2003)

16. Yükseköğretim için A ve B ülkelerine gönderilmek üzere 5 öğrenci seçilmiştir.

Her iki ülkeye en az birer öğrenci gideceğine göre, bu 5 öğrenci kaç farklı grupta ile gönderilebilir?

- A) 10 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40
(ÖSS 2003)

17.



Yukarıdaki ABC üçgeninin kenarları üzerinde 9 nokta verilmiştir.

Köşeleri bu 9 noktadan üçü olan kaç üçgen oluşturulabilir?

- A) 64 B) 69 C) 74 D) 79 E) 84
(ÖSS 2004)

18. U kümesi. 1, 2, 3, 4 rakamları kullanılarak oluşturulan ve rakamları birbirinden farklı olan dört basamaklı bütün doğal sayıların kümesidir. U nun elemanlarından 4 rakamı 1 rakamının solunda olanlar A kümesini, 4 rakamı 2 rakamının sağında olanlar B kümesini oluşturuyor.

Buna göre, $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24
(ÖSS 2004)

19. A, B, C birer rakam olmak üzere,

$$C < B < A$$

koşulunu sağlayan kaç tane üç basamaklı ABC sayısı vardır?

- A) 72 B) 81 C) 90 D) 108 E) 120
(ÖSS 2005)

20. 3 tane madeni 1 YTL, kumbaralara istenen sayıda atılmak suretiyle değişik bankalardan alınmış 5 farklı kumbaraya kaç değişik şekilde atılabilir?

- A) 10 B) 21 C) 24 D) 35 E) 45
(ÖSS 2005)

BÖLÜM 37

Olasılık

KÖŞETAŞI AMAÇLAR

1. Bir deneyin örnek uzayını tanımlama ve eleman sayısını bulma
2. Bir deneyin örnek uzayının alt kümesi olan olayı tanımlama ve eleman sayısını bulma
3. Olayın eleman sayısının, örnek uzayın eleman sayısına oranının olayın olasılığını verdiğini kavrama
4. Olasılık kavramını somutlaştırma
5. Olasılık fonksiyonunu tanımlama
6. Para atma deneylerinde olasılık hesaplama
7. Zar atma deneylerinde olasılık hesaplama
8. Koşullu olasılığı kavrama
9. Bağımsız olayı tanımlama
10. Bağımsız olay problemi çözme
11. Ayrık olay problemi çözme
12. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ eşitliğinin kullanımı ve yorumu
13. İçlerinde farklı renkte toplar bulunan iki torba üzerine kurgulanan olasılık problemlerini çözme
14. Bağımsız olayları fark etme ve $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ eşitliğini yorumlama
15. Bir deneyin tekrarlanması durumlarında olasılık hesabı yapma

köşetaşı

Bir madeni paranın arka arkaya (veya iki madeni paranın aynı anda) havaya atılması deneyinin örnek uzayını yazınız?

açıklamalı çözüm

Bir deneyde elde edilebilecek tüm çıktıların kümesine örnek uzay (örneklem uzayı) denir ve E ile gösterilir.

Bir deneyde örnek uzayı belirlemek çok önemlidir. Örneklem uzayı belirlemek için kesin bir yol yoktur. Bazen permütasyon, bazen kombinasyon, bazen tablo.... ile belirlenir.

Köşetaşındaki deneyin örnek uzayı $\{(Y, Y), (Y, T), (T, Y), (T, T)\}$ kümesi olup Y harfi yazıyı, T harfi turayı göstermektedir. Yani bu deney 4 değişik şekilde sonuçlanabilir.

BİR ÖRNEK DAHA:

5 kız, 4 erkek öğrencinin bulunduğu bir sınıfta üç kişilik bir ekip kurma deneyinin örnek uzayı kaç elemanlıdır?

$$\text{Bu deneyin örnek uzayının eleman sayısı} = \binom{9}{3} = \frac{9!}{6! \cdot 3!} = 84$$

1. Bir madeni para arka arkaya üç defa atılıyor.

Bu deneyin örnek uzayı kaç elemanlıdır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 12 E) 16

(İpucu : n madeni paranın atılması deneyinin örnek uzayı 2^n elemanlıdır.)

2. Bir torbadaki 5 kırmızı, 3 beyaz top vardır. Bu torbadan rastgele 3 top çekiliyor.

Bu deneyin örnek uzayı kaç elemanlıdır?

- A) 42 B) 48 C) 52 D) 56 E) 64

3. Bir hastanede 5 doktor, 7 hemşire vardır. Rastgele iki kişilik ilk yardım ekibi kuruluyor.

Bu deneyin örnek uzayı kaç elemanlıdır?

- A) 45 B) 52 C) 54 D) 60 E) 66

4. Bir çift zar atılıyor.

Aşağıdakilerden hangisi bu deneyin örnek uzayının bir elemanı değildir?

- A) (2, 5) B) (5, 7) C) (6, 6) D) (1, 1) E) (4, 3)

5. Bir zar ve iki madeni paranın birlikte atılması deneyinin örnek uzayı kaç elemanlıdır?

- A) 24 B) 30 C) 36 D) 48 E) 64

6. Birbiriyle eş 4 sarı ve yine birbiriyle eş 3 siyah çanta vardır.

Rastgele bir çanta alınması deneyinin eş olumlu örnek uzayı kaç elemanlıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 7

köşetaşı

Bir madeni paranın arka arkaya iki defa havaya atılması deneyinde paranın en az bir kere yazı gelmesi olayının elemanlarını yazınız?

açıklamalı çözüm

Örnek uzayın her bir alt kümesine OLAY denir. Bu alt kümelerden boş kümeye İMKANSIZ OLAY, örnek uzaya KESİN OLAY denir.

Bir madeni paranın arka arkaya iki defa havaya atılması deneyinde paranın en az bir kez yazı gelmesi olayına ait kümeye A denilirse:

$$A = \{(Y, T), (T, Y), (Y, Y)\}$$

BİR ÖRNEK DAHA:

5 kız, 4 erkek öğrencinin bulunduğu bir sınıfta üç kişilik bir ekip kurma deneyinde ekibin 2 kız, 1 erkekten oluşması olayı kaç elemanlı bir kümedir?

$$\text{Bu olayın eleman sayısı} = \binom{5}{2} \binom{4}{1} = 40 \text{ (Bkz. 36....)}$$

AYRIK OLAY:

Bir örnek uzaya ait iki olayın kesişimi boş küme ise bu iki olaya ayırık olaylar denir.

A ve B ayırık olaylar ise:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

1. Bir madeni para arka arkaya iki kez atılıyor

İki paranın aynı olması olayının eleman sayısı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. Üç madeni para birlikte atılıyor.

Bu deneyde paralardan ikisinin aynı diğerinin farklı olması olayı kaç elemanlıdır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. Bir madeni para ve bir zar atılıyor.

Paranın tura, zarın çift gelmesi olayının eleman sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

4. İçinde 4 mavi, 5 beyaz top bulunan bir torbadan rastgele üç top çekiliyor.

Toplardan birinin beyaz, ikisinin mavi olma olayının eleman sayısı kaçtır?

- A) 24 B) 30 C) 40 D) 42 E) 45

5. E örnek uzayı A ve B gibi iki ayırık olaydan oluşmaktadır.

$$s(E) = 11$$

$$s(A) = 5$$

olduğuna göre, s(B) kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 11

6. Birbiriyle eş olan 4 mavi çanta ve yine birbiriyle eş olan 5 kahverengi çantadan rastgele ikisi alınıyor.

Bu deneyde her iki çantanın aynı renkte olması olayı kaç elemanlıdır?

- A) 2 B) 6 C) 12 D) 16 E) 20

C E B B D D

köşetaşı

Bir madeni para arka arkaya iki defa havaya atılıyor.

Paranın en az bir kere yazı gelmesi olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir A olayının olasılığı $P(A)$ ile gösterilir. $P(A) = \frac{s(A)}{s(E)}$

Yukarıdaki deneyin örnek uzayı 1. köşetaşında belirtildiği gibi $E = \{(Y, Y), (Y, T), (T, Y), (T, T)\}$ dir.

Olasılığı istenen olay da 2. köşetaşında belirtildiği gibi

$A = \{(Y, Y), (Y, T), (T, Y)\}$ dir.

Buna göre, $P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{3}{4}$ tür.

BİR ÖRNEK DAHA:

5 kız, 4 erkek öğrencinin bulunduğu bir sınıfta rastgele üç kişilik bir ekip kuruluyor. Bu ekibin 2 kız, 1 erkekten olma olasılığı kaçtır?

$s(E) = \binom{9}{3}$, $s(A) = \binom{5}{2} \binom{4}{1}$ olduğundan $P(A) = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$

Bir kutuda 4 mor, 7 kırmızı kalem vardır.

Rastgele çekilen bir kalemin mor olma olasılığı $\frac{4}{11}$ dir.

EŞ OLUMLU ÖRNEK UZAY

$E = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$ sonlu bir örnek uzay olsun.

$P(e_1) = P(e_2) = \dots = P(e_n)$

ise, E örnek uzayına eş olumlu örnek uzayı denir.

Örneğin 3 yüzü kırmızı, 2 yüzü beyaz, 1 yüzü mavi olan bir zarın örnek uzayı eş olumlu değildir.

Aşağıdaki alıştırma soruları üçlü gruplar halinde verildi. Permütasyon ve kombinasyon konusu kavranıldığı taktirde olasılık konusunun kolay olduğu fark edilecektir. Üçlü gruplardaki soruların arasındaki ilişkiyi fark ediniz.

1. Bir vitrinde 4 farklı kırmızı top ile 3 farklı sarı top vardır.

Bu toplardan ikisini satın almak isteyen bir çocuk kaç değişik seçim yapabilir?

A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 30

2. Bir vitrinde 4 farklı kırmızı, 3 farklı sarı top vardır.

Farklı renkte iki top alacak olan bir çocuk kaç değişik seçim yapabilir?

A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

3. Bir vitrinde 4 farklı kırmızı, 3 farklı sarı top vardır. Bir çocuk bu toplardan rastgele ikisini satın alıyor.

Aldığı topların farklı renkte olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{4}{7}$

4. Onluk sayma sisteminde iki basamaklı kaç doğal sayı vardır?

A) 10 B) 89 C) 90 D) 99 E) 100

5. İki basamaklı doğal sayılardan kaç tanesi 5 ile tam bölünür?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 18 E) 20

6. Bir öğrenciden rastgele iki basamaklı bir sayı söylemesi isteniyor

Öğrencinin söylediği bu sayının 5 ile bölünen bir sayı olması olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{18}{89}$ E) $\frac{11}{90}$

7. 4 hemşire ve 6 doktorun çalıştığı bir hastanede dört kişilik bir ekip kaç değişik biçimde kurulabilir?

A) $\binom{10}{4}$ B) $\binom{4}{2} \binom{6}{2}$ C) $4! 6!$
D) $2 \binom{10}{2}$ E) $\binom{6}{4}$

8. 4 hemşire ve 6 doktorun çalıştığı bir hastanede 2 hemşire ve 2 doktordan oluşan bir ekip kaç değişik biçimde kurulabilir?

A) $\binom{10}{4}$ B) $\binom{4}{2} \binom{6}{2}$ C) $4! 6!$
D) $2 \binom{10}{2}$ E) $\binom{6}{4}$

9. 4 hemşire ve 6 doktorun çalıştığı bir hastanede rastgele seçilen dört kişiyle bir ekip kuruluyor.

Bu ekibin 2 doktor ve 2 hemşireden oluşma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{3}{7}$

10. 7 kişilik bir aile bir yuvarlak masaya kaç değişik biçimde oturabilir?

A) $7!$ B) $6!$ C) $5!$ D) $2.5!$ E) $3! 4!$

11. 7 kişilik bir aile bir yuvarlak masaya anne ile baba yan yana gelmek şartıyla kaç değişik biçimde oturabilir?

A) $6!$ B) $2! 7!$ C) $2! 6!$ D) $3! 4!$ E) $2! 5!$

12. 7 kişilik bir aile yuvarlak bir masaya rastgele oturuyor.

Anne ile babanın yanyana oturma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

13. 4 farklı matematik, 3 farklı fizik, 2 farklı kimya kitabı düz bir rafa kaç değişik biçimde sıralanabilir?

A) $3! 3! 4!$ B) 24 C) $9!$
D) $4! 5!$ E) $4! 3! 2!$

14. 4 farklı matematik, 3 farklı fizik, 2 farklı kimya kitabı düz bir rafa fizik kitapları yanyana olma koşuluyla kaç değişik biçimde dizilebilir?

A) $7!$ B) $4! 8!$ C) $2! 3! 4!$
D) $3! 7!$ E) $4! 3! 2! 3!$

15. 4 farklı matematik, 3 farklı fizik, 2 farklı kimya kitabı düz bir rafa rastgele diziliyor.

Fizik kitaplarının yanyana olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{2}{15}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{14}$

16. 111002 sayısının rakamlarının yer değiştirilmesiyle altı basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

17. 111002 sayısının rakamlarının yer değiştirilmesiyle kaç farklı altı basamaklı çift sayı yazılabilir?

A) 8 B) 12 C) 14 D) 16 E) 22

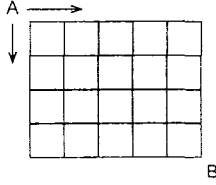
18. 111002 sayısının rakamlarının yerleri değiştiriliyor.

Oluşan altı basamaklı sayının çift olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{19}{26}$ B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{8}{21}$ D) $\frac{11}{20}$ E) $\frac{7}{15}$

7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	B	E	B	E	D	C	D	B	A	E	D

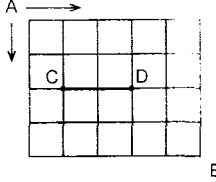
19.



A dan harekete başlayan bir hareketli oklar yönünde hareket ederek B ye kaç değişik biçimde varabilir?

- A) 84 B) 96 C) 112 D) 126 E) 132

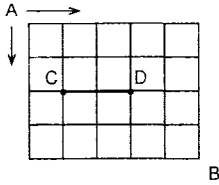
20.



A dan harekete başlayan bir hareketli oklar yönünde hareket ederek CD doğrusu üzerinden geçmek şartıyla B ye kaç değişik biçimde varabilir?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 18

21.



A dan harekete başlayan bir hareketli oklar yönünde hareket ederek B ye varıyor.

Bu hareketlinin [CD] doğrusu üzerinden geçme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{14}$ D) $\frac{2}{15}$ E) $\frac{1}{18}$

22. {0, 1, 2, 3, 4, 5} kümesinin rakamları kullanılarak üç basamaklı kaç sayı yazılabilir?

- A) 160 B) 180 C) 200 D) 210 E) 240

23. {0, 1, 2, 3, 4, 5} kümesinin rakamları kullanılarak 400 den büyük üç basamaklı 5 in katı olan kaç sayı yazılabilir?

- A) 10 B) 12 C) 23 D) 24 E) 32

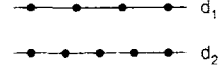
24.

{0, 1, 2, 3, 4, 5} kümesinin rakamları kullanılarak oluşturulabilecek üç basamaklı sayılar ayrı ayrı kâğıtlara yazılıp bir torbaya konuyor.

Rastgele çekilen kâğıdın üzerinde 400 den büyük ve 5 in katı olan bir sayının olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{14}$ D) $\frac{2}{15}$ E) $\frac{23}{180}$

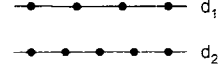
25.



4' ü d_1 doğrusu üzerinde, 5' i d_2 doğrusu üzerinde olan 9 nokta en çok kaç üçgen oluşturur?

- A) 64 B) 70 C) 80 D) 92 E) 108

26.

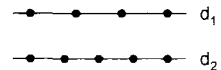


4' ü d_1 doğrusu üzerinde, 5' i d_2 doğrusu üzerinde 9 nokta vardır.

Sadece bir köşesi d_1 üzerinde olan kaç üçgen çizilebilir?

- A) 24 B) 30 C) 36 D) 40 E) 42

27.



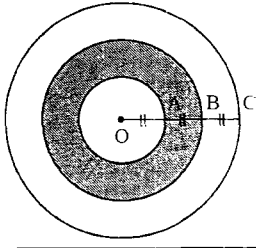
4' ü d_1 doğrusu üzerinde, 5' i d_2 doğrusu üzerinde 9 nokta vardır. Köşeleri bu noktalar olan bir üçgen rastgele çiziliyor.

Bu üçgenin sadece bir köşesinin d_1 üzerinde olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{3}{13}$

19	20	21	22	23	24	25	26	27
D	E	A	B	C	E	B	D	C

köşetaşı



Şekilde merkezleri O olan iç içe üç çember verilmiştir.

$$|OA| = |AB| = |BC|$$

Atılan bir okun büyük çemberin içine düştüğü biliniyor.

Bu okun taralı bölgeye isabet etme olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Örnek uzay, büyük dairenin alanıdır. Olay ise, taralı bölgenin alanıdır.

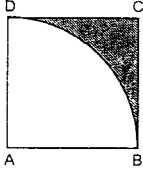
$|OA| = r$ olsun.

$$\text{Büyük dairenin alanı} = \pi(3r)^2 = 9\pi r^2$$

$$\text{Taralı alan} = \pi(2r)^2 - \pi r^2 = 3\pi r^2$$

$$\text{Buna göre, } P(\text{taralı bölgeye isabet etme}) = \frac{3\pi r^2}{9\pi r^2} = \frac{1}{3} \text{ tür.}$$

1. ABCD kare

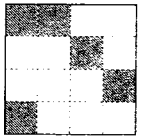


DB, A merkezli çember yayı

Rastgele karenin içinden alınan bir noktanın taralı bölgede olma olasılığı kaçtır?

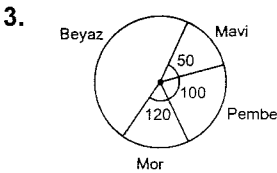
- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{4}{\pi}$ C) $\frac{\pi}{4+\pi}$
D) $\frac{4-\pi}{4}$ E) $\frac{4-\pi}{4+\pi}$

2. Şekildeki eş karelerden birinin üzerinde bir böcek vardır.



Bu böceğin taralı bölgede bulunma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{5}{16}$ D) $\frac{3}{14}$ E) $\frac{7}{16}$



Okun hedefe isabet ettiği bilindiğine göre, beyaz bölüme isabet etme olasılığı kaçtır?

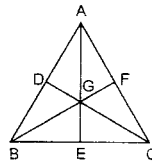
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{3}{8}$

4. Mehmet'in evi ile işyeri arası 10 km dir.

Mehmet'in yolda olduğu bilindiğine göre, Mehmet'in yolun 3. ile 5. km leri arasında olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{5}$

- 5.



ABC üçgeninde G ağırlık merkezidir. Atılan bir topun içine saplandığı biliniyor.

İğnenin GFC üçgeninin içinde olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{12}$

- 6.

	kız	erkek
gözlüklü	6	9
gözlüksüz	5	4

Yanda bir sınıftaki 24 öğrencinin dağılımı verilmiştir.

Buna göre, bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin gözlüksüz bir erkek olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{5}{24}$

köşetaşı

$E = \{e_1, e_2, e_3\}$ örnek uzayı veriliyor.

Aşağıdakilerden hangisi E kümesinde bir olasılık fonksiyonu tanımlar?

- A) $P(e_1) = \frac{1}{2}, P(e_2) = \frac{1}{3}, P(e_3) = \frac{2}{3}$ B) $P(e_1) = 0, P(e_2) = \frac{1}{3}, P(e_3) = \frac{1}{3}$ C) $P(e_1) = 0, P(e_2) = \frac{1}{2}, P(e_3) = \frac{2}{3}$
 D) $P(e_1) = \frac{1}{2}, P(e_2) = \frac{3}{4}, P(e_3) = \frac{2}{3}$ E) $P(e_1) = \frac{1}{2}, P(e_2) = \frac{1}{6}, P(e_3) = \frac{1}{3}$

açıklamalı çözüm

Bir E örnek uzayının tüm alt kümelerinin kümesi E_A olsun.

$E_A \rightarrow [0, 1]$ tanımlı olan ve aşağıdaki aksiyomları sağlayan her P fonksiyonuna E_A üzerinde bir olasılık fonksiyonu denir.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Çünkü $A \cap \bar{A} = \emptyset$ olduğundan
 $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ dir.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

1. aksiyom : $A \subset E_A$ için $0 \leq P(A) \leq 1$ dir.
2. aksiyom : $P(E) = 1$
3. aksiyom : $A \cap B = \emptyset$ ise, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dir.

Köşetaşında $P(e_1)$ ifadesinden $P(\{e_1\})$ kastedilmektedir. $\{e_1\} \cap \{e_2\} \cap \{e_3\} = \emptyset$ olduğundan
 $P(E) = P(e_1) + P(e_2) + P(e_3) = 1$ olmalıdır. E seçeneğinde bu eşitlik sağlandığından

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = 1 \right) \text{ cevap E dir.}$$

1. Bir deneyde A, B ve C gibi üç ayrık olayın çıkması olasıdır.

$$P(C) = \frac{1}{4} \text{ ve } P(A) > P(B) > P(C) \text{ olduğuna göre, } P(B)$$

aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{7}{24}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{13}{32}$ E) $\frac{11}{48}$

2. A ve B olayları E örnek uzayına ait iki olaydır.

$$P(A) = \frac{3}{5}, P(B) = \frac{3}{10}, P(A \cap B) = \frac{7}{20}$$

olduğuna göre, $P(A \cup B)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{11}{20}$ E) $\frac{19}{20}$

3. A ve B olayları E örnek uzayının alt kümeleridir.

$$P(A \cup B) = \frac{3}{4}, P(\bar{B}) = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, $P(A) - P(A \cap B)$ farkının değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{4}$

4. A ve B olayları E örnek uzayının iki alt kümesidir.

$$P(A) = \frac{1}{5}, P(B) = \frac{7}{10}, P(A \cap B) = \frac{3}{20}$$

olduğuna göre, $P(A \cup B)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

5. A, B, C ayrık olayları E örnek uzayının alt kümeleridir.

$$E = A \cup B \cup C, P(A) + P(B) = \frac{3}{5}, P(B) + P(C) = \frac{2}{3}$$

olduğuna göre, $P(B)$ kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{7}{18}$ E) $\frac{7}{20}$

6. Yalnız A, B, C atlarının koştuğu bir yarışta A'nın yarışı kazanma olasılığı B'ninkinin 2 katı, C'ninkinin yarısıdır.

Buna göre, B'nin yarışı kazanma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{5}{11}$ E) $\frac{4}{9}$

köşetaşı

Bir para arka arkaya 7 kez atılıyor.

Paranın 3 kez yazı, 4 kez tura gelme olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir paranın n kez arka arkaya atılması deneyinin örnek uzayı 2^n elemanlıdır. Buna göre, bu deneyin örnek uzayı $2^7 = 128$ elemanlıdır.

3 kez yazı, 4 kez tura gelmesi olayının eleman sayısı YYYTTTTT harflerinin tekrarlı permütasyonlarının sayısıdır. Yani $\frac{7!}{3! \cdot 4!}$ dir. İçinde sadece iki farklı harf barındıran tekrarlı permütasyonlarda $\frac{7!}{3! \cdot 4!}$ sayısı $\binom{7}{3}$ ne eşit olacağından

$$P(3 \text{ kere yazı, 4 kere tura}) = \frac{\binom{7}{3}}{2^7} = \frac{35}{128}$$

BİR PARANIN n KEZ ARKA ARKAYA ATILMASI DENEYİNİN ÖRNEK UZAYININ ELEMAN SAYISI NEDEDİR?

Her bir atışın yazı veya tura olmak üzere 2 sonucu varsa saymanın temel ilkesinden

$$\boxed{2} \boxed{2} \boxed{2} \boxed{2} \boxed{2} \boxed{2} \boxed{2} = 2^n$$

n kere arka arkaya atılan paranın r kere yazı gelmesi olayının eleman sayısı $\binom{n}{r}$ dir.

1. Bir madeni para 5 kez arka arkaya atılıyor.

Paranın 1 kez yazı, 4 kez tura gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{3}{32}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{5}{32}$ E) $\frac{1}{6}$

2. 5 madeni para birlikte atılıyor.

Paralardan birinin tura, diğerlerinin yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{3}{32}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{5}{32}$ E) $\frac{1}{6}$

3. Bir madeni para 8 kez arka arkaya atılıyor.

Paranın her atışta yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{1}{64}$ C) $\frac{3}{128}$ D) $\frac{5}{256}$ E) $\frac{1}{256}$

4. 6 para birlikte atılıyor.

Paraların yarısının yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{7}{20}$ D) $\frac{21}{64}$ E) $\frac{15}{32}$

5. Bir madeni para 12 kere arka arkaya atılıyor.

Hepsinin yazı veya tura gelme olasılığı kaçtır?

- A) 2^{12} B) 2^{-12} C) 2^{-11} D) 2^{-10} E) 2^{-1}

6. 7 madeni para sırasıyla atılıyor.

Paraların sırasıyla yazı, tura biçiminde gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{128}$ B) $\frac{1}{64}$ C) $\frac{3}{128}$ D) $\frac{5}{128}$ E) $\frac{7}{128}$

(İpucu : Bakınız köşetaşı (37.10))

karekök özel

köşetaşı

İki zar birlikte atılıyor.

Zarların üzerindeki sayıların toplamının 10 ya da daha büyük olması olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

İki zarın birlikte atılması deneyinin örnek uzayı $6^2 = 36$ elemanlıdır.

Zarların üzerindeki sayıların toplamının 10 ya da daha büyük olması olayı A olsun.

$$A = \{(4, 6), (6, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$$

$$\text{Buna göre, } P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \text{ dır.}$$

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

A ve B nin olma olasılığı : $P(A \cap B)$

A veya B nin olma olasılığı : $P(A \cup B)$

1. İki zar aynı anda atılıyor.

Üst yüze gelen sayılar arasındaki farkın mutlak değerinin 3 olması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{12}$

2. Bir küpün 1 yüzü mavi, 2 yüzü beyaz, 3 yüzü siyahtır.

Bu küp bir kere atıldığında üst yüze beyaz gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{6}$

3. Bir zar atıldığında üst yüze tek sayı veya 3 ün katı olan bir sayı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{6}$

4. İki zar birlikte atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayıların farklı olması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{25}{36}$ E) $\frac{29}{36}$

5. Bir düzgün dörtyüzlünün üç yüzü mor, bir yüzü yeşildir.

Bu düzgün dörtyüzlü bir kez atıldığında görünen yüzlerin mor olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

6. İki zar atılıyor.

Üst yüze gelen sayıların toplamının 4 ün katı veya 10 dan büyük olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{7}{36}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{11}{36}$ E) $\frac{1}{3}$

karekök özel

köşetaşı

Bir fabrikaya 2 mühendis alınacaktır. Bu iş için fabrikaya 75 iş başvurusu yapılmış ve bu 75 mühendisten 65 i ilk mülakatta elenmiştir. Mühendis Metin Bey kalan 10 kişi arasında bulunup üst kurulla görüşme hakkı kazanmıştır.

Metin Bey'in işe kabul edilme olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Sorunun çözümüne kalan 10 kişiyle başlanır. Yani kalan 10 kişi örnek uzay kabul edilir. Metin Bey'in kalan 10 kişiden seçilecek olan 2 kişinin arasına girme olasılığı $2/10$ dur.

BİR ÖRNEK DAHA

Bir zar atılıyor. Zarın tek geldiği bilindiğine göre, zarın üstündeki sayının asal sayı olma olasılığı kaçtır?

Bu deneyin örnek uzayı $\{1, 3, 5\}$ kabul edilir.

$\{1, 3, 5\}$ kümesinin elemanlarından 3 ve 5 asal sayıdır. Bundan dolayı cevap $2/3$ tür.

KOŞULLU OLASILIK

E örnek uzayının iki olayı A ve B olsun. A nın olması, B nin olmasına bağlı ise, B koşuluna bağlı A olayının olasılığına koşullu olasılık denir.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Köşetaşının çözümü yukarıdaki bağlantıyla çözülürse,

$$P(A|B) = \frac{\frac{2}{75}}{\frac{10}{75}} = \frac{2}{10}$$

1. Bir zar atma deneyinde sonucun çift geldiği bilindiğine göre, 4 gelmesi olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

2. İki para atılıyor.

Bir veya daha fazla yazı geldiği bilindiğine göre, ikinci paranın tura gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

3. Bir sınıftaki öğrencilerin % 70 i kimya dersinden, % 55 i matematik dersinden, %32 si de her iki dersten geçmiştir.

Rastgele seçilen bir öğrencinin kimyadan geçtiği bilindiğine göre, matematikten de geçmiş olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{19}{40}$ B) $\frac{12}{25}$ C) $\frac{11}{30}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{16}{35}$

- 4.



Şekildeki 12 eş kareden taralı olanların birinin altında bir altın olduğu biliniyor.

İki seçim hakkı olan birinin altını bulma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{6}$

5. Rastgele atılan 4 madeni paradan ikincisinin tura geldiği bilindiğine göre, paraların ikisinin yazı, ikisinin tura gelmiş olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{8}$

6. 25 kişilik bir grupta 12 kişi şapkalı, 7 kişi gözlüklüdür. 10 kişi ne şapkalı ne de gözlüklüdür.

Şapkalı bir kişinin gözlüklü olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

kareköt özel

köşetaşı

Üç madeni para ve bir zar birlikte havaya atılıyor.

Paralardan ikisinin yazı, birinin tura; zarın ise asal sayı gelmesi olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$P(\text{zarın asal gelmesi}) = P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(2Y, 1T \text{ gelmesi}) = P(B) = \frac{\binom{3}{2}}{2^3} = \frac{3}{8}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{16}$$

BİR ÖRNEK DAHA:

4 kırmızı, 3 beyaz topun bulunduğu bir torbadan rastgele iki top çekiliyor. Topların ikisinin de kırmızı olma olasılığı kaçtır?

Birincinin kırmızı olma olasılığı = $\frac{4}{7}$

İkincinin kırmızı olma olasılığı = $\frac{3}{6}$

İkisinin kırmızı olma olasılığı = $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$

Bağımsız olay mantığı kullanılsaydı çözüm:

$$\frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7} \quad \text{şeklinde yapılırdı.}$$

BAĞIMSIZ OLAYLAR

A olayının olasılığı, B olayının olasılığını değiştirmiyorsa, A olayı B olayından bağımsızdır denir.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

AŞAĞIDAKİ SORU'DA BAĞIMSIZ OLAY MANTIĞINI KULLANAN GENELLİKLE HATA YAPIYOR:

4 kırmızı, 3 beyaz topun bulunduğu bir torbadan rastgele iki top çekiliyor. birinin kırmızı, diğerinin beyaz olma olasılığı kaçtır?

1. nin kırmızı olma olasılığı = $\frac{4}{7}$

2. nin beyaz olma olasılığı = $\frac{3}{6}$

1. nin kırmızı 2. nin beyaz olma olasılığı = $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$

1. nin beyaz olma olasılığı = $\frac{3}{7}$

2. nin kırmızı olma olasılığı = $\frac{4}{6}$

1. nin beyaz 2. nin kırmızı olma olasılığı = $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{2}{7}$

Buna göre, birinin beyaz, birinin kırmızı olma olasılığı $\frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$ dir.

$$YA DA \quad \frac{\binom{4}{1} \binom{3}{1}}{\binom{7}{2}} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

1. Bir torbada 3 beyaz, 4 siyah, 5 kırmızı top vardır. Torbadan arka arkaya geri atılmamak şartıyla 3 top çekiliyor. İkisinin siyah, birinin kırmızı çıkma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{2}{17}$ D) $\frac{1}{22}$ E) $\frac{3}{22}$

2. Bir kutudaki 10 ampülden 2 si bozuktur. Bu kutudan rastgele alınan üç ampülden birisinin bozuk olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{7}{15}$ E) $\frac{8}{15}$

3. Bir küpün 1 yüzü mavi, 2 yüzü beyaz, 3 yüzü siyahtır. Bu küp arka arkaya 2 kere atıldığında üst yüze bir kez mavi, bir kez de siyah gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{4}$

4. Bir torbadaki 9 bilyeden 2 si siyah, 4 ü beyaz, 3 ü pembe. Bu torbadan rastgele seçilen üç bilyenin de farklı renkte olması olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{1}{4}$

5. A ve B bağımsız olaylardır.

$P(A) = 3^{-1}$ ve $P(A \cup B) = 3/4$ ise, $P(B)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{7}{9}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{2}{11}$

6. Bir torbada 3 beyaz, 6 kırmızı top vardır.

Rastgele çekilen iki topun da aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{2}{3}$

köşetaşı

4 kırmızı, 3 beyaz topun bulunduğu bir torbadan rastgele 3 top çekiliyor.

Topların birincisinin kırmızı, ikincisinin beyaz, üçüncüsünün kırmızı olması olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu sorunun (37.9) un açıklamalı çözüm kısmındaki sorudan farkı: tekrarlı permütasyonun olmamasıdır. Çünkü birinci, ikinci ve üçüncü topın renkleri belirtilerek olayın eleman sayısı daraltılmıştır.

Bağımsız olay mantığı burada daha işlevseldir.

$$\text{Birincinin kırmızı olması olasılığı} = \frac{4}{7}$$

$$\text{İkincinin beyaz olması olasılığı} = \frac{3}{6} \text{ (bir kırmızı top çekilirse 6 top kalır.)}$$

$$\text{Üçüncüsünün kırmızı olması olasılığı} = \frac{3}{5} \text{ (bir kırmızı, bir beyazın çekildiği düşünülüyor.)}$$

$$\text{Köşetaşının cevabı} = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{35}$$

1. Bir torbada 3 beyaz, 4 siyah, 5 kırmızı top vardır. Torbadan arka arkaya geri atılmamak şartıyla 3 top çekiliyor.

İlk ikisinin siyah, üçüncüsünün kırmızı çıkma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{2}{17}$ D) $\frac{1}{20}$ E) $\frac{1}{22}$

2. Bir torbada 3 beyaz, 2 mavi, 4 siyah top vardır.

Torbadan geri atılmamak şartıyla çekilen üç toptan birincinin siyah, ikincinin beyaz, üçüncüsünün mavi olması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{1}{18}$ D) $\frac{1}{21}$ E) $\frac{3}{20}$

3. Bir grupta 4 kız, 6 erkek vardır. Rastgele seçilen birinci kişi başkan, ikinci kişi başkan yardımcısı yapılıyor.

Başkanın kız, yardımcısının erkek olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{2}{3}$

4. Bir torbada bir kısmı yeşil, bir kısmı siyah olmak üzere toplam 9 top vardır.

Bu torbadan rastgele çekilen 2 topun da yeşil olması olasılığı $\frac{1}{6}$ olduğuna göre, yeşil top sayısı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. Dokuz kartın üçünde 6, dördünde 5, ikisinde 4 yazmaktadır. Sırasıyla 4 kart çekilip yan yana konuyor.

Kartların 6456 sayısını oluşturma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{72}$ B) $\frac{1}{63}$ C) $\frac{1}{48}$ D) $\frac{1}{36}$ E) $\frac{1}{24}$

6. Beş madeni para sırasıyla atılıyor.

Paralardan birincinin yazı, ikincinin tura, üçüncüsünün yazı, dördüncüsünün tura, beşincinin yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{3}{32}$ D) $\frac{5}{32}$ E) $\frac{7}{64}$

karekök özel

köşetaşı

Bir kutudaki 9 silgiden 4 ü yeşildir.

Rastgele alınan üç silgiden en az birinin yeşil olması olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Y, yeşil silgiyi; Y', yeşil olmayan silgiyi gösterebilir.

En az birinin yeşil olması olayının eleman sayısı:

1Y, 2Y'	2Y, 1Y'	3Y
$\binom{4}{1}\binom{5}{2} = 40$	$\binom{4}{2}\binom{5}{1} = 30$	$\binom{4}{3} = 4$

olaylarının eleman sayılarının toplamı olan $40 + 30 + 4 = 74$ tür.

9 silgiden 3 silginin rastgele çekilmesi deneyinin örnek uzayının eleman sayısı $\binom{9}{3} = 84$ tür.

Köşetaşında istenen olayın olasılığı $\frac{74}{84}$ tür.

YA DA istenmeyen olayın olasılığı 1 den çıkarılarak daha kısa çözüm yapılabilir.

İstenmeyen olay 3 ününde yeşil olmamasıdır. Bu olayın eleman sayısı $\binom{5}{3} = 10$ olup olasılığı $\frac{10}{84}$ tür.

Cevap $1 - \frac{10}{84} = \frac{74}{84}$ olarak bulunur.

1. 5 kız, 4 erkekten oluşan bir gruptan rastgele üç kişi seçiliyor.

En az birinin erkek olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{37}{42}$ B) $\frac{20}{27}$ C) $\frac{20}{21}$ D) $\frac{29}{90}$ E) $\frac{30}{49}$

2. Bir torbada 7 beyaz, 4 siyah top vardır. Rastgele üç top çekiliyor.

Toplardan en az birinin siyah olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{86}{165}$ B) $\frac{59}{70}$ C) $\frac{51}{64}$ D) $\frac{47}{56}$ E) $\frac{26}{33}$

3. İki madeni para ve iki zar birlikte atılıyor.

Paralardan en az birinin yazı ve zardaki sayıların toplamının 4 ten küçük olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{6}$

4. Beş madeni para atılıyor. **Paralardan en az üç tanesinin tura gelme olasılığı kaçtır?**

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

5. $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin üç elemanlı alt kümelerinden bir rastgele yazılıyor. **c, d, e elemanlarından en çok ikisinin bulunduğu bir küme olma olasılığı kaçtır?**

- A) $\frac{9}{10}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{7}{12}$

6. 6 madeni para birlikte atılıyor. **Paralardan en çok dördünün tura gelme olasılığı kaçtır?**

- A) $\frac{61}{64}$ B) $\frac{57}{64}$ C) $\frac{53}{64}$ D) $\frac{15}{32}$ E) $\frac{13}{32}$

köşetaşı

Üç madeni para ve bir zar havaya atılıyor.

Paraların hepsinin yazı veya zarın tek sayı gelmesi olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Üç paranın yazı gelmesi olayı A, zarın tek sayı gelmesi olayı B olsun. İstenen $(A \cup B)$ dir.

$$P(A) = \frac{\binom{3}{1}}{2^3} = \frac{1}{8} \quad P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{16} = \frac{9}{16}$$

1. Bir zar ile bir madeni para birlikte atılıyor.

Zarın 3 ten büyük veya paranın yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{5}$

2. Bir torbada 4 kırmızı, 5 beyaz top vardır. Torbadan bir top çekiliyor ve bir para atılıyor.

Paranın yazı veya topun kırmızı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{11}{18}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{13}{18}$ E) $\frac{7}{9}$

3. Bir torbada 1 den 50 ye kadar numaralanmış kağıtlar vardır. Torbadan bir kağıt çekiliyor ve bir zar atılıyor.

Kağıttaki sayının 5 in katı veya zarın 4 ten büyük olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{9}{16}$ B) $\frac{7}{16}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{7}{15}$

4. Bir sınıftaki öğrencilerin % 70 i kimya dersinden, % 55 i matematik dersinden, % 32 si de her iki dersten geçmiştir.

Rastgele seçilen bir öğrencinin kimyadan geçip matematikten kalma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{17}{50}$ B) $\frac{19}{50}$ C) $\frac{23}{60}$ D) $\frac{27}{100}$ E) $\frac{31}{100}$

5. $P(A^c) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ olup A ve B bağımsız olaylardır.

Buna göre, $P(A \cup B)$ kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{7}{12}$

6. Üç para ve bir zar atılıyor.

Paralardan ikisinin tura veya zarın 3 ün katı olan bir sayı gelmesi olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{7}{12}$

köşetaşı

İçinde top bulunan iki torbadan birincisinde 3 beyaz, 7 mavi; ikincisinde 4 beyaz, 5 mavi top vardır.

- 1) Birinci torbadan bir top çekilip rengine bakılmadan ikinci torbaya atılıyor. Bundan sonra ikinci torbadan rastgele bir top çekildiğinde bunun mavi olma olasılığı kaçtır?
- 2) Rastgele bir torbadan rastgele bir top alınıyor. Bu topun mavi olma olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

1) **I. durum :** Birinci torbadan çekilip ikinciye atılan top } $\frac{7}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{21}{50}$
mavi olduğunda ikinciden mavi çekme olasılığıdır.

II. durum : Birinci torbadan çekilip ikinciye atılan top } $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{3}{20}$
beyaz olduğunda ikinciden mavi çekme olasılığıdır.

I. ve II. durumlar ayrıık olduğundan köşetaşının cevabı : $\frac{21}{50} + \frac{3}{20} = \frac{57}{100}$

2) Birinci torbanın seçilip mavi top çekme olasılığı : $\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{10} = \frac{7}{20}$ dir.

İkinci torbanın seçilip mavi top çekme olasılığı $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{5}{18}$ dir.

Aralanılan olasılık $\frac{7}{20} + \frac{5}{18} = \frac{113}{180}$ dir.

1. A torbasında 2 yeşil, 4 kırmızı; B torbasında 2 yeşil, 1 kırmızı top vardır. A dan bir top alınıp rengine bakılmadan B ye atılıyor.

Bundan sonra B den rastgele bir top çekildiğinde topun yeşil olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{17}{28}$ C) $\frac{19}{27}$ D) $\frac{20}{27}$ E) $\frac{11}{14}$

2. Her birinde 4 sarı, 3 kırmızı top bulunan iki torbanın birincisinden bir top alınıp ikincisine ve sonra da ikincisinden bir top alınıp birincisine konulduğunda renk bakımından ilk durumu elde etme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{5}{8}$

3. A torbasında 3 sarı, 2 kırmızı; B torbasında 2 sarı, 1 kırmızı top vardır. A dan bir top alınıp B ye, sonra da B den bir top alınıp A ya konuyor.

İlk durumun elde edilmesi olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{7}{15}$ D) $\frac{11}{20}$ E) $\frac{13}{20}$

4. Mor torbada 3 beyaz, 5 mor; beyaz torbada 2 beyaz, 3 mor top vardır.

Rastgele seçilen bir torbadan alınan bir topun, torba ile aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{37}{80}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{41}{80}$ D) $\frac{43}{82}$ E) $\frac{47}{90}$

5. A torbasında 3 pembe, 2 siyah; B torbasında 1 pembe, 3 siyah top vardır. A ve B den birer top alınıyor.

Bu topların aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{11}{18}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{9}{20}$

6. A torbasında 3 sarı, 5 mor; B torbasında 2 sarı, 3 mor top vardır. Bir zar atılıyor. Zar 3 ten küçük gelirse A torbasından, gelmezse B torbasından bir top çekiliyor.

Buna göre, çekilen topun sarı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{11}{60}$ B) $\frac{17}{60}$ C) $\frac{37}{120}$ D) $\frac{47}{120}$ E) $\frac{51}{130}$

karekök özel

köşetaşı

Nazlı'nın bir soruyu çözebilme olasılığı $\frac{2}{5}$, Gizem'in aynı soruyu çözebilme olasılığı $\frac{1}{3}$ tür. İkisi birlikte çalışırsa sorunun çözülebilme olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

1) Sorunun çözülebilmesi demek;

$$\text{Nazlı da, Gizem de çözmüş olabilir : } \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

$$\text{Nazlı çözmüş, Gizem çözmemiş olabilir : } \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$$

$$\text{Nazlı çözmemiş, Gizem çözmüş olabilir : } \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{15}$$

Bu üç durumun olasılıkları toplamı sorunun çözülebilme olasılığını verir. $\frac{2}{15} + \frac{4}{15} + \frac{3}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

YA DA istenmeyen durum olan sorunun çözülememe olasılığı hesaplanır : $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$

Bu da 1 den çıkarılırsa : $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ bulunur.

1. Bir futbol takımının bir maçı kazanma olasılığı $\frac{2}{3}$ tür.

İki maç yapan bu takımın birincisini kazanıp ikincisini kazanamama olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

2. Bir soruyu bir öğrencinin çözebilme olasılığı $\frac{1}{2}$ dir.

Aynı kapasitede beş öğrencinin herbirinin bu soruyu çözebilme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{5}{32}$ C) $\frac{3}{64}$ D) $\frac{5}{64}$ E) $\frac{1}{64}$

3. Beş soruluk bir sınavda her bir sorunun Merve tarafından çözülebilme ihtimali $\frac{2}{3}$ tür.

Merve'nin sadece son soruyu çözebilme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{243}$ B) $\frac{5}{81}$ C) $\frac{8}{243}$ D) $\frac{2}{81}$ E) $\frac{2}{243}$

4. Bir soruyu Seden'in çözebilme olasılığı $\frac{3}{5}$, Agah'ın çözebilme olasılığı $\frac{2}{7}$ dir. İkisi beraber çalışırsa sorunun çözülebilme ihtimali kaçtır?

- A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{5}{7}$ D) $\frac{3}{14}$ E) $\frac{11}{14}$

5. Bir avcının bir hedefi vurma ihtimali $\frac{3}{5}$ tir. Bu hedefe atış yapan bir avcının hedefi dördüncü atışta vurma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{9}{125}$ B) $\frac{12}{125}$ C) $\frac{41}{625}$ D) $\frac{36}{625}$ E) $\frac{24}{625}$

6. Bir soruyu Mine'nin çözebilme olasılığı $\frac{1}{3}$, İdil'in çözebilme olasılığı $\frac{3}{5}$, Rukem'in çözebilme olasılığı $\frac{1}{2}$ dir. Bu soruya üçü beraber bakarsa sorunun çözülebilme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{11}{15}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{13}{15}$ E) $\frac{14}{15}$

köşetaşı

Bir avcının bir hedefi vurma olasılığı $1/3$ tür. Bu avcı aynı hedefe 5 kere atış yapıyor. İkisinde vurma olasılığı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir deneyin sonucunun başarılı olma olasılığı p , başarısız olma olasılığı $q = 1 - p$ olsun.

n kere yapılan bu deneyin r kere başarılı olma olasılığı

$$\binom{n}{r} p^r q^{n-r} \text{ dir.}$$

Buna göre köşetaşının çözümü:

$$\binom{5}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 10 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{8}{27} = \frac{80}{243}$$

ANLAYALIM

İkisinde başarılı üçünde başarısız olduğundan

$p.p.q.q.q$

Tekrarlı permütasyonların sayısı

$$\frac{5!}{3! \cdot 2!} = \binom{5}{2} \text{ olduğundan } \binom{5}{2} p^2 \cdot q^3$$

1. Bir avcının bir hedefi vuramama olasılığı $3/4$ tür.
Beş atış yapan avcının üçünü vurma olasılığı kaçtır?
A) $\frac{23}{256}$ B) $\frac{23}{128}$ C) $\frac{13}{128}$ D) $\frac{45}{512}$ E) $\frac{36}{245}$

2. Kaan kazanma olasılığı $1/3$ olan bir oyunu 3 kere oynuyor.
Bu oyunlardan ikisini kazanma olasılığı kaçtır?
A) $\frac{2}{27}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{4}{27}$ D) $\frac{7}{27}$ E) $\frac{1}{3}$

3. Bir madeni para 7 kere arka arkaya atılıyor.
Paranın 3 kere tura gelme olasılığı kaçtır?
A) $\frac{8}{17}$ B) $\frac{17}{32}$ C) $\frac{27}{128}$ D) $\frac{31}{64}$ E) $\frac{35}{128}$

4. Bir zar 5 kere arka arkaya atılıyor.
2 keresinde 4 ten büyük olma olasılığı kaçtır?
A) $\frac{37}{81}$ B) $\frac{40}{81}$ C) $\frac{80}{243}$ D) $\frac{75}{271}$ E) $\frac{92}{243}$

5. Bir yarış atının bir koşuyu kazanma olasılığı $2/5$ tir.
Bu at 5 koşuya katılırsa üçünü kazanma olasılığı kaçtır?
A) $\frac{22}{125}$ B) $\frac{27}{125}$ C) $\frac{31}{125}$ D) $\frac{144}{625}$ E) $\frac{169}{625}$

6. Bir öğrencinin bir soruyu çözebilme olasılığı $2/3$ tür.
Aynı zorluk derecesinde 4 soruyla karşılaşan öğrencinin bu sorulardan 3 ünü çözebilme olasılığı kaçtır?
A) $\frac{25}{81}$ B) $\frac{32}{81}$ C) $\frac{43}{81}$ D) $\frac{43}{128}$ E) $\frac{51}{128}$

karekök özel

1. "4 doktor, 6 hemşirenin çalıştığı bir hastanede rastgele seçilen üç kişiden oluşan ilkyardım ekibi kuruluyor. Bu ekibin 1 doktor, 2 hemşireden oluşma olasılığı kaçtır?"

sorusunun örnek uzayı kaç elemanlıdır?

- A) 100 B) 120 C) 144 D) 156 E) 169

2. "4 doktor, 6 hemşirenin çalıştığı bir hastanede rastgele seçilen üç kişiden oluşan ilkyardım ekibi kuruluyor. Bu ekibin 1 doktor, 2 hemşireden oluşma olasılığı kaçtır?"

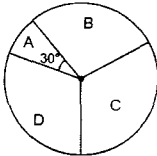
sorusunun olayı kaç elemanlıdır?

- A) 45 B) 50 C) 60 D) 72 E) 80

3. 4 doktor, 6 hemşirenin çalıştığı bir hastanede rastgele seçilen üç kişiden oluşan ilkyardım ekibi kuruluyor. Bu ekibin 1 doktor, 2 hemşireden oluşma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

4.



Şekildeki hedef, merkezinden bölünerek dört parçaya ayrılmıştır. B bölgesinin alanı A bölgesinden 60 cm^2 , C bölgesi de B bölgesinden 30 cm^2 fazladır.

D bölgesinin alanı, A bölgesinin 7 katı olduğuna göre, hedefe isabet eden bir okun B bölgesine saplanma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{7}{36}$ B) $\frac{5}{18}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{3}{20}$ E) $\frac{1}{15}$

5. A ve B olayları E örnek uzayının alt kümeleridir.

$$P(A \cup B) = \frac{1}{3} \quad , \quad P(\bar{B}) = \frac{11}{12}$$

olduğuna göre, $P(A) - P(A \cap B)$ farkı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{7}{12}$

6. 4 madeni para birlikte atılıyor.

Paralardan birinin yazı, diğerlerinin tura gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{7}{12}$

7. İki zar birlikte atılıyor.

Üst yüze gelen sayıların toplamının 5 in katı veya 3 ten küçük olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{3}$

8. Bir işyerine 3 işçi alınacaktır. Bu iş için 120 kişi iş başvurusu yapmış ve bunlardan 90 ı ilk sınavda elenmiştir.

Temel sınavı kazananlar arasında yer aldığına göre, Temel'in işe kabul edilme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{4}{9}$

küçük özel

9. Bir kutuda 4 sarı, 5 mavi top vardır.

Bu kutudan rastgele alınan üç toptan ikisinin sarı, birinin mavi olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{4}{15}$ B) $\frac{3}{14}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{5}{14}$

10. Bir kutuda 4 sarı, 5 mavi top vardır. Bu kutudan rastgele üç top alınıyor.

Alınan toplardan birincisinin sarı, ikincisinin sarı, üçüncüsünün mavi olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{42}$ B) $\frac{5}{24}$ C) $\frac{4}{25}$ D) $\frac{1}{14}$ E) $\frac{5}{14}$

11. Bir kutuda 4 sarı, 5 mavi top vardır.

Rastgele alınan üç toptan en az birinin sarı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{36}{45}$ B) $\frac{16}{21}$ C) $\frac{37}{42}$ D) $\frac{17}{42}$ E) $\frac{19}{24}$

12. İki madeni para ve iki zar birlikte atılıyor.

Paraların ikisinin yazı veya zarların üstündeki sayıların toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{4}{21}$ E) $\frac{17}{48}$

13. İçinde top bulunan iki torbadan birincisinde 5 sarı, 3 mavi; ikincisinde 3 sarı, 5 mavi top vardır. Birinci torbadan bir top çekilip rengine bakılmadan ikinci torbaya atılıyor. Bundan sonra ikinci torbadan rastgele bir top çekilip birinciye atılıyor.

Renk bakımından ilk durumu elde etme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{17}{36}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{19}{36}$ D) $\frac{7}{12}$ E) $\frac{11}{18}$

14. Bir avcının hedefi vurma olasılığı $\frac{2}{5}$ tir.

Bu hedefi avcının üçüncü atışta vurma olasılığı kaçtır?

(Birinci ve ikinci atışta vuramayıp)

- A) $\frac{3}{25}$ B) $\frac{18}{125}$ C) $\frac{21}{125}$ D) $\frac{24}{125}$ E) $\frac{8}{25}$

15. Bir avcının hedefi vurma olasılığı $\frac{2}{5}$ tir.

Bu hedefi üç atış yapan avcının birinde vurup diğerlerinde iskalama olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{42}{125}$ B) $\frac{8}{25}$ C) $\frac{54}{125}$ D) $\frac{64}{125}$ E) $\frac{72}{125}$

1. Bir sınıfta 5 kız, 7 erkek öğrenci vardır.

Rastgele seçilen iki öğrenciden birinin kız, diğerinin erkek olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{35}{64}$ B) $\frac{12}{25}$ C) $\frac{17}{32}$ D) $\frac{35}{66}$ E) $\frac{35}{132}$

2. Bir sınıfta 5 kız, 7 erkek öğrenci vardır.

Rastgele seçilen iki öğrenciden birincinin kız, ikincinin erkek olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{37}{128}$ B) $\frac{12}{41}$ C) $\frac{34}{105}$ D) $\frac{35}{66}$ E) $\frac{35}{132}$

3. E örnek uzay ve $A \subset E$, $B \subset E$ dir.

$$P(A) = \frac{4}{7}, \quad P(B') = \frac{2}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{15}{21}$$

olduğuna göre, $P(B - A)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{1}{21}$ E) $\frac{2}{3}$

4. İki hilesiz zar atılıyor.

Zarların üzerindeki sayıların toplamının 10 ve daha büyük olduğu bilindiğine göre, zarlardan birinin 4 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

5. Bir torbada 3 mavi, 4 kırmızı, 5 yeşil top vardır.

Bu torbadan rastgele alınan iki topun aynı renk çıkma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{19}{66}$ D) $\frac{7}{22}$ E) $\frac{17}{56}$

6. 8 kişilik bir grupta 3 kişi yeşil gözlüdür. Gruptakilerin isimleri kartlara yazılıp bir torbaya konuyor.

Torbadan çekilen üç kartın birinde yeşil gözlü bir kişinin isminin çıkması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{14}{33}$ B) $\frac{15}{28}$ C) $\frac{7}{32}$ D) $\frac{16}{63}$ E) $\frac{15}{64}$

7. Bir madeni para 4 kere atılıyor.

Bu dört atışın en az birinde yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{11}{16}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{13}{16}$ D) $\frac{7}{8}$ E) $\frac{15}{16}$

8. A torbasında 2 siyah, 5 beyaz; B torbasında 4 siyah, 3 beyaz top vardır. Bir zar atılıyor ve 5 ten küçük gelirse A dan bir top; diğer durumlarda B den bir top çekiliyor.

Çekilen topun siyah olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{8}{21}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{10}{21}$ D) $\frac{11}{32}$ E) $\frac{4}{7}$

9. 1 den 40 a kadar numaralanmış 40 karttan biri rastgele çekiliyor.

Seçilen bu kartın tek olduğu bilindiğine göre, 7 nin katı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{40}$ B) $\frac{3}{20}$ C) $\frac{6}{40}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{4}{21}$

10. 24 kişilik bir grup İngilizce ve Almanca dillerinden en çok ikisini bilenlerden oluşmaktadır. En çok birini bilenlerin sayısı 13 tür.

Bu gruptan seçilen bir kişinin iki dili bilme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{13}$ B) $\frac{11}{13}$ C) $\frac{11}{24}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{4}$

11. Bir deneyde A, B, C, D gibi 4 ayrık olayın çıkması olasıdır.
 $P(A) > P(B) > P(C) > P(D) > \frac{1}{12}$
 olduğuna göre, P(D) aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{11}{48}$ B) $\frac{2}{25}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{3}{8}$

12. İçinde mor, pembe, beyaz toplar bulunan bir torbadan çekilen topun beyaz olma olasılığı $\frac{1}{4}$, pembe olma olasılığı $\frac{7}{12}$ dir.

Torbada 6 beyaz top olduğuna göre, mor topların sayısı kaçtır?

A) 16 B) 14 C) 12 D) 8 E) 4

13. Ahmet'in sınıfının mevcudu 12 dir.

Rastgele oluşturulan 4 kişilik bir grupta Ahmet'in bulunma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{43}{150}$ B) $\frac{11}{120}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{44}{165}$ E) $\frac{32}{155}$

14. Aynı derecede oyunu bilen 7 kişi kör ebe oynamaktadır.

Ebenin oyuncularından Müge'yi yakalama olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{7}$

15. Emre ve Zeynep'in bir soruyu çözme olasılıkları sırasıyla % 40 ve % 50 dir.

İkisi beraber çalışırsa sorunun çözülme olasılığı yüzde kaçtır?

A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

16. Bir zar üç kez atılıyor.

Üç atışta da farklı sayılar gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{2}{3}$

17. Umur ve Zeynep'in bulunduğu 6 kişi arasından üç kişilik bir ekip kuruluyor.

Ekipte Umur ve Zeynep'ten en çok birinin bulunma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

18. Bir zar iki kez atılıyor.

Birinci atışta gelen sayının ikinci atışta gelen sayıdan büyük olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{7}{12}$

19. Bir deney için sadece A, B, C gibi üç ayrık olay olasıdır.

$$3.P(A) = 2.P(B) \text{ ve } 3.P(B) = 5.P(C)$$

olduğuna göre, P(C) kaçtır?

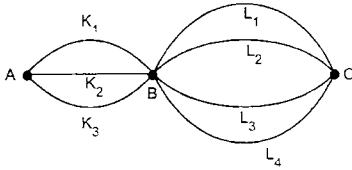
A) $\frac{19}{27}$ B) $\frac{11}{34}$ C) $\frac{9}{34}$ D) $\frac{13}{32}$ E) $\frac{12}{35}$

20. Bir torbada 1 den 12 ye kadar numaralanmış 12 top vardır.

Çekilen bir topun tek ya da 7 den büyük olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{7}{12}$

1.



Bir araç yukarıda verilen yollardan geçerek A dan C ye gidiyor ve geri dönüyor.

Bu aracın L_4 ten geçme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{13}{32}$ B) $\frac{7}{16}$ C) $\frac{37}{64}$ D) $\frac{22}{63}$ E) $\frac{2}{7}$

2. İki kardeşin ikisinin de haftanın aynı gününde doğmuş olmaları olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{49}$ C) $\frac{2}{49}$ D) $\frac{1}{15}$ E) $\frac{2}{7}$

3. 43055 sayısının rakamları yer değiştirilerek beş basamaklı sayılar yazılıyor.

Bu sayılardan rastgele yazılan birinin son rakamının 3 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{7}{16}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{15}$ D) $\frac{3}{16}$ E) $\frac{1}{5}$

4. Bir zar ile bir madeni para birlikte atılıyor.

Zarın asal sayı ve paranın yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

5. A, B, C, D mektupları 3 posta kutusuna atılıyor.

A ve B mektuplarının aynı kutuya atılma olasılığı kaçtır?

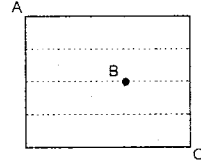
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{12}{27}$ E) $\frac{27}{64}$

6. Üç çocuktan birer tane çift rakam yazmaları isteniyor.

Çocukların yazdığı rakamların aynı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{125}$ B) $\frac{3}{125}$ C) $\frac{1}{25}$ D) $\frac{3}{25}$ E) $\frac{1}{5}$

7.



A dan C ye en kısa yoldan giden bir aracın B noktasından geçme olasılığı kaçtır?

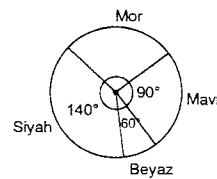
- A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{10}{21}$ C) $\frac{11}{20}$ D) $\frac{12}{35}$ E) $\frac{23}{42}$

8. 25 kişilik bir sınıfta 12 kişi futbol, 10 kişi basketbol 4 kişi de her iki sporu oynamaktadır.

Sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin futbol oynadığı bilindiğine göre, basketbol da oynama olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

9.



Şekildeki gibi bir hedefe bir ok rastgele saplanıyor.

Okun mor bölgeye saplanma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{7}{27}$ D) $\frac{7}{36}$ E) $\frac{11}{36}$

10. Ali çoktan seçmeli bir soruda 5 seçenekten 2 sini eliyor.

Ali bu soruyu rastgele cevaplarsa doğruyu bulma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

11. Beşlik sayma düzenindeki iki basamaklı sayıların hepsi bir kâğıda yazılıp bir torbaya atılıyor.

Rastgele çekilen bir kâğıdın üzerinde 3 ün katı olan sayı bulunması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{7}{20}$

12. $P(A^c) = \frac{3}{4}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

olduğuna göre, $P(A \cup B)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{6}$

13. İki zar atılıyor.

Zarların üst yüzeyindeki sayıların çarpımının 21 den büyük olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

14. A kutusunda 3 mavi, 3 kırmızı; B kutusunda 4 mavi, 2 kırmızı bilye vardır. A dan rastgele bir bilye çekiliyor ve B ye atılıyor. Daha sonra da B den rastgele bir bilye çekilip A ya atılıyor.

İlk durumu elde etme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{5}{7}$

15. Bir öğrenciden $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin üç elemanlı alt kümelerinden birini yazması istenmiştir.

Öğrencinin yazdığı alt kümede c nin bulunma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{7}{12}$

16. Bir zarın bir yüzü mavi, iki yüzü beyaz, diğer yüzleri kırmızı renktedir. Bu zar iki kez atılıyor.

İki atış sonunda zarın bir kez mavi, bir kez beyaz yüzü üzerine düşmesi olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

17. Düzgün bir para 4 defa atıldığında en az iki kez yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{9}{16}$ B) $\frac{5}{8}$ C) $\frac{11}{16}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{13}{16}$

18. Bir torbada 2 kırmızı, 3 gri, 6 siyah top vardır.

Rastgele alınan bir topun kırmızı veya gri olma olasılığı kaçtır?

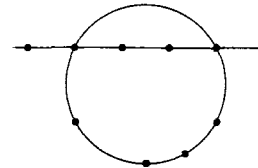
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{11}$ D) $\frac{4}{11}$ E) $\frac{5}{11}$

19. Bir düzgün sekizyüzlünün üç yüzünde 3, dört yüzünde 5, bir yüzünde 7 yazmaktadır.

Bu düzgün sekizyüzlü iki kez atıldığında alt yüze gelen sayıların toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{5}{16}$ D) $\frac{7}{16}$ E) $\frac{11}{32}$

- 20.



Şekildeki noktaları köşe kabul eden üçgenler çiziliyor.

Çizilen üçgenin herhangi bir köşesinin doğrunun üzerinde olmaması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{37}$ B) $\frac{3}{37}$ C) $\frac{4}{41}$ D) $\frac{7}{45}$ E) $\frac{5}{48}$

1. Bir torbada 5 beyaz ve 4 kırmızı top vardır. Bu torbadan rastgele 2 top çekiliyor.

Çekilen iki topun da beyaz olma olasılığı nedir?

- A) $\frac{5}{18}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{3}{13}$ D) $\frac{2}{11}$ E) $\frac{1}{5}$

(ÖYS 1981)

2. Bir zar ve bir madeni para birlikte atılıyor.

Zarın 4 veya 4 ten küçük ve paranın tura gelmesi olasılığı nedir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{2}{5}$

(ÖYS 1982)

3. Bir zarın bir yüzü kırmızı, iki yüzü sarı, diğer yüzleri mavi renktedir. Bu zar iki kez atılıyor.

İki atış sonunda zarın bir kez kırmızı, bir kez mavi yüzü üzerine düşmesi olasılığı nedir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

(ÖYS 1983)

4. Bir kutudaki 12 ampülden 4 ü bozuktur.

Bu ampullerden rastgele seçilen 3 ampülden üçünün de bozuk olması olasılığı nedir?

- A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{42}$ C) $\frac{1}{48}$ D) $\frac{1}{55}$ E) $\frac{1}{62}$

(ÖYS 1984)

5. İçinde top bulunan iki torbadan birincisinde 4 beyaz, 6 siyah ve ikincisinde 2 beyaz, 5 siyah top vardır. Birinci torbadan bir top çekilip rengine bakılmadan ikinci torbaya atılıyor.

Bundan sonra ikinci torbadan rastgele bir top çekildiğinde bunun beyaz olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{3}{20}$ D) $\frac{7}{10}$ E) $\frac{2}{5}$

(ÖYS 1985)

6. İçinde 4 kırmızı, 4 mavi ve 4 sarı bilye bulunan bir torbadan rastgele seçilen üç bilyeden herbirinin farklı renkte olması olasılığı nedir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{6}{15}$ C) $\frac{13}{40}$ D) $\frac{14}{47}$ E) $\frac{16}{55}$

(ÖYS 1986)

7. Düzgün bir para 3 defa atıldığında en az bir kez tura gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{1}{4}$

(ÖYS 1987)

8. Bir grupta 3 erkek ve 2 kız öğrenci vardır.

Bu gruptan seçilecek 2 kişinin ikisinin de erkek olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{5}$

(ÖYS 1987)

9. Bir torbada aynı büyüklükte 4 kırmızı, 5 beyaz, 7 yeşil kalem vardır.

Rastgele alınan bir kalemin kırmızı veya beyaz olma olasılığı nedir?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{7}{16}$ E) $\frac{9}{16}$

(ÖYS 1988)

10. 4 kız, 6 erkek öğrenci bulunan bir okul kafesinden rastgele 2 öğrenci seçilirse öğrencilerden birinin kız, diğerinin erkek olma olasılığı nedir?

- A) $\frac{8}{15}$ B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{3}$

(ÖYS 1988)

11. $(1 + x)^6$ açılımından rastgele seçilen iki terimin kat-sayılar toplamının 25 ten küçük olma olasılığı kaç-tır?

A) $\frac{16}{21}$ B) $\frac{15}{21}$ C) $\frac{14}{21}$ D) $\frac{12}{21}$ E) $\frac{9}{21}$

(ÖYS 1989)

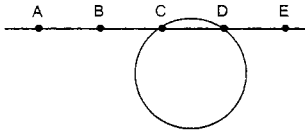
12. Bir torbaya eşit sayıda kırmızı ve beyaz bilyeler konu-yor. Bu torbadan geri konulmamak üzere çekilen iki bil-yenin ikisinin de kırmızı renkte olma olasılığı $\frac{8}{33}$ tür.

İlk durumda torbada kaç bilye vardır?

A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38

(ÖYS 1989)

13.



Şekildeki A, B, C, D, E noktaları bir doğru üzerinde ve ayrıca C, D noktaları bir çember üzerindedir.

Bu noktalardan seçilecek olan herhangi iki nokta-dan yalnız birisinin çembere ait olma olasılığı kaç-tır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{7}{10}$

(ÖYS 1990)

14. Bir torbada 2 beyaz, 4 siyah ve 6 mavi bilye vardır.

Aynı anda çekilen iki bilyeden birinin beyaz öbürünün siyah olma ihtimali nedir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{11}$ C) $\frac{2}{11}$ D) $\frac{4}{33}$ E) $\frac{5}{33}$

(ÖYS 1992)

15. Bir torbada 6 beyaz, 4 siyah bilye vardır.

Bu torbadan rastgele çekilen 3 bilyeden birinin beyaz, diğer ikisinin siyah olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{3}{19}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{5}{14}$ E) $\frac{5}{13}$

(ÖYS 1995)

16. A torbasında 3 beyaz, 4 kırmızı; B torbasında 5 beyaz, 2 kırmızı top vardır. Aynı anda her iki torbadan birer top alınıyor ve öteki torbaya (A torbasından alınan B ye, B torbasından alınan A ya) atılıyor.

Bu işlemin sonucunda torbalardaki kırmızı ve beyaz top sayılarının başlangıçtakiyle aynı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{18}{49}$ B) $\frac{19}{49}$ C) $\frac{20}{49}$ D) $\frac{22}{49}$ E) $\frac{23}{49}$

(ÖYS 1997)

17. Bir torbada 2 tane mavi, 5 tane yeşil mendil vardır. Bu torbadan geri atılmamak koşulu ile iki kez birer mendil çekiliyor.

Bu iki çekilişin birincisinde mavi, ikincisinde de yeşil mendil çekme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{70}{12}$ B) $\frac{20}{49}$ C) $\frac{10}{45}$ D) $\frac{10}{21}$ E) $\frac{5}{21}$

(ÖYS 1998)

18. Bir düzgün dörtyüzlünün (bütün yüzleri eşkenar üçgen olan üçgen piramit) iki yüzünde A, iki yüzünde de T harfi yazılıdır.

Bu düzgün dörtyüzlü bir kez atıldığında yan yüzle-rinde, sırasına ve yönüne bakılmaksızın A, T, A harflerin görülme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

(ÖSS 1999)

BÖLÜM 38

Binom

KÖŞETAŞI AMAÇLAR

1. Binom açılımını tanıyabilme ve açılımı yapabilme
2. Binom açılımında baştan k . terimi bulabilme
3. Binom açılımında sondan k . terimi bulabilme
4. Binom açılımında ortanca terimi bulabilme
5. Binom açılımında x^k lı terimi bulabilme
6. Binom açılımında sabit terimi bulabilme
7. Binom açılımında bazı bilgileri verilmiş terimi bulabilme
8. Üç terimli parantez kuvvetlerini binom açılımına dönüştürebilme
9. Binom açılımında katsayılar toplamını bulabilme
10. İrrasyonel terimlerden oluşan binom açılımındaki rasyonel terimleri bulabilme

köşetaşı

$(2x - y)^5$ açılımını yapınız?

açıklamalı çözüm

$$(a + b)^n = \binom{n}{0}a^n b^0 + \binom{n}{1}a^{n-1}b^1 + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{r}a^{n-r}b^r + \dots + \binom{n}{n}a^0b^n$$

ifadesine binom açılımı (iki terimlinin açılımı) denir. Açılımdaki genel terim $\binom{n}{r}a^{n-r}b^r$ dir.

Yani her terim genel terim gibi kombinasyonlu bir katsayı ile a ve b nin kuvvetlerinden oluşur.

* Açılımda $n + 1$ terim vardır.

* Her terimde a ve b nin üsleri toplamı n dir.

Buna göre, $(2x - y)^5$ ifadesinde $n = 5$, $a = 2x$, $b = -y$ dir.

$$\begin{aligned} (2x - y)^5 &= \binom{5}{0}(2x)^5(-y)^0 + \binom{5}{1}(2x)^4(-y)^1 + \binom{5}{2}(2x)^3(-y)^2 + \binom{5}{3}(2x)^2(-y)^3 + \binom{5}{4}(2x)^1(-y)^4 + \binom{5}{5}(2x)^0(-y)^5 \\ &= 1 \cdot 32x^5 \cdot 1 + 5 \cdot 16x^4(-y) + 10 \cdot 8x^3y^2 + 10 \cdot 4x^2(-y)^3 + 5 \cdot 2x \cdot y^4 + 1 \cdot 1 \cdot (-y)^5 \\ &= 32x^5 - 80x^4y + 80x^3y^2 - 40x^2y^3 + 10xy^4 - y^5 \end{aligned}$$

ANLAŞILSA DA OLUR ANLAŞILMASA DA: $(a + b)^n = \underbrace{(a + b)(a + b)(a + b) \dots (a + b)}_{n \text{ tane}}$

$a^{n-r}b^r$ li terim elde etmek için n tane çarpandan $n - r$ tane seçip çarpalım ki a^{n-r} elde edilsin.

$(n - r)$ tane çarpan $\binom{n}{n-r}$ değişik şekilde oluşturulabilir. Bunun için a^{n-r} li terimin katsayısı

$\binom{n}{n-r}$ olur. $\binom{n}{n-r} = \binom{n}{r}$ olduğundan terim $\binom{n}{r}a^{n-r}b^r$ biçiminde ifade edilebilir.

1. $(\sqrt{x} - 2y)^2$

ifadesinin açılımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 2xy + y^2$ B) $x^2 - 4xy + y$
C) $x - 4y\sqrt{x} + 4y^2$ D) $x - 2\sqrt{xy} + 4y$
E) $x - \sqrt{2xy} + 4y^2$

2. $(x - 2y)^{17}$ açılımı x in azalan kuvvetlerine göre yapılsa terim sayısı kaç olur?

- A) 11 B) 17 C) 18 D) 2^{17} E) 2^{34}

3. $x = \sqrt[3]{7} - 1$ olduğuna göre, $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 7 D) 14 E) 343

4. $(a + b)^n$ ifadesinin açılımında 23 terim olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 22 B) 23 C) 24 D) 46 E) 56

5. $(a + 2b)^4$ açılımında 2. terim aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $8ab^3$ B) $8a^2b^2$ C) $16a^3b$
D) $8a^3b$ E) $16ab^4$

6. $(x + 3y)^{12} = x^{12} + \dots + Ax^p y^r + \dots$

eşitliğinde p + r toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 11 C) 12 D) 13 E) 18

köşetaşı

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^{12}$ açılımında baştan 9. terim ne olur?

açıklamalı çözüm

Baştan p. terim için $r = p - 1$

Binom açılımı sorularından önce genel terim yazılır.

$$\binom{n}{r} a^{n-r} \cdot b^r$$

Verilenler bu ifadede yerine yazılır.

Verilenler : $n = 12$, $r = 9 - 1 = 8$, $a = x$, $b = -\frac{1}{x}$ tir.

$$\binom{12}{8} x^{12-8} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^8 = \frac{12!}{4! \cdot 8!} x^4 \frac{1}{x^8} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 8!} \cdot \frac{1}{x^4} = \frac{495}{x^4}$$

DÜŞÜNELİM - ÇIKARALIM

$(a + b)^n$ ifadesinin açılımında katsayılar sırasıyla:

$$\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \dots, \binom{n}{n} \text{ dir.}$$

Başlangıç 0 olduğundan baştan p. terim için $r = p - 1$ olacaktır.

Örneğin baştan 3. terimde katsayı $\binom{n}{2}$ dir.

1. $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^6$
ifadesinin açılımında baştan 4. terim nedir?
A) 112 B) 84 C) -72 D) -160 E) -180

2. $(x - 2y)^8$
ifadesinin açılımında baştan 6. terim aşağıdakilerden hangisidir?
A) $851x^5y^3$ B) $986x^3y^5$ C) $-1024x^4y^4$
D) $-1268x^5y^4$ E) $-1792x^3y^5$

3. $(x^3 - 1)^8$
ifadesinin açılımı x in azalan kuvvetlerine göre sıralandığında baştan 6. terimin katsayısı kaçtır?
A) -112 B) -56 C) -12 D) 56 E) 112

4. $(a + b)^{22}$
ifadesinin açılımında baştan 9. terimin katsayısı kaçtır?
A) $\binom{22}{9}$ B) $\binom{9}{1}$ C) $\binom{22}{8}$
D) $\binom{44}{9}$ E) $\binom{22}{9} \binom{9}{1}$

5. $\left(x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$ ifadesinin açılımında baştan 3. terimin katsayısı kaçtır?
A) 45 B) 54 C) 56 D) 64 E) 75

6. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ ifadesinin açılımında baştan 6. terim ile baştan 13. terimin katsayıları eşit olduğuna göre, n kaçtır?
A) 14 B) 15 C) 17 D) 19 E) 21
İpucu : $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

karekök özel

köşetaşı

$\left(2x + \frac{1}{y}\right)^{10}$ açılımında sondan 8. terim ne olur?

açıklamalı çözüm

Sondan p. terim için $r = n - p + 1$ dir.

Binom açılımı sorularında önce genel terim yazılır.

$$\binom{n}{r} a^{n-r} \cdot b^r$$

Verilenler bu ifadede yerine yazılır.

Verilenler : $n = 10$, $r = 10 - 8 + 1 = 3$, $a = 2x$, $b = \frac{1}{y}$ tir.

$$\binom{10}{3} (2x)^{10-3} \cdot \left(\frac{1}{y}\right)^3 = \frac{10!}{7! \cdot 3!} 2^7 \cdot x^7 \cdot \frac{1}{y^3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7! \cdot 3 \cdot 2} \cdot 2^7 \cdot x^7 \cdot \frac{1}{y^3} = 15360 \cdot x^7 \cdot y^{-3}$$

DÜŞÜNELİM - ÇIKARALIM

$(a - b)^n$ ifadesinin açılımında katsayılar sondan başlayarak sırasıyla:

$$\binom{n}{n}, \binom{n}{n-1}, \binom{n}{n-2}, \dots, \binom{n}{0} \text{ dir.}$$

Başlangıç n olduğundan sondan p. terim için $r = n - p - 1$ olacaktır.

Örneğin sondan 3. terimde katsayı $\binom{n}{n-2}$ dir.

1. $\left(3x - \frac{1}{x}\right)^7$ ifadesinin açılımında sondan 4. terim aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $94x^2$ B) $945x$ C) $480x$
D) $\frac{945}{x}$ E) $\frac{480}{x^2}$

2. $(x - 1)^{97}$ açılımında sondan 95. terimin katsayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\binom{97}{95}$ B) $-\binom{97}{3}$ C) $-\binom{95}{3}$ D) $\binom{97}{3}$ E) $\binom{97}{12}$

3. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{16}$ ifadesinin açılımında sondan 15. terimin katsayısı kaçtır?

- A) 86 B) 96 C) 120 D) 156 E) 180

4. $(2x - y)^{10} = \dots + Ax^k y^p + \dots$

eşitliğinde $Ax^k y^p$ sondan 3. terim olduğuna göre, $A + k + p$ toplamı kaçtır?

- A) 156 B) 160 C) 172 D) 180 E) 190

5. $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$

ifadesinin açılımında sondan 2. terimin katsayısı kaçtır?

- A) -18 B) -10 C) 0 D) 10 E) 18

6. $\left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$

ifadesinin açılımında sondan 7. terimin katsayısı ile sondan 18. terimin katsayısı eşit olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

karekök özel

köşetaşı

$\left(2x - \frac{1}{3x}\right)^8$ açılımında ortanca terim kaçtır?

açıklamalı çözüm

n çift olmak üzere ortanca terim için $r = \frac{n}{2}$ dir.

n tek olduğunda terim sayısı çift olacağından ortanca terimden bahsedilemez.

Önce genel terim yazılır.

$$\binom{n}{r} a^{n-r} \cdot b^r$$

Verilenler : $n = 8$, $r = \frac{8}{2} = 4$, $a = 2x$, $b = -\frac{1}{3x}$ tir.

Verilenler genel terimde yerine yazılır.

$$\begin{aligned} & \binom{8}{4} (2x)^{8-4} \left(-\frac{1}{3x}\right)^4 \\ &= \frac{8}{4! \cdot 4!} 2^4 \cdot x^4 \frac{1}{3^4 \cdot x^4} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4!} \cdot \frac{2^4}{3^4} = \frac{1120}{81} \end{aligned}$$

1. $\left(x + \frac{2}{x}\right)^6$ ifadesinin açılımında ortanca terim nedir?
- A) 160 B) 160x C) $\frac{160}{x}$ D) $\frac{20}{x}$ E) 20x

2. $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^8$ ifadesinin açılımında ortanca terim nedir?
- A) 1120 B) -1120 C) 1120x
D) 1120x⁴ E) -1120x⁻⁴

3. $\left(3x + \frac{1}{2x^2}\right)^4$ ifadesinin açılımında ortanca terimin katsayısı kaçtır?
- A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{27}{4}$ C) $\frac{27}{2}$ D) 54 E) 72

4. $(a + b)^n$ ifadesinin açılımında ortanca terim baştan 16. terim olduğuna göre, n kaçtır?

A) 15 B) 16 C) 30 D) 32 E) 42

5. $(a + b)^n$ ifadesinin açılımında ortanca terim, sondan 11. terim olduğuna göre, n kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

6. $(x + 1)^n$ açılımında katsayılar toplamı 64 olduğuna göre, ortanca terim nedir?

A) 20 B) 20x C) 24x² D) 20x³ E) 48x⁵

(İpucu : Katsayılar toplamını bulmak için x yerine 1 yazılır.)

köşetaşı

$\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^{12}$ açılımında x^9 lu terimin katsayısı kaç olur?

açıklamalı çözüm

Önce genel terim yazılır, bu terimin Ax^9 olması isteniyor.

$$\binom{n}{r} a^{n-r} b^r = Ax^9$$

Verilenler: $n = 12$, $r = ?$, $a = x^2$, $b = -\frac{2}{x}$ dir.

Verilenler yukarıdaki eşitlikte yerine yazılır.

$$\binom{12}{r} (x^2)^{12-r} \left(-\frac{2}{x}\right)^r = Ax^9$$

Bu aşamada sadece x lerle çalışılır:

$$x^{24-2r} \cdot x^{-r} = x^9 \Rightarrow x^{24-3r} = x^9 \Rightarrow 24 - 3r = 9 \Rightarrow 5 = r \text{ bulunur.}$$

$$r = 5 \text{ için } \binom{12}{5} (x^2)^7 \left(-\frac{2}{x}\right)^5 = \frac{12!}{7! \cdot 5!} \cdot x^{14} \cdot \frac{(-2)^5}{x^5} = -25344 \cdot x^9$$

x^9 lu terimin katsayısı -25344 tür.

1. $\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)^7$ ifadesinin açılımı yapıldığında x^{13} lü terimin katsayısı kaç olur?
A) -32 B) -21 C) 12 D) 21 E) 32

2. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^5$ ifadesinde x^n li terimin katsayısı 5 olduğuna göre, n nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?
A) -4 B) -2 C) 3 D) 5 E) 7

3. $\left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^7 = \dots + Ax^4 + \dots$ olduğuna göre, A kaçtır?
A) 21 B) 27 C) 32 D) 42 E) 56

4. $\left(\frac{x^2 - y}{xy^2}\right)^8$ açılımında $\frac{x^4}{y^{14}}$ ün katsayısı kaçtır?
A) -28 B) -14 C) 14 D) 28 E) 36

5. $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^8$ açılımında x li terimin katsayısı kaçtır?
A) -56 B) -28 C) 18 D) 28 E) 56

6. $(x^2 - x)^6$ açılımında x^{11} li terimin katsayısı kaçtır?
A) -21 B) -15 C) -6 D) 3 E) 9

karekök özel

köşetaşı

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^{16}$ açılımında sabit terim kaçtır?

açıklamalı çözüm

Önce genel terim yazılır, bu terimin Ax^0 olması isteniyor.

$$\binom{n}{r} a^{n-r} b^r = Ax^0$$

Verilenler: $n = 16$, $r = ?$, $a = x$, $b = -\frac{1}{x}$ tir. Verilenler yukarıdaki ifadede yerine yazılır.

$$\binom{16}{r} \cdot x^{16-r} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^r = Ax^0$$

Bu aşamada sadece x lerle çalışılır:

$$x^{16-r} \cdot x^{-r} = x^0 \Rightarrow x^{16-2r} = x^0 \Rightarrow 16 - 2r = 0 \Rightarrow 8 = r$$

$r = 8$ için $\binom{16}{8} x^8 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^8 = \binom{16}{8}$ dir. Demek ki, sabit terim $\binom{16}{8}$ dir.

1. $\left(x - \frac{2}{x}\right)^4$
açılımında sabit terim kaç olur?
A) 15 B) 18 C) 24 D) 32 E) 48

2. $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^6$
ifadesinin açılımı yapıldığında sabit terim kaç olur?
A) -180 B) -160 C) -120 D) 120 E) 160

3. $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^8$
ifadesinin açılımında x e bağlı olmayan terim kaçtır?
A) -70 B) -35 C) 0 D) 35 E) 70

4. $\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)^{12}$
ifadesinin açılımındaki sabit terim kaçtır?
A) -220 B) -180 C) 180 D) 220 E) 240

5. $\left(x^4 - \frac{1}{x}\right)^n$
açılımı yapıldığında baştan 5. terim sabit olduğuna göre, n kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^n$
açılımı yapıldığında sondan 9. terim sabit olduğuna göre, n kaçtır?
A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

karekök özel

köşetaşı

$$(x^4 - 2y)^6 = x^{24} - \dots + Ax^p y^t + \dots$$

eşitliğinde $p + t = 12$ olduğuna göre, A kaçtır?

açıklamalı çözüm

Önce genel terim yazılırsa;

$$\binom{6}{r} (x^4)^{6-r} \cdot (-2y)^r = A \cdot x^p \cdot y^t$$

Bu aşamada sadece x ve y üzerinde çalışılırsa;

$$x^{24-4r} \cdot y^r = x^p \cdot y^t$$

$$24 - 4r = p + t$$

$$24 - 4r = 12$$

$$4 = r$$

$$r = 4 \text{ için } \binom{6}{4} (x^4)^2 \cdot (-2y)^4 = 15 \cdot x^8 \cdot 16y^4 = 240x^8y^4$$

Demek ki $A = 240$ tır.

1. $(x^4 - y)^{10} = x^{40} + \dots + Ax^t y^k + \dots$
eşitliğinde $t + k = 31$ olduğuna göre, A kaçtır?
A) -120 B) -96 C) -42 D) 64 E) 81

2. $(x^3 - y^2)^{12}$ açılımında baştan 8. terim $Ax^a y^b$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?
A) 28 B) 29 C) 31 D) 33 E) 35

3. $\left(x^2 - \frac{y^3}{2}\right)^8$ açılımının terimlerinden biri $Ax^k y^n$ dir.
 $k + n = 19$ olduğuna göre, A kaçtır?
A) -4 B) -7 C) -14 D) -21 E) 34

4. $\left(x^3 - \frac{y}{x^2}\right)^n = x^{24} + \dots + mx^p y^3 + \dots$
eşitliğinde $n + m + p$ toplamı kaçtır?
A) 62 B) 41 C) -17 D) -39 E) -42

5. $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^9 = \dots + ma^n b^3 + \dots$
olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?
A) 56 B) 64 C) 81 D) 96 E) 98

6. $(x^3 + 2y)^8 = x^{24} + \dots + Ax^a y^b + \dots$
eşitliğinde $a + b = 18$ olduğuna göre, A kaçtır?
A) 324 B) 340 C) 364 D) 412 E) 448

köşetaşı

$(x - 2y + z)^6$ açılımında $x^2 y^3 z$ li terimin katsayısı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$(a + b + c)^n$ açılımında genel terim $\binom{n}{r} \binom{r}{k} a^{n-r} b^{r-k} c^k$ dir.

Önce genel terim yazılır.

Verilenler : $n = 6, r = ?, k = ?, a = x, b = -2y, c = z$ dir.

$$\binom{6}{r} \binom{r}{k} x^{6-r} \cdot (-2y)^{r-k} \cdot z^k = A x^2 y^3 z$$

$$z^k = z \Rightarrow k = 1$$

$$x^{6-r} = x^2 \Rightarrow 6 - r = 2 \Rightarrow r = 4$$

$$\binom{6}{4} \binom{4}{1} x^{6-4} \cdot (-2y)^{4-1} \cdot z^1 = 15 \cdot 4 \cdot x^2 \cdot (-8) \cdot y^3 \cdot z = -480 \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot z$$

$x^2 y^3 z$ terimin katsayısı -480 dir.

$(a + b + c)^n = [a + (b + c)]^n$ biçiminde düşünülürse iki teriminin açılımı olur.

$[a + (b + c)]^n$ açılımının genel terimi:

$$\begin{aligned} & \binom{n}{r} a^{n-r} (b + c)^r \\ &= \binom{n}{r} a^{n-r} \cdot \binom{r}{k} b^{r-k} \cdot c^k \\ &= \binom{n}{r} \binom{r}{k} a^{n-r} b^{r-k} c^k \end{aligned}$$

1. $(x - y + 2z)^8$
açılımında $x^3 y^2 z^3$ lü terimin katsayısı kaçtır?
A) 3640 B) 3860 C) 4120 D) 4260 E) 4480

2. $(x + y - z)^{10}$
açılımında $x^2 y^5 z^3$ lü terimin katsayısı kaçtır?
A) -3820 B) -3120 C) -2520
D) 1120 E) 4260

3. $(2x - y + z)^{12}$
açılımında $x^2 y^8 z^2$ li terimin katsayısı kaçtır?
A) $8 \binom{12}{10}$ B) $\binom{12}{6} \binom{6}{4}$ C) $\binom{12}{8} \binom{8}{4}$
D) $4 \binom{12}{10} \binom{10}{2}$ E) $2 \binom{12}{8} \binom{4}{2}$

4. $(2x - y + z)^8$
açılımının terimlerinden biri $Ax^2 y^k z^2$ olduğuna göre, $A + k$ toplamı kaçtır?
A) 1684 B) 1672 C) 1652 D) 1640 E) 1620

5. $(x + y + z)^9$
açılımında oluşan terimlerden kaç tanesinde x^5 bir çarpan olarak bulunur?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

(İpucu : $\binom{9}{r} \binom{r}{k} x^{9-r} y^{r-k} z^k$ ifadesinden $r = 4$ bulunur.

$\binom{r}{k} = \binom{r}{r-k}$ ifadesinde k nın alabileceği 5 değer vardır.)

6. $(x - 2y + z)^7$
açılımında y^4 çarpanına sahip kaç terim vardır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

karekök özel

köşetaşı

$$\left(2x^2 - 3y + \frac{2}{z}\right)^9$$

açılımında katsayılar toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Polinomlarda olduğu gibi katsayılar toplamı sorulduğunda değişkenlerin yerine 1 yazılır.

$$\text{Katsayılar toplamı} = \left(2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + \frac{2}{1}\right)^9 = 1$$

1. $(3x - 2y + z)^7$
ifadesinin açılımı yapılırsa katsayılar toplamı kaç olur?
A) 2 B) 3 C) 32 D) 81 E) 128

2. $\left(\frac{x}{4} + \frac{y}{2} - 1\right)^9$
ifadesinin açılımı yapılırsa katsayılar toplamı kaç olur?
A) -2^{-18} B) -2^{-9} C) 2^{-18} D) 2^{-9} E) 2^9

3. $\left(2a^2 - \frac{1}{a^3}\right)^{18}$
ifadesinin açılımındaki katsayıların toplamı kaçtır?
A) 2^{18} B) -2^{18} C) -1 D) 0 E) 1

4. $(3x - y^3)^5$
açılımı yapıldığında terimlerin katsayıları toplamı kaç olur?
A) 16 B) 24 C) 32 D) 48 E) 64

5. $(7x - 5y)^n$
ifadesinin açılımında, terimlerin katsayıları toplamı 128 olduğuna göre, n kaçtır?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6. $(2x^3 - 3x^2 + 1)^6$
ifadesinin açılımı yapıldığında x in çift kuvvetli olduğu terimlerin katsayıları toplamı kaç olur?
A) 2^5 B) 2^6 C) 2^{11} D) 2^{12} E) 2^{15}
(İpucu : Bkz. (31.17))

karekök özel

köşetaşı

$$\left(\sqrt[4]{3} - \sqrt[3]{2}\right)^{15}$$

ifadesinin açılımında rasyonel terimlerin toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Genel terim : $\binom{n}{r} a^{n-r} b^r$

Verilenler : $a = \sqrt[4]{3}$, $b = -\sqrt[3]{2}$, $n = 15$, $r = ?$

Buna göre, $\binom{15}{r} (\sqrt[4]{3})^{15-r} (-\sqrt[3]{2})^r$ ifadesi elde edilir.

Bu ifadenin rasyonel olması için de, köklerden kurtarmak gerekir. $\sqrt[4]{3}$ sayısının kuvvetini 4 ün katı, $-\sqrt[3]{2}$ sayısının kuvvetini 3 ün katı yapan r değerleri; 3 ve 15 tir.

$r = 3$ için $\binom{15}{3} (\sqrt[4]{3})^{15-3} (-\sqrt[3]{2})^3 = \binom{15}{3} \cdot 3^3 \cdot (-2)$

$r = 15$ için $\binom{15}{15} (\sqrt[4]{3})^{15-15} (-\sqrt[3]{2})^{15} = \binom{15}{15} \cdot 1 \cdot (-2)^5$

Rasyonel terimlerin toplamı = $-54 \cdot \binom{15}{3} - 32$

1. $(\sqrt[3]{5} + \sqrt{2})^5$

ifadesinin açılımındaki rasyonel terimlerin toplamı kaçtır?

- A) 60 B) 80 C) 100 D) 120 E) 140

2. $x \in \mathbb{Q}$ olmak üzere, $(x + \sqrt{2})^5$ ifadesinin açılımındaki rasyonel terimlerin katsayıları toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 15 C) 18 D) 20 E) 41

3. $(\sqrt[5]{3} + \sqrt{2})^9$

ifadesinin açılımındaki rasyonel terimlerin toplamı kaçtır?

- A) $12 \binom{9}{4}$ B) $9 \binom{12}{4}$ C) $\binom{9}{4} \binom{12}{2}$
D) $36 \binom{9}{2}$ E) $24 \binom{9}{5}$

4. $(\sqrt[4]{5} + \sqrt[3]{2})^{11}$

ifadesinin açılımındaki rasyonel terim kaçtır?

- A) $\binom{11}{8}$ B) $\binom{11}{7} \binom{4}{3}$ C) $42 \binom{11}{7}$
D) $25 \binom{11}{7}$ E) $50 \binom{11}{3}$

5. $x \in \mathbb{Q}$ olmak üzere, $(2x - \sqrt{2})^4$ ifadesinin açılımındaki rasyonel terimlerinin katsayıları toplamı kaçtır?

- A) 64 B) 68 C) 72 D) 76 E) 82

6. $(\sqrt[7]{2} + \sqrt{3})^{13}$

ifadesinin açılımında kaçınıcı terim rasyoneldir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

karekök özel

1. $(x - 2y)^3$
ifadesinin açılımı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x^2 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
B) $x^3 - 6x^2y + 3xy^2 - 4y^3$
C) $x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$
D) $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$
E) $x^3 - 6x^2y + 6xy^2 - 8y^3$
2. $\left(x - \frac{2}{x}\right)^8$
ifadesinin açılımında baştan 7. terim aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1792}{x^4}$ B) $\frac{1546}{x^3}$ C) $\frac{1200}{x^2}$
D) $2160x^2$ E) $1456x^4$
3. $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12}$
ifadesinin açılımında sondan 2. terimin katsayısı kaçtır?
A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24
4. $(a + b)^n$
ifadesinin açılımında ortanca terim, sondan 13. terim olduğuna göre, n kaçtır?
A) 20 B) 22 C) 23 D) 24 E) 26
5. $\left(x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{18}$
ifadesinin açılımında x^{21} li terimin katsayısı kaçtır?
A) $\binom{22}{4}$ B) $\binom{21}{18}$ C) $\binom{18}{3}$ D) $\binom{18}{10}$ E) $\binom{18}{12}$

6. $\left(2x - \frac{3}{x}\right)^6$
ifadesinin açılımında sabit terim kaçtır?
A) $-2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$ B) $-2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$ C) $-2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$
D) $2^7 \cdot 3^2$ E) $2^4 \cdot 7^2$
7. $(x^3 - y)^6 = x^{18} + \dots + A x^m y^n + \dots$
eşitliğinde $m + n = 14$ olduğuna göre, A kaçtır?
A) 10 B) 12 C) 15 D) 24 E) 32
8. $(x - y - 2z)^8$
ifadesinin açılımında $x^3 y z^4$ lü terimin katsayısı kaçtır?
A) $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5$ B) $2^4 \cdot 3^3 \cdot 7$ C) $-2^5 \cdot 5 \cdot 7^2$
D) $-2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$ E) $-2^7 \cdot 5 \cdot 7$
9. $(2x + 4y - 5z)^{98}$
ifadesinin açılımında katsayılar toplamı kaçtır?
A) -98 B) 2^{98} C) -2^{98} D) -1 E) 1
10. $(\sqrt{3} - \sqrt[3]{2})^6$
ifadesinin açılımında rasyonel terimlerin toplamı kaçtır?
A) 7 B) 9 C) 13 D) 17 E) 31

1. $x = \sqrt[3]{5} - 1$ olduğuna göre,
 $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 27

2. $x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = (x - p)^5$
 olduğuna göre, p nin a türünden eşiti nedir?
 A) a B) 5a C) $-\frac{a}{5}$ D) $\frac{a}{5}$ E) $\frac{5}{a}$

3. $(2x - y)^{10} = (2x)^{10} + \dots + a \cdot x^2 y^8 + \dots$
 eşitliğinde a kaçtır?
 A) 150 B) 180 C) 210 D) 240 E) 270

4. $\left(\frac{1}{x} - \frac{x}{2}\right)^7$
 ifadesinin açılımında x^{-3} lü terimin katsayısı kaçtır?
 A) $\frac{31}{3}$ B) $\frac{31}{2}$ C) $\frac{24}{5}$ D) $\frac{21}{2}$ E) $\frac{21}{4}$

5. $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^6$
 ifadesinin sabit terimi kaçtır?
 A) 15 B) 18 C) 24 D) 30 E) 42

6. $(x^2 - 2y)^n$
 açılımında $x^6 y^2$ li terimin katsayısı kaçtır?
 A) 6 B) 10 C) 15 D) 24 E) 40

7. $(2x - 3y)^{59}$
 ifadesinin açılımında 46. terimin katsayısı aşağıdaki-
 lardan hangisine eşittir?
 A) $2^{46} \cdot 3^{13} \cdot \binom{59}{46}$ B) $-2^{14} \cdot 3^{45} \cdot \binom{59}{45}$
 C) $-2^{45} \cdot 3^{14} \cdot \binom{59}{45}$ D) $6^{36} \cdot \binom{59}{46}$
 E) $45 \cdot \binom{59}{45}$

8. $\left(x^2 y^2 - \frac{x}{y}\right)^{12}$
 ifadesinin açılımında y nin bulunmadığı terim aşağı-
 dakilerden hangisidir?
 A) $\binom{12}{4} \cdot x^{16}$ B) $\binom{12}{8} \cdot x^8$ C) $\binom{12}{4} \cdot x^{10}$
 D) $\binom{12}{2} \cdot x^{12}$ E) $\binom{12}{3} \cdot x^9$

9. $(a + b)^n$ açılımında a^3 lü terimin katsayısı 56 olduğuna göre, n kaçtır?
 A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

10. $(a^2 + bc^5)^6$ ifadesinin açılımında a^4 ün bir çarpanı
 olduğu terimin c li çarpanının kuvveti kaçtır?
 A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

11. $(\sqrt[3]{3} - \sqrt{2})^8$

ifadesinin açılımında rasyonel terimlerin toplamı kaçtır?

- A) 420 B) 460 C) 500 D) 520 E) 540

12. $(x - 3y)^n$

ifadesinin açılımında katsayılar toplamı -128 olduğuna göre, sondan altıncı terimin katsayısı kaçtır?

- A) -182 B) -144 C) 24 D) 144 E) 189

13. $\left(\sqrt[5]{x} - 12\sqrt{\frac{2005}{x}} \right)^{18}$

ifadesinin açılımında sabit terim kaçtır?

- A) 1 B) $\sqrt{2005}$ C) $\sqrt[12]{2005}$
D) 2005 E) $2005 \cdot \binom{18}{12}$

14. $(x + y + z)^5$

ifadesinin açılımında xy^2z^2 li terimin katsayısı kaçtır?

- A) 20 B) 30 C) 32 D) 38 E) 45

15. $(3x + 5y - 6)^5$

ifadesinin açılımında katsayılar toplamı kaçtır?

- A) 16 B) 24 C) 32 D) 64 E) 81

16. $(2x^3 - y^2)^{10}$

ifadesinin açılımındaki terimlerden biri $Ax^k y^k$ olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 15 E) 16

17. $(2x + k)^n = ax^5 + bx^4 + \dots + 32$

eşitliğinde, $a + b + k$ toplamı kaçtır?

- A) 120 B) 144 C) 164 D) 180 E) 194

18. $\left(px - \frac{1}{p} \right)^6$

ifadesinin açılımında x^4 lü terimin katsayısı 135 olduğuna göre, p nin alabileceği değerlerden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) -1

19. $\left(ax - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^{12}$

ifadesinin açılımında baştan beşinci terimde x in kuvveti kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 4 E) 6

20. $(2x - x^2)^6$

ifadesinin açılımında ilk terim ile son terimin katsayıları toplamı kaçtır?

- A) 16 B) 32 C) 64 D) 65 E) 120

1. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$
açılımında ortanca terim aşağıdakilerden hangisidir?

A) $20x$ B) $20x^2$ C) $20x^3$ D) $42x^2$ E) $42x^3$

2. $(3x - 5y^2)^{17}$
ifadesinin açılımında baştan kaçınıcı terimde y nin kuvveti 24 tür?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 13 E) 14

3. $(2x - 1)^9$
ifadesinin açılımında sondan ikinci terimin katsayısı kaçtır?

A) -24 B) -18 C) 12 D) 18 E) 24

4. $(a - b)^8$
ifadesinin açılımında pozitif katsayılı terimlerin katsayıları toplamı kaçtır?

A) 128 B) 144 C) 180 D) 192 E) 196

5. $(x - ay + 7z)^6$
ifadesinin açılımındaki katsayıların toplamı 64 olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 2 B) 6 C) 10 D) 12 E) 16

6. $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^6$
ifadesinin açılımında ortanca terimin, sabit terime oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3}{4x^2}$ B) $\frac{3}{4x^3}$ C) $\frac{-4}{3x}$
D) $\frac{-4}{x^3}$ E) $-\frac{4}{3x^3}$

7. $(a + b)^{2n}$
ifadesinin açılımında baştan $(n + 1)$. terimin katsayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\binom{5}{3}$ B) $\binom{8}{2}$ C) $\binom{9}{5}$ D) $\binom{11}{5}$ E) $\binom{12}{6}$

8. $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^{12}$
ifadesinin açılımında sabit terim baştan kaçınıcı terimdir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

9. $(a + \sqrt{2})^6$
ifadesinin açılımında katsayıları tamsayı olan terimlerin katsayıları toplamı kaçtır?

A) 32 B) 36 C) 42 D) 48 E) 99

10. $(x + y)^n$
ifadesinin açılımında $x^{11}y^k$ lı terimin katsayısı 78 olduğuna göre, n kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

11. $(x - 1)^6 + (x + 2)^6$

toplamında derecesi en küçük olan terimin katsayısı kaçtır?

- A) 61 B) 63 C) 64 D) 65 E) 67

12. $(x - 2y + z)^8$

ifadesinin açılımında kaç tane x^3 lü terim vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13. $(x^2 - x + 1)^{12}$

ifadesinin açılımında katsayılar toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

14. $(\sqrt[3]{2} - \sqrt{2})^7$

ifadesinin açılımında rasyonel terim kaçtır?

- A) 142 B) 160 C) 180 D) 240 E) 280

15. $(x^2 - x + 1)^5$

ifadesinin açılımında x^5 li terimin katsayısı kaçtır?

- A) -51 B) -14 C) -18 D) 10 E) 24

16. $(3x + 3y - z - 4)^4$ ifadesinin açılımında katsayılar toplamı a, sabit terim b dir.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 65 B) 127 C) 129 D) 257 E) 513

17. $\left(x - \frac{1}{3x}\right)^{11}$

ifadesinin açılımında baştan üçüncü terimin katsayısı kaçtır?

- A) $\frac{16}{9}$ B) $\frac{27}{16}$ C) $\frac{55}{27}$ D) $\frac{66}{25}$ E) $\frac{55}{9}$

18. $(a + b)^6$

ifadesinin açılımında en büyük katsayı kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 18 E) 20

19. $(x^2 - x^3)^{10}$

ifadesinin açılımındaki en büyük dereceli terimin derecesi kaçtır?

- A) 24 B) 30 C) 32 D) 36 E) 48

20. $(a + b)^n$

ifadesinin açılımındaki baştan 11. terimin katsayısı ile sondan 3. terimin katsayısı eşit ise, n kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

1. $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = (x - k)^4$
olduğuna göre, k nın a cinsinden değeri nedir?
A) $-4a$ B) $-\frac{a}{4}$ C) $\sqrt[4]{a}$ D) $\frac{a}{4}$ E) $4a$
(ÖYS 1985)

2. $(x + 2y)^8 = x^8 + \dots + 16ax^3y^5 + \dots$
eşitliğinde a hangi sayıyı göstermektedir?
A) 248 B) 200 C) 148 D) 112 E) 96
(ÖYS 1988)

3. $\left(\frac{2}{x} - x^2\right)^7$
ifadesinin açılımında x^8 li terimin katsayısı kaçtır?
A) 84 B) 48 C) 28 D) -48 E) -84
(ÖYS 1990)

4. $x = 4, y = 2$ olduğuna göre,
 $x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$
ifadesinin değeri nedir?
A) 16 B) 32 C) 64 D) 128 E) 256
(ÖSS 1991)

5. $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^6$
ifadesinin açılımındaki sabit terim kaçtır?
A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22
(ÖYS 1996)

6. $(x^2 - 2y^2)^n$
açılımında x^4y^4 lü terimin katsayısı kaçtır?
A) -48 B) -24 C) 12 D) 24 E) 48
(ÖYS 1997)

7. $(3x + 2y)^{23}$ ün açılımında baştan 11. terimin katsayısı kaçtır?
($C(n, r)$: n elemanlı bir kümenin r - li kombinasyonlarının sayısı)
A) $2^{10} \cdot 3^{13} \cdot C(23, 10)$ B) $2^{11} \cdot 3^{12} \cdot C(23, 11)$
C) $2^{11} \cdot 3^{12} \cdot C(23, 12)$ D) $2^{12} \cdot 3^{11} \cdot C(23, 12)$
E) $2^{13} \cdot 3^{11} \cdot C(23, 11)$
(ÖYS 1998)

B Ö L Ü M 39

Trigonometri 1

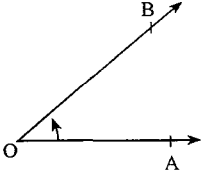
KÖŞETAŞI AMAÇLAR

1. Verilen açının yönünü, başlangıç ve bitim kenarlarını gösterebilme
2. Bir açı ölçü birimini başka bir ölçü birimi türünden yazabilme
3. Derecenin alt birimlerini tanımlayabilme
4. Derece, dakika, saniye türünden verilen açı ölçüleriyle işlem yapabilme
5. Derece türünden verilen bir açının esas ölçüsünü bulabilme
6. Grad türünden verilen bir açının esas ölçüsünü bulabilme
7. Radyan türünden verilen bir açının esas ölçüsünü bulabilme
8. Sin, cos, tan, cot, sec, csc fonksiyonlarının tanımını yapabilme
9. Geometrik şekiller üzerinde trigonometrik fonksiyonların değerini bulabilme
10. Geometrik şekillerde ek çizimler yaparak trigonometrik fonksiyonların değerini bulabilme
11. Geometrik şekillerde değeri verilen trigonometrik fonksiyon yardımıyla başka trigonometrik fonksiyonların değerini hesaplayabilme
12. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ özdeşliğini kullanabilme
13. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ özdeşliğini kullanabilme
14. $\tan x = \sin x / \cos x$, $\cot x = \cos x / \sin x$, $\tan x \cdot \cot x = 1$ özdeşliklerini kullanabilme
15. $\sec x = 1 / \cos x$ ve $\csc x = 1 / \sin x$ özdeşliklerini kullanabilme
16. Özdeşliklerden yararlanarak tan ve cot fonksiyonlarının değerlerini hesaplayabilme
17. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ve $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ özdeşliklerini sadeleştirme sorularında kullanabilme
18. Özel açıların trigonometrik fonksiyonlarının değerini hesaplayabilme
19. Birim çemberi tanıyabilme
20. Birim çember üzerindeki özel açılara karşılık gelen noktaların koordinatlarını bulabilme
21. Ox ekseninin cos, Oy ekseninin sin fonksiyonuna karşılık geldiğini fark edebilme

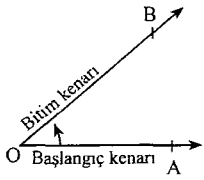
-
22. $\sin$ ve $\cos$ fonksiyonlarının değer aralığının $[-1,1]$ olduğunu fark edebilme
 23. $a\sin x + b\cos x$ ifadesinin en büyük ve en kk değerlerini hesaplayabilme
 24. $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ nin $\tan$ ve $\cot$ değerlerini bulabilme
 25. Koordinat düzleminde bölgeleri ve trigonometrik fonksiyonların bu bölgelerdeki işaretlerini belirleyebilme
 26. Koordinat düzlemi yardımıyla trigonometrik değerleri sıralayabilme
 27. 360° den büyük açıların trigonometrik fonksiyonlardaki değerlerini hesaplayabilme
 28. 360° den büyük açıların trigonometrik fonksiyonlardaki değerlerini 90° ve 270° ile ilişkilendirerek hesaplayabilme
 29. $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$ ile ilişkilendirilmiş açıların trigonometrik fonksiyonların değerini bulabilme
 30. π ve $\pi/2$ nin katları ile ilişkilendirmiş açıların trigonometrik fonksiyonların değerini bulabilme
 31. Bazı açıların trigonometrik fonksiyonlarının değerlerini dar açıların trigonometrik fonksiyonlarının türünden yazabilme
 32. İki açının ölçüleri arasındaki bağıntı verildiğinde trigonometrik fonksiyonlarının değerini hesaplayabilme
 33. Bir genin açılarının trigonometrik değerlerini hesaplayabilme
 34. Trigonometrik serilerin değerlerini hesaplayabilme
 35. Geometrik şekiller üzerindeki geniş açıların trigonometrik değerlerini hesaplayabilme
 36. Herhangi bir trigonometrik değerin verilen dar açının diğer trigonometrik değerlerini hesaplayabilme
 37. Herhangi bir trigonometrik değerin verilen geniş açının diğer trigonometrik değerlerini hesaplayabilme
-

köşetaşı

Aşağıda verilen açının yönünü, başlangıç ve bitim kenarlarını, açılarını sembolle gösteriniz.



açıklamalı çözüm



[OA başlangıç kenarı

[OB bitim kenarı

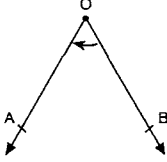
Açı saat ibresinin tersi yönde olduğundan (+) pozitif yönlü açıdır ve açı $\widehat{A\hat{O}B}$ dir.

Buna göre, $m(\widehat{A\hat{O}B}) = -m(\widehat{B\hat{O}A})$ olur.

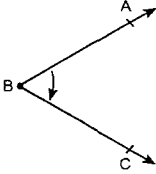
Eğer açının yönü saat ibresi ile aynı yönde olsaydı (-) negatif yönlü açı olarak adlandırılacaktı.

Aşağıda verilen açılarının yönlerini, başlangıç ve bitim kenarlarını sembolle yazınız.

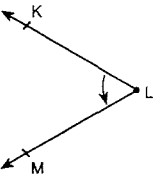
1.



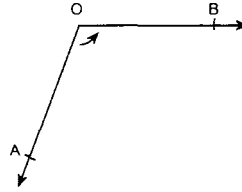
2.



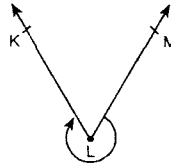
3.



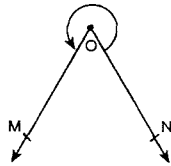
4.



5.



6.

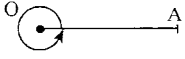


karekök özel

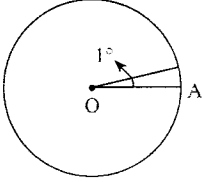
köşetaşı

Ölçüsü 120° olan bir açığı radyan ve grad cinsinden yazınız.

açıklamalı çözüm

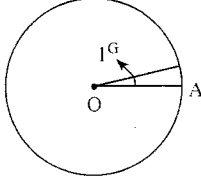


O noktasından sabitlenmiş olan OA çubuğunun tam bir tur attığında taradığı açığa TAM AÇI denir. A noktasının geçtiği tam çember yayı (çemberin çevresi) eğer:



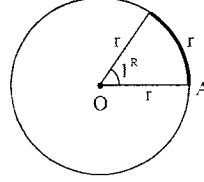
360° eş parçaya ayrılırsa bu parçalardan birini gören merkez açının ölçüsü 1 derecedir.

1 tam açı = 360°



400 eş parçaya ayrılırsa bu parçalardan birini gören merkez açının ölçüsü 1 graddır.

1 tam açı = 400^G



Yarıçap uzunluğundaki parçalara ayrılırsa bu parçalardan birini gören merkez açının ölçüsü 1 radyandır.

1 tam açı = 2π radyan
(Neden? : r yarıçaplı çemberin çevresi $2\pi r$ dir ya!)

Buna göre, $\frac{D}{180} = \frac{G}{200} = \frac{R}{\pi}$

1. 240° lik açı kaç graddır?

- A) $\frac{800}{3}$ B) $\frac{700}{3}$ C) 300 D) 200 E) 150

2. Ölçüsü $\frac{3\pi}{8}$ radyan olan bir açının derece türünden ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 60 B) 67.5 C) 75 D) 72.5 E) 90

3. Ölçüsü $\frac{\pi}{4}$ radyan olan bir açının grad türünden ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 80 B) 70 C) 60 D) 50 E) 40

4. Ölçüsü 50 grad olan bir açının derece türünden ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 90 B) 60 C) 45 D) 30 E) 25

5. $\frac{7\pi}{5}$ radyan kaç graddır?

- A) 200 B) 210 C) 240 D) 250 E) 280

6. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\frac{3\pi}{4} \text{ rad} = 135^\circ$ B) $90^\circ = 100^G$
C) $40^G = \frac{\pi}{5} \text{ rad}$ D) $0^G = 180^\circ$
E) $\frac{3\pi}{2} \text{ rad} = 270^\circ$

kürekök özel

köşetaşı

85425 saniyelik açı kaç derece, kaç dakika ve kaç saniyedir?

açıklamalı çözüm

Bir tam çember yayının 360 eş parçasından birini gören merkez açının ölçüsüne 1 derece denir ve "1°" ile gösterilir.

1 derecenin $\frac{1}{60}$ 'ına 1 dakika denir, (') ile gösterilir.

1 dakikanın $\frac{1}{60}$ 'ına 1 saniye denir, (") ile gösterilir.

Yani; $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$, $1^\circ = 3600''$ dir.

Örneğin, $12^\circ 15' 20'' = 12^\circ + \left(\frac{15}{60}\right)^\circ + \left(\frac{20}{3600}\right)^\circ \cong 12.256^\circ$ olur.

$$\begin{array}{r}
 85425 \quad | \quad 60 \\
 - 60 \quad \quad | \quad 1423 \quad | \quad 60 \\
 \hline
 254 \quad \quad - 120 \quad | \quad 23^\circ \\
 - 240 \quad \quad \quad 223 \\
 \hline
 142'' \quad \quad - 180 \\
 - 120 \quad \quad \quad 43' \\
 \hline
 225 \\
 - 180 \\
 \hline
 45''
 \end{array}$$

$$85425'' = 23^\circ 43' 45''$$

1. 35424 saniyelik açı, kaç derece, kaç dakika ve kaç saniyedir?

A) $9^\circ 50' 24''$ B) $9^\circ 5' 24''$ C) $10^\circ 50' 23''$
D) $10^\circ 50'$ E) $12^\circ 15'$

2. 1° lik açı kaç dakika ve kaç saniyedir?

A) $1' 59''$ B) $1' 60''$ C) $10' 32''$
D) $58' 59''$ E) $59' 60''$

3. 54028 saniyelik açı kaç derece, kaç dakika ve kaç saniyedir?

A) $15^\circ 28''$ B) $15^\circ 28'$ C) $15^\circ 28' 12''$
D) $16^\circ 28''$ E) $16^\circ 28'$

4. $32^\circ 23' 15''$ lik açı kaç saniyedir?

A) 120425 B) 116595 C) 112596
D) 110524 E) 98325

5. $12^\circ 12' 36''$ lik açı kaç derecedir?

$$\left(\text{İpucu : } 12' = \left(\frac{12}{60}\right)^\circ \text{ ve } 36'' = \left(\frac{36}{3600}\right)^\circ \text{ dir.} \right)$$

A) $12,20^\circ$ B) $12,32^\circ$ C) $11,21^\circ$
D) $12,21^\circ$ E) $12,3^\circ$

6. $(32,26)^\circ$ lik açı kaç derece, kaç dakika ve kaç saniyedir?

A) $32^\circ 15' 36''$ B) $32^\circ 36' 15''$ C) $32^\circ 37'$
D) $32^\circ 45' 32''$ E) $32^\circ 59' 59''$

karekök özel

A	E	A	B	D	A

köşetaşı

Aşağıdaki işlemleri yapınız.

$$\begin{array}{r} 1) \quad 30^\circ \quad 45' \quad 26'' \\ + \quad 45^\circ \quad 30' \quad 48'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 18^\circ \quad 20' \quad 10'' \\ - \quad 12^\circ \quad 42' \quad 38'' \\ \hline \end{array}$$

açıklamalı çözüm

$$\begin{array}{r} 1) \quad 30^\circ \quad 45' \quad 26'' \\ + \quad 45^\circ \quad 30' \quad 48'' \\ \hline \end{array}$$

$$75^\circ \quad 75' \quad 74''$$

(1' = 60'' ve 74'' = 60'' + 14'' = 1' + 14'' olduğundan 1' yi 75' ya ilave edelim.)

$$75^\circ \quad 76' \quad 14''$$

(1° = 60' ve 76' = 60' + 16' = 1° + 16' olduğundan 1° yi 75° ye ilave edelim.)

$$76^\circ \quad 16' \quad 14''$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 18^\circ \quad 20' \quad 10'' \\ 12^\circ \quad 42' \quad 38'' \\ \hline \end{array}$$

(10'' den 38'' çıkmaz. 20' dan 1' = 60'' alıp, 10'' ye ilave edelim. 10'' + 60'' = 70'' olur.)

$$18^\circ \quad 19' \quad 70''$$

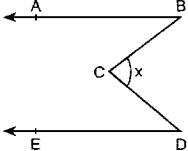
(19' dan 42' çıkmaz. 18° den 1° = 60' alıp 19' ya ilave edelim. 19' + 60' = 79' olur.)

$$12^\circ \quad 42' \quad 38''$$

$$17^\circ \quad 79' \quad 70''$$

$$- \quad 12^\circ \quad 42' \quad 38''$$

$$\hline 5^\circ \quad 37' \quad 32''$$

1.  [BA // DE

$$m(\widehat{ABC}) = 25^\circ 47' 12''$$

$$m(\widehat{EDC}) = 12^\circ 12' 58''$$

$$m(\widehat{BCD}) = x$$

Yukarıda verilenlere göre, $m(\widehat{BCD}) = x$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $38^\circ 10''$ B) $38^\circ 1' 10''$ C) $38^\circ 10'$
D) $42^\circ 10''$ E) $42^\circ 10'$

2. Tümler iki açıdan birinin ölçüsü $20^\circ 38' 12''$ ise, diğer açının ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $58^\circ 48' 32''$ B) $60^\circ 48' 32''$ C) $62^\circ 48''$
D) $69^\circ 21' 48''$ E) $69^\circ 20' 48''$

3. $m(\widehat{A}) = 13^\circ 25' 16''$ ve $m(\widehat{B}) = 10^\circ 3'$ olduğuna göre, $3m(\widehat{B}) - m(\widehat{A})$ farkı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $16^\circ 28' 32''$ B) $16^\circ 40' 45''$ C) $16^\circ 43' 44''$
D) $18^\circ 45''$ E) $19^\circ 12''$

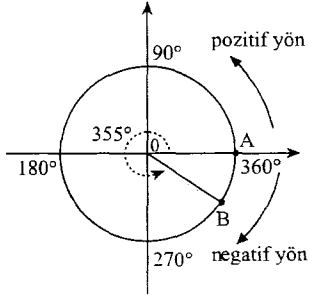
4. $m(\widehat{A}) = 52^\circ 18'$ olduğuna göre, $\frac{m(\widehat{A})}{6}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 12° B) $11^\circ 12'$ C) $10^\circ 40''$
D) $8^\circ 43'$ E) $7^\circ 40'$

köşetaşı

- 1) Ölçüsü 3235° olan açının esas ölçüsünü bulunuz.
- 2) Ölçüsü -1245° olan açının esas ölçüsünü bulunuz.

açıklamalı çözüm



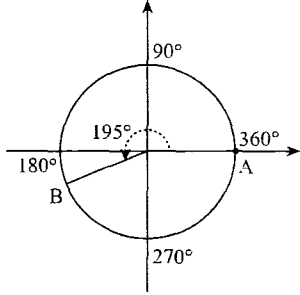
- 1) Ölçüsü derece cinsinden verilen bir açının esas ölçüsünü bulmak için bu açının ölçüsü 360° a bölünür. Kalan esas ölçüdür. Şimdi ölçüsü 3235° olan açının esas ölçüsünü bulalım:

$$\begin{array}{r} 3235 \overline{) 360} \\ - 2880 \quad 8 \longrightarrow \text{devir sayısı} \\ \hline 355 \longrightarrow \text{esas ölçü} \end{array}$$

$$3235^\circ = 8 \cdot 360^\circ + 355^\circ$$

esas ölçü

3235° lik açı : Birim çember üzerinde A dan başlayarak pozitif yönde 8 tam dönme yapıp, A dan itibaren pozitif yönde $m(\widehat{AOB}) = 355^\circ$ lik açıyı tarayan açıdır.



- 2) Negatif açılarda, açının mutlak değeri 360° ye bölünüp kalanın 360° den çıkarılmasıyla esas ölçü bulunur.

$$\begin{array}{r} 1245 \overline{) 360} \\ - 1080 \quad 3 \\ \hline 165 \end{array}$$

$$360^\circ - 165^\circ = 195^\circ \text{ esas ölçüdür.}$$

$$-1245^\circ = 3 \cdot (-360^\circ) - 165^\circ = 4 \cdot (-360^\circ) + 195^\circ$$

1. Ölçüsü 5420° olan açının esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 20° B) 45° C) 60° D) 100° E) 110°

2. Ölçüsü 45243° olan açının esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 237° B) 240° C) 243° D) 250° E) 260°

3. Ölçüsü -230° olan açının esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 120° B) 130° C) 150° D) 160° E) 180°

4. Ölçüsü -360° olan açının esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 25° B) 20° C) 15° D) 10° E) 0°

5. Ölçüsü -32425° olan açının esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 25° B) 300° C) 320° D) 335° E) 350°

6. Ölçüsü $-105^\circ 38' 5''$ olan açının esas ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $254^\circ 21' 55''$ B) $250^\circ 20' 52''$ C) $248^\circ 20' 55''$
D) $248^\circ 55' 55''$ E) $245^\circ 25' 25''$

köşetaşı

- 1) Ölçüsü 32456 grad olan açının esas ölçüsünü bulunuz.
 2) Ölçüsü -2370^G olan açının esas ölçüsünü bulunuz.

açıklamalı çözüm

- 1) Ölçüsü grad cinsinden verilen bir açının esas ölçüsünü bulmak için bu açının ölçüsü 400 e bölünür. Kalan esas ölçüdür.

$$\begin{array}{r|l} 32456 & 400 \\ - 3200 & 81 \\ \hline 456 & \\ - 400 & \\ \hline 56 & \end{array}$$

$$32456 = 81 \cdot 400 + \underbrace{56}_{\text{esas ölçü}}$$

Esas ölçü = 56 graddır.

- 2) Açının ölçüsünün mutlak değerini 400 e bölelim ve kalanı 400 den çıkaralım.

$$\begin{array}{r|l} 2370 & 400 \\ - 2000 & 5 \\ \hline 370 & \end{array}$$

$$400 - 370 = 30 \text{ grad esas ölçüdür.}$$

1. Ölçüsü 1245^G olan açının esas ölçüsü kaç graddır?

A) 30 B) 40 C) 45 D) 50 E) 60

4. Ölçüsü -150^G olan açının ölçüsü kaç graddır?

A) 200 B) 210 C) 220 D) 225 E) 250

2. Ölçüsü 3424 grad olan açının esas ölçüsü kaç graddır?

A) 205 B) 210 C) 220 D) 224 E) 230

5. Ölçüsü -7777 grad olan açının esas ölçüsü kaç graddır?

A) 180 B) 183 C) 185 D) 190 E) 223

3. Ölçüsü 44440 grad olan açının esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 36° B) 40° C) 45° D) 50° E) 60°

6. Ölçüsü -40040 grad olan açının esas ölçüsü kaç radyandır?

A) π B) $\frac{7\pi}{8}$ C) $\frac{9\pi}{10}$ D) $\frac{9\pi}{5}$ E) $\frac{\pi}{5}$

karekök özel

köşetaşı

- 1) Ölçüsü $\frac{13\pi}{4}$ olan açının esas ölçüsünü bulunuz.
- 2) Ölçüsü $-\frac{32\pi}{3}$ olan açının esas ölçüsünü bulunuz.

açıklamalı çözüm

- 1) $0^R \leq \theta^R < 2\pi^R$, $k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, ölçüsü $\theta + k \cdot (2\pi)^R$ olan açılarının esas ölçüsü θ^R dir.

$$\frac{13\pi}{4} = \frac{8\pi + 5\pi}{4} = \frac{8\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} = 2\pi + \frac{5\pi}{4}$$

Hızlıca : Ölçüsü $\frac{13\pi}{4}$ olan açının esas ölçüsünü bulabilmek için $\frac{13\pi}{4}$ ün içinden 2π nin tam katları atılır. 2π nin tam katını bulabilmek için pay, paydanın 2 katına bölünür. Kalan ile π çarpılıp paya; paydaya da verilen açının paydası yazılır.

$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 8} \\ \underline{- 8} \\ 0 \end{array}$$

5 $\rightarrow$ esas ölçünün payı

$$\frac{13\pi}{4} = 1.2\pi + \frac{5\pi}{4}$$

Esas ölçü $\frac{5\pi}{4}$ radyandır.

$$2) -\frac{32\pi}{3} = \frac{-30\pi - 2\pi}{3} = -\frac{30\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} = -10\pi - \frac{2\pi}{3} = -5 \cdot 2\pi - \frac{2\pi}{3}$$

Esas açının ölçüsü $[0, 2\pi)$ arasında olacağından kalanın mutlak değeri 2π den çıkarılır.

$$2\pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \text{ radyan esas ölçüdür.}$$

1. Ölçüsü $\frac{32\pi}{5}$ olan açının esas ölçüsü kaç radyandır?

- A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{2\pi}{5}$ C) $\frac{\pi}{10}$ D) $\frac{4\pi}{5}$ E) $\frac{\pi}{6}$

2. Ölçüsü $\frac{29\pi}{3}$ olan açının esas ölçüsü kaç radyandır?

- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{10\pi}{3}$ C) $\frac{5\pi}{6}$ D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

3. Ölçüsü $\frac{-47\pi}{4}$ olan açının esas ölçüsü kaç derecedir?

- A) 80 B) 60 C) 50 D) 45 E) 30

4. Ölçüsü $\frac{-53\pi}{3}$ olan açının esas ölçüsü kaç radyandır?

- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{10\pi}{3}$ C) $\frac{5\pi}{6}$ D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

5. Ölçüsü $\frac{-127\pi}{5}$ olan açının esas ölçüsü kaç derecedir?

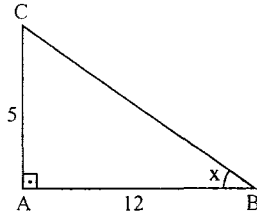
- A) 90° B) 92° C) 96° D) 100° E) 108°

6. Ölçüsü $\frac{-121\pi}{13}$ olan açının esas ölçüsü kaç radyandır?

- A) $\frac{8\pi}{15}$ B) $\frac{9\pi}{13}$ C) $\frac{10\pi}{13}$ D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

karekök özel

köşetaşı



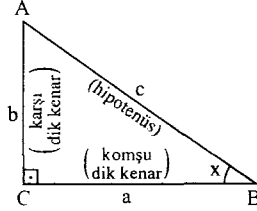
ABC dik üçgen

$|AB| = 12 \text{ br}$

$|AC| = 5 \text{ br}$

 $m(\hat{ABC}) = x$ olduğuna göre, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$, $\sec x$ ve $\csc x$ değerlerini hesaplayınız.

açıklamalı çözüm



$\sin x = \frac{b}{c}$

$\tan x = \frac{b}{a}$

$\sec x = \frac{c}{a}$

$\cos x = \frac{a}{c}$

$\cot x = \frac{a}{b}$

$\csc x = \frac{c}{b}$

**KENAR ORANLARINDAN
ELDE EDİLEBİLECEK
BAZI BAĞINTILAR:**

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

$\sec x = \frac{1}{\cos x}$

$\csc x = \frac{1}{\sin x}$

Şimdi soruyu çözelim:

Pisagor teoreminden $|BC|^2 = 5^2 + 12^2 \Rightarrow |BC| = 13 \text{ br}$ olur.

$\sin x = \frac{5}{13}$

$\tan x = \frac{5}{12}$

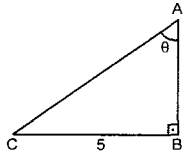
$\sec x = \frac{13}{12}$

$\cos x = \frac{12}{13}$

$\cot x = \frac{12}{5}$

$\csc x = \frac{13}{5}$

1.



ABC dik üçgeninde

$|AB| = 4 \text{ br}$

$|BC| = 5 \text{ br}$

$m(\hat{CAB}) = \theta$

Yukarıda verilenlere göre, $\sin \theta \cdot \cot \theta$ çarpımı kaçtır?

A) $\frac{4}{3}$

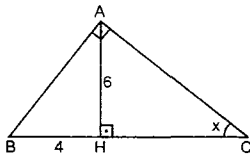
B) $\frac{5}{\sqrt{41}}$

C) $\frac{4}{5}$

D) $\frac{5}{4}$

E) $\frac{4}{\sqrt{41}}$

2.



ABC dik üçgeninde

$m(\hat{BAC}) = 90^\circ$

$[AH] \perp [BC]$

$|AH| = 6 \text{ cm}$

$|BH| = 4 \text{ cm}$

Yukarıda verilenlere göre, $\tan x$ kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$

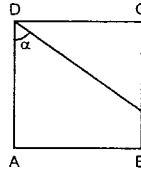
B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{1}{2}$

E) $\frac{3}{5}$

3.



ABCD karesinde

$|BC| = 3 \cdot |BE|$

$m(\hat{ADE}) = \alpha$

Yukarıda verilenlere göre, $\sin \alpha$ kaçtır?

A) $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

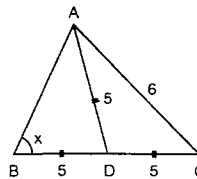
B) $\frac{\sqrt{13}}{13}$

C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

D) $\frac{3\sqrt{7}}{7}$

E) $\frac{2}{3}$

4.



ABC üçgeninde

$|AD| = |BD| = |DC| = 5 \text{ br}$

$|AC| = 6 \text{ br}$

$m(\hat{ABC}) = x$

Yukarıda verilenlere göre, $\sec x$ kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$

B) $\frac{5}{4}$

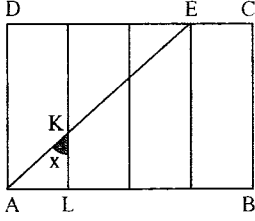
C) 1

D) $\frac{4}{5}$

E) $\frac{2}{5}$

karekök özel

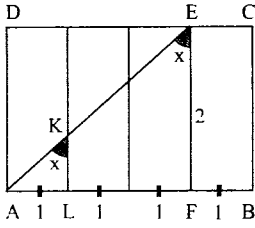
köşetaşı



Şekilde 4 tane özdeş dikdörtgen çizilmiştir.

$\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{1}{2}$ ve $m(\widehat{AKL}) = x$ olduğuna göre, $\tan x$ kaçtır?

açıklamalı çözüm



Özdeş dikdörtgenlerin kısa kenarının uzunluğu 1 br olsun.

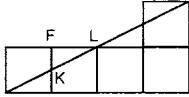
O zaman $|AB| = 1.4 = 4$ br olur.

$$\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{|AD|}{4} = \frac{1}{2} \text{ den } |AD| = 2 \text{ br olur.}$$

AKL açısı ile AEF açısı yöndeş açılar olduğu için birbirine eşittir. $m(\widehat{AKL}) = m(\widehat{AEF}) = x$ olur.

$|AD| = |EF| = 2$ br ve $|AF| = 3$ br $\Rightarrow$ AEF dik üçgeninde $\tan x = \frac{|AF|}{|EF|} = \frac{3}{2}$ dir.

1.

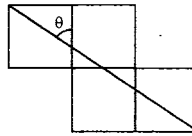


- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

Verilen şekil beş eş kareden oluşmuştur.

Buna göre, $\tan(\widehat{FKL})$ kaçtır?

3.

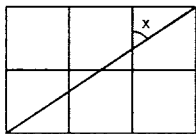


- A) $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ B) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

Yandaki şekil dört eş kareden oluşmuştur.

Buna göre, $\sin\theta \cdot \cot\theta$ kaçtır?

2.

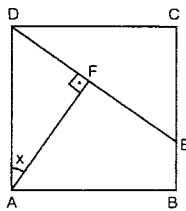


- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{13}{6}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

Şekildeki :dikdörtgen altı eş kareden oluşmuştur.

Buna göre, $\tan x + \cot x$ kaçtır?

4.



ABCD karesinde

$m(\widehat{DAF}) = x$

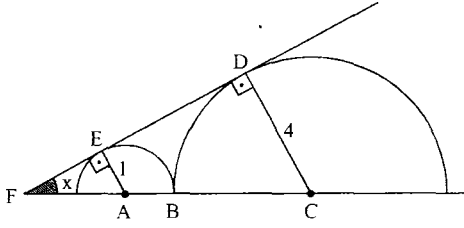
$$\frac{|EB|}{|EC|} = \frac{1}{2}$$

Yukarıda verilenlere göre, $\sec x$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{13}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{13}}{5}$

karekök özel

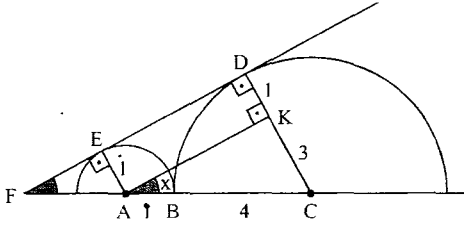
köşetaşı



A ve C noktaları yarım çemberlerin merkezleri, ED ortak teğet, AC merkezler doğrusu, F noktası ED ile AC doğrularının kesişim noktası, çemberler B noktasında birbirine teğet, $|AE| = 1$ br ve $|CD| = 4$ br dir.

Yandaki şekilde, $m(\widehat{DFC}) = x$ olduğuna göre, $\cot x$ değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm



$[AK] \parallel [ED]$ olacak şekilde $[AK]$ yardımcı doğrusu çizilsin. Bu durumda, $|AE| = |KD| = 1$ br olur.

$|CD| = 4$ br ve $|KD| = 1$ br olduğundan

$|KC| = |CD| - |KD| = 4 - 1 = 3$ br ve

$|AC| = |AB| + |BC| = 1 + 4 = 5$ br olur.

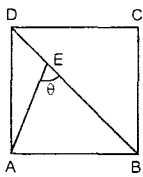
KAC dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa,

$$|AC|^2 = |AK|^2 + |KC|^2 \Rightarrow 5^2 = 3^2 + |AK|^2 \Rightarrow |AK| = 4 \text{ br dir.}$$

EFA açısı ile KAC açısı yöndeş olduğu için eşittir.

Buna göre, KAC dik üçgeninde $\cot x = \frac{|AK|}{|KC|} = \frac{4}{3}$ olur.

1.



ABCD kare

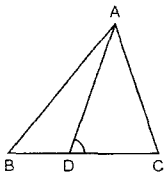
$$5 \cdot |DE| = |EB|$$

$$m(\widehat{AEB}) = \theta$$

Yukarıda verilenlere göre, $\tan \theta$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

2.



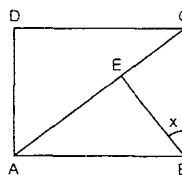
ABC eşkenar üçgeninde

$$5 \cdot |BD| = 3 \cdot |DC|$$

Yukarıda verilenlere göre, $\tan(\widehat{ADC})$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
D) $2\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

3.



ABCD dikdörtgen

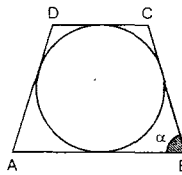
$$|AE| = 2 \cdot |EC|$$

$$|AB| = 3 \cdot |BC|$$

Yukarıda verilenlere göre, $\tan x + \cot x$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{13}{6}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

4.



ABCD bir ikizkenar teğetler yamuğudur.

$$|AB| = 13 \text{ birim}$$

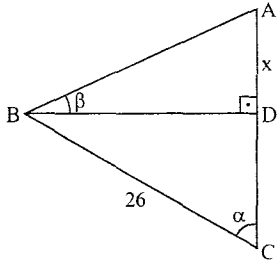
$$|DC| = 5 \text{ birim}$$

$$m(\widehat{ABC}) = \alpha$$

Yukarıda verilenlere göre, $\cos \alpha$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{7}{9}$

köşetaşı



ABC üçgeninde $[BD] \perp [AC]$

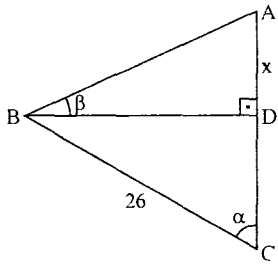
$$m(\widehat{ACB}) = \alpha, \quad m(\widehat{ABD}) = \beta$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{13}, \quad \tan \beta = \frac{2}{3}$$

$$|BC| = 26 \text{ birim}$$

olduğuna göre, $|AD| = x$ kaç birimdir?

açıklamalı çözüm



BCD dik üçgeninden,

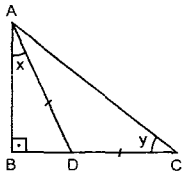
$$\cos \alpha = \frac{|DC|}{|BC|} \Rightarrow \frac{5}{13} = \frac{|DC|}{26} \Rightarrow |DC| = 10 \text{ birim olur.}$$

Pisagor teoremi uygulanırsa;

$$|BC|^2 = |BD|^2 + |DC|^2 \Rightarrow 26^2 = |BD|^2 + 10^2 \Rightarrow |BD| = 24 \text{ birimdir.}$$

$$\text{ABD dik üçgeninden, } \tan \beta = \frac{|AD|}{|BD|} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{x}{24} \Rightarrow 3x = 48 \Rightarrow x = 16 \text{ birim olur.}$$

1.



ABC dik üçgeninde

$$[AB] \perp [BC]$$

$$m(\widehat{BAD}) = x, \quad m(\widehat{ACB}) = y$$

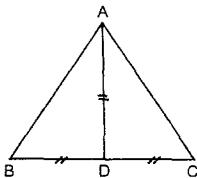
$$|AD| = |DC|$$

$$\tan x = \frac{3}{4}$$

Yukarıda verilenlere göre, $\tan y$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 3

2.



ABC üçgeninde

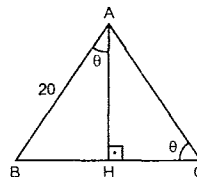
$$|AD| = |DC| = |BD|$$

$$\tan(\widehat{ACB}) = \frac{1}{3}$$

Yukarıda verilenlere göre, $\tan(\widehat{ACB})$ kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

3.



ABC üçgeninde

$$[AH] \perp [BC]$$

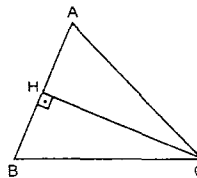
$$|AB| = 20 \text{ cm}$$

$$\cos \theta = \frac{3}{5}$$

Yukarıda verilenlere göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

- A) 18 B) 15 C) 14 D) 12 E) 10

4.



ABC üçgeninde

$$|HC| = 8 \text{ birim}$$

$$\cot A + \cot B = 4 \text{ birim}$$

Yukarıda verilenlere göre, ABC üçgeninin alanı kaç birim karedir?

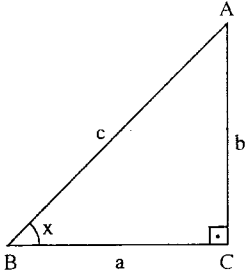
- A) 80 B) 90 C) 96 D) 120 E) 128

karekök özel

köşetaşı

$\sin x - \cos x = \frac{1}{4}$ olduğuna göre, $\sin x \cdot \cos x$ değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm



$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ özdeşliği sıkça kullanılacaktır.

$$\sin x = \frac{b}{c} \quad \text{ve} \quad \cos x = \frac{a}{c}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = \left(\frac{b}{c}\right)^2 + \left(\frac{a}{c}\right)^2 = \frac{b^2 + a^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1$$

Köşetaşının çözümü: Verilen eşitlikte her iki tarafın karesi alınırsa;

$$(\sin x - \cos x)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \Rightarrow \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 - 2\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{16}$$

$$1 - 2\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{16} \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{15}{32} \text{ olur.}$$

1. $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, $\sin x \cdot \cos x$ çarpımı kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{3}{8}$ C) $-\frac{2}{5}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{3}$

2. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = 1$ B) $\cos^2 12^\circ + \sin^2 12^\circ = 1$
C) $\left(\sin \frac{\pi}{3}\right)^2 + \left(\cos \frac{\pi}{3}\right)^2 = 1$ D) $\sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta = 1$
E) $\sin^2 \alpha + \cos(\alpha^2) = 1$

3. $\frac{\sin^2 50^\circ + \cos^2 50^\circ - 1}{\sin 10^\circ \cdot \cos 80^\circ + \cos 20^\circ}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\sin 50^\circ$ B) -1 C) 0
D) 1 E) $\cos 50^\circ$

4. $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{11}{27}$ B) $-\frac{10}{27}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{13}{27}$

5. $x = \sin \theta$ ve $y = \cos \theta$ olmak üzere,

$y^4 - x^4 + 6x^2 + 4y^2$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $f(x, y) = x^6 + 3x^2y^2 + y^6$

olduğuna göre, $f(\sin \alpha, \cos \alpha)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 1 C) $\sin \alpha$
D) $\cos \alpha$ E) $\sin \alpha + \cos \alpha$

karekök özel

köşetaşı

$\cos 12^\circ = m$ olduğuna göre, $\frac{\sin^2 12^\circ}{1 - \cos 12^\circ}$ ifadesinin m türünden değeri nedir?

açıklamalı çözüm

$\sin^2 12^\circ + \cos^2 12^\circ = 1$ olduğundan

$\sin^2 12^\circ = 1 - \cos^2 12^\circ$ dir.

Verilen eşitlikte yerine yazılırsa:

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 12^\circ}{1 - \cos 12^\circ} &= \frac{1 - \cos^2 12^\circ}{1 - \cos 12^\circ} = \frac{1^2 - (\cos 12^\circ)^2}{1 - \cos 12^\circ} \\ &= \frac{(1 - \cos 12^\circ)(1 + \cos 12^\circ)}{1 - \cos 12^\circ} = 1 + m \text{ olur.} \end{aligned}$$

HATIRLATMA

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 1$ özdeşliğinden;

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

özdeşlikleri elde edilir ki bunlar da iki kare farkıdır.

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\sin^2 x = (\sin x)^2$ B) $\cos^2 \frac{x}{2} = 1 - \sin^2 \frac{x}{2}$
 C) $\cos^2 \alpha - 1 = \sin^2 \alpha$ D) $\sin^2 \alpha - 1 = -\cos^2 \alpha$
 E) $\cos^2 x \neq \cos(x^2)$

2. $\frac{\sin^2 \theta - 1}{\cos \theta}$ ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\cos \theta$ B) $\cos \theta$ C) 1 D) -1 E) $\sin \theta$

3. $\sqrt{1 - \cos x} \cdot \sqrt{1 + \cos x}$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cos x$ B) 1 C) $\frac{\sin x}{2}$
 D) $|\sin x|$ E) $|\cos x + 1|$

4.

$$\frac{3 \sin^2 x + \cos^2 x - 1}{\sin x}$$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin x$ B) $2 \sin x$ C) $\cos x$
 D) $2 \cos x$ E) $3 \cos x$

5.

$$\frac{\cos \theta \cdot \sin^2 \theta - \cos \theta}{\cos^3 \theta}$$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cos \theta$ B) 1 C) $-\sin \theta$ D) $-\cos \theta$ E) -1

6.

$$\sin^4 x - \cos^4 x$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $1 - 2 \cos^2 x$ B) $1 + 2 \cos^2 x$ C) $1 + \cos x$
 D) $1 - \sin x$ E) $1 - 2 \sin^2 x$

karekötök özel

köşetaşı

$$\frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{1}{2} \text{ olduğuna göre, } \tan x \text{ kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

$$* \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \quad * \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}, \quad * \tan x \cdot \cot x = 1$$

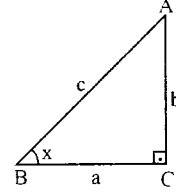
Verilen eşitlikte içler dışlar çarpımı yapılırsa;

$$\frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{1}{2}$$

$$2\sin x - 2\cos x = \sin x + \cos x$$

$$\sin x = 3\cos x \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = 3 \Rightarrow \tan x = 3 \text{ olur.}$$

NEDENİ:



$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{b}{a} = \tan x$$

$$\frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} = \cot x$$

$$\tan x \cdot \cot x = \frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b} = 1$$

1.

$$\frac{\sin a + 2\cos a}{2\sin a - \cos a} = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, cota değeri kaçtır?

- A) -7 B) -2 C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{7}$

2. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $\tan x = 3$ ise, $\cot x = -3$ tür.

B) $\frac{\sin a}{\cos a} = \frac{1}{2}$ ise, $\tan a = 2$ dir.

C) $\frac{\tan x}{\sin x} = \cos x$

D) $\cot \frac{\pi}{5} = \frac{1}{a}$ ise, $\tan \frac{\pi}{5} = a$ dir.

E) $\tan \frac{\pi}{7} \cdot \cot \frac{7}{\pi} = 1$ dir.

3.

$$\sin x \cdot \cot x$$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cos x$ B) $\sin^2 x$ C) 1 D) $\frac{1}{\cos x}$ E) -1

4. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\tan 18^\circ = \frac{\sin 18^\circ}{\cos 18^\circ}$

B) $\cot \frac{x}{2} = \frac{\cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}}$

C) $\tan 32^\circ \cdot \cot 32^\circ = 1$

D) $\tan \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{\cot \frac{5\pi}{12}}$

E) $\tan 24^\circ = \frac{\sin 48^\circ}{\cos 2^\circ}$

5.

$$(\tan x + \cot x) \cdot \sin x \cdot \cos x$$

çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 1 C) $\sin x$ D) $\cos x$ E) $\frac{1}{\sin x}$

6.

$$\cot A = \frac{1}{3} \text{ ve } \frac{\tan A - \tan B}{\tan A \cdot \tan B} = 1$$

olduğuna göre, $\cot B$ kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) 1

karekötök özel

köşetaşı

$\frac{\operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x}{\sec^2 x - \tan^2 x}$ ifadesini sadeleştiriniz.

açıklamalı çözüm

Önce kosekant ($\operatorname{cosec} = \csc$) ve sekant ($\sec$) fonksiyonlarını hatırlayalım.

$$\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x} \quad \text{ve} \quad \sec x = \frac{1}{\cos x} \quad \text{idi.}$$

Temel taktik, $\tan$, $\cot$, $\sec$, $\csc$ fonksiyonlarını $\sin$ ve $\cos$ türünden yazmaktır.

$$\frac{\operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x}{\sec^2 x - \tan^2 x} = \frac{\left(\frac{1}{\sin x}\right)^2 - \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)^2}{\left(\frac{1}{\cos x}\right)^2 - \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2} = \frac{\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}}{\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{\frac{1 - \cos^2 x}{\sin^2 x}}{\frac{1 - \sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{\frac{\sin^2 x}{\sin^2 x}}{\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x}} = 1 \quad \text{olur.}$$

1. $1 + \tan^2 x$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sec x$ B) $\sec^2 x$ C) $\operatorname{cosec} x$
D) $\operatorname{cosec}^2 x$ E) 1

2. $\frac{\sin a}{\csc a} + \frac{\cos a}{\sec a}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) $1 + \cos a$
D) $\tan a$ E) $\tan^2 a$

3. $\sec x \cdot \cot x$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan x$ B) $\sin x$ C) 1
D) $\sec x$ E) $\operatorname{cosec} x$

4. $\frac{\sin x + \tan x}{\cot x + \csc x} + \cos x$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin x$ B) $\sec x$ C) $\cos x$
D) $\operatorname{cosec} x$ E) 1

5. $\frac{\cos x}{\tan x - \sec x} - \frac{\cos x}{\tan x + \sec x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) $\sin x$ D) $\cos x$ E) 1

6. $\frac{\sin x}{\operatorname{cosec} x + \cot x}$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cos x$ B) $1 - \cos x$ C) $\sin x + 1$
D) $\sec x$ E) $\operatorname{cosec} x$

karekök özel

köşetaşı

$\tan x + \cot x = 3$ olduğuna göre, $\tan x - \cot x$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Önce bize sorulan ifadenin karesini alalım:

$$(\tan x - \cot x)^2 = \tan^2 x + \cot^2 x - 2 \cdot \underbrace{\tan x \cdot \cot x}_1$$

$$= \tan^2 x + \cot^2 x - 2 \dots\dots\dots(1)$$

$\tan^2 x + \cot^2 x$ toplamını bulabilmek için soruda verilen eşitliğin her iki tarafının karesini alalım:

$$(\tan x + \cot x)^2 = 3^2 \Rightarrow \tan^2 x + \cot^2 x + 2 \cdot \tan x \cdot \cot x = 9$$

$$\Rightarrow \tan^2 x + \cot^2 x + 2 = 9 \Rightarrow \tan^2 x + \cot^2 x = 7 \text{ olur.}$$

$\tan^2 x + \cot^2 x = 7$ değerini (1) de yerine koyalım:

$$(\tan x - \cot x)^2 = \tan^2 x + \cot^2 x - 2$$

$$(\tan x - \cot x)^2 = 5 \Rightarrow \tan x - \cot x = \sqrt{5} \text{ veya } -\sqrt{5} \text{ olur.}$$

HATIRLATMA:

Bu tür sorularda her iki tarafın karesi ya da küpü alınarak çalışılır. Bunun için özdeşlikler konusuna bakınız. Değerleri hızlı bulabilmek için aşağıdaki özdeşlikleri kullanabilirsiniz:

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

1. $\tan 12^\circ + \cot 12^\circ = a$

olduğuna göre, $\tan^2 12^\circ + \cot^2 12^\circ$ nin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^2 - 2$ B) $a^2 - 1$ C) a^2
D) $a^2 + 1$ E) $2a^2$

2. $\tan x - \cot x = 2$

olduğuna göre, $\tan^2 x + \cot^2 x$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $\tan x - \cot x = 3$

olduğuna göre, $\tan^3 x - \cot^3 x$ farkı kaçtır?

- A) 24 B) 27 C) 30 D) 32 E) 36

4. $\tan^2 \frac{x}{2} + \cot^2 \frac{x}{2} = 11$

olduğuna göre, $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2}$ farkı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4 B) -3 C) 1 D) 2 E) 4

5. $\tan x + \cot x = 2$

olduğuna göre, $\tan^3 x + \cot^3 x$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $\tan x + \cot x = 3$

olduğuna göre, $\tan^4 x + \cot^4 x$ toplamı kaçtır?

- A) 30 B) 36 C) 40 D) 42 E) 47

karekök özel

köşetaşı

$$\frac{\cos^3 \theta + \sin^3 \theta}{\cos \theta + \sin \theta} + \frac{\cos^3 \theta - \sin^3 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} \text{ ifadesini sadeleştiriniz.}$$

açıklamalı çözüm

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Bu özdeşliklerin yardımıyla: $\cos \theta = c$ ve $\sin \theta = s$ olsun.

$$\begin{aligned} \frac{c^3 + s^3}{c + s} + \frac{c^3 - s^3}{c - s} &= \frac{(c + s)(c^2 - cs + s^2)}{c + s} + \frac{(c - s)(c^2 + cs + s^2)}{c - s} \\ &= 1 - cs + 1 + cs = 2 \quad (c^2 + s^2 = 1 \text{ olduğunu hatırlayınız}) \end{aligned}$$

1. $\frac{1 - \sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{1 - \sin x}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $2\sec x$ B) $2\operatorname{cosec} x$ C) 1
D) $\sec x$ E) $\operatorname{cosec} x$

2. $\frac{1 + \cot x}{\cos x} + \frac{1 - \tan x}{\sin x}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 1 B) $\sin x$ C) $\sec x$
D) $\operatorname{cosec} x$ E) $2\operatorname{cosec} x$

3. $\sin x = s$ ve $\cos x = c$ olmak üzere,
 $\frac{s^3 + c^3}{s^2 - c^2} : \left(s - \frac{1}{c} \right) + \frac{s}{s - c}$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) -1 B) 0 C) 1 D) s E) c

4. $\left(\frac{1}{1 - \sin x} + \frac{1}{1 + \sin x} \right) : \left(\frac{\cos x}{1 + \sin x} + \tan x \right)$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\sec x$ B) $2\sec x$ C) 1
D) $\tan x$ E) $\operatorname{cosec} x$

5. $\left(\frac{\sin^2 x}{\cos x} + \frac{\cos^2 x}{\sin x} \right) : \frac{1 - \sin x \cdot \cos x}{\sin x \cdot \cos x}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\sin x - \cos x$ B) $\sin x + \cos x$ C) $\sin x$
D) $\sin x \cdot \cos x$ E) $-\operatorname{cosec} x$

6. $\frac{\cos x}{\sec x + \tan x} + \frac{\sin^2 x}{\cos x - \sec x} - \frac{\cos^2 x}{\sin x - \operatorname{cosec} x}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 1 B) $1 + \sin x$ C) $1 + \cos x$
D) $1 - \cos x$ E) $1 - \sin x$

karekök özel

köşetaşı

θ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\theta$					
$\cos\theta$					
$\tan\theta$					
$\cot\theta$					

Yandaki tabloda boşluklara uygun değerleri yazınız.

açıklamalı çözüm

θ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	tanımsız
$\cot\theta$	tanımsız	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

Önce tabloyu pratik doldurmayı öğrenelim, sonra da mantığını anlayalım:

$$\frac{\sqrt{0}}{2}, \frac{\sqrt{1}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{4}}{2}$$

değerleri tablonun ilk satırını oluşturur.

Bu satır tersten yazıldığında da tablonun 2. satırı oluşur. $\tan\theta = \sin\theta / \cos\theta$ olduğundan 1. satırdakinin 2. satırdakine bölünmesiyle 3. satırdaki oluşur. 3. satırdakinin tersi de 4. satırı oluşturur.

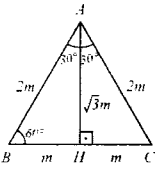
TABLOYU TAMAM-LARKEN ANLADIK Kİ!!

Birbirini 90° ye tamamlayan açılarının sinüsü, kosinüsüne; tanjantı, kotanjantına eşittir.

$$\sin 48^\circ = \cos 42^\circ$$

$$\tan 10^\circ = \cot 80^\circ$$

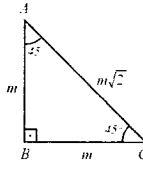
ABC eşkenar üçgen olsun.



$$\sin 30^\circ = \frac{m}{2m} = \frac{1}{2}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}m}{2m} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ABC ikizkenar dik üçgen olsun.



$$\sin 45^\circ = \frac{m}{m\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

1. $\frac{\sin 30^\circ - \cos \frac{\pi}{2}}{\tan 45^\circ}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

2. $\sin 60^\circ \cdot \tan 30^\circ - \cot 45^\circ \cdot \cos 60^\circ$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

3. $\frac{\tan 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 90^\circ}{\cos 0 - \sin \frac{\pi}{6}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 5

4. $\cot 55^\circ \cdot \sin 45^\circ \cdot \tan 55^\circ$

çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{5}$

5. $\frac{\tan 35^\circ \cdot \tan 55^\circ - \sin^2 3\pi - \cos^2 3\pi}{\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12} + \tan \frac{\pi}{4}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

6. $\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$

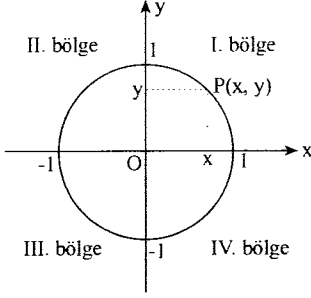
çarpımı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

köşetaşı

Koordinatları $K\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, x\right)$ olan nokta birim çember üzerinde olduğuna göre, x kaçtır?

açıklamalı çözüm



Analitik düzlemde merkezi $O(0, 0)$ ve yarıçapı 1 birim olan çembere birim (trigonometrik) çember denir.

Birim çemberin denklemi $x^2 + y^2 = 1$ dir.

Şimdi bu bilgiye göre soruyu çözelim:

Birim çember üzerindeki noktalar $x^2 + y^2 = 1$ denklemini sağlamalıdır. $K\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, x\right)$ noktası birim çember üzerinde olduğundan

$x^2 + y^2 = 1$ de x yerine $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, y yerine x yazıp denklemi çözmeliyiz.

$$x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + x^2 = 1 \Rightarrow \frac{3}{4} + x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ veya } x = -\frac{1}{2}$$

1. $(a-2)x^2 + (b-1)y^2 + (b-3)x = a.b + c$ ifadesi bir birim çember belirttiğine göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) -3 B) -2 C) 2 D) 3 E) 4

2. $x^2 + y^2 + (m-1)x + ny - 1 = 0$ ifadesi bir birim çember belirttiğine göre, $m.n$ çarpımı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $3x^2 + 3y^2 + ax + 2by = 3$ ifadesi birim çember belirttiğine göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) 2 B) 0 C) -1 D) -2 E) -3

4. Aşağıda koordinatları verilen noktalardan hangisi birim çember üzerinde bulunur?

A) (1, 1) B) $\left(\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ C) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$
D) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ E) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

5. $A\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{a}{2}\right)$ noktası birim çember üzerinde ve II. bölgede olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\sqrt{2}$ B) -1 C) $2\sqrt{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

6. $K\left(\frac{m}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ noktası birim çember üzerinde ve 3. bölgede bulunduğuna göre, m kaçtır?

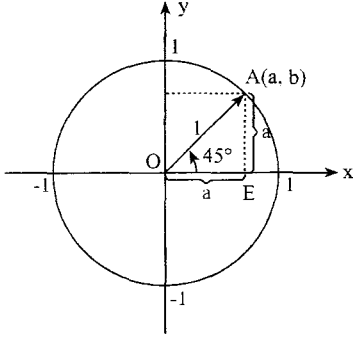
A) -2 B) $-\sqrt{3}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) -1 E) $\sqrt{3}$

karekök özel

köşetaşı

Başlangıç kenarı Ox ve ölçüsü 45° olan yayın bitim noktasını birim çemberde bulunuz.

açıklamalı çözüm



$A(a, b)$ noktası 45° lik yayın bitim noktası olsun.

OEA ikizkenar dik üçgeninde, $|OE| = |AE| = a$ birim ve pisagor bağıntısı uygulanırsa;

$$1^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow 1 = 2a^2 \Rightarrow a = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Buna göre, $A(a, b) = A(a, a) = A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ olur.

1. Başlangıç kenarı Ox olan birim çember yayı için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) Ölçüsü 0° ise bitim noktasının koordinatları $(1, 0)$ dir.
 B) Ölçüsü 90° ise bitim noktasının koordinatları $(0, 1)$ dir.
 C) Ölçüsü 180° ise bitim noktasının koordinatları $(-1, 0)$ dir.
 D) Ölçüsü 270° ise bitim noktasının koordinatları $(-1, 0)$ dir.
 E) Ölçüsü 360° ise bitim noktasının koordinatları $(1, 0)$ dir.

2. Başlangıç kenarı Ox olan ve ölçüsü 135° olan yayın bitim noktasının koordinatları toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\sqrt{2}$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $\sqrt{2}$

3. Başlangıç kenarı Ox olan ve ölçüsü 315° olan yayın bitim noktasının koordinatları (a, b) olduğuna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\sqrt{2}$

4. Başlangıç kenarı Ox olan ve ölçüsü 30° olan birim çember yayının bitim noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ B) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ C) $\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
 D) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ E) $(1, 0)$

5. Başlangıç kenarı Ox olan ve ölçüsü 150° olan yayın birim çember üzerindeki bitim noktasının apsisi kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) -1 D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $-\sqrt{3}$

6. Başlangıç kenarı Ox olan ve ölçüsü 945° olan birim çember yayının bitim noktasının koordinatlarının toplamı kaçtır?

- A) $-\sqrt{2}$ B) 0 C) 1
 D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

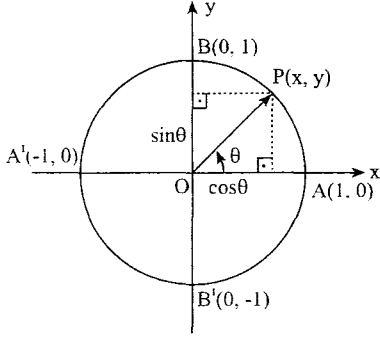
karekök özel

köşetaşı

θ	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$
sin				
cos				

Yandaki tabloda boşluklara uygun değerleri yazınız.

açıklamalı çözüm



P nin apsisine θ açısının kosinüsü denir ve $\cos\theta$ ile gösterilir.
P nin ordinatına θ açısının sinüsü denir ve $\sin\theta$ ile gösterilir.
Kısaca, x eksenine kosinüs eksen, y eksenine sinüs eksen denir.
Bu tanıma göre, A(1, 0) noktasının apsisi 0° nin kosinüsüne, ordinatı 0° nin sinüsüne eşittir.
Buna göre, $\cos 0^\circ = 1$, $\sin 0^\circ = 0$ dır.

θ	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$
	0°	90°	180°	270°
sin	0	1	0	-1
cos	1	0	-1	0

$A'(-1, 0)$ olduğundan $\cos 180^\circ = -1$ ve $\sin 180^\circ = 0$
 $B(0, 1)$ olduğundan $\cos 90^\circ = 0$ ve $\sin 90^\circ = 1$
 $B'(0, -1)$ olduğundan $\cos 270^\circ = 0$ ve $\sin 270^\circ = -1$

1. $\sin \pi \cdot \cos 99^\circ - \cos \pi$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\sin \frac{3\pi}{2} + \cos 0^\circ$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

3. $\frac{\sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin 2^\circ + \cos \pi \cdot \sin 2^\circ + 1}{\sin 0^\circ + \cos \pi}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) -1 D) $-\frac{3}{2}$ E) -2

4. $\sin^2 \frac{3\pi}{2} + \cos^2 \pi$ toplamının değeri kaçtır?

A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

5. $\frac{\cos x}{\sin \frac{\pi}{2}} + \frac{\sin x}{\cos \pi} - \cos x$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) $-\sin x$

6. $\cos 2\pi + \sin 360^\circ - \cos \frac{3\pi}{2}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) 0 E) -1

karekök özel

köşetaşı

- 1) $A = 2\sin x - 1$ ifadesinin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?
 2) $\sin x + \cos y$ toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

açıklamalı çözüm

Kosinüs ve sinüs fonksiyonlarının görüntü kümeleri $[-1, 1]$ dir.

Yani $\forall x \in \mathbb{R}$ için $-1 \leq \sin x \leq 1$

$-1 \leq \cos x \leq 1$ dir.

1) $A = 2\sin x - 1$ ifadesini oluşturalım.

$$\forall x \in \mathbb{R} \text{ için, } -1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq 2.\sin x \leq 2 \Rightarrow -2 - 1 \leq 2.\sin x - 1 \leq 2 - 1 \\ \Rightarrow -3 \leq 2.\sin x - 1 \leq 1 \Rightarrow -3 \leq A \leq 1 \text{ dir.}$$

Yani, $A = -3, -2, -1, 0, 1$ değerlerini alabilir.

2) $\sin x + \cos y$ ifadesini oluşturalım.

$\forall x, y \in \mathbb{R}$ için, $-1 \leq \sin x \leq 1$

$-1 \leq \cos y \leq 1$ dir. Eşitsizlikler taraf tarafa toplanırsa;

$-2 \leq \sin x + \cos y \leq 2$ olur. Buna göre, toplamın alabileceği en büyük değer 2 dir.

1. Aşağıdaki eşitliklerden hangisini sağlayan x değeri bulunamaz?

- A) $\cos x = -1$ B) $\cos x = -0,01$ C) $\sin x = 0$
 D) $\sin x = 0,99$ E) $\cos x = 1,01$

2. $A = \frac{3\cos x + 1}{2}$

ifadesinin alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) 0 E) -1

3. $-2\sin \frac{x}{4} + 1$

ifadesinin alabileceği en büyük tamsayı değeri ile en küçük tamsayı değerinin çarpımı kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) $-\frac{5}{2}$ D) -3 E) $-\frac{7}{2}$

4. $2\sin x - 3\cos y$

ifadesinin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

5. $\sin 2x = a$ ve $\cos 5y = b$ dir.

$m = a + b$ olduğuna göre, m nin değer aldığı en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-2, 2]$ B) $[-1, 1]$ C) $[-1, 0]$
 D) $[-7, 7]$ E) $[-6, 8]$

6. $a.\cos x - 2a + 1 = 3.\cos x$ olduğuna göre, a nın değer aldığı en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-2, 2]$ B) $[-2, 3]$ C) $\left[-2, \frac{4}{3}\right]$
 D) $\left[-1, \frac{5}{3}\right]$ E) $(-3, 2)$

karekök özel

köşetaşı

$3\sin x + 4\cos x$ toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu sorunun bir önceki köşetaşındaki 2. örnekten farkı $\sin$ ve $\cos$ fonksiyonlarındaki açının aynı açılar olmasıdır.

$$A = a.\sin x + b.\cos x \Rightarrow A \text{ nın alabileceği en büyük değer } \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$A \text{ nın alabileceği en küçük değer } -\sqrt{a^2 + b^2} \text{ dir.}$$

$$\text{Buna göre, } 3.\sin x + 4.\cos x \text{ toplamının alabileceği en büyük değer } \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\text{en küçük değer } -\sqrt{3^2 + 4^2} = -5 \text{ olur.}$$

1. $A = 2\sin x + \cos x$ toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?
A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) 3 D) $3\sqrt{5}$ E) 4
2. $A = 2\sin x + \cos y$ toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?
A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) 3 D) $3\sqrt{5}$ E) 4
3. $6.\cos \alpha + 8.\sin \alpha$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 14

4. $5.\sin \theta + 12.\cos \theta$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?
A) -13 B) -10 C) -1 D) 1 E) 13
5. m reel sayı olmak üzere, $m\cos \alpha + 2.\sin \alpha$ ifadesinin alabileceği en büyük değer $\sqrt{13}$ olduğuna göre, m aşağıdakilerden hangisidir?
A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1
6. $7\sin^2 x + 12\sin 2x + 9$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır? ($\sin 2x = 2\sin x.\cos x$)
A) 5 B) 8 C) 12 D) 20 E) 25
(İpucu: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ olduğundan;
 $9 = 9(\sin^2 x + \cos^2 x)$ eşitliğini kullanın)

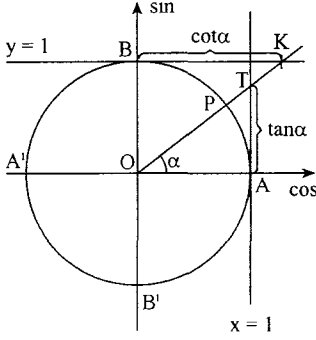
karekök özel

köşetaşı

α	0°	90°	180°	270°	360°
tan					
cot					

Yandaki tablodaki boşlukları doldurunuz.

açıklamalı çözüm



* [OP nin $x = 1$ doğrusunu kestiği T noktasının ordinatına α açısının tanjantı denir ve $\tan \alpha$ ile gösterilir.

* [OP nin $y = 1$ doğrusunu kestiği K noktasının apsisine α açısının kotanjantı denir ve $\cot \alpha$ ile gösterilir.

Şimdi tabloda istenilen değerleri inceleyelim:

$\alpha = 0^\circ$ olduğunda, P ile A çakışır. $|AT| = 0$ olduğundan $\tan 0^\circ = 0$ olur.

$\alpha = 90^\circ$ olduğunda, P ile B çakışır. [OP ile $x = 1$ doğrusu paralel olduğundan kesişmez. Yani $\tan 90^\circ = \text{Tanımsız}$ olur.

Bu yolla diğer açılarında tan ve cot değerleri tablodaki gibi bulunur.

α	0°	90°	180°	270°	360°
tan	0	tanımsız	0	tanımsız	0
cot	tanımsız	0	tanımsız	0	tanımsız

1. Aşağıdaki eşitliklerden hangisini sağlayan θ değeri bulunamaz?

- A) $\tan \theta = -3$ B) $\cot \theta = 150$ C) $\sin \theta = 0,23$
D) $\cos \theta = 0,98$ E) $\sin \theta = 1,02$

2. $\tan \pi \cdot \cot 12^\circ$ çarpımının değeri nedir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

3. $\tan 0^\circ + \cot \frac{\pi}{2}$ toplamının değeri kaçtır?

- A) -300 B) -15 C) -2 D) 0 E) 10

4. $\cot \frac{3\pi}{2} \cdot \tan x - \tan 360^\circ \cdot \cot x$ farkının değeri kaçtır?

- A) $2 \tan x$ B) 1 C) $\cot x$ D) $\tan x$ E) 0

5. $3 \tan x - \cot x$ ifadesinin değer aldığı en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R} - (-2, 2)$ C) $(-2, 2)$
D) $\mathbb{R}^+$ E) $\mathbb{R} - \{0\}$

6. $\tan 91^\circ \cdot \tan 92^\circ \cdot \tan 93^\circ \cdot \tan 94^\circ \dots \tan 190^\circ \cdot \tan 191^\circ \cdot \tan 192^\circ$ çarpımının değeri kaçtır?

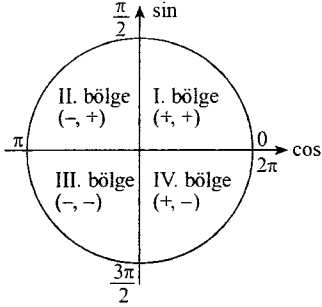
- A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

karekök özel

köşetaşı

$\sin 13^\circ$, $\tan 144^\circ$, $\cos 310^\circ$ ifadelerinin işaretlerini belirleyiniz.

açıklamalı çözüm



x	1. bölge	2. bölge	3. bölge	4. bölge
sin	+	+	-	-
cos	+	-	-	+
tan	+	-	+	-
cot	+	-	+	-

Ezberlemeden: Örneğin; IV. bölgenin cos sınırı pozitif, sin sınırı negatif sayılardan oluştuğundan

bu bölgeye düşen açıların sinüsü (-), cosinüsü (+), tanjantı (-) $\left(\text{çünkü } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-}{+} = - \right)$ dir.

Buna göre, 13° , 1. bölgede olduğundan sin +
 144° , 2. bölgede olduğundan tan -
 310° , 4. bölgede olduğundan cos +

1. $a = \sin 69^\circ$, $b = \tan 200^\circ$, $c = \cos 105^\circ$, $d = \cot 320^\circ$
 Yukarıdaki trigonometrik değerlerin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) +, +, -, - B) +, -, +, - C) +, -, -, -
 D) +, +, -, + E) -, +, +, +

2. $\sin 102^\circ$, $\cos 271^\circ$, $\tan 105^\circ$ ifadelerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

	$\sin 102^\circ$	$\cos 271^\circ$	$\tan 105^\circ$
A)	+	+	-
B)	+	+	+
C)	+	-	-
D)	-	+	-
E)	-	-	+

3. $a = \cos \frac{11\pi}{6}$, $b = \sin \frac{2\pi}{3}$, $c = \tan \frac{3\pi}{4}$
 trigonometrik değerlerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, -, - B) +, +, - C) -, +, +
 D) -, -, + E) +, +, +

4. $\sin \frac{5\pi}{6}$, $\tan \frac{7\pi}{3}$, $\cot \frac{3\pi}{8}$

trigonometrik değerlerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -, +, + B) +, -, + C) +, +, +
 D) -, -, + E) +, +, -

5. $\cos 2530^\circ$, $\tan 1930^\circ$, $\sin (-680^\circ)$

trigonometrik değerlerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -, +, + B) -, -, - C) +, -, +
 D) +, +, - E) +, -, -

6. $\sin \left(\frac{125\pi}{4} \right)$, $\cos (1240^\circ)$, $\tan \left(\frac{10\pi}{3} \right)$

trigonometrik değerlerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -, -, + B) -, -, - C) -, +, -
 D) +, +, + E) +, -, -

karekök özel

köşetaşı

$$x = \sin 140^\circ, \quad y = \sin 160^\circ \text{ ve } z = \tan 40^\circ$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

açıklamalı çözüm

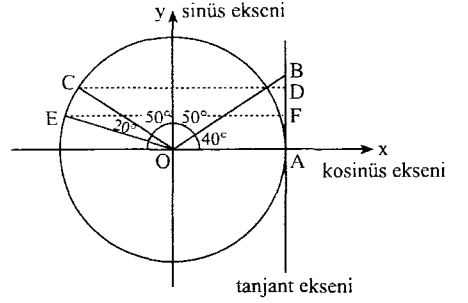
$x = \sin 140^\circ$, $y = \sin 160^\circ$ ve $z = \tan 40^\circ$ değerlerini birim çemberde göstererek sonucu bulalım.

Yandaki şekilde $m(\widehat{AOC}) = 140^\circ \Rightarrow x = \sin 140^\circ = |AD|$

$$m(\widehat{AOE}) = 160^\circ \Rightarrow y = \sin 160^\circ = |AF|$$

$$m(\widehat{AOB}) = 40^\circ \Rightarrow z = \tan 40^\circ = |AB|$$

Buna göre, $|AF| < |AD| < |AB|$ yani $y < x < z$ olur.

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\sin 32^\circ > \sin 20^\circ$ B) $\cos 15^\circ > \cos 17^\circ$
 C) $\tan 42^\circ > \sin 42^\circ$ D) $\cos 53^\circ < \cot 53^\circ$
 E) $\sin 47^\circ < \cos 47^\circ$

2. $a = \sin 16^\circ$, $b = \sin 52^\circ$, $c = \sin 92^\circ$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $c < a < b$ B) $b < c < a$ C) $b < a < c$
 D) $a < b < c$ E) $a < c < b$

3. $x = \cos 80^\circ$, $y = \cos 170^\circ$, $z = \cos 315^\circ$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $y < x < z$
 D) $z < y < x$ E) $z < x < y$

4. $x = \tan 45^\circ$, $y = \tan 135^\circ$, $z = \tan 315^\circ$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $y = z < x$ B) $x = y = z$ C) $x = y < z$
 D) $x < y < z$ E) $z < x < y$

5. $a = \cos 200^\circ$, $b = \cos 230^\circ$, $c = \tan 70^\circ$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $c < a < b$ B) $b < a < c$ C) $b < c < a$
 D) $a < c < b$ E) $a < b < c$

6. $a = \cos 20^\circ$, $b = \sin 20^\circ$, $c = \cos 160^\circ$, $d = \sin 160^\circ$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $b < a < c < d$ B) $a < c < d < b$
 C) $a < b < c < d$ D) $c < b < d < a$
 E) $c < b = d < a$

karekök özel

köşetaşı

1230° nin trigonometrik oranlarını hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

$[0^\circ, 90^\circ]$ nin dışındaki açıların trigonometrik oranları bulunurken:

1. adım : Eğer $x \notin [0, 360)$ ise, esas ölçü bulunur.
2. adım : Açının koordinat düzlemindeki bölgesi bulunur. Trigonometrik oranın işareti tespit edilir.
3. adım : Açının 0° veya 180° veya 360° dereceyle farkının mutlak değerleri bulunur.

Buna göre,

1. adım : 1230° nin esas ölçüsü 150° dir.
2. adım : 150° ikinci bölgeye düşer.
3. adım : 180° ye uzaklığı 30° dir. Yani 180° ile farkı 30° dir.

$$\begin{aligned}\sin 150^\circ &= +\sin 30^\circ = \frac{1}{2} & \cos 150^\circ &= -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan 150^\circ &= -\tan 30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}} & \cot 150^\circ &= -\cot 30^\circ = -\sqrt{3}\end{aligned}$$

1. $\cos 120^\circ + \tan \frac{3\pi}{4}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{1}{4}$

2. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\sin 130^\circ = \sin 50^\circ$ B) $\cos 1^\circ = -\cos 179^\circ$
C) $\tan \frac{\pi}{5} = -\tan \frac{4\pi}{5}$ D) $\cot \frac{2\pi}{3} = -\cot \frac{\pi}{3}$
E) $\tan 10^\circ \cdot \tan 100^\circ = 1$

3. $\sin 24^\circ = x$ olduğuna göre, $\operatorname{cosec} 156^\circ$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2}{x}$ B) $\frac{1}{x}$ C) x D) $-\frac{1}{x}$ E) $-\frac{2}{x}$

4. $\cos 10^\circ = m$ olduğuna göre, $\sin 100^\circ$ nin m türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{m}{2}$ B) m C) $2m$ D) $\frac{1}{m}$ E) $\frac{2}{m}$

5. $A + B + C = \pi$ olduğuna göre, $\cos (A + B)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\cos C$ B) $-\sin C$ C) $\sin C$
D) $\cos C$ E) $\cos (A + C)$

6. $5x = \pi$ olduğuna göre,

$\cos 3x + \tan x + \cos 2x + \tan 4x + \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök özel

köşetaşı

480° nin trigonometrik oranlarını hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

Bundan önceki köşetaşında açının 0°, 180° veya 360° ile farkının mutlak değeri alınmıştı. Eğer 90° veya 270° ile farkının mutlak değeri alınırsa; $\sin \rightarrow \cos$, $\cos \rightarrow \sin$, $\tan \rightarrow \cot$, $\cot \rightarrow \tan$ değişimleri olur. Şöyle ki:

1. adım : 480° nin esas ölçüsü 120° dir.
2. adım : 120° ikinci bölgeye düşer.
3. adım : 120° nin 90° ile farkının mutlak değeri 30° dir.

$$\sin 480^\circ = \sin 120^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 480^\circ = \cos 120^\circ = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\tan 480^\circ = \tan 120^\circ = -\cot 30^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\cot 480^\circ = \cot 120^\circ = -\tan 30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\sin 10^\circ = -\cos 100^\circ$ B) $\tan 3^\circ \cdot \tan 93^\circ = -1$
 C) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ D) $\frac{1}{\tan 100^\circ} = -\tan 10^\circ$
 E) $\tan(\pi - x) = \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

2. $\cos 120^\circ + \cot 135^\circ + \tan 125^\circ \cdot \tan 35^\circ$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{5}{2}$ B) -2 C) $-\frac{3}{2}$ D) -1 E) $-\frac{1}{2}$

3. Aşağıdakilerden hangisi $\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$ ya özdeş değil dir?

- A) $\sin a$ B) $\sin(\pi - a)$ C) $-\sin(\pi + a)$
 D) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right)$ E) $-\sin(2\pi - a)$

4. $\cos 15^\circ = t$ olduğuna göre, $\sin 105^\circ$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-t$ B) $-\frac{t}{2}$ C) $\frac{t}{3}$ D) $\frac{t}{2}$ E) t

5. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin(\pi - x)$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

**6. $x = \sin 20^\circ$
 $y = \cos 110^\circ$
 $z = \sin 200^\circ$**

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $y = z < x$ B) $y < z < x$ C) $x = y = z$
 D) $x < y < z$ E) $z < y < x$

karekök özel

köşetaşı

$$A = \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$$

ifadesinin değerini hesaplayınız?

açıklamalı çözüm

Bu tür sorularda α dar açı olarak düşünülür ve bölge tespiti yapılır.

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

$$\text{O halde, } A = \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$A = (-\tan \alpha) + (-\cos \alpha) + \cos \alpha + \tan \alpha = 0 \text{ bulunur.}$$

1. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \tan\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $-\cos \alpha$ B) $-\sin \alpha$ C) 0
D) $\sin \alpha$ E) $\cos \alpha$

2. $\frac{\sin(\pi + \theta) + \sin(2\pi + \theta)}{\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right) + \tan \theta}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $-\sin \theta$ B) 0 C) $\sin \theta$
D) $\cos \theta$ E) $\tan \theta$

3. $\cos(\pi + x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \sin(2\pi - x)$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-2\sin x$ B) $-\sin x$ C) 0
D) $\cos x$ E) $2\cos x$

4. $\cos x = m$ ise, $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi - x)$ ifadesinin m türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2m$ B) $\frac{m}{2}$ C) m D) $-m$ E) $-2m$

5. $\sec\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \csc(\pi + \alpha)$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\operatorname{cosec} \alpha$ B) $\sec \alpha$ C) 0
D) $\sin \alpha$ E) $\cos \alpha$

6. $\sin(\pi - \alpha) + \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \tan(2\pi - \alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2\cos \alpha$ B) $\cos \alpha$ C) $\sin \alpha$
D) 0 E) $-\sin \alpha$

karekök özel

– köşetaşı

$$A = \cos\left(\frac{13\pi}{2} - x\right) + \sin(12\pi - x) + \tan(17\pi - x) \cdot \cot(-x)$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

– açıklamalı çözüm

Büyük açılarda esas ölçü bulunarak işlem yapılır.

$$\text{Yani, } \cos\left(\frac{13\pi}{2} - x\right) = \cos\left(6\pi + \frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\sin(12\pi - x) = \sin(-x) = -\sin x$$

$$\tan(17\pi - x) = \tan(\pi - x) = -\tan x$$

$$\cot(-x) = -\cot x \text{ dir.}$$

$$\text{O halde, } A = (\sin x) + (-\sin x) + (-\tan x) \cdot (-\cot x) = 1 \text{ olur.}$$

$$\sin\left(\frac{17\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{21\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \tan\left(\frac{31\pi}{2} + \alpha\right)$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sec x$ B) $\cot x$ C) 0
D) 1 E) -1

$\cos x = a$ olduğuna göre,

$\sin(540^\circ - x) + \cos(1260^\circ + x) - \cos(x + 270^\circ)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a B) $\frac{1}{a}$ C) $-a$ D) $-\frac{1}{a}$ E) $-\frac{2}{a}$

$$\cos(5\pi + x) + \sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + \sin(12\pi - x)$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2\sin x$ B) $-\sin x$ C) 0
D) $\cos x$ E) $2\cos x$

4.

$$\frac{\sin\left(\frac{21\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cos(\alpha - 7\pi)}{\sin\left(-\frac{9\pi}{2} + \alpha\right)}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cos \alpha$ B) $\sin \alpha$ C) 1
D) $\sin \alpha$ E) $-\cos \alpha$

5.

$$\frac{\sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) \cdot \tan\left(-\frac{41\pi}{4}\right)}{\sin\left(-\frac{9\pi}{2} + x\right) \cdot \cot(7\pi - x)}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) 1 C) $\sin x$ D) $\tan x$ E) $\cot x$

6.

$$\frac{\sin(1950^\circ) + \cos(-1140^\circ)}{\tan(x - \pi) \cdot \tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) $\frac{1}{4}$ C) $\sin x$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\cos x$

karekök özel

köşetaşı

$\tan 10^\circ = m$ olduğuna göre, $\frac{\tan 170^\circ - \tan 100^\circ}{1 + \tan 170^\circ \cot 100^\circ}$ ifadesinin m türünden değeri nedir?

açıklamalı çözüm

$$\tan 170^\circ = \tan(180^\circ - 10^\circ) = -\tan 10^\circ = -m$$

$$\tan 100^\circ = \tan(90^\circ + 10^\circ) = -\cot 10^\circ = -\frac{1}{m}$$

$$\cot 100^\circ = \cot(90^\circ + 10^\circ) = -\tan 10^\circ = -m$$

$$\frac{\tan 170^\circ - \tan 100^\circ}{1 + \tan 170^\circ \cot 100^\circ} = \frac{-m - \left(-\frac{1}{m}\right)}{1 - m \cdot (-m)} = \frac{-m^2 + 1}{m(m^2 + 1)}$$

1. $\cot 70^\circ = a$ olduğuna göre,

$$\frac{2 + \cot 35^\circ \cdot \cot 55^\circ}{2 \cdot \cot 200^\circ \cdot \tan 110^\circ}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3a$ B) $2a$ C) a D) $-a$ E) $-2a$

2. $\tan 15^\circ = a$ olduğuna göre,

$$\frac{\tan 165^\circ - \tan 105^\circ}{1 + \tan 165^\circ \tan 105^\circ}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{-a^2 + 1}{2a}$ B) $\frac{a^2 + 1}{a}$ C) $\frac{a}{2}$ D) $\frac{2}{a}$ E) a

3. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ve $\sin x = \frac{2}{3}$ olduğuna göre,

$$\sin(15\pi + x) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + \tan(-x) \cdot \tan\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{8}{15}$

4. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ve $\cot x = 2$ olduğuna göre,

$$\frac{\sin(x - 5\pi) + \sin(3\pi + x)}{\cos(4\pi + x) - \cos(5\pi + x)}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) $\frac{5}{2}$

5. $\sin 25^\circ = a$ olmak üzere,

$$\frac{\tan^2 170^\circ \cdot \tan^2 280^\circ + \cos^2 65^\circ - 1}{\sin 155^\circ}$$

ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a B) $1 - a^2$ C) $1 + a^2$
D) $\frac{1 - a^2}{a}$ E) $\frac{1 + a^2}{a}$

6. $\tan 198^\circ = x$ olmak üzere,

$$\frac{1 - \tan 162^\circ \cdot \cot 108^\circ}{1 - \tan 252^\circ \cdot \cot 342^\circ}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) x C) x^2 D) $\frac{x^2 + 1}{x^2}$ E) $x - 1$

karekök özel

köşetaşı

$x + y = \frac{\pi}{2}$ olduğuna göre,

$\sin(2x + y) + \cos(x + 2y)$ ifadesi kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$x + y = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\begin{aligned} \sin(2x + y) + \cos(x + 2y) &= \sin\left(2x + \frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(x + 2\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) \\ &= \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi - x) \\ &= +\cos x + (-\cos x) = 0 \end{aligned}$$

1. $a - b = 90^\circ$ olmak üzere,

$\cos(a - 2b)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cos a$ B) $\sin a$ C) 0
D) $-\sin a$ E) $-\cos a$

2. $x + y = \frac{\pi}{3}$ olmak üzere,

$\tan(3x + 4y)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan y$ B) $\tan x$ C) $\cot y$
D) $\sin y$ E) $\sin x$

3. $x + y = \frac{\pi}{2}$ olduğuna göre,

$\tan(3x + 4y) \cdot \tan(4x + 3y)$ çarpımının değeri kaçtır?

- A) $\tan y$ B) 1 C) $\tan x$ D) $\cot y$ E) -1

4. $\alpha + \beta = \frac{\pi}{6}$ ve $\sin(3\alpha + 2\beta) = \frac{2}{3}$ olduğuna göre, $\cos \beta$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

5. $x + y = 45^\circ$ olduğuna göre,

$\sin(2x + y)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) $\sin y$ C) $\cos y$
D) $\cos 2y$ E) $\sin 2y$

6. $a - b = \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$\cos(2a - 3b)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin a$ B) $\sin(a - 2b)$ C) $\cos(a - 2b)$
D) $\cos(a - b)$ E) $-\sin a$

karekök özel

köşetaşı

A, B ve C bir üçgenin iç açılarının ölçüleri olduğuna göre,

$\sin^2 \frac{A+B}{2} + \sin^2 \frac{C}{2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Üçgenin iç açıları toplamı 180° olduğundan $A + B + C = \pi$ dir.

$$A + B + C = \pi \Rightarrow \frac{A+B+C}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{A+B}{2} + \frac{C}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2} \quad \text{veya} \quad \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A+B}{2} \quad \text{dir.}$$

$$\text{O halde, } \sin^2 \frac{A+B}{2} + \sin^2 \frac{C}{2} = \cos^2 \frac{C}{2} + \sin^2 \frac{C}{2} = 1 \quad \text{olur.}$$

1. Bir ABC üçgeninde iç açıların ölçüleri A, B ve C ise,
 $\cos A + \cos(B + C)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) $-\cos B$ C) 0 D) $\cos B$ E) 1

2. Bir ABC üçgeninde A, B ve C iç açıların ölçüleri olmak üzere,

$\sin A - \sin(B + C)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 1 C) $\sin A$ D) $\cos B$ E) $\sin C$

3. A, B ve C bir üçgenin iç açılarının ölçüleri olmak üzere,
 $\tan A + \tan(B + C)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) $-\tan B$ C) $\tan C$ D) $\tan B$ E) 0

4. A, B ve C bir üçgenin iç açılarının ölçüleri olmak üzere,

$$\cos \frac{A+B}{2} - \sin \frac{C}{2}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) 0 C) 1
D) $\cos \frac{C}{2}$ E) $\sin \frac{A}{2}$

5. A, B ve C bir üçgenin iç açılarının ölçüleri olmak üzere,

$$\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) \cdot \cot \frac{C}{2}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\cot \frac{A}{2}$ B) -1 C) 0
D) 1 E) $\tan \frac{A}{2}$

6. A, B ve C bir üçgenin iç açılarının ölçüleri olmak üzere,

$$\frac{\cos^2 \frac{A}{2} + \cos^2 \frac{B+C}{2}}{\tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}}$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cot \frac{C}{2}$ B) -1 C) 1 D) $\sin B$ E) $\cos C$

karekök özel

köşetaşı

$\sin 5^\circ + \sin 6^\circ + \sin 7^\circ + \sin 8^\circ + \dots + \sin 353^\circ + \sin 354^\circ + \sin 355^\circ$
toplamının değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\sin 355^\circ = -\sin 5^\circ$$

$$\sin 354^\circ = -\sin 6^\circ$$

$$\sin 353^\circ = -\sin 7^\circ$$

$$\sin 352^\circ = -\sin 8^\circ \text{ olduğundan}$$

$$\sin 5^\circ + \sin 6^\circ + \sin 7^\circ + \dots + \sin 179^\circ + \sin 180^\circ + \underbrace{\sin 181^\circ}_{-\sin 179^\circ} + \dots + \underbrace{\sin 355^\circ}_{-\sin 5^\circ} + \sin 180^\circ = 0 \text{ olur.}$$

1. $A = \cot 1^\circ \cdot \cot 2^\circ \cdot \cot 3^\circ \cdot \dots \cdot \cot 88^\circ \cdot \cot 89^\circ$
olduğuna göre, A'nın değeri kaçtır?

A) -1 B) 0 C) $\sin 42^\circ$
D) 1 E) $\sin 47^\circ$

2. $A = \sin 10^\circ + \sin 20^\circ + \sin 30^\circ + \dots + \sin 340^\circ + \sin 350^\circ$
olduğuna göre, A kaçtır?
- A) 10 B) 8 C) 6 D) 2 E) 0

3. $\cot 10^\circ + \cot 20^\circ + \cot 30^\circ + \dots + \cot 170^\circ$
toplamının değeri kaçtır?
- A) -5 B) -1 C) 0 D) 1 E) 5

4. $\frac{\sin^2 1^\circ - \sin^2 2^\circ - \sin^2 3^\circ + \dots - \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ}{\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \cdot \dots \cdot \tan 88^\circ \cdot \tan 89^\circ}$
oranı kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{89}$ C) $\frac{2}{89}$ D) $\frac{89}{2}$ E) 44

5. $\sin 6^\circ + \sin 9^\circ + \dots + \sin 351^\circ + \sin 354^\circ$
toplamının değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

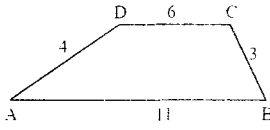
6. $n = 180$ olmak üzere,

$$\cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cos^2 3^\circ + \dots + \cos^2 n^\circ$$

toplamının değeri kaçtır?

A) 90 B) 89 C) 88 D) 1 E) 0

köşetaşı

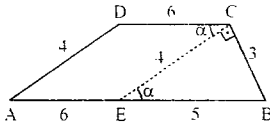


ABCD yamuk $AB \parallel CD$

$|DC| = 6$ birim. $|AD| = 4$ birim. $|BC| = 3$ birim, $|AB| = 11$ birim

olduğuna göre, $\sin(\widehat{DCB})$ kaçtır?

açıklamalı çözüm



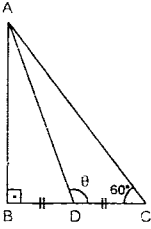
C noktasından AD ye paralel CE doğrusu çizilirse;

$|AD| = |CE| = 4$ birim. $|CD| = |AE| = 6$ birim

$|EB| = 11 - 6 = 5$ birim olur.

ECB üçgeni (3, 4, 5) üçgeni olduğundan $m(\widehat{ECB}) = 90^\circ$ dir. $m(\widehat{ECD}) = \alpha$ alınırsa iç ters açılardan $m(\widehat{CEB}) = \alpha$ olur. O halde, $\sin(\widehat{DCB}) = \sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha = \frac{|EC|}{|EB|} = \frac{4}{5}$ olur.

1.



ABC dik üçgeninde

$m(\widehat{ACB}) = 60^\circ$

$m(\widehat{ADC}) = \theta$

$|BD| = |DC|$

Yukarıda verilenlere göre, $\tan \theta$ kaçtır?

A) $-2\sqrt{3}$

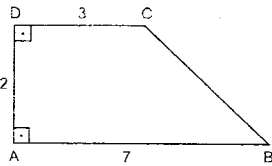
B) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

C) $-\frac{\sqrt{2}}{5}$

D) $-\frac{1}{2}$

E) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

2.



ABCD dik yamuğunda

$|DC| = 3$ birim

$|AD| = 2$ birim

$|AB| = 7$ birim

Yukarıda verilenlere göre, $\cos(\widehat{DCB})$ kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

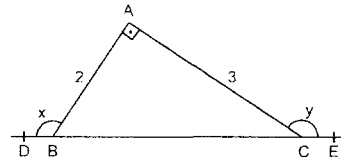
B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

E) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

3.



ABC dik üçgen

$|AB| = 2$ birim

$|AC| = 3$ birim

$m(\widehat{ABD}) = x$

$m(\widehat{ACE}) = y$

Yukarıda verilenlere göre, $\sin x + \cos y$ kaçtır?

A) $-\frac{1}{\sqrt{13}}$

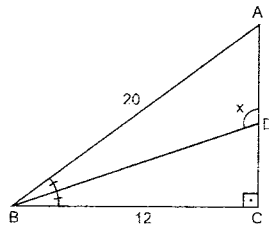
B) $-\frac{1}{2}$

C) 0

D) $\frac{5}{\sqrt{13}}$

E) $\frac{2}{3}$

4.



ABC dik üçgen

$[BC] \perp [AC]$

$|AB| = 20$ cm

$|BC| = 12$ cm

$m(\widehat{BDA}) = x$

Yukarıda verilenlere göre, $\cot x$ kaçtır?

A) $-\frac{1}{3}$

B) $-\frac{1}{2}$

C) -1

D) $-\frac{3}{2}$

E) -2

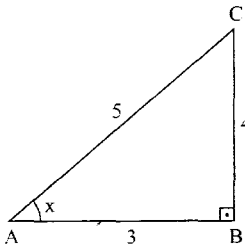
karekök özel

köşetaşı

$x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere,

$\sin x = \frac{4}{5}$ olduğuna göre, $\cos x \cdot (\tan x - \cot x)$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm



Bir açının trigonometrik oranlarından biri biliniyorsa diğerleri dik üçgen çizilerek bulunabilir.

$\sin x = \frac{4}{5}$ olacak şekilde bir ABC dik üçgeni çizilsin.

$|BC| = 4$ br, $|AC| = 5$ br alınırsa Pisagor bağıntısından $|AB| = 3$ br olur.

$x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olduğundan: 1. bölgede bütün trigonometrik fonksiyonlar pozitiftir.

O halde $\cos x = \frac{3}{5}$, $\tan x = \frac{4}{3}$, $\cot x = \frac{3}{4}$ olur.

Buna göre, $\cos x \cdot (\tan x - \cot x) = \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{4}\right) = \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{20}$ dir.

1. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$\sin x = \frac{2}{3}$ olduğuna göre, $\sec x$ kaçtır?

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

2. $0^\circ < \theta < 90^\circ$ olmak üzere,

$\tan \theta = \frac{5}{12}$ olduğuna göre, $\sin \theta - \cos \theta$ farkı kaçtır?

- A) $-\frac{7}{13}$ B) $-\frac{5}{13}$ C) $-\frac{2}{13}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{7}{13}$

3. $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere,

$\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ise, $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cot\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ kaçtır?

- A) $\frac{7}{12}$ B) $\frac{1}{12}$ C) 0 D) $-\frac{1}{12}$ E) $-\frac{7}{12}$

4. $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere,

$5 \sin x = 2$ olduğuna göre, $\tan^2 x$ kaçtır?

- A) $\frac{2}{21}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{4}{21}$ D) $\frac{5}{21}$ E) $\frac{2}{7}$

5. $0^\circ < x < 90^\circ$ olmak üzere, $\cot x = \frac{3}{4}$ ise,

$\frac{\sin^2 x + \sin^2 x \cdot \cos^2 x + \cos^4 x}{\csc x + \tan x}$ kaçtır?

- A) $\frac{2}{32}$ B) $\frac{15}{32}$ C) $\frac{5}{17}$ D) $\frac{12}{31}$ E) 1

6. $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere,

$\frac{5}{\sin x} = \frac{12}{\cos x}$ olduğuna göre, $\cos x$ kaçtır?

- A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{5}{13}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{12}{13}$ E) $\frac{1}{12}$

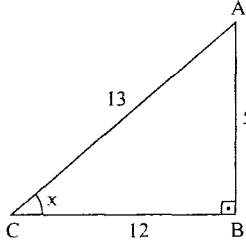
karekük özel

köşetaşı

$$x \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right) \text{ ve } \tan x = -\frac{5}{12}$$

olduğuna göre, $\sin x$, $\cos x$ ve $\cot x$ değerlerini hesaplayınız.

açıklamalı çözüm



(39.36) dan farkı x açısının geniş açı olmasıdır.

Bu tür problemlerde x i dar açı kabul edip dik üçgen çizilir. Daha sonra trigonometrik fonksiyonların işaretleri x açısının bulunduğu bölgeye göre belirlenir.

$$\tan x = -\frac{5}{12} \Rightarrow \tan x = \frac{|AB|}{|BC|} \text{ olduğundan } |AB| = 5 \text{ br, } |BC| = 12 \text{ br}$$

seçilirse, pisagor teoreminden $|AC| = 13$ br olur.

$x \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ yani x açısı IV. bölgede olduğundan kosinüs fonksiyonu pozitif, sinüs ve kotanjant

fonksiyonları negatif olacaktır. $\sin x = -\frac{5}{13}$, $\cos x = \frac{12}{13}$, $\cot x = -\frac{12}{5}$ olur.

1. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ve $\sin x = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, $\tan x$ kaçtır?

A) $-\sqrt{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{5}$

2. $\theta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ olmak üzere, $\cos \theta = -\frac{5}{13}$ tür.

Buna göre, $\cot \theta$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{5}{12}$ B) $-\frac{7}{12}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{12}$

3. $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\frac{2 \sin x + \cos x}{\cos x - \sin x} = -\frac{2}{7} \text{ olduğuna göre, } \cos x \text{ kaçtır?}$$

A) $-\frac{2}{5}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) $-\frac{4}{5}$ D) $-\frac{12}{13}$ E) $-\frac{5}{13}$

4. $90^\circ < x < 270^\circ$ ve $\sin x = -\frac{5}{13}$ olduğuna göre,

$\tan x$ değeri kaçtır?

(İpucu : $\sin (-)$ değer aldığından $x \in (180^\circ, 270^\circ)$ olduğuna dikkat ediniz.)

A) $-\frac{5}{12}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{12}$

5. $\theta \in (\pi, 2\pi)$ olmak üzere, $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ tür.

Buna göre, $\frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta}{\sin \theta + \cos \theta}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{37}{25}$ B) 1 C) $\frac{25}{27}$ D) $\frac{21}{28}$ E) $\frac{1}{2}$

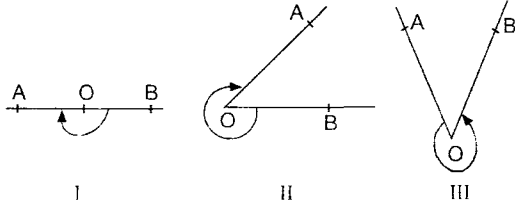
6. $a + b = \frac{\pi}{12}$ ve $\cos(6a + 5b) = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\cot b$ değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{2}$ E) 3

karekök özel

1.



Yukarıdaki açılardan hangilerinde AOB yönlü açısı doğru verilmiştir?

- A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

2. $\frac{\pi}{15}$ radyan ile 50 grad toplamı kaç derecedir?

- A) 52 B) 55 C) 57 D) 60 E) 65

3. 72435 saniyelik açı kaç derece, kaç dakika ve kaç saniyedir?

- A) $20^{\circ} 7' 15''$ B) $20^{\circ} 17' 15''$
C) $20^{\circ} 20' 20''$ D) $25^{\circ} 17' 15''$
E) $27^{\circ} 17' 15''$

4. $x = 25^{\circ}$

$$y = 12' 35''$$

$$z = 10^{\circ} 15' 40''$$

olduğuna göre, $x - (y + z)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 13° B) $12^{\circ} 59''$ C) $14^{\circ} 31' 45''$
D) $12^{\circ} 45' 43''$ E) $14^{\circ} 43' 45''$

5. Ölçüsü (-2540°) olan açının esas ölçüsü kaç derecedir?

- A) 20 B) 120 C) 290 D) 340 E) 350

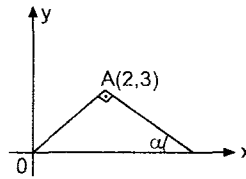
6. Esas ölçüsü 30 grad olan açı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) -770° B) -370° C) 370° D) 430° E) 1230°

7. $\left(-\frac{52\pi}{3}\right)$ radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?

- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{5\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) π

8.



Yukarıdaki koordinat düzleminde,

OAB dik üçgen,

$$m(\widehat{OAB}) = 90^{\circ}$$

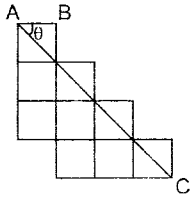
$$A(2,3)$$

$$m(\widehat{ABO}) = \alpha$$

olduğuna göre, $\cot \alpha$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

9.

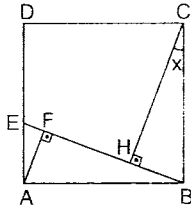


Yandaki şekil 9 eş kareden oluşmuştur.

$m(\widehat{BAC}) = \theta$ olduğuna göre, $\sin\theta - \cos\theta$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $-\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

10.



ABCD bir karedir.

$[AF] \perp [EB]$

$[CH] \perp [EB]$

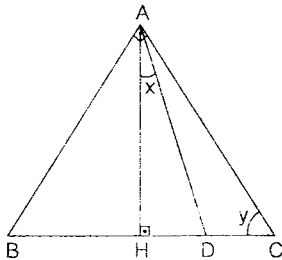
$|FH| = |HB|$

$m(\widehat{HCB}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, $\cot x$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

11.



ABC dik üçgeninde.

$[AB] \perp [AC]$

$[AH] \perp [BC]$

$m(\widehat{HAD}) = x$

$m(\widehat{ACB}) = y$

$\tan y = \frac{1}{3}$

$|BD| = |DC|$

Yukarıdaki verilere göre, $\tan x$ değeri kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

12. $f(x) = 3x^2 - x^4$

$g(x) = x^4 + x^2$

olduğuna göre, $f(\sin\theta) + g(\cos\theta)$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

13. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ olmak üzere,

$\sqrt{1 - \sin x} \cdot \sqrt{1 + \sin x} + \cos x$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2 \cos x$ B) $\cos x$ C) 0 D) -1 E) $-\cos x$

14. $2\cos x + 1 = \sin^2 x + \cos^2 x + 5\sin x$

olduğuna göre, $\cot x + \tan x$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{13}{11}$ C) 2 D) $\frac{21}{10}$ E) $\frac{29}{10}$

15.

$\frac{1 - \sin x}{\cot x} \cdot \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \csc x}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\csc x$ B) $\sec x$ C) 1
D) $-\sec x$ E) $-\csc x$

16. $\tan x + \cot x = 1$

olduğuna göre, $\tan^3 x + \frac{1}{\tan^3 x}$ ifadesinin sayısal değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

17. $\frac{1 - \cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 - \cos x}$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\sec x$ B) $2\operatorname{cosec} x$ C) $\sec x$
D) $\operatorname{cosec} x$ E) 1

18.
$$f(x) = \begin{cases} \sin x + \cos x & , x > \frac{\pi}{4} \\ \tan x - \cot x & , x \leq \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

fonksiyonu verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ B) $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$
D) $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ E) $f(0) = -1$

19. III.bölgedeki $A\left(-\frac{1}{2}, m\right)$ noktası birim çember üzerinde olduğuna göre, m değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) 1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) -2

20. Başlangıç kenarı 0x olan ve ölçüsü $\frac{5\pi}{6}$ radyan olan yayın bitim noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ B) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ C) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$
D) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ E) $\left(1, \frac{1}{2}\right)$

21.
$$\frac{\sin \frac{3\pi}{2} + \cos 90^\circ}{\cos 180^\circ + \sin \pi - \cos 0}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

22. $\sin x + \cos y = 3a - 1$ olduğuna göre, a'nın değer aldığı en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-3, 1]$ B) $[0, 1]$ C) $\left[-1, \frac{1}{3}\right]$
D) $[-1, 1]$ E) $\left[-\frac{1}{3}, 1\right]$

23. $A = (\sin x + \cos x)^2$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) 3

24.
$$\frac{\cot \frac{\pi}{2} + \tan 180^\circ}{\tan \frac{\pi}{6} \cdot \cot \frac{\pi}{3}}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\sqrt{3}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\sqrt{3}$ E) 2

25. $x = \cos 100^\circ \cdot \tan 250^\circ$

$$y = \sin \frac{2\pi}{3} \cdot \cot \frac{7\pi}{4}$$

$$z = \cos 200^\circ - \cot 259^\circ$$

$$t = \cos \frac{5\pi}{3} - \sin 290^\circ$$

olduğuna göre, x, y, z ve t nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -, -, -, + B) -, -, +, - C) -, -, +, +
D) -, +, -, + E) +, -, +, +

26. $a = \sin 130^\circ$, $b = \cos 200^\circ$, $c = \tan 50^\circ$, $d = \cot 160^\circ$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $b < d < c < a$ B) $b < d < a < c$
C) $d < b < c < a$ D) $d < b < a < c$
E) $d < a < b < c$

27.
$$\frac{\sin 1590^\circ + \tan \frac{29\pi}{4}}{\cos \frac{22\pi}{3} - \sin 1710^\circ}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1
D) 3 E) $\sqrt{3} + 2$

28. $\sin \frac{\pi}{12} = m$

olduğuna göre, $\cos \frac{17\pi}{12}$ ifadesinin m türünden değeri

ri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2m B) -m C) $-\frac{m}{2}$ D) m E) 2m

29.
$$\frac{\cos(2\pi - \alpha) - \cos(\pi - \alpha)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi + \alpha)} + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2\tan\alpha$ B) $-\tan\alpha$ C) $-\cot\alpha$ D) 0 E) $\sec\alpha$

30.
$$\cos\left(-\frac{43\pi}{2} + x\right) + \sin(x - 20\pi)$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2\sin x$ B) 1 C) $\sin x$ D) 0 E) -1

karekök özel

31. $\tan 23^\circ = a$ olduğuna göre,

$$\frac{\tan 157^\circ + \tan 113^\circ}{\tan 157^\circ \cdot \tan 113^\circ + \sin^2 13^\circ + \sin^2 77^\circ}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{a^2+1}{2a}$ B) $-\frac{a^2+1}{2a}$ C) $\frac{a^2-1}{a}$
D) $-\frac{a^2+1}{a}$ E) $\frac{a^2+1}{a}$

32. $x + y = \frac{\pi}{2}$ ve $\cos x = \frac{4}{5}$

olduğuna göre, $\sin(2x + 3y)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{4}{5}$ E) $-\frac{3}{5}$

33. Bir ABC üçgeninde A, B ve C iç açıların ölçüleridir

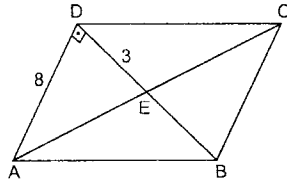
$\sin(A+B) = \frac{12}{13}$ olduğuna göre, $\cos C$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{12}{13}$ B) $-\frac{5}{13}$ C) $\frac{5}{13}$ D) $\frac{6}{13}$ E) $\frac{12}{13}$

34. $\sin^2 3^\circ + \sin^2 6^\circ + \sin^2 9^\circ + \dots + \sin^2 87^\circ + \sin^2 90^\circ$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 20 B) $\frac{35}{2}$ C) 16 D) $\frac{31}{2}$ E) 15

35.



ABCD paralelkenar

$|AD| = 8$ br

$|DE| = 3$ br

$m(\widehat{ADB}) = 90^\circ$ ise, $\tan(\widehat{ABC})$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $-\frac{1}{5}$ E) $-\frac{1}{6}$

36. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$\sin x = \frac{3}{4}$ olduğuna göre, $\tan x$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{\sqrt{7}}$ D) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{1}{3}$

37. $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ olmak üzere,

$\sin x = \frac{2}{3}$ olduğuna göre, $\tan x + \cot x$ toplamı kaçtır?

- A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{3\sqrt{5}}{2}$
D) $-\frac{9\sqrt{5}}{2}$ E) $-\frac{9\sqrt{5}}{10}$

1. 62435 saniyelik açı kaç derece, kaç dakika ve kaç saniyedir?

A) $18^{\circ} 30''$ B) $17^{\circ} 25' 30''$ C) $17^{\circ} 20' 35''$
D) $17^{\circ} 2' 35''$ E) $17^{\circ} 35''$

2. ABC üçgeninde

$$m(\hat{A}) = 24^{\circ} 48' 32''$$

$$m(\hat{B}) = 2.s(\hat{A})$$

olduğuna göre, $m(\hat{C})$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $105^{\circ} 34' 24''$ B) $104^{\circ} 35' 24''$
C) $100^{\circ} 30' 36''$ D) $98^{\circ} 42' 30''$
E) $95^{\circ} 30''$

3. $A = -\frac{52\pi}{7}$

radyan ise, A'nın esas ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{7}$ B) $\frac{4\pi}{7}$ C) $\frac{5\pi}{7}$ D) $\frac{10\pi}{7}$ E) $\frac{11\pi}{7}$

4. $f(x) = 2.\cos x - 3.\sin y + 3$

fonksiyonunun alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

5. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\sin^2 20^{\circ} + \sin^2 70^{\circ} = 1$
B) $2 - \tan 13^{\circ} . \cot 77^{\circ} = 1$
C) $1 + \cot^2 \frac{\pi}{12} = \operatorname{cosec}^2 \frac{\pi}{12}$
D) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$
E) $\cos(-25^{\circ}) + \sin(-65^{\circ}) + \tan(-45^{\circ}) = -1$

6. $\sin(12\pi - x) + \tan(13\pi + x) \cdot \cot x - \cos\left(\frac{15\pi}{2} - x\right)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 B) 1 C) $\sin x$ D) $\cos x$ E) $\tan x$

7. $a = \tan 210^{\circ}$, $b = \sin 140^{\circ}$

$$c = \cos 290^{\circ} \quad d = \cot 310^{\circ}$$

olduğuna göre, a, b, c ve d'nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) +, +, +, - B) +, -, +, + C) -, +, -, -
D) +, +, -, + E) -, -, +, -

8. $a = \sin 190^{\circ}$ $b = \cos 310^{\circ}$

$$c = \sin 340^{\circ} \quad d = \cos 250^{\circ}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $d < c < a < b$ B) $a < c < b < d$
C) $c = d < a < b$ D) $c < a < d < b$
E) $d < c < b < a$

9. $f(x) = \frac{\sin 2x + \tan x}{\cos 4x} - \operatorname{cosec} 2x$

olduğuna göre, $f\left(\frac{11\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?

A) 3 B) $\sqrt{2}$ C) 1 D) 0 E) -1

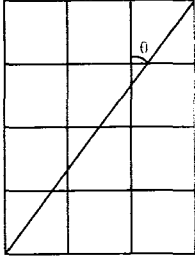
10. Aşağıdakilerden hangisi $\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$ ya özdeş değildir?

A) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + a\right)$ B) $\sin(\pi - a)$
C) $\cos(\pi - a)$ D) $\cos\left(\frac{5\pi}{2} - a\right)$
E) $\sin(3\pi - a)$

11. A, B, C dar açıları ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri ise, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\cos(\hat{A} + \hat{B}) = -\cos \hat{C}$
 B) $\sin \hat{A} = \sin(\hat{B} + \hat{C})$
 C) $\sin\left(\frac{\hat{A} + \hat{B}}{2}\right) = \cos \frac{\hat{C}}{2}$
 D) $\cot\left(\frac{\hat{B} + \hat{C}}{2}\right) = \cot \frac{\hat{A}}{2}$
 E) $\sin^2 \hat{C} + \cos^2(\hat{A} + \hat{B}) = 1$

12. Yandaki şekil 12 tane özdeş kareden oluşmuştur.



Buna göre, $\sin \theta - \cos \theta$ farkı kaçtır?

A) $-\frac{2}{5}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) 0 D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{2}{5}$

13. $\frac{\sin 62^\circ + \sin 28^\circ}{\cos 62^\circ + \cos 28^\circ} - \frac{1 - \sin^2 23^\circ}{\sin^2 293^\circ}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) 0 E) -1

14. $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ ve $\tan x = -\frac{3}{4}$ olmak üzere,

$\frac{\sin x \cdot \cos x - 1}{2\cot x + \operatorname{cosec} x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{37}{25}$ B) $-\frac{2}{25}$ C) 0 D) $\frac{2}{25}$ E) $\frac{37}{25}$

15. $\tan x - \cot x = \sqrt{2}$ olduğuna göre,

$(\tan x + \cot x)^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{6}$ B) $\sqrt{7}$ C) 3 D) 5 E) 6

16. $\frac{\cos x}{1 + \sin x} - \frac{\cot x}{\operatorname{cosec} x - 1}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2\cot x$ B) $-2\tan x$ C) 0
 D) $2\tan x$ E) $2\cot x$

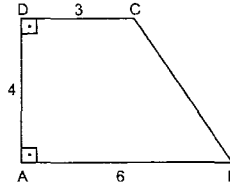
17. $\tan \frac{\pi}{18} = m$ olduğuna göre,

$\frac{\cot \frac{4\pi}{9} - \cot \frac{5\pi}{9}}{\cos \frac{5\pi}{3}}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4m B) 2m C) m D) -m E) -2m

- 18.



ABCD dik yamukunda

AB // CD

|AD| = 4 birim

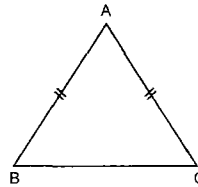
|CD| = 3 birim

|AB| = 6 birim

Yukarıda verilenlere göre, $\cos(\hat{BCD})$ değeri kaçtır?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{3}{5}$ E) $-\frac{4}{5}$

- 19.



ABC üçgeninde

|AB| = |AC|

$\cos \hat{A} = \frac{5}{13}$

Yukarıda verilenlere göre, $\cot \hat{C}$ değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

20. $x + y = \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$\sin y = \frac{3}{4}$

olduğuna göre, $\cos(2x + 3y)$ değeri kaçtır?

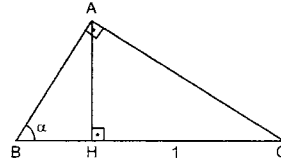
A) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{3}{4}$
 D) $-\frac{3}{4}$ E) $-\frac{\sqrt{7}}{4}$

1. $9\sin^2 x + 16\cos^2 x + 24\sin x \cdot \cos x + 1$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?
A) 6 B) 10 C) 12 D) 25 E) 26
2. $a \cdot \sin^2 x - \cos x = a$ olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-\sec x$ B) $-\operatorname{cosec} x$ C) $\tan x$
D) $\sec x$ E) $\operatorname{cosec} x$
3. Aşağıdakilerden hangisinin değeri en küçüktür?
A) $\sin 730^\circ$ B) $\sin 560^\circ$ C) $\cos(-1140^\circ)$
D) $\tan \frac{4\pi}{3}$ E) $\tan 1600^\circ$
4. $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,
 $\frac{2\sin x - \cos x}{2\cos x - \sin x} = \frac{2}{5}$ olduğuna göre, $\sin x$ değeri kaçtır?
A) $-\frac{5}{6}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $-\frac{3}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$
5. $A = (m \cdot \sin x - n \cdot \cos x)^2 + (n \cdot \sin x + m \cdot \cos x)^2$ olduğuna göre, A'nın m ve n türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $m^2 + n^2$ B) $m^2 \cdot n$ C) $m \cdot n$
D) $m + n$ E) $m^2 - n^2$

6. $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ ve $\pi < y < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere, aşağıdaki ifadelerden hangileri sıfıra eşit olabilir?
I. $\sin x + \cos y$
II. $\sin y + \cos x$
III. $\tan x + \cot y$
IV. $1 - 2\sin x$
A) I ve III B) II ve III C) II, III ve IV
D) I ve IV E) III ve IV

7. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,
$$\frac{\sin(3\pi - \alpha) + \sin(-\alpha) + \cos(5\pi + \alpha)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(9\pi - \alpha)}$$
 ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $-\cot \alpha$ B) -1 C) 1 D) $\tan \alpha$ E) $\cot \alpha$

8. ABC dik üçgeninde
[AB] $\perp$ [AC]
[AH] $\perp$ [BC]
 $m(\widehat{ABC}) = \alpha$
[HC] = 1 birim

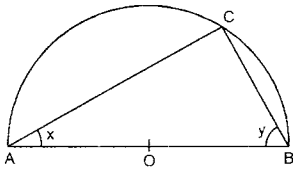


- Yukarıda verilenlere göre, [AC] kaç birimdir?
A) $\tan \alpha$ B) $\cos \alpha$ C) $\sin \alpha$
D) $\sec \alpha$ E) $\operatorname{cosec} \alpha$

9. $c = \cos \theta$ ve $s = \sin \theta$ olduğuna göre,
 $2(c^6 + s^6) - 3(c^4 + s^4)$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisine aittir?
A) $-\sin \theta$ B) $-\cos \theta$ C) -1 D) 1 E) $\sin \theta$

10. $\cot 70^\circ = x$ olduğuna göre,
$$\frac{\sin^2 12^\circ + \sin^2 78^\circ + \tan 200^\circ \cdot \cot 20^\circ}{4 \cdot \cot 200^\circ + \tan 110^\circ}$$
 ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\frac{x}{3}$ B) $\frac{2x}{3}$ C) x D) $\frac{3x}{2}$ E) $2x$

11.



O merkezli yarım çember ve ABC üçgeni verilmiştir.

$$m(\widehat{CAB}) = x$$

$$m(\widehat{CBA}) = y$$

$$\tan x \cdot \cot y = \frac{1}{9}$$

Yukarıda verilenlere göre, secy değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{10}$ B) 3 C) $\sqrt{7}$ D) 2 E) 1

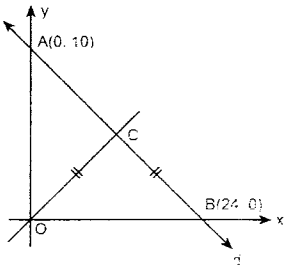
12. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}} - \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2 \cdot \tan x$ B) $2 \cdot \sin x$ C) $\tan x$
D) $\sec x$ E) $2 \cdot \csc x$

13.



Şekildeki d doğrusu eksenleri A(0, 10) ve B(24, 0) noktalarında kesmektedir

$|OC| = |CB|$ ve $m(\widehat{COB}) = \alpha$ olduğuna göre, $\tan \alpha$ değeri kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) $\frac{12}{5}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{12}$

14.

$$\frac{\cos^2 x}{1-\sin x} - \frac{\sin^2 x}{1-\cos x} - \cos x$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cos x$ B) $\sin x$ C) $\tan x$
D) 1 E) $-\cot x$

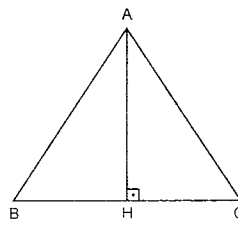
15.

$$\tan x + \cot x = 3$$

olduğuna göre, $\tan^4 x + \cot^4 x$ toplamı kaçtır?

- A) 47 B) 42 C) 36 D) 30 E) 24

16.



ABC üçgeninde

$$|AH| = 4 \text{ cm}$$

$$|BC| = 6 \text{ cm}$$

$$\tan C = 4 \cdot \tan B$$

Yukarıda verilenlere göre, $|BH|$ kaç cm dir?

- A) $\frac{7}{2}$ B) 4 C) $\frac{24}{5}$ D) 5 E) $\frac{11}{2}$

17. $\pi < x < \frac{5\pi}{4}$ olmak üzere,

$$\sqrt{\frac{1-2\sin x \cdot \cos x}{1-2\sin x \cdot \cos x}} = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, $\cot x$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

18. $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$\tan x - 2\cot x = 1$ olduğuna göre, $\cos x$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{5}$ D) $-\frac{2}{5}$ E) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

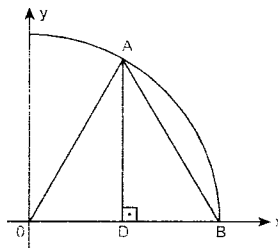
19.

$$(\sin x + 4)(2 - \cos y)$$

çarpımının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

20.



O merkezli çeyrek birim çember

A, B çember üzerinde

$B \in O_x$ eksen

$[AD] \perp [OB]$

$$m(\widehat{AOB}) = \alpha$$

$$|AB| = \sqrt{\cos \alpha}$$

Yukarıda verilenlere göre, $\cos \alpha$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{7}$

1. $\sin 2x = m$ eşitliğinde m nin değeri aşağıdaki aralıklardan hangisinde bulunur?
- A) $-2 \leq m \leq 2$ B) $-2 \leq m \leq 0$ C) $-1 \leq m \leq 0$
D) $-1 \leq m \leq 1$ E) $0 \leq m \leq 1$

(1966)

2. $\frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{\tan^2 A}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine özdeşdir?

- A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$
D) $\sin^2 A$ E) $\frac{1}{\sin^2 A}$

(1968)

3. $\frac{\cos^2 \theta}{1 - \sin \theta}$ kesrinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin \theta$ B) 1 C) $1 + \sin \theta$
D) $\cos \theta$ E) $1 - \sin \theta$

(1971)

4. $\tan \theta = \frac{1}{2}$ ve $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ olduğuna göre, $\cos \theta$ nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

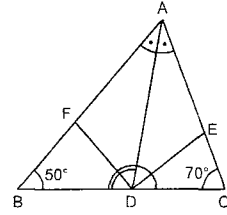
(1974)

5. $\sin 210^\circ$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

(1974)

6.



Şekilde verilen ABC üçgeninde [AD], [DE] ve [DF] açıortaylar olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi

$\frac{|DE|}{|BF|}$ nin değeri verir?

- A) $\frac{\sin 10^\circ}{\sin 20^\circ}$ B) $\frac{\sin 70^\circ}{\sin 50^\circ}$ C) $\frac{\cos 70^\circ}{\cos 50^\circ}$
D) $\frac{\cos 10^\circ}{\cos 20^\circ}$ E) $\frac{\sin 70^\circ}{\cos 50^\circ}$

(1975)

7. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$ ($\mathbb{Z}$ tamsayılar kümesi)

$$\cos \left[\left(k + \frac{1}{2} \right) \pi + (-1)^k \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\cos \alpha$ B) $(-1)^k \cos \alpha$ C) $\cos \alpha$
D) $(-1)^k \sin \alpha$ E) $(-1)^k$

(1976)

8.

$$f: x \rightarrow \sin \left(\frac{\pi}{2} x \right)$$

$$g: x \rightarrow \frac{1}{x+1}, \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

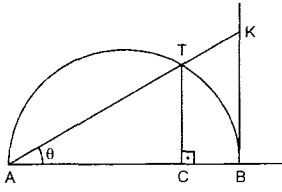
olduğuna göre, $(f^{-1} \circ g)(1)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\frac{1}{2}$

(1975)

karekök özel

9.

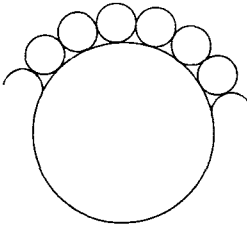


Şekilde verilen yarı çemberin AB çapının uzunluğu 1 birim ve TK ile TC aynı uzunlukta ($\neq 0$) olduğuna göre, $\sin \theta$ ne olur?

- A) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ B) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$
 D) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

(1975)

10.



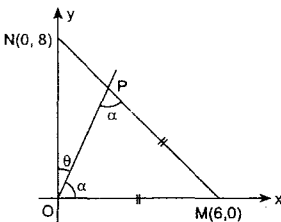
Birbirine eşit ve dıştan teğet 12 çemberin oluşturduğu dairesel bir zincir, şekilde görüldüğü gibi yarıçapı 1 olan bir çembere dıştan teğettir.

Küçük çemberlerin yarıçapı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1+\sin 15^\circ}{1-\sin 15^\circ}$ B) $\frac{\sin 15^\circ}{1+\sin 15^\circ}$ C) $\frac{1}{1-\cos 15^\circ}$
 D) $\frac{\cos 15^\circ}{1+\cos 15^\circ}$ E) $\frac{\sin 15^\circ}{1-\sin 15^\circ}$

(1978)

11.



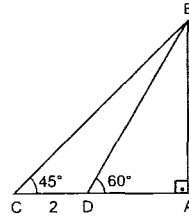
$N(0, 8), M(6, 0)$
 $\widehat{MOP} = \widehat{OPM} = \alpha$
 $\widehat{PON} = \theta$

Yukarıda verilenlere göre, $\sin \theta$ nin değeri nedir?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ C) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(1979)

12.



$$m(\widehat{D}) = 60^\circ$$

$$m(\widehat{C}) = 45^\circ$$

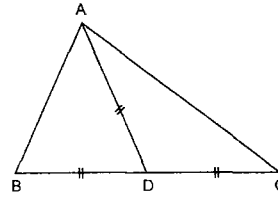
$$|CD| = 2 \text{ cm}$$

Yukarıda verilenlere göre, $|AB|$ kaç cm dir?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2
 D) $3 + \sqrt{3}$ E) 6

(1980)

13.



ABC üçgen

$$|AD| = |BD| = |CD|$$

$$\text{tg} B = 2$$

Yukarıda verilenlere göre, $\cot C$ nin değeri nedir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

(ÖYS 1981)

14.

I. $\sin 85^\circ$

II. $\text{tg } 175^\circ$

III. $\cos 260^\circ$

IV. $\cot 275^\circ$

Yukarıdaki trigonometrik değerlerin işaretleri sırasıyla ne olur?

- A) +, -, +, - B) -, -, -, + C) +, -, -, +
 D) -, -, -, - E) +, -, -, -

(ÖYS 1981)

15. Aşağıdakilerden hangisi $\sin 40^\circ$ a eşittir?

- A) $\sin 220^\circ$ B) $\cos 140^\circ$ C) $\sin 50^\circ$
 D) $\sin(-40^\circ)$ E) $\cos(-50^\circ)$

(ÖYS 1982)

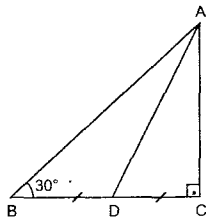
karekötök özel

16. $\tan x = 2$ olduğuna göre, $\cos^2 x - \cos x \cdot \sin x$ ifadesinin değeri nedir?

A) -1 B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) 0 E) $\frac{2}{3}$

(ÖYS 1982)

17.



$$m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$$

$$m(\widehat{BCA}) = 90^\circ$$

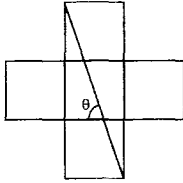
$$|DB| = |DC|$$

Yukarıda verilenlere göre, $\tan(\widehat{DAC})$ nin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
D) $\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

(ÖYS 1983)

18.



Şekil, üst tabanı olmayan bir küpün açılımı olduğuna göre, $\tan \theta$ nin değeri kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

(ÖSS 1983)

19. Aşağıdakilerden hangisi $\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$ ya özdeş değildir?

A) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right)$ B) $\cos(2\pi - a)$ C) $\cos(-a)$
D) $\cos a$ E) $\sin(-a)$

(ÖYS 1984)

20.

$$a = \sin 5^\circ$$

$$b = \sin 85^\circ$$

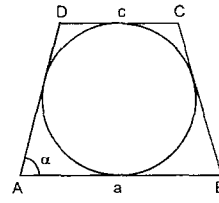
$$c = \sin 105^\circ$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$
D) $b < c < a$ E) $c < b < a$

(ÖYS 1985)

21.



ABCD ikizkenar teğetler yamuk

$$m(\widehat{DAB}) = \alpha$$

$$|AB| = a$$

$$|CD| = c$$

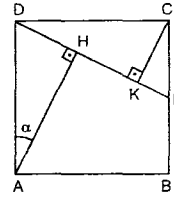
$$a > c$$

Buna göre, $\cos \alpha$ nın değeri nedir?

A) $\frac{a-c}{a+c}$ B) $\frac{a-c}{2a+c}$ C) $\frac{a-c}{a+2c}$
D) $\frac{a}{a+c}$ E) $\frac{c}{a+c}$

(ÖYS 1987)

22.



ABCD bir kare

$$m(\widehat{CKE}) = 90^\circ$$

$$m(\widehat{DHA}) = 90^\circ$$

$$|DH| = |HK|$$

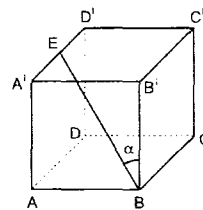
$$m(\widehat{DAH}) = \alpha$$

Yukarıda verilenlere göre, $\tan \alpha$ nın değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

(ÖYS 1987)

23.



ABCD küp

$$m(\widehat{EBB'}) = \alpha$$

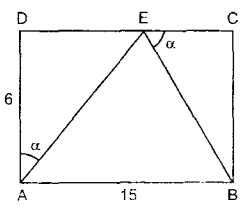
$$|A'E| = |ED'|$$

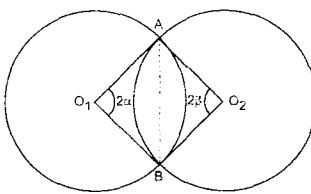
Yukarıda verilenlere göre, $\tan \alpha$ nın değeri nedir?

A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{4}$
D) $\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{5}$

(ÖSS 1988)

karekök özel

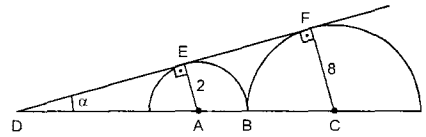
24.  ABCD bir dikdörtgen
E noktası [CD] üzerinde
 $|AB| = 15$ birim
 $|AD| = 6$ birim
 $m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{CEB}) = \alpha$
Yukarıda verilene göre, $\tan \alpha$ nın değerlerinden biri nedir?
A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$
(ÖYS 1988)

25.  O_1 ve O_2 çember-
lerin merkezleri
 $m(\widehat{AO_1B}) = 2\alpha$
 $m(\widehat{AO_2B}) = 2\beta$
Şekildeki A ve B noktalarında kesişen çemberlerin
yarıçaplarının oranı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$ B) $\frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$ C) $\frac{\tan \alpha}{\tan \beta}$
D) $\frac{\cot \alpha}{\cot \beta}$ E) $\frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$
(ÖYS 1983)

26. $\sin 95^\circ$, $\cos 190^\circ$, $\tan 210^\circ$ işaretleri aşağıdakilerin
hangisinde doğru olarak verilmiştir?
- | | $\sin 95^\circ$ | $\cos 190^\circ$ | $\tan 210^\circ$ |
|----|-----------------|------------------|------------------|
| A) | + | - | - |
| B) | - | - | + |
| C) | - | + | + |
| D) | + | + | - |
| E) | + | - | + |
- (ÖYS 1988)

27. $c = \cos \theta$, $s = \sin \theta$ olduğuna göre, $c^6 + 3c^2s^2 + s^6$
ifadesinin kısaltılmışı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\sin 2\theta$ B) 1 C) $\sin \theta \cdot \cos \theta$
D) 3 E) $\cos 2\theta$
(ÖYS 1989)

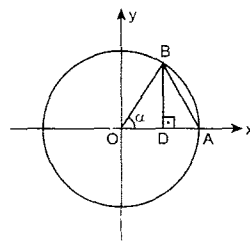
28.



A ve C noktaları çemberlerin merkezleri, EF ortak teğet,
AC merkezler doğrusu, D noktası EF ile AC doğrularının
kesim noktası, çemberler B noktasında birbirine teğet
 $|EA| = 2$ birim, $|FC| = 8$ birim

- Yukarıdaki şekilde $m(\widehat{EDA}) = \alpha$ olduğuna göre, $\tan \alpha$
nın değeri nedir?
A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$
(ÖYS 1988)

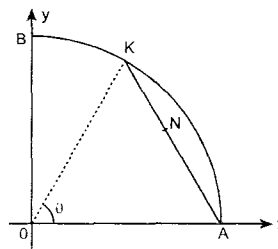
29.



O merkezli birim çember
A, B çember üzerinde
 $A \in Ox$ eksen
 $[BD] \perp [OA]$
 $m(\widehat{BOD}) = \alpha$

- O merkezli birim çemberde $\cos \alpha = |AB|$ olduğuna
göre, $|AB|$ kaç birimdir?
A) $\sqrt{3} + 2$ B) $\sqrt{3} + 1$ C) $\sqrt{3}$
D) $\sqrt{3} - 1$ E) $\sqrt{3} - 2$
(ÖYS 1996)

30.



BKA dörtte bir çember
yayı
 $|OA| = |OB| = 15$ m
 $m(\widehat{AOK}) = \theta$

Şekildeki O merkezli 15m
yarıçaplı dörtte bir çem-
ber biçimindeki havuzun
A noktasından hareket
eden ve saniyede 0,2 m
hızla yüzen bir kişi, ANK yolunu izleyerek t zamanda K
noktasına geliyor.

- $m(\widehat{AOK}) = \theta$ olduğuna göre, t nin θ türünden değeri
aşağıdakilerden hangisidir?
A) $50 \sin \theta$ B) $50 \sin 2\theta$ C) $100 \sin 2\theta$
D) $100 \sin \frac{\theta}{2}$ E) $150 \sin \frac{\theta}{2}$
(ÖYS 1998)

BÖLÜM 40

Trigonometri 2

KÖŞETAŞI AMAÇLAR

1. Sin fonksiyonunun toplam - fark formüllerini uygulayabilme
2. Cos fonksiyonunun toplam - fark formüllerini uygulayabilme
3. Tan fonksiyonunun toplam - fark formüllerini uygulayabilme
4. Cot fonksiyonunun toplam - fark formüllerini uygulayabilme
5. Toplam - fark formülleri üzerine kurgulanan soruları çözebilme
6. Geometrik şekillerde toplam formüllerinin yardımıyla trigonometrik fonksiyonların değerini hesaplayabilme
7. Geometrik şekillerde toplam formüllerinin yardımıyla trigonometrik fonksiyonların değerini hesaplayabilme
8. Geometrik şekillerde toplam formüllerinin yardımıyla trigonometrik fonksiyonların değerini hesaplayabilme
9. Geometrik şekillerde fark formüllerinin yardımıyla trigonometrik fonksiyonların değerini hesaplayabilme
10. Bir açının trigonometrik değerini toplam - fark formülleri yardımıyla başka açılarının trigonometrik değerleri türünden yazabilme
11. $\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$ yarım açı formülünü kullanabilme
12. Sadeleştirme sorularında $\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$ yarım açı formülünü kullanabilme
13. $a \cdot \sin x + b \cdot \cos x$ ifadesinde $b/a = \tan \alpha$ dönüşümü yapabilme
14. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ yarım açı formülünü kullanabilme
15. Bir açının cos değerini bu açının yarısı ya da iki katının cos değeri türünden yazabilme
16. Terim ekleyip çıkararak yarım açı formülünü kullanabilme
17. Tan ve cot fonksiyonlarının yarım açı formüllerini uygulayabilme
18. Yarım açı formüllerinin kullanıldığı soruları çözebilme

-
19. Geometrik şekiller üzerinde yarım açı formüllerini uygulayabilme
 20. Üç kat ya da çok kat formüllerini çıkarabilme
 21. $\sin a \cdot \cos b = 1/2 [\sin(a + b) + \sin(a - b)]$ formülünü uygulayabilme
 22. $\sin a \cdot \sin b = -1/2 [\cos(a + b) - \cos(a - b)]$ formülünü uygulayabilme
 23. $\cos a \cdot \cos b = 1/2 [\cos(a + b) + \cos(a - b)]$ formülünü uygulayabilme
 24. Açıların aritmetik dizi oluşturduğu ifadelerde ters dönüşüm formüllerini uygulayabilme
 25. Cos fonksiyonuna ait dönüşüm formüllerini uygulayabilme
 26. Sin fonksiyonuna ait dönüşüm formüllerini uygulayabilme
 27. Dönüşüm formülleri ile sadeleştirme sorusu çözebilme
 28. Açıların aritmetik dizi oluşturduğu ifadelerde dönüşüm formüllerini kullanabilme
 29. Tan fonksiyonuna ait dönüşüm formüllerini uygulayabilme
 30. Bir üçgenin açılarının trigonometrik oranlarını dönüşüm formülleri ile ilişkilendirebilme
- 

köşetaşı

$\sin 15^\circ$ ve $\sin 75^\circ$ değerlerini hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

a ve b herhangi iki reel sayı olmak üzere,

$$\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a \dots\dots\dots (1)$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a \dots\dots\dots (2)$$

15° ve 75° yi özel açılara benzeterek yazalım.

$15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$ ve $75^\circ = 45^\circ + 30^\circ$ dir.

Buna göre, (2) nolu formülden :

$$\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ$$

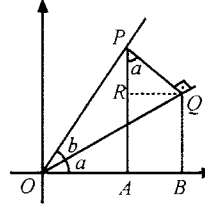
$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

(1) nolu formülden :

$$\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \text{ olur.}$$

İSPATLASAK KAFA KARIŞTIRIR MIYIZ!



$$\begin{aligned} \sin(a + b) &= \frac{AP}{OP} = \frac{AR + RP}{OP} \\ &= \frac{BQ}{OP} + \frac{RP}{OP} \\ &= \frac{BQ}{OP} \cdot \frac{OQ}{OQ} + \frac{RP}{OP} \cdot \frac{QP}{QP} \\ &= \frac{BQ}{QP} \cdot \frac{OQ}{OP} + \frac{QP}{OP} \cdot \frac{RP}{QP} \\ &= \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a \end{aligned}$$

BURADAN DA

$$\sin(a + (-b)) = \sin a \cdot \cos(-b) + \sin(-b) \cdot \cos a$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$$

1. $\sin 105^\circ$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$
D) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$

2. $\sin(x + 30^\circ) + \sin(x - 30^\circ)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sqrt{3} \cdot \sin x$ B) $\sqrt{3} \cdot \cos x$ C) $\sqrt{3}$
D) $\sqrt{2} \cdot \sin x$ E) $\sqrt{2} \cdot \cos x$

3. $\sin \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{10} \cdot \cos \frac{\pi}{15}$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

4. $\sin 75^\circ \cdot \cos 15^\circ - \cos 75^\circ \cdot \sin 15^\circ$

farkı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. a ve b dar açı olmak üzere;

$$\sin a = \frac{1}{3} \text{ ve } \cos b = \frac{1}{4}$$

olduğuna göre, $\sin(a - b)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{1 - 2\sqrt{30}}{12}$ C) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$
D) $\frac{\sqrt{6} - 1}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

6. $\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12} + x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{12} + x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

karekök özel

köşetaşı

$\cos 15^\circ + \cos \frac{5\pi}{12}$ toplamının değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

a ve b herhangi iki reel sayı olmak üzere,

$$\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b \dots (1)$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \dots (2)$$

(2) nolu formülden :

$$\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

(1) nolu formülden :

$$\cos \frac{5\pi}{12} = \cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ) = \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

Buna göre, $= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

İSPAT :

$$\cos(a + b) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - (a + b)\right)$$

$$= \sin\left[\left(\frac{\pi}{2} - a\right) - b\right]$$

$$= \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$$

$$= \cos a \cdot \cos b - \sin b \cdot \sin a$$

1. $\cos 105^\circ$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{4}$

2. $\cos \frac{13\pi}{12}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3} - 2}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$
D) $\frac{-\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

3. $\cos 65^\circ \cdot \cos 20^\circ + \sin 65^\circ \cdot \sin 20^\circ$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. $\sin \frac{\pi}{8} \cdot \sin \frac{7\pi}{8} - \cos \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{7\pi}{8}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 1

5. $\cos(a + b) \cdot \cos b + \sin(a + b) \cdot \sin b$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cos a$ B) $\cos b$ C) 1 D) $\sin a$ E) $\sin b$

6. $\frac{\cos 24^\circ \cdot \cos 29^\circ - \sin 24^\circ \cdot \sin 29^\circ}{\sin 28^\circ \cdot \cos 9^\circ + \sin 9^\circ \cdot \cos 28^\circ}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

karekök özel

köşetaşı

$\tan 15^\circ$ ve $\tan \frac{7\pi}{12}$ değerlerini hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

Uygun koşullarda

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b} \dots\dots\dots(1)$$

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \cdot \tan b} \dots\dots\dots(2)$$

Buna göre, (1) nolu formülden

$$\begin{aligned} \tan \frac{7\pi}{12} &= \tan \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan \frac{\pi}{3} + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \frac{\pi}{3} \cdot \tan \frac{\pi}{4}} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}} = \frac{3 + 1 + 2\sqrt{3}}{-2} = -2 - \sqrt{3} \text{ bulunur.} \\ &\quad (1 + \sqrt{3}) \end{aligned}$$

İSPATLAYALIM!

$$\tan(a-b) = \frac{\sin(a-b)}{\cos(a-b)}$$

$$= \frac{\sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a}{\cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b}$$

Pay ve payda $\cos a \cdot \cos b$ ile bölünürse

$$\begin{aligned} &\frac{\sin a - \sin b}{1 - \frac{\sin a \cdot \sin b}{\cos a \cdot \cos b}} = \frac{\tan a - \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b} \end{aligned}$$

$$(2) \text{ nolu formülden, } \tan 15^\circ = \tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \cdot \tan 30^\circ} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}} = 2 - \sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

1. $\tan \frac{5\pi}{12}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $2 + \sqrt{3}$ B) $\sqrt{2} + 1$ C) $1 + \sqrt{3}$ D) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ E) $1 - \sqrt{2}$

2. $\frac{\tan 32^\circ + \tan 13^\circ}{1 - \tan 32^\circ \cdot \tan 13^\circ}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) -1 B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) 1 D) $\sqrt{3}$ E) 2

3. $\frac{\tan \left(x - \frac{\pi}{4} \right) - \tan \left(x - \frac{\pi}{2} \right)}{1 + \tan \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \cdot \tan \left(x - \frac{\pi}{2} \right)}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\sqrt{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) 1 E) 2

4. $\tan x = \frac{1}{3}$ ve $\tan y = \frac{2}{5}$

olduğuna göre, $\tan(x+y)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{10}{13}$ B) $\frac{11}{13}$ C) $\frac{11}{15}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{13}{15}$

5. $\tan \theta = \frac{1}{5}$ ve $\tan(\theta - \alpha) = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\tan \alpha$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{8}$

6. α ve β dar açı olmak üzere, $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ ve $\tan \beta = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, $\alpha + \beta$ toplamı kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 90

karekük özel

köşetaşı

$\cot \frac{\pi}{12}$ ve $\cot 75^\circ$ değerlerini hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

Uygun koşullarda;

$$\cot(a+b) = \frac{\cot a \cdot \cot b - 1}{\cot a + \cot b} \dots\dots\dots (1)$$

$$\cot(a-b) = \frac{\cot a \cdot \cot b + 1}{\cot b - \cot a} \dots\dots\dots (2)$$

Bu formülleri ezberlemeye gerek yok.

$\cot(a \mp b)$ yi hesaplamak için

$\tan(a \mp b)$ yi hesaplayıp

$$\cot(a \mp b) = \frac{1}{\tan(a \mp b)}$$

eşitliğinden yararlanınız.

$\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ olduğundan (2) nolu formülden

$$\cot \frac{\pi}{12} = \cot \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\cot \frac{\pi}{3} \cdot \cot \frac{\pi}{4} + 1}{\cot \frac{\pi}{4} - \cot \frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} + 1}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{\sqrt{3} + 3}{3 - \sqrt{3}} \text{ bulunur.}$$

1. $\cot \frac{7\pi}{12}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2 + \sqrt{2}$ B) $1 - \sqrt{2}$ C) $\sqrt{3} + 1$
D) $\sqrt{2} - 1$ E) $\sqrt{3} - 2$

2. $\frac{\cot 69^\circ \cdot \cot 81^\circ - 1}{\cot 69^\circ + \cot 81^\circ}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{3}$ B) 1 C) -1 D) $-\sqrt{3}$ E) -2

3. $\frac{\cot \frac{5\pi}{12} \cdot \cot \frac{\pi}{12} + 1}{\cot \frac{5\pi}{12} - \cot \frac{\pi}{12}}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) $-\sqrt{3}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) 3

4. $\cot a = 2$ ve $\tan b = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\cot(a-b)$ kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 5 D) 3 E) 1

5. $\tan x = \frac{1}{2}$ ve $\cot y = 3$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) 75°

6. $\cot 10^\circ = x$

olduğuna göre, $\cot 55^\circ$ nin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir? (Yol gösterme : $55^\circ = 45^\circ + 10^\circ$)

- A) $\frac{x-1}{x+1}$ B) $\frac{x+1}{x-1}$ C) $\frac{x}{x+1}$ D) $\frac{x+2}{x+1}$ E) $\frac{1-x}{x+1}$

karekök özel

köşetaşı

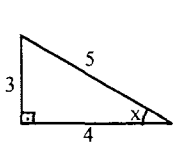
$0 < x < \frac{\pi}{2}$ ve $\pi < y < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$\sin x = \frac{3}{5}$ ve $\cos y = -\frac{5}{13}$ olduğuna göre, $\tan(x + y)$ değeri kaçtır?

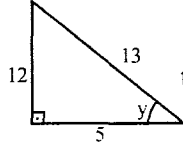
açıklamalı çözüm

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} \text{ dir.}$$

Önce $\tan x$ ve $\tan y$ yi hesaplayalım.



$$\tan x = \frac{3}{4}$$



$$\tan y = \frac{12}{5}$$

$\tan x$ ve $\tan y$ değerleri formülde yerine yazılırsa:

$$\tan(x + y) = \frac{\frac{3}{4} + \frac{12}{5}}{1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{5}} = -\frac{63}{16} \text{ olur.}$$

1. $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ve $\tan x = \frac{2}{3}$ olduğuna göre,

$\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{26}}{26}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{26}}{6}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. $x, y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere, $\sin x = \frac{3}{5}$ ve $\cos y = \frac{12}{13}$

olduğuna göre, $\cos(x - y)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{36}{65}$ B) $\frac{63}{65}$ C) $\frac{13}{30}$ D) $\frac{24}{65}$ E) $\frac{21}{74}$

3. $a, b \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere, $\tan a = \frac{1}{2}$ ve $\cot b = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\sin(a + b)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2\sqrt{13}}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{7}{\sqrt{50}}$

4. $\alpha, \beta \in (0^\circ, 90^\circ)$ olmak üzere, $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ve $\cos \beta = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\tan(\alpha - \beta)$ değeri kaçtır?

- A) $4 - 2\sqrt{3}$ B) $2 + \sqrt{3}$ C) $\sqrt{3} - 1$
D) $\frac{2 - 4\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1}$ E) $\frac{4 - 6\sqrt{2}}{3 + 8\sqrt{2}}$

5. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ve $\pi < y < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$\sin x = \frac{1}{3}$ ve $\tan y = 2$ ise, $\cos(x + y)$ nin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{2}}$ C) $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{3} + 2}$
D) $\frac{2\sqrt{2} - 2}{3\sqrt{5}}$ E) $\frac{2 + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}$

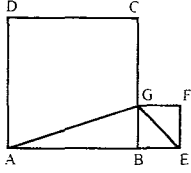
6. $x, y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere, $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 5$ ve $\tan y = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\cot(x - y)$ nin değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{11}$ B) $\frac{2}{11}$ C) $\frac{1}{11}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{11}{3}$

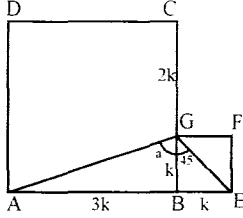
karekök özel

köşetaşı



ABCD ve BEFG birer kare,
 $|CG| = 2 \cdot |BG|$ olduğuna göre,
 $\tan(\widehat{AGE})$ kaçtır?

açıklamalı çözüm



BEFG kare olduğundan $m(\widehat{BGE}) = 45^\circ$ olur.

$m(\widehat{AGB}) = a^\circ$ olsun.

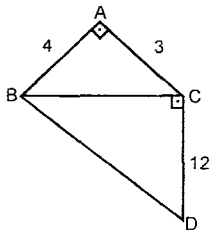
$|CG| = 2 \cdot |BG| \Rightarrow |BG| = k, |CG| = 2k$ ve $|BC| = 3k$

ABG dik üçgeninden $\tan a = \frac{|AB|}{|BG|} = \frac{3k}{k} = 3$ tür.

$m(\widehat{AGE}) = m(\widehat{AGB}) + m(\widehat{BGE})$ olduğundan

$\tan(\widehat{AGE}) = \tan(a + 45^\circ) = \frac{\tan a + \tan 45^\circ}{1 - \tan a \cdot \tan 45^\circ} = \frac{3 + 1}{1 - 3} = -2$ olur.

1.



$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BCD}) = 90^\circ$

$|AB| = 4$ birim

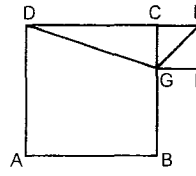
$|AC| = 3$ birim

$|CD| = 12$ birim
 olduğuna göre.

$\cos(\widehat{ABD})$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{16}{65}$ B) $-\frac{12}{65}$ C) $-\frac{20}{63}$ D) $-\frac{12}{67}$ E) $-\frac{1}{2}$

3.



ABCD ve ECGF kare

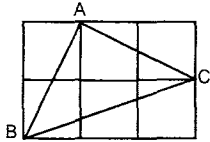
$2 \cdot |CD| = 3 \cdot |EC|$

olduğuna göre,

$\sin(\widehat{DGE})$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{15}}{5}$ C) $\frac{2\sqrt{13}}{13}$
 D) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{5\sqrt{26}}{26}$

2.

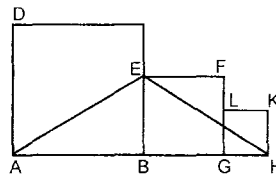


Yandaki şekil 6 özdeş kareden oluşmuştur.

Buna göre, $m(\widehat{ACB})$ kaç derecedir?

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 50 E) 60

4.



ABCD, BGFE ve

GHKL birer kare.

$|AB| = 2 \cdot |EC| = 3 \cdot |KL|$

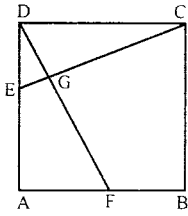
olduğuna göre,

$\cot(\widehat{AEH})$ kaçtır?

- A) $\frac{7}{11}$ B) $\frac{3}{11}$ C) $-\frac{3}{11}$ D) $-\frac{7}{11}$ E) $-\frac{11}{7}$

karekök özel

köşetaşı

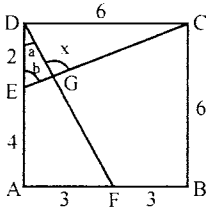


ABCD kare,

$$|AF| = |FB| \quad , \quad |DE| = \frac{|AD|}{3}$$

 $m(\widehat{DGC}) = x$ olduğuna göre, $\tan x$ kaçtır?

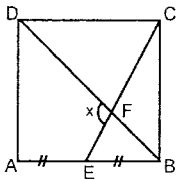
açıklamalı çözüm

ABCD karesinde $|AB| = |BC| = |CD| = |AD| = 6$ cm olsun.Bu durumda, $|AF| = |FB| = 3$ cm, $|DE| = 2$ cm, $|AE| = 4$ cm olur.DEG üçgeninde $m(\widehat{EDF}) = a$ ve $m(\widehat{DEG}) = b$ ise, $m(\widehat{DGC}) = x = a + b$ olur.

$$\widehat{ADF} \text{ 'de } \tan a = \frac{|AF|}{|AD|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \text{ve} \quad \widehat{DEC} \text{ 'de } \tan b = \frac{|DC|}{|DE|} = \frac{6}{2} = 3 \text{ olur.}$$

$$\text{O halde, } \tan x = \tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b} = \frac{\frac{1}{2} + 3}{1 - \frac{1}{2} \cdot 3} = \frac{\frac{7}{2}}{-\frac{1}{2}} = -7 \text{ olur.}$$

1.



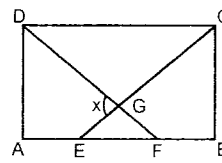
ABCD kare.

$$|AE| = |EB|$$

 $m(\widehat{DFE}) = x$
olduğuna göre,
 $\cot x$ değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{3}$

3.



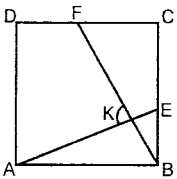
ABCD dikdörtgen,

$$|AE| = |FB| = \frac{|EF|}{2}$$

 $|AD| = 2 \cdot |AE|$, $m(\widehat{DGE}) = x$
olduğuna göre, $\tan x$ kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{12}{5}$ D) 2 E) $\frac{1}{3}$

2.



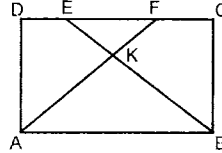
ABCD kare,

$$|DF| = \frac{|AB|}{2} \quad |EC| = 2 \cdot |EB|$$

 $m(\widehat{AKF}) = x$
olduğuna göre, $\sin(x)$ de-
ğeri kaçtır?

- A) $\frac{7\sqrt{2}}{50}$ B) $\frac{5\sqrt{2}}{24}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{15}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ E) $\frac{7\sqrt{2}}{10}$

4.



ABCD dikdörtgen,

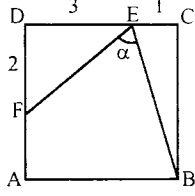
$$3 \cdot |DE| = 2 \cdot |EF| = 2 \cdot |FC|$$

$$|AD| = |DF| \text{ ise,}$$

 $\sin(\widehat{AKE})$ nin değeri
kaçtır?

- A) $\frac{11\sqrt{2}}{2\sqrt{61}}$ B) $\frac{11}{\sqrt{61}}$ C) $\frac{10}{\sqrt{41}}$ D) $\frac{6}{\sqrt{37}}$ E) $\frac{5}{\sqrt{61}}$

köşetaşı



ABCD karesinde,

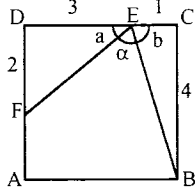
$|EC| = 1 \text{ br}$

$|DE| = 3 \text{ br}$

$|DF| = 2 \text{ br}$

 $m(\widehat{BEF}) = \alpha$ ise, $\tan \alpha$ kaçtır?

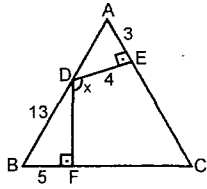
açıklamalı çözüm

ABCD kare ise, $|BC| = |DC| = 1 + 3 = 4 \text{ br}$ $m(\widehat{FED}) = a$ ve $m(\widehat{BEC}) = b$ alınırsa $\alpha = 180^\circ - (a + b)$ olur.Buna göre, $\tan \alpha = \tan(180^\circ - (a + b)) = -\tan(a + b)$ dir.

$$\widehat{DEF} \text{ de } \tan a = \frac{|DF|}{|DE|} = \frac{2}{3} ; \widehat{BCE} \text{ de } \tan b = \frac{|BC|}{|EC|} = \frac{4}{1} = 4 \text{ tür.}$$

$$\text{O halde, } \tan \alpha = -\tan(a + b) \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b} = -\frac{\frac{2}{3} + 4}{1 - \frac{2}{3} \cdot 4} = \frac{14}{5} \text{ bulunur.}$$

1.



ABC üçgeninde

$m(\widehat{DEA}) = m(\widehat{BFD}) = 90^\circ$

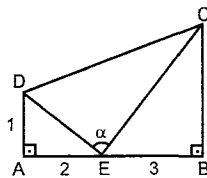
$IAEI = 3 \text{ br, } IDEI = 4 \text{ br}$

$IBFI = 5 \text{ br, } IBDI = 13 \text{ br}$

 $m(\widehat{FDE}) = x$ olduğuna göre,
 $\cos x$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{33}{65}$ B) $-\frac{30}{67}$ C) $-\frac{12}{67}$ D) $-\frac{32}{65}$ E) $-\frac{29}{65}$

2.



$[AD] \perp [AB]$

$[BC] \perp [BA]$

$IAEI = 1 \text{ cm, } IAEI = 2 \text{ cm}$

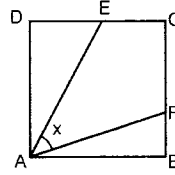
$IBCI = 5 \text{ cm, } IEBI = 3 \text{ cm}$

$m(\widehat{DEC}) = \alpha$

ise, $\tan \alpha$ kaçtır?

A) 2 B) 1 C) -1 D) -5 E) -13

3.



ABCD kare,

$IFCI = 3 \cdot IBFI$

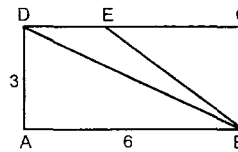
$IDEI = IECI$

$m(\widehat{EAF}) = x$

ise, $\cot x$ kaçtır?

A) 2 B) $\frac{7}{6}$ C) 1 D) $\frac{6}{7}$ E) $\frac{1}{3}$

4.



ABCD dikdörtgen

$IAEI = 3 \text{ br}$

$IBFI = 6 \text{ br}$

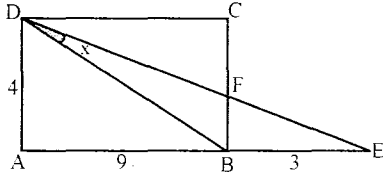
$IECI = 2 \cdot IEDI$ ise

 $\tan(\widehat{DBE})$ kaçtır?

A) $\frac{11}{2}$ B) 5 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{2}{11}$

karekök özel

köşetaşı



ABCD dikdörtgen,

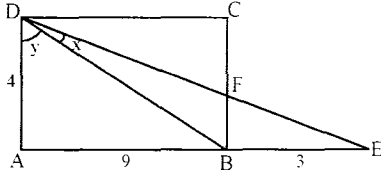
$|AB| = 9 \text{ br}$

$|BE| = 3 \text{ br}$

$|AD| = 4 \text{ br}$

 $m(\widehat{BDE}) = x$ olduğuna göre, $\tan x$ kaçtır?

açıklamalı çözüm

 $m(\widehat{ADB}) = y$ olursa $m(\widehat{ADE}) = x + y$ olur.

$\triangle AED$ dik üçgeninde $\tan(\widehat{ADE}) = \frac{|AE|}{|AD|}$ ise $\tan(x + y) = \frac{12}{4} = 3$

$\triangle ADB$ dik üçgeninde. $\tan y = \frac{|AB|}{|AD|} = \frac{9}{4}$ tür.

$$\tan(x + y) = 3 \Rightarrow \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = 3 \Rightarrow \frac{\tan x + \frac{9}{4}}{1 - \tan x \cdot \frac{9}{4}} = 3 \Rightarrow 3 - \frac{27}{4} \tan x = \tan x + \frac{9}{4}$$

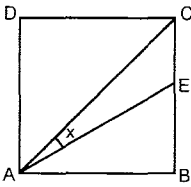
$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{31}{4} \tan x \Rightarrow \tan x = \frac{3}{31} \text{ bulunur.}$$

2. Yol : $m(\widehat{ADB}) = y$ ve $m(\widehat{ADE}) = \alpha$ olsun

$$\triangle ADE \text{ dik üçgeninden } \tan \alpha = \frac{|AE|}{|AD|} = \frac{12}{4} = 3 : \triangle ADB \text{ dik üçgeninden } \tan y = \frac{9}{4} \text{ tür.}$$

$$\tan x = \tan(\alpha - y) = \frac{\tan \alpha - \tan y}{1 + \tan \alpha \cdot \tan y} = \frac{3 - \frac{9}{4}}{1 + 3 \cdot \frac{9}{4}} = \frac{3}{31} \text{ olur.}$$

1.



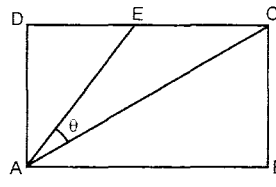
$$\text{A) } \frac{1}{7} \quad \text{B) } \frac{1}{6} \quad \text{C) } \frac{1}{5} \quad \text{D) } \frac{3}{4} \quad \text{E) } \frac{2}{3}$$

ABCD kare.

$|CE| = \frac{|BC|}{4}$

 $m(\widehat{CAE}) = x$
olduğuna göre,
 $\tan x$ kaçtır?

3.



$$\text{A) } \frac{1}{5} \quad \text{B) } \frac{1}{4} \quad \text{C) } \frac{1}{3} \quad \text{D) } \frac{1}{2} \quad \text{E) } 1$$

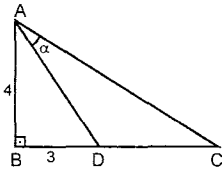
ABCD dikdörtgen

$E \in [CD], |AB| = 3, |BC| = 1$

$|CE| = 2, |DE| = 1$

 $m(\widehat{EAC}) = \theta$ ise,
 $\tan \theta$ nın değeri kaç-
tır?

2.



$$\text{A) } \frac{16}{37} \quad \text{B) } \frac{2}{15} \quad \text{C) } \frac{3}{20} \quad \text{D) } 1 \quad \text{E) } \frac{37}{16}$$

ABC dik üçgeninde

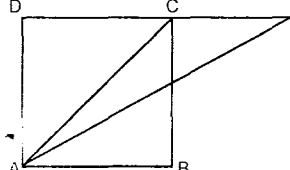
$|AB| = 4 \text{ cm}, |BD| = 3 \text{ cm}$

$|BC| = 7 \text{ cm}$

$m(\widehat{DAC}) = \alpha$ ise.

 $\cot \alpha$ nın değeri kaçtır?

4.



$$\text{A) } 8 \quad \text{B) } 7 \quad \text{C) } 5 \quad \text{D) } \frac{1}{5} \quad \text{E) } \frac{1}{7}$$

ABCD karesinde

$3 \cdot |EC| = |DC|$ ise

 $\cot(\widehat{CAE})$ kaçtır?

karekök özel

köşetaşı

$\tan 55^\circ = m$ olduğuna göre, $\tan 20^\circ$ nin m türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{m-1}{m+1}$ B) $\frac{m^2-1}{m}$ C) $\frac{m^2+1}{2m}$ D) $\frac{m^2+1}{m-1}$ E) $\frac{m^2-1}{2m}$

açıklamalı çözüm

$$\tan 55^\circ = m \Rightarrow \cot 35^\circ = m \Rightarrow \tan 35^\circ = \frac{1}{m} \text{ dir.}$$

$$\tan 20^\circ = \tan(55^\circ - 35^\circ) = \frac{\tan 55^\circ - \tan 35^\circ}{1 + \tan 55^\circ \cdot \tan 35^\circ} = \frac{m - \frac{1}{m}}{1 + m \cdot \frac{1}{m}} = \frac{m^2 - 1}{2m} \text{ olur.}$$

1. $\tan 40^\circ = a$ ve $\tan 15^\circ = b$

olduğuna göre, $\tan 25^\circ$ nin a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a+b}{1-ab}$ B) $\frac{a+b}{ab}$ C) $1 - \frac{a}{b}$ D) $\frac{a-b}{a}$ E) $\frac{a-b}{1+ab}$

2. $\tan 50^\circ = x$ ve $\cot 75^\circ = y$

olduğuna göre, $\cot 65^\circ$ nin x ve y türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1-xy}{x+y}$ B) $\frac{x-y}{1+xy}$ C) $\frac{x+y}{xy-1}$ D) $\frac{x+y}{1-xy}$ E) $xy+3$

3. $\sin 12^\circ = m$

ise, $\sin 18^\circ$ nin m cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir? (Yol gösterme : $18^\circ = 30^\circ - 12^\circ$)

- A) $\sqrt{1-m^2}$ B) $\frac{1}{2}\sqrt{1-m^2} - \frac{\sqrt{3}}{2}m$
C) $\frac{1}{2}\sqrt{1-m^2} + \sqrt{3}m$ D) $\frac{1}{2}m + \sqrt{1-m^2}$
E) $\frac{\sqrt{3}}{2}m - \sqrt{1-m^2}$

4. $\sin 24^\circ = a$ ve $\cos 13^\circ = b$

olduğuna göre, $\cos 53^\circ$ nin a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a.b - \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}$ B) $\sqrt{(1-b^2)(1-a^2)}$
C) $a+b$ D) $a.b + \sqrt{(1-b^2)(1-a^2)}$
E) $a.b + \sqrt{a+b}$

5. $\tan 35^\circ = x$ ve $\cot 12^\circ = y$

olduğuna göre, $\tan 23^\circ$ ifadesinin x ve y cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x+y-1$ B) $xy-1$ C) $\frac{x+y}{xy}$ D) $\frac{1-xy}{x+y}$ E) $\frac{xy-1}{x+y}$

6. $\tan 12^\circ = m$

olduğuna göre, $\tan 66^\circ$ nin m cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1-m^2}{2m}$ B) $\frac{m+1}{2m}$ C) $\frac{m}{m^2-1}$
D) $\frac{m^2-1}{2m}$ E) $\frac{2m}{1-m^2}$

karekök özel

köşetaşı

$\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$ ise, $\sin 2x$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir açının trigonometrik oranları biliniyorken bu açının iki katı ve yarısının trigonometrik oranları hesaplanabilir : $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$ dir.

Soruda verilen eşitliğin her iki tarafının karesini alalım.

$$(\sin x - \cos x)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \sin^2 x - 2\sin x \cos x + \cos^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 - 2\sin x \cos x = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{2\sin x \cos x}{\sin 2x} = \frac{1}{4} \Rightarrow 1 - \sin 2x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin 2x = 1 - \frac{1}{4} \Rightarrow \sin 2x = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

$\sin 2x$ YARIM AÇI FORMÜLÜ TOPLAM FORMÜLÜNDEN GELİR.

$$\sin 2x = \sin(x + x) = \sin x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos x = 2\sin x \cdot \cos x$$

$$\text{Benzer şekilde; } \sin x = 2\sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}$$

$$\sin 20^\circ = 2\sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ$$

$$\sin \frac{\pi}{8} = 2\sin \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{16} \text{ dır.}$$

1. $\sin \frac{a}{2} + \cos \frac{a}{2} = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\sin a$ kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{7}{9}$ C) $-\frac{8}{9}$ D) $-\frac{2}{5}$ E) $-\frac{1}{4}$

2. $\sin \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{8}$

çarpımının değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ve $\sin x = \frac{3}{5}$

olduğuna göre, $\sin 2x$ değeri kaçtır?

A) $\frac{24}{25}$ B) $\frac{12}{25}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{8}{5}$ E) $\frac{3}{25}$

4. $\sin 75^\circ \cdot \cos 75^\circ \cdot \cos 150^\circ$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{8}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{8}$

5. $\cos \frac{11\pi}{24} \cdot \cos \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{16}$

6. $\sin^4 15^\circ + \cos^4 15^\circ$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{7}{8}$

karekök özel

köşetaşı

$\cos 70^\circ = a$ ise, $\frac{\sin 55^\circ}{\sin 80^\circ} + \frac{\sin 35^\circ}{\sin 10^\circ}$ ifadesinin a cinsinden değeri nedir?

açıklamalı çözüm

$\frac{\sin 55^\circ}{\sin 80^\circ} + \frac{\sin 35^\circ}{\sin 10^\circ}$ ifadesinde açıları birbirine benzetmeye çalışalım.

$\sin 55^\circ = \cos 35^\circ$ ve $\sin 80^\circ = \cos 10^\circ$ olduğundan bu değerleri verilen ifadede yerine yazıp payda eşitleyelim.

$$\frac{\sin 55^\circ}{\sin 80^\circ} + \frac{\sin 35^\circ}{\sin 10^\circ} = \frac{\cos 35^\circ}{\cos 10^\circ} + \frac{\sin 35^\circ}{\sin 10^\circ} = \frac{\frac{\sin(10^\circ+35^\circ)}{\sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ}}{\frac{\sin 20^\circ}{2}}$$

$$= \frac{\sin 45^\circ}{\frac{\sin 20^\circ}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sin 20^\circ}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sin 20^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{a} \quad (\sin 20^\circ = \cos 70^\circ = a)$$

1. $\frac{\cos 42^\circ}{\cos 14^\circ} - \frac{\sin 42^\circ}{\sin 14^\circ}$
ifadesinin değeri kaçtır?
A) 1 B) $\sec 14^\circ$ C) 2 D) $\operatorname{cosec} 14^\circ$ E) -2

2. $\frac{\sin \frac{\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{15}} - \frac{\cos \frac{\pi}{5}}{\cos \frac{\pi}{15}}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) $\tan 12^\circ$

3. $A = \frac{6 \sin 32^\circ \cdot \sin 58^\circ}{\cos 65^\circ \cdot \cos 39^\circ + \sin 65^\circ \cdot \sin 39^\circ}$
olduğuna göre, A'nın değeri kaçtır?
A) $\cos 64^\circ$ B) $\sin 64^\circ$ C) 2 D) 3 E) 6

4. $\frac{\cos 3x}{\cos x} - \frac{\sin 3x}{\sin x} + \operatorname{cosec} 21^\circ \cdot \sin 21^\circ$
ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\sin 2x$ B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

5. $\frac{\sin 2x \cdot \sin 4x + \cos 2x \cdot \cos 4x}{\sin x \cdot \cos x} = 5$
olduğuna göre, $\tan 2x$ değeri kaçtır?
A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

6. $\frac{\sin 5^\circ \cdot \cos 7^\circ + \cos 5^\circ \cdot \sin 7^\circ}{6 \cos 84^\circ \cdot \cos 6^\circ}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

karekök özel

köşetaşı

$\frac{1}{\sin 10^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}$ ifadesinin değerini hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

Püf noktası : $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ olduğundan $\sqrt{3}$ yerine $\tan 60^\circ$ yazılır.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin 10^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} &= \frac{\cos 10^\circ + \sqrt{3} \cdot \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ} = \frac{\cos 10^\circ + \tan 60^\circ \cdot \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ} \\ &= \frac{\cos 10^\circ + \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} \cdot \sin 10^\circ}{\frac{\sin 20^\circ}{2}} = \frac{\cos(60^\circ - 10^\circ)}{(\cos 10^\circ \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cdot \sin 10^\circ) \cdot 2} \\ &= \frac{2(\cos 50^\circ)}{\frac{1}{2} \cdot \sin 20^\circ} = 4 \cdot \frac{\sin 40^\circ}{\sin 20^\circ} = 4 \cdot \frac{\sin 40^\circ}{\sin 20^\circ} = 4 \cdot \frac{2 \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = 8 \cdot \cos 20^\circ \end{aligned}$$

NE BİÇİM DÖNÜŞÜMÜ!

$a \cdot \sin x + b \cdot \cos x$ biçimindeki $\sin x$ ve $\cos x$ e göre lineer olan ifadelerin dönüşümü:

$$a \sin x + b \cos x = a \left(\sin x + \frac{b}{a} \cos x \right)$$

$$\frac{b}{a} = \tan \alpha \text{ yazılarak}$$

$$a(\sin x + \tan \alpha \cdot \cos x)$$

$$= a \left(\sin x + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \cos x \right)$$

$$= a \left(\frac{\sin x \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \cos x}{\cos \alpha} \right)$$

$$= \frac{a \cdot \sin(x + \alpha)}{\cos \alpha}$$

şeklinde yapılır.

1. $\sqrt{3} \cdot \sin 15^\circ + \cos 15^\circ$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{5}$

2. $x - y = \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,
 $\tan x \cdot \sin y + \cos y$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

3. $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) 4 B) $\sec 10^\circ$ C) $\operatorname{cosec} 10^\circ$ D) $\tan 10^\circ$ E) $\sec 20^\circ$

4. $\frac{1}{\sin \frac{\pi}{12}} + \frac{1}{\cos \frac{\pi}{12}}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $2\sqrt{6}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{2}$

5. $\cot 20^\circ - \sqrt{3}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
(İpucu : $\cot 20^\circ = \frac{\cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$ dir.)
A) $\tan 20^\circ$ B) 1 C) 2 D) $\operatorname{cosec} 10^\circ$ E) $\sec 10^\circ$

6. $\frac{1}{\sin 15^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{\cos 15^\circ}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\operatorname{cosec} 20^\circ$ B) $\sec 15^\circ$ C) 2 D) $4\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{3}$

karekük özel

köşetaşı

$$\cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4} \text{ ise, } \cos 72^\circ \text{ nin değeri kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

KOSİNÜSE AİT YARIM AÇI (İKİ KAT) FORMÜLÜ :

- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
- $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ ($\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ olduğundan)
- $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ ($\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ olduğundan)

Bu formüllerden ikincisi kullanılırsa :

$$\begin{aligned} \cos 72^\circ &= \cos(2 \cdot 36^\circ) = 2\cos^2 36^\circ - 1 = 2\left(\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right)^2 - 1 \\ &= 2 \cdot \left(\frac{5+2\sqrt{5}+1}{16}\right) - 1 \\ &= \frac{\sqrt{5}-1}{4} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

İspatı Toplam Formülüne Dayanır :

$$\begin{aligned} \cos(2x) &= \cos(x+x) \\ &= \cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot \sin x \\ &= \cos^2 x - \sin^2 x \end{aligned}$$

1. $2\cos^2 75^\circ - 1$

ifadesinin sayısal değeri kaçtır?

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

2. $\cos^4 15^\circ - \sin^4 15^\circ$

ifadesinin sayısal değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

3. $\frac{1+\cos 2x}{1-\cos 2x}$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\tan^2 x$ B) $\cot^2 x$ C) 1 D) $\tan x$ E) $\cot x$

4. $\sin \frac{\pi}{8}$

ifadesinin sayısal değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$
D) $\frac{1-\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$

5. $\frac{\sin^4 3x - \cos^4 3x}{\cos 6x}$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin 6x$ B) $\cos 6x$ C) $\tan 3x$ D) 1 E) -1

6. $\cos^6 \frac{\pi}{8} - \sin^6 \frac{\pi}{8}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{7\sqrt{2}}{16}$ E) $\frac{1}{4}$

karekâk özel

köşetaşı

$\sin 13^\circ = k$ olduğuna göre, $\sin 64^\circ$ nin k cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-k^2$ B) $1 - k^2$ C) $1 - 2k^2$ D) $2k^2 - 1$ E) $k^2 - 1$

açıklamalı çözüm

$$\sin 64^\circ = \cos 26^\circ \text{ dir.}$$

Yarım açı formülünden

$$\begin{aligned} \cos 26^\circ &= \cos(2 \cdot 13^\circ) = 1 - 2\sin^2 13^\circ \\ &= 1 - 2k^2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

1. $\cos \frac{\pi}{9} = m$

olduğuna göre, $\sin \frac{5\pi}{18}$ nin m türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2m^2 - 1$ B) $1 - 2m^2$ C) $2m - 1$
D) $1 - 2m$ E) $m^2 - 1$

2. $\cos 34^\circ = a$

olduğuna göre, $\sin 22^\circ$ nin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2a^2 - 1$ B) $2a^2 + a$ C) $1 - 2a^2$
D) $a\sqrt{1 - a^2}$ E) $2a\sqrt{1 - a^2}$

3. $\sin 55^\circ = a$

olduğuna göre, $\cos 290^\circ$ nin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^2 - 1$ B) $1 - a^2$ C) $1 - 2a^2$ D) $2a^2 - 1$ E) $1 - 2a$

4. $\sin 4^\circ = k$

olduğuna göre, $\sin^2 43^\circ$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1-k}{2}$ B) $\frac{k-1}{2}$ C) $2k - 1$ D) $1 - k^2$ E) $2k$

5. $\cos a = \frac{3}{5}$

olduğuna göre, $\sin \frac{a}{2}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{\frac{3}{5}}$ B) $\sqrt{\frac{6}{5}}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

6. $\sin 16^\circ = k$

olduğuna göre, $\frac{\sin 58^\circ}{\sin 4^\circ \cdot \cos 4^\circ \cdot \cos 8^\circ}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{4k^2}{5}$ B) $\frac{1 - 2k^2}{k}$ C) $\frac{2(1 - k^2)}{k}$
D) $\frac{1 + k^2}{k}$ E) $\frac{4(1 - 2k^2)}{k}$

karekök özel

köşetaşı

$\cos^2 \frac{\pi}{12} + \sin^2 \frac{5\pi}{12}$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Toplamları 90° olan iki açıdan birinin sinüsü diğerinin kosinüsüne eşittir.

Buna göre, $\frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} = \frac{6\pi}{12} = \frac{\pi}{2}$ olduğundan $\sin \frac{5\pi}{12} = \cos \frac{\pi}{12}$ olur.

$$\begin{aligned} \cos^2 \frac{\pi}{12} + \sin^2 \frac{5\pi}{12} &= \cos^2 \frac{\pi}{12} + \cos^2 \frac{\pi}{12} \\ &= 2 \cos^2 \frac{\pi}{12} - 1 + 1 \quad (\text{Eşitliği yarım açı formülüne dönüştürmek için eşitliğe } -1+1 \text{ ekleyelim.)} \\ &= \cos \frac{\pi}{6} + 1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \end{aligned}$$

1. $\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} = A$

olduğuna göre, A kaçtır?

A) $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$
D) $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. $\sin^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{9\pi}{8} = \frac{k}{2}$

ise, k kaçtır?

A) $2 - \sqrt{2}$ B) $1 - \sqrt{2}$ C) $1 + \sqrt{2}$ D) $2 + \sqrt{2}$ E) $3 + \sqrt{2}$

3. $2 \cdot \sin^2 15^\circ - \tan 10^\circ \cdot \tan 80^\circ$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. $5 \cos^2 105^\circ + \sin^2 15^\circ$

toplamının değeri kaçtır?

A) $\frac{2-\sqrt{3}}{5}$ B) $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{6-3\sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{5-2\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

5. $\frac{3 \cdot \sin^2 \frac{\pi}{12} - \cos^2 \frac{5\pi}{12}}{\sin \frac{\pi}{12} \cdot \sin \frac{5\pi}{12}}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4(\sqrt{3}+2)$ B) $4(2-\sqrt{3})$ C) $\sqrt{3}+8$ D) $\sqrt{3}+2$ E) $\sqrt{3}+1$

6. $\cos^2 \frac{\pi}{12} + \sin^2 \frac{5\pi}{12} - \tan 15^\circ \cdot \tan 75^\circ = \frac{k}{2} + 1$

olduğuna göre, k kaçtır?

A) $\sqrt{3}-2$ B) $\sqrt{3}-1$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{3}+1$ E) $\sqrt{3}+2$

köşetaşı

$\tan \frac{\pi}{8}$ ifadesinin değerini hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$\cot 2x = \frac{\cot^2 x - 1}{2 \cot x}$$

Buna göre, $\frac{\pi}{8} \cdot 2 = \frac{\pi}{4}$ olduğundan

$$\tan\left(2 \cdot \frac{\pi}{8}\right) = \frac{2 \tan \frac{\pi}{8}}{1 - \tan^2 \frac{\pi}{8}} \Rightarrow 1 = \frac{2 \tan \frac{\pi}{8}}{1 - \tan^2 \frac{\pi}{8}}$$

$$\Rightarrow 1 - \tan^2 \frac{\pi}{8} = 2 \tan \frac{\pi}{8} \Rightarrow \tan^2 \frac{\pi}{8} + 2 \tan \frac{\pi}{8} - 1 = 0$$

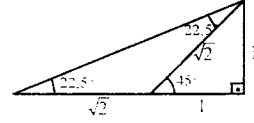
$\tan \frac{\pi}{8} = x$ olsun. $x^2 + 2x - 1 = 0$ denkleminin çözümü :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 8$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -1 \pm \sqrt{2}$$

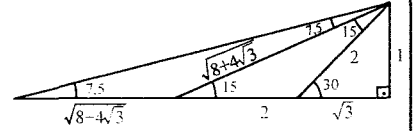
$\tan \frac{\pi}{8} > 0$ olduğundan $\tan \frac{\pi}{8} = -1 + \sqrt{2}$ bulunur.

NE RAHAT ÇÖZÜLÜYOR!



$$\tan 22.5^\circ = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} - 1$$

BİR TANE DAHA :



$$\tan 15^\circ = \frac{1}{\sqrt{3} - 2}$$

$$\tan 7.5^\circ = \frac{1}{2 + \sqrt{3} + \sqrt{8 - 4\sqrt{3}}}$$

1. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ve $\tan 2x = \frac{3}{4}$

olduğuna göre, $\cot x$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

2. $\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = 2$ ise, $\cot 2x$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 2

3. $\tan 80^\circ = m$

olduğuna göre, $\cot 70^\circ$ nin m türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2m}{m^2 - 1}$ B) $\frac{m}{m^2 - 1}$ C) $\frac{m^2 - 1}{m}$
D) $\frac{m^2 + 1}{m}$ E) $\frac{2m}{m - 1}$

4. $\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} = 2$ olduğuna göre, $\cot 2x$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

5. $\frac{\pi}{2} < 2x < \pi$ ve $\frac{\tan^2 x - 1}{2 \tan x} = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, $\cos 2x$ in değeri kaçtır?

- A) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

6. $\tan 3^\circ = x$ olduğuna göre, $\cot 81^\circ$ nin x cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2x}{1 - x^2}$ B) $\frac{3x - x^3}{3x^2 - 1}$ C) $\frac{3x - x^3}{1 - 3x^2}$
D) $\frac{3 - x^2}{3x - 1}$ E) $\frac{3x^2 + 1}{x^3 - 3x}$

karekök özel

köşetaşı

$\frac{\sin 3a}{\sin a} + \frac{\cos 3a}{\cos a} = 3$ olduğuna göre, $\sin^2 a$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{10}$

açıklamalı çözüm

$$\frac{\sin 3a}{\sin a} + \frac{\cos 3a}{\cos a} = 3 \Rightarrow \frac{\sin 3a \cdot \cos a + \cos 3a \cdot \sin a}{\sin a \cdot \cos a} = 3 \Rightarrow \frac{\sin(3a + a)}{\sin 2a} = 3 \Rightarrow \frac{2 \cdot \sin 4a}{\sin 2a} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot 2 \cdot \sin 2a \cdot \cos 2a}{\sin 2a} = 3 \Rightarrow \cos 2a = \frac{3}{4} \Rightarrow 1 - 2\sin^2 a = \frac{3}{4} \quad (\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 a = 1 - \frac{3}{4} \Rightarrow \sin^2 a = \frac{1}{8} \text{ bulunur.}$$

1. $\frac{\sin 3x}{\cos x} + \frac{\cos 3x}{\sin x} = 4$

ise, $\tan 4x$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 2

2. $\cos x - \sin x = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\cos 2x$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\sqrt{15}}{9}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{\sqrt{17}}{9}$ D) $\frac{\sqrt{21}}{7}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

3. $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\tan x = \frac{5}{12}$$

olduğuna göre, $\frac{\sin 2x + 1}{\sin x + \cos x}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) $-\frac{17}{13}$ C) -1 D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{13}{17}$

4. $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere, $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

olduğuna göre, $\tan \alpha$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

5. $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

ise, $\cos 4x$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{7}{9}$ B) $-\frac{4}{9}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{7}{9}$

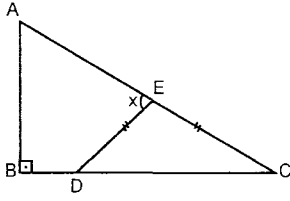
6. $\tan 2x + \cot 2x = 8$

olduğuna göre, $\cos 8x$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{5}{8}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{7}{8}$ E) 1

karekök özel

köşetaşı



ABC üçgeninde

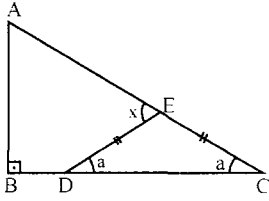
$[AB] \perp [BC]$

$|DE| = |EC|$

$|BC| = 3 \text{ br}, |AC| = 4 \text{ br}$

 $m(\widehat{AED}) = x$ olduğuna göre, $\cos x$ kaçtır?

açıklamalı çözüm

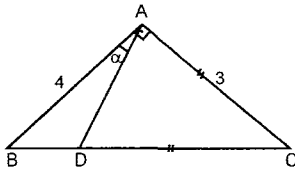
 $\widehat{DEC}$ de $|DE| = |EC|$ olduğundan $m(\widehat{EDC}) = m(\widehat{ECD}) = a$ olsun.

$x = a + a \Rightarrow x = 2a$ olur.

ABC dik üçgeninde $\cos a = \frac{|BC|}{|AC|} = \frac{3}{4}$ tür.

$\cos x = \cos(2a) = 2\cos^2 a - 1 = 2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 1 = 2 \cdot \frac{9}{16} - 1 = \frac{1}{8}$

1.



ABC üçgeninde

$[AB] \perp [AC]$

$|AC| = |DC|$

$|AB| = 4 \text{ br},$

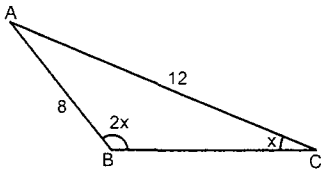
$|AC| = 3 \text{ br}$

$m(\widehat{BAD}) = \alpha$ ise,

tana kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

2.



ABC üçgeninde

$|AB| = 8 \text{ cm},$

$|AC| = 12 \text{ cm}$

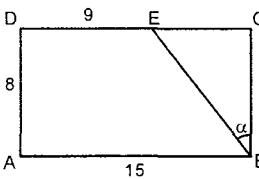
$m(\widehat{ABC}) = 2x$

$m(\widehat{ACB}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, $\sec x$ kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) 2

3.



ABCD dikdörtgen

$|AB| = 15 \text{ cm}, |AD| = 8 \text{ cm}$

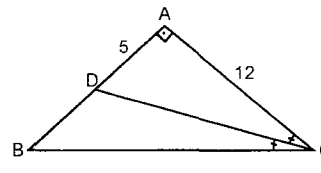
$|DE| = 9 \text{ cm}$

$m(\widehat{EBC}) = \alpha$ ise,

 $\operatorname{cosec} \frac{\alpha}{2}$ kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ D) $\frac{\sqrt{7}}{7}$ E) $\sqrt{10}$

4.



ABC dik üçgen

CD açıortaydır.

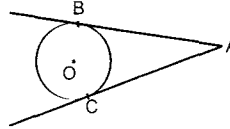
$|AD| = 5 \text{ br},$

$|AC| = 12 \text{ br}$ ise

 $\sin(\widehat{ABC})$ kaçtır?

- A) $\frac{12}{13}$ B) $\frac{62}{75}$ C) $\frac{110}{117}$ D) $\frac{119}{169}$ E) $\frac{120}{169}$

5.



O merkezli çemberde B ve C teğetlerin değme noktasıdır.

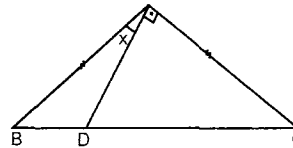
$|AB| = 5 \text{ cm}$

$|OB| = 3 \text{ cm}$

Yukarıdaki verilere göre, $\sin(\widehat{BAC})$ kaçtır?

- A) $\frac{11}{17}$ B) $\frac{12}{17}$ C) $\frac{13}{17}$ D) $\frac{14}{17}$ E) $\frac{15}{17}$

6.



Yandaki şekilde,

$[AD] \perp [AC],$

$|AD| = |AC|$

$5 \cdot |DC| = 13 \cdot |AD|$

$m(\widehat{BAD}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, $\sin x$ kaçtır?

- A) $\frac{119}{169}$ B) $\frac{120}{169}$ C) $\frac{113}{169}$ D) $\frac{112}{169}$ E) $\frac{12}{13}$

köşetaşı

$\sin 3a = 3\sin a - 4\sin^3 a$ olduğunu gösteriniz.

açıklamalı çözüm

$3a = 2a + a$ biçiminde düşünülürse :

$$\begin{aligned}
 \sin 3a &= \sin(2a + a) = \sin 2a \cdot \cos a + \sin a \cdot \cos 2a \quad (\sin 2a = 2\sin a \cdot \cos a \text{ ve } \cos 2a = 1 - 2\sin^2 a) \\
 &= 2\sin a \cdot \cos a \cdot \cos a + \sin a (1 - 2\sin^2 a) \\
 &= 2\sin a \cdot \cos^2 a + \sin a - 2\sin^3 a \\
 &= 2\sin a (1 - \sin^2 a) + \sin a - 2\sin^3 a \\
 &= 2\sin a - 2\sin^3 a + \sin a - 2\sin^3 a \\
 &= 3\sin a - 4\sin^3 a \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

1. $\cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha$
olduğunu gösteriniz.

2. $\tan 3x = \frac{\tan^3 x - 3\tan x}{3\tan^2 x - 1}$
olduğunu gösteriniz.

3. $\cot 3a = \frac{\cot^3 a - 3\cot a}{3\cot^2 a - 1}$
olduğunu gösteriniz.

4. $\sin 4x = 8\sin x \cdot \cos^3 x - 4\sin x \cdot \cos x$
olduğunu gösteriniz.

5. $\cos 4\alpha = 8\cos^4 \alpha - 8\cos^2 \alpha + 1$
olduğunu gösteriniz.

6. $\sin 5\alpha = 16\sin \alpha \cdot \cos^4 \alpha - 12\sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \sin \alpha$
olduğunu gösteriniz.

karekök özel

köşetaşı

$\sin 40^\circ \cdot \cos 80^\circ$ çarpımının değerini hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

Önce ters dönüşüm formüllerini verelim:

$$1. \sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$2. \sin a \cdot \sin b = -\frac{1}{2} [\cos(a+b) - \cos(a-b)]$$

$$3. \cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$1. \text{formülden } \sin 40^\circ \cdot \cos 80^\circ = \frac{1}{2} [\sin(40^\circ + 80^\circ) + \sin(40^\circ - 80^\circ)]$$

$$= \frac{1}{2} [\sin 120^\circ + \sin(-40^\circ)] = \frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} - \sin 40^\circ \right] = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{2} \sin 40^\circ \text{ olur.}$$

İSPATLAYALIM

$$\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$$

eşitlikleri taraf tarafa toplanırsa

$$\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a-b)]$$

eşitliği elde edilir.

1. $\sin \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{3\pi}{8}$

çarpımının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3-\sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{2-\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{1-\sqrt{2}}{4}$
D) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ E) $\frac{x-1}{3}$

2. $\cos 20^\circ = x$

olduğuna göre, $\sin 50^\circ \cdot \cos 20^\circ$ çarpımının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2x+1}{4}$ B) $\frac{x+1}{4}$ C) $\frac{2x-1}{3}$
D) $\frac{2x-1}{2}$ E) $\frac{x-1}{3}$

3. $\sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$

çarpımının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ C) $\frac{1-\sqrt{2}}{4}$
D) $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

4. $\cos 55^\circ \cdot \sin 25^\circ - \frac{\cos 10^\circ}{2}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $-\frac{1}{5}$ E) $-\frac{1}{6}$

5. $8x = \pi$

olduğuna göre, $\sin 2x + 2 \cdot \sin 3x \cdot \cos 5x$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

6. $\frac{\sin 125^\circ \cdot \cos 35^\circ}{\cos 70^\circ + 1}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $-\frac{3}{4}$ D) -1 E) -2

karekök özel

köşetaşı

$\sin \frac{5\pi}{12} \cdot \sin \frac{\pi}{12}$ çarpımının değerini hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

Bu sorunun çözümü için.

$$\sin a \cdot \sin b = -\frac{1}{2} [\cos(a + b) - \cos(a - b)]$$

ters dönüşüm formülü kullanılır.

Buna göre,

$$\begin{aligned} \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \sin \frac{\pi}{12} &= -\frac{1}{2} \left[\cos \left(\frac{5\pi}{12} + \frac{\pi}{12} \right) - \cos \left(\frac{5\pi}{12} - \frac{\pi}{12} \right) \right] \\ &= -\frac{1}{2} \left[\cos \frac{\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{3} \right] \\ &= -\frac{1}{2} \left(0 - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4} \text{ olur.} \end{aligned}$$

İSPATLAYALIM

$$\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

eşitlikler taraf tarafa çıkarılırsa

$$\sin a \cdot \sin b = -\frac{1}{2} [\cos(a + b) - \cos(a - b)]$$

eşitliği elde edilir.

1. $\sin 50^\circ \cdot \sin 130^\circ - \frac{1}{2} \sin 10^\circ$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

2. $\sin \left(\frac{\pi}{4} + 2x \right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right)$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cos 4x$ B) $\frac{1}{2} \cos 4x$ C) $\frac{1}{2} \cos 2x$
D) $\cos 2x$ E) 1

3. $\sin 70^\circ \cdot \sin 50^\circ - \sin 95^\circ \cdot \cos 25^\circ$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$
D) $\frac{1-\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}+3}{4}$

4. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ve $\tan x = \frac{4}{3}$ olmak üzere,

$\sin \frac{3x}{2} \cdot \sin \frac{x}{2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{8}{25}$ B) $\frac{9}{25}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{11}{25}$ E) $\frac{12}{25}$

5. A ve B rasyonel sayı olmak üzere,

$$A\sqrt{3} + B\sqrt{2} = \sin \frac{5\pi}{24} \cdot \sin \frac{\pi}{24}$$

olduğuna göre, A + B toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $\pi = 8\alpha$

olduğuna göre, $\sin 3\alpha \cdot \sin \alpha$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

karekök özel

köşetaşı

$4.\cos 40^\circ - \frac{\sqrt{3}}{\cos 70^\circ}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $2\sec 40^\circ$ E) $2\tan 70^\circ$

açıklamalı çözüm

$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a + b) + \cos(a - b)]$ olduğundan

$$\begin{aligned} 4\cos 40^\circ - \frac{\sqrt{3}}{\cos 70^\circ} &= \frac{4 \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 70^\circ - \sqrt{3}}{\cos 70^\circ} \\ &= \frac{4 \cdot \frac{1}{2} [\cos(40^\circ + 70^\circ) + \cos(40^\circ - 70^\circ)] - \sqrt{3}}{\cos 70^\circ} \\ &= \frac{2(\cos 110^\circ + \cos(-30^\circ)) - \sqrt{3}}{\cos 70^\circ} \\ &= \frac{2 \cdot \cos 110^\circ + \sqrt{3} - \sqrt{3}}{\cos 70^\circ} = \frac{-2 \cdot \cos 70^\circ}{\cos 70^\circ} = -2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

İSPATLAYALIM

$$\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

eşitlikler taraf tarafa toplanır

$$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$$

eşitliği elde edilir.

1. $\cos 105^\circ \cdot \cos 15^\circ$

çarpımının sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{3}{4}$ D) $-\frac{4}{5}$ E) $-\frac{5}{6}$

2. $\sin 80^\circ = x$

ise, $\cos 50^\circ \cdot \cos 40^\circ$ çarpımının x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x$ B) x C) $\frac{x}{2}$ D) $\frac{x}{3}$ E) $\frac{x}{4}$

3. $\cos 55^\circ \cdot \cos 65^\circ + \frac{1}{2} \cdot \cos 170^\circ$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) $-\frac{1}{6}$ E) $-\frac{1}{7}$

4. $20x = \pi$ olduğuna göre,

$$\frac{\cos 7x \cdot \cos x - \cos 5x \cdot \cos 3x}{\sin 12x - \sin 4x}$$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi nedir?

- A) $\cot 4x$ B) $-2\tan 4x$ C) $-\frac{1}{2}\tan 4x$
D) $-\cot 4x$ E) $-\frac{1}{2}$

5. $\cot \frac{5\pi}{12} \cdot \cot \frac{\pi}{12}$

çarpımının değeri kaçtır?

$$\left(\text{İpucu : } \cot \frac{5\pi}{12} \cdot \cot \frac{\pi}{12} = \frac{\cos \frac{5\pi}{12}}{\sin \frac{5\pi}{12}} \cdot \frac{\cos \frac{\pi}{12}}{\sin \frac{\pi}{12}} \right)$$

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

6. $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{5}$ olduğuna göre, $\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$

çarpımının değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{3}{4}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{10}$

karekök özel

A	C	B	E	C	E

köşetaşı

$\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 80^\circ$ çarpımının değerini hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ}_{\text{Ters dönüşüm}} \cdot \underbrace{\cos 60^\circ}_{1/2} \cdot \cos 80^\circ \\
 &= \frac{1}{2} \left[\cos(20^\circ + 40^\circ) + \cos(20^\circ - 40^\circ) \right] \cdot \frac{1}{2} \cos 80^\circ \\
 &= \frac{1}{2} \left[\cos 60^\circ + \cos 20^\circ \right] \cdot \frac{1}{2} \cos 80^\circ \\
 &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} + \cos 20^\circ \right) \cos 80^\circ \\
 &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \cos 80^\circ + \cos 20^\circ \cdot \cos 80^\circ \right) \\
 &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \cos 80^\circ + \frac{1}{2} (\cos(80^\circ + 20^\circ) + \cos(80^\circ - 20^\circ)) \right) \\
 &= \frac{1}{4} \left[\frac{1}{2} \cos 80^\circ + \frac{1}{2} (\cos 100^\circ + \cos 60^\circ) \right] \\
 &= \frac{1}{4} \left[\frac{1}{2} \cos 80^\circ + \frac{1}{2} \underbrace{\cos 100^\circ}_{-\cos 80^\circ} + \frac{1}{2} \underbrace{\cos 60^\circ}_{1/2} \right] \\
 &= \frac{1}{4} \left[\frac{1}{2} \cancel{\cos 80^\circ} - \frac{1}{2} \cancel{\cos 80^\circ} + \frac{1}{4} \right] = \frac{1}{16}
 \end{aligned}$$

2. Yol : Açılar birbirinin 2 katı biçimindedir. (20° , 40° , 80° gibi) Çözüm için sinüsün yarım açı formülünden yararlanarak ifadeyi $2\sin 20^\circ$ ile çarpıp bölelim.

$$\begin{aligned}
 & \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 80^\circ \\
 &= \frac{\overbrace{2\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 80^\circ}{2\sin 20^\circ} \\
 &= \frac{\overbrace{\sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ} \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos 80^\circ}{2\sin 20^\circ} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overbrace{\sin 80^\circ \cdot \cos 80^\circ}}{2\sin 20^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 160^\circ}{2\sin 20^\circ} \\
 &= \frac{\frac{1}{8} \sin(180^\circ - 20^\circ)}{2\sin 20^\circ} = \frac{\frac{1}{8} \sin 20^\circ}{2\sin 20^\circ} = \frac{1}{16}
 \end{aligned}$$

1. $\cos 12^\circ \cdot \cos 24^\circ \cdot \cos 48^\circ \cdot \cos 96^\circ$ çarpımı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{12}$ B) $-\frac{1}{13}$ C) $-\frac{1}{14}$ D) $-\frac{1}{15}$ E) $-\frac{1}{16}$

2. $\cos 10^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$ çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{9}$

3. $\frac{\cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 80^\circ}{\sin 40^\circ}$

ifadesinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

4. $\sin 10^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ$ çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{1}{17}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{14}$ E) $\frac{1}{13}$

5. $\cos 6^\circ \cdot \cos 12^\circ \cdot \cos 24^\circ \cdot \cos 48^\circ$ çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8} \tan 6^\circ$ C) $\frac{1}{8} \cot 6^\circ$
D) $\frac{1}{16} \tan 6^\circ$ E) $\frac{1}{16} \cot 6^\circ$

6. $\tan \frac{\pi}{18} \cdot \tan \frac{5\pi}{18} \cdot \tan \frac{7\pi}{18}$ çarpımı kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

köşetaşı

1. $\cos 105^\circ + \cos 15^\circ$ değerini bulunuz.
2. $\cos 5x - \cos x$ değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİ

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$$

$$\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$$

$$\begin{aligned} 1. \cos 105^\circ + \cos 15^\circ \\ &= 2 \cos \frac{105^\circ + 15^\circ}{2} \cdot \cos \frac{105^\circ - 15^\circ}{2} \\ &= 2 \cos \frac{120^\circ}{2} \cdot \cos \frac{90^\circ}{2} \\ &= 2 \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$2. \cos 5x - \cos x = -2 \sin \frac{5x+x}{2} \cdot \sin \frac{5x-x}{2} = -2 \sin 3x \cdot \sin 2x$$

TERS DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİNDEN DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİNİN ELDE EDİLMESİ

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x-y) + \cos(x+y)]$$

$$\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x-y) - \cos(x+y)]$$

eşitliklerinde

$x-y = a$ ve $x+y = b$ dönüşümleriyle

$x = \frac{a-b}{2}$ ve $y = \frac{a+b}{2}$ bulunup yerine

yazılırsa :

$$\cos a - \cos b = 2 \cos \frac{a-b}{2} \cdot \cos \frac{a+b}{2}$$

$$\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a-b}{2} \cdot \sin \frac{a+b}{2}$$

elde edilir.

1. $\cos 75^\circ + \cos 15^\circ$ ifadesinin sayısal değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

2. $\cos \frac{\pi}{12} - \cos \frac{7\pi}{12}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$

3. $a+b = \frac{\pi}{2}$ olduğuna göre, $\cos a - \cos b$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{2} \sin \frac{a-b}{2}$ B) $\sin \frac{a-b}{2}$ C) 1
D) $-\sin \frac{a-b}{2}$ E) $-\sqrt{2} \sin \frac{a-b}{2}$

4. $\sin 22^\circ = k$ olduğuna göre $\cos^2 26^\circ - \cos^2 4^\circ$ ifadesinin k türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{3}{2}k$ B) $-k$ C) $-\frac{1}{2}k$ D) $\frac{1}{2}k$ E) $2k$

5. $\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}$ toplamının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

6. $1 + \cos x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir? (İpucu : $\cos 0^\circ = 1$ olduğuna dikkat edin.)

A) $2 \cos \frac{x}{2}$ B) $2 \cos^2 \frac{x}{2}$ C) $2 \sin^2 \frac{x}{2}$
D) $2 \sin \frac{x}{2}$ E) $\cos \frac{x}{2}$

120° kök özel

köşetaşı

Aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

1. $\sin \frac{\pi}{12} + \sin \frac{7\pi}{12}$

2. $\sin 70^\circ - \cos 70^\circ$

açıklamalı çözüm

DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİ

$$\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$$

$$\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a-b}{2} \cdot \cos \frac{a+b}{2}$$

1. $\sin \frac{\pi}{12} + \sin \frac{7\pi}{12} = 2 \cdot \sin \frac{\frac{\pi}{12} + \frac{7\pi}{12}}{2} \cdot \cos \frac{\frac{\pi}{12} - \frac{7\pi}{12}}{2}$

$$= 2 \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

2. $\sin 70^\circ - \cos 70^\circ = \sin 70^\circ - \sin 20^\circ = 2 \sin \frac{70^\circ - 20^\circ}{2} \cdot \cos \frac{70^\circ + 20^\circ}{2}$

$$= 2 \sin 25^\circ \cdot \cos 45^\circ = 2 \cdot \sin 25^\circ \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \sin 25^\circ$$

1. $\sin \frac{17\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{6}}{24}$ C) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

2. $\frac{\sin 70^\circ - \cos 70^\circ}{\sin 50^\circ}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\sec 25^\circ$ B) $\sqrt{2} \sec 25^\circ$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2} \sec 25^\circ$
D) $\operatorname{cosec} 25^\circ$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{cosec} 25^\circ$

3. $\sin 70^\circ - \sin 10^\circ - \cos 40^\circ$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

4. $\frac{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\sqrt{3}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\sqrt{3}$

5. $\cos 84^\circ = m$ olduğuna göre, $\sin^2 18^\circ - \sin^2 12^\circ$ ifadesinin m türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3}m$ B) $\frac{1}{2}m$ C) m D) 2m E) 3m

6. $\frac{1}{\cos \frac{5\pi}{12}} - \frac{1}{\sin \frac{5\pi}{12}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $2\sqrt{2}$
D) $-\frac{2\sqrt{6}}{3}$ E) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$

karekök özel

köşetaşı

$14x = \pi$ olmak üzere,

$\frac{\sin 3x \cdot \cos 8x}{\sin 3x - \sin 5x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Önce soruda verilen ifadenin payındaki $\sin 3x - \sin 5x$ farkını çarpım durumuna getirelim:

$$\sin 3x - \sin 5x = 2 \sin \frac{3x - 5x}{2} \cdot \cos \frac{3x + 5x}{2} = 2 \sin(-x) \cdot \cos 4x \text{ olur.}$$

$$\frac{\sin 3x \cdot \cos 8x}{\sin 3x - \sin 5x} = \frac{\sin 3x \cdot \cos 8x}{2 \sin(-x) \cdot \cos 4x} \dots\dots\dots(1)$$

$14x = \pi$ ise, $7x = \frac{\pi}{2}$ olur. Birbirini $\frac{\pi}{2}$ ye tamamlayan iki açıdan birinin sinüsü diğerinin kosisinüsüne eşitti. O halde;

$$7x = 3x + 4x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin 3x = \cos 4x$$

$$7x = 8x + (-x) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos 8x = \sin(-x) \text{ olur.}$$

Bu değerler (1) deki denklemde yerine yazılırsa

$$\frac{\sin 3x \cdot \cos 8x}{\sin 3x - \sin 5x} = \frac{\sin 3x \cdot \cos 8x}{2 \sin(-x) \cdot \cos 4x} = \frac{\cancel{\cos 4x} \cdot \sin(-x)}{2 \sin(-x) \cdot \cancel{\cos 4x}} = \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

1. $\sin 2x = \frac{2}{3}$ olduğuna göre,

$\frac{\sin 3x + \sin 7x}{\cos 9x - \cos x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{3}{4}$ E) -1

2. $5x = \pi$ olduğuna göre,

$\frac{\cos^2 2x - \cos^2 4x}{\sin 6x \cdot \sin 3x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 1 D) $-\frac{3}{2}$ E) 2

3. $\alpha + \beta = \frac{5\pi}{3}$ olduğuna göre,

$\frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta}$ oranının değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\sqrt{3}$

4. $a - b = \frac{\pi}{2}$ olduğuna göre,

$\frac{\cos(a - b) - \cos(a + b)}{\sin(a + b) - \sin(a - b)}$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $\cot b$ B) $\sin a$ C) $\sin b$ D) $-\cot b$ E) $\tan b$

5. $7x = \frac{\pi}{2}$ olduğuna göre,

$\frac{\cos 2x + \cos 8x}{\cos 3x \cdot \sin 2x}$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $2 \sin 2x$ B) 2 C) 1 D) $\sin x$ E) $\frac{1}{2}$

6. A, B, C bir ABC üçgeninin iç açılarının ölçülerini göstermek üzere, $m(\hat{A}) - m(\hat{B}) = \frac{\pi}{3}$ dür.

Buna göre, $\frac{\cos(\hat{A}) + \cos(\hat{B})}{\sin\left(\frac{\hat{C}}{2}\right)}$ oranı kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) 1 C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

karekök özel

köşetaşı

$A = \frac{\sin a + \sin 3a + \sin 5a}{\cos a + \cos 3a + \cos 5a}$ ifadesinin değerini hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

1. Yol : $\sin a + \sin 5a$ ve $\cos a + \cos 5a$ toplamlarına dönüşüm formülünü uygulayalım.

$$\sin a + \sin 5a = 2 \sin \frac{a+5a}{2} \cdot \cos \frac{a-5a}{2} = 2 \sin 3a \cdot \cos(-2a) = 2 \sin 3a \cdot \cos 2a$$

$$\cos a + \cos 5a = 2 \cos \frac{a+5a}{2} \cdot \cos \frac{a-5a}{2} = 2 \cos 3a \cdot \cos(-2a) = 2 \cos 3a \cdot \cos 2a$$

Bu değerler verilen ifadede yerine yazılırsa,

$$A = \frac{\sin a + \sin 3a + \sin 5a}{\cos a + \cos 3a + \cos 5a} = \frac{2 \sin 3a \cdot \cos 2a + \sin 3a}{2 \cos 3a \cdot \cos 2a + \cos 3a} = \frac{\sin 3a (2 \cos 2a + 1)}{\cos 3a (2 \cos 2a + 1)} = \tan 3a \text{ olur.}$$

2. Yol : Bu soruda olduğu gibi ; pay ve payda ardışık iki terimin açılarının artış miktarının sabit olduğu durumlarda ilk terimin açı değeri ile son terimin açı değerinin toplamının yarısı sonucun açı değerini verir. Kesrin payındaki terimler sinüs, paydasındaki terimler kosinüslü ise sonuç tanjanttır. Kesrin payındaki terimler kosinüslü, paydasındaki terimler sinüslü ise cevap kotanjantlıdır. Soruda $a, 3a, 5a$ açılarının artış miktarı sabit olduğundan ve payda sinüslü, paydada kosinüslü terim olduğu için cevap

$$A = \frac{\sin a + \sin 3a + \sin 5a}{\cos a + \cos 3a + \cos 5a} = \tan \frac{a+5a}{2} = \tan 3a \text{ olur.}$$

Eğer; $\frac{\cos a + \cos 3a + \cos 5a}{\sin a + \sin 3a + \sin 5a}$ sorulsaydı cevap $\cot \frac{a+5a}{2} = \cot 3a$ olacaktı.

1. $\frac{\cos 3x + \cos 5x}{\sin 3x + \sin 5x}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\tan 4x$ B) $\tan 5x$ C) $\cot 4x$ D) $\cot 5x$ E) $\sec x$

2. $A = \frac{\sin x + \sin 5x + \sin 9x + \sin 13x}{\cos x + \cos 5x + \cos 9x + \cos 13x}$ olduğuna göre, A aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\tan 7x$ B) $\cot 7x$ C) $\tan 5x$ D) $\cot 5x$ E) $\sin 3x$

3. $\frac{\sin 40^\circ + \cos 80^\circ + \cos 110^\circ}{\cos 40^\circ + \sin 80^\circ + \sin 110^\circ}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\tan 40^\circ$ B) $\tan 50^\circ$ C) $\tan 80^\circ$ D) $\cot 80^\circ$ E) $\cot 100^\circ$

4. $\cos 82^\circ = k$ olduğuna göre, $\frac{\sin 8^\circ + \sin 16^\circ + \sin 24^\circ}{1 + \cos 8^\circ + \cos 16^\circ}$ ifadesinin eşiti nedir?
A) $\frac{k}{2}$ B) $\frac{k}{3}$ C) k D) $2k$ E) $3k$

5. $12a = \pi$ olduğuna göre, $\frac{\cos 4a - \cos 2a - \sin 3a}{\sin 4a - \sin 2a + \cos 3a}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $-\tan a$ B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

6. $13x = \pi$ olduğuna göre, $\frac{\cos 7x - 1}{\cos^2 3x}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) -2 B) $\frac{1}{2} \sin x$ C) $\sin 3x$ D) 1 E) 2

köşetaşı

$18x = \pi$ olduğuna göre,

$\frac{\tan 9x - \tan 3x}{\tan 3x + \tan 9x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu soruyu çözmeden önce şu dönüşüm formüllerini de verelim.

$$\tan a + \tan b = \frac{\sin(a+b)}{\cos a \cdot \cos b}$$

$$\tan a - \tan b = \frac{\sin(a-b)}{\cos a \cdot \cos b}$$

$$\begin{aligned} \text{O halde; } \frac{\tan 9x - \tan 3x}{\tan 3x + \tan 9x} &= \frac{\frac{\sin(9x-3x)}{\cos 9x \cdot \cos 3x}}{\frac{\sin(9x+3x)}{\cos 9x \cdot \cos 3x}} \\ &= \frac{\sin 6x}{\sin 12x} \quad (18x = \pi \Rightarrow 6x + 12x = \pi \Rightarrow 6x = \pi - 12x) \\ &= \frac{\sin(\pi - 12x)}{\sin 12x} = \frac{\sin 12x}{\sin 12x} = 1 \text{ olur.} \end{aligned}$$

FORMÜLÜ BULALIM

$$\begin{aligned} \bullet \tan a - \tan b &= \frac{\sin a}{\cos a} - \frac{\sin b}{\cos b} \\ &= \frac{\sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a}{\cos a \cdot \cos b} \\ &= \frac{\sin(a-b)}{\cos a \cdot \cos b} \\ \bullet \tan a - \tan b &= \tan a - \tan(-b) \\ &= \frac{\sin(a+(-b))}{\cos a \cdot \cos(-b)} = \frac{\sin(a-b)}{\cos a \cdot \cos b} \end{aligned}$$

BAŞKA BİR FORMÜL

$$\begin{aligned} \cot a - \cot b &= \frac{\sin(a+b)}{\sin a \cdot \sin b} \\ \cot a - \cot b &= -\frac{\sin(a-b)}{\sin a \cdot \sin b} \end{aligned}$$

1.

$$x = \frac{\pi}{16}$$

ise, $\tan 6x - \tan 2x$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

2.

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) - \tan\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2\sec 2x$ B) $2\operatorname{cosec} 2x$ C) $\sec 2x$ D) $2\tan 4x$ E) $\tan 2x$

3.

$$\tan 255^\circ + \frac{1}{\cot 15^\circ}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4.

$$12x = \frac{\pi}{2}$$

olduğuna göre, $\cot 9x - \cot 3x$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5.

$$\frac{a}{\cot 15^\circ} = \frac{b}{\cot 75^\circ} = 2$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 10

6.

$$\tan 81^\circ - \tan 63^\circ - \tan 27^\circ + \tan 9^\circ$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 3 E) 4

köşetaşı

A, B ve C bir üçgenin iç açılarının ölçüleri olmak üzere,

$\cos A + \cos B + \cos C = 4 \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2} + 1$ olduğunu ispatlayınız.

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned}
 \cos A + \cos B + \cos C &= 2 \cdot \underbrace{\cos \frac{A+B}{2}}_{\sin \frac{C}{2}} \cdot \cos \frac{A-B}{2} + \frac{\cos C}{1-2\sin^2 \frac{C}{2}} \\
 &= 2 \sin \frac{C}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2} + 1 - 2 \sin^2 \frac{C}{2} = 2 \sin \frac{C}{2} \cdot \left[\cos \frac{A-B}{2} \sin \frac{C}{2} \right] + 1 \\
 &= 2 \sin \frac{C}{2} \cdot \left[\cos \frac{A-B}{2} - \cos \frac{A+B}{2} \right] + 1 \\
 &= 2 \sin \frac{C}{2} \cdot \left[-2 \sin \frac{\frac{A-B}{2} + \frac{A+B}{2}}{2} \cdot \sin \frac{\frac{A-B}{2} - \frac{A+B}{2}}{2} \right] + 1 \\
 &= 2 \sin \frac{C}{2} \cdot \left[-2 \sin \frac{A}{2} \sin \left(-\frac{B}{2} \right) \right] + 1 = 2 \sin \frac{C}{2} \cdot \left[2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \right] + 1 \\
 &= 4 \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2} + 1 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

A, B, C bir üçgenin iç açılarının ölçüleri ise. $A + B + C = \pi$

$$A + B = \pi - C$$

$$\frac{A+B}{2} = \frac{\pi-C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$$

$$\cos \frac{A+B}{2} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) = \sin \frac{C}{2}$$

1. A, B, C bir üçgenin iç açılarının ölçüleri olmak üzere,
 $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = -4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C - 1$
 olduğunu ispatlayınız.

2. A, B, C bir üçgenin iç açılarının ölçüleri olmak üzere,

$$\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2}$$

olduğunu ispatlayınız.

3. A, B, C bir üçgenin iç açılarının ölçüleri olmak üzere,

$$\frac{\cos A}{\sin B \cdot \sin C} + \frac{\cos B}{\sin A \cdot \sin C} + \frac{\cos C}{\sin A \cdot \sin B} = 2$$

olduğunu ispatlayınız.

4. ABC üçgeninde A, B, C iç açıların ölçüleri olmak üzere,

$$\sin B = \frac{\sin A + \sin C}{\cos A + \cos C}$$

olduğuna göre, $m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 90

5. A, B, C bir üçgenin iç açılarının ölçüleri olmak üzere,

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2 + 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$$

olduğunu ispatlayınız.

6. ABC üçgeninin A, B ve C iç açıları arasında

$$\sin 4A + \sin 4B + \sin 4C = -4 \sin 2A \cdot \sin 2B \cdot \sin 2C$$

eşitliğinin olduğunu ispatlayınız.

1. $\sin(x - 13^\circ) \cdot \cos(43^\circ - x) + \sin(43^\circ - x) \cdot \cos(x - 13^\circ)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

2. $a - b = \frac{\pi}{2}$ olduğuna göre,

$\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

3. $\tan x = \frac{1}{2}$
 $\cot y = 3$

olduğuna göre, $\tan(x - y)$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{7}$ C) 2 D) 5 E) 6

4. $\frac{\cot 25^\circ \cdot \cot 35^\circ - 1}{\cot 25^\circ + \cot 35^\circ}$ ifadesinin değeri kaçtır?

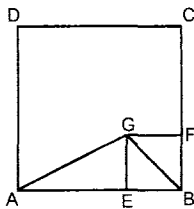
A) 3 B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

5. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ve $\pi < y < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,
 $\tan x = -\frac{3}{4}$ ve $\sin y = -\frac{24}{25}$

olduğuna göre, $\cos(x + y)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{23}{125}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{75}$ D) $\frac{21}{125}$ E) $-\frac{23}{125}$

- 6.

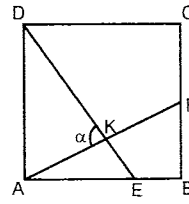


ABCD ve BEGF birer kare.
 $IAEI = 2 \cdot IEI$ olduğuna göre,

$\tan(\widehat{AGB})$ nin değeri kaçtır?

A) -3 B) -2 C) $-\frac{1}{3}$ D) 2 E) 3

- 7.



ABCD kare, $IAI = 3 \cdot IEI$

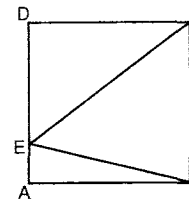
$ICFI = IFBI$

$m(\widehat{AKD}) = \alpha$

olduğuna göre, $\tan \alpha$ nin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) 3 D) 6 E) 8

- 8.



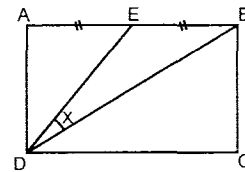
ABCD kare.

$IDEI = 2 \cdot IEI$

olduğuna göre, $\cot(\widehat{CEB})$ nin değeri kaçtır?

A) $\frac{9}{7}$ B) $\frac{7}{9}$ C) $-\frac{7}{9}$ D) $-\frac{9}{7}$ E) -3

- 9.



ABCD dikdörtgen,

$IAI = 6$ birim

$ADI = 2$ birim

$IAEI = IEI$

$m(\widehat{EDB}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, $\tan x$ in değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{3}{11}$ D) 1 E) $\frac{11}{3}$

- 10.

$\tan 32^\circ = a$ ve $\cot 12^\circ = b$

olduğuna göre, $\cot 70^\circ$ nin a ve b cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{ab+1}{a-b}$ B) $\frac{ab}{a-b}$ C) $\frac{ab-1}{a+b}$

D) $\frac{a-b}{1+ab}$ E) $\frac{b-a}{1+ab}$

11. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $1 + \sin 2x = (\sin x + \cos x)^2$
 B) $2 \sin(22,5^\circ) \cdot \cos(22,5^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 C) $\sin \frac{\pi}{8} = 2 \sin \frac{\pi}{16} \cdot \cos \frac{\pi}{16}$
 D) $\sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ = \frac{\sin 80^\circ}{2}$
 E) $\sin^2 2x = 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$

12. $\frac{\cos 48^\circ}{\cos 16^\circ} - \frac{\sin 48^\circ}{\sin 16^\circ}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

13. $\sin 15^\circ + \frac{\sqrt{3}}{3} \cos 15^\circ$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ E) 1

14. $\sin^4 \frac{\pi}{8} - \cos^4 \frac{\pi}{8}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

15. $\cos 8^\circ = x$

olduğuna göre, $\sin 74^\circ$ nin x cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2x - 1$ B) $x^2 - 1$ C) $2x^2 - 1$ D) $1 - 2x^2$ E) $\frac{1}{x}$

16. $\cos^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ = \frac{A}{2} + 1$ ise,

A değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{3} - 1$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3} + 1$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2} + 2$

17. $\frac{\tan(22,5^\circ)}{1 - \tan^2(22,5^\circ)}$

ifadesinin değeri kaçtır?

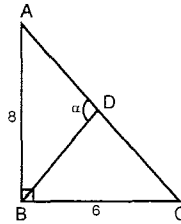
- A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

18. $\frac{\sin 6x}{\sin 2x} + \frac{\cos 6x}{\cos 2x} = 3$

olduğuna göre, $\sec 4x$ in değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 2 E) 3

19.



ABC dik üçgeninde,

$[AB] \perp [BC]$

$|AB| = 8$ cm

$|BC| = 6$ cm

$|AD| = |BD|$

$m(\widehat{ADB}) = \alpha$

olduğuna göre, $\sin \alpha$ nın değeri kaçtır?

- A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{21}{25}$ C) $\frac{22}{25}$ D) $\frac{23}{25}$ E) $\frac{24}{25}$

20. $\sin 12^\circ = x$ olduğuna göre,

$\sin 36^\circ$ nin x cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x - 4x^3$ B) $4x^3 - 3x$ C) $x^3 - 4x^2$
 D) $x^2 - 3x$ E) $x^3 - 2x^2$

21. $\sin 20^\circ \cdot \cos 40^\circ + \frac{1}{2} \cos 70^\circ$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

22. $\sin \frac{5\pi}{8} \cdot \sin \frac{3\pi}{8} - \frac{\sqrt{2}}{4}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 0 E) $-\frac{1}{2}$

23. $\sin 10^\circ = x$ olduğuna göre

$$2 \cos 80^\circ \cdot \cos 20^\circ - \frac{1}{2}$$

ifadesinin x cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{x}$ B) $\frac{x}{2}$ C) $-x$ D) $-\frac{2}{x}$ E) $-\frac{x}{2}$

24. $\frac{\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ}{\cos 10^\circ}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

25. $\frac{\cos(-130^\circ) - \cos 70^\circ}{\cos 10^\circ}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

26. $\frac{\sin 50^\circ + \sin 40^\circ}{\cos 5^\circ} + 2 \sin^2 \frac{\pi}{8} - 1$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) 0 E) -1

27. $7x = \pi$ olmak üzere,

$$\frac{\cos 2x \cdot \cos 7x}{\cos 12x + \cos 2x}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) -2

28. $\frac{\cos x + \cos 5x}{\sin x + \sin 5x}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\tan 2x$ B) $\cot 2x$ C) $\cot 3x$ D) $\tan 3x$ E) 1

29. $\tan \frac{\pi}{12} + \cot \frac{\pi}{12}$

toplamının değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\sqrt{3}$ C) 1 D) 3 E) 4

30. A, B, C bir üçgenin iç açılarının ölçüleri olmak üzere,

$$\frac{\sin A + \sin B - \sin C}{\sin A + \sin B + \sin C}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan B \cdot \tan C$ B) $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2}$ C) $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2}$
D) $\cot \frac{A}{2} \cdot \tan B$ E) 1

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\sin \frac{\pi}{8} = 2 \sin \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{16}$
 B) $\cos^2 36^\circ - \sin^2 36^\circ = \sin 18^\circ$
 C) $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$
 D) $\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1}{4}$
 E) $1 + \cos x = 2 \cos \frac{x}{2}$

2. $\frac{\sin 25^\circ \cdot \cos 32^\circ + \sin 32^\circ \cdot \cos 25^\circ}{\sin 19^\circ \cdot \sin 52^\circ + \cos 19^\circ \cdot \cos 52^\circ}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

3. $\frac{\sin \frac{7\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{7\pi}{12}}{\cos \frac{9\pi}{8} \cdot \cos \frac{5\pi}{8} - \sin \frac{9\pi}{8} \cdot \sin \frac{5\pi}{8}}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

4. $\frac{\sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)}{\sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)} = 3$

olduğuna göre, $\cot x$ değeri kaçtır?

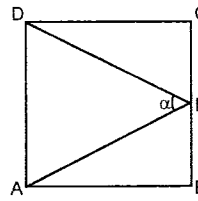
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

5. $\sin x + \cos x = \frac{1}{4}$

olduğuna göre, $\sin 2x$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{15}{16}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) 0 D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{15}{16}$

6.



ABCD kare
 $|BC| = 3$
 $|BE| = 1$
 $m(\widehat{AED}) = \alpha$

olduğuna göre, $\tan \alpha$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{7}{9}$ C) 1 D) $\frac{9}{7}$ E) 2

7. $\sin \frac{\pi}{10} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ olduğuna göre,

$\cos \frac{\pi}{5}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{5}+2}{4}$

8. $\frac{\cos 36^\circ}{\cos 12^\circ} - \frac{\sin 36^\circ}{\sin 12^\circ}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2 B) $\tan 12^\circ$ C) 1 D) -1 E) -2

9. $18x = 2\pi$ olduğuna göre,

$$\frac{\sin 4x \cdot \sin 3x}{\sin 2x + \sin 8x}$$

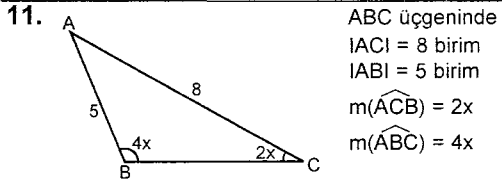
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2 B) 1 C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) -1 E) -2

10. $\frac{\cos 25^\circ + \cos 35^\circ}{\sin 25^\circ + \sin 35^\circ}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) 1 D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{1}{2}$



Yukarıdaki verilere göre, $\cos x$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

12. $\tan 12^\circ = m$

olduğuna göre, $\tan 156^\circ = a$ nın m türünden değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{2m}{m^2 - 1}$ B) $\frac{m}{m^2 - 1}$ C) $\frac{m}{1 - m^2}$
D) $\frac{2m}{1 - m^2}$ E) $2m$

13. $A = \cos 94^\circ \cdot \cos 26^\circ - \frac{1}{2} \cdot \sin 22^\circ$

olduğuna göre, A nın değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{1}{4}$

14. $\frac{\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x}{\cos 2x + \cos 4x + \cos 6x}$

işleminin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\tan 4x$ B) $\tan 3x$ C) $\cot 4x$ D) $\cot 3x$ E) $\tan 2x$

15. $x = \frac{\pi}{12}$

olmak üzere, $\sin 8x \cdot \sin 2x$ çarpımı kaçtır?

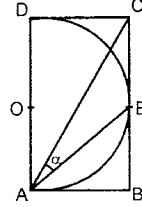
- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{5}$

16. $3\sin 5x = (\sin y)\cos y$

olduğuna göre, x in y türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{4y}{5}$ B) $\frac{3y}{5}$ C) $\frac{2y}{5}$ D) $\frac{y}{5}$ E) $\frac{y}{6}$

17.



O merkezli yarım çember ABCD dikdörtgenine E noktasında teğettir.

$m(\widehat{CAE}) = \alpha$ olduğuna göre, $\cot \alpha$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

18. $\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} \left(1 - 2\sin^2 \frac{\pi}{12}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

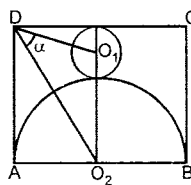
- A) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{7}$ E) $\frac{1}{3}$

19. $\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{2}{25}$ B) $\frac{1}{32}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{4}$

20.



ABCD dikdörtgeninde O_2 merkezli yarım çemberin alanı O_1 merkezli çemberin alanının 8 katıdır.

$m(\widehat{O_2O_1A}) = \alpha$ olduğuna göre, $\cot \alpha$ kaçtır?

- A) $\frac{6}{5}$ B) $\frac{11}{10}$ C) 1 D) $\frac{10}{11}$ E) $\frac{5}{6}$

karekök özel

1. $x = \frac{\pi}{12}$ olmak üzere,

$$\frac{\cos 8x + \cos 6x}{\cos 5x \cdot \cos x}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

2. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ olmak üzere,

$$\sqrt{2 + 2\cos 2x}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2\cos x$ B) $-\cos x$ C) $\cos x$ D) $2\cos x$ E) $\cos x + 1$

3. Bir ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri A, B ve C dir.

$$\tan \hat{A} = \frac{1}{4} \text{ ve } \tan \hat{B} = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, $\tan \hat{C}$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{7}{11}$ B) $\frac{6}{11}$ C) $-\frac{3}{5}$ D) $-\frac{6}{11}$ E) $-\frac{7}{11}$

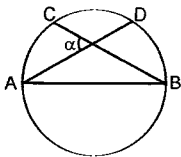
4. $18x = \pi$ olmak üzere,

$$\frac{\sin 3x \cdot \cos 3x}{\cos 5x \cdot \cos x - \cos^2 2x + \frac{1}{2}}$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

5. [AB] çaplı çemberde



$$\frac{|BC|}{3} = \frac{|AD|}{3} = \frac{|AB|}{5}$$

$m(\hat{AEC}) = \alpha$ olduğuna göre, $\sin \alpha$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{23}{25}$ B) $\frac{24}{25}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

6. $3\cos^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{\pi}{8}$

toplamlarının değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $1 + \sqrt{3}$ C) $1 + \sqrt{2}$ D) $2 - \sqrt{2}$ E) $3 - \sqrt{2}$

7. $\cot 84^\circ = x$ olmak üzere,

$$\frac{\cos 12^\circ}{1 + \cos 12^\circ} \cdot \frac{\sin 24^\circ}{1 + \cos 24^\circ}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{x}{3}$ B) $\frac{x}{2}$ C) x D) $2x$ E) $3x$

8. $\cot 70^\circ = m$

olduğuna göre, $\sin 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{m}{8}$ B) $\frac{m}{5}$ C) $\frac{m}{2}$ D) m E) $2m$

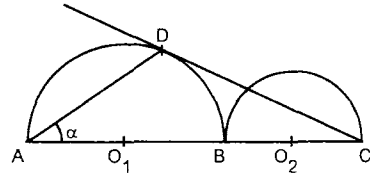
9. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\frac{\sin^3 x}{2\sin x - \sin 2x} = \frac{3}{5}$$

olduğuna göre, $\cos 2x$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{23}{25}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{2}{5}$ E) $-\frac{23}{25}$

- 10.



O_1 ve O_2 merkezli yarım çemberler B de teğet. DC doğrusu D de O_1 merkezli çembere teğettir.

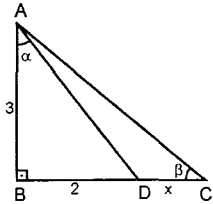
$IO_1BI = 6 \cdot IO_2CI$ ve $m(\hat{DAB}) = \alpha$ olduğuna göre, $\sin \alpha$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{14}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{14}}{7}$ C) $\frac{\sqrt{13}}{8}$ D) $\frac{\sqrt{14}}{8}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

11. $\frac{\sin^2 20^\circ - \cos^2 20^\circ}{\sin 100^\circ + \sin 20^\circ}$
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

12.



ABC dik üçgeninde
[AB] $\perp$ [BC]
 $m(\widehat{BAD}) = \alpha$
 $m(\widehat{ACB}) = \beta$
|AB| = 3 birim
|BD| = 2 birim

$\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ olduğuna göre, |DC| = x kaç birimdir?

- A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 9

13. $\frac{\cos x + \cos 3x + \cos 5x + \cos 7x}{\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \sin 7x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan 5x$ B) $\cot 5x$ C) $\tan 4x$ D) $\cot 4x$ E) $\tan 3x$

14. $\tan 18^\circ = x$

olduğuna göre, $\tan 126^\circ$ nin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{-x}{2}$ B) $\frac{2x}{x^2 - 1}$ C) $\frac{x^2 - 1}{2x}$
D) $\frac{2x}{1 - x^2}$ E) $\frac{x}{x^2 - 1}$

15. $\cot b = \frac{1}{2}$ olduğuna göre,

$$\frac{\tan(a+b) - \tan(a-b)}{1 + \tan(a+b) \cdot \tan(a-b)}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) $-\frac{4}{3}$ C) -1 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

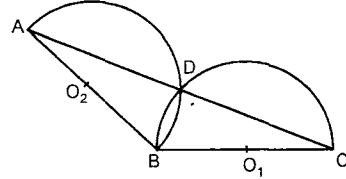
16. ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri A, B ve C dir.

$$\cos A \cdot \cos B = \frac{1}{3} \text{ ve } \sin A \cdot \sin B = \frac{1}{4}$$

olduğuna göre, $\cos C$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{15}$ C) 0 D) $-\frac{1}{15}$ E) $-\frac{1}{12}$

17.



Şekilde O_1 ve O_2 merkezli yarım çemberler B ve D noktalarında kesişmiştir. |AD| = 2 birim, |DC| = 4 birimdir.

$\tan(\widehat{ABC}) = -3$ olduğuna göre, B ile D arasındaki en kısa uzunluk kaç birimdir?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

18. $x - y = \frac{\pi}{6}$

olduğuna göre, $\cot(2x - y) \cdot \cot(x - 2y)$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

19. $\tan x = \frac{5}{12}$ olduğuna göre,

$\tan \frac{3x}{2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{32}{55}$ C) $\frac{37}{55}$ D) $\frac{55}{37}$ E) $\frac{55}{32}$

20.

$$\frac{2 \sin 21^\circ + 2 \cdot \sin 33^\circ + \sqrt{2}}{2 \cos 21^\circ + 2 \cdot \cos 33^\circ + \sqrt{2}}$$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan 33^\circ$ B) $\cot 33^\circ$ C) 1 D) $\sin 12^\circ$ E) $\operatorname{cosec} 12^\circ$

1. Aşağıdaki eşitliklerden hangisi doğru değildir?

- A) $\sin 2A = 2 \sin A \cdot \cos A$ B) $\operatorname{tg} A = \frac{1}{\cot A}$
 C) $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ D) $\frac{b}{\sin B} = 2R$
 E) $\operatorname{tg} 2A = \frac{2 \operatorname{tg} A}{1 - \operatorname{tg}^2 A}$

(1967)

2. $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, $\sin 2x$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$

(1967)

3. $\frac{\operatorname{tg} 60^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ}{1 + \operatorname{tg} 60^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ}$

ifadesi neye eşittir?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) 1

(1970)

4. $\frac{\sin x + \sin 3x}{\cos x - \cos 3x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\operatorname{tg} 2x$ B) $\cot 2x$ C) $\cot x$ D) $\operatorname{tg} x$ E) $\operatorname{tg} 3x$

(1972)

5. $\frac{\cos 2x}{\cos x + \sin x}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cos x - \sin x$ B) $\frac{2}{1 + \cos x}$ C) $1 + \sin x$
 D) $\cos x + \sin x$ E) $\cos x$

(1973)

6. $\cos 3x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cos^2 x - 3 \sin^2 x \cdot \cos x$ B) $\sin^3 x - 3 \sin^2 x \cdot \cos x$
 C) $\sin^3 x - 3 \sin x \cdot \cos^2 x$ D) $4 \cos^3 x - 3 \cos x$
 E) $\cos 2x + \cos x$

(1973)

7. $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

olduğuna göre, $\cos 2x$ şunlardan hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $-\frac{1}{7}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{11}$ E) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$

(1973)

8. $\cos x - \sin x = \frac{1}{5}$

olduğuna göre, $\sin 2x$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{24}{25}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{12}{13}$ E) $\frac{1}{25}$

(1973)

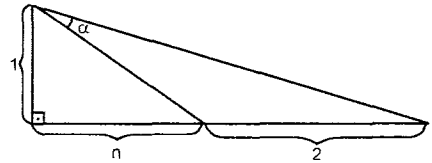
9. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ve $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

ise, $\cos 2\alpha$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{3}{4}$

(1974)

10.

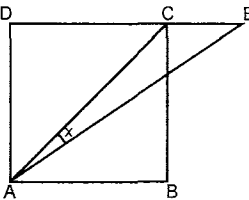


Yukarıdaki şekle göre $\tan \alpha$, aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{(n+1)^2}$ B) $\frac{2}{(n+1)^2}$ C) $\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$
 D) $\frac{2}{\sqrt{n^2-1}}$ E) $\frac{2}{n^2+n+1}$

(1977)

karekök özel

11.  Yandaki ABCD karesinde
 $ICEI = \frac{|DC|}{3}$
 olduğuna göre, $\text{tg} x$ in
 değeri aşağıdakilerden
 hangisidir?
 A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

(1978)

12. $10a = \frac{\pi}{2}$
 olduğuna göre, $\frac{\cos 4a - \cos 8a}{\cos 4a \cdot \cos 8a}$ ifadesinin değeri ne-
 dir?
 A) 2 B) 1 C) -2 D) -1 E) $-\frac{1}{2}$

(1980)

13. $\text{tg} x = \frac{\sin 2y}{1 - \cos 2y}$
 olduğuna göre, $x + y$ nin 0 ile π arasındaki değeri kaç
 radyandır?
 A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{5}$ E) $\frac{\pi}{6}$

(ÖYS 1981)

14. $0 < x < \frac{\pi}{3}$, $\tan x = \frac{4}{3}$ olduğuna göre,
 $\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + \frac{1}{2} \sin 2x}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

(ÖYS 1983)

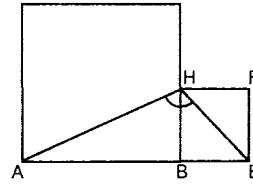
15. $\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} = \frac{a}{2}$

olduğuna göre, a nın değeri aşağıdakilerden hangi-
sidir?

- A) $\sqrt{2} - 1$ B) 1 C) $2 + \sqrt{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

(ÖYS 1984)

- 16.

Yandaki şekilde ABCD ve
BEFH birer karedir.

$$|AB| = 2|BE|$$

olduğuna göre, $\sin(\widehat{AHE})$
nin değeri nedir?

- A) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D) $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ E) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

(ÖYS 1985)

17. $\frac{1}{\sin 15^\circ} + \frac{1}{\cos 15^\circ}$

toplamının değeri nedir?

- A) $1 + \sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

(ÖYS 1985)

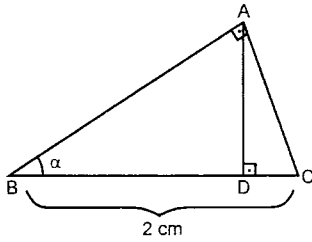
18. $\cos^2(x - y) + \sin^2(x + y)$ nin değeri aşağıdakilerden
hangisidir?

- A) $1 + \cos^2 x \cdot \sin^2 y$ B) $1 + \sin 2x \cdot \cos 2y$
 C) $1 + \sin 2x \cdot \sin 2y$ D) $1 + \cos 2x \cdot \cos 2y$
 E) $1 - \sin 2x \cdot \sin 2y$

(ÖYS 1986)

karekök özel

19.



Yandaki ABC üçgeninde
 $IBC I = 2 \text{ cm}$,
 $[AD] \perp [BC]$ ve
 ABD açısının ölçüsü α ise,

$IADI$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin 2\alpha$ B) $1 - \sin 2\alpha$ C) $1 + \sin 2\alpha$
 D) $2 - \sin 2\alpha$ E) $2 + \sin 2\alpha$

(ÖYS 1986)

20.

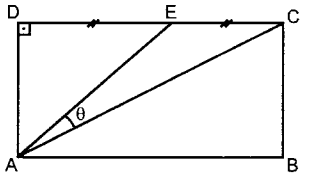
$$\frac{\cos x + \cos 6x + \cos 11x}{\sin x + \sin 6x + \sin 11x}$$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\cot x - \cos 6x + \cot 11x$ C) 0
 D) $\cot 6x$ E) $\cot 18x$

(ÖYS 1988)

21.



E. $[CD]$ üzerinde,
 $ABCD$ bir dikdörtgen

$$IABI = 2IBC I,$$

$$IDEI = IEC I,$$

$$m(\widehat{EAC}) = \theta$$

Yukarıda verilen bilgilere göre $\tan \theta$ nin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(ÖYS 1989)

22.

$$\cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$$

olduğuna göre, $\cos 72^\circ$ kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{5} - 1}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3} + 2}{4}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

(ÖYS 1989)

23.

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x} = 1$$

olduğuna göre, $\cos^2 x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

(ÖYS 1991)

24.

$$\cos x - \sin x = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, $\cos 2x$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) -1 C) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

(ÖYS 1994)

25.

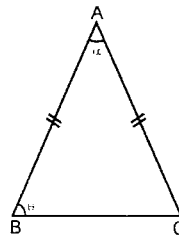
$$\frac{\sin 2A + \sin 4A}{\cos 2A + \cos 4A}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin 2A$ B) $\tan 2A$ C) $\tan 3A$ D) $\cot 3A$ E) $\cos 2A$

(ÖYS 1996)

26.



ABC bir ikizkenar üçgen

$$IABI = IAC I,$$

$$m(\widehat{ABC}) = \theta,$$

$$m(\widehat{BAC}) = \alpha$$

Yandaki şekilde

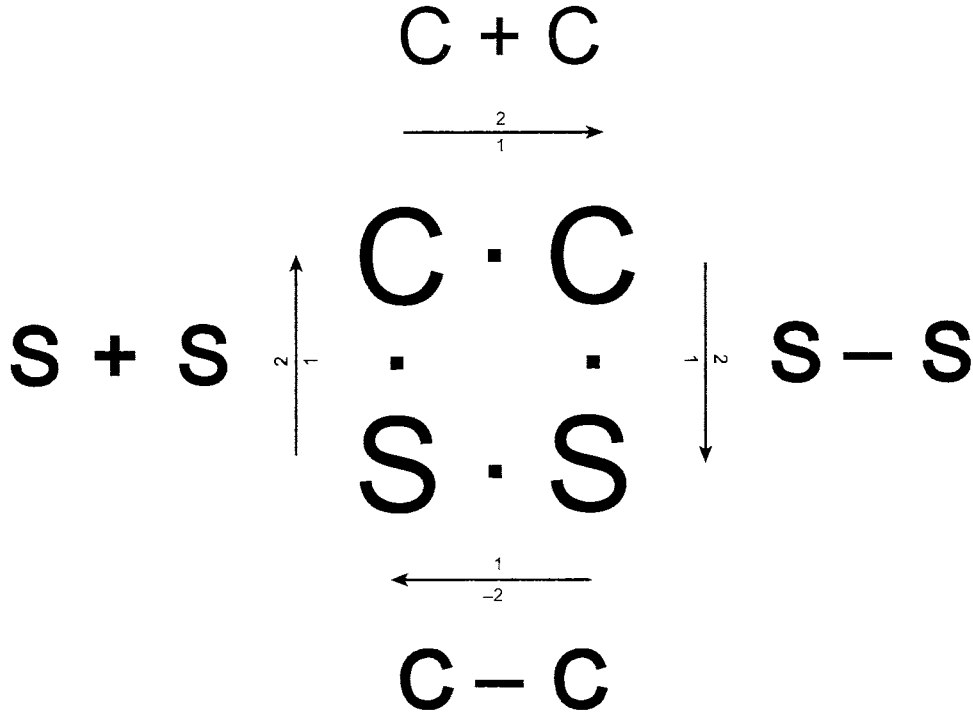
$\tan \theta = 3$ olduğuna göre, $\tan \alpha$ nin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

(ÖSS 1997)

BEN YARARLANABİLİYORUM SİZ DE YARARLANABİLECEK MİSİNİZ?

Dönüşüm ve ters dönüşüm formüllerinin akılda tutulması zordur. Bundan dolayı hafıza çivisine ihtiyac vardır. Aşağıdaki tabloyu hafıza çivisi olarak kullanabilirsiniz.

**DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİ**

$$\cos x + \cos y = 2 \cdot \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cdot \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \cdot \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x + \sin y = 2 \cdot \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

TERS DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİ

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} \cdot [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cdot \sin y = \frac{1}{2} \cdot [\sin(x+y) - \sin(x-y)]$$

$$\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2} \cdot [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} \cdot [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

TEŞEKKÜR: Sevgili Murat KALELİOĞLU'na yukarıdaki tablo için teşekkür ederim.

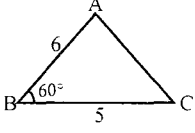
BÖLÜM 41

Trigonometri 3

KÖŞETAŞI AMAÇLAR

1. Cos teoremini kavrayabilme
2. Cos teoremini uygulayabilme
3. Cos teoremini geometri sorularında uygulayabilme
4. Kirişler dörtgeninde cos teoremini uygulayabilme
5. Üç boyutlu şekillerde cos teoremini uygulayabilme
6. Cos teoremini kullanarak üçgenin açı ve kenarları arasındaki bağıntıları ispatlayabilme
7. Sin teoremini kavrayabilme
8. Sin teoremini uygulayabilme
9. Sin ve cos teoremlerini beraberce uygulayabilme
10. Tan teoremini kavrayabilme
11. ABC üçgeninin alanını $1/2 ab \cdot \sin C$ ile hesaplayabilme
12. ABC üçgeninin alanını $\sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$ formülü ile hesaplayabilme
($u = (a + b + c)/2$)
13. Sin teoremini kullanarak üçgenin açı ve kenarları arasındaki bağıntıları ispatlayabilme

köşetaşı



ABC üçgeninde,

$|AB| = 6 \text{ br}$

$|BC| = 5 \text{ br ve } m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$

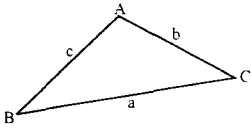
olduğuna göre, $|AC|$ kaç birimdir?

açıklamalı çözüm

Bir üçgenin kenar uzunlukları biliniyorsa bu üçgenin herhangi bir açısının ölçüsünü bulmak için ya da iki kenar uzunluğu ile bunlar arasındaki açısının ölçüsü biliniyorsa diğer kenarın uzunluğunu bulmak için kosinüs teoreminden yararlanılır.

Kosinüs Teoremi :

Bir üçgenin kenar uzunlukları a, b, c ise:



$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos \widehat{A}$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos \widehat{B}$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos \widehat{C}$

Sorunun çözümü :

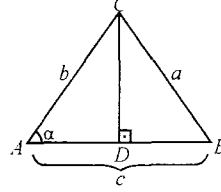
$|BC| = a = 5 \text{ br}, |AB| = c = 6 \text{ br}$

$m(\widehat{B}) = 60^\circ \Rightarrow b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos \widehat{B}$

$b^2 = 5^2 + 6^2 - 2.5.6.\cos 60^\circ (\cos 60^\circ = \frac{1}{2})$

$b^2 = 25 + 36 - 2.5.6.\frac{1}{2} \Rightarrow b^2 = 31 \Rightarrow b = \sqrt{31} \text{ birim olur.}$

İSPATLAYALIM MI?



ABC üçgeninde

$CD \perp AB$

$|BC|^2 = |CD|^2 + |DB|^2$

$CD = b.\sin \alpha$

$AD = b.\cos \alpha$

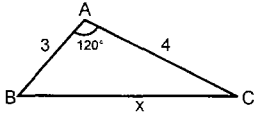
$|BC|^2 = b^2.\sin^2 \alpha + (c - b.\cos \alpha)^2$

$a^2 = b^2.\sin^2 \alpha + c^2 - 2.b.c.\cos \alpha + b^2.\cos^2 \alpha$

$a^2 = b^2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + c^2 - 2.b.c.\cos \alpha$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos \alpha$

1.



ABC üçgeninde

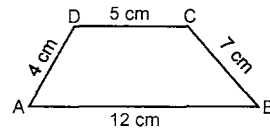
$|AB| = 3 \text{ br}$

$|AC| = 4 \text{ br}$

 $m(\widehat{BAC}) = 120^\circ$ ise, $|BC| = x$ kaç br dir?

- A)
- $\sqrt{37}$
- B) 6 C)
- $\sqrt{34}$
- D)
- $\sqrt{30}$
- E)
- $3\sqrt{3}$

3.



ABCD yamuk

 $AB \parallel CD, |DC| = 5 \text{ cm},$ $|AD| = 4 \text{ cm}, |BC| = 7 \text{ cm},$ $|AB| = 12 \text{ cm}$ olduğuna göre, $\cos(\widehat{ABC})$ değeri kaçtır?

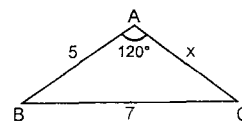
- A)
- $\frac{41}{49}$
- B)
- $\frac{40}{49}$
- C)
- $\frac{32}{37}$
- D)
- $\frac{31}{37}$
- E)
- $\frac{29}{63}$

2.

ABC üçgeninde $|AB| = 4 \text{ cm}, |AC| = 6 \text{ cm}$ ve $|BC| = 5 \text{ cm}$ olduğuna göre, $\cos(\widehat{BCA})$ değeri kaçtır?

- A)
- $\frac{1}{2}$
- B)
- $\frac{1}{3}$
- C)
- $\frac{1}{4}$
- D)
- $\frac{3}{4}$
- E)
- $\frac{1}{6}$

4.



ABC üçgeninde

$|AB| = 5 \text{ br}$

$|BC| = 7 \text{ br}$

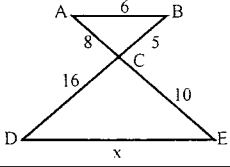
$|AC| = x \text{ br}$

 $m(\widehat{BAC}) = 120^\circ$ olduğuna göre, $|AC| = x$ kaç br dir?

- A) 2 B) 3 C)
- $\frac{7}{2}$
- D) 4 E)
- $\frac{9}{2}$

karekök özel

köşetaşı



$$\{C\} = [AE] \cap [BD]$$

$|AB| = 6$ br, $|AC| = 8$ br, $|BC| = 5$ br, $|DC| = 16$ br, $|CE| = 10$ br olduğuna göre, $|DE| = x$ kaç br dir?

açıklamalı çözüm

ABC üçgeninin üç kenar uzunluğu verildiğinde bu üçgenin her bir açısının kosinüsü hesaplanabilir. Ayrıca ACB açısı ile DCE açısı ters durumlu açılar olduğu için $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{DCE})$ olur. ABC üçgeninde kosinüs teoremi uygulanırsa

$$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2 - 2 \cdot |AC| \cdot |BC| \cdot \cos \widehat{C} \Rightarrow \cos \widehat{C} = \frac{|AC|^2 + |BC|^2 - |AB|^2}{2 \cdot |AC| \cdot |BC|}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{C} = \frac{8^2 + 5^2 - 6^2}{2 \cdot 8 \cdot 5} = \frac{53}{80} \text{ olur.}$$

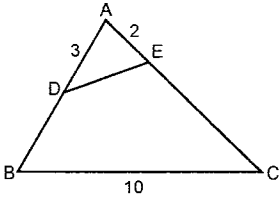
DCE üçgeninde kosinüs teoremi uygulanırsa;

$$|DE|^2 = |DC|^2 + |CE|^2 - 2 \cdot |DC| \cdot |CE| \cdot \cos \widehat{C}$$

$$|DE|^2 = 16^2 + 10^2 - 2 \cdot 16 \cdot 10 \cdot \frac{53}{80}$$

$$|DE|^2 = 256 + 100 - 212 \Rightarrow |DE| = 12 \text{ br olur.}$$

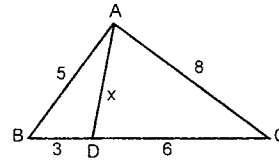
1.



ABC üçgeninde
 $|AD| = 3$ br, $|AE| = 2$ br.
 $|AB| = 5$ br, $|AC| = 7$ br
 $|BC| = 10$ br ise,
 $|DE|$ kaç br dir?

- A) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ B) $\sqrt{\frac{69}{5}}$ C) $\sqrt{\frac{270}{31}}$ D) $\sqrt{\frac{299}{35}}$ E) $\sqrt{\frac{611}{35}}$

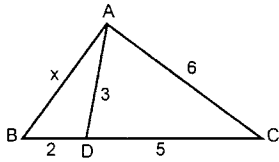
3.



ABC üçgeninde
 $|AB| = 5$ br, $|AC| = 8$ br
 $|BD| = 3$ br, $|DC| = 6$ br
 ise, $|AD| = x$ kaç br dir?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) $2\sqrt{5}$

2.

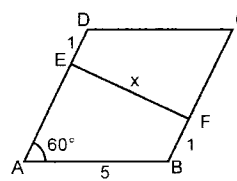


ABC üçgeninde
 $|AC| = 6$ cm, $|AD| = 3$ cm
 $|BD| = 2$ cm, $|DC| = 5$ cm
 $|AB| = x$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

- A) $\sqrt{\frac{117}{5}}$ B) $\sqrt{\frac{120}{13}}$ C) $\sqrt{\frac{101}{17}}$ D) $\sqrt{\frac{15}{2}}$ E) $\sqrt{\frac{61}{5}}$

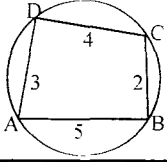
4.



ABCD eşkenar dörtgen,
 $|AB| = 5$ br
 $|ED| = |BF| = 1$ br
 $m(\widehat{DAB}) = 60^\circ$ ise,
 $|EF| = x$ kaç br dir?

- A) $2\sqrt{5}$ B) $\sqrt{19}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $\sqrt{17}$ E) 4

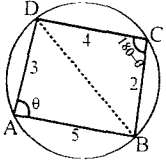
köşetaşı



Yandaki şekilde, ABCD kirişler dörtgenidir. $|AB| = 5$ cm, $|BC| = 2$ cm, $|AD| = 3$ cm ve $|CD| = 4$ cm olduğuna göre,

$\cos(\widehat{BAD})$ nin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm



B ve D noktalarını birleştirerek ABD ve BCD üçgenlerini oluşturalım ve $m(\widehat{A}) = \theta$ olsun. Kirişler dörtgeninde karşılıklı açılar bütünlerdir.

Yani, $m(\widehat{A}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ \Rightarrow m(\widehat{C}) = 180^\circ - m(\widehat{A}) \Rightarrow m(\widehat{C}) = 180^\circ - \theta$ olur.

ABD üçgeninde kosinüs teoremini uygulayalım.

$$|BD|^2 = |AB|^2 + |AD|^2 - 2 \cdot |AB| \cdot |AD| \cdot \cos\theta$$

$$|BD|^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot \cos\theta \Rightarrow |BD|^2 = 34 - 30\cos\theta \dots\dots(1)$$

BCD üçgeninde kosinüs teoremini uygulayalım.

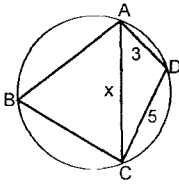
$$|BD|^2 = |BC|^2 + |CD|^2 - 2 \cdot |BC| \cdot |CD| \cdot \cos(180^\circ - \theta)$$

$$|BD|^2 = 2^2 + 4^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot (-\cos\theta) = 20 + 16\cos\theta \dots\dots(2)$$

(1) deki $|BD|^2$ değerini (2) de yerine yazarsak

$$34 - 30\cos\theta = 20 + 16\cos\theta \Rightarrow 14 = 46\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{14}{46} \Rightarrow \cos\theta = \frac{7}{23} = \cos A \text{ olur.}$$

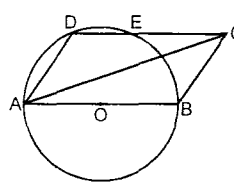
1.



ABC eşkenar üçgen,
 $|AD| = 3$ br, $|CD| = 5$ br ise
 $|AC| = x$ kaç birimdir?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

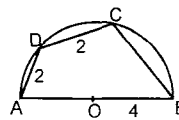
3.



AB çaplı çemberde O merkezdir.
ABCD paralelkenar
 $|AB| = 8$ cm ve $|AD| = 3$ cm
olduğuna göre, $|AC|^2$ kaç
 cm^2 dir?

- A) 88 B) 89 C) 90 D) 91 E) 92

2.



O merkezli yarım çemberde
 $|AD| = |DC| = 2$ birim
 $|OB| = 4$ birim

Yukarıdaki verilere göre, $|BC|$ kaç birimdir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4.

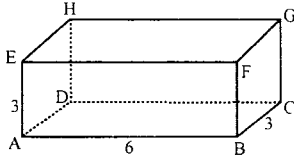
r yarıçaplı bir çember içine bir kenar uzunluğu
 $r\sqrt{2 - \sqrt{2}}$ olan bir düzgün çokgen çizilmiştir.

Buna göre, bu düzgün çokgenin kenar sayısı kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

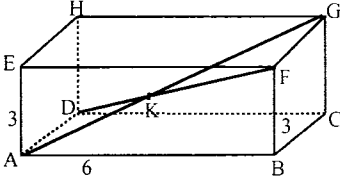
karekök özel

köşetaşı



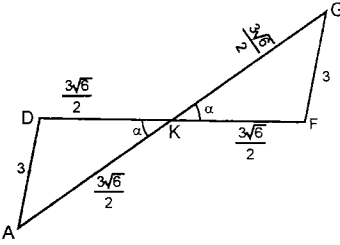
Şekildeki ABCDEFGH dikdörtgenler prizmasında $|AB| = 6$ br, $|BC| = 3$ br, $|AE| = 3$ br olduğuna göre, $[DF]$ ve $[AG]$ cisim köşegenleri arasındaki dar açının kosinüsü kaçtır?

açıklamalı çözüm



$[DF]$ ve $[AG]$ cisim köşegenlerinin kesim noktası K olsun.

$$|DF| = |AG| = \sqrt{6^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6} \text{ br olur.}$$



K cisim köşegenlerin kesim noktası olduğundan

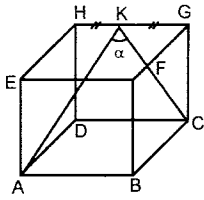
$$|DK| = |KF| = |AK| = |KG| = \frac{3\sqrt{6}}{2} \text{ br dir.}$$

DAK üçgeninde kosinüs teoremi uygulanırsa

$$|AD|^2 = |AK|^2 + |DK|^2 - 2 \cdot |AK| \cdot |DK| \cdot \cos(\widehat{DKA})$$

$$3^2 = \left(\frac{3\sqrt{6}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{6}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{6}}{2} \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{2} \text{ olur.}$$

1.



ABCDEFGH birim küpünde

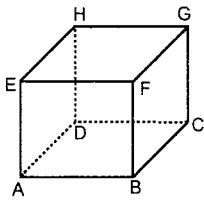
$$|HK| = |KG|$$

$$m(\widehat{AKC}) = \alpha$$

ise, $\cos \alpha$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2.



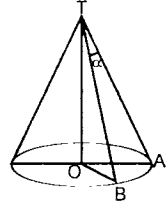
ABCDEFGH küpünde

$|AB| = 2$ birim olduğuna göre,

$[DF]$ ile $[DA]$ arasındaki açının kosinüsü kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{5}{2}$

3.

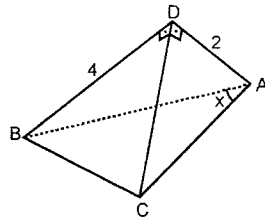


Şekildeki dönel koninin tepesi T, taban merkezi O, yüksekliği 12 cm, taban yarıçapı 5 cm dir. Çember üzerindeki A ve B noktaları O ve T ye birleştirilmiştir.

$m(\widehat{AOB}) = 60^\circ$ ve $m(\widehat{ATB}) = \alpha$ olduğuna göre, $\cos \alpha$ nın değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{13}$ B) $\frac{12}{15}$ C) $\frac{121}{135}$ D) $\frac{271}{193}$ E) $\frac{313}{338}$

4.



DABC dört yüzünün D köşesinden geçen ayrıtlar birbirine diktir.

$$|BD| = 4 \text{ birim,}$$

$$|AD| = 2 \text{ birim}$$

$$|DC| = 3 \text{ br, } m(\widehat{BAC}) = x$$

olduğuna göre, $\cos x$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{\sqrt{65}}$ B) $\frac{2}{\sqrt{65}}$ C) $\frac{3}{\sqrt{30}}$ D) $\frac{5}{\sqrt{30}}$ E) $\frac{2}{\sqrt{21}}$

karekök özel

köşetaşı

Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b, c dir. $c^2 = a^2 + b^2 + ab$ olduğuna göre, C açısının ölçüsünü bulunuz.

açıklamalı çözüm

Üçgenin kenar uzunlukları arasında bir bağıntı verilip bir açının ölçüsü sorulduğu zaman genellikle kosinüs teoremi ile çözüme ulaşılır.

$m(\hat{C})$ sorulduğu için, kosinüs teoreminden

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C \text{ yazılır.}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 + ab \text{ bağıntısı verilmişti.}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C = a^2 + b^2 + ab$$

$$-2ab \cos C = ab \Rightarrow \cos C = -\frac{1}{2} \text{ olur. Demek ki } m(\hat{C}) = 120^\circ \text{ dir.}$$

1. Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b ve c dir.

$b^2 = a^2 + c^2 + \sqrt{2}ac$ olduğuna göre, B açısının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 30° B) 45° C) 60° D) 120° E) 135°

2. Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b ve c dir.

a, b, c arasında $a^2 = b^2 + c^2 - bc$ bağıntısı olduğuna göre, A açısının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 150° B) 135° C) 120° D) 60° E) 45°

3. Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları arasında

$$b^2 = a^2 + c^2 - a \cos B$$

$\cot B$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 2 E) 3

4. Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b, c ve $b \neq c$ olmak üzere,

$b^3 - c^3 = a^2b - a^2c$ olduğuna göre, A açısının ölçüsü kaç radyandır?

- A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

5. Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b ve c dir.

Buna göre, $\frac{a^2 - b^2}{c} = a \cos B - b \cos A$ olduğunu ispatlayınız.

6. Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b ve c dir.

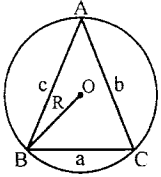
Buna göre, $a = b \cos C + c \cos B$ olduğunu ispatlayınız.

karekök özel

köşetaşı

Bir ABC üçgeninde $m(\hat{A}) = 30^\circ$, $m(\hat{B}) = 45^\circ$ ve $IBC I = 8$ br olduğuna göre, $|AC|$ ve üçgenin çevrel çemberin yarıçapını bulunuz.

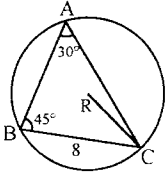
açıklamalı çözüm



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Bir üçgende kenarlar, karşılardaki açılarının sinüsleri ile orantılıdır. Bu oran, çevrel çemberin çapına eşittir. Bu kurala “SİNÜS TEOREMİ” denir.

Bu kurala göre, soruyu çözelim;



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{\sin 30^\circ} = \frac{|AC|}{\sin 45^\circ} \Rightarrow \frac{8}{\frac{1}{2}} = \frac{|AC|}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\Rightarrow |AC| = 8\sqrt{2} \text{ br.}$$

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = 8 \text{ br olur.}$$

İSPATLAYALIM

ABC üçgeninde

$AH \perp BC$

$$\sin B = \frac{h}{c} \text{ ve } \sin C = \frac{h}{b}$$

eşitlikler taraf tarafa bölünürse $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{b}{c}$ elde edilir.

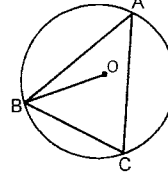
Benzeri bir yükseklik indirerek $\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{a}{b}$ ispatlanabilir.

1. Bir ABC üçgeninde $m(\hat{A}) = 60^\circ$, $m(\hat{B}) = 45^\circ$ ve çevrel çemberinin yarıçapı 4 birimdir.

Buna göre, $IBC I - IAC I$ farkı kaç birimdir?

- A) $4(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ B) $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ C) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$
D) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ E) $\sqrt{6} + 1$

3.



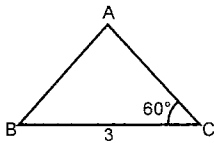
ABC üçgeninin köşelerinden geçen çevrel çemberin merkezi O dur.

$$\tan \hat{A} = \frac{3}{4} \text{ ve } IBC I = 6 \text{ cm}$$

olduğuna göre, IOBI kaç cm dir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2.



Bir ABC üçgeninde,

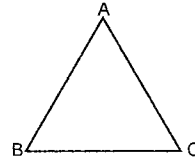
$$m(\hat{ACB}) = 60^\circ$$

$$IBC I = 3 \text{ birim}$$

$IAB I = \frac{3\sqrt{6}}{2}$ birim olduğuna göre, $m(\hat{ABC})$ kaç derecedir?

- A) 90 B) 75 C) 67.5 D) 60 E) 45

4.



ABC üçgeninde,

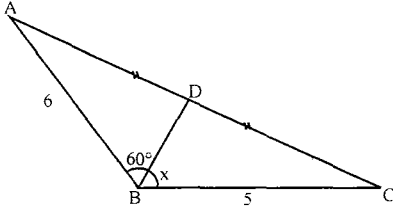
$$IBC I = 4 \text{ cm, } IAB I = 3 \text{ cm}$$

$\cos \hat{A} = \frac{5}{13}$ olduğuna göre, $\sin \hat{C}$ kaçtır?

- A) $\frac{5}{13}$ B) $\frac{6}{13}$ C) $\frac{7}{13}$ D) $\frac{8}{13}$ E) $\frac{9}{13}$

karekök özel

köşetaşı



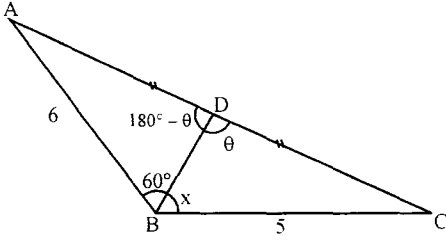
ABC üçgeninde

$$|AB| = 6 \text{ br}, |BC| = 5 \text{ br}$$

$$|AD| = |DC|, m(\widehat{ABD}) = 60^\circ, m(\widehat{DBC}) = x$$

olduğuna göre, $\sin x$ kaçtır?

açıklamalı çözüm



$m(\widehat{BDC}) = \theta$ olsun. Buna göre, $m(\widehat{BDA}) = 180^\circ - \theta$ olur.

ABD ve BDC üçgenlerinde sinüs teoremleri uygulanırsa:

$$\frac{|AD|}{\sin 60^\circ} = \frac{|AB|}{\sin(180^\circ - \theta)} \Rightarrow \frac{|AD|}{\sin 60^\circ} = \frac{6}{\sin \theta} \dots\dots\dots(1)$$

BDC üçgeninde sinüs teoremi uygulanırsa,

$$\frac{|DC|}{\sin x} = \frac{|BC|}{\sin \theta} \Rightarrow \frac{|DC|}{\sin x} = \frac{5}{\sin \theta} \dots\dots\dots(2)$$

(1) ve (2) denklemleri taraf taraf bölünüp $|AD| = |DC|$ eşitliği değerlendirilirse;

$$\frac{\frac{|AD|}{\sin 60^\circ}}{\frac{|DC|}{\sin x}} = \frac{\frac{6}{\sin \theta}}{\frac{5}{\sin \theta}} \Rightarrow \frac{|AD|}{\sin 60^\circ} \cdot \frac{\sin x}{|DC|} = \frac{6}{5} \cdot \frac{\sin \theta}{\sin \theta} \Rightarrow \sin x = \frac{3\sqrt{3}}{5} \text{ olur.}$$

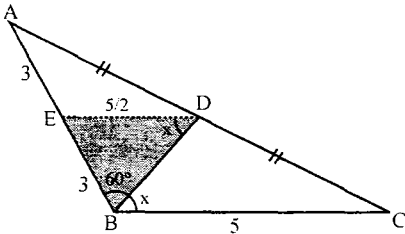
2. Yol :

D noktasından $[DE] \parallel [BC]$ çizilirse;

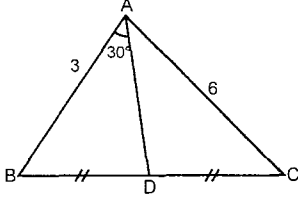
$m(\widehat{EDB}) = m(\widehat{DBC}) = x$ (iç ters açılar) olur.

$ED \parallel BC$ ve $|AD| = |DC|$ olduğundan $|AE| = |EB| = 3$ br ve $|ED| = \frac{|BC|}{2} = \frac{5}{2}$ br olur.

EDB üçgeninde sinüs teo. uygulanırsa, $\frac{|EB|}{\sin x} = \frac{|ED|}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \sin x = \frac{3\sqrt{3}}{5}$ olur.



1.



ABC bir üçgen

$$m(\widehat{BAD}) = 30^\circ$$

$$|BD| = |DC|$$

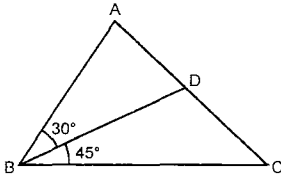
$$|AB| = 3 \text{ birim,}$$

$$|AC| = 6 \text{ birim,}$$

Yukarıdaki verilere göre, $\sin(\widehat{DAC})$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{5}$

2.



ABC bir üçgen,

$$2 \cdot |AD| = 5 \cdot |DC|$$

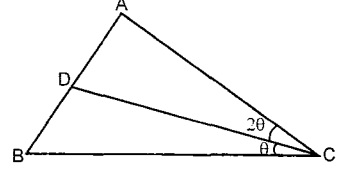
$$m(\widehat{ABD}) = 30^\circ$$

$$m(\widehat{DAC}) = 45^\circ$$

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{\sin(\widehat{BAC})}{\sin(\widehat{BCA})}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3.



ABC üçgeninde,

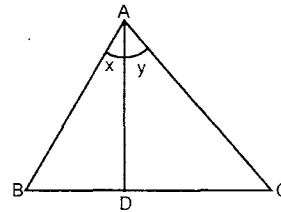
$$3 \cdot |AC| = 2 \cdot |BC|$$

$$m(\widehat{BCD}) = \theta, m(\widehat{ACD}) = 2\theta$$

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{|AD|}{|BD|}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2} \cos \theta$ B) $\frac{2}{3} \sin \theta$ C) $\frac{4}{3} \cos \theta$
D) $\frac{1}{2} \sin \theta$ E) $\frac{2}{5} \cos \theta$

4.



ABC üçgeninde

$$D \in [BC]$$

$$|DC| = 2 \cdot |BD|$$

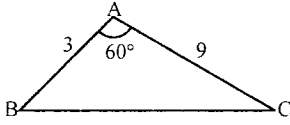
$$3 \cdot |AB| = 5 \cdot |AC|$$

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{\sin x}{\sin y}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{7}{10}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{1}{5}$

karekük özel

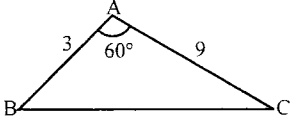
köşetaşı



ABC üçgeninde

 $|AB| = 3$ birim, $|AC| = 9$ birim $m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$ Yukarıdaki verilere göre, $\sin(\widehat{ABC})$ değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm



ABC üçgeninde kosinüs teoremi uygulanırsa

$$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2 - 2 \cdot |AB| \cdot |AC| \cdot \cos \widehat{A}$$

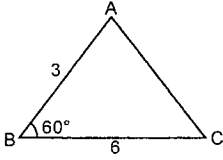
$$|BC|^2 = 3^2 + 9^2 - 2 \cdot 3 \cdot 9 \cdot \cos 60^\circ$$

$$|BC|^2 = 9 + 81 - 2 \cdot 3 \cdot 9 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow |BC| = 3\sqrt{7} \text{ birim olur.}$$

ABC üçgeninde sinüs teoremi uygulanırsa

$$\frac{|BC|}{\sin \widehat{A}} = \frac{|AC|}{\sin \widehat{B}} \Rightarrow \frac{3\sqrt{7}}{\sin 60^\circ} = \frac{9}{\sin \widehat{B}} \Rightarrow \frac{3\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{9}{\sin \widehat{B}} \Rightarrow \sin \widehat{B} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} \Rightarrow \sin(\widehat{ABC}) = \frac{3\sqrt{21}}{14} \text{ olur.}$$

1.



ABC üçgeninde.

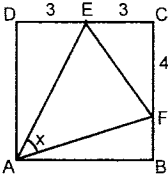
 $|AB| = 3$ cm, $|BC| = 6$ cm $m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$

olduğuna göre,

 $\sin(\widehat{BAC})$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

2.



ABCD kare,

 $|DE| = |EC| = 3$ birim $|CF| = 1$ birim $m(\widehat{EAF}) = x$ olduğuna göre, $\sin x$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

3.

Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a , b , c ve çevrel çemberinin yarıçapı R dir. $(a + b + c)(a + b - c) = a \cdot b$ ve $R = 2\sqrt{3}$ birim olduğuna göre, c kaç birimdir?

- A) 6 B) 4 C) $\frac{7}{2}$ D) 3 E) 2

4.

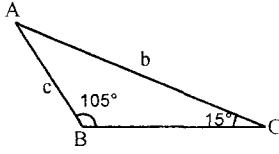
Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a , b , c dir. $b^2 = a^2 + c^2 + ac$ ve $b = 4$ birimdir.

Buna göre, ABC üçgeninin çevrel çemberinin çapı kaç birimdir?

- A) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $\sqrt{5}$

karekök özel

köşetaşı



ABC üçgeninde,

$$m(\widehat{ABC}) = 105^\circ, m(\widehat{ACB}) = 15^\circ$$

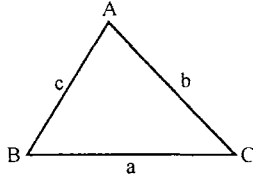
$$|AC| = b \text{ br}, |AB| = c \text{ br}$$

$$b + c = \sqrt{3} + 3 \text{ br olduğuna göre, } b \text{ kaç br dir?}$$

açıklamalı çözüm

Bu soru sinüs teoremi ile çözülebilir. Fakat $\sin 15^\circ$ ve $\sin 105^\circ$ değerlerinin bilinmesi gerekir. Bu soru için

TANJANT TEOREMİ ile çözüm daha kolaydır.


 $b > c$ ise,

$$\frac{b+c}{b-c} = \frac{\tan \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2}}{\tan \frac{\widehat{B} - \widehat{C}}{2}} \text{ dir.}$$

İSPAT İÇİN İPUCU

İspata dayanak olan sinüs teoremidir.

İspatı yapabilmek için dönüşüm formülünün uygulanmasının bilinmesi gerekiyor.

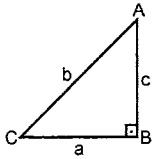
Sorunun Çözümü :

$$\frac{b+c}{b-c} = \frac{\tan \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2}}{\tan \frac{\widehat{B} - \widehat{C}}{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}+3}{b-c} = \frac{\tan \frac{105^\circ + 15^\circ}{2}}{\tan \frac{105^\circ - 15^\circ}{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}+3}{b-c} = \sqrt{3} \Rightarrow b-c = \frac{\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}} \Rightarrow b-c = 1 + \sqrt{3}$$

$$b + c = \sqrt{3} + 3 \quad \text{denklemleri taraf tarafa toplanır} \quad 2b = 2\sqrt{3} + 4 \Rightarrow b = \sqrt{3} + 2 \text{ birim olur.}$$

$$b - c = \sqrt{3} + 1$$

1.

ABC dik üçgen, $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$

$$\frac{a+c}{a-c} = \sqrt{3}$$

olduğuna göre, $m(\widehat{A})$ kaç derecedir?

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

3.

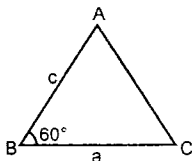
ABC dik üçgeninde, $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ ve

$$\frac{|AB| + |AC|}{|AC| - |AB|} = \sqrt{3} + 2$$

olduğuna göre, $m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

- A) 75° B) 60° C) 45° D) 30° E) 15°

2.

ABC üçgeninde
 $|AB| = c \text{ br}, |BC| = a \text{ br}$

$$m(\widehat{ABC}) = 60^\circ \text{ ve } a = 2c$$

olduğuna göre, $m(\widehat{ACB})$ kaç derecedir?

- A) 75° B) 60° C) 45° D) 30° E) 15°

4.

Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b, c dir.

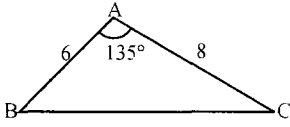
$$m(\widehat{A}) = 60^\circ, b = \sqrt{3} + 1 \text{ birim ve } c = \sqrt{3} - 1 \text{ birim}$$

olduğuna göre, $m(\widehat{C})$ kaç derecedir?

- A) 15° B) 37,5° C) 45° D) 60° E) 75°

karekök özel

köşetaşı



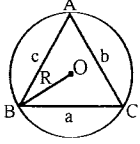
ABC üçgeninde

$$|AB| = 6 \text{ br}, |AC| = 8 \text{ br}, m(\widehat{BAC}) = 135^\circ$$

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin alanı kaç br^2 dir?

açıklamalı çözüm

Bir üçgenin iki kenar uzunluğu ve aradaki açı belli ise alan formülü şöyledir:



$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R} \text{ dir.}$$

Sorunun çözümü :

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} |AB| \cdot |AC| \cdot \sin(\widehat{BAC})$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 135^\circ = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 12\sqrt{2} \text{ br}^2 \text{ olur.}$$

BAŞKA BİR FORMÜL

Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b, c olsun. $a + b + c = 2u$ olmak üzere $A(ABC) = \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$ (HERON FORMÜLÜ)Örneğin ABC üçgeninde $a = 3 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$ ve $c = 6 \text{ cm}$ ise $A(\widehat{ABC}) = ?$

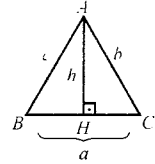
$$2u = 3 + 5 + 6 \Rightarrow u = 7$$

$$A(ABC) = \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$$

$$A(ABC) = \sqrt{7(7-3)(7-5)(7-6)} = \sqrt{7 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$= 2\sqrt{14} \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

İSPATLAYALIM



$$\sin B = \frac{h}{c} \Rightarrow h = c \cdot \sin B$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} a \cdot h = \frac{1}{2} a \cdot c \sin B$$

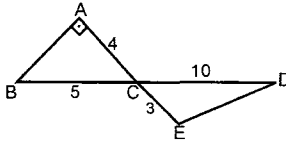
ilerleyelim:

$$\frac{b}{\sin B} = 2R \Rightarrow \sin B = \frac{b}{2R}$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin B$$

$$= \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \frac{b}{2R} = \frac{abc}{4R}$$

1.



$$[BD] \cap [AE] = \{C\}$$

$$m(\widehat{BAC}) = 90^\circ,$$

$$|AC| = 4 \text{ br}, |BC| = 5 \text{ br},$$

$$|CD| = 10 \text{ br}$$

$$|CE| = 3 \text{ br}$$

Yukarıdaki verilere göre, Alan($\widehat{ECD}$) kaç br^2 dir?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

2.

Bir ABC üçgeninde $|BC| = 7 \text{ br}$, $|AC| = 4 \text{ br}$ ve $|AB| = 5 \text{ br}$ olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç br^2 dir?

- A)
- $4\sqrt{6}$
- B)
- $10\sqrt{3}$
- C)
- $4\sqrt{10}$
- D)
- $20\sqrt{3}$
- E)
- $24\sqrt{3}$

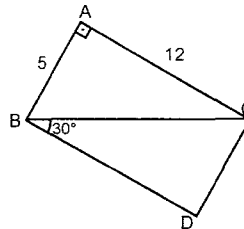
3.

Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b, c br olsun.

$a \cdot b \cdot c = 64 \text{ br}^3$ ve $A(\widehat{ABC}) = 32 \text{ br}^2$ olduğuna göre, bu üçgenin çevrel çemberin yarıçapı kaç br dir?

- A) 2 B)
- $\frac{3}{2}$
- C) 1 D)
- $\frac{1}{2}$
- E)
- $\frac{1}{3}$

4.



Yandaki şekilde,

$$|AB| = 5 \text{ br}, |AC| = 12 \text{ br},$$

$$m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$$

$$m(\widehat{DBC}) = 30^\circ$$

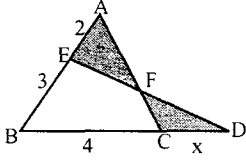
$$A(\widehat{ABC}) = A(\widehat{BDC})$$

olduğuna göre, $|BD|$ kaç br dir?

- A) 10 B)
- $\frac{120}{13}$
- C)
- $\frac{105}{29}$
- D) 9 E) 8

karekök özel

köşetaşı



$E \in [AB], C \in [BD], F \in [ED]$

Şekildeki taralı alanlar eşittir.

$|AE| = 2$ cm, $|EB| = 3$ cm, $|BC| = 4$ cm, $|CD| = x$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|CD| = x$ kaç cm dir?

açıklamalı çözüm

Taralı alanlar eşit ise, ABC üçgeninin alanı ile EBD üçgeninin alanı birbirine eşit olur.

$$A(\widehat{ABC}) = A(\widehat{EBD})$$

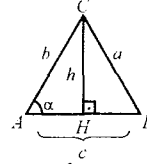
$$A(\widehat{EBD}) = \frac{1}{2} |EB| \cdot |BD| \cdot \sin B = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (x + 4) \cdot \sin B$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} |AB| \cdot |BC| \cdot \sin B = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \sin B = 10 \sin B$$

$$10 \cdot \sin B = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (x + 4) \cdot \sin B$$

$$x = \frac{8}{3} \text{ cm olur.}$$

İSPATLAYALIM



$$\sin \alpha = \frac{h}{b} \cdot A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |CH|$$

$$b \sin \alpha = h$$

$$A(\widehat{ABC}) = \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$$

ispatını yapmak için

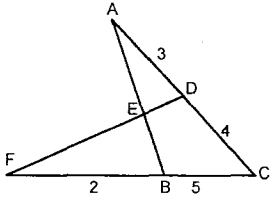
$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(u-b)(u-c)}{bc}} \text{ ve } \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{u(u-a)}{bc}}$$

olduğunu önce ispatlamak sonra da

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} bc \sin A = bc \sin \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{A}{2}$$

de yerine yazmak gerekiyor.

1.



$B \in [FC]$ ve

$[AB] \cap [DF] = \{E\}$

$|ADI| = 3$ br, $|IDCI| = 4$ br

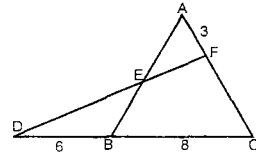
$|IBFI| = 2$ br, $|IBCI| = 5$ br ve

$\text{Alan}(\widehat{ABC}) = 30 \text{ br}^2$

Yukarıdaki verilere göre, $\text{Alan}(\widehat{DFC})$ kaç birim karedir?

- A) 26 B) 24 C) 22 D) 20 E) 18

3.



ABC üçgeninde

$|AFI| = 3$ br, $|IBDI| = 6$ br,

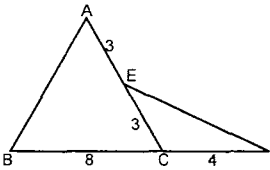
$|IBCI| = 8$ br

$\text{Alan}(\widehat{AEF}) = \text{Alan}(\widehat{DEB})$

Yukarıdaki verilere göre, $|FCI|$ kaç br dir?

- A) 4 B) 3,5 C) 3 D) 2,5 E) 2

2.



$C \in [BD], E \in [AC]$

$|AEI| = |IECI| = 3$ cm,

$|ICDI| = 4$ cm

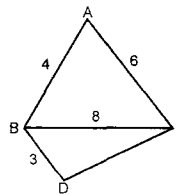
$|IBCI| = 8$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{\text{Alan}(\widehat{ABC})}{\text{Alan}(\widehat{ECD})}$ oranı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök özel

4.



$|ABI| = 4$ birim, $|ACI| = 6$ birim

$|IBCI| = 8$ birim, $|IBDI| = 3$ birim

$\text{Alan}(\widehat{ABC}) = \text{Alan}(\widehat{BDC})$

Yukarıdaki verilere göre, $\sin(\widehat{CBD})$ kaçtır?

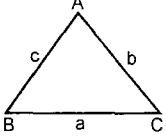
- A) $\frac{\sqrt{13}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

B D A C

köşetaşı

Bir ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri A, B ve C olsun. Üçgenin açıları arasında $\sin A = 2\sin B \cdot \cos C$ bağıntısı varsa, ABC üçgeninin ikizkenar üçgen olduğunu ispatlayınız.

açıklamalı çözüm



Sinüs Teoreminden;

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\sin B} \text{ dir.}$$

ABC üçgeninde kosinüs teoremi uygulanırsa;

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos C \Rightarrow \cos C = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab} \text{ dir.}$$

$$\sin A = 2\sin B \cdot \cos C \Rightarrow \frac{\sin A}{\sin B} = 2\cos C \Rightarrow \frac{a}{b} = 2 \cdot \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab} \Rightarrow \cancel{a} = b^2 + \cancel{a^2} - c^2$$

$$\Rightarrow b^2 = c^2 \Rightarrow b = c \text{ dir.}$$

Yani ABC üçgeni ikizkenar üçgen olur.

1. Bir üçgenin çevrel çemberinin yarıçapı R, kenar uzunlukları a, b ve c olmak üzere,

$$\text{Alan}(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R} \text{ olduğunu gösteriniz.}$$

2. Bir ABC üçgeninde $\widehat{A(ABC)} = S$ ise, $a = \sqrt{\frac{2S \cdot \sin A}{\sin B \cdot \sin C}}$ olduğunu gösteriniz.

3. Bir ABC üçgeninde $\widehat{A(ABC)} = S$ ise,

$$\sin A \cdot \sin B \cdot \sin C = \frac{8S^3}{a^2 \cdot b^2 \cdot c^2} \text{ olduğunu gösteriniz.}$$

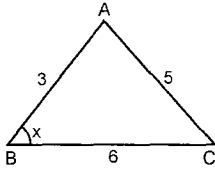
4. Bir ABC üçgeninde $\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C$ ise, $\widehat{m(A)} = 90^\circ$ olduğunu gösteriniz.

5. ABC üçgeninin yüksekliği h_a ise, $h_a = 2R \cdot \sin B \cdot \sin C$ olduğunu gösteriniz.

6. Bir ABC üçgeninde $\frac{a^2 - b^2}{c} = a \cdot \cos B - b \cdot \cos A$ olduğunu gösteriniz.

karekök özel

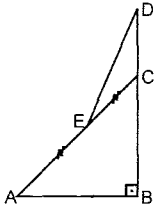
1.



Yandaki şekilde verilenlere göre, $\cos x$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{9}$

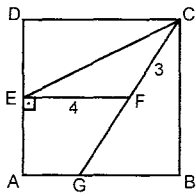
2.



ABC ikizkenar dik üçgen,
 $IAEI = IECI$
 $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$
 $IAI = 2$ br, $IDBI = 5$ br ise
 $IDEI$ kaç br dir?

- A) $\sqrt{11}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{15}$ D) 4 E) $\sqrt{17}$

3.



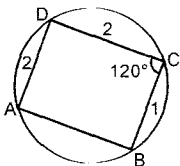
ABCD kare. $[EF] \perp [AD]$
 $ICFI = 3$ cm, $IEFI = 4$ cm

$$\frac{IAGI}{IABI} = \frac{1}{4}$$

olduğuna göre, $IECI^2$ kaç cm^2 dir?

- A) $\frac{189}{5}$ B) $\frac{197}{5}$ C) $\frac{103}{12}$ D) $\frac{97}{11}$ E) $\frac{82}{13}$

4.

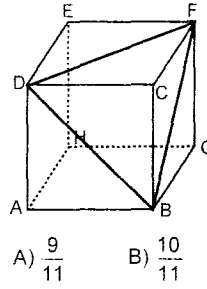


ABCD kirişler dörtgeni.
 $IAI = IDC I = 2$ cm
 $IBC I = 1$ cm, $IABI = x$ cm
 $m(\widehat{BCD}) = 120^\circ$

Yukarıdaki verilere göre, $IABI = x$ kaç cm dir?

- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

5.



Şekildeki kare prizmada,
 $IAI = IBGI = 3$ birim
 $IBC I = 4$ birim ise,
 $\cos(\widehat{DBF})$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{9}{11}$ B) $\frac{10}{11}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{16}{25}$ E) $\frac{17}{25}$

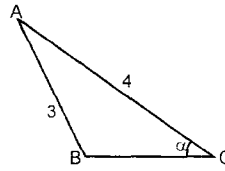
6.

ABC üçgeninde; A, B ve C iç açıların karşısındaki kenar uzunlukları sırasıyla a, b, c dir.

$a^2 - b^2 - c^2 - \sqrt{3} \cdot bc = 0$ olduğuna göre, B açısı ile C açısının toplamı kaç derecedir?

- A) 150 B) 120 C) 90 D) 60 E) 30

7.

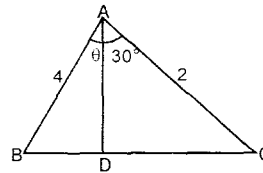


ABC üçgeninde,
 $IAI = 3$ birim
 $IAC I = 4$ birim
 $m(\widehat{BCA}) = \alpha$
 $m(\widehat{ABC}) = \frac{\pi}{2} + \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, $\tan \alpha$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

8.



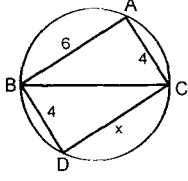
ABC üçgeninde
 $IBC I = 3 \cdot IDBI$
 $IABI = 4$ birim
 $IAC I = 2$ birim
 $m(\widehat{BAC}) = 30^\circ$,
 $m(\widehat{BAD}) = \theta < 90^\circ$

Yukarıdaki verilere göre, $\cot \theta$ değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $\sqrt{7}$ D) $2\sqrt{7}$ E) $3\sqrt{7}$

karekök özel

9.

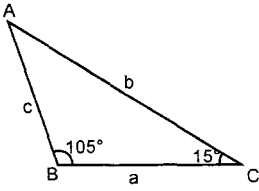


ABDC kirişler dörtgeninde
 $ABI = 6$ cm, $ACI = 4$ cm
 $BDI = 4$ cm

$$\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{BDC})} = \frac{1}{2} \text{ ise, } IDCI = x \text{ kaç cm dir?}$$

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

10.

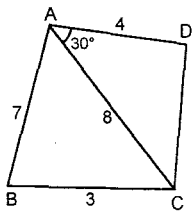


ABC üçgeninde
 $m(\widehat{ABC}) = 105^\circ$,
 $m(\widehat{ACB}) = 15^\circ$
 $ABI = c$ br, $ACI = b$ br,
 $IBC = a$ br,

$$\frac{b+c}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1 \text{ br olduğuna göre, } ABI = c \text{ kaç br dir?}$$

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

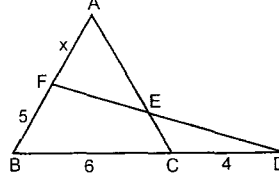
11.



Yandaki şekilde verilenlere göre, ABCD dörtgeninin alanı kaç birim karedir?

- A) $3\sqrt{10}$ B) $2\sqrt{10} + 8$ C) 8
 D) $6\sqrt{3} + 8$ E) $4\sqrt{10} + 7$

12.



$[AC] \cap [DF] = \{E\}$
 $IBFI = 5$ birim
 $IBCI = 6$ birim
 $ICDI = 4$ birim
 $\text{Alan}(AFE) = \text{Alan}(ECD)$

Yukarıdaki verilere göre, $IAFI = x$ kaç birimdir?

- A) $\frac{11}{2}$ B) 4 C) $\frac{11}{3}$ D) $\frac{10}{3}$ E) 3

13. Bir ABC üçgeninde

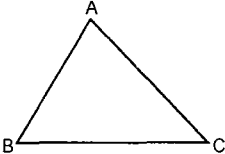
$$\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C} \text{ bağıntısı vardır.}$$

Buna göre, ABC üçgeni için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) İç açılardan biri 60° dir.
 B) İkizkenar üçgendir.
 C) Eşkenar üçgendir.
 D) Dik üçgendir.
 E) İç açılardan biri 120° dir.

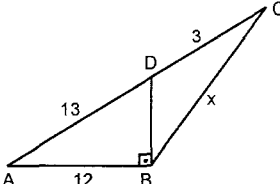
karekük özel

1. Bir ABC üçgeninde $IBC = 7$ cm, $ABI = 3$ cm ve $IAC = 5$ cm olduğuna göre, $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?
A) 30 B) 45 C) 60 D) 120 E) 150

2.  ABC üçgeninde $m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 60^\circ$
 $ABI = 3$ cm,
 $IAC = 4$ cm,

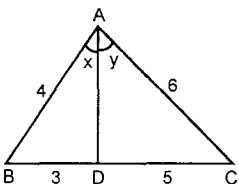
Yukarıdaki verilere göre, IBC kaç birimdir?

- A) $\sqrt{37}$ B) 6 C) $\sqrt{30}$ D) 5 E) $2\sqrt{5}$

3.  ABC üçgeninde $[AB] \perp [BD]$
 $ABI = 12$ birim,
 $IAD = 13$ birim,
 $IDC = 3$ birim

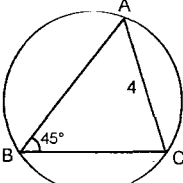
Yukarıdaki verilere göre, $IBC = x$ kaç birimdir?

- A) $\sqrt{\frac{5}{3}}$ B) $\sqrt{\frac{70}{3}}$ C) $\sqrt{\frac{73}{5}}$ D) $\sqrt{\frac{191}{5}}$ E) $\sqrt{\frac{592}{13}}$

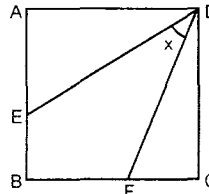
4.  ABC üçgeninde
 $ABI = 4$ birim
 $BDI = 3$ birim
 $ICD = 5$ birim
 $IAC = 6$ birim
 $m(\widehat{BAD}) = x$
 $m(\widehat{DAC}) = y$

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{\sin x}{\sin y}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{10}{9}$ B) 1 C) $\frac{9}{10}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

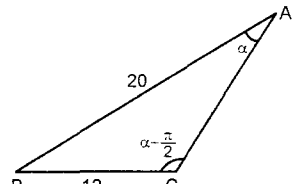
5.  ABC üçgeninde
 $m(\widehat{ABC}) = 45^\circ$
 $IAC = 4$ cm
Yukarıdaki verilere göre çevrel çemberin yarıçapı kaç cm dir?

- A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

6.  ABCD kare
 $IBFI = IFCI$
 $IAEI = 2 \cdot IEBI$
 $m(\widehat{EDF}) = x$

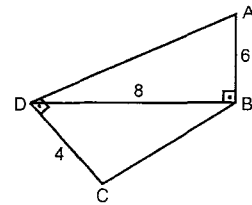
Yukarıdaki verilere göre, $\cos x$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ C) $\frac{7}{\sqrt{21}}$ D) $\frac{43}{6\sqrt{39}}$ E) $\frac{7}{\sqrt{65}}$

7.  ABC üçgeninde
 $m(\widehat{BAC}) = \alpha$
 $m(\widehat{ACB}) = \alpha + \frac{\pi}{2}$
 $ABI = 20$ cm
 $IBC = 12$ cm

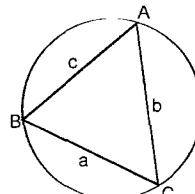
Yukarıdaki verilere göre, $\tan \alpha$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) 1 E) $\frac{5}{3}$

8.  ABCD dörtgeninde
 $[AB] \perp [BD]$
 $[AD] \perp [CD]$
 $[AB] = 6$ cm
 $[BD] = 8$ cm
 $[CD] = 4$ cm ise,

ABCD dörtgeninin alanı kaç cm^2 dir?

- A) 36,8 B) 36 C) 32,4 D) 28,8 E) 24

9.  ABC üçgeninde
 $IBC = a$ birim
 $IAC = b$ birim
 $ABI = c$ birim
çevrel çemberin yarıçapı 8 birim ve $\sin A + \sin B + \sin C = 3$

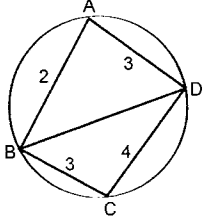
Yukarıdaki verilere göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 24 B) 36 C) 48 D) 56 E) 64

10. Kenar uzunlukları 3 cm, 6 cm ve 7 cm olan bir üçgenin çevrel çemberinin yarıçapı kaç cm dir?

A) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ B) $\frac{63}{8\sqrt{5}}$ C) $\frac{7\sqrt{5}}{24}$ D) $\frac{8\sqrt{5}}{63}$ E) $\frac{2\sqrt{3}}{27}$

11.



ABCD kirişler dörtgeni
ICDI = 4 cm
IADI = IBCI = 3 cm
IABI = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, IBDI kaç cm dir?

A) $\sqrt{17}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $\sqrt{21}$ E) $2\sqrt{6}$

12. Bir ABC üçgeninde A, B, C açılarının karşısındaki kenar uzunlukları sırasıyla a, b, c dir.

$a^2 - b^2 = c^2 + bc$ olduğuna göre, $m(B) + m(C)$ toplamı kaç derecedir?

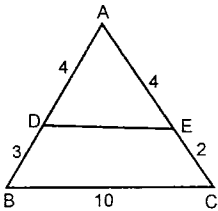
A) 45 B) 60 C) 90 D) 100 E) 120

13. Bir ABC üçgeninde A, B, C açılarının karşısındaki kenarların uzunlukları sırasıyla a, b ve c dir.

$a = 6$ birim, $b = 3c$ ve $\cos \hat{A} = \frac{2}{3}$ olduğuna göre, b kaç birimdir?

A) $\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{6}$ C) $3\sqrt{6}$ D) $4\sqrt{6}$ E) $5\sqrt{6}$

14.

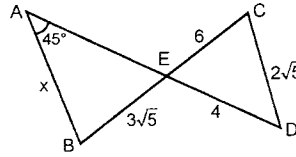


ABC üçgeninde
IADI = IAEI = 4 cm
IBDI = 3 cm
IECI = 2 cm
IBCI = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, IDEI kaç cm dir?

A) $2\sqrt{\frac{33}{5}}$ B) $\sqrt{\frac{33}{5}}$ C) $\sqrt{\frac{66}{5}}$ D) $2\sqrt{\frac{33}{2}}$ E) $2\sqrt{\frac{66}{7}}$

15.



$[AD] \cap [BC] = \{E\}$
 $m(\hat{BAE}) = 45^\circ$,
IBEI = $3\sqrt{5}$ br,
IECI = 6 br,
IEDI = 4 br ve
ICDI = $2\sqrt{5}$ br

olduğuna göre, IABI = x kaç birimdir?

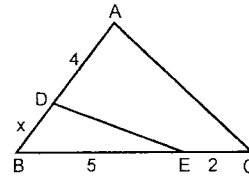
A) $4\sqrt{2}$ B) $5\sqrt{2}$ C) 7 D) 8 E) $10\sqrt{2}$

16. ABCD paralelkenarında IADI = 3 cm, IBAI = 4 cm ve IACI = $\sqrt{37}$ cm dir.

Buna göre, IBDI kaç cm dir?

A) $\sqrt{11}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{13}$ D) $\sqrt{15}$ E) $2\sqrt{5}$

17.

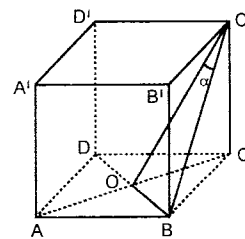


ABC üçgeninde
IADI = 4 cm
IBEI = 5 cm
IECI = 2 cm
IBDI = x cm

$\frac{A(\hat{ABC})}{A(\hat{DBE})} = \frac{21}{5}$ olduğuna göre, IBDI = x kaç cm dir?

A) 2 B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

18.



ABCD A'B'C'D' küpünde
IABI = 4 birim

Yukarıdaki verilere göre, $m(\angle OC'B)$ kaç derecedir?

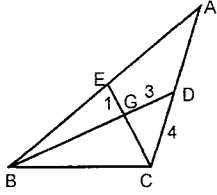
A) 15 B) 20 C) 30 D) 45 E) 60

11. Bir ABC üçgeninde A, B, C açılarının karşısındaki kenar uzunlukları sırasıyla a, b ve c dir. $a = 5$ cm, $b = 3$ cm ve $c = 4$ cm dir.

Buna göre, $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{13}{4}$ E) $\frac{15}{2}$

12.

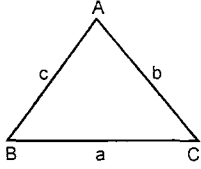


ABC üçgeninde
G ağırlık merkezi
ICDI = 4 birim
IGDI = 3 birim
IEGI = 1 birim

olduğuna göre, IABI kaç birimdir?

- A) $\sqrt{10}$ B) $2\sqrt{10}$ C) 5 D) $4\sqrt{10}$ E) 7

13.

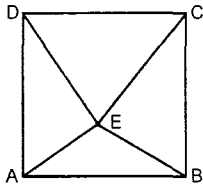


ABC üçgeninde
 $\sin B = 2 \sin A \cos C$

Yukarıdaki verilere göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $a = b$ B) $a = c$ C) $b = c$ D) $a = 2c$ E) $a = 2b$

14.

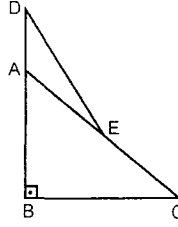


ABCD kare
DEC eşkenar üçgen
IABI = 2 birim

Yukarıdaki verilere göre, AEB üçgeninin alanı kaç birim karedir?

- A) $2 - \sqrt{3}$ B) $3 - \sqrt{2}$ C) $2 - \sqrt{2}$
D) $3 - \sqrt{3}$ E) $5 - 2\sqrt{3}$

15.



ABC ikizkenar dik üçgen
[DB] $\perp$ [BC]
IBDI = IACI = 4 cm
IAEI = IECI

Yukarıdaki verilere göre, IDEI kaç cm dir?

- A) $\sqrt{4 - \sqrt{2}}$ B) $\sqrt{5 - 2\sqrt{2}}$ C) $\sqrt{8 - 2\sqrt{2}}$
D) $2\sqrt{5 - 2\sqrt{2}}$ E) $2\sqrt{8 - 2\sqrt{2}}$

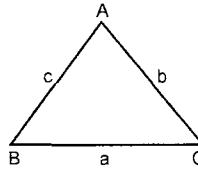
16. ABC üçgeninde A, B, C açılarının karşısındaki kenar uzunlukları sırasıyla a, b ve c birimdir.

$$3\sin A = \sin B - \sin C$$

olduğuna göre, $\frac{b-c-a}{b-c}$ oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

17.

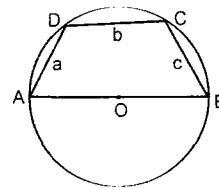


ABC üçgeninde
IBCI = a birim
IACI = b birim
IABI = c birim

$(a + b + c) \cdot (a + b - c) = 3ab$ olduğuna göre, $\tan C$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ E) $\sqrt{3}$

18.



O merkezli çemberde
IAOI = 4 br
IABI = a br
ICBI = b br
IBCI = c br

Yukarıdaki verilere göre, $a^2 + b^2 + c^2 + \frac{a \cdot b \cdot c}{4}$ toplamı kaçtır?

- A) 64 B) 60 C) 58 D) 52 E) 50

1. Bir ABC üçgeni için aşağıdaki eşitliklerden hangisi yanlıştır?

- A) $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
 B) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
 C) $2R \cdot \sin A = a$
 D) $a \cdot \sin A = b \cdot \sin B$
 E) $\sin(A + B) = \sin C$

(1966)

2. $\hat{A} = 30^\circ$ olan bir üçgende a kenarı 5 cm dir. Çevrel çemberin çapı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2\frac{1}{2}$ B) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ D) 5 E) 10

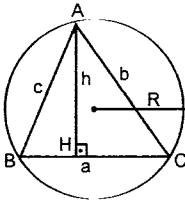
(1966)

3. a kenarı 5 cm olan bir üçgenin çevrel çemberinin çapı 10 cm olduğuna göre, A açısı kaç derecedir?

- A) 90 B) 60 C) 45 D) 30 E) 15

(1967)

- 4.



Aşağıdaki bağıntılardan hangisi ABC üçgeninde sinüs teoremini ifade eder?

- A) $S = \frac{1}{2} bc \sin A$
 B) $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A$
 C) $h = b \cdot \sin B = c \cdot \sin C$
 D) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \sqrt{1 - \sin^2 A}$
 E) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

(1968)

5. Bir ABC üçgeninde $A = 30^\circ$ ve $a = 6$ cm olduğuna göre, çevrel çemberinin R yarıçapı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 12 cm B) 6 cm C) $\frac{3}{2}$ cm
 D) $6\sqrt{3}$ cm E) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm

(1969)

6. ABC üçgeninin alanı aşağıdaki formüllerden hangisi ile bulunur?

- A) $S = \frac{a \cdot \sin B}{b}$ B) $S = \frac{a \cdot \cos B \cdot \sin B}{c}$ C) $S = \frac{\tan B}{c}$
 D) $S = \frac{abc}{4R}$ E) $S = \frac{ab \cdot \sin A}{R}$

(1970)

7. Bir üçgenin kenarları 4 cm, 5 cm ve 6 cm dir.

Bu üçgende en küçük açının kosinüsü şunlardan hangisidir?

- A) 0,70 B) 0,75 C) 0,78 D) 0,80 E) 0,85

(1973)

8. ABC üçgeninde $m(\hat{A}) = 60^\circ$; $b_1 = 12$, $c = 10$ ise, a kenarı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{31}$ B) $\frac{3\sqrt{31}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{31}}{2}$ D) $2\sqrt{31}$ E) $3\sqrt{31}$

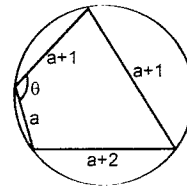
(1974)

9. Bir üçgende $A = 60^\circ$ ve $a = \sqrt{3}(b - c)$ olduğuna göre, B ve C açıları sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $70^\circ, 50^\circ$ B) $90^\circ, 30^\circ$ C) $60^\circ, 60^\circ$
 D) $80^\circ, 40^\circ$ E) $50^\circ, 70^\circ$

(1974)

- 10.



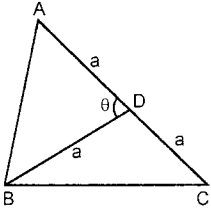
Yandaki şekilde verilenlere göre $\cos \theta$ nın değeri ne olur?

- A) $\frac{1}{a+1}$ B) $\frac{a}{a+1}$ C) $\frac{a}{a+2}$
 D) $-\frac{1}{a+2}$ E) $-\frac{1}{a+1}$

(1975)

karekök özel

11.



$ADI = DCI = BDI = a$
ve B köşesi sabit değildir.

ABC üçgeninin alanının en büyük değeri nedir?

- A) a^2 B) $3a$ C) $2a$ D) $4a$ E) $2a^2$
(1976)

12. Bütün ayrıtlarının uzunluğu a olan bir kare piramidin yan yüzlerinin taban düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü α ise,

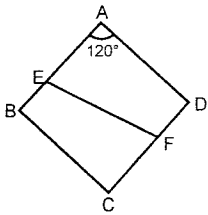
$\cos \alpha$ nedir?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\sqrt{3}$
(1976)

13. Çevrel çemberinin yarıçapı R olan bir ABC üçgeninde $m(\hat{A}) = 30^\circ$ ise, a nın uzunluğu nedir?

- A) $\frac{R}{2}$ B) $2R$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}R$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}R$ E) R
(1976)

14.



Yandaki şekilde ABCD eşkenar dörtgen

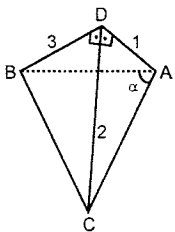
$IAB = 3$ cm.

$\hat{A} = 120^\circ$ dir.

$IEI = IFI = 1$ cm olduğuna göre, $IEFI$ kaç cm dir?

- A) $\sqrt{7}$ B) $\frac{2\sqrt{7}}{3}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D) $\sqrt{10}$ E) $\sqrt{13}$
(1980)

15.



Yandaki şekilde verilen DABC dörtyüzlüsünün D köşesinden geçen ayrıtları birbirine diktir.

$IBDI = 3$ cm

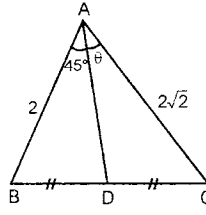
$IDCI = 2$ cm

$IDA = 1$ cm

BAC açısının ölçüsü α ise, $\cos \alpha$ nın değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
(ÖYS 1986)

16.



ABC bir üçgen D, [BC] üzerinde

$IBDI = DCI$

$IAB = 2\sqrt{2}$ birim,

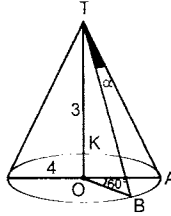
$m(\hat{BAD}) = 45^\circ$.

$m(\hat{DAC}) = \theta$ dir.

Yukarıdaki verilere göre, $\sin \theta$ nın değeri nedir?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$
(ÖYS 1991)

17.



Şekildeki dönel koninin tepesi T, taban merkezi O, yüksekliği 3 cm, taban yarıçapı 4 cm dir. Çember üzerindeki A ve B noktaları O ve T ye birleştirilmiştir.

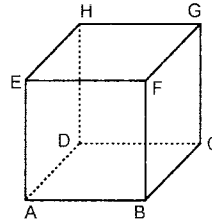
$m(\hat{AOB}) = 60^\circ$

$m(\hat{ATB}) = \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, $\cos \alpha$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{17}{25}$ B) $\frac{19}{25}$ C) $\frac{21}{25}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$
(ÖYS 1993)

18.

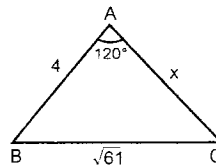


ABCDEFGH bir birim küp olduğuna göre,

[DF] ve [DA] arasındaki açının kosinüsü kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
(ÖYS 1995)

19.



ABC bir üçgen,

$m(\hat{BAC}) = 120^\circ$,

$IAB = 4$ cm,

$IBC = \sqrt{61}$ cm,

$IAC = x$ cm,

Yukarıdaki verilere göre, $IAC = x$ kaç cm dir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9
(ÖYS 1997)

kareköt öz el

BÖLÜM 42

Trigonometri 4

KÖŞETAŞI AMAÇLAR

1. $-1 \leq k \leq 1$ olmak üzere $\cos x = k$ denkleminin çözüm kümesini yazabilme
2. $-1 \leq k \leq 1$ olmak üzere $\sin x = k$ denkleminin çözüm kümesini yazabilme
3. $k \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\tan x = k$ ve $\cot x = k$ denkleminin çözüm kümesini yazabilme
4. $\cos f(x) = \cos g(x)$ ve $\sin f(x) = \sin g(x)$ denklemlerinin çözüm kümesini yazabilme
5. $\tan f(x) = \tan g(x)$ ve $\cot f(x) = \cot g(x)$ denklemlerinin çözüm kümesini yazabilme
6. $\sin f(x) = \cos g(x)$ denkleminin çözüm kümesini yazabilme
7. Sadeleştirme gerektiren denklemleri çözebilme
8. İkinci dereceden denklem yardımıyla trigonometrik denklemleri çözebilme
9. İkinci dereceden denklem yardımıyla trigonometrik denklemleri çözebilme
10. Ters dönüşüm formülü uygulayarak denklem çözebilme $a \sin x + b \cos x = c$
11. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ yarım açı formülünü kullanabilme
12. $a \sin x + b \cos x = c$ denkleminde $\tan$ dönüşümü ile çözüm yapabilme
13. $a \sin x + b \cos x$ ifadesinde $b/a = \tan \alpha$ dönüşümü yapabilme
14. $a \cos^2 x + b \cos x \sin x + c \sin^2 x = 0$ ikinci dereceden homojen denklemin çözümünü yapabilme
15. Trigonometrik fonksiyonların periyotlarını bulabilme
16. Toplam ve çarpım durumundaki trigonometrik fonksiyonların periyotlarını bulabilme
17. Sin fonksiyonunun grafiğini çizebilme
18. Cos fonksiyonunun grafiğini çizebilme
19. Tan ve cot fonksiyonunun grafiğini çizebilme
20. Ters trigonometrik fonksiyonları tanımlayabilme
21. Ters trigonometrik fonksiyonları içeren denklemleri çözebilme
22. Ters trigonometrik fonksiyonları içeren denklemleri üçgen çizerek çözebilme
23. arctan ve arccot fonksiyonlarını tanımlayabilme

köşetaşı

$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$\cos x = a$ denklemini sağlayan $[0, 2\pi)$ aralığındaki en küçük pozitif açının ölçüsü radyan cinsinden α olsun. Bu denklemin çözüm kümesi;

$$\mathcal{C} = \{x \mid x = \alpha + k.2\pi \text{ veya } x = -\alpha + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\} \text{ olur.}$$

Bu bilgiye göre soruyu çözelim.

Kosinüsü $\frac{\sqrt{3}}{2}$ olan en küçük pozitif açı $\frac{\pi}{6}$ dır.

Buna göre, $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + k.2\pi$ veya $x = -\frac{\pi}{6} + k.2\pi$ olur. ($\cos x = \cos(-x)$ dir.)

Bu denklemin $[0, 2\pi)$ aralığındaki kökleri $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

O halde, $\mathcal{C} = \{x \mid x = \frac{\pi}{6} + k.2\pi \text{ veya } x = -\frac{\pi}{6} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ dir. k ye değerler vererek çözüm kümesinin diğer elemanları bulunabilir.

$$k = 0 \text{ için } x = \frac{\pi}{6}$$

$$k = 1 \text{ için } x = \frac{\pi}{6} + 1.2\pi = \frac{13\pi}{6} \text{ veya } x = -\frac{\pi}{6} + 1.2\pi = \frac{11\pi}{6}$$

$$k = 2 \text{ için } x = \frac{\pi}{6} + 2.2\pi = \frac{25\pi}{6} \text{ veya } x = -\frac{\pi}{6} + 2.2\pi = \frac{23\pi}{6}$$

1. $\cos x = \frac{1}{2}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{x \mid x = \frac{\pi}{6} + k.2\pi \text{ veya } x = -\frac{\pi}{6} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

B) $\{x \mid x = \frac{\pi}{4} + k.2\pi \text{ veya } x = -\frac{\pi}{4} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

C) $\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + k.2\pi \text{ veya } x = -\frac{\pi}{3} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

D) $\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + k.2\pi \text{ veya } x = \frac{\pi}{6} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

E) $\{x \mid x = \pi + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

2. $\cos x = 1$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

denkleminin çözüm kümesinin bir alt kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{x \mid x = \frac{3\pi}{4} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ B) $\{x \mid x = \frac{7\pi}{4} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

C) $\{x \mid x = -\frac{\pi}{4} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ D) $\{x \mid x = \frac{\pi}{4} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

E) $\{x \mid x = \frac{3\pi}{4} + k.\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

4. $\cos 2x = -\frac{1}{2}$

denkleminin $[0^\circ, 180^\circ]$ aralığındaki köklerinin toplamı kaç radyandır?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) $\frac{3\pi}{2}$

köşetaşı

$\sin(2x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$\sin x = a$ denklemini sağlayan $[0, 2\pi)$ aralığındaki en küçük pozitif açının ölçüsü radyan cinsinden α olsun. Bu denklemin çözüm kümesi

$$\mathcal{C} = \{x \mid x = \alpha + k.2\pi \text{ veya } x = \pi - \alpha + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\} \text{ dır.}$$

Buna göre, sinüsü $\frac{1}{2}$ olan en küçük pozitif açı $\frac{\pi}{6}$ dır.

$$\sin(2x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin(2x + \frac{\pi}{3}) = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k.2\pi \Rightarrow 2x = -\frac{\pi}{6} + k.2\pi \Rightarrow x = -\frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$2x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k.2\pi \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k.2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{O halde; } \mathcal{C} = \left\{ x \mid x = -\frac{\pi}{12} + k.\pi \text{ veya } x = \frac{\pi}{4} + k.\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$k = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ değerleri için çözüm kümesinin elemanları bulunur.

1. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 B) $\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + k.2\pi \text{ veya } x = -\frac{\pi}{3} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 C) $\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + k.2\pi \text{ veya } x = \frac{2\pi}{3} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 D) $\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 E) $\{x \mid x = k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

2. $\sin x = -1$

denkleminin $[-\pi, \pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $4\sin x + 5 = 0$

denkleminin çözüm kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $0 < x < 2\pi$ olmak üzere,

$$(2\sin 4x - 1)(\sin x + 2) = 0$$

denkleminin çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

- A) 10 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

köşetaşı

- 1) $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?
 2) $\cot 2x = -1$ denkleminin çözüm kümesini yazınız.

açıklamalı çözüm

1) $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $\tan x = a$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki bir kökü α ise bu denklemin çözüm kümesi

$$Ç = \{x \mid x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \text{ dir.}$$

$$\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \text{ olduğundan } Ç = \left\{x \mid x = \frac{\pi}{6} + k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$$

$[0, 2\pi)$ aralığındaki kökleri bulabilmek için k ya değer verelim.

$$k = 0 \text{ için } x = \frac{\pi}{6}$$

$$k = 1 \text{ için } x = \frac{\pi}{6} + 1 \cdot \pi = \frac{7\pi}{6}$$

$$k = 2 \text{ için } x = \frac{\pi}{6} + 2 \cdot \pi = \frac{13\pi}{6} \quad [0, 2\pi) \text{ aralığında değil.}$$

O zaman bu denklemin $[0, 2\pi)$ aralığında 2 kökü vardır ve bu kökler $\frac{\pi}{6}$ ve $\frac{7\pi}{6}$ dir.

2) $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $\cot x = a$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki bir kökü α ise bu denklemin çözüm kümesi $Ç = \{x \mid x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ olur.

$$\cot 2x = -1 \Rightarrow \cot 2x = \cot \frac{3\pi}{4} \Rightarrow 2x = \frac{3\pi}{4}$$

$$2x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow x = \frac{\frac{3\pi}{4} + k\pi}{2} = \frac{3\pi}{8} + k \cdot \frac{\pi}{2} \text{ olur.}$$

$$\text{O halde, çözüm kümesi } Ç = \left\{x \mid x = \frac{3\pi}{8} + k \cdot \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\} \text{ dir.}$$

1. $\tan x - 1 = 0$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $3\cot x + \sqrt{3} = 0$

denkleminin bir kökü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{5\pi}{6}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{5\pi}{3}$ E) $\frac{7\pi}{6}$

3. $\alpha \in (-\pi, \pi)$

olmak üzere, $\tan \alpha - \sqrt{3} = 0$ denklemini sağlayan köklerin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $-\frac{\pi}{3}$ D) $-\frac{\pi}{6}$ E) $-\pi$

4. Aşağıdakilerden hangisi $\cot 5x = \sqrt{3}$ denkleminin köklerinden biri değildir?

- A) $\frac{\pi}{30}$ B) $\frac{7\pi}{30}$ C) $\frac{19\pi}{30}$ D) $\frac{5\pi}{6}$ E) $\frac{7\pi}{6}$

karekök özel

C	D	C	E

köşetaşı

$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$\cos f(x) = \cos g(x)$ denkleminin çözüm kümesi

$$f(x) = g(x) + k.2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad \text{veya} \quad f(x) = -g(x) + k.2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

eşitliklerini sağlayan $x \in \mathbb{R}$ değerlerinin kümesidir.

Buna göre,

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$$

$$\Rightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} - 3x + k.2\pi \quad \text{veya} \quad x + \frac{\pi}{6} = -\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) + k.2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \text{ dir.}$$

$$x + 3x = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} + k.2\pi \quad \text{veya} \quad x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + 3x + k.2\pi$$

$$4x = \frac{\pi}{6} + k.2\pi \quad \text{veya} \quad x - 3x = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} + k.2\pi$$

$$x = \frac{\pi}{24} + k.\frac{\pi}{2} \quad \text{veya} \quad x = \frac{\pi}{4} - k.\pi$$

O halde, denklemin çözüm kümesi:

$$\mathcal{C} = \left\{ x \mid x = \frac{\pi}{24} + k.\frac{\pi}{2} \quad \text{veya} \quad x = \frac{\pi}{4} - k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \right\}$$

BAŞKA BİR KURAL

$$\sin f(x) = \sin g(x)$$

denkleminin çözüm kümesi

$$f(x) = g(x) + k.2\pi \quad \text{veya}$$

$$f(x) = \pi - g(x) + k.2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

1. $x \in (0, 2\pi)$ olmak üzere,

$$\sin 2x = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

denkleminin kaç tane kökü vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. $0 < \alpha < 2\pi$ olmak üzere,

$$\cos \alpha = \cos\left(-\frac{\pi}{5}\right)$$

olduğuna göre, α nın alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\cos(2x - 60^\circ) = \cos(x + 45^\circ)$

denkleminin çözüm kümelerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{x \mid x = 5^\circ + k.120^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
 B) $\{x \mid x = 10^\circ + k.360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
 C) $\{x \mid x = 105^\circ + k.120^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
 D) $\{x \mid x = 100^\circ + k.360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
 E) $\{x \mid x = 120^\circ + k.360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

4.

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) π E) $\frac{3\pi}{2}$

karekök özel

köşetaşı

$$\cot\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) = -\cot\left(\frac{3\pi}{10} - x\right)$$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki köklerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$\tan f(x) = \tan g(x)$ veya $\cot f(x) = \cot g(x)$ denklemlerinin çözüm kümesi

$$f(x) = g(x) + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cot\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) = -\cot\left(\frac{3\pi}{10} - x\right)$$

$$\Rightarrow \cot\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) = \cot\left(-\left(\frac{3\pi}{10} - x\right)\right) \quad (\cot(-x) = -\cot x \text{ dir.})$$

$$\Rightarrow \cot\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) = \cot\left(x - \frac{3\pi}{10}\right)$$

$$\Rightarrow 2x - \frac{\pi}{5} = x - \frac{3\pi}{10} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{5} - \frac{3\pi}{10} + k\pi$$

$$\Rightarrow x = -\frac{\pi}{10} + k\pi \text{ olur.}$$

$k = 1$ ve $k = 2$ için $x \in [0, 2\pi)$ olur.

$$\text{O halde, } k = 1 \text{ için } x = -\frac{\pi}{10} + \pi = \frac{9\pi}{10}$$

$$k = 2 \text{ için } x = -\frac{\pi}{10} + 2\pi = \frac{19\pi}{10} \text{ dur. } \mathcal{C} = \left\{ \frac{9\pi}{10}, \frac{19\pi}{10} \right\}$$

1. $\tan(\pi + 2x) = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{x \mid x = \frac{7\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ B) $\{x \mid x = \frac{7\pi}{4} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\}$

C) $\{x \mid x = \frac{2\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ D) $\{x \mid x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

E) $\{x \mid x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

2. $\cot 3x + \cot 75^\circ = 0$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 55° B) 50° C) 45° D) 40° E) 35°

3. $\tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

denklemini sağlayan x aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{11\pi}{6}$ E) $\frac{7\pi}{6}$

4. $\cot^2\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \cot^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

köşetaşı

$\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ denkleminin $[0, \pi]$ aralığında kaç tane kökü vardır?

açıklamalı çözüm

Eşitliğin bir tarafında sinüs, diğer tarafında kosinüs var. Fonksiyonları birbirinin aynı yapıp (42.4) teki gibi çözüm yapılır. Birbirini 90° ye tümleyen iki açıdan birinin sinüsü diğerinin kosinüsüne eşitti. Yani $\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ idi. Buna göre,

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left[\frac{\pi}{2} - \left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right] \Rightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) \text{ olur.}$$

Bu denklemin kökleri :

$$2x - \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{4} - x + k.2\pi \text{ veya } 2x - \frac{\pi}{3} = \pi - \left(\frac{3\pi}{4} - x\right) + k.2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$3x = \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{3} + k.2\pi \quad 2x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{3\pi}{4} + x + k.2\pi$$

$$3x = \frac{13\pi}{12} + k.2\pi \quad x = \pi - \frac{7\pi}{12} + k.2\pi$$

$$x = \frac{13\pi}{36} + k.\frac{2\pi}{3}$$

$$k = 0 \text{ için } x = \frac{13\pi}{36} \text{ veya } x = \frac{7\pi}{12}$$

$$k = 1 \text{ için } x = \frac{37\pi}{36} \text{ veya } x = \frac{31\pi}{12} \text{ (soruda verilen aralıkta değil)}$$

$$\mathcal{C} = \left\{ \frac{13\pi}{36}, \frac{7\pi}{12} \right\} \text{ olup 2 tane kök vardır.}$$

1. $\sin 2x = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki köklerinin toplamı kaçtır?

A) 2π B) $\frac{5\pi}{2}$ C) 3π D) $\frac{7\pi}{2}$ E) $\frac{23\pi}{2}$

2. $\tan\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \cot 2x$ denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{7}$ D) $\frac{\pi}{8}$ E) $\frac{\pi}{9}$

3. $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos x$

denkleminin çözüm kümelerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{x \mid x = \frac{\pi}{12} + k.\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ B) $\{x \mid x = \frac{\pi}{12} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

C) $\{x \mid x = \frac{\pi}{6} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ D) $\{x \mid x = \frac{\pi}{6} + k.\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

E) $\{x \mid x = \frac{\pi}{8} + k.\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

4. $x \in [0, 2\pi)$ olmak üzere,

$\cot 5x = -\tan x$ denkleminin kaç tane kökü vardır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

köşetaşı

$\tan x + \frac{\cos x}{1 + \sin x} = 2$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

açıklamalı çözüm

$$\tan x + \frac{\cos x}{1 + \sin x} = 2 \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x} = 2$$

$$(1 + \sin x) \quad (\cos x)$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x(1 + \sin x) + \cos x \cdot \cos x}{\cos x(1 + \sin x)} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x + \sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x(1 + \sin x)} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x + 1}{\cos x(1 + \sin x)} = 2 \Rightarrow \frac{1}{\cos x} = 2 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$ denklemin $[0, 2\pi)$ aralığındaki kökleri $\frac{\pi}{3}$ ve $\frac{5\pi}{3}$ yani 2 farklı kök vardır.

1. $x \in (0, \pi)$ olmak üzere,

$$\sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 x = 8$$

denkleminin kaç tane kökü vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3.

$$\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x} = 4$$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök özel

2. $\tan x + \cot x = 4$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 15° B) 20° C) 30° D) 45° E) 60°

4.

$$\frac{1 - 2\cos^2 x}{\sin 2x} = \tan y$$

olduğuna göre, $2x + y$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

D	A	D	D

köşetaşı

$\frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi$ olmak üzere,

$\cos^2 x + 10\sin x - 10 = 0$ denkleminin kökü kaçtır?

açıklamalı çözüm

Denklemden hem $\sin x$ hem de $\cos x$ var. $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ değerini denklemden yerine yazarsak sadece $\sin x$ e bağlı bir denklem olur.

$$\cos^2 x + 10\sin x - 10 = 0$$

$$\Rightarrow 1 - \sin^2 x + 10\sin x - 10 = 0 \Rightarrow -\sin^2 x + 10\sin x - 9 = 0$$

$$\Rightarrow \sin^2 x - 10\sin x + 9 = 0 \text{ denkleminde } \sin x = t \text{ olsun.}$$

$$t^2 - 10t + 9 = 0 \Rightarrow (t - 9)(t - 1) = 0 \Rightarrow t - 9 = 0 \text{ veya } t - 1 = 0 \text{ dır.}$$

$$t - 9 = 0 \Rightarrow t = 9 \Rightarrow \sin x = 9 \text{ dur.}$$

$\sin x$ in tanım aralığı $[-1, 1]$ olduğu için $\sin x$ in değeri 9 olamaz.

$$t - 1 = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow \sin x = 1 \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k.2\pi \text{ veya } x = \pi - \frac{\pi}{2} + k.2\pi \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{) dır.}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi \text{ aralığında } x = \frac{\pi}{2} \text{ olur.}$$

1. $\sin^2 x + 3\sin x + 2 = 0$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $\frac{1}{1 - \sin x} - \frac{1}{1 + \sin x} = \frac{4}{3}$

denklemini sağlayan dar açının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 15° B) 20° C) 30° D) 45° E) 60°

2. $2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki köklerinin toplamı kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) 2π

4. $\cos 2x + \sin x = 1$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir? (İpucu : $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ eşitliğini kullanarak denklemin sadece $\sin x$ cinsinden yazın.)

- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{3\pi}{2}$ D) $\frac{5\pi}{6}$ E) $\frac{7\pi}{2}$

karekök özel

köşetaşı

$$\tan x + \cot x = 2$$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki köklerinin toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\tan x + \cot x = 2 \text{ denkleminde } \tan x = t \text{ alınırsa } \cot x = \frac{1}{t} \text{ olur.}$$

$$\text{Denklemde yerine yazalım: } t + \frac{1}{t} = 2 \Rightarrow t^2 + 1 = 2t$$

$$\Rightarrow t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (t - 1)^2 = 0 \Rightarrow t = 1$$

$$t = 1 \Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \text{ dir.}$$

$$k = 0 \text{ ve } k = 1 \text{ için } x = \frac{\pi}{4} \text{ ve } x = \frac{5\pi}{4} \text{ tür.}$$

$$\text{O halde, kökler toplamı } \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} = \frac{3\pi}{2} \text{ olur.}$$

1. $\tan^2 x - \sqrt{3} \tan x = 0$

denkleminin $[0, \pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\tan x + 2\cot x = 3$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

2. $x \in [0, 2\pi)$ olmak üzere,

$\tan^2 x + 3\tan x + 2 = 0$ denkleminin kaç tane kökü vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $\cot^5 x = 9\cot x$

denkleminin $(-\pi, \pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

karekök özel

köşetaşı

$$\cos 3x \cdot \cos 2x - \cos x \cdot \cos 4x = 0$$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

açıklamalı çözüm

Ters dönüşüm formülünü uygulayarak $\cos 3x \cdot \cos 2x$ ve $\cos x \cdot \cos 4x$ ifadelerini hesaplayalım.

$$\cos 3x \cdot \cos 2x = \frac{1}{2} [\cos(3x + 2x) + \cos(3x - 2x)] = \frac{1}{2} (\cos 5x + \cos x)$$

$$\cos x \cdot \cos 4x = \frac{1}{2} [\cos(x + 4x) + \cos(x - 4x)] = \frac{1}{2} [\cos 5x + \cos 3x]$$

Bu değerleri verilen denklemde yerine yazalım.

$$\cos 3x \cdot \cos 2x - \cos x \cdot \cos 4x = 0$$

$$\frac{1}{2} (\cos 5x + \cos x) - \frac{1}{2} (\cos 5x + \cos 3x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} (\cos x - \cos 3x) = 0 \Rightarrow \cos 3x = \cos x$$

$$\Rightarrow 3x = x + k \cdot 2\pi \quad \text{veya} \quad 3x = -x + k \cdot 2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$2x = k \cdot 2\pi \quad \text{veya} \quad 4x = k \cdot 2\pi$$

$$x = k \cdot \pi \quad \text{veya} \quad x = k \cdot \frac{\pi}{2}$$

$k = 0, 1, 2, 3$ için $\mathcal{C} = \left\{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\right\}$ dir. Yani 4 farklı kök vardır.

1. $\sin 5x - \sin 4x + \sin 3x = 0$

denklemini sağlayan en küçük pozitif dar açının ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{24}$ B) $\frac{\pi}{12}$ C) $\frac{\pi}{8}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

2. $x \in [0, 2\pi)$ olmak üzere,

$$\frac{\sin 3x}{\sin \frac{\pi}{12}} - \frac{\cos 3x}{\cos \frac{\pi}{12}} = 2$$

denklemini sağlayan en küçük pozitif açı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{36}$ B) $\frac{\pi}{24}$ C) $\frac{\pi}{18}$ D) $\frac{\pi}{12}$ E) $\frac{11\pi}{36}$

3. $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x = 0$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. $\frac{\sin 3x}{\sin x} = \frac{\cos 3x}{\cos x}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{x \mid x = k \cdot \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$
 B) $\{x \mid x = k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 C) $\{x \mid x = k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 D) $\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 E) $\emptyset$

karekök özel

köşetaşı

$\sqrt{3} \cos x - \sin x = \sqrt{3}$ denkleminin çözüm kümesini yazın.

açıklamalı çözüm

$a, b, c \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere $a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = c$ biçimindeki denklemlere, $\sin x$ ve $\cos x$ e göre lineer denklem denir.

$a \cdot \cos x + b \cdot \sin x = c$ denkleminde $c^2 > a^2 + b^2$ ise, denklemin çözümü yoktur.

$c^2 = a^2 + b^2$ ise, denklemin bir tek çözümü vardır.

$c^2 < a^2 + b^2$ ise, denklemin farklı iki çözümü vardır.

$\sqrt{3} \cos x - \sin x = \sqrt{3}$ denkleminin her iki tarafını $\sqrt{3}$ e bölelim

$$\frac{\sqrt{3} \cos x - \sin x}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos x - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin x = 1$$

Oluşan denklemde $\frac{1}{\sqrt{3}}$ yerine $\tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ olduğu için $\tan \frac{\pi}{6}$ yazalım.

$$\Rightarrow \cos x - \tan \frac{\pi}{6} \cdot \sin x = 1 \Rightarrow \cos x - \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{\cos \frac{\pi}{6}} \sin x = 1 \Rightarrow \cos x \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6} \cdot \sin x = 1 \cdot \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{6} \right)$$

$$\Rightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi \text{ veya } x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow x = k \cdot 2\pi \text{ veya } x = -\frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi$$

$$\Rightarrow \mathcal{C} = \left\{ x \mid x = k \cdot 2\pi \text{ veya } x = -\frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\} \text{ olur.}$$

1. $x \in (0, 2\pi)$ olmak üzere,

$$\cos x - \tan \frac{\pi}{3} \cdot \sin x = \sqrt{3}$$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{5\pi}{6}$ E) $\frac{11\pi}{6}$

2. $\sqrt{2} \sin 2x = \cos x - \sin x$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{7}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{5}$

3.

$$2 \sin x + 3 \cos x = 5$$

denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında kaç tane kökü vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4.

$$2 \cos x + 3 \sin x = 1 \text{ ve } \tan y = \frac{3}{2}$$

olduğuna göre, $\cos(y - x)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ D) $\frac{\sqrt{13}}{13}$ E) $\frac{2}{\sqrt{13}}$

karekök özel

E	A	A	D

köşetaşı

$$\sin x + \cos x = 1$$

denkleminin çözüm kümesini yazınız.

açıklamalı çözüm

$\sin x - \cos x = 1$ lineer denklemini (42.11) deki çözebiliriz.

Burada farklı bir çözüm yolu uygulayalım. Denklemden

$$\sin x = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}}, \cos x = \frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} \text{ ve } \tan \frac{x}{2} = t \text{ yazılırsa}$$

$$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}, \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \text{ olur.}$$

$$\sin x + \cos x = 1 \Rightarrow \frac{2t}{1+t^2} + \frac{1-t^2}{1+t^2} = 1 \Rightarrow 2t + 1 - t^2 = t^2 + 1$$

$$\Rightarrow 2t^2 - 2t = 0 \Rightarrow 2t(t-1) = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ veya } t = 1 \text{ bulunur.}$$

$$t = 0 \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = 0 = \tan 0 \Rightarrow \frac{x}{2} = 0 + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow x = k \cdot 2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$$

$$t = 1 \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = 1 = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{O halde, } \mathcal{C} = \left\{ x \mid x = k \cdot 2\pi \text{ veya } x = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\} \text{ olur.}$$

ALTERNATİF YOL

$$\sin x + \cos x = 1$$

$$\text{denkleminde } \sin x + 1 \cdot \cos x = 1$$

$$\Rightarrow 1 = \tan \frac{\pi}{4} \text{ yazıp}$$

(42.11) deki gibi çözebilirsiniz.

Aşağıdaki denklemleri $\sin x$ ve $\cos x$ in değerlerini $\tan \frac{x}{2}$ cinsinden yazarak çözünüz.

1. $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 1$

2. $\sin x - \sqrt{3} \cos x = -1$

3. $\sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{3}$

4. $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x = 2$

köşetaşı

$$\sqrt{3}\cos x + \sin x = 0$$

denkleminin çözüm kümesini yazınız.

açıklamalı çözüm

$a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere, $a\sin x + b\cos x = 0$ biçimindeki denklemlere birinci dereceden homojen trigonometrik denklem denir. Verilen eşitliğin her iki tarafı $\cos x$ e bölünüp çözüm yapılır.

Şimdi buna göre soruyu çözelim.

Verilen eşitliğin her iki tarafını $\cos x (\cos x \neq 0)$ e bölelim:

$$\begin{aligned} \sqrt{3}\cos x + \sin x = 0 &\Rightarrow \frac{\sqrt{3}\cos x + \sin x}{\cos x} = \frac{0}{\cos x} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}\cos x}{\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x} = 0 \Rightarrow \sqrt{3} + \tan x = 0 \\ \Rightarrow \tan x = -\sqrt{3} &\Rightarrow \tan x = \tan \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

O halde, $\mathcal{C} = \{x \mid x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ olur.

1. $3\cos x + \sqrt{3}\sin x = 0$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 60° B) 90° C) 120° D) 135° E) 150°

3. $\sin x + \cos x = 0$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki kökler toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{5\pi}{2}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{7\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{6}$

2. $\sqrt{21}\cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{7}\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

4. $\cos 2x - \sqrt{3}\sin 2x = 0$

denkleminin $(-\pi, \pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

karekök özel

köşetaşı

$$(\sqrt{3} + 1) \sin^2 x + \sin 2x + (\sqrt{3} + 1) \cos^2 x = \sqrt{3}$$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

açıklamalı çözüm

$a, b, c \in \mathbb{R}$ ve en az ikisi sıfırdan farklı olmak üzere, $a \cdot \cos^2 x + b \cdot \cos x \cdot \sin x + c \cdot \sin^2 x = 0$ biçimindeki denklemlere, ikinci dereceden homojen denklem denir ve çözüm için verilen eşitliğin her iki tarafı $\cos^2 x$ ile bölünür.

Şimdi soruyu çözelim.

$$(\sqrt{3} + 1) \cdot \sin^2 x + \sin 2x + (\sqrt{3} + 1) \cdot \cos^2 x = \sqrt{3} \cdot 1$$

$$(\sqrt{3} + 1) \cdot \sin^2 x + \sin 2x + (\sqrt{3} + 1) \cos^2 x = \sqrt{3} (\cos^2 x + \sin^2 x) \quad (\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x \text{ olduğundan})$$

$$\sqrt{3} \cancel{\sin^2 x} + 1 \cdot \sin^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x + \sqrt{3} \cancel{\cos^2 x} + \cos^2 x = \sqrt{3} \cancel{\cos^2 x} + \sqrt{3} \cancel{\sin^2 x}$$

$$\sin^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0 \text{ denklemini } \cos^2 x \text{ e bölelim. } (\cos x \neq 0)$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0 \Rightarrow \tan^2 x + 2 \tan x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (\tan x + 1)^2 = 0 \Rightarrow \tan x = -1 \Rightarrow \tan x = \tan \frac{3\pi}{4}$$

$$\mathcal{C} = \left\{ x \mid x = \frac{3\pi}{4} + k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z} \right\} \quad k = 0 \text{ ve } k = 1 \text{ için kökler } \frac{3\pi}{4} \text{ ve } \frac{7\pi}{4} \text{ olur.}$$

1. $\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - 2 \cos^2 x = 0$

denkleminin $(-\pi, \pi)$ aralığındaki köklerinin sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $5 \cos^2 x + \sin x \cdot \cos x = 3$

olduğuna göre, $\tan x$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $-\frac{2}{3}$ B) -1 C) $-\frac{3}{2}$ D) -2 E) $-\frac{5}{2}$

2. $\sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x - 4 \cos^2 x = 0$

olduğuna göre, $\tan x$ in alabileceği büyük değer kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4. $\cos^2 x + 3 \sin x \cdot \cos x + \sin^2 x = 3$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

karekök özel

C	B	A	C

köşetaşı

Aşağıdaki fonksiyonların periyotlarını bulunuz.

1. $f(x) = \sin(5x + 3)$

2. $f(x) = \cos(2x - 3)$

3. $f(x) = \tan \frac{x}{2} + 1$

4. $f(x) = 2\sec\left(\frac{x}{3} + \pi\right)$

5. $f(x) = \tan^4(3x - 2) + 5$

6. $f(x) = 2\cot^2\left(\frac{2x}{5}\right)$

7. $f(x) = \sin^2\left(\pi - \frac{x}{2}\right) + 4$

8. $f(x) = 5\sin^3(3x + 1) + 4$

9. $f(x) = 1 + 2\cos^4\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)$

açıklamalı çözüm

Ay, güneş tutulması, her 76 yılda bir Halley kuyruklu yıldızının dünyamızı ziyareti periyodik meydana gelen olaylardır. Bu olaylara benzer şekilde, matematikte de bazı fonksiyonlar belli aralıklarla tekrar aynı değerleri alırlar. Bu şekildeki fonksiyonlara periyodik fonksiyon denir. Periyodik fonksiyonların esas periyotlarını şu kurallarla hesaplayabiliriz.

$f(x) = a + b\sin^n(cx + d)$ } fonksiyonlarının esas periyodu

$f(x) = a + b\cos^n(cx + d)$ • n çift tamsayı ise, $T = \frac{\pi}{|c|}$

$f(x) = a + b\sec^n(cx + d)$ • n tek tamsayı ise, $T = \frac{2\pi}{|c|}$

$f(x) = a + b\operatorname{cosec}^n(cx + d)$ • n tek tamsayı ise, $T = \frac{2\pi}{|c|}$

$f(x) = a + b\tan^n(cx + d)$ } fonksiyonlarının esas periyodu $T = \frac{\pi}{|c|}$

$f(x) = a + b\cot^n(cx + d)$ } fonksiyonlarının esas periyodu $T = \frac{\pi}{|c|}$

1. $f(x) = \sin(5x + 3)$ fonksiyonunun esas periyodu $n = 1$ tek sayı olduğundan $T = \frac{2\pi}{|5|} = \frac{2\pi}{5}$ olur.

2. $T = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$

3. $T = \frac{\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 2\pi$

4. $T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{3}\right|} = 6\pi$

5. $T = \frac{\pi}{|3|} = \frac{\pi}{3}$

6. $T = \frac{\pi}{\left|\frac{2}{5}\right|} = \frac{5\pi}{2}$

7. $T = \frac{\pi}{\left|-\frac{1}{2}\right|} = 2\pi$

8. $T = \frac{2\pi}{|3|} = \frac{2\pi}{3}$

9. $T = \frac{\pi}{|3|} = \frac{\pi}{3}$

1. $f(x) = 3\sin^5(-2x + 5) - 9$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) 2π

2. $f(x) = -2\cos^6\left(5 - \frac{x}{2}\right)$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) 2π

3. $f(x) = 7 - 2\tan^2\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

4. $g(x) = -2\sec^3(2x + 5) + 4$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) π D) 2π E) 3π

köşetaşı

Aşağıdaki fonksiyonların esas periyotlarını bulunuz.

1. $f(x) = 3\cos^2 2x + 5\sin^3 8x$

2. $f(x) = \cos 4x \cdot \cos 2x$

açıklamalı çözüm

1. $g(x)$ fonksiyonunun periyodu T_1
 $h(x)$ fonksiyonunun periyodu T_2 } $f(x) = g(x) \pm h(x)$ fonksiyonunun periyodu $T = \text{e.k.o.k.}(T_1, T_2)$

Buna göre, $3\cos^2 2x$ in esas periyodu: $T_1 = \frac{\pi}{|2|} = \frac{\pi}{2}$

$5\sin^3 8x$ in esas periyodu: $T_2 = \frac{2\pi}{|8|} = \frac{\pi}{4}$

$T = \text{e.k.o.k.}(T_1, T_2) = \text{e.k.o.k.}\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right) = \text{e.k.o.k.}\left(\frac{2\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\text{e.k.o.k.}(2\pi, \pi)}{4} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ olur.

2. $f(x) = g(x) \cdot h(x)$ fonksiyonunun periyodu, fonksiyon toplama durumuna getirilerek bulunur.

Buna göre, $f(x) = \cos 4x \cdot \cos 2x = \frac{1}{2} (\cos 6x + \cos 2x)$

$\cos 6x$ in esas periyodu $T_1 = \frac{2\pi}{|6|} = \frac{\pi}{3}$

$\cos 2x$ in esas periyodu $T_2 = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$ dir.

$T = \text{e.k.o.k.}(T_1, T_2) = \text{e.k.o.k.}\left(\frac{\pi}{3}, \pi\right) = \text{e.k.o.k.}\left(\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{3}\right) = \frac{\text{e.k.o.k.}(\pi, 3\pi)}{3} = \frac{3\pi}{3} = \pi$ olur.

1. $f(x) = \sin x \cdot \cot x$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) 3π

3. $f(x) = 3\tan^2 5x + \sec^2 x - \operatorname{cosec}^3 \frac{x}{2}$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) 7π B) 6π C) 5π D) 4π E) 3π

2. $f(x) = 3\sin 3x + 4\cos^4(2x - 1) - \tan^3\left(\frac{x}{2}\right)$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) 2π B) $\frac{3\pi}{2}$ C) π D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{2}$

4. $f(x) = \tan^4 3x + \frac{\sin x}{1 + \sin 2x}$

fonksiyonunun periyodu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) π B) 2π C) 5π D) $\frac{7\pi}{2}$ E) 7π

karekök özel

köşetaşı

$$f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$$

$f(x) = 3 \sin 2x - 1$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

açıklamalı çözüm

Trigonometrik fonksiyonların grafikleri çizilirken sırasıyla:

1. Fonksiyonun esas periyodu bulunur.
2. Bulunan periyoda uygun bir aralık seçilir.
3. Seçilen aralıkta fonksiyonun değişimi incelenir. Bunun için fonksiyonun bazı özel açılarda alacağı değerlerin bir tablosu yapılır. Tabloda fonksiyonun arttığı aralıklar "↗" ile azaldığı aralıklar "↘" ile gösterilir.
4. Esas periyoda uygun olarak seçilen aralıkta fonksiyonun grafiği çizilir. Esas periyot uzunluğundaki aralıklarda grafik aynen tekrarlanır.

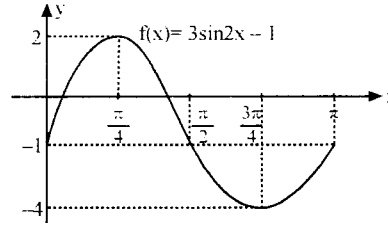
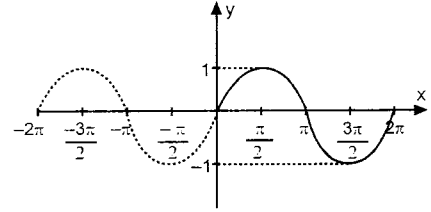
Buna göre, $f(x) = 3 \sin 2x - 1$ fonksiyonunun periyodu

$$T = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ dir. } f(x) \text{ in değişim tablosunu yapalım.}$$

x	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π
$\sin 2x$	0	1	0	-1	0
$3 \sin 2x$	0	3	0	-3	0
$3 \sin 2x - 1$	-1	2	-1	-4	-1

$[-2\pi, 2\pi]$ aralığında $\sin x$ in grafiği

x	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0



Aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

1. $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2 \sin x - 1$$

2. $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \sin 2x - 1$$

3. $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 3 \sin \frac{x}{2}$$

4. $f: [-2\pi, 0] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2 - \sin x$$

karekök özel

köşetaşı

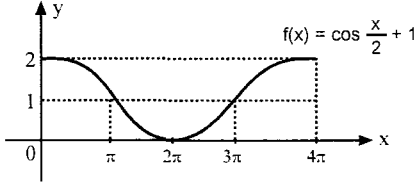
$$f: [0, 4\pi] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \cos \frac{x}{2} + 1 \quad \text{fonksiyonunun grafiğini çiziniz.}$$

açıklamalı çözüm

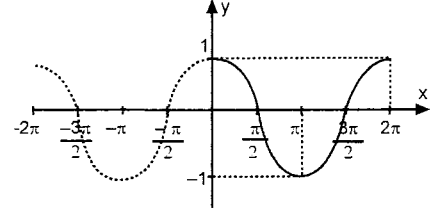
$$f(x) = \cos \frac{x}{2} + 1 \quad \text{fonksiyonunun periyodu} \quad T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi \text{ dir.}$$

x	0	π	2π	3π	4π
$\cos \frac{x}{2}$	1	0	-1	0	1
$\cos \frac{x}{2} + 1$	2	1	0	1	2



$[-2\pi, 2\pi]$ aralığında $y = \cos x$ in grafiği

x	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$\cos x$	1	0	-1	0	1



Aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

1. $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \cos x + 1$$

3. $f: \left[0, \frac{2\pi}{3}\right] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 1 - \cos 3x$$

2. $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2 + \cos \left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

4. $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2|\cos x| - 1$$

köşetaşı

Aşağıdaki fonksiyonların grafiğini çiziniz.

1. $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2\tan x$$

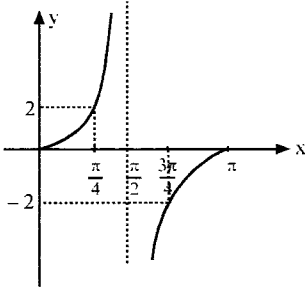
2. $f : [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \cot 2x$$

açıklamalı çözüm

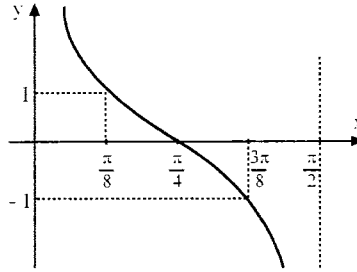
1. Periyot $T = \frac{\pi}{|1|} = \pi$ dir.

x	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π
$\tan x$	0	1	+	-1	0
$2\tan x$	0	2	+	-2	0



2. Periyot $T = \frac{\pi}{2}$ dir.

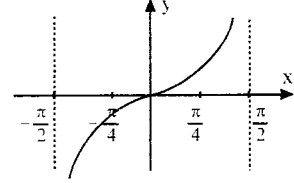
x	0	$\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/2$
$\cot 2x$	+	1	0	-1	-



TAN VE COT FONKSİYONLARI

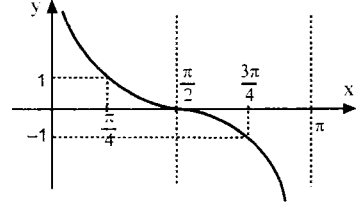
$(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ aralığında $\tan x$ in grafiği

x	$-\pi/2$	$-\pi/4$	0	$\pi/4$	$\pi/2$
$\tan x$	-	-1	0	1	+



$(0, \pi)$ aralığında $\cot x$ in grafiği

x	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π
$\cot x$	+	1	0	-1	-



Aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

1. $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \tan \frac{x}{2}$$

2. $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = -\cot x$$

3. $f : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2\tan x$$

4. $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = -3\tan x$$

köşetaşı

Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

1. $\arcsin \frac{1}{2}$

2. $\arcsin \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

3. $\sin \left(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

açıklamalı çözüm

Trigonometrik fonksiyonların $(1 - 1)$ ve örten oldukları aralıklarda tersleri de birer fonksiyondur.

$\sin: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \rightarrow [-1, 1]$ fonksiyonu bire - bir ve örtendir. $f(x) = \sin x$ fonksiyonunun ters fonksiyonu $f^{-1}(x) = \sin^{-1} x$ ile tanımlanır ve $y = \arcsin x$ biçiminde gösterilir.

O halde $y = \arcsin x \Rightarrow x = \sin y$ dir. Örneğin $y = \arcsin \frac{1}{3} \Rightarrow \sin y = \frac{1}{3}$ olur.

Şimdi buna göre soruyu çözelim; $\arcsin: [-1, 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$ olduğundan $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$ dir.

1. $\arcsin \frac{1}{2} = x$ olsun. $\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$ olur.

2. $\arcsin \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = x$ olsun. $\sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$ olur. $\left(\sin \frac{3\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ fakat } \frac{3\pi}{4} \notin \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \right)$

3. $\sin \left(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ ifadesinde $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} = x \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$ olur.

O halde, $\sin \left(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ olur.

YA DA $f(f^{-1}(x)) = x$ olduğundan kısaca $\sin \left(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ olur.

1. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{5\pi}{12}$ E) $\frac{\pi}{2}$

3. $\arcsin 1$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

2. $\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{\pi}{3}$ B) $-\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{7\pi}{6}$

4. $\sin(\arcsin(-1))$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{\pi}{2}$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $\frac{\pi}{2}$

karekök özel

köşetaşı

Aşağıdaki ifadelerin değerini hesaplayınız.

1. $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

2. $\sin\left(\arccos\frac{1}{2}\right)$

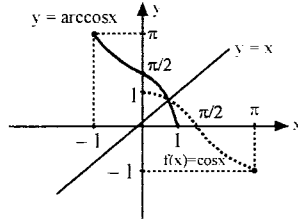
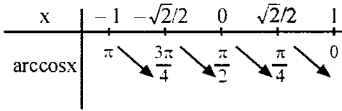
açıklamalı çözüm

$f: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \cos x$, bire – bir ve örtendir.

$f(x) = \cos x$ fonksiyonunun ters fonksiyonu $f^{-1}(x) = \cos^{-1} x$ ile tanımlanır ve $y = \arccos x$ biçiminde gösterilir.

$f^{-1}: [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$, $f^{-1}(x) = \arccos x$ dir.

$$y = \cos x \Rightarrow x = \arccos y$$



Sorunun çözümü yapılırsa :

1. $\arccos: [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$ olduğundan $x \in [0, \pi]$ dir.

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = x \text{ olsun. } \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ olduğundan } x = \frac{5\pi}{6} \text{ olur.}$$

$$2. \sin\left(\arccos\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \arccos\frac{1}{2} = x \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \text{ olur.}$$

$$\text{O halde } \sin\left(\arccos\frac{1}{2}\right) = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ dir.}$$

1. $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{5\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

3. $\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = a$ ve $\arccos(0) = b$

olduğuna göre, $a - b$ farkı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{\pi}{2}$ B) $-\frac{\pi}{4}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

2. $\arccos(-1) + \arccos(1)$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

4. $\sin\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

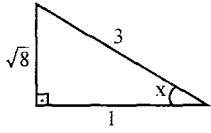
köşetaşı

1. $\sin\left(\arccos\frac{1}{3}\right)$ 2. $\cos\left(\arccos\frac{2}{3} + \arcsin\frac{1}{4}\right)$ değerlerini hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

$\sin\left(\underbrace{\arccos\frac{1}{3}}_x\right)$ ifadesinde $\arccos\frac{1}{3} = x$ olsun. $\cos x = \frac{1}{3}$ olur.

kosinüsü $\frac{1}{3}$ olacak şekilde x dar açılı bir dik üçgen çizelim.



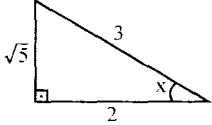
$$\sin\left(\underbrace{\arccos\frac{1}{3}}_x\right) = \sin x = \frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ olur.}$$

- 2) $\cos\left(\arccos\frac{2}{3} + \arcsin\frac{1}{4}\right)$ ifadesinde $\arccos\frac{2}{3} = x$ ve $\arcsin\frac{1}{4} = y$ alınırsa $\cos(x + y)$ olur.

$$\arccos\frac{2}{3} = x$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{2}{3}$$

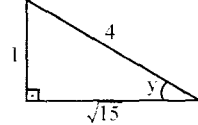
$$\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$$



$$\arcsin\frac{1}{4} = y$$

$$\Rightarrow \sin y = \frac{1}{4}$$

$$\cos y = \frac{\sqrt{15}}{4}$$



Buna göre, $\cos\left(\arccos\frac{2}{3} + \arcsin\frac{1}{4}\right) = \cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2\sqrt{15} - \sqrt{5}}{12} \text{ bulunur.}$$

1. $\sin\left(\arccos\frac{3}{5}\right) + \cos\left(\arcsin\frac{5}{13}\right)$

toplamının değeri kaçtır?

- A) $\frac{112}{65}$ B) $\frac{110}{63}$ C) $\frac{64}{65}$ D) $\frac{52}{65}$ E) $\frac{11}{65}$

3. $y = \arccos\left(\frac{1-2x}{3}\right)$

fonksiyonunun tanım kümesindeki tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

2. $\tan\left(\arcsin\left(-\frac{2}{3}\right)\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ B) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ E) $-\frac{3}{\sqrt{5}}$

4. $\tan\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{3}{5}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

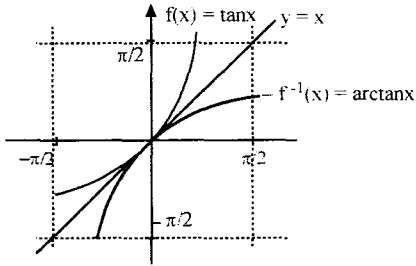
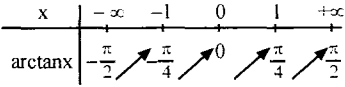
karekök özel

köşetaşı

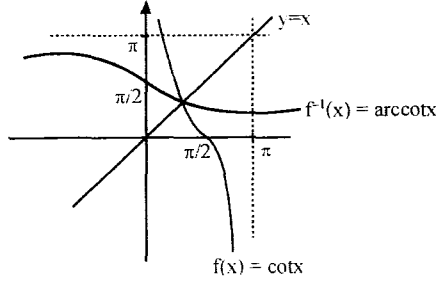
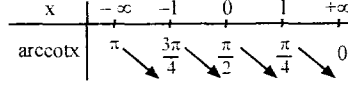
$\cos(\arctan 1 + \operatorname{arccot} 2)$ ifadesinin değerini hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

$f: (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \tan x$ fonksiyonunun tersi.
 $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, $f^{-1}(x) = \arctan x$ dir.



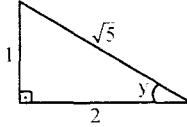
$f: (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cot x$ fonksiyonunun tersi
 $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow (0, \pi)$, $f^{-1}(x) = \operatorname{arccot} x$ dir.



Şimdi soruyu çözelim.

$$\arctan 1 = x \Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

$$\operatorname{arccot} 2 = y \Rightarrow \cot y = 2$$



$$\sin y = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos y = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\cos(\arctan 1 + \operatorname{arccot} 2) = \cos(x + y) = \cos\left(\frac{\pi}{4} + y\right) = \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos y - \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin y$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} \text{ bulunur.}$$

1. $\arctan(-1) + \arctan(\sqrt{3}) - \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) $-\frac{\pi}{12}$

2. $\operatorname{arccot}(-1) + \operatorname{arccot}(-\sqrt{3})$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{19\pi}{12}$ B) $\frac{5\pi}{3}$ C) $\frac{7\pi}{4}$ D) $\frac{11\pi}{6}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

3. $\cos\left(\operatorname{arccot} \frac{5}{12}\right) + \sin\left(\arctan \frac{2}{3}\right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2+\sqrt{7}}{7}$ C) $\frac{5+2\sqrt{13}}{13}$
D) $\frac{5+\sqrt{13}}{13}$ E) $\frac{5\sqrt{13}}{13}$

4. $\arctan 3 = x$

ise, $\sin x \cdot \cos x - \cot x$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) $-\frac{1}{10}$ D) $-\frac{1}{20}$ E) $-\frac{1}{30}$

karekök özel

1. $\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{x \mid x = k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 B) $\{x \mid x = \frac{2\pi}{3} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 C) $\{x \mid x = \frac{\pi}{2} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 D) $\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 E) $\{\}$

2. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere, $2\sin 2x = \sqrt{3}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right\}$ B) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right\}$ C) $\left\{\frac{\pi}{3}\right\}$
 D) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right\}$ E) $\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$

3. $(2\tan x + 2)(\cot x + \sqrt{3}) = 0$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. $x \in (0, 2\pi)$ olmak üzere,

$$\cos\left(3x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$$

olduğuna göre, x in alabileceği en küçük değer aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{11\pi}{30}$ E) $\frac{7\pi}{6}$

5. $\tan 2x = \frac{1}{\cot 3x}$

denkleminin $(-\pi, 2\pi)$ aralığında kaç kökü vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. $\cos 2x = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

7. $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{16}{3}$

denklemini sağlayan en küçük dar açı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{12}$

8. $x \in [0, 2\pi)$ olmak üzere,

$\cos 2x = 4\sin x + 3$ denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) $\frac{5\pi}{2}$

9. $\tan^2 x + (\sqrt{3} - 1)\tan x - \sqrt{3} = 0$
denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

10. $2\sin 3x - \frac{\sin x + \sin 5x}{\sin 3x} = 0$

denklemini sağlayan en küçük pozitif açı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{11}$ B) $\frac{\pi}{10}$ C) $\frac{\pi}{9}$ D) $\frac{\pi}{8}$ E) $\frac{\pi}{7}$

12. $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{18}$ B) $\frac{\pi}{15}$ C) $\frac{\pi}{12}$ D) $\frac{\pi}{10}$ E) $\frac{\pi}{4}$

13. $3\sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x = 0$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{12}$ D) $\frac{\pi}{15}$ E) $\frac{5\pi}{18}$

14. $\sin^2 x - (\sqrt{3} + 1)\sin x \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x = 0$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{4\pi}{3}$ E) 2π

15. $f(x) = 2 + 5\cot^3 \left(1 - \frac{x}{3}\right)$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

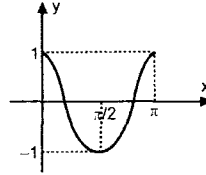
A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) 2π D) 3π E) 4π

16. $h(x) = \cos\left(\frac{1}{3}x\right) - \tan\left(\frac{1}{2}x\right)$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) 6π B) 5π C) 4π D) 3π E) 2π

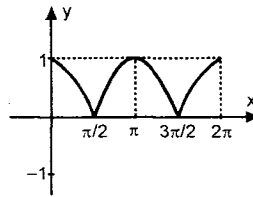
- 17.



Şekildeki grafiğin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 1 - \sin x$ B) $y = 1 - 2\sin x$ C) $y = 1 - \cos x$
D) $y = 1 - \cos x$ E) $y = 1 - \sin 2x$

- 18.

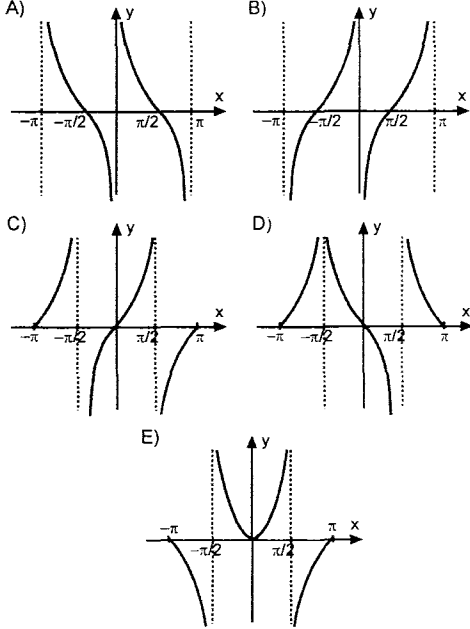


Yandaki şekildeki grafiğin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = |\cos x|$ B) $y = \cos x + 1$ C) $y = |\cos 2x|$
D) $y = 1 + |\cos x|$ E) $y = |\cos x| + \sin x$

19. $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 2\cot x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



20. $\sin(\arcsin x) + \arcsin 0$

toplamının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) 0 C) $x - 1$ D) $x - 2$ E) $-x$

21. $\cos(\arccos x)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2x$ B) x C) 0 D) $-x$ E) $-2x$

22.

$$\sin\left(\arcsin \frac{2}{3} + \arccos \frac{12}{13}\right)$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{24}{35}$ B) $\frac{20+3\sqrt{3}}{39}$ C) $\frac{24+5\sqrt{5}}{39}$
D) $\frac{20+\sqrt{3}}{39}$ E) $\frac{20+5\sqrt{5}}{39}$

23. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\tan(\arcsin x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

B) $\sin(\arctan x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

C) $\arctan x + \operatorname{arccot} x = \frac{\pi}{2}$

D) $\sec\left(\arctan \frac{1}{x}\right) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$

E) $\arcsin x = \arctan 3$ ise $x = 3$ tür.

1. $\sin(x + 12^\circ) + \cos(78^\circ - x) = \sqrt{2}$
olduğuna göre, x pozitif dar açısı kaç derecedir?
A) 15 B) 18 C) 30 D) 33 E) 45

2. $\frac{1}{1 - \sin 2x} + \frac{1}{1 + \sin 2x} = 2$
denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

3. $2\sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3$
denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) π D) $\frac{4\pi}{3}$ E) 2π

4. $8\sin^2 x \cdot \cos^2 x = 1 - \sin 2x$
denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisi olamaz?
A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{5\pi}{12}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{13\pi}{12}$ E) $\frac{3\pi}{2}$

5. $\frac{\pi}{4} < x < \pi$ olmak üzere,
 $\tan 4x = \frac{1}{\tan x}$
denklemini sağlayan kaç farklı x değeri vardır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $f: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ olmak üzere,
 $f(x) = \cos x$ olduğuna göre, $f^{-1}(-1) - f^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ifadesinin değeri kaç radyandır?
A) $-\frac{5\pi}{12}$ B) $-\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{12}$

7. $\cot x - \frac{\sin x}{1 - \cos x} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$
denklemini sağlayan pozitif dar açı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{12}$

8. $2\cos 2x + \sin 2x \cdot \tan 2x = -2$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{x \mid x = \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
B) $\{x \mid x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
C) $\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
D) $\{x \mid x = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
E) $\{x \mid x = \pi - k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

9. $4 \cdot \arctan(x^2 - 2x - 4) + \pi = 0$
olduğuna göre, x in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?
A) 3 B) 2 C) -1 D) -2 E) -3

10. $3\sin x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = \tan x$
olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?
A) 0 B) $\frac{2\pi}{7}$ C) $\frac{\pi}{9}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{3}$

11. $\sin x - \sqrt{3} \cdot \cos x = \sqrt{3}$
denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

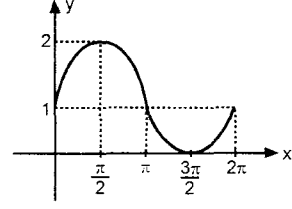
12. $4^{3\cot x + \sin x} = 2$
 $4^{\sin x} - 64^{\cot x} = 1$
denklemleri sağlayan (x, y) ikilisi aşağıdakilerden hangisi olabilir?
A) $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$ B) $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$ C) $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$
D) $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$ E) $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}\right)$

13. $\cos x + 2\sin x = 3$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{x \mid x = k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
B) $\{x \mid x = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
C) $\{x \mid x = \frac{\pi}{6} + k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}\}$
D) $\{x \mid x = k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}\}$
E) $\emptyset$

14. $\sin^2 3x - 2\cos^2 x = \sin^4 x - \cos^4 x$
denkleminin $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right)$ aralığındaki köklerinin toplamı kaç radyandır?
A) $\frac{\pi}{6}$ B) π C) 2π D) $\frac{7\pi}{3}$ E) $\frac{8\pi}{3}$

15. $f(x) = \arctan \frac{1}{x^2 + x + 1}$ ve $\alpha = f(1) + f(2) + \dots + f(21)$
olduğuna göre, $\tan \alpha$ in değeri kaçtır?
A) $\frac{6}{11}$ B) $\frac{7}{11}$ C) $\frac{11}{21}$ D) $\frac{1}{21}$ E) $\frac{21}{23}$

16.



Yukarıdaki grafikte $y = f(x)$ fonksiyonunun $[0, 2\pi]$ aralığındaki grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ B) $1 + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ C) $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$
D) $1 + \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ E) $\frac{\pi}{2} + \cos(x + 1)$

17. $\cos^2 x + k \cdot \tan x = \sin^2 x + 1$

önermesinin bir özdeşlik belirtmesi için k nın değeri aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

- A) $\sin^2 x$ B) $\cos x$ C) $\tan x$ D) $\frac{1}{2} \sin 2x$ E) $\sin 2x$

18. $\tan^2 x + \cot^2 x = 2$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{12}$

19. $\operatorname{cosec} x = 2(\sin x + \cos x)$

denkleminin $[0, \pi)$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

20. $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 < 0$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right) - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ B) $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right)$ C) $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$
D) $\left(\frac{\pi}{6}, \pi\right)$ E) $\left(\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{6}\right) - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

1. $\cos 3x \cdot (2\sin x - 1) = 0$
eşitliğini sağlayan pozitif x dar açılarının toplamı kaç radyandır?
A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{5}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{2}$
2. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,
 $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin 3x$
olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{\pi}{20}$ B) $\frac{\pi}{18}$ C) $\frac{\pi}{15}$ D) $\frac{\pi}{12}$ E) $\frac{\pi}{10}$
3. $\tan 5x + \tan x = 0$
eşitliğini sağlayan en küçük pozitif açı kaç derecedir?
A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75
4. $\sin x + 1 = \cos^2 x$
denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
5. $\cos 3x + \cos x = \cos 2x$
denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{5\pi}{6}$ E) $\frac{5\pi}{4}$
6. $\tan x - 2\sin x = 0$
denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisi olamaz?
A) 0 B) $\frac{\pi}{3}$ C) π D) $\frac{2\pi}{3}$ E) 2π

7. $2x^2 - 3\sqrt{3}x + \cot A = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $x_1 = 2x_2$ olduğuna göre, A açısı $(0, \pi)$ aralığında kaç farklı değer alır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
8. $\cos \frac{x}{3} + \sin \frac{x}{3} = 0$
denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{3\pi}{4}$ B) 2π C) $\frac{9\pi}{4}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{6}$
9. $\tan^2 x - \tan x - 2 = 0$
denkleminin $(0, \pi)$ aralığında kaç farklı kökü vardır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
10. $\sin^3 x + \sin^2 x - 2\sin x = 0$
denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki köklerinin toplamı kaç radyandır?
A) $\frac{\pi}{2}$ B) 2π C) $\frac{5\pi}{2}$ D) 3π E) $\frac{7\pi}{2}$
11. $\cos 2x \cdot \cos 6x = \cos x \cdot \cos 7x$
denkleminin $(-\pi, \pi)$ aralığında kaç farklı kökü vardır?
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13
12. $\sqrt{3} \cdot (\cos x + 1) = \sin x$
denklemini sağlayan en küçük pozitif açı kaç radyandır?
A) $\frac{7\pi}{6}$ B) $\frac{5\pi}{6}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{3}$

13. $f(x) = \tan^5(2x + 1) - \sin^6\left(\frac{1}{4}x\right)$

fonksiyonunun esas periyodu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 6π B) 5π C) 4π D) 3π E) 2π

14. $f(x) = \arcsin\left(2 - \frac{x}{4}\right)$

fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[2, 6]$ B) $[3, 9]$ C) $[4, 12]$
D) $[4, 15]$ E) $[5, 12]$

15. $\tan\left(\operatorname{arccot} \frac{\pi}{4}\right)$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{4}{\pi}$ C) 1 D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{2}{\pi}$

16. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2 \arctan \frac{3}{4}\right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{9}{25}$ D) $\frac{8}{25}$ E) $\frac{7}{25}$

17. $\cos\left(\arctan \frac{3}{4} + \arcsin \frac{12}{13}\right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{16}{65}$ B) $-\frac{12}{65}$ C) 0 D) $\frac{16}{65}$ E) $\frac{12}{65}$

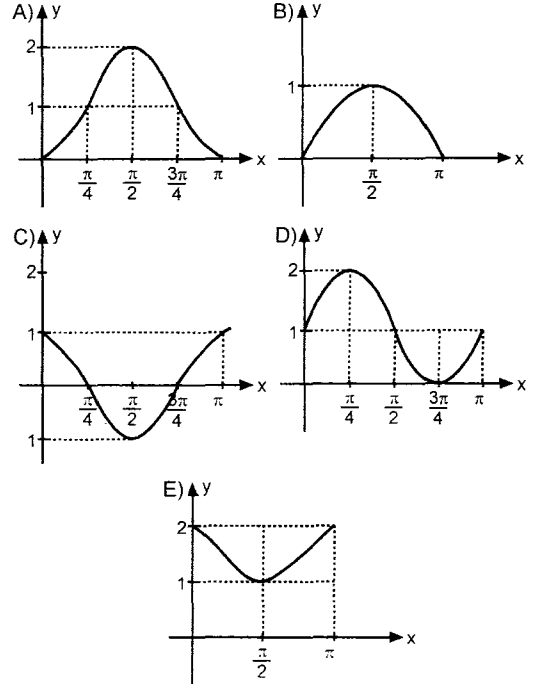
18. $\sin\left(\arctan \frac{1}{3}\right) + \cos\left(\operatorname{arccot} \frac{1}{3}\right)$

toplamının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

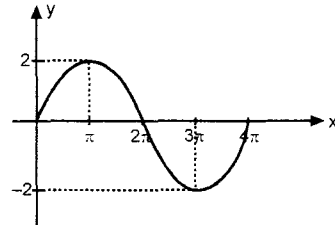
- A) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ B) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ C) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ D) $\frac{2\sqrt{13}}{5}$ E) 1

19. $f(x) = 1 - \cos 2x$

fonksiyonunun $[0, \pi]$ aralığındaki grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



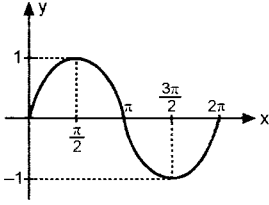
20.



$[0, 4\pi]$ aralığında grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 2\sin x + 1$ B) $y = 2\sin 2x$ C) $y = 2\sin \frac{x}{2}$
D) $y = 2\cos 2x$ E) $y = 2\cos \frac{x}{2}$

1.



Yanda grafiği çizilmiş olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = \cos x$ B) $y = \sin x$ C) $y = \operatorname{tg} x$
D) $y = \cot x$ E) $y = \sec x$

(1968)

2.

$$y = \cos 3x$$

fonksiyonunun esas periyodu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2π B) π C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) 6π

(1966)

3.

$$f(x) = 3 \sin\left(\frac{x}{3} - 1\right)$$

fonksiyonunun periyodu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) π B) 3π C) 6π D) 2π E) 4π

(1971)

4.

$$2x^2 - 2x + \cos A = 0$$

denkleminin köklerinin eşit olması için A açısının ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 120° B) 15° C) 30° D) 90° E) 60°

(1973)

5.

$$2x^2 - 3x + \operatorname{tg} A = 0 \text{ denkleminin kökleri } x_1 \text{ ve } x_2 \text{ dir.}$$

$x_1 = 2x_2$ olması için A açısının ölçüsü hangisi olmalıdır?

- A) 30° B) 45° C) 60° D) 90° E) Hiçbiri

(1973)

6.

$$x^2 - x \cdot \operatorname{tg} a - 1 = 0$$

denkleminin köklerinin kareleri toplamının 3 e eşit olması için a açısı aşağıdakilerden hangisine eşit olmalıdır?

- A) 30° B) 0° C) 45° D) 90° E) 60°

(1973)

7.

$$\sin^2 x - 4 \sin x + 4 = 0$$

denkleminin kökleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x_1 = (2k+1)\pi + \frac{\pi}{2}$, $x_2 = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$

B) $x_1 = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{2}$, $x_2 = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$

C) $x_1 = (2k+1)\pi + \frac{\pi}{2}$, $x_2 = -\frac{3\pi}{2} + 2k\pi$

D) $x_1 = \frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi$, $x_2 = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$

E) Denkleminin çözümü yoktur.

(1974)

8.

$$\cos(\arcsin x)$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cos x$ B) $\sqrt{x^2 - 1}$ C) x D) $\sqrt{1 - x^2}$ E) $\sin x$

(1976)

9.

$$a \cdot b = 1$$

ise, aşağıda verilen x değerlerinden hangisi

$$a^{\sin x} = b^{\cos x} \text{ eşitliğini sağlar?}$$

- A) 0 B) π C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

(1978)

10.

$$2 \cos^2 x - 5 \cos x + 2 = 0$$

denkleminin genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir? (k pozitif bir tam sayıdır.)

A) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ B) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ C) $(2k \pm 1)\pi$

D) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ E) $(4k \pm 1)\frac{\pi}{2}$

(1979)

kareköt özel

11. $\cos^2 x + \cos 2x = \sin^2 x + \sin 2x$
denklemini sağlayan en küçük dar açının tanjantı kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B) $2+\sqrt{5}$ C) $1+\sqrt{5}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
(ÖYS 1986)

12. $\sin 2x = \cos 35^\circ$
denkleminin $[0, 90^\circ]$ aralığındaki kökü kaç derecedir?

A) 70 B) 65 C) 37,5 D) 27,5 E) 17,5
(ÖYS 1987)

13. $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = 8$
denkleminin dar açılı olan çözümü nedir?

A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{5}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$
(ÖYS 1990)

14. $\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = 2\sqrt{6}$
denklemini sağlayan dar açılı x aşağıdakilerden hangisidir?

A) 15° B) 25° C) 30° D) 35° E) 45°
(ÖYS 1992)

15. $\frac{3}{\cos x} = \frac{4}{\sin x}$
olduğuna göre, $\cos x$ in pozitif değeri kaçtır?

(ÖYS A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{5}$
1993)

16. $\frac{1}{1-\cos x} - \frac{1}{1+\cos x} = \frac{4}{3}$
denklemini sağlayan x dar açısı kaç derecedir?

A) 25 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75
(ÖYS 1993)

17. $\cos\left(2 \arccot \frac{1}{2}\right)$
değeri kaçtır?

A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$
(ÖYS 1995)

18. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,
 $\cot x + \frac{\sin x}{1+\cos x} = 2$
olduğuna göre, x açısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{8}$
(ÖYS 1995)

19. $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ve
 $\frac{\sqrt{3} \sin 5^\circ \cos 7^\circ + \sqrt{3} \cos 5^\circ \sin 7^\circ}{4 \cos 84^\circ \cos 6^\circ} = \sin \alpha$
olduğuna göre, α kaç derecedir?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 30 E) 60
(ÖYS 1996)

20. $\frac{3x}{2} < x < 2\pi$ olmak üzere,
 $\cos x - \tan \frac{\pi}{3} \sin x = \sqrt{3}$
denkleminin kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{11\pi}{6}$ B) $\frac{9\pi}{5}$ C) $\frac{8\pi}{5}$ D) $\frac{7\pi}{4}$ E) $\frac{5\pi}{3}$
(ÖYS 1997)

21. $\sin^2 x + 10 \cos x - 10 = 0$
denkleminin $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$ aralığındaki kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{7\pi}{6}$ B) $\frac{4\pi}{3}$ C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) π
(ÖYS 1998)

KARMA TEST – 1

1. $\frac{x}{2x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{3}{2x^2+x-1}$

ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x+1}{2x-1}$ B) $\frac{2x-1}{x+1}$ C) $\frac{x-1}{2x-1}$
D) $\frac{x}{2x-1}$ E) $\frac{x-2}{2x-1}$

2. Aşağıdakilerden hangisi $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$ ifadesinin çarpanlarından biri değildir?

- A) $x + 3$ B) $x + 2$ C) $x + 1$
D) $x - 1$ E) $x - 2$

3. $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 45$

$x^2 + xy + y^2 = 15$

olduğuna göre, xy kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 10 E) 15

4. $\frac{x^2 - 4x - 12}{(x-1)^3} \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan en büyük x tamsayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. Bir çarpanı $(x + 3)$ olan ikinci dereceden bir $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı 12 ve sabit terimi 15 tir.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 11 D) 12 E) 14

6. $x^2 - 5x - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\frac{20}{x_1^2 - 5x_1 + 2} + \frac{27}{5x_2 - x_2^2}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

7. $a^2 - 4b \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{x^2 - ax + b}{x - 2} = 0$$

denkleminin çözüm kümesi bir elemanlı olduğuna göre, $2b - 4a + 5$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) -1 C) -3 D) -4 E) -5

8. $[-2, 3]$ aralığında tanımlı $f(x) = x^2 - 2x$ fonksiyonunun alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

9. $\frac{|x-3| \cdot (x^2 - 3x - 10)}{x^2 + x + 5} < 0$

eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

10. $(m+2)x^2 + (5-m)x - m + 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < 0 < x_2$ ve $x_2 < |x_1|$ ise m nin değer alacağı en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 2]$ B) $[-1, 2]$ C) $[2, 5]$
D) $(2, 5)$ E) $[5, \infty)$

karekök özel

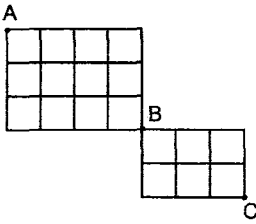
11. $\left(x - \frac{1}{x^4}\right)^{10}$ açılımındaki sabit terim kaçtır?

- A) 36 B) 38 C) 40 D) 43 E) 45

12. a, b, c rakam olmak üzere, $a < b < c$ koşulunu sağlayan kaç farklı üç basamaklı abc doğal sayısı yazılabilir?

- A) 900 B) 800 C) 720 D) 240 E) 84

13.



Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir.

A dan hareket edip C ye gidecek olan bir kimse en kısa yoldan kaç değişik şekilde gidebilir?

- A) 350 B) 320 C) 300
D) 270 E) 240

14. Rakamları çarpımı 80 olan üç basamaklı kaç tane doğal sayı vardır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

15. Gülhan'ın iki çocuğundan birisi kızdır. Diğer çocuğunda kız olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

16. 5 tek, 3 çift sayı arasından rastgele üçü seçiliyor.

Seçilen sayıların çarpımının çift olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{11}{14}$ B) $\frac{23}{28}$ C) $\frac{6}{7}$ D) $\frac{25}{28}$ E) $\frac{13}{14}$

17. $\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{x \mid x = k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ B) $\{x \mid x = \frac{2\pi}{3} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
C) $\{x \mid x = \frac{\pi}{2} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ D) $\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
E) $\emptyset$

18. $0 < x < \frac{\pi}{6}$ olmak üzere,

$\sin 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ denklemini sağlayan x değeri aşağıda-

kilerden hangisidir?

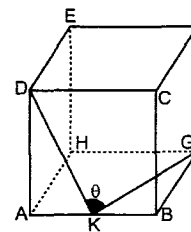
- A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{7}$ D) $\frac{\pi}{8}$ E) $\frac{\pi}{9}$

19. $h(x) = -3 - 5 \operatorname{cosec}^4\left(-\frac{2x}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) π E) $\frac{3\pi}{2}$

20.



Şekildeki küpte,

$IDKI = IKGI$, $m(\widehat{DKG}) = \theta$ ise, $\cos \theta$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{2}$

KARMA TEST – 2

1. $\frac{x^2 - y^2 + 8x + 6y + 7}{x - y + 7} : \frac{x + y + 1}{x + 1}$ ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 1 B) 2 C) $x + 1$
D) $x + y$ E) $x - y$

2. $3x - \frac{1}{2x} = 6$ olduğuna göre,
 $\frac{(6x^2 - 1) \cdot (6x^2 + 1) + 2}{4x^2}$ işleminin sonucu kaçtır?
- A) 33 B) 36 C) 37 D) 38 E) 39

3. $\frac{x^3 - 1}{x^2 - 4x + 3} : \frac{x^3 + x^2 + x}{3 - x}$ ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) x B) $-x$ C) $-\frac{1}{x}$ D) $\frac{1}{x}$ E) $-\frac{1}{2x}$

4.

x	2	1	1	3	5
f(x)	-	+	-	+	-
g(x)	-	+	+	-	+

Yukarıda işaret tablosu verilen f(x) ve g(x) fonksiyonları için

$$\frac{f(x)}{g(x+4)} \leq 0$$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane negatif x tamsayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $P(x) = 2 \cdot P(-x) - 2x + 3$ eşitliği veriliyor.
Buna göre, P(x) polinomunun $(x + 3)$ ile bölümünden kalan kaçtır?
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $P(x - 1) = x^2 - 6x + 5$

olduğuna göre, P(x) polinomunun $x - 2 + \sqrt{3}$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

7. $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2x + \frac{2}{x} - 1 = 0$

denkleminin köklerinden bir k dır.

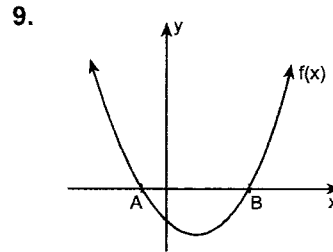
Buna göre, $k^2 - k$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $3x^2 - (m + 1)x + m - 2 = 0$ denkleminin kökleri bir dikdörtgenin kenar uzunluklarıdır.

Bu dikdörtgenin alanı 4 birim kare ise çevresi kaç birimdir?

- A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10



Yukarıdaki grafik, $f(x) = x^2 - 2x + m + 3$ parabolüne aittir.

$|AB| = 4$ birim olduğuna göre, m değeri kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

10. $(x + 5)^2(x^2 + x - 6)(x^4 + 2) \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı tamsayı değeri vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

karekök özel

11. $\forall x \in \mathbb{R}$ için $x^2 - (m+4)x + 2m + 5 > 0$ olduğuna göre, m nin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $\left(3x^2 - \frac{1}{9x^3}\right)^9$

ifadesi x in azalan kuvvetlerine göre yazıldığında baştan 5. terimin katsayısı kaç olur?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{8}{5}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{10}{3}$ E) $\frac{14}{3}$

13. a , b ve c birer doğal sayı olmak üzere,

$a + b + c \leq 6$ koşulunu sağlayan kaç farklı (a, b, c) üçlüsü vardır?

A) 80 B) 82 C) 84 D) 86 E) 90

14. Bir düzlemdeki 10 doğrudan 4 ü birbirine paraleldir. Geri kalan doğrulardan herhangi ikisi birbirine paralel olmadığına göre ve herhangi üçü aynı noktadan geçmediğine göre, bu 10 doğru en çok kaç noktada kesişir?

A) 36 B) 39 C) 42 D) 42 E) 48

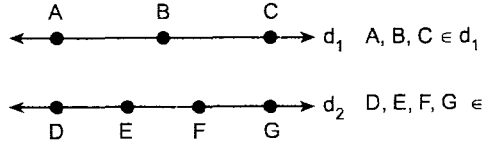
15. Özdeş 4 kırmızı, 3 beyaz ve 2 mavi bilye beyaz bilyeler yan yana olacak şekilde kaç farklı biçimde dizilirler?

A) 35 B) 48 C) 72 D) 90 E) 105

16. Bir baloya katılan 6 kişi girişte arabalarının anahtarını bırakmıştır.

Çıkışta bu 6 kişi rastgele bir anahtar alırsa herkesin kendi anahtarını almamış olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

17.  A, B, C $\in d_1$

D, E, F, G $\in d_2$

Yukarıdaki şekilde $d_1 \parallel d_2$ olmak üzere, köşeleri bu 7 noktadan herhangi üçü olan üçgenler çiziliyor.

Bu üçgenlerden birinin bir köşesinin A noktası olma olasılığı kaçtır?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

18. $\tan^2 3x = 3$

denkleminin $(0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

19. $\sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin^2\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right)$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

20. $f(x) = \csc^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{5}\right) + (1 - \sin^3 x)$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) π B) $\frac{3\pi}{2}$ C) 2π D) $\frac{5\pi}{2}$ E) 3π

KARMA TEST – 3

1. $x^2 - x - 1 = 0$ olduğuna göre,

$x^5 - 5x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $6x + 3$ B) $5x + 3$ C) $3x + 5$
D) 2 E) 3

2.
$$\frac{x^5 + x^4 + 1}{x^4 - x^2 + 1} - \frac{x^3 - 2x^2}{x - 2}$$

işleminin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + 1$ B) $x^4 + x^2$ C) $x^4 + 1$
D) $x^4 - 1$ E) $x^4 - x^2$

3.
$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x - 3} : \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6}$$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi nedir?

- A) -1 B) 2 C) $x^2 - 1$
D) $\frac{x-1}{x+2}$ E) $\frac{x-1}{x+1}$

4. Bir reel sayının 3 fazlası ile aynı sayının 2 eksiğinin çarpımı 6 dan küçük olduğuna göre, bu reel sayı hangi aralıktadır?

- A) $(-\infty, -6)$ B) $(-4, 0)$ C) $(-2, 0)$
D) $(-4, 3)$ E) $(-3, 2)$

5. $P(x^3) = a \cdot x^9 + (a - 1)x^6 + 8$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x - 2)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6. $P(x)$ polinomunun $x^2 - 5x - 6$ ile bölümünden kalan $3 - 2x$ olduğuna göre, $P(2x - 5)$ polinomunun $(x - 2)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 2 D) 3 E) 5

7. $x^2 + 3x + 2m = 0$

denkleminin reel köklerinin çarpımı en çok kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{9}{4}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

8. $f(x) = x^2 + 2x + m$ parabolü ile $y = 4x + 4$ doğrusu birbirine teğet olduğuna göre, teğetin değme noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

9. $\frac{2}{x} > x - 1$

eşitsizliğini sağlayan en küçük pozitif tamsayı ile en büyük negatif tamsayı toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

10.
$$\left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^4$$

ifadesinin açılımındaki rasyonel sayıların toplamı kaçtır?

- A) $\frac{73}{9}$ B) 15 C) 12 D) $\frac{21}{4}$ E) $\frac{10}{3}$

1. $4a^2 + 2\sqrt{6}a = 1$ olduğuna göre,

$2a + \frac{1}{2a}$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

- A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{10}$ C) $2\sqrt{3}$
D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{5}$

2. $2x + 1 - \frac{x^2 + 3x - 18}{x - 3}$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 2$ B) $x - 7$ C) $x + 5$
D) $x - 5$ E) $x + 7$

3. $x^2 - y^2 - 8x - 12y - 20$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + y - 2$ B) $x + y + 2$ C) $x - y + 2$
D) $x - y - 2$ E) $x - y - 6$

4. $(a - 1)x^2 - (2a + 2)x + (a + 1) = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 = x_2$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

5. $P(x)$ bir polinom ve $P(x + 1) + P(2x) = 6x + 4$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi $P(x)$ polinomunun bir çarpanıdır?

- A) $x + 3$ B) $2x + 1$ C) $2x + 3$
D) $3x + 2$ E) $3x + 4$

6. $P(x) = 5x^3 + mx^2 + nx + 3$ polinomu $x^2 + 1$ ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre, $P(x - 1) + P(x - 3)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

7. $x^2 - (m + 1)x + 2m + 5 = 0$ denkleminin kökleri a ve b dir.

$a(3 - b) + b(3 - a) = 2$ olduğuna göre, m in değeri kaçtır?

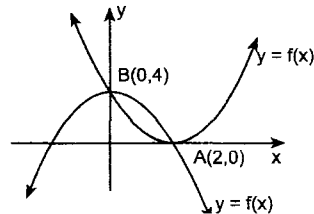
- A) -1 B) -3 C) -5 D) -7 E) -9

8. $x^2 - 6x + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre $\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}}$ toplamının değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ B) $\sqrt{10}$ C) 4 D) $2\sqrt{5}$ E) 7

- 9.



$A(2, 0)$ noktası $y = f(x)$ parabolünün $B(0, 4)$ noktası $y = g(x)$ parabolünün tepe noktasıdır.

$f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları A ve B noktalarında kesiş-

tiklerine göre, $\frac{(f \circ g)(-2)}{(f + g)(1)}$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

10. $x^2 - 2ax + 2a + 3 = 0$ denkleminin farklı ve gerçel iki kökü vardır.

Buna göre, bu denklemin kökler toplamı aşağıdaki-
lerden hangisi olamaz?

- A) -10 B) -8 C) -4 D) 2 E) 8

11.
$$\frac{(x+2)^3 (2x-x^2)^4}{(x^2-2x-8)^3} < 0$$

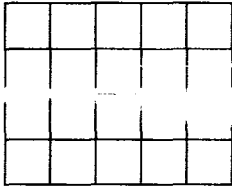
eşitsizliğini sağlayan en büyük x tamsayısı kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

12. $(x + y + z)^5$ ifadesinin açılımında çarpanlarından biri x^2 olan kaç tane terim vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13.



Yukarıdaki şekilde kaç tane kare vardır?

- A) 25 B) 30 C) 32 D) 36 E) 40

14. $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ kümesinin elemanlarından rastgele seçilen iki elemandan birinin diğerinin üçte biri olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{40}$ B) $\frac{1}{60}$ C) $\frac{1}{100}$ D) $\frac{1}{150}$ E) $\frac{3}{200}$

15. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek iki basamaklı doğal sayıların toplamı kaçtır?

- A) 430 B) 440 C) 450 D) 460 E) 470

16. $A = \{3, 4, 5\}$

$$B = \{r, i, z, e\}$$

kümelerinden alınan elemanlarla beş basamaklı şifreler oluşturulacaktır.

3 harf ve 2 rakamdan oluşan kaç farklı şifre oluşturulabilir?

- A) 1440 B) 1400 C) 1380
D) 1320 E) 1240

17. Bir camiye giren üç kişi ayakkabılarını girişte bırakıyor. Ayakkabıları geri alırken herbirine rastgele iki ayakkabı veriliyor. Herkesin kendine ait olan ayakkabı çiftini almış olma olasılığı nedir?

- A) $\frac{1}{90}$ B) $\frac{1}{80}$ C) $\frac{1}{70}$ D) $\frac{1}{60}$ E) $\frac{1}{50}$

18.
$$\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = 2\sqrt{2}$$

denklemini sağlayan açılardan biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

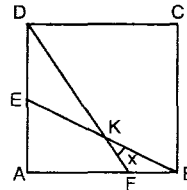
- A) 15° B) 30° C) 45° D) 75° E) 80°

19.
$$\cos\left(\arccos\frac{1}{4}\right) + \sin(\arccos 0)$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{5}{4}$ E) 2

20.



ABCD kare,

$$|DE| = \frac{|AD|}{2} \text{ ve } 3 \cdot |BF| = |AB|$$

$m(\widehat{BKF}) = x$ ise, $\tan x$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{4}{7}$

KARMA TEST – 5

1. $a - a^{-1} = 11$

olduğuna göre, $a^2 + a^{-2}$ kaçtır?

- A) 137 B) 123 C) 49 D) 47 E) 43

2. $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} = 2$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$

olduğuna göre, $3.a.b$ nin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

3. $P(x)$ ve $Q(x)$ bir polinom olmak üzere,

$P(x - 1) = (x^2 - 3) Q(x) + 3x - 2$ eşitliği veriliyor.

Buna göre, $P(x + 2)$ polinomunun $x^2 + 6x + 6$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x + 7$ B) $3x + 2$ C) $3x$
D) $2x + 7$ E) $2x + 5$

4. $P(x)$ üçüncü dereceden bir polinom olmak üzere,

$P(1) = P(2) = P(3) = 0$ ise $\frac{P(6)}{P(4)}$ oranı kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

5. $x^2 - (a + 2)x + 7 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir

$x_1 - \frac{3}{x_2} = 4$ olduğuna göre, a nın değeri kaçtır?

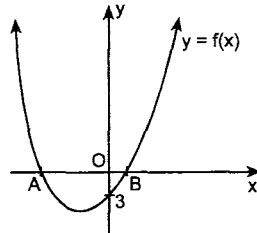
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $\frac{2x^2 - 5xy + y^2}{y^2} = 4$

olduğuna göre, y nin x türünden değerleri toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{7x}{2}$ B) $-2x$ C) $-\frac{5x}{3}$ D) $\frac{2x}{3}$ E) $\frac{x}{3}$

7.



Şekildeki $y = f(x)$ parabolünün tepe noktasının koordinatı $T(-1, k)$ ve y eksenini kestiği noktanın koordinatı -3 tür.

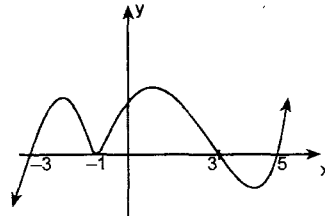
$|AO| = 3|OB|$ olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -4 B) -5 C) -6 D) -7 E) -8

8. $\forall x \in \mathbb{R}$ için $-x^2 + x + 1 - m$ ifadesi 3 ten küçük olduğuna göre, m nin değer aldığı en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(-\frac{7}{4}, \infty\right)$ B) $\left(-\frac{7}{4}, 2\right)$ C) $(2, 8)$
D) $(3, 5)$ E) $(2, \infty)$

9.



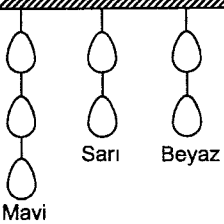
Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$(x - 1).f(x) \leq 0$ eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

10. $(2x + y)^n$ ifadesinin açılımında x^3y^8 li terimin katsayısı kaçtır?

A) 1010 B) 1200 C) 1210
D) 1300 E) 1320

11.  Şekilde alt alta üç mavi, iki sarı, iki beyaz balon üç farklı ipe asılmıştır.

Balonları birer birer patlatan bir çocuk renk olarak kaç değişik biçimde balonları patlatabilir?

A) 220 B) 210 C) 200 D) 180 E) 170

12. Üç basamaklı doğal sayılardan kaç tanesinin en az iki basamağındaki rakamlar aynıdır?

A) 248 B) 250 C) 252 D) 260 E) 270

13. 4 negatif, 5 pozitif reel sayı arasından çarpımları negatif olacak şekilde 3 sayı kaç farklı şekilde seçilebilir?

A) 41 B) 42 C) 43 D) 44 E) 45

14. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin elemanlarından rastgele iki sayı alınıyor.

İkinci sayının birinci sayıdan 2 fazla olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

15. Aralarında Aslı ile Kerem'in de bulunduğu 5 kişilik bir grup sinemaya gidiyor.

Salonda aynı sırada yanyana koltuklara oturduklarına göre, Aslı ile Kerem'in yanyana oturmuş olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{9}{10}$

16. $f(x) = mx^2 + (1 - m)x - m$ fonksiyonu veriliyor.

$f(x)$ fonksiyonunun en küçük değeri pozitif olduğuna göre, m nin alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

17. $2\sin x \cdot \cos^2 x + 4\sin 2x = 0$

denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

18. $A = \arccos \frac{x-2}{x+2}$
 $B = \arcsin \frac{2\sqrt{2x}}{x+2}$

olduğuna göre, A ile B arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $A = B$ B) $A = 2B$ C) $A + B = 0$

D) $A + B = \frac{\pi}{2}$ E) $A + B = 1$

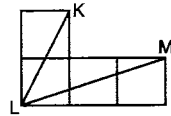
19. Bir ABC üçgeninde $IABI = 4$ cm, $IACI = 5$ cm ve

$IBCI = \sqrt{61}$ cm olduğuna göre,

$m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

A) 45 B) 60 C) 120 D) 135 E) 150

- 20.



Yandaki şekil 4 tane özdeş kareden oluşmuştur.

Buna göre, $\sin(\widehat{KLM})$ nin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

1. $a + \frac{1}{a} = 3$

olduğuna göre, $a - \frac{1}{a}$ ifadesinin pozitif değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) $-\sqrt{7}$ D) $-\sqrt{11}$ E) 3

2. $\frac{4a+8}{a^2+a-2} - \frac{20}{a^2+3a-4}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{a+4}$ B) $\frac{1}{a+4}$ C) $\frac{3}{a+4}$
D) $\frac{4}{a+4}$ E) $\frac{5}{a+4}$

3. $x^2 - 2tx - t + 3 = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2 = 0$

olduğuna göre, t kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

4. $P(x)$ polinomunun x^3+8 ile bölümünden kalan x^2-3x+5 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun x^2-2x+4 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) $1-x$ B) $-x$ C) $x+1$
D) $x+2$ E) $x+3$

5. m ve n birer pozitif tamsayıdır.

$P(x) = (x-10)^{2m+1} + (x-4)^m + 8^{n-1}$ polinomunun çarpanlarından biri $x-8$ olduğuna göre, m ile n arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $n-2m=5$ B) $2m-n=3$ C) $m-n=5$
D) $3m-2n=2$ E) $3n-2m=3$

6. m reel sayı olmak üzere. $x^2 - (2m^2 - 12m + 5)x + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

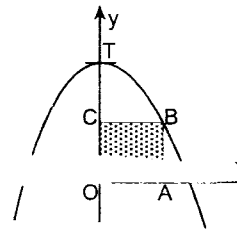
- A) -5 B) $-\frac{13}{4}$ C) -4 D) $-\frac{7}{2}$ E) -1

7. $x^2 - (2x_2 - x_1)x + 5x_1 = 0$ denkleminin kökleri sıfırdan farklı x_1 ve x_2 sayılardır.

Buna göre, $2x_1 - x_2$ farkının değeri kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) -3

8.



$y = f(x) = (mx^2 + m^2 - 4)x + 10$ parabolünün tepe noktası düşey eksen üzerindedir.

Buna göre, OABC karesinin çevresi kaç br dir?

- A) 16 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8

9. $\frac{1}{x} + \frac{x}{x-6} \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan pozitif x tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

10.

$\left(1 - \frac{1}{3}\right)^{x^2+3x} \geq \left(2 + \frac{1}{4}\right)^{x-3}$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane tam sayı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 5 D) 7 E) ∞

11. $(a - b)^6$ ifadesinin açılımındaki en büyük katsayı kaçtır?

A) 15 B) 20 C) 22 D) 24 E) 30

12. Pozitif bir tamsayısının karesi alındığında birler basamağındaki rakamın 9 olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{8}$

13. 6 tane farklı 50 Ykr ve 5 tane farklı 100 Ykr u bulunan bir kişi 250 Ykr luk bir malı almak için kaç farklı ödeme yapabilir?

A) 166 B) 170 C) 172 D) 175 E) 180

14. 25431 sayısının rakamları yer değiştirilerek oluşturulan beş basamaklı sayılar küçükten büyüğe sırasıyla yazılıyor.

Buna göre, 31245 sayısı baştan kaçınıcı sayı olur?

A) 47 B) 48 C) 49 D) 50 E) 51

15. 7 kişinin katıldığı bir sınavda en az bir kişinin başarısız olduğu bilindiğine göre, sınav başarı yönünden kaç farklı biçimde sonuçlandırılabilir?

A) 123 B) 124 C) 125 D) 126 E) 127

16. x ve y reel sayılardır.

$|x| \leq 2$ ve $|y| \leq 2$ olduğuna göre, $|x| + y \leq 2$ olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{9}{10}$

17. $\tan^3 x - 3\tan^2 x + 3\tan x - 1 = 0$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki en büyük kökü aşağıdakilerden hangisidir?

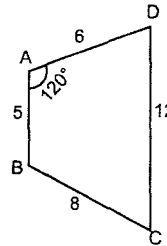
A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{5\pi}{6}$ E) $\frac{5\pi}{4}$

18. $f(x) = \arccos\left(\frac{x}{2}\right)$ ve $g(x) = \operatorname{arccot}\left(\frac{3}{2-x}\right)$

olduğuna göre, $\left(\log^{-1}\right)\left(\frac{\pi}{4}\right)$ kaçtır?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) π

- 19.



$AD = 6$ cm

$AB = 5$ cm, $CD = 12$ cm

$BC = 8$ cm

$m(\widehat{BAD}) = 120^\circ$ ise,

$\cos(\widehat{BCD})$ değeri kaçtır?

A) $\frac{39}{64}$ B) $\frac{32}{71}$ C) $\frac{15}{71}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

20. Bir ABC üçgeninde

$\sin \widehat{A} + \sin \widehat{B} = \frac{3}{4}$ ve $|BC| + |AC| = 12$ cm

olduğuna göre, üçgenin çevrel çemberinin yarıçapı kaç cm dir?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

1. $\frac{a^3 + 1}{a^4 + a^2 + 1} : \frac{a^2 + 3a + 2}{a^2 + a + 1}$ ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a + 2$ B) $a + 1$ C) a
D) $\frac{1}{a+1}$ E) $\frac{1}{a+2}$

2. $xy = 16$
 $x - y = 6$
olduğuna göre, $x^3 - y^3$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 22 B) 96 C) 504 D) 602 E) 810

3. $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $x_1 < m < x_2 < n$
koşulunun sağlanması için, $\Delta > 0$ şartının yanında aşağıdakilerden hangisi sağlanmalıdır?

A) $n.f(r) < 0$, $n < -\frac{b}{2a}$ B) $f(m).f(n) < 0$, $m > -\frac{b}{2a}$
C) $f(m).f(n) < 0$, $n > -\frac{b}{2a}$ D) $m.f(m) < 0$, $n > -\frac{b}{2a}$
E) $f(m).f(n) > 0$, $m > -\frac{b}{2a}$

4. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,
 $(x + 1).P(x) = x^3 + mx - 1$
olduğuna göre, $P(x - 2)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

5. $P(x + 1)$ polinomu $x - 2$ ile tam bölünmektedir.
Buna göre, aşağıdaki polinomlardan hangisi $x - 1$ ile tam bölünür?
A) $P(x - 2) + 2x$ B) $P(x - 1)$
C) $P(x - 1) + x - 1$ D) $P(2x + 1) + x - 1$
E) $P(2x - 1) + 3x - 4$

6. a, b, c sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere,
 $a = b - c$ olduğuna göre, $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

7. $x^3 - (m + 1)x^2 + (m - 2)x - 1 = 0$ denkleminin kökleri geometrik dizi oluşturuyorlar.

Buna göre, bu denklemin kökler toplamı kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

8. $y = x^2$ parabolü ile $y = mx + 4$ doğrusunun kesim noktaları A ve B dir.

[AB] doğru parçasının orta noktasının geometrik yer denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 2x^2 + 4$ B) $y = 2x^2$
C) $y = x^2 + 4$ D) $y = x^2 + 3$
E) $y = x^2 + 1$

9. $x^2 + 4x + k - 3 = 0$

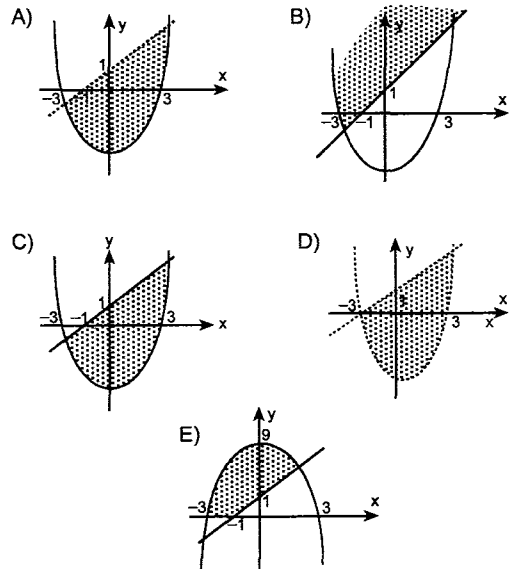
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < x_2 < 0$ ise, k nın alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $x^2 \leq y + 9 < x + 10$

eşitsizliğini aşağıdaki taralı bölgelerden hangisi ifade eder?



11. $(2x - 3y)^4 (x + 2y)^5$ açılımında kaç tane terim vardır?

- A) 26 B) 27 C) 28 D) 29 E) 30

12. Bir düzlem üzerinde bulunan 10 doğrudan 3 ü bir A noktasından, geri kalanlardan 5 i ise A dan farklı bir B noktasından geçmektedir.

Buna göre, birbirine paralel olmayan bu doğruların A ve B ile birlikte kaç kesişme noktası vardır?

- A) 31 B) 32 C) 33 D) 34 E) 35

13. $f: A \rightarrow B$

$s(A) = 5$ ve $s(B) = 3$ olduğuna göre, f fonksiyonlarından kaç tanesi örtendir?

- A) 154 B) 152 C) 150 D) 148 E) 145

14. 11012234 sayısının rakamları yer değiştirerek sekiz basamaklı kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

- A) 2940 B) 2870 C) 2800
D) 2740 E) 2520

15. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesinin elemanları kullanılarak x sayıları yazılacaktır.

$200 < x < 530$ koşulunu sağlayan kaç farklı sayı yazılabilir?

- A) 219 B) 218 C) 217 D) 216 E) 215

16. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ kümesinin elemanlarından 2 tanesi rastgele seçiliyor.

Bu iki sayının toplamı çift sayı olduğuna göre, ikisinde çift sayı olması olasılığı kaçtır?

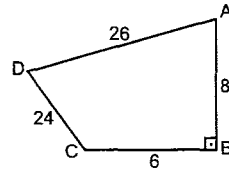
- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{9}{10}$

17. $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos 2x + \cos x + 1$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{5}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) π

18.



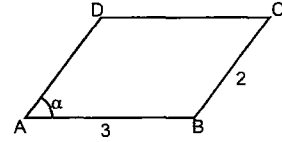
ABCD dörtgen,

$m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$

Şekildeki verilere göre, $\cos(\widehat{BAD})$ kaçtır?

- A) $-\frac{23}{65}$ B) $-\frac{16}{65}$ C) $-\frac{8}{65}$ D) $-\frac{3}{65}$ E) $-\frac{1}{65}$

19.



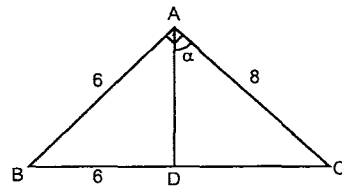
ABCD paralelkenarında köşegenlerden biri diğerinin 2 katıdır.

$IAI = 3$ br, $IBCI = 2$ br $m(\widehat{BAD}) = \alpha$ ise,

$\cos \alpha$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{13}{20}$ B) $\frac{12}{17}$ C) $\frac{11}{15}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

20.



ABC dik

üçgeninde

$m(\widehat{DAC}) = \alpha$

$IAI = IBDI = 6$ br

$IACI = 8$ br

Yukarıdaki verilere göre, $\cot \alpha$ değeri kaçtır?

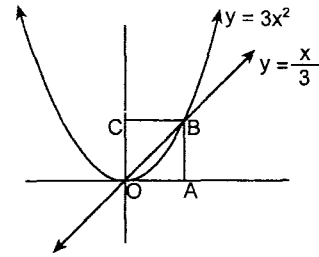
- A) $\frac{3}{4}$ B) 1 C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

KARMA TEST – 8

1. x ve y pozitif tamsayılar,
 $2x + 3$ ve $3y - 1$ aralarında asal sayılardır.
 $6xy - 2x + 9y = 123$ olduğuna göre,
 $x + y$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 14
2. $(a^2 + 1)^2 - 7(a^2 + 1) + 10$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $a - 2$ B) $a^2 + 2$ C) $a^2 + 1$
D) $a^2 - 3a - 4$ E) $a^2 + 4$
3. $P(x)$ polinomunun $x^2 + x + 1$ ile bölümündeki bölüm $Q(x)$ ve kalan $2x + 3$ tür.
 $Q(x)$ polinomunun $(x - 1)$ ile bölümündeki kalan 5 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $x^3 - 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2x + 3$ B) $4x + 1$ C) $5x + 2$
D) $5x^2 + 8$ E) $5x^2 + 7x + 8$
4. $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinom olmak üzere;
 $P(x - 3) = (x^2 - 5)$ $Q(x + 2) = x - 3$ eşitliği veriliyor.
 $P(x)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünden kalan 16 ise, $Q(2x + 1)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?
A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1
5. $x^2 + 2x - 3a - 2 = 0$
 $x^2 + (a + 3)x - 2a - 1 = 0$
denklemlerinin birer kökü ortak olduğuna göre, a nın değeri kaçtır?
A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) -3

6. m reel sayı olmak üzere,
 $(x - m)^2 - 2a(x - m) + b - 1 = 0$
denkleminin kökleri gerçel olduğuna göre, a ile b arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $a > b$ B) $a^2 > b - 2$ C) $a^2 > b - 1$
D) $a^2 \geq b - 1$ E) $a^2 \geq b + 1$

7.



$y = 3x^2$ parabolü ile $y = \frac{x}{3}$ doğrusu A ve B noktalarında kesişmektedir.

Buna göre, OABC dikdörtgeninin alanı kaç birim karedir?

- A) $\frac{1}{245}$ B) $\frac{1}{243}$ C) $\frac{1}{200}$ D) $\frac{1}{81}$ E) $\frac{1}{17}$

8. $x^2 - 3x + a = 0$ denkleminin farklı iki reel kökü x_1 ve x_2 olduğuna göre, $\frac{3x_1 \cdot x_2}{x_1 + x_2}$ ifadesinin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9.

$$\frac{3^{x-1} \cdot |x-1| \cdot (x^2 + 3x)^3}{x^2 - 9} \leq 0$$

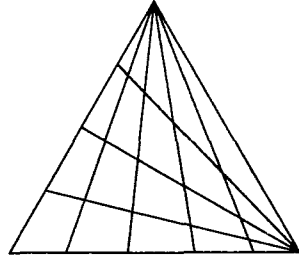
eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tamsayısı vardır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

10. $(a - 3b + 2c)^5$ açılımında kaç tane teriminin katsayısı negatiftir?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

11.



- A) 90 B) 87 C) 85 D) 82 E) 80

Yandaki şekilde kaç tane üçgen vardır?

12. 10 adet 1 YTL den oluşan toplam 10 YTL üç çocuğa kaç değişik biçimde dağıtılabilir?

- A) 60 B) 62 C) 66 D) 70 E) 72

13. Bir torbada bulunan 3 beyaz, 2 mavi ve 5 sarı toptan rastgele üçü çekiliyor.

Çekilen topların üçünde aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{11}{120}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{3}{40}$ E) $\frac{1}{15}$

14. Bir düzgün dörtyüzlünün bir yüzü mavi, iki yüzü sarı ve bir yüzü kırmızı renge boyanıyor.

Bu düzgün dörtyüzlü bir kez atıldığında yan yüzlerinde mavi, sarı ve kırmızı rengin görülme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

15. Aralarında Temel ile Fadime'nin de bulunduğu 5 kişi, Temel Fadime'nin sağında olacak şekilde kaç farklı şekilde yan yana sıralanabilirler?

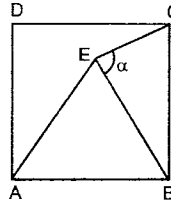
- A) 48 B) 50 C) 52 D) 58 E) 60

16. $\frac{1}{\cos x} + \frac{\sqrt{3}}{\sin x} = 4$

denkleminin $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ aralığındaki köklerinin toplamı kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{4\pi}{9}$ C) $\frac{5\pi}{9}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{7\pi}{9}$

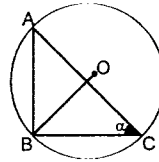
17.



- A) $2 - \sqrt{3}$ B) $3 - \sqrt{2}$ C) $2 + \sqrt{3}$ D) $3 + \sqrt{2}$ E) 2

ABCD kare,
ABE eşkenar üçgen
 $m(\widehat{BEC}) = \alpha$ ise,
tan α değeri kaçtır?

18.

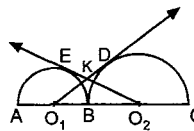


O merkezli çemberde,
IOBI = 3 cm,
IABI = 4 cm
 $m(\widehat{ACB}) = \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, $\cos \alpha$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{6}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

19.

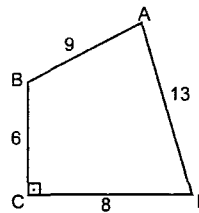


O_1 ve O_2 bulundukları çemberlerin merkezleri E ve D teğetin değme noktalarıdır.
2. $IAO_1I = IBO_2I$

olduğuna göre, $\tan(\widehat{EKD})$ kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$ B) $\frac{\sqrt{5} + 4\sqrt{2}}{\sqrt{10} - 2}$ C) $\frac{\sqrt{5} + 4\sqrt{2}}{2(\sqrt{10} - 2)}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{2} + 1}$

20.



Yandaki şekilde,
 $[BC] \perp [CD]$, $IBCI = 6$ br,
 $ICDI = 8$ br, $IABI = 9$ br,
 $IADI = 13$ br

Yukarıdaki verilere göre, ABCD dörtgeninin alanı kaç br^2 dir?

- A) $12\sqrt{14} + 24$ B) $10\sqrt{3} + 5$ C) $12\sqrt{14}$
D) 24 E) $10\sqrt{3}$

karekök özel

1. $a > 2$ olmak üzere,

$$\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a+2} - \sqrt{8a}}{a} \text{ ifadesinin değeri nedir?}$$

- A) $\sqrt{2a}$ B) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C) $2\sqrt{a}$ D) $a\sqrt{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{a}$

2. $\frac{x^2 - y^2 + 4x + 12y - 32}{x - y + 8}$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + y - 4$ B) $x - y - 5$ C) $x + y + 1$
D) $x - y + 4$ E) $x - y + 6$

3. $\frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 25} : \frac{x+3}{x^2 + 5x}$

ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) $x^2 + 5x$ C) $x + 3$
D) $2x - 1$ E) $x + 1$

4. $t^2 = t - 2$

olduğuna göre, t^7 ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $7t - 10$ B) $7t - 6$ C) $3t - 2$
D) $t + 2$ E) $10t - 7$

5. $a \cdot b = 5$

$$a + 2b = \sqrt{65}$$

olduğuna göre, $a^3 - 8b^3$ ün değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 120 B) 150 C) 175 D) 225 E) 275

6. $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 1$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P^2(x) + 2P(x) - 4$ polinomunun $x^2 + 2$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-72x + 20$ B) $-75x + 122$ C) $-10x + 15$
D) $5x + 4$ E) $9x + 2$

7. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

$$P(x^2) \cdot P(x + 3) = P(x - 2)$$

olduğuna göre, $P(2006)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

8. $x^3 + mx - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

Buna göre, bu denklemin kökleri için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) Köklerden biri sıfırdır.
B) Köklerin üçü de pozitiftir.
C) Köklerin üçü de negatiftir.
D) Köklerin biri pozitif, ikisi negatiftir.
E) Köklerin biri negatiftir.

9.

$$\left(\frac{-2x}{x+1}\right)^2 + \frac{2x}{x+1} = 6$$

denkleminin kökler toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{3}{5}$ B) 0 C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

10. m reel sayı olmak üzere

$y = x^2 - (2m - 2)x + m^2 + 5$ parabolünün tepe noktalarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 6x$ B) $y = 6x + 2$
C) $y = 2x + 4$ D) $y = -6x + 4$
E) $y = 2x + 6$

11. Reel sayılar kümesinde

$f(x) = (2a - 5)x^2 - 3bx + c + 2$ parabolünün maksimum değerinin olabilmesi için a nın alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

12. $\frac{a+3}{a-2} \geq \frac{a+2}{a-3}$

$$b = 2a + 3$$

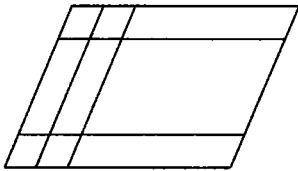
olduğuna göre, b nin alabileceği tamsayı değeri kaçtır?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

13. $(3x - y)^8$ ifadesinin açılımında ortadaki terimin katsayısı kaçtır?

- A) 5650 B) 5660 C) 5670
D) 5680 E) 5690

14.



Yukarıdaki şekilde kaç tane paralelkenar vardır?

- A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38

15. 223112 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek 3.10^5 den küçük altı basamaklı kaç değişik doğal sayı yazılabilir?

- A) 52 B) 50 C) 48 D) 46 E) 40

16. 5 madeni para havaya atılıyor. Bunlardan en az dördünün tura gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{5}{16}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{7}{16}$

17. $A = \{0, 1, 2, 3\}$

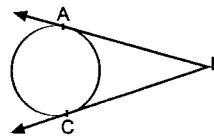
kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı 3 ile tam bölünebilen kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

- A) 19 B) 18 C) 17 D) 16 E) 15

18. $2.\cos^2 x - 3.\cos x + 2 = 0$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında kaç kökü vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

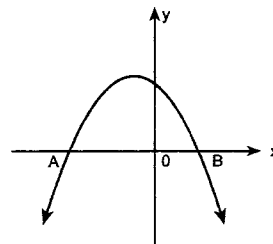
19.



[BA, çembere A da teğet
[BC, çembere C de teğet
 $|BA| = 12$ cm ve çemberin çapı 10 cm olduğuna göre, $\sin(\widehat{ABC})$ kaçtır?

- A) $\frac{5}{13}$ B) $\frac{12}{13}$ C) $\frac{72}{169}$ D) $\frac{110}{169}$ E) $\frac{120}{169}$

20.



Yandaki grafik,

$f(x) = -x^2 - 6x - t + 10$ parabolüne aittir.

$|AB| = 10$ birim olduğuna göre, t kaçtır?

- A) -12 B) -10 C) -8 D) -6 E) -4

1. $\frac{1}{1-\frac{1}{x}} + \frac{2}{x-\frac{1}{x}} - \frac{1}{1+x}$
ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{x+1}$ B) $\frac{1}{x-1}$ C) $\frac{x+1}{x-1}$
D) $\frac{x-1}{x+1}$ E) 1

2. $x, y = 6$
 $x^2 + y^2 = 13$

olduğuna göre, $x^3 + y^3$ ün değeri kaç olabilir?

- A) 27 B) 35 C) 47 D) 81 E) 125

3. $m \in \mathbb{Z}$ olduğuna göre,

$$\frac{x^2 + mx - 15}{x^2 - 10x + 21}$$

sadeleşebilen bir kesir olduğuna göre, sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x-5}{x+7}$ B) $\frac{x-5}{x-7}$ C) $\frac{x+5}{x-7}$
D) $\frac{x+5}{x+7}$ E) $\frac{x-3}{x+7}$

4. $3a + \frac{5}{b} = 4$

$$3b + \frac{5}{a} = 6$$

$$\frac{3a+b}{5a-3b} \text{ oranı kaçtır?}$$

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

5. Bir $P(x)$ polinomu $(3x^2 - x - 2)$ ile bölündüğünde bölüm $Q(x)$ ve kalan $6x + 5$ dir.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $(3x + 2)$ ile bölümündeki bölüm polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

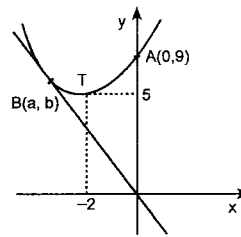
- A) $(x-1).Q(x)$ B) $(x-1).Q(x) + 2$
C) $(x+1).Q(x) + 1$ D) $(x+1).Q(x) + 2$
E) $(x+2).Q(x)$

6. $P(x)$ başkatsayısı 2 olan üçüncü dereceden bir polinomdur. $P(x)$ polinomu $(x-1)$ ve $(x+2)$ ile tam bölünmektedir.

$P(x)$ polinomunun $(x+1)$ ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x-1$ B) $2x$ C) $2x+1$
D) $2x+2$ E) $3x$

7.



Şekildeki parabolün tepe noktası $T(-2, 5)$ olup y eksenini $A(0, 9)$ noktasında kesmektedir.

Orijinden çizilen doğru parabole $B(a, b)$ noktasında teğet olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $y = x^2 + mx + 5$ parabolü ile $y = x + 4$ doğrusu kesişmediğine göre, m nin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

9. $(x + y + z)^7$ açılımında kaç tane terim vardır?

- A) 38 B) 37 C) 36 D) 35 E) 34

10.

$A = \{3, 4, 6, 8, 9, 12, 15, 16, 20\}$ kümesinin elemanları köşegenlerin birine 3 ile bölünebilen sayılar, diğerine 4 ile bölünebilen sayılar gelecek şekilde kaç farklı şekilde yerleştirilir?

- A) 32 B) $2.4!.3!$ C) $4!4!$
D) $2.4!.4!$ E) $5!.4!$

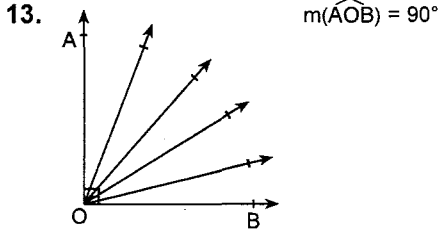
11. Bir otelde 2 yataklı 2, 3 yataklı 1 oda boştur.

Aralarında Ali ile Can'ın da olduğu 7 kişi, bu oteldeki odalara, Ali ile Can aynı odada kalmamak koşuluyla kaç farklı şekilde yerleştirilir?

- A) 150 B) 160 C) 170 D) 180 E) 190

12. Rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı olan üç basamaklı tek doğal sayıların kaç tanesinde 4 rakamı bulunur?

- A) 85 B) 82 C) 78 D) 75 E) 70



Yukarıdaki şekilde kaç tane dar açı vardır?

- A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

14. 6 farklı tablo üç kişiye gösteriliyor ve beğendikleri tabloyu söylüyorlar.

Üçünün de seçtiği tablonun birbirinden farklı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{2}{3}$

15. $\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} = 0$

denklemini sağlayan en küçük pozitif açı kaç derecedir?

- A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 120

16. $x^2 - x + 2a = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 + \frac{2}{x_2} = 1$$

olduğuna göre, $a^2 + 2a$ ifadesinin değeri kaçtır?

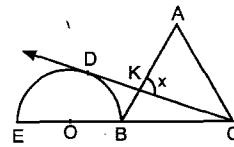
- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) 1 E) 2

17. $5\sin^2 x + 2\cos^2 x - 3 = \sin x \cdot \cos x$

denkleminin $[-2\pi, 2\pi]$ aralığında kaç tane kökü vardır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

- 18.



ABC eşkenar üçgen

[CD, O merkezli yarım çembere D de teğet

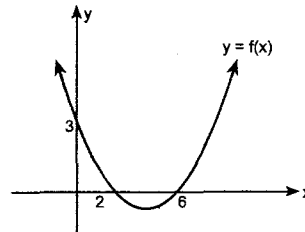
$|EB| = |BC|$, $m(\widehat{AKC}) = x$ ise, $\tan x$ kaçtır?

- A) $\frac{2\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1}$ B) $\frac{\sqrt{6} + 1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ C) $\frac{2\sqrt{6} + 1}{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}$
D) $\frac{\sqrt{6} + 2}{\sqrt{3} + 1}$ E) $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{3} + 1}$

19. Bir ABC üçgeninde $|BC| = 3$ cm ve $\sin(\widehat{B} + \widehat{C}) = \frac{3}{5}$ olduğuna göre, ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı kaç cm dir?

- A) 1,5 B) 2 C) 2,5 D) 3 E) 3,5

- 20.



Yandaki grafik,

$f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolüne aittir.

Buna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{5}{4}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{9}{2}$

29. ÇARPANLARA AYIRMA

TARAMA TESTİ	1	A	11	A
	2	C	12	B
	3	E	13	D
	4	B	14	D
	5	D	15	E
	6	B	16	D
	7	D	17	D
	8	E	18	B
	9	A	19	D
	10	A	20	B

KONU TESTİ - 1	1	C	11	B
	2	A	12	D
	3	A	13	A
	4	B	14	B
	5	E	15	B
	6	C	16	D
	7	C	17	D
	8	B	18	E
	9	A	19	C
	10	A	20	B

KONU TESTİ - 2	1	C	11	D
	2	A	12	A
	3	D	13	C
	4	D	14	B
	5	D	15	B
	6	E	16	C
	7	A	17	B
	8	C	18	D
	9	E	19	D
	10	D	20	B

ÖSYS SORULARI	1	C	11	B	21	D
	2	A	12	B	22	B
	3	A	13	C	23	E
	4	A	14	E	24	
	5	E	15	C	25	
	6	B	16	E	26	
	7	A	17	E	27	
	8	E	18	A	28	
	9	E	19	C	29	
	10	A	20	A	30	

30. ÖZDEŞLİKLER

TARAMA TESTİ	1	B	11	B	21	B	31	C
	2	A	12	D	22	D	32	C
	3	E	13	C	23	C	33	B
	4	C	14	B	24	C	34	C
	5	D	15	D	25	D	35	
	6	E	16	B	26	A	36	
	7	C	17	E	27	E	37	
	8	E	18	E	28	B	38	
	9	E	19	C	29	D	39	
	10	B	20	A	30	A	40	

KONU TESTİ - 1	1	B	11	C
	2	D	12	E
	3	E	13	B
	4	E	14	C
	5	E	15	E
	6	D	16	B
	7	A	17	D
	8	B	18	C
	9	C	19	B
	10	B	20	E

KONU TESTİ - 2	1	C	11	B
	2	D	12	E
	3	D	13	E
	4	B	14	A
	5	C	15	D
	6	E	16	B
	7	C	17	C
	8	B	18	D
	9	D	19	A
	10	A	20	D

ÖSYS SORULARI	1	C	11	E	21	D	31	C	41	A
	2	E	12	D	22	C	32	D	42	C
	3	C	13	A	23	D	33	A	43	D
	4	E	14	A	24	C	34	C	44	C
	5	C	15	C	25	D	35	A	45	D
	6	B	16	D	26	C	36	E	46	A
	7	D	17	D	27	B	37	B	47	
	8	D	18	B	28	D	38	E	48	
	9	D	19	A	29	E	39	B	49	
	10	E	20	E	30	A	40	A	50	

31. POLİNOMLAR

TARAMA TESTİ	1	A	11	E	21	E
	2	E	12	B	22	D
	3	C	13	D	23	A
	4	E	14	A	24	B
	5	A	15	B	25	D
	6	C	16	C	26	D
	7	E	17	B	27	D
	8	B	18	C	28	A
	9	D	19	B	29	E
	10	E	20	C	30	D

KONU TESTİ - 1	1	D	11	D
	2	C	12	E
	3	B	13	B
	4	A	14	D
	5	E	15	B
	6	B	16	E
	7	C	17	C
	8	A	18	B
	9	D	19	B
	10	C	20	E

KONU TESTİ - 2	1	E	11	B
	2	D	12	D
	3	C	13	A
	4	A	14	A
	5	B	15	B
	6	B	16	D
	7	D	17	B
	8	C	18	E
	9	E	19	D
	10	A	20	D

ÖSYS SORULARI	1	D	11	C	21	C
	2	A	12	C	22	A
	3	D	13	C	23	C
	4	A	14	B	24	A
	5	B	15	C	25	D
	6	E	16	B	26	D
	7	B	17	B	27	B
	8	A	18	B	28	D
	9	B	19	C	29	B
	10	D	20	E	30	

32. İKİNCİ DERECEDEKİ DENKLEMLER

TARAMA TESTİ	1	C	11	E	21	D
	2	C	12	B	22	
	3	B	13	D	23	
	4	A	14	A	24	
	5	D	15	D	25	
	6	E	16	A	26	
	7	B	17	A	27	
	8	E	18	A	28	
	9	C	19	B	29	
	10	E	20	A	30	

KONU TESTİ - 1	1	E	11	A
	2	D	12	C
	3	B	13	A
	4	A	14	C
	5	C	15	D
	6	D	16	C
	7	B	17	E
	8	A	18	D
	9	A	19	C
	10	E	20	B

KONU TESTİ - 2	1	C	11	C
	2	B	12	C
	3	D	13	D
	4	E	14	E
	5	C	15	A
	6	A	16	D
	7	B	17	B
	8	A	18	A
	9	D	19	C
	10	A	20	D

ÖSYS SORULARI	1	A	11	B
	2	A	12	C
	3	E	13	E
	4	C	14	
	5	D	15	
	6	C	16	
	7	C	17	
	8	A	18	
	9	E	19	
	10	D	20	

33. ÜÇÜNCÜ DERECEDEKİ DENKLEMLER

TARAMA TESTİ	1	B	11	B
	2	A	12	B
	3	C	13	
	4	D	14	
	5	E	15	
	6	A	16	
	7	E	17	
	8	E	18	
	9	B	19	
	10	B	20	

KONU TESTİ - 1	1	D	11	B
	2	C	12	E
	3	B	13	A
	4	C	14	E
	5	C	15	A
	6	C	16	C
	7	E	17	E
	8	D	18	A
	9	A	19	B
	10	B	20	E

KONU TESTİ - 2	1	E	11	D
	2	D	12	E
	3	C	13	C
	4	B	14	A
	5	E	15	E
	6	E	16	E
	7	A	17	B
	8	A	18	A
	9	B	19	D
	10	D	20	D

ÖSYS SORULARI	1	C
	2	A
	3	E
	4	A
	5	B
	6	A
	7	D
	8	B
	9	A
	10	E

34. PARABOL

TARAMA TESTİ	1	C	11	B
	2	C	12	C
	3	B	13	
	4	A	14	
	5	B	15	
	6	D	16	
	7	E	17	
	8	C	18	
	9	A	19	
	10	B	20	

KONU TESTİ - 1	1	E	11	C
	2	C	12	B
	3	B	13	E
	4	C	14	E
	5	D	15	A
	6	D	16	E
	7	E	17	D
	8	B	18	A
	9	B	19	D
	10	A	20	E

KONU TESTİ - 2	1	D	11	C
	2	D	12	C
	3	E	13	D
	4	A	14	B
	5	B	15	E
	6	A	16	C
	7	D	17	A
	8	B	18	E
	9	E	19	
	10	C	20	

ÖSYS SORULARI	1	D	11	C
	2	E	12	C
	3	B	13	A
	4	D	14	A
	5	E	15	E
	6	B	16	
	7	A	17	
	8	E	18	
	9	A	19	
	10	B	20	

35. EŞİTSİZLİKLER

TARAMA TESTİ	1	D	11	B	21	E
	2	C	12	B	22	C
	3	D	13	C	23	D
	4	A	14	E	24	D
	5	A	15	C	25	D
	6	C	16	D	26	
	7	D	17	A	27	
	8		18	C	28	
	9	B	19	C	29	
	10	A	20	A	30	

KONU TESTİ - 1	1	E	11	E
	2	E	12	E
	3	A	13	C
	4	C	14	A
	5	D	15	D
	6	A	16	B
	7	E	17	B
	8	B	18	C
	9	A	19	E
	10	C	20	D

KONU TESTİ - 2	1	C	11	A
	2	B	12	C
	3	A	13	B
	4	E	14	E
	5	E	15	C
	6	B	16	C
	7	A	17	D
	8	B	18	E
	9	C	19	A
	10	D	20	A

ÖSYS SORULARI	1	A	11	A	21	B
	2	B	12	D	22	D
	3	C	13	D	23	B
	4	C	14	B	24	A
	5	E	15	A	25	E
	6	E	16	A	26	E
	7	B	17	C	27	D
	8	A	18	A	28	
	9	C	19	A	29	
	10	A	20	D	30	

36. PERMÜTASYON, KOMBİNASYON

TARAMA TESTİ	1	E	11	D	21	D	31	C
	2	A	12	D	22	B	32	D
	3	B	13	B	23	C	33	
	4	D	14	E	24	B	34	
	5	D	15	E	25	E	35	
	6	C	16	A	26	D	36	
	7	D	17	B	27	A	37	
	8	C	18	C	28	A	38	
	9	E	19		29	C	39	
	10	D	20	B	30	D	40	

KONU TESTİ - 1	1	C	11	D
	2	D	12	B
	3	E	13	A
	4	C	14	C
	5	E	15	B
	6	A	16	D
	7	B	17	C
	8	E	18	D
	9	D	19	A
	10	B	20	B

KONU TESTİ - 2	1	C	11	A
	2	A	12	A
	3	A	13	D
	4	E	14	E
	5	D	15	B
	6	A	16	C
	7	D	17	E
	8	D	18	D
	9	E	19	B
	10	B	20	A

ÖSYS SORULARI	1	C	11	A
	2	C	12	D
	3	C	13	C
	4	D	14	A
	5	C	15	A
	6	C	16	D
	7	D	17	D
	8	D	18	B
	9	C	19	E
	10	E	20	D

37. OLASILIK

TARAMA TESTİ	1	B	11	C
	2	C	12	B
	3	A	13	C
	4	D	14	B
	5	C	15	C
	6	C	16	
	7	D	17	
	8	A	18	
	9	E	19	
	10	A	20	

KONU TESTİ - 1	1	D	11	A
	2	E	12	E
	3	A	13	C
	4	B	14	B
	5	C	15	E
	6	B	16	D
	7	E	17	A
	8	A	18	A
	9	B	19	C
	10	C	20	D

KONU TESTİ - 2	1	B	11	E
	2	A	12	B
	3	D	13	A
	4	C	14	D
	5	B	15	D
	6	C	16	A
	7	B	17	C
	8	B	18	E
	9	D	19	E
	10	C	20	A

ÖSYS SORULARI	1	A	11	A
	2	A	12	C
	3	E	13	C
	4	D	14	D
	5	B	15	A
	6	E	16	E
	7	A	17	E
	8	B	18	A
	9	E	19	
	10	A	20	

38. BİNOM

TARAMA TESTİ	1	C
	2	A
	3	B
	4	D
	5	E
	6	B
	7	C
	8	E
	9	E
	10	E

KONU TESTİ - 1	1	C	11	D
	2	C	12	E
	3	B	13	E
	4	E	14	B
	5	A	15	C
	6	E	16	C
	7	B	17	E
	8	A	18	C
	9	B	19	E
	10	D	20	D

KONU TESTİ - 2	1	C	11	D
	2	D	12	D
	3	D	13	B
	4	A	14	E
	5	E	15	A
	6	E	16	D
	7	E	17	E
	8	C	18	E
	9	E	19	B
	10	D	20	A

ÖSYS SORULARI	1	B
	2	D
	3	E
	4	B
	5	A
	6	D
	7	A
	8	
	9	
	10	

39. TRİGONOMETRİ 1

TARAMA TESTİ	1	B	11	D	21	B	31	A
	2	C	12	B	22	E	32	D
	3	A	13	C	23	C	33	C
	4	C	14	E	24	C	34	D
	5	D	15	D	25	A	35	A
	6	C	16	A	26	D	36	C
	7	D	17	B	27	D	37	E
	8	A	18	E	28	B		
	9	C	19	D	29	C		
	10	A	20	C	30	D		

KONU TESTİ - 1	1	C	11	D
	2	A	12	B
	3	B	13	D
	4	D	14	E
	5	B	15	E
	6	B	16	B
	7	A	17	A
	8	C	18	D
	9	A	19	A
	10	C	20	E

KONU TESTİ - 2	1	E	11	A
	2	A	12	A
	3	E	13	E
	4	C	14	B
	5	A	15	A
	6	B	16	C
	7	E	17	B
	8	E	18	B
	9	C	19	A
	10	B	20	A

ÜSYS SORULARI	1	D	11	C	21	A
	2	B	12	D	22	E
	3	C	13	D	23	A
	4	E	14	E	24	B
	5	C	15	E	25	A
	6	D	16	C	26	E
	7	C	17	A	27	B
	8	B	18	D	28	C
	9	B	19	E	29	D
	10	E	20	B	30	E

40. TRİGONOMETRİ 2

TARAMA TESTİ	1	B	11	E	21	E
	2	C	12	B	22	B
	3	B	13	C	23	C
	4	D	14	D	24	A
	5	B	15	C	25	B
	6	A	16	B	26	C
	7	E	17	D	27	D
	8	B	18	C	28	C
	9	C	19	E	29	E
	10	C	20	A	30	C

KONU TESTİ - 1	1	E	11	B
	2	C	12	A
	3	A	13	E
	4	B	14	A
	5	A	15	B
	6	D	16	C
	7	C	17	E
	8	E	18	A
	9	C	19	D
	10	B	20	B

KONU TESTİ - 2	1	D	11	B
	2	A	12	A
	3	E	13	D
	4	B	14	C
	5	B	15	B
	6	D	16	E
	7	C	17	C
	8	A	18	A
	9	E	19	C
	10	E	20	A

ÜSYS SORULARI	1	E	11	B	21	B
	2	B	12	A	22	A
	3	D	13	A	23	A
	4	C	14	A	24	C
	5	A	15	C	25	C
	6	D	16	E	26	C
	7	C	17	C	27	
	8	B	18	C	28	
	9	D	19	A	29	
	10	B	20	D	30	

41. TRİGONOMETRİ 3

TARAMA TESTİ	1	A	11	D
	2	E	12	D
	3	B	13	D
	4	C	14	
	5	D	15	
	6	E	16	
	7	B	17	
	8	E	18	
	9	D	19	
	10	A	20	

KONU TESTİ - 1	1	D	11	A
	2	A	12	B
	3	E	13	C
	4	C	14	E
	5	B	15	B
	6	E	16	C
	7	B	17	A
	8	A	18	C
	9	C	19	
	10	B	20	

KONU TESTİ - 2	1	E	11	C
	2	B	12	D
	3	C	13	B
	4	D	14	A
	5	E	15	D
	6	C	16	D
	7	C	17	E
	8	E	18	A
	9	C	19	
	10	D	20	

ÜSYS SORULARI	1	D	11	A
	2	E	12	A
	3	D	13	E
	4	E	14	E
	5	B	15	A
	6	D	16	D
	7	B	17	A
	8	D	18	C
	9	B	19	A
	10	E	20	

42. TRİGONOMETRİ 4

TARAMA TESTİ	1	E	11	A	21	B
	2	D	12	E	22	C
	3	B	13	E	23	E
	4	D	14	D	24	
	5	A	15	D	25	
	6	D	16	A	26	
	7	B	17	B	27	
	8	C	18	A	28	
	9	B	19	A	29	
	10	B	20	A	30	

KONU TESTİ - 1	1	D	11	B
	2	B	12	A
	3	D	13	E
	4	E	14	E
	5	D	15	E
	6	C	16	B
	7	D	17	E
	8	B	18	C
	9	E	19	C
	10	A	20	A

KONU TESTİ - 2	1	B	11	A
	2	A	12	D
	3	B	13	C
	4	B	14	C
	5	B	15	B
	6	D	16	E
	7	B	17	A
	8	C	18	A
	9	D	19	A
	10	E	20	C

ÖSYM SORULARI	1	B	11	A	21	D
	2	C	12	D	22	
	3	C	13	A	23	
	4	E	14	A	24	
	5	B	15	C	25	
	6	C	16	D	26	
	7	E	17	A	27	
	8	D	18	D	28	
	9	E	19	E	29	
	10	A	20	A	30	

KARMA TESTLER

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
TEST - 1	E	B	C	E	E	A	C	C	B	D	E	E	A	A	C	B	E	E	E	A
TEST - 2	C	E	C	D	B	B	D	E	A	D	A	E	C	B	E	B	C	A	B	C
TEST - 3	E	C	E	D	B	E	C	A	D	A	B	A	C	A	D	E	B	E	E	E
TEST - 4	B	D	B	E	B	B	E	A	C	D	D	D	E	D	B	A	A	C	D	E
TEST - 5	B	C	A	B	E	C	A	A	E	E	B	C	D	A	B	D	D	A	C	B
TEST - 6	B	D	D	A	E	B	B	E	A	B	A	B	A	C	E	C	E	D	A	B
TEST - 7	E	C	C	C	D	B	E	A	C	A	E	D	C	A	D	B	A	B	A	E
TEST - 8	A	A	E	A	C	D	D	B	B	B	A	C	B	D	E	C	C	B	C	A
TEST - 9	E	A	A	A	E	B	E	D	A	E	B	E	C	D	B	A	D	C	E	D
TEST - 10	C	B	C	C	B	C	C	D	C	D	B	E	C	D	D	B	E	C	C	B