ÖSS MATEMATİK

İNTEGRAL KİTAPÇIĞI

- 420 Çözümlü Soru

CELAL AYDIN YAYINLARI

2,50 YTL

TEST 1 İNTEGRAL KAVRAMI

1. $\int(4x^3+2x)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) x^4+x^2+c B) x^4-x^2+c C) x^2+c

D) x^4+c E) $-x^4+x^2+c$

2. $\int(4\cos x+x^{\frac{3}{4}})dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $4.\sin x+\frac{7}{4}.x^{\frac{7}{4}}+c$ B) $4.\sin x+\frac{4}{7}.x^{\frac{7}{4}}+c$

C) $4.\sin x-\frac{7}{4}.x^{\frac{7}{4}}+c$ D) $4.\sin x-x^{\frac{7}{4}}+c$

E) $-4.\sin x-x^{\frac{7}{4}}+c$

3. $\int(15x^4-\sqrt{x})dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $3x^5-\frac{3}{2}\sqrt{x^3}+c$ B) $3x^5+\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+c$

C) $3x^5-\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+c$ D) $3x^5-\frac{2}{3}\sqrt{x}+c$

E) $3x^5-\frac{3}{2}\sqrt{x}+c$

4. $\int e^{5x+8}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $e^{5x+8}+c$ B) $e^{5x-8}+c$ C) $\frac{1}{5}e^{5x}+c$

D) $\frac{1}{5}e^{5x+8}+c$ E) $-\frac{1}{5}e^{5x+8}+c$

5. $\int\frac{x^3-x}{\sqrt{x}}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{2}{7}.x^{\frac{7}{2}}-\frac{2}{3}.x^{\frac{3}{2}}+c$ B) $\frac{7}{2}.x^{\frac{2}{7}}-\frac{2}{3}.x^{\frac{3}{2}}+c$

C) $\frac{7}{2}.x^{\frac{7}{2}}-\frac{3}{2}.x^{\frac{3}{2}}+c$ D) $\frac{6}{11}.x^{\frac{11}{6}}-\frac{3}{2}.x^{\frac{3}{2}}+c$

E) $\frac{2}{7}.x^{\frac{7}{2}}-\frac{3}{2}.x^{\frac{3}{2}}+c$

6. $\int\left(3\sqrt{x}+\frac{4}{x^2}\right)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $-2x^{\frac{3}{2}}-\frac{4}{x}+c$ B) $2x^{\frac{3}{2}}-\frac{4}{x}+c$

C) $x^{\frac{3}{2}}-\frac{4}{x}+c$ D) $2x^{\frac{2}{3}}-\frac{4}{x}+c$

E) $x^{\frac{1}{2}}-\frac{4}{x}+c$

7. $\int\left(\frac{2}{x^{\frac{3}{4}}}-\frac{3}{x^{\frac{1}{3}}}\right)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $8.x^{\frac{1}{4}}-\frac{9}{2}.x^{\frac{3}{2}}+c$ B) $8.x^4-\frac{9}{2}.x^{\frac{3}{2}}+c$

C) $8.x^{\frac{1}{4}}-\frac{9}{2}.x^{\frac{2}{3}}+c$ D) $8.x^{\frac{1}{4}}-\frac{9}{2}.x+c$

E) $8.x^{\frac{1}{4}}-\frac{9}{2}.x^{\frac{1}{2}}+c$

8. $f:R\to R$, $y=f(x)$ fonksiyonunda $f'(x)=x^2$ ve $f(1)=2$ olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

A) 13 B) $\frac{13}{2}$ C) $\frac{13}{3}$ D) $\frac{13}{4}$ E) $\frac{13}{5}$

9. $f: R \to R$, $f''(x) = 4x + 2$ ve $f(x)$ fonksiyonunun $(1, 2)$ noktasından geçen teğeti $y = 2x - 1$ doğrusuna paralel olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

A) 20 B) 10 C) $\frac{23}{3}$ D) 5 E) 4

10. $\int f(3x-1)dx = 4x^2 - x + c$ olduğuna göre, $f(8)$ in eşiti kaçtır?

A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

11. $\int (3.e^x + 3.4^x)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $3.e^x - \frac{3}{\ln 3}.4^x + c$ B) $3.e^x - \frac{3}{\ln 4}.4^x + c$

C) $3.e^x + \frac{4}{\ln 4}.4^x + c$ D) $3.e^x - \frac{4}{\ln 4}.4^x + c$

E) $3.e^x + \frac{3}{\ln 4}.4^x + c$

12. $\int (e^{2x} + 2^{3x} - \sqrt{x})dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $2.e^{2x} + 3.\ln 2.2^{3x} - \frac{1}{2\sqrt{x}} + c$

B) $\frac{1}{2}.e^{2x} + \frac{2^{3x}}{3\ln 2} - \frac{2}{3}.x^{\frac{3}{2}} + c$

C) $e^x + 3^x - \sqrt{x} + c$

D) $e^{2x} + 2^{3x} - \sqrt{x} + c$

E) $\frac{1}{2}.e^{2x} + \frac{1}{3}.e^{3x} - \frac{2}{3}.x^{\frac{3}{2}} + c$

13. $\int (\sin 3x + \frac{1}{x})dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{3}\cos x + \ln|x| + c$ B) $\frac{1}{3}\cos x - \ln|x| + c$

C) $-\frac{1}{3}\cos x - \ln|x| + c$ D) $\cos 3x - \ln|x| + c$

E) $-\frac{1}{3}\cos 3x + \ln|x| + c$

14. $\int (3\cos 3t + 4\sin 4t)dt$ integralini eşiti nedir?

A) $\sin 3t - \cos 4t + c$

B) $3\sin 3t + 4\cos 4t + c$

C) $\sin 3t + \cos 4t + c$

D) $-\sin 4t + \cos 3t + c$

E) $\sin 3t - \cos 3t + c$

15. $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 20}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\arctan\frac{x+2}{4} + c$ B) $\frac{1}{4}\arctan\frac{x+2}{4} + c$

C) $4\arctan\frac{x+2}{4} + c$ D) $\frac{1}{4}\arctan\frac{x}{2} + c$

E) $4\arctan\frac{x}{2} + c$

16. $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 13}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{3}\arctan\frac{x-2}{3} + c$

B) $3\arctan\frac{x-2}{3} + c$

C) $\frac{1}{3}\arctan(x-2) + c$

D) $\frac{1}{9}\arctan\frac{x-2}{3} + c$

E) $\frac{1}{3}\arctan\frac{3x-2}{3} + c$

TEST 1'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $\int(4x^3+2x)dx = \int 4x^3dx + \int 2xdx$

$= 4\int x^3dx + 2\int xdx$

$= 4\cdot\frac{x^{3+1}}{4} + 2\cdot\frac{x^{1+1}}{2} + c$

$= x^4 + x^2 + c$ bulunur.

Yanıt A

2. $\int(4\cos x + x^{\frac{3}{4}})dx = 4\int\cos xdx + \int x^{\frac{3}{4}}dx$

$= 4.\sin x + \frac{x^{\frac{3}{4}+1}}{\frac{3}{4}+1} + c$

$= 4.\sin x + \frac{4}{7}.x^{\frac{7}{4}} + c$ bulunur.

Yanıt B

3. $\int(15x^4 - \sqrt{x})dx = 15.\int x^4dx - \int x^{\frac{1}{2}}dx$

$= 15\cdot\frac{x^{4+1}}{4+1} - \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c$

$= 15\cdot\frac{x^5}{5} - \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$

$= 3x^5 - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$

$= 3x^5 - \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c$ bulunur.

Yanıt C

4. $\int e^{5x+8}dx = \int e^{5x}.e^8dx$

$= e^8\int e^{5x}dx$

$= e^8\cdot\frac{e^{5x}}{5} + c$

$= \frac{1}{5}\cdot e^{5x+8} + c$ bulunur.

Yanıt D

5. $\int\frac{x^3-x}{\sqrt{x}}dx = \int\frac{x^3}{\sqrt{x}}dx - \int\frac{x}{\sqrt{x}}dx$

$= \int\frac{x^3}{x^{1/2}}dx - \int\frac{x^1}{x^{1/2}}dx$

$= \int x^{\frac{5}{2}}dx - \int x^{\frac{1}{2}}dx$

$= \frac{x^{\frac{5}{2}+1}}{\frac{5}{2}+1} - \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c$

$= \frac{2}{7}.x^{\frac{7}{2}} - \frac{2}{3}\cdot x^{\frac{3}{2}} + c$ bulunur.

Yanıt A

6. $\int(3\sqrt{x} + \frac{4}{x^2})dx = 3\int\sqrt{x}dx + 4\int\frac{1}{x^2}dx$

$= 3\cdot\int x^{\frac{1}{2}}dx + 4\cdot\int x^{-2}dx$

$= 3.\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + 4.\frac{x^{-2+1}}{-2+1} + c$

$= 2.x^{\frac{3}{2}} - 4.x^{-1} + c$

$= 2.x^{\frac{3}{2}} - \frac{4}{x} + c$ bulunur.

Yanıt B

7. $\int(\frac{2}{x^{3/4}}-\frac{3}{x^{1/3}})dx = 2\int x^{-\frac{3}{4}}dx - 3\int x^{-\frac{1}{3}}dx$

$$= 2\cdot\frac{x^{-\frac{3}{4}+1}}{-\frac{3}{4}+1} - 3\cdot\frac{x^{-\frac{1}{3}+1}}{-\frac{1}{3}+1} + c$$

$= 8.x^{\frac{1}{4}} - \frac{9}{2}.x^{\frac{2}{3}} + c$ bulunur.

Yanıt C

8. $f(x) = \int f'(x)dx$

$f'(x) = x^2$ olduğundan,

$f(x) = \int x^2dx = \frac{x^3}{3} + c$ olur.

$f(1) = \frac{1}{3} + c = 2$

$c = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$ bulunur.

O halde; $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{5}{3}$ dür.

$x = 2$ için; $f(2) = \frac{8}{3} + \frac{5}{3} = \frac{13}{3}$ dür.

Yanıt C

9. $f'(x) = \int f''(x)dx = \int(4x+2)dx = \frac{4x^2}{2} + 2x + c_1$

$= 2x^2 + 2x + c_1$ dir.

$f(x)$ fonksiyonu (1,2) noktasından geçtiğinden $f(1) = 2$ ve bu noktadaki teğetinin eğimi 2 olduğundan, $f'(1) = 2$ dir.

$f'(1) = 2.1^2 + 2.1 + c_1 = 2$

$4 + c_1 = 2$

$c_1 = -2$ olur.

$f(x) = \int f'(x)dx = \int(2x^2+2x-2)dx$

$= \frac{2x^3}{3} + x^2 - 2x + c_2$

$f(1) = \frac{2}{3} + 1 - 2 + c_2 = 2 \Rightarrow c_2 = \frac{7}{3}$ olur.

$f(x) = \frac{2x^3}{3} + x^2 - 2x + \frac{7}{3}$ olduğundan,

$f(2) = \frac{16}{3} + 4 - 4 + \frac{7}{3} = \frac{23}{3}$ olur.

Yanıt C

10. $\int f(3x-1)dx = 4x^2 - x + c$ eşitliğinde her iki tarafın türevi alınırsa,

$\frac{d}{dx}\int f(3x-1)dx = \frac{d}{dx}(4x^2 - x + c)$

$f(3x-1) = 8x - 1$ bulunur.

$x = 3$ için;

$f(3.3-1) = 8.3 - 1$

$f(8) = 8.3 - 1 = 23$ bulunur.

Yanıt A

11. $\int(3.e^x + 3.4^x)dx = 3\int e^xdx + 3\int 4^xdx$

$= 3.e^x + 3\cdot\frac{4^x}{\ln 4} + c$

$= 3.e^x + \frac{3}{\ln 4}\cdot 4^x + c$ bulunur.

Yanıt E

12. $\int(e^{2x} + 2^{3x} - \sqrt{x})dx = \int e^{2x}dx + \int 2^{3x}dx - \int\sqrt{x}dx$

$$= \frac{e^{2x}}{2} + \frac{2^{3x}}{3\ln 2} - \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c$$

$= \frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{3\ln 2}2^{3x} - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$ bulunur.

Yanıt B

13. $\int(\sin 3x + \frac{1}{x})dx = \int \sin 3xdx + \int\frac{1}{x}dx$

$= -\frac{1}{3}\cos 3x + \ln|x| + c$ bulunur.

Yanıt E

14. $\int(3\cos 3t + 4\sin 4t)dt = 3\int \cos 3t dt + 4\int \sin 4t dt$

$= 3\cdot\frac{\sin 3t}{3} + 4\cdot\frac{(-\cos 4t)}{4} + c$

$= \sin 3t - \cos 4t + c$ bulunur.

Yanıt A

15. $\int \frac{dx}{x^2+4x+20} = \int \frac{dx}{(x+2)^2+16}$

$= \int \frac{dx}{16[1+(\frac{x+2}{4})^2]}$

$= \frac{1}{16}\int \frac{dx}{1+(\frac{x+2}{4})^2}$

$= \frac{1}{16}\cdot 4.\arctan\left(\frac{x+2}{4}\right) + c$

$= \frac{1}{4}\arctan\frac{x+2}{4} + c$ bulunur.

Yanıt B

16. $\int \frac{dx}{x^2-4x+13} = \int \frac{dx}{(x-2)^2+9}$

$= \int \frac{dx}{9[1+(\frac{x-2}{3})^2]}$

$= \frac{1}{9}\int \frac{dx}{1+(\frac{x-2}{3})^2}$

$= \frac{1}{9}\cdot 3.\arctan\frac{x-2}{3} + c$

$= \frac{1}{3}\arctan\frac{x-2}{3} + c$ bulunur.

Yanıt A

TEST 2 İNTEGRAL KAVRAMI

1. $\int (x^4 - 2x^2 + 2)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 - 2x + c$ B) $\frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + 2x + c$

C) $-\frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 - 2x + c$ D) $\frac{1}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3 - 2x + c$

E) $\frac{1}{5}x^5 - 2x^2 + 2x + c$

2. $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x} + 7$ ve $g(x) = \int f(x)dx$ fonksiyonları veriliyor. $g(1) = 12$ olduğuna göre, $g(x)$ nedir?

A) $x^3 - \ln|x| + 7$ B) $x^3 + \ln|x| - 7x + 7$

C) $x^3 - \ln|x| + 7x - 4$ D) $x^3 + \ln|x| - 7x + 4$

E) $x^3 - \ln|x| + 7x + 4$

3. $\int \left(\frac{x^2 + x}{x}\right)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{\arctan x} + c$ B) $(x^2 + x).\ln x + c$

C) $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + c$ D) $\frac{1}{2}x^2 + x + c$

E) $x^2 + x + c$

4. $\int (x + 6)^6 dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{(x+6)^6}{6} + c$ B) $\frac{(x+6)^7}{7} + c$ C) $\frac{(x+6)^8}{8} + c$

D) $\frac{(x+6)^9}{9} + c$ E) $\frac{(x+6)^{10}}{10} + c$

5. $\frac{df(x)}{dx} = 18x^5 - 8x^3 + 6x^2 + 4x$ ve $f(1) = 10$ olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

A) 14 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6

6. $\int \frac{dx}{(x-1)^2}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{x-1} + c$ B) $\frac{(x-1)^2}{2} + c$

C) $\frac{1}{(x-1)^2} + c$ D) $-\frac{1}{x-1} + c$

E) $\frac{x-1}{2} + c$

7. $\int \sqrt{t+1}dt$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{2}{3}(t-1)^{\frac{3}{2}} + c$ B) $\frac{2}{3}(t+1)^{\frac{3}{2}} + c$

C) $\frac{2}{3}(t-1)^{\frac{2}{3}} + c$ D) $\frac{3}{2}(t+1)^{\frac{3}{2}} + c$

E) $\frac{2}{3}(t+1)^{\frac{2}{3}} + c$

8. $\int \left(2x\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}} - 4x^{\frac{1}{2}} + c$ B) $\frac{4}{5}x^{\frac{2}{5}} - 4x^{\frac{1}{2}} + c$

C) $\frac{4}{5}x^{\frac{1}{2}} - 4x^{\frac{1}{2}} + c$ D) $\frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}} + 4x^{\frac{1}{2}} + c$

E) $\frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}} - 4x^2 + c$

9. $\int \frac{x}{x^2+p^2}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln(x^2+p^2)+c$ B) $\ln|x^2-p^2|+c$

C) $\frac{1}{2}\ln(x^2+p^2)+c$ D) $\ln|x-p|+c$

E) $\frac{1}{2}\ln|x^2-p^2|+c$

10. $\int \frac{dx}{x^2-8x+17}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\arcsin(x-4)+c$ B) $\arctan(x-4)+c$

C) $\arctan(x+4)+c$ D) $\arcsin(x+4)+c$

E) $\operatorname{arccot}(x-4)+c$

11. $\int \frac{dx}{\sqrt{25-x^2}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\arcsin\frac{x^2}{5}+c$ B) $\arcsin\frac{x}{25}+c$

C) $\arcsin\frac{x}{5}+c$ D) $\arcsin\frac{x^2}{25}+c$

E) $\arccos\frac{x^2}{5}+c$

12. $\int \frac{e^{2x}+e^{-2x}}{e^{2x}}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x-\frac{1}{4}e^{-4x}+c$ B) $x-\frac{1}{2}e^{-2x}+c$

C) $-\frac{1}{2}e^{2x}+e^{-2x}+c$ D) $2x+\frac{1}{4}e^{4x}+c$

E) $\frac{1}{2}e^{2x}-e^{-2x}+c$

13. $\int \frac{dx}{x^2+6x+13}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\arctan\left(\frac{x-3}{2}\right)+c$ B) $\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{x-3}{2}\right)+c$

C) $2\arctan\left(\frac{x-3}{2}\right)+c$ D) $\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{x+3}{2}\right)+c$

E) $2\arctan\left(\frac{x+3}{2}\right)+c$

14. $\int\left(\frac{4}{\sqrt{1-x^2}}+\sqrt{x}\right)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $4\arcsin x+\frac{2}{3}x+c$ B) $4\arcsin x+\frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}}+c$

C) $4\arcsin x+x^{\frac{2}{3}}+c$ D) $4\arcsin x+\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+c$

E) $4\arcsin x+x^{\frac{3}{2}}+c$

15. $\int\left(\frac{2}{3x}+\frac{1}{1+x^2}\right)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{2}{3}\ln|x|+\arccos x+c$ B) $\frac{2}{3}\ln|x|+\arcsin x+c$

C) $\frac{2}{3}\ln|x|+\operatorname{arccot} x+c$ D) $\frac{2}{3}\ln|x|+\arctan x+c$

E) $\frac{2}{3}\ln|x|+\operatorname{arcsec} x+c$

16. $\int\left(2^{x+2}-\frac{2}{x}-2\sin x\right)dx$ integralinin eşiti kaçtır?

A) $\frac{2^{2x+2}}{\ln 2}-2\cos x-2\ln|x|+c$

B) $2^{x+2}-2\cos x-2\ln|x|+c$

C) $\frac{2^{x+2}}{\ln 2}+2\cos x-2\ln|x|+c$

D) $2^{x+2}+2\cos x+2\ln|x|+c$

E) $2^{2x}+2\cos x+2\ln|x|+c$

TEST 2'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $\int (x^4 - 2x^2 + 2)dx = \int x^4dx - 2\int x^2dx + \int 2dx$

$= \frac{x^5}{5} - 2\cdot\frac{x^3}{3} + 2x + c$

$= \frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + 2x + c$ bulunur.

Yanıt B

2. $g(x) = \int f(x)dx = \int (3x^2 - \frac{1}{x} + 7)dx$

$= x^3 - \ln|x| + 7x + c$

$g(1) = 12 \Rightarrow 1 - 0 + 7 + c = 12 \Rightarrow c = 4$

$g(x) = x^3 - \ln|x| + 7x + 4$ olur.

Yanıt E

3. $\int (\frac{x^2 + x}{x})dx = \int \frac{x^2}{x}dx + \int \frac{x}{x}dx$

$= \int xdx + \int dx$

$= \frac{1}{2}x^2 + x + c$ bulunur.

Yanıt D

4. $\int (x+6)^6\,dx = \frac{(x+6)^{6+1}}{6+1} + c = \frac{(x+6)^7}{7} + c$ bulunur.

Yanıt B

5. $\frac{df(x)}{dx} = 18x^5 - 8x^3 + 6x^2 + 4x$

eşitliğinde iki tarafın integralini alırsak;

$f(x) = \int (18x^5 - 8x^3 + 6x^2 + 4x)dx$ olur.

$f(x) = 18\frac{x^6}{6} - \frac{8x^4}{4} + \frac{6x^3}{3} + \frac{4x^2}{2} + c$

$f(x) = 3x^6 - 2x^4 + 2x^3 + 2x^2 + c$ bulunur.

$f(1) = 10 \Rightarrow 3 - 2 + 2 + 2 + c = 10 \Rightarrow c = 5$ dir.

O halde; $f(-1) = 3 - 2 - 2 + 2 + 5 = 6$ olur.

Yanıt E

6. $\int \frac{dx}{(x-1)^2} = \int (x-1)^{-2}dx$

$= \frac{(x-1)^{-2+1}}{-2+1} + c$

$= -(x-1)^{-1} + c$

$= -\frac{1}{x-1} + c$

Yanıt D

7. $\int \sqrt{t+1}dt = \int (t+1)^{\frac{1}{2}}dt$

$= \frac{(t+1)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c$

$= \frac{2}{3}(t+1)^{\frac{3}{2}} + c$ bulunur.

Yanıt B

8. $\int (2x\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}})dx = \int 2.x.x^{\frac{1}{2}}dx - \int 2.x^{-\frac{1}{2}}dx$

$= 2\int x^{\frac{3}{2}}dx - 2\int x^{-\frac{1}{2}}dx$

$= 2\cdot\frac{x^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} - 2\cdot\frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + c$

$= \frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}} - 4x^{\frac{1}{2}} + c$

Yanıt A

9. $\int \frac{x}{x^2+p^2}dx=\frac{1}{2}.\int \frac{2x}{x^2+p^2}dx$

(Paydanın türevi payda bulunduğu için)

$=\frac{1}{2}\ln(x^2+p^2)+c$ bulunur.

Yanıt C

10. $\int \frac{dx}{x^2-8x+17}=\int \frac{dx}{(x-4)^2+1}$

$=\arctan(x-4)+c$ bulunur.

Yanıt B

11. $\int \frac{dx}{\sqrt{5^2-x^2}}=\int \frac{dx}{\sqrt{5^2(1-\frac{x^2}{5^2})}}=\frac{1}{5}\int \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{x}{5})^2}}dx$

$=\frac{1}{5}\cdot 5.\arcsin\frac{x}{5}+c$

$=\arcsin\frac{x}{5}+c$ bulunur.

Yanıt C

12. $\int \frac{e^{2x}+e^{-2x}}{e^{2x}}dx=\int(\frac{e^{2x}}{e^{2x}}+\frac{e^{-2x}}{e^{2x}})dx$

$=\int dx+\int e^{-4x}dx$

$=x+\frac{e^{-4x}}{-4}+c$

$=x-\frac{1}{4}\cdot e^{-4x}+c$ bulunur.

Yanıt A

13. $\int \frac{dx}{x^2+6x+13}=\int \frac{dx}{(x+3)^2+4}=\int \frac{dx}{4(1+\frac{(x+3)^2}{4})}$

$=\frac{1}{4}\int \frac{dx}{1+(\frac{x+3}{2})^2}$

$=\frac{1}{4}\cdot 2.\arctan\left(\frac{x+3}{2}\right)+c$

$=\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{x+3}{2}\right)+c$ bulunur.

Yanıt D

14. $\int(\frac{4}{\sqrt{1-x^2}}+\sqrt{x})dx=\int \frac{4}{\sqrt{1-x^2}}dx+\int \sqrt{x}dx$

$=4\arcsin x+\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}+c$

$=4\arcsin x+\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+c$ bulunur.

Yanıt D

15. $\int(\frac{2}{3x}+\frac{1}{1+x^2})dx=\frac{2}{3}\int\frac{1}{x}dx+\int\frac{1}{1+x^2}dx$

$=\frac{2}{3}\cdot\ln|x|+\arctan x+c$ bulunur.

Yanıt D

16. $\int(2^{x+2}-\frac{2}{x}-2\sin x)dx=\int 2^{x+2}dx-2\int\frac{1}{x}dx-2\int\sin x dx$

$=\frac{2^{x+2}}{\ln 2}-2\ln|x|+2\cos x+c$ bulunur.

Yanıt C

TEST 3 DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME

1. $\int \frac{dx}{x(\ln x)^5}$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{1}{4}\cdot(\ln x)^4 + c$ B) $\frac{1}{4}(\ln x)^4 + c$

C) $\frac{1}{16}(\ln x)^{-4} + c$ D) $-\frac{1}{4}(\ln x)^{-4} + c$

E) $-\ln x + c$

2. $\int 6.f(x).e^{3[f(x)]^2}.f'(x)dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $2\cdot e^{3[f(x)]^2} + c$ B) $e^{[3f(x)]^2} + c$

C) $e^{3[f(x)]^2} + c$ D) $e^{[f(x)]^3} + c$

E) $e^{f(x^3)} + c$

3. $\int e^{\tan x}.\sec^2 x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $e^{\tan x} + c$ B) $e^{\cot x} + c$

C) $e^{\tan x}\cdot\tan x + c$ D) $e^{\tan x}.\sec x + c$

E) $e^{\tan x}\cdot\operatorname{cosec} x + c$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-16x^2}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{4}\arctan 4x + c$ B) $-\frac{1}{2}\arcsin 2x + c$

C) $\frac{1}{2}\arcsin 2x + c$ D) $-\frac{1}{4}\arcsin 4x + c$

E) $\frac{1}{4}\arcsin 4x + c$

5. $\int \sqrt{2x^2+6}\cdot x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{3}\sqrt{(2x^2+6)^3} + c$ B) $\frac{1}{3}\sqrt{2x^2+6} + c$

C) $\frac{1}{6}\sqrt{2x^2+6} + c$ D) $\frac{1}{6}\sqrt{(2x^2+6)^3} + c$

E) $-\frac{1}{6}\sqrt{2x^2+6} + c$

6. $\int\left(\frac{x\sqrt{(x^2+1)^5}}{3} - \frac{x\sqrt{(x^2+1)^3}}{5}\right)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{5}{2}(x^2+1)^{\frac{5}{2}} - \frac{7}{2}(x^2+1) + c$

B) $\frac{1}{21}(x^2+1)^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{25}(x^2+1)^{\frac{7}{2}} + c$

C) $\frac{1}{21}(x^2+1)^{\frac{7}{2}} - \frac{1}{25}(x^2+1)^{\frac{5}{2}} + c$

D) $\frac{1}{6}(x^2+1)^{\frac{7}{2}} - \frac{1}{10}(x^2+1)^{\frac{5}{2}} + c$

E) $\frac{1}{10}(x^2+1)^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{6}(x^2+1)^{\frac{7}{2}} + c$

7. $\int\sqrt{3+5x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{15}{2}(3-5x)^{\frac{3}{2}} + c$ B) $\frac{15}{2}(3+5x)^{\frac{1}{2}} + c$

C) $\frac{2}{15}(3+5x)^{\frac{3}{2}} + c$ D) $\frac{15}{2}(3+5x)^{\frac{3}{2}} + c$

E) $\frac{3}{5}(3-5x)^{\frac{3}{2}} + c$

8. $\int \frac{1}{x^2+2x+2}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) arccot(x+1) + c
B) arcsin(x+1) + c
C) arccos(x+1) + c
D) arctan(x+1) + c
E) arctan(x–1) + c

9. $\int \frac{8x+2}{4x^2+2x-5}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) 8x + 2 + c
B) $4x^2 + 2x - 5 + c$
C) $\ln|4x^2 - 2x + 5| + c$
D) $\ln|4x^2+2x-5|+c$
E) $\ln|8x + 2| + c$

10. $\int e^{5x+5}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{5}e^{5x-5} + c$
B) $\frac{1}{5}e^{-5x-5} + c$
C) $\frac{1}{5}e^{5x+5} + c$
D) $\frac{1}{5}e^{-5x+5} + c$
E) $\frac{1}{5}e^{5x} + c$

11. $\int e^{\sin x}.\cos x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $e^{\sin x} + c$
B) $e^{\cos x} + c$
C) $-e^{\sin x} + c$
D) $e^{-\cos x} + c$
E) $-e^{-\sin x} + c$

12. $\int \sqrt{x+1}.\sqrt[3]{x+1}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{6}{11}(x-1)^{\frac{6}{11}} + c$
B) $\frac{11}{6}(x-1)^{\frac{11}{6}} + c$
C) $\frac{6}{11}(x+1)^{\frac{6}{11}} + c$
D) $\frac{11}{6}(x+1)^{\frac{11}{6}} + c$
E) $\frac{6}{11}(x+1)^{\frac{11}{6}} + c$

13. $\int \frac{3dx}{\sqrt{3x+7}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $2\sqrt{-3x-7} + c$
B) $\sqrt{3x-7} + c$
C) $\sqrt{3x+7} + c$
D) $2\sqrt{3x-7} + c$
E) $2\sqrt{3x+7} + c$

14. $\int \sqrt{3+4x}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $(3-4x)^{\frac{3}{2}} + c$
B) $\frac{1}{6}.(3+4x)^{\frac{3}{2}} + c$
C) $(4+5x)^{\frac{3}{2}} + c$
D) $\frac{2}{3}(3+4x)^{\frac{3}{2}} + c$
E) $\frac{3}{2}(3+4x)^{\frac{3}{2}} + c$

15. $\int \frac{e^{\sqrt{2x}}}{\sqrt{2x}}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $e^{\sqrt{2x}} + c$
B) $2e^{\sqrt{2x}} + c$
C) $\frac{1}{2}e^{\sqrt{2x}} + c$
D) $\frac{1}{e^{\sqrt{2x}}} + c$
E) $\frac{2}{e^{\sqrt{2x}}} + c$

16. $\int \frac{dx}{\sqrt{25-x^2}}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arccos\frac{x}{5} + c$
B) $\arcsin\frac{x}{5} + c$
C) arcsin 5x + c
D) arccos 5x + c
E) 5.arcsin 5x + c

TEST 3'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $\ln x = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$\frac{dx}{x} = du$ olur.

$$\int \frac{dx}{x.(\ln x)^5} = \int \frac{du}{u^5} = \int u^{-5}\,du = \frac{u^{-4}}{-4} + c$$

$$\int \frac{dx}{x.(\ln x)^5} = -\frac{1}{4}\cdot(\ln x)^{-4} + c \text{ elde edilir.}$$

Yanıt D

2. $3.[f(x)]^2 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$6.f(x).f'(x)\,dx = du$ olur.

$$\int 6.f(x).e^{3[f(x)]^2}.f'(x)\,dx = \int e^u\,du$$

$$= e^u + c$$

$$= e^{3[f(x)]^2} + c$$

Yanıt C

3. $\tan x = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$\sec^2 x\,dx = du$ olur.

$$\int e^{\tan x}.\sec^2 x\,dx = \int e^u du = e^u + c$$

$= e^{\tan x} + c$ bulunur.

Yanıt A

4. $4x = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$4dx = du$

$dx = \frac{du}{4}$ olur.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-16x^2}} = \int \frac{\frac{du}{4}}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{1}{4}\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$= \frac{1}{4}.\arcsin u + c$$

$$= \frac{1}{4}\cdot \arcsin 4x + c$$

Yanıt E

5. $2x^2 + 6 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$4xdx = du$

$xdx = \frac{du}{4}$ olur.

$$\int \sqrt{2x^2+6}\cdot x\,dx = \frac{1}{4}\int \sqrt{u}\,du = \frac{1}{4}\int u^{\frac{1}{2}}du = \frac{1}{4}\,\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$= \frac{1}{6}\cdot\sqrt{u^3} + c = \frac{1}{6}\sqrt{(2x^2+6)^3} + c$$

Yanıt D

6. $\int \left(\frac{x.\sqrt{(x^2+1)^5}}{3} - \frac{x.\sqrt{(x^2+1)^3}}{5}\right)dx$

$$= \int \frac{(x^2+1)^{\frac{5}{2}}}{3}.xdx - \int \frac{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}{5}\cdot xdx$$

$x^2+1=u$ dönüşümü uygulanırsa;

$xdx = \frac{du}{2}$

$$= \int \frac{u^{\frac{5}{2}}}{3}\frac{du}{2} - \int \frac{u^{\frac{3}{2}}}{5}\frac{du}{2}$$

$$= \frac{1}{6}\cdot\frac{u^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} - \frac{1}{10}\cdot\frac{u^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + c$$

$$= \frac{1}{21}\cdot(x^2+1)^{\frac{7}{2}} - \frac{1}{25}\cdot(x^2+1)^{\frac{5}{2}} + c$$

Yanıt C

7. $3+5x=u$ dönüşümü uygulanırsa;

$5dx = du$

$dx = \frac{du}{5}$

$$\int \sqrt{3+5x}dx = \int u^{\frac{1}{2}}\frac{du}{5}$$

$$= \frac{1}{5}\cdot\int u^{\frac{1}{2}}du$$

$$= \frac{1}{5}\cdot\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$= \frac{2}{15}\cdot(3+5x)^{\frac{3}{2}} + c$$

Yanıt C

8. $\int \frac{1}{x^2+2x+2}dx = \int \frac{1}{(x+1)^2+1}dx$

$x + 1 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$dx = du$ olur.

$$\int \frac{dx}{(x+1)^2+1} = \int \frac{du}{u^2+1} = \arctan u + c$$

$$= \arctan(x+1) + c$$

Yanıt D

9. $4x^2 + 2x - 5 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$(8x + 2)\,dx = du$ olur.

$$\int \frac{(8x+2)dx}{4x^2+2x-5} = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$$

$$= \ln|4x^2 + 2x - 5| + c$$

Yanıt D

10. $5x + 5 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$5dx = du$

$dx = \frac{du}{5}$ olur.

$$\int e^{5x+5}\,dx = \int e^u \frac{du}{5} = \frac{1}{5}\int e^u\,du$$

$$= \frac{1}{5}e^u + c = \frac{1}{5}e^{5x+5} + c$$

Yanıt C

11. $\sin x = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$\cos x\,dx = du$ olur.

$$\int e^{\sin x}.\cos x\,dx = \int e^u\,du = e^u + c$$

$$= e^{\sin x} + c$$

Yanıt A

12. $x + 1 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$dx = du$ olur.

$$\int \sqrt{x+1}\,\sqrt[3]{x+1}\,dx = \int u^{\frac{1}{2}}.u^{\frac{1}{3}}\,du$$

$$= \int u^{\frac{5}{6}}\,du = \frac{u^{\frac{11}{6}}}{\frac{11}{6}} + c$$

$$= \frac{6}{11}\cdot(x+1)^{\frac{11}{6}} + c$$

Yanıt E

13. $3x + 7 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$3dx = du$ olur.

$$\int \frac{3dx}{\sqrt{3x+7}} = \int \frac{du}{u^{\frac{1}{2}}} = \int u^{-\frac{1}{2}}.du$$

$$= \frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = 2.\sqrt{u} + c$$

$$= 2.\sqrt{3x+7} + c \text{ olur.}$$

Yanıt E

14. $3 + 4x = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$4dx = du$

$dx = \frac{du}{4}$ olur.

$$\int \sqrt{3+4x}\,dx = \int u^{\frac{1}{2}}\frac{du}{4} = \frac{1}{4}\cdot\int u^{\frac{1}{2}}\,du$$

$$= \frac{1}{4}\cdot\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$= \frac{1}{6}\cdot u^{\frac{3}{2}} + c$$

$$= \frac{1}{6}.(3+4x)^{\frac{3}{2}} + c$$

Yanıt B

15. $\sqrt{2x} = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}dx = du$

$\frac{dx}{\sqrt{2x}} = du$ olur.

$$\int \frac{e^{\sqrt{2x}}}{\sqrt{2x}}dx = \int e^u\,du = e^u + c$$

$= e^{\sqrt{2x}} + c$ olur.

Yanıt A

16. $\frac{x}{5} = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$x = 5u$

$x^2 = 25u^2$ ve $dx = 5du$ olur.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{25-x^2}} = \int \frac{5du}{\sqrt{25-25u^2}} = \int \frac{5du}{5\sqrt{1-u^2}}$$

$$= \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \arcsin u + c$$

$$= \arcsin\frac{x}{5} + c$$

Yanıt B

TEST 4 DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME

1. $\int \frac{e^{4x}-e^{3x}}{e^{2x}+2}dx$ integraline

x=lnt dönüşümü yapılırsa, aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int \frac{t^4-t^3}{t^2+2}dt$ B) $\int \frac{t^3-1}{t^3+1}dt$

C) $\int \frac{t^2-t}{t^2+2}dt$ D) $\int \frac{t^3-t^2}{t^2+2}dt$

E) $\int \frac{t^2-t}{t^2+1}dt$

2. $\int \frac{3x^2}{(x^3+1)^2+1}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\arctan(x^3+1)+c$

B) $\arctan(3x^2+1)+c$

C) $\text{arccot}(x^3+1)+c$

D) $\arctan(x^3)+c$

E) $\text{arccot}(1-x^3)+c$

3. $\int \frac{1}{x}\tan(\ln x)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\cos x+c$ B) $-\ln|\cos x|+c$

C) $\ln|\cos(\ln x)|+c$ D) $\ln|\sin(\ln x)|+c$

E) $-\ln|\cos(\ln x)|+c$

4. $\int \frac{dx}{x.\cos^2(\ln x)}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\cos(\ln x)+x+c$ B) $\cot\left(\frac{1}{x}\right)+c$

C) $\tan\left(\frac{1}{x}\right)+c$ D) $\cot(\ln x)+c$

E) $\tan(\ln x)+c$

5. $\int \frac{5x^2dx}{\cos^2(x^3+1)}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{3}\tan(x^3+1)+c$ B) $\tan(x^3+1)+c$

C) $\frac{5}{4}\tan(x^3+2)+c$ D) $\frac{5}{3}\tan(x^3+1)+c$

E) $5\tan(x^3+1)+c$

6. $\int \frac{4x}{4x^4-12x^2+10}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln(1+(2x^2+3)^2)+c$

B) $\arctan(1+x)+c$

C) $\arctan(2x^2+3)+c$

D) $\arctan(2x^2-3)+c$

E) $\text{arccot}(2x^2-3)+c$

7. $\int (x+2)^2.(x+1)^8dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{11}(x+1)^{11}+\frac{1}{5}(x+1)^{10}+\frac{1}{9}(x+1)^9+c$

B) $\frac{1}{11}(x+1)^{11}+\frac{1}{5}(x+2)^{10}+\frac{1}{9}(x+1)^9+c$

C) $\frac{1}{11}(x+2)^{11}+\frac{1}{5}(x+1)^{10}+\frac{1}{9}(x+1)^9+c$

D) $\frac{1}{11}(x+1)^{10}+\frac{1}{5}(x+1)^9+\frac{1}{9}(x+1)^8+c$

E) $\frac{1}{11}(x+2)^{11}+\frac{1}{5}(x+2)^{10}+\frac{1}{9}(x+2)^8+c$

8. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2-3}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\arcsin(x-2)+c$ B) $\arccos(x-2)+c$

C) $2\arcsin(x-2)+c$ D) $2\arccos(x-2)+c$

E) $\arcsin(2-x)+c$

9. $\int \frac{dx}{\sqrt{20-x^2+8x}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\arctan(x-4)+c$ B) $\operatorname{arccot}(x-4)+c$

C) $\arcsin\left(\frac{x-4}{6}\right)+c$ D) $\arctan\left(\frac{x-4}{6}\right)+c$

E) $\operatorname{arccot}\left(\frac{x-4}{6}\right)+c$

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{21-x^2-4x}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\arcsin(x+2)+c$ B) $\arcsin\left(\frac{2x}{5}\right)+c$

C) $\arccos(x+2)+c$ D) $\arccos\left(\frac{x+2}{5}\right)+c$

E) $\arcsin\left(\frac{x+2}{5}\right)+c$

11. $\int \sqrt{1+x^2}.x^3dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sqrt{(x^2+1)^5}}{5}-\frac{\sqrt{(x^2+1)^3}}{3}+c$

B) $\frac{\sqrt{x^2+1}}{5}-\frac{\sqrt{x^2+1}}{3}+c$

C) $\frac{x^2\sqrt{x^2+1}}{5}+\frac{x^2\sqrt{x^2+1}}{3}+c$

D) $\sqrt{(x^2+1)^5}+\sqrt{(x^2+1)^3}+c$

E) $\frac{x\sqrt{(x^2+1)^5}}{3}-\frac{x\sqrt{(x^2+1)^3}}{5}+c$

12. $\int \sqrt{9x^2+x^4}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{3}\sqrt{9+x^2}+c$ B) $\frac{1}{3}\sqrt{(9+x^2)^3}+c$

C) $\frac{1}{9}\sqrt{9+x^2}+c$ D) $\sqrt[5]{(9+x^2)^2}+c$

E) $\sqrt{9+x^2}+c$

13. $\int \frac{e^{2x}+1}{e^{2x}+2x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}\ln\left|e^{2x}+2x\right|+c$

B) $\ln|e^{2x}+2x|+c$

C) $2\ln|e^{2x}+2x|+c$

D) $e^{2x}+2x+c$

E) $\frac{e^{2x}+1}{2}+c$

14. $\int \frac{4x+3}{2x^2+3x+7}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $2\ln|2x^2+3x+7|+c$ B) $\frac{1}{2x^2+3x+7}+c$

C) $2x^2+3x+c$ D) $\ln|2x^2+3x+7|+c$

E) $\frac{1}{2}\ln|2x^2+3x+7|+c$

15. $\int \sin(4x^3+x^2+7).(6x^2+x)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\cos(4x^2+x^2+7)+c$

B) $\frac{1}{2}\cos(4x^2+x^2+7)+c$

C) $-\frac{1}{2}\cos(4x^3+x^2+7)+c$

D) $\frac{1}{2}\sin(4x^3+x^2+7)+c$

E) $-2\cos(4x^3+x^2+7)+c$

16. $\int \cos^2(x^3+2x).\sin(x^3+2x)(3x^2+2)dx$

integralinin eşit nedir?

A) $\sin(x^3+2x)+c$ B) $\cos(x^3+2x)+c$

C) $\tan(x^3+2x)+c$ D) $\frac{\sin(x^3+2x)}{3}+c$

E) $-\frac{\cos^3(x^3+2x)}{3}+c$

TEST 4'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $x = \ln t \Rightarrow t = e^x \Rightarrow dx = \frac{dt}{t}$

$\Rightarrow t^4 = e^{4x}, t^3 = e^{3x}, t^2 = e^{2x}$ olur.

$$\int \frac{e^{4x} - e^{3x}}{e^{2x} + 2} dx = \int \frac{t^4 - t^3}{t^2 + 2} \cdot \frac{dt}{t}$$

$$= \int \frac{(t^3 - t^2).t}{t^2 + 2} \cdot \frac{dt}{t}$$

$$= \int \frac{t^3 - t^2}{t^2 + 2} dt \text{ olur.}$$

Yanıt D

2. $x^3 + 1 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$3x^2dx = du$ olur.

$$\int \frac{3x^2}{(x^3 + 1)^2 + 1} dx = \int \frac{du}{u^2 + 1}$$

$$= \arctan u + c$$

$$= \arctan(x^3 + 1) + c \text{ olur.}$$

Yanıt A

3. $\ln x = u$ dönüşümü uygulanırsa; $\frac{dx}{x} = du$ olur.

$$\int \frac{1}{x} \cdot \tan(\ln x) dx = \int \tan u du$$

$$= -\int \frac{-\sin u du}{\cos u} \text{ (Paydanın türevi payda bulunduğundan)}$$

$$= -\ln|\cos u| + c$$

$$= -\ln|\cos(\ln x)| + c \text{ olur.}$$

Yanıt E

4. $\ln x = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$\frac{dx}{x} = du$ olur.

$$\int \frac{dx}{x.\cos^2(\ln x)} = \int \frac{du}{\cos^2 u} = \tan u + c$$

$$= \tan(\ln x) + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

5. $x^3 + 1 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$3x^2dx = du$

$x^2dx = \frac{du}{3}$ olur.

$$\int \frac{5x^2 dx}{\cos^2(x^3 + 1)} = \int \frac{5\frac{du}{3}}{\cos^2 u} = \frac{5}{3}\int \frac{du}{\cos^2 u}$$

$$= \frac{5}{3}\tan u + c$$

$$= \frac{5}{3}\tan(x^3 + 1) + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

6. $$\int \frac{4x}{\underbrace{4x^4 - 12x^2 + 9}_{(2x^2-3)^2} + 1} dx = \int \frac{4x}{1 + (2x^2 - 3)^2} dx$$

$2x^2 - 3 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$4xdx = du$ bulunur.

$$\int \frac{4xdx}{1 + (2x^2 - 3)^2} = \int \frac{du}{1 + u^2}$$

$$= \arctan u + c$$

$$= \arctan(2x^2 - 3) + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

7. $$\int (x + 2)^2.(x + 1)^8 dx = \int ((x + 1) + 1)^2.(x + 1)^8 dx$$

$$= \int [(x + 1)^2 + 2.(x + 1) + 1].(x + 1)^8 dx$$

$x + 1 = u$ dönüşümü uygulanırsa ;

$dx = du$ olur.

$$= \int (u^2 + 2u + 1).u^8 du$$

$$= \int (u^{10} + 2u^9 + u^8) du$$

$$= \int u^{10} du + 2.\int u^9 du + \int u^8 du$$

$$= \frac{u^{11}}{11} + 2 \cdot \frac{u^{10}}{10} + \frac{u^9}{9} + c$$

$$= \frac{(x + 1)^{11}}{11} + \frac{(x + 1)^{10}}{5} + \frac{(x + 1)^9}{9} + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

8. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2-3}} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-(x^2-4x+4)}}$

$= \int \frac{dx}{\sqrt{1-(x-2)^2}}$

$x-2 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$dx = du$ olur.

$\int \frac{dx}{\sqrt{1-(x-2)^2}} = \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$

$= \arcsin u + c$

$= \arcsin(x-2) + c$ bulunur.

Yanıt A

9. $\int \frac{dx}{\sqrt{20-x^2+8x}} = \int \frac{dx}{\sqrt{36-(x^2-8x+16)}}$

$= \int \frac{dx}{\sqrt{36-(x-4)^2}}$

$= \int \frac{dx}{\sqrt{36}.\sqrt{1-(\frac{x-4}{6})^2}}$

$= \frac{1}{6}.\int \frac{dx}{\sqrt{1-(\frac{x-4}{6})^2}}$

$\frac{x-4}{6} = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$\frac{dx}{6} = du \Rightarrow dx = 6du$ olur.

$\frac{1}{6}.\int \frac{dx}{\sqrt{1-(\frac{x-4}{6})^2}} = \frac{1}{6}\int \frac{6du}{\sqrt{1-u^2}}$

$= \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$

$= \arcsin u + c$

$= \arcsin(\frac{x-4}{6}) + c$ bulunur.

Yanıt C

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{21-x^2-4x}} = \int \frac{dx}{\sqrt{25-(x^2+4x+4)}}$

$= \int \frac{dx}{\sqrt{25-(x+2)^2}}$

$= \int \frac{dx}{\sqrt{25}.\sqrt{1-(\frac{x+2}{5})^2}}$

$= \frac{1}{5}.\int \frac{dx}{\sqrt{1-(\frac{x+2}{5})^2}}$

$\frac{x+2}{5} = u$ dönüşümü uygulanırsa ;

$\frac{dx}{5} = du \Rightarrow dx = 5du$ olur.

$\frac{1}{5}\int \frac{dx}{\sqrt{1-(\frac{x+2}{5})^2}} = \frac{1}{5}\int \frac{5du}{\sqrt{1-u^2}}$

$= \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$

$= \arcsin u + c$

$= \arcsin(\frac{x+2}{5}) + c$ bulunur.

Yanıt E

11. $1+x^2 = u \Rightarrow x^2 = u-1$

$\Rightarrow 2xdx = du$

$\Rightarrow xdx = \frac{du}{2}$ olur.

$\int \sqrt{1+x^2}.x^2.xdx = \int u^{\frac{1}{2}}.(u-1)\frac{du}{2}$

$= \int (u^{\frac{3}{2}} - u^{\frac{1}{2}})\frac{du}{2} = \frac{1}{2}\left[\int u^{\frac{3}{2}}du - \int u^{\frac{1}{2}}du\right]$

$= \frac{1}{2}(\frac{u^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}) + c$

$= \frac{u^{\frac{5}{2}}}{5} - \frac{u^{\frac{3}{2}}}{3} + c$

$= \frac{\sqrt{u^5}}{5} - \frac{\sqrt{u^3}}{3} + c$

$= \frac{\sqrt{(x^2+1)^5}}{5} - \frac{\sqrt{(x^2+1)^3}}{3} + c$ olur.

Yanıt A

12. $\int \sqrt{9x^2+x^4}\,dx = \int \sqrt{x^2(9+x^2)}\,dx$

$= \int \sqrt{9+x^2}.xdx$

$9+x^2 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$2xdx = du \Rightarrow xdx = \frac{du}{2}$

$\int \sqrt{9+x^2}.xdx = \int u^{\frac{1}{2}} \frac{du}{2}$

$= \frac{1}{2}\int u^{\frac{1}{2}}du$

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$

$= \frac{1}{3}\cdot\sqrt{u^3} + c$

$= \frac{1}{3}\sqrt{(9+x^2)^3} + c$ bulunur.

Yanıt B

13. $e^{2x}+2x = u$ dönüşümü uygulanırsa ;

$(2e^{2x}+2)dx = du \Rightarrow (e^{2x}+1)dx = \frac{du}{2}$ olur.

$\int \frac{e^{2x}+1}{e^{2x}+2x}dx = \int \frac{\frac{du}{2}}{u} = \frac{1}{2}\int \frac{du}{u}$

$= \frac{1}{2}\ln|u| + c$

$= \frac{1}{2}\ln|e^{2x}+2x| + c$ bulunur.

Yanıt A

14. $2x^2+3x+7=u$ dönüşümü uygulanırsa;

$(4x+3)dx=du$ olur.

$\int \frac{4x+3}{2x^2+3x+7}dx = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c = \ln|2x^2+3x+7| + c$

Yanıt D

15. $4x^3+x^2+7 = u$ dönüşümü uygulanırsa ;

$(12x^2+2x)dx = du$

$2.(6x^2+x)dx = du$

$(6x^2+x)dx = \frac{du}{2}$ olur.

$\int \sin(4x^3+x^2+7).(6x^2+x)dx = \int \sin u \frac{du}{2}$

$= \frac{1}{2}\int \sin u du = -\frac{1}{2}\cos u + c$

$= -\frac{1}{2}\cos(4x^3+x^2+7) + c$

Yanıt C

16. $\cos(x^3+2x) = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$-(3x^2+2).\sin(x^3+2x)dx = du$

$(3x^2+2).\sin(x^3+2x)dx = -du$ olur.

$\int \cos^2(x^3+2x).\sin(x^3+2x).(3x^2+2)dx = \int u^2(-du)$

$= -\int u^2 du = -\frac{u^3}{3} + c$

$= -\frac{\cos^3(x^3+2x)}{3} + c$

Yanıt E

TEST 5 BASİT KESİRLERE AYIRMA

1. $\int \frac{2a^2+2a-4}{a^3+8}$ da integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|a+2|+c$

B) $\frac{1}{2}\ln|a-4|+c$

C) $\ln|a^2-2a+4|+c$

D) $\ln|a|+c$

E) $\ln|a^2-4a+4|+c$

2. $\int \frac{dx}{16-x^2}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{8}\ln\left|\frac{4-x}{4+x}\right|+c$ B) $-\frac{1}{8}\ln|x^2-16|+c$

C) $\frac{1}{8}\ln|x^2-16|+c$ D) $\frac{1}{8}\ln|x+4|+c$

E) $\frac{1}{8}\ln\left|\frac{4+x}{4-x}\right|+c$

3. $\int \frac{2}{x^2-1}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|+c$ B) $\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+c$

C) $\frac{x-1}{x+1}+c$ D) $\frac{x+1}{x-1}+c$

E) $\ln\left|\frac{2}{x^2-1}\right|+c$

4. $\int \frac{dx}{x^2-25}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\left|\frac{x-5}{x+5}\right|+c$ B) $\ln|x^2-25|+c$

C) $\frac{1}{10}\ln\left|\frac{x-5}{x+5}\right|+c$ D) $\frac{1}{5}\ln\left|\frac{x-5}{x+5}\right|+c$

E) $-\frac{1}{10}\ln\left|\frac{x-5}{x+5}\right|+c$

5. $\int \frac{x^3+1}{x^2+x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x-1+\frac{1}{x}+c$ B) $x^2-x+\ln|x|+c$

C) $\frac{1}{2}x^2-x+\ln|x|+c$ D) $\frac{1}{2}x^2-x+\frac{1}{x}+c$

E) $\frac{1}{2}x^2-x+\frac{1}{x^2}+c$

6. $f(x)=\int \frac{3x+4}{x+2}dx$ ve $f(-1)=0$ olduğuna göre, $f(1)$ değeri kaçtır?

A) 6 B) ln9 C) 9 D) 1 – ln3 E) 6 – ln9

7. $\int \frac{x^3+2x^2+1}{x+1}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}x^2-x+2\ln|x+1|+c$

B) $-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-\ln|x+1|+c$

C) $\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-x+2\ln|x+1|+c$

D) $-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-x+2\ln|x+1|+c$

E) $-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+x+2\ln|x+1|+c$

8. $\int \frac{dx}{x^2-x-6}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{5}\ln|x+2|+c$ B) $\frac{1}{5}\ln\left|\frac{x+2}{x-3}\right|+c$

C) $\frac{1}{5}\ln|x-3|+c$ D) $\frac{1}{5}\ln\left|\frac{x-3}{x+2}\right|+c$

E) $\frac{1}{5}\ln|x^2-x-6|+c$

9. $\int \frac{dx}{x^3+x}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{x^2} - \ln|x^2+1| + c$

B) $\ln\left|\frac{1}{x^3+x}\right| + c$

C) $\ln|x^3+x| + c$

D) $\ln\left|\frac{x^2+1}{x}\right| + c$

E) $\ln\left|\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right| + c$

10. $\int \frac{dx}{(x+1)^2.(x-1)}$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{1}{4}\left(\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right| - \frac{2}{x+1}\right) + c$

B) $\frac{1}{4}\ln\frac{(x+1)^2}{|x-1|} + \frac{1}{4x+4} + c$

C) $\frac{1}{4}\ln(x+1)^2.|x+1| + \frac{1}{4x+4} + c$

D) $\ln\frac{|x-1|}{(x+1)^2} + \frac{1}{4x+4} + c$

E) $\frac{1}{4}\ln\frac{|x-1|}{(x+1)^2} + c$

11. $\int \frac{2x^2-5x+9}{(x-1)^2.(x+1)}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $2\ln\left|\frac{x+2}{(x-1)^2}\right| + c$

B) $\frac{1}{x-1} + 2\ln|x+2| + c$

C) $\ln\left|\frac{x-1}{x+2}\right| + c$

D) $\ln\left|\frac{x-1}{(x+2)^2}\right| + c$

E) $\ln\left|\frac{(x+2)^3}{x-1}\right| - \frac{2}{x-1} + c$

12. $\int \frac{(x+1)dx}{x.(x^2+x+6)}$ integralinin eşiti nedir?

A) $6\left[\frac{x}{x^2+x+6} + \frac{11\sqrt{23}}{23}\arctan\left(\frac{2x+1}{\sqrt{23}}\right)\right] + c$

B) $\ln\left[\frac{x}{x^2+x+6} + \frac{11\sqrt{23}}{23}\arctan\left(\frac{2x+1}{\sqrt{23}}\right)\right] + c$

C) $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{x}{\sqrt{x^2+x+6}}\right| + \frac{11\sqrt{23}}{23}\arctan(2x+1) + c$

D) $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{x}{\sqrt{x^2+x+6}}\right| + \frac{11\sqrt{23}}{23}\arctan\left(\frac{2x+1}{\sqrt{23}}\right) + c$

E) $\frac{1}{6}\left[\ln\left|\frac{x}{\sqrt{x^2+x+6}}\right| + \frac{11\sqrt{23}}{23}\arctan\left(\frac{2x+1}{\sqrt{23}}\right)\right] + c$

13. $\int \frac{(x+2)}{x.(x+1)}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\left|\frac{x}{x+1}\right| + c$

B) $\ln\left|\frac{x}{x+1}\right| + \frac{1}{x+1} + c$

C) $\ln\left|\frac{x^2}{x+1}\right| + \frac{1}{x+1} + c$

D) $\ln x^2 + \frac{1}{x+1} + c$

E) $\ln\left|\frac{x^2}{x+1}\right| + c$

14. $\int \frac{dx}{x^4+x^2}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{x} + \arctan x + c$

B) $-\frac{1}{x} - \arctan x + c$

C) $-\frac{1}{x} + \arctan x + c$

D) $\frac{1}{x} - \arctan x + c$

E) $\arctan x + x + c$

15. $\int \frac{x^2+x+1}{x^3+x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|x| + \arctan x + c$

B) $\ln|x| - \arctan x + c$

C) $\ln|x| - \arctan x + c$

D) $\ln\left|\frac{1}{x}\right| + \arctan x + c$

E) $\ln|x| + \arctan\frac{1}{x} + c$

TEST 5'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $\int \frac{2a^2+2a-4}{a^3+8}da = \int \frac{(2a-2).(a+2)}{(a+2).(a^2-2a+4)}da$

$$= \int \frac{2a-2}{a^2-2a+4}$$

$a^2 - 2a + 4 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$(2a - 2).da = du$ olur.

$$\int \frac{2a-2}{a^2-2a+4}da = \int \frac{du}{u} = \ln|u|+c$$

$= \ln|a^2 - 2a + 4|+c$ bulunur.

Yanıt C

2. $\int \frac{dx}{16-x^2} = \int \frac{dx}{(4-x).(4+x)}$

$$\frac{1}{(4-x).(4+x)} = \frac{A}{\underset{(4+x)}{4-x}} + \frac{B}{\underset{(4-x)}{4+x}}$$

$$\frac{1}{16-x^2} = \frac{4A + A.x + 4B - Bx}{16-x^2}$$

$1 = (A - B)x + 4A + 4B$

$$\left.\begin{matrix} A-B=0 \\ 4A+4B=1 \end{matrix}\right\} A = \frac{1}{8} \text{ ve } B = \frac{1}{8} \text{ dir.}$$

$$\frac{1}{16-x^2} = \frac{1}{8}\left(\frac{1}{4-x} + \frac{1}{4+x}\right) \text{ olur.}$$

$$\int \frac{dx}{16-x^2} = \frac{1}{8}\cdot\int\left(\frac{1}{4-x} + \frac{1}{4+x}\right)dx$$

$$= \frac{1}{8}\cdot\left[\int -\frac{dx}{4-x} + \int \frac{dx}{4+x}\right]$$

$$= \frac{1}{8}\cdot(-\ln|4-x| + \ln|4+x|) + c$$

$$= \frac{1}{8}\cdot\ln\left|\frac{4+x}{4-x}\right| + c \text{ olur.}$$

Yanıt E

3. $\int \frac{2}{x^2-1}dx = \int \frac{2}{(x-1).(x+1)}.dx$

$$\frac{2}{(x-1).(x+1)} = \frac{A}{\underset{(x+1)}{x-1}} + \frac{B}{\underset{(x-1)}{x+1}}$$

$$\frac{2}{x^2-1} = \frac{Ax + A + Bx - B}{x^2-1}$$

$2 = (A+B)x + A - B$

$$\left.\begin{matrix} A+B=0 \\ A-B=2 \end{matrix}\right\} A=1 \text{ ve } B=-1$$

$$\frac{2}{x^2-1} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \text{ olur.}$$

$$\int \frac{2}{x^2-1}dx = \int \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right)dx$$

$$= \int \frac{dx}{x-1} - \int \frac{dx}{x+1}$$

$$= \ln|x-1| - \ln|x+1| + c$$

$$= \ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + c \text{ olur.}$$

Yanıt B

4. $\int \frac{dx}{x^2-25} = \int \frac{dx}{(x-5).(x+5)}$

$$\frac{1}{(x-5).(x+5)} = \frac{A}{\underset{(x+5)}{x-5}} + \frac{B}{\underset{(x-5)}{x+5}}$$

$$\frac{1}{x^2-25} = \frac{Ax + 5A + Bx - 5B}{x^2-25}$$

$1 = (A+B)x + 5A - 5B$

$$\left.\begin{matrix} A+B=0 \\ 5A-5B=1 \end{matrix}\right\} A = \frac{1}{10} \text{ ve } B = -\frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{x^2-25} = \frac{1}{10}\left(\frac{1}{x-5} - \frac{1}{x+5}\right) \text{ olur.}$$

$$\int \frac{dx}{x^2-25} = \frac{1}{10}\cdot\int\left(\frac{1}{x-5} - \frac{1}{x+5}\right)dx$$

$$= \frac{1}{10}\cdot\left[\int \frac{dx}{x-5} - \int \frac{dx}{x+5}\right]$$

$$= \frac{1}{10}\cdot(\ln|x-5| - \ln|x+5|) + c$$

$$= \frac{1}{10}\cdot\ln\left|\frac{x-5}{x+5}\right| + c$$

Yanıt C

5. $\int \frac{x^3+1}{x^2+x}dx = \int \frac{(x+1).(x^2-x+1)}{x.(x+1)}dx$

$= \int \frac{x^2-x+1}{x}dx$

$= \int (\frac{x^2}{x} - \frac{x}{x} + \frac{1}{x})dx$

$= \int (x-1+\frac{1}{x})dx$

$= \int xdx - \int dx + \int \frac{dx}{x}$

$= \frac{1}{2}x^2 - x + \ln|x| + c$ olur.

Yanıt C

6. $\begin{array}{r|l} 3x+4 & x+2 \\ \mp 3x \mp 6 & 3 \\ \hline -2 & \end{array}$ olduğundan; $\frac{3x+4}{x+2} = 3 - \frac{2}{x+2}$ olur.

$f(x) = \int \frac{3x+4}{x+2}dx = \int (3 - \frac{2}{x+2})dx = 3.\int dx - 2.\int \frac{dx}{x+2}$

$f(x) = 3x - 2.\ln|x+2| + c$ ve $f(-1) = 0$

$f(-1) = 3.(-1) - 2.\ln|-1+2| + c = 0$

$= -3 - 2.\ln 1 + c = 0$

$= -3 - 2.0 + c = 0$

$c = 3$ olur.

$f(x) = 3x - 2.\ln|x+2| + 3$

$f(1) = 3.1 - 2.\ln|1+2| + 3$

$= 6 - 2.\ln 3$

$= 6 - \ln 9$ olur.

Yanıt E

7. $\begin{array}{r|l} x^3+2x^2+1 & x+1 \\ \mp x^3 \mp x^2 & x^2+x-1 \\ \hline x^2+1 & \\ \mp x^2 \mp x & \\ \hline -x+1 & \\ \mp x \mp 1 & \\ \hline 2 & \end{array}$ olduğundan; $\frac{x^3+2x^2+1}{x+1} = x^2+x-1+\frac{2}{x+1}$ olur.

$\int \frac{x^3+2x^2+1}{x+1}dx = \int (x^2+x-1+\frac{2}{x+1})dx$

$= \int x^2dx + \int xdx - \int dx + 2\int \frac{dx}{x+1}$

$= \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + 2.\ln|x+1| + c$ olur.

Yanıt C

8. $\int \frac{dx}{x^2-x-6} = \int \frac{dx}{(x-3).(x+2)}$

$\frac{1}{(x-3).(x+2)} = \frac{A}{\underset{(x+2)}{x-3}} + \frac{B}{\underset{(x-3)}{x+2}}$

$\frac{1}{x^2-x-6} = \frac{Ax+2A+Bx-3B}{x^2-x-6}$

$1 = (A+B)x + 2A - 3B$

$\left.\begin{array}{l} A+B=0 \\ 2A-3B=1 \end{array}\right\}$ $A = \frac{1}{5}$ ve $B = -\frac{1}{5}$

$\frac{1}{x^2-x-6} = \frac{1}{5}.(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+2})$ olur.

$\int \frac{dx}{x^2-x-6} = \frac{1}{5}.\int (\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+2})dx$

$= \frac{1}{5}[\int \frac{dx}{x-3} - \int \frac{dx}{x+2}]$

$= \frac{1}{5}(\ln|x-3| - \ln|x+2|) + c$

$= \frac{1}{5}\ln\left|\frac{x-3}{x+2}\right| + c$

Yanıt D

9. $\int \frac{dx}{x^3+x} = \int \frac{dx}{x.(x^2+1)}$

$\frac{1}{x.(x^2+1)} = \frac{A}{\underset{(x^2+1)}{x}} + \frac{Bx+C}{\underset{(x)}{x^2+1}}$

$\frac{1}{x^3+x} = \frac{Ax^2+A+Bx^2+Cx}{x^3+x}$

$1 = (A+B)x^2 + Cx + A$

$\left.\begin{array}{l} A+B=0 \\ C=0 \\ A=1 \end{array}\right\}$ $B=-1$

$\frac{1}{x^3+x} = \frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}$ olur.

$\int \frac{dx}{x^3+x} = \int (\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1})dx$

$= \int \frac{dx}{x} - \int \frac{xdx}{x^2+1}$

$= \int \frac{dx}{x} - \frac{1}{2}\int \frac{2xdx}{x^2+1} = \ln|x| - \ln\sqrt{x^2+1} + c$

$= \ln\left|\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right| + c$

Yanıt E

10. $\frac{1}{(x+1)^2.(x-1)} = \underset{(x-1)}{\frac{Ax+B}{(x+1)^2}} + \underset{(x+1)^2}{\frac{C}{x-1}}$

$$\frac{1}{(x+1)^2.(x-1)} = \frac{Ax^2-Ax+Bx-B+Cx^2+2Cx+C}{(x+1)^2.(x-1)}$$

$$1=(A+C)x^2+(B+2C-A)x+C-B$$

$$\left.\begin{array}{l} A+C=0 \\ B+2C-A=0 \\ C-B=1 \end{array}\right\} C=\frac{1}{4},\ A=-\frac{1}{4},\ B=-\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{(x+1)^2.(x-1)} = \frac{-\frac{x}{4}-\frac{3}{4}}{(x+1)^2} + \frac{\frac{1}{4}}{x-1}$$

$$= -\frac{1}{4}\cdot\left[\frac{x+1}{(x+1)^2} + \frac{2}{(x+1)^2} - \frac{1}{x-1}\right]$$

$$= -\frac{1}{4}\cdot\left[\frac{1}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2} - \frac{1}{x-1}\right] \text{ olur.}$$

$$\int \frac{dx}{(x+1)^2.(x-1)} = -\frac{1}{4}\int\left(\frac{1}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2} - \frac{1}{x-1}\right)dx$$

$$= -\frac{1}{4}\left[\int\frac{dx}{x+1} + 2\int\frac{dx}{(x+1)^2} - \int\frac{dx}{x-1}\right]$$

$$= -\frac{1}{4}\left[\ln|x+1| - \frac{2}{x+1} - \ln|x-1|\right] + c$$

$$= -\frac{1}{4}\left[\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right| - \frac{2}{x+1}\right] + c \text{ olur.}$$

Yanıt A

11. $\frac{2x^2-5x+9}{(x-1)^2.(x+2)} = \underset{(x+2)}{\frac{Ax+B}{(x-1)^2}} + \underset{(x-1)^2}{\frac{C}{x+2}}$

$$\frac{2x^2-5x+9}{(x-1)^2.(x+2)} = \frac{Ax^2+2Ax+Bx+2B+Cx^2-2Cx+C}{(x-1)^2.(x+2)}$$

$$2x^2-5x+9 = (A+C)x^2+(2A+B-2C)x+2B+C$$

$$\left.\begin{array}{l} A+C=2 \\ 2A+B-2C=-5 \\ 2B+C=9 \end{array}\right\} \Rightarrow B=C=3 \text{ ve } A=-1$$

$$\frac{2x^2-5x+9}{(x-1)^2.(x+2)} = \frac{-x+3}{(x-1)^2} + \frac{3}{x+2} \text{ olur.}$$

$$\int\frac{2x^2-5x+9}{(x-1)^2.(x+2)}dx = \int\left(\frac{-x+3}{(x-1)^2} + \frac{3}{x+2}\right)dx$$

$$= \int\left(\frac{-x+1}{(x-1)^2} + \frac{2}{(x-1)^2} + \frac{3}{x+2}\right)dx$$

$$= \int\left(-\frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2} + \frac{3}{x+2}\right)dx$$

$$= -\int\frac{dx}{x-1} + 2\int\frac{dx}{(x-1)^2} + 3.\int\frac{dx}{x+2}$$

$$= -\ln|x-1| - \frac{2}{x-1} + 3.\ln|x+2| + c$$

$$= \ln\left|\frac{(x+2)^3}{x-1}\right| - \frac{2}{x-1} + c$$

Yanıt E

12. $\frac{x+1}{x.(x^2+x+6)} = \underset{(x^2+x+6)}{\frac{A}{x}} + \underset{(x)}{\frac{Bx+C}{x^2+x+6}}$

$$\frac{x+1}{x.(x^2+x+6)} = \frac{Ax^2+Ax+6A+Bx^2+Cx}{x.(x^2+x+6)}$$

$$x+1=(A+B)x^2+(A+C)x+6A$$

$$\left.\begin{array}{l} A+B=0 \\ A+C=1 \\ 6A=1 \end{array}\right\} A=\frac{1}{6},\ B=-\frac{1}{6},\ C=\frac{5}{6}$$

$$\frac{x+1}{x.(x^2+x+6)} = \frac{1}{6x} + \frac{-\frac{1}{6}x+\frac{5}{6}}{x^2+x+6}$$

$$\int\frac{x+1}{x.(x^2+x+6)}\cdot dx = \frac{1}{6}\int\frac{dx}{x} - \frac{1}{6}\int\frac{x-5}{x^2+x+6}\cdot dx$$

$$= \frac{1}{6}\left[\int\frac{dx}{x} - \frac{1}{2}\int\frac{2x-10}{x^2+x+6}dx\right]$$

$$= \frac{1}{6}\left[\int\frac{dx}{x} - \frac{1}{2}\int\frac{2x+1}{x^2+x+6}dx - \frac{1}{2}\int\frac{-11}{x^2+x+6}dx\right]$$

$$= \frac{1}{6}\left[\int\frac{dx}{x} - \frac{1}{2}\int\frac{2x+1}{x^2+x+6}dx + \frac{11}{2}\int\frac{dx}{(x+\frac{1}{2})^2+\frac{23}{4}}\right]$$

$$= \frac{1}{6}\left[\int\frac{dx}{x} - \frac{1}{2}\int\frac{2x+1}{x^2+x+6}dx + \frac{11}{2}\cdot\frac{4}{23}\cdot\int\frac{dx}{(\frac{2x+1}{\sqrt{23}})^2+1}\right]$$

$$= \frac{1}{6}\left[\ln|x| - \frac{1}{2}\cdot\ln|x^2+x+6| + \frac{22}{23}\cdot\frac{\sqrt{23}}{2}\arctan\left(\frac{2x+1}{\sqrt{23}}\right)\right] + c$$

$$= \frac{1}{6}\left[\ln\left|\frac{x}{\sqrt{x^2+x+6}}\right| + \frac{11\sqrt{23}}{23}\cdot\arctan\left(\frac{2x+1}{\sqrt{23}}\right)\right] + c$$

Yanıt E

13. $\frac{x+2}{x.(x+1)} = \underset{(x+1)}{\frac{A}{x}} + \underset{(x)}{\frac{B}{x+1}}$

$$\frac{x+2}{x.(x+1)} = \frac{Ax+A+Bx}{x.(x+1)}$$

$$x+2 = (A+B)x+A$$

$$\left.\begin{array}{l} A+B=1 \\ A=2 \end{array}\right\} B=-1$$

$$\frac{x+2}{x.(x+1)} = \frac{2}{x} - \frac{1}{x+1} \text{ olur.}$$

$$\int\frac{(x+2)}{x.(x+1)}\cdot dx = 2\int\frac{dx}{x} - \int\frac{dx}{x+1}$$

$$= 2\ln|x| - \ln|x+1| + c$$

$$= \ln\left|\frac{x^2}{x+1}\right| + c \text{ olur.}$$

Yanıt E

14. $\dfrac{1}{x^4+x^2} = \dfrac{1}{x^2(x^2+1)} = \underset{(x^2+1)}{\dfrac{Ax+B}{x^2}} + \underset{(x^2)}{\dfrac{Cx+D}{x^2+1}}$

$$\frac{1}{x^4+x^2} = \frac{Ax^3+Ax+Bx^2+B+Cx^3+Dx^2}{x^4+x^2}$$

$$1 = (A+C)x^3 + (B+D)x^2 + Ax + B$$

$$\left.\begin{array}{r} A+C=0 \\ B+D=0 \\ A=0 \\ B=1 \end{array}\right\} \; C=0 \text{ ve } D=-1$$

$$\frac{1}{x^4+x^2} = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1} \text{ olur.}$$

$$\int \frac{dx}{x^4+x^2} = \int \frac{dx}{x^2} - \int \frac{dx}{x^2+1}$$

$$= -\frac{1}{x} - \arctan x + c$$

Yanıt B

15. $\dfrac{x^2+x+1}{x^3+x} = \dfrac{x^2+x+1}{x.(x^2+1)} = \underset{(x^2+1)}{\dfrac{A}{x}} + \underset{(x)}{\dfrac{Bx+C}{x^2+1}}$

$$\frac{x^2+x+1}{x^3+x} = \frac{Ax^2+A+Bx^2+Cx}{x^3+x}$$

$$x^2+x+1 = (A+B)x^2 + Cx + A$$

$$\left.\begin{array}{r} A+B=1 \\ C=1 \\ A=1 \end{array}\right\} \; B=0$$

$$\frac{x^2+x+1}{x^3+x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2+1}$$

$$\int \frac{x^2+x+1}{x^3+x}dx = \int \frac{dx}{x} + \int \frac{dx}{x^2+1}$$

$$= \ln|x| + \arctan x + c$$

Yanıt A

TEST 6 BASİT KESİRLERE AYIRMA

1. $\int \frac{dx}{x^2-9}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right|+c$ B) $\ln\left|\frac{x+3}{x-3}\right|+c$

C) $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right|+c$ D) $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{x+3}{x-3}\right|+c$

E) $\frac{1}{6}\ln|x^2-9|+c$

2. $\int \frac{dx}{(x+1).(x+6)}$ integralinin eşiti nedir?

A) $5\ln|x+1|+c$ B) $\frac{1}{5}\ln|x+1|+c$

C) $5\ln\left|\frac{x+1}{x+6}\right|+c$ D) $\frac{1}{5}\ln|x^2+7x+6|+c$

E) $\frac{1}{5}\ln\left|\frac{x+1}{x+6}\right|+c$

3. $\int \frac{dx}{(x+1).(x+2)^2}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\left|\frac{x+1}{x+2}\right|+c$ B) $\ln\left|\frac{x+1}{x+2}\right|+\frac{1}{x+2}+c$

C) $\ln|x+1|+\frac{1}{x+2}+c$ D) $\ln|x+2|+\frac{1}{x+2}+c$

E) $\ln\left|\frac{x+1}{x+2}\right|-\frac{1}{x+2}+c$

4. $\int \frac{2x+3}{x^2-3x+2}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\left|\frac{(x-2)^7}{(x-1)^5}\right|+c$ B) $\ln\left|\frac{x-1}{x-2}\right|+c$

C) $\ln|(x-1)^5|+c$ D) $\ln|x-1|+\frac{1}{x-2}+c$

E) $\ln|(x-1).(x-2)|+c$

5. $\int \frac{4.(x^2-1)}{x^2.(x+2)}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|(x+2)^5|+c$ B) $\ln\left|\frac{(x+2)^5}{x}\right|+c$

C) $\ln\left|\frac{x+2}{x}\right|+c$ D) $\ln\left|\frac{(x+2)^5}{x}\right|+\frac{2}{x}+c$

E) $\ln\left|x.(x+2)^3\right|+\frac{2}{x}+c$

6. $\int \frac{(x^2-x+4)}{x.(x^2-3x+2)}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\left|\frac{x(x-2)^3}{x-1}\right|+c$ B) $\ln\left|x^2.(x-2)^3\right|+c$

C) $\ln\left|\frac{x^2.(x-2)^3}{(x-1)^4}\right|+c$ D) $\ln\left|x^2.(x+2)^3\right|+c$

E) $\ln\left|\frac{x^2}{(x-1)^4}\right|+(x-2)^3+c$

7. $\int \frac{2x}{1-x^4}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\left|\frac{1+x^2}{1-x^2}\right|+c$ B) $\ln\left|\frac{1-x^2}{1+x^2}\right|+c$

C) $-\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+x^2}{1-x^2}\right|+c$ D) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+x^2}{1-x^2}\right|+c$

E) $2\ln\left|\frac{1-x^2}{1+x^2}\right|+c$

8. $\int \frac{dx}{(x-1).(x+1)^2}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+\frac{1}{2x+2}+c$ B) $\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+\frac{1}{2x+2}+c$

C) $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+\frac{1}{x+1}+c$ D) $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|-\frac{1}{2x+2}+c$

E) $4\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|-\frac{1}{2x+2}+c$

9. $\int \frac{x^2-1}{x^4-2x^3}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\left|\frac{x-2}{x}\right| - \frac{1}{4x^2} - \frac{1}{4x^3} + c$

B) $\ln|x^2-2x| - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + c$

C) $\frac{3}{8}\ln|x^2-2x| - \frac{1}{4x} - \frac{1}{4x^2} + c$

D) $\ln\left|\frac{x-2}{x}\right| - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + c$

E) $\frac{3}{8}\ln\left|\frac{x-2}{x}\right| - \frac{1}{4x} - \frac{1}{4x^2} + c$

10. $\int \frac{x^5-x^4}{x^3+2x^2+x}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x+3x^2-5x+7\ln|x+1| + \frac{2}{x+1} + c$

B) $\frac{x}{3} + \frac{3x^2}{2} - 5x + 7\ln|x+1| + \frac{2}{x+1} + c$

C) $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 5x - 7\ln|x+1| - \frac{2}{x+1} + c$

D) $\frac{3x^2}{2} - 5x + 7\ln|x+1| + c$

E) $\frac{x}{3} - \frac{3x^2}{2} + 5x + \ln|x+1| + c$

11. $\int \frac{x^2+2x+3}{x+1}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x^2 - x - 2\ln|x+1| + c$

B) $\frac{x^2}{2} - x - 2\ln|x+1| + c$

C) $x - \frac{x^2}{2} + \ln|x+1| + c$

D) $\frac{x^2}{2} + x + 2\ln|x+1| + c$

E) $x^2 + x + 2\ln|x+1| + c$

12. $\int \frac{x^2-3x^2+3x-1}{x-1}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $3x^2 - x + c$

B) $x^3 - x^2 + x + c$

C) $\frac{x^2}{3} - x^2 + x + c$

D) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + c$

E) $x^3 - x^2 - x + c$

13. $\int \frac{3x^3-2x^2+x}{x}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x^3 + x^2 + x + c$

B) $\frac{3x^2}{2} - 2x + \ln|x| + c$

C) $\frac{x^2}{2} + 2x + \ln|x| + c$

D) $x^3 - 2x^2 - x + c$

E) $x^3 - x^2 + x + c$

14. $\int \frac{3x^2-4x+1}{x^2-2x+1}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $3x + \ln|x-1| + c$ B) $3x + 2\ln|x-1| + c$

C) $x + \ln|x-1| + c$ D) $x^2 + \ln|x-1| + c$

E) $\ln|x^2-x| + c$

15. $\int \frac{2x-1}{x^2-3x-4}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{7}{5}\ln|x-4| + \frac{3}{5}\ln|x+1| + c$

B) $\frac{7}{5}\ln|x-4| - \frac{3}{5}\ln|x+1| + c$

C) $\ln|x-4| + \ln|x+1| + c$

D) $\ln|x+4| + \ln|x-1| + c$

E) $\frac{7}{5}\ln|x+4| - \frac{3}{5}\ln|x-1| + c$

TEST 6'NIN ÇÖZÜMLERİ

1. $\int \frac{dx}{x^2-9} = \int \frac{dx}{(x-3).(x+3)}$

$\frac{1}{(x-3).(x+3)} = \frac{A}{\underset{(x+3)}{x-3}} + \frac{B}{\underset{(x-3)}{x+3}}$

$\frac{1}{x^2-9} = \frac{Ax+3A+Bx-3B}{x^2-9}$

$1 = (A+B).x + 3A - 3B$

$\left.\begin{matrix} A+B=0 \\ 3A-3B=1 \end{matrix}\right\}$ $A = \frac{1}{6}$ ve $B = -\frac{1}{6}$

$\int \frac{dx}{x^2-9} = \frac{1}{6}\int \frac{dx}{x-3} - \frac{1}{6}\int \frac{dx}{x+3}$

$= \frac{1}{6}\ln|x-3| - \frac{1}{6}\ln|x+3| + c$

$= \frac{1}{6}\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right| + c$ olur.

Yanıt C

2. $\frac{1}{(x+1).(x+6)} = \frac{A}{\underset{(x+6)}{x+1}} + \frac{B}{\underset{(x+1)}{x+6}}$

$\frac{1}{(x+1).(x+6)} = \frac{Ax+6A+Bx+B}{(x+1).(x+6)}$

$1 = (A+B)x + 6A + B$

$\left.\begin{matrix} A+B=0 \\ 6A+B=1 \end{matrix}\right\}$ $A = \frac{1}{5}$ ve $B = -\frac{1}{5}$

$\frac{1}{(x+1).(x+6)} = \frac{\frac{1}{5}}{x+1} - \frac{\frac{1}{5}}{x+6}$

$\int \frac{dx}{(x+1).(x+6)} = \frac{1}{5}\int \frac{dx}{x+1} - \frac{1}{5}\int \frac{dx}{x+6}$

$= \frac{1}{5}\ln|x+1| - \frac{1}{5}\ln|x+6| + c$

$= \frac{1}{5}\ln\left|\frac{x+1}{x+6}\right| + c$ olur.

Yanıt E

3. $\frac{1}{(x+1).(x+2)^2} = \frac{A}{\underset{(x+2)^2}{x+1}} + \frac{Bx+C}{\underset{(x+1)}{(x+2)^2}}$

$\frac{1}{(x+1).(x+2)^2} = \frac{Ax^2+4Ax+4A+Bx^2+Cx+Bx+C}{(x+1).(x+2)^2}$

$1 = (A+B)x^2 + (4A+B+C)x + 4A + C$

$\left.\begin{matrix} A+B=0 \\ 4A+B+C=0 \\ 4A+C=1 \end{matrix}\right\}$ $A=1,\ B=-1,\ C=-3$

$\frac{1}{(x+1).(x+2)^2} = \frac{1}{x+1} - \frac{x+3}{(x+2)^2} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{(x+2)^2}$

$\int \frac{dx}{(x+1).(x+2)^2} = \int \frac{dx}{x+1} - \int \frac{dx}{x+2} - \int \frac{dx}{(x+2)^2}$

$= \ln|x+1| - \ln|x+2| + \frac{1}{x+2} + c$

$= \ln\left|\frac{x+1}{x+2}\right| + \frac{1}{x+2} + c$ olur.

Yanıt B

4. $\int \frac{2x+3}{x^2-3x+2}dx = \int \frac{2x+3}{(x-2).(x-1)}dx$

$\frac{2x+3}{(x-2).(x-1)} = \frac{A}{\underset{(x-1)}{x-2}} + \frac{B}{\underset{(x-2)}{x-1}}$

$\frac{2x+3}{(x-2).(x-1)} = \frac{Ax-A+Bx-2B}{(x-2).(x-1)}$

$2x+3 = (A+B)x - A - 2B$

$\left.\begin{matrix} A+B=2 \\ -A-2B=3 \end{matrix}\right\}$ $B=-5,\ A=7$

$\frac{2x+3}{x^2-3x+2} = \frac{7}{x-2} - \frac{5}{x-1}$

$\int \frac{2x+3}{x^2-3x+2}dx = 7\int \frac{dx}{x-2} - 5\int \frac{dx}{x-1}$

$= 7.\ln|x-2| - 5.\ln|x-1| + c$

$= \ln\left|\frac{(x-2)^7}{(x-1)^5}\right| + c$

Yanıt A

5. $\frac{4(x^2-1)}{x^2.(x+2)} = \underset{x.(x+2)}{\frac{A}{x}} + \underset{(x+2)}{\frac{B}{x^2}} + \underset{(x^2)}{\frac{C}{x+2}}$

$\frac{4(x^2-1)}{x^2.(x+2)} = \frac{Ax^2+2Ax+Bx+2B+Cx^2}{x^2.(x+2)}$

$4x^2-4 = (A+C)x^2+(2A+B).x+2B$

$\left.\begin{matrix} A+C=4 \\ 2A+B=0 \\ 2B=-4 \end{matrix}\right\}$ $B=-2,\ A=1,\ C=3$

$\frac{4(x^2-1)}{x^2.(x+2)} = \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x+2}$ olur.

$\int \frac{4.(x^2-1)}{x^2.(x+2)}dx = \int \frac{dx}{x} - 2.\int \frac{dx}{x^2} + 3\int \frac{dx}{x+2}$

$= \ln|x| + \frac{2}{x} + 3.\ln|x+2| + c$

$= \ln\left|x.(x+2)^3\right| + \frac{2}{x} + c$ olur.

Yanıt E

6. $\int \frac{(x^2-x+4)}{x.(x^2-3x+2)}dx = \int \frac{x^2-x+4}{x.(x-2).(x-1)}dx$

$\frac{x^2-x+4}{x.(x-2).(x-1)} = \underset{(x^2-3x+2)}{\frac{A}{x}} + \underset{(x^2-x)}{\frac{B}{x-2}} + \underset{(x^2-2x)}{\frac{C}{x-1}}$

$\frac{x^2-x+4}{x.(x-2).(x-1)} = \frac{Ax^2-3Ax+2A+Bx^2-Bx+Cx^2-2Cx}{x.(x-2).(x-1)}$

$x^2-x+4 = (A+B+C)x^2+(-3A-B-2C)x+2A$

$\left.\begin{matrix} A+B+C=1 \\ -3A-B-2C=-1 \\ 2A=4 \end{matrix}\right\}$ $A=2,\ B=3,\ C=-4$

$\frac{x^2-x+4}{x.(x-2).(x-1)} = \frac{2}{x} + \frac{3}{x-2} - \frac{4}{x-1}$

$\int \frac{x^2-x+4}{x.(x-2).(x-1)}dx = 2\int \frac{dx}{x} + 3\int \frac{dx}{x-2} - 4\int \frac{dx}{x-1}$

$= 2\ln|x| + 3\ln|x-2| - 4.\ln|x-1| + c$

$= \ln\left|\frac{x^2.(x-2)^3}{(x-1)^4}\right| + c$

Yanıt C

7. $x^2 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$2xdx = du$

$\int \frac{2x}{1-x^4}dx = \int \frac{du}{1-u^2}$

$\int \frac{2x}{1-x^4}dx = \int \frac{du}{1-u^2}$

$\frac{1}{1-u^2} = \frac{1}{(1-u).(1+u)} = \underset{(1+u)}{\frac{A}{1-u}} + \underset{(1-u)}{\frac{B}{1+u}}$

$\frac{1}{1-u^2} = \frac{A+Au+B-Bu}{1-u^2}$

$1 = (A-B).u+A+B$

$\left.\begin{matrix} A-B=0 \\ A+B=1 \end{matrix}\right\}$ $A=\frac{1}{2}$ ve $B=\frac{1}{2}$

$\frac{1}{1-u^2} = \frac{\frac{1}{2}}{1-u} + \frac{\frac{1}{2}}{1+u}$ olur.

$\int \frac{du}{1-u^2} = \frac{1}{2}\int \frac{du}{1-u} + \frac{1}{2}\int \frac{du}{1+u}$

$= -\frac{1}{2}\ln|1-u| + \frac{1}{2}\ln|1+u| + c$

$= \frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+u}{1-u}\right| + c$

$= \frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+x^2}{1-x^2}\right| + c$

Yanıt D

8. $\frac{1}{(x-1).(x+1)^2} = \underset{(x^2+2x+1)}{\frac{A}{x-1}} + \underset{(x^2-1)}{\frac{B}{x+1}} + \underset{(x-1)}{\frac{C}{(x+1)^2}}$

$\frac{1}{(x-1).(x+1)^2} = \frac{Ax^2+2Ax+A+Bx^2-B+Cx-C}{(x-1).(x+1)^2}$

$1 = (A+B)x^2+(2A+C)x+A-B-C$

$\left.\begin{matrix} A+B=0 \\ 2A+C=0 \\ A-B-C=1 \end{matrix}\right\}$ $A=\frac{1}{4},\ B=-\frac{1}{4},\ C=-\frac{1}{2}$

$\frac{1}{(x-1).(x+1)^2} = \frac{\frac{1}{4}}{x-1} - \frac{\frac{1}{4}}{x+1} - \frac{\frac{1}{2}}{(x+1)^2}$

$\int \frac{dx}{(x-1).(x+1)^2} = \frac{1}{4}\int \frac{dx}{x-1} - \frac{1}{4}\int \frac{dx}{x+1} - \frac{1}{2}\int \frac{dx}{(x+1)^2}$

$= \frac{1}{4}\ln|x-1| - \frac{1}{4}\ln|x+1| + \frac{1}{2(x+1)} + c$

$= \frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + \frac{1}{2x+2} + c$

Yanıt A

9. $\int \frac{x^2-1}{x^4-2x^3}dx = \int \frac{x^2-1}{x^3.(x-2)}dx$

$$\frac{x^2-1}{x^3.(x-2)} = \frac{A}{\underset{(x^3-2x^2)}{x}} + \frac{B}{\underset{(x^2-2x)}{x^2}} + \frac{C}{\underset{(x-2)}{x^3}} + \frac{D}{\underset{(x^3)}{x-2}}$$

$$\frac{x^2-1}{x^3.(x-2)} = \frac{Ax^3-2Ax^2+Bx^2-2Bx+Cx-2C+Dx^3}{x^3.(x-2)}$$

$$x^2-1 = (A+D)x^3+(B-2A)x^2+(C-2B)x-2C$$

$$\left.\begin{array}{l} A+D=0 \\ B-2A=1 \\ C-2B=0 \\ -2C=-1 \end{array}\right\} C=\frac{1}{2},\ B=\frac{1}{4},\ A=-\frac{3}{8},\ D=\frac{3}{8}$$

$$\frac{x^2-1}{x^3.(x-2)} = \frac{-\frac{3}{8}}{x} + \frac{\frac{1}{4}}{x^2} + \frac{\frac{1}{2}}{x^3} + \frac{\frac{3}{8}}{x-2}$$

$$\int \frac{x^2-1}{x^3.(x-2)}\cdot dx = -\frac{3}{8}\int\frac{dx}{x} + \frac{1}{4}\int\frac{dx}{x^2} + \frac{1}{2}\int\frac{dx}{x^3} + \frac{3}{8}\int\frac{dx}{x-2}$$

$$= -\frac{3}{8}\ln|x| - \frac{1}{4x} - \frac{1}{4x^2} + \frac{3}{8}\cdot\ln|x-2| + c$$

$$= \frac{3}{8}\ln\left|\frac{x-2}{x}\right| - \frac{1}{4x} - \frac{1}{4x^2} + c \text{ olur.}$$

Yanıt E

10. $\int \frac{x^5-x^4}{x^3+2x^2+x}dx = \int \frac{x(x^4-x^3)}{x(x+1)^2}dx = \int \frac{x^4-x^3}{x^2+2x+1}dx$

$$\begin{array}{r|l} x^4-x^3 & x^2+2x+1 \\ \hline \mp x^4 \mp 2x^3 \mp x^2 & x^2-3x+5 \\ \hline -3.x^3-x^2 & \\ \pm 3x^3 \pm 6x^2 \pm 3x & \\ \hline 5x^2+3x & \\ \mp 5x^2 \mp 10x \mp 5 & \\ \hline -7x-5 & \end{array}$$ olduğundan;

$$\frac{x^4-x^3}{x^2+2x+1} = x^2-3x+5-\frac{7x+5}{x^2+2x+1} \text{ olur.}$$

$$\int \frac{x^4-x^3}{x^2+2x+1}dx = \int[x^2-3x+5-\frac{7x+5}{(x+1)^2}]dx$$

$$= \int x^2dx - 3\int xdx + 5\int dx - \int\frac{7x+5}{(x+1)^2}dx$$

$$\frac{7x+5}{(x+1)^2} = \frac{A}{\underset{(x+1)}{x+1}} + \frac{B}{(x+1)^2}$$

$$\frac{7x+5}{(x+1)^2} = \frac{Ax+A+B}{(x+1)^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} 7=A \\ 5=A+B \end{array}\right\} B=-2 \text{ ve } A=7 \text{ olur.}$$

$$\frac{7x+5}{(x+1)^2} = \frac{7}{x+1} - \frac{2}{(x+1)^2} \text{ olur.}$$

$$\int \frac{x^5-x^4}{x^3+2x^2+x}dx = \int x^2dx - 3\int xdx + 5\int dx - 7\int\frac{dx}{x+1} + 2\int\frac{dx}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 5x - 7.\ln|x+1| - \frac{2}{x+1} + c$$

Yanıt C

11. $\int \frac{x^2+2x+3}{x+1}dx = \int \frac{x^2+2x+1+2}{x+1}dx$

$$= \int \frac{(x+1)^2+2}{x+1}dx$$

$$= \int (\frac{(x+1)^2}{x+1} + \frac{2}{x+1})dx$$

$$= \int (x+1+\frac{2}{x+1})dx$$

$$= \int xdx + \int dx + 2\int\frac{dx}{x+1}$$

$$= \frac{x^2}{2} + x + 2.\ln|x+1| + c$$

Yanıt D

12. $\int \frac{x^3-3x^2+3x-1}{x-1}dx = \int \frac{(x-1)^3}{(x-1)}dx$

$$= \int (x-1)^2dx$$

$$= \int (x^2-2x+1)dx$$

$$= \int x^2dx - 2\int xdx + \int dx$$

$$= \frac{x^3}{3} - 2\cdot\frac{x^2}{2} + x + c$$

$$= \frac{x^3}{3} - x^2 + x + c$$

Yanıt C

13. $\int \frac{3x^3-2x^2+x}{x}dx = \int (\frac{3x^3}{x} - \frac{2x^2}{x} + \frac{x}{x})dx$

$$= \int (3x^2-2x+1)dx$$

$$= 3\int x^2dx - 2\int xdx + \int dx$$

$$= 3\cdot\frac{x^3}{3} - 2\cdot\frac{x^2}{2} + x + c$$

$$= x^3 - x^2 + x + c$$

Yanıt E

14. $\int \frac{3x^2-4x+1}{x^2-2x+1}dx = \int \frac{(3x-1).(x-1)}{(x-1)^2}dx$

$= \int \frac{3x-1}{x-1}dx$

$= \int \frac{3x-3+2}{x-1}dx$

$= \int [\frac{3.(x-1)}{x-1} + \frac{2}{x-1}]dx$

$= \int (3 + \frac{2}{x-1})dx$

$= 3\int dx + 2\int \frac{dx}{x-1}$

$= 3x + 2.\ln|x-1| + c$

Yanıt B

15. $\int \frac{2x-1}{x^2-3x-4}dx = \int \frac{2x-1}{(x-4).(x+1)}dx$

$\frac{2x-1}{(x-4).(x+1)} = \frac{A}{\underset{(x+1)}{x-4}} + \frac{B}{\underset{(x-4)}{x+1}}$

$2x-1 = (A+B)x + A - 4B$

$\left.\begin{array}{l} A+B=2 \\ A-4B=-1 \end{array}\right\}$ $A = \frac{7}{5}$ ve $B = \frac{3}{5}$ olur.

$\frac{2x-1}{(x-4).(x+1)} = \frac{\frac{7}{5}}{x-4} + \frac{\frac{3}{5}}{x+1}$ olur.

$\int \frac{2x-1}{x^2-3x-4}dx = \frac{7}{5}\int \frac{dx}{x-4} + \frac{3}{5}\int \frac{dx}{x+1}$

$= \frac{7}{5}\cdot\ln|x-4| + \frac{3}{5}\cdot\ln|x+1| + c$

Yanıt A

TEST 7 TRİGONOMETRİK İFADELERİN İNTEGRALİ

1. $\int \frac{\cos x}{\sin^5 x} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{1}{4\sin^5 x}+c$ B) $\frac{1}{4\sin^4 x}+c$

C) $-\frac{1}{4\sin^4 x}+c$ D) $\frac{1}{4\cos^4 x}+c$

E) $-4\sin^4 x + c$

2. $\int \frac{\sin^5 x}{\cos^7 x} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\cos^6 x}{6}+c$ B) $\frac{\tan^6 x}{6}+c$

C) $\tan^6 x + c$ D) $\frac{\cot^6 x}{6}+c$

E) $\cot^6 x + c$

3. $\int \frac{dx}{3\sec x}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{3}\sin x+c$ B) $\frac{1}{3}\cos x+c$

C) $-\frac{1}{3}\sin x+c$ D) $-\frac{1}{3}\cos x+c$

E) $\sin x + c$

4. $\int \frac{4\cos 2x}{(\sin 2x)^2} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{2}{\sin 2x}+c$ B) $\frac{2}{\sin 2x}+c$

C) $-\frac{2}{\cos 2x}+c$ D) $\frac{2}{\cos 2x}+c$

E) $-\frac{1}{\sin 2x}+c$

5. $\int \frac{\sin x}{\sin^2(\cos x)} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\tan(\cos x)+c$ B) $\cot(\cos x)+c$

C) $\cot(\sin x)+c$ D) $\tan(\sin x)+c$

E) $\tan(\cot x)+c$

6. $\int \frac{5x-6\sin 4x}{5x^2+3\cos 4x} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}\ln\left|x^2+2\sin 2x\right|+c$

B) $\frac{3}{2}\ln\left|x^2+2\cos 4x\right|+c$

C) $\frac{1}{2}\ln\left|5x^2+3\cos 4x\right|+c$

D) $\frac{3}{2}\ln\left|3x^2+3\cos^2 x\right|+c$

E) $\frac{1}{2}\ln\left|5x^2-5\cos 4x\right|+c$

7. $\int$ 6.sin2x.cosx dx integralinin eşiti nedir?

A) $\cos^3 x + c$ B) $-4\cos^3 x + c$

C) $2\cos^3 x + c$ D) $2\sin^3 x + c$

E) $-2\sin^3 x + c$

8. $\int \frac{\cot x}{\sin^5 x} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{5}.\operatorname{cosec}^5 x+c$ B) $\frac{1}{5}.\operatorname{cosec} x^5+c$

C) $-\frac{1}{5}.\operatorname{cosec}^5 x+c$ D) $\frac{1}{5}\sec^5 x+c$

E) $-\frac{1}{5}.\sec^5 x+c$

9. $\int \frac{\left(\sqrt{\sin x}+1\right)^3}{\sqrt{\sin x}} \cos x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}\left(\sqrt{\sin x}+1\right)^4+c$ B) $\frac{1}{2}\sqrt[4]{\sin x}+c$

C) $-\frac{1}{2}\left(\sqrt{\sin x}+1\right)^4+c$ D) $\left(\sqrt{\sin x}+1\right)^4+c$

E) $\left(\sqrt{\sin x}-1\right)^4+c$

10. $\int \frac{\cos x+\sin x}{(\sin x-\cos x)^2} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{\sin x-\cos x}+c$ B) $\frac{1}{\cos x-\sin x}+c$

C) $\frac{1}{\sin x+\cos x}+c$ D) $\frac{1}{\operatorname{cosec} x-\sec x}+c$

E) $\frac{1}{\sin^2 x-\cos^2 x}+c$

11. $\int \sin^2 x \cos^2 x d(\sin 2x)$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{12}\sin 2x+c$ B) $\frac{1}{12}\sin^2 2x+c$

C) $\frac{1}{12}\sin^3 2x+c$ D) $\frac{1}{12}\sin 2x+c$

E) $\frac{1}{12}\sin^4 2x+c$

12. $\int (\sin x+\sin^2 x \cdot \cos^3 x) dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\sin x+\frac{1}{3}\sin^3 x+\frac{1}{5}\sin^5 x+c$

B) $\cos x+\frac{1}{3}\sin^3 x+\frac{1}{5}\cos^5 x+c$

C) $\sin x-\frac{1}{3}\cos^3 x+\frac{1}{5}\sin^5 x+c$

D) $\cos x-\frac{1}{3}\cos^3 x+\frac{1}{5}\sin^5 x+c$

E) $-\cos x+\frac{1}{3}\sin^3 x-\frac{1}{5}\sin^5 x+c$

13. $\int \cos^3 x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\sin x+\frac{\sin^3 x}{3}+c$ B) $\sin x-\frac{\sin^3 x}{3}+c$

C) $\sin x-\sin^3 x+c$ D) $\sin x+\sin^3 x+c$

E) $\sin x+\sin 3x+c$

14. $\int \sin^2 x.\cos^2 x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x}{8}-\frac{1}{32}\sin 4x+c$ B) $\frac{x}{8}+\frac{1}{32}\sin 4x+c$

C) $8x+\frac{1}{32}\sin 4x+c$ D) $8x+\sin 4x+c$

E) $\frac{8}{x}-\frac{1}{32}\sin\frac{x}{4}+c$

15. $\int \cos^3 x.\sin^3 x\ dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\cos^4 x+\cos^6 x+c$

B) $\frac{\cos^4 x}{4}-\frac{\cos^6 x}{6}+c$

C) $\frac{\cos^4 x}{4}+\frac{\cos^6 x}{6}+c$

D) $-\frac{\cos^4 x}{4}+\frac{\cos^6 x}{6}+c$

E) $\cos^4 x-\cos^6 x+c$

16. $\int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) arcsinx+c B) arccosx+c C) arccot(cosx)+c

D) arctan(sinx)+c E) sinx+cosx+c

TEST 7'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $\int \frac{\cos x}{\sin^5 x} dx$ integralinde $u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx$

dönüşümü yapılırsa,

$$\int \frac{du}{u^5} = \int u^{-5} du = \frac{u^{-5+1}}{-5+1} + c$$

$$= \frac{u^{-4}}{-4} + c$$

$$= \frac{\sin^{-4} x}{-4} + c = -\frac{1}{4\sin^4 x} + c \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt C

2. $$\int \frac{\sin^5 x}{\cos^7 x} dx = \int \frac{\sin^5 x}{\cos^5 x . \cos^2 x} dx$$

$$= \int \tan^5 x . \frac{1}{\cos^2 x} dx$$

$\tan x = u \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} dx = du$ dönüşümü yapılırsa

$$= \int u^5 du = \frac{1}{6} u^6 + c = \frac{1}{6} \tan^6 x + c \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt B

3. $$\int \frac{dx}{3\sec x} = \int \frac{dx}{3 \frac{1}{\cos x}} = \int \frac{\cos x\, dx}{3}$$

$$= \frac{1}{3} \int \cos x\, dx$$

$$= \frac{1}{3} \sin x + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

4. $$\int \frac{4\cos 2x}{(\sin 2x)^2} dx$$

$\sin 2x = u$

$2\cos 2x\, dx = du$ dönüşümü yapılırsa

$$= \int \frac{2 . 2\cos 2x}{(\sin 2x)^2} dx = \int \frac{2\, du}{u^2}$$

$$= 2 \int \frac{du}{u^2} = 2 . \frac{u^{-1}}{-1} + c$$

$$= -\frac{2}{u} + c = -\frac{2}{\sin 2x} + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

5. $$\int \frac{\sin x}{\sin^2(\cos x)} dx$$

$\cos x = u$

$-\sin x dx = du$

$\sin x dx = -du$ dönüşümü yapılırsa,

$$= \int \frac{-du}{\sin^2 u} = -\int \frac{1}{\sin^2 u} du$$

$$= -[-\cot u] + c = \cot u + c$$

$$= \cot(\cos x) + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

6. $$\int \frac{5x - 6\sin 4x}{5x^2 + 3\cos 4x} dx$$

$5x^2 + 3\cos 4x = u$

$(10x - 12\sin 4x)\, dx = du$

$2(5x - 6\sin 4x)\, dx = du$

$(5x - 6\sin 4x) dx = \frac{du}{2}$ dönüşümü yapılırsa,

$$\int \frac{\frac{1}{2} du}{u} = \frac{1}{2} \int \frac{du}{u} = \frac{1}{2} \ln |u| + c$$

$$= \frac{1}{2} \ln |5x^2 + 3\cos 4x| + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

7. $\int 6.\sin 2x \,.\, \cos x\, dx$

$= 6\int (2\sin x \cos x)\cos x\, dx$

$= 12\int \sin x \cos^2 x\, dx$

$= 12\int \cos^2 x \sin x\, dx$

$\cos x = u \Rightarrow du = -\sin x dx \Rightarrow \sin x dx = -du$

dönüşümü yapılırsa

$= 12\int u^2 (-du)$

$= -12\int u^2\, du = -12\,\frac{u^3}{3} + c$

$= -4\cos^3 x + c$ bulunur.

Yanıt B

8. $\int \frac{\cot x}{\sin^5 x} dx = \int \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\sin^5 x} dx = \int \frac{\cos x}{\sin^6 x} dx$

$\sin x = u \Rightarrow du = \cos x\, dx$ dönüşümü yapılırsa,

$\int \frac{\cos x}{\sin^6 x} dx = \int \frac{du}{u^6} = \int u^{-6} du$

$= \frac{u^{-5}}{-5} + c = -\frac{1}{5.u^5} + c$

$= -\frac{1}{5.\sin^5 x} + c = -\frac{1}{5}\operatorname{cosec}^5 x + c$ bulunur.

Yanıt C

9. $\int \frac{(\sqrt{\sin x}+1)^3}{\sqrt{\sin x}} \cos x dx$

$\sqrt{\sin x} + 1 = u$ ise $\frac{1}{2\sqrt{\sin x}} \cdot \cos x dx = du$

$\frac{1}{\sqrt{\sin x}} \cdot \cos x dx = 2du$ dönüşümü yapılırsa,

$\Rightarrow \int (\sqrt{\sin x} + 1)^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{\sin x}} \cdot \cos x dx$

$= \int u^3 \cdot 2du = 2\int u^3 du = 2.\frac{u^4}{4} + c$

$= \frac{1}{2}u^4 + c = \frac{1}{2}(\sqrt{\sin x} + 1)^4 + c$ bulunur.

Yanıt A

10. $\int \frac{\cos x + \sin x}{(\sin x - \cos x)^2} dx$

$\sin x - \cos x = u$

$\Rightarrow (\cos x + \sin x)\, dx = du$ dönüşümü yapılırsa,

$\int \frac{(\cos x + \sin x)dx}{(\sin x - \cos x)^2} = \int \frac{du}{u^2} = \int u^{-2} du = \frac{u^{-1}}{-1} + c$

$= -\frac{1}{u} + c$

$= -\frac{1}{\sin x - \cos x} + c$

$= \frac{1}{\cos x - \sin x} + c$ bulunur.

Yanıt B

11. $\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x\ d(\sin 2x)$

$= \frac{1}{4}\int 4\sin^2 x \cdot \cos^2 x\ d(\sin 2x)$

$= \frac{1}{4}\int (2\sin x \cos x)^2 d(\sin 2x)$

$= \frac{1}{4}\int \sin^2 2x\ d(\sin 2x)$

$\sin 2x = u$ dönüşümü yapılırsa,

$= \frac{1}{4}\int u^2 du = \frac{1}{4}\cdot\frac{u^3}{3} + c = \frac{1}{12}u^3 + c = \frac{\sin^3 2x}{12} + c$ bulunur.

Yanıt C

12. $\int (\sin x + \sin^2 x \cdot \cos^3 x)dx$

$= \int \sin x dx + \int \sin^2 x.\cos^3 x dx$

$= -\cos x + \int \sin^2 x \cdot \cos^2 x \cdot \cos x dx$

$= -\cos x + \int \sin^2 x(1 - \sin^2 x) \cdot \cos x dx$

$= -\cos x + \int (\sin^2 x.\cos x - \sin^4 x.\cos x)dx$

$= -\cos x + \int \sin^2 x.\cos x dx - \int \sin^4 x.\cos x dx$

$\sin x = u$

$\Rightarrow \cos x dx = du$ dönüşümü uygulanırsa,

$= -\cos x + \int u^2 du - \int u^4 du$

$= -\cos x + \frac{u^3}{3} - \frac{u^5}{5} + c$

$= -\cos x + \frac{1}{3}\sin^3 x - \frac{1}{5}\sin^5 x + c$ bulunur.

Yanıt E

13. $\int \cos^3x\,dx$

$= \int \cos^2x \cdot \cos x\,dx$

$= \int (1-\sin^2x)\cos x\,dx$

$= \int \cos x\,dx - \int \sin^2x \cos x\,dx$

$\sin x = u \Rightarrow du = \cos x dx$ dönüşümü yapılırsa,

$= \sin x - \int u^2\,du$

$= \sin x - \frac{u^3}{3} + c$

$= \sin x - \frac{1}{3}\sin^3x + c$ bulunur.

Yanıt B

14. $\int \sin^2x \cdot \cos^2x\,dx$ ifadesi 4 ile çarpılıp 4 e bölünürse,

$= \frac{1}{4}\int 4\sin^2x \cdot \cos^2x\,dx$

$= \frac{1}{4}\int \sin^2 2x\,dx$ elde edilir.

$\cos 4x = 1 - 2\sin^2 2x$ (yarım açı formülü)

$\sin^2 2x = \frac{1-\cos 4x}{2}$

$= \frac{1}{4}\int \left(\frac{1-\cos 4x}{2}\right) dx$

$= \frac{1}{8}\int (1-\cos 4x)\,dx = \frac{1}{8}x - \frac{1}{8}\left(\frac{1}{4}\sin 4x\right) + c$

$= \frac{1}{8}x - \frac{1}{32}\sin 4x + c$ bulunur.

Yanıt A

15. $\int \cos^3x \cdot \sin^3x\,dx$

$= \int \cos^3x \cdot \sin^2x \cdot \sin x\,dx$

$= \int \cos^3x\,(1-\cos^2x) \cdot \sin x\,dx$

$= \int \cos^3x \cdot \sin x\,dx - \int \cos^5x \cdot \sin x\,dx$

$\cos x = u \Rightarrow du = -\sin x dx \Rightarrow \sin x.dx = -du$

dönüşümü uygulanırsa,

$= -\int u^3\,du + \int u^5\,du$

$= -\frac{1}{4}u^4 + \frac{1}{6}u^6 + c$

$= -\frac{1}{4}\cos^4x + \frac{1}{6}\cos^6x + c$ bulunur.

Yanıt D

16. $\int \frac{\sin x}{1+\cos^2x}dx$ integralinde, $\cos x = u \Rightarrow -\sin x dx = du$

dönüşümü uygulanırsa,

$\int \frac{\sin x}{1+\cos^2x}dx = \int \frac{-du}{1+u^2} = \arccot u + c$

$= \arccot(\cos x) + c$ bulunur.

Yanıt C

TEST 8 TRİGONOMETRİK İFADELERİN İNTEGRALİ

1. $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{\cos^4 x} + c$ B) $\frac{1}{2\cos^4 x} + c$

C) $\frac{1}{4\cos^4 x} + c$ D) $\frac{1}{2\cos^2 x} + c$

E) $\frac{1}{4\cos^2 x} + c$

2. $\int \frac{\cos^2 x}{1-\sin x} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) x– cosx+c B) x+cosx + c

C) x – sinx + c D) x + sinx + c

E) x + tanx + c

3. $\int \cos^3 x \cdot \tan x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{3}\sin^3 x + c$ B) $-\frac{1}{3}\sin^3 x + c$

C) $-\frac{1}{3}\cos^3 x + c$ D) $\frac{1}{3}\cos^3 x + c$

E) $-\frac{1}{3}\tan^3 x + c$

4. $\int \cos^2 x \cdot \tan^2 x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\sin 2x\right) + c$ B) $\frac{1}{2}(x + \sin 2x) + c$

C) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + c$ D) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\sin 2x + c$

E) $\frac{1}{4}(x - \sin 2x) + c$

5. $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$ B) $\frac{\cos^3 x}{3} + c$ C) sinx + c

D) cosx + c E) –sinx + c

6. $\int \sin^4 x \cdot \cos^3 x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sin^5 x}{7} - \frac{\sin^7 x}{7} + c$ B) $\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + c$

C) $\frac{\sin^7 x}{5} - \frac{\sin^5 x}{5} + c$ D) $\frac{\cos^7 x}{7} - \frac{\cos^5 x}{5} + c$

E) $\frac{\cos^7 x}{7} - \frac{\cos^5 x}{7} + c$

7. $\int \frac{\sin 3x + \sin x}{\cos 3x + \cos x} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|\cos 2x| + c$ B) $-\frac{1}{2}\ln|\cos 2x| + c$

C) $\frac{1}{2}\ln|\cos 2x| + c$ D) $-\frac{1}{2}\ln|\sin 2x| + c$

E) $\frac{1}{2}\ln|\sin 2x| + c$

8. $\int \frac{dx}{\cos 2x + 1}$ integralinin eşiti nedir?

A) tanx + c B) cotx + c

C) $\frac{1}{2}\tan x + c$ D) $\frac{2}{\cos 2x} + c$

E) $-\frac{1}{\sin 2x} + c$

9. $\int e^{\sin(x^2+1)}.\cos(x^2+1).xdx$ integralinin eşiti nedir?

A) $e^{\cos(x^2+1)}+c$ B) $e^{\sin(x^2+1)}+c$

C) $\frac{1}{2}e^{\cos(x^2+1)}+c$ D) $\frac{1}{2}e^{\sin(x^2+1)}+c$

E) $\frac{1}{4}e^{\sin(x^2+1)}+c$

10. $\int \sin^2(\tan x).\cos(\tan x).\sec^2 x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\tan(\tan x)+c$

B) $\frac{1}{3}\cos^3(\tan x)+c$

C) $-\frac{1}{3}\cos^3(\tan x)+c$

D) $\frac{1}{3}\sin^3(\tan x)+c$

E) $\frac{1}{3}\sin^2(\tan x)+c$

11. $\int \cos 6x.\sqrt{8-\sin 6x}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\sqrt{8-\sin 6x}+c$ B) $\sqrt[3]{(8-\sin 6x)^2}+c$

C) $\frac{1}{9}\sqrt{\sin 6x}+c$ D) $-\frac{1}{9}\sqrt{(8-\sin 6x)^3}+c$

E) $-\frac{1}{2}\sqrt[3]{8-\sin 6x}+c$

12. $\int \cot x\,.\,\tan(\ln(\sin x))dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|\sin(\ln(\cos x))|+c$

B) $-\ln|\sin(\ln(\cos x))|+c$

C) $\ln|\cos(\ln(\sin x))|+c$

D) $\ln|\cos(\ln(\cos x))|+c$

E) $-\ln|\cos(\ln(\sin x))|+c$

13. $\int \frac{2x^4dx}{\sin^2(x^5-1)}$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{2}{5}\cot(x^5-1)+c$ B) $-\frac{2}{5}\cot(1-x^5)+c$

C) $\frac{2}{5}\tan(1-x^5)+c$ D) $\frac{2}{5}\tan(x^5-1)+c$

E) $\frac{2}{5}\frac{1}{\cos(x^5-1)}+c$

14. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}e^{\arcsin x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $e^{\sin x}+c$ B) $e^{\cos x}+c$

C) $e^{\arcsin x}+c$ D) $-e^{\arcsin x}+c$

E) $e^{\arccos x}+c$

15. $\int \sin^2 x\,.\,\cos^3 x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\cos^5 x}{5}-\frac{\cos^7 x}{7}+c$

B) $\frac{\cos^5 x}{5}-\frac{\cos^3 x}{3}+c$

C) $\frac{\cos^5 x}{5}-\frac{\sin^3 x}{3}+c$

D) $\frac{\sin^5 x}{5}-\frac{\sin^3 x}{3}+c$

E) $\frac{\sin^3 x}{3}-\frac{\sin^5 x}{5}+c$

16. $\int \frac{\cos^7(\sin x)\,.\,\sin(\sin x)}{\sec x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{8}\cos^8 x+c$

B) $-\frac{1}{8}\cos^8 x+c$

C) $-\frac{1}{8}\cos^8(\cos x^8)+c$

D) $-\frac{1}{8}\cos^8(\sin x)+c$

E) $\frac{1}{8}\cos(\sin^8 x)+c$

TEST 8'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x}dx$

$\cos x = u \Rightarrow \sin x dx = -du$ dönüşümü yapılırsa,

$= \int -\frac{du}{u^5} = -\int u^{-5}du = -\frac{u^{-4}}{-4} + c$

$= \frac{1}{4\cos^4 x} + c$ bulunur.

Yanıt C

2. $\int \frac{\cos^2 x}{1-\sin x}dx = \int \frac{1-\sin^2 x}{1-\sin x}dx$

$= \int \frac{(1-\sin x)(1+\sin x)}{(1-\sin x)}dx$

$= \int (1+\sin x)dx = \int dx + \int \sin x dx$

$= x - \cos x + c$

Yanıt A

3. $\int \cos^3 x \cdot \tan x dx = \int \cos^3 x \cdot \frac{\sin x}{\cos x}\ dx$

$= \int \cos^2 x \cdot \sin x dx$

$\cos x = u$

$-\sin x dx = du$

$\sin x dx = -du$ dönüşümü yapılırsa,

$= \int -u^2 du = -\int u^2 du = -\frac{1}{3}u^3 + c$

$= -\frac{1}{3}\cos^3 x + c$ bulunur.

Yanıt C

4. $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ (yarım açı)

$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$ olur.

$\int \cos^2 x \cdot \tan^2 x dx = \int \cos^2 x \cdot \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}dx$

$= \int \sin^2 x dx = \int\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)dx$

$= \frac{1}{2}\left(\int dx - \int \cos 2x dx\right)$

$= \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\sin 2x\right) + c$

Yanıt A

5. $\sin x = u$

$\cos x\, dx = du$ dönüşümü yapılırsa,

$\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$

$= \int u^2 du = \frac{u^3}{3} + c$

$= \frac{1}{3}\sin^3 x + c$ bulunur.

Yanıt A

6. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$\int \sin^4 x \cdot \cos^3 x dx$

$= \int \sin^4 x \cdot \cos^2 x \cdot \cos x dx$

$= \int \sin^4 x(1-\sin^2 x) \cdot \cos x dx$

$= \int \sin^4 x.\cos x dx - \int \sin^6 x.\cos x dx$

$\sin x = u$

$\cos x\, dx = du$ dönüşümü yapılırsa,

$= \int u^4 du - \int u^6 du = \frac{u^5}{5} - \frac{u^7}{7} + c$

$= \frac{1}{5}\sin^5 x - \frac{1}{7}\sin^7 x + c$ bulunur.

Yanıt B

7. $\int \frac{\sin 3x + \sin x}{\cos 3x + \cos x}dx$ dönüşüm uygulanırsa,

$\int \frac{2\sin\left(\frac{3x+x}{2}\right).\cos\left(\frac{3x-x}{2}\right)}{2\cos\left(\frac{3x+x}{2}\right).\cos\left(\frac{3x-x}{2}\right)}dx$

$= \int \frac{2\sin 2x.\cos x}{2\cos 2x.\cos x}dx$

$= \int \frac{\sin 2x}{\cos 2x}dx$ olur.

$\cos 2x = u$

$-2\sin 2x dx = du$

$\sin 2x dx = -\frac{1}{2}du$ dönüşümü yapılırsa,

$= \int \frac{-\frac{1}{2}du}{u} = -\frac{1}{2}\int \frac{du}{u}$

$= -\frac{1}{2}\ln|u| + c$

$= -\frac{1}{2}\ln|\cos 2x| + c$ bulunur.

Yanıt B

8. $\int \frac{dx}{\cos 2x + 1} = \int \frac{dx}{(2\cos^2 x - 1) + 1} = \int \frac{dx}{2\cos^2 x}$

$= \frac{1}{2}\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \frac{1}{2}\tan x + c$

Yanıt C

9. $\int e^{\sin(x^2+1)} \cdot \cos(x^2 + 1) \cdot x dx$

$\sin(x^2 + 1) = u$

$\cos(x^2 + 1) \cdot 2x\, dx = du$

$\cos(x^2 + 1) \cdot x dx = \frac{1}{2}$ du dönüşümü yapılırsa

$\int e^u \cdot \left(\frac{1}{2} du\right) = \frac{1}{2}\int e^u du = \frac{1}{2} e^u + c$

$= \frac{1}{2} e^{\sin(x^2+1)} + c$ bulunur.

Yanıt D

10. $\int \sin^2(\tan x) \cdot \cos(\tan x) \sec^2 x\, dx$

$\sin(\tan x) = u$

$\frac{1}{\cos^2 x} \cos(\tan x)\, dx = du$

$\sec^2 x \cos(\tan x)\, dx = du$ dönüşümü yapılırsa,

$= \int u^2 du = \frac{1}{3}u^3 + c = \frac{1}{3}\sin^3(\tan x) + c$ bulunur.

Yanıt D

11. $\int \cos 6x \cdot \sqrt{8 - \sin 6x}\, dx$

$8 - \sin 6x = u$

$-6\cos 6x dx = du$

$\cos 6x dx = -\frac{1}{6}$ du dönüşümü yapılırsa,

$\int \sqrt{8 - \sin 6x} \cdot \cos 6x dx$

$= \int \sqrt{u}\left(-\frac{1}{6} du\right) = -\frac{1}{6}\int u^{\frac{1}{2}} \cdot du = -\frac{1}{6}\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$

$= -\frac{1}{9}u^{\frac{3}{2}} + c$

$= -\frac{1}{9}\sqrt{(8 - \sin 6x)^3} + c$ bulunur.

Yanıt D

12. $\int \cot x \cdot \tan(\ln(\sin x)) dx$

$\ln(\sin x) = u$

$\frac{\cos x}{\sin x} dx = du$ dönüşümü yapılırsa,

$= \int \tan(\ln(\sin x)) \cdot \cot x\, dx$

$\int \tan u\, du = \int \frac{\sin u}{\cos u} du$

$\cos u = v$

$-\sin u\, du = dv$

$\sin u\, du = -dv$ dönüşümü yapılırsa,

$= \int \frac{-dv}{v} = -\int \frac{dv}{v} = -\ln|v| + c$

$= -\ln|\cos u| + c$

$= -\ln|\cos(\ln(\sin x))| + c$ bulunur.

Yanıt E

13. $\int \frac{2x^4 dx}{\sin^2(x^5 - 1)}$

$x^5 - 1 = u$

$5x^4\, dx = du$

$x^4 dx = \frac{1}{5}$ du dönüşümü yapılırsa,

$\int \frac{2 \cdot \frac{1}{5} \cdot du}{\sin^2 u} = \frac{2}{5}\int \frac{du}{\sin^2 u}$

$= -\frac{2}{5}\cot u + c$

$= -\frac{2}{5}\cot(x^5 - 1) + c$ bulunur.

Yanıt A

14. $\int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \cdot e^{\arcsin x} dx$

$\arcsin x = u \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} dx = du$ dönüşümü yapılırsa,

$\int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \cdot e^{\arcsin x} dx = \int e^u du = e^u + c$

$= e^{\arcsin x} + c$ bulunur.

Yanıt C

15. $\sin^2x + \cos^2x = 1$

$\Rightarrow \cos^2x = 1 - \sin^2x$

$\int \sin^2 x.\cos^3 x dx$

$= \int \sin^2 x \cdot \cos^2 x \cdot \cos x dx$

$= \int \sin^2 x(1 - \sin^2 x)\cos x dx$

$= \int \sin^2 x \cos x dx - \int \sin^4 x \cos x dx$

$\sin x = u$

$\cos x\, dx = du$ dönüşümü yapılırsa,

$= \int u^2 du - \int u^4 du = \frac{u^3}{3} - \frac{u^5}{5} + c$

$= \frac{1}{3} \sin^3 x - \frac{1}{5} \sin^5 x + c$ bulunur.

Yanıt E

16. $\int \cos^7(\sin x).\sin(\sin x).\cos x dx$

$\cos(\sin x) = u$

$\cos x.(-\sin(\sin x))dx = du$

$\cos x.\sin(\sin x)dx = -du$ dönüşümü yapılırsa,

$-\int u^7 du = -\frac{1}{8}u^8 + c$

$= -\frac{1}{8}\cos^8(\sin x) + c$ bulunur.

Yanıt D

TEST 9 TRİGONOMETRİK İFADELERİN İNTEGRALİ

1. $\int \cos(4x-3)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{4}\cos(4x-3)+c$ B) $\frac{1}{4}\cos(4x+3)+c$

C) $\frac{1}{4}\sin(4x+3)+c$ D) $\frac{1}{4}\sin(4x-3)+c$

E) $\sin(4x-3)+c$

2. $\int 2\cos^2 x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sin 2x}{2}+x+c$ B) $\cos 2x + x + c$

C) $\sin 2x + x + c$ D) $\cos 2x + c$

E) $\frac{\cos 2x}{2}+x+c$

3. $\int(\sin^4 x-\cos^4 x)\sin 2x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\cos^2 2x}{4}+c$ B) $\frac{\cos^2 x}{4}+c$

C) $\frac{\sin^2 2x}{4}+c$ D) $\frac{\sin^2 x}{4}+c$

E) $-\frac{\cos^2 x}{4}+c$

4. $\int \frac{4}{\cos^2(4x-4)}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\tan(4x-4)+c$ B) $\cot(4x-4)+c$

C) $\tan(4x+4)+c$ D) $\cot(4x+4)+c$

E) $\sec(4x-4)+c$

5. $\int\left(\frac{1}{\sin^2 x}+\frac{1}{\cos^2 x}+\frac{1}{x}\right)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\tan x + \cot x - x + c$ B) $\sin x + \cos x + \ln|x| + c$

C) $\tan x + \cot x + x + c$ D) $\sin x + \cos x + x + c$

E) $\tan x - \cot x + \ln|x| + c$

6. $\int \cos(x+1).\cos(x-1)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\sin x+\cos x\right)+c$

B) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\sin 2x+x\cos 2\right)+c$

C) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\sin 2x+\cos 2x\right)+c$

D) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\sin 2x+\cos 2\right)+c$

E) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\sin 2x+x\sin 2\right)+c$

7. $\int \cos x.\cos 2x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}\sin x-\frac{1}{4}\sin 2x+c$

B) $\frac{1}{2}\sin x+\frac{1}{4}\sin 2x+c$

C) $\frac{1}{2}\sin x-\frac{1}{6}\sin 3x+c$

D) $\frac{1}{2}\sin x+\frac{1}{6}\sin 3x+c$

E) $-\frac{1}{2}\sin x+\frac{1}{6}\sin 3x+c$

8. $\int \sin 4x.\sin 3x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\cos 7x-7\cos x}{14}+c$ B) $\frac{\sin 7x-7\sin x}{14}+c$

C) $\cos 4x . \cos 3x + c$ D) $\frac{\sin 7x+7\sin x}{14}+c$

E) $\frac{7\sin x-\sin 7x}{14}+c$

9. $\int \cos 2x.\sin 8x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sin 2x+\cos 8x}{16}+c$

B) $\frac{3\cos 10x+5\cos 6x}{60}+c$

C) $\frac{-3\cos 10x-5\cos 6x}{60}+c$

D) $\frac{\sin 10x+\sin 6x}{2}+c$

E) $\frac{3\sin 10x-5\cos 6x}{60}+c$

10. $\int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}\,dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) – arccot(cosx)+c

B) 2arctan(cosx)+c

C) – arctan(cosx)+c

D) – arctan(sinx)+c

E) – arccot(sinx)+c

11. $\int \sin^3 x\cos^6 x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{7\cos^9 x-9\cos^7 x}{63}+c$ B) $\frac{\cos^8 x}{8}+c$

C) $\frac{9\cos^7 x-7\cos^9 x}{63}+c$ D) $\frac{\sin^4 x}{8}+c$

E) $\frac{7\sin^9 x-9\sin^7 x}{63}+c$

12. $\int \cos^4 x.\sin^2 x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\left(\frac{1}{48}\cos^3 2x+\frac{1}{16}x-\frac{1}{64}\cos 4x\right)+c$

B) $\left(\frac{1}{48}\sin^3 2x-\frac{1}{16}x+\frac{1}{64}\sin 4x\right)+c$

C) $\left(\frac{1}{48}\sin^3 2x+\frac{1}{16}x-\frac{1}{64}\sin 4x\right)+c$

D) $\left(\frac{1}{64}\sin^3 2x+\frac{1}{48}x-\frac{1}{16}\sin 4x\right)+c$

E) $\left(\frac{1}{64}\cos^3 2x-\frac{1}{48}x-\frac{1}{16}\cos 4x\right)+c$

13. $\int \sin 5x.\cos^2 5x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{\sin^3 2x}{15}+c$ B) $\frac{\sin^3 2x}{15}+c$

C) $-\frac{\cos^3 5x}{15}+c$ D) $\frac{\cos^3 5x}{15}+c$

E) $-\cos^3 5x+c$

14. $\int \sin^5 x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sin^6 x}{6}+c$

B) $\frac{10\cos^3 x-15\cos x-3\cos^5 x}{15}+c$

C) $\frac{\sin^6 x}{6}+c$

D) $\frac{3\cos^5 x+15\cos x-10\cos^3 x}{15}+c$

E) $\tan^5 x+c$

15. $\int \frac{\sin 2x}{\cos^6 x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2.\cos^4 x}+c$ B) $\frac{1}{2.\sin^4 x}+c$

C) $\cos^4 x+c$ D) $\sin^4 x+c$

E) $\frac{\cos^4 x}{2}+c$

16. $\int \frac{\cos^5 x}{\sin x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|\sin x|+\frac{\sin^4 x}{4}+c$

B) $\ln|\cos x|+\frac{\sin 2x}{2}+\frac{\cos^4 x}{4}+c$

C) $\ln|\cos x|+\frac{\sin^4 x}{4}+c$

D) $\ln|\sin x|+\frac{\cos 2x}{2}+\frac{\sin^4 x}{4}+c$

E) $\ln|\sin x|-\frac{\cos 2x}{2}+\frac{\sin^4 x}{4}+c$

TEST 9'UN ÇÖZÜMLERİ

1. $\int \cos(4x-3)dx$ integralinde

$4x-3=u$

$4dx=du$

$dx=\frac{1}{4}du$ dönüşümü yapılırsa,

$$=\int \cos u.\frac{1}{4}du=\frac{1}{4}\int \cos u du$$

$$=\frac{1}{4}\sin u+c$$

$$=\frac{1}{4}\sin(4x-3)+c$$

Yanıt D

2. Yarım açı formülü uygulanırsa,

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

$2\cos^2 x = \cos 2x + 1$

$$\int 2\cos^2 x dx = \int (\cos 2x+1)dx$$

$$=\int \cos 2x dx+\int dx$$

$$=\frac{1}{2}\sin 2x+x+c$$

Yanıt A

3. $\int (\sin^4 x-\cos^4 x)\sin 2x dx$

$$=\int \underbrace{(\sin^2 x-\cos^2 x)}_{-\cos 2x}\underbrace{(\sin^2 x+\cos^2 x)}_{1}\cdot \sin 2x dx$$

$$=-\int \cos 2x\cdot \sin 2x dx$$

$\cos 2x = u$

$-2\sin 2x dx = du$

$\sin 2x dx = -\frac{1}{2}du$ dönüşümü yapılırsa,

$$=-\int u\left(-\frac{1}{2}\ du\right)$$

$$=\frac{1}{2}\int u du=\frac{1}{2}\cdot\frac{u^2}{2}+c$$

$$=\frac{1}{4}\ u^2+c$$

$$=\frac{\cos^2 2x}{4}+c$$

Yanıt A

4. $\int \frac{4}{\cos^2(4x-4)}dx$

$4x-4=u$

$4dx=du$ dönüşümü yapılırsa,

$$=\int \frac{du}{\cos^2 u}=\tan u+c=\tan(4x-4)+c$$

Yanıt A

5. $\int \left(\frac{1}{\sin^2 x}+\frac{1}{\cos^2 x}+\frac{1}{x}\right)dx$

$$=\int \frac{1}{\sin^2 x}dx+\int \frac{1}{\cos^2 x}dx+\int \frac{1}{x}dx$$

$$=-\cot x+\tan x+\ln|x|+c$$

Yanıt E

6. Ters dönüşüm formülü

$$\cos a\ .\ \cos b=\frac{1}{2}\left[\cos(a+b)+\cos(a-b)\right]$$

$$\int \cos(x+1)\cdot\cos(x-1)dx$$

$$=\int \frac{1}{2}\left[\cos((x+1)+(x-1))+\cos((x+1)-(x-1))\right]\ dx$$

$$=\frac{1}{2}\int (\cos 2x+\cos 2)dx$$

$$=\frac{1}{2}\int \cos 2x dx+\frac{1}{2}\int \cos 2 dx$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\ \sin 2x\right)+\frac{1}{2}x.\cos 2+c$$

$$=\frac{1}{4}\ \sin 2x+\frac{1}{2}\ x\cos 2+c$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\sin 2x+x\cos 2)\right)+c$$

Yanıt B

7. Ters dönüşüm formülü uygulanırsa,

$$\cos a \,.\, \cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b)+\cos(a-b)\right]$$

$$\int \cos x \cdot \cos 2x\,dx$$

$$= \int \frac{1}{2}\left[\cos(2x+x)+\cos(2x-x)\right]\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int (\cos 3x + \cos x)\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int \cos 3x\,dx + \frac{1}{2}\int \cos x\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\sin 3x\right) + \frac{1}{2}(\sin x) + c$$

$$= \frac{1}{6}\sin 3x + \frac{1}{2}\sin x + c$$

Yanıt D

8. Ters dönüşüm formülü uygulanırsa,

$$\sin a \,.\, \sin b = -\frac{1}{2}\left[\cos(a+b)-\cos(a-b)\right]$$

$$\int \sin 4x \cdot \sin 3x\,dx$$

$$= \int -\frac{1}{2}[\cos(4x+3x)-\cos(4x-3x)]\,dx$$

$$= -\frac{1}{2}\int (\cos 7x - \cos x)\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int \cos x\,dx - \frac{1}{2}\int \cos 7x\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{7}\sin 7x + c$$

$$= \frac{1}{2}\sin x - \frac{1}{14}\sin 7x + c$$

$$= \frac{7\sin x - \sin 7x}{14} + c$$

Yanıt E

9. $\int \cos 2x \cdot \sin 8x\,dx$ (Ters dönüşüm formülü uygulanır.)

$$= \int \frac{1}{2}\left[\sin(8x+2x)+\sin(8x-2x)\right]\,dx$$

$$= \frac{1}{2}(\sin 10x + \sin 6x)\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int \sin 10x\,dx + \frac{1}{2}\int \sin 6x\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{10}\cos 10x\right) + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{6}\cos 6x\right) + c$$

$$= -\frac{1}{20}\cos 10x - \frac{1}{12}\cos 6x + c$$

$$= \frac{-3\cos 10x - 5\cos 6x}{60} + c$$

Yanıt C

10. $\int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}\,dx$

$\cos x = u$

$-\sin x\,dx = du$

$\sin x\,dx = -du$ dönüşümü yapılırsa,

$$\int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}\,dx = \int \frac{-du}{1+u^2} = -\int \frac{du}{1+u^2}$$

$$= -\arctan u + c$$

$$= -\arctan(\cos x) + c$$

Yanıt C

11. $\int \sin^3 x \cos^6 x\,dx$

$$= \int \cos^6 x.\sin^2 x.\sin x\,dx$$

$$= \int \cos^6 x(1-\cos^2 x).\sin x\,dx$$

$$= \int \cos^6 x \sin x\,dx - \int \cos^8 x \sin x\,dx$$

$\cos x = u$

$-\sin x\,dx = du$

$\sin x\,dx = -du$ dönüşümü yapılırsa

$$= \int u^6(-du) - \int u^8(-du) = -\int u^6 du + \int u^8 du$$

$$= -\frac{u^7}{7} + \frac{u^9}{9} + c$$

$$= -\frac{1}{7}\cos^7 x + \frac{1}{9}\cos^9 x + c$$

$$= \frac{7\cos^9 x - 9\cos^7 x}{63} + c$$

Yanıt A

12. $\int \cos^4 x.\sin^2 x\,dx$

$$= \int \cos^2 x \sin^2 x \cos^2 x\,dx$$

$(\sin 2x)^2 = 4\sin^2 x \cos^2 x$

$$\Rightarrow = \frac{1}{4}\int \cos^2 x.\sin^2 2x\,dx$$

$2\cos^2 x - 1 = \cos 2x$

$$\cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}$$

$$\Rightarrow = \frac{1}{4}\int \left(\frac{\cos 2x+1}{2}\right)\sin^2 2x\,dx$$

$$= \frac{1}{8}\left(\int \cos 2x \sin^2 2x\,dx + \int \sin^2 2x\,dx\right)$$

$\sin 2x = u$, $2\cos 2x\,dx = du$ $\Big\}$ $\cos 2x\,dx = \frac{du}{2}$ $\Big|$ $1-2\sin^2 2x = \cos 4x$, $\frac{1-\cos 4x}{2} = \sin^2 2x$

$$= \frac{1}{8}\left(\frac{1}{2}\int u^2 du + \int \frac{1-\cos 4x\,dx}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{8}\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}u^3 + c_1 + \frac{1}{2}\int dx - \frac{1}{2}\int \cos 4x\,dx\right)$$

$$= \frac{1}{8}\left(\frac{1}{6}\sin^3 2x + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\sin 4x\right) + c$$

$$= \left(\frac{1}{48}\sin^3 2x + \frac{1}{16}x - \frac{1}{64}\sin 4x\right) + c$$

Yanıt C

13. $\int \sin 5x.\cos^2 5x dx$

$\cos 5x = u$

$-5\sin 5x\ dx = du$

$\sin 5x dx = -\frac{1}{5}du$ dönüşümü yapılırsa,

$$\int \cos^2 5x.\sin 5x dx = \int u^2\left(-\frac{1}{5}\right)du$$

$$= -\frac{1}{5}\int u^2 du$$

$$= -\frac{1}{5}.\frac{u^3}{3} + c$$

$$= -\frac{\cos^3 5x}{15} + c$$

Yanıt C

14. $\int \sin^5 x dx = \int \sin^4 x \sin x dx$

$= \int (\sin^2 x)^2 \sin x dx$

$= \int (1-\cos^2 x)^2 \sin x dx$

$= \int (1-2\cos^2 x + \cos^4 x)\sin x dx$

$= \int \sin x dx - 2\int \cos^2 x \sin x dx + \int \cos^4 x \sin x dx$

$\cos x = u$

$-\sin x dx = du$

$\sin x dx = -du$ dönüşümü yapılırsa,

$= \int (-du) - 2\int u^2(-du) + \int u^4(-du)$

$= \int (-du) + 2\int u^2 du - \int u^4 du$

$= -u + 2\frac{u^3}{3} - \frac{u^5}{5} + c$

$= -\cos x + \frac{2}{3}\cos^3 x - \frac{1}{5}\cos^5 x + c$

$= \frac{10\cos^3 x - 15\cos x - 3\cos^5 x}{15} + c$

Yanıt B

15. $\int \frac{\sin 2x}{\cos^6 x} dx = \int \frac{2\sin x\cos x}{\cos^6 x} dx$

$= 2\int \frac{\sin x dx}{\cos^5 x}$

$\cos x = u$

$-\sin x dx = du$

$\sin x dx = -du$ dönüşümü yapılırsa,

$= 2\int \frac{-du}{u^5} = -2\int \frac{du}{u^5} = -2\int u^{-5} du$

$= -2\frac{u^{-4}}{-4} + c = \frac{1}{2}.\frac{1}{u^4} + c$

$= \frac{1}{2}.\frac{1}{\cos^4 x} + c$

Yanıt A

16. $\int \frac{\cos^5 x}{\sin x} dx = \int \frac{(\cos^2 x)^2.\cos x}{\sin x} dx$

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$= \int \frac{(1-\sin^2 x)^2.\cos x}{\sin x} dx$

$= \int \frac{(1-2\sin^2 x + \sin^4 x).\cos x}{\sin x} dx$

$\sin 2x = 2\sin x\cos x$

$= \int \frac{\cos x}{\sin x} dx - \int \sin 2x dx + \int \sin^3 x \cos x dx$

$\sin x = u$

$\cos x dx = du$ dönüşümü yapılırsa,

$= \int \frac{du}{u} - \int \sin 2x dx + \int u^3 du$

$= \ln|u| - \frac{1}{2}(-\cos 2x) + \frac{u^4}{4} + c$

$= \ln|\sin x| + \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\sin^4 x + c$

Yanıt D

TEST 10 TRİGONOMETRİK İFADELERİN İNTEGRALİ

1. $\int \cos 7x \,.\, \cos 3x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{4}(\frac{1}{5}\sin 4x + \frac{1}{2}\sin 10x) + c$

B) $\frac{1}{4}(\frac{1}{5}\sin 4x - \frac{1}{2}\sin 10x) + c$

C) $\frac{1}{4}(\frac{1}{5}\sin 10x + \frac{1}{2}\sin 4x) + c$

D) $\frac{1}{4}(\frac{1}{5}\sin 10x - \frac{1}{2}\sin 4x) + c$

E) $\frac{1}{4}(\frac{1}{5}\sin 4x - \frac{1}{2}\sin 2x) + c$

2. $\int 8.\cos x.\cos 3x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\sin 4x - 2\sin 2x + c$

B) $4\sin 4x - 2\sin 2x + c$

C) $\sin 4x + 2\sin 2x + c$

D) $2\sin 2x - \sin 4x + c$

E) $\sin 4x + \sin 2x + c$

3. $\int (4 + \sin\frac{x}{4}) \,.\, \cos\frac{x}{4} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $16\sin\frac{x}{4} + \sin^2\frac{x}{4} + c$

B) $8\cos^2\frac{x}{4} + 2\sin\frac{x}{4} + c$

C) $16\cos\frac{x}{4} + 2\sin^2\frac{x}{4} + c$

D) $16\sin\frac{x}{4} + 2\sin^2\frac{x}{2} + c$

E) $16\sin\frac{x}{4} - \cos\frac{x}{2} + c$

4. $\int \sin\frac{x}{3} \,.\, \cos\frac{x}{6}\, dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $3\cos\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{6} + c$

B) $-\cos\frac{x}{2} + 3\cos\frac{x}{6} + c$

C) $-\cos\frac{x}{2} - \frac{1}{3}\cos\frac{x}{6} + c$

D) $\cos\frac{x}{2} - 3\cos\frac{x}{6} + c$

E) $-\cos\frac{x}{2} - 3\cos\frac{x}{6} + c$

5. $f(x) = \int 2.\sin 2x.\cos 3x dx$ ve $f(0) = \frac{9}{10}$

olduğuna göre, $f(\frac{\pi}{3})$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3} + 2$ C) $\sqrt{3} + 1$

D) $2 - \sqrt{3}$ E) $\frac{1}{2}$

6. $n \neq 0$ olmak üzere;

$\int \sin(7nx)\ \cos(5nx)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{1}{24n}\cos(12nx) - \frac{1}{4n}\cos(2nx) + c$

B) $-\frac{1}{24}\cos(12nx) - \frac{1}{4}\cos(2nx) + c$

C) $-\frac{1}{24}\sin(12nx) - \frac{1}{4}\sin(2nx) + c$

D) $-\frac{1}{24n}\cos(12nx) + \frac{1}{4.n}\sin(2nx) + c$

E) $\frac{1}{24}\big(\sin(12nx) + 6\cos(2nx)\big) + c$

7. $\int \sin 5x.\cos^3 5x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{20}\cos^3 5x + c$ B) $\frac{1}{20}\cos^4 10x + c$

C) $-\frac{1}{20}\sin^4 5x + c$ D) $-\frac{1}{20}\cos^4 5x + c$

E) $-\frac{1}{10}\sin^4 10x + c$

8. $\int \cos^3 x\, dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\sin^3 x - \sin x + c$ B) $\frac{3\sin^3 x - \sin x}{3} + c$

C) $\frac{3\sin x - \sin^3 x}{3} + c$ D) $\frac{\cos^4 x}{4} + c$

E) $\frac{3\cos x - \cos^3 x}{3} + c$

9. $\int \cos^4 x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $3x+\frac{\sin 2x}{4}+\frac{\sin 4x}{4}+c$

B) $\frac{1}{8}(3x+2\sin 2x+\frac{\sin 4x}{4})+c$

C) $\frac{1}{16}(3x+2\sin 2x+\sin 4x)+c$

D) $\frac{1}{4}(3x+2\sin 2x+\frac{\sin 4x}{4})+c$

E) $3x+\sin 2x+\sin 4x+c$

10. $\int 6.\cos^5 x.\sin x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\cos^6 x+c$ B) $\cos^6 x+c$

C) $\sin^6 x+c$ D) $-\cos^5 x+c$

E) $\sin^5 x+c$

11. $\int \cos 4x.\cos 6x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sin 4x+\sin 6x}{24}+c$ B) $\frac{2\sin 4x+\sin 6x}{12}+c$

C) $\frac{\cos 10x+\cos 2x}{2}+c$ D) $\frac{\sin 10x+\sin 2x}{2}+c$

E) $\frac{\sin 10x+5\sin 2x}{20}+c$

12. $\int \cos^4 x.\sin^4 x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x+\cos 4x+c$ B) $\frac{x}{32}+\frac{\cos 4x}{128}+c$

C) $\frac{x}{32}-\frac{\cos 4x}{128}+c$ D) $\frac{x}{32}+\frac{\sin 4x}{128}+c$

E) $\frac{1}{128}\left[3x-\sin 4x+\frac{\sin 8x}{8}\right]+c$

13. $\int 6.\sin^5 x.\cos x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\cos^6 x+c$ B) $\sin^6 x+c$

C) $\sin^5 x+c$ D) $\frac{\cos^6 x+x}{6}+c$

E) $\cos^6 x+\sin^6 x+c$

14. $\int \frac{\sin 2x}{3-\cos^2 x}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|\sin 2x|+c$ B) $\frac{1}{3-\cos^2 x}+c$

C) $\ln|3-\cos^2 x|+c$ D) $\frac{1}{2}\ln\left|3-\cos^2 x\right|+c$

E) $\ln|3-\sin^2 x|+c$

15. $\int \frac{\cos x}{1+\sin x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|1+\sin x|+c$ B) $\ln|1+\cos x|+c$

C) $\ln|1-\sin x|+c$ D) $\ln|1-\cos x|+c$

E) $\ln|\sin x+\cos x|+c$

16. $\int \frac{\sin x.\cos x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $1+\sin^2 x+c$ B) $\sqrt{1-\sin^2 x}+c$

C) $\sqrt{1-\cos^2 x}+c$ D) $\sqrt{1+\sin^2 x}+c$

E) $\sqrt{1+\cos^2 x}+c$

TEST 10'UN ÇÖZÜMLERİ

1. Ters dönüşüm formülü uygulanırsa,

$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b)+\cos(a-b)\right]$

$\int \cos 7x \cdot \cos 3x\ dx$

$= \int \frac{1}{2}\left[\cos(7x+3x)+\cos(7x-3x)\right] dx$ olur.

$\Rightarrow \frac{1}{2}\int (\cos 10x+\cos 4x)\ dx$

$= \frac{1}{2}\int \cos 10x dx + \frac{1}{2}\int \cos 4x dx$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{10}\sin 10x\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\sin 4x\right)+c$

$= \frac{1}{20}\sin 10x + \frac{1}{8}\sin 4x + c$

$= \frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}\sin 10x + \frac{1}{2}\sin 4x\right)+c$

Yanıt C

2. $\int 8.\cos x \cdot \cos 3x dx$ (Ters dönüşüm uygulanırsa)

$= 8\int \frac{1}{2}\left(\cos(3x+x)+\cos(3x-x)\right)\ dx$

$= 4\int (\cos 4x + \cos 2x) dx$

$= 4\int \cos 4x dx + 4\int \cos 2x dx$

$= 4\left(\frac{1}{4}\sin 4x\right) + 4\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right) + c$

$= \sin 4x + 2\sin 2x + c$

Yanıt C

3. $\int (4+\sin\frac{x}{4})\cdot\cos\frac{x}{4}\ dx$

$= \int 4\cdot\cos\frac{x}{4}dx + \int \sin\frac{x}{4}\cdot\cos\frac{x}{4}dx$

$\sin a.\cos a = \frac{\sin 2a}{2}$ (yarım açı)

$\sin\frac{x}{4}.\cos\frac{x}{4} = \frac{\sin\frac{x}{2}}{2}$ dir.

$= 4\int \cos\frac{x}{4}dx + \frac{1}{2}\int \sin\frac{x}{2}dx$

$= 4\left(\frac{1}{\frac{1}{4}}\sin\frac{x}{4}\right) + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{\frac{1}{2}}\cos\frac{x}{2}\right)+c$

$= 16\cdot\sin\frac{x}{4} - \cos\frac{x}{2} + c$

Yanıt E

4. Ters dönüşüm formülü uygulanırsa,

$\sin a.\cos b = \frac{1}{2}\left[\sin(a+b)+\sin(a-b)\right]$

$\int \sin\frac{x}{3}\cdot\cos\frac{x}{6}\ dx$

$= \int \frac{1}{2}\cdot\left[\sin(\frac{x}{3}+\frac{x}{6})+\sin(\frac{x}{3}-\frac{x}{6})\right] dx$

$= \frac{1}{2}\int (\sin\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{6})\ dx$

$= \frac{1}{2}\int \sin\frac{x}{2}\ dx + \frac{1}{2}\int \sin\frac{x}{6}\ dx$

$= \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{\frac{1}{2}}\cos\frac{x}{2}\right)+\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{\frac{1}{6}}\cos\frac{x}{6}\right)+c$

$= -\cos\frac{x}{2} - 3\cos\frac{x}{6} + c$

Yanıt E

5. $f(x) = \int 2\sin 2x\cdot\cos 3x dx$

$f(x) = 2\int \sin 2x\cdot\cos 3x dx$

$f(x) = 2\int \frac{1}{2}\left[\sin(2x+3x)+\sin(2x-3x)\right] dx$

$f(x) = \int \left[\sin 5x + \sin(-x)\right]\ dx$

$f(x) = \int \sin 5x dx - \int \sin x dx$

$f(x) = -\frac{1}{5}\cos 5x + \cos x + c$

$f(0) = -\frac{1}{5}\cdot\cos 0 + \cos 0 + c$

$= -\frac{1}{5} + 1 + c = \frac{9}{10} \Rightarrow c = \frac{1}{10}$

$f(\frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{5}\cos\frac{5\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{3} + \frac{1}{10}$

$= -\frac{1}{5}(\frac{1}{2}) + \frac{1}{2} + \frac{1}{10}$

$= -\frac{1}{10} + \frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$

Yanıt E

6. $\int \sin(7nx)\cdot\cos(5nx)\ dx$

$= \int \frac{1}{2}[\sin(7nx+5nx)+\sin(7nx-5nx)]\ dx$

$= \frac{1}{2}\int (\sin(12nx)+\sin(2nx))\ dx$

$= \frac{1}{2}\int \sin(12nx)dx + \frac{1}{2}\int \sin(2nx)\ dx$

$= \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{12n}.\cos(12nx)\right)+\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2n}\cdot\cos(2nx)\right)+c$

$= -\frac{1}{24n}\cos(12nx)-\frac{1}{4n}\cos(2nx)+c$

Yanıt A

7. $\int \sin 5x\cdot\cos^3 5x\ dx$

$= \int \cos^3 5x\cdot\sin 5x dx$

$\left(\begin{array}{l}\cos 5x = u\\ -5\sin 5x dx = du \text{ dönüşümü uygulanırsa;}\\ \sin 5x dx = -\frac{1}{5}\ du \text{ olur.}\end{array}\right)$

$= \int u^3\cdot\left(-\frac{1}{5}\ du\right) = -\frac{1}{5}\int u^3 du$

$= -\frac{1}{5}\cdot\frac{u^4}{4}+c$

$= -\frac{1}{5}\cdot\frac{\cos^4 5x}{4}+c$

$= -\frac{1}{20}\cdot\cos^4 5x+c$

Yanıt D

8. $\cos^2x + \sin^2x = 1$

$\cos^2x = 1-\sin^2x$

O halde;

$\int \cos^3 x dx = \int \cos^2 x\cdot\cos x dx$

$= \int (1-\sin^2 x)\cdot\cos x dx$

$= \int \cos x dx - \int \sin^2 x\cos x dx$

$\left(\begin{array}{l}\sin x = u \text{ dönüşümü yapılırsa}\\ \cos x dx = du \text{ olur.}\end{array}\right)$

$= \int \cos x\ dx - \int u^2 du$

$= \sin x - \frac{u^3}{3}+c$

$= \sin x - \frac{1}{3}\ \sin^3 x+c$

$= \frac{3\sin x-\sin^3 x}{3}+c$

Yanıt C

9. Yarım açı formülü uygulanırsa,

$\cos 2x = 2\cos^2x - 1$

$\cos^2x = \frac{1+\cos 2x}{2}$

$\int \cos^4 dx = \int (\cos^2 x)^2 dx$

$= \int\left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)^2 dx$

$= \frac{1}{4}\int (1+\cos 2x)^2 dx$

$= \frac{1}{4}\int (1+2\cos 2x+\cos^2 2x)\ dx$

$= \frac{1}{4}\int dx + \frac{1}{2}\int \cos 2x dx + \frac{1}{4}\int \cos^2 2x dx$

$\cos 4x = 2.\cos^2 2x - 1$ (Yarım açı formülü)

$\cos^2 2x = \frac{1+\cos 4x}{2}$

$= \frac{1}{4}\int dx\ + \frac{1}{2}\int \cos 2x dx + \frac{1}{4}\int \frac{1+\cos 4x}{2} dx$

$= \frac{1}{4}\int dx + \frac{1}{2}\int \cos 2x + \frac{1}{8}\left(\int dx + \int \cos 4x dx\right)$

$= \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)+\frac{1}{8}\left(x+\frac{1}{4}\ \sin 4x\right)+c$

$= \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{8}x + \frac{1}{32}\sin 4x + c$

$= \frac{3x}{8}+\frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + c$

$= \frac{1}{8}(3x+2\sin 2x+\frac{\sin 4x}{4})+c$

Yanıt B

10. $\int 6.\cos^5 x\cdot\sin x dx$

$= 6\int \cos^5 x\ \sin x dx$

$\cos x = u$

$-\sin x dx = du$ dönüşümü yapılırsa

$\sin x dx = -du$ olur.

$= 6\int u^5(-du) = -6\int u^5 du$

$= -6\frac{u^6}{6}+c$

$= -u^6+c$

$= -\cos^6 x+c$

Yanıt A

11. $\int \cos 4x \cdot \cos 6x dx$ (Ters dönüşüm uygulanır.)

$= \int \frac{1}{2}\left[\cos(6x+4x)+\cos(6x-4x)\right] dx$

$= \frac{1}{2}\int (\cos 10x + \cos 2x)dx$

$= \frac{1}{2}\int \cos 10x dx + \frac{1}{2}\int \cos 2x dx$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{10}\sin 10x\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right) + c$

$= \frac{1}{20}\sin 10x + \frac{1}{4}\sin 2x + c$

$= \frac{\sin 10x + 5\sin 2x}{20} + c$

Yanıt E

12. $\int \cos^4 x.\sin^4 x dx$

$\left(\sin 2x = 2\sin x\cos x\right)$

$= \frac{1}{16}\int 16\cos^4 x.\sin^4 x dx$

$= \frac{1}{16}\int (2\sin x\cos x)^4 dx$

$= \frac{1}{16}\int \sin^4 2x dx$

$= \frac{1}{16}\int (\sin^2 2x)^2 dx$

$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ (yarım açı)

$\cos 4x = 1 - 2\sin^2 2x$

$\sin^2 2x = \frac{1-\cos 4x}{2}$

$= \frac{1}{16}\int (\frac{1-\cos 4x}{2})^2 dx$

$= \frac{1}{64}\int (1 - 2\cos 4x + \cos^2 4x)dx$

$\cos 8x = 2\cos^2 4x - 1$

$\cos^2 4x = \frac{\cos 8x + 1}{2}$ dir.

$= \frac{1}{64}\int (1 - 2\cos 4x + \frac{\cos 8x + 1}{2})\ dx$

$= \frac{1}{128}\int (3 - 4\cos 4x + \cos 8x)dx$

$= \frac{1}{128}(3x - \sin 4x + \frac{1}{8}\sin 8x) + c$

Yanıt E

13. $\int 6.\sin^5 x.\cos x dx = 6\int \sin^5 x.\cos x dx$

$\sin x = u$ dönüşümü uygulanırsa

$\cos x dx = du$ olur.

$= 6.\int u^5 du = 6.\frac{u^6}{6} + c = u^6 + c$

$= \sin^6 x + c$

Yanıt B

14. $\int \frac{\sin 2x}{3 - \cos^2 x} dx$

$\cos^2 x = u$ dönüşümü uygulanırsa

$-2\cos x\sin x dx = du$

$-\sin 2x dx = du$

$\sin 2x dx = -du$ olur.

$\int \frac{\sin 2x dx}{3 - \cos^2 x} = \int \frac{-du}{3-u} = \ln|3-u| + c$

$= \ln|3 - \cos^2 x| + c$

Yanıt C

15. $\int \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx$

$\sin x = u$ dönüşümü uygulanırsa

$\cos x dx = du$ olur.

$= \int \frac{\cos x dx}{1+\sin x} = \int \frac{du}{1+u} = \ln|1+u| + c$

$= \ln|1 + \sin x| + c$

Yanıt A

16. $\int \frac{\sin x.\cos x}{\sqrt{1+\sin^2 x}} dx$

$\sin^2 x = u$ dönüşümü uygulanırsa,

$2\sin x\cos x dx = du$

$\sin x\cos x dx = \frac{1}{2}$ du olur.

$\int \frac{\sin x\cos x dx}{\sqrt{1+\sin^2 x}} = \int \frac{\frac{1}{2}du}{\sqrt{1+u}} = \frac{1}{2}\int \frac{du}{\sqrt{1+u}}$

$= \frac{1}{2}\int (1+u)^{-\frac{1}{2}} du = \frac{1}{2}\frac{(1+u)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c$

$= (1+u)^{\frac{1}{2}} + c = \sqrt{1+\sin^2 x} + c$

Yanıt D

TEST 11 KISMİ İNTEGRAL

1. $\int xe^{2x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{e^{2x}}{4}(2x-1)+c$ B) $e^{2x}.(2x-1)+c$

C) $e^{2x}-1+c$ D) $x.e^{2x}-e^{x}+c$

E) $xe^{2x}+c$

2. $\int x^2 \ln x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x^3\ln x-x^3+c$ B) $\frac{x^3}{9}.(3\ln x-1)+c$

C) $x^3\ln x-x+c$ D) $x^2\ln x-x^3+c$

E) $x\ln x+c$

3. $\int \ln x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x\ln x+c$ B) $x.(\ln x-1)+c$

C) $x^2\ln x-x+c$ D) $\ln x-x^2+c$

E) $x^2\ln x+c$

4. $\int x.\sin x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x\sin x+c$ B) $-x\cos x+c$

C) $x\sin x-x\cos x+c$ D) $x\cos x-\sin x+c$

E) $-x\cos x+\sin x+c$

5. $\int e^{x}.\cos x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{e^{x}.(\cos x+\sin x)}{2}+c$

B) $\frac{e^{x}.(\cos x-\sin x)}{2}+c$

C) $\frac{e^{x}\cos x}{2}+c$

D) $\frac{e^{x}\sin x}{2}+c$

E) $e^{x}.(\cos x+\sin x)+c$

6. $\int x^2.\cos x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x^2\sin x+2x\cos x+c$

B) $(x^2-2)\cos x+2x\sin x+c$

C) $x^2\cos x-2\cos x+c$

D) $(x^2-2)\sin x-2x\cos x+c$

E) $(x^2-2)\sin x+2x\cos x+c$

7. $\int \arccos x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x-\sqrt{1-x^2}+c$

B) $x.\arccos x-\sqrt{1-x^2}+c$

C) $x^2+\sqrt{1-x^2}+c$

D) $x.\arccos x+c$

E) $x.\arccos x+\sqrt{1-x^2}+c$

8. $\int x^3.\ln x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{4}x^2\ln x-\frac{x^2}{16}+c$ B) $\frac{1}{4}x^4\ln x-\frac{x^4}{16}+c$

C) $\frac{1}{4}x^4\ln x+\frac{x^4}{16}+c$ D) $\frac{1}{4}x^2\ln x+\frac{x^2}{16}+c$

E) $x^4\ln x-\frac{x^4}{16}+c$

9. $\int x^2 \ln(x+2)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{(x^3+8)}{3}\ln(x+2)-\frac{x^3}{9}+\frac{x^2}{3}-\frac{4x}{3}+c$

B) $\frac{(x^3+8)}{3}\ln(x+2)+\frac{x^3}{9}-\frac{x^2}{3}+\frac{4x}{3}+c$

C) $\frac{(x^3+8)}{3}\ln(x+2)+\frac{x^3}{9}-\frac{x}{3}+c$

D) $\frac{(x^3+8)}{3}\ln(x+2)+\frac{x^3}{9}+\frac{x^2}{3}+\frac{4x}{3}-4+c$

E) $\ln(x+2)+\frac{x^3}{9}-\frac{x^2}{3}+c$

10. $\int e^{2x}.x^2dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{e^{2x}}{2}(x^2+x+1)+c$ B) $\frac{e^{2x}}{4}(2x^2+2x+1)+c$

C) $\frac{e^{2x}}{2}(x^2-x+1)+c$ D) $\frac{e^{2x}}{4}(2x^2-2x+1)+c$

E) $e^{2x}(2x^2-2x+1)+c$

11. $\int \arctan x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) x . $\arctan x + c$ B) $\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+c$

C) $\arctan x-\frac{1}{2}\ln|1+x|+c$ D) $\frac{e^x.\sin x}{2}+c$

E) $x.\arctan x-\frac{1}{2}\ln(x^2+1)+c$

12. $\int (x^2+2x).e^x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) x^2e^x+c B) $x^2e^x+2xe^x+c$

C) xe^x+c D) $x^2e^x-2xe^x+c$

E) $x^2e^x-e^x+c$

13. $\int \frac{e^x.x}{(x+1)^2}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{e^x}{x^2+1}+c$ B) $\frac{e^x}{x^2-1}+c$

C) $\frac{e^x}{x^2}+c$ D) $\frac{e^x}{x-1}+c$

E) $\frac{e^x}{x+1}+c$

14. $f(x)=\int 2x^5e^xdx$ ve $f(1)=-87e$ olduğuna göre, $f(0)$ değeri kaçtır?

A) $-240-2e$ B) $-240-e$ C) $-240+e$

D) $-240+2e$ E) 240

15. $\int (x^2+x+1).e^{-x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $-e^{-x}(x^2+3x+4)+c$

B) $e^{-x}(x^2+3x+4)+c$

C) $-e^{-x}(x^2-3x+4)+c$

D) $e^{-x}(x^2-3x+4)+c$

E) $-e^{x}(x^2+3x+4)+c$

16. $\int 4^x.e^xdx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{4^x.e^x}{1+\ln 4}+c$ B) $\frac{4^x.e^x}{1-\ln 4}+c$

C) $\frac{4^x.e^x}{\ln 4}+c$ D) $\frac{4^x.e^x}{-1+\ln 4}+c$

E) $\frac{4^x.e^x}{-1-\ln 4}+c$

TEST 11'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $\int x.e^{2x}dx$ integralinde,

$x = u$ ve $e^{2x}dx = dv$ dönüşümü uygulanırsa,

$dx = du$ $\quad \frac{e^{2x}}{2} = v$

$$\int x.e^{2x}dx = u.v - \int v.du$$

$$= x.\frac{e^{2x}}{2} - \int \frac{e^{2x}}{2}.dx$$

$$= x.\frac{e^{2x}}{2} - \frac{e^{2x}}{4} + c$$

$$\overset{(2)}{=} 2x.\frac{e^{2x}}{4} - \frac{e^{2x}}{4} + c$$

$$= \frac{e^{2x}}{4}(2x-1) + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

2. $\int x^2.\ln x dx$ integralinde,

$\ln x = u$ ve $x^2dx = dv$ dönüşümü uygulanırsa,

$\frac{1}{x}dx = du$ $\quad \frac{x^3}{3} = v$

$$\int x^2 \ln x dx = u.v - \int v.du$$

$$= \ln x \cdot \frac{x^3}{3} - \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x} dx$$

$$= \ln x \cdot \frac{x^3}{3} - \int \frac{x^2}{3} dx$$

$$= \ln x \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{x^3}{3} + c$$

$$\overset{(3)}{=} 3\ln x \cdot \frac{x^3}{9} - \frac{x^3}{9} + c$$

$$= \frac{x^3}{9} \cdot (3\ln x - 1) + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

3. $\int \ln x dx$ integralinde

$\ln x = u$ ve $dx = dv$ dönüşümü uygulanırsa,

$\frac{1}{x}dx = du$ $\quad x = v$

$$\int \ln x dx = u.v - \int v.du$$

$$= \ln x.x - \int x \cdot \frac{1}{x} dx$$

$$= \ln x.x - \int dx$$

$$= \ln x.x - x + c$$

$$= x(\ln x - 1) + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

4. $\int x.\sin x dx$ integralinde,

$x = u$ ve $\sin x dx = dv$ dönüşümü uygulanırsa,

$dx = du$ $\quad -\cos x = v$

$$\int x.\sin x dx = u.v - \int v.du$$

$$= x.(-\cos x) - \int (-\cos x)dx$$

$$= -x.\cos x + \int \cos x dx$$

$$= -x.\cos x + \sin x + c$$

Yanıt E

5. $\int e^x.\cos x dx$ integralinde,

$\cos x = u$ ve $e^x dx = dv$ dönüşümü uygulanırsa,

$-\sin x dx = du$ $\quad e^x = v$

$\int e^x \cos x dx = u.v - \int v du = \cos x.e^x + \int e^x.\sin x dx$

bulunur.

$\int e^x \sin x dx$ integralinde,

$\sin x = u$ ve $e^x dx = dv$ dönüşümü uygulanırsa,

$\cos x dx = du$ $\quad e^x = v$

$\int e^x \sin x\, dx = u.v - \int v du = \sin x.e^x - \int \cos x.e^x dx$ bulunur.

O halde;

$$\int e^x.\cos x.dx = \cos x.e^x + [\sin x.e^x - \int \cos x.e^x dx]$$

$$\int e^x \cos x dx = \cos x.e^x + \sin x.e^x - \int \cos x.e^x dx$$

$$2.\int e^x \cos x dx = e^x(\cos x + \sin x)$$

$$\int e^x \cos x dx = \frac{e^x(\cos x + \sin x)}{2} + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

6. $\int x^2.\cos x dx$ integralinde,

I. Yol:

$x^2 = u$ ve $\cos x dx = dv$ dönüşümü uygulanırsa,

$2xdx = du$ $\quad \sin x = v$

$\int x^2 \cos x dx = u.v - \int vdu = x^2.\sin x - \int \sin x.2.xdx$

$= x^2 \sin x - 2\int \sin x.x\, dx$ bulunur.

$\int x.\sin x dx$ integralinde,

$x = u$ ve $\sin x dx = dv$ dönüşümü uygulanırsa,

$dx = du$ $\quad -\cos x = v$

$$\int x.\sin x dx = u.v - \int v du$$

$$= x.(-\cos x) - \int (-\cos x)dx$$

$$= -x.\cos x + \sin x + c \text{ bulunur.}$$

O halde;

$$\int x^2 \cos x dx = x^2.\sin x - 2[-x.\cos x + \sin x] + c$$

$$= x^2\sin x + 2x.\cos x - 2\sin x + c \text{ bulunur.}$$

II. Yol:

Türev		İntegral
—		cosx
x^2	$\longrightarrow$	sinx
$-2x$	$\longrightarrow$	$-\cos x$
$+2$	$\longrightarrow$	$-\sin x$

$$\int x^2\cos x = x^2.\sin x + (-2x).(-\cos x) + 2.(-\sin x) + c$$

$$= x^2\sin x + 2x\cos x - 2\sin x + c \text{ bulunur.}$$

$$= (x^2 - 2)\sin x + 2x\cos x + c$$

Yanıt E

7. $\int \arccos x dx$ integralinde,

$\arccos x = u$ ve $dx = dv$ dönüşümü yapılırsa,

$$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = du \qquad x = v$$

$$\int \arccos x dx = u.v - \int v du$$

$$= x.(\arccos x) - \int x.(-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}})dx$$

$$= x.\arccos x + \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}dx \text{ olur.}$$

$1 - x^2 = t$ dönüşümü uygulanırsa,

$-2xdx = dt$

$$\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}dx = -\frac{1}{2}\int \frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}}dx = -\frac{1}{2}\int \frac{dt}{\sqrt{t}}$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c$$

$$= -\sqrt{t} + c = -\sqrt{1-x^2} + c \text{ olur.}$$

O halde;

$$\int \arccos x dx = x.\arccos x - \sqrt{1-x^2} + c \text{ dir.}$$

Yanıt B

8. $\int x^3.\ln x dx$ integralinde,

$\ln x = u$ ve $x^3dx = dv$ dönüşümü uygulanırsa,

$$\frac{1}{x}dx = du \qquad \frac{x^4}{4} = v$$

$$\int x^3 \ln x dx = u.v - \int v du$$

$$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \int \frac{x^4}{4}\cdot\frac{1}{x}dx$$

$$= \frac{\ln x.x^4}{4} - \frac{1}{4}\int x^3 dx$$

$$= \frac{1}{4}x^4.\ln x - \frac{1}{4}\frac{x^4}{4} + c$$

$$= \frac{1}{4}x^4.\ln x - \frac{x^4}{16} + c$$

Yanıt B

9. $\int x^2\ln(x + 2)\,dx$ integralinde,

$\ln(x + 2) = u$ ve $x^2dx = dv$ dönüşümü uygulanırsa,

$$\frac{1}{x+2}dx = du \qquad \frac{x^3}{3} = v$$

$$\int x^2 \ln(x+2)dx = u.v - \int v du$$

$$= \ln(x+2)\cdot\frac{x^3}{3} - \int \frac{x^3}{3}\cdot\frac{1}{x+2}dx$$

$$= \frac{x^3}{3}\cdot\ln(x+2) - \frac{1}{3}\int \frac{x^3}{x+2}dx$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 & x+2 \\ \hline -x^3 \mp 2x^2 & x^2 - 2x + 4 \\ \hline -2x^2 & \\ \pm 2x^2 \pm 4x & \\ \hline 4x & \\ -4x \mp 8 & \\ \hline -8 & \end{array}$$

$$\int x^2\ln(x+2)dx = \frac{x^3}{3}\ln(x+2) - \frac{1}{3}\int (x^2 - 2x + 4 - \frac{8}{x+2})dx$$

$$= \frac{x^3}{3}\ln(x+2) - \frac{1}{3}(\frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + 4x - 8\ln(x+2)) + c$$

$$= \frac{x^3}{3}\ln(x+2) - \frac{x^3}{9} + \frac{x^2}{3} - \frac{4x}{3} + \frac{8}{3}\ln(x+2) + c$$

$$= \frac{(x^3+8)}{3}\ln(x+2) - \frac{x^3}{9} + \frac{x^2}{3} - \frac{4x}{3} + c$$

Yanıt A

10. $\int e^{2x}.x^2dx$ integralinde,

Türev	İntegral
$+x^2$	e^{2x}
$-2x$	$\frac{e^{2x}}{2}$
$+2$	$\frac{e^{2x}}{4}$
$-$	$\frac{e^{2x}}{8}$

$$\int e^{2x}x^2dx = x^2\cdot\frac{e^{2x}}{2} - 2x\cdot\frac{e^{2x}}{4} + 2\cdot\frac{e^{2x}}{8} + c$$

$$= \frac{e^{2x}}{4}\left[2x^2 - 2x + 1\right] + c$$

Yanıt D

11. $\int \arctan x dx$ integralinde,

$\arctan x = u$ ve $dx = dv$ dönüşümü uygulanırsa,

$$\frac{1}{1+x^2}dx = du \qquad x = v$$

$$\int \arctan x dx = u.v - \int v.du$$

$$= \arctan x.x - \int x\cdot\frac{1}{1+x^2}dx$$

$$= \arctan x.x - \frac{1}{2}\int\frac{2x}{1+x^2}dx$$

(Paydanın türevi payda bulunduğu için)

$$= x.\arctan x - \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + c$$

Yanıt E

12. $\int (x^2 + 2x).e^x dx$ integralinde,

Türev	İntegral
$+(x^2+2x)$	e^x
$-(2x+2)$	e^x
2	e^x
	e^x

$$\int (x^2+2x)e^x dx = (x^2+2x)e^x - (2x+2)e^x + 2.e^x + c$$

$$= e^x(x^2 + 2x - 2x - 2 + 2) + c$$

$$= e^x(x^2) + c$$

$$= x^2e^x + c$$

Yanıt A

13. $\int \frac{e^x.x}{(x+1)^2}dx$ integralinde,

$x.e^x = u$ ve $\frac{dx}{(x+1)^2} = dv$ dönüşümü yapılırsa,

$e^x.(x+1)dx = du$, $-\frac{1}{x+1} = v$

$$\int \frac{e^x.x}{(x+1)}dx = u.v - \int v.du$$

$$= -\frac{x.e^x}{(x+1)} + \int (x+1).e^x\frac{1}{x+1}dx$$

$$= -\frac{xe^x}{x+1} + e^x + c = \frac{e^x}{x+1} + c$$

Yanıt E

14. $f(x) = \int 2x^5.e^x dx$ için

Türev	İntegral
$+2x^5$	e^x
$-10x^4$	e^x
$+40x^3$	e^x
$-120x^2$	e^x
$+240x$	e^x
-240	e^x
	e^x

$$f(x) = \int 2x^5e^x dx = 2x^5e^x - 10x^4e^x + 40x^3e^x - 120x^2e^x$$

$$+ 240xe^x - 240e^x + c$$

$$f(1) = 2e - 10e + 40e - 120e + 240e - 240e + c$$

$$= -88e + c$$

$f(1) = -87e \Rightarrow -88e+c=-87e$

$\Rightarrow c = e$ bulunur.

$f(0) = -240+e$ bulunur.

Yanıt C

15. $\int (x^2 + x + 1)e^{-x}dx$ integralinde,

Türev	İntegral
$+(x^2+x+1)$	e^{-x}
$-(2x+1)$	$-e^{-x}$
$+2$	e^{-x}
	$-e^{-x}$

$$\int (x^2+x+1)e^{-x}dx = (x^2+x+1)(-e^{-x}) - (2x+1)e^{-x} + 2.(-e^{-x}) + c$$

$$= e^{-x}(-x^2 - x - 1 - 2x - 1 - 2) + c$$

$$= e^{-x}(-x^2 - 3x - 4) + c$$

$$= -e^{-x}(x^2 + 3x + 4) + c$$

Yanıt A

16. $\int 4^x.e^x dx$ integralinde,

$4^x = u$ ve $e^x dx = dv$ dönüşümü uygulanırsa,

$4^x.\ln 4 dx = du$, $e^x = v$

$$\int 4^x.e^x dx = u.v - \int v.du$$

$$\int 4^x.e^x d = 4^xe^x - \ln 4\int e^x.4^x dx$$

$$(\ln 4 + 1).\int 4^xe^x dx = 4^xe^x$$

$$\int 4^x e^x dx = \frac{4^x.e^x}{\ln 4+1} + c \text{ olur.}$$

Yanıt A

TEST 12 ÖZEL DÖNÜŞÜMLER

1. $\int \frac{dx}{2+\sin x}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}\arctan(\tan\frac{x}{2}+1)+c$

B) $\frac{\sqrt{3}}{2}\arctan\left(\frac{2\tan\frac{x}{2}}{\sqrt{3}}\right)+c$

C) $\sqrt{3}\arctan\left(\tan\frac{x}{2}+1\right)+c$

D) $\arctan\left(\frac{\tan\frac{x}{2}+1}{\sqrt{3}}\right)+c$

E) $\frac{2\sqrt{3}}{3}\arctan\left(\frac{2\tan\frac{x}{2}+1}{\sqrt{3}}\right)+c$

2. $\int \frac{dx}{4+3\cos x}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{2}{\sqrt{7}}\arctan\left(\frac{\tan x}{\sqrt{7}}\right)+c$ B) $\arctan\left(\frac{\tan\frac{x}{2}}{\sqrt{7}}\right)+c$

C) $\arctan\frac{x}{7}+c$ D) $\frac{2}{\sqrt{7}}.\arctan\left(\frac{\tan\frac{x}{2}}{\sqrt{7}}\right)+c$

E) $2\arctan\left(\frac{\tan\frac{x}{2}}{\sqrt{7}}\right)+c$

3. $\int \sec x dx$ integraline $\tan\frac{x}{2}=t$ dönüşümü uygulanırsa, eşiti ne olur?

A) $\ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right|+c$ B) $2\ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right|+c$

C) $2\ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right|+c$ D) $\ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right|+c$

E) $2\ln|t^2-1|+c$

4. $\int \frac{dx}{1+\cos x-\sin x}$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\ln\left|\tan\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\right|+c$ B) $\ln\left|\tan\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\right|+c$

C) $-\ln\left|1-\tan\frac{x}{2}\right|+c$ D) $\ln\left|1-\tan\frac{x}{2}\right|+c$

E) $-\ln\left|\tan\frac{x}{2}\right|+c$

5. $\int \frac{\cos x}{4-2\cos x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x}{2}+c$

B) $\arctan\left(\sqrt{3}.\tan\frac{x}{2}\right)-\frac{x}{2}+c$

C) $\frac{1}{\sqrt{3}}.\arctan\left(\sqrt{3}.\tan\frac{x}{2}\right)-\frac{x}{2}+c$

D) $2.\arctan\left(\sqrt{3}.\tan\frac{x}{2}\right)-\frac{x}{2}+c$

E) $\frac{2}{\sqrt{3}}.\arctan\left(\sqrt{3}.\tan\frac{x}{2}\right)-\frac{x}{2}+c$

6. $\int \frac{1+\sin x}{1-\sin x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{-4}{\tan\frac{x}{2}-1}-x+c$ B) $\frac{-2}{\tan\frac{x}{2}+1}+x+c$

C) $\frac{\tan\frac{x}{2}}{2}+\frac{x}{2}+c$ D) $\frac{-1}{\tan\frac{x}{2}-1}+\frac{x}{2}+c$

E) $\frac{-4}{\tan\frac{x}{2}+1}+x+c$

7. $f(x)=\int \frac{\sin x}{\sin 2x}dx$ olduğuna göre, $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ kaçtır?

A) $\ln\left|\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}\right|+c$ B) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}\right|+c$

C) $\ln\left|\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}\right|+c$ D) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}\right|+c$

E) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2}\right|+c$

8. $\int \frac{1}{1+\sin x}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{-2}{1+\tan\frac{x}{2}}+c$ B) $\frac{2}{1+\tan\frac{x}{2}}+c$

C) $\frac{-4}{2+\tan\frac{x}{2}}+c$ D) $\frac{4}{1-\tan\frac{x}{2}}+c$

E) $\frac{-1}{2+\tan\frac{x}{2}}+c$

9. $\int \frac{\sin x}{\cos x+2}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\ln\left|\frac{\tan\frac{x}{2}+1}{\tan\frac{x}{2}+3}\right|+c$ B) $\ln\left|\frac{\tan\frac{x}{2}+1}{\tan\frac{x}{2}+3}\right|+c$

C) $\ln\left|\frac{\tan^2\frac{x}{2}+1}{\tan^2\frac{x}{2}+3}\right|+c$ D) $-\ln\left|\frac{\tan^2\frac{x}{2}+1}{\tan^2\frac{x}{2}-2}\right|+c$

E) $\ln\left|\frac{\tan^2\frac{x}{2}+3}{\tan^2\frac{x}{2}+1}\right|+c$

10. $\int \frac{1}{\sqrt{(9+x^2)^3}}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{3}\frac{x^2}{\sqrt{x^2+9}}+c$ B) $\frac{1}{3}\frac{x}{\sqrt{x^2+9}}+c$

C) $\frac{1}{9}\frac{x}{\sqrt{x^2+9}}+c$ D) $\frac{1}{9}\sqrt{x^2+9}+c$

E) $\frac{1}{3}\sqrt{x^2+9}+c$

11. $\int \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\left|\arctan\frac{x}{2}\right|+c$ B) $\ln\left|\tan\left(\frac{\arctan x}{2}\right)\right|+c$

C) $\ln\left|\cot\left(\frac{\operatorname{arccot} x}{2}\right)\right|+c$ D) $\ln\left|\operatorname{arccot}\frac{x}{2}\right|+c$

E) $\ln\left|\tan\left(\frac{\arcsin x}{2}\right)\right|+c$

12. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+36}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\sqrt{x^2+36}+c$ B) $\frac{\sqrt{x^2+36}}{6}+c$

C) $-\frac{\sqrt{x^2+36}}{36x}+c$ D) $\frac{\sqrt{x^2+36}}{36x}+c$

E) $-\frac{\sqrt{x^2+36}}{6x}+c$

13. $\int \frac{2dx}{x\sqrt{4+25x^2}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\left|25x^2+4\right|+c$

B) $\ln\left|\frac{\sqrt{25x^2+4}-2}{5x}\right|+c$

C) $\ln\left|\frac{\sqrt{25x^2+4}}{5x}\right|+c$

D) $\ln|5x|+c$

E) $\ln\left|\frac{\sqrt{25x^2+4}+5x}{5x}\right|+c$

14. $\int \frac{dx}{\sqrt{9+4x^2}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\left|\frac{\sqrt{4x^2+9}+2x}{3}\right|+c$

B) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sqrt{4x^2+9}}{3}\right|+c$

C) $\ln\left|\frac{\sqrt{4x^2+9}-2x}{3}\right|+c$

D) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sqrt{4x^2+9}+2x}{3}\right|+c$

E) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{2x}{3}\right|+c$

TEST 12'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $\int \frac{dx}{2+\sin x}$

$\tan\frac{x}{2}=t$ dönüşümü uygulanırsa,

$\Rightarrow \sin x=\frac{2t}{1+t^2}$

$\Rightarrow dx=\frac{2dt}{1+t^2}$

$$\int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{2+\frac{2t}{1+t^2}}=\int \frac{dt}{t^2+t+1}=\int \frac{dt}{\left(t+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{3}}\arctan\left(\frac{t+\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)+c$$

$$=\frac{2\sqrt{3}}{3}\arctan\left(\frac{2t+1}{\sqrt{3}}\right)+c$$

$$=\frac{2\sqrt{3}}{3}\arctan\left(\frac{2\tan\frac{x}{2}+1}{\sqrt{3}}\right)+c$$

Yanıt E

2. $\int \frac{dx}{4+3\cos x}$ integralinde,

$\tan\frac{x}{2}=t$ dönüşümü uygulanırsa;

$dx=\frac{2dt}{1+t^2}$, $\cos x=\frac{1-t^2}{1+t^2}$

$$\int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{4+3\frac{(1-t^2)}{1+t^2}}=\int \frac{2dt}{t^2+7}$$

$$=2\int \frac{dt}{t^2+(\sqrt{7})^2}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{7}}.\arctan\left(\frac{\tan\frac{x}{2}}{\sqrt{7}}\right)+c$$

Yanıt D

3. $\int \sec x dx=\int \frac{dx}{\cos x}$

$\tan\frac{x}{2}=t$ dönüşümü uygulanırsa;

$$=\int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{\frac{1-t^2}{1+t^2}}=2\int \frac{dt}{1-t^2}$$

$\int \frac{2dt}{(1-t)(1+t)}$ basit kesirlere ayrılırsa,

$$=\int \frac{dt}{1-t}+\int \frac{dt}{1+t}=\ln\left|\frac{t+1}{1-t}\right|+c=\ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right|+c$$

Yanıt A

4. $\int \frac{dx}{1+\cos x-\sin x}$ integralinde,

$\tan\frac{x}{2}=t$ dönüşümü uygulanırsa;

$$\int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{1+\frac{1-t^2}{1+t^2}-\frac{2t}{1+t^2}}=\int \frac{2dt}{2-2t}$$

$$=\int \frac{dt}{1-t}$$

$$=-\ln|1-t|+c$$

$$=-\ln\left|1-\tan\frac{x}{2}\right|+c$$

Yanıt C

5. $\tan\frac{x}{2}=t$ dönüşümü uygulanırsa;

$$\int \frac{\cos x}{4-2\cos x}dx=\int \frac{\frac{1-t^2}{1+t^2}}{4-2.\frac{(1-t^2)}{1+t^2}}.\frac{2dt}{1+t^2}$$

$$=\int \frac{(1-t^2)}{(3t^2+1).(t^2+1)}dt$$

$$=\int\left(\frac{2}{3t^2+1}-\frac{1}{t^2+1}\right)dt$$

$$=\frac{2}{\sqrt{3}}\int \frac{\sqrt{3}dt}{\left(\sqrt{3}t\right)^2+1}-\int \frac{dt}{t^2+1}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{3}}.\arctan\left(\sqrt{3}t\right)-\arctan t+c$$

$$=\frac{2}{\sqrt{3}}\arctan\left(\sqrt{3}.\tan\frac{x}{2}\right)-\arctan\left(\tan\frac{x}{2}\right)+c$$

$$=\frac{2}{\sqrt{3}}.\arctan\left(\sqrt{3}.\tan\frac{x}{2}\right)-\frac{x}{2}+c$$

Yanıt E

6. $\tan\frac{x}{2}=t,\ \sin x=\frac{2t}{1+t^2},\ dx=\frac{2dt}{1+t^2}$

dönüşümü yapılırsa;

$$\int\frac{1+\sin x}{1-\sin x}dx=\int\frac{1+\frac{2t}{1+t^2}}{1-\frac{2t}{1+t^2}}.\frac{2dt}{1+t^2}=2\int\frac{t^2+2t+1}{t^2-2t+1}.\frac{dt}{t^2+1}$$

$$=2\int\frac{t^2+2t+1}{(t-1)^2.(t^2+1)}dt$$

Basit kesirlere ayıralım

$$\Rightarrow\frac{t^2+2t+1}{(t^2+1).(t-1)^2}=\frac{A}{(t-1)^2}+\frac{B}{t^2+1}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{t^2+2t+1}{(t^2+1).(t-1)^2}=\frac{At^2+A+Bt^2-2Bt+B}{(t-1).(t^2+1)}$$

$A+B=1$ ve $-2B=2 \Rightarrow B=-1$,

$A-1=1 \Rightarrow A=2$ bulunur.

$$=2\int\left(\frac{2}{(t-1)^2}-\frac{1}{t^2+1}\right)dt$$

$$=4\int\frac{dt}{(t-1)^2}-2\int\frac{dt}{t^2+1}$$

$t-1=u \Rightarrow du=dt$

$$=4\int\frac{du}{u^2}-2\int\frac{dt}{1+t^2}=4.\frac{u^{-1}}{-1}-2.\arctan t+c$$

$$=-4.\frac{1}{t-1}-2.\arctan t+c$$

$$=\frac{-4}{\tan\frac{x}{2}-1}-2.\arctan\left(\tan\frac{x}{2}\right)+c=\frac{-4}{\tan\frac{x}{2}-1}-2.\frac{x}{2}+c$$

$$=\frac{-4}{\tan\frac{x}{2}-1}-x+c \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

7. $f(x)=\int\frac{\sin x}{\sin 2x}dx=\int\frac{\sin x}{2\sin x.\cos x}dx=\int\frac{1}{2\cos x}dx$

$\tan\frac{x}{2}=t,\ \cos x=\frac{1-t^2}{1+t^2},\ dx=\frac{2dt}{1+t^2}$

dönüşümü yapılırsa,

$$\int\frac{1}{\frac{2(1-t^2)}{1+t^2}}.\frac{2dt}{1+t^2}=\int\frac{1}{1-t^2}dt$$

$$\frac{1}{1-t^2}=\frac{\frac{1}{2}}{1-t}+\frac{\frac{1}{2}}{1+t}=\frac{1}{2}\int\frac{1}{1-t}dt+\frac{1}{2}\int\frac{1}{1+t}dt$$

$$=-\frac{1}{2}\ln|1-t|+\frac{1}{2}\ln|1+t|+c$$

$$=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+t}{1-t}\right|+c=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+\tan\frac{x}{2}}{1-\tan\frac{x}{2}}\right|+c \text{ ve}$$

$$f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}\right|+c$$

Yanıt B

8. $\tan\frac{x}{2}=t,\ \sin x=\frac{2t}{1+t^2},\ dx=\frac{2dt}{1+t^2}$ dönüşümleri yapılırsa,

$$\int\frac{1}{1+\sin x}dx=\int\frac{1}{1+\frac{2t}{1+t^2}}.\frac{2dt}{1+t^2}=\int\frac{2dt}{(1+t)^2}$$

$1+t=u \Rightarrow dt=du$

$$\Rightarrow 2\int\frac{du}{u^2}=2.\frac{u^{-1}}{-1}+c=\frac{-2}{1+t}+c=\frac{-2}{1+\tan\frac{x}{2}}+c$$

Yanıt A

9. $\int\frac{\sin x}{\cos x+2}dx$ integralinde,

$\tan\frac{x}{2}=t$ dönüşümü uygulanırsa,

$\cos x=\frac{1-t^2}{1+t^2},\ \sin x=\frac{2t}{1+t^2}$ ve $dx=\frac{2dt}{1+t^2}$ olur.

$$\int\frac{\sin x}{\cos x+2}dx=\int\frac{\frac{2t}{1+t^2}}{\frac{1-t^2}{1+t^2}+2}.\frac{2dt}{1+t^2}=\int\frac{2t}{3+t^2}.\frac{2dt}{1+t^2}$$

$3+t^2=u \Rightarrow 1+t^2=u-2$

$2tdt=du$ dönüşümü uygulanırsa,

$=\int\frac{2}{u.(u-2)}du$ elde edilir.

$$\frac{2}{u(u-2)}=\underset{(u)}{\frac{A}{u-2}}+\underset{(u-2)}{\frac{B}{u}} \Rightarrow 2=Au+B(u-2)$$

$$\left.\begin{matrix}A+B=0\\-2B=2\end{matrix}\right\} \Rightarrow B=-1,\ A=1 \text{ olur.}$$

O halde; $\int\frac{2}{u.(u-2)}du=\int\frac{1}{u-2}du-\int\frac{1}{u}du$

$$=\ln|u-2|-\ln|u|+c=\ln\left|\frac{u-2}{u}\right|+c$$

$$=\ln\left|\frac{3+t^2-2}{3+t^2}\right|+c$$

$$=\ln\left|\frac{\tan^2\frac{x}{2}+1}{\tan^2\frac{x}{2}+3}\right|+c \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

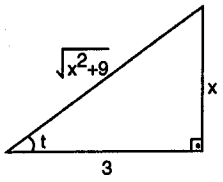
10. $x=3\tan t \Rightarrow dx=\dfrac{3}{\cos^2 t}dt$ dönüşümü yapılır.

$$\int \frac{1}{\sqrt{(9+x^2)^3}}dx=\int \frac{1}{(9+x^2).\sqrt{9+x^2}}dx$$

$$=\int \frac{1}{(9+9\tan^2 t)\sqrt{9+9\tan^2 t}}.\frac{3}{\cos^2 t}dt$$

$$=\frac{1}{9}\int \frac{1}{(1+\tan^2 t).\sqrt{1+\tan^2 t}.\cos^2 t}dt$$

$$=\frac{1}{9}\int \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 t}.\frac{1}{\cos t}.\cos^2 t}dt=\frac{1}{9}\int \cos t.dt$$



$$x=3\tan t \rightarrow \frac{x}{3}=\tan t$$

$$\sin t=\frac{x}{\sqrt{x^2+9}}$$

$$=\frac{1}{9}\sin t+c=\frac{1}{9}\frac{x}{\sqrt{x^2+9}}+c$$

Yanıt C

11. $x=\tan t \Rightarrow dx=\dfrac{1}{\cos^2 t}dt$, $\arctan x=t$ dönüşümü yapılır.

$$\int \frac{\frac{dt}{\cos^2 t}}{\tan t.\frac{1}{\cos t}}$$

$$=\int \frac{1}{\sin t.\frac{1}{\cos t}.\cos t}.dt=\int \frac{1}{\sin t}dt$$

$$\tan\frac{t}{2}=p,\ \sin t=\frac{2p}{1+p^2}$$

$$dt=\frac{2dp}{1+p^2}$$

$$=\int \frac{1}{\frac{2p}{1+p^2}}.\frac{2dp}{1+p^2}=\int \frac{1}{p}dp$$

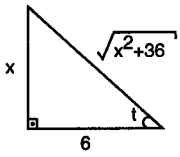
$$=\ln|p|+c=\ln\left|\tan\frac{t}{2}\right|+c=\ln\left|\tan\left(\frac{\arctan x}{2}\right)\right|+c$$

Yanıt B

12. $x=6\tan t,\ dx=6\dfrac{dt}{\cos^2 t}$

$$\int \frac{dx}{x^2.\sqrt{x^2+36}}=\int \frac{\frac{6dt}{\cos^2 t}}{36.\tan^2 t.\sqrt{36\tan^2 t+36}}$$

$$=\frac{1}{36}\int \frac{\frac{1}{\cos^2 t}}{\frac{\sin^2 t}{\cos^2 t}.\frac{1}{\cos t}}dt=\frac{1}{36}\int \frac{\cos t dt}{\sin^2 t}=-\frac{1}{36.\sin t}+c$$



$\tan t=\dfrac{x}{6}\Rightarrow \sin t=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+36}}$ olur.

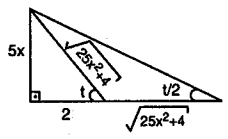
$$\int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+36}}=-\frac{\sqrt{x^2+36}}{36.x}+c \text{ olur.}$$

Yanıt C

13. $x=\dfrac{2}{5}\tan t$ olsun. $dx=\dfrac{2}{5}\dfrac{dt}{\cos^2 t}$

$$\int \frac{2dx}{x\sqrt{4+25x^2}}=2\int \frac{\frac{2}{5}.\frac{dt}{\cos^2 t}}{\frac{2}{5}\tan t.\sqrt{4+25.\frac{4}{25}\tan^2 t}}$$

$$=2\int \frac{\frac{1}{\cos^2 t}}{\tan t.2.\frac{1}{\cos t}}dt=\int \frac{dt}{\sin t}=\ln\left|\tan\frac{t}{2}\right|+c$$

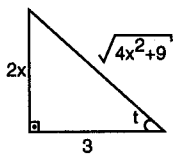


$$=\ln\left|\frac{5x}{2+\sqrt{25x^2+4}}\right|+c$$

$$=\ln\left|\frac{\sqrt{25x^2+4}-2}{5x}\right|+c$$

Yanıt B

14. $x=\dfrac{3}{2}\tan t$ olsun.



$$dx=\frac{3}{2}.\frac{dt}{\cos^2 t}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{9+4x^2}}=\int \frac{\frac{3}{2}\frac{dt}{\cos^2 t}}{\sqrt{9+4.\frac{9\tan^2 t}{4}}}$$

$$=\frac{1}{2}\int \frac{\frac{1}{\cos^2 t}}{\frac{1}{\cos t}}dt=\frac{1}{2}\int \frac{1}{\cos t}dt$$

$$=\frac{1}{2}\ln|\sec t+\tan t|+c$$

$$=\frac{1}{2}.\ln\left|\frac{\sqrt{4x^2+9}+2x}{3}\right|+c$$

Yanıt D

TEST 13 ÖZEL DÖNÜŞÜMLER

1. $\int\sqrt{36-x^2}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $9\left(\sin(2\arcsin\frac{x}{6})+2\arcsin\frac{x}{6}\right)+c$

B) $\left(\sin(2\arcsin\frac{x}{6})+2\arcsin\frac{x}{6}\right)+c$

C) $9\sin\left(2\arcsin\frac{x}{6}\right)+2\arcsin\frac{x}{6}+c$

D) $9\left(\sin(\arcsin\frac{x}{6}\right)+\arcsin\frac{x}{6}+c$

E) $9\sin(\arcsin\frac{x}{6})+2\arcsin\frac{x}{6}+c$

2. $\int\sqrt{9-16x^2}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{3}{4}\left[\sin\left(2\arcsin\frac{4x}{3}\right)+2\arcsin\frac{4x}{3}\right]+c$

B) $\frac{9}{16}\left[\sin\left(2\arcsin\frac{4x}{3}\right)+2\arcsin\frac{4x}{3}\right]+c$

C) $\frac{9}{16}\sin\left(2\arcsin\frac{4x}{3}\right)+2\arcsin\frac{4x}{3}+c$

D) $\frac{3}{4}\sin\left(2\arcsin\frac{4x}{3}\right)+2\arcsin\frac{4x}{3}+c$

E) $\frac{9}{16}\left[\sin(\arcsin\frac{4x}{3})+2\arcsin\frac{4x}{3}\right]+c$

3. $\int\frac{4dx}{\sqrt{x^2-4}.x}$ integralinin eşiti nedir?

A) $2\arccos\frac{2}{x}+c$ B) $\arccos\frac{2}{x}+c$

C) $\frac{1}{2}\arccos 2x+c$ D) $2\arccos 2x+c$

E) $\arccos 2x+c$

4. $\int\frac{dx}{x\sqrt{x^2-4}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\arcsin\frac{4}{x}+c$ B) $\arccos\frac{4}{x}+c$

C) $\arcsin\frac{2}{x}+c$ D) $\arccos\frac{2}{x}+c$

E) $\arccos\frac{3}{x}+c$

5. $\int\frac{\sqrt{x^2-16}}{x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\sqrt{x^2-16}+c$

B) $\sqrt{x^2-16}-4\arccos\frac{4}{x}+c$

C) $\sqrt{x^2-16}+\arccos\frac{4}{x}+c$

D) $\sqrt{x^2-16}-4\arccos 4x+c$

E) $-\sqrt{x^2-16}-\arccos\frac{4}{x}+c$

6. $\int\frac{x^2dx}{\sqrt{4-x^2}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $2\arcsin\frac{x}{2}-\frac{x.\sqrt{4-x^2}}{2}+c$

B) $\arcsin\frac{x}{2}-\frac{x.\sqrt{4-x^2}}{2}+c$

C) $\frac{1}{2}\arcsin\frac{x}{2}-\frac{x\sqrt{4-x^2}}{x\sqrt{4-x^2}}+c$

D) $\frac{1}{2}\left[\arcsin x--x\sqrt{4-x^2}\right]+c$

E) $2\arcsin\frac{x}{2}-\frac{4-x^2}{2}+c$

7. $\int\frac{\sqrt{4x^2-25}}{2x}$ dx integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sqrt{4x^2-25}}{2}-\frac{5}{2}\arccos\frac{5}{2x}+c$

B) $-\frac{\sqrt{4x^2-25}}{x}-\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{2x}+c$

C) $\frac{\sqrt{4x^2-25}}{2}+\frac{5}{2}\arcsin\frac{5x}{2}+c$

D) $\frac{\sqrt{4x^2-25}}{2}+\frac{1}{2}\arccos\frac{5}{2x}+c$

E) $\frac{\sqrt{4x^2-25}}{2x}-\arccos\frac{5}{x}+c$

8. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2-25}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $5\tan\left(\arccos\frac{5}{x}\right)+c$ B) $\frac{1}{5}\arctan\frac{x}{5}+c$

C) $5\cot\left(\arcsin\frac{5}{x}\right)+c$ D) $\frac{1}{5}\tan\left(\arcsin\frac{5}{x}\right)+c$

E) $5\tan\left(\arcsin\frac{5}{x}\right)+c$

9. $\int \frac{dx}{(x^2+9).\sqrt{x^2+9}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{-1}{9}\sin(\arctan\frac{x}{3})+c$ B) $\frac{1}{9}\sin(\arctan\frac{x}{3})+c$

C) $\frac{1}{9}\sin(\arctan x)+c$ D) $\frac{1}{9}\cos(\arctan x)+c$

E) $\frac{1}{9}\cos(\arctan x)+c$

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+10x+16}}$ integralinin değeri nedir?

A) $\ln\left|\frac{\sqrt{x^2+10x+16}}{3}\right|+c$

B) $\ln\left|\frac{x+5}{3}\right|+c$

C) $\ln\left|x+5+\sqrt{x^2+10x+16}\right|+c$

D) $\ln\left|\frac{x+5-\sqrt{x^2+10x+16}}{3}\right|+c$

E) $\ln\left|\frac{x+5+\sqrt{x^2+10x+16}}{3}\right|+c$

11. $\int\sqrt{16-9x^2}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x.\sqrt{16-9x^2}}{2}+c$

B) $\frac{x.\sqrt{16-9x^2}}{2}+\frac{8}{3}\arcsin 3x+c$

C) $\frac{x\sqrt{16-9x^2}}{4}+\frac{8}{3}\arcsin\frac{3x}{4}+c$

D) $\frac{x.\sqrt{16-9x^2}}{2}+\frac{8}{3}\arcsin\frac{3x}{4}+c$

E) $\frac{x.\sqrt{16-9x^2}}{2}+\frac{8}{3}\arccos 3x+c$

12. $\int\frac{\sqrt{x^2-9}}{2x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sqrt{x^2-9}}{2}-\frac{3}{2}\arccos\frac{3}{x}+c$

B) $\frac{\sqrt{x-3}}{3}-\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{x}+c$

C) $\frac{\sqrt{x^2-4}}{2}-\frac{3}{2}\arccos\frac{2}{x}+c$

D) $\frac{\sqrt{x^2-9}}{2}-\frac{1}{2}\arccos\frac{2}{x}+c$

E) $\frac{\sqrt{x^2-4}}{2}-\frac{3}{2}\arcsin\frac{3}{x}+c$

13. $\int\frac{\sqrt{8-x^2}}{x^2}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sqrt{8-x^2}}{x^2}+\arcsin\frac{x}{2}+c$

B) $-\frac{\sqrt{8-x^2}}{x}+\arcsin\frac{x}{2}+c$

C) $-\frac{\sqrt{8-x^2}}{x}+\arcsin\frac{x^2}{2\sqrt{2}}+c$

D) $-\frac{\sqrt{8-x^2}}{x}-\arcsin\frac{x}{2\sqrt{2}}+c$

E) $\frac{\sqrt{8-x^2}}{2}-\frac{1}{2}\arcsin\frac{x}{8}+c$

TEST 13'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $x = 6\sin t$ dönüşümü uygulanırsa;

$dx = 6\cos t\,dt$ ve $t = \arcsin\frac{x}{6}$

$$\int\sqrt{36-36\sin^2 t}.6\cos t\,dt=\int 6.\sqrt{1-\sin^2 t}.6\cos t\,dt$$

$$=36\int\cos^2 t\,dt$$

$$=36\int\left(\frac{\cos 2t+1}{2}\right)dt$$

$$=18.\left(\frac{\sin 2t}{2}+t\right)+c=9\left(\sin 2t+2t\right)+c$$

$$=9.\left(\sin\left(2.\arcsin\frac{x}{6}\right)+2.\arcsin\frac{x}{6}\right)+c$$

Yanıt A

2. $x=\frac{3}{4}\sin t$ dönüşümü uygulanırsa;

$$\sin t=\frac{4x}{3}$$

$$t=\arcsin\frac{4x}{3}$$

$$dx=\frac{3}{4}\cos t\,dt$$

$$\int\sqrt{9-16.\left(\frac{3}{4}\sin t\right)^2}.\frac{3}{4}.\cos t\,dt$$

$$=\frac{9}{4}\int\cos^2 t\,dt$$

$$=\frac{9}{4}\int\left(\frac{\cos 2t+1}{2}\right)dt$$

$$=\frac{9}{8}.\left[\frac{\sin 2t}{2}+t\right]+c$$

$$=\frac{9}{16}\left(\sin 2t+2t\right)+c$$

$$=\frac{9}{16}\left(\sin\left(2.\arcsin\frac{4x}{3}\right)+2.\arcsin\frac{4x}{3}\right)+c$$

Yanıt B

3. $x=\frac{2}{\cos t}$ dönüşümü uygulanırsa, $dx=2.\frac{\sin t}{\cos^2 t}dt$

$t=\arccos\frac{2}{x}$ olur.

$$\int\frac{4dx}{\sqrt{x^2-4}.x}=\int\frac{4}{\sqrt{\frac{4}{\cos^2 t}-4}.\frac{2}{\cos t}}.2.\frac{\sin t}{\cos^2 t}dt$$

$$=2\int\frac{\sin t\,dt}{\frac{\sin t}{\cos t}.\frac{1}{\cos t}.\cos^2 t}$$

$$=2\int dt=2t+c=2.\arccos\frac{2}{x}+c$$

Yanıt A

4. $x=\frac{2}{\cos t}$ dönüşümü uygulanırsa, $dx=2.\frac{\sin t}{\cos^2 t}dt$

$$\int\frac{dx}{x.\sqrt{x^2-4}}=\int\frac{2.\frac{\sin t}{\cos^2 t}dt}{\frac{1}{\cos t}.2.\frac{\sin t}{\cos t}}$$

$$=\int dt=t+c$$

$$=\arccos\frac{2}{x}+c$$

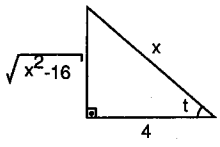
Yanıt D

5. $x=\frac{4}{\cos t}$ dönüşümü uygulanırsa, $dx=\frac{4.\sin t}{\cos^2 t}dt$

$$\int\frac{\sqrt{x^2-16}}{x}dx=\int\frac{\sqrt{\frac{16}{\cos^2 t}-16}}{\frac{4}{\cos t}}.\frac{4.\sin t}{\cos^2 t}dt$$

$$=\int 4.\frac{\sin t}{\cos t}.\frac{\cos t}{4}.\frac{4\sin t}{\cos^2 t}.dt=4\int\tan^2 t\,dt$$

$$=4\int\left(1+\tan^2 t-1\right)dt=4.\tan t-t+c$$



$$=4\frac{\sqrt{x^2-16}}{4}-\arccos\frac{4}{x}+c$$

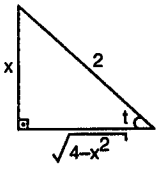
$$=\sqrt{x^2-16}-4\arccos\frac{4}{x}+c$$

Yanıt B

6. $x = 2.\sin t \qquad dx = 2\cos t dt$

$t = \arcsin\frac{x}{2}$

$$\int \frac{4\sin^2 t}{\sqrt{4-4\sin^2 t}}.2\cos t dt = 4\int \frac{\sin^2 t.\cos t}{\cos t}dt$$
$$= 4\int \frac{1-\cos 2t}{2}dt$$
$$= 2\int dt - 2\int \cos 2t dt$$
$$= 2t - \sin 2t + c$$



$$\sin 2t = 2\sin t\cos t = 2.\frac{x}{2}.\frac{\sqrt{4-x^2}}{2}$$
$$= \frac{x.\sqrt{4-x^2}}{2}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}} = 2.\arcsin\frac{x}{2} - \frac{x.\sqrt{4-x^2}}{2} + c$$

Yanıt A

7. $2x = \frac{5}{\cos t} \Rightarrow 2dx = \frac{5\sin t}{\cos^2 t}dt \Rightarrow dx = \frac{5}{2}.\frac{\sin t}{\cos^2 t}dt$

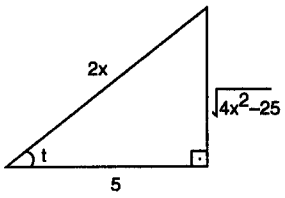
dönüşümü yapılır.

$$\int \frac{\sqrt{4x^2-25}}{2x}dx = \int \frac{\sqrt{\frac{25}{\cos^2 t}-25}}{\frac{5}{\cos t}}.\frac{5.\sin t}{2.\cos^2 t}dt$$

$$= \int \frac{\frac{5\sin t}{\cos t}}{\frac{5}{\cos t}}.\frac{5.\sin t}{2.\cos^2 t}dt = \frac{5}{2}\int \frac{\sin^2 t}{\cos^2 t}dt = \frac{5}{2}\int \tan^2 t dt$$

$$= \frac{5}{2}\int (\tan^2 t + 1 - 1)dt = \frac{5}{2}\int (\tan^2 t + 1)dt - \frac{5}{2}\int dt$$

$$= \frac{5}{2}\tan t - \frac{5}{2}t + c$$



$\cos t = \frac{5}{2x}$

$t = \arccos\frac{5}{2x}$

$\tan t = \frac{\sqrt{4x^2-25}}{5}$

$$= \frac{5}{2}.\frac{\sqrt{4x^2-25}}{5} - \frac{5}{2}.\arccos\frac{5}{2x} + c$$
$$= \frac{\sqrt{4x^2-25}}{2} - \frac{5}{2}\arccos\frac{5}{2x} + c$$

Yanıt A

8. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2-25}}$ integralinde $x = \frac{5}{\cos t}$ ve $dx = \frac{5\sin t}{\cos^2 t}dt$

$x = \frac{5}{\cos t} \Rightarrow \cos t = \frac{5}{x} \Rightarrow t = \arccos\frac{5}{x}$

dönüşümü uygulanırsa,

$$= \int \frac{\frac{5}{\cos t}.\frac{5\sin t}{\cos^2 t}dt}{\sqrt{\frac{25}{\cos^2 t}-25}} = \int \frac{\frac{5}{\cos t}.\frac{5\sin t}{\cos^2 t}dt}{5.\sqrt{\frac{1-\cos^2 t}{\cos^2 t}}}$$

$$= 5\int \frac{\frac{\sin t}{\cos^3 t}}{\frac{\sin t}{\cos t}}dt = 5\int \frac{1}{\cos^2 t}dt = 5\tan t + c$$

$$= 5\tan\left(\arccos\frac{5}{x}\right) + c$$

Yanıt A

9. $t = \arctan\frac{x}{3} \Rightarrow \frac{x}{3} = \tan t$

$dx = \frac{3}{\cos^2 t}dt$ dönüşümü uygulanırsa,

$$\int \frac{dx}{(x^2+9).\sqrt{x^2+9}} = \int \frac{\frac{3}{\cos^2 t}dt}{9(\tan^2 t+1).\sqrt{9\tan^2 t+9}}$$

$$= \int \frac{\frac{3}{\cos^2 t}}{27\frac{1}{\cos^2 t}.\frac{1}{\cos t}}dt = \int \frac{dt}{\frac{9}{\cos t}}$$

$$= \int \frac{\cos t}{9}dt = \frac{1}{9}\int \cos t dt$$
$$= \frac{1}{9}\sin t + c$$
$$= \frac{1}{9}\sin(\arctan\frac{x}{3}) + c$$

Yanıt B

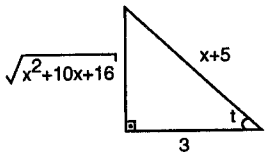
10. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+10x+16}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(x+5)^2-9}}$

$x+5 = \frac{3}{\cos t} \Rightarrow dx = 3.\frac{\sin t dt}{\cos^2 t}$

dönüşümü uygulanırsa,

$$= \int \frac{\frac{3\sin t}{\cos^2 t}dt}{\sqrt{\frac{9}{\cos^2 t}-9}} = \int \frac{\frac{\sin t}{\cos^2 t}dt}{\frac{\sin t}{\cos t}}$$

$$= \int \frac{dt}{\cos t} = \ln\left|\sec t + \tan t\right| + c$$



$$= \ln\left|\frac{x+5+\sqrt{x^2+10x+16}}{3}\right| + c$$

Yanıt E

11. $x = \frac{4}{3}\sin t$ ve $dx = \frac{4}{3}\cos t dt$ dönüşümü uygulanırsa,

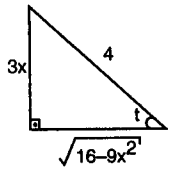
$$\int \sqrt{16-9x^2}dx = \int \sqrt{16-9.\frac{16}{9}\sin^2 t}.\frac{4}{3}.\cos t dt$$

$$= \frac{16}{3}\int \cos^2 t dt = \frac{16}{3}\int \frac{(\cos 2t+1)}{2}dt$$

$$= \frac{8}{3}\left[\int \cos 2t dt + \int dt\right]$$

$$= \frac{8}{3}.\left(\frac{\sin 2t}{2}+t\right)+c$$

$$= \frac{4}{3}.\sin 2t + \frac{8}{3}t + c = \frac{4}{3}.2\sin t.\cos t + \frac{8}{3}t + c$$



$$= \frac{\cancel{4}}{3}.2.\frac{3x}{\cancel{4}}.\frac{\sqrt{16-9x^2}}{4} + \frac{8}{3}.\arcsin\frac{3x}{4} + c$$

$$= \frac{x.\sqrt{16-9x^2}}{2} + \frac{8}{3}.\arcsin\frac{3x}{4} + c$$

Yanıt D

12. $x = \frac{3}{\cos t} \Rightarrow dx = \frac{3\sin t dt}{\cos^2 t}$ dönüşümü yapılır.

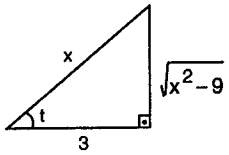
$$\int \frac{\sqrt{x^2-9}}{2x}dx = \frac{1}{2}\int \frac{\sqrt{\frac{9}{\cos^2 t}-9}}{\frac{3}{\cos t}}.\frac{3\sin t.dt}{\cos^2 t}$$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{3\sqrt{\frac{1-\cos^2 t}{\cos^2 t}}}{\frac{1}{\cos t}}.\frac{\sin t.dt}{\cos^2 t} = \frac{3}{2}\int \frac{\frac{\sin t}{\cos t}}{\frac{1}{\cos t}}.\frac{\sin t}{\cos^2 t}dt$$

$$= \frac{3}{2}\int \frac{\sin^2 t}{\cos^2 t}dt = \frac{3}{2}\int \tan^2 t.dt = \frac{3}{2}\int (\tan^2 t+1-1)dt$$

$$= \frac{3}{2}\int (\tan^2 t+1)dt - \frac{3}{2}\int dt$$

$$= \frac{3}{2}\tan t - \frac{3}{2}t + c$$



$x = \frac{3}{\cos t} \Rightarrow \cos t = \frac{3}{x} \Rightarrow t = \arccos\frac{3}{x}$, $\tan t = \frac{\sqrt{x^2-9}}{3}$

$$= \frac{3}{2}\frac{\sqrt{x^2-9}}{3} - \frac{3}{2}\arccos\frac{3}{x} + c$$

$$= \frac{\sqrt{x^2-9}}{2} - \frac{3}{2}\arccos\frac{3}{x} + c \text{ bulunur.}$$

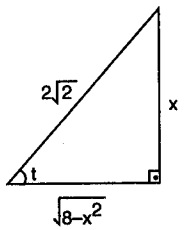
Yanıt A

13. $x = 2\sqrt{2}\sin t \Rightarrow dx = 2\sqrt{2}\cos t.dt$ dönüşümü yapılır.

$$\int \frac{\sqrt{8-x^2}}{x^2}dx = \int \frac{\sqrt{8-8\sin^2 t}}{8\sin^2 t}.2\sqrt{2}\cos t.dt = \int \frac{\cos^2 t}{\sin^2 t}dt$$

$$= \int \frac{1-\sin^2 t}{\sin^2 t}dt = \int \frac{1}{\sin^2 t}dt - \int \frac{\sin^2 t}{\sin^2 t}dt$$

$$= \int \frac{1}{\sin^2 t}dt - \int dt = -\cot t - t + c$$



$\sin t = \frac{x}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \arcsin\frac{x}{2\sqrt{2}} = t$

$\cot t = \frac{\sqrt{8-x^2}}{x}$

$$= -\frac{\sqrt{8-x^2}}{x} - \arcsin\frac{x}{2\sqrt{2}} + c$$

Yanıt D

TEST 14 BELİRLİ İNTEGRAL

1. $f(x)=\begin{cases}2x^2 & , x<0\\ x & , x\geq 0\end{cases}$ fonksiyonu için;

$\int_{-2}^{0} f(x)dx+\int_{1}^{3} f(x)dx$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{23}{3}$ B) $\frac{25}{3}$ C) $\frac{26}{3}$ D) $\frac{28}{3}$ E) $\frac{29}{3}$

2. $\int_{-2}^{0} |1+x|dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

3. $\int_{0}^{\sqrt{2}} (\frac{1}{4}x-\frac{x^3}{8}-\pi)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{8}-\pi$ B) $-\frac{1}{8}-\pi\sqrt{2}$ C) $-\frac{1}{8}+\pi\sqrt{2}$

D) $\frac{1}{8}+\pi\sqrt{2}$ E) $\frac{1}{8}-\pi\sqrt{2}$

4. $\int_{1}^{e} \frac{\sqrt{\ln x}}{x}dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) 2

5. $\int_{-1}^{1} x.|x|dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

6. $\int_{-1}^{1} (1+x^5)^3.x^4dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{20}$ B) $\frac{13}{20}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

7. $\int_{-1}^{2} f(x)dx=12$ olduğuna göre, $\int_{2}^{-1} (2f(x)+7)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –30 B) –35 C) –40 D) –45 E) –50

8. $\int_{0}^{\pi/3} \sin 2x.\cos^3 xdx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{31}{32}$ C) $\frac{27}{80}$ D) $\frac{31}{80}$ E) $\frac{1}{2}$

9. $\int_{0}^{\pi} (2x^2+9\sin x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{2\pi^3}{3}+18$ B) $\frac{4\pi^3}{3}$ C) –18

D) 0 E) 18

10. $\int_{0}^{1} \frac{2^x}{2^x+1}dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\ln 3}{\ln 2}-1$ B) 1 C) $\frac{\ln 3}{\ln 2}$ D) –1 E) 0

11. $\int_{-11/\sqrt{3}}^{11\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+121}$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{3\pi}{22}$ B) $\frac{5\pi}{22}$ C) $\frac{7\pi}{22}$ D) $\frac{\pi}{22}$ E) 1

12. $\int_{e}^{e^2} \frac{dx}{2x.(\ln x)^3}$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{5}{16}$ D) $\frac{7}{16}$ E) $\frac{9}{16}$

13. $\int_{2}^{3} (\frac{1}{x^2} - x^3 + \frac{2}{x})dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\ln\frac{9}{4} - \frac{193}{12}$ B) $\ln\frac{9}{4} + \frac{193}{12}$ C) $-\ln\frac{9}{4} - \frac{193}{12}$

D) $\ln\frac{4}{9} - \frac{12}{193}$ E) $\ln\frac{12}{193} - \frac{4}{9}$

14. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\sin 2x}{\cos x}dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $-2\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{2}$ C) 0 D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

15. $\int_{0}^{6} |x^2 - 25|dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 50 B) 75 C) $\frac{250}{3}$ D) $\frac{266}{3}$ E) $\frac{416}{3}$

16. $\int_{1}^{3} \frac{dx}{3x+7}$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}(\ln 16 - \ln 10)$ B) $-\frac{1}{3}(\ln 16 - \ln 10)$

C) $\ln 16 - \ln 10$ D) $\frac{1}{3}(\ln 16 + \ln 10)$

E) $\frac{1}{3}(\ln 16 - \ln 10)$

17. a, b ∈ R olmak üzere;

$$f(x) = \begin{cases} a - x, & x < 1 \text{ ise,} \\ bx^3, & x \geq 1 \text{ ise,} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor.

$\int_{-2}^{1} f(x)dx = \int_{1}^{3} f(x)dx$ olduğuna göre, $b - \frac{3a}{20}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{40}$ B) $\frac{1}{20}$ C) $\frac{3}{40}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{8}$

18. $\int_{2}^{4} \frac{x+4}{x^2+8x} dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}\ln\frac{5}{12}$ B) $\frac{1}{2}\ln\frac{12}{5}$ C) $\ln\frac{5}{12}$

D) $\ln\frac{12}{5}$ E) $2\ln\frac{12}{5}$

19. $\int_{4}^{4\sqrt{3}} \frac{dx}{16+x^2}$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{10}$ C) $\frac{\pi}{12}$ D) $\frac{\pi}{24}$ E) $\frac{\pi}{48}$

20. $\int_{0}^{\pi/2} e^{3x}.\sin x dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $3e^{\frac{3\pi}{2}} + 1$ B) $\frac{1}{10}(3e^{\frac{2}{3\pi}} + 1)$ C) $\frac{1 + 3e^{\frac{3\pi}{2}}}{10}$

D) $e^{\frac{3\pi}{2}}$ E) $3e^{\frac{3\pi}{2}} + 2$

TEST 14'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. İntegral sınırlarına göre,

$\int_{-2}^{0} f(x)dx = \int_{-2}^{0} 2x^2dx$ alınır.

$\int_{1}^{3} f(x)dx = \int_{1}^{3} xdx$ alınır.

$\int_{-2}^{0} 2x^2dx + \int_{1}^{3} xdx = 2.\frac{x^3}{3}\Big|_{-2}^{0} + \frac{x^2}{2}\Big|_{1}^{3}$

$= \frac{2}{3}(0-(-8)) + (\frac{9}{2} - \frac{1}{2})$

$= \frac{16}{3} + 4 = \frac{28}{3}$ bulunur.

Yanıt D

2. $|1 + x|$ ifadesi;

$x < -1$ için $(-1 - x)$

$x \geq -1$ için $1 + x$ olarak mutlak değerin dışına çıkar.

$\int_{-2}^{0} |1+x|dx = \int_{-2}^{-1} (-1-x)dx + \int_{-1}^{0} (1+x)dx$

$= (-x - \frac{x^2}{2})\Big|_{-2}^{-1} + (x + \frac{x^2}{2})\Big|_{-1}^{0}$

$= (1 - \frac{1}{2}) - (2 - \frac{4}{2}) + 0 - (-1 + \frac{1}{2})$

$= \frac{1}{2} - 0 + 0 + \frac{1}{2} = 1$

Yanıt C

3. $\int_{0}^{\sqrt{2}} (\frac{1}{4}x - \frac{x^3}{8} - \pi)dx$

$= \int_{0}^{\sqrt{2}} \frac{1}{4}xdx - \int_{0}^{\sqrt{2}} \frac{x^3}{8}dx - \int_{0}^{\sqrt{2}} \pi dx$

$= \frac{1}{4}.\frac{x^2}{2}\Big|_{0}^{\sqrt{2}} - \frac{1}{8}.\frac{x^4}{4}\Big|_{0}^{\sqrt{2}} - \pi x\Big|_{0}^{\sqrt{2}}$

$= \frac{1}{8}(2-0) - \frac{1}{32}(4-0) - \pi(\sqrt{2} - 0)$

$= \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \pi\sqrt{2} = \frac{1}{8} - \pi\sqrt{2}$ bulunur.

Yanıt E

4. $\ln x = u \Rightarrow \frac{1}{x}dx = du$ dönüşümü uygulanırsa,

$\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x}dx = \int \sqrt{u}.du = \int u^{\frac{1}{2}}du$

$= \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = \frac{2}{3}.u^{\frac{3}{2}} + c = \frac{2}{3}.(\ln x)^{\frac{3}{2}} + c$

O halde, $\int_{1}^{e} \frac{\sqrt{\ln x}}{x}dx = \frac{2}{3}(\ln x)^{\frac{3}{2}}\Big|_{1}^{e}$

$\left.\begin{matrix}\ln e = 1 \\ \ln 1 = 0\end{matrix}\right\} \Rightarrow = \frac{2}{3}((\ln e)^{3/2} - (\ln 1)^{3/2})$

$= \frac{2}{3}(1-0) = \frac{2}{3}$ bulunur.

Yanıt A

5. $-1 \leq x < 0$ için, $[x] = -1$

$0 \leq x < 1$ için, $[x] = 0$ olur.

$\int_{-1}^{1} x.[|x|]dx = \int_{-1}^{0} x.(-1)dx + \int_{0}^{1} x.0dx$

$= -\int_{-1}^{0} x.dx + 0$

$= -\frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^{0}$

$= -\frac{1}{2}(0-1) = \frac{1}{2}$

Yanıt B

6. $1 + x^5 = u \Rightarrow 5x^4dx = du$

$\Rightarrow x^4dx = \frac{du}{5}$ dönüşümü uygulanırsa,

$\int (1+x^5)^3.x^4dx = \int u^3.\frac{du}{5}$

$= \frac{1}{5}.\frac{u^4}{4} + c = \frac{1}{20}.(1+x^5)^4 + c$

$\int_{-1}^{1} (1+x^5)^3.x^4dx = \frac{1}{20}(1+x^5)^4\Big|_{-1}^{1}$

$= \frac{1}{20}[2^4 - 0]$

$= \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$ bulunur.

Yanıt D

7. $\int_{2}^{-1}(2f(x)+7)dx=\int_{2}^{-1}2f(x)dx+\int_{2}^{-1}7dx$

$=2.\left[-\int_{-1}^{2}f(x)dx\right]+7x\Big|_{2}^{-1}$

$=-2.12+7(-1-2)$

$=-24-21$

$=-45$

Yanıt D

8. $\int\sin2x.\cos^3 xdx=\int 2\sin x.\cos x.\cos^3 xdx$

$=2\int\sin x.\cos^4 x.dx$

$\left.\begin{array}{l}\cos x=u\\ -\sin xdx=du\\ \sin xdx=-du\end{array}\right\}$ dönüşümü uygulanırsa;

$=2\int u^4.(-du)$

$=-2\frac{u^5}{5}+c$

$=-2.\frac{\cos^5 x}{5}+c$ bulunur.

$\int_{0}^{\pi/3}\sin2x.\cos^3 xdx=-2.\frac{\cos^5 x}{5}\Big|_{0}^{\pi/3}$

$=-\frac{2}{5}.(\cos^5\frac{\pi}{3}-\cos^5 0)$

$=-\frac{2}{5}\left(\frac{1}{32}-1\right)$

$=\frac{31}{80}$

Yanıt D

9. $\int_{0}^{\pi}(2x^2+9\sin x)dx=\int_{0}^{\pi}2x^2dx+\int_{0}^{\pi}9\sin xdx$

$=2.\frac{x^3}{3}\Big|_{0}^{\pi}+9.(-\cos x)\Big|_{0}^{\pi}$

$=\frac{2}{3}.(\pi^3-0)-9(\cos\pi-\cos0)$

$=\frac{2\pi^3}{3}-9(-1-1)$

$=\frac{2\pi^3}{3}+18$ bulunur.

Yanıt A

10. $2^x+1=u\Rightarrow 2^x.\ln2dx=du$ dönüşümü uygulanırsa,

$2^x dx=\frac{du}{\ln2}$

$\int\frac{2^x}{2^x+1}dx=\int\frac{du}{\ln2.u}$

$=\frac{1}{\ln2}.\ln|u|+c=\frac{1}{\ln2}.\ln(2^x+1)+c$

O halde; $\int_{0}^{1}\frac{2^x}{2^x+1}dx=\frac{1}{\ln2}\ln|2^x+1|\Big|_{0}^{1}$

$=\frac{1}{\ln2}(\ln3-\ln2)$

$=\frac{\ln3}{\ln2}-\frac{\ln2}{\ln2}$

$=\frac{\ln3}{\ln2}-1$ bulunur.

Yanıt A

11. $\int\frac{dx}{x^2+121}=\int\frac{dx}{121(1+\frac{x^2}{121})}$

$=\frac{1}{121}\int\frac{dx}{1+(\frac{x}{11})^2}\Rightarrow\frac{x}{11}=u\Rightarrow\frac{1}{11}dx=du\Rightarrow dx=11du$

dönüşümü uygulanırsa,

$=\frac{1}{121}\int\frac{11}{1+u^2}du$

$=\frac{1}{11}\arctan u+c=\frac{1}{11}.\arctan\frac{x}{11}+c$

O halde, $\int_{-11/\sqrt{3}}^{11\sqrt{3}}\frac{dx}{x^2+121}=\frac{1}{11}\arctan\left(\frac{x}{11}\right)\Big|_{-11/\sqrt{3}}^{11\sqrt{3}}$

$=\frac{1}{11}(\arctan\sqrt{3}-\arctan(\frac{-1}{\sqrt{3}}))$

$=\frac{1}{11}(\frac{\pi}{3}-(-\frac{\pi}{6}))=\frac{\pi}{22}$

Yanıt D

12. $\ln x = u \Rightarrow \frac{1}{x}dx = du$ dönüşümü uygulanırsa,

$$\int \frac{dx}{2x.(\ln x)^3} = \frac{1}{2}\int \frac{du}{u^3} = \frac{1}{2}\int u^{-3}.du$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{u^{-2}}{-2} + c = -\frac{1}{4}(\ln x)^{-2}$$

$$\int_e^{e^2} \frac{dx}{2x(\ln x)^3} = -\frac{1}{4}\frac{1}{(\ln x)^2}\Big|_e^{e^2}$$

$$= -\frac{1}{4}\left(\frac{1}{(\ln e^2)^2} - \frac{1}{(\ln e)^2}\right)$$

$$= -\frac{1}{4}\left(\frac{1}{(2\ln e)^2} - \frac{1}{(\ln e)^2}\right)$$

$$= -\frac{1}{4}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{1}\right)$$

$$= \frac{3}{16}$$

Yanıt B

13. $\int_2^3 \frac{1}{x^2}dx - \int_2^3 x^3dx + \int_2^3 \frac{2}{x}dx$

$$= \frac{x^{-1}}{-1}\Big|_2^3 - \frac{x^4}{4}\Big|_2^3 + 2\ln x\Big|_2^3$$

$$= \left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{3^4}{4} - \frac{2^4}{4}\right) + 2(\ln 3 - \ln 2)$$

$$= \frac{1}{6} - \frac{65}{4} + 2(\ln 3 - \ln 2)$$

$$= -\frac{193}{12} + 2\ln 3 - 2\ln 2$$

$$= -\frac{193}{12} + \ln 9 - \ln 4$$

$$= \ln\frac{9}{4} - \frac{193}{12}$$

Yanıt A

14. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{2\sin x.\cos x}{\cos x}dx = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} 2\sin x dx$

$$= 2.(-\cos x)\Big|_{-\pi/4}^{\pi/4}$$

$$= -2\left(\cos\frac{\pi}{4} - \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$= -2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$$

Yanıt C

15. $x^2 - 25 = 0 \Rightarrow x = 5$ ve $x = -5$

x		−5		5	
x^2-25	+	0	−	0	+

$|x^2 - 25|$ ifadesi;

$0<x<5$ için $-x^2+25$,

$5<x<6$ için x^2-25 olarak mutlak değer dışına çıkar.

$$\int_0^6 |x^2-25|dx = \int_0^5 (-x^2+25)dx + \int_5^6 (x^2-25)dx$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3}+25x\right)\Big|_0^5 + \left(\frac{x^3}{3}-25x\right)\Big|_5^6$$

$$= \left(-\frac{125}{3}+125-0\right) + \left(\frac{216}{3}-150-\frac{125}{3}+125\right)$$

$$= -\frac{250}{3} + 172$$

$$= \frac{266}{3}$$

Yanıt D

16. $3x + 7 = u \Rightarrow 3dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{3}$

dönüşümü uygulanırsa,

$$\int \frac{dx}{3x+7} = \int \frac{du}{3.u} = \frac{1}{3}\ln|u| + c = \frac{1}{3}\ln|3x+7| + c$$

O halde,

$$\int_1^3 \frac{dx}{3x+7} = \frac{1}{3}\ln|3x+7|\Big|_1^3$$

$$= \frac{1}{3}(\ln 16 - \ln 10)$$

Yanıt E

17. $\int_{-2}^{1} f(x)dx = \int_1^3 f(x)dx$

$$\int_{-2}^{1} (a-x)dx = \int_1^3 bx^3dx$$

$$\Rightarrow \left(ax - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_{-2}^{1} = b\cdot\frac{x^4}{4}\Big|_1^3$$

$$\Rightarrow \left(a-\frac{1}{2}\right) - (-2a-2) = \frac{b}{4}(3^4-1^4)$$

$$\Rightarrow \frac{2a-1}{2} + 2a + 2 = \frac{b}{4}\cdot 80$$

$$\Rightarrow \frac{6a+3}{2} = b.20$$

$$\Rightarrow 6a+3 = 40.b$$

$$\Rightarrow \frac{6a+3}{40} = b$$

O halde; $b - \frac{3a}{20} = \frac{6a+3}{40} - \frac{3a}{20} = \frac{6a+3-6a}{40} = \frac{3}{40}$

Yanıt C

18. $x^2+8x=u \Rightarrow (2x+8)dx=du$
dönüşümü uygulanırsa,

$(x+4)dx=\frac{du}{2}$

$$\int \frac{x+4}{x^2+8x}dx=\int \frac{du}{2.u}$$

$$=\frac{1}{2}\ln|u|+c=\frac{1}{2}\ln|x^2+8x|+c$$

O halde,

$$\int_2^4 \frac{x+4}{x^2+8x}dx=\frac{1}{2}\ln(x^2+8x)\Big|_2^4$$

$$=\frac{1}{2}(\ln 48-\ln 20)$$

$$=\frac{1}{2}\ln\frac{48}{20}$$

$$=\frac{1}{2}\ln\frac{12}{5} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

19. $$\int_4^{4\sqrt{3}} \frac{dx}{16+x^2}=\int_4^{4\sqrt{3}} \frac{dx}{16(1+\frac{x^2}{16})}$$

$$=\frac{1}{16}\int_4^{4\sqrt{3}} \frac{dx}{1+(\frac{x}{4})^2}$$

$$=\frac{1}{16}.4.\arctan\frac{x}{4}+c\Big|_4^{4\sqrt{3}}$$

$$=\frac{1}{4}\arctan\frac{x}{4}\Big|_4^{4\sqrt{3}}$$

$$=\frac{1}{4}(\arctan\sqrt{3}-\arctan 1)$$

$$=\frac{1}{4}(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4})=\frac{\pi}{48} \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

20. Kısmi integral uygulanacaktır.

$$\begin{array}{l|l} e^{3x}=u & \sin x dx=dv \\ 3e^{3x}.dx=du & -\cos x=v \end{array}$$

$$\int_0^{\pi/2} e^{3x}.\sin x dx=e^{3x}.(-\cos x)\Big|_0^{\pi/2}-\int_0^{\pi/2}(-\cos x).3e^{3x}dx$$

$$\int e^{3x}.\sin x dx=e^{3x}.(-\cos x)-\int(-\cos x).3.e^{3x}dx$$

$$=-e^{3x}\cos x+3\underbrace{\int \cos x.e^{3x}dx}_{A}$$

A da tekrar kısmi integrasyon metodu uygularsak;

$$\begin{array}{l|l} \cos x dx=dv & e^{3x}=u \\ \sin x=v & 3e^{3x}dx=du \end{array}$$

$$\int e^{3x}.\sin x dx=-e^{3x}\cos x+3\left[e^{3x}.\sin x-\int \sin x.3e^{3x}dx\right]$$

$$\int e^{3x}\sin x dx=-e^{3x}\cos x+3e^{3x}\sin x-9\int \sin x.e^{3x}dx$$

$$10\int e^{3x}\sin x dx=3e^{3x}\sin x-e^{3x}\cos x$$

$$10\int_0^{\pi/2} e^{3x}\sin x dx=\left[3e^{3x}\sin x-e^{3x}\cos x\right]\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$=\left(3e^{\frac{3\pi}{2}}.\sin\frac{\pi}{2}-e^{\frac{3\pi}{2}}.\cos\frac{\pi}{2}\right)-\left(3.e^{3.0}.\sin 0-e^{3.0}\cos 0\right)$$

$$=3.e^{\frac{3\pi}{2}}+1$$

O halde,

$$\int_0^{\frac{3\pi}{2}} e^{3x}.\sin x dx=\frac{3e^{\frac{3\pi}{2}}+1}{10} \text{ olur.}$$

Yanıt C

TEST 15 BELİRLİ İNTEGRAL

1. $\int_{-2}^{2} \text{sgn}(\lfloor x \rfloor)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

2. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos|x|dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $\int_{1}^{3} \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^2}dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt[3]{e}} - \frac{1}{e}$ B) $\frac{1}{\sqrt[3]{e}}$ C) $-\frac{1}{e}$

D) $\frac{-1}{\sqrt[3]{e}}$ E) 1

4. $f(x) = \int_{1}^{x} (3t^4 + t^3 + 2t)dt$

olduğuna göre, f'(x) fonksiyonunun eşiti nedir?

A) $4x^4 - x^3 + 2x$ B) $3x^4 + x^3 - 2x$

C) $-3x^4 - x^3 + 2x$ D) $-3x^4 + x^3 + 2x$

E) $3x^4 + x^3 + 2x$

5. f(2) = 3 ve f(–1) = 5 olmak üzere $\int_{3}^{5} d(f^{-1}(x))dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –1 B) –2 C) –3 D) –4 E) –5

6. $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \ln(e^{\cos x})dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

D) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ E) $\sqrt{3} - 1$

7. $\int_{9}^{25} \frac{1-x}{\sqrt{x}}dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{250}{3}$ B) $-\frac{191}{3}$ C) $-\frac{184}{3}$

D) $\frac{125}{3}$ E) 60

8. $\int_{-1}^{1} \frac{(x+3)^2}{x^4}dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –10 B) –9 C) –8 D) –7 E) –6

9. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\tan^2 x})dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) π B) 2π C) 3π D) 4π E) 5π

10. $\int_{0}^{\pi/4} \sqrt{1+\cos 4x}dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

11. $\int_0^{\pi/2} \cos^5 x\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{4}{15}$ B) $\frac{7}{15}$ C) $\frac{8}{15}$ D) $\frac{11}{15}$ E) $\frac{13}{15}$

12. $\frac{d}{dx}\left(\int_2^4 (x^2 + x)dx\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

13. $\int_0^{\pi/2} 4^{\sin x}.\cos x\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{\ln 4}$ B) $\frac{4^{\pi/2}}{\ln 4}$ C) 1 D) $\frac{4^{\pi}-1}{\ln 4}$ E) $\frac{4}{\ln 4}$

14. $\int_0^{\frac{3}{7}} \frac{dx}{\sqrt{36-49x^2}}$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{42}$ B) $\frac{\pi}{56}$ C) $\frac{\pi}{63}$ D) $\frac{\pi}{70}$ E) $\frac{2\pi}{21}$

15. $\int_{e^3}^{e^5} \frac{dx}{x}$ integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. $f(x) = (x-2).(x^2-4x)$ fonksiyonunun (0,4) aralığındaki integralinin mutlak değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

17. $f(x)= \int_0^{3x+\frac{\pi}{6}} \sin 2t\,dt$ olduğuna göre, $f'(\frac{\pi}{2})$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

18. $\int_0^1 12.\sqrt{4x+1}\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{5}-1$ B) $5\sqrt{5}-1$ C) $3.(5\sqrt{5}-1)$

D) $2.(5\sqrt{5}+1)$ E) $2.(5\sqrt{5}-1)$

19. $\int_1^{50} 2[x]dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 2440 B) 2450 C) 2460

D) 2470 E) 2480

20. $\int_0^4 \sqrt{16-x^2}\,dx$ integralinde $x = 4.\cos t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

A) $\int_0^{\pi} 16\cos^2 t\,dt$ B) $\int_{-\pi}^{\pi} -4\sin^2 dt$ C) $-\int_{-\pi/2}^{0} 16.\sin^2 t\,dt$

D) $\int_0^{\pi/2} 4.\sin^2 t\,dt$ E) $-\int_{\pi}^{0} 16.\cos^2 t\,dt$

TEST 15'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $\int_{-2}^{-1} \text{sgn}(-2)dx + \int_{-1}^{0} \text{sgn}(-1)dx + \int_{0}^{1} \text{sgn}(0)dx + \int_{1}^{2} \text{sgn}(1)dx$

$= \int_{-2}^{-1} -dx + \int_{-1}^{0} -dx + \int_{0}^{1} 0dx + \int_{1}^{2} dx$

$= -x\Big|_{-2}^{-1} - x\Big|_{-1}^{0} + x\Big|_{1}^{2}$

$= -1 - 1 + 1 = -1$

Yanıt C

2. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos|x|dx = \int_{-\pi}^{0} \cos x dx + \int_{0}^{\pi} \cos x dx$

$= \sin x\Big|_{-\pi}^{0} + \sin x\Big|_{0}^{\pi}$

Yanıt A

3. $-\frac{1}{x} = u \Rightarrow \frac{1}{x^2}dx = du$

$\int e^{-\frac{1}{x}} \frac{dx}{x^2} = \int e^u du = e^u + c = e^{-\frac{1}{x}} + c$

$\int_{1}^{3} \frac{e^{-\frac{1}{x}} \cdot dx}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}}\Big|_{1}^{3}$

$= e^{-\frac{1}{3}} - e^{-\frac{1}{1}}$

$= e^{-\frac{1}{3}} - e^{-1}$

$= \frac{1}{\sqrt[3]{e}} - \frac{1}{e}$

Yanıt A

4. $f(x) = \left(3\frac{t^5}{5} + \frac{t^4}{4} + \frac{2t^2}{2}\right)\Big|_{1}^{x}$

$= \frac{3}{5}x^5 + \frac{x^4}{4} + x^2 - \frac{3}{5} - \frac{1}{4} - 1$

$f(x) = \frac{3x^5}{5} + \frac{x^4}{4} + x^2 - \frac{37}{20}$

$f'(x) = 3x^4 + x^3 + 2x$

Yanıt E

5. $f(2) = 3 \Rightarrow f^{-1}(3) = 2$

$f(-1) = 5 \Rightarrow f^{-1}(5) = -1$

$\int_{3}^{5} d(f^{-1}(x))dx = f^{-1}(x)\Big|_{3}^{5}$

$= f^{-1}(5) - f^{-1}(3)$

$= -1 - 2$

$= -3$

Yanıt C

6. $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \ln(e^{\cos x})dx = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \cos x dx$

$= \sin x\Big|_{\pi/6}^{\pi/3} = \sin\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{6}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

Yanıt D

7. $\int_{9}^{25} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{x}{\sqrt{x}}\right)dx = \int_{9}^{25} (x^{-\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}})dx$

$= \left(2.x^{\frac{1}{2}} - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right)\Big|_{9}^{25}$

$= (2.5 - \frac{2}{3} \cdot 125) - (2.3 - \frac{2}{3} \cdot 27)$

$= -\frac{220}{3} + 12 = -\frac{184}{3}$

Yanıt C

8. $\int_{-1}^{1}\frac{x^2+6x+9}{x^4}dx=\int_{-1}^{1}(\frac{1}{x^2}+\frac{6}{x^3}+\frac{9}{x^4})dx$

$=\left(-x^{-1}-3x^{-2}-3x^{-3}\right)\Big|_{-1}^{1}$

$=\left(-\frac{1}{x}-\frac{3}{x^2}-\frac{3}{x^3}\right)\Big|_{-1}^{1}$

$=(-1-3-3)-(1-3+3)$

$=-7-1=-8$

Yanıt C

9. $\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{1}{\tan^2 x}=\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}=\frac{\sin^2 x}{\sin^2 x}=1$

$\int_{-\pi/2}^{-\frac{\pi}{2}}\left(\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{1}{\tan^2 x}\right)dx=\int_{-\pi/2}^{\pi/2}1dx=x\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2}$

$=\frac{\pi}{2}-\left(-\frac{\pi}{2}\right)=\pi$

Yanıt A

10. $\sqrt{1+\cos 4x}=\sqrt{1+2\cos^2 2x-1}=\sqrt{2}.|\cos 2x|$

$\int_0^{\pi/4}\sqrt{2}.\cos 2xdx=\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}\sin 2x\Big|_0^{\pi/4}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\frac{\pi}{2}-\sin 0)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Yanıt A

11. $\cos^5 x=(\cos^2 x)^2.\cos x$

$=(1-2\sin^2 x+\sin^4 x).\cos x$

$\int_0^{\pi/2}(\cos x-2\cos x.\sin^2 x+\cos x.\sin^4 x)dx$

$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos xdx-2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\cos xdx+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^4 x\cos xdx$

$=\sin x\Big|_0^{\pi/2}-\frac{2}{3}\sin^3 x\Big|_0^{\pi/2}+\frac{1}{5}\sin^5 x\Big|_0^{\pi/2}$

$=1-\frac{2}{3}+\frac{1}{5}=\frac{8}{15}$

Yanıt C

12. Belirli integralin sonucu sabit sayı olacağından x e bağlı türevi 0 olacaktır.

$\frac{d}{dx}\left(\int_2^4(x^2+x)dx\right)=0$ dır.

Yanıt C

13. sinx = u dönüşümü uygulanırsa,
cosxdx = du olur.

$\int 4^{\sin x}.\cos xdx=\int 4^u du$

$=\frac{4^u}{\ln 4}+c=\frac{4^{\sin x}}{\ln 4}+c$ olur.

O halde, $\int_0^{\pi/2}4^{\sin x}.\cos xdx=\frac{4^{\sin x}}{\ln 4}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

$=\frac{4}{\ln 4}-\frac{1}{\ln 4}=\frac{3}{\ln 4}$

Yanıt A

14. $\int\frac{dx}{\sqrt{36-49x^2}}=\int\frac{dx}{6\sqrt{1-(\frac{7}{6}x)^2}}=\frac{1}{6}\int\frac{dx}{\sqrt{1-\left(\frac{7x}{6}\right)^2}}$

$\frac{7x}{6}=u$ dönüşümü uygulanırsa,

$\frac{7}{6}dx=du$ olur. $dx=\frac{6}{7}du$

$\frac{1}{6}\int\frac{dx}{\sqrt{1-\left(\frac{7x}{6}\right)^2}}=\frac{1}{6}\int\frac{\frac{6}{7}du}{\sqrt{1-u^2}}$

$=\frac{1}{7}\arcsin u+c$

$=\frac{1}{7}\arcsin\frac{7x}{6}+c$

O halde, $\int_0^{3/7}\frac{dx}{\sqrt{36-49x^2}}=\frac{1}{7}\arcsin(\frac{7}{6}x)\Big|_0^{3/7}$

$=\frac{1}{7}(\arcsin\frac{1}{2}-\arcsin 0)$

$=\frac{1}{7}\cdot\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{42}$ bulunur.

Yanıt A

15. $\int_{e^3}^{e^5} \frac{dx}{x} = \ln x \Big|_{e^3}^{e^5} = \ln e^5 - \ln e^3$

$= 5\ln e - 3\ln e$

$= 5 - 3$

$= 2$

Yanıt B

16. $f(x) = (x-2).(x^2 - 4x)$

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$

$\int_0^4 (x^3 - 6x^2 + 8x)dx = (\frac{x^4}{4} - \frac{6x^3}{3} + \frac{8x^2}{2}) \Big|_0^4$

$= (\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2) \Big|_0^4$

$= (64 - 128 + 64) - 0 = 0$

f(x) in (0,4) aralığındaki integrali 0 çıktığı için mutlak değeri de 0 dır.

Yanıt B

17. $f(x) = \int_0^{3x+\frac{\pi}{6}} \sin 2t\,dt$ ise $f'(x) = \sin 2t \Big|_0^{3x+\frac{\pi}{6}} \cdot \left(3x + \frac{\pi}{6}\right)'$

$= \left(\sin 2(3x + \frac{\pi}{6}) - \sin 2.0\right).3$

$= 3\sin(6x + \frac{\pi}{3})$

$f'(\frac{\pi}{2}) = 3\sin(6 \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}) = 3\sin\frac{10\pi}{3} = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Yanıt A

18. $4x + 1 = u$ dönüşümü uygulanırsa,

$4dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{4}$ olur.

$\int 12\sqrt{4x+1}\ dx = \int 12.\sqrt{u} \cdot \frac{du}{4} = 3\int u^{\frac{1}{2}} du$

$= 3 \cdot \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + c = 2(4x+1)^{\frac{3}{2}}$

$\int_0^1 12.\sqrt{4x+1}dx = 2.(4x+1)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1$

$= 2.(5^{\frac{3}{2}} - 1^{\frac{3}{2}})$

$= 2.(5\sqrt{5} - 1)$

Yanıt E

19. $2\int_1^{50} [x]dx = 2\left[\int_1^2 [x]dx + \int_2^3 [x]dx + ... + \int_{49}^{50} [x]dx\right]$

$= 2.\left(\int_1^2 dx + \int_2^3 2dx + ... + \int_{49}^{50} 49dx\right)$

$= 2.\left(x\Big|_1^2 + 2x\Big|_2^3 + ... + 49x\Big|_{49}^{50}\right)$

$= 2(2 - 1 + 6 - 4 + ... + 49.50 - 49.49)$

$= 2(1 + 2 + ... + 49)$

$= 2 \cdot \frac{49.50}{2} = 2450$

Yanıt B

20. $x = 4\cos t$ dönüşümü uygulanırsa;

$dx = -4\sin t dt$ olur.

$\int \sqrt{16 - x^2}\,dx = \int \sqrt{16 - 16\cos^2 t}.(-4\sin t)dt$

$= \int 4.\sqrt{1 - \cos^2 t}.(-4).\sin t.dt$

$= -16\int \sin t.\sin t.dt$

$= -16\int \sin^2 t\,dt$

Sınırlar; $x = 0$ için, $0 = 4\cos t \Rightarrow \cos t = 0 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}$

$x = 4$ için, $4 = 4\cos t \Rightarrow \cos t = 1 \Rightarrow t = 0$

$\int_0^1 \sqrt{16 - x^2}\,dx = -16\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin^2 t\,dt$ elde edilir.

Yanıt C

TEST 16 BELİRLİ İNTEGRAL

1. $\int_{-1}^{1} [x-1]dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –2 D) –1 E) 1

2. $\int_{0}^{10} [x-[x]]dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

3. $\int_{-1}^{1} (\text{sgn}\, x).[x]^2\, dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

4. $\int_{1}^{2} \frac{[x].x}{[x]+x^2}dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\ln\frac{2}{5}$ B) $\ln\frac{5}{2}$ C) $\frac{1}{2}\ln\frac{5}{2}$

D) $\frac{1}{2}\ln 5$ E) $\frac{1}{2}\ln 2$

5. $\int_{3}^{4} (2x+\text{sgn}x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

6. $\int_{0}^{1} \sqrt{a\sqrt{a^2\sqrt{a^3}}}$ da integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{8}{19}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) 1 E) $\frac{19}{2}$

7. $\int_{0}^{1} (3x+1)(x^2-3)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{59}{12}$ B) –5 C) $-\frac{77}{12}$ D) $-\frac{83}{12}$ E) $-\frac{79}{12}$

8. $\int_{a}^{b} f(x).f'(x)dx = 45$ ve $f(b)+f(a)=9$ olduğuna göre, f(a) kaçtır?

A) –2 B) –1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

9. $\int_{0}^{a} x^2dx = \int_{-2}^{4} (2x+1)dx$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) $2\sqrt[3]{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $3\sqrt[3]{2}$ E) 1

10. $\int_{0}^{3} \cos\frac{\pi.[x]}{3}dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

11. $\int_0^{\ln 2}\left(4e^{4x}-3e^{3x}\right)dx$ integralinde $e^{2x}=t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_0^2 \frac{1}{2}(4t^2-3t)dt$ B) $\int_1^4 \frac{1}{2}(4t-3\sqrt{t})dt$

C) $\int_1^2 \frac{1}{2}(4t^3-3t^2)dt$ D) $\int_1^4 \frac{1}{2}(4t+3\sqrt{t})dt$

E) $\int_2^4 (4\ln t-3\ln 3t)\frac{dt}{2}$

12. $\int_0^4 [\frac{x}{2}+1]dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

13. $\int_1^3 |x-2|.[x-1]dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) –1

14. $\int_3^7 x.\text{sgn}(x-4)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

15. $\int_{-1}^1 |x^2-x|dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

16. Hız denklemi $v = 3t^2 + 2t$ olan hareketlinin $0 \le t \le 3$ zamanında aldığı yol kaçtır?

A) 28 B) 30 C) 32 D) 34 E) 36

17. $f(x) = x.[x]$ fonksiyonu ve $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$ doğrularının x ekseni ile sınırladığı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

18. $\int_{-3}^4 \text{sgn}(x^2-x-6)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

19. $\int_1^4 [\ln x]dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) e B) 4 C) –e D) 4 – e E) 1

20. $f(x) = \int_1^{x^2+1}(3t+2)dt$ olduğuna göre,

f'(x) ifadesinin eşiti nedir?

A) $6x^3-10x$ B) $6x^3+10x$

C) $-6x^3+10x$ D) $-6x^3-10x$

E) $10x^3-6x$

TEST 16'NIN ÇÖZÜMLERİ

1. $\int_{-1}^{1}[|x|]dx - \int_{-1}^{1}dx$

$= \int_{-1}^{0}[|x|]dx + \int_{0}^{1}[|x|]dx - \int_{-1}^{1}dx$

$= \int_{-1}^{0}-dx + \int_{0}^{1}0.dx - \int_{-1}^{1}dx$

$= -x\Big|_{-1}^{0} - x\Big|_{-1}^{1}$

$= -1-(1+1) = -1-2 = -3$

Yanıt B

2. $\int_{0}^{10}[\![x-[x]]\!]dx = \int_{0}^{10}(|x| - [x])dx$

$= \int_{0}^{10}0dx$

$= 0$

Yanıt B

3. $\int_{-1}^{0}\text{sgn}(x).(-1)^2dx + \int_{0}^{1}\text{sgn}(x).0^2.dx$

$= \int_{-1}^{0}-dx + \int_{0}^{1}0.dx$

$= -x\Big|_{-1}^{0} + 0 = -1$

Yanıt E

4. $\int_{1}^{2}\frac{[x].x}{[x]+x^2}dx = \int_{1}^{2}\frac{1.x}{1+x^2}dx$

$1+x^2 = u \Rightarrow 2xdx = du \Rightarrow xdx = \frac{du}{2}$

dönüşümü uygulanırsa,

$= \int\frac{x}{1+x^2}dx = \int\frac{\frac{du}{2}}{u} = \frac{1}{2}\ln|u| + c = \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + c$

$\int_{1}^{2}\frac{x}{1+x^2}dx = \frac{1}{2}\ln(1+x^2)\Big|_{1}^{2}$

$= \frac{1}{2}(\ln 5 - \ln 2) = \frac{1}{2}\ln\frac{5}{2}$

Yanıt C

5. $3 \le x < 4$ için sgnx = 1 olacağından,

$\int_{3}^{4}(2x + \text{sgn}\,x)dx = \int_{3}^{4}(2x+1)dx = \left(\frac{2x^2}{2} + x\right)\Big|_{4}^{3}$

$= \left(x^2 + x\right)\Big|_{3}^{4}$

$= 20 - 12$

$= 8$

Yanıt D

6. $\sqrt{a.\sqrt{a^2\sqrt{a^3}}} = \sqrt[2.2.2]{a^{2.2}.a^{2.2}.a^3} = a^{\frac{11}{8}}$

$\int_{0}^{1}a^{\frac{11}{8}}da = \frac{a^{\frac{19}{8}}}{\frac{19}{8}}\Big|_{0}^{1}$

$= \frac{8}{19}(1-0) = \frac{8}{19}$

Yanıt A

7. $\int_{0}^{1}(3x+1).(x^2-3)dx = \int_{0}^{1}(3x^3 + x^2 - 9x - 3)dx$

$= \left(\frac{3x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - \frac{9x^2}{2} - 3x\right)\Big|_{0}^{1}$

$= \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{3} - \frac{9}{2} - 3\right) - 0 = -\frac{77}{12}$

Yanıt C

8. $f(x) = u \Rightarrow f'(x)dx = du$ dönüşümü uygulanırsa;

$\int f(x)f'(x)dx = \int u.du = \frac{u^2}{2} + c = \frac{f^2(x)}{2} + c$

O halde;

$\int_{a}^{b}f(x).f'(x)dx = \frac{f^2(x)}{2}\Big|_{a}^{b} = 45$

$\Rightarrow \frac{f^2(b)}{2} - \frac{f^2(a)}{2} = 45$

$\Rightarrow f^2(b) - f^2(a) = 90$

$\Rightarrow [f(b)-f(a)].\underbrace{[f(b)+f(a)]}_{9} = 90$

$\Rightarrow \quad f(b) - f(a) = 10$

$+ \quad f(b) + f(a) = 9$

$f(b) = \frac{19}{2}$

$f(a) = -\frac{1}{2}$

Yanıt C

9. $\int_0^a x^2dx = \frac{x^3}{3}$ ve $\int_{-2}^{4}(2x+1)dx = \left(\frac{2x^2}{2}+x\right)\Big|_{-2}^{4}$

$\Rightarrow \frac{x^3}{3}\Big|_0^a = (x^2+x)\Big|_{-2}^{4}$

$\Rightarrow \frac{a^3}{3} = 20-2$

$\Rightarrow a^3 = 54 \Rightarrow a = 3\sqrt[3]{2}$ bulunur.

Yanıt D

10. $0 \le x < 1 \Rightarrow [x] = 0$

$1 \le x < 2 \Rightarrow [x] = 1$

$2 \le x < 3 \Rightarrow [x] = 2$ olacağından,

$$\int_0^3 \cos\frac{\pi.[x]}{3}dx = \int_0^1 \cos 0dx + \int_1^2 \cos\frac{\pi}{3}dx + \int_2^3 \cos\frac{2\pi}{3}dx$$

$$= \int_0^1 dx + \int_1^2 \frac{dx}{2} + \int_2^3 \frac{-dx}{2}$$

$$= x\Big|_0^1 + \frac{x}{2}\Big|_1^2 - \frac{x}{2}\Big|_2^3$$

$$= (1-0)+(1-\frac{1}{2})-(\frac{3}{2}-\frac{2}{2})$$

$$= 1+\frac{1}{2}-\frac{1}{2} = 1$$

Yanıt A

11. $e^{2x} = t \Rightarrow e^x = \sqrt{t}$

$2e^{2x}dx = dt \Rightarrow e^{2x}dx = \frac{dt}{2}$

$$\int_0^{\ln 2}(4e^{4x}-3e^{3x})dx = \int_0^{\ln 2} e^{2x}(4e^{2x}-3.e^x)dx$$

Sınırlar;

$x = \ln 2 \Rightarrow e^{\ln 2} = \sqrt{t} \Rightarrow 2 = \sqrt{t} \Rightarrow t = 4$

$x = 0 \Rightarrow e^0 = \sqrt{t} \Rightarrow 1 = \sqrt{t} \Rightarrow t = 1$ olur.

$$\int_0^{\ln 2}(4e^{4x}-3e^{3x})dx = \int_1^4 (4t-3\sqrt{t})\cdot\frac{dt}{2}$$

$$= \int_1^4 \frac{1}{2}(4t-3\sqrt{t})dt$$

Yanıt B

12. $0 \le x < 2 \Rightarrow \left[\!\left[\frac{x}{2}+1\right]\!\right] = 1$

$2 \le x < 4 \Rightarrow \left[\!\left[\frac{x}{2}+1\right]\!\right] = 2$ olacağından;

$$\int_0^4 \left[\!\left[\frac{x}{2}+1\right]\!\right]dx = \int_0^2 dx + \int_2^4 2dx = x\Big|_0^2 + 2x\Big|_2^4$$

$$= 2+8-4$$

$$= 6$$

Yanıt C

13. $1 \le x < 2 \Rightarrow |x-2| = -x+2$ ve $[x-1] = 0$

$2 \le x < 3 \Rightarrow |x-2| = x-2$ ve $[x-1] = 1$ olacağından;

$$\int_1^3 |x-2|[x-1]dx = \int_1^2 (-x+2).0dx + \int_2^3 (x-2).1dx$$

$$= (\frac{x^2}{2}-2x)\Big|_2^3$$

$$= \left(\frac{9}{2}-6\right)-(2-4) = \frac{1}{2}$$

Yanıt B

14. $3 < x < 4 \Rightarrow x-4 < 0 \Rightarrow \text{sgn}(x-4) = -1$

$4 < x < 7 \Rightarrow x-4 > 0 \Rightarrow \text{sgn}(x-4) = 1$ olacağından;

$$\int_3^7 x.\text{sgn}(x-4)dx = \int_3^4 x.(-1)dx + \int_4^7 1.xdx$$

$$= -\frac{x^2}{2}\Big|_3^4 + \frac{x^2}{2}\Big|_4^7$$

$$= -8+\frac{9}{2}+\frac{49}{2}-8$$

$$= -16+29 = 13$$

Yanıt E

15. $x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0$

$x = 0 \quad x = 1$

x		0		1	
$x^2 - x$	+	0	−	0	+

$-1 < x < 0 \Rightarrow |x^2 - x| = x^2 - x$

$0 < x < 1 \Rightarrow |x^2 - x| = -x^2 + x$ olacağından;

$$\int_{-1}^{1} |x^2 - x|dx = \int_{-1}^{0} (x^2 - x)dx + \int_{0}^{1} (-x^2 + x)dx$$

$$= \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_{-1}^{0} + \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right)\Big|_{0}^{1}$$

$$= -\left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1$$

Yanıt E

16. $\text{Yol} = \int_{0}^{3} v\,dt$

$$\text{Yol} = \int_{0}^{3} (3t^2 + 2t)dt = (t^3 + t^2)\Big|_{0}^{3}$$

$$= 27 + 9 = 36$$

Yanıt E

17. $0 \le x < 1 \Rightarrow [x] = 0$

$1 \le x < 2 \Rightarrow [x] = 1$ olur.

$$A = \int_{0}^{1} x.0dx + \int_{1}^{2} x.1dx$$

$$= 0 + \int_{1}^{2} x\,dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\Big|_{1}^{2} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Yanıt C

18. $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0$

$\Rightarrow x = 3 \text{ ve } x = -2$

x		−2		3	
x^2-x-6	+	0	−	0	+
$\text{sgn}(x^2-x-6)$	+1	0	−1	0	+1

$$\int_{-3}^{4} \text{sgn}(x^2 - x - 6)dx = \int_{-3}^{-2} dx + \int_{-2}^{3} -dx + \int_{3}^{4} dx$$

$$= x\Big|_{-3}^{-2} - x\Big|_{-2}^{3} + x\Big|_{3}^{4}$$

$$= (-2 + 3) - (3 + 2) + (4 - 3)$$

$$= 1 - 5 + 1 = -3$$

Yanıt C

19. Tam değer fonksiyonunu tam sayı yapan (1, 4) aralığındaki x değeri e dir.

$1 \le x < e \Rightarrow 0 \le \ln x < 1$

$[\ln x] = 0$

$e \le x < 4 \Rightarrow 1 \le \ln x < \ln 4$

$[\ln x] = 1$

$$\int_{1}^{4} [\ln x]dx = \int_{1}^{e} 0dx + \int_{e}^{4} 1dx$$

$$= x\Big|_{e}^{4}$$

$$= 4 - e$$

Yanıt D

20. $f(x) = \int_{1}^{x^2+1} (3t + 2)dt = \left(\frac{3t^2}{2} + 2t\right)\Big|_{1}^{x^2+1}$

$$= \frac{3(x^2+1)^2}{2} + 2(x^2+1) - \left(\frac{3}{2} + 2\right)$$

O halde;

$$f'(x) = \frac{3.2.(x^2+1)}{2}.2x + 2.2x - 0$$

$$= (3x^2+3)\,2x + 4x$$

$= 6x^3 + 10x$ bulunur.

Yanıt B

TEST 17 BELİRLİ İNTEGRAL

1. $\int_{\ln 2}^{\ln 3} e^{3x}dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{19}{3}$ B) $\frac{19}{4}$ C) $\frac{19}{5}$ D) $\frac{19}{6}$ E) $\frac{19}{7}$

2. $f(x)=\int_{\ln x}^{x^2} e^t dt$ olduğuna göre, $f'(1)$ in değeri kaçtır?

A) e B) 1 C) –1 D) –e E) 2e–1

3. $\int_{e}^{e^6} \frac{dx}{x}$ integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\int_{1}^{3} x^3.\text{sgn}(2-x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –25 B) $-\frac{25}{2}$ C) $-\frac{25}{3}$ D) $-\frac{25}{4}$ E) –1

5. $\int_{0}^{2} \frac{3^t}{3^t+1}dt$ integralinin değeri kaçtır?

A) ln5 B) ln3 C) $\frac{\ln 3}{\ln 5}$ D) ln2 E) $\frac{\ln 5}{\ln 3}$

6. $\int_{-1}^{0} |x|.[x]dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) $-\frac{3}{2}$ C) –1 D) $-\frac{1}{2}$ E) 0

7. $f(x) = 2x - 1$ olduğuna göre, $\int_{0}^{1} d\,(f^{-1}(x))dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{9}{2}$

8. $\int_{-3}^{2} (x^2 - 2x - 3)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) 0 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{10}{3}$

9. $f(x) = 4x - 1$ fonksiyonunun [1,5] aralığındaki ortalama değeri kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 11 D) 13 E) 15

10. $f(x)$ için, $f'(m) = 2$

$f'(n) = 4$ olduğuna göre,

$\int_{m}^{n} f'(x).f''(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

11. $\int_1^4 [x]^{[x]}\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 5 B) 17 C) 27 D) 32 E) 36

12. $\int_1^{e^2} [\ln x].[\text{sgn}(x-7)]dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) e^2 B) $-e^2$ C) $-e^2+e$ D) e E) $-e$

13. $f(x)=\frac{x+3}{2}$ olduğuna göre,

$\int_1^2 d\,(f^{-1}(x))dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

14. $\int_1^e \log_2 x\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{-e}{\ln 2}$ B) $\frac{-2e}{\ln 2}$ C) $\frac{-2}{\ln 2}$

D) $\frac{1}{\ln 2}$ E) $\frac{3}{\ln 2}$

15. $f(x)=\begin{cases} x^3-1, & x<1 \\ \cos\pi x, & 1\le x<2 \\ 2x-1, & x\ge 2 \end{cases}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_0^3 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) $\frac{13}{4}$ D) $\frac{15}{4}$ E) $\frac{17}{4}$

16. a ve b, a + b = 29 eşitliğini sağlayan iki gerçel sayı olmak üzere,

$f(x)=\begin{cases} 2x-b, & x>1 \\ ax-b, & x<1 \end{cases}$ fonksiyonu veriliyor.

$\int_0^2 f(x)dx = 5$ olduğuna göre,

$\int_{-1}^0 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –1 B) –4 C) –13 D) –17 E) –19

17. $\int_{e^2}^{e^4} \frac{\ln(\ln x)}{x}dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) ln2 – 2 B) ln4 – 4
C) 6ln2 – 2 D) 2ln4 – 4
E) ln4 – ln2

18. $\int_1^3 \frac{3x+8}{6x-4}\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) ln7 B) $1+\sqrt{7}$ C) $\ln\sqrt[3]{7^2}$

D) 7 E) $1+\ln 7.\sqrt[3]{7^2}$

19. $\int_1^3 \frac{dx}{4.\sqrt{x}(x+1)}$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{12}$ C) $\frac{\pi}{18}$ D) $\frac{\pi}{24}$ E) $\frac{\pi}{30}$

20. $\int_0^1 (\frac{x-2}{x+1})^2\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 5 – 6ln2 B) $\frac{9}{2}-\ln 2$ C) –ln2

D) $\frac{11}{2}-6\ln 2$ E) 11 – 6ln2

TEST 17'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $3x = u \Rightarrow 3dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{3}$ dönüşümü uygulanırsa,

$$\int e^{3x}dx = \int e^u \cdot \frac{du}{3} = \frac{1}{3}e^u + c = \frac{1}{3}e^{3x} + c$$

O halde,

$$\int_{\ln 2}^{\ln 3} e^{3x}dx = \frac{1}{3}e^{3x}\Big|_{\ln 2}^{\ln 3}$$

$$= \frac{1}{3}(e^{3\ln 3} - e^{3\ln 2})$$

$$= \frac{1}{3}(e^{\ln 27} - e^{\ln 8})$$

$$= \frac{1}{3}(27 - 8) = \frac{19}{3}$$

Yanıt A

2. $f(x) = \int_{h(x)}^{g(x)} f(t)dt$

$$f'(x) = f(g(x)).g'(x) - f(h(x)).h'(x)$$

$$= e^{x^2}.2x - e^{\ln x} \cdot \frac{1}{x}$$

$$= e^{x^2}.2x - x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= e^{x^2}.2x - 1$$

$$f'(1) = e^1.2 - 1 = 2e - 1$$

Yanıt E

3. $\int_e^{e^6} \frac{dx}{x} = \ln x\Big|_e^{e^6}$

$$= \ln e^6 - \ln e$$

$$= 6 - 1$$

$$= 5$$

Yanıt E

4. $2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$

x		2	
2–x	+	0	–
sgn(2–x)	1	0	–1

$$\int_1^3 x^3.\text{sgn}(2-x)dx = \int_1^2 x^3.(1)dx + \int_2^3 x^3.(-1)dx$$

$$= \frac{x^4}{4}\Big|_1^2 - \frac{x^4}{4}\Big|_2^3$$

$$= (4 - \frac{1}{4}) - (\frac{81}{4} - 4)$$

$$= \frac{15}{4} - \frac{81}{4} + 4 = -\frac{25}{2}$$

Yanıt B

5. $3^t + 1 = u \Rightarrow 3^t.\ln 3.dt = du \Rightarrow 3^t\ dt = \frac{du}{\ln 3}$ dönüşümü uygulanırsa,

$$\int \frac{3^t}{3^t+1}\ dt = \int \frac{\frac{du}{\ln 3}}{u} = \frac{1}{\ln 3}\int \frac{du}{u}$$

$$= \frac{1}{\ln 3}\ln u + c$$

$$= \frac{1}{\ln 3}\ln(3^t + 1) + c$$

O halde,

$$\int_0^2 \frac{3^t}{3^t+1}\ dx = \frac{1}{\ln 3}\ln(3^t+1) + c = \frac{1}{\ln 3}\ln(3^t+1)\Big|_0^2$$

$$= \frac{1}{\ln 3}(\ln 10 - \ln 2)$$

$$= \frac{\ln 5}{\ln 3}$$

Yanıt E

6. $-1 \le x < 0$ için, $|x| = -x$

$[x] = -1$ olur.

$$\int_{-1}^0 |x|.[x]dx = \int_{-1}^0 (-x).(-1)dx = \int_{-1}^0 xdx = \frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^0$$

$$= 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

Yanıt D

7. $f(x) = 2x - 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}$

$\Rightarrow f^{-1}(1) = \frac{2}{2} = 1$ ve $f^{-1}(0) = \frac{1}{2}$ olur.

$$\int_0^1 d(f^{-1}(x))dx = f^{-1}(x)\Big|_0^1$$

$$= f^{-1}(1) - f^{-1}(0)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Yanıt A

8. $$\int_{-3}^2 (x^2 - 2x - 3)dx = \left(\frac{x^3}{3} - 2\frac{x^2}{2} - 3x\right)\Big|_{-3}^2$$

$$= (\frac{8}{3} - 4 - 6) - (-\frac{27}{3} - 9 + 9)$$

$$= \frac{8}{3} - 10 + \frac{27}{3} = \frac{5}{3}$$

Yanıt D

9. $(b-a).f(k)=\int_a^b f(x)dx$

$(5-1).f(k)=\int_1^5 (4x-1)dx$

$4.f(k)=(2x^2-x)\Big|_1^5$

$4.f(k)=(2.5^2-5)-(2.1^2-1)$

$4.f(k)=44$

$f(k)=11$

Yanıt C

10. $f'(x)=u \Rightarrow f''(x)dx=du$ dönüşümü uygulanırsa,

$$\int f'(x).f''(x)dx=\int udu=\frac{u^2}{2}+c=\frac{(f'(x))^2}{2}+c$$

- O halde,

$$\int_n^m f'(x).f''(x)dx=\frac{(f'(x))^2}{2}\Big|_n^m$$

$$=\frac{[f'(n)]^2}{2}-\frac{[f'(m)]^2}{2}$$

$$=\frac{4^2}{2}-\frac{2^2}{2}=8-2=6$$

Yanıt C

11. $1\le x<2 \Rightarrow [x]=1$

$2\le x<3 \Rightarrow [x]=2$

$3\le x<4 \Rightarrow [x]=3$ olacağından

$$\int_1^4 [x]^{[x]}dx=\int_1^2 dx+\int_2^3 2^2dx+\int_3^4 3^3dx$$

$$=x\Big|_1^2+4x\Big|_2^3+27x\Big|_3^4$$

$$=(2-1)+(12-8)+(108-81)$$

$$=1+4+27=32$$

Yanıt D

12. $1\le x<e \Rightarrow 0\le \ln x<1 \Rightarrow [\ln x]=0$

$e\le x<e^2 \Rightarrow 1\le \ln x<2 \Rightarrow [\ln x]=1$

$1\le x<e^2 \Rightarrow x-7<0$

$\Rightarrow \text{sgn}(x-7)=-1$

$\Rightarrow [\text{sgn}(x-7)]=-1$ olur.

$$\int_1^e |\ln x|.[\text{sgn}(x-7)]dx=\int_1^e 0dx+\int_e^{e^2}-dx=-x\Big|_e^{e^2}=-e^2+e$$

Yanıt C

13. $f(x)=\frac{x+3}{2}\Rightarrow f^{-1}(x)=2x-3$

$$\int_1^2 d(f^{-1}(x))dx=f^{-1}(x)\Big|_1^2$$

$$=(2x-3)\Big|_1^2$$

$$=(4-3)-(2-3)$$

$$=1+1$$

$$=2$$

Yanıt E

14. $\int \log_2 x dx=\int \frac{\ln x}{\ln 2}dx=\frac{1}{\ln 2}\int \ln x dx$

Kismi integral uygulanır.

$\ln x=u \qquad dx=dv$

$\frac{1}{x}dx=du \qquad x=v$

$$=\frac{1}{\ln 2}\left[\ln x.x\Big|_1^e-\int_1^e x.\frac{1}{x}dx\right]$$

$$=\frac{1}{\ln 2}\left[\ln x.x\Big|_1^e-x\Big|_1^e\right]$$

$$=\frac{1}{\ln 2}\left[\ln e.e-\ln 1.1-(e-1)\right]$$

$$=\frac{1}{\ln 2}(e-0-e+1)=\frac{1}{\ln 2}$$

Yanıt D

15. $\int_0^3 f(x)dx=\int_0^1 (x^3-1)dx+\int_1^2 \cos\pi x dx+\int_2^3 (2x-1)dx$

$$=\left(\frac{x^4}{4}-x\right)\Big|_0^1+\frac{1}{\pi}\sin\pi x\Big|_1^2+\left(\frac{2x^2}{2}-x\right)\Big|_2^3$$

$$=(\frac{1}{4}-1)+\frac{1}{\pi}(\sin 2\pi-\sin\pi)+(9-3)-(4-2)$$

$$=-\frac{3}{4}+0+6-2=-\frac{3}{4}+4=\frac{13}{4}$$

Yanıt C

16. $\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 (ax-b)dx + \int_1^2 (2x-b)dx$

$= (\frac{ax^2}{2} - bx)\Big|_0^1 + (x^2 - bx)\Big|_1^2$

$= (\frac{a}{2} - b) + (4 - 2b) - (1 - b)$

$= \frac{a}{2} - b + 4 - 2b - 1 + b$

$\Rightarrow \frac{a}{2} - 2b + 3 = 5$

$a - 4b + 6 = 10$

$\left.\begin{matrix} a - 4b = 4 \\ a + b = 29 \end{matrix}\right\}$ $b = 5$, $a = 24$

$\int_{-1}^0 f(x)dx = \int_{-1}^0 (ax-b)dx = \int_{-1}^0 (24x-5)dx$

$= (24\frac{x^2}{2} - 5x)\Big|_{-1}^0$

$= (12x^2 - 5x)\Big|_{-1}^0 = 0 - (12 + 5) = -17$

Yanıt D

17. $\ln x = u \Rightarrow \frac{1}{x}dx = du$ dönüşümü uygulanırsa

$\int \frac{\ln(\ln x)}{x}dx = \int \ln u \; du$

Kısmi integral uygulanır.

$\int \ln u \; du = u.\ln u - u + c$

O halde,

$\int_{e^2}^{e^4} \frac{\ln(\ln x)}{x}dx = (\ln x.\ln(\ln x) - \ln x)\Big|_{e^2}^{e^4}$

$= (\ln e^4.\ln(\ln e^4) - \ln e^4) - (\ln e^2.\ln(\ln e^2) - \ln e^2)$

$= (4.\ln 4 - 4) - (2.\ln 2 - 2)$

$= 6.\ln 2 - 2$

Yanıt C

18. $\int_1^3 \frac{3x+8}{6x-4}dx = \int_1^3 \frac{3x-2+10}{6x-4}dx = \int_1^3 (\frac{1}{2} + \frac{10}{6x-4})dx$

$= \frac{1}{2}x\Big|_1^3 + 10\int_1^3 \frac{dx}{6x-4}$

$= \frac{1}{2}x\Big|_1^3 + \frac{10}{6}\ln(6x-4)\Big|_1^3$

$= (\frac{3}{2} - \frac{1}{2}) + \frac{5}{3}(\ln 14 - \ln 2)$

$= 1 + \frac{5}{3}\ln 7 = 1 + \ln 7^{\frac{5}{3}} = 1 + \ln(7.\sqrt[3]{7^2})$

Yanıt E

19. $\sqrt{x} = u \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}dx = du$ dönüşümü uygulanırsa

$x = u^2$ ve $dx = 2udu$ olur.

$\int \frac{dx}{4\sqrt{x}(x+1)} = \int \frac{2u.du}{4.u.(u^2+1)}$

$= \frac{1}{2}\int \frac{du}{u^2+1} = \frac{1}{2}\arctan u + c$

$= \frac{1}{2}\arctan\sqrt{x} + c$

O halde,

$\int_1^3 \frac{dx}{4\sqrt{x}(x+1)} = \frac{1}{2}\arctan\sqrt{x}\Big|_1^3$

$= \frac{1}{2}(\arctan\sqrt{3} - \arctan 1)$

$= \frac{1}{2}(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4})$

$= \frac{\pi}{24}$

Yanıt D

20. $\int_0^1 (\frac{x-2}{x+1})^2 dx = \int_0^1 (1 - \frac{3}{x+1})^2 dx$

$= \int_0^1 (1 - \frac{6}{x+1} + \frac{9}{(x+1)^2})dx$

$= \left[x - 6\ln(x+1) + 9\frac{(x+1)^{-1}}{-1}\right]\Big|_0^1$

$= 1 - 6\ln 2 + 9(-\frac{1}{2}) - (-9)$

$= 1 - 6\ln 2 - \frac{9}{2} + 9$

$= \frac{11}{2} - 6\ln 2$

Yanıt D

TEST 18 — ALAN ve HACİM

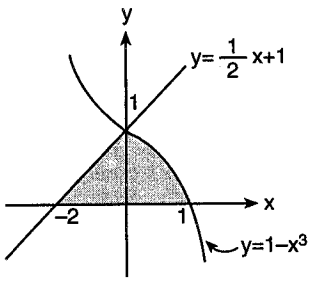
1. $y = \sin x$ eğrisi, $x = 0$ ve $x = \frac{3\pi}{2}$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) 3 D) π E) 2π

2. $y = x^2$ eğrisi ve $y = 2x + 15$ doğrusunun belirlediği kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{256}{3}$ B) 143 C) 120 D) $\frac{202}{3}$ E) $\frac{110}{3}$

3.



Şekildeki taralı alanı hesaplayan ifade aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_{-2}^{1}\left(\frac{1}{2}x+1\right)dx - \int_{0}^{1}\left(1-x^3\right)dx$

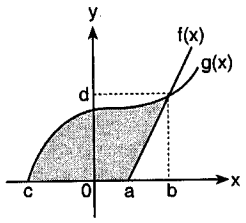
B) $\int_{-2}^{-2}\left(\frac{1}{2}x+x^3\right)dx$

C) $\int_{-2}^{0}\left(\frac{1}{2}x+1\right)dx + \int_{0}^{1}\left(1-x^3\right)dx$

D) $\int_{-2}^{1}\left(x^3-\frac{1}{2}x\right)dx$

E) $\int_{1}^{2}\left(1-x^3\right)dx + \int_{0}^{1}\left(\frac{1}{2}x+1\right)dx$

4.



Şekildeki taralı alanı hesaplayan ifade aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_{0}^{a} g(x)dx - \int_{a}^{b} f(x).dx$

B) $\int_{c}^{a} g(x)dx + \int_{a}^{b} f(x)dx$

C) $\int_{c}^{b} g(x)dx - \int_{a}^{b} f(x)dx$

D) $\int_{c}^{b} g(x)dx + \int_{a}^{b} f(x).dx$

E) $\int_{c}^{b} f(x)dx - \int_{a}^{b} g(x)dx$

5. $x = y^2$ eğrisi ve $y = x^2$ eğrilerinin sınırladığı alanı hesaplayan ifade aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_{0}^{1}\left(\sqrt{x}-x^2\right)dx$ B) $\int_{-1}^{1}\left(\sqrt{x}-x^2\right)dx$

C) $\int_{0}^{1}\left(x^2+\sqrt{x}\right)dx$ D) $\int_{-1}^{1}\left(x^2\cdot\sqrt{x}\right)dx$

E) $\int_{-1}^{1}\frac{x^2}{\sqrt{x}}dx$

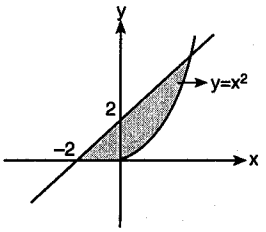
6. $2y - 3x = 6$ doğrusu ve $y = 0$, $x = 3$ ve $x = 5$ doğrularının sınırladığı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 48

7. $y = 1$, $x = 0$, $x = \pi$ doğruları ve $y = \sin x$ eğrisinin sınırladığı kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $4-\pi$ B) $\pi+1$ C) $\pi-1$ D) $\pi-2$ E) $\pi-3$

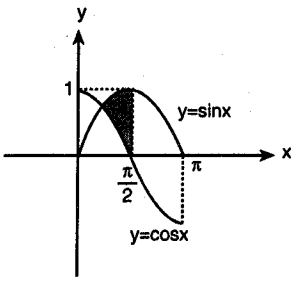
8.



Şekilde verilenlere göre, taralı alan kaç birimkaredir?

A) 10 B) 9 C) $\frac{25}{3}$ D) $\frac{19}{3}$ E) $\frac{16}{3}$

9.

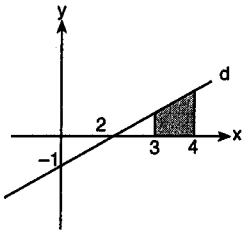


Şekildeki verilenlere göre, taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}+1$ C) $\sqrt{2}-1$

D) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}+2}{2}$

10.



Şekildeki taralı bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan hacmi aşağıdakilerden hangisi hesaplar?

A) $\pi\int_3^4\left(\frac{x+2}{2}\right)^2 dx$ B) $\pi\int_3^4\left(\frac{1-x}{2}\right)^2 dx$

C) $\pi\int_3^4\left(\frac{x+2}{4}\right)^2 dx$ D) $\pi\int_3^4\left(\frac{x-2}{2}\right)^2 dx$

E) $\pi\int_3^4 (x+2)^2 dx$

11. $y = x^2$ eğrisi ile $x = 2$ ve x ekseni doğruları arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan hacmin değeri kaç birimküptür?

A) 32π B) 20π C) $\frac{19\pi}{2}$ D) 16π E) $\frac{32\pi}{5}$

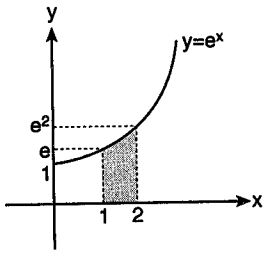
12. $y = 2x-x^2$ eğrisi ile x ekseninin sınırladığı bölgenin, x ekseni etrafında 180° döndürülmesi ile elde edilen hacim kaç birimküptür?

A) π B) $\frac{4\pi}{5}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{8\pi}{15}$ E) $\frac{\pi}{3}$

13. $y = 4-x^2$ eğrisi $y = 1$, $y = 2$ doğruları ve y ekseni ile sınırlanan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan hacim kaç birimküptür?

A) $\frac{7\pi}{2}$ B) 3π C) $\frac{5\pi}{2}$ D) 2π E) $\frac{4\pi}{3}$

14.



Şekildeki taralı bölgenin x ekseni etrafında 270° döndürülmesiyle oluşan şeklin hacmi kaç birimküptür?

A) $\pi.e^2.(e^2-1)$

B) $\frac{3\pi}{4}e^2.(e^2-1)$

C) $\frac{3\pi}{8}.e^2(e^2-1)$

D) $\frac{3\pi}{4}.e.(e-1)$

E) $\frac{3\pi}{8}\cdot e.(e-1)$

15. $y = \tan x$ eğrisi ile $x=\frac{\pi}{4}$, $y = 0$ doğrularının oluşturduğu kapalı bölgenin, x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{4-\pi}{4}$ B) $\frac{4-\pi}{3}$ C) $\frac{\pi-3}{4}$

D) $\frac{4\pi-\pi^2}{4}$ E) $\frac{4\pi-\pi^2}{3}$

16. $y = \cos x$ ve $y = \sin x$ eğrileri ile y ekseninin oluşturduğu kapalı alanının x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan hacim kaç birimküptür?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) 2π

17. $y=|x|$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 4$ eğrileri ile sınırlanan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan dönel cismin hacmi kaç birimküptür?

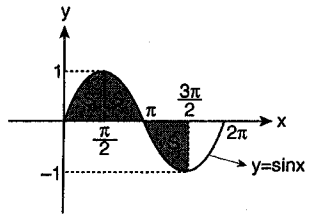
A) 18π B) 16π C) 15π D) 13π E) 9π

18. $y =x-1$, $y = -x + 4$ ve $y = 0$ doğrularının oluşturduğu bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) 4π B) 3π C) $\frac{9\pi}{4}$ D) 2π E) $\frac{7\pi}{4}$

TEST 18'İN ÇÖZÜMLERİ

1.

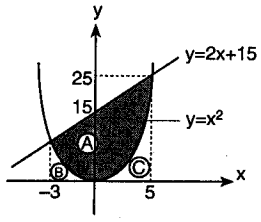


$$S = \int_0^{\pi/2} \sin x\,dx = -\cos x \Big|_0^{\pi/2} = -(0-1) = 1 \text{ br}^2$$

$$\text{T.A.} = 3S = 3 \text{ br}^2$$

Yanıt C

2.



Denklemler ortak çözülürse, doğru ile parabolün kesişim noktaları bulunur.

$y = x^2 = 2x + 15 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$

$(x-5)(x+3) = 0$

$x_1 = 5$ ve $x_2 = -3$ tür.

$$A + B + C = \int_{-3}^{5} (2x + 15)\,dx \ldots (1)$$

$$B + C = \int_{-3}^{5} x^2 dx \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

1. denklemden 2. denklem çıkarılırsa:

$$A = \int_{-3}^{5} \left(-x^2 + 2x + 15\right) dx$$

$$= \left(-\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 15x\right)\Big|_{-3}^{5}$$

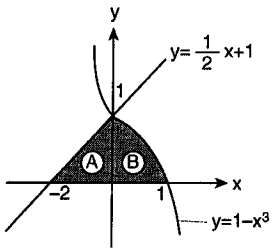
$$= -\frac{125}{3} + 25 + 75 - \left(9 + 9 - 45\right)$$

$$= -\frac{125}{3} + 100 + 27$$

$$= \frac{256}{3}$$

Yanıt A

3.



Şekilde taranan A ve B alanları için denklemler yazılırsa:

$$A = \int_{-2}^{0} \left(\frac{1}{2}x + 1\right) dx \ldots\ldots (1)$$

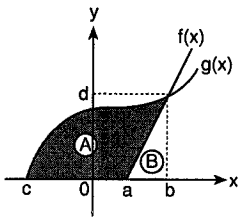
$$B = \int_{0}^{1} (1 - x^3)\,dx \ldots\ldots (2)$$

1 ve 2 nolu denklemler taraf tarafa toplanırsa,

$$A + B = \int_{-2}^{0} \left(\frac{1}{2}x + 1\right) dx + \int_{0}^{1} (1 - x^3)\,dx \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

4.



Şekildeki taralı alan hesaplamak için:

$$A + B = \int_{c}^{b} g(x)dx \ldots (1)$$

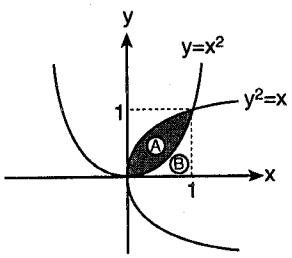
$$B = \int_{a}^{b} f(x)dx \ldots (2)$$

1. denklemden 2. denklem çıkarılırsa:

$$A = \int_{c}^{b} g(x)dx - \int_{a}^{b} f(x)dx \text{ olur.}$$

Yanıt C

5. $y = x^2$ ve $y^2 = x$ eğrilerinin sınırladığı bölge şekildeki gibidir.



Bu iki denklem ortak çözülürse kesişim noktaları bulunabilir. O halde,

$y = x^2 = \sqrt{x} \Rightarrow x_1 = 0$ ve $x_2 = 1$ olur.

$$A + B = \int_0^1 \sqrt{x}dx \ldots (1)$$

$$B = \int_0^1 x^2dx \ldots\ldots(2)$$

1. denklemden 2. denklem çıkarılırsa:

$$A = \int_0^1 \left(\sqrt{x} - x^2\right) dx \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

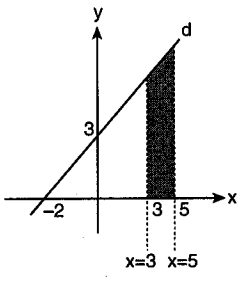
6. $2y - 3x = 6$ doğrusu eksenleri

$x = 0 \Rightarrow y = 3$

$y = 0 \Rightarrow x = -2$

noktalarında keser.

$2y - 3x = 6 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 3$



$$T\cdot A = \int_3^5 ydx = \int_3^5 \left(\frac{3}{2}x + 3\right) dx$$

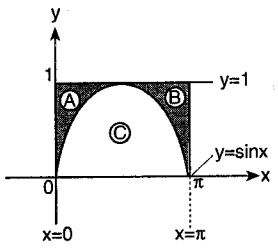
$$= \left(\frac{3}{4}x^2 + 3x\right)\Big|_3^5 = \frac{3}{4}\cdot 5^2 + 3\cdot 5 - \left(\frac{3}{4}\cdot 3^2 + 3\cdot 3\right)$$

$$= \frac{75}{4} + 15 - \frac{27}{4} - 9$$

$$= 18 \text{ br}^2$$

Yanıt B

7.



$$A + B + C = \int_0^\pi 1dx \ldots\ldots (1)$$

$$C = \int_0^\pi \sin x dx \ldots (2)$$

1. denklemden 2. denklem çıkarılırsa:

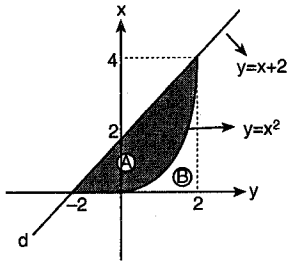
$$A + B = \int_0^\pi (1 - \sin x)dx = (x + \cos x)\Big|_0^\pi$$

$$= \pi + \cos\pi - (0 + \cos 0)$$

$$= \pi - 2 \text{ br}^2$$

Yanıt D

8.



Eksenleri kestiği noktalar bilinen doğru denkleminden doğru denklemi:

$$-\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow y - x = 2 \Rightarrow y = x + 2 \text{ bulunur.}$$

Denklemler ortak çözülürse, ikinci sınır noktasının apsisi bulunabilir.

$y = x^2 = x+2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0$

$x_1 = 2$ ve $x_2 = -1$ dir.

$$A + B = \int_{-2}^2 (x + 2)\, dx \ldots (1)$$

$$B = \int_0^2 x^2dx \ldots (2)$$

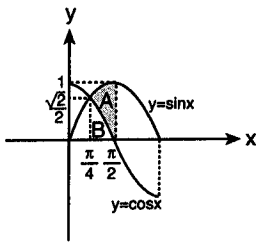
Taraf tarafa çıkarılırsa:

$$A = \int_{-2}^2 (x + 2)dx - \int_0^2 x^2dx = \left(\frac{1}{2}x^2 + 2x\right)\Big|_{-2}^2 - \frac{1}{3}x^3\Big|_0^2$$

$$= 2 + 4 - (2 - 4) - \frac{8}{3} = \frac{16}{3} \text{br}^2$$

Yanıt E

9.



$$A+B=\int_{\pi/4}^{\pi/2}\sin x\,dx \ldots (1)$$

$$B=\int_{\pi/4}^{\pi/2}\cos x\,dx \ldots (2)$$

1. denklemden 2. denklem çıkarılırsa:

$$A=\int_{\pi/4}^{\pi/2}(\sin x-\cos x)\,dx$$

$$=(-\cos x-\sin x)\Big|_{\pi/4}^{\pi/2}$$

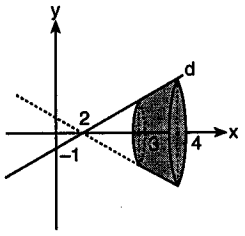
$$=-\cos\frac{\pi}{2}-\sin\frac{\pi}{2}-\left(-\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

$$=0-1-\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$=\left(\sqrt{2}-1\right)br^2$$

Yanıt C

10.



d doğrusunun eksenleri kestiği noktalar bilindiğinden denklemi:

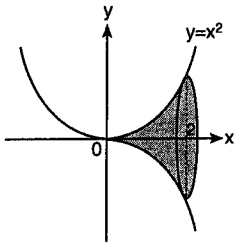
$$\frac{x}{2}-\frac{y}{1}=1\Rightarrow y=\frac{x}{2}-1 \text{ bulunur.}$$

Oluşan hacim V olursa:

$$V=\pi\int_3^4 y^2dx=\pi\int_3^4\left(\frac{x-2}{2}\right)^2 dx \text{ olur.}$$

Yanıt D

11.



İstenen hacim V olsun:

$$V=\pi\int_0^2 y^2dx$$

$$=\pi\int_0^2 (x^2)^2dx$$

$$=\pi\cdot\frac{x^5}{5}\Big|_0^2$$

$$=\frac{32\pi}{5}\ br^3$$

Yanıt E

12. $y=2x-x^2$ eğrisi $y=0$ için x eksenini $2x-x^2=0\Rightarrow x_1=0$ ve $x_2=2$ noktaları keser. Bizden istenen hacim V ise:

$$V=\frac{180^\circ}{360^\circ}\pi\int_0^2(2x-x^2)^2\,dx$$

$$=\frac{\pi}{2}\int_0^2\left(4x^2-4x^3+x^4\right)dx$$

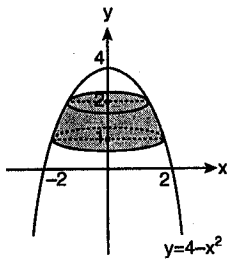
$$=\frac{\pi}{2}\left(\frac{4}{3}x^3-x^4+\frac{1}{5}x^5\right)\Big|_0^2$$

$$=\frac{\pi}{2}\left(\frac{32}{3}-16+\frac{32}{5}\right)$$

$$=\frac{8}{15}\pi\ br^3$$

Yanıt D

13.



Döndürülen alanın sınırları y ekseni üzerinde olduğundan

$V = \pi\int_1^2 x^2 dy$ olur. O halde,

$y = 4 - x^2 \Rightarrow x^2 = 4 - y$ olur.

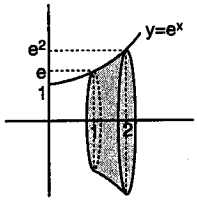
$$V = \pi\int_1^2 (4-y)dy = \pi\left(4y - \frac{y^2}{2}\right)\Big|_1^2$$

$$= \pi\left[8 - 2 - \left(4 - \frac{1}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{5\pi}{2}\ br^3$$

Yanıt C

14.



İstenen hacim V olsun:

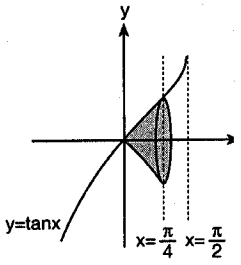
$$V = \frac{270°}{360°}\pi\int_1^2 y^2 dx = \frac{3\pi}{4}\int_1^2 e^{2x}dx$$

$$= \left(\frac{3\pi}{4}\cdot\frac{e^{2x}}{2}\right)\Big|_1^2 = \frac{3\pi}{8}\cdot(e^4 - e^2)$$

$$= \frac{3\pi}{8}e^2(e^2-1)\ br^3$$

Yanıt C

15.



İstenen hacim V olsun:

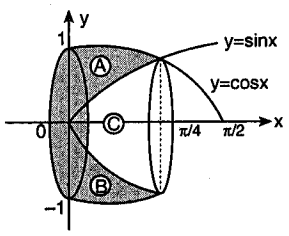
$$V = \pi\int_0^{\pi/4} \tan^2 x dx = \pi\int_0^{\pi/4}(1+\tan^2 x - 1)\,dx$$

$$= \pi(\tan x - x)\Big|_0^{\pi/4} = \pi\left(1 - \frac{\pi}{4} - (0-0)\right)$$

$$= \frac{4\pi - \pi^2}{4}\ br^3$$

Yanıt D

16.



$$A + B + C = \pi\int_0^{\pi/4}(\cos x)^2\,dx \ldots (1)$$

$$C = \pi\int_0^{\pi/4}(\sin x)^2\,dx \ldots (2)$$

1. denklemden 2. denklem çıkarılırsa:

$$A + B = \pi\int_0^{\pi/4}(\cos^2 x - \sin^2 x)\,dx$$

$$= \pi\int_0^{\pi/4}\cos 2x dx$$

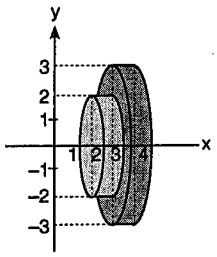
$$= \pi\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\sin 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{\pi}{2}(1-0)$$

$$= \frac{\pi}{2}\ br^3$$

Yanıt B

17.



$$V = \pi\int_{2}^{3} 2^2\,dx + \pi\int_{3}^{4} 3^2\,dx$$

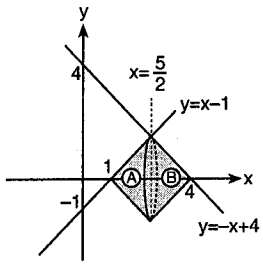
$$= \pi\left(4x\Big|_{2}^{3} + 9x\Big|_{3}^{4}\right)$$

$$= \pi\left[14\cdot(3-2) + 9\cdot(4-3)\right]$$

$$= 13\pi \text{ br}^3$$

Yanıt D

18.



Doğru denklemlerinden doğru grafikleri çizilirse, görünümleri şekildeki gibi olur.

Doğrular ortak çözülürse kesişim noktalarının koordinatları bulunabilir.

$$y = x - 1 = -x + 4 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$A = \pi\int_{1}^{5/2} (x-1)^2\,dx \ldots\ldots (1)$$

$$B = \pi\int_{5/2}^{4} (-x+4)^2\,dx \ldots (2)$$

1. denklem ile 2. denklem toplanırsa:

$$A + B = \pi\int_{1}^{5/2} (x^2 - 2x + 1)dx + \pi\int_{5/2}^{4} (x^2 - 8x + 16)\,dx$$

$$= \pi\left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + x\right)\Big|_{1}^{5/2} + \pi\left(\frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 16x\right)\Big|_{5/2}^{4}$$

$$= \pi\left(\frac{125}{24} - \frac{25}{4} + \frac{5}{2} - \frac{1}{3} + 1 - 1 + \frac{64}{3} - 64 + 64 - \frac{125}{24} + 25 - 40\right)$$

$$= \frac{9}{4}\pi \text{ br}^3$$

Yanıt C

TEST 19 — ALAN ve HACİM

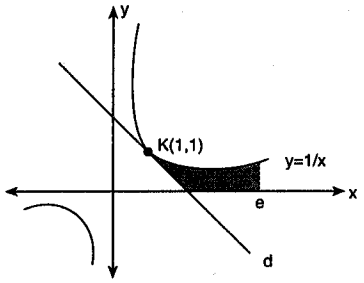
1. f(x) = sgn(x+2) fonksiyonunun grafiği ile y=0, x=–5, x=–2 ve x=1 doğruları arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

A) 2 B) 3 C) 6 D) 8 E) 9

2. $y = a.x^2$ (a>0) parabolüne K(2,4) noktasından bir teğet çiziliyor. Oluşan şekilde parabol, teğet doğrusu ve x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{11}{3}$ E) 4

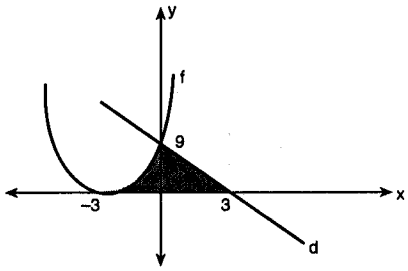
3.



$y = \frac{1}{x}$ eğrisine K(1,1) noktasından d teğet doğrusu çiziliyor. Buna göre, oluşan taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

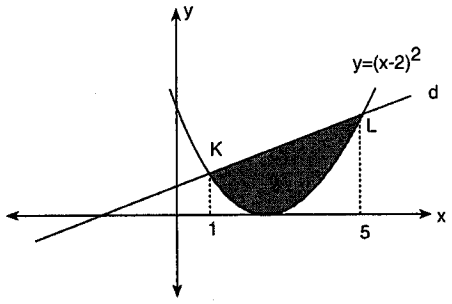
4.



f(x) ikinci dereceden fonksiyon olmak üzere, taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{35}{2}$ B) 20 C) $\frac{45}{2}$ D) 25 E) $\frac{55}{2}$

5.



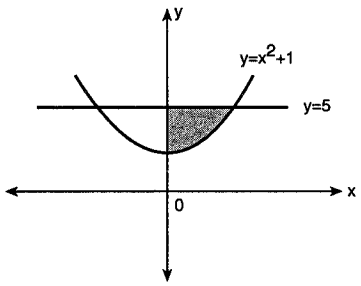
Şekilde verilenlere göre, taralı alan kaç birimkaredir?

A) $\frac{7}{3}$ B) 3 C) $\frac{16}{3}$ D) 9 E) $\frac{32}{3}$

6. $y = 2x^2$ ve $y = \frac{54}{x}$ eğrileri, x ekseni ve x = 3e doğrusu ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 144 B) 128 C) 108 D) 96 E) 72

7.



Şekilde verilenlere göre, taralı alan kaç birimkaredir?

A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{16}{3}$ C) 5 D) $\frac{20}{3}$ E) 7

8. $f(x) = x^3 - 3x$ fonksiyonunun maksimum ve minimum noktaları olan K ve L noktalarından geçen doğru ile eğri arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 4

9. $y = x^2$ parabolü ve $y = |x-2|$ doğrularının $x \geq 0$ bölgesinde kesişmeleri sonucu oluşan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{6}$ E) 1

10. $y = e^{-x}$ eğrisi ile $x = -1$ ve $x=0$ doğrusu ve x ekseni arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

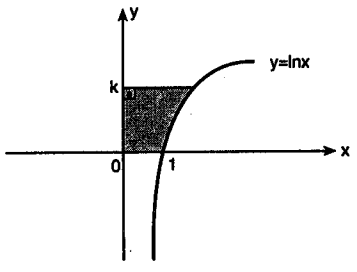
A) $\frac{\pi}{2}(e^2-1)$ B) $\frac{\pi}{2}e^2$ C) $\pi(e^2-1)$

D) πe^2 E) $\frac{\pi}{2}(e^2+1)$

11. $y = x^2$ ve $y = 4x - x^2$ eğrileri ile sınırlı bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{16\pi}{3}$ B) $\frac{32\pi}{3}$ C) 12π D) $\frac{40\pi}{3}$ E) 14π

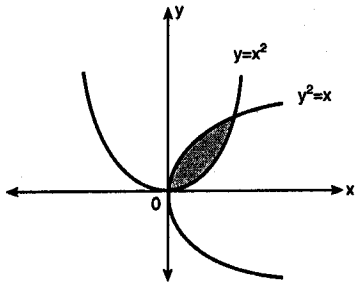
12.



Şekildeki taralı bölgenin Oy ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi $\frac{\pi}{2}(e-1)$ olduğuna göre, k kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) e

13.



$y = x^2$ ve $y^2 = x$ eğrileri arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{3\pi}{10}$ B) $\frac{7\pi}{10}$ C) π D) 2π E) $\frac{10\pi}{3}$

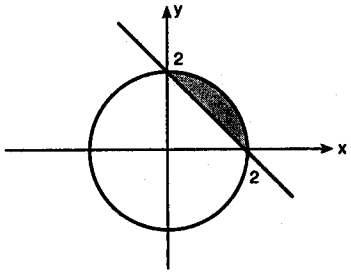
14. $y = 2x$, $y = x$ doğruları ile $x=1$, $x=3$ doğruları arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) 26π B) 25π C) 24π D) 23π E) 22π

15. $y = x^3$ ve $y = x^2$ eğrileri arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{\pi}{10}$ B) $\frac{3\pi}{10}$ C) π D) 2π E) $\frac{16\pi}{3}$

16.

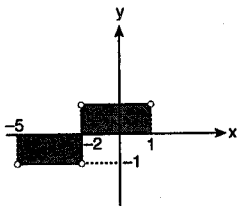


Şekildeki daire kesmesinin y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{3}{8}\pi$ B) $\frac{5\pi}{3}$ C) $\frac{8\pi}{3}$ D) 3π E) $\frac{16\pi}{3}$

TEST 19'UN ÇÖZÜMLERİ

1. $\text{sgn}(x+2) = \begin{cases} -1 & x < -2 \\ +1 & x > -2 \end{cases}$



$$\text{Alan} = -\int_{-5}^{-2}(-1)dx + \int_{-2}^{1}(+1)dx$$

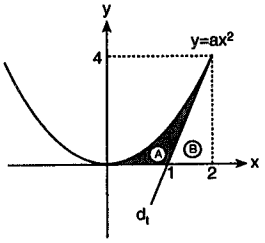
$$= (-x)\Big|_{-5}^{-2} + x\Big|_{-2}^{1}$$

$$= (-2-(-5)) + (1-(-2))$$

$$= 3+3 = 6 \text{ br}^2$$

Yanıt C

2.



K(2, 4) noktası parabolün üzerinde olduğundan, nokta koordinatları parabol denklemini sağlar.

$4 = a\cdot(2)^2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow y = x^2$

Teğetin eğimi:

$f'(x) = 2x$

$m_T = f'(2) = 2\cdot 2 = 4$

K(2, 4) noktasından geçen ve eğimi 4 olan doğru:

$y-4 = 4\cdot(x-2) \Rightarrow y = 4x-4$

Teğet y = 0 için x eksenini 1 noktasında keser.

$$A + B = \int_{0}^{2} x^2 dx \ldots (1)$$

$$B = \int_{1}^{2} (4x-4)dx \ldots (2)$$

1. denklemden 2. denklem çıkarılırsa:

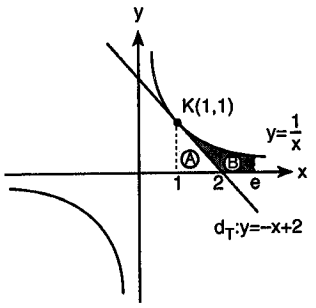
$$A = \frac{x^3}{3}\Big|_{0}^{2} - \left(2x^2 - 4x\right)\Big|_{1}^{2}$$

$$= \frac{8}{3} - \left[8 - 8 - \left(2-4\right)\right]$$

$$= \frac{8}{3} - 2 = \frac{2}{3} \text{ br}^2$$

Yanıt A

3.



$$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

$m_T = f(1) = -1$

Eğimi –1 olan ve K(1, 1) noktasından geçen doğru denklemi:

$y-1 = -1(x-1) \Rightarrow y = -x+2$ olur.

Teğet y = 0 için x eksenini 2 noktasında keser.

$$A + B = \int_{1}^{e} \frac{1}{x} dx \ldots\ldots (1)$$

$$A = \int_{1}^{2} (-x+2)dx \ldots (2)$$

1. denklemden 2. denklem çıkarılırsa:

$$B = \ln x\Big|_{1}^{e} - \left(-\frac{x^2}{2} + 2x\right)\Big|_{1}^{2}$$

$$= \ln e - \ln 1 - \left(-2 + 4 + \frac{1}{2} - 2\right)$$

$$= 1 - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ br}^2$$

Yanıt A

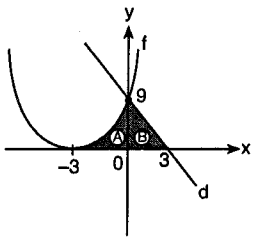
4. Parabol x eksenine –3 noktasında teğet olduğundan denklemi:

$y = k(x+3)^2$ şeklindedir. (0,9) noktası bu denklemi sağlayacağından,

$9 = k.3^2 \Rightarrow k = 1 \Rightarrow y = (x+3)^2 \Rightarrow y = x^2 + 6x + 9$

Eksenleri kestiği noktaları bilinen doğru denkleminden,

d: $\frac{y}{9} + \frac{x}{3} = 1 \Rightarrow y = 9 - 3x$ olur.



$$A = \int_{-3}^{0} \left(x^2 + 6x + 9\right)dx \ldots (1)$$

$$B = \int_{0}^{3} (9 - 3x)dx \ldots\ldots\ldots (2)$$

1. ve 2. denklemler toplanırsa:

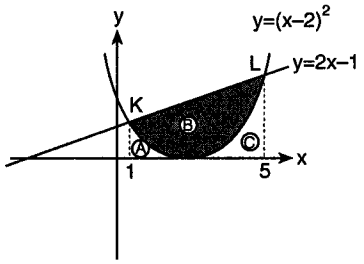
$$A + B = \left(\frac{x^3}{3} + 3x^2 + 9x\right)\Big|_{-3}^{0} + \left(9x - \frac{3}{2}x^2\right)\Big|_{0}^{3}$$

$$= 0 - (-9 + 27 - 27) + 27 - \frac{27}{2} - 0$$

$$= 9 + \frac{27}{2} = \frac{45}{2}\ br^2$$

Yanıt C

5.



K ve L noktaları $y = (x-2)^2$ parabolünün üzerinde olduğundan;

K noktasının ordinatı x = 1 için

$y_K = (1-2)^2 = 1$

L noktasının ordinatı x = 5 için

$y_L = (5-2)^2 = 9$

K(1, 1) ve L(5, 9) noktalarından geçen doğrunun denklemi:

$y - 1 = \frac{9-1}{5-1}\cdot(x-1) \Rightarrow y = 2x - 1$ bulunur.

$$A + B + C = \int_{1}^{5} (2x - 1)dx \ldots. (1)$$

$$A + C = \int_{1}^{5} (x-2)^2\,dx \ldots (2)$$

1. denklemden 2. denklem çıkarılırsa:

$$B = \int_{1}^{5} (2x-1)dx - \int_{1}^{5} (x^2 - 4x + 4)dx$$

$$= \int_{1}^{5} (-x^2 + 6x - 5)dx$$

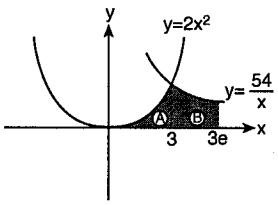
$$= \left(-\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 5x\right)\Big|_{1}^{5}$$

$$= -\frac{125}{3} + 75 - 25 - \left(-\frac{1}{3} + 3 - 5\right)$$

$$= \frac{32}{3}\ br^2$$

Yanıt E

6. Eğri denklemleri ortak çözülürse kesişim noktasının apsisi bulunabilir.



$2x^2 = \frac{54}{x} \Rightarrow 2x^3 = 54$

$x^3 = 27$

$x = 3$

$$A = \int_{0}^{3} 2x^2 dx \ldots (1)$$

$$B = \int_{3}^{3e} \frac{54}{x}dx \ldots (2)$$

1. ve 2. denklemler toplanırsa

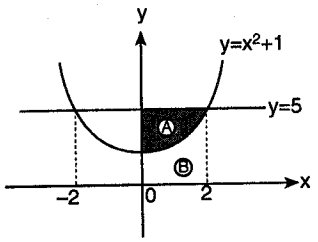
$$A + B = \int_{0}^{3} 2x^2 dx + \int_{3}^{3e} \frac{54}{x}dx = \left(\frac{2}{3}x^3\right)\Big|_{0}^{3} + (54\ln x)\Big|_{0}^{3e}$$

$$= 18 + 54\left(\ln 3e - \ln 3\right) = 18 + 54\ln\frac{3e}{3}$$

$$= 18 + 54\cdot 1 = 72\ br^2$$

Yanıt E

7.



y = 5 doğrusunun $y = x^2+1$ eğrisini kestiği noktaları bulalım:

$x^2+1 = 5 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x_1 = -2$ ve $x_2 = 2$ olur.

$$A + B = \int_0^2 5dx \text{ ..... (1)}$$

$$B = \int_0^2 (x^2+1)dx \text{ ... (2)}$$

1. denklemden 2. denklem çıkarılırsa,

$$\int_0^2 (4-x^2)dx = (4x - \frac{x^3}{3})\Big|_0^2 = 8 - \frac{8}{3} - 0 = \frac{16}{3} \text{ br}^2$$

Yanıt B

8. $f(x) = x^3 - 3x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$

$x^2 = 1$

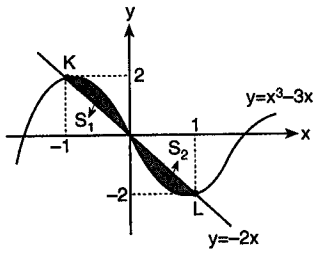
$x_1 = 1$ ve $x_2 = -1$ olur.

$\left.\begin{matrix} f(1) = 1-3 = -2 \\ f(-1) = -1+3 = 2 \end{matrix}\right\}$ olduğundan K(–1, 2) ve L(1, –2) dir.

İki noktası bilinen doğru denkleminden:

$$y - 2 = \frac{2-(-2)}{-1-1}(x-(-1))$$

$y = -2x$ olur.



$$S_1 = \int_{-1}^{0} \left(x^3 - 3x - (-2x)\right)dx = \int_{-1}^{0} (x^3 - x)dx$$

$$= \left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2\right)\Big|_{-1}^{0} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$S_2 = \left|\int_0^1 \left(x^3 - 3x - (-2x)\right)dx\right| = \left|\int_0^1 (x^3 - x)dx\right|$$

$$= \left|\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2\right)\Big|_0^1\right| = \left|\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{4}$$

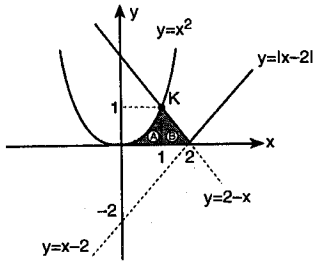
$$S_1 + S_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ br}^2$$

Yanıt A

9. y = |x–2| denkleminin kritik noktası x = 2 dir.

$\left.\begin{matrix} y = x-2, x > 2 \\ y = 2-x, x < 2 \end{matrix}\right\}$ olur.

Doğruların ve parabolün grafikleri çizilirse:



İki denklem ortak çözülürse:

$\left.\begin{matrix} y = x^2 \\ y = |x-2| \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ K(1, 1) bulunur.

$$A = \int_0^1 x^2dx \text{ ..... (1)}$$

$$B = \int_1^2 (2-x)dx \text{ ... (2)}$$

1. ve 2. denklem toplanırsa:

$$A + B = \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 + \left(2x - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^2$$

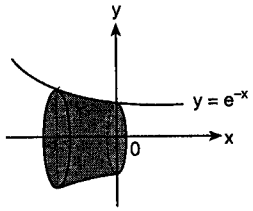
$$= \frac{1}{3} + 4 - 2 - \left(2 - \frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{3} + 4 - 2 - 2 + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{5}{6} \text{ br}^2$$

Yanıt D

10. $y = e^{-x}$ eğrisinin grafiği çizilirse, oluşan hacim şekilde taranan biçimde olur.



$$V = \pi\int_{-1}^{0} y^2dx$$

$$= \pi\int_{-1}^{0} \left(e^{-x}\right)^2 dx = \pi\int_{-1}^{0} e^{-2x}dx$$

$$= -\frac{\pi}{2}\cdot e^{-2x}\Big|_{-1}^{0} = -\frac{\pi}{2}(e^0 - e^2)$$

$$= \frac{\pi}{2}\left(e^2 - 1\right) \text{ br}^3$$

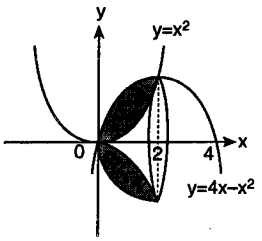
Yanıt A

11. $y = x^2$ parabolü $x = 0$ noktasında x eksenine teğettir.

$y = 4x - x^2$ parabolü $x = 0$ ve $x = 4$ noktalarında x eksenini, $y = 0$ noktasında da y eksenini keser.

Denklemler ortak çözülürse,

$x^2 = 4x - x^2 \Rightarrow 2x^2 = 4x \Rightarrow x_1 = 0$ ve $x_2 = 2$ olur.



İstenen hacim V olsun:

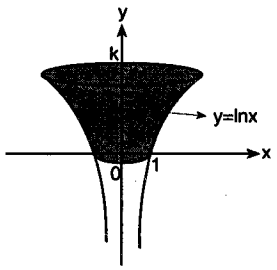
$$V = \pi\int_0^2\left[\left(4x-x^2\right)^2 - \left(x^2\right)^2\right]dx$$

$$= \pi\int_0^2\left(16x^2 - 8x^3 + x^4 - x^4\right)dx = \pi\int_0^2 (16x^2 - 8x^3)\,dx$$

$$= \pi\left(\frac{16}{3}x^3 - 2x^4\right)\Big|_0^2 = \pi\left(\frac{128}{3} - 32\right) = \frac{32\pi}{3}\ br^3$$

Yanıt B

12.



Döndürülme işlemi, 0y ekseni etrafında olduğundan integral sınırı 0y ekseni boyuncadır.

$y = \ln x \Rightarrow x = e^y$

İstenen hacim V olsun:

$$V = \pi\int_0^k x^2dy = \pi\int_0^k e^{2y}dy$$

$$= \frac{\pi}{2}\cdot e^{2y}\Big|_{y=0}^{k} = \frac{\pi}{2}\left(e^{2k} - e^0\right)$$

$$= \frac{\pi}{2}\left(e^{2k} - 1\right)$$

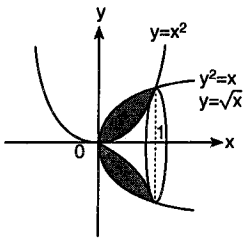
$\Rightarrow \frac{\pi}{2}\left(e^{2k} - 1\right) = \frac{\pi}{2}(e - 1)$ olduğuna göre,

$2k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$ bulunur.

Yanıt B

13. $y = x^2$ ve $y = \sqrt{x}$ eğrileri çizilirse, kesişim noktasının apsisi bu iki denklemin ortak çözülmesi ile bulunabilir.

$x^2 = \sqrt{x} \Rightarrow x^4 = x \Rightarrow x_1 = 0$ ve $x_2 = 1$ olur.



İstenen hacim V olsun:

$$V = \pi\int_0^1\left[\left(\sqrt{x}\right)^2 - \left(x^2\right)^2\right]dx$$

$$= \pi\int_0^1 (x - x^4)\,dx$$

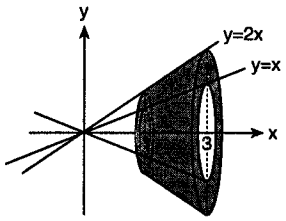
$$= \pi\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{5}x^5\right)\Big|_0^1$$

$$= \pi\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)$$

$$= \frac{3}{10}\pi\ br^3$$

Yanıt A

14.



İstenen hacim V olsun.

$$V = \pi\int_1^3\left[(2x)^2 - (x)^2\right]dx$$

$$= \pi\int_1^3 3x^2\,dx$$

$$= \pi x^3\Big|_1^3 = \pi\left(3^3 - 1^3\right)$$

$$= 26\pi\ br^3$$

Yanıt A

15. Denklemler ortak çözülürse:

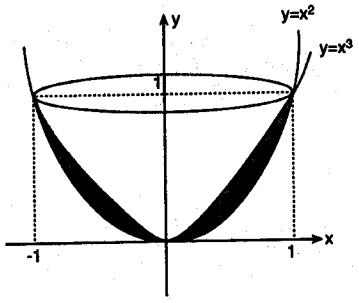
$x^3 = x^2 \Rightarrow x_1 = 0$ ve $x_2 = 1$ noktalarında eğriler kesişirler.

$x = 0$ için $y = 0$

$x = 1$ için $y = 1$ olur.

$y = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{y}$

$y = x^3 \Rightarrow x = \sqrt[3]{y}$



$$V = \pi\int_0^1\left[\left(\sqrt[3]{y}\right)^2 - \left(\sqrt{y}\right)^2\right]dy = \pi\int_0^1\left(y^{\frac{2}{3}} - y\right)dy$$

$$= \pi\left(\frac{3}{5}y^{\frac{5}{3}} - \frac{1}{2}y^2\right)\Bigg|_0^1 = \pi\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{\pi}{10}\ br^3$$

Yanıt A

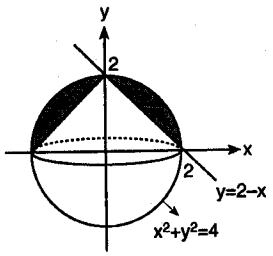
16. Orijin merkezli, 2 br yarıçaplı çemberin denklemi

$y^2 + x^2 = 4$ tür.

$x = \sqrt{4 - y^2}$ olur.

Eksenleri kestiği noktaları bilinen doğrunun denkleminden

$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow x = 2 - y$ olur.



İstenen hacim V olsun.

$$V = \pi\int_0^2\left[\left(\sqrt{4-y^2}\right)^2 - (2-y)^2\right]dy = \pi\int_0^2\left(4 - y^2 - \left(4 - 4y + y^2\right)\right)dy$$

$$= \pi\int_0^2\left(-2y^2 + 4y\right)dy = \pi\left(-\frac{2}{3}y^3 + 2y^2\right)\Bigg|_0^2$$

$$= \pi\left(-\frac{16}{3} + 8\right) = \frac{8}{3}\pi\ br^3$$

Yanıt C

1. $f(x) = 2x^2 + 6x$ eğrisi ile x– ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 9 B) 18 C) 27 D) 32 E) 36

2. $y = x + 1$ doğrusu, $x = -2$, $x = 3$ doğruları ve x– ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{25}{2}$ B) $\frac{23}{2}$ C) $\frac{21}{2}$ D) $\frac{19}{2}$ E) $\frac{17}{2}$

3. $y = 4 - x^2$ eğrisi, $x = 1$ doğrusu ve x– ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 7 B) 7,5 C) 8 D) 8,5 E) 9

4. $y = x^2 - 1$ eğrisi ile $y = x + 1$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 2,5 B) 3 C) 3,5 D) 4 E) 4,5

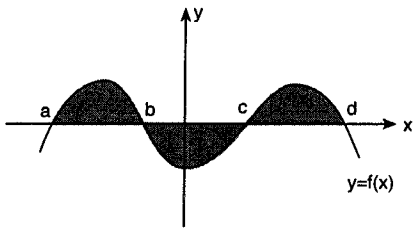
5. $(y-1)^2 = x$ eğrisi ile $y = 2x-2$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{125}{6}$ B) $\frac{125}{12}$ C) $\frac{125}{24}$ D) $\frac{125}{36}$ E) $\frac{125}{48}$

6. $y = x^2$ ve $y = 6x - x^2$ eğrileri arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 15 B) 12 C) 10 D) 9 E) 8

7.



Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$\int_a^d f(x)dx = 14$, $\left|\int_a^d f(x)dx\right| = 20$ olduğuna göre,

$\int_b^c f(x)dx$ kaçtır?

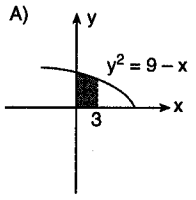
A) 3 B) 2 C) 1 D) –2 E) –3

8. $y = \cos x$ eğrisi, $x = 0$, $x = \frac{3\pi}{2}$ doğruları ve x– ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

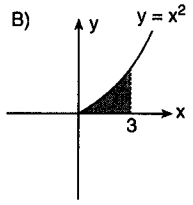
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

9. $\int_0^3 \sqrt{9 - x^2}\,dx$ integrali aşağıdaki alanlardan hangisini hesaplar?

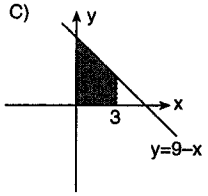
A)



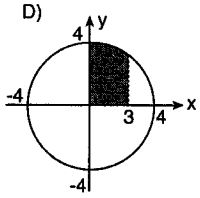
B)



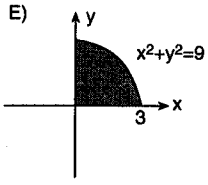
C)



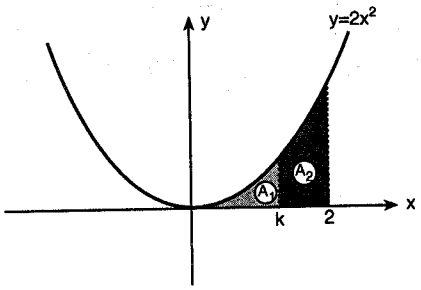
D)



E)



10.



Şekilde $y = 2x^2$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

$A_2 = 7A_1$ olduğuna göre, k kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{4}{3}$

11. $y = x^2$ eğrisi, x=3 doğrusu ve x– ekseni arasında kalan bölgenin x– ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{81}{4}\pi$ B) $\frac{81}{5}\pi$ C) $\frac{81}{7}\pi$ D) $\frac{243}{5}\pi$ E) $\frac{243}{7}\pi$

12. $y = 2\sin x + 1$ eğrisi, $x = 0$, $x = 2\pi$ doğruları ve x– ekseni arasında kalan bölgenin x– ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $2\pi^2$ B) $3\pi^2$ C) $4\pi^2$ D) $5\pi^2$ E) $6\pi^2$

13. $2y = 3x + 6$ doğrusu ile eksenler arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) 8π B) 7π C) 6π D) 5π E) 4π

14. $y = 0$, $y = x$ doğruları ile $2y^2 = 6 - x$ eğrisinin x ekseni ile arasında kalan bölgenin, x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{79\pi}{21}$ B) $\frac{89\pi}{19}$ C) $\frac{99\pi}{16}$ D) $\frac{100\pi}{13}$ E) $\frac{111\pi}{8}$

15. $y = e^x$ eğrisi, $x = \frac{1}{2}$ doğrusu ve eksenler arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

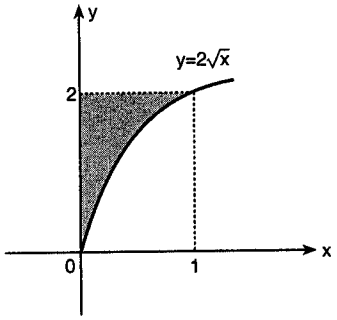
A) $\frac{\pi}{2}\cdot e$ B) $\frac{\pi}{2}\cdot(e-1)$ C) $\frac{\pi}{2}\cdot(e+1)$

D) $\pi.(e-1)$ E) $\pi.(e+1)$

16. $y = -3x^2 + 3$ eğrisinin analitik düzlemin II. bölgesinde altında kalan bölgenin, y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) 2π C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{3\pi}{2}$ E) π

17.



Yukarıdaki şekilde $y = 2\sqrt{x}$ eğrisinin grafiğinin bir kesiti verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilecek şeklin hacmi kaç birimküptür?

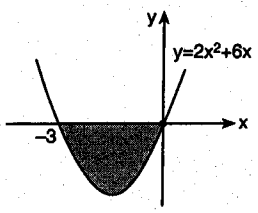
A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{2\pi}{5}$ C) $\frac{3\pi}{5}$ D) $\frac{4\pi}{5}$ E) π

18. $y = x^2 - 1$ eğrisi, $y = 0$ ve $y = 3$ doğrularının analitik düzlemin birinci bölgesinde sınırladığı bölgenin, y –ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{15\pi}{2}$ B) 7π C) $\frac{13\pi}{2}$ D) 6π E) $\frac{11\pi}{2}$

TEST 20'NİN ÇÖZÜMLERİ

1.



$y = 2x^2+6x$ parabolü $y = 0$ için

$2x(x+3) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ ve $x_2 = -3$ noktalarında x eksenini keser.

O halde,

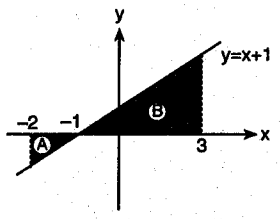
$$T\cdot A = \left| \int_{-3}^{0} (2x^2+6x)dx \right| = \left| \frac{2}{3}x^3+3x^2 \Big|_{-3}^{0} \right|$$

$$= |0-(-18+27)|$$

$$= 9 \text{ br}^2$$

Yanıt A

2.



A alanı negatif olacağından integralin mutlak değeri alınır.

$$A = \left| \int_{-2}^{-1} (x+1)dx \right| \quad \ldots (1)$$

$$B = \int_{-1}^{3} (x+1)dx \ldots (2)$$

1. ve 2. denklemler toplanırsa:

$$A+B = \left| \frac{x^2}{2}+x \Big|_{-2}^{-1} \right| + \left(\frac{x^2}{2}+x \right) \Big|_{-1}^{3}$$

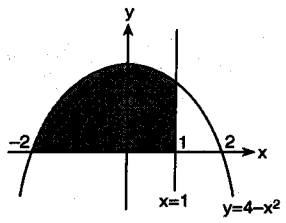
$$= \left| \frac{1}{2}-1-(2-2) \right| + \frac{9}{2}+3-(\frac{1}{2}-1)$$

$$= \frac{1}{2}+8$$

$$= \frac{17}{2} \text{ br}^2$$

Yanıt E

3. $y = 4-x^2$ parabolü $y = 0$ için $4-x^2 = 0 \Rightarrow x = \mp 2$ noktalarında x eksenini keser.



$$T\cdot A\cdot = \int_{-2}^{1} (4-x^2)dx$$

$$= \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^{1}$$

$$= 4 - \frac{1}{3} - \left(-8 + \frac{8}{3} \right) = 9 \text{ br}^2$$

Yanıt E

4. $y = x^2-1$ parabolü,

$y = 0$ için $x^2 = 1$

$x_{1,2} = \mp 1$ olur.

$y = x+1$ doğrusu,

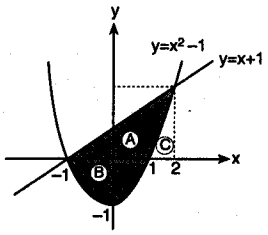
$y = 0 \Rightarrow x = -1$ noktasında x eksenini keser.

$x = 0 \Rightarrow y = 1$ noktasında y eksenini keser.

Denklemler ortak çözülürse kesişim noktaları bulunur.

$y = x^2-1 = x+1 \Rightarrow x^2-x-2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0$

$x_1 = 2$ ve $x_2 = -1$



$$A+C = \int_{-1}^{2} (x+1)dx = \left(\frac{x^2}{2}+x \right) \Big|_{-1}^{2} = 2+2-\left(\frac{1}{2}-1 \right) = \frac{9}{2} \ldots (1)$$

$$B = \left| \int_{-1}^{1} (x^2-1)dx \right| = -\left(\frac{x^3}{3}-x \right) \Big|_{-1}^{1} = -\left(\frac{1}{3}-1-\left(-\frac{1}{3}+1 \right) \right) = \frac{4}{3} \ldots (2)$$

$$C = \int_{1}^{2} (x^2-1)dx = \left(\frac{x^3}{3}-x \right) \Big|_{1}^{2} = \frac{8}{3}-2-\left(\frac{1}{3}-1 \right) = \frac{4}{3} \ldots (3)$$

1. ve 2. denklemler toplanır, bulunan sonuçtan 3. denklem çıkarılırsa,

$T\cdot A = A+C+B-C = A+B$

$$= \frac{9}{2}+\frac{4}{3}-\frac{4}{3} = \frac{9}{2} \text{ br}^2$$

Yanıt E

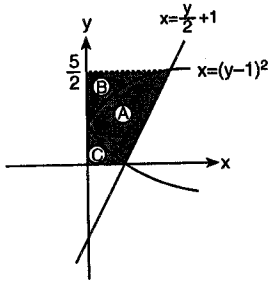
5. $\left.\begin{matrix}(y-1)^2 = x \\ y = 2x-2\end{matrix}\right\}$ doğruları ortak çözülürse

$\Rightarrow y = 2\cdot(y-1)^2 - 2$

$\Rightarrow y = 2y^2 - 4y + 2 - 2$

$\Rightarrow 2y^2 = 5y$

$\Rightarrow y_1 = 0$ ve $y_2 = \frac{5}{2}$



$$A + B + C = \int_0^{5/2} \left(\frac{y}{2} + 1\right) dy \ldots (1)$$

$$B + C = \int_0^{5/2} (y-1)^2\, dy \ldots (2)$$

1. denklemden 2. denklem çıkarılırsa:

$$A = \int_0^{5/2} \left[\frac{y}{2} + 1 - (y^2 - 2y + 1)\right] dy = \int_0^{5/2} \left(-y^2 + \frac{5y}{2}\right) dy$$

$$= \left(-\frac{y^3}{3} + \frac{5}{4}y^2\right)\Bigg|_0^{5/2} = -\underset{(2)}{\frac{125}{24}} + \underset{(3)}{\frac{125}{16}}$$

$$= \frac{125}{48} br^2$$

Yanıt E

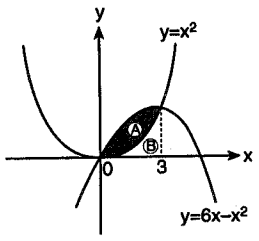
6. $y = x^2$ ve $y = 6x - x^2$ eğrilerinin denklemleri ortak çözülürse

$$\left.\begin{matrix}y = x^2 \\ y = 6x - x^2\end{matrix}\right\} \Rightarrow x^2 = 6x - x^2$$

$$2x^2 = 6x$$

$$x^2 = 3x$$

$x_1 = 0$ ve $x_2 = 3$ bulunur.



$$A + B = \int_0^3 (6x - x^2)\, dx \ldots (1)$$

$$B = \int_0^3 x^2 dx \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

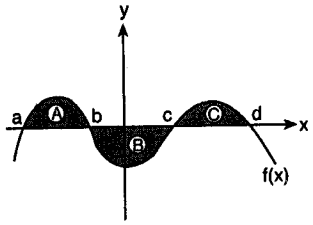
1. denklemden 2. denklem çıkarılırsa,

$$A = \int_0^3 (6x - x^2 - x^2)\, dx = \int_0^3 (6x - 2x^2)\, dx$$

$$= \left(3x^2 - \frac{2}{3}x^3\right)\Bigg|_0^3 = 27 - 18 = 9 br^2$$

Yanıt D

7.



$$\int_a^d f(x).dx = A - B + C = 14 \ldots (1)$$

$$\int_a^d f(x)dx = A + B + C = 20 \ldots (2)$$

2. denklemden 1. denklem çıkarılırsa,

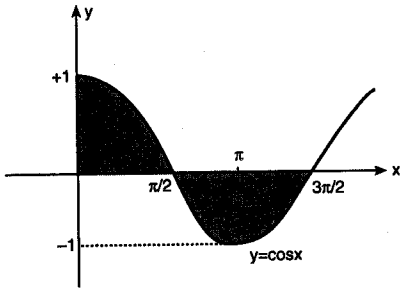
$2B = 6 \Rightarrow B = 3\ br^2$

$$\Rightarrow B = \int_b^c |f(x)|dx = -\int_b^c f(x)dx = 3\ br^2$$

$$\Rightarrow \int_b^c f(x)dx = -3$$

Yanıt E

8.



$$\text{Alan} = \int_0^{3\pi/2} |f(x)|\, dx = \int_0^{\pi/2} \cos x dx + \int_{\pi/2}^{3\pi/2} -\cos x dx$$

$$= \sin x\Big|_0^{\pi/2} - \sin x\Big|_{\pi/2}^{3\pi/2}$$

$$= \left(\sin\frac{\pi}{2} - \sin 0\right) - \left(\sin\frac{3\pi}{2} - \sin\frac{\pi}{2}\right) = 1 - (-2) = 3\ br^2$$

Yanıt A

9. $\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx = \int_0^3 y\,dx$ şeklinde yazılırsa:

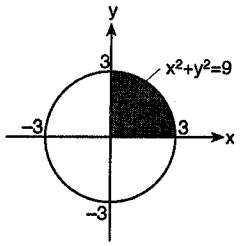
$y = \sqrt{9-x^2} \Rightarrow y^2 = 9 - x^2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = 9$

$x^2+y^2 = 9$ denklemi merkezi orijinde olan ve yarıçapı 3 br olan bir çember denklemidir.

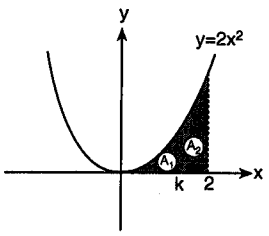
O halde, $\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx$ integrali bu çemberin x = 0,

x = 3 doğruları ve x ekseni ile arasında kalan alanı verir. Hesaplanan alan şekildeki gibidir.



Yanıt E

10.



$A_1 = \int_0^k 2x^2dx = \frac{2}{3}x^3\Big|_0^k = \frac{2}{3}k^3$

$A_2 = \int_k^2 2x^2dx = \frac{2}{3}x^3\Big|_k^2 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3}k^3$

$A_2 = 7A_1 \Rightarrow \frac{16}{3} - \frac{2}{3}k^3 = 7.\frac{2}{3}k^3$

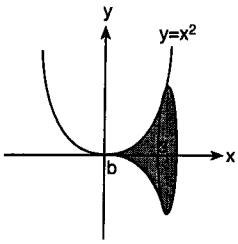
$\frac{16k^3}{3} = \frac{16}{3}$

$k^3 = 1$

$k = 1$

Yanıt C

11.



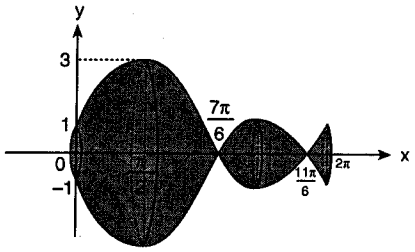
İstenen hacim V olsun:

$V = \pi\int_0^3 y^2dx = \pi\int_0^3 (x^2)^2\,dx$

$= \frac{\pi}{5}\cdot x^5\Big|_0^3 = \frac{243}{5}\pi\ br^3$

Yanıt D

12.



İstenen hacim V olsun:

y = 2sinx + 1 eğrisi x eksenini

$2\sin x + 1 = 0$

$\sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{7\pi}{6}$

$x_2 = \frac{11\pi}{6}$ noktalarında keser.

$V = \pi\int_0^{2\pi} (2\sin x + 1)^2\,dx = \pi\int_0^{2\pi} (4\sin^2 x + 4\sin x + 1)dx$

$= \pi\int_0^{2\pi} \left[4.\frac{1-\cos 2x}{2} + 4\sin x + 1\right]dx$

$= \pi\int_0^{2\pi} \left[2 - 2\cos 2x + 4\sin x + 1\right]dx$

$= \pi\int_0^{2\pi} \left[3 - 2.\cos 2x + 4\sin x\right]dx = \pi\left[3x - \sin 2x - 4\cos x\right]\Big|_0^{2\pi}$

$= \pi[6\pi - \sin 4\pi - 4\cos 2\pi - (3.0 - \sin 0 - 4\cos 0)]$

$= \pi(6\pi - 4 - (-4)) = 6\pi^2\ br^3$

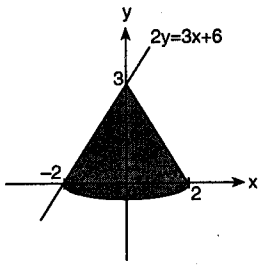
Yanıt E

13. Döndürülme y ekseni etrafında olduğundan sınırlar y eksenine göre belirlenir.

$2y = 3x + 6 \Rightarrow x = \frac{2y}{3} - 2$

$x = 0 \Rightarrow y = 3$

$y = 0 \Rightarrow x = -2$



Oluşan hacim V olsun.

$$V = \pi\int_0^3 x^2dy = \pi\int_0^3\left(\frac{2y}{3}-2\right)^2 dy$$

$$= \pi\int_0^3\left(\frac{4}{9}y^2 - \frac{8}{3}y + 4\right)dy$$

$$= \pi\left(\frac{4}{27}y^3 - \frac{4}{3}y^2 + 4y\right)\Big|_0^3$$

$$= \pi(4 - 12 + 12 - 0)$$

$$= 4\pi\ br^3$$

Yanıt E

$$A = \pi\int_0^{3/2} x^2dx \ldots (1)$$

$$B = \pi\int_{3/2}^{6}\left(3 - \frac{x}{2}\right)dx \ldots (2)$$

1. ve 2. denklemler toplanırsa:

$$A + B = \pi\frac{x^3}{3}\Big|_0^{3/2} + \pi\left(3x - \frac{x^2}{4}\right)\Big|_{3/2}^{6}$$

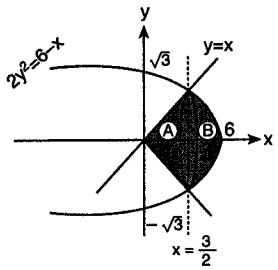
$$= \frac{9\pi}{8} - 0 + \pi\left(18 - 9 - \left(\frac{9}{2} - \frac{9}{16}\right)\right)$$

$$= \frac{9\pi}{8} + \frac{81\pi}{16}$$

$$= \frac{99}{16}\pi\ br^3$$

Yanıt C

14.



$y = x$ ve $2y^2 = 6 - x$ denklemleri ortak çözülürse:

$$\left.\begin{array}{l} y = x \\ 2y^2 = 6 - x \end{array}\right\} \Rightarrow 2x^2 = 6 - x$$

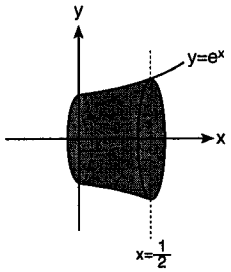
$$\Rightarrow 2x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (2x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{3}{2} \text{ ve } x_2 = -2$$

$$\left.\begin{array}{l} 2y^2 = 6 - x \\ y^2 = 3 - \frac{x}{2} \end{array}\right.$$

15.



İstenen hacim V olsun:

$$V = \pi\int_0^{1/2}(e^x)^2\,dx = \pi\int_0^{1/2} e^{2x}dx$$

$$= \frac{\pi}{2}\cdot e^{2x}\Big|_0^{1/2} = \frac{\pi}{2}\cdot(e - 1)\ br^3$$

Yanıt B

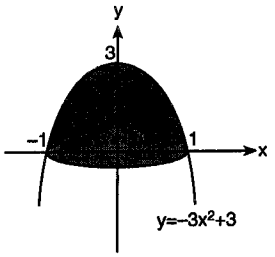
16. $y = -3x^2 + 3 \Rightarrow 3x^2 = 3 - y \Rightarrow x^2 = 1 - \frac{y}{3}$

$y = 0 \Rightarrow -3x^2 + 3 = 0$

$\Rightarrow x^2 = 1$

$\Rightarrow x_1 = -1,\ x_2 = 1$

$x = 0 \Rightarrow y = 3$



$$V = \pi\int_0^3 x^2dy = \pi\int_0^3\left(1-\frac{y}{3}\right)dy$$

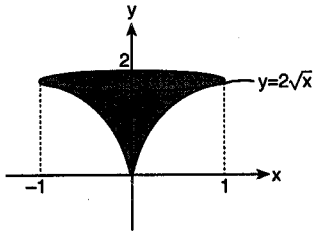
$$= \pi\left(y - \frac{y^2}{6}\right)\Bigg|_0^3$$

$$= \pi\left(3 - \frac{3}{2} - 0\right)$$

$$= \frac{3}{2}\pi \text{ br}^3$$

Yanıt D

17.



$y = 2\sqrt{x} \Rightarrow y^2 = 4x \Rightarrow x = \frac{y^2}{4}$

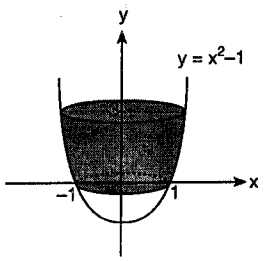
Oluşan hacim V olsun:

$$V = \pi\int_0^2\left(\frac{y^2}{4}\right)^2 dy = \frac{\pi}{16}\int_0^2 y^4dy$$

$$= \frac{\pi}{80}\cdot y^5\Big|_0^2 = \frac{2\pi}{5} \text{ br}^3$$

Yanıt B

18. $y = x^2 - 1 \Rightarrow x^2 = y + 1$



Oluşan hacim V olsun.

$$V = \pi\int_0^3 x^2dy = \pi\int_0^3 (y+1)dx$$

$$= \pi\left(\frac{y^2}{2} + y\right)\Bigg|_0^3 = \pi\left(\frac{9}{2} + 3 - 0\right)$$

$$= \frac{15}{2}\pi \text{ br}^3$$

Yanıt A

TEST 21 GENEL TARAMA

1. $f(x) = \int \left(2x + \frac{1}{\sqrt{x}} - 3x^2 \right) dx$ fonksiyonu için $f'(1)$ kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\text{arccot}(x + 1) + c$ B) $\arctan(x + 2) + c$

C) $\arctan(x + 1) + c$ D) $\text{arccot}(x + 2) + c$

E) $\arctan(x + 1) + 2x + c$

3. $\int x^2 . \sqrt{x-2}\ dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{2}{7}(x-2)^{\frac{7}{2}} + \frac{8}{5}(x-2)^{\frac{5}{2}} + \frac{8}{3}(x-2)^{\frac{3}{2}} + c$

B) $\frac{7}{2}(x-2)^{\frac{7}{2}} + \frac{5}{8}(x-2)^{\frac{5}{2}} + \frac{3}{8}(x-2)^{\frac{2}{3}} + c$

C) $\frac{2}{7}(x-2)^{\frac{2}{7}} + \frac{5}{8}(x-2)^{\frac{2}{5}} + \frac{3}{8}(x-2)^{\frac{3}{2}} + c$

D) $\frac{7}{2}(x-2)^{\frac{2}{7}} + \frac{5}{8}(x-2)^{\frac{2}{5}} + \frac{8}{3}(x-2)^{\frac{3}{2}} + c$

E) $\frac{2}{7}(x-2)^{\frac{2}{7}} + \frac{5}{8}(x-2)^{\frac{2}{5}} + \frac{3}{8}(x-2)^{\frac{3}{2}} + c$

4. $\int 6.f(x).e^{3[f(x)]^2} .f'(x)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $2 . e^{3[f(x)]^2} + c$ B) $e^{[3f(x)]^2} + c$

C) $e^{3[f(x)]^2} + c$ D) $e^{[f(x)]^3} + c$

E) $e^{f(x^3)} + c$

5. $\int \frac{8x+2}{4x^2 + 2x - 5} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $8x + 2 + c$ B) $4x^2 + 2x - 5 + c$

C) $\ln|4x^2 - 2x + 5| + c$ D) $\ln|4x^2+2x-5|+c$

E) $\ln|8x + 2| + c$

6. $\int \frac{dx}{1 + \cos 2x}$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{1}{2}\cot x + c$ B) $\frac{1}{2}\cot\frac{x}{2} + c$

C) $-\frac{1}{2}\tan x + c$ D) $\frac{1}{2}\tan x + c$

E) $\frac{1}{2}\tan\frac{x}{2} + c$

7. $\int \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\arctan(\sin x) + c$ B) $\arctan(\sin x) + c$

C) $-\arctan(\cos x) + c$ D) $\arctan(\cos x) + c$

E) $-\text{arccot}(\tan x) + c$

8. $\int e^{\sin(x^2+1)} .\cos(x^2 + 1).x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2} e^{\sin x^2}$ B) $-\frac{1}{2} e^{\sin\left(x^2+1\right)} + c$

C) $-\frac{1}{2} e^{\cos\left(x^2+1\right)} + c$ D) $\frac{1}{2} e^{\sin\left(x^2+1\right)} + c$

E) $\frac{1}{2} e^{\sin(x+1)} + c$

9. $\int x^3.e^{x^2}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}e^{x^2}(x^2-1)+c$ B) $e^{x^2}(x^2+1)+c$

C) $\frac{1}{2}e^{x^2}(x^2+1)+c$ D) $e^{x^2}(x^2-1)+c$

E) $\frac{1}{2}e^{x}(x^2-1)+c$

10. $\int \frac{5}{2+\cos x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{5}{\sqrt{3}}\arctan\left(\frac{\tan\frac{x}{2}}{5}\right)+c$

B) $\frac{10}{\sqrt{3}}\arctan\left(\frac{\tan\frac{x}{2}}{\sqrt{3}}\right)+c$

C) $\arctan\left(\frac{\tan\frac{x}{2}}{5\sqrt{3}}\right)+c$

D) $\frac{10}{\sqrt{3}}\arctan\left(\frac{\tan\frac{x}{2}}{3}\right)+c$

E) $\frac{1}{\sqrt{3}}\arctan\left(\frac{\tan\frac{x}{2}}{\sqrt{3}}\right)+c$

11. $\int \frac{x^3+x}{x-1}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}+\ln|x-1|+c$ B) $\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}+\ln|x-1|+c$

C) $\frac{x^2}{2}+\frac{x}{3}+\ln|x-1|+c$ D) $x^3+x^2+2x+\ln|x-1|+c$

E) $\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+2x+2\ln|x-1|+c$

12. $\int_1^5 \left[\!\left[\frac{x+1}{2}\right]\!\right]dx$ integralinin eşiti kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 12

13. $\int_{-1}^{1}(2^x+x^2)dx$ integralinin eşiti kaçtır?

A) $\frac{3}{2\ln2}+\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{3}\ln2$ C) $\frac{2}{3}\ln2+\frac{3}{2}$

D) $\frac{6}{\ln2}$ E) $\frac{2}{\ln2}-\frac{2}{3}$

14. $\int_1^2 \ln x.\,x\,dx$ integralinde $\ln x=u$ dönüşümü uygulanırsa integral aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

A) $\int_0^2 u.e^u du$ B) $\int_0^{e^2} u.e^{2u}du$

C) $\int_0^{e^2} u.\ln u du$ D) $\int_0^{\ln2} u.e^u du$

E) $\int_0^{\ln2} u.e^{2u}du$

15. $y=2^x$, $y=2^{-x}$ eğrileri ve $x=-1$, $x=0$, $x=2$ doğruları tarafından sınırlanan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $5.\log_2 e$ B) $\frac{5}{2}.\log_2 e$ C) $\frac{5}{3}.\log_2 e$

D) $\frac{5}{4}.\log_2 e$ E) $\log_2 e$

TEST 21'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \int\left(2x + \frac{1}{\sqrt{x}} - 3x^2\right)dx$ ise

$f'(x) = 2x + \frac{1}{\sqrt{x}} - 3x^2$ olur.

(Bir fonksiyonun önce integralini ve sonra türevini alırsak fonksiyonun kendisini elde ederiz.)

O halde;

$f'(1) = 2.1 + \frac{1}{\sqrt{1}} - 3.1^2 = 0$ bulunur.

Yanıt A

2. $\int \frac{dx}{x^2+2x+2} = \int \frac{dx}{x^2+2x+1+1}$

$= \int \frac{dx}{(x+1)^2+1}$

$= \arctan(x+1) + c$ bulunur.

Yanıt C

3. $\int x^2.\sqrt{x-2}dx$ integralinde;

$x - 2 = u$ dönüşümü uygulanırsa,

$x = 2+u$

$dx = du$ olur.

$\int x^2.\sqrt{x-2}dx = \int (u+2)^2\sqrt{u}du$

$= \int (u^2 + 4u + 4).u^{\frac{1}{2}}du$

$= \int (u^{\frac{5}{2}} + 4u^{\frac{3}{2}} + 4u^{\frac{1}{2}})du$

$= \frac{u^{\frac{5}{2}+1}}{\frac{5}{2}+1} + 4\frac{u^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} + 4\frac{u^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c$

$= \frac{2}{7}u^{\frac{7}{2}} + \frac{8}{5}u^{\frac{5}{2}} + \frac{8}{3}u^{\frac{3}{2}} + c$

$= \frac{2}{7}(x-2)^{\frac{7}{2}} + \frac{8}{5}(x-2)^{\frac{5}{2}} + \frac{8}{3}(x-2)^{\frac{3}{2}} + c$ bulunur.

Yanıt A

4. $\int 6.f(x).e^{3[f(x)]^2}.f'(x)dx$ integralinde,

$[f(x)]^2 = u$ dönüşümü uygulanırsa,

$2f(x) \cdot f'(x)\,dx = du$ olur.

O halde;

$\int 6.f(x).e^{3.(f(x))^2}f'(x)dx$

$= 3\int e^{3[f(x)]^2}.\underbrace{2.f(x).f'(x)dx}_{du}$

$= 3\int e^{3u}du$

$= 3.\frac{e^{3u}}{3} + c$

$= e^{3u} + c$

$= e^{3[f(x)]^2} + c$ bulunur.

Yanıt C

5. $\int \frac{8x+2}{4x^2+2x-5}dx$ integralinde

$4x^2 + 2x - 5$ in türevi olan $8x + 2$ payda bulunduğundan

$\int \frac{8x+2}{4x^2+2x-5}dx = \int \frac{(4x^2+2x-5)'}{4x^2+2x-5}dx$

$= \ln|4x^2 + 2x - 5| + c$ bulunur.

Yanıt D

6. $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ olduğundan,

$\int \frac{dx}{1+\cos 2x} = \int \frac{dx}{1+2\cos^2 x - 1}$

$= \frac{1}{2}\int \frac{dx}{\cos^2 x}$

$= \frac{1}{2}\tan x + c$ bulunur.

Yanıt D

7. $\int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx$ integralinde,

cosx = u dönüşümü uygulanırsa,

–sinxdx = du

sinx dx = –du olur.

O halde;

$$\int \frac{\sin x\, dx}{1+\cos^2 x} = \int \frac{-du}{1+u^2} = -\int \frac{1}{1+u^2} du$$

$$= -\arctan u + c$$

$$= -\arctan(\cos x) + c$$

Yanıt C

8. $\int e^{\sin(x^2+1)} . \cos(x^2+1).xdx$ integralinde,

$\sin(x^2 + 1) = u$ dönüşümü uygulanırsa,

$\cos(x^2+1).2xdx = du$

$\cos(x^2 + 1).xdx = \frac{du}{2}$

O halde;

$$\int e^{\sin(x^2+1)} \underbrace{.\cos(x^2+1).xdx}_{\frac{du}{2}} = \int e^u \frac{du}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\int e^u du$$

$$= \frac{1}{2} e^u + c$$

$$= \frac{1}{2} e^{\sin(x^2+1)} + c$$

Yanıt D

9. $\int x^3 . e^{x^2} dx$ integralinde,

$x^2 = u$ dönüşümü uygulanırsa,

2xdx = du

$xdx = \frac{du}{2}$ olur.

O halde;

$$\int x^3 e^{x^2} dx = \int x^2 . e^{x^2} . xdx$$

$$= \int u.e^u \frac{du}{2}$$

$$= \frac{1}{2} . \int u.e^u du$$

integralinde kısmi integral uygulanırsa

u = t ve $e^u du$ = dv olsun

du = dt $e^u = v$

$$= \frac{1}{2}\left[t.v - \int v dt\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[u.e^u - \int e^u du\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[u.e^u - e^u\right] + c$$

$$= \frac{1}{2} e^u (u-1) + c$$

$$= \frac{1}{2} e^{x^2} (x^2 - 1) + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

10. $\tan\frac{x}{2} = t$, $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, $dx = \frac{2dt}{1+t^2}$

dönüşümü yapılırsa,

$$\int \frac{5}{2+\cos x} dx = \int \frac{5}{2+\frac{1-t^2}{1+t^2}} \cdot \frac{2dt}{1+t^2} = \int \frac{10}{3+t^2} dt$$

$$= 10\int \frac{1}{\left(\sqrt{3}\right)^2 + t^2} dt = \frac{10}{\sqrt{3}} \arctan\left(\frac{\tan\frac{x}{2}}{\sqrt{3}}\right) + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

11.

$$\begin{array}{r|l} x^3+x & x-1 \\ \hline \mp\ x^3 \pm x^2 & x^2+x+2 \\ \hline x^2+x & \\ \mp\ x^2 \pm x & \\ \hline 2x & \\ \mp\ 2x \pm 2 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

$\frac{x^3+x}{x-1} = x^2+x+2+\frac{2}{x-1}$ olur.

$$\int \frac{x^3+x}{x-1}dx = \int\left(x^2+x+2+\frac{2}{x-1}\right)dx$$

$$= \int x^2dx + \int xdx + 2\int dx + 2\int \frac{dx}{x-1}$$

$$= \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x + 2\ln|x-1| + c$$

Yanıt E

12.

$$\int_1^5 \left[\!\left[\frac{x+1}{2}\right]\!\right]dx = \int_1^3 1dx + \int_3^5 2dx$$

$$= x\Big|_1^3 + 2x\Big|_3^5$$

$$= (3-1) + (10-6)$$

$$= 2+4$$

$$= 6 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

13.

$$\int_{-1}^{1}\left(2^x+x^2\right)dx = \int_{-1}^{1} 2^x dx + \int_{-1}^{1} x^2dx$$

$$= \frac{2^x}{\ln 2}\Big|_{-1}^{1} + \frac{x^3}{3}\Big|_{-1}^{1}$$

$$= \left(\frac{2}{\ln 2} - \frac{2^{-1}}{\ln 2}\right) + \left(\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right)\right)$$

$$= \frac{2-\frac{1}{2}}{\ln 2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{2\ln 2} + \frac{2}{3} \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

14. $\int_1^2 \ln x.dx$ integralinde

$\ln x = u$ dönüşümü uygulanırsa

$x = e^u$

$dx = e^u du$ olur.

$x = 1 \Rightarrow u = \ln 1 = 0$

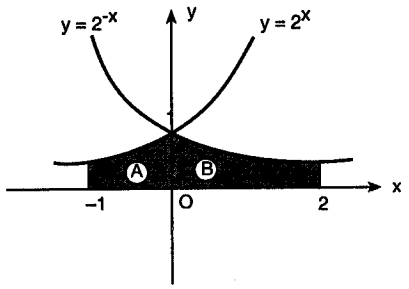
$x = 2 \Rightarrow u = \ln 2$ olur.

$$\int_1^2 \ln x.dx = \int_0^{\ln 2} u.e^u.e^u du$$

$$= \int_0^{\ln 2} u.e^{2u} du \text{ olur.}$$

Yanıt E

15.



$$A = \int_{-1}^{0} 2^x dx \text{.....1}$$

$$B = \int_0^2 2^{-x} dx \text{.....2}$$

1 ve 2 nolu denklemler taraf tarafa toplanırsa;

$$A+B = \int_{-1}^{0} 2^x dx + \int_0^2 2^{-x} dx = \frac{2^x}{\ln 2}\Big|_{-1}^{0} - \frac{2^{-x}}{\ln 2}\Big|_0^2$$

$$= \frac{1}{\ln 2}\left[2^0 - 2^{-1} - \left(2^{-2} - 2^0\right)\right] = \frac{1}{\ln 2}\left[1 - \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{4} - 1\right)\right]$$

$$= \frac{1}{\ln 2}\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) = \frac{5}{4}.\log_2 e$$

Yanıt D

TEST 22 GENEL TARAMA

1. $\int (x^2+x).(2x+1)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x^2+x}{2}+c$ B) $\frac{(x^2+x)^2}{2}+c$

C) $\frac{x^3+x}{2}+c$ D) $\frac{(x^2+x)^3}{2}+c$

E) $\frac{(x^2+x)^4}{2}+c$

2. $\int \frac{1}{x^2-10x+26}dx$ integralinin eşiti kaçtır?

A) arctan (–x + 10) + c B) arctan (x + 10) + c

C) arctan (x – 10) + c D) arctan (x – 5) + c

E) arctan (x + 5) + c

3. $\int \sqrt{2x^2+6}\ .\ xdx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{3}\sqrt{(2x^2+6)^3}+c$ B) $\frac{1}{3}\sqrt{2x^2+6}+c$

C) $\frac{1}{6}\sqrt{2x^2+6}+c$ D) $\frac{1}{6}\sqrt{(2x^2+6)^3}+c$

E) $-\frac{1}{6}\sqrt{2x^2+6}+c$

4. $\int \frac{dx}{x(\ln x)^5}$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{1}{4}.(\ln x)^4+c$ B) $\frac{1}{4}(\ln x)^4+c$

C) $\frac{1}{16}(\ln x)^{-4}+c$ D) $-\frac{1}{4}(\ln x)^{-4}+c$

E) $\frac{1}{4}.\ln x^{-4}+c$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-16x^2}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{4}\arctan 4x+c$ B) $-\frac{1}{2}\arcsin 2x+c$

C) $\frac{1}{2}\arcsin 2x+c$ D) $-\frac{1}{4}\arcsin 4x+c$

E) $\frac{1}{4}\arcsin 4x+c$

6. $\int -2\ .\cos ec^2x\ .\cot x\ dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\cot^2x+c$ B) $\cos^2x+c$

C) $\sec^2x+c$ D) $-2\cos ec^2x+c$

E) $-2\sec^2x+c$

7. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}e^{\arcsin x}\ dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $e^{\sin x}+c$ B) $e^{\cos x}+c$

C) $e^{\arcsin x}+c$ D) $-e^{\arcsin x}+c$

E) $e^{\arccos x}+c$

8. $\int \cos^3 x.\sin^3 x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sin^6 x}{6}-\frac{\sin^4 x}{4}+c$

B) $\frac{\sin^4 x}{4}-\frac{\sin^6 x}{6}+c$

C) $\frac{1}{12}\sec^2 x\ .\ \cos ec^2x+c$

D) $\frac{1}{4}\sin^4 x\ .\ \tan^3 x+c$

E) $\frac{1}{4}\tan^4 x-\frac{1}{6}\cot^6 x+c$

9. $\int e^{2x}\sin 3x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $e^{2x}(2\sin3x - 3\cos3x) + c$

B) $e^{2x}(2\sin3x + 3\cos3x) + c$

C) $\frac{e^{2x}}{13}(2\sin3x - 3\cos3x) + c$

D) $\frac{e^{2x}}{13}(2\sin3x + 3\cos3x) + c$

E) $\frac{e^{2x}}{26}(2\sin3x + 3\cos3x) + c$

10. $\int\sqrt{9-16x^2}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{3}{4}\left[\sin(2\arcsin\frac{4x}{3}) + 2\arcsin\frac{4x}{3}\right] + c$

B) $\frac{9}{16}\left[\sin(2\arcsin\frac{4x}{3}) - 2\arcsin\frac{4x}{3}\right] + c$

C) $\frac{9}{16}\left[\sin(2\arcsin\frac{4x}{3}) + 2\arcsin\frac{4x}{3}\right] + c$

D) $\frac{3}{4}\sin(2\arcsin\frac{4x}{3}) + 2\arcsin\frac{4x}{3} + c$

E) $\frac{9}{16}\left[\sin(\arcsin\frac{4x}{3}) + 2\arcsin\frac{4x}{3}\right] + c$

11. $\int\frac{5}{x^2-x-6}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\left|\frac{x+2}{x-3}\right| + c$ B) $\ln\left|\frac{x-3}{x+2}\right| + c$

C) $\ln|x^2-x-6| + c$ D) $\ln|x-3| + \ln|x-2| + c$

E) $\ln|x+3| + \ln|x+2| + c$

12. $\int_1^3 (x^2+2x)\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{40}{3}$ B) $\frac{50}{3}$ C) $\frac{15}{2}$ D) 15 E) 20

13. $\int_1^4 [\![x]\!] \cdot \operatorname{sgn}(x-2)\,dx$ integralinin eşiti kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

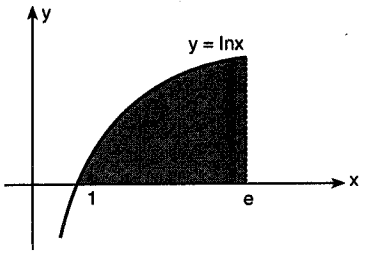
14. $\int_1^{\ln x}(e^x+x)\,dx$ integralinde $e^x=u$ dönüşümü uygulanırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

A) $\int_e^{\ln|\ln u|}(1+\frac{\ln u}{u})\,du$ B) $\int_1^{\ln|\ln u|}\frac{1+\ln u}{u}\,du$

C) $\int_1^{e}\left(1+\frac{\ln u}{u}\right)du$ D) $\int_1^{\ln u}\left(1+\frac{\ln u}{u}\right)du$

E) $\int_e^{\ln u}\left(\frac{1+\ln u}{u}\right)du$

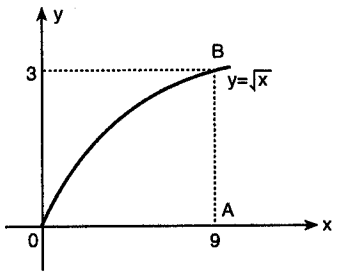
15.



Yukarıda verilenlere göre, taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16.



Şekilde $y=\sqrt{x}$ eğrisinin bir kesiti verilmiştir. Buna göre OAB bölgesinin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{81\pi}{2}$ B) $\frac{81\pi}{4}$ C) $\frac{81\pi}{6}$ D) $\frac{81\pi}{8}$ E) $\frac{81\pi}{10}$

TEST 22'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $x^2 + x = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$(2x + 1)dx = du$ olur.

$$\int (x^2 + x).(2x+1)dx = \int udu$$
$$= \frac{u^2}{2} + c$$
$$= \frac{(x^2 + x)^2}{2} + c \text{ olur.}$$

Yanıt B

2. $$\int \frac{1}{x^2 - 10x + 26} dx = \int \frac{1}{(x-5)^2 + 1} dx$$

$$= \arctan(x - 5) + c \text{ olur.}$$

Yanıt D

3. $2x^2 + 6 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$4xdx = du$

$xdx = \frac{du}{4}$ olur.

$$\int \sqrt{2x^2 + 6}.xdx = \int u^{\frac{1}{2}} \frac{du}{4}$$
$$= \frac{1}{4}.\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$
$$= \frac{1}{6}.u^{\frac{3}{2}} + c$$
$$= \frac{1}{6}.\sqrt{(2x^2 + 6)^3} + c \text{ olur.}$$

Yanıt D

4. $\ln x = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$\frac{dx}{x} = du$ olur.

$$\int \frac{dx}{x.(\ln x)^5} = \int \frac{du}{u^5} = \int u^{-5} du$$
$$= \frac{u^{-4}}{-4} + c$$
$$= -\frac{1}{4u^4} + c$$
$$= -\frac{1}{4(\ln x)^4} + c = -\frac{1}{4}.(\ln x)^{-4} + c \text{ olur.}$$

Yanıt D

5. $4x = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$4dx = du$

$dx = \frac{du}{4}$ olur.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-(4x)^2}} = \int \frac{\frac{du}{4}}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{1}{4}\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$$
$$= \frac{1}{4}.\arcsin u + c$$
$$= \frac{1}{4}.\arcsin 4x + c \text{ olur.}$$

Yanıt E

6. $\cot x = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$-\text{cosec}^2 x dx = du$ olur.

$$\int -2\cos ec^2 x.\cot x dx = \int 2.udu$$
$$= 2.\frac{u^2}{2} + c$$
$$= u^2 + c$$
$$= \cot^2 x + c \text{ olur.}$$

Yanıt A

7. $e^{\arcsin x} = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.e^{\arcsin x} dx = du \text{ olur.}$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.e^{\arcsin x} dx = \int du = u + c$$
$$= e^{\arcsin x} + c \text{ olur.}$$

Yanıt C

8. $\int \cos^3 x.\sin^3 x\,dx = \int \cos x.(1-\sin^2 x).\sin^3 x\ dx$

$= \int \sin^3 x.\cos x\,dx - \int \sin^5 x.\cos x\,dx$ olur.

$\sin x = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$\cos x\,dx = du$ olur.

$$\int \sin^3 x.\cos x\,dx - \int \sin^5 x.\cos x\,dx = \int u^3 du - \int u^5 du$$

$$= \frac{u^4}{4} - \frac{u^6}{6} + c$$

$$= \frac{\sin^4 x}{4} - \frac{\sin^6 x}{6} + c \text{ olur.}$$

Yanıt B

9. $\sin 3x = u$ ve $e^{2x}\,dx = dv$ olsun.

$3\cos 3x\,dx = du$ $\qquad \frac{e^{2x}}{2} = v$ olur.

O halde;

$\int udv = u.v - \int vdu$ olacağından,

$$\int e^{2x}.\sin 3x\,dx = \frac{e^{2x}}{2}.\sin 3x - \int \frac{e^{2x}}{2}.3.\cos 3x\,dx$$

$$\int e^{2x}\sin 3x\,dx = \frac{e^{2x}}{2}.\sin 3x - \frac{3}{2}\underbrace{\int e^{2x}\cos 3x\,dx}_{A}$$

A integralini bulalım;

$\cos 3x = u$ ve $e^{2x}\,dx = dv$

$-3\sin 3x\,dx = du$ ve $\frac{e^{2x}}{2} = v$

$$\int e^{2x}.\cos 3x\,dx = \frac{e^{2x}}{2}.\cos 3x - \int \frac{e^{2x}}{2}.(-3\sin 3x)dx$$

$$= \frac{e^{2x}}{2}.\cos 3x + \frac{3}{2}\int e^{2x}.\sin 3x\,dx \text{(Bu değeri yerine yazalım.)}$$

$$\int e^{2x}.\sin 3x\,dx = \frac{e^{2x}}{2}.\sin 3x - \frac{3}{2}\left[\frac{e^{2x}}{2}.\cos 3x + \frac{3}{2}\int e^{2x}.\sin 3x\,dx\right]$$

$$\int e^{2x}.\sin 3x\,dx = \frac{e^{2x}}{2}.\sin 3x - \frac{3}{4}e^{2x}\cos 3x - \frac{9}{4}\int e^{2x}.\sin 3x\,dx$$

$$\frac{13}{4}\int e^{2x}.\sin 3x\,dx = \frac{e^{2x}}{2}.(\sin 3x - \frac{3}{2}\cos 3x) + c$$

$$\int e^{2x}.\sin 3x\,dx = \frac{e^{2x}}{13}.(2\sin 3x - 3\cos 3x) + c$$

Yanıt C

10. $x = \frac{3}{4}\sin t$ dönüşümü uygulanırsa;

$dx = \frac{3}{4}\cos t\,dt$ ve $t = \arcsin\frac{4x}{3}$ olur.

$$\int \sqrt{9-16x^2}\,dx = \int \sqrt{9-16.\left(\frac{3}{4}\sin t\right)^2}\,\frac{3}{4}\cos t\,dt$$

$$= \int \sqrt{9-9\sin^2 t}.\frac{3}{4}\cos t\,dt$$

$$= \frac{3}{4}.\int 3.\sqrt{1-\sin^2 t}.\cos t\,dt$$

$$= \frac{9}{4}\int \sqrt{\cos^2 t}.\cos t\,dt$$

$$= \frac{9}{4}\int \cos^2 t\,dt$$

$$= \frac{9}{4}\int \frac{\cos 2t + 1}{2}dt$$

$$= \frac{9}{8}\left[\int \cos 2t\,dt + \int dt\right]$$

$$= \frac{9}{8}\left[\frac{\sin 2t}{2} + t\right] + c$$

$t = \arcsin\frac{4x}{3}$ olduğundan;

$$= \frac{9}{16}\left[\sin\left[2.(\arcsin\frac{4x}{3})\right] + 2\arcsin\frac{4x}{3}\right] + c$$

Yanıt C

11. $$\int \frac{5}{x^2-x-6}dx = \int \frac{5}{(x-3).(x+2)}dx$$

$$\frac{5}{(x-3).(x+2)} = \underset{(x+2)}{\frac{A}{x-3}} + \underset{(x-3)}{\frac{B}{x+2}}$$

$$\frac{5}{(x-3).(x+2)} = \frac{Ax+2A+Bx-3B}{(x-3).(x+2)}$$

$5 = (A+B)\,x + 2A - 3B$

$$\left.\begin{matrix} A+B=0 \\ 2A-3B=5 \end{matrix}\right\} A = 1 \text{ ve } B = -1$$

$$\frac{5}{(x-3).(x+2)} = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+2} \text{ olur.}$$

$$\int \frac{5}{(x-3).(x+2)}dx = \int\left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+2}\right)dx$$

$$= \int \frac{dx}{x-3} - \int \frac{dx}{x+2}$$

$$= \ln|x-3| - \ln|x+2| + c$$

$$= \ln\left|\frac{x-3}{x+2}\right| + c$$

Yanıt B

12. $\int_1^3 (x^2 + 2x)dx = \int_1^3 x^2dx + 2\int_1^3 xdx$

$= \frac{x^3}{3}\Big|_1^3 + 2\frac{x^2}{2}\Big|_1^3$

$= \left(9 - \frac{1}{3}\right) + (9 - 1)$

$= 17 - \frac{1}{3}$

$= \frac{50}{3}$ bulunur.

Yanıt B

13. $\int_1^4 [x].sgn\,(x - 2)\,dx$

Kritik noktalar tamdeğer fonksiyonunun içini tam sayı yapan ve signum fonksiyonunun içini sıfır yapan değerlerdir. O halde kritik noktalar 2 ve 3 tür.

$\int_1^1 [x].sgn\,(x - 2)\,dx = \int_1^2 1.(-1)dx + \int_2^3 2.1dx + \int_3^4 3.1dx$

$= \int_1^2 (-1)dx + \int_2^3 2dx + \int_3^4 3dx$

$= -x\Big|_1^2 + 2x\Big|_2^3 + 3x\Big|_3^4$

$= (-2 - (-1)) + (6 - 4) + (12 - 9)$

$= -1 + 2 + 3$

$= 4$ bulunur.

Yanıt D

14. $\int_1^{\ln x} (e^x + x)dx$ integralinde,

$e^x = u$ dönüşümü uygulanırsa,

$x = \ln u$

$dx = \frac{1}{u}\,du$ olur.

$x = 1 \Rightarrow u = e^x = e^1 = e$

$x = \ln u \Rightarrow \ln x = \ln|\ln u|$

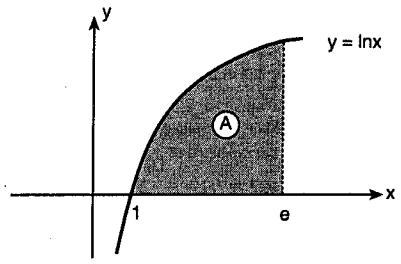
O halde;

$\int_1^{\ln x} (e^x + x)dx = \int_e^{\ln|\ln u|} (u + \ln u)\frac{du}{u}$

$= \int_e^{\ln|\ln u|} (1 + \frac{\ln u}{u})du$ olur.

Yanıt A

15.



$A = \int_1^e \ln x dx$

Kısmi integrasyon metodu uygulanırsa,

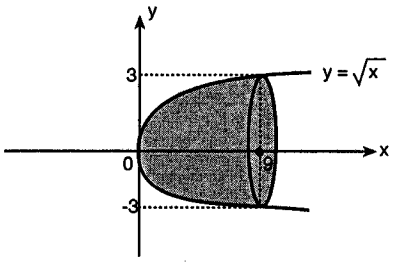
$A = \int_1^e \ln x dx = \left[x\ln x - \int x.\frac{1}{x}dx\right]_1^e$

$= \left(x\ln x - x\right)\Big|_1^e = e.\ln e - e - \left(1.\ln 1 - 1\right)$

$= 1\ br^2$

Yanıt A

16.



$y = \sqrt{x} \Rightarrow y^2 = x$

İstenen hacim V olsun.

$V = \pi.\int_0^9 y^2dx = \pi\int_0^9 xdx$

$= \frac{\pi}{2}.x^2\Big|_0^9 = \frac{\pi}{2}(81 - 0)$

$= \frac{81}{2}\pi br^3$

Yanıt A

TEST 23 GENEL TARAMA

1. $\int \cos x.\sin^2 x dx$ integralini hesaplayınız.

A) $\frac{\sin^2 x}{2}+c$ B) $\frac{\sin x}{x}+c$ C) $\frac{\sin^2 x}{3}+c$

D) $\frac{\sin^3 x}{3}+c$ E) $\frac{\sin^4 x}{5}+c$

2. $\int \frac{dx}{x^3+6x^2+12x+8}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{x+2}+c$ B) $-\frac{1}{(x+2)^2}+c$

C) $\frac{1}{(x+2)^2}+c$ D) $\frac{1}{2(x+2)^2}+c$

E) $-\frac{1}{2(x+2)^2}+c$

3. $\int e^{\tan x}.\sec^2 x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $e^{\tan x}+c$ B) $e^{\cot x}+c$

C) $e^{\tan x}.\tan x+c$ D) $e^{\tan x}.\sec x+c$

E) $e^{\tan x}.\operatorname{cosec} x+c$

4. $\int \sqrt{1+x^2}.x^3 dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sqrt{(x^2+1)^5}}{5}-\frac{\sqrt{(x^2+1)^3}}{3}+c$

B) $\frac{\sqrt{x^2+1}}{5}-\frac{\sqrt{x^2+1}}{3}+c$

C) $\frac{x^2\sqrt{x^2+1}}{5}+\frac{x^2\sqrt{x^2+1}}{3}+c$

D) $\sqrt{(x^2+1)^5}+\sqrt{(x^2+1)^3}+c$

E) $\frac{x\sqrt{(x^2+1)^5}}{3}-\frac{x\sqrt{(x^2+1)^3}}{5}+c$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2-3}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\arcsin(x-2)+c$ B) $\arccos(x-2)+c$

C) $2\arcsin(x-2)+c$ D) $2\arccos(x-2)+c$

E) $\arcsin(2-x)+c$

6. $\int \frac{\cos^2 x \,.\, \sin x}{\sec x}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{3}{4}\cos^4 x+c$ B) $\frac{3}{4}\sin^4 x+c$

C) $\frac{1}{4}\cos^4 x+c$ D) $-\frac{1}{4}\cos^4 x+c$

E) $-\frac{1}{4}\sin^4 x+c$

7. $\int \cos^5 x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\sin x+\frac{2}{3}\sin^3 x+\frac{1}{5}\sin^5 x+c$

B) $\sin x-\frac{2}{3}\sin^3 x+\frac{1}{5}\sin^5 x+c$

C) $\sin x-\frac{2}{3}\sin^3 x-\frac{1}{5}\sin^5 x+c$

D) $\frac{1}{2}\sin^2 x-\frac{2}{3}\sin^3 x-\frac{1}{5}\sin^5 x+c$

E) $\frac{1}{2}\sin^2 x+\frac{2}{3}\sin^3 x-\frac{1}{5}\sin^5 x+c$

8. $\int \sin 3x.\sin 9x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}(\sin 6x-\sin 12x)+c$

B) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\sin 6x-\frac{1}{12}\sin 12x\right)+c$

C) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\cos 3x-\frac{1}{12}\cos 12x\right)+c$

D) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\cos 6x+\frac{1}{12}\sin 12x\right)+c$

E) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\sin 6x+\frac{1}{12}\sin 12x\right)+c$

9. $\int e^{3x}.\cos 2x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{e^{3x}}{13}(3\sin 2x + 2\cos 2x) + c$

B) $e^{3x}(3\sin 2x + 2\cos 2x) + c$

C) $e^{3x}(2\sin 2x + 3\cos 2x) + c$

D) $\frac{e^{3x}}{13}(2\sin 2x + 3\cos 2x) + c$

E) $\frac{e^{3x}}{26}(2\sin 2x + 3\cos 2x) + c$

10. $f(x) = \int \frac{\sin x}{\sin 2x}\,dx$ olduğuna göre, $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ kaçtır?

A) $\ln\left|\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}\right| + c$ B) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}\right| + c$

C) $\ln\left|\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}\right| + c$ D) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}\right| + c$

E) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2}\right| + c$

11. $\int \frac{1}{x^3+x}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|x| - \frac{1}{2}\ln|x^2+1| + c$ B) $\ln|x^2+1| - \frac{1}{2}\ln|x| + c$

C) $\ln|x^2+1| + \ln|x| + c$ D) $\ln\left|\frac{x^2+1}{x}\right| + c$

E) $\ln\left|\frac{x}{x^2+1}\right| + c$

12. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^3 x\,.\cos x\,dx$ integralinin eşiti kaçtır?

A) $\frac{1}{64}$ B) $\frac{1}{32}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{4}$

13. $\int_0^3 |x-2|\,.\,\text{sgn}(x-1)\,dx$ integralinin eşiti kaçtır?

A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

14. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x\,dx$ integralinde $\cos x = u$ dönüşümü uygulanırsa, integralin eşiti aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{du}{u}$ B) $\int_0^1 \frac{du}{u}$ C) $\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1} \frac{du}{u}$

D) $\int_1^{\frac{\sqrt{2}}{2}} u\,du$ E) $\int_{\frac{1}{2}}^{1} u\,du$

15. $y = 2x$ doğrusu ve $y = x^2$ eğrisi ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 0 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\frac{4}{3}$

16. $y = \sin x$ eğrisinin $x = \frac{\pi}{4}$ ve $x = \frac{\pi}{2}$ doğruları arasında kalan parçasının 0x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

A) $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi^2}{4}$ C) $\frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{4}$

D) $\frac{\pi^2}{8} - \frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi}{4}$

TEST 23'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $\int \cos x.\sin^2 x dx$ integralinde sinx = u dönüşümü

uygulanırsa cosx dx = du olur.

O halde;

$$\int \cos x.\sin^2 x dx = \int u^2 du$$
$$= \frac{u^3}{3} + c$$
$$= \frac{\sin^3 x}{3} + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

2. $\int \frac{dx}{x^3+6x^2+12x+8} = \int \frac{dx}{(x+2)^3}$ integralinde,

x + 2 = u dönüşümü uygulanırsa, dx = du olur.

$$\int \frac{dx}{(x+2)^3} = \int \frac{du}{u^3} = \int u^{-3} du$$
$$= \frac{u^{-3+1}}{-3+1} + c$$
$$= \frac{u^{-2}}{-2} + c$$
$$= -\frac{1}{2}.\frac{1}{u^2} + c$$
$$= -\frac{1}{2.(x+2)^2} + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

3. $\int e^{\tan x}.\sec^2 x.dx$ integralinde, tanx = u dönüşümü uygulanırsa, $\sec^2 x dx$ = du olur.

O halde;

$$\int e^{\tan x}.\underbrace{\sec^2 x dx}_{du} = \int e^u du$$
$$= e^u + c$$
$$= e^{\tan x} + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

4. $\int \sqrt{1+x^2}.x^3.dx$ integralinde, $1 + x^2$ = u dönüşümü

uygulanırsa, $2xdx = du \Rightarrow x.dx = \frac{du}{2}$ olur.

$$\int \sqrt{1+x^2}.x^2.\underbrace{x dx}_{\frac{du}{2}} = \int \sqrt{u}.(u-1).\frac{du}{2}$$
$$= \frac{1}{2}\int u^{\frac{1}{2}}(u-1)du$$
$$= \frac{1}{2}\int (u^{\frac{3}{2}} - u^{\frac{1}{2}})du$$
$$= \frac{1}{2}.\left[\frac{u^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} - \frac{u^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}\right] + c$$
$$= \frac{1}{2}.\left[\frac{2}{5}.u^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}.u^{\frac{3}{2}}\right] + c$$
$$= \frac{1}{5}\sqrt{u^5} - \frac{1}{3}\sqrt{u^3} + c$$
$$= \frac{1}{5}\sqrt{(1+x^2)^5} - \frac{1}{3}\sqrt{(1+x^2)^3} + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

5. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2-3}} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-(x^2-4x+4)}}$
$$= \int \frac{dx}{\sqrt{1-(x-2)^2}} \text{ olur.}$$

x – 2 = t dönüşümü uygulanırsa dx = dt olur.

$$\int \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \arcsin t + c$$
$$= \arcsin(x-2) + c \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

6. $\int \frac{\cos^2 x.\sin x}{\sec x}dx = \int \frac{\cos^2 x.\sin x}{\frac{1}{\cos x}}dx$

$= \int \cos^3 x.\sin x dx$

integralinde, cosx = u dönüşümü uygulanırsa,

–sinxdx = du

sinxdx = –du olur.

O halde;

$\int \cos^3 x.\underbrace{\sin x.dx}_{-du} = \int u^3.(-du)$

$= -\int u^3 du$

$= -\frac{u^4}{4} + c$

$= -\frac{\cos^4 x}{4} + c$ bulunur.

Yanıt D

7. $\int \cos^5 x dx = \int (\cos^2 x)^2.\cos x.dx$

$= \int (1-\sin^2 x)^2.\cos x dx$

integralinde, sinx = u dönüşümü uygulanırsa,

cosx dx = du olur.

O halde;

$\int (1-\sin^2 x)^2 \underbrace{\cos x dx}_{du} = \int (1-u^2)^2 du$

$= \int (1-2u^2+u^4)du$

$= u - \frac{2u^3}{3} + \frac{u^5}{5} + c$

$= \sin x - \frac{2}{3}\sin^3 x + \frac{1}{5}\sin^5 x + c$

Yanıt B

8. $\int \sin 3x.\sin 9x dx$ integralinde,

$\sin 3x.\sin 9x = \frac{1}{2}\left[\cos(3x-9x) - \cos(3x+9x)\right]$

(ters dönüşüm formülü)

O halde;

$\int \sin 3x.\sin 9x.dx = \frac{1}{2}\int (\cos 6x - \cos 12x)dx$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{\sin 6x}{6} - \frac{\sin 12x}{12}\right) + c$

$= \frac{1}{2}.\left(\frac{1}{6}\sin 6x - \frac{1}{12}\sin 12x\right) + c$

Yanıt B

9. $\int e^{3x}.\cos 2x.dx$ integralinde,

cos2x = u ve $e^{3x}dx$ = dv dönüşümü uygulanırsa

$-2\sin 2xdx = du$ ve $\frac{e^{3x}}{3} = v$

Kısmi integralden,

$\int e^{3x}\cos 2xdx = u.v - \int v.du$

$= \cos 2x.\frac{e^{3x}}{3} - \int \frac{e^{3x}}{3}(-2\sin 2x)dx$

elde edilir.

$\underbrace{\int e^{3x}\cos 2xdx}_{A} = \frac{1}{3}\left[\cos 2x.e^{3x} + 2\int \underbrace{e^{3x}\sin 2xdx}_{B}\right]$

$B = \int e^{3x}\sin 2xdx$'de tekrar kısmi integral uygulanırsa,

sin2x = u ve $e^{3x}dx$ = dv

$2\cos 2xdx = du$ ve $\frac{e^{3x}}{3} = v$

$B = u.v - \int v.du = \sin 2x.\frac{e^{3x}}{3} - \underbrace{\int \frac{e^{3x}}{3}.2\cos 2xdx}_{\frac{2}{3}A}$

elde edilir.

A yerine eşiti konulursa,

$A = \frac{1}{3}.\left[\cos 2x.e^{3x} + 2.\left(\frac{1}{3}\sin 2x.e^{3x} - \frac{2}{3}.A\right)\right] + c$

$A = \frac{1}{3}\cos 2x.e^{3x} + \frac{2}{9}\sin 2x.e^{3x} - \frac{4}{9}A + c$

$A + \frac{4}{9}A = \frac{e^{3x}}{3}\left[\cos 2x + \frac{2}{3}\sin 2x\right] + c$

$A = \frac{3e^{3x}}{13}\left[\cos 2x + \frac{2}{3}\sin 2x\right] + c$

$A = \frac{e^{3x}}{13}\left[3\cos 2x + 2\sin 2x\right] + c$

bulunur.

Yanıt D

10. $f(x) = \int \frac{\sin x}{\sin 2x}dx = \int \frac{\sin x}{2\sin x.\cos x}dx = \int \frac{1}{2\cos x}dx$

$\tan\frac{x}{2} = t,\ \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2},\ dx = \frac{2dt}{1+t^2}$

dönüşümü yapılır.

$$\int \frac{1}{\frac{2(1-t^2)}{1+t^2}}.\frac{2dt}{1+t^2} = \int \frac{1}{1-t^2}dt = \frac{1}{1-t^2} = \frac{\frac{1}{2}}{1-t} + \frac{\frac{1}{2}}{1+t}$$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{1}{1-t}dt + \frac{1}{2}\int \frac{1}{1+t}dt$$

$$= -\frac{1}{2}\ln|1-t| + \frac{1}{2}\ln|1+t| + c$$

$$= \frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+t}{1-t}\right| + c = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+\tan\frac{x}{2}}{1-\tan\frac{x}{2}}\right| + c$$

$$f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}\right| + c$$

Yanıt B

11. $\int \frac{1}{x^3+x}dx = \int \frac{1}{x.(x^2+1)}dx$

$$\frac{1}{x.(x^2+1)} = \underset{(x^2+1)}{\frac{A}{x}} + \underset{(x)}{\frac{Bx+C}{x^2+1}}$$

$$\frac{1}{x.(x^2+1)} = \frac{Ax^2 + A + Bx^2 + Cx}{x.(x^2+1)}$$

$$1 = (A+B)x^2 + Cx + A$$

$$\left.\begin{array}{l} A+B=0 \\ C=0 \\ A=1 \end{array}\right\} B = -1 \text{ olur.}$$

$$\frac{1}{x.(x^2+1)} = \frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1} \text{ olur.}$$

$$\int \frac{1}{x.(x^2+1)}dx = \int\left(\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}\right)dx$$

$$= \int \frac{dx}{x} - \int \frac{xdx}{x^2+1}$$

$$= \int \frac{dx}{x} - \frac{1}{2}\int \frac{2xdx}{x^2+1}$$

$$= \ln|x| - \frac{1}{2}\ln|x^2+1| + c \text{ olur.}$$

Yanıt A

12. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^3 x.\cos x dx$ integralinde, sinx = u dönüşümü uygulanırsa, cosx dx = du olur.

$$\int \sin^3 x.\underbrace{\cos x.dx}_{du} = \int u^3 du$$

$$= \frac{u^4}{4} + c$$

$$= \frac{\sin^4 x}{4} + c \text{ bulunur.}$$

O halde;

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^3 x.\cos x.dx = \left.\frac{\sin^4 x}{4}\right|_0^{\frac{\pi}{6}}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^4}{4} - 0$$

$$= \frac{1}{64} \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

13. $\int_0^3 |x-2|\text{sgn}(x-1)dx$ integralinde kritik noktalar 1 ile 2 dir.

$$\int_0^1 (-x+2).(-1)dx + \int_1^2 (-x+2).1dx + \int_2^3 (x-2).1dx$$

$$= \int_0^1 (x-2)dx + \int_1^2 (2-x)dx + \int_2^3 (x-2)dx$$

$$= \left(\frac{x^2}{2} - 2x\right)\Big|_0^1 + \left(2x - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^2 + \left(\frac{x^2}{2} - 2x\right)\Big|_2^3$$

$$= \left(\frac{1}{2} - 2\right) + \left(4 - 2 - 2 + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{9}{2} - 6 - 2 + 4\right)$$

$$= -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

14. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos x} dx$ integralinde

$\cos x = u$ dönüşümü uygulanırsa,

$-\sin x \cdot dx = du$ olur.

$$\int \tan x dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = \int \frac{-du}{u} \text{ bulunur.}$$

$x = 0 \Rightarrow u = \cos 0 = 1$

$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow u = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ bulunur.

O halde;

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = \int_1^{\frac{\sqrt{2}}{2}} -\frac{du}{u}$$

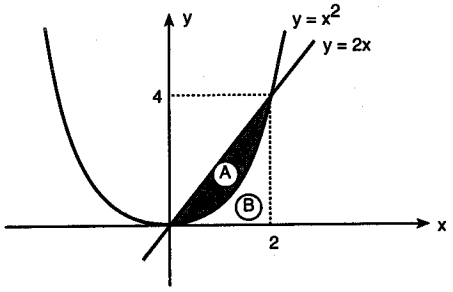
$$= \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1} \frac{du}{u}$$

Yanıt C

15. $y = 2x$ doğrusu ile $y = x^2$ eğrisinin kesişim noktasını bulmak için denklemleri ortak çözeriz.

$y = x^2 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0$

$\Rightarrow x_1 = 0$ ve $x_2 = 2$



$$A + B = \int_0^2 2x dx \text{.....(1)}$$

$$B = \int_0^2 x^2 dx \text{.....(2)}$$

1. denklemden 2. denklem çıkarılırsa:

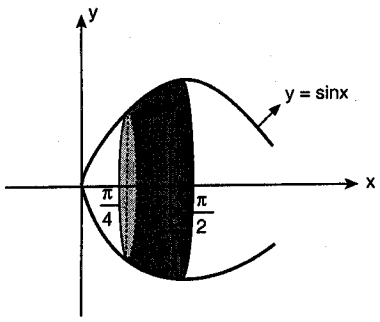
$$A = \int_0^2 (2x - x^2)dx = \left(x^2 - \frac{1}{3}x^3\right)\Big|_0^2$$

$$= 2^2 - \frac{1}{3}.2^3 = 4 - \frac{8}{3}$$

$$= \frac{4}{3} br^2$$

Yanıt E

16.



Oluşan hacim V olsun:

$$V = \pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} y^2 .dx = \pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$$

$$= \pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{\pi}{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} dx - \frac{\pi}{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx$$

$$= \frac{\pi}{2}.x\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{\pi}{4}.\sin 2x\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\pi}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{\pi}{4}\left(\sin\pi - \sin\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi}{4}\right) br^3$$

Yanıt E

TEST 24 GENEL TARAMA

1. $f'(x) = 12x^2 - 5$ ve $f(-2) = -12$ olduğuna göre, $f(3)$ ün eşiti kaçtır?

A) 100 B) 101 C) 102 D) 103 E) 104

2. $\int (e^{3x} + 2^{5x})dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{e^{3x}}{3} + \frac{2^{5x}}{5}.\ln 2 + c$ B) $e^{3x} + 2^{5x}.\ln 2 + c$

C) $\frac{e^{3x}}{3} + \frac{2^{5x}}{5.\ln 2} + c$ D) $e^x + 2^x + c$

E) $3e^{3x} + \frac{5.2^{5x}}{\ln 2} + c$

3. $\int \sqrt{3+5x}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{15}{2}(3-5x)^{\frac{3}{2}} + c$ B) $\frac{15}{2}(3+5x)^{\frac{3}{2}} + c$

C) $\frac{2}{15}(3+5x)^{\frac{2}{15}} + c$ D) $\frac{2}{15}(3+5x)^{\frac{3}{2}} + c$

E) $\frac{2}{15}(3-5x)^{\frac{3}{2}} + c$

4. $\int e^{5x+5}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{5}e^{5x-5} + c$ B) $\frac{1}{5}e^{-5x-5} + c$

C) $\frac{1}{5}e^{5x+5} + c$ D) $\frac{1}{5}e^{-5x+5} + c$

E) $\frac{1}{5}e^{5x} + c$

5. $\int \frac{2\cos x}{\sin^2 x - 2\sin x - 3}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\cos x - 3}{\sin x + 1}\right| + c$ B) $\ln\left|\frac{\sin x - 1}{\cos x + 1}\right| + c$

C) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\cos x - 1}{\cos x + 3}\right| + c$ D) $\ln\left|\frac{\sin 2x - 3}{\sin 2x + 1}\right| + c$

E) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sin x - 3}{\sin x + 1}\right| + c$

6. $\int \cot^3 x \,.\, \sin^3 x \,.\, \sin 2x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\tan 2x + c$ B) $\cot 2x + c$

C) $-\frac{2}{5}\cos^5 x + c$ D) $-\frac{5}{2}\sin^5 x + c$

E) $-\frac{3}{2}\sin^2 x \,.\, \cos^2 x + c$

7. $\int \sin^2 x \,.\, \cos^2 x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{4}\left[x - \frac{1}{8}\cos 4x\right] + c$ B) $\frac{1}{2}\left[x - \frac{1}{4}\cos 4x\right] + c$

C) $\frac{1}{4}\left[\frac{x - \cos 4x}{2}\right] + c$ D) $\frac{1}{8}\left[x - \sin 4x\right] + c$

E) $\frac{1}{8}\left[x - \frac{1}{4}\sin 4x\right] + c$

8. $\int 2.\sin\left(\frac{3x}{2}\right).\sin\left(\frac{x}{2}\right)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\sin\frac{3}{2}x + \sin\frac{x}{2} + c$ B) $\frac{1}{2}\sin x - \frac{1}{2}\sin 2x + c$

C) $\sin x - \frac{1}{2}\sin 2x + c$ D) $\sin 2x - 2\sin 4x + c$

E) $\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2} + c$

9. $\int e^x.x^2\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $e^x(x-1)^2+c$ B) $e^x(x+1)^2+c$

C) $e^x(x^2-2x+2)+c$ D) $e^x(x^2+2x-2)+c$

E) $e^x(x^2-x+1)+c$

10. $\int \frac{dx}{\sin x}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\left|\sin\frac{x}{2}\right|+c$ B) $\ln|\sin x|+c$

C) $\ln\left|\tan\frac{x}{2}\right|+c$ D) $\ln\left|\cot\frac{x}{2}\right|+c$

E) $\ln\left|\cos\frac{x}{2}\right|+c$

11. $\int \frac{3x+2}{x^2+2x}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|x.(x+2)|+c$ B) $\ln|x.(x+2)^2|+c$

C) $\ln|x|-\frac{1}{2}\ln|x+2|+c$ D) $\ln\left|\frac{x}{(x+2)^2}\right|+c$

E) $\ln\left|\frac{(x+2)^2}{x}\right|+c$

12. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}(\sin x+\cos x)\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $2\sqrt{3}-2$ B) $2\sqrt{3}-1$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}$

D) $\sqrt{3}-1$ E) $\sqrt{3}+1$

13. $\int_{-4}^{5}\text{sgn}(x^2-9)\,dx$ integralinin eşiti kaçtır?

A) -5 B) -4 C) -3 D) 3 E) 4

14. $f(x)=\begin{cases}x-1, & x<2\\ x^2+1, & x\geq 2\end{cases}$

olduğuna göre, $\int_0^6 f(x)\,dx$ integralinin eşiti kaçtır?

A) $\frac{205}{3}$ B) $\frac{220}{3}$ C) $\frac{227}{3}$ D) $\frac{229}{3}$ E) $\frac{230}{3}$

15. $y=3x^2$, $y=5-x^2$ parabolleri ile sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $10\sqrt{5}$ B) $\frac{10\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ E) 5

16. $y=4x-x^2$ eğrisinin $x=1$ ve $x=2$ doğruları ile x eksen arasında kalan bölgenin, x ekseni etrafında 120° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birim küptür?

A) $\frac{211}{45}\pi$ B) $\frac{14\pi}{5}$ C) $\frac{4\pi}{9}$ D) $\frac{203}{45}\pi$ E) $\frac{197}{45}\pi$

TEST 24'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \int f'(x)dx$

$= \int (12x^2 - 5)dx$

$= \frac{12x^3}{3} - 5x + c$

$= 4x^3 - 5x + c$ bulunur.

$f(x) = 4x^3 - 5x + c$ ve $f(-2) = -12$ olduğundan

$f(-2) = 4.(-2)^3 - 5(-2) + c = -12$

$-22 + c = -12$

$c = 10$ bulunur.

$f(x) = 4x^3 - 5x + 10$

$f(3) = 4 . 3^3 - 5 . 3 + 10$

$f(3) = 103$ olur.

Yanıt D

2. $\int \left(e^{3x} + 2^{5x}\right)dx = \int e^{3x}dx + \int 2^{5x}dx$

$= \frac{e^{3x}}{3} + \frac{2^{5x}}{5.\ln 2} + c$ olur.

Yanıt C

3. $3 + 5x = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$5dx = du$

$dx = \frac{du}{5}$ olur.

$\int \sqrt{3+5x}dx = \int u^{\frac{1}{2}} \frac{du}{5}$

$= \frac{1}{5}.\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$

$= \frac{2}{15}.u^{\frac{3}{2}} + c$

$= \frac{2}{15}(3+5x)^{\frac{3}{2}} + c$

Yanıt D

4. $5x + 5 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$5dx = du$

$dx = \frac{du}{5}$ olur.

$\int e^{5x+5}dx = \int e^u \frac{du}{5}$

$= \frac{1}{5}.\int e^u du$

$= \frac{1}{5}e^{5x+5} + c$

Yanıt C

5. $\int \frac{2\cos x}{\sin^2 x - 2\sin x - 3}dx = \int \frac{2\cos x}{(\sin x + 1).(\sin x - 3)}dx$

$\sin x = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$\cos x dx = du$ olur.

$\int \frac{2du}{(u+1).(u-3)}$ integralini basit kesirlere ayıralım;

$\frac{2}{(u+1)(u-3)} = \frac{A}{\underset{(u-3)}{u+1}} + \frac{B}{\underset{(u+1)}{u-3}}$

$\frac{2}{(u+1).(u-3)} = \frac{(A+B).u - 3A + B}{(u+1).(u-3)}$

$\left.\begin{matrix} A+B=0 \\ -3A+B=2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow A = -\frac{1}{2}$ ve $B = \frac{1}{2}$ olur.

$\int \frac{2du}{(u+1).(u-3)} = -\frac{1}{2}\int \frac{du}{u+1} + \frac{1}{2}\int \frac{du}{u-3}$

$= -\frac{1}{2}.\ln|u+1| + \frac{1}{2}.\ln|u-3| + c$

$= \frac{1}{2}\ln\left|\frac{u-3}{u+1}\right| + c$

$= \frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sin x - 3}{\sin x + 1}\right| + c$ olur.

Yanıt E

6. $\int \cot^3 x.\sin^3 x.\sin 2x dx = \int \frac{\cos^3 x}{\sin^3 x}\sin^3 x.2\sin x.\cos x dx$

$= 2\int \cos^4 x \sin x dx$ olur.

cosx = u dönüşümü uygulanırsa;

–sinxdx = du olur.

$\Rightarrow 2\int \cos^4 x.\sin x dx = -2\int u^4 .du$

$= -2.\frac{u^5}{5} + c$

$= -\frac{2}{5}\cos^5 x + c$ olur.

Yanıt C

7. $\int \sin^2 x.\cos^2 x dx = \frac{1}{4}\int 4.\sin^2 x\cos^2 x dx$

$= \frac{1}{4}\int \sin^2(2x)dx$

$= \frac{1}{4}\int \frac{1-\cos 4x}{2} dx$

$= \frac{1}{8}\int (1-\cos 4x)dx$

$= \frac{1}{8}\left(x - \frac{1}{4}\sin 4x\right) + c$ bulunur.

Yanıt E

8. $\int 2.\sin\left(\frac{3x}{2}\right).\sin\frac{x}{2} dx$ integralinde,

$\sin\frac{3x}{2}.\sin\frac{x}{2} = \frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{x}{2}\right) - \cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{x}{2}\right)\right]$

$= \frac{1}{2}[\cos x - \cos 2x]$ (ters dönüşüm formülü)

$\int 2.\frac{1}{2}(\cos x - \cos 2x)dx = \int (\cos x - \cos 2x)dx$

$= \sin x - \frac{1}{2}\sin 2x + c$ bulunur.

Yanıt C

9. $\int e^x.x^2 dx$ integralinde

Türev	İntegral
$+x^2$	e^x
$-2x$	e^x
$+2$	e^x

$\int e^x.x^2 dx = x^2e^x - 2x.e^x + 2.e^x + c$

$= e^x(x^2 - 2x + 2) + c$ bulunur.

Yanıt C

10. $\int \frac{dx}{\sin x}$ integralinde,

$\tan\frac{x}{2} = t$ dönüşümü uygulanırsa

$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ ve $dx = \frac{2}{1+t^2}dt$ olur.

$\int \frac{dx}{\sin x} = \int \frac{\frac{2}{1+t^2}}{\frac{2t}{1+t^2}}dt = \int \frac{1}{t}dt$

$= \ln|t| + c$

$= \ln\left|\tan\frac{x}{2}\right| + c$ bulunur.

Yanıt C

11. $\int \frac{3x+2}{x^2+2x}dx = \int \frac{3x+2}{x(x+2)}dx$ integralini basit kesirlere ayıralım

$$\frac{3x+2}{x.(x+2)} = \underset{(x+2)}{\frac{A}{x}} + \underset{(x)}{\frac{B}{x+2}}$$

$$\frac{3x+2}{x.(x+2)} = \frac{Ax+2A+Bx}{x.(x+2)}$$

$3x + 2 = (A + B)x + 2A$

$$\left.\begin{matrix} A+B=3 \\ 2A=2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow A = 1 \text{ ve } B = 2 \text{ olur.}$$

$$\frac{3x+2}{x.(x+2)} = \frac{1}{x} + \frac{2}{x+2}$$

$$\int \frac{3x+2}{x.(x+2)}dx = \int\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x+2}\right)dx$$

$$= \int \frac{dx}{x} + 2\int \frac{dx}{x+2}$$

$$= \ln|x| + 2\ln|x+2| + c$$

$$= \ln|x.(x+2)^2| + c$$

Yanıt B

12. $$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (\sin x + \cos x)dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$$

$$= -\cos x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} + \sin x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= \left(-\cos\frac{\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{6}\right) + \left(\sin\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{6}\right)$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$$

$= \sqrt{3} - 1$ olur.

Yanıt D

13. $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = 3$ veya $x = -3$

x		−3		3	
$x^2 - 9$	+		−		+
$\text{sgn}(x^2 - 9)$	+1		−1		+1

O halde;

$$\int_{-4}^{5} \text{sgn}(x^2 - 9)dx = \int_{-4}^{-3} (+1).dx + \int_{-3}^{3} (-1).dx + \int_{3}^{5} (+1)dx$$

$$= \int_{-4}^{-3} dx - \int_{-3}^{3} dx + \int_{3}^{5} dx$$

$$= x\Big|_{-4}^{-3} - x\Big|_{-3}^{3} + x\Big|_{3}^{5}$$

$$= (-3 - (-4)) - (3 - (-3)) + (5 - 3)$$

$$= 1 - 6 + 2$$

$= -3$ bulunur.

Yanıt C

14. Fonksiyonun sınır noktası, $x = 2$ olduğundan integral sınırı $x = 2$ noktası için parçalanırsa,

$$\int_{0}^{6} f(x)dx = \int_{0}^{2} f(x)dx + \int_{2}^{6} f(x)dx$$

$$= \int_{0}^{2} (x-1)dx + \int_{2}^{6} (x^2+1)dx$$

$$= \left(\frac{x^2}{2} - x\right)\Big|_{2}^{6} + \left(\frac{x^3}{3} + x\right)\Big|_{2}^{6}$$

$$= \left(\frac{2^2}{2} - 2 - \left(0^2 - 0\right)\right) + \left(\frac{6^3}{3} + 6 - \left(\frac{2^3}{3} + 2\right)\right)$$

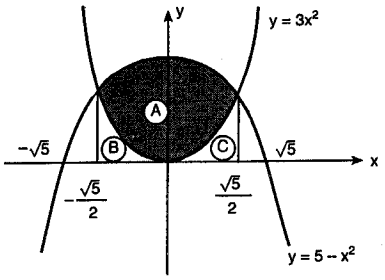
$$= \left(78 - \frac{8}{3} - 2\right)$$

$= \frac{220}{3}$ bulunur.

Yanıt B

15. $y = 3x^2$ eğrisi ile $y = 5 - x^2$ eğrisinin kesişim noktasını bulmak için denklemler ortak çözülür.

$y = 3x^2 = 5 - x^2 \Rightarrow 4x^2 = 5 \Rightarrow x = \mp\frac{\sqrt{5}}{2}$ kesim noktalarıdır.



$$A + B + C = \int_{-\frac{\sqrt{5}}{2}}^{\frac{\sqrt{5}}{2}} (5 - x^2)dx \quad .....1$$

$$B + C = \int_{-\frac{\sqrt{5}}{2}}^{\frac{\sqrt{5}}{2}} 3x^2dx \quad .....2$$

1. denklemden 2. denklem çıkarılırsa

$$A = \int_{-\frac{\sqrt{5}}{2}}^{\frac{\sqrt{5}}{2}} (5 - x^2 - 3x^2)dx = \int_{-\frac{\sqrt{5}}{2}}^{\frac{\sqrt{5}}{2}} (5 - 4x^2)dx$$

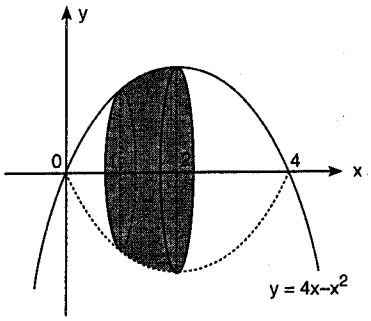
$$= 5x - \frac{4}{3}x^3 \Big|_{-\frac{\sqrt{5}}{2}}^{\frac{\sqrt{5}}{2}} = 5\left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\right) - \frac{4}{3}\left(\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^3 - \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^3\right)$$

$$= 5\sqrt{5} - \frac{4}{3}.\frac{5\sqrt{5}}{4}$$

$$= \frac{10\sqrt{5}}{3} \text{ br}^2$$

Yanıt B

16.



İstenen hacim V olsun:

$$V = \frac{120°}{360°}.\pi\int_1^2 (4x - x^2)dx$$

$$= \frac{\pi}{3}\int_1^2 (16x^2 - 8x^3 + x^4)dx$$

$$= \frac{\pi}{3}\left(\frac{16}{3}x^3 - 2x^4 + \frac{1}{5}x^5\right)\Big|_1^2$$

$$= \frac{\pi}{3}\left[\frac{128}{3} - 32 + \frac{32}{5} - \left(\frac{16}{3} - 2 + \frac{1}{5}\right)\right]$$

$$= \frac{203}{45}\pi \text{ br}^3$$

Yanıt D

TEST 25 GENEL TARAMA

1. $f''(x) = 6$, $f(0) = -2$ ve $f(2) = 14$ olduğuna göre, $f(-1)$ in değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

2. $\int (x+1).(2x-1)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x^3 - x^2 + x + c$ B) $2x^3 + x^2 - x + c$

C) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + c$ D) $x^3 + x^2 - x + c$

E) $\frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + c$

3. $\int e^{\sin x}.\cos x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $e^{\sin x} + c$ B) $e^{\cos x} + c$ C) $-e^{\sin x} + c$

D) $e^{-\cos x} + c$ E) $-e^{-\sin x} + c$

4. $\int \sqrt{4-x^2}.xdx$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{1}{3}\sqrt{(4-x^2)^3} + c$

B) $\frac{1}{3}\sqrt{(4-x^2)^3} + c$

C) $-3\sqrt{(4-x^2)^3} + c$

D) $3\sqrt{(4-x^2)^3} + c$

E) $\frac{2}{3}\sqrt{(4-x^2)^3} + c$

5. $\int \frac{3dx}{\sqrt{3x+7}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $2\sqrt{-3x-7} + c$ B) $\sqrt{3x-7} + c$

C) $\sqrt{3x+7} + c$ D) $2\sqrt{3x-7} + c$

E) $2\sqrt{3x+7} + c$

6. $\int \sin^3 x . \cos^4 x\, dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\cos^7 x}{7} + \frac{\sin^5 x}{5} + c$ B) $\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + c$

C) $\frac{\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^7 x}{7} + c$ D) $\frac{\sin^7 x}{7} - \frac{\sin^5 x}{5} + c$

E) $\frac{\cos^7 x}{7} - \frac{\cos^5 x}{5} + c$

7. $\int \cos^5 x . \sin^3 x\, dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sin^7 x}{7} - \frac{\sin^5 x}{5} + c$ B) $\frac{\cos^7 x}{7} - \frac{\cos^5 x}{5} + c$

C) $\frac{\cos^8 x}{8} - \frac{\cos^6 x}{6} + c$ D) $\frac{\cos^8 x}{8} - \frac{\sin^7 x}{7} + c$

E) $\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\cos^7 x}{7} + c$

8. $\int \sin 3x.\sin 2x.\sin x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{1}{8}(\cos 2x + \cos 4x + \cos 6x) + c$

B) $-\frac{1}{8}(\cos 2x - \cos 4x - \cos 6x) + c$

C) $-\frac{1}{8}\cos 2x - \frac{1}{16}\cos 4x - \frac{1}{24}\cos 6x + c$

D) $-\frac{1}{8}\cos 2x - \frac{1}{16}\cos 4x + \frac{1}{24}\cos 6x + c$

E) $-\frac{1}{8}\cos 6x - \frac{1}{16}\cos 4x - \frac{1}{24}\cos 2x + c$

9. $\int (3x^2 + x)e^x dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $6x - 5 + c$ B) $e^x(3x^2 - 5x + 5) + c$

C) $e^x + c$ D) $e^{-x}(6x + 5) + c$

E) $e^x(6x - 5) + c$

10. $\int \sqrt{4 - x^2} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sqrt{4-x^2}}{2} + \arcsin x + c$

B) $\frac{\sqrt{4-x^2}}{2} + \arccos x + c$

C) $\frac{x.\sqrt{4-x^2}}{2} - 2\arccos\frac{x}{2} + c$

D) $\frac{x^2\sqrt{4-x^4}}{2} + \arccos\frac{x}{2} + c$

E) $\frac{x\sqrt{4-x^2}}{2} + 2\arcsin\frac{x}{2} + c$

11. $\int \frac{3x+4}{2x+1} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|3x+4| + \ln|2x+1| + c$

B) $\ln|3x+4| - \ln|2x+3| + c$

C) $\ln\left|\frac{3x+4}{2x+1}\right| + c$

D) $\frac{3}{2}x + \frac{5}{4}\ln|2x+1| + c$

E) $x + \ln|2x+1| + c$

12. $\int_1^3 \frac{1}{x^2+x} dx$ integralinin eşiti kaçtır?

A) $\ln\frac{3}{4}$ B) $\ln\frac{3}{2}$ C) $\ln 3$ D) $\ln 4$ E) $\ln 9$

13. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos 2x + \sin x) dx$ integralinin eşiti kaçtır?

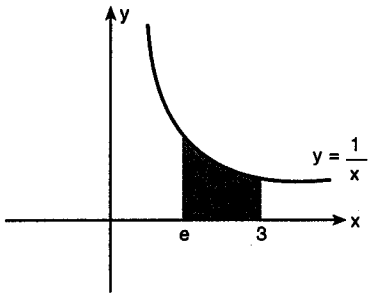
A) -1 B) 0 C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

14. $\int_{\ln 2}^{\ln 3} (e^{3x} - e^{5x}) dx$ integralinin eşiti kaçtır?

A) $-\frac{503}{15}$ B) $-\frac{511}{15}$ C) $-\frac{536}{15}$

D) $-\frac{538}{15}$ E) $-\frac{541}{15}$

15.



Şekilde verilenlere göre taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\ln 3 - 1$ B) $\ln 3$ C) $\ln 3 + 1$

D) $\ln\frac{1}{3}$ E) $\ln\frac{1}{3} - 1$

16. $y = 3x$, $y = \frac{3}{2}x$ ve $x = 2$ doğruları arasındaki bölgenin 0x ekseni etrafında 60° döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi kaç birimküptür?

A) π B) 2π C) 3π D) 4π E) 5π

TEST 25'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $f'(x) = \int f''(x)dx$

$= \int 6dx$

$= 6x + c$

$f(x) = \int f'(x)dx$

$= \int (6x + c)dx$

$= \frac{6x^2}{2} + cx + k$

$f(x) = 3x^2 + cx + k$

$f(0) = 3.0^2 + c.0 + k = -2 \Rightarrow k = -2$ olur.

$f(x) = 3x^2 + cx - 2$

$f(2) = 3.2^2 + 2c - 2 = 14$

$10 + 2c = 14$

$2c = 4$

$c = 2$ olur.

$f(x) = 3x^2 + 2x - 2$ bulunur.

$f(-1) = 3.(-1)^2 + 2.(-1) - 2$

$f(-1) = 3 - 2 - 2$

$f(-1) = -1$ dir.

Yanıt B

2. $\int (x+1)\cdot(2x-1)\,dx = \int (2x^2 - x + 2x - 1)dx$

$= \int (2x^2 + x - 1)dx$

$= 2\int x^2dx + \int xdx - \int dx$

$= 2.\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + c$

$= \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + c$

Yanıt E

3. $\sin x = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$\cos x dx = du$ olur.

$\int e^{\sin x}\cos x dx = \int e^u du$

$= e^u + c$

$= e^{\sin x} + c$ bulunur.

Yanıt A

4. $4 - x^2 = u$ dönüşümü uygulanırsa, $-2xdx = du$ olur.

$\int \sqrt{4 - x^2}.xdx = -\frac{1}{2}\int (4 - x^2)^{\frac{1}{2}}.(-2x)dx$

$= -\frac{1}{2}\int u^{\frac{1}{2}}du$

$= -\frac{1}{2}\int \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$

$= -\frac{1}{2}.\frac{(4 - x^2)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$

$= -\frac{1}{3}\sqrt{(4 - x^2)^3} + c$ bulunur.

Yanıt A

5. $3x + 7 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$3dx = du$ olur.

$\int \frac{3dx}{\sqrt{3x+7}} = \int \frac{du}{u^{\frac{1}{2}}} = \int u^{-\frac{1}{2}}du$

$= \frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c$

$= 2\sqrt{u} + c$

$= 2\sqrt{3x+7} + c$ bulunur.

Yanıt E

6. $\int \sin^3 x \cdot \cos^4 x dx = \int \sin x \cdot \sin^2 x \cdot \cos^4 x dx$

$= \int \sin x \cdot (1 - \cos^2 x) \cdot \cos^4 x dx$

$= \int (\cos^4 x - \cos^6 x)\sin x dx$

$= \int \cos^4 x \sin x dx - \int \cos^6 x \sin x dx$

$\cos x = u$ dönüşümü yapılırsa;

$-\sin x dx = du \Rightarrow \sin x dx = -du$ olur.

$\int \cos^4 x \sin x dx - \int \cos^6 x \sin x dx = -\int u^4 du + \int u^6 du$

$= -\frac{u^5}{5} + \frac{u^7}{7} + c$

$= \frac{\cos^7 x}{7} - \frac{\cos^5 x}{5} + c$

Yanıt E

7. $\int \cos^5 x \cdot \sin^3 x dx = \int \cos^5 x \cdot \sin^2 x \cdot \sin x dx$

$= \int \cos^5 x \cdot (1-\cos^2 x)\sin x dx$

$= \int (\cos^5 x - \cos^7 x)\sin x dx$

$\cos x = u$ dönüşümü yapılırsa

$-\sin x dx = du$ olur.

$= \int \cos^5 x \sin x dx - \int \cos^7 x \sin x dx$

$= \int u^5 \cdot (-du) - \int u^7 \cdot (-du)$

$= -\frac{u^6}{6} + \frac{u^8}{8} + c$

$= \frac{\cos^8 x}{8} - \frac{\cos^6 x}{6} + c$

Yanıt C

8. $\int \sin 3x \cdot \sin 2x \cdot \sin x dx$

$= \int \sin 3x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (\cos 3x - \cos x) dx$

$= \frac{1}{2}\int \sin 3x \cdot \cos x dx - \frac{1}{2}\int \sin 3x \cdot \cos 3x dx$

$= \frac{1}{2}\int \frac{1}{2} \cdot (\sin 4x + \sin 2x) dx - \frac{1}{2}\int \frac{1}{2} \cdot (\sin 6x + \sin 0) dx$

$= \frac{1}{2}\int \frac{1}{2} \cdot (\sin 4x + \sin 2x) dx - \frac{1}{2}\int \frac{\sin 6x}{2} dx$

$= \frac{1}{4}\int \sin 4x\, dx + \frac{1}{4}\int \sin 2x dx - \frac{1}{4}\int \sin 6x dx$

$= \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{-\cos 4x}{4}\right) + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{-\cos 2x}{2}\right) - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{-\cos 6x}{6}\right) + c$

$= \frac{\cos 6x}{24} - \frac{\cos 2x}{8} - \frac{\cos 4x}{16} + c$ olur.

Yanıt D

9. $3x^2 + x = u$ ve $e^x dx = dv$

$(6x+1)dx = du$ $e^x = v$

$\int (3x^2 + x) \cdot e^x dx = e^x \cdot (3x^2 + x) - \int (6x+1)e^x dx$

$= e^x(3x^2 + x) - \int 6xe^x dx - \int e^x dx$

$= e^x(3x^2 + x) - e^x - 6\int xe^x dx$

$x = u$ ve $e^x dx = dv$

$dx = du$ $e^x = v$

$\int xe^x dx = x \cdot e^x - \int e^x dx$

$= xe^x - e^x + k$ olur.

$\int (3x^2 + x) \cdot e^x dx = e^x(3x^2 + x) - e^x - 6 \cdot (xe^x - e^x + k)$

$= e^x(3x^2 + x - 1 - 6x + 6) - 6k$

$(-6k = c) = e^x(3x^2 - 5x + 5) + c$ bulunur.

Yanıt B

10. $x = 2\cos u$ dönüşümü uygulanırsa;

$dx = -2\sin u\, du$ ve $u = \arccos\frac{x}{2}$ olur.

$\int \sqrt{4-x^2}\, dx = \int \sqrt{4 - 4\cos^2 u} \cdot (-2\sin u) du$

$= -2 \cdot \int 2 \cdot \sqrt{1-\cos^2 u} \cdot \sin u du$

$= -4\int \sin u \cdot \sin u du$

$= -4\int \sin^2 u du$

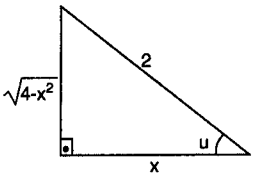
$= -4\int \left(\frac{1-\cos 2u}{2}\right) du$

$= -2\left[\int du - \int \cos 2u du\right]$

$= -2\left[u - \frac{\sin 2u}{2}\right] + c$

$= \sin 2u - 2u + c$

$\cos u = \frac{x}{2}$ olduğundan



$\sin 2u = 2\sin u \cdot \cos u$

$= 2 \cdot \frac{\sqrt{4-x^2}}{2} \cdot \frac{x}{2}$

$= \frac{x \cdot \sqrt{4-x^2}}{2}$ olur.

$\int \sqrt{4-x^2} dx = \sin 2u - 2u + c$

$= \frac{x \cdot \sqrt{4-x^2}}{2} - 2 \cdot \arccos\frac{x}{2} + c$ olur.

Yanıt C

11.

$3x+4$	$2x+1$
$\mp 3x \mp \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
$\frac{5}{2}$	

$\frac{3x+4}{2x+1} = \frac{3}{2} + \frac{\frac{5}{2}}{2x+1}$ olur.

$\int \frac{3x+4}{2x+1} dx = \int \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{4x+2}\right) dx$

$= \frac{3}{2}\int dx + \frac{5}{4}\int \frac{2dx}{2x+1}$

$= \frac{3}{2}x + \frac{5}{4}\ln|2x+1| + c$

Yanıt D

12. $\frac{1}{x^2+x} = \frac{1}{x\cdot(x+1)} = \underset{(x+1)}{\frac{A}{x}} + \underset{(x)}{\frac{B}{x+1}}$

$\frac{1}{x^2+x} = \frac{Ax+A+Bx}{x^2+x}$

$1 = (A+B)x + A$

$\left.\begin{matrix} A+B=0 \\ A=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow B=-1$

$\frac{1}{x^2+x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$

$\int_1^3 \frac{1}{x^2+x}\,dx = \int_1^3 \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right]dx$

$= (\ln|x| - \ln|x+1|)\Big|_1^3$

$= \ln\left|\frac{x}{x+1}\right|\Big|_1^3$

$= \ln\left|\frac{3}{3+1}\right| - \ln\left|\frac{1}{1+1}\right|$

$= \ln\left|\frac{3}{4}\right| - \ln\left|\frac{1}{2}\right|$

$= \ln\left|\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}}\right| = \ln\frac{3}{2}$ olur.

Yanıt B

13. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos 2x + \sin x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x\,dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx$

$= \frac{\sin 2x}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

$= \left[\frac{\sin\pi}{2} - \frac{\sin 0}{2}\right] - \left[\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0\right]$

$= 0 - (0-1)$

$= 1$ olur.

Yanıt C

14. $\int_{\ln 2}^{\ln 3} (e^{3x} - e^{5x})dx = \int_{\ln 2}^{\ln 3} e^{3x}dx - \int_{\ln 2}^{\ln 3} e^{5x}dx$

$= \frac{e^{3x}}{3}\Big|_{\ln 2}^{\ln 3} - \frac{e^{5x}}{5}\Big|_{\ln 2}^{\ln 3}$

$= \frac{e^{3\ln 3}}{3} - \frac{e^{3\ln 2}}{3} - \left(\frac{e^{5\ln 3}}{5} - \frac{e^{5\ln 2}}{5}\right)$

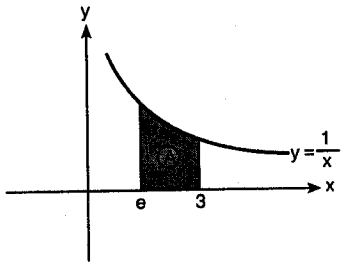
$= \frac{e^{\ln 27}}{3} - \frac{e^{\ln 8}}{3} - \frac{e^{\ln 243}}{5} + \frac{e^{\ln 32}}{5}$

$= \frac{27}{3} - \frac{8}{3} - \frac{243}{5} + \frac{32}{5}$

$= \underset{(5)}{\frac{19}{3}} - \underset{(3)}{\frac{211}{5}} = \frac{95-633}{15} = -\frac{538}{15}$ olur.

Yanıt D

15.



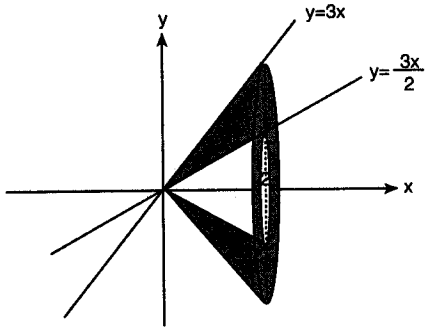
$A = \int_e^3 \frac{1}{x}dx = \ln x\Big|_e^3$

$= \ln 3 - \ln e$

$= \ln 3 - 1$ bulunur.

Yanıt A

16.



$V = \frac{60°}{360°}\pi\int_0^2 \left[(3x)^2 - \left(\frac{3x}{2}\right)^2\right]dx$

$= \frac{\pi}{6}\cdot\int_0^2 \frac{27}{4}\cdot x^2\,dx$

$= \left(\frac{\pi}{6}\cdot\frac{27}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot x^3\right)\Big|_0^2$

$= \frac{3}{8}\pi\cdot 2^3$

$= 3\pi$ bulunur.

Yanıt C

TEST 26 GENEL TARAMA

1. $\int \frac{dx}{x^2-6x+10}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\arctan(x-3)+c$

B) $\arcsin(x-3)+c$

C) $-3\arctan(x-3)+c$

D) $3\arctan(x-3)+c$

E) $3\arccsin(x-3)+c$

2. $\int \frac{x^2-2x+5}{x^3}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|x|+\frac{2}{x}-\frac{5}{2x^2}+c$ B) $\frac{1}{x}-\frac{5}{2x^2}+c$

C) $\ln x^2-\frac{2}{x}+c$ D) $\ln|x|-\frac{2}{x}+\frac{5}{2x^2}+c$

E) $\ln|x^2-4|+\frac{5}{2x^2}+c$

3. $\int \sqrt{x+1}.\sqrt[3]{x+1}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{6}{11}(x-1)^{\frac{6}{11}}+c$ B) $\frac{11}{6}(x-1)^{\frac{11}{6}}+c$

C) $\frac{6}{11}(x+1)^{\frac{6}{11}}+c$ D) $(x+1)^{\frac{11}{6}}+c$

E) $\frac{6}{11}(x+1)^{\frac{11}{6}}+c$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{21-x^2-4x}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\arcsin(x+2)+c$ B) $\arcsin\left(\frac{2x}{5}\right)+c$

C) $\arccos(x+2)+c$ D) $\arccos\left(\frac{x+2}{5}\right)+c$

E) $-\arccos\left(\frac{x+2}{5}\right)+c$

5. $\int \frac{e^{\sqrt{2x}}}{\sqrt{2x}}dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $e^{\sqrt{2x}}+c$ B) $2e^{\sqrt{2x}}+c$

C) $\frac{1}{2}e^{\sqrt{2x}}+c$ D) $\frac{1}{e^{\sqrt{2x}}}+c$

E) $\frac{2}{e^{\sqrt{2x}}}+c$

6. $\int \sin^2x\,.\,\cot^2x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}(x-\sin 2x)+c$ B) $x-\frac{1}{4}\sin 2x+c$

C) $\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\sin 2x+c$ D) $\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\sin 2x+c$

E) $x+\frac{1}{2}\sin 2x+c$

7. $\int \sin(-3x).\sin(2x)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{10}\sin 5x-\frac{1}{2}\sin x+c$

B) $\frac{1}{10}\sin 5x+\frac{1}{2}\sin x+c$

C) $\frac{1}{2}\left[\sin 5x-\frac{1}{5}\sin x\right]+c$

D) $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{5}\sin 5x+2\sin x\right]+c$

E) $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{5}\sin(-5x)-\sin x\right]+c$

8. $\int \cos(7x)\,.\,\cos(3x)dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}\sin 4x+\frac{1}{2}\sin 10x\right)+c$

B) $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}\sin 4x-\frac{1}{2}\sin 10x\right)+c$

C) $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}\sin 10x+\frac{1}{2}\sin 4x\right)+c$

D) $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}\sin 10x-\frac{1}{2}\sin 4x\right)+c$

E) $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}\sin 4x-\frac{1}{2}\sin 2x\right)+c$

9. $\int \frac{1}{y^2}.\ln y\,dy$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{1}{y}(\ln y+1)+c$ B) $-\frac{1}{y}(1-\ln y)+c$

C) $\frac{\ln y}{y}-\frac{2}{y}+c$ D) $\frac{1}{2y}(\ln y)^2+c$

E) $-\frac{1}{3y^2}(4\ln y+1)+c$

10. $\int \frac{\sqrt{8-x^2}}{x^2}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sqrt{8-x^2}}{x^2}+\arcsin\frac{x}{2}+c$

B) $-\frac{\sqrt{8-x^2}}{x}+\arcsin\frac{x}{2}+c$

C) $-\frac{\sqrt{8-x^2}}{x}+\arcsin\frac{x^2}{2\sqrt{2}}+c$

D) $-\frac{\sqrt{8-x^2}}{x}-\arcsin\frac{x}{2\sqrt{2}}+c$

E) $\frac{\sqrt{8-x^2}}{2}-\frac{1}{2}\arcsin\frac{x}{8}+c$

11. $\int \frac{x^2+2x+4}{x+1}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x^2+x+3\ln|x+1|+c$

B) $\frac{x^2}{2}+x+3\ln|x+1|+c$

C) $x^2-x+3\ln|x+1|+c$

D) $x^3-x^2+3\ln|x+1|+c$

E) $x^2+x+\ln|x+1|+c$

12. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x\,dx$ integralinin eşiti kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

13. $g(x)=\int_1^{f(x)} (2x+3)\,dx$ ve $g(1)=-6$ olduğuna göre,

f(1) in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

14. $f(x)=\int_x^{x^2} (2y+|y-3|)\,dy$ olduğuna göre, f(2) kaçtır?

A) 15 B) 13 C) 8 D) 7 E) 6

15. y = 3x + 5 doğrusu, x = –1, x = 3 doğruları ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 32 B) 24 C) 16 D) 15 E) 8

16. y = tanx ve y = cotx eğrileri ile y = 0 doğrusu arasındaki kalan bölgenin 0x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi kaç birimküptür?

A) 2π B) $-\frac{\pi}{2}$ C) $2\pi-\frac{\pi^2}{2}$ D) $\frac{\pi^2}{2}$ E) π

TEST 26'NIN ÇÖZÜMLERİ

1. $\int \frac{dx}{x^2-6x+10} = \int \frac{dx}{(x-3)^2+1} = \arctan(x-3)+c$

Yanıt A

2. $\int \frac{x^2-2x+5}{x^3}\,dx = \int\left(\frac{x^2}{x^3}-\frac{2x}{x^3}+\frac{5}{x^3}\right)dx$

$= \int \frac{dx}{x} - 2\int \frac{dx}{x^2} + 5\int \frac{dx}{x^3}$

$= \ln|x| + \frac{2}{x} - \frac{5}{2x^2} + c$ olur.

Yanıt A

3. $\int \sqrt{x+1}\cdot\sqrt[3]{x+1}\,dx = \int (x+1)^{\frac{1}{2}}\cdot(x+1)^{\frac{1}{3}}dx$

$= \int (x+1)^{\frac{5}{6}}dx$

$x+1 = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$dx = du$ olur.

$\int (x+1)^{\frac{5}{6}}dx = \int u^{\frac{5}{6}}du$

$= \frac{u^{\frac{5}{6}+1}}{\frac{5}{6}+1} + c$

$= \frac{u^{\frac{11}{6}}}{\frac{11}{6}} + c$

$= \frac{6}{11}.(x+1)^{\frac{11}{6}} + c$

Yanıt E

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{21-x^2-4x}} = \int \frac{dx}{\sqrt{25-(x^2+4x+4)}}$

$= \int \frac{dx}{\sqrt{25-(x+2)^2}}$

$= \int \frac{dx}{5\sqrt{1-\left(\frac{x+2}{5}\right)^2}}$

$\frac{x+2}{5} = t$ dönüşümü yapılırsa,

$\frac{dx}{5} = dt$ olur.

$\Rightarrow \int \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \arcsin t + c$

$= -\arccos t + c$

$= -\arccos\left(\frac{x+2}{5}\right) + c$

Yanıt E

5. $\sqrt{2x} = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$2x = u^2$

$2dx = 2udu \Rightarrow dx = udu$ olur.

$\int \frac{e^{\sqrt{2x}}}{\sqrt{2x}}\,dx = \int \frac{e^u}{u}udu$

$= \int e^u du$

$= e^u + c$

$= e^{\sqrt{2x}} + c$

Yanıt A

6. $\int \sin^2 x\cdot\cot^2 x\,dx = \int \sin^2 x\cdot\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}\,dx$

$= \int \cos^2 x\,dx$

$= \int \frac{\cos 2x+1}{2}\,dx$

$= \frac{1}{2}\int \cos 2x\,dx + \frac{1}{2}\int dx$

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{\sin 2x}{2} + \frac{1}{2}x + c$

$= \frac{\sin 2x}{4} + \frac{x}{2} + c$

Yanıt D

7. $\int \sin(-3x)\cdot\sin 2x\,dx = \int\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot[\cos(-x)-\cos(-5x)]dx$

$= -\frac{1}{2}\cdot\int(\cos x-\cos 5x)dx$

$= -\frac{1}{2}\left[\int\cos x\,dx-\int\cos 5x\,dx\right]$

$= -\frac{1}{2}\left[\sin x-\frac{\sin 5x}{5}\right]+c$

$= \frac{\sin 5x}{10}-\frac{\sin x}{2}+c$

Yanıt A

8. $\int\cos 7x\cdot\cos 3x\,dx = \int\frac{1}{2}[\cos 10x+\cos 4x]dx$

$= \frac{1}{2}\int\cos 10x\,dx+\frac{1}{2}\int\cos 4x\,dx$

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{\sin 10x}{10}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\sin 4x}{4}+c$

$= \frac{\sin 10x}{20}+\frac{\sin 4x}{8}+c$

$= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{5}\sin 10x+\frac{1}{2}\sin 4x\right]+c$

Yanıt C

9. Kısmi integrasyon metodu uygulanırsa,

$\ln y = u$ ve $\frac{dy}{y^2} = dv$

$\frac{dy}{y} = du$ $-\frac{1}{y} = v$ olsun.

$\int\frac{1}{y^2}\ln y\,dy = -\frac{\ln y}{y}-\int\left(-\frac{1}{y}\right)\frac{dy}{y}$

$= -\frac{\ln y}{y}+\int\frac{dy}{y^2}$

$= -\frac{\ln y}{y}-\frac{1}{y}+c$

$= -\frac{1}{y}(\ln y+1)+c$ bulunur.

Yanıt A

10. $x = 2\sqrt{2}\cos u$ dönüşümü uygulanırsa;

$dx = -2\sqrt{2}\sin u\,du$ ve $x^2 = 8\cos^2 u$ olur.

$\int\frac{\sqrt{8-x^2}}{x^2}dx = \int\frac{\sqrt{8-8\cos^2 u}}{8\cos^2 u}\cdot\left(-2\sqrt{2}\right)\cdot\sin u\,du$

$= -\int\frac{8\cdot\sqrt{1-\cos^2 u}}{8\cdot\cos^2 u}\cdot\sin u\,du$

$= -\int\frac{\sqrt{\sin^2 u}\cdot\sin u}{\cos^2 u}du$

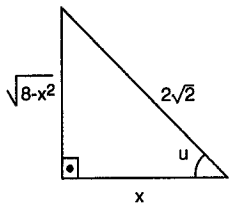
$= -\int\frac{\sin^2 u}{\cos^2 u}du = -\int\frac{1-\cos^2 u}{\cos^2 u}du$

$= -\int\frac{du}{\cos^2 u}+\int\frac{\cos^2 u}{\cos^2 u}du$

$= -\int\frac{du}{\cos^2 u}+\int du$

$= -\tan u+u+c$ olur.

$x = 2\sqrt{2}\cos u \Rightarrow \cos u = \frac{x}{2\sqrt{2}}$ dir.



$\tan u = \frac{\sqrt{8-x^2}}{x}$ ve $u = \arccos\frac{x}{2\sqrt{2}}+c$

$-\tan u+u+c = -\frac{\sqrt{8-x^2}}{x}+\arccos\frac{x}{2\sqrt{2}}+c$ olur.

$= -\frac{\sqrt{8-x^2}}{x}-\arcsin\frac{x}{2\sqrt{2}}+c$

Yanıt D

11.

x^2+2x+4	$x+1$
$\mp x^2\mp x$	$x+1$
$x+4$	
$x\mp 1$	
3	

$\frac{x^2+2x+4}{x+1} = x+1+\frac{3}{x+1}$

$\int\frac{x^2+2x+4}{x+1}dx = \int\left(x+1+\frac{3}{x+1}\right)dx$

$= \int x\,dx+\int dx+3\int\frac{dx}{x+1}$

$= \frac{x^2}{2}+x+3\cdot\ln|x+1|+c$

Yanıt B

12. $\int \cos^3 x dx = \int \cos^2 x \cdot \cos x dx$

$= \int (1-\sin^2 x)\cdot \cos x dx$

integralinde

sinx = u dönüşümü uygulanırsa;

cosxdx = du olur.

$\int (1-\sin^2 x)\underbrace{\cos x dx}_{du} = \int (1-u^2)du$

$= u - \frac{u^3}{3} + c$

$= \sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + c$ olur.

O halde;

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx = \left(\sin x - \frac{\sin^3 x}{3}\right)\Bigg|_0^{\pi/2}$

$= \left(1-\frac{1}{3}\right) - 0$

$= \frac{2}{3}$ bulunur.

Yanıt D

13. $g(x) = \int_1^{f(x)} (2x+3)\ dx = \left(\frac{2x^2}{2} + 3x\right)\Bigg|_1^{f(x)}$

$= f^2(x) + 3f(x) - 4$

g(x) = f²(x) + 3f(x) – 4 olduğundan,

g(1) = f²(1) + 2f(1) – 4

–6 = f²(1) + 3f(1) – 4

0 = f² (1) + 3f(1) + 2

+2 +1

0 = (f(1) + 2) . (f(1) + 1)

⇒ f(1) = –2 ve f(1) = –1 olur.

O halde f(1) in alabileceği değerler çarpımı

(–2). (–1) = 2 olur.

Yanıt E

14. $f(x) = \int_x^{x^2} (2y + |y-3|)\ dy$

$\Rightarrow f(2) = \int_2^4 (2y + |y-3|)\ dy$

(y – 3 = 0 ⇒ y = 3 kritik nokta.)

	3	
2y – y + 3 = y + 3		2y + y – 3 = 3y – 3

$f(2) = \int_2^3 (y+3)dy + \int_3^4 (3y-3)dy$

$= \left(\frac{y^2}{2} + 3y\right)\Bigg|_2^3 + \left(\frac{3y^2}{2} - 3y\right)\Bigg|_3^4$

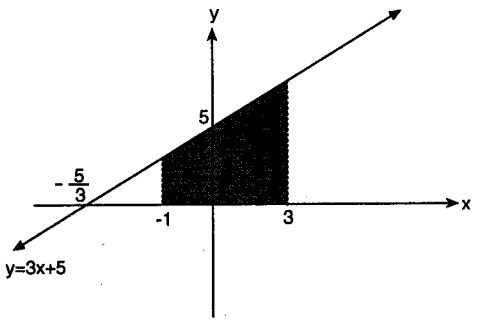
$= \left(\frac{9}{2} + 9 - 2 - 6\right) + \left(24 - 12 - \frac{27}{2} + 9\right)$

$= \frac{9}{2} + 1 + 21 - \frac{27}{2}$

$= 22 - \frac{18}{2} = 22 - 9 = 13$ bulunur.

Yanıt B

15.



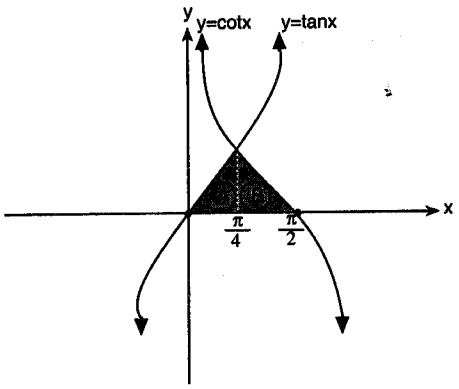
$T \cdot A = \int_{-1}^{3} (3x+5)dx = \left(\frac{3}{2}x^2 + 5x\right)\Bigg|_{-1}^{3}$

$= \frac{3}{2}\cdot 9 + 15 - \left(\frac{3}{2} - 5\right)$

$= 32\ br^2$

Yanıt A

16.



iki eğrinin kesişim noktası denklemler ortak çözülerek bulunabilir.

$y = \tan x = \cot x \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$

$$A = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x \, dx \text{.....}$$

$$B = \pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot^2 dx \text{.....}$$

1. ve 2. denklem taraf tarafa toplanırsa,

$$A + B = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx + \pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot^2 x dx$$

$$= \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x} \, dx + \pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-\sin^2 x}{\sin^2 x} dx$$

$$= \pi(\tan x - x)\Big|_0^{\pi/4} + \pi(-x - \cot x)\Big|_{\pi/4}^{\pi/2}$$

$$= \pi\left[1 - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{4} - 1\right)\right] = 2\pi - \frac{\pi^2}{2} \text{ br}^3$$

Yanıt C