

“integral”im sıfır diyenlere
“integral”e sıfırdan başlamak isteyenlere

İNTEGRAL

sıfır

Orhan ÇANAKÇI



KAREKÖK

YOL HARİTASI

I.

BELİRSİZ İNTEGRALE GİRİŞ

Türev kurallarını iyi biliyorsanız burayı çok hızlı geçeceksiniz. Ben zaten integral alabiliyordum diyeceksiniz.

II.

İNTEGRAL ALMA YÖNTEMLERİ

"Değişken Değiştirme" "Kısmi İntegrasyon" "Basit Kesirlere Ayırma" yöntemlerini kullanarak ilk bölümde yaptıklarınızı tekrar edeceksiniz.

III.

BELİRLİ İNTEGRAL

I. ve II. bölümleri iyi anlamışsanız bu bölümün nasıl bittiğini anlamayacaksınız. Çünkü her şey çok belirli.

IV.

İNTEGRAL İLE ALAN VE HACİM HESABI

İntegralin ne işe yaradığını göreceksiniz, iyi ki İNTEGRALİ öğrenmişim diyeceksin.

Üniversite Hayatınızda Başarılar...

İÇİNDEKİLER

Belirsiz İntegrale Giriş	11
İntegral Alma Yöntemleri	37
Belirli İntegral	61
İntegral ile Alan ve Hacim Hesabı	87
Karma Testler	115
İdeal Sınav	127

MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ

Modüler Piramit Sistemi'nde pratik yöntem ile teorik yöntem örtüşmüştür. Genellikle uygulamaya geçirilemeyen ve ihmal edilen amaç ve davranışlar sorular ile ifade edilmiştir. Bu bağlamda Modüler Piramit Sistemi'nde her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşı, bir piramitin köşesindeki taş gibi düşünülmüştür. Bu taş belirlenmiş olan yere konulduktan sonra aynı sıraya ait taşlar kolayca yerleştirilebilecektir. Köşetaşı, AÇIKLAMALI ÇÖZÜM ile anlatıldıktan sonra verilen 4 alıştırmaya sorusu kolayca çözülebilecektir.

Köşetaşlarına karşılık gelen AMAÇLAR, konunun başında verilmiştir. Böylece konuya ait içindikiler bölümü de oluşturuldu.

Kitabın sayfaları düzenli biçimde kullanıldı. Her sayfaya bir köşetaşı, açıklamalı çözümü ve alıştırmaya soruları yazıldı.

KÖŞETAŞLARI numaralandırılarak sayfanın başına yerleştirilmiştir. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının noktasal somutlaştırılmasıdır. Dikkatle incelendiğinde köşetaşlarının arasındaki eytişim fark edilecektir. Köşetaşları arasındaki bağ, temelden yukarıya, kolaydan zora doğru seviyelendirilerek kurulup, gönderimlerle güçlendirildi. Köşetaşlarının bağımsız öğrenilebilmesi için çözümler açıklamalı yapıldı.

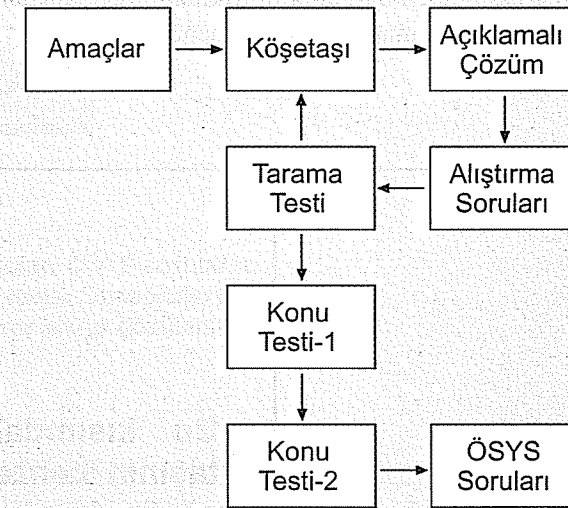
AÇIKLAMALI ÇÖZÜM bölümünde öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir konunun bu bölümlerinde anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

ALİŞTİRMA SORULARI açıklamalı çözüm bölümünden sonra verildi. Bu sorularla köşetaşının öğrencide oluşturduğu edimsel koşullanmayı pekiştirmek amaçlandı.

TARAMA TESTİ, her konunun sonunda köşetaşları ile birebir ilişkili olarak verildi. Bir konudaki köşetaşı sayısı ile tarama testinin soru sayısı birbirine eşittir. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır. Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözülemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

KONU TESTLERİ, selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet sürücüsünün selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

ÖSYS SORULARI, öğrencinin hedefi olan bu soruları görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.



bölüm numarası

5.17

5. bölümün
17. köşetaşı

bölümün (konunun) adı

köşetaşı

Her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşları oluşturulurken lise müfredatı dikkatle incelenmiş, sınırları belirlenmiştir. Üniversiteye giriş sınavı soruları; konu dağılımı, soru tipi ve seviyesi, öğrenciden istenen yaklaşım tarzları göz önüne alınarak analiz edilmiştir. Köşetaşlarını özümseyerek çözen bir öğrencinin sınavda çıkmış ve çıkabilecek soruları çözebileceği kanaatindeyiz. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının somut bir dizin haline getirilmesidir.

açıklamalı çözüm

AÇIKLAMALI ÇÖZÜM kısmında öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir bölümün (konunun) bu kısımlarında anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

ARTIK!

“-ÇÖZMEK İSTEDİM,
AMA ÇÖZEMEDİM Kİ!”

deyip test çözmeyi bırakmak
yok!!

Bu kısımdaki sorular köşetaşının benzerleridir. Açıklamalı çözüm kısmında da hem anlatım hem de çözüm yapıldığından

YUKARI BAK veee

SORUYU ÇÖZ!!

karekök

TARAMA TESTİ

Bir konudaki köşetaşlarının sayısı kadar soru içerir. Her köşetaşından sırasıyla birer soru vardır. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından, besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır.

Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözülemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

KONU TESTİ

Dershanelerde verilen yaprak testlerin benzeridir. MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ'nde uzun bir çalışmadan sonra bu testler verilir. Selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet binicisinin selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

ÖSYS SORULARI

Öğrencinin, hedefi olan ÖSYS sorularını görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.

BÖLÜM 1

Belirsiz İntegrale Giriş

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Ters türev kavramını açıklar.
2. Polinom tipi fonksiyonun integralini alır.
3. Köklü fonksiyonun integralini alır.
4. Negatif kuvvete sahip ifadelerin integralini alır.
5. Toplanan ve çıkarılan fonksiyonları ayrıştırarak integral alır.
6. $y = \cos(ax + b)$ fonksiyonunun integralini alır.
7. $y = \sin(ax + b)$ fonksiyonunun integralini alır.
8. $y = \cos^2 x$ ve $y = \sin^2 x$ fonksiyonlarının integralini alır.
9. Ters dönüşüm formüllerini kullanarak integral alır.
10. $y = 1 + \tan^2 x$ fonksiyonunun integralini alır.
11. $y = 1 + \cot^2 x$ fonksiyonunun integralini alır.
12. $y = a^x$ fonksiyonunun integralini alır.
13. $y = \frac{1}{ax+b}$ fonksiyonunun integralini alır.
14. Türevi verilen fonksiyonun integral sabitini hesaplar.
15. Belirsiz integralin türevini alır.

köşetaşı

Aşağıdakilerden hangisinin x e göre türevi $3x^2$ değildir?

- A) x^3 B) $x^3 + 2$ C) $x^3 - 1$ D) $x^3 - 2$ E) $x^3 + x$

açıklamalı çözüm

Türevi bilinen bir fonksiyonu bulmaya "İntegral alma" denir.

x^3 , $x^3 + 2$, $x^3 - 1$, $x^3 - 2$ fonksiyonlarının türevi $3x^2$ dir. Bir başka deyişle bu fonksiyonlar $3x^2$ nin ters türevi yani integralidir. Sabitin türevi sıfır olduğu için $3x^2$ nin integrali $x^3 + c$ dir. c ye integral sabiti denir.

$$x^3 + c \xrightleftharpoons[\text{İNTEGRAL}]{\text{TÜREV}} 3x^2$$

Matematikçesi;

$$\begin{array}{c} \text{Integral} \\ \text{sembolü} \end{array} \int 3x^2 dx = x^3 + c$$

fonksiyonun
türevi Türev
x'e göre
alınmış istenilen
fonksiyon
(integral)

" $x^3 + x$ " fonksiyonunun türevi $3x^2 + 1$ olduğundan cevap "E" seçeneğidir.

1. "x e göre türevi $2x$ olan fonksiyon nedir?" ifadesine aşağıdakilerden hangisi karşılık gelir?

- A) $\int 2x dy$ B) $\int x^2 dx$ C) $\int (2x + c) dx$
D) $\int 2x dx$ E) $\int 2 dx$

2. $\int 4x dx = f(x)$

olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $f'(x) = 4x$ B) $f(x) = 4x + c$
C) $f'(x) = 2x^2$ D) $f(x) = 2x^2$
E) $f(x) = 2x^2 - 2$

3. $\int 4x^3 dx = x^4 + c$

eşitliği için aşağıdakilerden hangisi daima doğru değildir?

- A) Türev x e göre alınmıştır.
B) c integral sabitidir.
C) " $x^4 + c$ " nin türevi $4x^3$ tür.
D) c pozitif gerçel sayıdır.
E) " $x^4 + c$ ", $4x^3$ ün integralidir.

4. $\frac{dy}{dx} = 3$

eşitliğinde y yi bulmak için aşağıdakilerden hangisi yapılmalıdır?

- A) $\int 3x dx$ B) $\int 3 dy$ C) $\int 3 dx$
D) $\int 3x dy$ E) $\int \frac{3}{dx}$

köşetaşı

$\int 8x^3 dx$ integralinin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

$$\int a \cdot x^n dx = a \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$$

Kuralımız der ki;

- I) a katsayısına sakın dokunma
II) x in derecesi n i 1 artır, $n + 1$ yap
III) Sonra $a \cdot x^{n+1}$ ifadesini $n + 1$ ile böl.
IV) Integral sabitini (c) asla unutma.

$$\int 8x^3 dx = 8 \cdot \frac{x^{3+1}}{3+1} + c = 8 \cdot \frac{x^4}{4} + c = 2x^4 + c$$

DİKKAT

$$\int dx = \int 1 dx = x + c$$

$$\int a dx = ax + c$$

$$\int a dt = at + c$$

$$\int x dt = xt + c$$

1. $\int 6x^2 dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $3x^2 + c$ B) $2x^3 + c$ C) $6x^3 + c$
D) $3x^3 + c$ E) $12x + c$

3. $\int 10 dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $10 + c$ B) $10c$ C) $10x + c$
D) $10a + c$ E) $5x^2 + c$

2. $\int 5a^4 da$

integralinin eşiti nedir?

- A) $x^5 + c$ B) $a^5 + c$ C) $20x^3 + c$
D) $20a^3 + c$ E) $4a^5 + c$

4. $\int 2x dt$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^2 + c$ B) $t^2 + c$ C) $2t + c$
D) $2xt + c$ E) $2t^2 + c$

köşetaşı

$\int 3 \cdot \sqrt{x} \, dx$ integralinin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

$$\int a \sqrt[n]{x^m} \, dx = \int a \cdot x^{\frac{m}{n}} \, dx = a \cdot \frac{x^{\frac{m}{n}+1}}{\frac{m}{n}+1} + c$$

Dikkat edilirse bu kural bir önceki köşetaşında verilen kuralın aynısıdır. Köklü ifadeyi önce üslü (kuvvetli) yaptık sonra kuvveti 1 artırıp artırılmış kuvvete böldük.

$$\int 3\sqrt{x} \, dx = \int 3x^{\frac{1}{2}} \, dx = 3 \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c = 3 \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = 2x^{\frac{3}{2}} + c = 2\sqrt[2]{x^3} + c = 2\sqrt{x^2} \cdot x + c = 2x\sqrt{x} + c$$

1. $\int 4\sqrt[3]{x} \, dx$
integralinin sonucu nedir?

- A) $\sqrt[3]{x^3} + c$ B) $4x\sqrt[3]{x} + c$
C) $3x\sqrt[3]{x} + c$ D) $x\sqrt[3]{x} + c$
E) $3x\sqrt{x^3} + c$

3. $\int \frac{6x}{\sqrt{x}} \, dx$
integralinin eşiti nedir?

- A) $4x^{\frac{2}{3}} + c$ B) $6x^{\frac{3}{2}} + c$
C) $4x^{\frac{3}{2}} + c$ D) $x^{\frac{3}{2}} + c$
E) $x^{\frac{2}{3}} + c$

karekök

2. $\int 5x\sqrt{x} \, dx$
integralinin eşiti nedir?

- A) $2x^{\frac{5}{2}} + c$ B) $2x^{\frac{2}{5}} + c$
C) $10x^{\frac{5}{2}} + c$ D) $10x^{\frac{2}{5}} + c$
E) $2x^{\frac{2}{3}} + c$

4. $\int 6a\sqrt{x} \, dx$
integralinin eşiti nedir?

- A) $4ax\sqrt{x} + c$ B) $4x\sqrt{a} + c$
C) $2ax\sqrt{x} + c$ D) $2xa\sqrt{a} + c$
E) $2a^2x\sqrt{x} + c$

köşetaşı

$\int \frac{4}{x^3} \, dx$ integralinin sonucu nedir?

açıklamalı çözüm

$$\int \frac{a}{x^n} \, dx = \int a \cdot x^{-n} \, dx = a \cdot \frac{x^{-n+1}}{-n+1} + c \quad (n \neq 1)$$

Görüldüğü gibi değişen bir şey yok. x in kuvveti kesirli olmuş, negatif olmuş hiç fark etmiyor. Kuvveti hep 1 artırıp sonra bölüyoruz.

$$\int \frac{4}{x^3} \, dx = \int 4x^{-3} \, dx = 4 \cdot \frac{x^{-3+1}}{-3+1} + c = -2x^{-2} + c = -\frac{2}{x^2} + c$$

1. $\int -\frac{1}{x^2} \, dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\frac{1}{x} + c$ B) $-\frac{1}{x} + c$ C) $\frac{2}{x} + c$
D) $-\frac{2}{x} + c$ E) $\frac{1}{x^2} + c$

3. $\int \frac{\sqrt{x}}{2x} \, dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\sqrt{x} + c$ B) $2\sqrt{x} + c$ C) $\frac{1}{\sqrt{x}} + c$
D) $\frac{2}{\sqrt{x}} + c$ E) $x + c$

karekök

2. $\int \frac{1}{\sqrt{x}} \, dx$
integralinin sonucu nedir?

- A) $\sqrt{x} + c$ B) $4\sqrt{x} + c$ C) $2\sqrt{x} + c$
D) $\frac{2}{x} + c$ E) $\frac{2}{\sqrt{x}} + c$

4. $\int \frac{x^{11/6}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x}} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{x^2} + c$ B) $\frac{1}{x} + c$ C) $2x + c$
D) $\frac{x^2}{2} + c$ E) $x^2 + c$

köşetaşı

$$\int \left(3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 2 \right) dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

açıklamalı çözüm

$$\int (u(x) \pm v(x)) dx = \int u(x) dx \pm \int v(x) dx$$

Integral sembolü içinde birden çok fonksiyon toplanmış ya da çıkarılmış ise integral alınırken herbirinin ayrı ayrı integrali alınır ve sadece bir tane integral sabiti yazılır.

$$\begin{aligned} \int \left(3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 2 \right) dx &= \int 3x^2 dx + \int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx - \int 2 dx \\ &= x^3 + \sqrt{x} - 2x + c \end{aligned}$$

$$1. \int \left(12x^3 - \frac{4}{x^3} \right) dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) $3x^4 + 2x^2 + c$ B) $3x^4 - 2x^2 + c$
C) $3x^4 + \frac{2}{x^2} + c$ D) $3x^4 - \frac{2}{x^2} + c$
E) $3x^4 + x^{-2} + c$

$$3. \int \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} dx$$

integralinin eđiti nedir?

(Dikkat: Kural bölme için geçerli değil, önce bölmeyi (sadeleştirme) yapınız.)

- A) $\frac{3}{2}x\sqrt{x} + x + c$ B) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + x + c$
C) $\frac{2}{3}\sqrt{x} + x + c$ D) $\frac{3}{2}\sqrt{x} + x + c$
E) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} - x + c$

$$2. \int (3x+2)(x-2) dx$$

integralinin eđiti nedir?

(Dikkat: Kural çarpma için geçerli değil, önce çarpmayı yapınız.)

- A) $x^3 - 2x^2 - 4x + c$ B) $x^3 + 2x^2 + 4x + c$
C) $x^3 + 2x^2 - 4x + c$ D) $x^3 - 2x^2 + 4x + c$
E) $x^3 - 2x^2 - 2x + c$

$$4. \int \frac{6x^3 + 4x^2 + 1}{x^2} dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) $3x^2 + 4x - \frac{1}{x} + c$ B) $3x^2 + 4x + \frac{1}{x} + c$
C) $6x^2 + 2x - \frac{1}{x} + c$ D) $6x^2 + 4x + \frac{1}{x} + c$
E) $3x^2 - 4x - \frac{1}{x} + c$

köşetaşı

$$\int \cos 2x dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

açıklamalı çözüm

$$\int \cos(ax + b) dx = \frac{\sin(ax + b)}{a} + c$$

$$y = \sin(ax + b) \Rightarrow y' = a \cdot \cos(ax + b)$$

olduğunu hatırlarsak verilen kuralda eğitliğin sağ tarafında $\sin(ax + b)$ yi niçin a ya böldüğümüzü daha kolay anlarız.

$$\int \cos 2x dx = \frac{\sin 2x}{2} + c$$

$$1. \int \cos(4x-1) dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) $\sin 4x + c$ B) $\frac{\sin 4x}{4} + c$
C) $\frac{\sin(4x-1)}{4} + c$ D) $\frac{\cos(4x-1)}{4} + c$
E) $\frac{\cos 4x}{4} + c$

$$2. \int 6 \cos 3x dx$$

aşağıdakilerden hangisine eğittir?

- A) $6 \sin 3x + c$ B) $3 \sin 3x + c$
C) $-3 \sin 3x + c$ D) $-2 \sin 3x + c$
E) $2 \sin 3x + c$

$$3. \int \cot 2x \cdot \sin 2x dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) $\sin 2x + c$ B) $2 \sin 2x + c$
C) $\cos 2x + c$ D) $\frac{1}{2} \sin 2x + c$
E) $\frac{1}{2} \cos 2x + c$

$$4. \int \frac{1 + \cos 2x}{2} dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A) $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + c$ B) $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{2} + c$
C) $\frac{x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + c$ D) $x + \sin 2x + c$
E) $\frac{x}{2} + \sin 2x + c$

köşetaşı

$\int \sin 2x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

$$\int \sin(ax + b) dx = -\frac{\cos(ax + b)}{a} + c$$

$$y = \cos(ax + b) \Rightarrow y' = -a \sin(ax + b)$$

olduğunu hatırlarsak verilen kuralda eşitliğin sağ tarafındaki $\cos(ax + b)$ nin önündeki $-$ işaretini ve niçin a ya bölündüğünü anlayabiliriz.

$$\int \sin 2x \, dx = -\frac{\cos 2x}{2} + c$$

1. $\int \sin(2x - 1) \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{1}{2} \cos(2x - 1) + c$ B) $\frac{1}{2} \cos(2x - 1) + c$
C) $-\cos(2x - 1) + c$ D) $2 \cos(2x - 1) + c$
E) $-2 \cos(2x - 1) + c$

2. $\int 4 \sin(1 - 2x) \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2 \cos(1 - 2x) + c$ B) $2 \cos(1 - 2x) + c$
C) $\cos(1 - 2x) + c$ D) $-\cos(1 - 2x) + c$
E) $2 \cos\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$

3. $\int \sin\left(\frac{x+1}{2}\right) dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{1}{2} \cos\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$ B) $\frac{1}{2} \cos\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$
C) $-\frac{1}{2} \sin 2x + c$ D) $-2 \cos\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$
E) $2 \cos\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$

4. $\int \sin x \cdot \cos x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

(İpucu: $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$)

- A) $-\frac{1}{2} \cos 2x + c$ B) $\frac{1}{2} \cos 2x + c$
C) $-\frac{1}{2} \sin 2x + c$ D) $-\frac{1}{4} \cos 2x + c$
E) $\frac{1}{4} \cos 2x + c$

köşetaşı

$\int \cos^2 x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned} \int \cos^2 x \, dx &= \int \frac{1 + \cos 2x}{2} \, dx \\ &= \frac{1}{2} \int (1 + \cos 2x) \, dx \\ &= \frac{1}{2} \left(x + \frac{\sin 2x}{2} \right) + c \end{aligned}$$

HATIRLATMA

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

1. $\int 2 \sin^2 x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x - \sin 2x + c$ B) $x - \frac{\sin 2x}{2} + c$
C) $x + \frac{\sin 2x}{2} + c$ D) $x - \frac{\cos 2x}{2} + c$
E) $x + \frac{\cos 2x}{2} + c$

2. $\int 2 \cos^2 2x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x + \frac{\sin 4x}{4} + c$ B) $x - \frac{\sin 4x}{4} + c$
C) $x - \frac{\cos 4x}{4} + c$ D) $x + \frac{\cos 4x}{4} + c$
E) $x + \frac{\sin 4x}{2} + c$

3. $\int (\cos^2 2x + \sin^2 2x) \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x + c$ B) $\sin 2x + \cos 2x + c$
C) $\sin 2x - \cos 2x + c$ D) $\frac{1}{2} (\sin 2x - \cos 2x) + c$
E) $2 (\sin 2x - \cos 2x) + c$

4. $\int \sin^2 4x \, dx - \int \cos^2 4x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

(İpucu: Parçaları birleştir bulmacayı çözeceksin.)

- A) $\sin 8x + c$ B) $-\frac{1}{8} \sin 8x + c$
C) $\frac{1}{8} \sin 8x + c$ D) $-\cos 8x + c$
E) $-\frac{1}{8} \cos 8x + c$

köşetaşı

$\int \cos 2x \cdot \cos 4x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned} \int \cos 4x \cdot \cos 2x \, dx &= \int \frac{1}{2} (\cos(4x+2x) + \cos(4x-2x)) \, dx \\ &= \frac{1}{2} \int (\cos 6x + \cos 2x) \, dx \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\sin 6x}{6} + \frac{\sin 2x}{2} \right) + c \\ &= \frac{\sin 6x}{12} + \frac{\sin 2x}{4} + c \end{aligned}$$

HATIRLATMA

$$\begin{aligned} \cos a \cdot \cos b &= \frac{1}{2} (\cos(a+b) + \cos(a-b)) \\ \sin a \cdot \sin b &= -\frac{1}{2} (\cos(a+b) - \cos(a-b)) \\ \sin a \cdot \cos b &= \frac{1}{2} (\sin(a+b) + \sin(a-b)) \end{aligned}$$

1. $\int 18 \cos 6x \cdot \cos 3x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin 9x + 3 \sin 3x + c$ B) $\sin 9x + \sin 3x + c$
C) $\cos 9x + \cos 3x + c$ D) $\cos 9x + 3 \cos 3x + c$
E) $-\sin 9x - 3 \sin 3x + c$

2. $\int -6 \sin 2x \cdot \sin x \cdot dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin 3x - 2 \sin x + c$ B) $\sin 3x - 3 \sin x + c$
C) $\cos 3x - 3 \cos x + c$ D) $\cos 3x + 3 \cos x + c$
E) $\sin 3x + 3 \sin x + c$

3. $\int 6 \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3 \cos 3x - 6 \cos x + c$ B) $\cos 3x + 6 \cos x + c$
C) $-\cos 3x + 6 \cos x + c$ D) $\sin 3x - 6 \sin x + c$
E) $-\cos 3x - 3 \cos x + c$

4. $\int 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) \cdot \cos(\pi - x) \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin 3x + \sin x + c$ B) $\sin 3x - \sin x + c$
C) $\frac{\cos 3x}{3} + \cos x + c$ D) $\frac{\sin 3x}{3} + \sin x + c$
E) $\frac{\sin 3x}{3} - \sin x + c$

köşetaşı

$\int \tan^2 2x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

$$\int (1 + \tan^2(ax+b)) \, dx = \int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} \, dx = \int \sec^2(ax+b) \, dx = \frac{\tan(ax+b)}{a} + c$$

$$y = \tan(ax+b) \Rightarrow y' = a(1 + \tan^2(ax+b))$$

olduğunu hatırlarsanız verilen kuralda $\tan(ax+b)$ nin niçin a ya bölündüğünü kolayca anlayabiliriz.

$$\begin{aligned} \int \tan^2 2x \, dx &= \int (-1 + 1 + \tan^2 2x) \, dx \\ &= \int -1 \, dx + \int (1 + \tan^2 2x) \, dx \\ &= -x + \frac{\tan 2x}{2} + c \end{aligned}$$

1. $\int (3 + \tan^2 x) \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3 + \tan x + c$ B) $2 \tan x + c$
C) $2 + \tan x + c$ D) $3x + \tan x + c$
E) $2x + \tan x + c$

2. $\int (3 \tan^2 3x) \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-3x + \tan 3x + c$ B) $3x - 3 \tan x + c$
C) $3x + \tan 3x + c$ D) $3x - \tan x + c$
E) $-3x + \tan x + c$

3. $\int \frac{4}{\cos^2 2x} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan 2x + c$ B) $4 \tan 2x + c$
C) $2 \tan 2x + c$ D) $8 \tan 2x + c$
E) $4 \tan x + c$

4. $\int 6 \sec^2 3x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3 \tan 3x + c$ B) $6 \tan 3x + c$
C) $2 \tan 3x + c$ D) $\tan 3x + c$
E) $3 \tan 2x + c$

köşetaşı

$$\int (2 - \cot^2 x) dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

açıklamalı çözüm

$$\int (1 + \cot^2(ax + b)) dx = \int \frac{1}{\sin^2(ax + b)} dx = \int \operatorname{cosec}^2(ax + b) dx = -\frac{\cot(ax + b)}{a} + c$$

$$y = \cot(ax + b) \Rightarrow y' = -a(1 + \cot^2(ax + b))$$

olduğunu hatırlarsanız verilen kuralda $\cot(ax + b)$ nin niçin $-a$ ya bölündüğünü kolayca anlayabiliriz.

$$\begin{aligned} \int (3 - 1 - \cot^2 x) dx &= \int [3 - (1 + \cot^2 x)] dx \\ &= \int 3 dx - \int (1 + \cot^2 x) dx = 3x + \cot x + c \end{aligned}$$

$$1. \int \cot^2 x dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x + \cot x + c$ B) $x - \cot x + c$
C) $-x + \cot x + c$ D) $-x - \cot x + c$
E) $-1 - \cot x + c$

$$3. \int \frac{2}{\sin^2 2x} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2\cot 2x + c$ B) $2\cot 2x + c$
C) $-\cot 2x + c$ D) $\cot 2x + c$
E) $-4\cot 2x + c$

$$2. \int (2 + \cot^2 x) dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x - \cot x + c$ B) $x + \cot x + c$
C) $-x - \cot x + c$ D) $1 - \cot x + c$
E) $-1 - \cot x + c$

$$4. \int \frac{1}{1 - \cos 2x} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

(İpucu: $\cos 2x$ in yarım açı formülünü hatırla)

- A) $-\cot x + c$ B) $-2\cot x + c$
C) $-\cot 2x + c$ D) $-\frac{1}{2}\cot x + c$
E) $\cot x + c$

köşetaşı

$$\int 2^{3x+1} dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

açıklamalı çözüm

$$\int a^{mx+n} dx = \frac{a^{mx+n}}{m \cdot \ln a} + c \quad \int e^{mx+n} dx = \frac{e^{mx+n}}{m} + c$$

$$y = a^{mx+n} \Rightarrow y' = a^{mx+n} \cdot m \cdot \ln a$$

olduğunu hatırlayın. İntegrali alınırken bu nedenle ters işlem yapılır m ve $\ln a$ ya bölünür.

$$\int 2^{3x+1} dx = \frac{2^{3x+1}}{3 \cdot \ln 2} + c$$

$$1. \int 2^{1-x} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{2^{1-x}}{\ln 2} + c$ B) $\frac{2^{1-x}}{\ln 2} + c$ C) $\frac{2^{x-1}}{\ln 2} + c$
D) $2^{1-x} + c$ E) $-2^{1-x} + c$

$$3. \int e^{-\frac{x}{2}} dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} + c$ B) $-e^{-\frac{x}{2}} + c$
C) $2e^{-\frac{x}{2}} + c$ D) $\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} + c$
E) $-2e^{-\frac{x}{2}} + c$

$$2. \int 4e^{2x} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $4e^{2x} + c$ B) $2e^{2x} + c$ C) $e^{2x} + c$
D) $-e^{2x} + c$ E) $-4e^{2x} + c$

$$4. \int 3^x \cdot 2^{2x} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $12^x + c$ B) $12^x \cdot \ln 12 + c$ C) $\frac{12^x}{\ln 12} + c$
D) $\frac{12^x}{\ln 2 \cdot \ln 3} + c$ E) $\frac{12^x}{\ln 6} + c$

köşetaşı

$\int \frac{1}{2x-1} dx$ integralinin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

$$\int \frac{1}{mx \pm n} dx = \frac{1}{m} \ln|mx \pm n| + c$$

$$y = \ln(mx \pm n) \Rightarrow y' = \frac{m}{mx \pm n}$$

olduğunu hatırlayın. Türevi alınırken m ile çarpılırken integrali alınırken m ye bölüldüğüne dikkat edin.

$$\int \frac{1}{2x-1} dx = \frac{1}{2} \ln|2x-1| + c$$

1. $\int \frac{1}{x+1} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln|x+1| + c$ B) $\ln|x-1| + c$
C) $2\ln|x+1| + c$ D) $\frac{1}{2}\ln|x+1| + c$
E) $4\ln|x+1| + c$

3. $\int \left(\frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-1} \right) dx = \ln(x+1)^2(x-1)^4 + c$

olduğuna göre, a · b kaç olabilir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

2. $\int \frac{4}{4x-1} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\ln|4x-1| + c$ B) $-2\ln|4x-1| + c$
C) $-4\ln|4x-1| + c$ D) $4\ln|4x-1| + c$
E) $\ln|4x-1| + c$

4. $\int \frac{x^3+x^2}{x^4} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln|x| - \frac{1}{x} + c$ B) $\ln|x| + \frac{1}{x} + c$
C) $-\ln|x| - \frac{1}{x} + c$ D) $\frac{1}{x} - \ln|x| + c$
E) $\frac{1}{x^2} - \ln|x| + c$

köşetaşı

$f'(x) = 3x^2 + 4x$ ve $f(0) = 3$ olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

açıklamalı çözüm

Türevi verilen bir fonksiyonun kendisini bulmak için integral almamız gerektiğini öğrenmiştik.

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (3x^2 + 4x) dx$$

$$= x^3 + 2x^2 + c$$

c sabitini bulmak için $f(0) = 3$ bilgisini kullanalım.

$$f(0) = 0 + 0 + c = 3 \Rightarrow c = 3$$

Bu durumda

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 3 \text{ ve } f(1) = 1 + 2 + 3 = 6 \text{ olur.}$$

AYRICA

$$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x)$$

1. $f'(x) = 8x^3 - 6x^2 + 1$ ve $f(0) = 2$

olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $f'(x) = 2\cos 2x - 4\sin 2x$ ve $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

olduğuna göre, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $f'(x) = 2e^{2x}$ ve $f(\ln 2) = 5$

olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $f''(x) = 2$, $f'(0) = 2$ ve $f(1) = 4$

olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

köşetaşı

$\int f(x) dx = 2x^3 + 6x^2 + 3$ olduğuna göre $f(2)$ kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$$

İntegralin türevi alındığında integral içindeki fonksiyon integral dışına olduğu gibi çıkar.

Şimdi köşetaşındaki $f(x)$ fonksiyonunu integralden kurtarmak için her iki tarafın türevini alalım.

$$\int f(x) dx = 2x^3 + 6x^2 + 3$$

$$\frac{d}{dx} \int f(x) dx = \frac{d}{dx} (2x^3 + 6x^2 + 3)$$

$$f(x) = 6x^2 + 12x$$

Sonuç $f(2) = 6 \cdot 2^2 + 12 \cdot 2 = 48$ bulunur.

1. $\int f(x) dx = e^{2x} + \cos 2x$
olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\int xf(x) dx = 4x^3 + 2x^2$
olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?
A) 20 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36

3. $\int f'(x) dx = 2f(x) + 2x + 1$ ve $f(0) = 1$
olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $\int f''(x) dx = f(x)(x^2 - 1)$ ve $f''(1) = 4$
olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

1. Aşağıdaki integrallerden hangisinin sonucu t ye göre türevi $3t^2$ olan fonksiyona eşit olur?

- A) $\int 3x^2 dx$ B) $\int 3x^2 dt$ C) $\int 3t^2 dx$
D) $\int 3t^2 dt$ E) $\int t^3 dt$

2. $\int 16x^3 dx$

integralinin sonucu nedir?

- A) $3x^4 + c$ B) $4x^4 + c$ C) $4t^4 + c$
D) $3t^4 + c$ E) $48x^2 + c$

3. $\int 10\sqrt[4]{x} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $8x\sqrt[4]{x} + c$ B) $4x\sqrt[4]{x} + c$ C) $8\sqrt[5]{x^4} + c$
D) $4\sqrt[5]{x^4} + c$ E) $2x\sqrt[4]{x} + c$

4. $\int -\frac{6}{x^4} dx$

integralinin sonucu nedir?

- A) $-\frac{4}{x^3} + c$ B) $-\frac{2}{x^3} + c$ C) $\frac{2}{x^3} + c$
D) $\frac{4}{x^3} + c$ E) $\frac{2}{x^5} + c$

5. $\int (2\sqrt{x} - 1)(2\sqrt{x} + 1) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $4x^2 - x + c$ B) $2x^2 - x + c$ C) $2x^2 + x + c$
D) $4x^2 + x + c$ E) $4x - 1 + c$

6. $\int 3\cos(-3x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-3\sin(-3x) + c$ B) $-3\cos(-3x) + c$
C) $3\sin(-3x) + c$ D) $\sin(-3x) + c$
E) $-\sin(-3x) + c$

7. $\int 2\sin 2x \cdot \cos 2x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\cos 4x + c$ B) $\frac{1}{4}\cos 4x + c$
C) $\sin 4x + c$ D) $-\frac{1}{4}\sin 4x + c$
E) $-\frac{1}{4}\cos 4x + c$

8. $\int -2\sin^2 4x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x - \frac{\cos 8x}{8} + c$ B) $-x - \frac{\sin 8x}{8} + c$
C) $-x + \frac{\sin 8x}{8} + c$ D) $x + \frac{\sin 8x}{8} + c$
E) $-x + \frac{\cos 8x}{8} + c$

9. $\int 30 \cos(-4x) \cdot \cos x \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3 \sin 5x + 5 \sin 3x + c$
 B) $5 \sin 5x + 3 \sin 3x + c$
 C) $3 \cos 5x + 5 \cos 3x + c$
 D) $3 \sin 5x - 5 \sin 3x + c$
 E) $-3 \sin 5x - 5 \sin 3x + c$

10. $\int (1 - \tan^2 x) \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x - \tan x + c$ B) $x + \tan x + c$
 C) $2x - \tan x + c$ D) $2x - \tan 2x + c$
 E) $-2x - \tan x + c$

11. $\int -\frac{4}{\sin^2 4x} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cot 4x + c$ B) $-\cot 4x + c$
 C) $\tan 4x + c$ D) $-\tan 4x + c$
 E) $4 \cot 4x + c$

12. $\int 4e^{-2x} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2e^{-2x} + c$ B) $-2e^{-2x} + c$
 C) $-e^{-2x} + c$ D) $e^{-2x} + c$
 E) $-4e^{-2x} + c$

13. $\int \frac{x-1}{x^2-1} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln|x-1| + c$ B) $\ln|x+1| + c$
 C) $\ln|x^2-1| + c$ D) $2\ln|x-1| + c$
 E) $2\ln|x+1| + c$

14. $f'(x) = -9x^2 + \frac{1}{x}$ ve $f(-1) = 4$

olduğuna göre $f(1)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

15. $\int x^2 f(2x) \, dx = x^4 - 4x^3 + c$

olduğuna göre $f(2)$ kaçtır?

- A) -12 B) -8 C) 0 D) 8 E) 12

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\int \sin x \, dx = -\cos x + c$
 B) $\int \sec^2 x \, dx = \tan x + c$
 C) $\int e^x \, dx = e^x + c$
 D) $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x| + c$
 E) $\int \operatorname{cosec}^2 x \, dx = \cot x + c$

2. $\frac{dy}{dx} = -4x^3 + 2x$

denklemini sağlayan y aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $x^4 + x^2 + 2$ B) $-x^4 + x^2$
 C) $-12x^2 + 2$ D) $-4x^4 + x^2$
 E) $x^4 + x^2$

3. $\int 3^{2x} \, dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3^{2x} \log_e e + c$ B) $3^x \ln 9 + c$ C) $3^{2x} \ln 9 + c$
 D) $3^x \ln 3 + c$ E) $3^{2x} \ln 3 + c$

4. $f'(x) = -6x + 2$ ve $f(-1) = 0$

olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $\int \cos x \cdot \tan x \, dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cos x + c$ B) $-\cos x + c$ C) $\sin x + c$
 D) $-\sin x + c$ E) $\tan x + c$

6. $\int \frac{1}{x}(x+1) \, dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + \ln|x| + c$ B) $x \cdot \ln|x| + c$
 C) $x^2 + \ln|x| + c$ D) $\ln|1+x| + c$
 E) $1 + \ln|x| + c$

7. $\int (\tan^2 x - \cot^2 x) \, dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\tan x - \cot x + c$ B) $\tan x + \cot x + c$
 C) $\cot x - \tan x + c$ D) $-\tan x - \cot x + c$
 E) $\sec x + \operatorname{cosec} x + c$

8. $F(x) = \int \frac{1}{x} \, dx$

olduğuna göre, $F'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\ln|x| + c$ B) $\frac{1}{x} + c$ C) $\frac{1}{x}$
 D) $\frac{1}{|x|}$ E) $-\frac{1}{x^2}$

9. $\int 5(x^2 - 3)^2 dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^5 - 10x^3 + 45x + c$
 B) $x^4 - 10x^2 + c$
 C) $x^5 + 10x^3 + 45x + c$
 D) $x^5 - 3x^3 + 9x + c$
 E) $x^5 - 2x^3 + 9x + c$

10. $\int 6e^{3x} dx$

integralinin eşiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3e^{3x} + c$ B) $2e^{3x} + c$ C) $6e^{3x} + c$
 D) $e^{3x} + c$ E) $3e^{2x} + c$

11. $\int (2\cos^2 2x - 1) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin 4x + c$ B) $\cos 4x + c$ C) $\frac{1}{4} \sin 4x + c$
 D) $\frac{1}{4} \cos 4x + c$ E) $-\frac{1}{4} \sin 4x + c$

12. $\int \frac{e^x + 1}{e^x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x - e^x + c$ B) $x + e^x + c$ C) $x - e^{-x} + c$
 D) $-x - e^{-x} + c$ E) $-x + e^{-x} + c$

13. $\int x^{-1} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{x^2} + c$ B) $-\frac{1}{x^2} + c$ C) $\ln|x| + c$
 D) $\frac{1}{x} + c$ E) $-\ln|x| + c$

14. $\int (\sin^2 x - \cos^2 x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\sin 2x + c$ B) $\sin 2x + c$ C) $2\sin 2x + c$
 D) $-\frac{1}{2} \sin 2x + c$ E) $\frac{1}{2} \sin 2x + c$

15. $\int \frac{4}{\sqrt{x}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sqrt{x} + c$ B) $2\sqrt{x} + c$ C) $4\sqrt{x} + c$
 D) $8\sqrt{x} + c$ E) $16\sqrt{x} + c$

16. $\int \frac{2}{\operatorname{cosec} 2x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cos 2x + c$ B) $-\cos 2x + c$
 C) $\sin 2x + c$ D) $-\sin 2x + c$
 E) $-2\cos 2x + c$

1. $\int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot x + c$ olduğundan "E" seçeneğindeki integral yanlış alınmıştır.

2. $\frac{dy}{dx} = -4x^3 + 2x$

$dy = (-4x^3 + 2x) dx$

$\int dy = \int (-4x^3 + 2x) dx$

$y = -x^4 + x^2 + c$

olduğundan doğru seçenek "B" seçeneğidir.

3. $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x}}{2 \cdot \ln 3} + c = \frac{3^{2x}}{\ln 9} + c$
 $= 3^{2x} \log_9 e + c$

Doğru seçenek "A" dir.

4. $f'(x) = -6x + 2 \Rightarrow$

$\int f'(x) dx = \int (-6x + 2) dx$

$f(x) = -3x^2 + 2x + c$

$f(-1) = 0$ olduğundan

$f(-1) = -3 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = 5$

$f(0) = c = 5$ bulunur.

Doğru seçenek "E" dir.

5. $\int \cos x \cdot \tan x dx = \int \cos x \frac{\sin x}{\cos x} dx$
 $= \int \sin x dx = -\cos x + c$

Doğru seçenek "B" dir.

6. $\int \frac{1}{x}(x+1) dx = \int \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx = x + \ln|x| + c$

Doğru seçenek "A" dir.

7. $\int (\tan^2 x - \cot^2 x) dx$
 $= \int (1 + \tan^2 x - 1 - \cot^2 x) dx$
 $= \int (1 + \tan^2 x) dx + \int -(1 + \cot^2 x) dx$
 $= \tan x + \cot x + c$

Doğru seçenek "B" dir.

8. $F(x) = \int \frac{1}{x} dx$ integralinin türevi integrali alınan $\frac{1}{x} e$ eşittir. Doğru seçenek "C" dir.

$$\begin{aligned}
 9. \int 5(x^2 - 3)^2 dx &= \int 5(x^4 - 6x^2 + 9) dx \\
 &= \int (5x^4 - 30x^2 + 45) dx \\
 &= x^5 - 10x^3 + 45x + c
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "A" dir.

$$10. \int 6e^{3x} dx = 6 \cdot \frac{e^{3x}}{3} + c = 2e^{3x} + c$$

Doğru seçenek "B" dir.

$$11. \int (2\cos^2 2x - 1) dx = \int \cos 4x dx = \frac{\sin 4x}{4} + c$$

Doğru seçenek "C" dir.

$$\begin{aligned}
 12. \int \frac{e^x + 1}{e^x} dx &= \int \left(\frac{e^x}{e^x} + \frac{1}{e^x} \right) dx = \int (1 + e^{-x}) dx \\
 &= x - e^{-x} + c
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "C" dir.

$$13. \int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

Doğru seçenek "C" dir.

$$\begin{aligned}
 14. \int (\sin^2 x - \cos^2 x) dx &= \int -(\cos^2 x - \sin^2 x) dx \\
 &= \int -\cos 2x dx \\
 &= -\frac{\sin 2x}{2} + c
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "D" dir.

$$\begin{aligned}
 15. \int \frac{4}{\sqrt{x}} dx &= \int 4 \cdot x^{-\frac{1}{2}} dx = 4 \cdot \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + c \\
 &= 4 \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c \\
 &= 8 \cdot \sqrt{x} + c
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "D" dir.

$$16. \int \frac{2}{\operatorname{cosec} 2x} dx = \int 2 \sin 2x dx = -\cos 2x + c$$

Doğru seçenek "B" dir.

karekök

$$1. \int e^{\ln 6x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $e^{6x} + c$ B) $\frac{1}{6}e^{\ln 6x} + c$ C) $6x + c$
D) $3x^2 + c$ E) $3x + c$

$$2. \int \cos^3 x \cdot (1 + \tan^2 x) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\cos x + c$ B) $-\sin x + c$
C) $\tan x + c$ D) $\sin x + c$
E) $\cos x + c$

$$3. \int e^{-x}(e^x + e^{2x}) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^x + x + c$ B) $e^x + e^{-x} + c$
C) $-x + e^{-x} + c$ D) $e^x - e^{-x} + c$
E) $x - e^{-x} + c$

$$4. \int 4(x-1)(x^2 + x + 1) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^4 + 4x + c$ B) $x^4 - 4x^3 + c$
C) $x^4 - 4x + c$ D) $x^4 + 4x^3 + c$
E) $x^4 - x + c$

$$5. \int \left(\frac{2}{x} - \frac{2}{x+1} \right) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln \left(\frac{x}{x+1} \right)^2 + c$ B) $\ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + c$
C) $\ln x^2(x+1)^2 + c$ D) $\ln |2x+1| + c$
E) $\frac{2\ln|x|}{\ln|x+1|} + c$

$$6. \int \ln 2 \cdot \frac{2^{3x+1} - 2^x}{2^x} dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2^{2x} - x \ln 2 + c$ B) $2^{2x} + x + c$
C) $2^{2x+1} + x + c$ D) $2^{2x+1} - x + c$
E) $2^x - x + c$

$$7. \int 3(\sqrt[4]{x} - 1)(\sqrt[4]{x} + 1) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{x} + c$ B) $2\sqrt{x} + c$
C) $2x\sqrt{x} - 3x + c$ D) $x\sqrt{x} - x + c$
E) $\sqrt{x} - x + c$

$$8. \int \frac{1}{\tan^2 x} dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-x + \cot x + c$ B) $x - \cot x + c$
C) $x + \cot x + c$ D) $-x - \cot x + c$
E) $x + \tan x + c$

karekök

9. $\int \tan x \cdot \cot x \, dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\tan x + c$ B) $\cot x + c$ C) $x + c$
D) $\tan^2 x + c$ E) $\cot^2 x + c$

10. $\int f'(x) \, dx = x^2 + 3x + 1$ ve $f(0) = 1$
olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 4x$ olduğuna göre, $y = f(x)$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?
- A) $x^3 - 2x^2 + 2$ B) $x^3 - 2x + 1$
C) $x^3 + x^2 - 2$ D) $2x^3 - 2x^2$
E) $x^3 - 4x^2$

12. $\int x^2 \cos^2 x \, dx + \int x^2 \sin^2 x \, dx = f(x)$
olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?
- A) $2x^2$ B) x^2 C) $-x^3$
D) $\frac{x^3}{3}$ E) x^3

13. $\int \frac{4x^2 - 1}{2x + 1} \, dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $x^2 + x + c$ B) $x^2 + c$
C) $2x^2 + x + c$ D) $2x^2 + c$
E) $x^2 - x + c$

14. $\int f(x) \, dx = \frac{1}{x} + \int \frac{x+1}{x^2} \, dx$
olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\ln|x|$ B) $\frac{1}{x^2}$ C) $\frac{1}{x}$
D) $-\frac{1}{x}$ E) $-\frac{1}{x^2}$

15. $\int 2e^{\frac{x}{2}} \, dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{1}{4}e^{\frac{x}{2}} + c$ B) $\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}} + c$ C) $e^{\frac{x}{2}} + c$
D) $2e^{\frac{x}{2}} + c$ E) $4e^{\frac{x}{2}} + c$

16. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,
 $\int \sqrt{1 - \cos 2x} \, dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $-\sqrt{2}\cos x + c$ B) $-\cos x + c$
C) $\sqrt{2}\sin x + c$ D) $\sin x + c$
E) $-2\cos x + c$

1. $\sin x < 0$ için $\int (\cos x + |\sin x|) \, dx$
integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $1 + \sin x + c$ B) $\cos x - \sin x + c$
C) $\sin x + \cos x + c$ D) $1 + \cos x + c$
E) $1 - \sin x + c$ (1977)

2. $f'(x) = 3x^2 + 2x$ ve $f(1) = 3$
olduğuna göre, $f(-1)$ in değeri nedir?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4 (ÖYS 1986)

3. $\int x f(x) \, dx = x^2 + x + c$
olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
(c sabittir.)
- A) 2 B) $x + \ln x$ C) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + cx$
D) $x + 1$ E) $2 + \frac{1}{x}$ (ÖYS 1987)

4. $y = f(x)$ eğrisinin $(-2, 3)$ noktasındaki teğeti x eksenine ile 135° lik açı yapmaktadır.
 $f''(x) = 16x$ olduğuna göre, eğrinin y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?
- A) -3 B) -2 C) -1 D) $-\frac{69}{5}$ E) $-\frac{125}{3}$ (ÖYS 1995)

5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu her noktada türevli ve
 $f'(x) = x + 1$
 $f(2) = -1$
olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?
- A) -5 B) -4 C) -2 D) -1 E) 0 (ÖSS 2006)

6. $f''(x) = 6x - 2$
 $f'(0) = 4$
 $f(0) = 1$
koşullarını gerçekleyen f fonksiyonu için $f(1)$ değeri kaçtır?
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8 (LYS 2010)

7. $f'(x) = 3x^2 + 4x + 3$
 $f(0) = 2$
olduğuna göre, $f(-1)$ değeri kaçtır?
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2 (LYS 2011)

BÖLÜM 2

İntegral Alma Yöntemleri

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. $\int f^n(x) \cdot f'(x) dx$ integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
2. $\int \sin^n x \cdot \cos x dx$ ya da $\int \cos^n x \cdot \sin x dx$ integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
3. $\int \tan^n x \cdot \sec^2 x dx$ ya da $\int \cot^n x \cdot \operatorname{cosec}^2 x dx$ integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
4. $\int \sin(f(x)) \cdot f'(x) dx$ ya da $\int \cos(f(x)) \cdot f'(x) dx$ integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
5. $\int e^{f(x)} \cdot f'(x) dx$ integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
6. $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx$ integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
7. $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}} dx$ integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
8. $\int \frac{f'(x)}{1+f^2(x)} dx$ integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
9. Diferansiyel içeren integrallerin eşitini bulur.
10. Verilen dönüşümü kullanarak integralin eşitini bulur.
11. Basit kesirlere ayırma yöntemiyle integral alır.
12. Basit kesirlere ayırma yöntemiyle integral alır.
13. Kısmi integrasyon yöntemiyle integral alır.

köşetaşı

$\int (x^2 + 1)^3 \cdot 2x \, dx$ integralinin eşitini bulunuz.

açıklamalı çözüm

İntegrallerin içinin daha karışık olduğu durumlarda en çok karşımıza çıkan, en çok kullanılan yöntem "Değişken Değiştirme" yöntemidir.

$$\int [f(x)]^n f'(x) \, dx = \int u^n \, du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$$

Integral içinde biri diğerinin türevi ya da türevinin katı olan iki fonksiyon varsa bu yöntem uygulanır. Şimdi bu kuralı kullanarak köşetaşındaki integrali basitleştirelim.

$$u = f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow \frac{du}{dx} = f'(x) = 2x \\ \Rightarrow du = 2x \, dx$$

$$\int \underbrace{(x^2 + 1)^3}_u \underbrace{2x \, dx}_{du} = \int u^3 \, du = \frac{u^4}{4} + c = \frac{(x^2 + 1)^4}{4} + c$$

Değişken değiştirmeyi doğru yaparsanız karşınıza çıkan integralin bu kitabın I. bölümündeki basit integrallerden biri olduğunu görürsünüz.

1. $\int (x^3 - 1)^4 \cdot 3x^2 \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{(x^3 - 1)^5}{5} + c$ B) $\frac{(x^3 - 1)^4}{4} + c$ C) $\frac{x^5}{5} + c$
D) $\frac{x^4}{4} + c$ E) $\frac{(x^4 - 1)^5}{5} + c$

2. $\int 12(x - 1)^5 \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2(x - 1)^6 + c$ B) $6(x - 1)^6 + c$
C) $12(x - 1)^6 + c$ D) $2(x - 1)^5 + c$
E) $6(x - 1)^5 + c$

3. $\int \frac{1}{(x^2 - 1)^3} \cdot 2x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2(x^2 - 1)^2} + c$ B) $-\frac{1}{2(x^2 - 1)^2} + c$
C) $\frac{1}{(x^2 - 1)^2} + c$ D) $-\frac{1}{(x^2 - 1)^2} + c$
E) $-2(x^2 - 1)^2 + c$

4. $\int 6(x^2 + 2x)^2 (x + 1) \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(x^2 + 2x) + c$ B) $3(x^2 + 2x)^3 + c$
C) $2(x^2 + 2x)^3 + c$ D) $(x^2 + 2x)^3 + c$
E) $6(x^2 + 2x)^3 + c$

köşetaşı

$\int 4\sin^3 x \cdot \cos x \, dx$ integralinin eşitini bulunuz.

açıklamalı çözüm

1. köşetaşında verilen kuralı kullanarak integrali basitleştirelim

$$u = \sin x \Rightarrow du = \cos x \, dx$$

$$\int 4\sin^3 x \cdot \cos x \, dx = \int 4 \cdot u^3 \cdot du \\ = 4 \cdot \frac{u^4}{4} + c = \sin^4 x + c$$

Bir Soru Daha:

$$\int 3\cos^2 x \cdot \sin x \, dx = ?$$

$$u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x \, dx \Rightarrow -du = \sin x \, dx$$

$$\int 3\cos^2 x \cdot \sin x \, dx = \int 3u^2(-du) = -u^3 + c = -\cos^3 x + c$$

1. $\int 5\cos^4 x \sin x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\cos^5 x + c$ B) $\cos^5 x + c$
C) $-\sin^5 x + c$ D) $\sin^5 x + c$
E) $-5\cos^5 x + c$

2. $\int \sin x \cdot \cos x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\cos^2 x}{2} + c$ B) $-\frac{\cos^2 x}{2} + c$
C) $-\frac{\sin^2 x}{2} + c$ D) $\cos^2 x + c$
E) $\sin^2 x + c$

3. $\int 2\cos^2 x \cdot \sin 2x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\sin^4 x + c$ B) $\sin^4 x + c$
C) $-\cos^4 x + c$ D) $\cos^4 x + c$
E) $-\cos^3 x + c$

4. $\int 4(1 + \sin^2 x)^3 \cdot \sin 2x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(1 + \sin^2 x)^3 + c$ B) $(1 + \cos^2 x)^4 + c$
C) $-(1 + \sin^2 x)^4 + c$ D) $(1 + \sin^2 x)^4 + c$
E) $2(1 + \sin^2 x)^4 + c$

köşetaşı

$\int \tan^3 x \sec^2 x \, dx$ integralinin eşitini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$$u = \tan x \Rightarrow du = \sec^2 x \, dx$$

$$\int \tan^3 x \sec^2 x \, dx = \int u^3 \, du = \frac{u^4}{4} + c = \frac{\tan^4 x}{4} + c$$

Bir Soru Daha:

$$\int \frac{\cot x}{\sin^2 x} \, dx = ?$$

$$u = \cot x \Rightarrow du = -\frac{1}{\sin^2 x} \, dx \Rightarrow -du = \frac{1}{\sin^2 x} \, dx$$

$$\int \frac{\cot x}{\sin^2 x} \, dx = \int u(-du) = -\frac{u^2}{2} + c = -\frac{1}{2} \cot^2 x + c$$

1. $\int 3 \tan^2 x (1 + \tan^2 x) \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan^4 x + c$ B) $3 \tan^3 x + c$
C) $\tan^3 x + c$ D) $2 \tan^3 x + c$
E) $3 \tan^4 x + c$

2. $\int \frac{2 \tan x}{\cos^2 x} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2 \tan^2 x + c$ B) $\tan^2 x + c$
C) $2 \tan x + c$ D) $2 \cot^2 x + c$
E) $\cos^2 x + c$

3. $\int 4 \cot^3 x \cdot \operatorname{cosec}^2 x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2 \cot^4 x + c$ B) $-2 \cot^4 x + c$
C) $\cot^4 x + c$ D) $-\cot^4 x + c$
E) $-\cot^3 x + c$

4. $\int \frac{1 + \cot^2 x}{\tan x} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{\cot^2 x}{2} + c$ B) $\frac{\cot^2 x}{2} + c$
C) $\frac{\tan^2 x}{2} + c$ D) $-\frac{\tan^2 x}{2} + c$
E) $-\frac{\cot x}{2} + c$

köşetaşı

$\int \cos(x^3 + 1) \cdot x^2 \, dx$ integralinin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

$$1) \int \cos(f(x)) \cdot f'(x) \, dx = \int \cos u \, du = \sin u + c$$

$$2) \int \sin(f(x)) \cdot f'(x) \, dx = \int \sin u \, du = -\cos u + c$$

Verilen kurallardan 1. sini kullanarak köşetaşındaki soruyu çözelim.

$$u = x^3 + 1 \Rightarrow du = 3x^2 \, dx \Rightarrow x^2 \, dx = \frac{du}{3}$$

$$\begin{aligned} \int \cos(x^3 + 1) x^2 \, dx &= \int \cos u \cdot \frac{du}{3} \\ &= \frac{1}{3} \int \cos u \, du = \frac{1}{3} \sin u + c = \frac{1}{3} \sin(x^3 + 1) + c \end{aligned}$$

1. $\int 12 \sin(3x^2) \cdot x \cdot dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-4 \cos 3x^2 + c$ B) $-2 \cos 3x^2 + c$
C) $-\cos 3x^2 + c$ D) $2 \cos 3x^2 + c$
E) $4 \cos 3x^2 + c$

2. $\int \cos(\sin x) \cdot \cos x \cdot dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin 2x + c$ B) $\sin(\cos x) + c$
C) $\sin(\sin x) + c$ D) $-\sin(\sin x) + c$
E) $-\cos(\cos x) + c$

3. $\int \sec^2(e^x) \cdot e^x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan x + c$ B) $\sec(e^x) + c$
C) $\tan^2(e^x) + c$ D) $\tan(e^x) + c$
E) $\sec^3(e^x) + c$

4. $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin(\ln x) + c$ B) $\cos(\ln x) + c$
C) $-\sin(\ln x) + c$ D) $-\cos(\ln x) + c$
E) $\ln(\sin x) + c$

köşetaşı

$\int e^{(x^2)} \cdot 2x \, dx$ integralinin eşitini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$$\int a^{f(x)} \cdot f'(x) \, dx = \int a^u \, du = \frac{a^u}{\ln a} + c$$

$$u = x^2 \Rightarrow du = 2x \, dx$$

$$\begin{aligned} \int e^{(x^2)} \cdot 2x \, dx &= \int e^u \, du = e^u + c \\ &= e^{(x^2)} + c \end{aligned}$$

1. $\int e^{\sin x} \cdot \cos x \cdot dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $e^{\sin x} + c$ B) $e^{\cos x} + c$
C) $-e^{\sin x} + c$ D) $-e^{\cos x} + c$
E) $e^{-\cos x} + c$

3. $\int \frac{3^{\tan x}}{\cos^2 x} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3^{\cot x} + c$ B) $-3^{\cot x} + c$
C) $3^{\tan x} + c$ D) $\frac{3^{\tan x}}{\ln 3} + c$
E) $\frac{3^{\tan x}}{\log 3} + c$

2. $\int 2^{\ln x} \cdot \frac{1}{x} \cdot dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2^{\ln x} + c$ B) $\frac{2^{\ln x}}{\ln 2} + c$
C) $\frac{2^{\ln x}}{\log 2} + c$ D) $x^{\ln 2} + c$
E) $\ln x \cdot 2^{\ln x} + c$

karekök

4. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2e^{\sqrt{x}} + c$ B) $e^x + c$ C) $3xe^{\sqrt{x}} + c$
D) $\sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}} + c$ E) $e^{\sqrt{x}} + c$

köşetaşı

$\int \frac{3x^2 + 2}{x^3 + 2x} \, dx$ integralinin eşitini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$$

$$u = x^3 + 2x \Rightarrow du = (3x^2 + 2) \, dx$$

$$\begin{aligned} \int \frac{3x^2 + 2}{x^3 + 2x} \, dx &= \int \frac{1}{u} \, du = \ln|u| + c \\ &= \ln|x^3 + 2x| + c \end{aligned}$$

1. $\int \frac{1}{x+2} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln|x| + c$ B) $2\ln|x+2| + c$
C) $\frac{1}{2}\ln|x+2| + 2$ D) $\ln|x+2| + c$
E) $2x \ln|x| + c$

3. $\int \frac{1}{x \ln x} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln|x| + c$ B) $\ln\left|\frac{1}{x}\right| + c$
C) $\ln|\ln|x|| + c$ D) $\frac{1}{\ln|x|} + c$
E) $x \ln|x| + c$

karekök

2. $\int \frac{e^x}{e^x + 1} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln(e^x + 1) + c$ B) $\ln(e^x - 1) + c$
C) $e^x + c$ D) $e^x \ln(e^x + 1) + c$
E) $x \ln(e^x + 1) + c$

4. $\int \tan x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

(İpucu: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$)

- A) $\ln|\sin x| + c$ B) $\ln|\cos x| + c$
C) $-\ln|\cos x| + c$ D) $-\ln|\sin x| + c$
E) $\ln|\tan x| + c$

köşetaşı

$$\int \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}} dx \text{ integralinin eşiti nedir?}$$

açıklamalı çözüm

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du = \arcsin u + c \text{ ya da } -\arccos u + c$$

$$u = 2x \Rightarrow du = 2 dx$$

$$\int \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}} dx = \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \arcsin u + c$$

$$= \arcsin(2x) + c \text{ ya da}$$

$$= -\arccos(2x) + c$$

$$1. \int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\arcsin e^x + c$ B) $\arccos e^x + c$
 C) $\arctan e^x + c$ D) $\operatorname{arccot} e^x + c$
 E) $-\arcsin e^x + c$

$$3. \int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{1-\tan^2 x}} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\arccos(\tan x) + c$ B) $\arcsin(\tan^2 x) + c$
 C) $\arcsin(\tan x) + c$ D) $\arccos(\tan^2 x) + c$
 E) $\operatorname{arccot}(\tan x) + c$

$$2. \int \frac{2x}{\sqrt{1-(x^2+1)^2}} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\arcsin(x^2+1) + c$ B) $-\arccos(x^2+1) + c$
 C) $\arccos(x^2+1) + c$ D) $\arctan(x^2+1) + c$
 E) $-\operatorname{arccot}(x^2+1) + c$

$$4. \int \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?
(Kök içini tam kare yapalım.)

- A) $-\arccos(x-1) + c$ B) $\arccos(x-1) + c$
 C) $-\arcsin(x-1) + c$ D) $\arcsin(x^2) + c$
 E) $-\arccos(x^2) + c$

köşetaşı

$$\int \frac{2x}{1+x^4} dx \text{ integralinin eşiti nedir?}$$

açıklamalı çözüm

$$\int \frac{f'(x)}{1+f^2(x)} dx = \int \frac{1}{1+u^2} du = \arctan u + c \text{ ya da } -\operatorname{arccot} u + c$$

$$u = x^2 \Rightarrow du = 2x dx$$

$$\int \frac{2x}{1+(x^2)^2} dx = \int \frac{1}{1+u^2} du = \arctan u + c$$

$$= \arctan(x^2) + c \text{ ya da}$$

$$= -\operatorname{arccot}(x^2) + c$$

$$1. \int \frac{4}{1+(2x+1)^2} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\operatorname{arccot}(2x+1) + c$ B) $\arctan(2x+1) + c$
 C) $2\operatorname{arccot}(2x+1) + c$ D) $2\arctan(2x+1) + c$
 E) $\arctan(2x) + c$

$$3. \int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\arctan(\sin x) + c$ B) $\arctan(\cos x) + c$
 C) $-\arctan(\sin x) + c$ D) $\operatorname{arccot}(e^{2x}) + c$
 E) $\arctan(e^x) + c$

$$2. \int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\arcsin(e^x) + c$ B) $\arccos(e^x) + c$
 C) $\operatorname{arccot}(e^x) + c$ D) $\arctan(e^{2x}) + c$
 E) $\arctan(e^x) + c$

$$4. \int \frac{1}{4x^2-4x+2} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2} \arctan(2x-1) + c$ B) $\arctan(2x-1) + c$
 C) $2\arctan(2x-1) + c$ D) $\arctan(2x+1) + c$
 E) $\arctan(2x) + c$

köşetaşı

$\int \frac{d(x^2)}{x^2+2}$ integralinin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

$$d(f(x)) = f'(x) \cdot dx$$

olduğunu hatırlayınız. Bu nedenle

$$d(x^2) = 2x \cdot dx$$

$$\int \frac{d(x^2)}{x^2+2} = \int \frac{2x}{x^2+2} dx \text{ integralinde değişken değıştirelim.}$$

$$t = x^2 + 2 \Rightarrow dt = 2x dx$$

$$\int \frac{2x}{x^2+2} dx = \int \frac{1}{t} dt = \ln |t| + c = \ln(x^2 + 2) + c$$

1. $\int \frac{d(x^2+1)}{2x}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^2 + c$ B) $2x + c$ C) $2x^2 + c$
D) $x + c$ E) $x^2 + 2x + c$

3. $\int \frac{d(e^x+1)}{1+e^{2x}}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $e^{2x} + c$ B) $e^x + c$
C) $\ln(e^{2x} + 1) + c$ D) $\arctan(e^x + 1) + c$
E) $\arctan(e^x) + c$

2. $\int \frac{d(\sin x)}{\cos x}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\sin x + c$ B) $-\cos x + c$ C) $x + c$
D) $\sin x + c$ E) $\cos x + c$

4. $\int \frac{d(2\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sqrt{x} + c$ B) $x + c$ C) $x^2 + c$
D) $\ln|x| + c$ E) $\ln x^2 + c$

köşetaşı

$\int \sqrt{4-x^2} dx$ integralinin $x = 2\sin t$ dönüşümü ile eşitini yazınız.

açıklamalı çözüm

$$x = 2\sin t$$

$$dx = 2\cos t dt$$

eşitliklerini kullanarak integrali düzenleyelim.

$$\int \sqrt{4-x^2} dx = \int \sqrt{4-(2\sin t)^2} \cdot 2\cos t dt$$

$$= \int \sqrt{4-4\sin^2 t} \cdot 2\cos t dt$$

$$= \int 2\sqrt{1-\sin^2 t} \cdot 2\cos t dt = 4 \int \sqrt{\cos^2 t} \cdot \cos t dt = 4 \int |\cos t| \cos t dt$$

1. $x = e^t$ dönüşümü ile $\int \ln x dx$ integralinin eşiti nedir?

- A) $\int t \ln t dt$ B) $\int e^t dt$ C) $\int t e^t dt$
D) $\int t^2 \ln t dt$ E) $\int e^t \ln t dt$

3. $x = \tan t$ dönüşümü ile $\int \sqrt{1+x^2} dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisi olur?

- A) $\int \sec^3 t dt$ B) $\int \sec^2 t dt$ C) $\int \sec t dt$
D) $\int \tan^2 t dt$ E) $\int \sec t \cdot \tan t dt$

2. $\int \frac{\sqrt[3]{x}-4\sqrt{x}}{12\sqrt{x}} dx$ integralinin $x = t^{12}$ dönüşümü ile eşiti ne olur?

- A) $\int (t^3 - t^2) dt$ B) $\int 12(t^{14} - t^{13}) dt$
C) $\int (t^{14} - t^{13}) dt$ D) $\int (t^{11} - t^{10}) dt$
E) $\int 12(t^{15} + t^{14}) dt$

4. $\int \sqrt{x}(x+1)dx$ integralinin $\sqrt{x} = t$ dönüşümü ile eşiti nedir?

- A) $\int (t^4 - t^2) dt$ B) $\int (t^3 - t) dt$
C) $\int 2(t^3 + t) dt$ D) $\int (t^2 + 1) dt$
E) $\int 2(t^4 + t^2) dt$

köşetaşı

$\int \frac{x+3}{x+1} dx$ integralinin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

Kesirli ifadelerin integrali "Değişken Değiştirme" yöntemi ile alınmadığı zaman bu ifadeyi "Basit Kesirlere Ayırma" yöntemiyle basitleştirmemiz gerekebilir. Polinom bölmesi yaparak kesri iki parçaya ayıralım.

$$\begin{array}{r|l} x+3 & x+1 \\ -x+1 & 1 \\ \hline 2 & \end{array} \quad \frac{x+3}{x+1} = \frac{1}{1} + \frac{2}{x+1} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Kalan} \\ \text{Bölen} \end{array}$$

Bölüm

$$\int \frac{x+3}{x+1} dx = \int \left(1 + \frac{2}{x+1}\right) dx = \int 1 dx + \int \frac{2}{x+1} dx$$

$$= x + 2 \ln|x+1| + c$$

1. $\int \frac{2x}{x-1} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2x + \ln|x-1| + c$
 B) $x + \ln|x-1| + c$
 C) $2x + \ln(x-1)^2 + c$
 D) $2x - \ln(x-1)^2 + c$
 E) $x - \ln(x-1)^2 + c$

2. $\int \frac{4x+1}{2x+1} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x - \ln|2x+1| + c$
 B) $2x - \ln|2x+1| + c$
 C) $2x + \ln|2x+1| + c$
 D) $2x - \frac{1}{2} \ln|2x+1| + c$
 E) $2x + \frac{1}{2} \ln|2x+1| + c$

karekök

3. $\int \frac{x^2+2x+1}{x^2+1} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x - \ln(x^2+1) + c$
 B) $x + \ln(x^2+1) + c$
 C) $2x + \ln(x^2+1) + c$
 D) $2x - \ln(x^2+1) + c$
 E) $x + 2 \ln(x^2+1) + c$

4. $\int \frac{x^2+x+1}{x+1} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{x^2}{2} + \ln|x+1| + c$
 B) $x^2 + \ln|x+1| + c$
 C) $\frac{x}{2} - \ln|x+1| + c$
 D) $x^2 - \ln|x+1| + c$
 E) $2x^2 + \ln|x+1| + c$

köşetaşı

$\int \frac{2}{x^2-1} dx$ integralinin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

1) Integrali alınan kesir iki basit kesrin toplamı şeklinde yazılır.

$$\frac{2}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$$

2) Paydalar eşitlendikten sonra her iki taraftaki paylar birbirine eşitlenir.

$$\frac{2}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1} \Rightarrow 2 = a(x+1) + b(x-1)$$

3) Polinom eşitliğiyle ya da değer verilerek a ve b bulunur.

$$x=1 \text{ için } 2=2a \Rightarrow a=1$$

$$x=-1 \text{ için } 2=-2b \Rightarrow b=-1$$

$$\int \frac{2}{x^2-1} dx = \int \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \ln|x-1| - \ln|x+1| + c = \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + c$$

1. $\int \frac{3x}{x^2+x-2} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln[(x+2)^2|x-1|] + c$
 B) $\ln|(x+2)(x-1)| + c$
 C) $\ln|x+2|(x-1)^2 + c$
 D) $\ln \left| \frac{2(x+2)}{x-1} \right| + c$
 E) $\ln \left| \frac{|x+2|}{(x-1)^2} \right| + c$

2. $\int \frac{6}{x^2-9} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln|x^2-9| + c$
 B) $\ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + c$
 C) $\ln \left| \frac{x+3}{x-3} \right| + c$
 D) $\ln \left(\frac{x-3}{x+3} \right)^2 + c$
 E) $2 \ln|x^2-9| + c$

3. $\int \frac{3x+2}{x^2+2x} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2 \ln|x^2+2x| + c$
 B) $\ln|x^2+2x| + c$
 C) $\ln[|x|(x+2)^2] + c$
 D) $\ln \frac{|x|}{(x+2)^2} + c$
 E) $\ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + c$

karekök

4. $\int \frac{4}{4-x^2} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln|x^2-4| + c$
 B) $2 \ln|x^2-4| + c$
 C) $2 \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + c$
 D) $\ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + c$
 E) $\ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + c$

köşetaşı

$\int x e^x dx$ integralinin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

"Değişken Değiştirme" yöntemiyle alınamayan integrallerde kullanılan bir yöntem de "Kısmi İntegrasyon" yöntemidir. Ancak bu tip integraller karşınıza çok az çıkacaktır.

$$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$$

Integralin içindeki iki fonksiyondan biri u ya, kalan kısım ise dv ye eşitlenir. Temel soru; Hangisi u ya eşitlenecek? Logaritma, Arc, Polinom, Trigonometrik, Üstel kelimelerinin baş harfleriyle oluşan LAPTÜ kelimesinde hangisi daha solda ise diğer fonksiyona göre u önceliğine sahiptir.

L A P T Ü

↓ ↓
x e^x

x polinom tipi e^x üstel fonksiyon olduğundan kurala göre x, u önceliğine sahiptir.

Türev al ↓ u = x e^x dx = dv
du = dx e^x = v integral al ↓

$$\int x e^x dx = x \cdot e^x - \int e^x dx = x e^x - e^x + c$$

1. $\int \ln x dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x \ln x + c$ B) $x \ln x + x + c$
C) $x \ln x - x + c$ D) $\ln x + x + c$
E) $\ln x - x + c$

2. $\int 12x \cdot \ln x dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3x^2(2 \ln x - 1) + c$
B) $3x(2 \ln x - 1) + c$
C) $3x(2 \ln x + 1) + c$
D) $3x^2(2 \ln x + 1) + c$
E) $-3x^2(2 \ln x - 1) + c$

3. $\int x \cdot \sin x dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x \cos x + \sin x + c$
B) $-x \cos x + \sin x + c$
C) $x \sin x - \cos x + c$
D) $x \cos x - \sin x + c$
E) $-x \cos x - \sin x + c$

4. $\int \arctan x dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x \cdot \arctan x + \ln(x^2 + 1) + c$
B) $x \cdot \arctan x - \ln(x^2 + 1) + c$
C) $x \cdot \arctan x - 2 \ln(x^2 + 1) + c$
D) $x \cdot \arctan x - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + c$
E) $x \cdot \arctan x + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + c$

1. $\int (2x^2 - 1)^2 \cdot 12x dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $(2x^2 - 1)^3 + c$ B) $(2x^2 - 1)^4 + c$
C) $3(2x^2 - 1)^3 + c$ D) $4(2x^2 - 1)^3 + c$
E) $2(2x^2 - 1)^3 + c$

2. $\int 3 \sin^2 x \cdot \cos x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\cos^3 x + c$ B) $\cos^3 x + c$
C) $-\sin^3 x + c$ D) $\sin^3 x + c$
E) $3 \sin^3 x + c$

3. $\int 4 \tan x \cdot \sec^2 x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2 \tan^2 x + c$ B) $-\tan^2 x + c$
C) $\tan^2 x + c$ D) $2 \tan^2 x + c$
E) $4 \tan^2 x + c$

4. $\int \frac{\cos(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\sin \sqrt{x} + c$ B) $\sin \sqrt{x} + c$
C) $-\cos \sqrt{x} + c$ D) $\cos \sqrt{x} + c$
E) $2 \sin \sqrt{x} + c$

5. $\int e^{\cos^2 x} \cdot \sin 2x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-e^{\cos^2 x} + c$ B) $e^{\cos^2 x} + c$
C) $-e^{\sin^2 x} + c$ D) $e^{\sin^2 x} + c$
E) $e^{\cos x} + c$

6. $\int \frac{4x}{x^2 + 1} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln(x^2 + 1) + c$ B) $-\ln(x^2 + 1) + c$
C) $\ln(2x) + c$ D) $-\ln(2x) + c$
E) $2 \ln(x^2 + 1) + c$

7. $\int \frac{6x}{\sqrt{1-9x^4}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\arccos(3x^2) + c$ B) $\arccos(3x^2) + c$
C) $-\arcsin(3x^2) + c$ D) $-2\arccos(3x^2) + c$
E) $-2\arcsin(3x^2) + c$

8. $\int \frac{\sec^2 x}{1+\tan^2 x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\arctan x + c$ B) $\operatorname{arccot} x + c$
C) $-\arctan x + c$ D) $-\operatorname{arccot} x + c$
E) $x + c$

9. $\int 3x^3 d(\ln x)$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3x^2 + c$ B) $3x^3 + c$ C) $x^3 + c$
D) $x^2 + c$ E) $2x^3 + c$

10. $\int e^{\sqrt{x}} dx$ integralinde $t = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılır-
sa aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

- A) $\int e^t dt$ B) $\int 2e^t dt$ C) $\int \frac{e^t}{t} dt$
D) $\int e^t dt$ E) $\int e^t \sqrt{t} dt$

11. $\int \frac{x}{x+1} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - \ln|x+1| + c$ B) $x + \ln|x+1| + c$
C) $x^2 - \ln|x+1| + c$ D) $x^2 + \ln|x+1| + c$
E) $1 - \ln|x+1| + c$

12. $\int \frac{3x-2}{x^2-x} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\ln|x^2-x| + c$ B) $\ln|x^2|x-1| + c$
C) $2\ln|x^2-x| + c$ D) $\ln|x|(x-1)^2 + c$
E) $\ln|x^2 \cdot (x-1)^2| + c$

13. $\int x \cos x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x \cos x - \sin x + c$
B) $x \sin x - \cos x + c$
C) $x \sin x + \cos x + c$
D) $x \cos x - \cos x + c$
E) $x \sin x - \sin x + c$

1. $\int \frac{1}{4\sqrt{x+1}} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\sqrt{x+1} + c$ B) $2\sqrt{x+1} + c$ C) $4\sqrt{x+1} + c$
D) $8\sqrt{x+1} + c$ E) $\frac{1}{2}\sqrt{x+1} + c$

2. $\int \frac{2x^2-2x+1}{x-1} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + \ln|x-1| + c$ B) $x^2 - \ln|x-1| + c$
C) $x + \ln|x-1| + c$ D) $x - \ln|x-1| + c$
E) $x^2 - 2\ln|x-1| + c$

3. $\int \frac{x-1}{x^2-2x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2\ln|x^2-2x| + c$ B) $-\frac{1}{2} \ln|x^2-x| + c$
C) $\frac{1}{2} \ln|x^2-2x| + c$ D) $2\ln|x^2-x| + c$
E) $\ln|x^2-2x| + c$

4. $\int 3(1-\sin^2 x) \cos x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3\sin x + \sin^3 x + c$
B) $3\sin x - \sin^3 x + c$
C) $3\cos x + \cos^3 x + c$
D) $3\cos x - \cos^3 x + c$
E) $3\sin x - \cos^3 x + c$

5. $\int \cos x \cdot \sec^3 x dx$

integralinin eşiti nedir?

- A) $\tan x + c$ B) $\operatorname{cosec} x + c$
C) $-\sec x + c$ D) $-\operatorname{cosec} x + c$
E) $\tan^2 x + c$

6. $\int \frac{3 \ln^2 x}{x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3\ln^2 x + c$ B) $\ln^2 x + c$
C) $x\ln^2 x + c$ D) $3\ln^3 x + c$
E) $\ln^3 x + c$

7. Aşağıdaki integrallerden hangisinin sonucunu bulmak için "kısmi integrasyon" yöntemi uygulanmalıdır?

- A) $\int (x^2+1)^3 x dx$ B) $\int \cos^4 x \sin x dx$
C) $\int e^{\tan x} \cdot \sec^2 x dx$ D) $\int x \arcsin x dx$
E) $\int \sqrt{x+2} dx$

8. $\int \frac{4}{1+4x^2} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\arctan 2x + c$
B) $2\arctan 2x + c$
C) $\operatorname{arccot} 2x + c$
D) $2\operatorname{arccot} 2x + c$
E) $\ln(1+4x^2) + c$

9. $\int \frac{\sin x}{2\sqrt{1+\cos x}} dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $-\sqrt{1+\cos x} + c$ B) $\sqrt{1+\cos x} + c$
C) $-\cos \frac{x}{2} + c$ D) $\cos \frac{x}{2} + c$
E) $-\sqrt{1+\sin x} + c$

10. $\int \frac{3(\sqrt{x}+1)^2}{2\sqrt{x}} dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $(\sqrt{x}+1)^2 + c$ B) $3(\sqrt{x}+1)^2 + c$
C) $(\sqrt{x}+1)^3 + c$ D) $3(\sqrt{x}+1)^3 + c$
E) $3(\sqrt{x}-1)^2 + c$

11. $\int \frac{1}{\tan x} dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\ln|\cos x| + c$ B) $\ln|\sin x| + c$
C) $\ln|\tan x| + c$ D) $\ln|\cot x| + c$
E) $\tan x + c$

12. $f(x) = \frac{x+1}{2}$ olduğuna göre $\int d(f^{-1}(x))$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisi olabilir?
A) $x^2 + c$ B) $2x^2 + c$
C) $\frac{x}{2} + c$ D) $x + c$
E) $2x + c$

13. $\int e^{x^2+2x} \cdot 2x dx + \int 2e^{x^2+2x} dx$
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $xe^{x^2+2x} + c$ B) $(x+2)e^{x^2+x} + c$
C) $e^{x^2+2x} + c$ D) $e^{2(x^2+x)} + c$
E) $e^{(x^2+2x)^2} + c$

14. $\int (e^{2x} - e^x) dx$
integralinde $e^x = t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integralerden hangisi elde edilir?
A) $\int (t^2 - t) dt$ B) $\int (t-1) dt$
C) $\int (t^3 + t^2) dt$ D) $\int (t^2 + 1) dt$
E) $\int (t+1) dt$

15. $\int 3(\tan^4 x + \tan^2 x) dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\tan^3 x + c$ B) $3\tan^3 x + c$
C) $\tan^2 x + c$ D) $3\tan^2 x + c$
E) $3\tan x + c$

16. $\int (\cos^4 x - \sin^4 x) \sin 2x dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-\frac{1}{2}\sin^2 2x + c$ B) $\frac{1}{4}\sin^2 2x + c$
C) $\frac{1}{2}\cos^2 2x + c$ D) $\frac{1}{4}\cos^2 2x + c$
E) $\frac{1}{2}\sin^2 x + c$

kareköt

1. $x+1 = u$ ise $dx = du$
 $\int \frac{1}{4\sqrt{u}} du = \int \frac{1}{4} u^{-\frac{1}{2}} du = \frac{1}{4} \cdot \frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = \frac{1}{2} \sqrt{u} + c$
 $= \frac{1}{2} \sqrt{x+1} + c$
Doğru seçenek "E" dir.

2. $\int \frac{2x^2 - 2x + 1}{x-1} dx = \int \left(\frac{2x(x-1)}{x-1} + \frac{1}{x-1} \right) dx$
 $= \int \left(2x + \frac{1}{x-1} \right) dx$
 $= x^2 + \ln|x-1| + c$
Doğru seçenek "A" dir.

3. $x^2 - 2x = u$ ise $(2x-2) dx = du$
 $(x-1) dx = \frac{du}{2}$
 $\int \frac{(x-1)}{x^2 - 2x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{du}{u} = \frac{1}{2} \ln|u| + c$
 $= \frac{1}{2} \ln|x^2 - 2x| + c$
Doğru seçenek "C" dir.

4. $\sin x = u$ ise $\cos x dx = du$
 $\int 3(1 - \sin^2 x) \cos x dx = \int 3(1 - u^2) du$
 $= \int (3 - 3u^2) dx$
 $= 3u - u^3 + c$
 $= 3\sin x - \sin^3 x + c$
Doğru seçenek "B" dir.

5. $\int \cos x \cdot \frac{1}{\cos^3 x} dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx$
 $= \int \sec^2 x dx$
 $= \tan x + c$

Doğru seçenek "A" dir.

6. $\ln x = u$ ise $\frac{1}{x} dx = du$
 $\int \frac{3\ln^2 x}{x} dx = \int 3(\ln x)^2 \cdot \frac{1}{x} dx$
 $= \int 3u^2 du$
 $= u^3 + c$
 $= \ln^3 x + c$

Doğru seçenek "E" dir.

7. $\int x \arcsin x dx$ integrali
 $u = \arcsin x$ ve $xdx = du$
dönüşümü yapılarak kısmi integrasyon ile alınabilir.
Doğru seçenek "D" dir.

8. $2x = u$ ise $2 dx = du$
 $4 dx = 2 du$
 $\int \frac{4}{1+4x^2} dx = \int \frac{1}{1+(2x)^2} \cdot 4 dx = \int \frac{1}{1+u^2} \cdot 2 du$
 $= 2 \arctan u + c$
 $= 2 \arctan 2x + c$

Doğru seçenek "B" dir.

kareköt

9. $1 + \cos x = u$ ise $-\sin x dx = du$
 $\sin x dx = -du$
 $\int \frac{-du}{2\sqrt{u}} = -\sqrt{u} + c = -\sqrt{1 + \cos x} + c$
 Doğru seçenek "A" dir.

10. $\sqrt{x} + 1 = u$ ise $\frac{1}{2\sqrt{x}} dx = du$
 $\int \frac{3(\sqrt{x} + 1)^2}{2\sqrt{x}} dx = \int 3u^2 du = u^3 + c$
 $= (\sqrt{x} + 1)^3 + c$
 Doğru seçenek "C" dir.

11. $\int \frac{1}{\tan x} dx = \int \cot x dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx$ olur.
 $\sin x = u$ ise $\cos x dx = du$
 $\int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \int \frac{1}{u} du = \ln|u| + c$
 $= \ln|\sin x| + c$
 Doğru seçenek "B" dir.

12. $\int d(f^{-1}(x)) = f^{-1}(x) + c$
 $f(x)$ in ters fonksiyonu $f^{-1} = 2x - 1$ olduğu için integralin sonucu $2x + c$ olur.
 Doğru seçenek "E" dir.

13. $\int e^{x^2+2x} \cdot 2x dx + \int 2e^{x^2+2x} dx$
 $= \int (e^{x^2+2x} \cdot 2x + 2e^{x^2+2x}) dx$
 $= \int e^{x^2+2x} \cdot (2x + 2) dx$ integralinde
 $x^2 + 2x = u$ ve $(2x + 2) dx = du$ yazılırsa
 $\int e^u du = e^u + c = e^{x^2+2x} + c$
 Doğru seçenek "C" dir.

14. $e^x = t$ ise $e^x dx = dt$
 $\int (e^{2x} - e^x) dx = \int (e^x - 1) e^x dx$
 $= \int (t - 1) dt$
 Doğru seçenek "B" dir.

15. $\int 3(\tan^4 x + \tan^2 x) dx = \int 3 \tan^2 x (1 + \tan^2 x) dx$
 integralinde $\tan x = u$ ve $(1 + \tan^2 x) dx = du$ yazılırsa,
 $\int 3u^2 du = u^3 + c = \tan^3 x + c$ bulunur.
 Doğru seçenek "A" dir.

16. $\int (\cos^4 x - \sin^4 x) \sin 2x dx$
 $= \int \underbrace{(\cos^2 x - \sin^2 x)}_{\cos 2x} \underbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}_1 \sin 2x dx$
 $= \int \cos 2x \cdot \sin 2x \cdot dx$
 $\sin 2x = u$ ve $2 \cos 2x dx = du$ dönüşümü ile
 $\frac{1}{2} \int u du = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^2}{2} + c = \frac{1}{4} \sin^2 2x + c$ bulunur.
 Doğru seçenek "B" dir.

1. $\int \sin(e^x) \cdot e^x dx$
 integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $-\sin(e^x) + c$ B) $\sin(e^x) + c$
 C) $-\cos(e^x) + c$ D) $\cos(e^x) + c$
 E) $-e^x \cos(e^x) + c$

2. $\int 2f''(x) \cdot f'(x) dx$
 aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $[f''(x)]^2 + c$ B) $[f'(x)]^2 + c$
 C) $[f(x)]^2 + c$ D) $2[f''(x)]^2 + c$
 E) $2[f'(x)]^2 + c$

3. $\int -\sin(\sin^2 x) \cdot \sin 2x dx$
 aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $\cos(\sin^2 x) + c$ B) $\cos(\cos^2 x) + c$
 C) $-\cos(\sin^2 x) + c$ D) $\sin(\sin^2 x) + c$
 E) $-\sin(\sin^2 x) + c$

4. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} dx$ integralinde $t = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?
 A) $\int \frac{2t}{t+1} dt$ B) $\int \frac{t}{t+1} dt$ C) $\int \frac{2t^2}{t+1} dt$
 D) $\int \frac{t^2}{t+1} dt$ E) $\int \frac{2t^2}{t^2+1} dt$

5. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$
 integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $x^2 + c$ B) $2\sqrt{x^2+1} + c$
 C) $4\sqrt{x^2+1} + c$ D) $\frac{1}{2}\sqrt{x^2+1} + c$
 E) $\sqrt{x^2+1} + c$

6. $\int e^{\cos x} \sin x dx$
 integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $e^{\sin x} \cdot \cos x + c$ B) $e^{-\sin x} \cdot \cos x + c$
 C) $e^{\cos x} + c$ D) $-e^{\cos x} + c$
 E) $-e^{\sin x} + c$

7. $\int (x^2 + 4x)^3 \cdot (8x + 16) dx$
 aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $(x^2 + 4x)^4 + c$ B) $\frac{1}{4}(x^2 + 4x)^4 + c$
 C) $\frac{1}{2}(x^2 + 4x)^4 + c$ D) $2(x^2 + 4x)^4 + c$
 E) $4(x^2 + 4x)^4 + c$

8. $\int e^x \cos x dx$
 integralinde aşağıdaki dönüşümlerden hangisi yapılırsa sonucu bulunabilir?
 A) $u = e^x$ ve $\cos x dx = dv$
 B) $u = \cos x$ ve $\sin x dx = dv$
 C) $u = \cos x$ ve $e^x dx = dv$
 D) $u = \sin x$ ve $e^x dx = dv$
 E) $u = e^x$ ve $\sin x dx = dv$

9. $\int \frac{e^x + 1}{e^x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x + e^x + c$ B) $e^x - x + c$
C) $x + e^{-x} + c$ D) $x - e^{-x} + c$
E) $e^{-x} - x + c$

10. $\int \frac{e^{\arctan x}}{1+x^2} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $e^{\tan x} + c$ B) $\arctan x + c$
C) $e^{\arctan x} + c$ D) $-e^{\arccot x} + c$
E) $e^{\arccot x} + c$

11. $\int \ln(\ln x) dx$ integralinde $\ln x = u$ dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

- A) $\int e^u \ln u du$ B) $\int e^u du$ C) $\int \ln u du$
D) $\int u du$ E) $\int u \ln u du$

12. $\int \frac{\sin x}{1 + \cos 2x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{1}{2\cos x} + c$ B) $\frac{1}{2\cos x} + c$
C) $-\frac{1}{\cos x} + c$ D) $\frac{1}{2\sin x} + c$
E) $-\frac{1}{2\sin x} + c$

13. $\int \frac{4\cot x}{1 - \cos 2x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\cot^2 x + c$ B) $\cot^2 x + c$
C) $-\tan^2 x + c$ D) $\tan^2 x + c$
E) $-2\cot^2 x + c$

14. $\int \left(\frac{x^3}{3} + x^2 + x \right) (x+1)^2 dx$

integralinin eşiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{x^3}{3} + x^2 + x \right)^2 + c$ B) $\left(\frac{x^3}{3} + x^2 + x \right)^3 + c$
C) $2 \left(\frac{x^3}{3} + x^2 + x \right)^2 + c$ D) $\frac{1}{2} \left(\frac{x^3}{3} + x^2 + x \right)^2 + c$
E) $\frac{1}{2} \left(\frac{x^3}{3} + x^2 + x \right)^3 + c$

15. $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\sqrt{1-x^2} + c$ B) $-\sqrt{x^2-1} + c$
C) $2\arcsin x + c$ D) $2\arccos x + c$
E) $-2\sqrt{1-x^2} + c$

16. $\int \frac{e^{-x}}{1+e^{-2x}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\operatorname{arccot}(e^{-x}) + c$ B) $\arctan(e^{-x}) + c$
C) $\ln(1+e^{-x}) + c$ D) $\ln(1+e^{-2x}) + c$
E) $e^x - e^{-x} + c$

1. $\int 3(x^2 - 3x + 1)^2 (2x - 3) dx$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $6(x^2 - 3x + 1)(2x - 3)^2 + c$
B) $6(x^2 - 3x + 1)(2x - 3) + c$
C) $(x^2 - 3x + 1)^3 + c$
D) $(x^2 - 3x + 1)^2 (x^2 - 3x) + c$
E) $3(x^2 - 3x + 1)^2 + c$

(1967)

2. $\int \sin x \cos x dx$

değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\cos 2x}{4} + c$ B) $\frac{1}{2} \sin 2x + c$ C) $\frac{1}{2} \sin^2 x + c$
D) $\frac{1}{2} \cos 2x + c$ E) $\frac{1}{2} \cos^2 x + c$

(1973)

3. $\int \frac{dx}{x^2 - 1}$

aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + c$ B) $\frac{x}{x^2 - 1} + c$
C) $\frac{x^3 - x}{3} + c$ D) $\ln \left| \frac{1}{x^2 - 1} \right| + c$
E) $\ln \left| \frac{x+1}{x^2 - 1} \right| + c$

(1974)

4. $\int \sin^2 x \cos x dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\sin^4 x}{4} + c$ B) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$ C) $\frac{\cos^3 x}{3} + c$
D) $\frac{\sin 3x}{3} + c$ E) $\frac{\sin^3 x \cos^2 x}{6} + c$

(1974)

5. $\int f(x) \cdot f'(x) dx$

integrali alındığında aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

- A) $\frac{1}{2} [f(x)]^2 + c$ B) $\ln |f(x)| + c$ C) $e^{f(x)} + c$
D) $\frac{1}{f(x)} + c$ E) $\sqrt{f(x)} + c$

(ÖYS 1987)

6. $\int -\cos(\cos^2 x) \sin 2x dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin(\cos x) + c$ B) $\cos(\sin x) + c$
C) $\cos(\sin^2 x) + c$ D) $\sin(\cos^2 x) + c$
E) $\sin(\cos^2 x) + \cos(\sin^2 x) + c$

(ÖYS 1992)

7. $\int \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} dx$ integralinde $u = \sqrt{x}$

dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int \frac{1+\sqrt{u}}{1-\sqrt{u}} du$ B) $\int \frac{1+u}{1-u} du$
C) $\frac{1}{2} \int \frac{1+u}{1-u} du$ D) $2 \int \frac{1+\sqrt{u}}{1-\sqrt{u}} du$
E) $2 \int \frac{u(1+u)}{1-u} du$

(ÖYS 1994)

8. $\int \frac{x+3}{x^2-9x+14} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln|x-2| + \ln|x+5| + c$
B) $2\ln|x-2| + 2\ln|x+5| + c$
C) $2\ln|x-7| - \ln|x-2| + c$
D) $\ln|x-1| - 2\ln|x+3| + c$
E) $5\ln|x-7| + 3\ln|x-2| + c$

(ÖYS 1995)

9. $\int \frac{5x^2}{4\sqrt{x^3+2}} dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{20}{9} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$ B) $\frac{5}{3} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$
C) $\frac{4}{3} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$ D) $-\frac{5}{3} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$
E) $-\frac{20}{9} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$

(ÖYS 1997)

10. $\int \frac{5x+2}{x^2-4} dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3\ln|x-2| + 2\ln|x+2| + c$
B) $5\ln|x-2| - 2\ln|x+2| + c$
C) $2\ln|x-2| + \ln|x+2| + c$
D) $\ln|x-2| + 3\ln|x+2| + c$
E) $5\ln|x^2-4| + c$

(ÖYS 1998)

karekök

11. $\int \frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ integralinde $u = \sqrt{x}$

dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int \ln u du$ B) $\int 2\ln u du$ C) $\int \frac{\ln u}{u} du$
D) $\int \frac{\ln u}{2u} du$ E) $\int u \ln u du$

(LYS 2011)

BÖLÜM 3

Belirli İntegral

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Belirli integralin değerini hesaplar.
2. Sonucu bilinen belirli integralin bilinmeyen sınır değerini bulur.
3. Değişken değiştirme yaparak belirli integralin değerini hesaplar.
4. Basit kesirlere ayırma yöntemiyle belirli integralin değerini hesaplar.
5. Kısmi integrasyon yöntemiyle belirli integralin değerini hesaplar.
6. İstenen dönüşümü yaparak belirli integralin eşitini bulur.
7. Belirli integral hesabında sınırla ilgili özellikleri kullanır.
8. Parçalı fonksiyonlar için belirli integral hesaplar.
9. Mutlak değer fonksiyonu için integral hesaplar.
10. Diferansiyel içeren belirli integrallerin sonucunu bulur.
11. Belirli integralin türevini alır.

köşetaşı

$$\int_{-1}^1 (3x^2 - 4x) dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

Bu bölümde ikinci bölümde öğrendiğimiz integral alma yöntemlerini kullanarak integral hesabı yapacağız. İlaveten bir kaç özellik daha öğreneceğiz.

$$\int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$$

işlemine "Belirli İntegral Alma" denir. a: integralin alt sınırı b: integralin üst sınırı

i) Öncelikle 1. ve 2. bölümde öğrendiğimiz gibi integral alınır.

$$\int (3x^2 - 4x) dx = x^3 - 2x^2 + c$$

ii) Bulunan sonuçta x yerine önce üst sınır (1) sonra alt sınır (-1) yazılır ve farkları hesaplanır.

İntegral sabiti (c) bu işlemde sıfırlanacağı için hesaba katılmaz.

$$\left. \begin{array}{l} x=1 \text{ için } x^3 - 2x^2 = 1 - 2 = -1 \\ x=-1 \text{ için } x^3 - 2x^2 = -1 - 2 = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow (-1) - (-3) = 2$$

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$3. \int_0^{\ln 2} 4 \cdot e^{2x} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$$2. \int_0^{e-1} \frac{2}{x+1} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$4. \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\pi$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

köşetaşı

$$\int_0^k (4x^3 - 3x^2) dx = k^3 \text{ eşitliğini sağlayan k'nın pozitif değeri kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned} \int_0^k (4x^3 - 3x^2) dx &= x^4 - x^3 \Big|_0^k \\ &= (k^4 - k^3) - 0 \\ &= k^4 - k^3 \end{aligned}$$

Şimdi bulduğumuz bu sonucu integralin sonucu k^3 değerine eşitleyelim.

$$\begin{aligned} k^4 - k^3 &= k^3 \Rightarrow k^4 = 2k^3 \\ \Rightarrow k &= 2 \end{aligned}$$

$$1. \int_0^a (3x^2 + 2x) dx = 2a$$

olduğuna göre, a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$3. \int_2^k \frac{1}{t} dt = \ln 3$$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

$$2. \int_0^a (\cos x - \sin x) dx = -1 + \sin a$$

olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) π

$$4. \int_{\ln a}^{\ln b} e^x dx = 4 \text{ ve } b+a=3$$

olduğuna göre, $a^2 - b^2$ kaçtır?

- A) -12 B) -6 C) 1 D) 6 E) 12

köşetaşı

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3 \sin^2 x \cos x \, dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

"Değişken Değiştirme Yöntemi" ile integralin eşitini bulalım.

$$\sin x = u \Rightarrow \cos x \, dx = du$$

$$\int 3 \sin^2 x \cos x \, dx = \int 3 u^2 \, du = u^3 + c = \sin^3 x + c$$

Şimdi sınır değerlerini x yerine yazalım, integral sabiti c yi hesaba katmanıza gerek yoktur.

$$\sin^3 x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \sin^3 \frac{\pi}{2} - \sin^3 0 = 1 - 0 = 1$$

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} 3 \cos^2 x \cdot \sin x \, dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$3. \int_0^{\sqrt{\ln 2}} 4x e^{(x^2)} \, dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$2. \int_1^e \frac{\ln x^2}{x} \, dx$$

integralinin değeri kaç eşittir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$4. \int_1^2 6(x^2 - 4x + 1)^2 \cdot (x - 2) \, dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -25 B) -19 C) 0 D) 19 E) 25

köşetaşı

$$\int_0^2 \frac{2}{x^2 - 1} \, dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

"Basit Kesirlere Ayırma Yöntemi" ile integralin eşitini bulalım.

$$\frac{2}{x^2 - 1} = \frac{a}{x - 1} + \frac{b}{x + 1}$$

$$2 = a(x + 1) + b(x - 1)$$

$$x = 1 \text{ için } a = 1$$

$$x = -1 \text{ için } b = -1 \text{ bulunur.}$$

$$\begin{aligned} \int_0^2 \frac{2}{x^2 - 1} \, dx &= \int_0^2 \left(\frac{1}{x - 1} - \frac{1}{x + 1} \right) \, dx = (\ln |x - 1| - \ln |x + 1|) \Big|_0^2 \\ &= (\ln 1 - \ln 3) - (\ln 1 - \ln 1) \\ &= \ln \frac{1}{3} = -\ln 3 \end{aligned}$$

$$1. \int_0^1 \frac{4}{4 - x^2} \, dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -ln3 B) -ln2 C) 0
D) ln2 E) ln3

$$3. \int_1^2 \frac{2x + 1}{x(x + 1)} \, dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) ln2 C) ln3
D) ln4 E) ln6

$$2. \int_2^4 \frac{1}{x(x - 1)} \, dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\ln \frac{2}{3}$ C) $\ln \frac{3}{2}$
D) 1 E) $\ln \frac{4}{3}$

$$4. \int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \, dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2} - \ln 3$ B) $\frac{1}{2} + \ln 3$ C) $1 - \ln 3$
D) $1 + \ln 3$ E) ln3

köşetaşı

$\int_e^1 \ln x \, dx$ integralinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

"Kısmi İntegrasyon Yöntemi" ile integralin eşitini bulalım.

$$\begin{array}{lcl} \ln x = u & & dx = dv \\ \frac{1}{x} dx = du & \swarrow & x = v \end{array}$$

$$\begin{aligned} \int u \, dv &= u \cdot v - \int v \, du = x \ln x - \int x \cdot \frac{1}{x} \, dx \\ &= x \ln x - x + c \end{aligned}$$

Şimdi sınır değerlerini x yerine yazalım.

$$x \ln x - x \Big|_e^1 = (1 \cdot \ln 1 - 1) - (e \cdot \ln e - e) = (0 - 1) - (e - e) = -1$$

1. $\int_1^e 4x \ln x \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $e^2 - 1$ B) 1 C) e^2
D) $e^2 + 1$ E) $e^2 - 2$

2. $\int_1^0 x e^x \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\pi$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

4. $\int_{-1}^1 \arctan x \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\pi$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

köşetaşı

$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} \, dx$ integralinde $x = \cos t$ dönüşümü yaparak integralin eşitini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$$x = \cos t \Rightarrow dx = -\sin t \, dt$$

Şimdi sınırları değiştirelim.

$$x_1 = 0 \Rightarrow 0 = \cos t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{2} \text{ (alt sınır)}$$

$$x_2 = 1 \Rightarrow 1 = \cos t_2 \Rightarrow t_2 = 0 \text{ (üst sınır)}$$

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} \, dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \sqrt{1-\cos^2 t} \cdot (-\sin t) \, dt = \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \sin t \cdot (-\sin t) \, dt = -\int_{\frac{\pi}{2}}^0 \sin^2 t \, dt$$

1 - 4. sorularda integrallerin yanlarında verilen dönüşümleri kullanarak eşitlerini yazınız.

1. $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} \, dx = ? \quad (x = 2\sin t)$

- A) $\int_0^{\pi/2} \cos^2 t \, dt$ B) $\int_0^{\pi/2} 2\cos^2 t \, dt$
C) $\int_0^{\pi/2} 4\cos^2 t \, dt$ D) $\int_0^{\pi/2} \sin^2 t \, dt$
E) $\int_0^{\pi/2} 4\sin^2 t \, dt$

2. $\int_1^9 e^{\sqrt{x}} \, dx = ? \quad (\sqrt{x} = t)$

- A) $\int_1^3 e^t \, dt$ B) $\int_1^3 t e^t \, dt$ C) $\int_3^1 t e^t \, dt$
D) $\int_3^1 2t e^t \, dt$ E) $\int_1^3 2t e^t \, dt$

3. $\int_0^{64} (\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}) \, dx = ? \quad (x = t^6)$

- A) $\int_0^2 (t^3 - t^2) \, dt$ B) $\int_0^2 (t^5 - t^4) \, dt$
C) $\int_0^2 (t^8 - t^7) \, dt$ D) $\int_0^2 6(t^8 - t^7) \, dt$
E) $\int_2^0 6(t^8 - t^7) \, dt$

4. $\int_3^0 \sqrt{9+x^2} \, dx = ? \quad (x = 3\tan t)$

- A) $\int_{\pi/4}^0 9\sec^3 t \, dt$ B) $\int_0^{\pi/4} 9\sec^3 t \, dt$
C) $\int_0^{\pi/4} \sec^3 t \, dt$ D) $\int_{\pi/4}^0 9\sec^4 t \, dt$
E) $\int_{\pi/4}^{\pi} 9\sec^3 t \, dt$

köşetaşı

$$\int_1^3 f(x) dx = 4 \quad \text{ve} \quad \int_3^2 f(x) dx = -2$$

olduğuna göre, $\int_2^1 f(x) dx$ kaç eştir?

açıklamalı çözüm

$$1) \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$$

özelliklerinden yararlanırsak

$$\int_1^3 f(x) dx + \int_3^2 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx = 4 + (-2) = 2$$

$$2) \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

özellik kullanıldığında ise

$$\int_2^1 f(x) dx = - \int_1^2 f(x) dx = -2$$

AYRICA

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

Integralin sınırları birbirine eşitse sonucu sıfırdır.

$$1. \int_5^8 \frac{3x}{\sqrt{x-4}} dx = 38$$

olduğuna göre, $\int_8^5 \frac{3x}{\sqrt{x-4}} dx$ değeri kaçtır?

- A) -38 B) -20 C) 0 D) 20 E) 38

$$3. \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = \int_1^3 2x dx$$

olduğuna göre, $\int_3^1 f(x) dx$ değeri kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) 0 D) 6 E) 8

$$2. \int_1^2 \ln x dx + \int_2^1 \ln x dx$$

değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$4. \int_0^{\pi} \cos^2 x dx - \int_{\pi}^0 \sin^2 x dx$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\pi$ B) -1 C) 0 D) 1 E) π

köşetaşı

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x \geq 0 \\ 3x^2, & x < 0 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\int_{-1}^1 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$f(x)$ in kritik değeri $x = 0$ olduğundan integrali bu değere göre iki parça halinde yazalım.

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 f(x) dx &= \int_{-1}^0 3x^2 dx + \int_0^1 2x dx \\ &= x^3 \Big|_{-1}^0 + x^2 \Big|_0^1 \\ &= 0 - (-1) + 1 - 0 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$1. f(x) = \begin{cases} 2x, & x \geq 0 \\ 4, & x < 0 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\int_{-1}^1 f(x) dx$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$3. f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0 \\ \cos x, & x \geq 0 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx + \int_{\pi}^{2\pi} f(x) dx$ toplamının değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$2. f(x) = \begin{cases} -2x, & x < -1 \\ 1, & -1 \leq x < 1 \\ 3x^2, & x \geq 1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\int_0^2 f(x) dx$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$$4. f(x) = \begin{cases} 2, & x < -2 \\ 2x, & x \geq -2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} -2x^2, & x \geq -1 \\ 1, & x < -1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\int_{-2}^0 f(x) \cdot g(x) dx$ değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

köşetaşı

$$\int_0^4 |2x-4| dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

açıklamalı çözüm

$$2x-4=0 \Rightarrow x=2 \text{ (kritik değer)}$$

$$\text{i) } x \geq 2 \text{ ise } |2x-4| = 2x-4$$

$$\text{ii) } x < 2 \text{ ise } |2x-4| = -2x+4$$

Köşetaşındaki integralin sınırlarını bir önceki köşetaşında olduğu gibi parçalayalım.

$$\begin{aligned} \int_0^4 |2x-4| dx &= \int_0^2 (-2x+4) dx + \int_2^4 (2x-4) dx \\ &= (-x^2+4x) \Big|_0^2 + (x^2-4x) \Big|_2^4 \\ &= (-4+8) - 0 + (16-16) - (4-8) \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$1. \int_{-2}^2 |4x| dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

$$3. \int_{-2}^0 (|x+2| - |x-2|) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

$$2. \int_0^1 |3-3x^2| dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$4. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} |\cos 2x| dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

köşetaşı

$$1. \int_0^3 d(x^2+3)$$

$$2. \int_1^e \frac{d(x^2)}{x^2}$$

integrallerinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\int_a^b d(f(x)) = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$$

$$1. \int_0^3 d\left(\frac{x^2+3}{u}\right) = \left(\frac{x^2+3}{u}\right) \Big|_0^3 = (9+3) - (0+3) = 9$$

$$2. x^2 = u \text{ alınırsa;}$$

$$\int \frac{d(x^2)}{x^2} = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$$

$$\int_1^e \frac{d(x^2)}{x^2} = \ln x^2 \Big|_1^e = \ln e^2 - \ln 1^2 = 2 - 0 = 2$$

HATIRLATMA

$$d(f(x)) = f'(x) dx$$

Örneğin;

$$d(x^2) = 2x \cdot dx$$

$$1. \int_1^4 dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$3. f(x) = \frac{x+2}{x-1}$$

olduğuna göre, $\int_0^{-2} d(f^{-1}(x))$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$2. \int_1^e d(\ln x)$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$4. \int_1^4 \frac{d(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\ln 2$ C) 1 D) $\ln 4$ E) 2

köşetaşı

1. $\frac{d}{dx} \int_{-1}^4 e^t \cos t \, dt$

2. $\frac{d}{dx} \int_{3x}^{2x} e^t \cos t \, dt$

türevlerinin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

1. Belirli integralin sınır değerleri sabit sayı ya da türev alınan değişkenden farklı olursa sonuç sıfırdır.

$$\frac{d}{dx} \int_a^b f(x) \, dx = 0$$

$$\frac{d}{dx} \int_{-1}^4 e^t \cos t \, dt = 0$$

2. Integralin sınırları x e bağlı olduğunda aşağıdaki kural uygulanarak türev alınır.

$$\frac{d}{dx} \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) \, dt = v'(x) \cdot f(v(x)) - u'(x) \cdot f(u(x))$$

$$\frac{d}{dx} \int_{3x}^{2x} e^t \cos t \, dt = (2x)' f(2x) - (3x)' f(3x) = 2 \cdot e^{2x} \cdot \cos 2x - 3 \cdot e^{3x} \cdot \cos 3x$$

1. $f(x) = \int_1^2 x \sin x \, dx$

olduğuna göre, $f'(x)$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $\frac{d}{dt} \int_t^1 \sin^2 x \, dx$

türevinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $-\cos^2 t$
- B)
- $-\cos^2 x$
- C)
- $-\sin^2 t$
-
- D)
- $-\sin^2 x$
- E) 0

2. $y = f(x) = \int_1^{2x} \ln t \, dt$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $\ln 2x$
- B)
- $\ln 4x$
- C)
- $\ln 4x^2$
-
- D)
- $\ln 2$
- E)
- $\ln 4$

4. $f(x) = \int_1^x e^t \cdot t \, dt$

fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

1. $\int_0^1 x(3x - 4x^2) \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $\int_0^1 \frac{4}{4x^2 - 1} \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)
- $-\ln 3$
- B)
- $-\ln 2$
- C) 0 D)
- $\ln 2$
- E)
- $\ln 3$

2. $\int_2^b \frac{1}{x} \, dx = \ln \frac{2}{b}$

olduğuna göre, b kaç eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

5. $\int_{-\pi}^{\pi} x \sin x \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)
- -2π
- B)
- $-\pi$
- C) 0 D)
- π
- E)
- 2π

kareköt

6. $\int_2^0 \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} \, dx$

integrali $x = 2 \tan t$ dönüşümü yapıldığında aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

A) $\int_2^0 \sec t \, dt$

B) $\int_0^{\pi/4} \sec t \, dt$

C) $\int_{\pi/4}^0 \sec t \, dt$

D) $\int_{\pi/4}^0 2 \sec t \, dt$

E) $\int_{\pi/4}^0 2 \sec^2 t \, dt$

3. $\int_0^1 \frac{2x}{1+x^2} \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B)
- $\ln 2$
- C)
- $\ln 3$
- D) 1 E)
- $\ln 4$

7. $\int_1^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = \int_5^1 (4x - x^3) dx$

olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $4x - x^3$ B) $4x - x^3 + c$
C) $x^3 - 4x$ D) $x^3 - 4x + 2$
E) $4 - 3x^2$

8. $f(x) = \begin{cases} 4(x-1)^3, & x \geq 1 \\ 3(x+1)^2, & x < 1 \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_0^2 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos x - \sin x| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2} - 2$
D) $\sqrt{2} + 1$ E) $2\sqrt{2} + 2$

10. $\int_1^2 x d(\ln x)$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

11. $\frac{d}{dx} \int_1^{x^3} f(t) dt = x^4 + 5$

olduğuna göre, $f(1)$ kaç eşittir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

kareköt

1. $\int_0^{\pi} e^{\sin x} \cos x dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin^2 x \sin 2x dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $\left(\int_0^a 2x dx \right)^2 = \int_0^a 3x^2 dx$

olduğuna göre, a nın pozitif değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $f(x) = \int_1^x \sqrt{1+t^2} dt$

olduğuna göre, $f'(\sqrt{3})$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{5}$

5. $\int_{-1}^1 (2\sqrt{x} - 1)(2\sqrt{x} + 1) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

6. $\int_1^e \frac{x+1}{x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -e B) -1 C) 0 D) 1 E) e

7. $f^{-1}(x) = \ln x$

olduğuna göre, $\int_{\ln 2}^{\ln 5} df(x)$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

8. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{2}{1+4x^2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{\pi}{2}$ B) $-\frac{\pi}{4}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{2}$

kareköt

9. $\int_1^2 |x| \cdot |3x-2| dx$
integralinin değeri kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $\int_0^a (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \frac{\cos a}{2}$
eşitliğini sağlayan a değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 0 B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

11. $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$ ve $\int_{-1}^5 f(x) dx = 6$
olduğuna göre, $\int_5^2 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $\int_0^{\pi} \cos(\sin x) \cdot \cos x dx$
integralinin değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

13. $f(a) - f(b) = 4$
olduğuna göre, $\int_a^b f'(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?
A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

14. $\int_0^{\pi/3} \frac{d(\cos x)}{\cos x}$
integralinin değeri kaçtır?
A) $-\ln 2$ B) -1 C) 0
D) 1 E) $\ln 2$

15. $\int_0^{-1} x \cdot e^{-x} dx$
integralinin değeri kaçtır?
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

16. $\int_0^{\frac{1}{6}} \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}} dx$
integralinin değeri kaçtır?
A) 0 B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

kareköt

1. $\sin x = u$ ise $\cos x dx = du$
 $\int_0^{\pi} e^{\sin x} \cos x dx = \int_{u_1}^{u_2} e^u du = e^{\sin x} \Big|_0^{\pi}$
 $= e^{\sin \pi} - e^{\sin 0}$
 $= 1 - 1 = 0$
Doğru seçenek "A" dir.

2. $\sin^2 x = u$ ise $2 \sin x \cos x dx = du$
 $\sin 2x dx = du$
 $\int_0^{\pi/2} 2 \sin^2 x \sin x dx = \int_{u_1}^{u_2} 2 u du = u^2 \Big|_{u_1}^{u_2}$
 $= \sin^4 x \Big|_0^{\pi/2}$
 $= \sin^4 \frac{\pi}{2} - \sin^4 0$
 $= 1 - 0 = 1$
Doğru seçenek "B" dir.

3. $\left(\int_0^a 2x dx \right)^2 = \int_0^a 3x^2 dx$
 $\left(x^2 \Big|_0^a \right)^2 = x^3 \Big|_0^a$
 $(a^2 - 0^2)^2 = a^3 - 0^3$
 $a^4 = a^3$ ise $a = 0$ ya da $a = 1$
Doğru seçenek "A" dir.

4. $f(x) = \int_1^x \sqrt{1+t^2} dt$
 $f'(x) = 1 \cdot \sqrt{1+x^2} - 0 = \sqrt{1+x^2}$
 $f'(\sqrt{3}) = \sqrt{1+(\sqrt{3})^2} = 2$
Doğru seçenek "D" dir.

5. $\int_{-1}^1 (2\sqrt{x} - 1)(2\sqrt{x} + 1) dx = \int_{-1}^1 (4x - 1) dx$
 $= 2x^2 - x \Big|_{-1}^1$
 $= (2 - 1) - (2 + 1)$
 $= -2$
Doğru seçenek "B" dir.

6. $\int_1^e \frac{x+1}{x} dx = \int_1^e \left(1 + \frac{1}{x} \right) dx = x + \ln|x| \Big|_1^e$
 $= (e + \ln e) - (1 + \ln 1)$
 $= e + 1 - 1 - 0$
 $= e$
Doğru seçenek "E" dir.

7. $f^{-1}(x) = \ln x$ ise $f(x) = e^x$ olur.
 $\int_{\ln 2}^{\ln 5} d f(x) = f(x) \Big|_{\ln 2}^{\ln 5} = e^x \Big|_{\ln 2}^{\ln 5}$
 $= e^{\ln 5} - e^{\ln 2}$
 $= 5 - 2 = 3$
Doğru seçenek "E" dir.

8. $2x = u$ ise $2 dx = du$ olur.
 $\int_0^{1/2} \frac{2}{1+(2x)^2} dx = \int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{1+u^2} = \arctan u \Big|_{u_1}^{u_2}$
 $= \arctan 2x \Big|_0^{1/2}$
 $= \frac{\pi}{4} - 0 = \frac{\pi}{4}$
Doğru seçenek "D" dir.

kareköt

$$\begin{aligned}
 9. \quad \int_1^2 |x| \cdot |3x-2| dx &= \int_1^2 x \cdot |3x-2| dx \\
 &= \int_1^2 (3x^2 - 2x) dx \\
 &= (x^3 - x^2) \Big|_1^2 \\
 &= (2^3 - 2^2) - (1^3 - 1^2) \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "D" dir.

$$\begin{aligned}
 10. \quad \int_0^a (\cos^2 x - \sin^2 x) dx &= \int_0^a \cos 2x dx \\
 &= \frac{\sin 2x}{2} \Big|_0^a \\
 &= \frac{\sin 2a}{2} - \frac{\sin 0}{2} \\
 &= \frac{2 \sin a \cdot \cos a}{2} - 0 \\
 &= \sin a \cdot \cos a
 \end{aligned}$$

$$\sin a \cdot \cos a = \frac{\cos a}{2} \Rightarrow \cos a = 0 \text{ ya da } \sin a = \frac{1}{2}$$

bulunur.

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \text{ olduğu için doğru seçenek "B" dir.}$$

$$\begin{aligned}
 11. \quad \int_{-1}^5 f(x) dx &= \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx \\
 6 &= 8 + \int_2^5 f(x) dx \\
 \int_2^5 f(x) dx &= 2
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "E" dir.

$$12. \sin x = u \text{ ise } \cos x dx = du$$

$$\begin{aligned}
 \int_0^{\pi} \cos(\sin x) \cdot \cos x dx &= \int_{u_1}^{u_2} \cos u du \\
 &= \sin u \Big|_{u_1}^{u_2} \\
 &= \sin(\sin x) \Big|_0^{\pi} \\
 &= \sin(\sin \pi) - \sin(\sin 0) \\
 &= \sin 0 - \sin 0 = 0
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "C" dir.

$$13. \int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a) = -(f(a) - f(b)) = -4$$

Doğru seçenek "A" dir.

$$14. \cos x = u \text{ yazılırsa}$$

$$\begin{aligned}
 \int_0^{\pi/3} \frac{d(\cos x)}{\cos x} &= \int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{u} = \ln |u| \Big|_{u_1}^{u_2} \\
 &= \ln |\cos x| \Big|_0^{\pi/3} \\
 &= \ln \left| \cos \frac{\pi}{3} \right| - \ln(\cos 0) \\
 &= \ln \frac{1}{2} - \ln 1 \\
 &= \ln \frac{1}{2} = -\ln 2
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "A" dir.

$$15. x = u \quad e^{-x} dx = dv$$

$$dx = du \quad -e^{-x} = v$$

$$\begin{aligned}
 \int x e^{-x} &= -x e^{-x} + \int e^{-x} dx \\
 &= -x e^{-x} - e^{-x} + c \\
 -x e^{-x} - e^{-x} \Big|_0^{-1} &= (1 \cdot e - e) - (0 - 1) \\
 &= 0 + 1 = 1
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "C" dir.

$$16. 3x = u \text{ ise } 3 dx = du$$

$$\begin{aligned}
 \int_0^{1/6} \frac{3}{\sqrt{1-(3x)^2}} dx &= \int_{u_1}^{u_2} \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du \\
 &= \arcsin u \Big|_{u_1}^{u_2} \\
 &= \arcsin 3x \Big|_0^{1/6} \\
 &= \arcsin \frac{1}{2} - \arcsin 0 \\
 &= \frac{\pi}{6} - 0 \\
 &= \frac{\pi}{6}
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "B" dir.

1. $\int_1^4 \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx$

integralinde $u = \sqrt{x}$ dönüşümü yapıldığında aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_1^4 \frac{1-u}{1+u} du$ B) $\int_1^2 \frac{u(1-u)}{1+u} du$
 C) $\int_1^2 \frac{2u(1-u)}{1+u} du$ D) $\int_1^4 \frac{2u(1-u)}{1+u} du$
 E) $\int_2^1 \frac{2u(1-u)}{1+u} du$

2. $\int_0^1 \frac{12}{x^2-9} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\ln 4$ B) $-\ln 2$ C) 0
 D) $\ln 2$ E) $\ln 4$

3. $\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $1-e$ B) -1 C) 0
 D) $e-1$ E) 1

4. $\int_0^{\ln 3} \frac{1}{1+e^{-x}} dx$

değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\ln 2$ C) 0
 D) $\ln 2$ E) 1

5. $\int_{\pi/2}^{\pi} (\cos x - \sin x) dx$

integralinde $x = \frac{\pi}{2} + t$ dönüşümü yapıldığında aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_{\pi/2}^0 (\sin t + \cos t) dt$ B) $\int_0^{\pi/2} (\sin t + \cos t) dt$
 C) $\int_0^{\pi/2} (\sin t - \cos t) dt$ D) $\int_{\pi/2}^0 (\cos t - \sin t) dt$
 E) $\int_{\pi/2}^{\pi} (\sin t + \cos t) dt$

6. $\int_0^{\ln \sqrt{3}} \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{\pi}{3}$ B) $-\frac{\pi}{12}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{12}$ E) $\frac{\pi}{3}$

7. $\int_1^3 \frac{x}{(x+1)^2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4} + \ln 2$ B) $\frac{1}{4} - \ln 2$ C) $-\frac{1}{2} + \ln 2$
 D) $\frac{1}{2} - \ln 2$ E) $\ln 2$

8. $\int_{\pi/4}^0 \frac{3 \sin^2 x}{\cos^4 x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $\int_0^{4\pi} |\cos x| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

10. $\int_1^a \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{1}{a}$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

11. $\int_0^{\pi/4} (1 + \sec^2 x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $1 - \frac{\pi}{4}$ B) $-\frac{\pi}{4}$ C) 0
 D) $\frac{\pi}{4}$ E) $1 + \frac{\pi}{4}$

12. $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\ln 2$ B) 1 C) $\ln 4$
 D) 2 E) $\ln 9$

13. $\int_1^{2\sqrt{3}+1} (x^3 - 3x^2) dx + \int_1^{2\sqrt{3}+1} (3x - 1) dx$

toplamının değeri kaçtır?

- A) 18 B) 25 C) 32 D) 36 E) 42

14. $f(x) = \int_1^x \sqrt{1+t} dt$

fonksiyonunun en büyük değeri için x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

15. $\int_{-10}^{10} (x^7 + x^5 + k) dx = 40$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 2 D) 4 E) 5

16. $\int_1^2 \frac{3x^2 + 6x + 2}{x(x+1)(x+2)} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\ln \frac{5}{4}$ B) $\ln \frac{4}{3}$ C) $\ln 4$
 D) $\ln \frac{3}{4}$ E) $\ln \frac{4}{5}$

1. $\int_0^{\pi/12} \sin^3 2x \sin 4x dx$ ifadesinin değeri nedir?

- A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{9}{160}$ C) $\frac{8}{90}$ D) $\frac{1}{80}$ E) $\frac{1}{160}$
(ÖYS 1982)

2. $\int_a^b (2x+3) dx = 50$ ve $b-a=5$

- olduğuna göre, $a+b$ kaçtır?
A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7
(ÖYS 1983)

3. $a > 0$, $b > -1$ koşulu ile sonlu iki sayıdır.

$$\int_0^1 x^a dx \cdot \int_0^1 x^b dx = \int_0^1 x^a x^b dx$$

- olduğuna göre, b nin değeri kaçtır?
A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{3}{4}$
(ÖYS 1983)

4. $\int_0^1 \frac{(x^2+3)2x}{(x^2+3)^2+1} dx$ integralinin değeri nedir?

- A) $\ln \frac{13}{4}$ B) $\frac{1}{2} \ln \frac{13}{10}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\ln \frac{15}{4}$ E) $\frac{1}{2} \ln \frac{17}{10}$
(ÖYS 1984)

5. $\int_0^{\pi/3} \sqrt{1-\cos 2x} dx$ integralinin değeri nedir?

- A) 0 B) $-\sqrt{2}$ C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(ÖYS 1985)

6. $f(x) = \frac{1}{x+1}$ olduğuna göre, $\int_1^2 d(f^{-1}(x))$ kaçtır?

- A) 0 B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$
(ÖYS 1986)

7. $\int_0^{\pi/2} (\cos x - \sin x) dx$ integralinin değeri nedir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
(ÖYS 1987)

8. $\int_0^{e-1} \frac{x}{x+1} dx$ integralinin değeri nedir?

- A) $e-2$ B) $e-1$ C) e
D) $e+1$ E) $e+2$
(ÖYS 1988)

9. $f(x) = \int_0^x \frac{t^2}{t^3+4} dt$

- olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) 0 B) $\frac{7}{25}$ C) $\frac{4}{51}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$
(ÖYS 1989)

10. $\int_0^1 \frac{d(x^2)}{x^2+1}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\ln 2$ D) $\ln 3$ E) 2
(ÖYS 1991)

karekök

11. $\int_0^1 (2x-3)(x^2-3x+2)^4 dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{32}{5}$ B) -3 C) 0 D) 3 E) $\frac{24}{5}$
(ÖYS 1991)

12. $\frac{d}{dx} \left(\int_2^5 (x^3+x^2) dx \right)$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) x^3+x^2 B) $\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}$ C) $\frac{67}{2}$
D) 79 E) 0
(ÖYS 1992)

13. $\int_0^{\ln 3} (e^{3x}-e^x) dx$

integralinde $e^x = t$ dönüşümü yapılırsa, aşağıdaki integralerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_1^3 (t^3-t) dt$ B) $\int_1^3 (t^2-1) dt$
C) $\int_1^3 (e^{3t}-e^t) e^t dt$ D) $\int_0^1 (t^3-t) dt$
E) $\int_0^3 (\ln 3t - \ln t) dt$
(ÖYS 1992)

14. $\left[\int_0^a x dx \right]^3 = \int_0^a x^3 dx$

olduğuna göre pozitif a kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2
(ÖYS 1992)

15. $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$

integralinde $x = 2\sin t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integralerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 t dt$ B) $\int_0^{\pi/2} 4\sin^2 t dt$
C) $\int_{\pi/2}^{\pi} 4(\sin t - \cos t) dt$ D) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 t dt$
E) $\int_0^{\pi/2} 4\cos^2 t dt$
(ÖYS 1993)

16. $0 < a < \frac{\pi}{3}$, $\int_0^a (\tan^4 x + \tan^2 x) dx = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, a nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{6}$
(ÖYS 1993)

17. $\int_{\pi/12}^a -2(\sin^4 x - \cos^4 x) dx = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, a nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

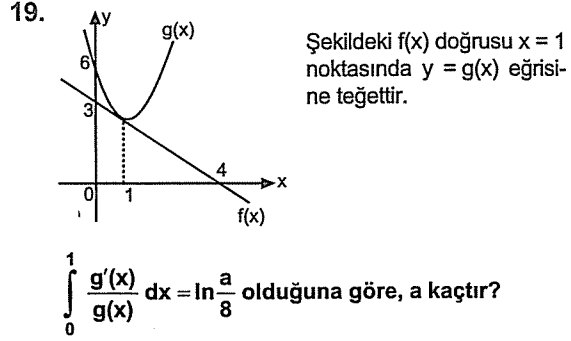
- A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$
(ÖYS 1994)

18. $\int_0^{\sqrt{2}/2} \sin(\arccos x) dx$

integralinde $t = \arccos x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integralerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_0^{\pi/4} \sin t dt$ B) $\int_0^{\pi/4} \frac{1}{2} \cos^2 2t dt$ C) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} -\cos t dt$
D) $\int_0^{\pi/4} -2\cos^2 t dt$ E) $\int_{\pi/2}^{\pi/4} -\sin^2 t dt$
(ÖYS 1995)

karekök



20. $\int_0^{\pi/6} \left[\frac{d}{dt} \left(\int_0^t \cos 3x dx \right) \right] dt$ değeri kaçtır?

A) $\frac{7\sqrt{2}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$
(ÖYS 1996)

21. $\int_{\pi/2}^{\pi} (\sin x + \cos x) dx$

integralinde $t = \pi - x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_0^{\pi/2} (\sin t + \cos t) dt$ B) $\int_0^{\pi/2} (\sin t - \cos t) dt$
C) $\int_{\pi/2}^{\pi} (\sin t - \cos t) dt$ D) $\int_{\pi/2}^{\pi} (\cos t - \sin t) dt$
E) $\int_{-\pi/2}^0 (\sin t - \cos t) dt$
(ÖSS 2006 II)

22. $\int_0^1 3x\sqrt{3+x^2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $1 + \sqrt{3}$ B) $2 - 2\sqrt{3}$ C) $2 + \sqrt{3}$
D) $4 - \sqrt{3}$ E) $8 - 3\sqrt{3}$
(ÖSS 2007 II)

23. $\int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{-1}{2} + \ln 2$ B) $-1 + \ln 2$ C) $\ln 2$
D) $2 \ln 2$ E) $1 + 2 \ln 2$
(ÖSS 2007 II)

24. $b > 0$ olduğuna göre,

$\int_0^b (2x - x^2) dx$

integralinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{4}{3}$
(ÖSS 2008 II)

25. $\int_0^{\pi/2} \left| \sin x - \frac{1}{2} \right| dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{12} - 1$ B) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6} - 1$
C) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{4} - 1$ D) $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{4} - \frac{3}{2}$
E) $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$
(ÖSS 2008 II)

26. $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4
(ÖSS 2008 II)

27. $\int_0^1 (x+1)e^x dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) e B) $e - 1$ C) $e - 2$
D) $2e - 1$ E) $2e - 3$
(ÖSS 2009 II)

28. $\int_0^{\pi/3} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2
(LYS 2010)

29. $\int_0^4 \frac{6x}{\sqrt{2x+1}} dx$

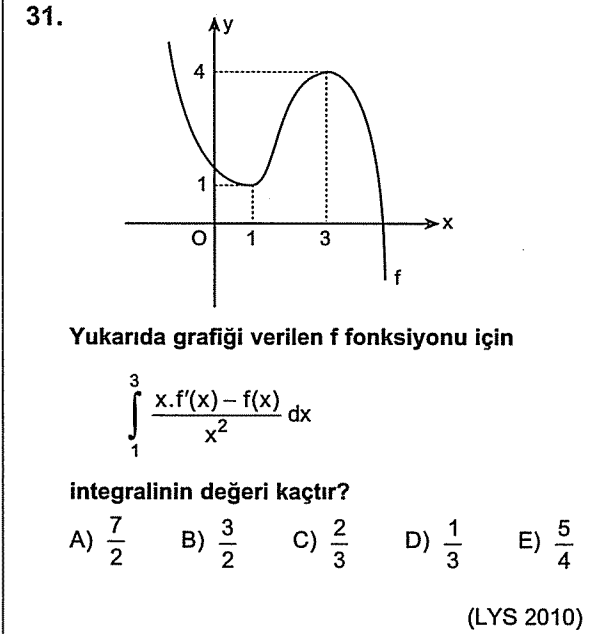
integralinin değeri kaçtır?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 24
(LYS 2010)

30. $f(x) = \begin{cases} 3 - x, & x < 2 \text{ ise} \\ 2x - 3, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$

için $\int_1^3 f(x+1) dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10
(LYS 2010)



33. $\int_1^e \ln^3 x dx = 6 - 2e$

olduğuna göre, $\int_1^e \ln^4 x dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $7e - 16$ B) $8e - 18$ C) $9e - 24$
D) $10e - 26$ E) $11e - 28$
(LYS 2011)

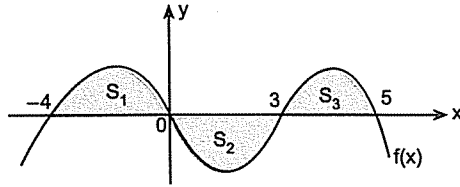
BÖLÜM 4

İntegral ile Alan ve Hacim Hesabı

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Belirli integral ile alan arasındaki ilişkiyi açıklar.
2. Pozitif değerli fonksiyonun grafiği ile x eksenini arasındaki bölgenin alanını hesaplar.
3. Negatif değerli fonksiyonun grafiği ile x eksenini arasındaki bölgenin alanını hesaplar.
4. Fonksiyonun işaretini inceleyerek alan hesabı yapar.
5. $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri arasında kalan alanı hesaplar.
6. $x = f(y)$ fonksiyonunun grafiği ile y eksenini arasında kalan bölgenin alanını hesaplar.
7. $f(y)$ ve $g(y)$ fonksiyonlarının grafikleri arasında kalan alanı hesaplar.
8. Belirli integral ile dairenin alanını ilişkilendirir.
9. $y = f(x)$ in grafiği ile x eksenini arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplar.
10. $x = f(y)$ nin grafiği ile y eksenini arasında kalan bölgenin y eksenini etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplar.
11. $f(x)$ ve $g(x)$ in grafikleri arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplar.
12. $f(y)$ ve $g(y)$ nin grafikleri arasında kalan bölgenin y eksenini etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplar.
13. Dairesel bölgenin x ve y eksenleri etrafında döndürülmesi ile oluşan cisimlerin hacmini hesaplar.
14. Üçgensel ve dikdörtgensel bölgelerin x ve y eksenleri etrafında döndürülmesi ile oluşan cisimlerin hacmini hesaplar.

köşetaşı



$f(x)$ fonksiyonunun grafiği ile Ox eksenini arasında kalan bölgelerin alanları S_1 , S_2 ve S_3 br^2 dir.

Buna göre, bu alanlara eşit integralleri yazınız.

açıklamalı çözüm

1. $f(x) \geq 0$ ise grafiği Ox ekseninin üstünde olur.

Grafiği ile Ox arasındaki alan $f(x)$ in integraline eşittir.

$$S_1 = \int_{-4}^0 f(x) dx \quad S_3 = \int_3^5 f(x) dx$$

2. $f(x) \leq 0$ ise grafiği Ox ekseninin altında olur. Grafiği ile Ox arasındaki alan, $f(x)$ in integralinin zıt işaretli değeridir.

$$S_2 = -\int_0^3 f(x) dx$$

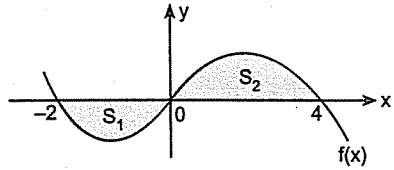
AYRICA

$$\int_{-4}^5 f(x) dx$$

integralinin değeri istenirse;

$$\int_{-4}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx \\ = S_1 - S_2 + S_3$$

1.

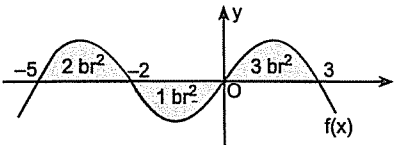


Şekildeki taralı bölgelerin alanları S_1 ve S_2 br^2 dir.

Buna göre, $\int_{-2}^4 f(x) dx$ kaçtır?

- A) $S_1 + S_2$ B) $S_1 - S_2$ C) $S_2 - S_1$
D) $-S_1 - S_2$ E) $S_1 S_2$

2.

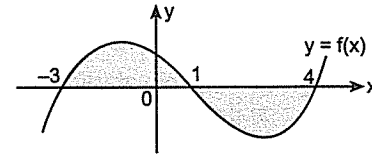


Şekildeki taralı bölgelerin alanlarının değeri üzerlerine yazılmıştır.

Buna göre, $\int_{-5}^3 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

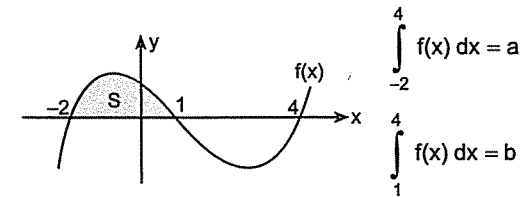
3.



Şekildeki taralı bölgelerin toplam alanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\int_{-3}^4 y dx$ B) $-\int_{-3}^4 y dx$ C) $\int_{-3}^1 y dx$
D) $\int_{-3}^1 y dx - \int_1^4 y dx$ E) $\int_{-3}^1 y dx + \int_1^4 y dx$

4.



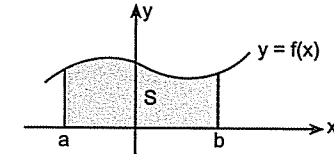
Buna göre, taralı alan S, a ve b cinsinden aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a-b$ B) $b-a$ C) $-a-b$ D) $a+b$ E) $a \cdot b$

köşetaşı

$f(x) = 4 - x^2$ parabolü ile Ox eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

açıklamalı çözüm



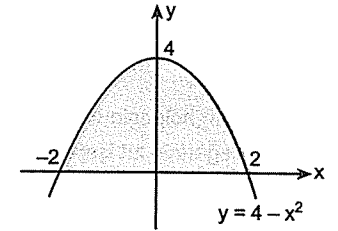
$$S = \int_a^b f(x) dx$$

i) Önce grafiğin Ox eksenini kestiği noktaları bulunur.

$$4 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \\ \Rightarrow x = \pm 2$$

ii) $x = -2$ ile $x = 2$ arasında $f(x)$ in integrali alınır.

$$S = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = 4x - \frac{x^3}{3} \Big|_{-2}^2 = \left(8 - \frac{8}{3}\right) - \left(-8 + \frac{8}{3}\right) = \frac{32}{3} br^2$$



1.

$$y = -\frac{1}{3}(x+2)(x-4)$$

parabolü ile x eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

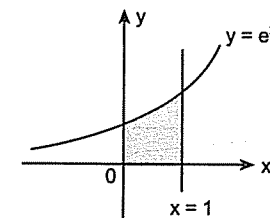
3.

$$f(x) = 9a^2 - x^2$$

parabolü ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı $36 br^2$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

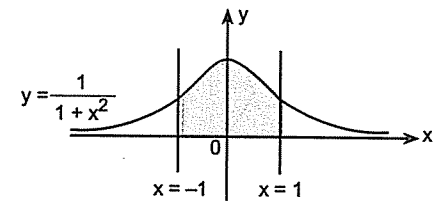
2.



Grafikte gösterilen $y = e^x$ eğrisi, $x = 1$ doğrusu, y eksenini ve x eksenini arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $e-2$ B) $e-1$ C) 1
D) $e+1$ E) $e+2$

4.



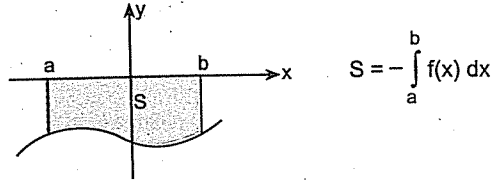
Grafikte gösterilen $y = \frac{1}{1+x^2}$ eğrisi, $x = 1$, $x = -1$ doğruları ve x eksenini arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

köşetaşı

$f(x) = x^2 - 4x$ parabolü ile Ox eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

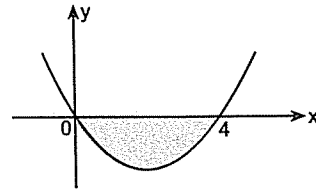
açıklamalı çözüm



i) Önce parabolün Ox i kestiği noktaların apsilerini bulalım.
 $x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4$

ii) İstenen bölgenin alanı $x = 0$ ile $x = 4$ arasında $f(x)$ in integral değerinin zıt işaretlisidir.

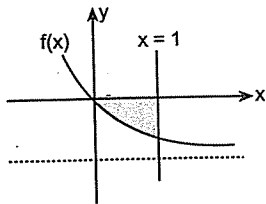
$$S = -\int_0^4 (x^2 - 4x) dx = -\left(\frac{x^3}{3} - 2x^2\right)\Big|_0^4 = -\left[\left(\frac{64}{3} - 32\right) - (0)\right] = \frac{32}{3} br^2$$



1. $f(x) = 2(x + 4)(x - 2)$ parabolü ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) 18 B) 36 C) 48 D) 54 E) 72

3. $y = 2(x - 2)^2 - 18$ parabolü ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
 A) 16 B) 32 C) 48 D) 54 E) 72

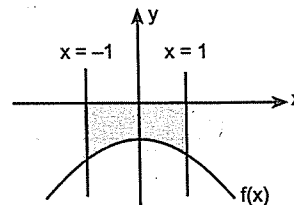
2.



Grafikte gösterilen $f(x) = e^{-x} - 1$ eğrisi, $x = 1$ doğrusu ve x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{1}{e}$ B) $\frac{2}{e}$ C) 1 D) e E) $e + 1$

karekök 4.



Grafikte gösterilen $f(x) = -5x^4 - 5$ eğrisi ile $x = -1$, $x = 1$ doğruları ve x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

köşetaşı

$f(x) = x^3 - 4x$ eğrisi ile Ox eksenini arasında kalan kapalı bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?

açıklamalı çözüm

Fonksiyonun grafiğinin x eksenini kestiği noktaları bulalım.

$$x^3 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2, x = -2$$

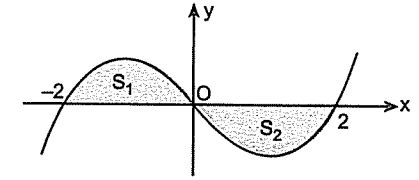
Şimdi de fonksiyon için işaret tablosu yapalım.

x	-2	0	2
y	-	+	-

Taralı bölgelerin alanları;

$$S_1 = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx = \frac{x^4}{4} - 2x^2 \Big|_{-2}^0 = 0 - (-4) = 4 br^2$$

$$S_2 = \int_0^2 (4x - x^3) dx = 2x^2 - \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = 4 - 0 = 4 br^2$$



Fonksiyon tek olduğundan grafiği orijine göre simetrik.

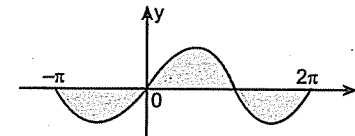
Bu nedenle iki alan birbirine eşit çıkmıştır.

Taralı bölgelerin alanı: $4 + 4 = 8 br^2$ dir.

1. $f(x) = x - x^3$ eğrisi ile Ox eksenini arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?
 A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

3. $f(x) = 15x^2(x^2 - 1)$ eğrisi ile Ox eksenini arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?
 A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

2.

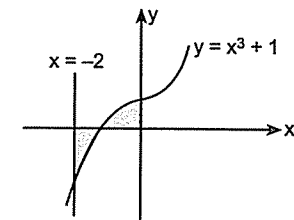


Şekilde $f(x) = \sin x$ fonksiyonunun $[-\pi, \pi]$ aralığında grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

karekök 4.



Şekilde $y = x^3 + 1$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

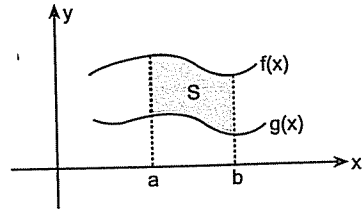
Buna göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

köşetaşı

$f(x) = x(x-3)$ ve $g(x) = x(1-x)$ parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

açıklamalı çözüm



$$S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

NOT

Yanlışlıkla $g(x)$ fonksiyonundan $f(x)$ çıkarılıp integral alınırsa sonuç negatif çıkar.

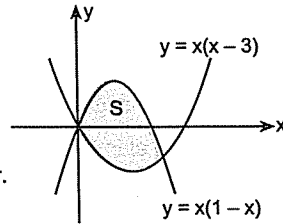
Alan negatif değer alamayacağı için pozitifçe çevrilir.

i) Önce fonksiyonlar birbirine eşitlenerek kesiştikleri noktalar bulunur.

$$\begin{aligned} x(x-3) &= x(1-x) \Rightarrow 2x^2 - 4x = 0 \\ &\Rightarrow 2x(x-2) = 0 \\ &\Rightarrow x = 0, x = 2 \end{aligned}$$

ii) $x = 0$ dan $x = 2$ ye üstteki fonksiyondan alttaki çıkarılarak integral alınır.

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 [x(1-x) - x(x-3)] dx = \int_0^2 (-2x^2 + 4x) dx \\ &= -\frac{2x^3}{3} + 2x^2 \Big|_0^2 = \frac{8}{3} br^2 \end{aligned}$$



1. $y = x(3-x)$ ve $y = x(x-3)$ parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?
A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

2. $y = x(x-2)$ ve $y = 4-x^2$ parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?
A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

karekök

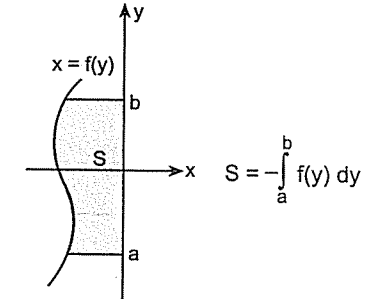
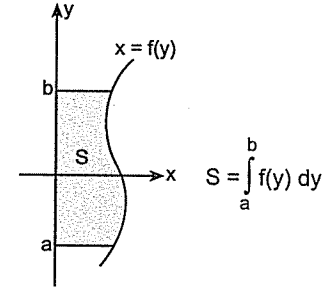
3. $y = x^3$ eğrisi ile $y = 4x$ doğrusu arasında kalan kapalı bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?
A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4. $y = \cos x$ ve $y = \sin x$ eğrileri arasında kalan taralı alan kaç br^2 dir?
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) 3

köşetaşı

$x = 9 - y^2$ parabolü ile y eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

açıklamalı çözüm

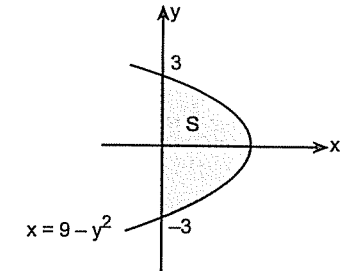


i) Önce parabolün y eksenini kestiği noktalar bulunur.

$$9 - y^2 = 0 \Rightarrow y = 3 \text{ veya } y = -3$$

ii) İstenen bölge y ekseninin sağ tarafında kaldığı için alan $x = 9 - y^2$ fonksiyonunun $y = -3$ ten $y = 3$ e integraline eşittir.

$$\begin{aligned} S &= \int_{-3}^3 (9 - y^2) dy = 9y - \frac{y^3}{3} \Big|_{-3}^3 \\ &= (27 - 9) - (-27 + 9) = 36 br^2 \end{aligned}$$



1. $x = y^2 - 1$ parabolü ile y eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?
A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) 2 E) $\frac{7}{3}$

3. $y = \sqrt{x}$ eğrisi ile $y = 3$ doğrusu ve y eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

karekök

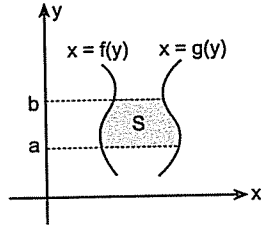
2. $x = y(y^2 - 4)$ eğrisi ile y eksenini arasında kalan kapalı bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?
A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4. $y = \ln x$ eğrisi ile $y = 1$, $y = 0$ ve $x = 0$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
A) $\frac{1}{e}$ B) $e - 2$ C) $\frac{2}{e}$
D) $e - 1$ E) $e + 1$

köşetaşı

$x = y^2$ ve $x = 2 - y^2$ parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

açıklamalı çözüm



$$S = \int_a^b (g(y) - f(y)) dy$$

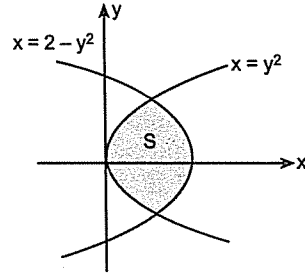
- i) Fonksiyonlar birbirine eşitlenerek grafiklerinin kesişim noktaları bulunur.

$$y^2 = 2 - y^2 \Rightarrow 2y^2 = 2 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$$

- ii) Grafiği alanı hesaplanan bölgenin sağında olan fonksiyondan diğeri çıkartılarak $y = -1$ ile $y = 1$ arasında integral alınır.

$$S = \int_{-1}^1 [(2 - y^2) - y^2] dy$$

$$= \int_{-1}^1 (2 - 2y^2) dy = \left(2y - \frac{2y^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = \left(2 - \frac{2}{3} \right) - \left(-2 + \frac{2}{3} \right) = \frac{8}{3} br^2$$



1. $x = y(6 - y)$ ve $x = y(y - 6)$

parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 36 B) 48 C) 72 D) 96 E) 144

3. $x = 3y^2$ parabolü ile $x = 6y$ doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

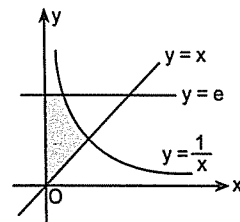
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $x = 2y(y - 3)$ ve $x = 9 - y^2$ parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 18 B) 32 C) 48 D) 60 E) 72

kareköt

4.



$y = \frac{1}{x}$ eğrisi, $y = x$ ve $y = e$ doğruları ile y eksenini arasındaki taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

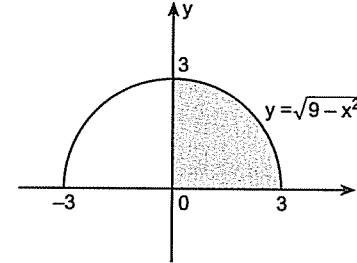
- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

köşetaşı

$\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} dx$ integralinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu tip integraller dairenin alanı ile ilişkilendirilerek hesaplanır.



$$y = \sqrt{9 - x^2} \text{ ise } y^2 = 9 - x^2$$

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

Integralin değeri, yarıçapı 3 br olan çeyrek dairenin alanına eşittir.

$$\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} dx = \frac{\pi r^2}{4} = \frac{\pi \cdot 3^2}{4} = \frac{9\pi}{4} br^2$$

HATIRLATMA

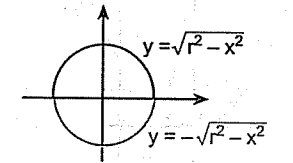
$x^2 + y^2 = r^2$ merkezi (0,0) yarıçapı r olan çember belirtir.

$$y = \sqrt{r^2 - x^2}$$

(çemberin üst yarısının denklemi)

$$y = -\sqrt{r^2 - x^2}$$

(çemberin alt yarısının denklemi)



⇒ Bazı alanlar integrale, bazı integraller de alanla hesaplanır.

1. $\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

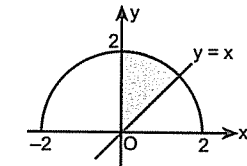
- A) 2π B) 4π C) 6π D) 8π E) 16π

3. $\int_0^4 \sqrt{4y - y^2} dy$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) $\frac{5\pi}{2}$

4.



Daire diliminin alanına aşağıdaki integrallerden hangisinin değeri eşittir?

A) $\int_{-2}^2 \sqrt{4 - x^2} dx$

B) $\int_0^1 (\sqrt{x^2 + 4} - x) dx$

C) $\int_0^1 (\sqrt{4 - x^2} - x) dx$

D) $\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{2 - x^2} - x) dx$

E) $\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{4 - x^2} - x) dx$

2. $\int_0^{-2} -\sqrt{4 - x^2} dx$

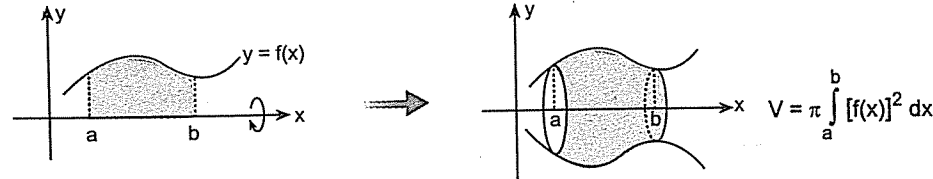
integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\pi$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) 2π

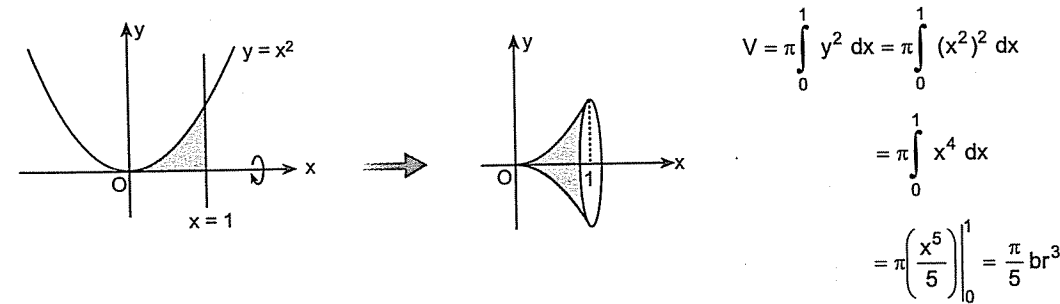
köşetaşı

$y = x^2$ eğrisi ile $x = 1$ doğrusu ve x ekseninde kalan bölgenin x ekseninde 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?

açıklamalı çözüm



Taralı bölgenin x ekseninde 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi;

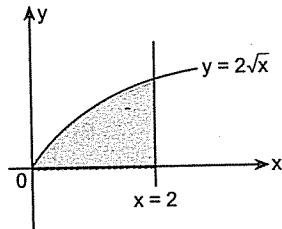


1. $y = 1 - x^2$ parabolünün analitik düzlemin I. bölgesindeki parçasıyla eksenler arasında kalan bölge Ox etrafında 360° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{8}{15}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

2.

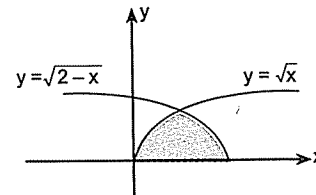


$y = 2\sqrt{x}$ eğrisi ile $y = 0$ ve $x = 2$ doğruları arasında kalan bölge Ox etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

kareköt

4.



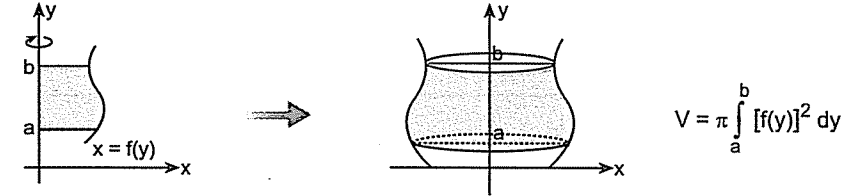
$y = \sqrt{2-x}$ ve $y = \sqrt{x}$ ile x ekseninde kalan taralı bölge Ox etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?

- A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

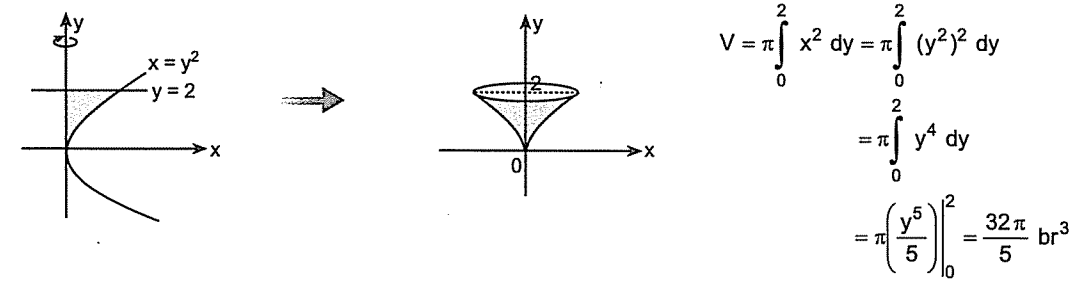
köşetaşı

$x = y^2$ eğrisi ile $y = 2$ doğrusu ve y ekseninde kalan bölgenin y ekseninde 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?

açıklamalı çözüm



Taralı bölgenin y ekseninde 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi;



1. $x = 1 - y^2$ parabolü ile $x = 0$ doğrusu arasında kalan bölge y ekseninde 360° döndürülüyor.

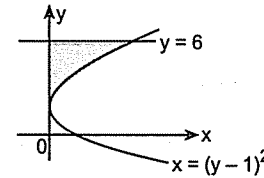
Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{8}{15}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{16}{15}$ E) $\frac{32}{15}$

3. $x = \sqrt{y}$ eğrisi ile $x = 0$ ve $y = 2$ doğruları arasında kalan bölge y ekseninde 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.

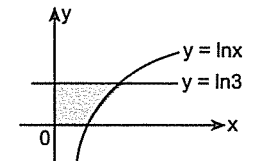


$x = (y - 1)^2$ parabolü, $y = 6$ ve $x = 0$ doğruları ile sınırlı bölgenin y ekseninde 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?

- A) 500 B) 550 C) 625 D) 650 E) 725

kareköt

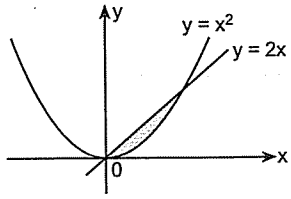
4.



$y = \ln x$, $y = \ln 3$ ve eksenler arasında kalan bölgenin y ekseninde 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

köşetaşı



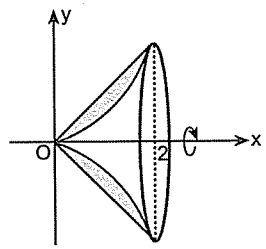
Şekilde $y = x^2$ parabolü ile $y = 2x$ doğrusu arasındaki bölge gösterilmiştir. Bu bölgenin Ox eksenine etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 olur?

açıklamalı çözüm

i) Fonksiyonlar eşitlenir, kesiştikleri noktalar bulunur.

$$x^2 = 2x \Rightarrow x = 0, x = 2$$

ii) Üstte olan fonksiyonun oluşturduğu cismin hacminden alttaki fonksiyonun oluşturduğu cismin hacmi çıkartılır.



$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^2 (2x)^2 dx - \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx \\ &= \pi \int_0^2 (4x^2 - x^4) dx \\ &= \pi \left(\frac{4x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2 \\ &= \pi \left(\frac{32}{3} - \frac{32}{5} \right) = \frac{64}{15} \pi br^3 \end{aligned}$$

1. $y = (x - 1)^2$ parabolü ile $y = 1 - x$ doğrusu ile sınırlı bölgenin x eksenine etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

- A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{2}{15}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{4}{15}$ E) $\frac{1}{3}$

2. $y = x(2 - x)$ parabolü ile $y = x$ doğrusu arasındaki bölgenin x eksenine etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

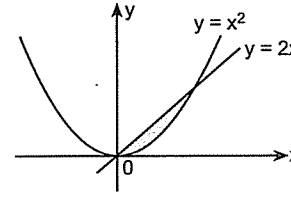
3. $y = 2\sqrt{x}$ eğrisi ile $y = x$ doğrusu arasında kalan bölgenin x eksenine etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

- A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{32}{3}$ D) $\frac{40}{3}$ E) $\frac{52}{3}$

4. $y = e^{\frac{x}{2}}$ eğrisi, $y = e$ ve $x = 0$ doğruları ile sınırlı bölgenin x eksenine etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

- A) e^2 B) $e - 1$ C) $e^2 - 1$
D) $e + 1$ E) $e^2 + 1$

köşetaşı



Şekilde $y = x^2$ parabolü ile $y = 2x$ doğrusu arasındaki bölge gösterilmiştir. Bu bölgenin Oy eksenine etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 olur?

açıklamalı çözüm

i) Fonksiyonlar $x = f(y)$ şeklinde yazılır.

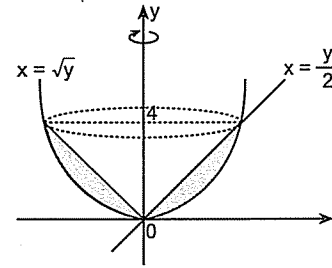
$$y = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{y}$$

$$y = 2x \Rightarrow x = \frac{y}{2}$$

ii) Fonksiyonlar birbirine eşitlenerek kesişim noktalarının ordinatları bulunur.

$$\sqrt{y} = \frac{y}{2} \Rightarrow 2\sqrt{y} = y \Rightarrow 4y = y^2 \Rightarrow y = 0, y = 4$$

iii) Sağda kalan fonksiyonun oluşturduğu cismin hacminden, soldakinin oluşturduğu cismin hacmi çıkartılır.



$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^4 (\sqrt{y})^2 dy - \pi \int_0^4 \left(\frac{y}{2}\right)^2 dy = \pi \int_0^4 \left(y - \frac{y^2}{4}\right) dy \\ &= \pi \left(\frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{12} \right) \Big|_0^4 \\ &= \pi \left(8 - \frac{64}{12} \right) = \frac{8}{3} \pi br^3 \end{aligned}$$

1. $x = y^2$ parabolü ile $y = x$ doğrusu arasındaki bölge y eksenine etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 tür?

- A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{2}{15}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{4}{15}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $y = \sqrt{x}$ eğrisi ile $x = 2y$ doğrusu arasında kalan bölgenin y eksenine etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

- A) $\frac{16}{15}$ B) $\frac{32}{15}$ C) $\frac{64}{15}$ D) $\frac{24}{5}$ E) $\frac{32}{5}$

2. $y = x^2$ parabolü ile $y = 4$ ve $x = 0$ doğruları arasında kalan bölge y eksenine etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

4. $y = \frac{4}{x}$ ile $y = 5 - x$ doğrusu arasında kalan bölgenin y eksenine etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 tür?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

köşetaşı

$y = \sqrt{9 - x^2}$ eğrisi ve x eksenini arasında kalan bölgenin

i) x eksenini etrafında 360°

ii) y eksenini etrafında 180°

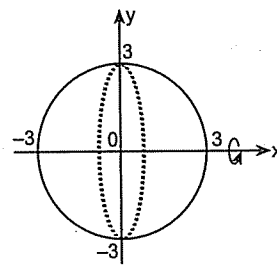
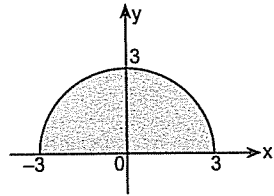
döndürülmesi ile oluşan katı cisimlerin hacimlerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Integral kullanmadan geometri bilgisiyle bu tip sorular kolayca çözülür.

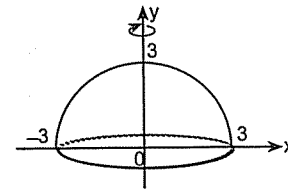
$$y = \sqrt{9 - x^2} \Rightarrow x^2 + y^2 = 3^2$$

Demek ki verilen fonksiyon aslında yarıçapı 3 br olan merkezli çemberin üst yarısının denklemdir.



Ox etrafında tam küre oluşur.

$$i) V_{\text{küre}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 36\pi \text{ br}^3$$



Oy etrafında yarım küre oluşur.

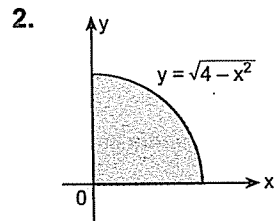
$$ii) \frac{1}{2} V_{\text{küre}} = \frac{1}{2} \cdot 36\pi = 18\pi \text{ br}^3$$

1. $y = \sqrt{36 - x^2}$ eğrisi ve $y = 0$ doğrusu arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında 180° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç $\pi \text{ br}^3$ olur?

A) 72 B) 96 C) 144 D) 196 E) 288

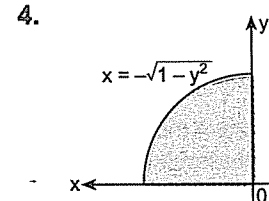
3. $x = \sqrt{9 - y^2}$ eğrisi ve $x = 0$ doğrusu arasında kalan bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç $\pi \text{ br}^3$ olur?

A) 18 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48



$y = \sqrt{4 - x^2}$ eğrisiyle $x = 0$, $y = 0$ doğruları arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç $\pi \text{ br}^3$ olur?

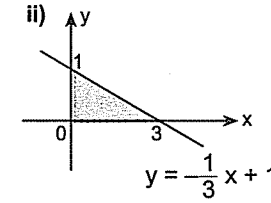
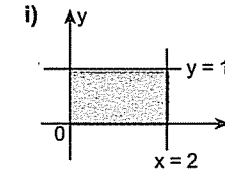
A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{16}{3}$ C) 6 D) 8 E) $\frac{32}{3}$



$x = \sqrt{1 - y^2}$ eğrisi ile eksenler arasında kalan taralı bölgenin y eksenini etrafında 270° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç $\pi \text{ br}^3$ olur?

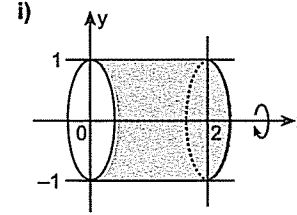
A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) $\frac{5\pi}{2}$

köşetaşı



Yanda verilen dikdörtgen ve üçgen bölge-lerin Ox etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cisimlerin hacmini bulunuz.

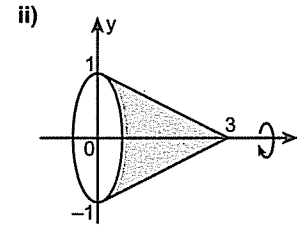
açıklamalı çözüm



Şekilde görüldüğü gibi $r = 1$ ve $h = 2$ olan bir silindir oluşur.

$$V_s = \pi r^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = 2\pi \text{ br}^3$$

Bir soru: Aynı bölge Oy etrafında döndürülse oluşan cismin hacmi kaç br^3 olur? ($4\pi \text{ br}^3$)



Şekilde görüldüğü gibi $r = 1$ ve $h = 3$ olan bir koni oluşur.

$$V_k = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot 3 = \pi \text{ br}^3$$

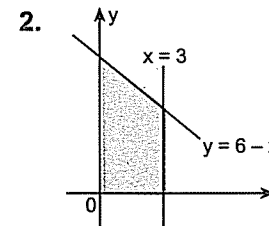
Bir soru: Aynı bölge Oy etrafında döndürülse oluşan cismin hacmi kaç br^3 olur? ($3\pi \text{ br}^3$)

1. $y = 1$, $x = 3$, $x = 0$, $y = 0$ doğruları arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç $\pi \text{ br}^3$ olur?

A) π B) 2π C) 3π D) 4π E) 5π

3. $y = 6 - 2x$, $x = 0$, $y = 0$ doğruları arasında kalan bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç $\pi \text{ br}^3$ olur?

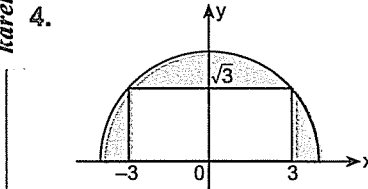
A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21



$y = 6 - x$, $x = 3$ ve eksenler arasında kalan bölge y eksenini etrafında 180° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç $\pi \text{ br}^3$ olur?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 32 E) 36

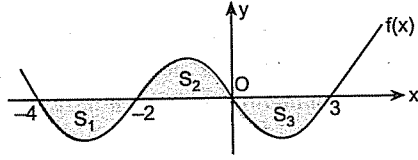


Yandaki yarım dairenin içindeki taralı bölge x eksenini etrafında 360° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç $\pi \text{ br}^3$ olur?

A) $16\sqrt{3} - 18$ B) $24\sqrt{3} - 18$ C) $8\sqrt{3} + 18$
D) $32\sqrt{3} - 18$ E) $32\sqrt{3} - 36$

1.



Şekildeki $f(x)$ in grafiği ile Ox eksenini arasında kalan bölgelerin alanları S_1, S_2, S_3 br^2 dir.

$$S_1 = 3S_2 = 2S_3 \text{ ve } \int_{-4}^3 f(x) dx = -7$$

olduğuna göre, $\int_{-4}^0 f(x) dx$ değeri kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -2 D) 4 E) 8

4.

$$f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$$

olmak üzere $f(x) = \cos x$ fonksiyonunun grafiği ile x eksenini arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

5. $y = x^3$ ve $y = x^2$ eğrileri arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

kareköt

2. $y = (x - 3)^2$ parabolü ile $x = 6$ ve $y = 0$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. $x = \frac{3}{2}(y^2 - 4)$ parabolü ile y eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

3. $y = -3x^2 - 1$ parabolü ile $x = -1, x = 1$ ve $y = 0$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

102

7. $x = y^2$ ve $x = y(2 - y)$ parabolleri arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

8.

$$\int_{-1}^0 4(\sqrt{1-x^2} - (x+1)) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\pi - 3$ B) $\pi - 2$ C) $\pi - 1$
D) $\pi + 1$ E) $\pi + 2$

9. $y = \sqrt{2x}$ eğrisi ile $x = 3$ ve $y = 0$ doğruları arasında kalan bölge x eksenini etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç br^3 olur?

- A) 5π B) 6π C) 7π D) 8π E) 9π

10. $x = -(y + 1)^2$ parabolü ile eksenler arasındaki bölge y eksenini etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

11. $y = x^2$ parabolü ile $y = \sqrt{x}$ eğrisi arasında kalan bölge x eksenini etrafında 360° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{2}{5}$ E) 1

12. $y = \sqrt{3x}$ eğrisi ile $x = y$ doğrusu arasındaki bölge y eksenini etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

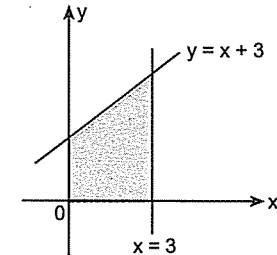
- A) $\frac{8}{5}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{18}{5}$ D) $\frac{20}{3}$ E) $\frac{36}{5}$

13. $y = \sqrt{3 - x^2}$ eğrisi ile x eksenini arasında kalan bölge y eksenini etrafında 180° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

- A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{3}$

kareköt

14.

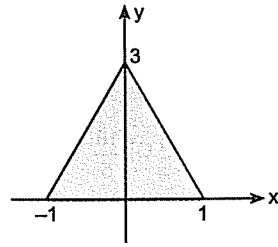


Şekilde $y = x + 3$ ve $x = 3$ doğruları ile eksenler arasında kalan taralı bölge x eksenini etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

- A) 63 B) 66 C) 72 D) 75 E) 81

103

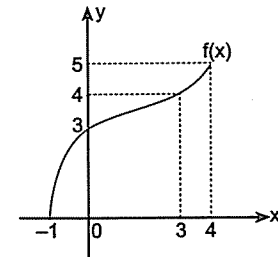
1.



Şekilde verilen taralı üçgensel bölgenin alanı aşağıda integrallerden hangisinin değerine eşittir?

- A) $2 \int_{-1}^1 (3x+3) dx$ B) $2 \int_0^1 (3x+3) dx$
 C) $2 \int_{-1}^0 (3x+3) dx$ D) $2 \int_{-1}^0 (3x-3) dx$
 E) $2 \int_0^{-1} (3x+3) dx$

2.



Yukarıda grafiği verilen $f: [-1, 4] \rightarrow [0, 5]$ fonksiyonunun tersi f^{-1} dir.

- Buna göre, $\int_0^3 f(x) dx + \int_3^4 f^{-1}(x) dx$ toplamı kaçtır?
 A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 20

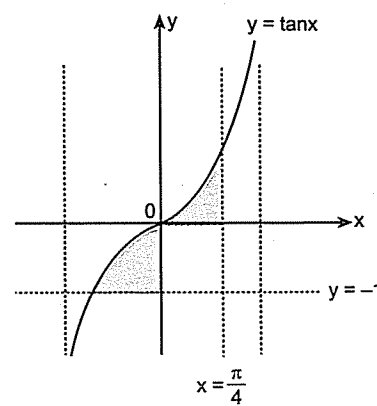
3.

$$\int_{-2}^0 \sqrt{4-y^2} dy$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\pi$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

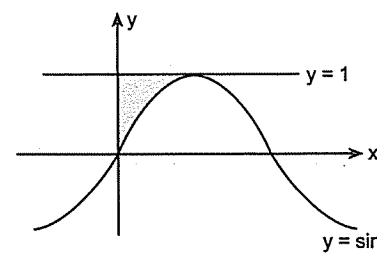
4.



Şekildeki $y = \tan x$ eğrisi, $x = \frac{\pi}{4}$ ve $y = -1$ doğruları arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{4\pi}{3}$

5.



Şekilde gösterilen $y = \sin x$ eğrisi $y = 1$ ve $x = 0$ doğruları arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\pi - 2$ B) $\pi - 1$ C) $\pi + \frac{1}{2}$
 D) $\frac{\pi}{2} - 1$ E) $\frac{\pi}{2} + 1$

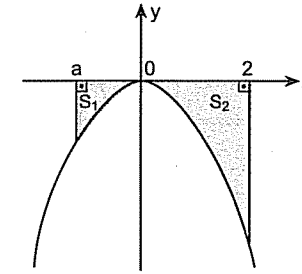
6.

$$y \leq 4 - x^2 \text{ ve } y \geq 3$$

eşitsizlik sistemini sağlayan (x, y) noktalarının bulunduğu bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) 2 E) $\frac{5}{3}$

7.



Şekilde $y = -x^2$ parabolü ile x eksenini arasında kalan S_1 ve S_2 taralı alanları için $8S_1 = S_2$ olduğuna göre a kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) $-\frac{3}{4}$ E) -1

8.

$y = x(x^2 - 1)$ ve $y = x(1 - x^2)$ eğrileri arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?

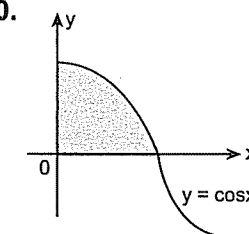
- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

9.

$a < 0$ olmak üzere, $y = ax^3$ eğrisi, $x = -4$ doğrusu ve x eksenini arasında kalan bölgenin alanı $128 br^2$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

10.

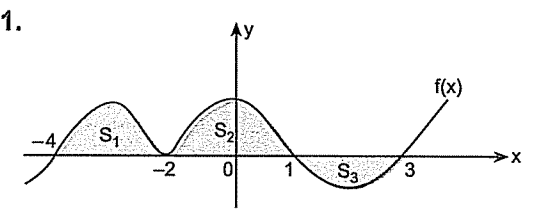


Şekilde $y = \cos x$ eğrisi ile eksenler arasında gösterilen taralı bölge x eksenini etrafında 360° döndürülüyor.

Buna göre oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) π

11.



f fonksiyonunun grafiği ile x eksenini arasında kalan bölgelerin alanları S_1, S_2 ve $S_3 br^2$ dir.

$$\int_{-4}^3 f(x) dx = 2 \text{ ve } S_3 - S_2 = 2 br^2$$

olduğuna göre, $\int_{-2}^4 f(x) dx$ değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

12.

$y \geq |x| + 2$, $y \leq 5$ eşitsizlik sisteminin çözüm bölgesi y eksenini etrafında 180° döndürülüyor.

Buna göre oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

- A) 36 B) 27 C) 18 D) 12 E) 9

13.

$y \leq \sqrt{9 - x^2}$ ve $y \geq 0$ eşitsizliklerini sağlayan (x, y) noktalarının analitik düzlemde oluşturduğu bölgenin x eksenini etrafında 180° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

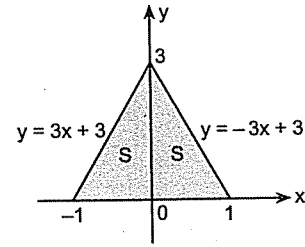
- A) 9 B) 18 C) 27 D) 30 E) 32

14.

$y = \frac{1}{e^x}$ eğrisi ile $x = -\ln 3$, $x = 0$ ve $y = 0$ doğruları tarafından sınırlı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

1.

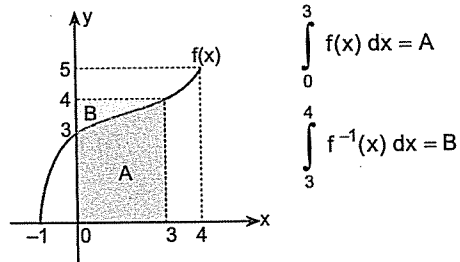


$$S = \int_{-1}^0 (3x + 3) dx \text{ ya da}$$

$$S = \int_0^1 (-3x + 3) dx$$

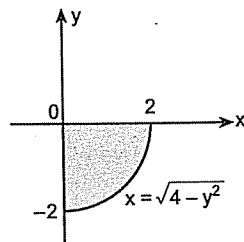
İstenen alan 2S olduğundan doğru seçenek "C" dir.

2.



olduğu için cevap $A + B = 3 \cdot 4 = 12$ bulunur.
Doğru seçenek "D" dir.

3. $\sqrt{4 - y^2} = x$ ise $x^2 + y^2 = 4$

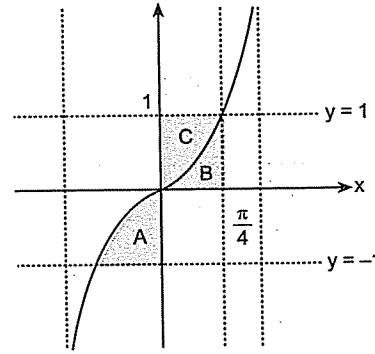


Soruda verilen integralin sonucu çeyrek dairenin alanına eşittir.

$$\frac{1}{4} \pi \cdot 2^2 = \pi$$

Doğru seçenek "E" dir.

4.

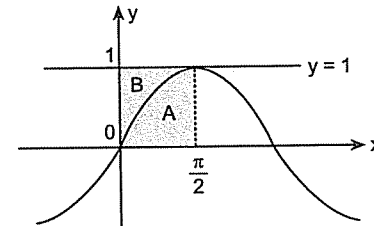


Fonksiyon tek olduğu için grafiği orijine göre simetrik. Bu nedenle $A = C$ olur.

$$B + C = \frac{\pi}{4} \cdot 1 = \frac{\pi}{4} br^2$$

Doğru seçenek "A" dir.

5.



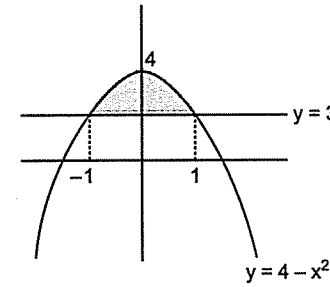
$$A = \int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi/2} = \left(\cos \frac{\pi}{2} - \cos 0 \right) = -1$$

$$A + B = \frac{\pi}{2} br^2 \text{ olduğu için}$$

$$B = \frac{\pi}{2} - 1 br^2 \text{ olur.}$$

Doğru seçenek "D" dir.

6.



$$y = 4 - x^2 \text{ ve } y = 3 \text{ eşitlenirse}$$

$$4 - x^2 = 3$$

$$x = \pm 1 \text{ bulunur.}$$

$$\text{Taralı Alan} = \int_{-1}^1 [(4 - x^2) - 3] dx$$

$$= x - \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^1$$

$$= \frac{4}{3} br^2$$

Doğru seçenek "C" dir.

$$7. S_1 = - \int_a^0 -x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_a^0 = 0 - \left(\frac{a^3}{3} \right) = -\frac{a^3}{3}$$

$$S_1 = - \int_0^2 -x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^2 = \frac{8}{3} - 0 = \frac{8}{3}$$

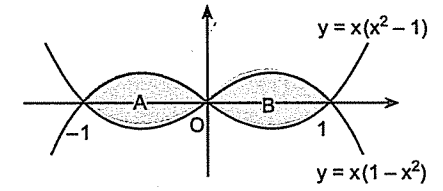
$$8S_1 = S_2 \text{ ise } 8 \cdot \left(-\frac{a^3}{3} \right) = \frac{8}{3}$$

$$-a^3 = 1$$

$$a = -1$$

Doğru seçenek "E" dir.

8.



fonksiyonlar eşitlenirse $x = 0$, $x = 1$, $x = -1$ bulunur. Grafik y eksenine göre simetiktir. $A = B$ olur.

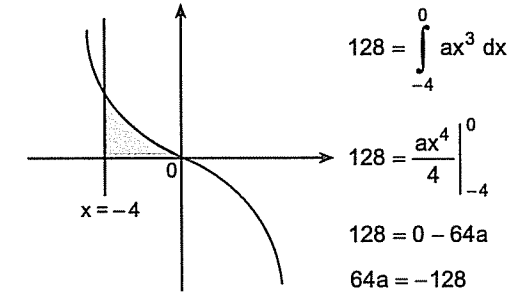
$$A + B = 2 \int_0^1 [x(1 - x^2) - x(x^2 - 1)] dx$$

$$= 2 \int_0^1 (-2x^3 + 2x) dx$$

$$= 1 br^2$$

Doğru seçenek "B" dir.

9.



$$128 = \int_{-4}^0 ax^3 dx$$

$$128 = \frac{ax^4}{4} \Big|_{-4}^0$$

$$128 = 0 - 64a$$

$$64a = -128$$

$$a = -2$$

Doğru seçenek "D" dir.

$$10. v = \pi \int_0^{\pi/2} (\cos x)^2 dx = \pi \int_0^{\pi/2} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx$$

$$= \frac{\pi}{2} \left(x + \frac{\sin 2x}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2}$$

$$= \frac{\pi}{2} \left(\left(\frac{\pi}{2} + 0 \right) - 0 \right) = \frac{\pi^2}{4} br^3$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot \pi br^3$$

Doğru seçenek "A" dir.

$$11. \int_{-4}^3 f(x) dx = \int_{-4}^{-2} f(x) dx + \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$$

$$2 = S_1 + S_2 - S_3$$

$$2 = S_1 - (S_3 - S_2)$$

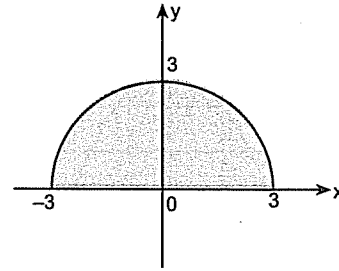
$$2 = S_1 - 2$$

$$S_1 = 4 \text{ br}^2$$

$$\int_{-2}^{-4} f(x) dx = - \int_{-4}^{-2} f(x) dx = -S_1 = -4$$

Doğru seçenek "A" dir.

13.



Taralı bölge (yarım daire) x eksenini etrafında 180° döndürüldüğü için yarıçapı 3 br olan yarım küre oluşur.

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$$

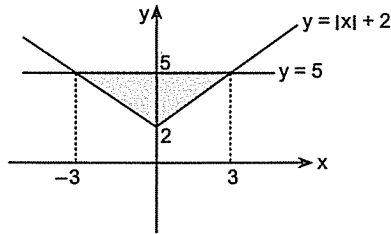
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi 3^3$$

$$= 18\pi$$

Doğru seçenek "B" dir.

kareköt

12.



Fonksiyonlar eşitlenirse

$$|x| + 2 = 5$$

$$|x| = 3$$

$$x = \pm 3$$

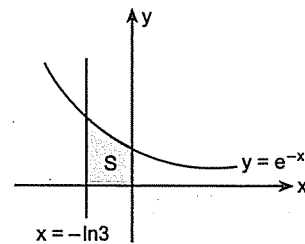
Taralı bölge y eksenini etrafında döndürüldüğünde taban yarıçapı 3 br yüksekliği 3 br olan koni oluşur.

$$V_{\text{koni}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 3$$

$$= 9\pi$$

Doğru seçenek "B" dir.

14.



$$S = \int_{-\ln 3}^0 e^{-x} dx$$

$$= -e^{-x} \Big|_{-\ln 3}^0$$

$$= -(e^0 - e^{\ln 3})$$

$$= -(1 - 3)$$

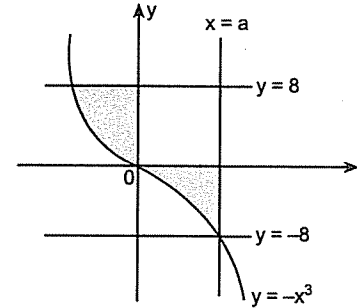
$$= 2 \text{ br}^2$$

Doğru seçenek "D" dir.

1. $x = (3 + y)^2$ parabolü ile eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

2.



Şekilde $y = -x^3$ eğrisi ile $y = 8$, $y = -8$, $x = a$ doğruları ve eksenler arasındaki taralı bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

3. $y = \frac{1}{x}$ eğrisi, $x = 2$ ve $y = x$ doğruları arasında

kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{3}{2} - \ln 2$ B) $1 - \ln 2$ C) $1 + \ln 2$

- D) $\frac{1}{2} + \ln 2$ E) $2 - \ln 2$

$$4. \int_{-2}^2 (\sqrt{4-x^2} - |x| + 2) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

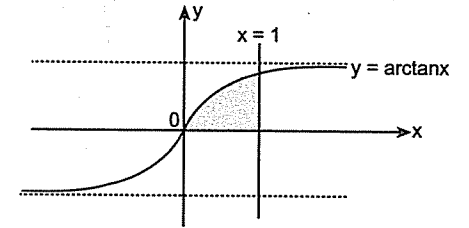
- A) $2\pi - 2$ B) $2\pi + 2$ C) $4\pi - 2$

- D) $2\pi + 4$ E) $4\pi + 2$

5. $y = -3x$, $y = 3$ ve $x = 0$ doğrularının sınırladığı bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 olur?

- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) π E) $\frac{3\pi}{2}$

6.



Şekildeki $y = \arctan x$ eğrisi, $x = 1$ doğrusu ve x eksenini arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2$ B) $\frac{\pi}{4} - \ln 2$ C) $\frac{\pi}{4} + \ln 2$

- D) $\frac{\pi}{4} - \ln 4$ E) $\frac{\pi}{2} - \ln 4$

$$7. f(x) = \begin{cases} x+2, & -2 \leq x < 0 \\ \sqrt{4-x^2}, & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun grafiği ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

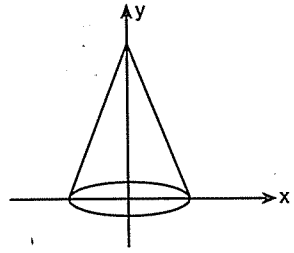
- A) $\pi - 1$ B) $\pi + 1$ C) $\pi - 2$

- D) π E) $\pi + 2$

8. $y = \sqrt{x}$ eğrisi, $x = 4$, $y = 4$ ve $x = 0$ doğruları ile sınırlanan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{32}{3}$ B) 9 C) $\frac{20}{3}$ D) 6 E) $\frac{16}{3}$

9.

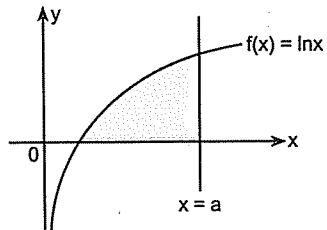


Yandaki şekilde taban yarıçapı 2 br, yüksekliği 4 br olan dik koni verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi bu koninin hacmine eşittir?

- A) $\pi \int_{-2}^2 (2x+4)^2 dx$ B) $\pi \int_0^4 (2x+4)^2 dx$
C) $\pi \int_0^4 \left(\frac{4-y}{2}\right)^2 dy$ D) $\pi \int_{-2}^2 \left(\frac{4-y}{2}\right)^2 dy$
E) $\pi \int_0^4 (2y+4)^2 dy$

10.



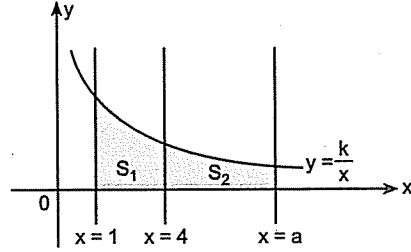
$f(x) = \ln x$ eğrisi, $x = a$ doğrusu ve x eksenini arasındaki taralı bölgenin alanı $(a+1) \ln a$ olduğuna göre, $f(a)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

11. $x = y^2$ ve $y = x^2$ parabolleri arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 2

12.

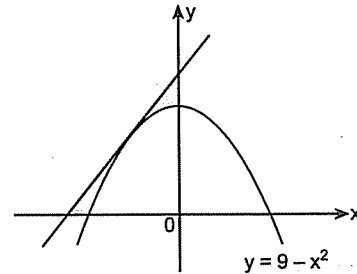


Şekilde $y = \frac{k}{x}$ eğrisi, $x = 1$, $x = 4$, $x = a$ ve x eksenini arasında kalan taralı alanlar S_1 ve S_2 br^2 dir.

$S_1 = 2S_2$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

13.



Şekilde, $y = 9 - x^2$ parabolü ve parabole $x = -1$ apsisli noktadaki teğeti arasında kalan bölge gösterilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

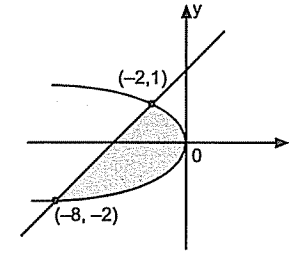
- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

14. $\{(x, y): x + y \leq 4, x \geq 1, y \geq 0\}$

bölgesinin x eksenini etrafında 360° dönmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birim küptür?

- A) 3π B) 6π C) 9π D) 12π E) 15π

1.

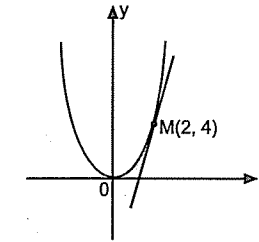


Yukarıdaki şekilde verilen parabolün denklemi

$y^2 = -\frac{1}{2}x$ olduğuna göre, taranmış alanın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 21 B) $\frac{13}{4}$ C) 9 D) 18 E) 252
(1978)

2.



$y = x^2$ parabolü, $M(2, 4)$ noktasındaki teğeti ve Ox ekseninin sınırladığı alan kaç birim karedir?

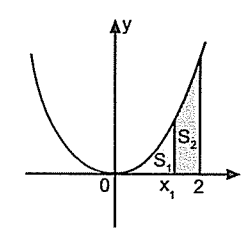
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2
(1979)

3. R den R ye $a > 0$ koşuluyla $f: x \rightarrow f(x) = ax^2$ fonksiyonu veriliyor.

Bu fonksiyonun grafiği ile Ox eksenini ve $x = 1$ doğrusu arasında kalan alan 2 birim kare olduğuna göre, a nın değeri nedir?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2
(ÖYS 1981)

4.



Şekilde $y = x^2$ nin grafiği verilmiştir.

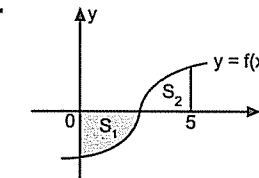
Taralı S_1 ve S_2 alanları arasında $3S_1 = S_2$ bağıntısı bulunduğu göre, x_1 apisi kaçtır?

- A) $\sqrt[3]{2}$ B) $\sqrt[3]{3}$ C) $\sqrt[3]{4}$ D) $\sqrt[3]{6}$ E) $\sqrt[3]{8}$
(ÖYS 1982)

5. $a > 0$ koşulu ile, $y = x^3 + ax$ eğrisi, x eksenini ve $x = 2$ doğrusu ile sınırlı alan 8 birim kare olduğuna göre, a nın değeri nedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
(ÖYS 1982)

6.



f , grafiğinin bir parçası şekilde verilen bir fonksiyondur.

$\int_0^5 f(x) dx = -\frac{25}{3}$ ve $S_1 = \frac{32}{3}$ birim kare olduğuna göre, S_2 kaç birim karedir?

- A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{13}{3}$ C) $\frac{23}{3}$ D) $\frac{47}{3}$ E) $\frac{57}{3}$
(ÖYS 1984)

7. $y = \ln x$ eğrisi, x - eksen ve $x = b$ ve $(b > 1)$ ile sınırlı bölgenin alanı $b + 1$ birim kare olduğuna göre, b kaçtır?

A) $\frac{e}{4}$ B) 2 C) e D) $\frac{e^2}{2}$ E) e^2
(ÖYS 1985)

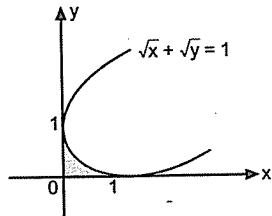
8. Denklemleri $y = x^2$ ve $y^2 = 8x$ olan eğrilerin sınırladığı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{16}{3}$ C) 2 D) 3 E) 4
(ÖYS 1988)

9. $\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{4-x^2} - x) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) π
(ÖYS 1989)

10.

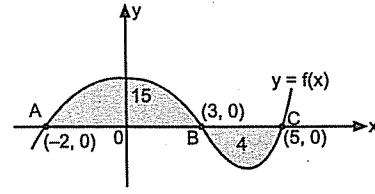


Yukarıdaki şekilde, denklemleri $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ olan parabol verilmiştir.

Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$
(ÖYS 1989)

11.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ in grafiği verilmiştir.

x ekseninin, AB yayı ile sınırladığı bölgenin alanı 15 birim kare, BC yayı ile sınırladığı bölgenin alanı 4 birim kare olduğuna göre,

$$\int_{-2}^5 f(x) dx \text{ değeri kaçtır?}$$

A) 83 B) 67 C) 60 D) 19 E) 11
(ÖYS 1989)

12. $\{(x, y): x \geq 0, x + y \geq 2, 3x + y \leq 6\}$ bölgesinin y eksen etrafında dönmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birim küptür?

A) 16π B) $\frac{64}{3}\pi$ C) $\frac{32}{3}\pi$ D) $\frac{16}{3}\pi$ E) 4π

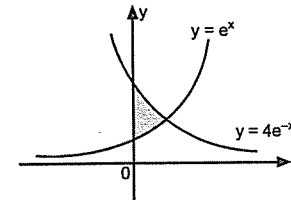
(ÖYS 1989)

13. $\int_0^4 [\sqrt{16-x^2} - (4-x)] dx$ değeri nedir?

A) $4(\pi - 2)$ B) $4(\pi - \sqrt{3})$ C) $3(\pi - \sqrt{2})$
D) $3\sqrt{2}(\pi - 2)$ E) $2\sqrt{3}(\pi - 2)$

(ÖYS 1990)

14.



Şekilde, $y = e^x$ ve $y = 4e^{-x}$ fonksiyonlarının grafikleri ve y eksen ile sınırlı olan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

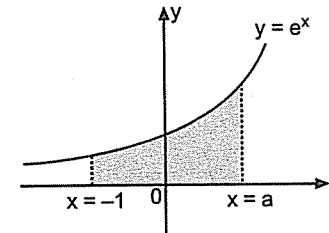
A) 1 B) 2 C) 3 D) $\ln 2$ E) $\ln 3$
(ÖYS 1993)

15. $y^2 = 16 - x$ parabolünün koordinat sisteminin 1. bölgesindeki $(x \geq 0, y \geq 0)$ parçası ile $x = 0$ ve $y = 0$ doğruları ile sınırlı olan bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{128}{3}$ B) $\frac{32}{3}$ C) $\frac{64}{3}$ D) $\frac{16}{3}$ E) 16

(ÖYS 1996)

16.



Şekildeki gibi, $y = e^x$ eğrisi ile $x = -1$, $x = a$ ve $y = 0$ doğruları ile sınırlı bölgenin x eksen etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cismin hacmi $\frac{\pi}{2}(e^{10} - e^{-2})b^3$ olduğuna göre, a nın değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

(ÖYS 1996)

17.

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} (\sqrt{25-x^2} - x) dx$$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{25\pi}{4}$ B) $\frac{25\pi}{8}$ C) 16π D) 36 E) 45

(ÖYS 1997)

18. $y = \frac{1}{3}x^2$ eğrisi, $x = 3$ doğrusu ve x eksen ile sınırlı bölgenin x eksen etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) $\frac{13\pi}{4}$ B) $\frac{17\pi}{4}$ C) $\frac{19\pi}{5}$

D) $\frac{27\pi}{5}$ E) $\frac{32\pi}{5}$

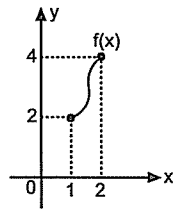
(ÖYS 1997)

19. $y^2 = 4x$ ve $y = 2x^2$ eğrileri ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

(ÖYS 1998)

20.



Şekilde grafiği verilen bire bir ve örten $f: [1, 2] \rightarrow [2, 4]$ fonksiyonunun tersi f^{-1} dir.

Buna göre, $\int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f^{-1}(x) dx$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

(ÖSS 2006 II)

21.

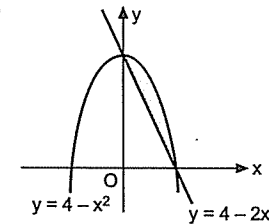
$$x^2 = 2y \text{ ve } y^2 = 2x$$

eğrileriyle sınırlanan bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

(ÖSS 2007 II)

22.

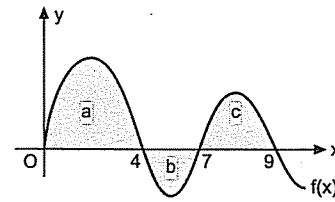


Şekildeki parabol ile doğru arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{9}{4}$

(ÖSS 2009 II)

23.



Yukarıda verilen taralı bölgelerin alanları sırasıyla a, b ve c birim karedir.

Buna göre, $\int_0^9 |f(x)| dx - \int_0^7 f(x) dx$ değeri kaçtır?

- A) $2a + b$ B) $2a + c$ C) $2b + c$
D) $2c + b$ E) $2a + 2b + c$

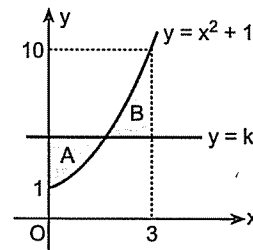
(ÖSS 2009 II)

24. $y = x^3$ eğrisi ve $y = x$ doğrusu ile sınırlı (sonlu) bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

(LYS 2010)

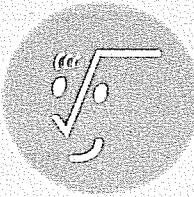
25. Aşağıdaki grafikte, A ve B bölgelerinin alanları eşit olacak şekilde $y = k$ doğrusu verilmiştir.



Buna göre, k'nin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{11}{2}$

(LYS 2011)



KARMA TESTLER

İNTEGRAL

1	C	2	B	3	A	4	A	5	B	6	A	7	E	8	A	9	A	10	C	11	E	12	D	13	A
14	A	15	A	16	D	17	B	18	D	19	D	20	C	21	D	22	C	23	C	24	A	25	C		

1. $\int 6 \sin(2x + 3t) dt$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-3\cos(2x + 3t) + c$
 B) $-2\cos(2x + 3t) + c$
 C) $-\cos(2x + 3t) + c$
 D) $2\cos(2x + 3t) + c$
 E) $3\cos(2x + 3t) + c$

2. $\int \frac{2x}{e^{x^2}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $e^{-x^2} + c$ B) $e^{-2x} + c$ C) $e^{-x} + c$
 D) $-e^{-2x} + c$ E) $-e^{-x^2} + c$

3. $k > 0$ olmak üzere, $y = \frac{1}{x}$ eğrisi ile $x = k$, $x = 4k$ ve $y = 0$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\ln 2$ B) 1 C) $\ln 3$ D) $\ln 4$ E) 2

4. $\int_0^4 \sqrt{x^2 - 4x + 4} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

5. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. $\int_0^{\pi/4} \sec x \sqrt{1 + \tan^2 x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

7. $f(x) = \begin{cases} 4x^3, & x \leq 0 \\ -5x^4, & x > 0 \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_{-1}^1 f(x) dx$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $\int_{-2}^{-1} \frac{2x^2}{|x|} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

9. $\int_0^{\pi/8} 8 \tan^2 2x \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $4 - \pi$ B) $2 - \pi$ C) 0
D) $\pi - 2$ E) $\pi - 4$

10. $\int_1^e \frac{x-1}{x^2} \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

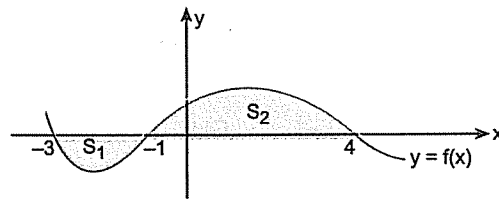
- A) e^{-2} B) e^{-1} C) 1 D) e E) e^2

11. $\int_3^{3\sqrt{3}} \frac{3}{9+x^2} \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{\pi}{12}$ B) $-\frac{\pi}{24}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{24}$ E) $\frac{\pi}{12}$

12.



Grafikteki taralı alanlar S_1 ve S_2 br^2 dir.

Buna göre,

$$\int_{-3}^{-1} f(x) \, dx + 2 \int_{-1}^4 f(x) \, dx$$

toplamı S_1 ve S_2 cinsinden aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-S_1 - S_2$ B) $S_1 - S_2$ C) $S_2 - S_1$
D) $S_1 + S_2$ E) $S_2 - 2S_1$

13. $\int_{-1}^{11} \left(\frac{3x-1}{4} \right)^{\frac{1}{3}} \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

14. $y = e^{2x}$ eğrisi, $x = \ln 3$ doğrusu ve eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

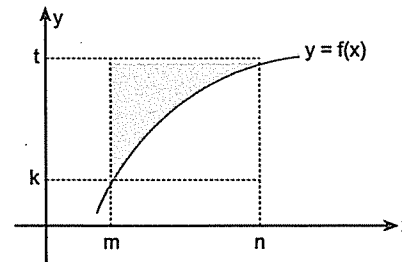
- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

15. $\int_2^4 f(x+k) \, dx = 10$

olduğuna göre, $\int_{2+k}^{4+k} f(x) \, dx$ değeri kaçtır?

- A) $10 - k$ B) $k - 10$ C) 10
D) $5 - k$ E) $k + 5$

16.



Şekilde gösterilen taralı alanın değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\int_m^n f(x) \, dx$ B) $\int_k^t f(x) \, dx$ C) $\int_m^n (f(x) - k) \, dx$
D) $\int_k^t f^{-1}(y) \, dy$ E) $\int_k^t (f^{-1}(y) - m) \, dy$

1. $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x, & x \geq 0 \\ \cos \pi x, & x < 0 \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_{-1}^2 f(x) \, dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

2. $\int_{-1}^1 \frac{2x+1}{x^2+1} \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{\pi}{2}$ B) $-\frac{\pi}{4}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{2}$

3. $y = \frac{1}{x^2}$ eğrisi ile $x = \frac{1}{4}$, $x = \frac{1}{2}$ ve $y = 0$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

4. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

fonksiyonu artan ve türevlenebilen bir fonksiyondur.

$$F(x) = \int_0^x (t+2) f'(t) \, dt$$

fonksiyonunun ekstremum noktasının apsisi kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $\int_{-2}^2 e^{\cos x} \, dx = 2k$

olduğuna göre, $\int_0^2 e^{\cos x} \, dx$ değeri kaçtır?

- A) -2k B) -k C) 0 D) k E) 2k

6. $\int_a^b \frac{e^{\ln \sqrt{x}}}{2x} \, dx = b - a$

olduğuna göre, $\sqrt{b} + \sqrt{a}$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $\int (2ax + 4) \, dx = f(x)$ ve $f'(1) = 6$

olduğuna göre, $f''(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. $\int_0^{\sqrt{3}} 12x \sqrt{1+x^2} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 16 B) 20 C) 24 D) 28 E) 32

9. $y = 5x^4$ eğrisi ile $y = 3x^2 + 2$ parabolü arasındaki kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 16

10. $\int_{-3}^3 (4x^3 + m) dx = 36$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

11. $y = \sqrt{\cos x}$ eğrisi, $x = \frac{\pi}{6}$ doğrusu ve eksenler arasındaki bölge x eksenini etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

12. $\int_1^2 \frac{x+2}{x^2+4x+2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\ln\sqrt{2}$ B) $\ln 2$ C) $\ln 4$
D) $5\ln\sqrt{2}$ E) $\ln 8$

13. $y = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ eğrisi, $x = 1$ doğrusu ve eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14. $\int_{-1}^1 \frac{4-x^2}{x-2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

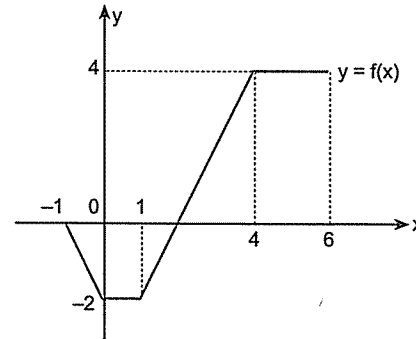
A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

15. $\int 8\cot 4x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-2\ln|\cos x| + c$ B) $-2\ln|\sin x| + c$
C) $\ln|\sin 4x| + c$ D) $2\ln|\cos 4x| + c$
E) $2\ln|\sin 4x| + c$

16.



Grafik, parçalı doğrusal fonksiyon $f(x)$ e aittir.

Buna göre, $\int_{-1}^6 f(x) dx$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

KARMA TEST - 3

1. $\int_1^e \frac{6\ln^2 x}{x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\int_m^n f(x) dx = 4m - 4n$

olduğuna göre, $\int_n^m (f(x) + 4) dx$ değeri kaçtır?

A) $-8m$ B) $-8n$ C) 0
D) $8m - 8n$ E) $8m + 8n$

3. $\int_{-a}^a (5x^3 + m) dx = 20m$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

4. $y = \sec x$ eğrisi ile $x = 0$, $y = 0$ ve $x = \frac{\pi}{4}$ doğruları arasında kalan bölge x eksenini etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 tür?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

5. $\frac{d}{dx} \int_0^{\sin x} 4t^2 \sqrt{1-t^2} dt$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos^2 2x$ B) $\cos 2x$ C) $\sin^2 2x$
D) $\sin 2x$ E) 1

6. $f(1) - g(1) = 2$
 $f'(x) - g'(x) = 4$

olduğuna göre, $f(2) - g(2)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

7. $\int_0^{\sqrt[4]{8}} \frac{2x^3}{\sqrt{1+x^4}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 8 B) 4 C) 2 D) 1 E) 0

8. $\int \ln x \cdot f'(x) dx = f(x) \cdot \ln x + e^{2x}$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2x \cdot e^{2x}$ B) $-x \cdot e^{2x}$ C) $-2x + e^{2x}$
D) $x \cdot e^{2x}$ E) $2x \cdot e^{2x}$

9. $y = x^3 + 1$ eğrisi ile $y = x + 1$ doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

10. $\int_1^4 \sqrt{x} \cos \sqrt{x} dx$

integralinde $\sqrt{x} = u$ dönüşümü yapılırsa eşiti aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $\int_2^1 u \cos u du$ B) $\int_1^4 u \cos u du$
C) $\int_1^2 u^2 \cos u du$ D) $\int_1^4 2u^2 \cos u du$
E) $\int_1^2 2u^2 \cos u du$

11. $y = \sqrt{2x}$ ve $y = -\sqrt{2x}$ eğrileri ile $y = 2$ doğrusu arasında kalan bölge x eksenini etrafında 360° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

12. $\int_2^4 \frac{(x-1)(x+2)^2}{x^2+x-2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 6 C) 10 D) 14 E) 18

13. $y = x + 3$ doğrusu ve eksenler arasında kalan kapalı bölge y eksenini etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

A) 9 B) 12 C) 18 D) 24 E) 27

14. Aşağıdaki integrallerden hangisinin değeri en fazladır?

A) $\int_3^5 x^{3/2} dx$ B) $\int_3^5 x^{4/3} dx$
C) $\int_3^5 x^{5/4} dx$ D) $\int_3^5 x^{5/3} dx$
E) $\int_3^5 x^{7/4} dx$

15. $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

16. $\int \frac{1}{x(x-1)} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + c$ B) $\ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + c$
C) $\ln |x(x-1)| + c$ D) $2 \ln |x(x-1)| + c$
E) $2 \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + c$

1. $\int_1^0 \frac{x^2-1}{2\sqrt{x}(x+1)} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

2. $y = \sqrt{\sin x}$ eğrisi ile $y = 0$ ve $x = \frac{\pi}{2}$ doğruları tarafından sınırlı bölge x eksenini etrafında 360° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

3. $\int_{-\pi/2}^{\pi/4} \sin |2x| dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

4. $\int_0^{\ln 2} e^{e^x+x} dx = e^t(e-1)$

olduğuna göre, t kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. $y = \frac{x+1}{x-1}$ eğrisi ile eksenler arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $-1 + \ln 4$ B) $-1 + \ln 5$ C) $1 - \ln 2$
D) $1 + \ln 2$ E) $1 + \ln 4$

6. $\sqrt{x} = t$ dönüşümü yapıldığında $\int_0^9 \sin(\sqrt{x}) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $\int_0^3 t \sin t dt$ B) $\int_0^9 t \sin t dt$
C) $\int_0^3 2t \sin t dt$ D) $\int_0^9 2t \sin t dt$
E) $\int_0^3 2t^2 \sin t dt$

7. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_2^{2+h} \sqrt{x^3+1} dx$

değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. $f(x) = ax^2 + bx + c$ ve $\int_0^a f''(x) dx = 8$

olduğuna göre, a değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) -4 B) -1 C) 2 D) 5 E) 8

9. $\int_0^{1/3} 18x \cdot e^{3x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

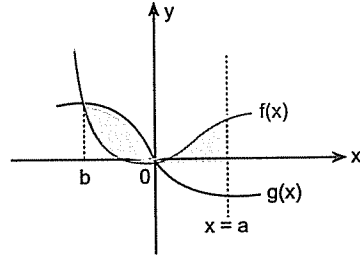
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10. $\int_1^3 \sqrt{-x^2 + 4x - 3} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) π

11.



Grafikte gösterilen taralı bölgenin alanının değerine aşağıdakilerden hangisi eşittir?

- A) $\int_b^a (f(x) - g(x)) dx$
 B) $\int_b^a (g(x) - f(x)) dx$
 C) $\int_b^a f(x) dx - \int_0^a g(x) dx$
 D) $\int_b^a g(x) dx - \int_0^a f(x) dx$
 E) $\int_b^0 (g(x) - f(x)) dx + \int_0^a f(x) dx$

12. $\frac{d}{dx} \int d(e^{4x} + 1)$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $e^{4x} + 1$ B) $4e^{4x}$ C) $4e^{4x} + 1$
 D) $4e^x$ E) e^{4x}

13. $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

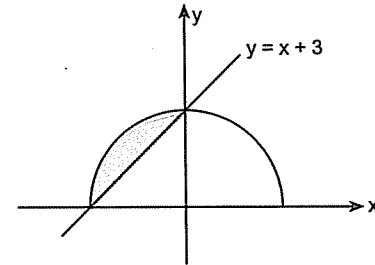
- A) $-2\cos \sqrt{x} + c$ B) $-2\sin \sqrt{x} + c$
 C) $\sin \sqrt{x} + c$ D) $2\sin \sqrt{x} + c$
 E) $2\cos \sqrt{x} + c$

14. $\int \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx = f(x) + \frac{x^2}{2} - 2x$

olduğuna göre, f(x) aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $-\ln|x|$ B) $\ln|x|$ C) $-\frac{1}{x}$
 D) $\frac{1}{x}$ E) $x \ln|x|$

15.



Şekildeki yarım çember ile $y = x + 3$ doğrusu arasında kalan taralı bölge y eksenini etrafında 360° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç πbr^3 olur?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 18 E) 27

16. $y = 2x \cdot \sin x^2$ eğrisi ile $x = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$, $x = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ doğru-

ları ve x eksenini arasında kalan bölgenin alanı

kaç br^2 dir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) 1 E) 2

1. f(x) fonksiyonunun grafiğine $x = 0$ ve $x = 1$ de çizilen teğetlerin eğim açıları sırasıyla 45° ve 60° dir.

Buna göre,

$\int_0^1 2f'(x)f''(x) dx$

integralinin değeri kaç eşittir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\int (4xt + 3x^2) dt$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2xt^2 + x^3 + c$ B) $2x^2t + 3x^3t + c$
 C) $2x^2t + x^3 + c$ D) $2xt^2 + 3x^2t + c$
 E) $4xt^2 + 3x^2t + c$

3. $k > 0$ olduğuna göre,

$\int_0^k (4x - 3x^2) dx$

integralinin en büyük değeri için k kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

4. $x = 3 - y^2$ parabolü ile $x = 2y$ doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{16}{3}$ B) 6 C) $\frac{20}{3}$ D) 8 E) $\frac{32}{3}$

5. $\int \cos 2x \cdot \cos x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin x - \frac{2}{3} \sin^3 x + c$ B) $\sin x + \frac{2}{3} \sin^3 x + c$
 C) $\sin x - \frac{2}{3} \cos^3 x + c$ D) $\sin x + \frac{2}{3} \cos^3 x + c$
 E) $\cos x - \frac{2}{3} \sin^3 x + c$

6. $f''(x) = 12x + 8$

$f'(0) = -6$

$f(0) = 1$

olduğuna göre, f(1) değeri kaç eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

7. $\int_2^1 f(x) dx = 6$ ve $\int_2^3 f(x) dx = 8$

olduğuna göre, $\int_3^1 f(x) dx$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $\int (x - 2)f(x) dx = 3x^4 - 2x^3 - 18x^2$

olduğuna göre, f(2) kaçtır?

- A) 72 B) 76 C) 80 D) 84 E) 88

9. $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{2x}{(1+x^2)^2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{12}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) 1 D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{12}$

10. $f(x) = \frac{1}{x}$ olduğuna göre,

$\int_1^2 2x f'(x^2) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{3}{4}$ C) 0 D) $\frac{3}{4}$ E) 1

11. $x = y^2 - 9$ parabolünün analitik düzlemin 2. bölgesindeki parçası ile eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

12. $\int_7^0 x \cdot \sqrt[3]{x+1} dx$

integralinde $x + 1 = t^3$ dönüşümü yapıldığında aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

A) $\int_0^3 (t^3 - 1)t dt$ B) $\int_2^0 (t^3 - 1)t dt$

C) $\int_2^0 (t^6 - t^3) dt$ D) $\int_1^2 3(t^3 - t^6) dt$

E) $\int_0^2 3(t^6 - t^3) dt$

13. $f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$

olmak üzere $f(x) = |\cos x|$ fonksiyonunun grafiği ile x eksenı arasında kalan bölgenin alanı kaç π 'dir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $y = \sqrt{2} e^x$ eğrisi, $x = 0$ ve $x = -\ln 2$ doğruları arasındaki bölge x eksenı etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{4}{3}$

15.

$f(x) = (x^2 + 1) \int_1^x \cos^3 t dt$

olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

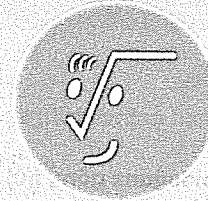
16. $x = y^2 + 1$ parabolü ile $x = 2$ doğrusu arasında kalan bölge x eksenı etrafında 180° döndürülüyor.

Oluşan cismin hacmine eşit olan integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\pi \int_1^2 (x-1) dx$ B) $\pi \int_1^2 (x-1)^2 dx$

C) $\frac{\pi}{2} \int_1^2 (x-1) dx$ D) $\frac{\pi}{2} \int_1^2 (x-1)^2 dx$

E) $2\pi \int_1^2 (x-1) dx$



İDEAL SINAV

İNTEGRAL

A KAPALI UÇLU SORULAR

Önerilen süre: 20 dk.

1. $f(x) = \int (4x^3 - 6x^2 + 4x) dx$ ve $f(1) = 4$ olduğuna göre, $f(0)$ değeri kaçtır?

2. $\int \frac{\sin 2x}{1 + \sin^2 x} dx$ integralinin eşitini bulunuz.

3. $f(x) = \begin{cases} \cos 2x, & x < 0 \\ \sin 2x, & x \geq 0 \end{cases}$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre, $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ değeri kaçtır?

4. $\int_{\pi/4}^{\pi/6} \frac{d(\tan x)}{\tan^2 x}$ integralinin değeri kaçtır?

5. $y = 3x^2$ parabolü, $x = a$ ($a > 0$) doğrusu ve x eksenini arasında kalan bölgenin alanı 8 br^2 olduğuna göre, a kaçtır?

B ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

Önerilen süre: 15 dk.

1. $\int \frac{x+1}{x^2} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\ln|x| - \frac{1}{x} + c$ B) $\ln|x| + \frac{1}{x} + c$ C) $2\ln|x| - \frac{1}{x} + c$
D) $2\ln|x| + \frac{1}{x} + c$ E) $\ln|x| - \frac{2}{x} + c$

2. $\int (x+1) \cdot f(x) dx = 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 12x - 4$ olduğuna göre, $f(-1)$ değeri kaçtır?

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30

3. $\int_{1/2}^{e/2} \ln 2x dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

4. $\int_1^4 \sqrt{x} \cdot \ln \sqrt{x} dx$ integralinde $t = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_1^4 t \cdot \ln t dt$ B) $\int_1^2 t \cdot \ln t dt$ C) $\int_1^2 2t^2 \cdot \ln t dt$
D) $\int_1^4 2t^2 \cdot \ln t dt$ E) $\int_1^2 2t \cdot \ln t dt$

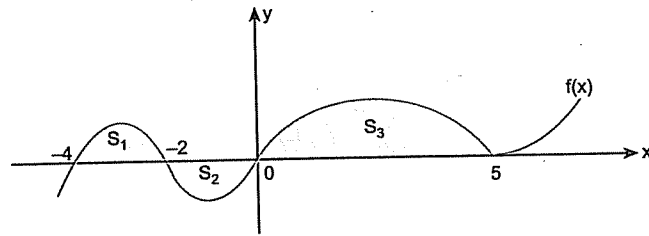
5. $2y = 1 - x^2$ parabolü ile x eksenini arasında kalan bölge y eksenini etrafında 180° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç $\pi \text{ br}^3$ olur?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

C BOŞLUK TAMAMLAMA

Önerilen süre: 15 dk.

1. $f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre, aşağıdaki integrallerin eşitini taralı bölgelerin değerleri S_1 , S_2 ve S_3 cinsinden yazınız.

a) $\int_{-4}^{-2} f(x) dx = \dots\dots\dots$

d) $\int_{-2}^5 f(x) dx = \dots\dots\dots$

b) $\int_{-2}^0 f(x) dx = \dots\dots\dots$

e) $\int_0^{-4} f(x) dx = \dots\dots\dots$

c) $\int_5^0 f(x) dx = \dots\dots\dots$

f) $\int_{-4}^0 f(x) dx + \int_0^{-2} f(x) dx = \dots\dots\dots$

2. Aşağıda verilen integral ve türevlerin eşitini yazınız.

a) $\int dx = \dots\dots\dots$

f) $\int_a^a f(x) dx = \dots\dots\dots$

b) $\int dt = \dots\dots\dots$

g) $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = \dots\dots\dots$

c) $\int df(x) = \dots\dots\dots$

h) $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx = \dots\dots\dots$

d) $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = \dots\dots\dots$

i) $\int_0^4 \sqrt{16-y^2} dy = \dots\dots\dots$

e) $\frac{d}{dx} \int_a^b f(x) dx = \dots\dots\dots$

j) $d \int d(\sin x) = \dots\dots\dots$

D DOĞRU CEVAP İLE EŞLEŞTİRME

Önerilen süre: 12 dk.

Aşağıdaki integrallerin değerini karşılarındaki kutulardan bulup eşleştiriniz.

1. $\int_2^3 \frac{2}{x(x-1)} dx$

a) $\frac{\pi^2}{36}$

2. $\int_0^{2\pi} |\cos x| dx$

b) $\ln 4$

3. $\int_0^{1/2} \frac{2 \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

c) $\frac{\pi}{4}$

4. $\int_{\pi/4}^{\pi/2} 2 \sin^2 4x dx$

d) 4

E "DOĞRU" veya "YANLIŞ" TESTİ

Önerilen süre: 3 dk.

Aşağıda verilen önermelerin doğru ya da yanlış olduklarını karşılarında verilen kutulara işaretleyiniz.

1. Bir fonksiyonun türevinin integrali daima kendisine eşittir.

Doğru	Yanlış
☐	☐

2. $f(x)$ fonksiyonu, (a, b) aralığının bazı noktalarında türevli değilse $\int_a^b f(x) dx$ integralinin değeri bulunamaz.

Doğru	Yanlış
☐	☐

3. Mutlak değer fonksiyonunun belirli integrali hesaplanırken mutlak değeri 0 yapan değerlere dikkat edilmelidir.

Doğru	Yanlış
☐	☐

4. $f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyon ise $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ olur.

Doğru	Yanlış
☐	☐

A) Açık uçlu soruların cevapları

1. $f(x) = \int (4x^3 - 6x^2 + 4x) dx$
 $= x^4 - 2x^3 + 2x^2 + c$
 $f(1) = 1 - 2 + 2 + c = 4$ ise $c = 3$ bulunur.
 $f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 3$ olduğundan $f(0) = 3$

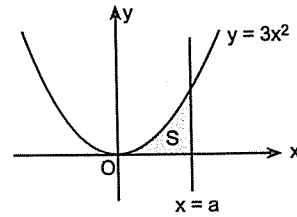
2. $1 + \sin^2 x = u$
 $2 \sin x \cos x dx = du$
 $\sin 2x dx = du$
 $\int \frac{\sin 2x}{1 + \sin^2 x} dx = \int \frac{du}{u} = \ln |u| + c$
 $= \ln(1 + \sin^2 x) + c$

3. $f(x)$ fonksiyonunun kritik değeri $x = 0$ olduğu için integralin sınırlarını bu değere göre düzenleyelim.

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx &= \int_{-\pi}^0 \cos 2x dx + \int_0^{\pi} \sin 2x dx \\ &= \left[\frac{\sin 2x}{2} \right]_{-\pi}^0 + \left[-\frac{\cos 2x}{2} \right]_0^{\pi} \\ &= \frac{1}{2}(\sin 0 - \sin(-2\pi)) - \frac{1}{2}(\cos 2\pi - \cos 0) \\ &= \frac{1}{2}(0 - 0) - \frac{1}{2}(1 - 1) = 0 \end{aligned}$$

kareköt

5.



Soruda belirtilen taralı alan $S = 8 \text{ br}^2$ dir.

$$S = \int_0^a 3x^2 dx = 8$$

$$x^3 \Big|_0^a = 8$$

$$a^3 - 0^3 = 8 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2 \text{ bulunur.}$$

B) Çoktan seçmeli soruların cevapları

1. A 2. D 3. E 4. C 5. A

C) Boşluk tamamlamanın cevapları

1. a) S_1 d) $S_3 - S_2$
b) $-S_2$ e) $S_2 - S_1$
c) $-S_3$ f) S_1
2. a) $x + c$ f) 0
b) $t + c$ g) $f(x)$
c) $f(x) + c$ h) 2π
d) $f(x)$ i) 4π
e) 0 j) $\cos x dx$

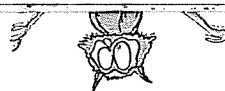
D) Doğru cevap ile eşleştirme

- 1 - b
2 - d
3 - a
4 - c

E) "Doğru" veya "Yanlış" testi cevapları

1) Doğru	Yanlış	2) Doğru	Yanlış
☐	☒	☐	☒
3) Doğru	Yanlış	4) Doğru	Yanlış
☒	☐	☒	☐

kareköt



$$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$$



$$\int \cos u du = \sin u + c$$



$$\int \sin u du = -\cos u + c$$



$$\int (1 + \tan^2 u) du = \tan u + c$$



$$\int (1 + \cot^2 u) du = -\cot u + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du = \arcsin u + c$$



$$\int \frac{1}{1+u^2} du = \arctan u + c$$



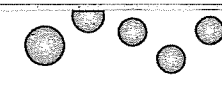
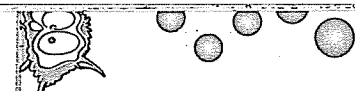
$$\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$$



$$\int \frac{1}{u} du = \ln |u| + c$$



$$\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$$



$$\frac{d}{dx} \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt = v'(x)f(v(x)) - u'(x)f(u(x))$$



$$\int df(x) = f(x) + c$$



$$\int u dv = u \cdot v - \int v du$$



$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$$



$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

