

Öğreten matematik Fasikülleri

TÜREV VE UYGULAMALARI

KONU  ANLATIMLI

- Hücreleme Tekniği ile Anlatılmış 75 Bölüm
- Öğreten 158 Çözümlü Örnek
- Öğreten 75 Mini Test
- 26 Tarama Testi ve 1000 Soru
- Üniversite Giriş Sınavlarında Çıkmış Sorular

Bu kitap, Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı'nın en son kararı ile belirlenen ortaöğretim matematik dersi programına göre hazırlanmıştır.

SUNUŞ

Sevgili Öğrenciler,

Önünüzde geleceğinizi belirleyecek olan zor bir sınav var. Bu sınavın her zamanki zorluğu yanında artık sınavın 2 aşamalı olması üniversite sınavını daha da zor bir hale getirdi. Ben de öğrencilerin her zaman başarısını artırmayı hedef alan bir eğitimci olarak, sizlere yeni sınav sisteminde başarıda belirleyici ve en fazla sorunun beklendiği alanlarda "ÖĞRETEN FASİKÜLLER" serisini çıkarmayı uygun gördüm.

Bu fasikülde; konuyu öğrencinin basit olarak anlayıp kavraması için hücreleme tekniği ile konu anlatımları, çok sayıda öğreten soruların çözümlerini her hücre ile ilgili öğreten mini test ve çok sayıda test yer almaktadır.

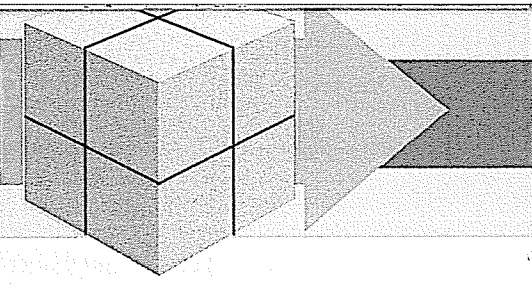
Öğrencinin korkulu rüyası olan matematiğin yine korkulu bir rüyası olan türev konusuna bu teknik konu anlatımıyla siz türevi en iyi şekilde kavrayacaksınız.

Bu fasikül, ülkemizde fasikül olarak ilk defa hücreleme tekniğiyle tarafımdan hazırlanmış olup; sizin başarınız sonraki çalışmalarında da size en iyiyi vermek için beni gayretlendirecektir.

Hepinize iyi çalışmalar, dileğiniz gerçek olsun!

Sevgilerimle,

Güray KÜÇÜK



İçindekiler

TÜREV VE UYGULAMALARI

Türev Kavramı -1	7
Türev Kavramı -2	8
Türev Alma Kuralları	9
Türevi Verilen Bir Fonksiyonun Bir Noktadaki Değeri	10
Sol, Sağ Limit ve Sol, Sağ Türev	11
Mutlak Değer Fonksiyonunun Türevi	12
Türev ve Süreklilik -1	13
Türev ve Süreklilik -2	14
İki Fonksiyonun Çarpımının Türevi	15
İki Fonksiyonun Bölümünün Türevi	16
Polinom Fonksiyonlarda Bölüm Türevi	17
$[f(x)]^n$ Fonksiyonunun Türevi	18
Bileşke Fonksiyonunun Türevi	19
$f(g(x))$ Fonksiyonunun Türevi	20
Köklü İfadelerin Türevi	21
$\sqrt[n]{g(x)}$ Fonksiyonunun Türevi	22
Parametrik Fonksiyonların Türevi	23
Parametrik Fonksiyonların İkinci Türevi	24
Bileşke Fonksiyonun Türevi (Zincir Kuralı)	25
Kapalı Fonksiyonların Türevi	26
Ters Fonksiyonun Türevi	27
Trigonometrik Fonksiyonların Türevi - 1	28
Trigonometrik Fonksiyonların Türevi - 2	29
Trigonometrik Fonksiyonun Kuvvetinin Türevi	30
Ters Trigonometrik Fonksiyonlarının Türevi - 1	31
Ters Trigonometrik Fonksiyonlarının Türevi - 2	32
Üstel Fonksiyonun Türevi -1	33
Üstel Fonksiyonun Türevi -2	34
Logaritma Fonksiyonunun Türevi $(\log(f(x)))'$	35
Logaritma Fonksiyonunun Türevi $(\ln(f(x)))'$	36
$[f(x)]^{g(x)}$ Fonksiyonunun Türevi	37
Yüksek Mertebeden Türevler -1	38

[http://www.](http://www.guryayinlari.com)

guryayinlari.com
guraykucuk.com

Yüksek Mertebeden Türevler -2	39
P(x) Polinomunun $(x - a)^n$ ile Tam Bölünmesi	40
Yol ve Hız Fonksiyonunun Türevi	41
Türevin Limite Uygulanması - 1 (L'Hospital Kuralı)	42
Türevin Limite Uygulanması - 2	43
Türevin Limite Uygulanması - 3	44
$\frac{\infty}{\infty}$ Belirsizliği	45
$\infty - \infty$ Belirsizliği	46
1^∞ Biçimindeki Belirsizlikler	47
$\infty^0, 0^0, 1^\infty$ Belirsizlikleri	48
Türevin Geometrik Anlamı (Teğetin Eğimi)	49
Normalin Eğimi	50
Teğet ve Normalin Denklemi	51
Fonksiyonun Doğruya En Yakın Noktasının Koordinatları	52
Fonksiyonun Dışındaki Noktadan Çizilen Teğetin Denklemi	53
Fonksiyona Çizilen Teğetin Grafiğe Uygulanması	54
Fonksiyon Üzerindeki En Yakın Noktanın Doğruya Olan Uzaklığı	55
Artan ve Azalan Fonksiyonlar (Artan Fonksiyon)	56
Artan ve Azalan Fonksiyonlar (Azalan Fonksiyon)	57
Yerel Ekstremum Noktaları - 1	58
Yerel Ekstremum Noktaları - 2	59
Yerel Ekstremum Noktaları - 3	60
Yerel Ekstremum Noktaları - 4	61
Bir Fonksiyonun Bir Aralıktaki En Büyük ve En Küçük Değeri	62
Artan ve Azalan Fonksiyon	63
Büküm (Dönüm) Noktası	64
Yerel Maksimum, Yerel Minimum ve Dönüm Noktası	65
Konveks - Konkav	66
Türev Grafiğinde Uygulamalar - 1	67
Türev Grafiğinde Uygulamalar - 2	68
Türev Uygulamaları Grafik - 1	69
Türev Uygulamaları Grafik - 2	70
Düşey ve Yatay Asimptot	71
Eğik Asimptot	72
Eğri Asimptot	73
Bir Fonksiyonun Grafiğinin Çizilmesi - 1	74
Bir Fonksiyonun Grafiğinin Çizilmesi - 2	75
Maksimum Minimum Problemleri Deklemlere Uygulanması	76
Maksimum Minimum Problemleri Geometrik Şekillere Uygulanması - 1	77
Maksimum Minimum Problemleri Geometrik Şekillere Uygulanması - 2	78
Maksimum Minimum Problemleri Analitik Düzlemde Uygulanması - 1	79
Maksimum Minimum Problemleri Analitik Düzlemde Uygulanması - 2	80
Maksimum Minimum Problemleri Katı Cisimlere Uygulanması - 3	81
TESTLER 1 - 26	82
ÖSS - ÖYS - LYS SORULARI	134

Türev Kavramı - 1

TANIM:

$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}, y = f(x)$

fonksiyonu verilmiş olsun.

$x_0 \in [a, b]$ için,

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

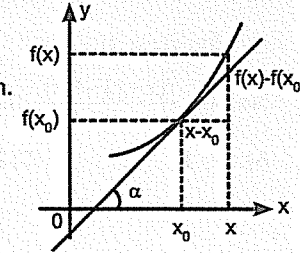
limiti varsa bu limite

$f(x)$ in x_0 noktasındaki türevi denir.

$f(x)$ in x_0 noktasındaki türevi

$$f'(x_0), \frac{df(x_0)}{dx}, \frac{dy(x_0)}{dx}, y'(x_0)$$

sembollerinden biri ile gösterilir.



ÖĞRETEN SORU - 1

$$f(x) = x^2 - 3x$$

fonksiyonunun $x_0 = 2$ apsisli noktasındaki türevi kaçtır?

Çözüm:

$x = 2$ için $f(2) = 2^2 - 3 \cdot 2 = -2$ dir.

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \text{ ise,}$$

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 3x) - (-2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x - 1)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} (x - 1) = 2 - 1 = 1 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 2

$$f(x) = \sqrt{x}$$

fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki türevi kaçtır?

Çözüm:

$x = 1$ için $f(1) = \sqrt{1} = 1$ dir.

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \text{ ise}$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x} - 1) \cdot (\sqrt{x} + 1)}{(x - 1) \cdot (\sqrt{x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(x - 1) \cdot (\sqrt{x} + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
1

1. $f(x) = x^2 - 6$

fonksiyonunun $x_0 = 3$ apsisli noktasındaki türevi kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

2. $f(x) = 7x + 1$

fonksiyonunun $x_0 = -3$ apsisli noktasındaki türevi kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 5 D) 7 E) 14

3. $f(x) = x^4 - x^2$

fonksiyonunun $x_0 = -1$ apsisli noktasındaki türevi kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $f(x) = \sqrt{x + 2}$

fonksiyonunun $x_0 = 2$ apsisli noktasındaki türevi kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

5. $f(a) = a^3 - 3a$

fonksiyonunun $a_0 = -2$ apsisli noktasındaki türevi kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Türev Kavramı – 2

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Yukarıdaki limit gösteriminde

$x = x_0 + h$; $x \rightarrow x_0$ için $h \rightarrow 0$ olur.

Bu durumda f fonksiyonunun $x = x_0$ noktasındaki türevini

$$\frac{dy}{dx} = f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

şeklinde tanımlayabiliriz.

Eğer, $f(x)$ fonksiyonunun tanımlı olduğu aralığın her noktasında türevi varsa, $f(x)$ fonksiyonuna bu aralıkta **türevlenebilir fonksiyon** denir.

ÖĞRETEN SORU – 3

$f(x) = x^2 - 4$ ise $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ limitinin sonucu nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - 4 - (x^2 - 4)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - 4 - x^2 + 4}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) = 2x + 0 = 2x \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 4

$y = f(x) = 4x + 8$ ise $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(x+h) + 8 - (4x + 8)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4x + 4h + 8 - 4x - 8}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 4 = 4 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
2

- $f(x) = x^2 + 1$
ise $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ limitinin sonucu nedir?
A) $x^2 + 1$ B) x C) $2x$ D) 2 E) 1
- $f(x) = 4x^2 - 3$
ise $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ limitinin sonucu nedir?
A) $2x$ B) $8x$ C) 2 D) $4x^2 - 3$ E) 8
- $f(x) = 3x + 2$
ise $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti nedir?
A) $3x$ B) 3 C) 1 D) 0 E) -3
- $f(y) = y^3 + y$
ise $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(y+h) - f(y)}{h}$ limitinin sonucu nedir?
A) $3y^2 + 1$ B) $6y$ C) 6 D) $3y^2$ E) 0
- $f(y) = 6y - 2$
ise $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(y+h) - f(y)}{3h}$ limitinin sonucu nedir?
A) 12 B) 6 C) $6y$ D) $6y - 2$ E) 2

Türev Alma Kuralları

$A \subset \mathbb{R}$ olmak üzere;

$f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $g: A \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonları A da türevli olsun.

$c \in \mathbb{R}$ olmak üzere;

- $f(x) = c \Rightarrow f'(x) = 0$
- $f(x) = x \Rightarrow f'(x) = 1$
- $f(x) = cx \Rightarrow f'(x) = c$
- $f(x) = a \cdot x^n \Rightarrow f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1}$

ÖĞRETEN SORU – 5

$y = f(x) = x^3$ ise $f'(x)$ in eşiti nedir?

Çözüm: -1

$$f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1}$$

$$f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3 \cdot x^{3-1} = 3x^2 \text{ bulunur.}$$

Çözüm: -2

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - x^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (3x^2 + 3xh + h^2) \\ &= 3x^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 6

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulalım.

- $f(x) = 6$ ise $f'(x) = 0$
- $f(x) = x^5$ ise $f'(x) = 5x^4$
- $f(x) = 4x$ ise $f'(x) = 4$
- $f(x) = 5x^2$ ise $f'(x) = 5 \cdot 2 \cdot x^{2-1} = 10x$
- $f(x) = 6x^3 - 4x^2 - 3x + 1$ ise $f'(x) = 18x^2 - 8x - 3$
- $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $f(x) = x^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$
- $f(x) = \sqrt[4]{x^3}$, $f(x) = x^{\frac{3}{4}} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}}$
- $f(x) = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{\sqrt{x}}$, $f(x) = x^{-3} + x^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = -3 \cdot x^{-4} - \frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
3

- $f(x) = 6x^2$
olduğuna göre, $f'(x)$ in eşiti nedir?
A) $6x^2$ B) 12 C) $6x$ D) $12x$ E) $2x^3$
- $f(x) = 2x^4 + 6x$
olduğuna göre, $f'(x)$ in eşiti nedir?
A) $8x^3 + 6$ B) $8x^3$ C) $24x^2$
D) $8x^3 + 6x$ E) $2x^4 + 6x$
- $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + x - 2$
olduğuna göre, $f'(x)$ in eşiti nedir?
A) $9x^3 - 4x^2$ B) $9x^2 - 8x$ C) $9x^2 - 8x + 1$
D) $3x^3 - 4x^2 + x - 2$ E) $27x^2 - 8$
- $f(x) = \sqrt[4]{x}$
olduğuna göre, $f'(x)$ in eşiti nedir?
A) $\frac{\sqrt[4]{x^3}}{4}$ B) $\frac{\sqrt[4]{x^3}}{2}$ C) $\frac{1}{4\sqrt[4]{x}}$
D) $\frac{1}{2\sqrt[4]{x^3}}$ E) $\frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$
- $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{\sqrt[3]{x}}$
olduğuna göre, $f'(x)$ in eşiti nedir?
A) $\frac{1}{x^3} - \frac{1}{3x\sqrt[3]{x}}$ B) $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ C) $-\frac{2}{x^3} - \frac{2}{3x\sqrt[3]{x}}$
D) $\frac{2}{x^3} - \frac{2}{3x\sqrt{x}}$ E) $-\frac{2}{x^3} - \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

Türevi Verilen Bir Fonksiyonun Bir Noktadaki Değeri

➤ Verilen $f(x)$ fonksiyonunun türevi alındıktan sonra verilen nokta türevli fonksiyonda yerine yazılarak değeri bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 7

$f(x) = x^3 - x^2 + 4x + 2$ ise $f'(1)$ değeri kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = x^3 - x^2 + 4x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 2x + 4$$

$$f'(1) = 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 4 \Rightarrow f'(1) = 3 - 2 + 4 = 5$$

bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 8

$f(x) = \frac{1}{3}x^6 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + \sqrt{5}$ ise $f'(-1)$ değeri kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^6 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3} \cdot 6x^5 - \frac{1}{4} \cdot 4x^3 + \frac{1}{2} \cdot 2x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2x^5 - x^3 + x$$

$$\Rightarrow f'(-1) = 2(-1)^5 - (-1)^3 + (-1) = -2$$

bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 9

$f(x) = x^2 + 3x + \sqrt{x}$ ise $\frac{dy}{dx}$ in $x = 4$ için değeri kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = x^2 + 3x + \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = 2x + 3 + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow f'(4) = 2 \cdot 4 + 3 + \frac{1}{2} \cdot 4^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow f'(4) = 8 + 3 + \frac{1}{4} = \frac{45}{4}$$

bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
4

1. $f(x) = x^5 + 4x^3 + 10x - 8$
olmak üzere $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) 15 B) 19 C) 21 D) 25 E) 27

2. $f(x) = \frac{3}{x^2} - \frac{2}{x} + x$
olmak üzere $f'(-1)$ değeri kaçtır?
A) 12 B) 10 C) 9 D) 6 E) 4

3. $f(x) = 2x^3 + \frac{4}{x}$
olmak üzere $f'(2)$ değeri kaçtır?
A) 13 B) 17 C) 19 D) 23 E) 25

4. $f(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 + x - 3$
olmak üzere $f'(1) + f'(-1)$ değeri kaçtır?
A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

5. $f(x) = 2x^3 - 2x^2 + 4x + 1$
olmak üzere $\frac{dy}{dx}$ in $x = 2$ için değeri kaçtır?
A) 16 B) 20 C) 24 D) 28 E) 32

Sol, Sağ Limit ve Sol, Sağ Türev

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$$

olduğunda $x = a$ noktasında fonksiyon süreklidir.

$f'(a^+)$, a noktasının sağdan türevi,

$f'(a^-)$, a noktasının soldan türevidir.

ÖĞRETEN SORU – 10

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2, & x > 1 \\ 6x - 1, & x \leq 1 \end{cases}$$

fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktasında türevi varsa kaçtır?

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3 \cdot 1^2 + 2 = 5, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 6 \cdot 1 - 1 = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = 5 \text{ olduğundan fonksiyon}$$

$x = 1$ apsisli noktada süreklidir.

$$f'(x) = \begin{cases} 6x, & x > 1 \\ 6, & x \leq 1 \end{cases}$$

$$f'(1^+) = 6 \cdot 1 = 6, \quad f'(1^-) = 6$$

$$f'(1^+) = f'(1^-) = 6 \Rightarrow f'(1) = 6 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 11

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 4x + 2, & x \geq 2 \\ 4x^2 + 1, & x < 2 \end{cases}$$

fonksiyonuna göre, $f'(2^+) + f'(2^-)$ toplamı kaçtır?

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4 \cdot 2 + 2 = 10, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4 \cdot 2^2 + 1 = 17$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \text{ olduğundan fonksiyon}$$

$x = 2$ apsisli noktada süreksizdir.

$$f'(x) = \begin{cases} 4, & x > 2 \\ 8x, & x < 2 \end{cases}$$

$$f'(2^+) = 4 \text{ ve } f'(2^-) = 8 \cdot 2 = 16$$

$$\text{olduğuna göre, } f'(2^+) + f'(2^-) = 4 + 16 = 20 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
5

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 4x^2 + 1, & x < 1 \\ 8x - 3, & x \geq 1 \end{cases}$

fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktasında türevi varsa kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 16

2. $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 6, & x \leq 1 \\ 4x + a, & x > 1 \end{cases}$

fonksiyonu $x = 1$ apsisli noktada türevli ise a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $f(x) = \begin{cases} x^3 - 1, & x \leq 2 \\ 6x^2 - 15, & x > 2 \end{cases}$

fonksiyonu $x = 2$ apsisli noktasında türevi varsa kaçtır?

- A) Yoktur B) 7 C) 10 D) 12 E) 14

4. $f(x) = \begin{cases} x^3 + x, & x < 3 \\ 4x^2 + 1, & x \geq 3 \end{cases}$

fonksiyonuna göre, $f'(4) + f'(-2)$ toplamı kaçtır?

- A) 45 B) 42 C) 40 D) 36 E) 32

5. $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1, & x < 1 \\ 4x - 1, & x \geq 1 \end{cases}$

fonksiyonuna göre, $f'(x)$ nedir?

A) $f'(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1, & x < 1 \\ 4x - 1, & x > 1 \end{cases}$ B) $f'(x) = \begin{cases} 4x, & x < 1 \\ 4, & x > 1 \end{cases}$

C) $f'(x) = \begin{cases} 4x, & x < 1 \\ 4, & x \geq 1 \end{cases}$ D) $f'(x) = \begin{cases} 4, & x < 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$

E) $f'(x) = \begin{cases} 4x, & x > 1 \\ 4, & x \leq 1 \end{cases}$

Mutlak Değer Fonksiyonunun Türevi

Mutlak değer in içini sıfır yapan x değerleri için fonksiyonun bu noktada türevi yoktur.

Bu noktaların dışındaki x değerleri için fonksiyon mutlak değerden kurtarılır ve sonra türevi alınarak bu değer, türevlenmiş fonksiyonda yerine yazılır.

Fakat $|x - a|^2$ tarzındaki sorularda $x = a$ noktasında çift kat kök olup bu noktada fonksiyon x eksenine teğet olur. $x = a$ için fonksiyonun türevi vardır ve sıfırdır.

ÖĞRETEN SORU – 12

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x - 6|$

fonksiyonunun, varsa $x = 6$ noktasındaki türevi nedir?

Çözüm:

x	$-\infty$	$\rightarrow 6^-$	$+\infty$
$x - 6$	$-$	$-$	$+$
	$-(x - 6)$		$(x - 6)$

$$f'(6^+) = \lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = \lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{(x - 6) - 0}{x - 6} = 1 \text{ dir.}$$

$$f'(6^-) = \lim_{x \rightarrow 6^-} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = \lim_{x \rightarrow 6^-} \frac{-(x - 6) - 0}{x - 6} = -1 \text{ dir.}$$

$f'(6^-) \neq f'(6^+)$ olduğundan

$f(x)$ in $x = 6$ noktasında türevi yoktur.

ÖĞRETEN SORU – 13

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |3x + 9|$

fonksiyonunun, varsa $x = 2$ noktasındaki türevi nedir?

Çözüm:

x	$-\infty$	-3	$\rightarrow 2^-$	$+\infty$
$x - 6$	$-$	$-$	$+$	
	$-(3x + 9)$		$(3x + 9)$	

$$f'(2^+) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(3x + 9) - 15}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x - 6}{x - 2} = 3 \text{ tür.}$$

$$f'(2^-) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(3x + 9) - 15}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x - 6}{x - 2} = 3 \text{ tür.}$$

$f'(2^-) = f'(2^+)$ olduğundan

$f(x)$ in $x = 2$ noktasında türevi 3 tür.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
6

- $f(x) = |2x - 1|$
olduğuna göre, $f'(3) + f'(-2)$ kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

- $f(x) = x^3 + |x - 1|$
olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?
A) -6 B) -2 C) 5 D) 9 E) 13

- $f(x) = x^2 \cdot |x^2 - 1|$
olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?
A) 30 B) 28 C) 26 D) 24 E) 22

- $f(x) = x \cdot |x^2 - 6x + 9|$
olduğuna göre, $f'(3)$ kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

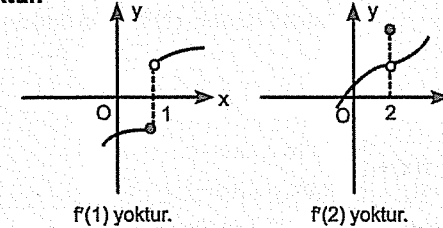
- $f(x) = |x^2 - 4x + 3| + |x - 2|$
olduğuna göre, $f'(-1)$ kaçtır?
A) -3 B) -4 C) -5 D) -6 E) -7

Türev ve Süreklilik – 1

> $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyon ve $x_0 \in (a, b)$ olsun. Eğer, f fonksiyonu $x = x_0$ noktasında türevli ise aynı noktada süreklidir.

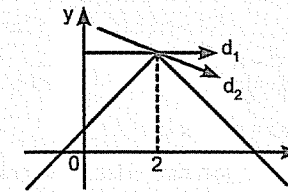
> f fonksiyonu $x = x_0$ noktasında sürekli ise aynı noktada türevli olmayabilir.

> Bir fonksiyonun süreksiz olduğu noktada türevi yoktur.

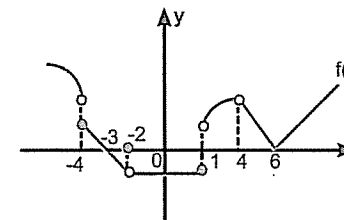


Bir fonksiyonun sürekli olup türevli olmadığı noktalara kırılma noktaları denir.

Kırılma noktalarında eğriye birden fazla teğet çizildiğinden bu noktalarda türev yoktur.



ÖĞRETEN SORU – 14



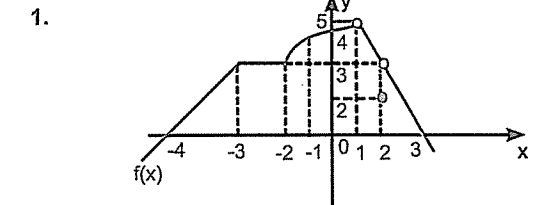
Yukarıdaki grafik $f(x)$ fonksiyonuna aittir. Buna göre, $f(x)$ fonksiyonunun kaç noktada türevi yoktur?

Çözüm:

Grafığe bakıldığında $f(x)$ fonksiyonunun, $x = -4$, $x = -2$, $x = 1$ ve $x = 4$ noktalarında süreksiz olduğu görülür. $x = 6$ noktası kırılma noktasıdır. Süreksiz olduğu noktada ve kırılma noktasında türevi olmayacağından, $f(x)$ fonksiyonunun 5 noktada türevi yoktur.

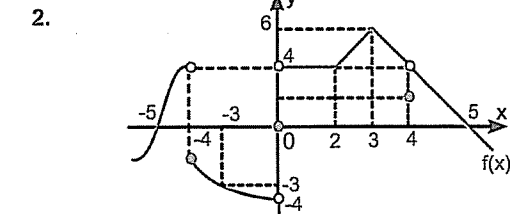
ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
7



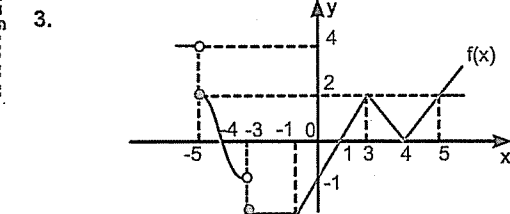
Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun kaç farklı noktada türevi yoktur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



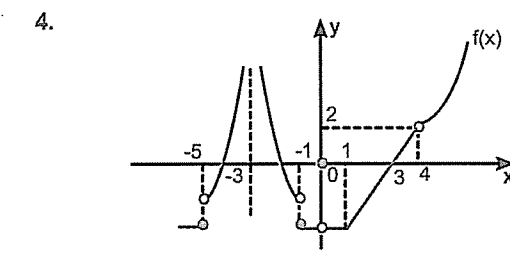
Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun kaç farklı noktasında, süreksiz olan noktada türevi de yoktur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun sürekli olup türevi olmayan noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun türevli olmadığı noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) 2 E) 5

Türev ve Süreklilik – 2

ÖĞRETEN SORU – 15

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2, & x < -1 \\ 2bx - 1, & x \geq -1 \end{cases}$$

fonksiyonu her $x \in \mathbb{R}$ için türevlenebilir ise (a, b) ikilisi nedir?

Çözüm:

$f(x)$ in kritik noktası $x = -1$ dir. Bu noktada türevli ise süreklidir.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1) \Rightarrow 2b \cdot (-1) - 1 = a(-1)^2 + 2 = 2b(-1) - 1$$

$$\Rightarrow -2b - 1 = a + 2$$

$$\Rightarrow a + 2b = -3$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax, & x < -1 \\ 2b, & x \geq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(-1^-) = -2a \\ f'(-1^+) = 2b \end{cases}$$

$$f'(-1^-) = f'(-1^+) \Rightarrow -2a = 2b \Rightarrow a = -b$$

$$a = -b \text{ ve } a + 2b = -3 \Rightarrow -b + 2b = -3$$

$$\Rightarrow b = -3, a = 3$$

O halde, (a, b) = (3, -3) tür.

ÖĞRETEN SORU – 16

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 1, & x > 1 \\ 2, & x = 1 \\ x^2 + x, & x < 1 \end{cases} \text{ ise } f'(1) \text{ kaçtır?}$$

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Rightarrow 1^3 + 1 = 1^2 + 1 = 2$$

$$\Rightarrow 2 = 2 = 2$$

$x = 1$ noktasında fonksiyon süreklidir.

$$f'(x) = \begin{cases} 3x^2, & x > 1 \\ 2x + 1, & x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(1^+) = 3 \\ f'(1^-) = 3 \end{cases}$$

O halde $f'(1^+) = f'(1^-) = 3 \Rightarrow f'(1) = 3$ tür.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
8

$$1. \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1, & x > 1 \\ x^2 + bx + a, & x \leq 1 \end{cases}$$

fonksiyonu her $x \in \mathbb{R}$ için türevlenebilir ise (a, b) ikilisi nedir?

- A) (-1, 0) B) (1, 1) C) (0, 1)
D) (1, 2) E) (-1, 1)

$$2. \quad f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx, & x > -1 \\ x^2 + ax, & x \leq -1 \end{cases}$$

fonksiyonu her $x \in \mathbb{R}$ için türevlenebilir ise a • b kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$3. \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - a, & x > 2 \\ 6 + b, & x = 2 \\ ax + c, & x < 2 \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 2$ için türevli ise c kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) -2 E) 0

$$4. \quad f(x) = \begin{cases} x^3 + 1, & x < 1 \\ 2, & x = 1 \\ 3x - 1, & x > 1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$5. \quad f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 2, & x \leq 1 \\ 4x, & 1 < x \leq 2 \\ x^3 + 1, & x > 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun kaç tane x değeri için türevi yoktur?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

1-B 2-D 3-A 4-C 5-B

İki Fonksiyonun Çarpımının Türevi

f ve g, x noktasında türevlenebilen iki fonksiyon ise $f \cdot g$ fonksiyonunun türevi

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \text{ tir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 17

$$f(x) = (x^2 - 3) \cdot (x^3 + 2)$$

olduğuna göre $f'(1)$ değeri kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = (x^2 - 3) \cdot (x^3 + 2) \Rightarrow f'(x) = 2x \cdot (x^3 + 2) + 3x^2 \cdot (x^2 - 3)$$

$$\Rightarrow f'(1) = 2 \cdot 1 \cdot (1^3 + 2) + 3 \cdot 1^2 \cdot (1^2 - 3)$$

$$\Rightarrow f'(x) = 6 - 6$$

$$\Rightarrow f'(1) = 0 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 18

$$f(x) = x^2 \cdot (3x - 2) \cdot (x - 1)^2$$

olduğuna göre $\frac{dy}{dx}$ in $x = -1$ için değeri kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = x^2 \cdot (3x - 2) \cdot (x - 1)^2 \Rightarrow f(x) = (3x^3 - 2x^2) \cdot (x^2 - 2x + 1)$$

$$f'(x) = (9x^2 - 4x) \cdot (x^2 - 2x + 1) + (2x - 2) \cdot (3x^3 - 2x^2)$$

$$f'(-1) = (9 + 4) \cdot (-2)^2 + (-4) \cdot (-5)$$

$$f'(-1) = 13 \cdot 4 - 4 \cdot (-5)$$

$$f'(-1) = 72 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 19

$$f(x) = x^3 \cdot g(x) \text{ ve } g(2) = 4 \text{ ve } g'(2) = 3$$

olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = x^3 \cdot g(x) \Rightarrow f'(x) = 3x^2 \cdot g(x) + g'(x) \cdot x^3$$

$$\Rightarrow f'(2) = 12 \cdot g(2) + g'(2) \cdot 8$$

$$\Rightarrow f'(2) = 12 \cdot 4 + 3 \cdot 8$$

$$\Rightarrow f'(2) = 72 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
9

$$1. \quad f(x) = (x + 1) \cdot (x^2 - 2)$$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $3x^2 + 2x$ B) $3x^2 + x - 2$ C) $3x^2 + 2x - 2$
D) $3x^2 + x + 2$ E) $3x^2 - 2x - 2$

$$2. \quad f(x) = x^2 \cdot (2x + 3)^2$$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) 62 B) 66 C) 70 D) 72 E) 76

$$3. \quad f(x) = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt[3]{x+7}$$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = 1$ için değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{7\sqrt{2}}{12}$ C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
D) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{5\sqrt{2}}{4}$

$$4. \quad f(x) = (x^2 + 1) \cdot g(x) \text{ için}$$

$$g(1) = 4 \text{ ve } g'(1) = 2$$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

$$5. \quad f(x) = g(x) \cdot h(x) \text{ için}$$

$$g(2) = 4, g'(2) = 3, h(2) = 5 \text{ ve } h'(2) = 2$$

olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

- A) 11 B) 13 C) 15 D) 19 E) 23

1-C 2-C 3-B 4-A 5-E

İki Fonksiyonun Bölümünün Türevi

f ve g, x noktasında türevlenebilen iki fonksiyon ve $g(x) \neq 0$ olmak üzere, $\frac{f}{g}$ fonksiyonunun türevi,

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{[g(x)]^2} \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 20

$f(x) = \frac{x^2 + 2}{3x + 1}$ olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} f(x) = \frac{x^2 + 2}{3x + 1} &\Rightarrow f'(x) = \frac{2x \cdot (3x + 1) - 3 \cdot (x^2 + 2)}{(3x + 1)^2} \\ &\Rightarrow f'(0) = \frac{2 \cdot 0 \cdot (3 \cdot 0 + 1) - 3 \cdot (0^2 + 2)}{(3 \cdot 0 + 1)^2} \\ &\Rightarrow f'(0) = \frac{0 \cdot 1 - 3 \cdot 2}{1^2} \\ &\Rightarrow f'(0) = -6 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 21

$$f(x) = \frac{x^2}{g(x) + 1}, \quad g(2) = 3, \quad g'(2) = 2$$

olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} f(x) = \frac{x^2}{g(x) + 1} &\Rightarrow f'(x) = \frac{2x \cdot (g(x) + 1) - g'(x) \cdot x^2}{(g(x) + 1)^2} \\ &\Rightarrow f'(2) = \frac{4 \cdot (g(2) + 1) - g'(2) \cdot 4}{(g(2) + 1)^2} \\ &\Rightarrow f'(2) = \frac{4 \cdot (3 + 1) - 2 \cdot 4}{(3 + 1)^2} \\ &\Rightarrow f'(2) = \frac{16 - 8}{16} = \frac{1}{2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
10

1. $f(x) = \frac{2x + 1}{x + 2}$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 2

2. $f(x) = \frac{3x}{2 - x^2}$

olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

3. $f(x) = \frac{mx + 2}{2x + 1}$ ve $f'(1) = 6$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 42 B) 48 C) 50 D) 54 E) 58

4. $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$

$$g(1) = 2, \quad g'(1) = 4,$$

$$h(1) = 6, \quad h'(1) = 2$$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{9}$

5. $f(x) = \frac{g(x) + 1}{x^2}$, $g(2) = 3$ ve $g'(2) = 6$

olduğuna göre, $f'(2)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

Polinom Fonksiyonlarda Bölüm Türevi

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{cx + d} \\ f'(x) &= \frac{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}{(cx + d)^2} = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 22

$f(x) = \frac{3x - 4}{5x + 7}$ fonksiyonunun türevi nedir?

Çözüm: 1

$$\begin{aligned} f(x) = \frac{3x - 4}{5x + 7} &\Rightarrow f'(x) = \frac{3(5x + 7) - (3x - 4) \cdot 5}{(5x + 7)^2} \\ &= \frac{15x + 21 - 15x + 20}{(5x + 7)^2} \\ &= \frac{41}{(5x + 7)^2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Çözüm: 2

$$\begin{aligned} f(x) = \frac{3x - 4}{5x + 7} &\Rightarrow f'(x) = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}}{(5x + 7)^2} \\ &\Rightarrow f'(x) = \frac{41}{(5x + 7)^2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex + f} \\ f'(x) &= \frac{\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} x^2 + 2 \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix}}{(dx^2 + ex + f)^2} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 23

$f(x) = \frac{3x^2 - 2x + 4}{x^2 + 3x - 5}$ fonksiyonunun türevi nedir?

Çözüm: 1

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(6x - 2) \cdot (x^2 + 3x - 5) - (2x + 3) \cdot (3x^2 - 2x + 4)}{(x^2 + 3x - 5)^2} \\ &= \frac{6x^3 + 18x^2 - 30x - 2x^2 - 6x + 10 - 6x^3 + 4x^2 - 8x - 9x^2 + 6x - 12}{(x^2 + 3x - 5)^2} \\ &= \frac{11x^2 - 38x - 2}{(x^2 + 3x - 5)^2} \end{aligned}$$

Çözüm: 2

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} x^2 + 2 \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -5 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -5 \end{vmatrix}}{(x^2 + 3x - 5)^2} \\ &= \frac{11x^2 - 38x - 2}{(x^2 + 3x - 5)^2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
11

1. $f(x) = \frac{2x + 1}{4x - 3}$

olduğuna göre, $f'(x)$ kaçtır?

- A) $\frac{8}{(4x - 3)^2}$ B) $\frac{-6}{(4x - 3)^2}$ C) $\frac{-6}{4x - 3}$
D) $\frac{-10}{(4x - 3)^2}$ E) $\frac{-10}{4x - 3}$

2. $f(x) = \frac{3x - 2}{2x + 1}$

fonksiyonunun türevi $f'(x) = \frac{a}{(2x + 1)^b}$ olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) 11

3. $f(x) = \frac{4x + 2}{x - 4}$

fonksiyonunun türevi $f'(x) = \frac{a}{(x + c)^b}$ olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

- A) -20 B) -18 C) -16 D) -14 E) -12

4. $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 2}{x^2 + 2x + 3}$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $\frac{6x^2 + 2x - 16}{(x^2 + 2x + 3)^2}$ B) $\frac{x^2 + 3x - 10}{(x^2 + 2x + 3)^2}$
C) $\frac{6x^2 + 2x - 12}{(x^2 + 2x + 3)^2}$ D) $\frac{4x^2 - 5x + 10}{(x^2 + 2x + 3)^2}$
E) $\frac{3x^2 + 2x - 8}{(x^2 + 2x + 3)^2}$

5. $f(x) = \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 4x - 1}$

fonksiyonunun türevi $f'(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{(x^2 + 4x - 1)^2}$ olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

[f(x)]ⁿ Fonksiyonunun Türevi

$h(x) = (f(x))^n$ eşitliğinde her iki tarafın türevini alalım.
 $h'(x) = n \cdot (f(x))^{n-1} \cdot f'(x)$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 24

$f(x) = (x^2 + 2x + 3)^4$ olduğuna göre, $f'(-1)$ kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 + 2x + 3)^4 \Rightarrow f'(x) = 4 \cdot (x^2 + 2x + 3)^{4-1} \cdot (x^2 + 2x + 3)' \\ &\Rightarrow f'(x) = 4 \cdot (x^2 + 2x + 3)^3 \cdot (2x + 2) \\ &\Rightarrow f'(-1) = 4 \cdot (2)^3 \cdot 0 \\ &\Rightarrow f'(-1) = 0 \text{ dir.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 25

$y = \frac{2}{(x^2 + 1)^3}$ ise y' nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} y &= \frac{2}{(x^2 + 1)^3} = 2 \cdot (x^2 + 1)^{-3} \\ y' &= 2 \cdot (-3) \cdot (x^2 + 1)^{-3-1} \cdot (x^2 + 1)' \\ y' &= -6 \cdot (x^2 + 1)^{-4} \cdot (2x) \\ y' &= -12x \cdot (x^2 + 1)^{-4} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 26

$f(x) = mx^2 + nx + 2$, $f'(1) = 6$, $f(1) = 2$ ise m kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} f(x) &= mx^2 + nx + 2 \Rightarrow f(1) = 2 \\ m + n + 2 &= 2 \\ m + n &= 0 \\ f'(x) &= 2mx + n \Rightarrow f'(1) = 6 \\ 2m + n &= 6 \\ -/ \quad m + n &= 0 \\ + \quad 2m + n &= 6 \\ m &= 6 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TESTTEST
12

1. $f(x) = (x^2 - x)^4$
 olduğuna göre, $f'(-1)$ kaçtır?
 A) -48 B) -60 C) -72 D) -96 E) -108

2. $f(x) = (x^3 - x^2 + 4x)^3$
 olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?
 A) 240 B) 220 C) 200 D) 180 E) 160

3. $f(x) = (2x^3 - 4x)^2$
 olduğuna göre, $f'(-1)$ kaçtır?
 A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4. $f(x) = \frac{4}{(x^3 + 1)^2}$
 olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?
 A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

5. $f(x) = ax^2 + bx + 3$,
 $f(1) = 6$, $f'(1) = 4$
 olduğuna göre, b kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1-D 2-A 3-C 4-B 5-A

Bileşke Fonksiyonunun Türevi

f , x_0 noktasında türevlenebilen; g de $f(x_0)$ da türevlenebilen birer fonksiyon ise, $h = g \circ f$ fonksiyonu da x_0 noktasında türevlenebilir ve $h'(x_0) = g'(f(x_0)) \cdot f'(x_0)$ olur.

ÖĞRETEN SORU – 27

$f(x) = x^3 - x$ ve $g(x) = x^2 + 2$ ise $(fog)'(2)$ kaçtır?

Çözüm: - 1

$$\begin{aligned} (fog)'(x) &= f'(g(x)) \cdot g'(x) & \begin{cases} f'(x) = 3x^2 - 1 \\ g'(x) = 2x \end{cases} \\ (fog)'(x) &= f'(x^2 + 2) \cdot (2x) \\ (fog)'(2) &= f'(6) \cdot 4 \\ &= (3 \cdot 6^2 - 1) \cdot 4 = 107 \cdot 4 = 428 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Çözüm: - 2

$$\begin{aligned} (fog)(x) &= f(g(x)) = f(x^2 + 2) = (x^2 + 2)^3 - (x^2 + 2) \\ (fog)'(x) &= 3(x^2 + 2)^2 \cdot 2x - 2x \\ (fog)'(2) &= 3 \cdot (36) \cdot 4 - 4 = 428 \text{ dir.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 28

f ve g reel sayılarda türevli iki fonksiyondur.

$f(2) = 3$, $f'(2) = 4$ ve $g'(3) = 6$ ise $(gof)'(2)$ kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} (gof)'(x) &= g'(f(x)) \cdot f'(x) \\ (gof)'(2) &= g'(f(2)) \cdot f'(2) \\ &= g'(3) \cdot 4 \\ &= 6 \cdot 4 \\ &= 24 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TESTTEST
13

1. $f(x) = x^3$ ve $g(x) = 2x + 1$
 olduğuna göre, $(fog)'(-1)$ kaçtır?
 A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

2. $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = 3x - a$ ve $(fog)'(2) = 18$
 olduğuna göre, a kaçtır?
 A) 8 B) 7 C) 6 D) 4 E) 3

3. $f(x) = 4x + 1$
 olduğuna göre, $(fof)'(1)$ kaçtır?
 A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

4. f ve g reel sayılarda türevli iki fonksiyondur.
 $g(1) = 2$, $g'(1) = 3$ ve $f'(2) = 4$
 olduğuna göre, $(fog)'(1)$ kaçtır?
 A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

5. f ve g reel sayılarda türevli iki fonksiyondur.
 $f(1) = 2$, $f'(1) = 2$, $g(2) = 1$, $g'(2) = 2$
 olduğuna göre, $(fog)'(2) + (gof)'(1)$ kaçtır?
 A) 16 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8

1-D 2-E 3-B 4-A 5-E

f(g(x)) Fonksiyonunun Türevi

$$f(g(x)) = h(x) \Rightarrow f'(g(x)) \cdot g'(x) = h'(x) \text{ tir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 29

$$f(2x + 1) = x^4 - 2x^2 + 4x \text{ ise } f'(3) \text{ kaçtır?}$$

Çözüm:

Her iki tarafın türevini alalım.

$$f(2x + 1) \cdot (2x + 1)' = (x^4 - 2x^2 + 4x)'$$

$$f(2x + 1) \cdot 2 = 4x^3 - 4x + 4 \quad (x = 1 \text{ için})$$

$$f(2 \cdot 1 + 1) \cdot 2 = 4 \cdot 1^3 - 4 \cdot 1 + 4$$

$$f(3) \cdot 2 = 4 \Rightarrow f(3) = 2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 30

$$f(x^2) = g(x^3 - 3) \text{ ve } g'(5) = 2 \text{ ise, } f'(4) \text{ kaçtır?}$$

Çözüm:

Her iki tarafın türevini alalım.

$$f(x^2) \cdot (x^2)' = g'(x^3 - 3) \cdot (x^3 - 3)'$$

$$f(x^2) \cdot 2x = g'(x^3 - 3) \cdot 3x^2 \quad (x = 2 \text{ için})$$

$$f(4) \cdot 4 = g'(5) \cdot 12$$

$$f(4) \cdot 4 = 2 \cdot 12 \Rightarrow f(4) = 6 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 31

$$f(3x + 1) = x^2 - ax + 1 \text{ ve } f'(4) = 2 \text{ ise } a \text{ kaçtır?}$$

Çözüm:

Her iki tarafın türevini alalım.

$$f(3x + 1) \cdot (3x + 1)' = (x^2 - ax + 1)'$$

$$f(3x + 1) \cdot 3 = 2x - a \quad (x = 1 \text{ için})$$

$$f(4) \cdot 3 = 2 \cdot 1 - a$$

$$2 \cdot 3 = 2 - a \Rightarrow a = -4 \text{ tür.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TESTTEST
14

1. $f(4x + 2) = x^3 - x^2 + 11x$
olduğuna göre, $f'(-2)$ kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. $f(x^3 - x^2) = g(x^2 + x)$ ve $g'(2) = 4$
olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?
A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

3. $x \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere;
 $f(x^2) = mx^2 - 2x + 1$ ve $f'(4) = \frac{13}{2}$
olduğuna göre, m kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. $h(x) = f(x^3 - 1) + g(x^2)$,
 $f(7) = 4$, $g'(4) = 6$
olduğuna göre, $h'(2)$ kaçtır?
A) 64 B) 66 C) 68 D) 70 E) 72

5. $h(x) = \frac{f(x^2)}{g(x^3)}$,
 $f(1) = 2$, $f'(1) = 3$,
 $g(1) = 4$, $g'(1) = 2$
olduğuna göre, $h'(1)$ kaçtır?
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{5}{4}$

1-B 2-A 3-C 4-E 5-C

Köklü İfadelerin Türevi

$$f(x) = \sqrt[n]{x^m} \Rightarrow f(x) = x^{\frac{m}{n}}$$

$$f'(x) = \frac{m}{n} \cdot x^{\frac{m}{n}-1} \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 32

$$f(x) = \sqrt[4]{x} \text{ ise } f'(x) \text{ eşiti nedir?}$$

Çözüm:

$$f(x) = \sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{4}} \text{ ise}$$

$$f'(x) = \frac{1}{4} \cdot x^{\frac{1}{4}-1}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot x^{-\frac{3}{4}}$$

$$= \frac{1}{4 \cdot \sqrt[4]{x^3}} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 33

$$f(x) = \sqrt[5]{x^3} \text{ ise } f'(x) \text{ eşiti nedir?}$$

Çözüm:

$$f(x) = \sqrt[5]{x^3} = x^{\frac{3}{5}} \text{ ise}$$

$$f'(x) = \frac{3}{5} \cdot x^{\frac{3}{5}-1}$$

$$= \frac{3}{5} \cdot x^{-\frac{2}{5}}$$

$$= \frac{3}{5 \cdot \sqrt[5]{x^2}} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 34

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{3}{\sqrt[3]{x}} \right) \text{ ifadesinin eşiti nedir?}$$

Çözüm:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{3}{\sqrt[3]{x}} \right) = \frac{d}{dx} \left(3 \cdot x^{-\frac{1}{3}} \right)$$

$$\Rightarrow 3 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) \cdot x^{-\frac{1}{3}-1}$$

$$\Rightarrow -1 \cdot x^{-\frac{4}{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{x^{\frac{4}{3}}} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TESTTEST
15

1. $f(x) = \sqrt[3]{x}$
olduğuna göre, $\frac{df(x)}{dx}$ eşiti nedir?
A) $x^{\frac{1}{3}}$ B) $x^{\frac{1}{2}}$ C) $\frac{x^{\frac{2}{3}}}{3}$ D) $\frac{x^{\frac{1}{3}}}{2}$ E) $3x^{\frac{2}{3}}$

2. $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}}$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
A) $-2x^{\frac{3}{2}}$ B) $2x^{\frac{1}{2}}$ C) $-4x^{\frac{3}{2}}$ D) $2x^{\frac{3}{2}}$ E) $x^{\frac{3}{2}}$

3. $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
A) $\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$ B) $-\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$ C) $\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}}$ D) $\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}$ E) $\frac{5}{2}x^{\frac{1}{2}}$

4. $\frac{d}{dx}(\sqrt{x^3})$
ifadesinin eşiti nedir?
A) $\frac{3}{2}x^{\frac{1}{3}}$ B) $\frac{5}{2}x^{\frac{2}{3}}$ C) $x^{\frac{1}{2}}$ D) $\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$ E) $-\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$

5. $\frac{d}{dx}(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x})$
ifadesinin $x = 1$ için sonucu kaçtır?
A) 1 B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

1-C 2-A 3-A 4-D 5-B

$\sqrt{g(x)}$ Fonksiyonunun Türevi

$f(x) = \sqrt{g(x)} = (g(x))^{\frac{1}{2}}$ eşitliğinde her iki tarafın türevini alalım.

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot (g(x))^{\frac{1}{2}-1} \cdot g'(x) \text{ olur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 35

$f(x) = \sqrt{x^2 + x}$ ise $\frac{df(x)}{dx}$ eşiti nedir?

Çözüm:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x} = (x^2 + x)^{\frac{1}{2}} \text{ ise,}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot (x^2 + x)^{\frac{1}{2}-1} \cdot (x^2 + x)'$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} (x^2 + x)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x + 1)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} (x^2 + x)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x + 1)$$

$$f'(x) = \frac{2x + 1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + x}} \text{ tir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 36

$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ ise $f'(1)$ kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1} = (x^2 + 1)^{\frac{1}{2}} \text{ ise,}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} (x^2 + 1)^{\frac{1}{2}-1} \cdot (2x)$$

$$f'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$f'(1) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 37

$f(x) = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}}$ ise $f'(1)$ kaçtır?

Çözüm:

$$f'(x) = \frac{(\sqrt{x} + 2)' \cdot \sqrt{x} - (\sqrt{x})' \cdot (\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x})^2}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (\sqrt{x} + 2)}{x}$$

$$f'(1) = \frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}}{1} = -1 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
16

1. $f(x) = \sqrt{x+2}$

olduğuna göre, $\frac{df(x)}{dx}$ eşiti nedir?

A) $\frac{2}{\sqrt{x+2}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{x+2}}$ C) $\frac{1}{2\sqrt{x+2}}$

D) $2\sqrt{x+2}$ E) $\frac{\sqrt{x+2}}{2}$

2. $y = \sqrt{x^3 - 2x}$

olduğuna göre, $y'(2)$ kaçtır?

A) 10 B) 9 C) $\frac{13}{2}$ D) 6 E) $\frac{5}{2}$

3. $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$

olduğuna göre, $y'(1)$ kaçtır?

A) $-\sqrt{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{9}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{12}$

4. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{2}$

5. $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Parametrik Fonksiyonların Türevi

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, f fonksiyonu $y = f(x)$ şeklinde verildiği gibi $x = k(t)$ $y = p(t)$ şeklinde de verilebilir.

Bu şekildeki fonksiyonlara **parametrik fonksiyon** $t \in \mathbb{R}$ ifadesine de **parametre** denir.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} \text{ olur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 38

$y = 3t^2 + 2t$ ve $x = 4t + 2$

olduğuna göre $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6t + 2}{4} = \frac{3t + 1}{2} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 39

$y = 2u^3 - u^2$ ve $x = u^2 + 4u$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}|_{u=1}$ ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{du}}{\frac{dx}{du}} = \frac{6u^2 - 2u}{2u + 4}$$

$$y'(1) = \frac{6 - 2}{2 + 4} \Rightarrow y'(1) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 40

$x = \cos 2\alpha$ ve $y = 2\sin 2\alpha$

olduğuna göre $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$[(\sin u)' = \cos u \cdot u' \text{ , } (\cos u)' = -\sin u \cdot u']$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\alpha}}{\frac{dx}{d\alpha}} = \frac{2\cos 2\alpha \cdot 2}{-2\sin 2\alpha} = -2\cot 2\alpha \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
17

1. $y = t^2 + 2$ ve $x = 2t + 1$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti nedir?

A) $2t$ B) $\frac{t}{2}$ C) t D) $\frac{t}{4}$ E) $4t$

2. $y = u^4 + u^2$ ve $x = 2u + 3$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti nedir?

A) $u^3 + u$ B) $u^2 + u$ C) $u^3 + 2u$
D) $2u^3 + u$ E) $u^3 + 2u$

3. $y = t^3 + 2t + 3$ ve $x = t^2 - 2$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}|_{t=2}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

A) 4 B) $\frac{7}{2}$ C) 3 D) $\frac{5}{2}$ E) 2

4. $y = \sqrt{t^2 + 1} + t$ ve $x = \sqrt{t + 1}$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}|_{t=1}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

A) $4\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{2} - 2$ C) $2\sqrt{2} + 1$
D) $2\sqrt{2} + 4$ E) $2\sqrt{2} + 2$

5. $y = (u^2 + u)^3$ ve $x = \sqrt[4]{u}$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}|_{u=1}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

A) 172 B) 160 C) 144 D) 128 E) 116

Parametrik Fonksiyonların İkinci Türevi

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{y'_t}{x'_t} \right) \text{ olur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 41

$$y = t^2 + 2t \text{ ve } x = 3t + 2$$

ise $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{2t+2}{3} = \frac{2t}{3} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{2t}{3} + \frac{2}{3} \right) \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

$$\frac{2}{9} \text{ dur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 42

$$y = 3u^3 - 4u \text{ ve } x = 4u + 2$$

ise $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{u=2}$ ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{9u^2 - 4}{4} = \frac{9}{4}u^2 - 1$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{du} \left(\frac{9}{4}u^2 - 1 \right) \cdot \frac{du}{dx} = \frac{18}{4}u \cdot \frac{1}{4} = \frac{18u}{16} = \frac{9u}{8}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{u=2} = \frac{9 \cdot 2}{8} = \frac{9}{4} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
18

1. $y = t^3 - t$ ve $x = 2t + 1$

olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $\frac{t}{2}$ B) $\frac{t}{3}$ C) $\frac{3t}{2}$ D) $2t$ E) $\frac{5t}{2}$

2. $y = u^3 - 2u^2$ ve $x = 3u + 1$

olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $\frac{6u-4}{9}$ B) $\frac{3u-1}{2}$ C) $\frac{u-2}{4}$
D) $\frac{6u+4}{9}$ E) $\frac{6u-4}{3}$

3. $y = t^2 + 1$ ve $x = t^2 + 3t$

olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{t=2}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{4}{343}$ B) $\frac{5}{343}$ C) $\frac{6}{343}$
D) $\frac{7}{343}$ E) $\frac{8}{343}$

4. $y = \sqrt{u} + u$ ve $x = \sqrt{u}$

olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{u=1}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

5. $x = t^3 + t$ ve $y = t^2 + t$

olduğuna göre, $\frac{d^2x}{dy^2} \Big|_{t=-1}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

Bileşke Fonksiyonunun Türevi

(Zincir Kuralı)

$$\begin{matrix} y = f(u) \\ u = g(t) \\ t = h(x) \end{matrix} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU - 43

$$y = t^5 - t^3, t = x^3 + 2x$$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = (5t^4 - 3t^2) \cdot (3x^2 + 2) \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 44

$$y = 3u^2 - 1, u = 4t^2 + 2, t = x^3 - 1$$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = -1$ noktasındaki değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = (6u) \cdot (8t) \cdot (3x^2) = 144 \cdot u \cdot t \cdot x^2 \text{ dir.}$$

$$x = -1 \Rightarrow t = -1 - 1 = -2$$

$$t = -2 \Rightarrow u = 18 \text{ bulunur.}$$

$$\frac{dy}{dx} = 144 \cdot 18 \cdot (-2) \cdot (1) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -3 \cdot 12^3 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU - 45

$$y = 3\cos^2x, x = \cos 2\alpha$$

olduğuna göre, $\frac{dy}{d\alpha}$ nın $\alpha = \frac{\pi}{4}$ noktasındaki değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{dy}{d\alpha} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{d\alpha} = (3 \cdot 2 \cdot \cos x \cdot (-\sin x)) \cdot (-\sin 2\alpha \cdot 2)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) = 0$$

$$\frac{dy}{d\alpha} = (-6 \cos 0 \cdot \sin 0) \cdot (-2 \sin \frac{\pi}{2}) = \frac{dy}{d\alpha} = 0 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
19

1. $y = u^3 + 1$ ve $u = t^2 + 2$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dt}$ nin $t = 1$ noktasındaki değeri kaçtır?

- A) 18 B) 27 C) 36 D) 48 E) 54

2. $y = u^3 - u^2, u = x^3 + x$

olmak üzere, $\frac{dy}{dx}$ in $x = -1$ noktasındaki değeri kaçtır?

- A) 48 B) 52 C) 60 D) 64 E) 72

3. $y = 3u^2 + 1, u = 2t + 3, t = x^2 - 1$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $48x^3 + 12x$ B) $48x^3 + 24x$ C) $24x^3 + 12$
D) $48x^2 + 12x$ E) $24x^3 + 12x$

4. $x = 3t + 1, t = u^2 - 2, u = y^3$

olduğuna göre, $\frac{dx}{dy}$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $18y^5$ B) $12y^4$ C) $10y^6$ D) $36y^5$ E) $24y^4$

5. $y = \sqrt{x}, x = u^2 + u, u = t$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dt}$ nin $t = 2$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ B) $\frac{7\sqrt{6}}{12}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D) $\frac{5\sqrt{6}}{12}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

Kapalı Fonksiyonların Türevi

 $F(x, y) = 0$ kapalı fonksiyonunun türevi

$$\frac{dy}{dx} = y'_x = -\frac{F'(x) \text{ (y sabit alınır.)}}{F'(y) \text{ (x sabit alınır.)}}$$

ÖĞRETEN SORU – 46

 $y = f(x)$ olmak üzere, $x^2y - x^2 + y^2 + x = 0$ için $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm: 1

$$\begin{aligned} x^2y - x^2 + y^2 + x = 0 &\Rightarrow 2xy + x^2 \cdot y' - 2x + 2yy' + y' = 0 \\ &\Rightarrow y'(x^2 + 2y + 1) = -2xy + 2x \\ &\Rightarrow y' = \frac{-2xy + 2x}{x^2 + 2y + 1} \end{aligned}$$

Çözüm: 2

$$\begin{aligned} f(x, y) = 0 &\Rightarrow f'(x, y) = \frac{f'(x)}{f'(y)} = \frac{x \text{ e göre türev}}{y \text{ ye göre türev}} \\ &= \frac{2xy - 2x + 1}{x^2 + 2y} \\ &= \frac{-2xy + 2x - 1}{x^2 + 2y} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 47

 $F(x, y) = x^2 + y^2 - xy + xy^2 + x - 5 = 0$ bağıntısının türevinin $(1, -1)$ noktasındaki değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} f(x, y) = 0 &\Rightarrow f'(x, y) = \frac{f'(x)}{f'(y)} = \frac{x \text{ e göre türev}}{y \text{ ye göre türev}} \\ &\Rightarrow f'(x, y) = \frac{2x - y + y^2 + 1}{2y - x + 2xy} \\ &\Rightarrow f'(x, y) = \frac{-2x + y - y^2 - 1}{2y - x + 2xy} \\ &\Rightarrow f'(1, -1) = \frac{-2 - 1 - 1 - 1}{-2 - 1 - 2} = 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
201. $y = f(x)$ olmak üzere, $x + y + 2xy - y^2 = 0$ için $\frac{dy}{dx}$ nedir?

- A) $\frac{2y+1}{2x-2y+1}$ B) $\frac{2y}{2x-y}$ C) $\frac{2y+1}{2y-2x-1}$
D) $\frac{2y+1}{2y-2x}$ E) $\frac{2y+1}{2y-2x+1}$

2. $x^2 + y^2 - xy + y = 1$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $\frac{y-2x}{2y-x+1}$ B) $\frac{y-2x}{2y-x}$ C) $\frac{y-x}{2y+x}$
D) $\frac{2x-y}{2y-x+1}$ E) $\frac{2x-y}{2y-x-1}$

3. $F(x, y) = x^2 - y^2 + xy + 2y - 3x = 0$ bağıntısının türevinin $(1, 1)$ noktasındaki değeri kaçtır?

- A) 0 B) $-\frac{1}{2}$ C) -1 D) $-\frac{3}{2}$ E) -2

4. $F(x, y) = x^3 - x^2y + xy + y + 2 = 0$ bağıntısının türevinin $(-1, -1)$ noktasındaki değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $\sin(x + y) + \cos(x - y) + e^{xy} = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $\frac{\cos(x+y) - \sin(x-y) + e^{xy}}{\cos(x+y) + \sin(x-y) + e^{xy}}$
B) $\frac{\sin(x-y) - \cos(x+y)}{\sin(x-y) + \cos(x+y)}$
C) $\frac{\sin(x-y) - \cos(x+y) - ye^{xy}}{\cos(x+y) + \sin(x-y) + xe^{xy}}$
D) $\frac{\cos(x+y) - \sin(x-y) + ye^{xy}}{\cos(x+y) + \sin(x-y) + xe^{xy}}$
E) $\frac{\sin(x-y) - \cos(x+y) + ye^{xy}}{\cos(x+y) + \sin(x-y) + xe^{xy}}$

1-C 2-A 3-A 4-C 5-C

Ters Fonksiyonun Türevi

 $f: A \rightarrow B$, $f: x \rightarrow y = f(x)$ fonksiyonu birebir ve örten fonksiyon olsun.

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))} \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 48

 $f(x) = \ln(x + 3)$ ise $\frac{df^{-1}(x)}{dx}$ nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \ln(x + 3) = y &\Rightarrow x + 3 = e^y \Rightarrow x = e^y - 3 \\ &\Rightarrow f^{-1}(x) = e^x - 3 \end{aligned}$$

O halde, $\frac{df^{-1}(x)}{dx} = e^x$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 49

 $f: [4, \infty) \rightarrow [-6, \infty)$ olmak üzere; $f(x) = x^2 - 6x + 3$ fonksiyonu için $(f^{-1})'(-2)$ değeri nedir?

Çözüm:

Görüntüsü -2 olan elemanı bulmak için,

$$x^2 - 6x + 3 = -2 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow x = 1, x = 5$$

 $1 \notin [4, \infty)$, $5 \in [4, \infty)$ olduğundan $y_1 = -2$ için $x_1 = 5$ olur.

$$f(x) = x^2 - 6x + 3 \Rightarrow f'(x) = 2x - 6$$

$$f'(5) = 10 - 6 = 4$$

$$(f^{-1})'(-2) = \frac{1}{f'(5)} = \frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 50

 $y = f(x) = \log_2(4x + 2)$ ise $(f^{-1})'(2)$ kaçtır?

Çözüm:

Görüntüsü 2 olan elemanı bulmak için,

$$\log_2(4x + 2) = 2 \Rightarrow 2^2 = 4x + 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$$f(x) = \log_2(4x + 2) \Rightarrow f'(x) = \frac{4}{4x + 2} \cdot \log_2 e$$

$$(f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(\frac{1}{2})} = \frac{1}{\frac{4}{4 \cdot \frac{1}{2} + 2} \cdot \log_2 e} = \log_2 2 = \ln 2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
211. $f(x) = \ln(x + 4)$ olduğuna göre, $\frac{df^{-1}(x)}{dx}$ nedir?

- A) $-e^x$ B) $e^x - 4$ C) e^x
D) $e^x + x$ E) $e^x - x$

2. $f(x) = \ln(x + 2)$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(1)$ nedir?

- A) $e - 1$ B) $e + 1$ C) $-e$ D) e E) -1

3. $f: [0, \infty) \rightarrow [-\frac{61}{4}, \infty)$ olmak üzere;

$$f(x) = x^2 - 3x - 13$$

fonksiyonu için $(f^{-1})'(-3)$ değeri nedir?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{6}$

4. $f(x) = \log_3(2x + 1)$ fonksiyonu için $(f^{-1})'(1)$ kaçtır?

- A) $\frac{3}{2} \ln 3$ B) $\ln 3$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\ln 3 + 1$ E) $\frac{1}{2} \ln 3$

5. $f(x) = x^3 + 2$ fonksiyonu için $(f^{-1})'(10)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{6}$

1-C 2-D 3-D 4-A 5-B

Trigonometrik Fonksiyonların Türevi – 1

- $f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x$
- $f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$
- $f(x) = \sin(g(x)) \Rightarrow f'(x) = g'(x) \cdot \cos(g(x))$
- $f(x) = \cos(g(x)) \Rightarrow f'(x) = -g'(x) \cdot \sin(g(x))$

ÖĞRETEN SORU – 51

Aşağıdaki fonksiyonların türevleri nedir?

- a) $f(x) = \sin 2x$ b) $f(x) = \cos 3x$
c) $f(x) = x \cdot \sin 4x$ d) $f(x) = x^2 \cdot \cos 2x$

Çözüm:

- a) $f(x) = \sin 2x \Rightarrow f'(x) = (\sin 2x)' \cdot (2x)'$
 $f'(x) = (\cos 2x) \cdot 2$
b) $f(x) = \cos 3x \Rightarrow f'(x) = (\cos 3x)' \cdot (3x)'$
 $f'(x) = (-\sin 3x) \cdot 3$
c) $f(x) = x \cdot \sin 4x \Rightarrow f'(x) = 1 \cdot \sin 4x + \cos 4x \cdot 4 \cdot x$
 $f'(x) = \sin 4x + 4x \cdot \cos 4x$
d) $f(x) = x^2 \cdot \cos 2x \Rightarrow f'(x) = 2x \cdot \cos 2x - \sin 2x \cdot 2 \cdot x^2$
 $f'(x) = 2x \cdot \cos 2x - 2x^2 \cdot \sin 2x$

ÖĞRETEN SORU – 52

$f(x) = x \cdot \sin 4x$ ise $f'\left(\frac{\pi}{12}\right)$ nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} f(x) &= x \cdot \sin 4x \Rightarrow f'(x) = 1 \cdot \sin 4x + \cos 4x \cdot 4 \cdot x \\ f'(x) &= \sin 4x + 4x \cdot \cos 4x \\ f'\left(\frac{\pi}{12}\right) &= \sin\left(4 \cdot \frac{\pi}{12}\right) + 4 \cdot \frac{\pi}{12} \cdot \cos\left(4 \cdot \frac{\pi}{12}\right) \\ f'\left(\frac{\pi}{12}\right) &= \sin\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \cdot \cos\frac{\pi}{3} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
22

1. $f(x) = \sin \frac{\pi}{3}x$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
A) $\sin \frac{\pi}{3}x$ B) $-\cos \frac{\pi}{3}x$ C) $\cos \frac{\pi}{3}x$
D) $\frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{3}x$ E) $-\frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{3}x$
2. $f(x) = x \cdot \sin 2x$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
A) $\sin 2x + 2x \cos 2x$ B) $2 \sin 2x - \cos 2x$
C) $\sin 2x - 2x \cos 2x$ D) $-\sin 2x + 2x \cos 2x$
E) $\sin 2x + x \cos 2x$
3. $f(x) = \cos \sqrt{x}$
olduğuna göre, $f'(9)$ nedir?
A) $\frac{\sin 3}{2}$ B) $\frac{\sin 3}{6}$ C) $-\sin 3$
D) $\frac{\sin 3}{3}$ E) $-\frac{\sin 3}{6}$
4. $f(x) = \sin 3x + \cos 6x$
olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{12}\right)$ nedir?
A) $4\sqrt{2} - 6$ B) $\frac{3\sqrt{2} - 12}{2}$ C) $\frac{5\sqrt{2} - 12}{2}$
D) $\frac{\sqrt{2} - 12}{2}$ E) $\frac{3\sqrt{2} + 12}{2}$
5. $f(x) = \sin \sqrt{x} - \cos 2x$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
A) $\frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \sin 2x$ B) $\frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} - \sin 2x$
C) $\cos \sqrt{x} - 2 \sin 2x$ D) $\frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} + 2 \sin 2x$
E) $\frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} - 2 \sin 2x$

www.guryayinlari.com

Trigonometrik Fonksiyonların Türevi – 2

- $f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) = 1 + \tan^2 x$
 $= \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$
- $f(x) = \cot x \Rightarrow f'(x) = -1 - \cot^2 x$
 $= -\frac{1}{\sin^2 x}$
 $= -\operatorname{cosec}^2 x$
- $f(x) = \tan(g(x)) \Rightarrow f'(x) = g'(x)(1 + \tan^2(g(x)))$
- $f(x) = \cot(g(x)) \Rightarrow f'(x) = -g'(x)[1 + \cot^2(g(x))]$

ÖĞRETEN SORU – 53

Aşağıdaki fonksiyonların türevleri nedir?

- a) $f(x) = \tan 3x$ b) $f(x) = \cot 2x$
c) $f(x) = x \cdot \tan x$ d) $f(x) = \cot \frac{\pi}{6}x$

Çözüm:

- a) $f(x) = \tan 3x \Rightarrow f'(x) = (3x)' \cdot \sec^2 3x$
 $= 3 \cdot \sec^2 3x$
b) $f(x) = \cot 2x \Rightarrow f'(x) = (2x)' \cdot (-\operatorname{cosec}^2 2x)$
 $= 2 \cdot (-\operatorname{cosec}^2 2x)$
 $= -2 \operatorname{cosec}^2 2x$
c) $f(x) = x \cdot \tan x \Rightarrow f'(x) = 1 \cdot \tan x + (\tan x)' \cdot x$
 $= \tan x + \sec^2 x \cdot x$
d) $f(x) = \cot \frac{\pi}{6}x \Rightarrow f'(x) = \left(\frac{\pi}{6}x\right)' \cdot (-\operatorname{cosec}^2 \frac{\pi}{6}x)$
 $f'(x) = -\frac{\pi}{6} \cdot \operatorname{cosec}^2 \frac{\pi}{6}x$

ÖĞRETEN SORU – 54

$f(x) = \tan(\sin 3x)$ ise $f'(x)$ nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} f(x) &= \tan(\sin 3x) \Rightarrow f'(x) = (\sin 3x)' \cdot \sec^2(\sin 3x) \\ &= 3 \cdot (\cos 3x) \cdot \sec^2(\sin 3x) \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
23

1. $f(x) = \cot x$
olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ nedir?
A) -4 B) -2 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$
2. $f(x) = x \cdot \cot x$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
A) $\cot x + \operatorname{cosec}^2 x$ B) $\tan x - \operatorname{cosec}^2 x$
C) $\cot x + x \cdot \operatorname{cosec}^2 x$ D) $\cot x - \operatorname{cosec}^2 x$
E) $\cot x - x \cdot \operatorname{cosec}^2 x$
3. $f(x) = \tan 6x$
olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{18}\right)$ nedir?
A) 48 B) 36 C) 24 D) 18 E) 12
4. $f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{3} \cdot \sin x\right)$
olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ nedir?
A) $\frac{\sqrt{3}\pi}{18}$ B) $\frac{\sqrt{3}\pi}{12}$ C) $\frac{\sqrt{3}\pi}{9}$ D) $\frac{2\sqrt{3}\pi}{9}$ E) $\frac{2\pi}{9}$
5. $f(x) = \cot\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos x\right)$
olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ nedir?
A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}\pi}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$

www.guryayinlari.com

Trigonometrik Fonksiyonun Kuvvetinin Türevi

$f(x) = [g(x)]^n$ olduğuna göre,
 $f'(x) = n \cdot [g(x)]^{n-1} \cdot g'(x)$ tir.

ÖĞRETEN SORU – 55

Aşağıdaki fonksiyonların türevleri nedir?

- a) $f(x) = \cos^2 x$ b) $f(x) = \sin^3 x$
c) $f(x) = \sin^2(4x)$ d) $f(x) = \sqrt{\cos 5x}$

Çözüm:

a) $f(x) = \cos^2 x = (\cos x)^2 \Rightarrow f'(x) = 2 \cdot (\cos x)^1 \cdot (-\sin x)$
 $= -2 \cdot \cos x \cdot \sin x$
 $= -\sin 2x$

b) $f(x) = \sin^3 x = (\sin x)^3 \Rightarrow f'(x) = 3(\sin x)^2 \cdot (\cos x)$

c) $f(x) = \sin^2 4x = (\sin 4x)^2 \Rightarrow f'(x) = 2(\sin 4x)^1 \cdot \cos 4x \cdot 4$
 $= 4 \cdot 2 \sin 4x \cdot \cos 4x$
 $= 4 \sin 8x$ tir.

d) $f(x) = \sqrt{\cos 5x} = (\cos 5x)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}(\cos 5x)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-\sin 5x) \cdot 5$
 $= -\frac{5}{2}(\cos 5x)^{-\frac{1}{2}} \cdot \sin 5x$

ÖĞRETEN SORU – 56

$f(x) = \tan^2 x - \cot^2 x$ ise $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ kaçtır?

Çözüm:

$f'(x) = 2 \cdot \tan x \cdot \sec^2 x - 2 \cdot \cot x \cdot (-\operatorname{cosec}^2 x)$

$f'(x) = 2 \cdot \tan \frac{\pi}{4} \cdot \sec^2 \frac{\pi}{4} - 2 \cdot \cot \frac{\pi}{4} \cdot (-\operatorname{cosec}^2 \frac{\pi}{4})$

$= 2 \cdot 1 \cdot (\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 1 \cdot (-\sqrt{2})^2$

$= 4 + 4$

$= 8$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
24

1. $f(x) = \sqrt[3]{\sin x}$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $\frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin^2 x}}$ B) $\frac{2 \cos x}{\sqrt[3]{\sin^2 x}}$ C) $\frac{3 \cos x}{\sqrt[3]{\sin x}}$
D) $\frac{-\cos x}{3\sqrt[3]{\sin^2 x}}$ E) $\frac{\cos x}{3\sqrt[3]{\sin^2 x}}$

2. $f(x) = \cos^3 x$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $\cos^2 x \cdot \sin x$ B) $-\cos^2 x \cdot \sin x$ C) $3 \cos^2 x \cdot \sin x$
D) $-3 \cos^2 x \cdot \sin x$ E) $3 \cos^2 x \cdot \sin^2 x$

3. $f(x) = \tan^3 x$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $\tan^2 x \cdot \sec^2 x$ B) $\cot^2 x \cdot \sec^2 x$
C) $3 \tan^2 x \cdot \sec x$ D) $3 \tan^2 x \cdot \sin x$
E) $3 \tan^2 x \cdot \sec^2 x$

4. $f(x) = \sin^3 5x$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{15}\right)$ kaçtır?

- A) 6 B) $\frac{45}{8}$ C) $\frac{11}{2}$ D) 5 E) $\frac{33}{8}$

5. $f(x) = \cos x \cdot \sin 4x$

olduğuna göre, $f'(\pi)$ kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) 0 E) 4

1-E 2-D 3-E 4-B 5-C

Ters Trigonometrik Fonksiyonlarının Türevi – 1

- $f(x) = \arcsin u \Rightarrow f'(x) = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
- $f(x) = \arccos u \Rightarrow f'(x) = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$

ÖĞRETEN SORU – 57

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini alınız.

- a) $f(x) = \arcsin x$ b) $f(x) = \arcsin(x^3)$
c) $f(x) = \arcsin(x^2 + 1)$

Çözüm:

a) $f(x) = \arcsin x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

b) $f(x) = \arcsin(x^3) \Rightarrow f'(x) = \frac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3)^2}} = \frac{3x^2}{\sqrt{1-x^6}}$

c) $f(x) = \arcsin(x^2 + 1) \Rightarrow f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{1-(x^2+1)^2}}$

ÖĞRETEN SORU – 58

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere;

aşağıdaki fonksiyonların türevleri nedir?

- a) $f(x) = \arccos x$ b) $f'(x) = \arccos(x^2)$
c) $f(x) = \arccos(\sin x)$

Çözüm:

a) $f(x) = \arccos x \Rightarrow f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

b) $f(x) = \arccos(x^2) \Rightarrow f'(x) = \frac{-2x}{\sqrt{1-(x^2)^2}} = \frac{-2x}{\sqrt{1-x^4}}$

c) $f(x) = \arccos(\sin x) \Rightarrow f'(x) = \frac{-(\sin x)'}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$
 $= \frac{-\cos x}{\sqrt{\cos^2 x}}$
 $= \frac{-\cos x}{\cos x} = -1$ dir.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
25

1. $f(x) = \arcsin 3x$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ B) $\frac{3}{\sqrt{1-x^2}}$ C) $\frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}$
D) $\frac{x}{\sqrt{1-9x^2}}$ E) $\frac{-3}{\sqrt{1-9x^2}}$

2. $f(x) = \arccos(x^4)$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $\frac{x^4}{\sqrt{1-x^8}}$ B) $\frac{-4x^3}{\sqrt{1-x^8}}$ C) $\frac{4x^3}{\sqrt{1-x^8}}$
D) $\frac{4x^3}{\sqrt{1-x^4}}$ E) $\frac{-4x^3}{\sqrt{1+x^8}}$

3. $f(x) = \arcsin(2-x)$

olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

- A) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) -1 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

4. $0 < x < 90^\circ$ olmak üzere;

$f(x) = \arcsin(\cos x)$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $-\sin x$ B) $\tan x$ C) $-\tan x$ D) -1 E) 1

5. $f(x) = \arccos(\sqrt{x})$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $\frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$ B) $\frac{-1}{\sqrt{x-x^2}}$ C) $\frac{1}{\sqrt{x-x^2}}$
D) $\frac{-1}{2\sqrt{x-x^2}}$ E) $\frac{1}{2\sqrt{x^2-x}}$

1-C 2-B 3-C 4-D 5-D

**Ters Trigonometrik Fonksiyonlarının
Türevi – 2**

- $f(x) = \arctan u \Rightarrow f'(x) = \frac{u'}{1+u^2}$
- $f(x) = \operatorname{arccot} u \Rightarrow f'(x) = \frac{-u'}{1+u^2}$

ÖĞRETEN SORU – 59

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini alınız.

- a) $f(x) = \arctan x$ b) $f(x) = \arctan(x^2)$
c) $f(x) = \arctan(\sin x)$ d) $f(x) = \arctan \sqrt{x}$

Çözüm:

- a) $f(x) = \arctan x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$
b) $f(x) = \arctan(x^2) \Rightarrow f'(x) = \frac{2x}{1+(x^2)^2} = \frac{2x}{1+x^4}$
c) $f(x) = \arctan(\sin x) \Rightarrow f'(x) = \frac{(\sin x)'}{1+(\sin x)^2} = \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}$
d) $f(x) = \arctan \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{1+(\sqrt{x})^2} = \frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}$

ÖĞRETEN SORU – 60

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini alınız.

- a) $f(x) = \operatorname{arccot} x$ b) $f(x) = \operatorname{arccot} x^3$
c) $f(x) = \operatorname{arccot}(\tan x)$ d) $f(x) = \operatorname{arccot}(\pi x)$

Çözüm:

- a) $f(x) = \operatorname{arccot} x \Rightarrow f'(x) = \frac{-1}{1+x^2}$
b) $f(x) = \operatorname{arccot} x^3 \Rightarrow f'(x) = \frac{-3x^2}{1+(x^3)^2} = \frac{-3x^2}{1+x^6}$
c) $f(x) = \operatorname{arccot}(\tan x) \Rightarrow f'(x) = \frac{-(\tan x)'}{1+\tan^2 x} = \frac{-\sec^2 x}{1+\tan^2 x}$
d) $f(x) = \operatorname{arccot}(\pi x) \Rightarrow f'(x) = \frac{-\pi}{1+\pi^2 x^2}$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
26

1. $f(x) = \operatorname{arccot} x^2$
olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ kaçtır?
A) $-\frac{15}{16}$ B) $-\frac{16}{17}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{15}{16}$ E) $\frac{16}{17}$

2. $f(x) = \arctan \sqrt{x}$
olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{9}\right)$ kaçtır?
A) $\frac{21}{20}$ B) $\frac{23}{20}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{27}{20}$ E) $\frac{3}{2}$

3. $f(x) = \arctan(\cos x)$
olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ kaçtır?
A) $-\frac{\sqrt{2}}{5}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

4. $f(x) = \arctan(\cot x)$
olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ kaçtır?
A) $-\sqrt{3}$ B) -1 C) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) 1 E) $\sqrt{3}$

5. $f(x) = x \cdot \arctan 3x$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $x = \frac{1}{3}$ için değeri kaçtır?
A) $\frac{\pi+2}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi+1}{2}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi+4}{4}$

1-B 2-D 3-C 4-B 5-A

Üstel Fonksiyonun Türevi – 1

u, x in fonksiyonu olmak üzere,
 $f(x) = a^u \Rightarrow f'(x) = a^u \cdot u' \cdot \ln a$ dir.

ÖĞRETEN SORU – 61

$f(x) = 3^{x^3-2x}$ ise $f'(x)$ nedir?

Çözüm:

$$f(x) = 3^{x^3-2x} \Rightarrow f'(x) = 3^{x^3-2x} \cdot (x^3-2x)' \cdot \ln 3 \\ = 3^{x^3-2x} \cdot (3x^2-2) \cdot \ln 3$$

ÖĞRETEN SORU – 62

$f(x) = 2^{\cos x}$ ise $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ nedir?

Çözüm:

$$f(x) = 2^{\cos x} \Rightarrow f'(x) = 2^{\cos x} \cdot (\cos x)' \cdot \ln 2 \\ f'(x) = 2^{\cos x} \cdot (-\sin x) \cdot \ln 2 \\ f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2^{\cos \frac{\pi}{2}} \cdot \left(-\sin \frac{\pi}{2}\right) \cdot \ln 2 \\ = 2^0 \cdot (-1) \cdot \ln 2 \\ = -\ln 2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 63

$f(x) = 2^{x^2+2x+1}$ ise $f'(1)$ kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = 2^{x^2+2x+1} \Rightarrow f'(x) = 2^{x^2+2x+1} \cdot (x^2+2x+1)' \cdot \ln 2 \\ \Rightarrow f'(x) = 2^{x^2+2x+1} \cdot (2x+2) \cdot \ln 2 \\ \Rightarrow f'(1) = 2^4 \cdot 4 \cdot \ln 2 \\ \Rightarrow f'(1) = 64 \cdot \ln 2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 64

$f(x) = 2^{\sqrt{x}}$ ise $f'(16)$ kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = 2^{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) = 2^{\sqrt{x}} \cdot (\sqrt{x})' \cdot \ln 2 \\ f'(x) = 2^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \ln 2 \\ f'(16) = 2^4 \cdot \frac{1}{2 \cdot 4} \cdot \ln 2 \\ f'(16) = 2 \cdot \ln 2 = \ln 4 \text{ tür.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
27

1. $f(x) = 5^{x^2+5x}$
olduğuna göre, $f'(x)$ kaçtır?
A) $5^{x^2+5x} \cdot \ln 5$ B) $5^{x^2+5x} \cdot (2x+5)$ C) $(2x+5) \cdot \ln 5$
D) $5^{x^2+5x} \cdot (2x+5) \cdot \ln 5$ E) $5^{2x+5} \cdot \ln 5$

2. $f(x) = 3^{-x} + 3^{x^2}$
olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?
A) $\frac{12}{5} \ln 3$ B) $\frac{17}{3} \ln 3$ C) $6 \ln 3$
D) $\frac{19}{3} \ln 3$ E) $\frac{22}{3} \ln 3$

3. $f(x) = x \cdot 2^x$
olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?
A) $4 + 2 \ln 2$ B) $8 + 4 \ln 2$ C) $4 + 8 \ln 2$
D) $4 + 16 \ln 2$ E) $8 + 2 \ln 2$

4. $f(x) = 2^{\sin x}$
olduğuna göre, $f(\pi)$ kaçtır?
A) $2 \ln 2$ B) $\ln 2$ C) $-2 \ln 2$ D) 0 E) $-\ln 2$

5. $f(x) = 5^{\sqrt{x}} - \sqrt{x}$
olduğuna göre, $f'(4)$ kaçtır?
A) $\frac{25 \ln 5 - 1}{4}$ B) $\frac{20 \ln 5 - 1}{4}$ C) $\frac{18 \ln 5 + 1}{2}$
D) $\frac{25 \ln 5 + 1}{4}$ E) $\frac{20 \ln 5 + 1}{4}$

1-D 2-B 3-C 4-E 5-A

Üstel Fonksiyonun Türevi – 2

u, x in fonksiyonu olmak üzere
 $f(x) = e^u \Rightarrow f'(x) = e^u \cdot u'$ dir.

ÖĞRETEN SORU – 65

$f(x) = e^{(x^2)}$ ise $f'(x)$ nedir?

Çözüm:

$$f(x) = e^{(x^2)} \Rightarrow f'(x) = e^{(x^2)} \cdot (x^2)'$$

$$f'(x) = e^{(x^2)} \cdot 2x \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 66

$f(x) = e^{\cos x}$ ise $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = e^{\cos x} \Rightarrow f'(x) = e^{\cos x} \cdot (\cos x)'$$

$$\Rightarrow f'(x) = e^{\cos x} \cdot (-\sin x)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = e^{\cos \frac{\pi}{3}} \cdot \left(-\sin \frac{\pi}{3}\right)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = e^{\frac{1}{2}} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}e}{2} \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 67

$f(x) = x^3 \cdot e^x$ ise $f'(1)$ kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = x^3 \cdot e^x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 \cdot e^x + e^x \cdot x^3$$

$$\Rightarrow f'(1) = 3 \cdot e^1 + e^1 \cdot 1$$

$$\Rightarrow f'(1) = 4e \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 68

$f(x) = e^{(x^3)}$ ise $f'(0) + f(0) + f'(1)$ kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = e^{(x^3)} \Rightarrow f'(x) = e^{(x^3)} \cdot 3x^2$$

$$f'(0) = e^0 \cdot 0 = 0$$

$$f'(1) = e^1 \cdot 3 = 3e$$

$$f(x) = e^{(x^3)} \Rightarrow f(0) = e^0 = 1 \text{ dir.}$$

$$\text{O halde, } f'(0) + f(0) + f'(1) = 0 + 1 + 3e = 3e + 1 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
28

1. $f(x) = x \cdot e^x$

olduğuna göre, $f'(x)$ kaçtır?

- A) $e^x + x$ B) $e^x - x$ C) $e^x - 1$
 D) $e^x(x + 1)$ E) $e^x(x - 1)$

2. $f(x) = e^{\sin 4x}$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $4\cos 4x \cdot e^{\sin 4x}$ B) $\cos 4x \cdot e^{\sin 4x}$
 C) $-\cos 4x \cdot e^{\sin 4x}$ D) $\sin 4x \cdot e^{\sin 4x}$
 E) $-4\cos 4x \cdot e^{\sin 4x}$

3. $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

olduğuna göre, $f'(4)$ kaçtır?

- A) $\frac{e^2}{8}$ B) $\frac{e^2}{6}$ C) $\frac{e^2}{4}$ D) $\frac{e^2}{2}$ E) e^2

4. $y = e^{-x} + e^x$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) $e^2 - 1$ B) $\frac{e^2 + 1}{e}$ C) $\frac{e^2}{2}$
 D) $e^2 - e$ E) $\frac{e^2 - 1}{e}$

5. $\frac{d^2}{dx^2}(x^2 \cdot e^x)$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $e^x(x^2 + 4x)$ B) $e^x(x^2 + 2x)$ C) $e^x(x^2 + 2x + 4)$
 D) $e^x(x^2 + 4x + 2)$ E) $e^x(x^2 + 2x + 2)$

Logaritma Fonksiyonunun Türevi ($\log(f(x))$)

u, x in fonksiyonu olmak üzere;

$$f(x) = \log_a u \Rightarrow f'(x) = \frac{u'}{u} \cdot \frac{1}{\ln a} = \frac{u'}{u} \cdot \log_a e$$

ÖĞRETEN SORU – 69

$f(x) = \log_3(x^2 + x)$ ise $f'(x)$ nedir?

Çözüm:

$$f(x) = \log_a u \Rightarrow f'(x) = \frac{u'}{u} \cdot \frac{1}{\ln a}$$

$$= \frac{2x + 1}{x^2 + x} \cdot \log_3 e \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 70

$f(x) = \log_2(x^3 + 2x)$ ise $f'(2)$ kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = \log_2(x^3 + 2x) \Rightarrow f'(x) = \frac{(x^3 + 2x)'}{x^3 + 2x} \cdot \log_2 e$$

$$f'(x) = \frac{3x^2 + 2}{x^3 + 2x} \cdot \log_2 e$$

$$f(2) = \frac{14}{12} \cdot \log_2 e = \frac{7}{6} \log_2 e \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 71

$y = \log_{\frac{1}{3}} \sin^2 x$ ise y' nedir?

Çözüm:

$$y = \log_{\frac{1}{3}} \sin^2 x \Rightarrow y' = \frac{2 \cdot \sin x \cdot \cos x}{\sin^2 x} \cdot \log_{\frac{1}{3}} e$$

$$= \frac{2 \cos x}{\sin x} \cdot \log_{\frac{1}{3}} e$$

$$= 2 \cot x \cdot \log_{\frac{1}{3}} e \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
29

1. $f(x) = \log_2(x^2 + 3x + 1)$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) $\log_2 e$ B) $2\log_2 e$ C) $\frac{3}{2} \log_2 e$
 D) $\frac{5}{2} \log_2 e$ E) $\frac{5}{3} \log_2 e$

2. $f(x) = \log_3 \cos x$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ kaçtır?

- A) $\log_3 e$ B) $-\log_3 e$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3} \log_3 e$
 D) $-\sqrt{3} \log_3 e$ E) $\sqrt{3} \log_3 e$

3. $f(x) = \log_2 \sqrt{x}$

olduğuna göre, $f'(x)$ kaçtır?

- A) $\frac{\log_2 e}{x}$ B) $\frac{\log_2 e}{2x}$ C) $\frac{\log_2 e}{2}$
 D) $\frac{\log_2 e}{4x}$ E) $2x \cdot \log_2 e$

4. $f(x) = \log_3 \sin \pi x$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{4}\right)$ kaçtır?

- A) $-\log_3 e$ B) $-\pi \cdot \log_3 e$ C) $\pi \cdot \log_3 e$
 D) $2\pi \cdot \log_3 e$ E) $-2\pi \cdot \log_3 e$

5. $f(x) = \log(\sin x) - \log(\cos x)$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $\sin x \cdot \log e$ B) $\tan x \cdot \log e$
 C) $(\cot x - \sin x) \cdot \log e$ D) $(\cot x + \tan x) \cdot \log e$
 E) $(\cot x - \tan x) \cdot \log e$

Logaritma Fonksiyonunun Türevi (ln(f(x)))'

u, x in fonksiyonu olmak üzere;

$$f(x) = \ln u \Rightarrow f'(x) = \frac{u'}{u} \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 72

$f(x) = \ln(x^3)$ ise $f'(x)$ nedir?

Çözüm:

$$f(x) = \ln x^3 \Rightarrow f'(x) = \frac{(x^3)'}{x^3} = \frac{3x^2}{x^3} = \frac{3}{x} \text{ tir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 73

$f(x) = \ln(\cos^2 x)$ ise $f'(x)$ nedir?

Çözüm:

$$f(x) = \ln(\cos^2 x) \Rightarrow f'(x) = \frac{(\cos^2 x)'}{\cos^2 x} = \frac{2 \cdot \cos x \cdot (-\sin x)}{\cos^2 x} = \frac{-2 \sin x}{\cos x} = -2 \tan x \text{ tir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 74

$f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ ise $f'(x)$ nedir?

Çözüm:

$$f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) \Rightarrow f'(x) = \frac{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)'}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{\frac{1 \cdot (x-1) - 1 \cdot (x+1)}{(x-1)^2}}{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{-2}{(x-1)^2} \cdot \frac{x-1}{x+1} = \frac{-2}{x^2-1} \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 75

$f(x) = x^2 \cdot \ln x$ ise $\frac{d^3 f(x)}{dx^3}$ ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$f'(x) = 2x \cdot \ln x + \frac{1}{x} \cdot x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x \cdot \ln x + x$$

$$f''(x) = 2 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \cdot 2x + 1 \Rightarrow f''(x) = 2 \cdot \ln x + 2 + 1$$

$$f'''(x) = 2 \cdot \frac{1}{x} = \frac{2}{x} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
30

1. $f(x) = \ln(x^3 + 3x)$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 1

2. $f(x) = \ln(\sin^2 x)$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $\tan x$ B) $2 \cot x$ C) $2 \tan x$
D) $\sin x \cdot \cos x$ E) $-2 \cot x$

3. $f(x) = x^2 - \ln x^2$

olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 1

4. $f(x) = (x+3) \cdot \ln(x^2 + 1)$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) $2 \ln 2$ B) $2 + \ln 2$ C) $\ln 2$
D) $4 + \ln 2$ E) $8 + \ln 2$

5. $f(x) = x \cdot \ln x$

olduğuna göre, $\frac{d^5 f(x)}{dx^5}$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $-x^2$ B) $2x^3$ C) $-6x^4$ D) $6x^4$ E) $24x^5$

1-D 2-B 3-A 4-D 5-C

[f(x)]^{g(x)} Fonksiyonunun Türevi

$$T(x) = (f(x))^{g(x)} \Rightarrow$$

$$T'(x) = (f(x))^{g(x)} \cdot \left[g'(x) \cdot \ln f(x) + \frac{f'(x)}{f(x)} \cdot g(x) \right]$$

ÖĞRETEN SORU – 76

$f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{3x}$ ise $f'(x)$ nedir?

Çözüm:

$$y = f(x) = x^{3x} \Rightarrow y = x^{3x}$$

$$\Rightarrow \ln y = \ln x^{3x}$$

$$\Rightarrow \ln y = (3x) \cdot \ln x$$

(Her iki tarafın türevini alalım.)

$$\frac{y'}{y} = 3 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \cdot 3x \Rightarrow \frac{y'}{y} = 3 \cdot \ln x + 3$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot (3 \ln x + 3)$$

$$\Rightarrow y' = x^{3x} \cdot (3 \ln x + 3) \text{ olur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 77

$f(x) = (x+2)^{x+3}$ ise $f'(1)$ kaçtır?

Çözüm:

$$y = f(x) = (x+2)^{x+3} \Rightarrow y = (x+2)^{x+3}$$

$$\Rightarrow \ln y = \ln(x+2)^{x+3}$$

$$\Rightarrow \ln y = (x+3) \cdot \ln(x+2)$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 1 \cdot \ln(x+2) + \frac{1}{x+2} \cdot (x+3)$$

$$\Rightarrow y' = y \left(\ln(x+2) + \frac{x+3}{x+2} \right)$$

$$f'(x) = (x+2)^{x+3} \cdot \left(\ln(x+2) + \frac{x+3}{x+2} \right)$$

$$f'(1) = 3^4 \cdot \left(\ln 3 + \frac{4}{3} \right)$$

ÖĞRETEN SORU – 78

$f(x) = x^{\ln x}$ ise $f'(x)$ kaçtır?

Çözüm:

$$y = x^{\ln x} \Rightarrow \ln y = \ln x^{\ln x}$$

$$\Rightarrow \ln y = \ln x \cdot \ln x$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{1}{x} \cdot \ln x + \frac{1}{x} \cdot \ln x$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot \left(\frac{2 \ln x}{x} \right)$$

$$\Rightarrow y' = x^{\ln x} \cdot \left(\frac{2 \ln x}{x} \right) \text{ olur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
31

1. $f(x) = x^x$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $1 + \ln x$ B) $x^x \cdot (\ln x)$ C) $x^x \cdot (\ln x + x)$
D) $x^x \cdot (1 + \ln x)$ E) $x^x \cdot (2 + \ln x)$

2. $f(x) = (2x)^{3x}$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $(2x)^{3x} \cdot (\ln 2x + 1)$ B) $(2x)^{3x} \cdot (\ln 2x + 2)$
C) $3(2x)^{3x} \cdot (\ln 2x + 1)$ D) $3(2x)^{3x} \cdot (\ln 2x + 3)$
E) $3(2x)^{3x} \cdot (\ln 2x + 2)$

3. $f(x) = x^{-2x}$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) $-\frac{3}{2}$ D) -1 E) $-\frac{1}{2}$

4. $f(x) = (\cos x)^{\sin x}$

olduğuna göre, $f'(2\pi)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $f(x) = (\ln x)^x$

olduğuna göre, $f'(e)$ kaçtır?

- A) e^2 B) $2e$ C) e D) 2 E) 1

1-D 2-C 3-B 4-C 5-E

Yüksek Mertebeden Türevler – 1

$y = f(x)$ fonksiyonunda

1. mertebeden türev: $y' = \frac{dy}{dx} = f'(x)$

2. mertebeden türev: $y'' = \frac{d^2y}{dx^2} = f''(x)$

3. mertebeden türev: $y''' = \frac{d^3y}{dx^3} = f'''(x)$

⋮
⋮
⋮
n. mertebeden türev: $y^{(n)} = \frac{d^ny}{dx^n} = f^{(n)}(x)$ tir.

ÖĞRETEN SORU – 79

$y = f(x) = 3x^4 - x^3 + 2x^2 + x - 3$ ise $\frac{d^4y}{dx^4}$ nedir?

Çözüm:

$$\frac{dy}{dx} = 12x^3 - 3x^2 + 4x + 1$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 36x^2 - 6x + 4$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = 72x - 6$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = 72 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 80

$y = f(x) = e^{-2x}$ ise $\frac{d^{10}y}{dx^{10}}$ ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\frac{dy}{dx} = -2 \cdot e^{-2x}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2^2 \cdot e^{-2x}$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -2^3 \cdot e^{-2x}$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = 2^4 \cdot e^{-2x}$$

$$\vdots$$

$$\frac{d^{10}y}{dx^{10}} = 2^{10} \cdot e^{-2x} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
32

1. $f(x) = 4x^5 - 6x^3 - 3x^2 + 4x$

olduğuna göre, $\frac{d^5y}{dx^5}$ kaçtır?

- A) 720 B) 640 C) 520 D) 480 E) 240

2. $y = e^{4x}$

olduğuna göre, $y^{(12)}$ nedir?

- A) e^{4x} B) 2^{12} C) $4^4 e^{4x}$
D) $4^{24} e^{4x}$ E) $2^{24} e^{4x}$

3. $y = \ln x$

olduğuna göre, $\frac{d^8y}{dx^8}$ nedir?

- A) $-7! \cdot x^{-8}$ B) $-8! \cdot x^{-8}$ C) $-7! \cdot x^{-7}$
D) $7! \cdot x^{-7}$ E) $8! \cdot x^{-8}$

4. $f(x) = (2x^2 + 3) \cdot (3x - m)$

$$f'(1) = 20$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $f(x) = x^{20}$

olduğuna göre, $\frac{d^{20}f(x)}{dx^{20}}$ kaçtır?

- A) 21! B) 20! C) 19! D) 20 E) 0

1-D 2-E 3-A 4-C 5-B

Yüksek Mertebeden Türevler – 2

ÖĞRETEN SORU – 81

$y = f(x) = \sin 3x$ ise $\frac{d^{34}y}{dx^{34}}$ nedir?

Çözüm:

$$y' = 3 \cdot \cos 3x \quad y'' = -3^2 \cdot \sin 3x$$

$$y''' = -3^3 \cdot \cos 3x \quad y'''' = 3^4 \cdot \sin 3x$$

Bu şekilde devam edildiğinde, her dört türevde, fonksiyonun kendisini tekrarladığı görülür.

$$34 \equiv 2 \pmod{4} \quad (2. \text{ kısım negatif})$$

$$y^{(34)} = y^{(2)} = -3^{34} \cdot \sin 3x \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 82

$y = f(x) = \frac{1}{3x+1}$ ise $\frac{d^{19}y}{dx^{19}}$ nedir?

Çözüm:

$$f(x) = y = \frac{1}{3x+1} = (3x+1)^{-1}$$

$$y' = -1 \cdot 3 \cdot (3x+1)^{-2}$$

$$y'' = 1 \cdot 2 \cdot (3x+1)^{-3} \cdot 3^2$$

$$y''' = -1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot (3x+1)^{-4} \cdot 3^3$$

$$y^{(19)} = -19! \cdot (3x+1)^{-20} \cdot 3^{19} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 83

$y = f(x) = |x^2 - 6x| - 8x^3$ olduğuna göre, $f''(1)$ kaçtır?

Çözüm:

$$x = 1 \text{ için } |x^2 - 6x| = 6x - x^2 \text{ dir.}$$

$$f(x) = 6x - x^2 - 8x^3$$

$$f'(x) = 6 - 2x - 24x^2$$

$$f''(x) = -2 - 48x$$

$$f''(1) = -2 - 48 = -50 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
33

1. $f(x) = \cos x$

olduğuna göre, $\frac{d^{61}y}{dx^{61}}$ nedir?

- A) $-\sin x$ B) $\sin x$ C) $\cos x$
D) $-\cos x$ E) $\tan x$

2. $f(x) = \cos 3x$

olduğuna göre, $\frac{d^{19}y}{dx^{19}}$ nedir?

- A) $3^{19} \cdot \cos 3x$ B) $3^{19} \cdot \sin 3x$
C) $-3^{19} \cdot \sin 3x$ D) $-3^{19} \cdot \cos 3x$
E) $\sin 3x$

3. $f(x) = \frac{2}{4x+1}$

olduğuna göre, $\left. \frac{d^{35}f(x)}{dx^{35}} \right|_{x=1}$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $35! \cdot 4^{35}$ B) $2 \cdot 35! \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{35}$ C) $35! \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{35}$
D) $-\frac{2}{5} \cdot 35! \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{35}$ E) $-35! \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{35}$

4. $f(x) = |2x^3 - 4| - x^3$

olduğuna göre, $f'(-1)$ kaçtır?

- A) -18 B) -15 C) -9 D) 9 E) 18

5. $f(x) = |x^3 - 6x| + |2x^2 - 8|$

olduğuna göre, $f''(1)$ kaçtır?

- A) -16 B) -14 C) -10 D) 6 E) 8

1-A 2-B 3-D 4-C 5-B

P(x) Polinomunun (x - a)ⁿ İle Tam Bölünmesi

P(x) polinomu (x - a)ⁿ ile tam bölünmesi durumunda,
 $P(a) = 0$
 $P'(a) = 0$
 $\vdots$
 $P^{(n-1)}(a) = 0$ dir.

ÖĞRETEN SORU - 84

f: R → R, P(x) = x³ + x² + ax + b polinomu (x - 1)² ile tam bölündüğüne göre, a ve b değerleri nedir?

Çözüm:

P(x) polinomu (x - 1)² ile tam bölünebiliyorsa
 $(x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$ olup, P(1) = 0 ve P'(1) = 0 olmalıdır.
 $P'(x) = 3x^2 + 2x + a$
 $P'(1) = 0 \Rightarrow 3 \cdot (1)^2 + 2 \cdot 1 + a = 0 \Rightarrow a = -5$
 $P(1) = 0 \Rightarrow 1^3 + 1^2 + a \cdot 1 + b = 0 \Rightarrow a + b = -2$
 $a = -5 \Rightarrow -5 + b = -2 \Rightarrow b = 3$ tür.

ÖĞRETEN SORU - 85

P(x) polinom fonksiyonunun türevi, P'(x) ve
 $P(x) + P'(x) = 2x^2 + 8x + 6$
 olduğuna göre P(x) polinomu nedir?

Çözüm:

$P(x) + P'(x) = 2x^2 + 8x + 6$ polinomu 2. dereceden bir polinom ise P(x) polinomu da 2. dereceden bir polinom olmalıdır.
 $P(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow P'(x) = 2ax + b$ dir.
 $P(x) + P'(x) = 2x^2 + 8x + 6$
 $ax^2 + bx + c + 2ax + b = 2x^2 + 8x + 6$
 $ax^2 + (2a + b)x + c + b = 2x^2 + 8x + 6$
 polinom eşitliğinden
 $a = 2$, $2a + b = 8$, $c + b = 6$
 $2 \cdot 2 + b = 8$, $c + 4 = 6$
 $b = 4$, $c = 2$

O halde,

$P(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow P(x) = 2x^2 + 4x + 2$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
34

- f: R → R, P(x) = 2x³ + x² - ax + b polinomu (x + 1)² ile tam bölündüğüne göre, (a, b) ikilisi nedir?
 A) (4, 3) B) (4, -3) C) (2, -3)
 D) (1, -2) E) (3, -4)
- P(x) = x³ - ax + b polinomu x² - 4x + 4 ile tam bölündüğüne göre, a + b kaçtır?
 A) 28 B) 26 C) 24 D) 22 E) 20
- P(x) polinom fonksiyonunun türevi P'(x) ve
 $P(x) + P'(x) = x^2 + 6x - 4$
 olduğuna göre, P(x) polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?
 A) -6 B) -4 C) -3 D) -2 E) 0
- P(x) polinom fonksiyonunun türevi P'(x) ve
 $P(x) - P'(x) = x^2 - 4x + 8$
 olduğuna göre, P(x) polinomunun sabit terimi kaçtır?
 A) -4 B) -2 C) 2 D) 4 E) 6
- P(x) = x³ + ax² + bx + c polinomu (x - 1)³ ile tam bölündüğüne göre, c kaçtır?
 A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

1-B 2-A 3-C 4-E 5-A

Yol ve Hız Fonksiyonunun Türevi

Yol fonksiyonunun türevi hız fonksiyonunu verir.
 Hız fonksiyonunun türevi ivme fonksiyonunu verir.

ÖĞRETEN SORU - 86

Bir hareketlinin t saatte aldığı yol,
 $s(t) = 4t^2 - 6t + 3$ (km) fonksiyonu veriliyor.
 a) t = 4 saatteki hızı (anlık hızı) nedir?
 b) t = 3 saatteki ivmesi (anlık ivme) nedir?

Çözüm:

a) Yol fonksiyonunun türevi hız fonksiyonunu verir.
 $s'(t) = 8t - 6 \Rightarrow s'(4) = 8 \cdot 4 - 6 = 26$ olup 4. saatteki hızı 26 dir.
 b) Hız fonksiyonunun türevi ivme fonksiyonunu verir.
 $s'(t) = 8t - 6 \Rightarrow s''(t) = 8$
 $\Rightarrow s''(3) = 8$ ivmesidir.

ÖĞRETEN SORU - 87

Bir hareketlinin t saatte aldığı yol,
 $s(t) = 6t^3 + 2t + 12$ (km) fonksiyonu veriliyor.
 a) Bu hareketlinin ilk hızı kaç m/sn dir?
 b) t = 3 anındaki hızı kaç m/sn dir?
 c) t = 2 anındaki ivmesi nedir?

Çözüm:

a) $s'(t) = 18t^2 + 2 \Rightarrow s'(0) = 18 \cdot 0 + 2$
 $\Rightarrow s'(0) = 2$ m/sn dir.
 b) $s'(t) = 18t^2 + 2 \Rightarrow s'(3) = 18 \cdot 3^2 + 2$
 $\Rightarrow s'(3) = 164$ m/s dir.
 c) $s''(t) = 36t \Rightarrow s''(2) = 36 \cdot 2$
 $\Rightarrow s''(2) = 72$ ivmesidir.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
35

- Bir hareketlinin t saatte aldığı yol,
 $s(t) = 3t^2 + 24t$ (km) fonksiyonu ile veriliyor.
 Bu hareketlinin 4. saatte lastiği patlarsa, o andaki hızı kaç km/s dir?
 A) 24 B) 32 C) 40 D) 48 E) 60
- Bir hareketlinin t saatte aldığı yol,
 $s(t) = 4t^3 + 10t$ (km) fonksiyonu ile veriliyor.
 Bu hareketlinin 5. saatteki ivmesi (anlık ivme) nedir?
 A) 160 B) 140 C) 120 D) 100 E) 80
- Bir hareketlinin t saatte aldığı yol,
 $s(t) = 6t^2 + 20t$ (km) fonksiyonu ile veriliyor.
 Bu hareketlinin ilk hızı ile t = 1 anındaki hızının toplamı kaçtır?
 A) 20 B) 32 C) 44 D) 48 E) 52
- Dikey olarak yukarı doğru fırlatılan bir topun t saatte aldığı yol, $s(t) = 108t - 3t^2$ (m) fonksiyonu ile veriliyor.
 Bu topun t = 4 anındaki hızı kaç m/sn dir?
 A) 84 B) 80 C) 76 D) 72 E) 68
- Dikey olarak yukarı doğru fırlatılan bir topun t saatte aldığı yol, $s(t) = 216t - 2t^2$ (m) fonksiyonu ile veriliyor.
 Bu top yere kaçınıcı saniyede çarpar?
 A) 54 B) 68 C) 78 D) 86 E) 108

1-D 2-C 3-E 4-A 5-E

Türevin Limite Uygulanması – 1
L'Hospital Kuralı

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ limiti $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ olursa

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ limitine bakılır yine $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ olursa

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f''(x)}{g''(x)}$ limitine bakılır. Bu işleme; $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ sonucundan farklı bir sonuç elde edilinceye kadar devam edilir. Elde edilen sonuç $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ limitinin sonucudur.

Bu kurala **L' Hospital (Lopital) kuralı** denir.

ÖĞRETEN SORU – 88

Aşağıdaki limitlerin değerleri nedir?

- a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{3x - 6}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$
c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3x+1)}{e^x - 1}$ d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x^2}$

Çözüm:

$\frac{0}{0}$ belirsizlikleri olduğundan L' hospital kuralı uygulanır.

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{3x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{3}, (L' Hospital) \\ = \frac{2 \cdot 2}{3} = \frac{4}{3} \text{ tür.}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+2}}}{1}, (L' Hospital) \\ = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ tür.}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3x+1)}{e^x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{3x+1}}{e^x}, (L' Hospital) \\ = \frac{3}{e^0} = 3$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cdot \sin 3x}{2x} \left(\frac{0}{0} \text{ belirsizliği} \right) \\ = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^2 \cdot \cos 3x}{2} \\ = \frac{3^2 \cdot \cos 0}{2} = \frac{9}{2} \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
36

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $\lim_{a \rightarrow b} \frac{a^3 - b^3}{a^2 - ba}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{3b}{2}$ C) 2b D) b E) 3b

4. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{64}$ B) $\frac{1}{48}$ C) $\frac{1}{32}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{8}$

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x - e^2}{x^2 + x - 6}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{e^2}{5}$ B) $\frac{e^2}{6}$ C) $\frac{e}{5}$ D) $\frac{e^2}{3}$ E) $\frac{e}{6}$

1-B 2-B 3-E 4-C 5-A

Türevin Limite Uygulanması – 2

ÖĞRETEN SORU – 89

$f(x) = \sqrt{3x+1}$ ise $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ ifadesinin değeri nedir?

Çözüm:

$\frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(3+h) - 0}{1} \\ (L' Hospital) \\ = f'(3) \\ = \frac{3}{2\sqrt{3 \cdot 3 + 1}} = \frac{3}{2\sqrt{10}} \text{ dur.}$$

$$\left(f(x) = \sqrt{3x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \right)$$

ÖĞRETEN SORU – 90

$f(4) = 6$ olmak üzere,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4-3h)}{2h}$ ifadesinin değeri nedir?

Çözüm:

$\frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4-3h)}{2h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(4+h) - f'(4-3h) \cdot (-3)}{2} \\ (L' Hospital) \\ = \frac{f'(4) + 3 \cdot f'(4)}{2} \\ = \frac{6 + 3 \cdot 6}{2} \\ = \frac{24}{2} = 12 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
37

1. $f(x) = x^3 - 2x + 3$ olmak üzere,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+2) - f(2)}{h}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

2. $f(x) = e^{x^2}$ olmak üzere,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{3h}$ limitinin değeri kaçtır?
A) $2e^9$ B) $4e^9$ C) $2e^3$ D) $6e^9$ E) e^9

3. $f(x) = \cot x$ olmak üzere,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{\pi}{3}+h\right) - f\left(\frac{\pi}{3}\right)}{h}$ limitinin değeri kaçtır?
A) -3 B) $-\frac{8}{3}$ C) $-\frac{7}{3}$ D) -2 E) $-\frac{4}{3}$

4. $f(x) = \ln(x^3 - x^2)$ olmak üzere,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

5. $f'(2) = 6$ olmak üzere,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{3h}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

1-D 2-A 3-E 4-C 5-E

Türevin Limite Uygulanması – 3

Pay ve paydanın polinom fonksiyonu olduğu durumlarda $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği aşağıdaki kuralı kullanarak daha kolay bulabiliriz.

$m, n \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0}$$

i. $n = m$ ise $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{a_n}{b_m}$,

ii. $n < m$ ise $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$

iii. $n > m$ ise $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ olur.

ÖĞRETEN SORU – 91

Aşağıdaki limitlerin değerleri nedir?

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+3}{2x+1}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-2}{x^2+4}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+3}{2x+1}$

Çözüm:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+3}{2x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{2} = 2$ dir. ($\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği)

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-2}{x^2+4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x} = 0$ dir. ($\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği)

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+3}{2x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{2} = \infty$ dur. ($\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği)

ÖĞRETEN SORU – 92

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x - \cos x}{2x}$ ifadesinin sonucu nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x - \cos x}{2x} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{2x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{2} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{2x} \\ &= 3 - 0 \\ &= 3 \text{ tür.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
38

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 4x + 1}{3x^2 + 4}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 6 B) 4 C) 3 D) 2 E) ∞

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 4x}{3x + 5}$ limitinin değeri kaçtır?
A) $-\infty$ B) 8 C) 4 D) 2 E) ∞

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-3}{4x+5}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{4}$ E) ∞

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + \sin x}{10x}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) ∞

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^4 + 6x}}{\sqrt[3]{27x^6 - 4}}$ limitinin değeri kaçtır?
A) $-\infty$ B) -2 C) -1 D) 1 E) ∞

www.guryayinlari.com

1-D 2-E 3-D 4-B 5-D

$\frac{\infty}{\infty}$ Belirsizliği

ÖĞRETEN SORU – 93

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x+3}$ limitinin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği olduğundan,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x+3} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} \quad (\text{L' Hospital}) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 94

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği olduğundan,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{2x} \quad (\text{L' Hospital}) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{2} \quad (\text{L' Hospital}) \\ &= \frac{e^\infty}{2} = \frac{\infty}{2} = \infty \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU – 95

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{\ln(\ln x)}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği olduğundan,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{\ln(\ln x)} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{\frac{1}{\ln x}} \quad (\text{L' Hospital}) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{1} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} 2x \cdot x \cdot \ln x \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} 2x^2 \cdot \ln x = \infty \end{aligned}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
39

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\ln x}$ limitinin sonucu kaçtır?
A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ limitinin sonucu kaçtır?
A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^4}$ limitinin sonucu kaçtır?
A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x}{4e^x}$ limitinin sonucu kaçtır?
A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{e^{3x}}$ limitinin sonucu kaçtır?
A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

www.guryayinlari.com

1-E 2-C 3-E 4-C 5-C

$\infty - \infty$ Belirsizliği

NOT :

$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \infty - \infty$ olursa

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - g(x)}{1} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) \cdot g(x)}{f(x) \cdot g(x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{1} = \frac{0}{0} \end{aligned}$$

biçiminde yazılarak L' Hospital uygulanır.

ÖĞRETEN SORU - 96

$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$ limitinin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$\infty - \infty$ belirsizliği olduğundan, $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliğine çevirmek için payda eşitleyelim.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2-4}{x^2-4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4} \cdot \left(\frac{0}{0} \text{ belirsizliği} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4} \text{ tür.} \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 97

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$ limitinin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right) &= \frac{1}{0} - \frac{1}{0} = \infty - \infty \\ \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x \sin x} = \frac{0}{0} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x - x)'}{(x \sin x)'} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin x + x \cdot \cos x} = \frac{1-1}{0+0 \cdot 1} = \frac{0}{0} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x - 1)'}{(\sin x + x \cdot \cos x)'} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x}{\cos x + \cos x - x \sin x} \\ &= \frac{0}{1+1-0} = 0 \end{aligned}$$

O halde,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right) = 0 \text{ olur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
40

1. $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{x-4} - \frac{8}{x^2-16} \right)$
limitinin değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{4-x^2} - \frac{3}{8-x^3} \right)$
limitinin değeri kaçtır?
A) $-\frac{1}{16}$ B) $-\frac{1}{32}$ C) $-\frac{1}{64}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{8}$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{\ln(x-1)} - \frac{1}{x-2} \right)$
limitinin değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 0

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{3x+1} - \frac{x^3}{3x^2+1} \right)$
limitinin değeri kaçtır?
A) $-\frac{1}{18}$ B) $-\frac{1}{9}$ C) $-\frac{1}{6}$ D) -1 E) -2

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$
limitinin değeri kaçtır?
A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

1^o Biçimindeki Belirsizlikler

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e$ dir.

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$ ve

$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) \cdot g(x)] = A$ ise

$\lim_{x \rightarrow \infty} [1 + f(x)]^{g(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) \cdot g(x)]} = e^A$ dir.

ÖĞRETEN SORU - 98

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4x+2} \right)^{8x-4}$ limitinin değerini nedir?

Çözüm:

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4x+2} \right)^{8x-4} = 1^\infty$ belirsizliği vardır.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4x+2} \right)^{8x-4} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{4x+2} \cdot 8x-4 \right)}$
 $= e^{\frac{8}{4}} = e^2$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU - 99

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x+3} \right)^{4x-2}$ limitinin değerini nedir?

Çözüm:

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x+3} \right)^{4x-2} = 1^\infty$ belirsizliği vardır.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x+3} \right)^{4x-2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x+3} \right)^{4x-2}$
 $= e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5 \cdot 4x-2}{x+3} \right)}$
 $= e^{20}$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
41

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{6x+1} \right)^{4x-3}$
limitinin değeri kaçtır?
A) $-\infty$ B) $\frac{2}{3}$ C) e D) e^4 E) $e^{\frac{2}{3}}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+6}{x+2} \right)^{3x-1}$
limitinin değeri kaçtır?
A) 3 B) e^3 C) e^6 D) e^{12} E) e^{18}

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x+2} \right)^{8x+2}$
limitinin değeri kaçtır?
A) e^{-24} B) e^{-12} C) e^6 D) e^{12} E) e^{24}

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-2} \right)^x$
limitinin değeri kaçtır?
A) 1 B) e C) e^2 D) e^4 E) e^6

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+3}{x^2-1} \right)^{2x}$
limitinin değeri kaçtır?
A) 1 B) e C) e^2 D) e^4 E) e^8

∞^0 , 0^0 , 1^∞ Belirsizlikleri

$[f(x)]^{g(x)}$ biçimindeki ifadelerin limitleri hesaplanırken, 1^∞ , 0^0 , ∞^0 belirsizliklerinden birisi ile karşılaşabiliriz. Bu limitler aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$y = [f(x)]^{g(x)}$ ifadesinde her iki tarafın logaritması alınarak

$\ln y = g(x) \cdot \ln f(x)$ bulunur.

$\lim \ln y$ daima $0 \cdot \infty$ belirsizliğine sahiptir.

Bu limit $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ şekline dönüştürülerek hesaplanır.

$\lim_{x \rightarrow a} \ln y = \alpha \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \ln y = e^\alpha$ olur.

ÖĞRETEN SORU – 100

$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + 1)^{\frac{1}{x}}$ limitinin değeri kaçtır?

Çözüm:

$x \rightarrow \infty$ için ∞^0 belirsizliği var.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + 1)^{\frac{1}{x}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \cdot \ln(x^2 + 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \cdot \ln(x^2 + 1) \quad \left(\frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği} \right)$$

L'Hospital uygulanırsa

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x^2 + 1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + 1)^{\frac{1}{x}} = e^0 = 1 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 101

$\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + 3x)^{\frac{1}{x}}$ limitinin değeri kaçtır?

Çözüm:

$x \rightarrow 0^+$ için 1^∞ belirsizliği var.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x + 3x)^{\frac{1}{x}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \cdot \ln(e^x + 3x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \cdot \ln(e^x + 3x) \quad \left(\frac{0}{0} \text{ belirsizliği} \right)$$

L'Hospital uygulanırsa

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x + 3}{e^x + 3x} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x + 3x)^{\frac{1}{x}} = e^1 = e \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
42

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}$
limitinin eşiti nedir?
A) 1 B) e C) e^2 D) e^3 E) e^4

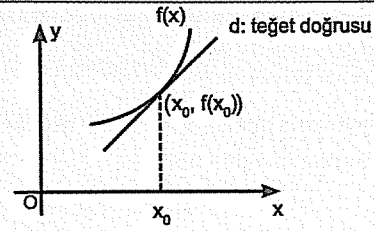
2. $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$
limitinin eşiti nedir?
A) 0 B) 1 C) e D) e^2 E) e^3

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 1)^{\frac{1}{x}}$
limitinin eşiti nedir?
A) e^2 B) e C) 1 D) 0 E) e^{-1}

4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - x)^{\frac{1}{x}}$
limitinin eşiti nedir?
A) e B) 0 C) 1 D) e^{-1} E) e^{-2}

5. $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\left(\frac{1}{x-1}\right)}$
limitinin değeri kaçtır?
A) 0 B) 1 C) e^{-1} D) e^2 E) e

Türevin Geometrik Anlamı (Teğetin Eğimi)



$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \tan \alpha = m = f'(x_0)$$

Buna göre fonksiyonun x_0 noktasındaki teğetin eğimi, bu noktadaki türevine eşittir. $m = f'(x_0)$ dir.

ÖĞRETEN SORU – 102

$f(x) = x^3 + 1$ fonksiyonunun apsisi $x = 2$ olan noktasından geçen teğetin eğimi nedir?

Çözüm:

$$f(x) = x^3 + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$$

olduğundan $x = 2$ noktasındaki teğetin eğimi,

$$m_t = f'(2) = 3 \cdot 2^2 = 12 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 103

$f(x) = \sin x + \cos x$ fonksiyonunun $A\left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2}\right)$ noktasından geçen teğetin eğimi nedir?

Çözüm:

$$f(x) = \sin x + \cos x \Rightarrow f'(x) = \cos x - \sin x$$

olduğundan $A\left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2}\right)$ noktasındaki teğetin

$$\text{eğimi } m_t = f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} = 0 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 104

$y = f(x) = ax^2 - 3x + b - 6$ fonksiyonunun gösterdiği eğrinin $A(1, 2)$ noktasındaki teğetin, x eksenine pozitif yönde 135° lik açı yapması için b ne olmalıdır?

Çözüm:

Fonksiyon $A(1, 2)$ noktasında doğruya teğet olduğuna göre bu nokta eğrinin denklemini sağlar.

$$f(1) = 2 \Rightarrow a - 3 + b - 6 = 2 \Rightarrow a + b = 11 \text{ dir.}$$

Bir doğrunun, x eksenine pozitif yönde yaptığı açının tanjantı, o doğrunun eğimine eşittir.

O halde, $f'(1) = m_T = \tan 135^\circ = -1$ dir.

$$f'(x) = 2ax - 3$$

$$f'(1) = 2a - 3 = -1 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \text{ dir.}$$

$a + b = 11$ olduğundan $a = 1$ için $b = 10$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
43

1. $y = x^2 + 4x$
fonksiyonunun apsisi $x = 1$ olan noktasından geçen teğetin eğimi nedir?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

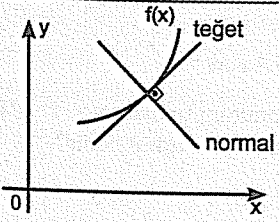
2. $y = e^{x^2}$
fonksiyonunun apsisi $x = 2$ olan noktasından geçen teğetin eğimi nedir?
A) e^4 B) $2e^4$ C) $4e^4$ D) $6e^4$ E) $8e^4$

3. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x^2 + 4x)$
fonksiyonunun apsisi $x = 3$ olan noktasından geçen teğetin eğimi nedir?
A) $\frac{10}{21}$ B) $\frac{9}{16}$ C) $\frac{8}{15}$ D) $\frac{7}{13}$ E) $\frac{6}{11}$

4. $y = f(x) = x^2 + ax + b$
fonksiyonunun gösterdiği eğrinin $A(-1, 4)$ noktasındaki teğeti, x eksenine pozitif yönde 45° lik açı yaptığına göre, $a \cdot b$ kaçtır?
A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

5. $y = f(x) = mx^2 - nx + 6$
fonksiyonunun gösterdiği eğrinin $A(1, 4)$ noktasındaki teğeti, x eksenine paralel ise $m + n$ kaçtır?
A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

Normalin Eğimi



Teğet ve normal dik iki doğru olduklarından eğimleri çarpımı -1 dir.

$$m_{\text{normal}} \cdot m_{\text{teğet}} = -1 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 105

$f(x) = x^2 - 6x + 2$ fonksiyonuna apsisi $x = 2$ olan noktasından çizilen normalin eğimi nedir?

Çözüm:

$$f(x) = x^2 - 6x + 2 \Rightarrow f'(x) = 2x - 6$$

ise teğetin eğimi

$$m_t = f'(2) = 2 \cdot 2 - 6 = -2 \text{ dir.}$$

$$m_{\text{teğet}} \cdot m_{\text{normal}} = -1 \Rightarrow -2 \cdot m_n = -1 \\ \Rightarrow m_n = \frac{1}{2}$$

ÖĞRETEN SORU – 106

$f(x) = \cos x$ fonksiyonunun $A\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ noktasından geçen normalin eğimi nedir?

Çözüm:

$$f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$$

ise teğetin eğimi

$$m_t = f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$$m_{\text{teğet}} \cdot m_{\text{normal}} = -1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot m_n = -1 \\ \Rightarrow m_n = 2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
44

1. $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$ fonksiyonuna apsisi $x = 1$ olan noktasından çizilen normalin eğimi nedir?

A) -5 B) -4 C) -3 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{5}$

2. $f(x) = \sin x$ fonksiyonunun $A\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ noktasından çizilen normalin eğimi nedir?

A) $-\sqrt{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) -1 D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{2}$

3. $f(x) = e^{2x+1}$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasından çizilen normalin eğimi nedir?

A) e^{-5} B) $\frac{e^5}{2}$ C) $2e^5$ D) $-\frac{e^{-5}}{2}$ E) $\frac{e^{-5}}{2}$

4. $f(x) = \ln x$ fonksiyonunun $A(e^2, 2)$ noktasından çizilen normalin eğimi nedir?

A) e^2 B) $-e^2$ C) e^3 D) -2 E) $-e^{-2}$

5. $f(x) = \arctan x^2$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasından çizilen normalin eğimi nedir?

A) -5 B) $-\frac{9}{2}$ C) $-\frac{17}{4}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{4}{17}$

1-E 2-A 3-D 4-B 5-C

Teğet ve Normalin Denklemleri

$$m_t = f'(x_0) \text{ ve } m_t \cdot m_n = -1 \text{ dir.}$$

$A(x_0, f(x_0))$ noktasından geçen

Teğetin denklemleri

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0) \text{ dir.}$$

Normalinin denklemleri

$$y - f(x_0) = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0) \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 107

$f(x) = x^3 + x^2$ eğrisine $x = 1$ apsisi noktasından çizilen teğetin ve normalinin denklemleri nedir?

Çözüm:

$$f(1) = 1^3 + 1^2 = 2 \text{ olup}$$

teğetin değme noktası

$A(1, 2)$ dir.

$$f'(x) = 3x^2 + 2x$$

$$m_t = f'(1) = 3 + 2 = 5 \text{ teğetin eğimi olup}$$

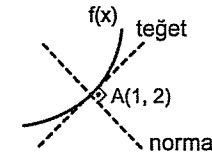
Teğet denklemleri

$$y - y_0 = m_t(x - x_0) \Rightarrow y - 2 = 5(x - 1) \text{ dir.}$$

$$m_t \cdot m_n = -1 \Rightarrow 5 \cdot m_n = -1 \Rightarrow m_n = -\frac{1}{5}$$

Normal denklemleri

$$y - y_0 = m_n(x - x_0) \Rightarrow y - 2 = -\frac{1}{5}(x - 1) \text{ dir.}$$



ÖĞRETEN SORU – 108

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 4$ eğrisinin apsisi $x = -1$ olan noktasındaki teğeti $y = 3x + 2$ ise $a \cdot b$ kaçtır?

Çözüm:

$x = -1$ için

$$y = 3(-1) + 2 = -1$$

olup $A(-1, -1)$ noktası

$f(x)$ fonksiyonunu sağlar.

$$f(-1) = -1 \Rightarrow -1 - a - b - 4 = -1$$

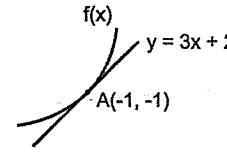
$$\Rightarrow -a - b = 4$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2ax + b \Rightarrow f'(-1) = 3 + 2a + b = m_t = 3$$

$$\Rightarrow 2a + b = 0 \text{ dir.}$$

$$-a - b = 4 \Rightarrow -a + 2a = 4 \Rightarrow a = 4 \text{ ve } b = -8$$

$$\Rightarrow a \cdot b = -32 \text{ dir.}$$



ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
45

1. $f(x) = 3x^2 - 2$ fonksiyonunun $A(2, 10)$ noktasından geçen teğetin denklemleri nedir?

A) $y - 12x - 10 = 0$ B) $y - 12x + 14 = 0$

C) $y - 10x + 10 = 0$ D) $y - 6x + 2 = 0$

E) $y + 12x - 34 = 0$

2. $f(x) = x^2 - \ln x$ eğrisinin $x = 1$ noktasındaki normalinin denklemleri nedir?

A) $y + x - 2 = 0$ B) $y - x = 0$

C) $y + x = 0$ D) $y + x - 1 = 0$

E) $y - x + 4 = 0$

3. $x^2 + y^2 - 2x + y - 29 = 0$ eğrisinin $A(1, 5)$ noktasındaki teğetin denklemleri nedir?

A) $y - 2x - 3 = 0$ B) $y + x - 6 = 0$

C) $y - 5 = 0$ D) $y + 2x - 7 = 0$

E) $x - 1 = 0$

4. $f(x) = x^3 + ax^2 - bx + 3$ eğrisinin apsisi $x = 1$ olan noktasındaki teğetin denklemleri $y = 4x - 2$ ise b kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $f(x) = e^{x^2-x}$ fonksiyonunun $A(1, 1)$ noktasından geçen teğeti x eksenini hangi noktada keser?

A) (1, 0) B) (-1, 0) C) (-2, 0)

D) (3, 0) E) (0, 0)

1-B 2-A 3-C 4-D 5-E

Fonksiyonun Doğruya En Yakın Noktasının Koordinatları

ÖĞRETEN SORU – 109

$y = f(x) = x^2 - 8x + 6$ fonksiyonunun

$4x + y - 2 = 0$ doğrusuna paralel teğetinin değme noktası nedir?

Çözüm:

Teğet değme noktası

$A(a, a^2 - 8a + 6)$ olsun.

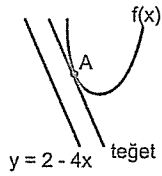
$f'(x) = 2x - 8$ ise

$m_t = 2a - 8$ dir.

$4x + y - 2 = 0$ doğrusunun eğimi -4 olup, teğet ile paralel olduğundan eğimleri eşittir. O halde,

$m_t = -4 \Rightarrow 2a - 8 = -4 \Rightarrow a = 2$ dir.

$A(a, a^2 - 8a + 6) = A(2, -6)$ dir.



NOT:

$A(2, -6)$ noktası $4x + y - 2 = 0$ doğrusuna en yakın noktadır.

ÖĞRETEN SORU – 110

$y = x^2 - 6x$ fonksiyonunun hangi noktasındaki teğeti $y = -x + 4$ doğrusuna diktir?

Çözüm:

Teğet değme noktası

$A(a, a^2 - 6a)$ olsun.

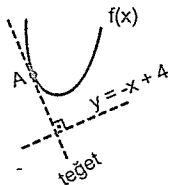
$f'(x) = 2x - 6$ ise

$m_t = 2a - 6$ dir.

$y = -x + 4$ doğrusunun eğimi -1 ise teğet doğrusu bu doğruya dik olduğundan teğetin eğimi 1 dir.

$m_t = 1 \Rightarrow 2a - 6 = 1 \Rightarrow a = \frac{7}{2}$ dir.

$A(a, a^2 - 6a) = A\left(\frac{7}{2}, -\frac{35}{4}\right)$ tür.



ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
46

1. $y = x^2 - 12x$

fonksiyonunun hangi noktasındaki teğeti

$y = 2x + 1$ doğrusuna paraleldir?

- A) (5, 11) B) (4, 9) C) (9, 19)
D) (7, 3) E) (7, -35)

2. $y = -x^2 + 4x$

fonksiyonunun $2x + y + 4 = 0$ doğrusuna

en yakın noktası nedir?

- A) (3, 3) B) (-2, 0) C) (3, -8)
D) (1, -6) E) (-3, 2)

3. $y = x^2 + 1$

fonksiyonunun hangi noktasındaki teğeti

$y = \frac{x}{2} + 1$ doğrusuna diktir?

- A) $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ B) (-1, 2) C) (1, 2)
D) (2, 5) E) $\left(\frac{1}{4}, \frac{17}{4}\right)$

4. $y = x^2 - 6x + 2$

eğrisinin $4x - y + 2 = 0$ doğrusuna paralel

teğetinin denklemi nedir?

- A) $y - 4x - 4 = 0$ B) $y - 4x + 8 = 0$
C) $y - 4x + 10 = 0$ D) $y - 4x + 23 = 0$
E) $y - 4x - 6 = 0$

5. $f(x) = x^2 - 2mx + 3$

fonksiyonunun gösterdiği eğrinin apsisi $x = 2$ olan noktasındaki teğetinin $y = 6x + 5$ doğrusuna paralel olması için m kaç olmalıdır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 1

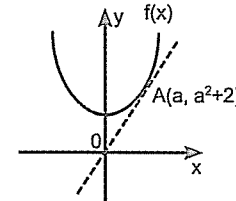
1-E 2-A 3-B 4-D 5-D

Fonksiyona Dışındaki Noktadan Çizilen Teğetin Denklemi

ÖĞRETEN SORU – 111

$f(x) = x^2 + 2$ parabolüne orijinden çizilen teğetlerin eğimleri nedir?

Çözüm:



$A(a, a^2 + 2)$ olsun.

$O(0,0)$ olduğundan, $m_{AO} = \frac{(a^2 + 2) - 0}{a - 0} = \frac{a^2 + 2}{a}$

$f(x) = x^2 + 2 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow m_t = 2a$ dir.

$m_{AO} = m_t \Rightarrow \frac{a^2 + 2}{a} = 2a \Rightarrow a = \pm\sqrt{2}$

O halde teğetin eğimleri, $m_1 = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$
 $m_2 = \frac{4}{-\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}$ dir.

ÖĞRETEN SORU – 112

$f(x) = x^2 + ax + b$ eğrisine üzerindeki $A(1,2)$ noktasından çizilen doğru x eksenine paralel ise a ve b nedir?

Çözüm:

$A(1,2)$ noktası $f(x) = x^2 + ax + b$ eğrisi üzerinde ise bu nokta denklemi sağlar.

$f(1) = 2 \Rightarrow 1 + a + b = 2 \Rightarrow a + b = 1$

$f(x) = x^2 + ax + b \Rightarrow f'(x) = 2x + a$

$f'(x) = 2 + a$ dir.

Bu noktada x eksenine paralel olan doğrunun eğimi sıfırdır.

O halde, $f'(1) = 0 \Rightarrow 2 + a = 0 \Rightarrow a = -2$

$a = -2 \Rightarrow -2 + b = 1 \Rightarrow b = 3$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
47

1. $f(x) = x^2 + 1$

parabolüne orijinden çizilen teğetlerin eğimleri çarpımı kaçtır?

- A) -9 B) -6 C) -4 D) -2 E) -1

2. $f(x) = x^2 - ax + b$

eğrisine $A(1,4)$ noktasından çizilen doğru x eksenine paralel ise $a + b$ kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

3. $f(x) = e^x$

eğrisine orijinden çizilen teğetin eğimi nedir?

- A) $\frac{1}{e^2}$ B) $\frac{1}{e}$ C) 0 D) 1 E) e

4. $y = \sqrt{x - 2}$

eğrisine $O(0,0)$ noktasından çizilen teğetin denklemi nedir?

- A) $y - \sqrt{2}x = 0$ B) $4y - 2x = 0$
C) $4y - \sqrt{2}x = 0$ D) $2y - \sqrt{2}x = 0$
E) $4y + \sqrt{2}x = 0$

5. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere;

$f(x) = \ln x$

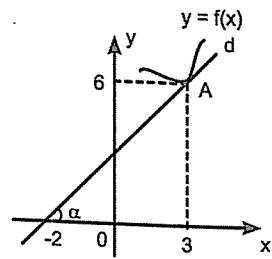
fonksiyonunun orijinden çizilen teğetin denklemi nedir?

- A) $y - x = 0$ B) $y - ex = 0$ C) $2y - ex = 0$
D) $ey - x = 0$ E) $y - 2x = 0$

1-C 2-B 3-E 4-C 5-D

Fonksiyona Çizilen Teğetin
Grafiğe Uygulanması

ÖĞRETEN SORU – 113



Şekilde d doğrusu, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin A(3, 6) noktasındaki teğettir.

$g(x) = 2x^2 \cdot f(x)$ olduğuna göre, $g'(3)$ kaçtır?

Çözüm:

$$f(3) = 6 \text{ ve } f'(3) = m_T = \tan \alpha = \frac{6}{5} \text{ tür.}$$

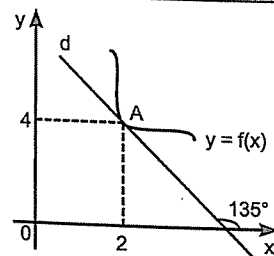
$$g(x) = 2x^2 \cdot f(x) \Rightarrow g'(x) = (2x^2)' \cdot f(x) + f'(x) \cdot 2x^2$$

$$g'(x) = 4x \cdot f(x) + f'(x) \cdot 2x^2$$

$$g'(3) = 12 \cdot f(3) + f'(3) \cdot 18$$

$$= 12 \cdot 6 + \frac{6}{5} \cdot 18 = \frac{468}{5}$$

ÖĞRETEN SORU – 114



Şekilde d doğrusu, $y = f(x)$ eğrisine A(2, 4) noktasında teğettir.

$g(3x) = x^2 + f(x-2)$ ise $g'(12)$ kaçtır?

Çözüm:

Teğetin eğimi $m_t = \tan 135^\circ = -1$ dir.

$$f(2) = 4 \text{ ve } f'(2) = -1 \text{ dir.}$$

$$g(3x) = x^2 + f(x-2), \text{ (iki tarafın türevini alalım)}$$

$$g'(3x) \cdot 3 = 2x + f'(x-2) \cdot 1$$

$$g'(3 \cdot 4) \cdot 3 = 2 \cdot 4 + f'(4-2) \quad (x=4 \text{ verildi})$$

$$g'(12) \cdot 3 = 8 + f'(2)$$

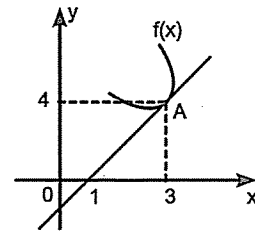
$$g'(12) \cdot 3 = 8 + (-1)$$

$$g'(12) \cdot 3 = 7 \Rightarrow g'(12) = \frac{7}{3} \text{ tür.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

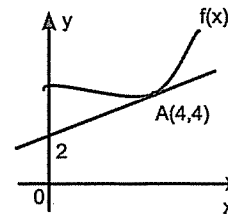
TEST
48

1. $g(x) = x^2 + f(x)$
ise, $g'(3)$
kaçtır?



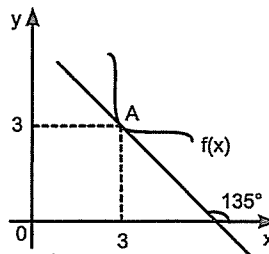
- A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

2. $g(x) = x \cdot f(2x)$
ise, $g'(2)$
kaçtır?



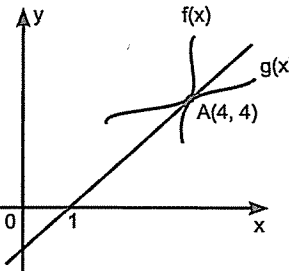
- A) 6 B) $\frac{11}{2}$ C) 5 D) $\frac{9}{2}$ E) 4

3. $g(x) = \frac{x^2}{f(x+1)}$
ise $g'(2)$ kaçtır?



- A) 2 B) $\frac{17}{9}$ C) $\frac{16}{9}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{14}{9}$

4. $h(x) = (f \circ g)(x) + x^2$
ise $h'(4)$ kaçtır?



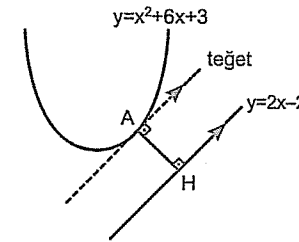
- A) 10 B) $\frac{88}{9}$ C) $\frac{85}{9}$ D) 9 E) $\frac{78}{9}$

Fonksiyon Üzerindeki En Yakın Noktanın
Doğruya Olan Uzaklığı

ÖĞRETEN SORU – 115

$y = x^2 + 6x + 3$ parabolü ile $y = 2x - 2$ doğrusu arasındaki en kısa uzaklık kaç br dir?

Çözüm:



A noktasının apsisi $x = a$ olsun.

teğetin eğimi $y = 2x - 2$ doğrusunun eğimine eşittir.

$$y = x^2 + 6x + 3 \Rightarrow y' = 2x + 6$$

$$m_t = y'(a) \Rightarrow 2a + 6 = 2$$

$$a = -2 \Rightarrow y = (-2)^2 + 6(-2) + 3$$

$$y = 4 - 12 + 3$$

$$y = -5$$

$$\Rightarrow A(-2, -5)$$

A(-2, -5) noktası $y = 2x - 2$ doğrusuna parabolün üzerindeki en yakın noktadır.

A noktasının $y - 2x + 2 = 0$ doğrusuna uzaklığı,

$$|AH| = \frac{|-5 + 4 + 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ br bulunur.}$$

NOT:

$A(x_1, y_1)$ noktasının $ax + by + c = 0$ doğrusuna olan uzaklığı d br ise,

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
49

1. $y = x^2 + 1$ parabolü ile $y = 4x - 1$ doğrusu arasındaki en kısa uzaklık kaç br dir?

- A) $\frac{2}{\sqrt{15}}$ B) $\frac{3}{\sqrt{15}}$ C) $\frac{2}{\sqrt{17}}$

- D) $\frac{5}{\sqrt{17}}$ E) $\frac{6}{\sqrt{7}}$

2. $y = 2x^2 + x$ parabolünün $y = -3x$ doğrusuna en yakın noktasının koordinatları nedir?

- A) (-1, 1) B) (-2, 8) C) (3, 21)

- D) (-1, 3) E) (-2, 6)

3. $y = x^2$ parabolü ile $y = 6x + 2$ doğrusu arasındaki en kısa uzaklık kaç br dir?

- A) $\frac{11}{\sqrt{37}}$ B) $\frac{12}{\sqrt{37}}$ C) $\frac{13}{\sqrt{37}}$

- D) $\frac{11}{\sqrt{39}}$ E) $\frac{12}{\sqrt{39}}$

4. $y = x^2 + x$ parabolü ile $y = 3x - 1$ doğrusu arasındaki en kısa uzaklık kaç br dir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. $y = x^2 - 1$ parabolünün $y + x + 2 = 0$ doğrusuna en yakın noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{12}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{7}{6}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) $-\frac{5}{4}$

Artan ve Azalan Fonksiyonlar

Artan Fonksiyon

f , $[a, b]$ de tanımlı bir fonksiyon olsun.

$\forall x_1, x_2 \in [a, b]$ ve

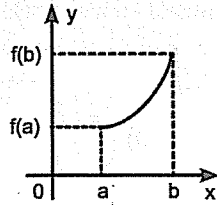
$x_1 < x_2$ için

$f(x_1) < f(x_2)$ ise

f fonksiyonuna $[a, b]$ de

artan fonksiyon denir.

$f'(x) > 0$ ise f , (a, b) aralığında artandır.



NOT:

Bu aralıkta eğrinin üzerinde alınan bir noktadan çizilen teğetinin eğimi pozitiftir.

ÖĞRETEN SORU - 116

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ fonksiyonunun artan olduğu aralıkları nedir?

Çözüm:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3(x^2 - 2x - 3)$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3) \cdot (x+1) = 0$$

$$x = 3 \text{ ve } x = -1$$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

$f(x)$ in artan olduğu aralık,

$(-\infty, -1)$ ve $(3, \infty)$ dir.

ÖĞRETEN SORU - 117

$f: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+8}{x-a}$ fonksiyonunun daima artan olması için a ne olmalıdır?

Çözüm:

Fonksiyon daima artan ise,

$f'(x) > 0$ olmalıdır.

$$f'(x) = \frac{(x+8) \cdot (x-a) - (x-a) \cdot (x+8)}{(x-a)^2}$$

$$= \frac{1 \cdot (x-a) - (1)(x+8)}{(x-a)^2}$$

$$= \frac{x-a-x-8}{(x-a)^2} = \frac{-a-8}{(x-a)^2}$$

$f'(x) > 0$ ise $-a-8 > 0$ olur.

O halde, $a < -8$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
50

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x$

fonksiyonun artan olduğu aralık nedir?

- A) $\mathbb{R} - \{3\}$ B) $[3, \infty)$ C) $(-\infty, 3)$
D) $(3, \infty)$ E) $(2, \infty)$

2. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x + 4$

fonksiyonunun artan olduğu aralık nedir?

- A) $(-\infty, 3)$ B) $(2, 3)$ C) $(2, \infty)$
D) $(-\infty, 2] \cup [3, \infty)$ E) $(-\infty, 2) \cup (3, \infty)$

3. $f(x) = x^3 - 12x^2 - 27x + 4$

fonksiyonunun artan olduğu aralık nedir?

- A) $(-\infty, 9)$ B) $(-1, 9)$ C) $(-1, \infty)$
D) $(-\infty, -1) \cup (9, \infty)$ E) $(-\infty, -1] \cup [9, \infty)$

4. $f: \mathbb{R} - \{k\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+6}{x-k}$

fonksiyonunun daima artan olması için k ne olmalıdır?

- A) $k < -3$ B) $k < -2$ C) $k < -1$
D) $k > -2$ E) $k > -3$

5. $f: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+a}{x-3}$

fonksiyonunun daima artan olması için a ne olmalıdır?

- A) $a < -1$ B) $a < -2$ C) $a < -3$
D) $a > -2$ E) $a > -3$

1-D 2-E 3-D 4-A 5-C

Artan ve Azalan Fonksiyonlar

Azalan Fonksiyon

f , $[a, b]$ de tanımlı

bir fonksiyon olsun.

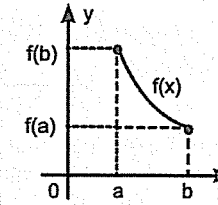
$\forall x_1, x_2 \in [a, b]$ ve

$x_1 < x_2$ için

$f(x_1) > f(x_2)$ ise

f fonksiyonuna $[a, b]$ da azalan fonksiyon denir.

$f'(x) < 0$ ise, f , (a, b) aralığında azalandır.



NOT:

Bu aralıkta eğrinin üzerinde alınan bir noktadan çizilen teğetinin eğimi negatiftir.

NOT:

$f'(x) = 0$ ise f , (a, b) aralığında sabittir.

ÖĞRETEN SORU - 118

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 12x + 6$

fonksiyonunun azalan olduğu aralık nedir?

Çözüm:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 12x + 6 \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{3}x^2 + 4x - 12$$

$$\Rightarrow f'(x) = x^2 + 4x - 12$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x+6) \cdot (x-2) = 0$$

$$x = -6 \text{ ve } x = 2 \text{ dir.}$$

x	$-\infty$	-6	2	$+\infty$	
f'(x)	+	o	-	o	+
f(x)		↗	↘	↗	

$f(x)$ in azalan olduğu aralık, $(-6, 2)$ dir.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
51

1. $f(x) = x^2 + 6x$

fonksiyonunun azalan olduğu aralık nedir?

- A) $(-\infty, 6)$ B) $(-\infty, 3)$ C) $(3, \infty)$
D) $(-\infty, -3)$ E) $(-3, \infty)$

2. $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 6x + 2$

fonksiyonunun azalan olduğu aralık nedir?

- A) $(-\infty, 3)$ B) $(1, \infty)$
C) $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$ D) $(3, \infty)$
E) $(1, 3)$

3. $f(x) = x^2 - 2\ln x$

fonksiyonunun azalan olduğu aralık nedir?

- A) $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ B) $(-1, \infty)$
C) $(-1, 1)$ D) $(-1, 0) \cup (1, \infty)$
E) $(-\infty, 1)$

4. $f(x) = 4^{x^2-4x+3}$

fonksiyonunun azalan olduğu aralık nedir?

- A) $(-\infty, 4)$ B) $(2, \infty)$ C) $(-\infty, 2)$
D) $(4, \infty)$ E) $(-\infty, 1)$

5. $f(x): \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere;

$$f(x) = \frac{x+4}{x-a}$$

fonksiyonunun daima azalan olması için a ne olmalıdır?

- A) $a < 4$ B) $0 < a < 4$ C) $a > -4$
D) $a > 4$ E) $a > -2$

1-D 2-E 3-A 4-C 5-C

Yerel Ekstremum Noktaları – 1

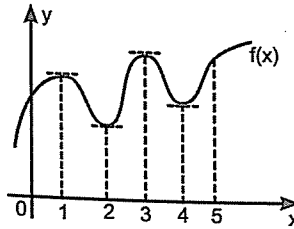
$f(x)$ fonksiyonunun artanlıktan azalanlığa geçtiği nokta yerel maksimum noktası, azalanlıktan artanlığa geçtiği nokta ise yerel minimum noktasıdır.

Yerel maksimum ve yerel minimum noktalarına ise yerel ekstremum noktaları denir.

- Yerel ekstremum noktalarında türev sıfırdır.
- Yerel ekstremum noktalarında fonksiyona çizilen teğet doğruları x eksenine paralel olan doğrulardır.

ÖĞRETEN SORU – 119

Yanda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının apsisi nedir?



Çözüm:

$(-\infty, 1) \cup (2, 3) \cup (4, \infty)$ aralığında fonksiyon artandır.

$(1, 2) \cup (3, 4)$ aralığında fonksiyon azalandır.

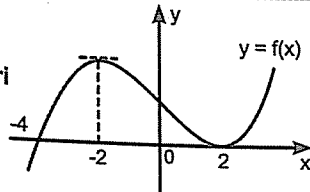
$f'(1) = f'(2) = f'(3) = f'(4) = 0$ dir.

x	1	2	3	4	5
$f'(x)$	+	-	+	-	+
$f(x)$	↗	↘	↗	↘	↗
		max	min	max	min

O halde, yerel ekstremum noktalarının apsisi 1, 2, 3 ve 4 tür.

ÖĞRETEN SORU – 120

Yanda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için aşağıdaki ifadeleri inceleyiniz.



Çözüm:

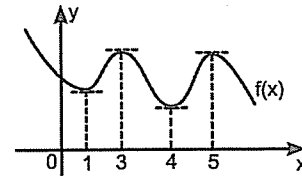
x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	↗	↘	↗	↗
		max	min	

- $f'(-3) > f'(0)$ (Doğru)
- $f'(0) < f'(2)$ (Doğru)
- $f'(5) > f'(4)$ (Doğru)
- $f'(-1) > f'(0)$ (Doğru)
- $f'(-5) \cdot f'(2) = 0$ (Doğru)

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
52

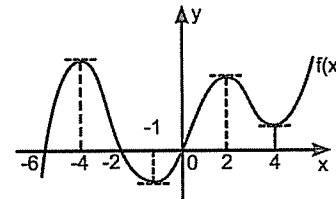
1.



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 8 D) 11 E) 13

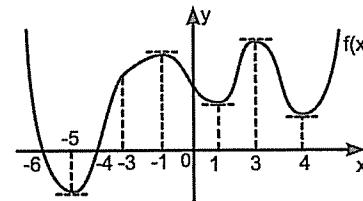
2.



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $f'(-5) < f'(3)$ B) $f'(-3) > f'(6)$
C) $f'(0) \cdot f'(2) < 0$ D) $f'(-1) < f'(4)$
E) $f'(1) > f'(0)$

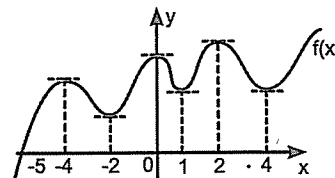
3.



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunun yerel maksimum noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

4.



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x = 1$ de yerel minimum vardır.
B) $f'(2) \cdot f'(5) = 0$
C) $f'(-3) \cdot f'(3) > 0$
D) $f'(0) = 0$ ve $x = 0$ noktasında yerel maksimum vardır.
E) $f'(4)$ yoktur ve $x = 4$ noktasında yerel minimum vardır.

Yerel Ekstremum Noktaları – 2

ÖĞRETEN SORU – 121

$$y = x^3 + (a+1)x^2 + (b-1)x + 4$$

fonksiyonunun $x = 1$ de yerel minimumu, $x = -1$ de yerel maksimumu olması için $a - b$ ne olmalıdır?

Çözüm:

$$f'(x) = y' = 3x^2 + 2(a+1)x + b - 1 = 0$$

Yerel ekstremum noktalarında türev sıfır olduğundan

$$f'(1) = 0 \text{ ve } f'(-1) = 0 \text{ olur.}$$

$$f'(1) = 3 + 2(a+1) + b - 1 = 0$$

$$= 3 + 2a + 2 + b - 1 = 0$$

$$= 2a + b = -4 \text{ olur}$$

$$f'(-1) = 3 - 2a - 2 + b - 1 = 0$$

$$= b - 2a = 0 \text{ olur.}$$

Denklemler ortak çözüldüğünde

$$b = -2 \text{ ve } a = -1 \text{ bulunur.}$$

$$a - b = 1 \text{ olur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 122

$$f(x) = \frac{4x^3}{3} - 6x^2 - 16x + 2 \text{ fonksiyonunun}$$

a) Yerel minimum değeri kaçtır?

b) Yerel maksimum değeri kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = \frac{4x^3}{3} - 6x^2 - 16x + 2 \text{ olmak üzere,}$$

$$f'(x) = 4x^2 - 12x - 16 \text{ denkleminin kökleri}$$

-1 ve 4 tür.

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	↗	↘	↗	↗
		max	min	

$$\text{Yerel maksimum değeri: } f(-1) = -\frac{4}{3} - 6 + 16 + 2$$

$$f(-1) = \frac{32}{3} \text{ tür.}$$

$$\text{Yerel minimum değeri: } f(4) = \frac{4}{3} \cdot 64 - 96 - 64 + 2$$

$$f(4) = -\frac{118}{3} \text{ tür.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
53

1. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx + 2$

fonksiyonunun $x = 1$ ve $x = -2$ apsisli noktalarında yerel ekstremumu varsa $a + b$ kaçtır?

- A) $-\frac{19}{2}$ B) $-\frac{17}{2}$ C) $-\frac{15}{2}$
D) $-\frac{13}{2}$ E) $-\frac{11}{2}$

2. $f(x) = x^2 - ax + b$

fonksiyonunun $x = -2$ apsisli noktasında yerel minimumu vardır. Bu noktadaki yerel minimum değeri 6 ise b kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

3. $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 24x + 8$

fonksiyonunun yerel minimum değeri kaçtır?

- A) -32 B) -30 C) -28 D) -26 E) -24

4. $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 10$

fonksiyonunun yerel maksimum değeri kaçtır?

- A) 28 B) 27 C) 25 D) 23 E) 21

5. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + a - b$

fonksiyonunun yerel minimum değeri -6 ise $a - b$ kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -2 D) -1 E) 1

Yerel Ekstreum Noktaları – 3

ÖĞRETEN SORU – 123

$f(x) = x^2 + ax - b$ eğrisinin $A(-1, 4)$ noktasında yerel maksimumu varsa (a, b) ikilisi nedir?

Çözüm:

$$f(-1) = 4 \text{ ve}$$

$$f'(-1) = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$f(x) = 2x + a$$

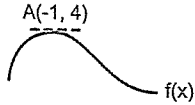
$$f'(-1) = 0 \Rightarrow -2 + a = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$f(-1) = 4 \Rightarrow 1 - a - b = 4 \Rightarrow a + b = -3$$

$$\Rightarrow 2 + b = -3$$

$$\Rightarrow b = -5$$

O halde, $(a, b) = (2, -5)$ tir.



ÖĞRETEN SORU – 124

$f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + k$ fonksiyonunun yerel minimum değeri 6 ise k kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + k \Rightarrow f'(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ ve } x = 1 \text{ dir.}$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	+	
$f(x)$		max	min	

Yerel minimum noktasının apsisi 3 ise

$$f(3) = 6 \Rightarrow \frac{27}{3} - 2 \cdot 9 + 9 + k = 6$$

$$\Rightarrow 9 - 18 + 9 + k = 6$$

$$\Rightarrow k = 6 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
54

1. $f(x) = x^3 + ax^2 - b$ eğrisinin $A(1, 2)$ noktasında yerel minimumu varsa $a + b$ kaçtır?

- A) -5 B) $-\frac{9}{2}$ C) -4 D) $-\frac{7}{2}$ E) -3

2. $f(x) = x^3 - ax + b$ eğrisinin $A(-1, 3)$ noktasında yerel maksimumu varsa (a, b) ikilisi nedir?

- A) (1, 3) B) (2, 2) C) (-1, 5)
D) (3, 1) E) (-2, 6)

3. $f(x) = 2x^2 - 4x + a$ eğrisinin yerel minimum değeri 4 ise a kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

4. $f(x) = 3x^3 - 36x - a$ eğrisinin yerel minimum değeri -2 ise a kaçtır?

- A) -46 B) -40 C) -34 D) -30 E) -28

5. $f(x) = ax^2 - 2bx + 4$ eğrisinin apsisi 1 olan noktasındaki yerel minimum değeri 8 ise $a + b$ kaçtır?

- A) -4 B) -5 C) -6 D) -7 E) -8

Yerel Ekstreum Noktaları – 4

Fonksiyonun bir yerel ekstremuma sahip olmaması için ya hiç kökü olmamalı yada çift katlı kökü olmalıdır. Bunun için $\Delta \leq 0$ olmalıdır.

ÖĞRETEN SORU – 125

$f(x) = x^3 + 3x^2 - ax + 4$ fonksiyonunun bir yerel ekstremuma sahip olmaması için a nın alabileceği değer aralığı nedir?

Çözüm:

$f'(x) = 3x^2 + 6x - a$ denkleminin ya hiç kökü olmamalı yada çift katlı kökü olmalıdır.

Bunun için $\Delta \leq 0$ olmalıdır.

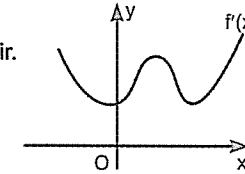
$$\Delta \leq 0 \Rightarrow 6^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-a) \leq 0$$

$$\Rightarrow 36 + 12a \leq 0 \Rightarrow a \leq -3 \text{ bulunur.}$$

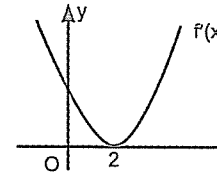
ÖĞRETEN SORU – 126

Aşağıdaki fonksiyonları inceleyiniz.

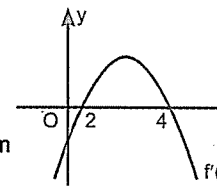
- a) $f'(x)$ fonksiyonu olup x eksenini kesmemiştir. $\Delta < 0$ olduğundan yerel ekstremum noktaları yoktur. Artan fonksiyondur.



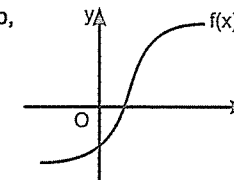
- b) $f'(x)$ fonksiyonu olup x eksenine teğettir. $\Delta \leq 0$ olduğundan yerel ekstremum noktaları yoktur. Artan fonksiyondur.



- c) $f'(x)$ fonksiyonu olup x eksenini kesmiştir. $x = 2$ yerel minimum $x = 4$ yerel maksimum noktalarıdır.



- d) $f(x)$ fonksiyonu olup, sürekli artandır. Türev grafiği x eksenini kesmeyeceğinden yerel ekstremum noktaları yoktur.



ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
55

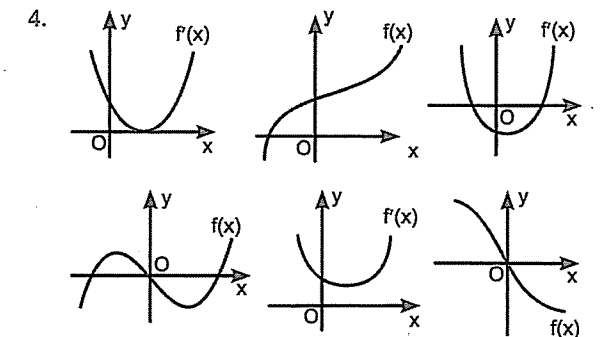
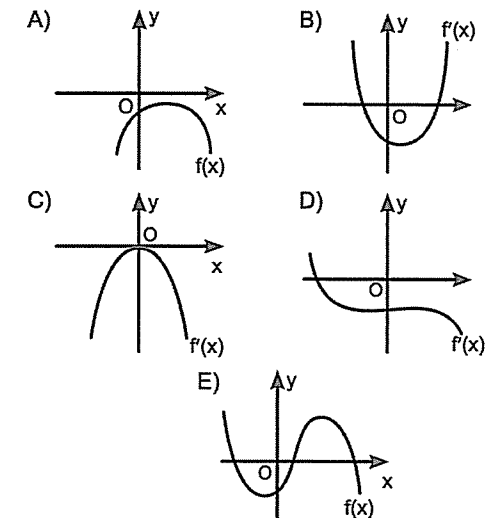
1. $f(x) = x^3 - x^2 + ax + 4$ fonksiyonunu bir yerel ekstremuma sahip olmasın için a nın değer aralığı nedir?

- A) $a \geq \frac{1}{2}$ B) $a \geq 1$ C) $a \geq \frac{1}{3}$
D) $a \leq \frac{1}{2}$ E) $a \leq \frac{1}{3}$

2. $f(x) = x^3 + x^2 - ax + 1$ fonksiyonunun bir yerel ekstremuma sahip olmaması için a nın en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) -3

3. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin yerel ekstremum noktası yoktur?



Yukarıda verilen grafiklerden kaç tanesinin yerel ekstremum noktası yoktur?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Bir Fonksiyonun Bir Aralıktaki En Büyük ve En Küçük Değeri

ÖĞRETEN SORU – 127

$f(x) = x^3 - 12x + 6$ fonksiyonunun $[-5, 3]$ aralığında alabileceği en büyük ve en küçük değerleri nedir?

Çözüm:

$$f'(x) = 3x^2 - 12, \quad 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = 2, x = -2$$

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
f'(x)	+	0	-	+
f(x)		max	min	

$$f(-2) = (-2)^3 - 12(-2) + 6 = 22 \text{ (yerel max.)}$$

$$f(2) = 2^3 - 12 \cdot 2 + 6 = -10 \text{ (yerel min.)}$$

$[-5, 3]$ tanım aralığının uç noktalarına da bakılır.

$$f(-5) = (-5)^3 - 12(-5) + 6 = -59 \text{ (mutlak min.)}$$

$$f(3) = 3^3 - 12 \cdot 3 + 6 = -3 \text{ (mutlak max.)}$$

O halde, $-59 \leq f(x) \leq 22$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 128

$f: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin x + 2\cos x$ fonksiyonunun alabileceği en büyük değer kaçtır?

Çözüm:

$$y' = \cos x - 2\sin x \text{ olur.}$$

$$y' = 0 \Rightarrow \cos x - 2\sin x = 0 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{2}$$

$\tan x = \frac{1}{2}$ denklemini sağlayan x değeri için ekstremumu vardır.

$$\sin x = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos x = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$y = \sin x + 2\cos x \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5} \text{ bulunur.}$$

$$x = 0 \text{ için } y = \sin 0 + 2\cos 0 = 2$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ için } y = \sin \frac{\pi}{2} + 2\cos \frac{\pi}{2} = 1$$

$$1 < 2 < \sqrt{5} \text{ olduğundan } \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

aralığındaki en büyük değer $\sqrt{5}$ tir.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
56

1. $f: [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + 4x + 2$ fonksiyonunun alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) -3 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

2. $f: [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x - 3$ fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) -5 B) -4 C) -3 D) 0 E) 5

3. $f: [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x + 4$ fonksiyonunun görüntü kümesi nedir?

A) $[-1, 6]$ B) $[2, 6]$ C) $[2, 56]$
D) $[6, 56]$ E) $[-1, 56]$

4. $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \cos x - \sin x$ fonksiyonunun artan olduğu aralık nedir?

A) $\left(\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$ B) $\left(\frac{7\pi}{4}, 2\pi\right)$ C) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$
D) $\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$ E) $\left(\frac{3\pi}{4}, 2\pi\right)$

5. $f: [\pi, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin 2x - 2\cos x$ fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C) 0
D) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ E) -2

Artan ve Azalan Fonksiyon

ÖĞRETEN SORU – 129

$f(x)$ fonksiyonu (a, b) aralığında negatif değerli ve azalan bir fonksiyon ise aşağıdaki fonksiyonların aynı aralıkta artan veya azalan olup olmadıklarını bulalım.

a) $f^2(x)$ b) $f(x^3)$ c) $4x + f(x)$

d) $\frac{-1}{f(x)}$ e) $4x - f(x)$ f) $x^2 \cdot f(x)$

Çözüm:

Her fonksiyonun ayrı ayrı türevlerini alalım.

$f(x)$ negatif değerli ise $f(x) < 0$ dır.

$f(x)$ azalan ise $f'(x) < 0$ dır.

a) $(f^2(x))' = 2 \cdot \underbrace{f(x)}_{-} \cdot \underbrace{f'(x)}_{-} > 0$ olduğundan $f^2(x)$ fonksiyonu artandır.

b) $(f(x^3))' = \underbrace{f'(x^3)}_{-} \cdot \underbrace{3x^2}_{+} < 0$ olduğundan $f(x^3)$ fonksiyonu azalandır.

c) $(4x + f(x))' = 4 + \underbrace{f'(x)}_{-}$ işaret belli olmadığı için $(4x + f(x))$ fonksiyonu için bir şey söylenemez.

$$d) \left(\frac{-1}{f(x)}\right)' = \frac{(-1)' \cdot f(x) - f'(x) \cdot (-1)}{f^2(x)} = \frac{0 + \underbrace{f'(x)}_{-}}{\underbrace{f^2(x)}_{+}} < 0$$

$\left(\frac{-1}{f(x)}\right)$ fonksiyonu azalandır.

e) $(4x - f(x))' = 4 - \underbrace{f'(x)}_{-} > 0$

$(4x - f(x))$ fonksiyonu artandır.

f) $(x^2 \cdot f(x))' = 2x \cdot \underbrace{f(x)}_{-} + \underbrace{f'(x)}_{-} \cdot \underbrace{x^2}_{+}$

fakat $x \in (a, b)$ işaret tanımlanmadığından kesin bir şey söylenemez.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
57

1. $f(x)$ fonksiyonu $(-\infty, 0)$ aralığında pozitif değerli ve artan ise aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta artandır?

A) $-f^3(x)$ B) $f(x^2)$ C) $x \cdot f(x)$
D) $f(x) + x$ E) $-f^2(x)$

2. $f(x)$ fonksiyonu $(0, \infty)$ aralığında negatif değerli artan bir fonksiyon ise aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi aynı aralıkta azalandır?

A) $x^2 + f(x)$ B) $x^2 - f(x)$ C) $x \cdot f(x)$
D) $f^3(x)$ E) $f^4(x)$

3. $f(x)$ fonksiyonu $(0, \infty)$ aralığında pozitif değerli azalan bir fonksiyon, $g(x)$ fonksiyonu $(-\infty, 0)$ aralığında pozitif değerli artan bir fonksiyon ise aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta artandır?

A) $f(x) \cdot g(x)$ B) $f(x) + g(x)$ C) $f(x) - g(x)$
D) $\frac{f(x)}{g(x)}$ E) $(f \circ g)(x)$

4. $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları $(-\infty, 0)$ aralığında pozitif değerli artan birer fonksiyon ise aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta azalandır?

A) $f(x) \cdot g(x)$ B) $f(x) + g(x)$ C) $f(x) - g(x)$
D) $\frac{f(x)}{g(x)}$ E) $-(g \circ f)(x)$

5. $f(x)$ fonksiyonu (a, b) aralığında tanımlı bir fonksiyondur.

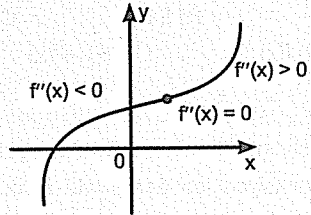
$$g(x) = -x^2 \cdot f(x)$$

fonksiyonu aynı aralıkta artan bir fonksiyon olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman doğrudur?

A) $x > 0, f(x) < 0, f'(x) > 0$
B) $x < 0, f(x) < 0, f'(x) < 0$
C) $x > 0, f(x) > 0, f'(x) < 0$
D) $x < 0, f(x) > 0, f'(x) < 0$
E) $x < 0, f(x) > 0, f'(x) > 0$

Büküm (Dönüm) Noktası

Sürekli bir fonksiyonun çukurluğunun yön değiştirdiği (konvekslikten konkavlığa ya da konkavlıktan konveksliğe geçtiği) noktaya **dönüm** ya da **büküm noktası** denir.



UYARI

- Dönüm noktasında ikinci türev işaret değişir.
- x_0 noktası $f(x)$ in dönüm noktası ise $f''(x_0) = 0$ veya $f''(x_0)$ yoktur.
- $f''(x_0) = 0$ ise her zaman x_0 da bir dönüm noktası olması gerektirmez.
- $f''(x_0) = 0$ denkleminin eşit iki kökü varsa x_0 noktası dönüm noktası değildir.
- Dönüm noktası simetri merkezidir.

ÖĞRETEN SORU – 130

$$f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x + 8$$

fonksiyonunun dönüm noktası nedir?

Çözüm:

Dönüm noktası ikinci türevin işaret değiştirdiği nokta olduğundan, ikinci türevin işaretini incelemeliyiz.

$$f'(x) = 12x^2 - 24x + 8$$

$$f''(x) = 24x - 24 = 0 \text{ ise } x = 1$$

f'' nün işaret tablosunu düzenleyelim.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f''	-	0	+
f	konkav	Büküm	konveks

O halde, $x = 1$ fonksiyonun dönüm noktasının apsisi.

$$f(1) = 4 - 12 + 8 + 8 = 8 \text{ dir.}$$

O halde fonksiyonun dönüm noktası (1, 8) dir.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
58

1. $f(x) = (x-3)^3 + 4x^2$
fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi nedir?

- A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) $\frac{7}{3}$

2. $f(x) = -x^3 + 6x^2 + 3x + 2$
eğrisinin simetri merkezi nedir?

- A) (0, 2) B) (1, 10) C) (2, 24)
D) (3, 41) E) (-1, 6)

3. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2x + a$
eğrisinin dönüm noktasının ordinatı 6 ise a kaçtır?

- A) 18 B) 16 C) 14 D) 12 E) 10

4. $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 6x + 2$
fonksiyonunun dönüm noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

- A) $\frac{4}{3}$ B) 1 C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{5}{3}$ E) 2

5. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 8$
fonksiyonu (1, 2) noktasında dönüm noktasına sahip ise $a \cdot b$ kaçtır?

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

Yerel Maksimum , Yerel Minimum ve Dönüm Noktası

- Yerel maksimum ve yerel minimum noktalarında fonksiyonun 1. türevi sıfıra eşittir.
- Dönüm noktasında fonksiyonun 2. türevi sıfıra eşittir.

ÖĞRETEN SORU – 131

$$f(x) = 2x^3 - ax^2 + (b-2)x - 8 \text{ fonksiyonunda}$$

$x = 1$ noktası dönüm noktasıdır.

Fonksiyonun bu noktadaki teğetinin eğimi 6 olduğuna göre b nin değeri nedir?

Çözüm:

$$x = 1 \text{ de dönüm noktası varsa } f''(1) = 0 \text{ dir.}$$

$$x = 1 \text{ de teğetinin eğimi 6 ise } f'(1) = 6 \text{ dir.}$$

$$f'(x) = 6x^2 - 2ax + b - 2 \Rightarrow f'(1) = 6 - 2a + b - 2 = 6$$

$$b - 2a = 2 \text{ olur.}$$

$$f''(x) = 12x - 2a \Rightarrow f''(1) = 12 - 2a = 0$$

$$12 - 2a = 0 \Rightarrow a = 6 \text{ olur.}$$

$$a = 6 \text{ için } b - 12 = 2 \Rightarrow b = 14 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 132

$f(x) = 2x^3 + ax^2 - bx + 4$ fonksiyonunda $x = 1$ de yerel maksimumu ve $x = -2$ de dönüm noktasının olması için b ne olmalıdır?

Çözüm:

$$x = 1 \text{ de yerel maksimum varsa } f'(1) = 0$$

$$x = -2 \text{ de dönüm noktası varsa } f''(-2) = 0 \text{ dir.}$$

$$f'(x) = 6x^2 + 2ax - b \Rightarrow f'(1) = 6 + 2a - b = 0$$

$$f''(x) = 12x + 2a \Rightarrow f''(-2) = -24 + 2a = 0$$

$$\Rightarrow a = 12 \text{ dir.}$$

$$a = 12 \text{ için } 6 + 24 - b = 0 \Rightarrow b = 30 \text{ dur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
59

1. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 6$
fonksiyonunda $x = 2$ noktası dönüm noktasıdır. Fonksiyonun bu noktadaki teğetinin eğimi 4 ise b kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

2. $f(x) = x^3 - ax^2 - bx + 2$
fonksiyonunda $x = -1$ de yerel maksimumu ve $x = 2$ de de dönüm noktası olması için b ne olmalıdır?

- A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

3. $f(x) = x^3 + (a+1)x^2 + bx + 1$
fonksiyonunda $x = 1$ noktası dönüm noktasıdır. Fonksiyonun bu noktadaki teğeti $y - 6x + 2 = 0$ doğrusuna paralel ise b kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

4. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx + c$
fonksiyonunun (1, 2) noktasında dönüm noktası varsa b + c kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$
fonksiyonunun (1, 4) noktasında dönüm noktası, (2, k) noktasında yerel minimumunun olması için c ne olmalıdır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 8

Konveks – Konkav

Konvekslik

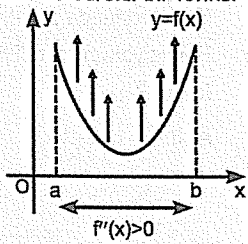
$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu, tanımlı ve sürekli bir fonksiyon olsun.

$\forall x \in (a, b)$ için

$f''(x) > 0$ oluyorsa

$f(x)$ fonksiyonu

bu aralıkta



KONVEKS veya **DIŞ BÜKEYDİR** denir.

Konkavlık

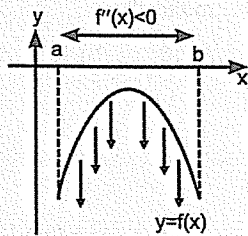
$f: [a, b] \in \mathbb{R}$ fonksiyonu, tanımlı ve sürekli bir fonksiyon olsun.

$\forall x \in (a, b)$ için

$f''(x) < 0$ oluyorsa

$f(x)$ fonksiyonu

bu aralıkta



KONKAV veya **İÇ BÜKEYDİR** denir.

ÖĞRETEN SORU – 133

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 + 1$$

fonksiyonunun konkav ve konveks olduğu aralıklar nedir?

Çözüm:

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 + 1$$

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 6$$

$$f''(x) = 12x^2 - 24x$$

$$12x^2 - 24x = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \text{ ve } x_2 = 2 \text{ dir.}$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f''(x)$	+	0	-	+
	konveks		konkav	konveks

Konkav olduğu aralık, $(0, 2)$ dir.

Konveks olduğu aralık, $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ dur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
60

- $f(x) = x^3 - 6x^2 + 4x + 3$
fonksiyonun konveks olduğu aralık nedir?
A) $(2, \infty)$ B) $(-2, \infty)$ C) $(-\infty, 2)$
D) $(-\infty, -2)$ E) $(1, \infty)$

- $f(x) = -x^3 - 4x^2 + x - 1$
fonksiyonun konkav olduğu aralık nedir?
A) $(-\frac{1}{2}, \infty)$ B) $(-1, \infty)$ C) $(-\infty, -\frac{4}{3})$
D) $(-\frac{4}{3}, \infty)$ E) $(-2, \infty)$

- $f(x) = \frac{x^4}{12} - x^3 + \frac{5x^2}{2} + 6x + 4$
fonksiyonun konkav olduğu aralıktaki tam sayı değerleri toplamı kaçtır?
A) 11 B) 9 C) 8 D) 6 E) 5

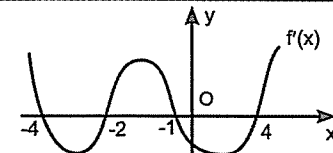
- $f(x) = x^3 \cdot (x - 1)$
fonksiyonun konkav olduğu aralık nedir?
A) $(-\frac{1}{2}, 1)$ B) $(1, \frac{3}{2})$ C) $(-\infty, 2)$
D) $(-\infty, 0) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$ E) $(0, \frac{1}{2})$

- $f(x) = ax^3 - 6x^2 + 4x + 3$
fonksiyonunun konveks olduğu aralık $(2, \infty)$ ise a kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

1-A 2-D 3-B 4-E 5-C

Türev Grafiğinde Uygulamalar – 1

ÖĞRETEN SORU – 134



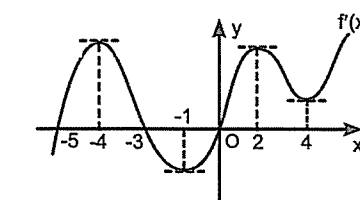
Yukarıda türevinin grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonun yerel ekstremum noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

Çözüm:

x	$-\infty$	-4	-2	-1	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0
$f(x)$		↗	↘	↗	↘	
			max	min	max	min

Yerel maksimum veya yerel minimum noktalarının apsisi toplamı $-4 - 2 - 1 + 4 = -3$ tür.

ÖĞRETEN SORU – 135

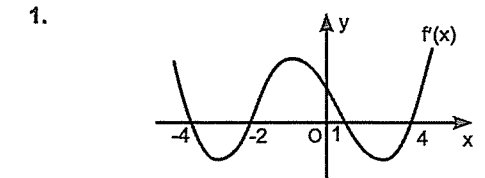


Yukarıda türevinin grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakileri inceleyiniz.

- $(-5, -3)$ aralığında $f(x)$ artandır.
- $x = -3$ te $f(x)$ in yerel maksimum değeri vardır.
- $(-3, 0)$ aralığında $f(x)$ azalandır.
- $f'(-5) = f'(-3) = f'(0) = 0$ dir.
- $(0, \infty)$ aralığında $f(x)$ artandır.
- $f''(-4) = f''(-1) = f''(2) = f''(4) = 0$ dir.
- $f''(5) > 0$, $f''(-2) < 0$ dir.
- $x = 0$ ve $x = -5$ te yerel minimumu vardır.
- $f'(5) < f'(6)$ ve $f(5) < f(6)$ dir.
- $f(-2) > f(-1)$ ve $f(-2) > f(-1)$ dir.
- $f''(1) > f''(-\frac{3}{2})$ dir.
- $f''(-2) < f''(-\frac{1}{2})$ dir.

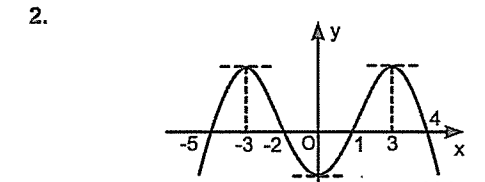
ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
61



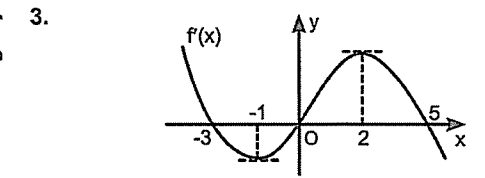
Türevinin grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunun yerel maksimum noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4



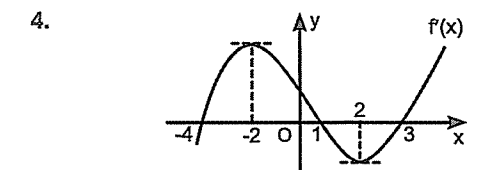
Yukarıda türevinin grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunun artan olduğu aralıklardan biri nedir?

- A) $(-\infty, -3)$ B) $(0, 3)$ C) $(1, 4)$
D) $(-2, 1)$ E) $(4, +\infty)$



Yukarıda grafiği verilen $f'(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $(-\infty, -1)$ aralığında $f(x)$ azalandır.
B) $f''(1) < f''(-4)$
C) $x = -3$ te $f(x)$ in yerel minimum değeri vardır.
D) $f''(3) < f''(0)$
E) $f(2) \cdot f'(-4) > 0$ dir.



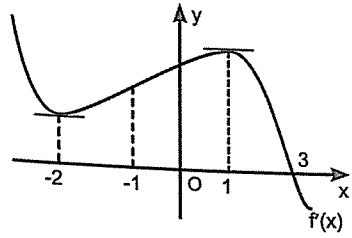
Yukarıda grafiği verilen $f'(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $f(-4) = 0$ B) $f(-1) \cdot f'(4) > 0$
C) $f(-5) \cdot f'(1) > 0$ D) $f(4) \cdot f'(-3) > 0$
E) $f''(0) \cdot f''(-6) > 0$

1-A 2-C 3-D 4-E

Türev Grafiğinde Uygulamalar – 2

ÖĞRETEN SORU – 136



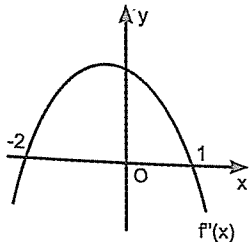
Türevinin grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakileri inceleyiniz.

- A) $-2 < x < 1$ için f' fonksiyonu artandır. Bu aralıkta fonksiyona teğet çizildiğinde $\tan \alpha > 0$ olduğundan $f''(x) > 0$ yani konvektir.
- B) $1 < x < 3$ için f' fonksiyonu artandır. Bu aralıkta fonksiyona teğet çizildiğinde $\tan \alpha < 0$ olduğundan $f''(x) < 0$ yani konkavdır.
- C) $-2 < x < 1$ aralığında $f''(x) > 0$ yani konvektir. $x = -1$ de f'' fonksiyonu işaret değiştirmedikleri için bu noktada dönüm noktası yoktur.
- D) $(-\infty, 3)$ aralığında $f'(x) > 0$ olduğundan f artandır.
- E) $x < 1$ için $f''(x) > 0$
 $x > 1$ için $f''(x) < 0$ $x = 1$ de $f''(x)$ işaret değiştirdiğinden f nin dönüm noktası olur.

- F)

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$	$-$
$f'(x)$	$\nearrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$

 $f(x)$ in dönüm noktasının apsisi -2 ve 1 dir.

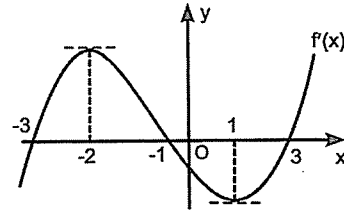


O halde 2. türevin grafiği yukarıdaki gibidir.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
62

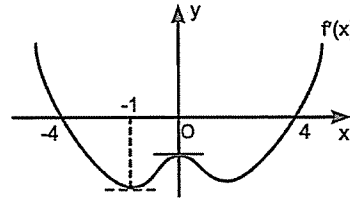
1.



Yukarıda verilen $f'(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $-2 < x < 1$ için $f(x)$ konkavdır.
 B) $1 < x < \infty$ için $f(x)$ konvektir.
 C) $x = 1$ de f nin dönüm noktası vardır.
 D) $-3 < x < -1$ de f artandır.
 E) $x = -1$ de f nin dönüm noktası vardır.

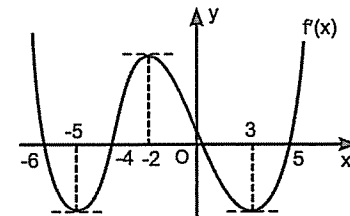
2.



Yukarıda verilen $f'(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $f'(5) > f'(3)$ B) $f''(4) > 0$
 C) $f''(-4) \cdot f'(6) > 0$ D) $f(6) > f(5)$
 E) $f(-1) > f(1)$

3.



Yukarıda verilen $f'(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

- I. $f'(-6) < f'(3)$
 II. $f'(-2) \cdot f'(6) = 0$
 III. $x = -6$ da f nin yerel maksimumu vardır.
 IV. $x = 3$ te f nin dönüm noktası vardır.
 V. $f(1) < f(2)$
 VI. $-2 < x < 3$ için $f(x)$ konkavdır.
 VII. $-5 < x < -2$ için $f(x)$ konvektir.
 VIII. $x = -4$ için f nin yerel minimumu vardır.

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1-E 2-C 3-D

Türev Uygulamaları Grafik – 1

ÖĞRETEN SORU – 137

$$f(x) = (x-2) \cdot (x^2-25)$$

fonksiyonunun grafiği nedir?

Çözüm:

$$y = 0 \Rightarrow 0 = (x-2) \cdot (x^2-25)$$

$$\Rightarrow x = 2, x = 5, x = -5$$

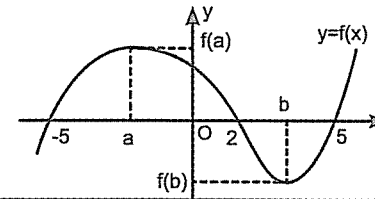
Fonksiyon x eksenini $(2, 0)$, $(5, 0)$ ve $(-5, 0)$ noktalarında keser.

$$f(x) = (x-2) \cdot (x^2-25) = x^3 - 25x - 2x^2 + 50$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4x - 25, 3x^2 - 4x - 25 = 0$$

$$x_1 = a \text{ ve } x_2 = b \text{ olsun.}$$

x	$-\infty$	a	b	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$f(a)$	$f(b)$	$+\infty$



ÖĞRETEN SORU – 138

Aşağıda grafikleri verilen fonksiyonların denklemleri nedir?

Çözüm:

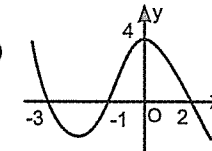
a)

$$f(x) = y = a(x+3) \cdot (x+1) \cdot (x-2)$$

$(0, 4)$ noktası bu denklemi sağlayacağından

$$4 = a(3) \cdot (1) \cdot (-2) \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{2}{3}(x+3)(x+1)(x-2) \text{ dir.}$$



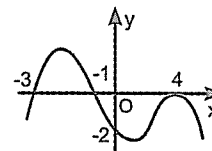
b)

$$f(x) = y = a(x+3)(x+1)(x-4)^2$$

$(0, -2)$ noktası bu denklemi sağlayacağından

$$-2 = a(3)(1)(-4)^2 \Rightarrow a = -\frac{1}{24}$$

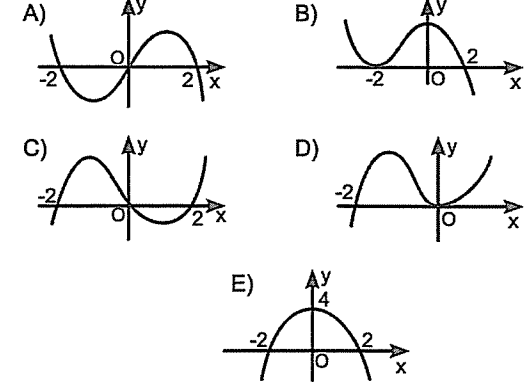
$$y = -\frac{1}{24}(x+3)(x+1)(x-4)^2 \text{ dir.}$$



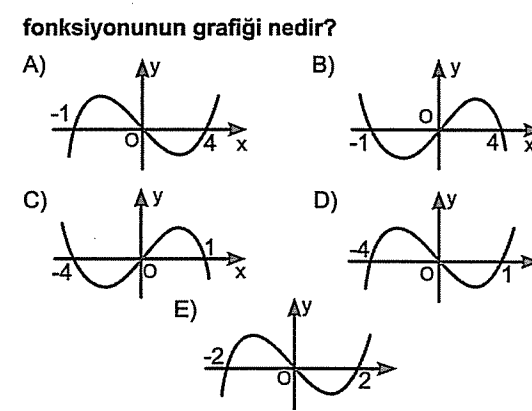
ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
63

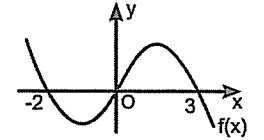
1. $f(x) = 2x(x^2 - 4)$ fonksiyonunun grafiği nedir?



2. $f(x) = (x+1) \cdot (x^2 - 4x)$ fonksiyonunun grafiği nedir?

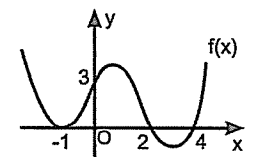


3. Yandaki $f(x)$ fonksiyonunun denklemi nedir?



- A) $y = x(x+2) \cdot (x+3)$ B) $y = \frac{x}{2}(x+2) \cdot (x+3)$
 C) $y = -x(x+2) \cdot (x-3)$ D) $y = x(x+2) \cdot (x-3)$
 E) $y = 2(x+2) \cdot (x-3)$

4. Yandaki $f(x)$ fonksiyonunun denklemi nedir?

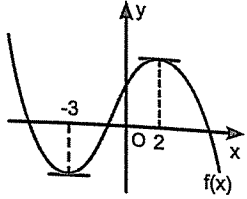


- A) $y = \frac{3}{5}(x+1)(x-2)(x-4)$
 B) $y = \frac{3}{8}(x+1)^2(x-2)(x-4)$
 C) $y = (x+1)^2(x-2)(x-4)$
 D) $y = \frac{1}{8}(x+1)^2(x-2)(x-4)$
 E) $y = \frac{3}{4}(x+1)^2(x-2)(x-4)$

1-C 2-A 3-C 4-B

Türev Uygulamaları Grafik - 2

ÖĞRETEN SORU - 139



Yukarıda grafiği verilen üçüncü dereceden $y = f(x)$ polinom fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi nedir?

Çözüm:

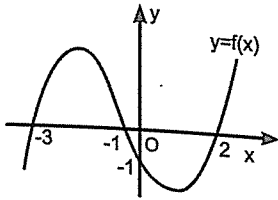
$$f(-3) = f(2) = 0 \text{ olduğundan}$$

$$f(x) = a(x-2) \cdot (x+3)$$

$$= a(x^2 + x - 6) \text{ şeklindedir.}$$

$$f'(x) = a(2x+1) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ dönüm noktasının apsisi.}$$

ÖĞRETEN SORU - 140



Yukarıda grafiği verilen III. dereceden $y = f(x)$ polinom fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi nedir?

Çözüm:

$$f(x) = a(x+3) \cdot (x+1) \cdot (x-2) \text{ fonksiyonunun üzerindeki } (0, -1) \text{ noktası sağlar.}$$

$$f(0) = -1 \Rightarrow a(3) \cdot (1) \cdot (-2) = -1 \Rightarrow a = \frac{1}{6} \text{ dir.}$$

$$f(x) = \frac{1}{6}(x+3) \cdot (x+1) \cdot (x-2)$$

$$f(x) = \frac{1}{6}(x^2 + 4x + 3) \cdot (x-2)$$

$$f(x) = \frac{1}{6}(x^3 + 4x^2 + 3x - 2x^2 - 8x - 6)$$

$$f(x) = \frac{1}{6}(x^3 + 2x^2 - 5x - 6)$$

$$f'(x) = \frac{1}{6}(3x^2 + 4x - 5)$$

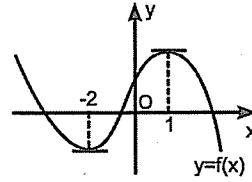
$$f''(x) = \frac{1}{6}(6x + 4) = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

dönüm noktasının apsisi.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

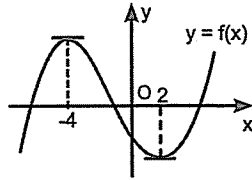
TEST
64

1. Yanda grafiği verilen III. dereceden $y = f(x)$ polinom fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi nedir?



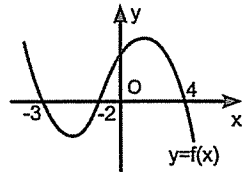
- A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

2. Yanda grafiği verilen III. dereceden $y = f(x)$ polinom fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi nedir?



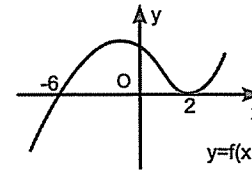
- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

3. Yanda grafiği verilen III. dereceden $y = f(x)$ polinom fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi nedir?



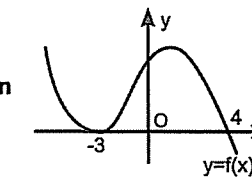
- A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

4. Yanda grafiği verilen III. dereceden $y = f(x)$ fonksiyonunun yerel maksimum noktasının apsisi kaçtır?



- A) $-\frac{10}{3}$ B) -3 C) $-\frac{2}{3}$ D) 1 E) 2

5. Yanda grafiği verilen III. dereceden $y = f(x)$ fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi nedir?



- A) $-\frac{7}{3}$ B) -2 C) $-\frac{3}{2}$ D) -1 E) $-\frac{2}{3}$

1-C 2-C 3-B 4-A 5-E

Düşey ve Yatay Asimptot

Asimptot : $y = f(x)$ eğrisine sonsuzda teğet olan doğruya ya da eğriye denir.

a) Düşey Asimptot:

$y = f(x)$ fonksiyonunda $\lim_{x \rightarrow a} y = \pm \infty$ oluyorsa

$x = a$ doğrusuna fonksiyonun **DÜŞEY ASİMPTOT**'u denir.

Rasyonel fonksiyonlarda paydayı sıfır yapan değerler fonksiyonun düşey asimptotlarıdır.

b) Yatay Asimptot:

$y = f(x)$ fonksiyonunda $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} y = a \in \mathbb{R}$ oluyorsa

$y = a$ doğrusuna fonksiyonun **yatay asimptotu** denir.

ÖĞRETEN SORU - 141

Aşağıdaki fonksiyonların düşey ve yatay asimptotları nedir?

a) $y = \frac{3x+1}{x+4}$ b) $y = \frac{x^2-4x+3}{x^2-1}$

Çözüm:

a) $y = \frac{3x+1}{x+4}$

$x+4 \Rightarrow x = -4$ düşey asimptot

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ yatay asimptot.

b) $y = \frac{x^2-4x+3}{x^2-1} = \frac{(x-3) \cdot (x-1)}{(x-1) \cdot (x+1)} = \frac{x-3}{x+1}$

$x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$ düşey asimptot

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ yatay asimptot.

ÖĞRETEN SORU - 142

$y = \frac{6x+2}{x^2+6x-m}$ eğrisinin düşey asimptota sahip

olmaması için m ne olmalıdır?

Çözüm:

$x^2 + 6x - m = 0$ denkleminin reel köklerinin olmaması için $\Delta < 0$ olması gerekir.

$\Delta = 36 - 4 \cdot 1 \cdot (-m) < 0 \Rightarrow m < -9$ olmalıdır.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
65

1. $f(x) = \frac{6x+1}{3x-9}$

fonksiyonunun asimptotları nedir?

A) $x = -3$ B) $x = 3$ C) $x = 2$

$y = 2$ $y = 2$ $y = 3$

D) $x = -3$ E) $x = 2$

$y = -2$ $y = -3$

2. $y = \frac{ax^3+bx+4}{3x^3-24}$

fonksiyonunun asimptotları toplamı 12 ise a kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 24 D) 30 E) 36

3. $f(x) = \sqrt{\frac{4x^2-6x}{x^2-3x}}$

fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktası nedir?

A) (2, 3) B) (3, 2) C) (-2, 3) D) (-2, -3) E) (-3, 2)

4. $f(x) = \frac{x^2-x-6}{x^2-6x+8}$

fonksiyonunun asimptotları ile x eksenı arasında kalan dörtgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

5. $y = \frac{3x+4}{x^2-2x+m}$

eğrisinin düşey asimptota sahip olması için m ne olmalıdır?

A) $m > 2$ B) $m \leq 2$ C) $m \geq 1$

D) $m \leq 1$ E) $m > 1$

1-B 2-D 3-B 4-B 5-D

Eğik Asimptot

I. Rasyonel fonksiyonlarda **payın derecesi payda-
nın derecesinden bir büyük** ise, fonksiyonun **eğik
asimptotu** vardır. Eğik asimptotu bulmak için **pay pay-
daya bölünür**.

II. $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ irrasyonel fonksiyonunda $a > 0$
ise, fonksiyonun eğik asimptotları vardır.

Bunlar;

$$y = \sqrt{a} \left(x + \frac{b}{2a} \right)$$

$$y = -\sqrt{a} \left(x + \frac{b}{2a} \right) \text{ doğrulardır.}$$

ÖĞRETEN SORU – 143

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 4}{x^2 - 1}$$

fonksiyonun eğik asimptotu nedir?

Çözüm:

$$\begin{array}{r|l} x^3+x^2-4 & x^2-1 \\ \hline x^3-x & \\ \hline x^2+x-4 & \\ -x^2-1 & \\ \hline & x-3 \end{array} \Rightarrow f(x) = \frac{x^3+x^2-4}{x^2-1} = \frac{x^3-x}{x^2-1} + \frac{x-3}{x^2-1}$$

Eğik
Asimptot

$y = x + 1$ doğrusu eğik asimptottur.

ÖĞRETEN SORU – 144

$$y = \sqrt{x^2 - 4x + 2}$$

fonksiyonun eğik asimptotları nedir?

Çözüm:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 2} = \sqrt{(x-2)^2 - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - 4x + 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{(x-2)^2 - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} |x-2| \text{ olduğundan}$$

$y = x - 2$ ve $y = -x + 2$ doğruları eğik asimptottur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
66

1. $y = \frac{x^2 - 3}{x + 1}$
fonksiyonun eğik asimptotu nedir?

- A) $y = x + 1$ B) $y = x - 1$ C) $y = x - 2$
D) $y = x + 2$ E) $y = x$

2. $y = 2x + a + \frac{4}{ax + b}$
fonksiyonunun eğik asimptotu $y = 2x - 3$ ve düşey
asimptotu $x = 6$ ise **b** kaçtır?

- A) 24 B) 22 C) 20 D) 18 E) 16

3. $y = ax + 2 + \frac{4}{x + b}$
fonksiyonun asimptotlarının kesim noktası (2, 4) ise
a + b kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

4. $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$
eğrisinin asimptotları ile x eksenini arasında ka-
lan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 4

5. $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 1}$
eğrisinin eğik asimptotu aşağıdakilerden hangi-
sidir?

- A) $y = x - 1$ B) $y = x - 2$ C) $y = x + 4$
D) $y = x + 3$ E) $y = -x + 3$

1-B 2-D 3-C 4-B 5-E

Eğri Asimptot

Rasyonel fonksiyonlarda payın derecesi paydanın de-
recesinden 2 veya daha fazla büyük ise fonksiyonun
eğri asimptotu vardır. Pay paydaya bölünerek bulu-
nur.

ÖĞRETEN SORU – 145

$$y = \frac{x^3 + 2x}{x + 1} \text{ fonksiyonun eğri asimptotu nedir?}$$

Çözüm:

$$\begin{array}{r|l} x^3+2x & x+1 \\ \hline x^3+x^2 & \\ \hline -x^2+2x & \\ -x^2-x & \\ \hline & 3x \\ -3x+3 & \\ \hline & -3 \end{array} \Rightarrow f(x) = \frac{x^3+2x}{x+1} = \frac{x^3+x^2}{x+1} + \frac{x-3}{x+1}$$

Eğri
Asimptot

O halde, $y = x^2 - x + 3$ eğri asimptottur.

ÖĞRETEN SORU – 146

$$y = \frac{x^3}{x - 1}$$

fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktası ne-
dir?

Çözüm:

$$\begin{array}{r|l} x^3 & x-1 \\ \hline x^3-x^2 & \\ \hline x^2 & \\ -x^2-x & \\ \hline & x \\ -x+1 & \\ \hline & 1 \end{array} \Rightarrow f(x) = \frac{x^3}{x-1} = \frac{x^3-x^2}{x-1} + \frac{x-1}{x-1} + \frac{1}{x-1}$$

Eğri
Asimptot

Fonksiyonun düşey asimptotu,

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ dir.}$$

Fonksiyonun eğri asimptotu

$$y = x^2 + x + 1 \text{ dir.}$$

Kesim noktasının apsisi 1 dir.

$$x = 1 \text{ için } y = 1^2 + 1 + 1 \Rightarrow y = 3 \text{ tür.}$$

O halde asimptotların kesim noktası (1, 3) bu-
lunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
67

1. $y = \frac{x^3 + 1}{x - 1}$
fonksiyonunun eğri asimptotu nedir?

- A) $y = x^2 + x$ B) $y = x^2 - x + 1$
C) $y = x^2 + x + 2$ D) $y = x^2 + x + 1$
E) $y = x^2 - x + 2$

2. $y = \frac{x^4 - x}{x^2 + 1}$
fonksiyonunun eğri asimptotu nedir?

- A) $y = x^2 - 1$ B) $y = x^2 + x$
C) $y = x^2 + 1$ D) $y = x^2 - 2$
E) $y = x^2 - x$

3. $y = ax^2 + bx + 4 + \frac{1}{x - 1}$
fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktası (1, 6)
ise **a + b** kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

4. $y = \frac{x^3 + 2}{x - 1}$
fonksiyonunun eğri asimptotunun y eksenini
kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 2 D) 1 E) -1

5. $y = x^2 + ax + 3 + \frac{2}{x + 1}$
fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktasının or-
dinatı 8 ise **a** kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) -2 E) -1

1-D 2-A 3-D 4-D 5-C

Bir Fonksiyonun Grafiğinin Çizilmesi – 1

- Fonksiyonun en geniş tanım aralığı bulunur.
- x ve y eksenlerini kestiği noktalar bulunur.
- Varsa asimptotları bulunur.
- Fonksiyon R de tanımlı ise $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ incelenerek grafiğin hangi bölgeden gelip, hangi bölgeye gideceği tespit edilir.
- Fonksiyonun I. türevi incelenerek ekstremum noktaları ve artan, azalan olduğu aralıklar tespit edilir.
- Gerekirse II. türev incelenerek dönüm noktaları ve çukurluk yönü tespit edilir.
- Elde edilen değerler için değişim tablosu yapılır.

ÖĞRETEN SORU – 147

$f(x) = \frac{x+3}{x+1}$ fonksiyonunun grafiği nedir?

Çözüm:

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \text{ düşey asimptottur.}$$

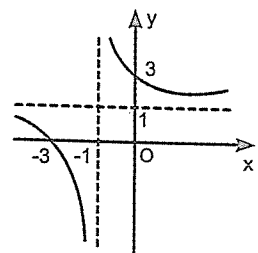
$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1 \Rightarrow y=1 \text{ yatay asimptottur.}$$

$$x=0 \Rightarrow y = \frac{3}{1} = 3 \Rightarrow (0,3) \text{ ten geçer.}$$

$$y=0 \Rightarrow 0 = \frac{x+3}{x+1} \Rightarrow x=-3 \Rightarrow (-3,0) \text{ dan geçer.}$$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot (x+1) - 1 \cdot (x+3)}{(x+1)^2} = \frac{-2}{(x+1)^2}$$

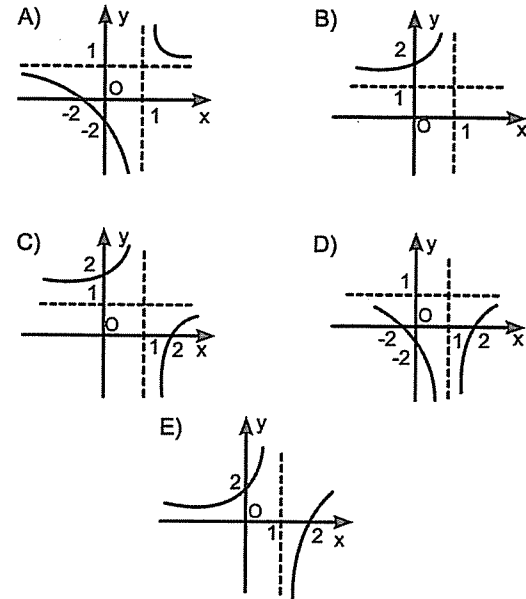
x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	$1 \rightarrow -\infty$	$\infty \rightarrow 1$	



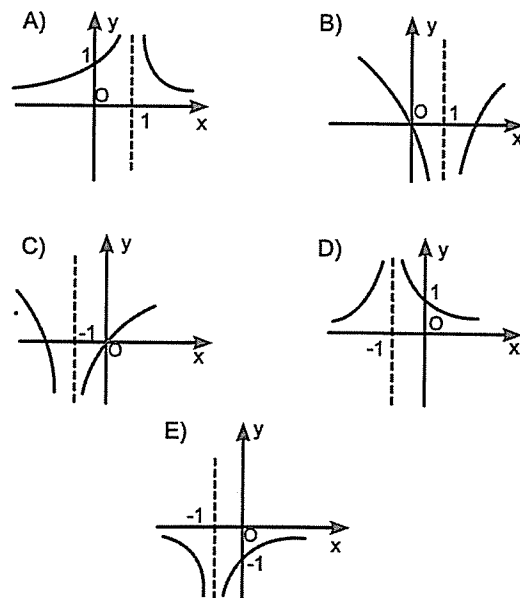
ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
68

1. $y = \frac{x-2}{x-1}$ fonksiyonunun grafiği nedir?



2. $y = \frac{1}{(x+1)^2}$ fonksiyonunun grafiği nedir?



Bir Fonksiyonun Grafiğinin Çizilmesi – 2

ÖĞRETEN SORU – 148

$$f(x) = \frac{x^2+x-6}{x+1}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm:

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \text{ düşey asimptottur.}$$

$$\frac{x^2+x-6}{x+1} \div \frac{x}{x} \Rightarrow f(x) = x - \frac{6}{x+1}$$

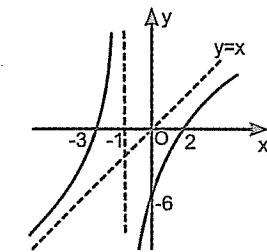
$$y=x \text{ eğik asimptottur.}$$

$$x=0 \Rightarrow y = \frac{-6}{1} = -6 \Rightarrow (0, -6) \text{ dan geçer.}$$

$$y=0 \Rightarrow 0 = \frac{x^2+x-6}{x+1} \Rightarrow (x+3) \cdot (x-2) = 0 \Rightarrow x=-3, x=2 \Rightarrow (-3, 0) \text{ ve } (2, 0) \text{ dan geçer.}$$

$$f'(x) = \frac{(2x+1) \cdot (x+1) - 1 \cdot (x^2+x-6)}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x+7}{(x+1)^2}$$

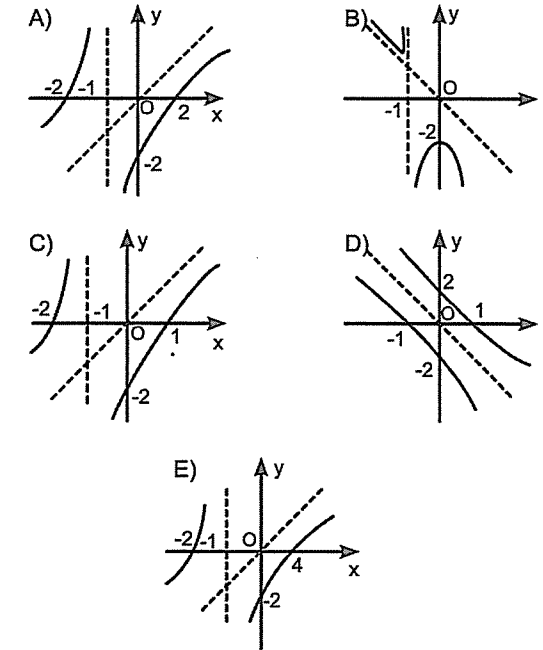
x	$-\infty$	-1	∞
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$-\infty \rightarrow -\infty$	$-\infty \rightarrow \infty$	



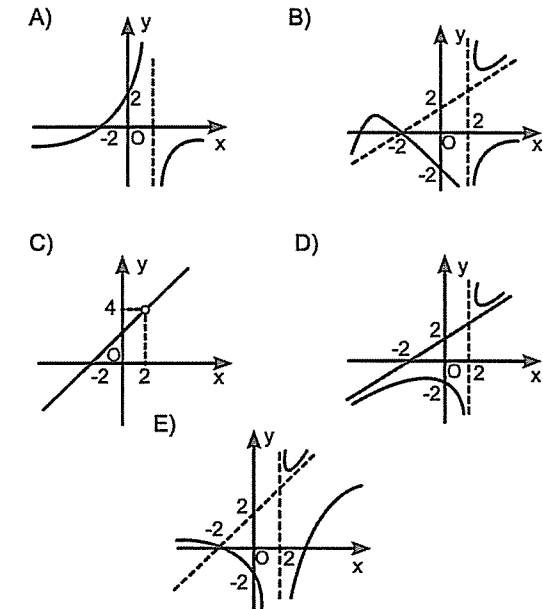
ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
69

1. $f(x) = \frac{x^2+x-2}{x+1}$ fonksiyonunun grafiği nedir?



2. $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ fonksiyonunun grafiği nedir?



Maksimum Minimum Problemleri
Deklemlere Uygulanması

İzlenecek yol;

1. Denklem düzenlenir.
2. İstenilen ifade denklem şekline getirilir.
3. 1. denklemde herhangi bir değişken çekilir.
4. Çekilen bilinmeyen II. denklemde yerine yazılarak tek değişkenli denklem elde edilir.
5. Bu denklemin türevi alınarak bu değerde fonksiyonun maksimum yada minimum değeri bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 149

Toplamı 30 olan pozitif iki reel sayının çarpımları en çok kaç olabilir?

Çözüm:

$$x, y \in \mathbb{R}^+, x + y = 30 \Rightarrow y = 30 - x$$

$$x \cdot y = x \cdot (30 - x) = 30x - x^2$$

$$f(x) = 30x - x^2 \Rightarrow f'(x) = 30 - 2x = 0$$

$$\Rightarrow x = 15 \text{ tir.}$$

O halde, $f(15) = 30 \cdot 15 - 15^2 = 225$ sayıların çarpımının en büyük değeridir.

ÖĞRETEN SORU – 150

$\frac{x}{4} + 2y = 48$ veriliyor. $A = x \cdot y$ ise A'nın en büyük değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{x}{4} + 2y = 48 \Rightarrow x + 8y = 192 \Rightarrow y = \frac{192 - x}{8}$$

$$A = x \cdot y = x \cdot \left(\frac{192 - x}{8}\right) = \frac{192x - x^2}{8}$$

$$f(x) = \frac{192x - x^2}{8} \Rightarrow f'(x) = \frac{192 - 2x}{8} = 0$$

$$\Rightarrow x = 96 \text{ dir.}$$

$$x = 96 \text{ için } \frac{96}{4} + 2y = 48 \Rightarrow y = 12 \text{ dir.}$$

O halde $A = x \cdot y = 96 \cdot 12 = 1152$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
70

1. Toplamları 16 olan pozitif iki reel sayının çarpımları en çok kaçtır?

A) 72 B) 64 C) 52 D) 48 E) 44

2. $x, y \in \mathbb{R}$ ve $4x + y = 16$ ise $x \cdot y$ nin en büyük değeri kaçtır?

A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

3. $x, y \in \mathbb{R}$ ve $\frac{x}{2} + y = 12$ ise $x \cdot y$ nin en büyük değeri kaçtır?

A) 144 B) 120 C) 100 D) 72 E) 64

4. $x, y \in \mathbb{R}^+$ ve $x \cdot y = 20$ ise $x + y$ nin en küçük değeri kaçtır?

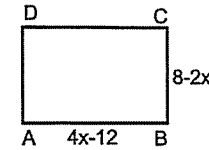
A) 10 B) 9 C) $8\sqrt{5}$
D) $6\sqrt{5}$ E) $4\sqrt{5}$

5. $x, y \in \mathbb{R}^+$ ve $x \cdot y^2 = 12$ ise $x + y$ nin en küçük değerini sağlayan y ifadesi kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$
D) $1 + 3\sqrt{3}$ E) $23\sqrt{3}$

Maksimum Minimum Problemleri
Geometrik Şekillere Uygulanması – 1

ÖĞRETEN SORU – 151



Kenar uzunlukları $|AB| = (4x - 12)$ br, $|BC| = (8 - 2x)$ br olan ABCD dikdörtgeninin alanı, x in hangi değeri için en büyük olur?

Çözüm:

$$A(ABCD) = A(x) = (4x - 12) \cdot (8 - 2x)$$

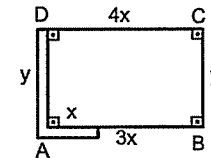
$$\Rightarrow A'(x) = 4 \cdot (8 - 2x) + (-2) \cdot (4x - 12) = 0$$

$$\Rightarrow A'(x) = 32 - 8x - 8x + 24 = 0$$

$$\Rightarrow 56 = 16x$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{2} \text{ bulunur.}$$

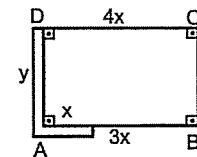
ÖĞRETEN SORU – 152



Dikdörtgen biçimindeki bir bahçenin [AD] kenarı tü-müyle, [AB] kenarının dörtte biri şeklindeki gibi duvar örülmüş; kenarlarının geriye kalanına bir sıra tel çekilmiştir.

Kullanılan telin uzunluğu 280 metre olduğuna göre, bahçenin alanının en fazla kaç m² olacağını bulalım.

Çözüm:



Şekilde tel çekilen kısmın uzunluğu

$$7x + y = 280 \Rightarrow y = 280 - 7x$$

Bizden istenen bahçenin alanı olduğundan,

$$A(ABCD) = 4x \cdot y = 4x(280 - 7x)$$

$$A = 1120x - 28x^2$$

$$A' = 1120 - 56x \Rightarrow x = 20$$

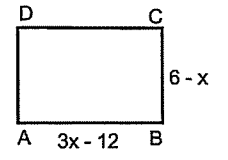
$$x = 20 \text{ ise } y = 140$$

$$A(ABCD) = 80 \cdot 140 = 11200 \text{ m}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
71

1. Yandaki ABCD dikdörtgeninin alanı x in hangi değeri için en büyüktür?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

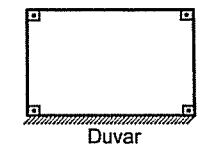
2. Çevresi 36 cm olan bir dikdörtgenin alanı en çok kaç cm² olabilir?

A) 324 B) 240 C) 142 D) 100 E) 81

3. Alanı 80 cm² olan bir dikdörtgenin çevresi en çok kaç cm olabilir?

A) $20\sqrt{5}$ B) $18\sqrt{5}$ C) $16\sqrt{5}$
D) $12\sqrt{5}$ E) $10\sqrt{5}$

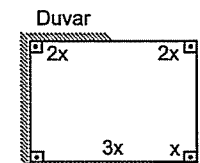
4. Yandaki bahçenin duvar haricindeki üç kenarına bir sıra tel çekilmiştir.



Kullanılan telin uzunluğu 180 m ise, bahçenin alanı en çok kaç m² dir?

A) 8100 B) 6400 C) 4050
D) 3600 E) 2025

5. Yandaki bahçenin duvar haricindeki sınırlarına bir sıra tel çekilmiştir.



Kullanılan telin uzunluğu 240 m ise, bahçenin alanı en çok kaç m² dir?

A) 23200 B) 19200 C) 18000
D) 17200 E) 14400

Maksimum Minimum Problemleri
Geometrik Şekillere Uygulanması – 2

ÖĞRETEN SORU – 153

Yandaki şekilde, merkezi

O, yarıçapı

$|OA| = |OB| = 6\sqrt{2}$ cm

olan dörtte bir çember

yayı üzerindeki bir

N noktasından yarıçaplara

inen dikme ayakları K ve L dir. Buna göre, OKNL dikdörtgeninin en büyük alanı kaç cm^2 dir?

Çözüm:

Çemberin yarıçapı r olsun. B

$r = 6\sqrt{2}$ cm

$|OK| = y$ ve $|KN| = x$

$(6\sqrt{2})^2 = x^2 + y^2$

$72 = x^2 + y^2$

$72 - x^2 = y^2$

$\Rightarrow y = \sqrt{72 - x^2}$

$A(OKNL) = x \cdot y = x \cdot \sqrt{72 - x^2}$ dir.

$A' = \sqrt{72 - x^2} + x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{72 - x^2}} = 0$

Payda eşitlenirse,

$72 - x^2 - x^2 = 0$

$72 = 2x^2$

$36 = x^2 \Rightarrow x = 6$ dir.

$x = 6$ ise $y = \sqrt{72 - x^2}$

$y = \sqrt{72 - 36}$

$y = 6$ dir.

$A(OKNL) = x \cdot y = 6 \cdot 6$

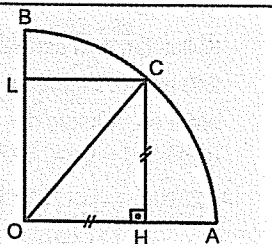
$= 36 \text{ cm}^2$ bulunur.

NOT:

En büyük alanlı dikdörtgenin kare olduğuna dikkat ediniz.

NOT:

En büyük çevreye sahip olan OHC üçgeninin ikizkenar olduğunu biliniz.



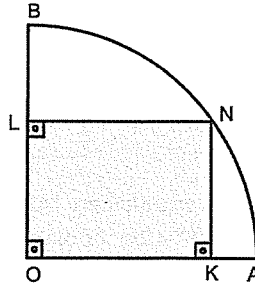
ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST 72

1. O merkezli çeyrek çemberin yarıçapı $8\sqrt{2}$ cm dir.

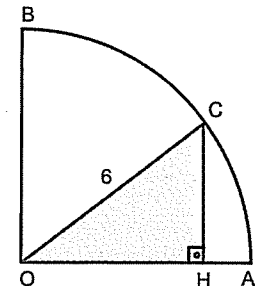
Bu çeyrek çemberin içine çizilen dikdörtgenin en büyük alanı nedir?

A) 32 B) 40 C) 48 D) 64 E) 72



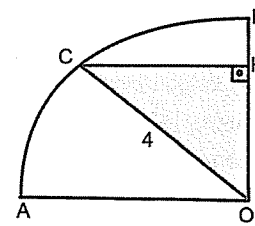
2. O merkezli çeyrek çemberde $C \in \widehat{BA}$ $[CH] \perp [OA]$ $|OC| = 6$ cm ise OCH üçgeninin alanı en çok kaç cm^2 olabilir?

A) 18 B) 15 C) 12 D) 9 E) 6



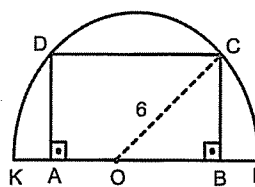
3. O merkezli çeyrek çemberde $C \in \widehat{BA}$ $[CH] \perp [OB]$ $|OC| = 4$ cm ise OCH üçgeninin çevresi en çok kaç cm olabilir?

A) $2\sqrt{2} + 4$ B) 8 C) 12 D) $8\sqrt{2} + 4$ E) $4\sqrt{2} + 4$



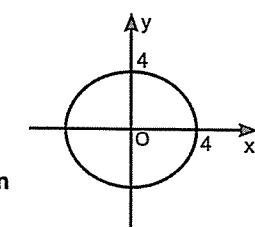
4. O merkezli yarıçap çemberde D, $C \in \widehat{KL}$ $|OC| = 6$ cm ise ABCD dörtgeninin alanı en çok kaç cm^2 dir?

A) 36 B) 24 C) 18 D) 16 E) 12



5. Yandaki şekildeki $x^2 + y^2 = 16$ çemberinin içine çizilebilen dikdörtgenlerden çevresi en büyük olanın alanı kaç br^2 dir?

A) 18 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48

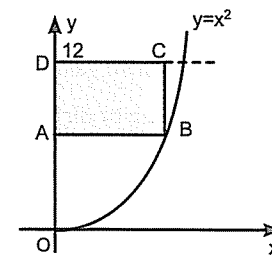


Maksimum Minimum Problemleri
Analitik Düzlemde Uygulanması – 1

İzlenecek yol;

1. Geometrik şeklin eğrinin üzerindeki noktasının koordinatları bulunarak tek bir değişkene bağlı yazılır.
2. Bu değişkene bağlı olarak geometrik şeklin kenarları bulunur.
3. Geometrik şeklin alanı tek değişkene göre yazılır.
4. Bulunan alan denkleminin türevi alınarak alanı maksimum yapan değer bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 154



Şekildeki $y = x^2$ parabolünün içine çizilen dikdörtgenin iki köşesi y ekseninde bir köşesi parabol ve bir köşesi de $y = 12$ doğrusu üzerindedir. Buna göre bu dikdörtgenin alanı en fazla kaç br^2 dir?

Çözüm:

$B(x, x^2)$ olsun.

$|AB| = x$, $|BC| = 12 - x^2$ olur.

$A(ABCD) = |AB| \cdot |BC|$

$= x \cdot (12 - x^2) = 12x - x^3$ olur.

Alan fonksiyonunun türevi incelenirse

$A'_x = 12 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$ dir.

x birinci bölgede olduğundan $x = 2$ olmalıdır.

O halde, $x = 2$ için alan en büyük değerini alır.

$A(ABCD) = 12x - x^3$

$= 12 \cdot 2 - 2^3$

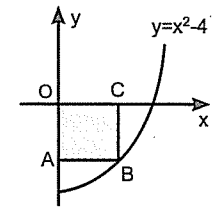
$= 24 - 8$

$= 16 \text{ br}^2$ dir.

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST 73

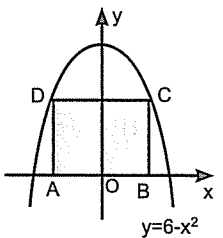
1. Şekildeki B noktası $y = x^2 - 4$ parabolü üzerinde, A ve C noktaları ise eksenler üzerinde olmak üzere;



OABC dörtgeninin alanı en çok kaç br^2 dir?

A) $\frac{32\sqrt{3}}{9}$ B) $\frac{28\sqrt{3}}{9}$ C) $\frac{20\sqrt{3}}{9}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\frac{16\sqrt{3}}{9}$

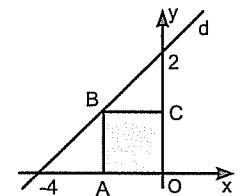
2. Şekilde D ve C noktaları $y = 6 - x^2$ parabolü üzerinde A ve B noktaları x ekseninde olmak üzere;



ABCD dörtgeninin alanı en çok kaç br^2 dir?

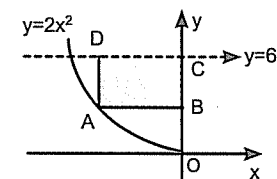
A) $20\sqrt{2}$ B) $16\sqrt{2}$ C) $12\sqrt{2}$ D) $8\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

3. Şekildeki OABC dikdörtgeninin B köşesi d doğrusu üzerindedir. Buna göre, OABC dikdörtgeninin alanı en çok kaç br^2 dir?



A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 4

4. Şekildeki $y = 2x^2$ parabolünün içine çizilen dikdörtgenin iki köşesi y ekseninde bir köşesi parabol ve bir köşesi de $y = 6$ doğrusu üzerindedir.



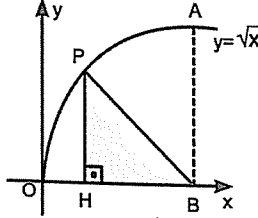
Buna göre, bu dikdörtgenin alanı en fazla kaç br^2 dir?

A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) 4 D) $3\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

Maksimum Minimum Problemleri
Analitik Düzlemde Uygulanması – 2

ÖĞRETEN SORU – 155

Denklemi $y = \sqrt{x}$ olan
şekildeki parabolün A ve
P noktalarının x eksenini
üzerindeki dik izdüşümleri
sırasıyla B(18, 0) ve
H(x, 0) dir.



HBP üçgeninin alanı x in hangi değeri için en
büyüktür?

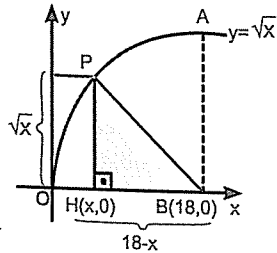
Çözüm:

Şekildeki değerler
yerine yazılırsa

$$|HB| = 18 - x$$

$$|OP| = \sqrt{x} \text{ olur.}$$

$$A(HBP) = \frac{(18-x) \cdot \sqrt{x}}{2}$$



Alanın en büyük olması için türevinin sıfır olduğu
noktayı bulmalıyız.

$$A' = -\frac{1}{2} \cdot \sqrt{x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (18-x) = 0$$

$$0 = \frac{-\sqrt{x}}{2} + \frac{18-x}{4\sqrt{x}} \Rightarrow 0 = \frac{-2x+18-x}{4\sqrt{x}}$$

$$0 = 18 - 3x \Rightarrow x = 6 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 156

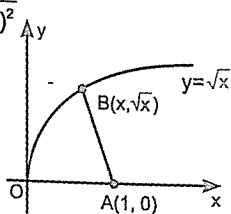
$y = \sqrt{x}$ eğrisinin A(1, 0) noktasına en yakın nokta-
sının koordinatları nedir?

Çözüm:

$$|AB| = d(x) = \sqrt{(x-1)^2 + (\sqrt{x}-0)^2}$$

$$= \sqrt{x^2 - 2x + 1 + x}$$

$$= \sqrt{x^2 - x + 1}$$



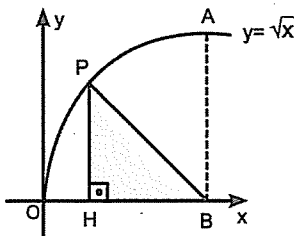
$$d'(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$B(x, \sqrt{x}) = B\left(\frac{1}{2}, \sqrt{\frac{1}{2}}\right) \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
74

1. Denklemi $y = \sqrt{x}$
olan şekildeki
parabolün A ve P
noktalarının x
ekseni üzerindeki dik
izdüşümleri sırasıyla
B(9, 0) ve H(x, 0) dir.



HBP üçgeninin alanı x in hangi değeri için en
büyüktür?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $y = \frac{6}{x}$ eğrisinin orijine en yakın olan noktasının,
orijine olan uzaklığı kaç br dir?

- A) $\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $6\sqrt{2}$

3. $y = \frac{1}{x}$ eğrisinin orijine en yakın noktalarının ko-
ordinatları nedir?

- A) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ B) $\left(2, \frac{1}{2}\right)$ C) (1, 1)
D) $\left(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ E) $\left(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

4. $y = \sqrt{x}$ eğrisinin A(4, 0) noktasına en yakın
noktasının koordinatları nedir?

- A) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ B) $\left(\frac{3}{2}, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ C) $\left(\frac{5}{2}, \sqrt{\frac{5}{2}}\right)$
D) $\left(\frac{7}{2}, \sqrt{\frac{7}{2}}\right)$ E) $\left(\frac{9}{2}, \sqrt{\frac{9}{2}}\right)$

5. $y = x^2$ eğrisinin A(3, 0) noktasına en yakın nok-
tasının apsisi nedir?

- A) -1 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

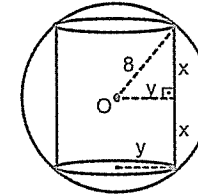
1-B 2-C 3-C 4-D 5-B

Maksimum Minimum Problemleri
Katı Cisimlere Uygulanması – 3

ÖĞRETEN SORU – 157

Yarıçapı 8 br olan bir küre içine yerleştirilen mak-
simum hacimli dik silindirin yüksekliği nedir?

Çözüm:



Kürenin merkezi O, silindirin taban yarıçapı y, si-
lindirin yüksekliği 2x dir.

$$x^2 + y^2 = 64 \Rightarrow y^2 = 64 - x^2$$

$$V = \pi y^2 \cdot 2x$$

$$V = \pi(64 - x^2) \cdot 2x = \pi(128x - 2x^3) \text{ olur.}$$

Hacim fonksiyonunun türevi incelenirse

$$V'_x = \pi(128 - 6x^2) = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{64}{3}$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

Maksimum hacim için $x = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ alınırsa yüksek-
lik $2x = \frac{16\sqrt{3}}{3}$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 158

Yarıçapı 6 cm olan bir küre içine yerleştirilecek
en büyük hacimli koninin yüksekliği kaç cm dir?

Çözüm:

Kürenin merkezi O,
kürenin yarıçapı x,
kürenin yüksekliği
6 + y dir.

$$x^2 + y^2 = 36$$

$$V = \frac{\pi x^2 \cdot (6+y)}{3}$$

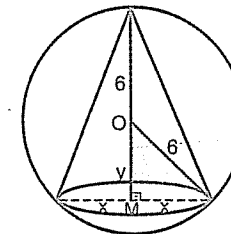
$$V = \frac{\pi}{3}(36 - y^2) \cdot (6+y)$$

Hacim fonksiyonunun türevi incelenirse,

$$V'_y = \frac{\pi}{3}(-2y \cdot (6+y) + 1 \cdot (36 - y^2)) = 0 \Rightarrow y^2 + 4y - 12 = 0$$

$$\Rightarrow y = 2$$

O halde $h = 6 + y \Rightarrow h = 8$ cm bulunur.



ÖĞRETEN MİNİ TEST

TEST
75

1. Yarıçapı 4 cm olan küre içine yerleştirilecek en
büyük hacimli koninin yüksekliği kaç cm dir?

- A) 10 B) $\frac{16}{3}$ C) 5 D) $\frac{13}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

2. Yarıçapı 12 cm olan küre içine yerleştirilecek en
büyük hacimli silindirin yüksekliği kaç cm dir?

- A) $10\sqrt{3}$ B) $9\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{3}$
D) $6\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

3. Taban yarıçapı 4 cm, yüksekliği 12 cm olan ko-
ninin içine çizilen en büyük hacimli silindirin
hacmi kaç cm^3 tür?

- A) $\frac{256}{27}\pi$ B) $\frac{224}{27}\pi$ C) $\frac{220}{27}\pi$
D) $\frac{256}{9}\pi$ E) $\frac{224}{9}\pi$

4. Yarıçapı 4 cm olan bir küreyi içine alabilen en
küçük hacimli dönele koninin yüksekliği kaç cm
dir?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

5. Taban yarıçapı 6 cm, yüksekliği 8 cm olan bir
dik silindiri içine alan, en küçük hacimli dik koni-
nin yarıçapı kaç cm dir?

- A) 9 B) 10 C) $\frac{21}{2}$ D) 11 E) $\frac{23}{2}$

1-B 2-C 3-D 4-C 5-A

TÜREV VE UYGULAMALARI

Türev Alma Kuralları

TEST

1

1. $f(x) = x^2 - 6x + 2$
olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{2x - 8}$ limitinin değeri kaçtır?
A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $f(x) = 2x^{24} + x^2$
olduğuna göre, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 42 B) 44 C) 46 D) 48 E) 50

3. $f(x) = x^4 - 2x^3 - 6x + 5$
olduğuna göre, $f'(2)$ değeri kaçtır?
A) -2 B) 0 C) 2 D) 4 E) 6

4. $y = 4x^3 - 2x^4$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $8x^2 - 4x$ B) $2x^3 - 6x^2$ C) $-8x^3 + 12x^2$
D) $-6x^3 + 12x^2$ E) $8x^3 - 12x^2$

5. $f(x) = \frac{x^6}{6} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - 3x$
olduğuna göre, $f'(2)$ değeri kaçtır?
A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

6. $f(x) = 2x^5 + x^3 - \sqrt[3]{x} - 1$
olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{38}{3}$ B) $\frac{37}{3}$ C) 12 D) $\frac{35}{3}$ E) 11

7. $f(x) = \frac{3}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{4}{x^3}$
olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) -10 B) -11 C) -12 D) -13 E) -14

8. $f(x) = \frac{12}{\sqrt{x}}$
olduğuna göre, $f'(4)$ değeri kaçtır?
A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{3}{4}$ D) -1 E) $-\frac{5}{4}$

9. $f(x) = (x^3 - x^2)^4$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
A) $4(x^3 - x^2)^3$ B) $(x^3 - x^2)^3 \cdot (3x^2 - 2x)$
C) $4(x^3 - x^2)$ D) $4(x^3 - x^2) \cdot (3x^2 - 2x)$
E) $4(x^3 - x^2)^3 \cdot (3x^2 - 2x)$

10. $f(x) = x^2 - 2ax + 4b$
fonksiyonu için $f(-1) = 12$ ve $f(1) = -6$ ise b değeri kaçtır?
A) $-\frac{21}{4}$ B) $-\frac{11}{2}$ C) -5 D) $-\frac{19}{4}$ E) $-\frac{9}{2}$

11. $f(x) = \frac{x^3}{x-3}$
olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?
A) -12 B) -14 C) -16 D) -18 E) -20

12. $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ için $f'(k) = -12$
olduğuna göre, k aşağıdakilerden hangisi olabilir?
A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{4}$

13. $f(x) = \sqrt{x+2\sqrt{x}}$
olduğuna göre, $f'(4)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{\sqrt{2}}{16}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ C) $\frac{3\sqrt{2}}{16}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{5\sqrt{2}}{16}$

14. $f(x) = (x^2 + x + 2) \cdot (x^4 - 2x + 1)$
olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri kaçtır?
A) -8 B) -10 C) -12 D) -14 E) -16

15. $f(x) = \sqrt{2x^6 - 4x + 1}$
olduğuna göre, $f'(x)$ değeri nedir?
A) $\frac{6x^5 - 2}{f(x)}$ B) $\frac{12x^5 - 4}{f(x)}$ C) $\frac{2x^6 - 4x + 1}{f(x)}$
D) $\frac{6x^5}{f(x)}$ E) $\frac{6x^5 - 2}{2f(x)}$

16. $f(x) = \frac{d}{dx}(x^4 - 3x^2 + 6x - 2)$
olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

1. $f(x) = 3y + 4$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
A) 3 B) $3y + 4$ C) $3y$ D) 3 E) 0

2. $f(x) = 6x^2 - 4x + 3$
olduğuna göre, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$
ifadesinin değeri kaçtır?
A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

3. $f(x) = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + 3x - 2$
olduğuna göre, $f'''(x)$ nedir?
A) $60x^2 - 24x + 6$ B) $120x - 24$ C) $60x - 12$
D) $120x - 12$ E) 120

4. $f(x) = 4x^3 - x^2 + ax - 4$ fonksiyonu veriliyor.
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 60$
olduğuna göre, a değeri kaçtır?
A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

5. $f(x) = x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^{20}$
olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri kaçtır?
A) -20 B) -10 C) 0 D) 10 E) 20

6. $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x} + \sqrt[5]{x}}{\sqrt{x}}$
olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) $-\frac{43}{60}$ B) $-\frac{11}{15}$ C) $-\frac{41}{60}$
D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{13}{20}$

7. $f(x) = (2x + 3)^2 \cdot (3x - 1)^3$
olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?
A) 65 B) 67 C) 69 D) 71 E) 73

8. $f(x) = \frac{3x}{4} - \frac{2}{x}$
olduğuna göre, $f''\left(\frac{1}{4}\right)$ değeri kaçtır?
A) -272 B) -264 C) -260 D) -256 E) -248

9. $f(x) = \frac{x^3 \cdot \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}}$
fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki türevi kaçtır?
A) 4 B) $\frac{15}{4}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{13}{4}$ E) 3

10. $f(x) = e^{4x+1}$
olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $4 \cdot e^4$ B) $4 \cdot e^{4x+1}$ C) e^{4x+1}
D) $4 \cdot e^{4x}$ E) e^{4x}

11. $y = \ln(x^2 + x + 2)$
olduğuna göre, y' aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x^2 + x + 2$ B) $2x + 1$ C) $\frac{2x+1}{x^2+x+2}$
D) e^{x^2+x+2} E) $\frac{\ln(2x+1)}{x^2+x+2}$

12. $f(x) = 6^{3x+2}$
olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $3 \cdot 6^{3x+2} \cdot \ln 6$ B) $3 \cdot 6^{3x+2}$ C) 6^{3x+2}
D) $6^{3x+2} \cdot \ln 6$ E) $3 \cdot \ln 6$

13. $f(x) = 2e^x - e^{-x} + 3$
olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2e^x + e^{-x}$ B) $2e^x + x \cdot e^{-x}$ C) $e^x + e^{-x}$
D) $2e^x - e^{-x}$ E) $e^x - e^{-x}$

14. $f(x) = 2x^3 - x^2 + \arctan(x^3)$
olduğuna göre, $f'(1)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{11}{2}$ B) 5 C) $\frac{9}{2}$ D) 4 E) $\frac{7}{2}$

15. $f(x) = e^{2x} \cdot \ln(3x + 1)$
olduğuna göre, $f'(1)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\ln 4 + e^2$ B) $e^2 \cdot \ln 4 + 3$
C) $e^2(4\ln 2 + \frac{3}{4})$ D) $4\ln 2 + \frac{3}{4}$
E) $4 \cdot e^2 \cdot \ln 2 + \frac{3}{4}$

16. $y = \frac{3}{4x+2}$
olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ fonksiyonunun $x = 0$ noktasındaki değeri kaçtır?
A) -24 B) -16 C) -12 D) 12 E) 16

1. $y = \sqrt[5]{x^2 - 1}$
olduğuna göre, y' aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{x}{5} \cdot (x^2 - 1)^{\frac{4}{5}}$ B) $(x^2 - 1)^{\frac{4}{5}}$
C) $\frac{2x}{5} \cdot (x^2 - 1)^{\frac{4}{5}}$ D) $\frac{3x}{5} \cdot (x^2 - 1)^{\frac{2}{5}}$
E) $\frac{2x}{5} \cdot (x^2 - 1)^{\frac{2}{5}}$

2. $f(x) = \ln(x^3 \sqrt{x+8})$
olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
- A) $\frac{28}{9}$ B) $\frac{55}{18}$ C) 3 D) $\frac{53}{18}$ E) $\frac{26}{9}$

3. $f(x) = 2x^2 + 4x + x^2 \cdot \ln x$
olduğuna göre, $f'(e)$ değeri kaçtır?
- A) $7e + 4$ B) $5e + 2$ C) 4
D) $8e + 3$ E) $6e + 2$

4. $f(x) = 5^{x^3}$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
- A) $x^2 \cdot 5^3$ B) $x^2 \cdot 5^{x^3} \cdot \ln 5$ C) $x^2 \cdot \ln 5$
D) $3x^2 \cdot 5^{x^3} \cdot \ln 5$ E) $3x^2 \cdot 5^{x^3}$

5. $\frac{d(\sin 6x + \cos 4x)}{dx}$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $6\cos 6x - 4\sin 4x$ B) $6\sin 6x + 4\cos 4x$
C) $-6\cos 6x + 4\sin 4x$ D) $\sin 6x + \cos 4x$
E) $\cos 6x - \sin 4x$

6. $f(x) = \ln(1 + \sqrt{x+1})$
olduğuna göre, $f'(3)$ değeri kaçtır?
- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{14}$

7. $f(x) = (x+2)^{x+3}$
olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri kaçtır?
- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

8. $f(x) = x^2 \cdot e^x + 3x$
fonksiyonun 2. türevi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $e^x \cdot (x^2 - 2x)$ B) $e^x \cdot (x^2 + 4x + 2)$
C) $e^x \cdot (x^2 + 2x)$ D) $e^x \cdot (x^2 + 6x + 4)$
E) $e^x \cdot (x^2 - 4x + 2)$

9. $f(x) = \frac{d}{dx}(\ln(\sin x))$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
- A) $\cot x$ B) $-\cot x$ C) $-\operatorname{cosec}^2 x$
D) $-\sec^2 x$ E) $\operatorname{cosec}^2 x$

10. $f(x) = \log_4(x^3 - 2)$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
- A) $\frac{3x^2}{x^3 - 2}$ B) $\frac{3x^2}{x^3 - 2} \cdot \ln 4$ C) $(x^3 - 2) \cdot \log_4 e$
D) $\frac{3x^2}{x^3 - 2} \cdot \ln 2$ E) $\frac{3x^2}{x^3 - 2} \cdot \log_4 e$

11. $\frac{d^5}{dx^5}(2x^5 - \sin x)$
ifadesinin eşiti nedir?
- A) $240x - \sin x$ B) $240 - \cos x$
C) $240x + \cos x$ D) $240 + \sin x$
E) $240 - \sin x$

12. $f(x) = 5^{\sin 2x}$
olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?
- A) $\ln 5$ B) $-\ln 5$ C) $-2\ln 5$ D) -2 E) 2

13. $y = (x+2)^{\ln(x+2)}$
fonksiyonunun türevi nedir?
- A) $y \cdot \frac{\ln(x+2)}{2}$ B) $y \cdot \frac{\ln(x+2)}{x+2}$
C) $y \cdot \frac{x+2}{\ln(x+2)}$ D) $y \cdot \frac{x+2}{2\ln(x+2)}$
E) $y \cdot \frac{2\ln(x+2)}{x+2}$

14. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere;
 $f(x) = \sqrt{\cos^2 x}$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
- A) $-\tan x$ B) $\sin^2 x$ C) $-\sin x$
D) $\cos x$ E) $\sin x$

15. $f(x) = \ln(x^3 + 2x)$
olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?
- A) $\frac{7}{9}$ B) $-\frac{8}{9}$ C) -1 D) $-\frac{10}{9}$ E) $-\frac{11}{9}$

16. $\frac{d(x^3 + 6x)}{dx}$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $x + 6$ B) $2x$ C) $3x^2$
D) $3x^2 + 6$ E) $6x$

TÜREV VE UYGULAMALARI

Türev Alma Kuralları

TEST

4

1. $(e^{3x} - x^3 + 2x)'$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $e^{3x} - x^3 + 2x$ B) $e^{3x} - 3x^2 + 2$
C) $3e^{3x} - 3x^2 + 2$ D) $3e^{3x} - 3x^2$
E) $e^{3x} - 3x^2 + 2x$
2. $f(x) = \ln(\cot x)$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
A) $\frac{1}{\sin x \cdot \cos x}$ B) $\frac{1}{\sin x \cdot \cos x}$
C) $\tan x$ D) $\cot x$
E) $-\operatorname{cosec}^2 x$
3. $f(x) = e^{\frac{x-1}{3x+1}}$
olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$
4. $f(x) = 2^{\ln x}$
olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\ln 2 \cdot 2^{\ln 2}$ B) $2 \ln 2 \cdot 2^{\ln 2}$ C) $\frac{\ln 2}{2} \cdot 2^{\ln 2}$
D) $\frac{\ln 2}{4} \cdot 2^{\ln 2}$ E) $-\frac{\ln 2}{2} \cdot 2^{\ln 2}$

www.guryayinlari.com

5. $f(x) = -8x + x \cdot \ln x$
olduğuna göre, $f(e^2)$ değeri kaçtır?
A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2
6. $f(x) = (3x)^{4x}$
olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{3}\right)$ değeri kaçtır?
A) $\ln 4$ B) $\ln 2$ C) 2 D) 4 E) 8
7. $f(x) = \frac{e^{3x}}{3^x}$
olduğuna göre, $f'(0)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2 \ln 3$ B) $1 + \ln 3$ C) $3 + \ln 3$
D) $3 - \ln 3$ E) $1 + 2 \ln 3$
8. $\frac{d(\cos^2 5x)}{dx}$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\sin 5x$ B) $\frac{\sin 10x}{2}$ C) $5 \cdot \sin 10x$
D) $10 \cdot \sin 10x$ E) $-5 \cdot \sin 10x$

9. $f(x) = (x^3 - 12x)^3$
olduğuna göre, $f'(x)$ in bir çarpanı aşağıdakilerden hangisi değildir?
A) $x^2 - 12$ B) $x - 2$ C) $x + 2$
D) $x^3 - 12$ E) $x^3 - 12x$

10. $f(x) = x^{\sin x}$
olduğuna göre, $f'\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?
A) $-\frac{4}{9\pi^2}$ B) $\frac{2}{3\pi^2}$ C) $-\frac{2}{9\pi^2}$
D) $\frac{4}{9\pi^2}$ E) $-\frac{4}{3\pi^2}$

11. $f(x) = \ln(x^3 + x)^2$
olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

12. $f(x) = (\sin x)^x$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
A) $(\sin x)^x \cdot (\ln x + \cot x \cdot x)$
B) $(\sin x)^x \cdot (\ln \sin x + \cot x)$
C) $(\sin x)^x \cdot (\ln \sin x - x)$
D) $(\sin x)^x \cdot (\ln \sin x + x \cdot \cot x)$
E) $(\sin x)^x \cdot (\ln \sin x + x \cdot \tan x)$

13. $y = e^{4x}$
olduğuna göre, $\frac{d^3 y}{dx^3}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2^6 \cdot e^{4x}$ B) $2^2 \cdot e^{4x}$ C) $2^4 \cdot e^{4x}$
D) e^{4x} E) $2^{12} \cdot e^{4x}$

14. $f(x) = (x^2 - 4) \cdot (x^3 - 6x)$
olduğuna göre, $f'(2)$ değeri kaçtır?
A) -18 B) -16 C) -14 D) -12 E) -10

15. $f(x) = \cos 2x + \sin x$
olduğuna göre, $f'(\pi)$ değeri kaçtır?
A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

16. $y = \cos(\sin x)$
olduğuna göre, y' aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\sin(\sin x)$ B) $-\sin(\sin x)$
C) $\sin(\cos x) \cdot \sin x$ D) $-\sin(\sin x) \cdot \cos x$
E) $\sin(\sin x) \cdot \cos x$

www.guryayinlari.com

1. $f(x) = x \cdot 4^x$
olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) $4 - 4\ln 4$ B) $2 + \ln 4$ C) 8
D) $4\ln 4$ E) $4 + 4\ln 4$

2. $f(x) = 3^{\ln(x+1)}$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
A) $\frac{\ln 3}{x+1}$ B) $\frac{\ln 3}{(x+1)^2}$ C) $\frac{\ln 3}{x+1} \cdot 3^{\ln(x+1)}$
D) $\frac{3^{\ln(x+1)}}{x+1}$ E) $\frac{3^{\ln(x+1)}}{x}$

3. $f(x) = \ln(\ln x^3)$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
A) $\frac{x}{\ln x^3}$ B) $\frac{3x}{\ln x^3}$ C) $\frac{2x}{\ln x^3}$
D) $\frac{3}{x \cdot \ln x^3}$ E) $\frac{1}{x \cdot \ln x^3}$

4. $y = \sin(\cos(x^3 - 1))$
olduğuna göre, y' aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $-\cos(\cos(x^3 - 1)) \cdot \sin(x^3 - 1) \cdot 3x^2$
B) $\sin(\cos(x^3 - 1)) \cdot \sin(x^3 - 1)$
C) $\cos(\sin(x^3 - 1)) \cdot 3x^2$
D) $-\cos(\sin(x^3 - 1)) \cdot \cos(x^3 - 1)$
E) $\cos(\cos(x^3 - 1)) \cdot \sin(x^3 - 1) \cdot 3x^2$

5. $f(x) = x^2 + \cos x - \sin x + \cos 2x$
olduğuna göre, $f'(\pi)$ nedir?
A) $2\pi + 1$ B) $2\pi - 1$ C) $2\pi - 3$
D) 2π E) $2\pi + 2$

6. $f(x) = \sin x \cdot \cos x$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
A) $\sin 2x$ B) $\cos 2x$ C) $-\sin x$
D) $2\cos 2x$ E) $-2\cos 2x$

7. $f(x) = \sin^2 x$
olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) 2

8. $f(x) = \left(2\cos^2 \frac{x}{2} - 1\right) \cdot \cos x$
olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?
A) $-\sin x$ B) $-2\sin 2x$ C) $-2\cos x$
D) $\sin 2x$ E) $-\sin 2x$

9. $y = \arctan(x^3)$
olduğuna göre, y' aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{x^3}{1+x^3}$ B) $\frac{3x^2}{1+x^3}$ C) $\frac{3x^2}{1+x^6}$
D) $\frac{x^2}{1+x^3}$ E) $\frac{3x^2}{1-x^6}$

10. $y = \sin 3x + \cos 6x$
olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi y' ifadesinin bir çarpanıdır?
A) $\sin 3x$ B) $\cos 6x$ C) $\sin 6x$
D) $1 - 2\sin 3x$ E) $1 - 4\sin 3x$

11. $y = \sin^2 x - \frac{1}{2}\cos 2x$
olduğuna göre, y' aşağıdakilerden hangisidir?
A) 0 B) 1 C) 2 D) $\sin 2x$ E) $2\sin 2x$

12. $x \in (0, \pi)$ olmak üzere,
 $y = \arcsin(\cos x)$
olduğuna göre, y' aşağıdakilerden hangisidir?
A) -2 B) -1 C) 1 D) $\sin x$ E) $\operatorname{cosec} x$

13. $f(x) = x^3 \cdot \ln(x^2 + 2)$
olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) $9\ln 3 + 2$ B) $\frac{9\ln 3 + 2}{3}$ C) $\frac{2\ln 3 + 2}{3}$
D) $\ln 3 + 2$ E) $\frac{3\ln 3 + 2}{3}$

14. $f(x) = x + \ln(x - 4)$ ve $g(x) = \ln(x)$ olmak üzere,
 $f'(x) > g'(x)$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(-\infty, 0)$ B) $(8, \infty)$ C) $(4, \infty)$
D) $(-\infty, 0) \cup (4, \infty)$ E) $(6, \infty)$

15. $y = \frac{\ln x}{e^{2x}}$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $x = 1$ için değeri kaçtır?
A) e^{-2} B) e^{-1} C) e D) e^2 E) e^4

16. $\frac{d}{dx}(\cos x^2 - \sin x)$
ifadesinin eşiti nedir?
A) $\sin x^2 - \cos x$ B) $2x \cdot \sin^2 x - \cos x$
C) $-2x \cdot \sin x^2 - \cos x$ D) $2x \cdot \cos x^2 - \sin x$
E) $2x \cdot \cos x^2 - \cos x$

1. $\frac{d}{dx} \left(\sin \frac{x}{6} \right)$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $\cos \frac{x}{6}$ B) $\frac{1}{6} \sin \frac{x}{6}$ C) $\frac{1}{6} \cos \frac{x}{6}$
D) $-\frac{1}{6} \cos \frac{x}{6}$ E) $-\frac{1}{6} \sin \frac{x}{6}$

2. $\frac{d}{dx} (\cos 3x) + \frac{d}{dx} (\sin 3x)$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $3(\cos 3x + \sin 3x)$ B) $3(\cos 3x - \sin 3x)$
C) $\cos 3x - \sin 3x$ D) $\cos 3x + \sin 3x$
E) $-3(\cos 3x + \sin 3x)$

3. $f(x) = \arcsin x^2$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$ B) $\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$ C) $\frac{2x}{\sqrt{1+x^4}}$
D) $\frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$ E) $\frac{x^2}{\sqrt{1-x^4}}$

4. $f(x) = \arccos \frac{x}{3}$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $\frac{-1}{\sqrt{9-x^2}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$ C) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
D) $\frac{-1}{3\sqrt{1-x^2}}$ E) $\frac{1}{3\sqrt{1-x^2}}$

5. $f(x) = \arctan x^4$

olduğuna göre, $f'(\sqrt{3})$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{12}$ B) $\frac{3\sqrt{3}}{20}$ C) $\frac{5\sqrt{3}}{32}$
D) $\frac{5\sqrt{3}}{41}$ E) $\frac{6\sqrt{3}}{41}$

6. $e^{-x} \cdot \frac{d^2}{dx^2} (x^4 \cdot e^x)$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $x^4 + 6x^3 + 8x^2$ B) $x^4 + 8x^3 + 12x^2$
C) $x^4 + 4x^3 + 2x^2$ D) $x^4 + 6x^3 + 8x$
E) $x^4 + 8x^3 + 4x^2$

7. $f(x) = \cos(\arctan x)$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $\frac{\sin(\arctan x)}{1+x^2}$ B) $\frac{\cos(\arctan x)}{1-x^2}$
C) $\frac{-\sin(\arctan x)}{1+x^2}$ D) $\frac{-\sin(\arctan x)}{1-x^2}$
E) $\frac{-\sin x}{1+x^2}$

8. $f(x) = \tan^3 x$

olduğuna göre, $f'(\frac{\pi}{4})$ değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 3 D) 4 E) 6

9. $f(x) = \cos(x^3 + x)$

olduğuna göre, $f'(x)$ nedir?

- A) $-\sin(x^3 + x)$
B) $\sin(x^3 + x) \cdot (3x^2 + 1)$
C) $-\sin(x^3 + x) \cdot (3x^2 + 1)$
D) $\cos(x^3 + x) \cdot (3x^2 + 1)$
E) $-\sin(x^3 + x) \cdot (x^3 + x)$

10. $f(x) = x^2 \cdot \cos x$

olduğuna göre, $f'(\frac{\pi}{2})$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{\pi^2}{4}$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) $-\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi^2}{4}$

11. $\frac{1}{\sec x} - \frac{1}{\operatorname{cosec} x} + \cos x$

ifadesinin türevi nedir?

- A) $2\sin x + \cos x$ B) $\sin x - \cos x$
C) $-2\sin x - \cos x$ D) $2\sin x - \cos x$
E) $-2\sin x + \cos x$

12. $y = \cos^2 x - \sin x^2$

olduğuna göre, y' aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\sin 2x + 2x \cdot \cos x^2$
B) $\sin 2x + 2x \cdot \cos x^2$
C) $\cos x^2 - \sin 2x$
D) $\sin 2x - 2x \cdot \cos x^2$
E) $-\sin 2x - 2x \cdot \cos x^2$

13. $f(x) = (x^2 + 3x - 6)^4$

olduğuna göre, $f'(2)$ değeri kaçtır?

- A) 2^7 B) 2^8 C) $3 \cdot 2^8$ D) $5 \cdot 2^8$ E) $7 \cdot 2^8$

14. $f(x) = \cos \left(4x + \frac{\pi}{4} \right)$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{f(x) - f(\pi)}{x - \pi}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\sqrt{2}$ B) $-2\sqrt{2}$ C) $-3\sqrt{2}$
D) $-4\sqrt{2}$ E) $-6\sqrt{2}$

15. $\frac{d}{dx} (\sin^2(2x + 1))$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $\sin(2x + 1)$ B) $2\sin(2x + 1)$
C) $\sin(4x + 2)$ D) $2\sin(4x + 2)$
E) $4\sin(4x + 2)$

16. $y = f(x) = e^x + \sin x$

olduğuna göre, $\frac{d^3 y}{dx^3}$ ifadesinin eşiti aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) $e^x - \cos x$ B) $e^x + \cos x$
C) $e^x - \sin x$ D) $3e^x - \cos x$
E) $3e^x + \cos x$

TÜREV VE UYGULAMALARI

Yüksek Mertebeden Türevler

TEST

7

1. $\frac{d}{dx}(\cot^2 3x)$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $-6\cot 3x \cdot \operatorname{cosec}^2 3x$ B) $-6\cot 3x \cdot \operatorname{cosec} 3x$
 C) $6\cot 3x \cdot \operatorname{cosec}^2 x$ D) $6\cot 3x \cdot \operatorname{cosec} 3x$
 E) $-6\cot 3x \cdot \operatorname{cosec}^2 x$

2. $\frac{d}{dx}(\cos(\cos 3x))$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $3\sin(\cos 3x) \cdot \sin 3x$
 B) $\cos(\cos 3x) \cdot \sin 3x$
 C) $3\sin(\sin 3x) \cdot \cos 3x$
 D) $3\sin(\sin 3x) \cdot \sin 3x$
 E) $-3\sin(\cos 3x) \cdot \sin 3x$

3. $y = \sin(5x + 1)$

olduğuna göre, $\frac{d^{25}y}{dx^{25}}$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $5^{25} \cdot \sin(5x + 1)$ B) $\cos(5x + 1)$
 C) $5^{25} \cdot \cos(5x + 1)$ D) $-5^{25} \cdot \sin(5x + 1)$
 E) $-5^{25} \cdot \cos(5x + 1)$

4. $\frac{d^5(\ln x^2)}{dx^5}$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $48x^5$ B) $-12x^4$ C) $48x^5$
 D) $-48x^5$ E) $-12x^5$

5. $y = \frac{3}{x+2}$

olduğuna göre, $\frac{d^{12}y}{dx^{12}}$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $12! \cdot (x+2)^{-12}$ B) $-12! \cdot (x+2)^{-13}$
 C) $-3 \cdot 12! \cdot (x+2)^{-12}$ D) $3 \cdot 12! \cdot (x+2)^{-13}$
 E) $-3 \cdot 12! \cdot (x+2)^{-13}$

6. $f(x) = \frac{2}{3x+2}$

olduğuna göre, $f^{(15)}(1)$ kaçtır?

- A) $-2 \cdot 15! \cdot 5^{-16} \cdot 3^{15}$ B) $2 \cdot 15! \cdot 5^{-16} \cdot 3^{15}$
 C) $2 \cdot 15! \cdot 3^{15}$ D) $-15! \cdot 5^{-16} \cdot 3^{15}$
 E) $-2 \cdot 15! \cdot 5^{-15} \cdot 3^{15}$

7. $\frac{d^3(\cos^2 4a)}{da^3}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^5 \cdot \sin 8a$ B) $2^8 \cdot \sin 8a$
 C) $-2^8 \cdot \sin 8a$ D) $-2^8 \cdot \cos 8a$
 E) $2^8 \cdot \sin 4a$

8. $y = x \cdot e^x$

olduğuna göre, $\frac{d^{13}y}{dx^{13}}$ nedir?

- A) $e^x \cdot x$ B) $e^x \cdot (x+1)$
 C) $e^x \cdot (x+12)$ D) $e^x \cdot (x+13)$
 E) $e^x \cdot (x+14)$

9. $y = \sin x + \cos x$

olduğuna göre, $\frac{d^{51}y}{dx^{51}}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cos x - \sin x$ B) $-\cos x + \sin x$
 C) $-\cos x - \sin x$ D) $\sin x + \cos x$
 E) $-2\sin x$

10. $f(x) = \frac{x^{30} - x^{28}}{30!}$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun 30. mertebeden türevi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{30!}$ B) $30!x$ C) $30!$ D) 1 E) $\frac{1}{30}$

11. $n \in \mathbb{N}^+$ ve $n > 1$ olmak üzere,

 $f(x) = e^{4x}$ fonksiyonunun n . mertebeden türevi nedir?

- A) $4 \cdot e^{4x}$ B) $2^n \cdot e^{4x}$ C) $4^n \cdot e^{4x}$
 D) e^{4x} E) $n \cdot e^{4x}$

12. $f(x) = \ln x$

fonksiyonunun 35. mertebeden türevi nedir?

- A) $35! \cdot x^{-35}$ B) $-34! \cdot x^{-34}$ C) $35! \cdot x^{-34}$
 D) $34! \cdot x^{-34}$ E) $34! \cdot x^{-35}$

13. $y = f(x) = e^x \cdot \cos x$

olduğuna göre, $y'' + y' - y$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $3e^x \cdot \sin x$ B) $-2e^x \cdot (\cos x - \sin x)$
 C) $-3e^x \cdot \sin x$ D) $-e^x \cdot \sin x$
 E) $e^x \cdot (-2\sin x + \cos x)$

14. $\frac{d^2}{dx^2}(\sin^2 4x)$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) $32\cos 8x$ B) $4\cos 8x$ C) $32\sin 8x$
 D) $16\cos 8x$ E) $-32\cos 8x$

15. $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{3}{x^2 + 1}$

olduğuna göre, $\frac{d^4y}{dx^4}$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisi-

li noktasındaki değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

16. $y = \frac{x-2}{x}$

olduğuna göre, $\frac{d^{13}y}{dx^{13}}$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $-13! \cdot x^{-14}$ B) $13! \cdot x^{-13}$ C) $-12! \cdot x^{-13}$
 D) $2 \cdot 13! \cdot x^{-14}$ E) $-2 \cdot 13! \cdot x^{-14}$

1. $f(x) = \log_3(x^2 - 2x)$
olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti nedir?
A) $(x^2 - 2x) \cdot \log_3 e$ B) $(x^2 - 2x) \cdot \ln 3$
C) $\frac{2x-2}{x^2-2x} \cdot \log_3 e$ D) $\frac{2x-2}{x^2-2x} \cdot \ln 3$
E) $\frac{1}{x^2-2x} \cdot \log_3 e$
2. $f(x) = \frac{3}{x}$
olduğuna göre, $f^{(10)}(x)$ ifadesinin eşiti nedir?
A) $10! \cdot x^{-10}$ B) $-10! \cdot x^{-11}$ C) $3 \cdot 10! \cdot x^{-11}$
D) $-3 \cdot 10! \cdot x^{-11}$ E) $3^{10} \cdot 10! \cdot x^{-11}$
3. $f(x) = 4x \cdot \cos x$
olduğuna göre, $x = \pi$ için $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 4π B) -4π C) -4 D) $4\pi + 4$ E) $4\pi - 4$
4. $\frac{d^2}{dx^2}(x^2 + \cos x)$ ifadesinin eşiti nedir?
A) $-\cos x$ B) $\cos x$ C) $2 - \cos x$
D) $2 + \sin x$ E) $2 + \cos x$

5. $f(x) = (3x - 2)^{x^2+2x}$
olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9
6. $f(x) = x^2 \cdot \ln x$
olduğuna göre, $\frac{d^3y}{dx^3}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2\ln x + 2$ B) $2\ln x$ C) $\frac{2}{x}$ D) $\frac{1}{x}$ E) 2
7. $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - 6x^4 - 2x^3 - 4x + 1$
olduğuna göre, $f^{(5)}(x)$ değeri kaçtır?
A) 120 B) 60 C) 48 D) 24 E) 12
8. $f(x) = 3^{4x} \cdot \ln x$
olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) 81 B) 72 C) 60 D) 54 E) 27

9. $f(x) = e^{\sin x}$
olduğuna göre, $f'(\pi)$ değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
10. $\frac{\frac{d}{dx}(\ln \sin x)}{\frac{d}{dx}(\sin x)}$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\operatorname{cosec} x$ B) $\sin x$ C) $\sec x$
D) $\cos x$ E) $-\sin x$
11. $y = 2x \cdot \ln x - x^3$
 $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $x = e$ için değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $4 - 2e$ B) $4 - e$ C) $2 - 3e^2$
D) $4 - 3e^2$ E) $2 + 3e^2$
12. $f(x) = \cos x$
 $g(x) = \sin(\cos x)$
olduğuna göre, $(f + g)'(\frac{\pi}{2})$ değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

13. $f(x) = e^{3x} + x^2 \cdot e^{-3x}$
fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $e^{3x} + e^{-3x}(2x - 2x^2)$
B) $e^{3x} + 3 \cdot e^{-3x}(x - x^3)$
C) $3 \cdot e^{3x} + e^{-3x}(2x - 3x^2)$
D) $3 \cdot e^{3x} + e^{-3x}(2 - 3x)$
E) $3 \cdot e^{3x} + e^{-3x}(x + 3x^2)$
14. $f(x) = \log_3(\ln x^2)$
fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{2x}{\ln x^2} \cdot \log_3 e$ B) $\frac{2}{x \cdot \ln x^2} \cdot \log_3 e$ C) $\frac{2x \cdot \ln x^2}{\log_3 e}$
D) $\frac{\ln x^2}{x^2} \cdot \log_3 e$ E) $\frac{2}{\ln x^2} \cdot \log_3 e$
15. $f(x) = (\ln x)^x$
olduğuna göre, $f'(e)$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 1 B) 2 C) e D) $2e$ E) e^2
16. $f(x) = e^x + e^{-x}$
olduğuna göre, $\frac{d^{24}f(x)}{dx^{24}}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $e^x + e^{-x}$ B) $e^x - e^{-x}$ C) $e^x + 1$
D) $e^x - 1$ E) $2e^x + 1$

TÜREV VE UYGULAMALARI

Türev Alma Kuralları

TEST

9

1. $y = f(x) = e^{3x}$

olduğuna göre, $\frac{d^6 y}{dx^6}$ ifadesinin $x = \ln 3$ için değeri nedir?

- A) $3^6 \cdot \ln 3$ B) $3^6 \cdot \ln 9$ C) 3^8
D) 3^9 E) $3^8 \cdot \ln 3$

2. $f(x) = \ln(\sqrt{x^2 - 2} - 2x)$

olduğuna göre, $f'(\sqrt{6})$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{6}-4}{4-4\sqrt{6}}$ B) $\frac{\sqrt{6}-2}{4-\sqrt{6}}$ C) $\frac{\sqrt{6}-4}{4-2\sqrt{6}}$
D) $\frac{\sqrt{6}-4}{4+4\sqrt{6}}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{4-4\sqrt{6}}$

3. $y = x^9 + \cos 2x + \frac{\pi}{3}$

olduğuna göre, $\frac{d^{10} y}{dx^{10}}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 \cdot \cos 2x$ B) $2^{10} \cdot \cos 2x$ C) $2^9 \cdot \cos 2x$
D) $-2^{10} \cdot \cos 2x$ E) $-2^{10} \cdot \sin 2x$

4. $y = x^{(x^3)}$

olduğuna göre, y' aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y \cdot (x^2 \cdot \ln x + x)$ B) $y \cdot (x^3 \cdot \ln x + x^2)$
C) $y \cdot (3x^2 \cdot \ln x + x)$ D) $y \cdot (3x^2 \cdot \ln x + x^3)$
E) $y \cdot (3x^2 \cdot \ln x + x^2)$

5. $f(x) = \left(\frac{2}{x}\right)^x$

olduğuna göre, $f'(2)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

6. $f(x) = e^{(e^{2x})}$

olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

- A) e^2 B) $2e^2$ C) $e(e^2)$ D) $2e$ E) e

7. $f(x) = \arcsine^{4x}$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{4}\right)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{e}{\sqrt{1-e^2}}$ B) $\frac{2e}{\sqrt{1-e^4}}$ C) $\frac{4e}{\sqrt{1-e^4}}$
D) $\frac{4e}{\sqrt{1+e^2}}$ E) $\frac{4e}{\sqrt{1-e^2}}$

8. $f(x) = \ln\left(\frac{x^3 + x}{x+2}\right)$

olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 1 E) $\frac{1}{3}$

9. $f(x) = x^3 - x$

$g(x) = x^4 + 6x$

fonksiyonları için $(f+g)'(2)$ değeri kaçtır?

- A) 47 B) 49 C) 51 D) 53 E) 55

10. $f(x) = \sin^2 6x + \cos^2 6x$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{12}\right)$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

11. $\frac{f(x^2-1)}{g(x^3)} = 6x - 11$

$f(3) = 2$, $f'(3) = 4$ ve $g(8) = 2$

olduğuna göre, $g'(8)$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{6}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

12. $f(x) = 4x - 2$ ve $(g \circ f)(x) = 24x^2 - 12x + 10$

ise $g'(2)$ kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 9 D) 10 E) 12

13. $f(x) = \tan \sqrt{e^x}$

olduğuna göre, $f'\left(\ln \frac{\pi^2}{9}\right)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{8\pi}{3}$ B) $\frac{7\pi}{3}$ C) 2π D) $\frac{5\pi}{3}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

14. $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

olduğuna göre, $f'(\ln 3)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{7}{25}$ C) $\frac{8}{25}$ D) $\frac{7}{12}$ E) $\frac{9}{25}$

15. $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x+4}$

olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{16}$

16. $f(x) = \sin 4x$

fonksiyonunun 1111. türevinin $x = \pi$ için değeri kaçtır?

- A) -2^{1111} B) -2^{2222} C) 2^{1111}
D) 2^{2222} E) -2^{4444}

1. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 5x^2 - 2x + 24}{2x - 8}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\lim_{x \rightarrow 27} \frac{2\sqrt[3]{x} - 6}{\sqrt{2x} - 54}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{6}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2\cos x^6}{x^2}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{6}}{\frac{2x}{3}}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 6

5. $\lim_{x \rightarrow y} \frac{\sin x - \sin y}{x - y}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\cos x$ B) $\sin x$ C) $\sin y$
D) $\cos y$ E) $-\cos y$

6. $\lim_{x \rightarrow 20} \frac{4 - \sqrt{x-4}}{x-20}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{24}$ B) $-\frac{1}{20}$ C) $-\frac{1}{16}$
D) $-\frac{1}{12}$ E) $-\frac{1}{8}$

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6 \ln x}{x^2 - 1}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{\sin x} - 1}{x}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $8 \ln 2$ B) $1 + 2 \ln 2$ C) $4 + \ln 2$
D) $2 \ln 2$ E) $\ln 2$

9. $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}} \frac{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos x + \frac{1}{2}}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{4x}}{6x+2}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{2}{3}$ E) ∞

11. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x^2 - 9)}{x^3 - 27}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{1}{18}$ E) $\frac{1}{6}$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 4x}{6x^3}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{16}{3}$ E) $\frac{32}{3}$

13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \cos x - 1}{4x}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{4}{x}}$

limitinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) e^{12} B) e^{10} C) e^8 D) e^6 E) e^4

15. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{3 \sin^2 3x + \cos 2x - 2}{\cos 8x}$

limitinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

16. $f(x)$ ve $g(x)$ tanımlı ve sürekli fonksiyonları için,

$f(2) = g(6) = 0$ ve $f'(2) = 12 \cdot g'(6)$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(3x)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 8 C) 6 D) 4 E) 3

TÜREV VE UYGULAMALARI

Mutlak Değer Fonksiyonunun Türevi

TEST

11

1. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi $x = 3$ apsisli noktada türevlidir?

- A) $f(x) = |x^2 - 9|$ B) $f(x) = |x - 3|$
C) $f(x) = \frac{2x+5}{x^2-9}$ D) $f(x) = |x+3| + x - 3$
E) $f(x) = \sqrt{x-3} + 2x$

2. $f(x) = \frac{|x^2 - 16|}{x+2} + 4x - 8$ fonksiyonunun kaç noktada türevi yoktur?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $f(x) = |10 - x^3| + \sqrt{x^2 - 6x + 18}$ olduğuna göre, $f'(3)$ kaçtır?
A) 12 B) 15 C) 18 D) 24 E) 27

4. $f(x) = |x^2 - 7x + 6| + x^3 - 4$ olduğuna göre, $f'(6)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) 108 B) 96 C) 81
D) 54 E) Yoktur

5. $f(x) = \frac{|x^3 - 16x|}{x^2 - 2x - 3}$ fonksiyonunun türevsiz olduğu noktaların apsisi toplamı kaçtır?
A) -2 B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

6. $f(x) = |x^2 - 6x + 5|$ olduğuna göre, $f'(5)$ değeri kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4
D) 6 E) Yoktur

7. $f(x) = |\ln x - x - e^x|$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) $1 - e$ B) $1 + e$ C) e D) 1 E) -1

8. $f(x) = \frac{x^2 + 4x}{|x-2|}$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

9. $f: x \rightarrow f(x) = |\cos x|$ fonksiyonunun $x = \frac{\pi}{2}$ için türevi aşağıdakilerden hangisidir?
A) 1 B) -1 C) 0 D) ∓ 1
E) $x = \frac{\pi}{2}$ için türev yoktur.

10. $f(x) = x^2 \cdot |x^2 - x + 6|$ olduğuna göre, $f'(1) + f'(2)$ toplamı kaçtır?
A) 45 B) 47 C) 50 D) 53 E) 57

11. $f(x) = |4 - x|$ ve $g(x) = x^2 - 2x$ olduğuna göre, $(f \circ g)'(3)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $f(x) = x^3 - x^2 + |x^4 - 2x|$ olduğuna göre, $f'(-2)$ kaçtır?
A) 18 B) 24 C) 30 D) 34 E) 38

13. $f(x) = (x^4 - 2x^3 + x) \cdot |2 - x|$ olduğuna göre, $f'''(3)$ değeri kaçtır?
A) 142 B) 174 C) 316 D) 252 E) 276

14. $f(x) = |x^2 - 7x - 8| + |100 - x^2|$ fonksiyonu aşağıdaki noktalardan hangisinde türevlidir?
A) -10 B) -8 C) -1 D) 8 E) 10

15. $f(x) = |x^2 - 6x|$ olduğuna göre, $f'(6^+) + f'(6^-) + f'(2^+)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 2 B) 6 C) 12 D) 14 E) 18

16. $f(x) = |3 - x|$
 $g(x) = x^2 + 4$
 $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ olduğuna göre, $h'(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) 6 B) 4 C) 2 D) -2 E) -4

TÜREV VE UYGULAMALARI

Ters Fonksiyonun Türevi

TEST
12

1. $f(x) = |x - 3|$ ve $g(x) = |x + 2|$
olduğuna göre, $(f \circ g)'(2)$ değeri kaçtır?
A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2
2. $f(x) = |(x^2 - 1) \cdot (x + 2)^2 \cdot (x - 4)|$
fonksiyonunun kaç noktada türevi yoktur?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
3. $f(\sqrt{x} - 1) = x^3 - x^2 + x - 1$
olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) 160 B) 162 C) 164 D) 166 E) 168
4. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere;
 $f(x) = x^2 + 5x - 18$
olduğuna göre, $(f^{-1})'(6)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-\frac{1}{15}$ B) $-\frac{1}{13}$ C) $-\frac{1}{11}$ D) $-\frac{1}{10}$ E) $-\frac{1}{8}$

www.guryayinlari.com

5. $f(x) = 3^{x-3}$
olduğuna göre, $(f^{-1})'(27)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1}{\ln 3}$ B) $\frac{1}{2\ln 3}$ C) $\frac{1}{3\ln 3}$
D) $\frac{1}{9\ln 3}$ E) $\frac{1}{27\ln 3}$
6. $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere;
 $f(x) = x^2 + 4x$
olduğuna göre, $(f^{-1})'(5)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$
7. $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$
olduğuna göre, $(f^{-1})'\left(\frac{1}{2}\right)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{3\ln 2}{8}$ B) $\frac{3\ln 2}{10}$ C) $\frac{\ln 2}{8}$
D) $\frac{10}{3\ln 2}$ E) $\frac{8}{3\ln 2}$
8. $f(x) = 3 + \ln x$
olduğuna göre, $(f^{-1})'(7)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) e B) e^2 C) e^3 D) e^4 E) e^5

9. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin $x = 0$ noktasında türevi vardır?
A) $y = \left|\frac{x}{3}\right|$ B) $y = \frac{2}{x}$ C) $y = \sqrt{2x}$
D) $y = \sqrt{x-1}$ E) $y = x\sqrt{x}$
10. $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$
olduğuna göre, $(f^{-1})'(1)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 3 B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{7}{3}$ D) 2 E) $\frac{1}{3}$
11. $f(x) = 3 + \ln(x+4)$
olduğuna göre, $\frac{df^{-1}(x)}{dx}$ ifadesinin $x = 4$ apsisli noktasındaki değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{e}$ B) $\frac{1}{e^2}$ C) 1 D) e E) e^2
12. $f(x) = -\frac{2}{x}$
olduğuna göre, $(f^{-1}(4))'$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 0
13. $f(4x+2) = x^3 + 2x$
olduğuna göre, $(f^{-1})'(3)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{3}$
14. $f(x) = \sec x$
olduğuna göre, $(f^{-1})'(x)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$ B) $\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
C) $\frac{1}{x^2\sqrt{x^2-1}}$ D) $\frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$
E) $\frac{-x}{\sqrt{x^2-1}}$
15. $f(x) = \arccos x$
olduğuna göre, $(f^{-1})'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
16. $f(x) = \ln(2x-1)$
olduğuna göre, $f^{-1}(1) + (f^{-1})'(0)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{e+1}{2}$ B) $\frac{e-1}{2}$ C) $\frac{e+2}{2}$ D) $\frac{e+4}{2}$ E) 1

www.guryayinlari.com

TÜREV VE UYGULAMALARI

Parçalı ve Parametrik Fonksiyonların Türevi

TEST
13

1. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x, & x \leq 3 \\ x^3 + x, & x > 3 \end{cases}$
fonksiyonunun $x = 3$ noktasındaki türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4 B) 6 C) 12 D) 28 E) Yoktur

2. $f(x) = \begin{cases} 6x^2 - 2x, & x < 1 \\ 2x^2 + 3x + 1, & x \geq 1 \end{cases}$
fonksiyonu için $f'(1^+) + f'(1^-) + f'(3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 33 B) 32 C) 31 D) 30 E) 29

3. $f(x) = \begin{cases} x^2 - b, & x \geq 1 \\ 3ax - 2, & x < 1 \end{cases}$
olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasında türevinin olması için b ne olmalıdır?

A) $\frac{4}{3}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

4. $f(x) = \begin{cases} x^3 - x^2, & x < 4 \\ 4x^2 - 6x, & x \geq 4 \end{cases}$
olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 32 B) 34 C) 36 D) 38 E) 40

5. $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x, & x < 4 \\ 4 - 2x, & x \geq 4 \end{cases}$
fonksiyonunun $x = -1$ noktasındaki türevi kaçtır?

A) -6 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

6. $f(x) = \begin{cases} mx^2 - nx + 4, & x < 2 \\ x^2 - 6x, & x \geq 2 \end{cases}$
fonksiyonunun $x = 2$ noktasında türevli olduğuna göre, m kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

7. $y = 16u^3 - 4u^2$ ve $x = 2u + 1$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti nedir?

A) $6x^2 - 14x + 8$ B) $8x^2 - 4x + 6$
C) $x^2 - 8x + 4$ D) $8x^2 - 12x + 10$
E) $4x^2 - 12x + 4$

8. $y = \sin^2 t$ ve $x = \cos t$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = \frac{\pi}{4}$ için değeri kaçtır?

A) $-2\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{2}$ C) -1
D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

9. $y = x^2$ ve $x = t^2 + 3t + 2$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dt}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $(t^2 + 3t + 2) \cdot (4t)$
B) $(t^2 + 3t + 2) \cdot (4t + 6)$
C) $(t^2 + 3t)^2 \cdot (4t + 6)$
D) $2(t^2 + 3t + 2)$
E) $(t^2 + 3t + 2) \cdot (2t + 3)$

10. $x = t^4 - 2t^2 + 6t$ ve $y = t^3 - 2t + 1$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = -1$ için değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

11. $y = x^3 - x$, $x = u^2$, $u = t^3$
olduğuna göre, $t = 1$ için $\frac{dy}{dt}$ kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 24

12. $y = e^{t^2} + e^t$
 $x = e^t - 1$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = 1$ için değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{e}$ B) $2e$ C) e D) 3 E) $3e$

13. $y = \cos t$
 $x = \sin 2t$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = \frac{\pi}{6}$ için değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{6}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

14. $x = \ln(t - 2)$
 $y = e^{4t}$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = 3$ için değeri aşağıdakilerden hangisi eşittir?

A) $6e^{12}$ B) $4e^{12}$ C) $3e^{12}$ D) $2e^{12}$ E) e^{12}

15. $y = t^3 + 4t$
 $x = t^2 - 6t$
olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin $t = 1$ için değeri kaçtır?

A) $\frac{19}{32}$ B) $\frac{5}{8}$ C) $\frac{21}{32}$ D) $\frac{11}{16}$ E) $\frac{23}{32}$

16. $x = \sin 2\alpha$
 $y = \cos \alpha$
olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin $\alpha = 0$ için değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{2}$

1. $f(x^3 + 2) = x^4 - x^3 + 4x + 2$
olduğuna göre, $f'(10)$ değeri kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $g(3) = 8$, $g'(3) = 6$, $f'(8) = 4$
olduğuna göre, $(f \circ g)'(3)$ değeri kaçtır?
A) 12 B) 16 C) 18 D) 24 E) 36

3. $f(x) = 2x^3 - 4x^2 - 5$
 $g(x) = 4x + 1$
 $h(x) = (f \circ g)(x)$
olduğuna göre, $h'(1)$ değeri kaçtır?
A) 450 B) 440 C) 430 D) 420 E) 410

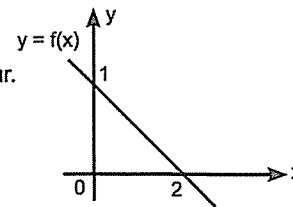
4. $f(x^3 + 1) = g(x^2 - x)$
 $g'(6) = 4$
olduğuna göre, $f'(28)$ değeri kaçtır?
A) 1 B) $\frac{25}{27}$ C) $\frac{8}{9}$ D) $\frac{20}{27}$ E) $\frac{2}{3}$

5. $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere;
 $f(2) = 3$, $f'(2) = 6$, $g(2) = 8$ ve $g'(2) = 12$
olduğuna göre, $\left(\frac{f}{g}\right)'(2)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{32}$

6. $f(x) = x^2 - 3x$ ve $g(x) = x^3 + 1$
olduğuna göre, $(f \circ g)'(2)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 180 B) 160 C) 144 D) 120 E) 80

7. $(g \circ f)(x) = x^2 + 4x - 4$, $f(3) = 4$ ve $f'(3) = 2$
olduğuna göre, $g'(4)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 5

8. Yandaki şekilde
 $y = f(x)$ fonksiyonu
doğrusal fonksiyondur.
 $g(x) = f'(x) + f(x) + x$
olduğuna göre,
 $g'(1)$ kaçtır?
A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

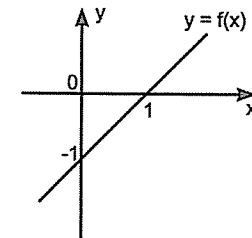


9. $f(4x + 1) = x^3 - 8x^2 + 3$
olduğuna göre, $f(-3) + f'(5)$ değeri kaçtır?
A) -9 B) $-\frac{37}{4}$ C) $-\frac{19}{2}$
D) -10 E) $-\frac{41}{4}$

10. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere
 $f(\cos x) = \sin 2x$
olduğuna göre, $f'\left(\frac{3}{5}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{7}{10}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{9}{10}$

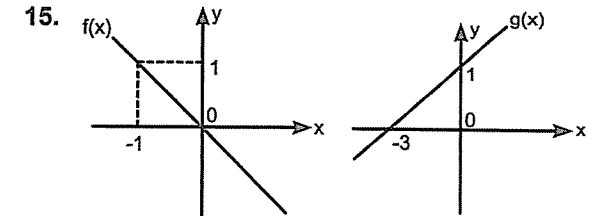
11. $g(3x + 1) = x^3 \cdot f(2x)$
 $f(2) = 8$, $f'(2) = 6$
olduğuna göre, $g'(4)$ kaçtır?
A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

12. Yandaki şekilde
 $y = f(x)$ fonksiyonu
doğrusal fonksiyondur.
 $g(x) = f^3(x) + x^3 - 2$
olduğuna göre, $g'(-1)$
değeri kaçtır?
A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15



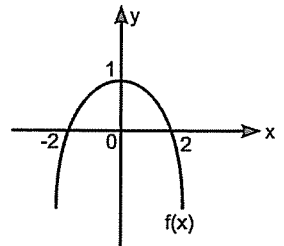
13. $f(x) = mx + n$
 $g(x) = mx^2 + n$
olduğuna göre, $(g \circ f)' \left(\frac{n}{m} \right)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2m^2$ B) $2m^2n$ C) m^2n
D) $4m^2n$ E) $4mn$

14. $f(2x) = x \cdot g(x^3)$
 $g(8) = 4$ ve $g'(8) = 3$
olduğuna göre, $f'(4)$ değeri kaçtır?
A) 32 B) 34 C) 36 D) 38 E) 40



- Yukarıda $f(x)$ ve $g(x)$ doğrusal fonksiyonların grafikleri verilmiştir.
 $h(x) = (f \circ g)(x) + 4$ olduğuna göre, $h'(-2)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

16. Yanda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
 $g(1) = 4$ ve $g'(1) = 2$
ve $h(x) = \left(\frac{f}{g}\right)(x)$
olduğuna göre, $h'(1)$ değeri kaçtır?
A) $-\frac{7}{32}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{9}{32}$
D) $-\frac{5}{16}$ E) $-\frac{11}{32}$



TÜREV VE UYGULAMALARI

Türevin Geometrik Anlamı

TEST
15

1. $f(x) = x^2 + mx + 2$
fonksiyonuna $x = 2$ apsisli noktasından çizilen teğetin denklemi $y = 6x + n$ olduğuna göre, n kaçtır?
A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

2. $f(x) = x^2 - ax + 2$
eğrisinin $x = 1$ noktasındaki teğetin x eksenine pozitif yönde 135° lik açı yapması için a ne olmalıdır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $y = mx^2 + 4x + 2$
fonksiyonunun $A(1, -4)$ noktasından çizilen normalin denklemi nedir?
A) $y + 4 = \frac{1}{2}(x - 1)$ B) $y + 2 = \frac{1}{4}(x - 1)$
C) $y + 4 = \frac{1}{8}(x - 1)$ D) $y + 4 = \frac{1}{12}(x - 1)$
E) $y + 4 = \frac{1}{16}(x - 1)$

4. $y = \cos(\sin(6x))$
eğrisinin $x = \frac{\pi}{6}$ apsisli noktadaki teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $y - 2 = 0$ B) $y - 1 = 0$ C) $y + 2 = 0$
D) $y + 4 = 0$ E) $y + 1 = 0$

5. $A(-2, 4)$ noktası $y = f(x)$ fonksiyonu üzerinde olup, fonksiyona A noktasından çizilen teğetin eğimi 5 tir.
Buna göre, bu teğetin denklemi nedir?
A) $y = 5x + 10$ B) $y = 5x + 2$
C) $y = 5x + 12$ D) $y = 5x + 14$
E) $y = 5x + 16$

6. $y = f(x)$ fonksiyonuna üzerindeki $A(1, 2)$ noktasından çizilen teğetin denklemi $y = mx + n$ ve $f'(1) = 4$ olduğuna göre, n kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

7. $f(x) = 2x^2 - 6$
eğrisinin hangi noktasındaki teğeti $y = 4x + 2$ doğrusuna paraleldir?
A) (1, 2) B) (1, -3) C) (1, -4)
D) (2, 2) E) (-1, 4)

8. $y = x^2 - 6x + 3$ eğrisi ile $y = 3x^2 + 14x - 6$ eğrisinin $x = k$ apsisli noktada birbirine paralel teğetlerinin eğimi kaçtır?
A) -10 B) -14 C) -16 D) -18 E) -20

9. $f(x) = \frac{x^2 + mx + 1}{x + 2}$
fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktasından çizilen teğeti x eksenine paralel olduğuna göre, m kaçtır?
A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

10. $y = x^2 - ax + b$
parabolünün $y = 3x - 1$ doğrusuna $x = -1$ noktasında teğet olması için (a, b) ne olmalıdır?
A) (-5, 2) B) (-3, 4) C) (-1, 1)
D) (-5, 3) E) (-5, 0)

11. $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$
olduğuna göre, $f'(x)$ fonksiyonun $x = -1$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?
A) 10 B) 15 C) 18 D) 20 E) 24

12. $y = x^4 + x^3 + ax^2 - b$
fonksiyonunun grafiği, apsisi -2 olan noktada x eksenine teğet olduğuna göre, b nin değeri kaçtır?
A) -4 B) -6 C) -8 D) -10 E) -12

13. $y = t^2 + 3t + 1$ ve $x = t^3 + 1$
parametrik fonksiyonun eğrisine $t = 1$ noktasından çizilen teğetin denklemi nedir?
A) $3y = 5x + 5$ B) $2y = 3x + 4$ C) $y = 5x - 5$
D) $3y = 2x + 11$ E) $5y = 3x + 19$

14. $y = f(x) = x^2 - 6x + 5$
eğrisine x eksenini kestiği noktalardan çizilen teğetler arasında kalan dar açı θ olduğuna göre, $\tan \theta$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{7}{15}$ D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{3}{5}$

15. $y = x^2 - 6x + 10$
eğrisi üzerinde bulunan ve $y = 2x - 3$ doğrusuna en yakın noktanın ordinatı kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

16. $f(x) = x^2 + 2ax - 5$
 $g(x) = bx^2 - x + c$
eğrilerinin $A(1, -2)$ noktasındaki teğetleri eşittir.
Buna göre, $a + b - c$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

TÜREV VE UYGULAMALARI

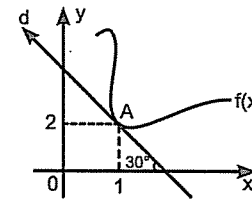
Kapalı Fonksiyonun Türevi ve Doğrunun Fonksiyona Teğeti

TEST
16

1. $f(x, y) = x^3 + xy + x^2y - y^3 = 0$
olduğuna göre, $f'(1, -1)$ değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
2. $y \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere;
 $x^2y + xy^2 = 30$
fonksiyonunun $x = 3$ apsisi noktasındaki türevi kaçtır?
A) $-\frac{16}{21}$ B) $-\frac{17}{21}$ C) $-\frac{6}{7}$ D) $-\frac{19}{21}$ E) $-\frac{20}{7}$
3. $f(x, y) = x \cdot \sin y - y \cdot \cos x = 0$
olduğuna göre, $f'(x, y)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{\sin y - y \cdot \sin x}{x \cdot \cos y - \cos x}$ B) $\frac{\sin y + y \cdot \sin x}{\cos x - x \cdot \cos y}$
C) $\frac{\sin y + y \cdot \sin x}{x \cdot \cos y - \cos x}$ D) $\frac{\sin y - y \cdot \sin x}{\cos x - x \cdot \cos y}$
E) $\frac{\sin y + y \cdot \cos x}{\cos x + x \cdot \cos y}$
4. $f(x) = \cos 2x + 2 \cos x$
eğrisinin $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ aralığında alabileceği en büyük değer kaçtır?
A) -4 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1
5. $x^2 - y^2 - \sin(x + y) = 0$
fonksiyonunun $(0, 0)$ noktasındaki teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2y + x = 0$ B) $3y + x = 0$
C) $2y - x = 0$ D) $y + x = 0$
E) $y - x = 0$

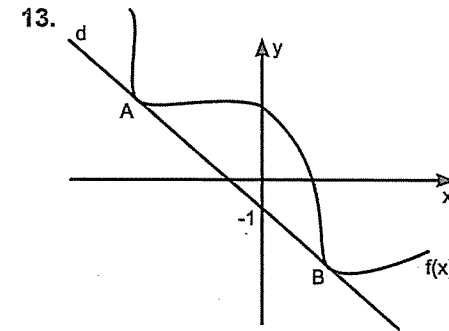
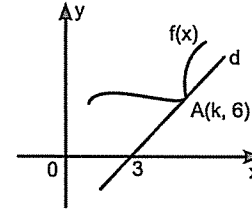
6. $\sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{y^3} - 4 = 0$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\sqrt[4]{\frac{y}{x}}$ B) $-\sqrt[4]{\frac{y}{x}}$ C) $-\sqrt[4]{\frac{x}{y}}$ D) $-\sqrt[4]{\frac{y}{x}}$ E) $\sqrt[4]{\frac{y}{x}}$
7. Denklemi $x^2 + y^2 = 20$ olan çembere $A(2, 4)$ noktasında teğet olan doğrunun, x eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?
A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12
8. $x^2 - y^2 = 9$
olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{y^2 - x^2}{y}$ B) $\frac{y^2 - x^2}{y^2}$ C) $\frac{y^2 - x^2}{y^3}$
D) $\frac{-y^2 - x^2}{y^3}$ E) $\frac{x^2 - y^2}{y^3}$
9. Yanda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
 $g(x) = f(x) \cdot (x^2 - 2x)$
ise, $g'(3)$ kaçtır?
A) 20 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12
10. Yukarıda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
 $g(x) = x^3 \cdot f(3x - 1)$
olduğuna göre, $g'(2)$ nin değeri kaçtır?
A) -42 B) -44 C) -46 D) -48 E) -50

11. Yandaki şekilde $y = f(x)$ eğrisinin bir parçası ile d doğrusu $A(1, 2)$ noktasında teğettir.



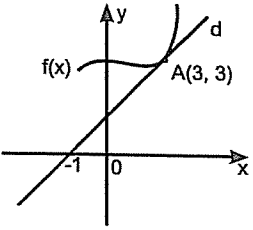
- $g(3x - 2) = x^2 - x + f^2(x)$ olduğuna göre, $g'(1)$ kaçtır?
A) $\frac{3-2\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{3+4\sqrt{3}}{9}$ C) $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$
D) $\frac{3-4\sqrt{3}}{9}$ E) $\frac{3-2\sqrt{3}}{9}$

12. Yandaki şekilde d doğrusu, $y = f(x)$ eğrisine $A(k, 6)$ noktasında teğettir.
 $f(k) = 4 + 2 \cdot f'(k)$
ise, k kaçtır?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

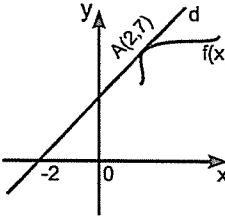


- $y = f(x)$ eğrisi d doğrusuna grafikteki gibi $A(-3, 4)$ ile B noktalarında teğet ve d doğrusu y eksenini $(0, -1)$ noktasında kesmektedir.
 B noktasının apsisi 1 olduğuna göre,
 $f(1) + f'(-3) + f'(1)$ toplamı kaçtır?
A) -4 B) -5 C) -6 D) -7 E) -8

14. Yandaki şekilde $y = f(x)$ eğrisinin bir parçası ile d doğrusu $A(3, 3)$ noktasında teğettir. Buna göre, $g(x) = x^2 \cdot f(x)$ ise, $g'(3)$ kaçtır?
A) 25 B) $\frac{99}{4}$ C) $\frac{49}{2}$ D) $\frac{97}{4}$ E) 24



15. Şekilde d doğrusu $f(x)$ fonksiyonuna teğettir.
 $g(x) = x + \sqrt{x + f(x)}$
ise, $g(x)$ fonksiyonuna $x = 2$ noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?
A) $\frac{35}{24}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{37}{24}$ D) $\frac{19}{12}$ E) $\frac{5}{3}$



16. $f(x) = (x + 5)^3$
eğrisinin $x = -6$ apsisi noktasındaki normalinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2y + x = 10$ B) $3y + x = -6$ C) $y + 3x = -8$
D) $y + x = -10$ E) $3y + x = -9$

TÜREV VE UYGULAMALARI

Artan ve Azalan Fonksiyonlar

TEST
17

1. $f(x) = 3x^3 + 12x - 9$

fonksiyonunun artan olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $(-\infty, 1)$
- B)
- $\mathbb{R}$
- C)
- $\mathbb{R}^+$
- D)
- $(-2, 2)$
- E)
- $(2, \infty)$

2. $\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye tanımlı aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin yerel ekstremum noktaları vardır?

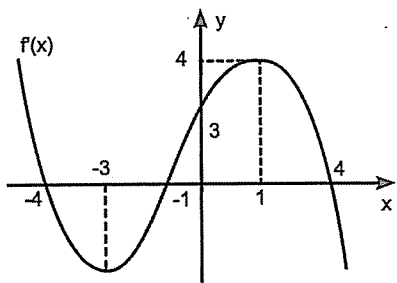
- A)
- $f(x) = 4x + 1$
- B)
- $f(x) = 2x^3 + 4x$
-
- C)
- $f(x) = -2x^3 - 6x$
- D)
- $f(x) = x^3 + 4x^2 - 3x$
-
- E)
- $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x + 1$

3. $f(x) = x^2 - ax + b$

fonksiyonunun $(2, -6)$ noktasında bir yerel minimumu varsa, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 2 D) 4 E) 6

4.

Yukarıdaki şekilde $f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.Buna göre, aşağıdakilerden hangisi f fonksiyonu için kesinlikle doğrudur?

- A)
- $-3 < x < -1$
- aralığında artandır.
-
- B)
- $0 < x < 3$
- aralığında azalandır.
-
- C)
- $x = 1$
- de bir yerel maksimumu vardır.
-
- D)
- $x = -1$
- de bir yerel maksimumu vardır.
-
- E)
- $x = -4$
- te bir yerel maksimumu vardır.

5. $f(x)$ fonksiyonu (a, b) aralığında pozitif olarak tanımlı ve artan ise aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta azalandır?

- A)
- $f^3(x)$
- B)
- $f(x) + x^2$
- C)
- $\frac{1}{f(x)}$
-
- D)
- $4f(x)$
- E)
- $f^2(x)$

6. $f(x) = (x^2 - 4x)^2$

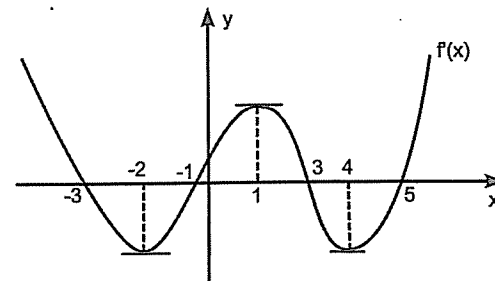
eğrisi aşağıdaki aralıkların hangisinde daima artandır?

- A)
- $(0, 2)$
- B)
- $(2, \infty)$
- C)
- $(0, 4)$
-
- D)
- $(-\infty, 4)$
- E)
- $(2, 4)$

7. Aşağıdaki fonksiyonların hangisi daima artandır?

- A)
- $f(x) = 2$
- B)
- $f(x) = -1$
- C)
- $f(x) = 3 - 2x$
-
- D)
- $f(x) = -6x$
- E)
- $f(x) = 4x + 1$

8.

Yukarıdaki şekilde f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.Buna göre, f fonksiyonunun yerel minimum ve maksimum noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 3 D) 4 E) 5

9. $f(x)$ fonksiyonunu $0 < x < \infty$ için artan bir fonksiyon olduğuna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi aynı aralıkta daima artan bir fonksiyondur?

- A)
- $f(x) - 3x$
- B)
- $-f(x^4)$
- C)
- $2x - f(x)$
-
- D)
- $4f(x^2)$
- E)
- $[f(x)]^2$

10. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + k}$

eğrisi için $x = 2$ apsisli noktasının ekstremum noktası olması için k kaç olmalıdır?

- A)
- $-\frac{3}{2}$
- B)
- $-\frac{5}{4}$
- C) -1 D)
- $-\frac{3}{4}$
- E)
- $-\frac{1}{2}$

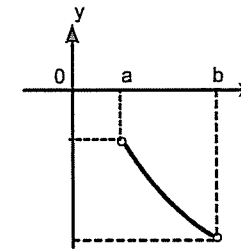
11. $y = x^3 - ax^2 - 6x - 3$

denklemleri ile verilen eğrinin ekstremum noktalarının apsisi toplamı 6 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

12. Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun (a, b) aralığındaki grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta daima artandır?

- A)
- $2 + f(x)$
- B)
- $-\frac{2}{f(x)}$
- C)
- $2x - f(x)$
-
- D)
- $f(x^3)$
- E)
- $f^3(x)$

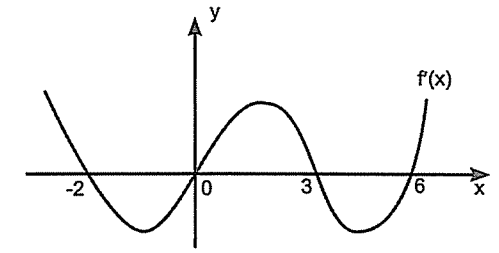


13. $f(x) = \frac{x^2 + 6x}{x - 1}$

eğrisinin ekstremum noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

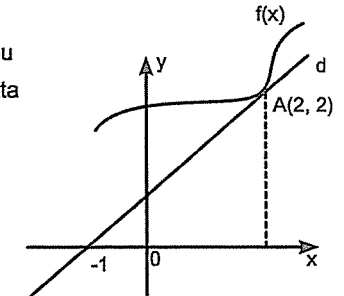
14.

Yukarıdaki şekilde $f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.Buna göre, $(3, 4)$ noktası $y = f(x)$ in grafiği üzerinde ise $f(x)$ in $(3, 4)$ noktasındaki teğetinin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

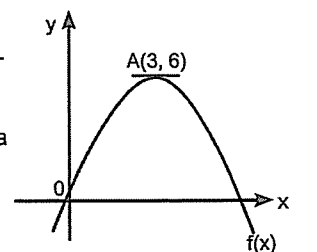
- A)
- $y - x - 1 = 0$
- B)
- $y - 4 = 0$
-
- C)
- $y - 2x + 2 = 0$
- D)
- $y + x - 7 = 0$
-
- E)
- $x - 3 = 0$

15. Yandaki şekilde $y = f(x)$ eğrisi ile bu eğriye $A(2, 2)$ noktasında teğet olan d doğrusu verilmiştir. $h(x) = (f \circ f)(x)$ ise, $h'(2)$ kaçtır?

- A)
- $\frac{1}{2}$
- B)
- $\frac{2}{3}$
- C)
- $\frac{4}{7}$
- D)
- $\frac{1}{3}$
- E)
- $\frac{4}{9}$

16. Yandaki eğri, denklemleri $y = f(x)$ olan fonksiyona aittir. $g(x) = \frac{2x}{f(x)}$ olduğuna göre, $g'(3)$ kaçtır?

- A)
- $\frac{1}{12}$
- B)
- $\frac{1}{9}$
- C)
- $\frac{1}{6}$
- D)
- $\frac{1}{3}$
- E)
- $\frac{1}{2}$



TÜREV VE UYGULAMALARI

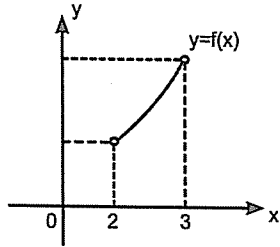
Yerel Ekstremum Noktaları ve Dönüm Noktası

TEST 18

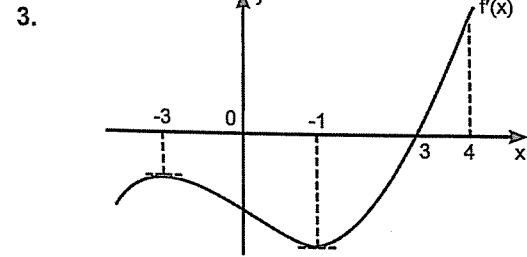
1. $f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 3$ fonksiyonunun azalan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 5)$ B) $(-1, 5)$ C) $(5, \infty)$
D) $(-1, \infty)$ E) $(-\infty, -1)$

2. Yandaki şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta artandır?



A) $-x^4$ B) $f(x) - x^3$ C) $x^3 - f(x)$
D) $x^2 \cdot f(x)$ E) $-f^3(x)$

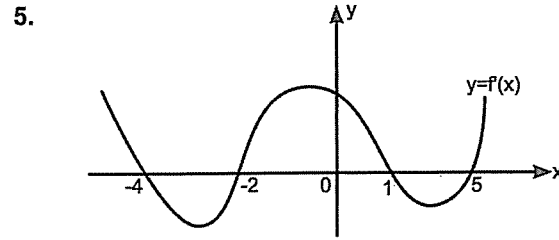


Türevinin grafiği yukarıda verilen $f(x)$ fonksiyonunda x in hangi değeri için $f(x)$ in yatay (x eksenine paralel) teğeti vardır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 3 E) 4

4. $x \neq 0$ olmak üzere, $y = \frac{f(x)}{x^2}$ fonksiyonu daima azalan olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $f'(x) \cdot x^2 < f(x) \cdot 2x$
B) $f'(x) \cdot x^2 > f(x) \cdot 2x$
C) $f'(x) < x^2$
D) $f'(x) \cdot x < f(x)$
E) $f'(x) \cdot f(x) < 0$



Türevinin grafiği yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun yerel maksimum noktalarının apsisi toplamı yerel minimum noktalarının apsisi toplamından kaç fazladır?

A) -8 B) -6 C) -5 D) -3 E) 6

6. $a < b < 0$ olmak üzere, $[a, b]$ aralığındaki her x değeri için $f'(x) > 0$ dır. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) $f(a) > 0$ B) $f(b) < f(x)$ C) $f(a) \cdot f(b) < 0$
D) $f(a) > f(x)$ E) $f(a) < f(b)$

7. $f(x) = x^3 - 12x^2 + 12x + 2$ eğrisi aşağıdaki aralıklardan hangisinde yukarı büküldür (çukurdur)?

A) $(-2, 4)$ B) $(0, 2)$ C) $(1, 3)$
D) $(4, \infty)$ E) $(-\infty, 4)$

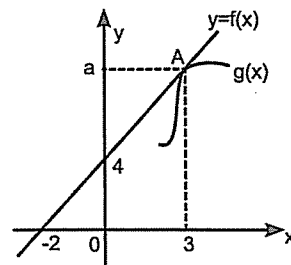
8. $f(x) = x^3 + 6x^2 - 6x + 4$ eğrisinin dönüm (büküm) noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

A) 16 B) 20 C) 24 D) 28 E) 30

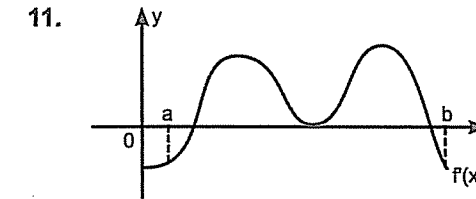
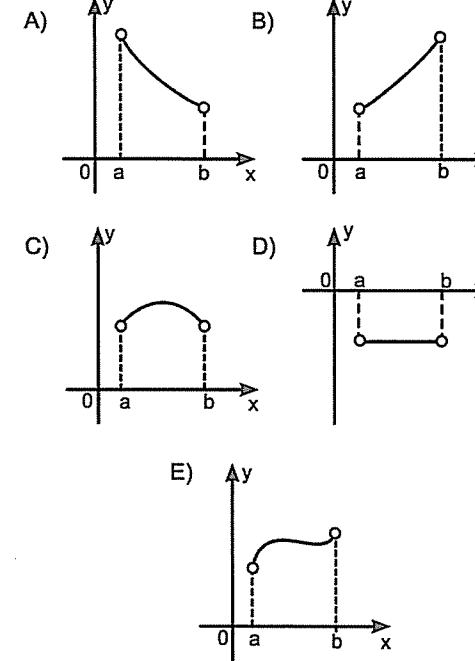
9. Yandaki şekilde $f(x) = ax + b$ doğrusu $g(x)$ eğrisine A noktasında teğettir. Buna göre,

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x) - a}{x - 3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$



10. (a, b) aralığındaki $\forall x \in \mathbb{R}$ için türevi sıfır olan fonksiyonun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



Yukarıdaki şekilde f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.

Aşağıdakilerden hangisi f nin (a, b) aralığındaki bütün yerel ekstremum noktalarını belirtir?

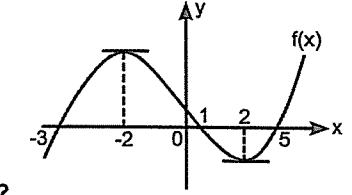
A) Bir yerel maksimum ve iki yerel minimum var.
B) Yerel maksimum yok ve iki yerel minimum var.
C) Bir yerel maksimum var ve yerel minimum yok.
D) Bir yerel maksimum ve bir yerel minimum var.
E) İki yerel maksimum ve bir yerel minimum var.

12. $y = 5^{x^2 - 6x + 8}$ eğrisinin yerel minimum noktasının ordinatı kaçtır?

A) $\frac{1}{25}$ B) $\frac{1}{5}$ C) 1 D) 5 E) 25

13. Yandaki $f(x)$ fonksiyonunun

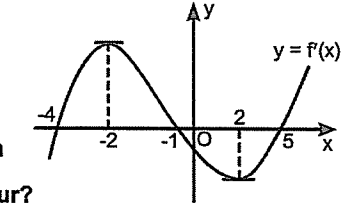
grafiki için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



A) $f'(6) > 0$ B) $f'(-3) > f'(1)$ C) $f(2) \cdot f'(-1) = 0$
D) $f(-1) \cdot f(3) > 0$ E) $f(-2) \cdot f(8) = 0$

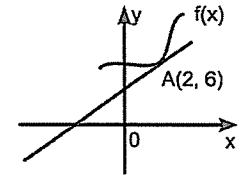
14. Yandaki $f(x)$ fonksiyonunun

grafiki için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?



A) $f(-6) < f(-5)$ B) $f(-3) < f(-2)$ C) $f(6) > f(7)$
D) $f(1) < f(4)$ E) $f'(3) < f'(1)$

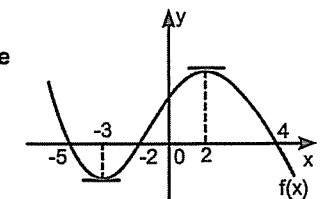
15. Yanda grafiği verilen $y = f(x)$ eğrisinin $A(2, 6)$ noktasındaki teğeti $y = x + 1$ doğrusuna paraleldir.



$g(x + 6) = (x^2 - 2) \cdot f(x)$ olduğuna göre, $g'(8)$ değeri kaçtır?

A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

16. Yandaki $f(x)$ fonksiyonuna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



A) $f(0) > f(-6)$
B) $f(2) \cdot f(3) = 0$
C) $f(6) < 0$
D) $x = -2$ noktasında yerel minimumu vardır.
E) $x = 2$ de yerel maksimumu vardır.

TÜREV VE UYGULAMALARI

Yerel Ekstremum Noktaları ve Dönüm Noktası

TEST
19

- 1.
- $f: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$
- olmak üzere,

$$f(x) = \frac{bx-4}{x-3}$$

fonksiyonunun daima artan olabilmesi için b nin bulunduğu aralık nedir?

- A) $(-\infty, 1)$ B) $(-\infty, \frac{4}{3})$ C) $(-\infty, -\frac{3}{2})$
D) $(\frac{4}{3}, \infty)$ E) $(1, \infty)$

- 2.
- $f(x) = x^3 + ax^2 - bx + 2$

fonksiyonunun azalan olduğu en geniş aralık $(-1, 2)$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{15}{2}$ B) 7 C) $\frac{13}{2}$ D) 6 E) $\frac{9}{2}$

- 3.
- $f(x) = x^3 - mx^2 + 2x + 4$

fonksiyonu daima artan olduğuna göre, m nin alabileceği kaç tamsayı değeri vardır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

- 4.
- $f(x) = x \cdot (x-4)^3$

fonksiyonunun konkav olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

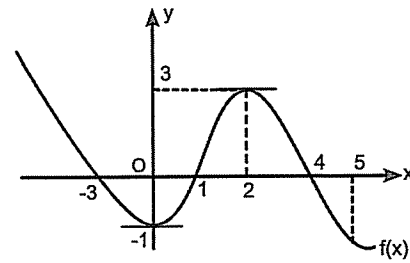
- A) $(2, 4)$ B) $(2, \infty)$ C) $(-\infty, 4)$
D) $(-\infty, 2) \cup (4, \infty)$ E) $(-\infty, 2)$

- 5.
- $f(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 6x + 2$

fonksiyonunun dönüm noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(1, 14)$ B) $(-1, 6)$ C) $(-1, 10)$
D) $(-1, -2)$ E) Yoktur.

- 6.



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

- A) $f'(0) = 0$ B) $f'(3) < 0$ C) $f'(-4) \cdot f'(5) < 0$
D) $f'(1) \cdot f'(-1) < 0$ E) $f'(3) > f'(1)$

- 7.

$$y = x^3 + ax^2 - bx + 4$$

fonksiyonunun $x = 1$ de yerel maksimumu, $x = -1$ de yerel minimumu olması için $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

- 8.

$$f(x) = x^3 - 3ax^2 - 12x + 8$$

olduğuna göre, $f'(x)$ fonksiyonunun $x = -1$ noktasında yerel minimumu olması için a ne olmalıdır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

- 9.

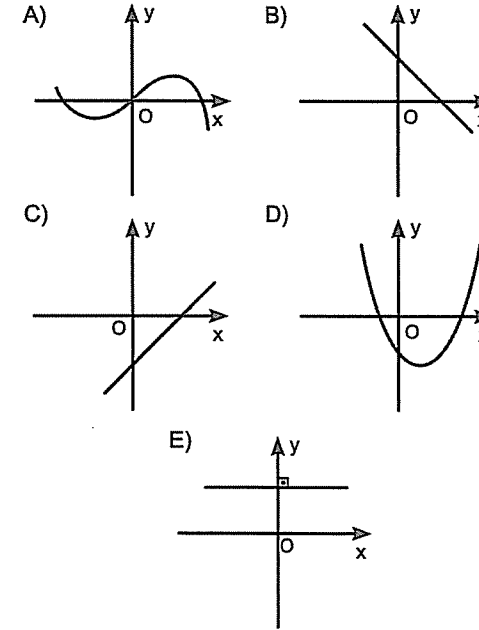
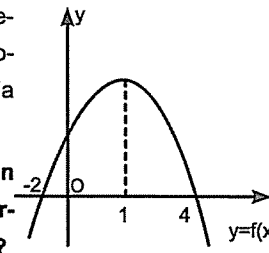
$$y = x^3 - 6x^2 + 6x - 2$$

eğrisine dönüm noktasından çizilen teğetinin denklemini nedir?

- A) $y = 2x + 6$ B) $y = -6x - 8$ C) $y = 6x + 6$
D) $y = -6x + 6$ E) $y = -4x + 8$

- 10.
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- olmak üzere,
- $y = f(x)$
- fonksiyonunun grafiği yanda verilmiştir.

$f'(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

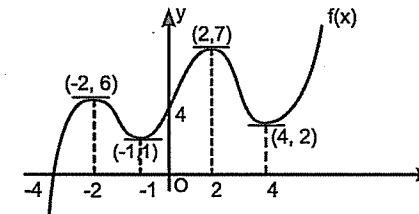


- 11.
- $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 2$

fonksiyonunun $(2, 4)$ aralığındaki en küçük değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

- 12.



Yukarıdaki şekilde verilenlere göre,

$$\frac{f'(2) + f'(4) + f'(0)}{f'(-2) + f'(-1) + f'(4)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

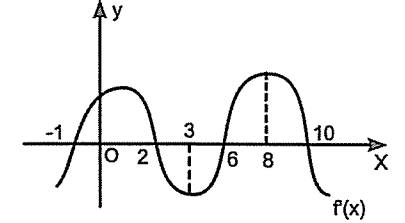
- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

- 13.
- $y = f(x)$
- eğrisi negatif değerli ve artan fonksiyon,

$y = g(x)$ eğrisi ise negatif değerli azalan fonksiyon olduğuna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi kesinlikle azalan fonksiyondur?

- A) $h(x) = f(x) - g(x)$ B) $h(x) = f(x) + g(x)$
C) $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ D) $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$
E) $h(x) = 3g(x) + 2f(x)$

- 14.



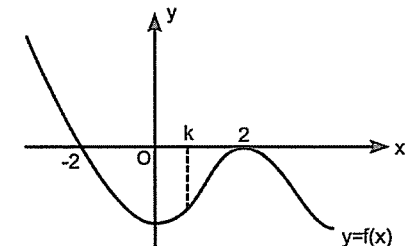
Türevinin grafiği yukarıda verilen $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $f(0) < f(1)$ B) $f(3) > f(5)$ C) $f(-3) > f(-2)$
D) $f(8) > f(9)$ E) $f(\frac{1}{2}) < f(1)$

- 15.
- $a < b < 0$
- ve
- $f(x)$
- azalan fonksiyon olmak üzere,
- (a, b)
- aralığındaki her
- x
- değeri için aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $f(b) < f(a)$ B) $f(x) < 0$ C) $f(x) > 0$
D) $f(x) > f(a)$ E) $f(x) < f(b)$

- 16.



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = k$ apsisli noktası büküm (dönüm) noktası olduğuna göre, k kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

1. Bir reel sayı, 6 katının 24 eksiği ile çarpıldığında sonuç a olmaktadır. Buna göre, a en az kaç olur?
A) -48 B) -36 C) -24 D) -18 E) -12

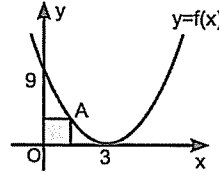
2. $(3 - 2x)$ sayısı ile $(x - \frac{1}{2})$ sayısının çarpımının en büyük olması için x kaç olmalıdır?
A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{4}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{5}$

3. $y = x^3 - \frac{15x^2}{2} + 18x$ eğrisinin alabileceği en küçük değer kaçtır?
A) 12 B) 13 C) $\frac{27}{2}$ D) 15 E) $\frac{33}{2}$

4. $x^2 + (m - 3)x + 4m - 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. Buna göre, $x_1^2 + x_2^2$ toplamı en az kaçtır?
A) -12 B) -16 C) -20 D) -24 E) -28

5. Bir dikdörtgenin üç kenarının uzunluğunun toplamı 120 cm ise bu dikdörtgenin alanı en çok kaç cm^2 olur?
A) 2400 B) 2100 C) 1800 D) 1500 E) 1200

6. Yandaki $y = f(x)$ parabolünün üzerinde bir A noktasının eksenler üzerindeki izdüşüm noktaları ve orijin ile oluşturduğu dikdörtgenin alanı en çok kaç br^2 dir?



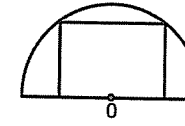
- A) 6 B) 4 C) $\frac{7}{2}$ D) 3 E) $\frac{5}{2}$

7. Çevresi 24 cm olan bir ikizkenar üçgenin alanı en çok kaç br^2 olabilir?
A) $48\sqrt{3}$ B) $36\sqrt{3}$ C) $24\sqrt{3}$ D) $16\sqrt{3}$ E) $8\sqrt{3}$

8. Farkları 16 olan iki gerçekte sayının çarpımı en az kaçtır?
A) -72 B) -64 C) -48 D) -32 E) -24

9. $y = 4x^2 - 2x + 6$ olduğuna göre, $x + y$ toplamının en küçük değeri kaçtır?
A) $\frac{49}{8}$ B) $\frac{95}{16}$ C) $\frac{45}{8}$ D) 5 E) $\frac{35}{8}$

10. Yandaki şekilde yarıçap uzunluğu 8 cm olan yarım çemberin içine yerleştirilen maksimum alanlı dörtgenin alanı kaç cm^2 dir?



- A) 24 B) 32 C) 48 D) 64 E) 72

11. A alış, B satış fiyatını göstermek üzere,

$$A = x^2 + 4x + 9$$

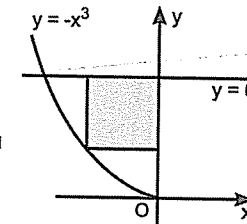
$$B = 3x^2 - 8x + 6$$

Alış ve satış fiyatları x parametresine göre hesaplanan bir işyerinde edilebilecek zarar en çok kaç TL olabilir?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 21

12. Taban uzunluğu 16 cm yüksekliği 12 cm olan bir üçgenin içine bir dikdörtgen yerleştirilirse, bu dikdörtgenin alanı en çok kaç cm^2 olur?
A) 96 B) 72 C) 64 D) 48 E) 36

13. Şekildeki $y = -x^3$ parabolünün içine çizilen dikdörtgenin bir köşesi eğri üzerinde, iki köşesi $y = 6$ doğrusu üzerinde ve bir köşesi y eksenı üzerindedir.



Bu dikdörtgenin alanı en fazla kaç br^2 dir?

- A) $2\sqrt{\frac{3}{2}}$ B) $4\sqrt{\frac{3}{2}}$ C) $\frac{9}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$ D) $5\sqrt{\frac{3}{2}}$ E) $\frac{11}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$

14. Yarıçap uzunluğu 4 cm olan bir küre içine yerleştirilen maksimum hacimli dik silindirin yüksekliği kaç cm dir?

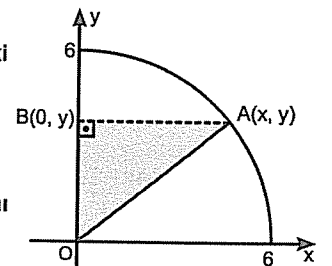
- A) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

15. $f(x) = e^{x^2-4x}$

fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) e^{-8} B) e^{-6} C) e^{-4} D) e^{-2} E) 1

16. 6 br yarıçaplı çember üzerindeki bir A noktası ile B noktasını ve orijini köşe kabul eden üçgenin alanı kaç br^2 dir?



- A) 6 B) 9 C) $8\sqrt{2}$ D) $9\sqrt{2}$ E) 12

1. $y = \frac{3x+2}{x-2}$
eğrisinin yatay asimptotu ile düşey asimptotu-
nun kesim noktası aşağıdakilerde hangisidir?
A) (2, -3) B) (-2, 3) C) (2, 3) D) (-2, -3) E) (3, 2)

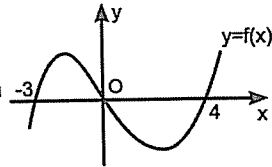
2. $f(x) = \frac{x^2+3x-4}{x^2+4x+3}$
fonksiyonunun yatay asimptotu nedir?
A) $x = 1$ B) $y = 1$ C) $y = -1$
D) $x = -3$ E) $x = -1$

3. $y = \frac{x^2+2x+3}{x-3}$
fonksiyonunun yatay asimptotu nedir?
A) $x = 3$ B) $y = 1$ C) $x = 1$
D) $x = -3$ E) yoktur

4. $y = \frac{x^2-2x+3}{x-2}$
fonksiyonunun asimptotları ile x eksenin
arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 4

5. $y = \frac{x^2+4x-2}{x-1}$
eğrisinin eğik asimptotu aşağıdakilerden hangi-
sidir?
A) $y = x + 2$ B) $y = x + 1$ C) $y = x + 3$
D) $y = x - 5$ E) $y = x + 5$

6. $y = \frac{x^2+4x+3}{x-1}$
fonksiyonunun asimptotları ile koordinat eksen-
leri arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?
A) $\frac{9}{2}$ B) 5 C) $\frac{11}{2}$ D) 6 E) 8

7. Yanda grafiği
verilen $y = f(x)$
eğrisi aşağıdakilerden
hangisi olabilir?
- 
- A) $y = x(x-3)(x-4)$ B) $y = x(x+3)(x-4)$
C) $y = x(x+3)(x+4)$ D) $y = -(x+3)(x-4)$
E) $y = (x+3)(x-4)$

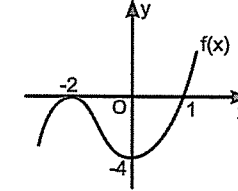
8. $y = \sqrt{x^2-6x+13} + 4x - 1$
eğrisinin eğik asimptotu aşağıdakilerden hangi-
si olabilir?
A) $y = 3x + 2$ B) $y = 4x - 3$ C) $y = 3x - 4$
D) $y = 5x + 4$ E) $y = 5x - 3$

9. $y = \frac{ax-1}{bx+2}$
eğrisinin simetri merkezi $A(4, -6)$ noktası olduğuna
göre, $a + b$ toplamının değeri kaçtır?
A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

10. $y = \sqrt{9x^2 - 12x + 2}$
fonksiyonunun eğik asimptotu aşağıdakilerden
hangisidir?

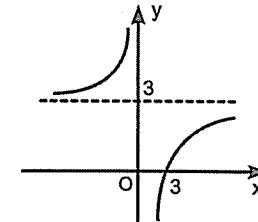
- A) $y = 2x - 3$ B) $y = 3x + 1$ C) $y = 3x + 4$
D) $y = 3x + 2$ E) $y = -3x + 2$

11. Yandaki grafik
aşağıdaki
fonksiyonlardan
hangisine aittir?



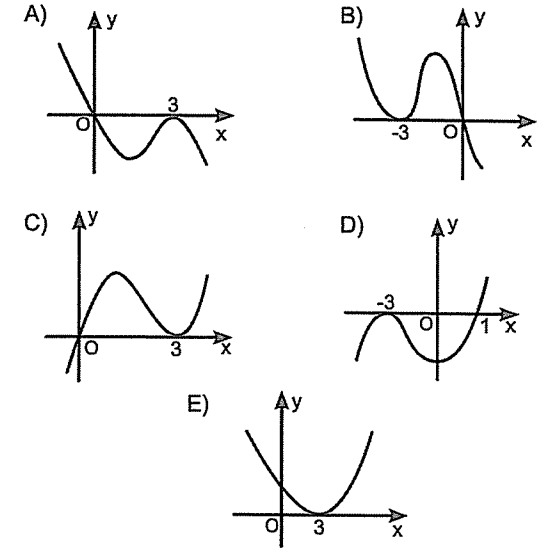
- A) $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 \cdot (x-1)$ B) $y = (x-2)^2 \cdot (x+1)$
C) $y = \frac{1}{4}(x+2)^2 \cdot (x-1)$ D) $y = (x+2) \cdot (x-1)$
E) $y = (x+2)^2 \cdot (x-1)$

12. Şekilde grafiği
verilen $y = f(x)$
fonksiyonu
aşağıdakilerden
hangisidir?

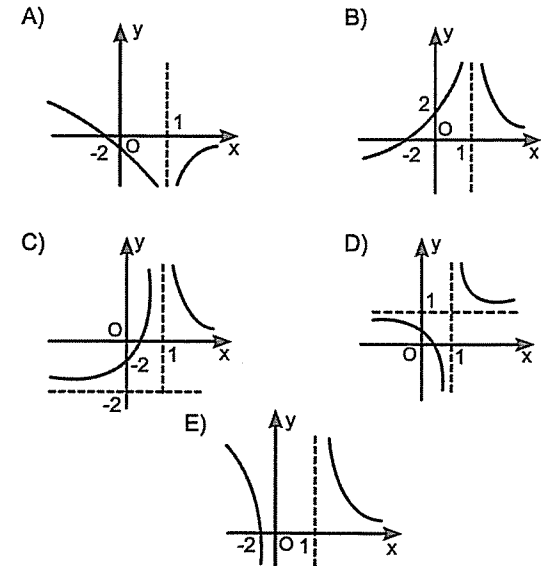


- A) $y = \frac{3x-9}{x}$ B) $y = \frac{3x}{x-3}$ C) $y = \frac{3x-3}{x+1}$
D) $y = \frac{x-3}{x}$ E) $y = \frac{x-3}{x+1}$

13. $y = x^3 - 6x^2 + 9x$
fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi-
dir?

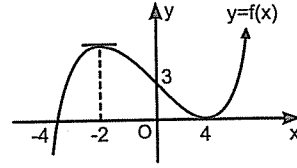


14. $f(x) = \frac{x+2}{(x-1)^2}$
fonksiyonun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



1. Tanımlı $f(x)$ fonksiyonu için,
 $f(3x-5) = 4x^2 + 3x - 6$ olduğuna göre,
 $f'(-2) + f(-2)$ kaçtır?
 A) 5 B) $\frac{14}{3}$ C) $\frac{13}{3}$ D) 4 E) $\frac{10}{3}$
2. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ her noktada türevli bir fonksiyon ve
 $f'(2) = 6$ olduğuna göre,
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h) - f(2-4h)}{2h}$ kaçtır?
 A) 27 B) 23 C) 21 D) 17 E) 15
3. $y = f(x) = (x-3)^2$
 parabolünün üzerinde alınan $A(4, 1)$ noktasından
 çizilen teğetin herhangi bir noktası $B(0, y)$ ise, **IA**
 uzunluğu kaç br dir?
 A) 10 B) $4\sqrt{5}$ C) $5\sqrt{3}$ D) 8 E) 5
4. $f(x) = x \cdot e^x$
 fonksiyonunun üçüncü türevi nedir?
 A) $e^x(x+6)$ B) $e^x \cdot x^3$ C) $e^x(x+3)$
 D) $e^x(x+2)$ E) $e^x(x^3-3)$
5. $y = x^3 - 3x - 4$
 eğrisinin aşağıdaki noktalardan hangisinde te-
 ğeti x - eksenine paraleldir?
 A) (1, -1) B) (2, -2) C) (-1, 0)
 D) (0, -4) E) (-1, -2)

6.



Şekildeki grafik bir $f(x)$ fonksiyonunun grafiği oldu-
 ğuna göre, aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır**?

- A) $x=5$ için $f'(x) > 0$
 B) $x=4$ için $f'(x) = 0$
 C) $x=0$ için $f'(x) < 0$
 D) $x=-4$ için $f'(x) < 0$
 E) $x=-2$ için $f'(x) = 0$

7.

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1} - x^3 - 3x$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ limitinin sonucu
 nedir?

- A) $\frac{\sqrt{3}-2}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}-30}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}-6}{3}$
 D) $\frac{\sqrt{3}-6}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}-15}{3}$

8.

$$y = x^2 + ax + b$$

eğrisinin $y = x - 4$ doğrusuna $x = 2$ de teğet olması
 için, $a + b$ ne olmalıdır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

9.

$$y = x^4 + 2x^3 + ax^2 + bx + 1$$

fonksiyonunun $x = -1$ noktasında yerel maksimumu,
 $x = 1$ noktasında yerel minimumu olması için, $a + b$
 toplamı kaç olmalıdır?

- A) -8 B) -7 C) -6 D) -5 E) -4

10.

$$f(x) = 3 \ln(\tan x)$$

fonksiyonunda $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ün değeri kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) 2 D) $2\ln 3$ E) $4\ln 3$

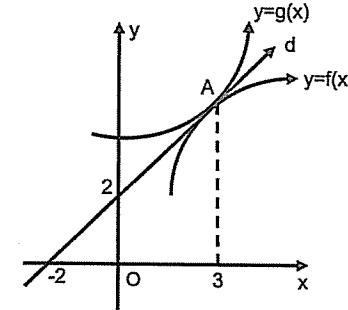
11.

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 4$$

fonksiyonunun $A(-2, y)$ noktasındaki teğetin
 denklemini nedir?

- A) $y = 3x + 12$ B) $y = -5x + 3$
 C) $y = 2x + 10$ D) $y = -5x - 4$
 E) $y = 5x - 9$

12.



Şekilde $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonları d doğru-
 suna $x = 3$ apsisli A noktasında teğettirler.

$$h(x) = f(x) \cdot g(x) + x^2 - 1$$

olduğuna göre, $h'(3)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 16 B) 13 C) 12 D) 10 E) 9

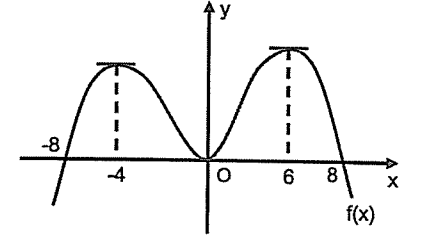
13.

$$f(x) = |x^2 - 4x + 3| + |x - 5| + x^2$$

fonksiyonunun türevlenebildiği en geniş sayı
 aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$ C) $\mathbb{R} - \{1, 3, 5\}$
 D) $\mathbb{Z}$ E) $\mathbb{R} - \{1, 3, 5, 6\}$

14.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verildiğine
 göre, aşağıdakilerden hangisi **doğrudur**?

- A) $f'(9) > 0$ B) $x \in (0, 6) \Rightarrow f'(x) < 0$
 C) $f''(-4) > 0$ D) $f''(0) < 0$
 E) $f'(8) < 0$

15.

$-\infty < x < 0$ aralığında negatif tanımlı olan $f(x)$ fonk-
 siyonu azalan bir fonksiyondur.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta
kesinlikle artan bir fonksiyondur?

- A) $x^2 - 2f(x)$ B) $x^2 \cdot f(x)$ C) $f(x^5)$
 D) $x \cdot f(x)$ E) $[f(x)]^4$

16.

$$y = (3m-2)x^2 + 4x - 2$$

fonksiyonunun gösterdiği eğrinin $x = -2$ noktasın-
 daki teğeti $0x$ ekseninin pozitif yönü ile 45° lik açı
 yapıyor.

Buna göre, m sayısı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{7}{12}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{11}{12}$

TÜREV VE UYGULAMALARI

Karma

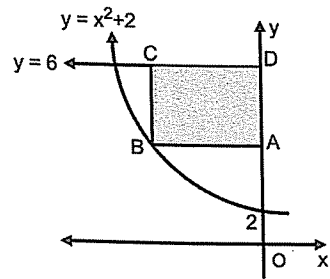
TEST
23

1. $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos x\right)$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{\pi\sqrt{6}}{6}$ B) $-\frac{\pi\sqrt{3}}{4}$ C) $-\frac{\pi\sqrt{2}}{4}$
D) $-\frac{\pi\sqrt{3}}{8}$ E) $-\frac{\pi\sqrt{6}}{8}$

2.



Şekildeki ABCD dikdörtgeni bir kenarı $y=6$ doğru-
su üzerinde diğer bir kenarı Oy ekseninde ve
bir köşesi $y=x^2+2$ parabolü üzerinde bulunan en
büyük alanlı dikdörtgen olduğuna göre, **A'nın ordi-
natı nedir?**

- A) $\frac{8}{3}$ B) 3 C) $\frac{10}{3}$ D) 4 E) $\frac{13}{3}$

3. $y = \log_3(\sin 2x)$

fonksiyonunun $x = \frac{\pi}{6}$ noktasındaki türevi nedir?

- A) $2\sqrt{3}\log_3 e$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}\log_3 e$ C) $3\sqrt{3}\log_3 e$
D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}\log_3 e$ E) $\frac{3\sqrt{3}}{3}\log_3 e$

4. Her $x \in \mathbb{R}$ için f daima azalan, g daima artan ve
 h daima artan fonksiyondur.

$$\frac{(x^2-9) \cdot f'(x) \cdot h'(x)}{(x-5) \cdot g'(x)} > 0$$

eşitsizliğini sağlayan kaç doğal sayı değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $x - \arctan x = y - \arctan y$

olduğuna göre, $y = f(x)$ in $(2, 2)$ noktasındaki te-
ğetinin eğimi nedir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

6. $f(x) = 3x^2 + 2x - |x-1| + 3$

fonksiyonunun $x = 5$ noktasındaki türevi nedir?

- A) 0 B) 31 C) 32 D) 33 E) Yoktur

7.

$f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5$ ve $g(x) = 2x^3 - x^2 - \sqrt{2}$
olmak üzere, $f'(x) > g'(x)$ eşitsizliğinin çözüm kü-
mesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(0, 2)$ B) $[0, 2]$ C) $\mathbb{R} - [0, 2]$
D) $\mathbb{R} - (0, 2)$ E) $(0, \infty)$

8.

$$f(x) = \frac{x^2 - kx + 6}{x-3}$$

fonksiyonunun $x = -1$ için birmaksimumu olduğuna göre, k ne olmalıdır?

- A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{2}{5}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{2}{3}$

9.

$$y = \ln(\sin x^4)$$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ nedir?

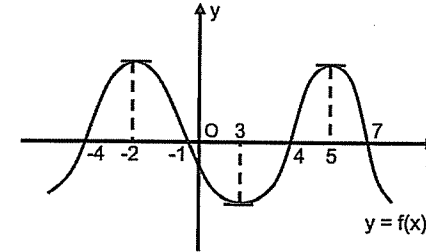
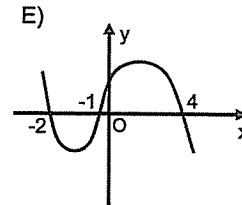
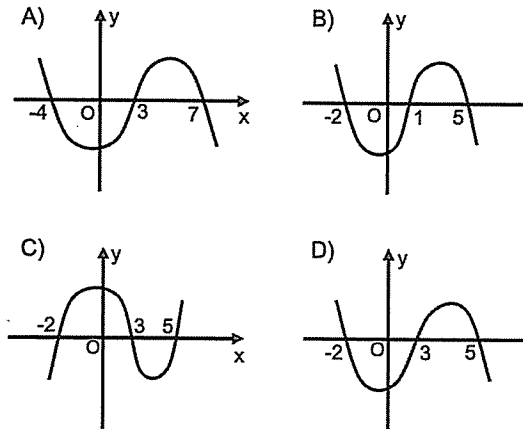
- A) $\sin x^4 \cdot 4x^3$ B) $\cot x^4 \cdot 4x^3$ C) $\sin x^4 \cdot 4x^4$
D) $\tan x^4 \cdot 4x^3$ E) $\cot x^4 \cdot 4x^4$

10. $x^2 + y^2 - x + y - xy - 4 = 0$

ifadesinin $(1, 2)$ noktasındaki ikinci türevi ne-
dir?

- A) $-\frac{13}{32}$ B) $-\frac{15}{32}$ C) $\frac{13}{19}$ D) $\frac{13}{32}$ E) $\frac{15}{32}$

11.

Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden
hangisi olabilir?

12. $f(2x-1) = x^3 - 4x^2 - 5x - 3$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(4x-3) - f(9)}{x-3}$ değeri nedir?

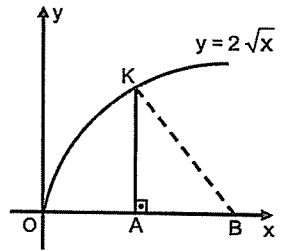
- A) 90 B) 80 C) 70 D) 60 E) 40

13. Yandaki şekilde

$$y = 2\sqrt{x} \text{ eğrisi ve}$$

A(x, 0), B(16, 0)

noktaları verilmiştir.

[KA] $\perp$ [OB],Yukarıdaki verilere göre, **ABK üçgeninin alanı x in
hangi değeri için en büyüktür?**

- A) 6 B) $\frac{16}{3}$ C) 5 D) $\frac{14}{3}$ E) $\frac{13}{3}$

14. $f(x) = x^4 \cdot |x^3 - 10|$

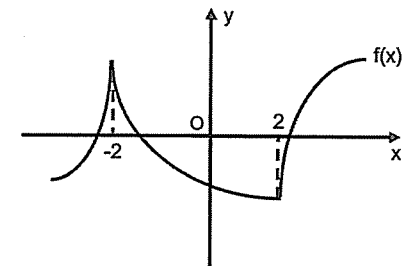
olduğuna göre, $f'(-1)$ nedir?

- A) -42 B) -45 C) -46 D) -47 E) -49

15. $f: (2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere; $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ fonksiyonu veriliyor. $(f^{-1})'(5)$ kaçtır?

- A) $\frac{5\sqrt{29}}{29}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
D) $\frac{6\sqrt{29}}{29}$ E) $\frac{9\sqrt{29}}{29}$

16.

Grafiği yukarıda verilen $f(x)$ fonksiyonu için aşağı-
dakilerden hangisi kesinlikle **yanlıştır**?

- A) $f(-2) \cdot f(2) < 0$ B) $f'(0) + f''(4) < 0$
C) $f''(-4) + f''(0) > 0$ D) $f'(3) + f''(-1) < 0$
E) $f'(-3) > 0$

1. $f(x) = (\ln(\ln^3 x))^4$
olduğuna göre, $f'(e^3)$ kaçtır?
A) -4 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $y = u^3$, $u = t^2$ ve $t = x^4$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti nedir?
A) $12x^{12}$ B) $16x^{23}$ C) $24x^{23}$
D) $20x^{19}$ E) $18x^{22}$

3. $y = (m-4)x^3 + 6x^2 - 4x + 2$
fonksiyonunun dönüm noktası ile $y = -4x^2 - 8x + 3$
fonksiyonunun ekstremum noktasının apsisi aynı
ise, m kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

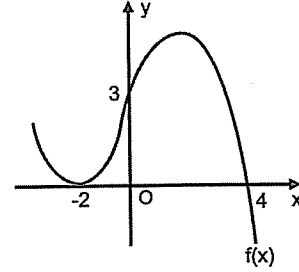
4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere;
 $f(x) = \sqrt{x^3 + 1} \cdot |x - 3|$ ise, $f'(2)$ kaçtır?
A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

5. $f(x) = 4x^3 - mx^2 + 12x + 5$
fonksiyonu daima artan bir fonksiyon olması için, m
aşağıdaki aralıklardan hangisinde bulunmalıdır?
A) $[-12, 12]$ B) $(-\infty, -12)$ C) $[12, \infty)$
D) $(-\infty, \infty)$ E) $(-12, 12)$

6. $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 2x^2 - x}$
fonksiyonunun $x = -1$ noktasındaki türevi ne-
dir?
A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{\sqrt[3]{4}}{3}$ C) $-\frac{\sqrt[3]{2}}{3}$ D) $\frac{\sqrt[3]{2}}{3}$ E) $\frac{\sqrt[3]{4}}{3}$

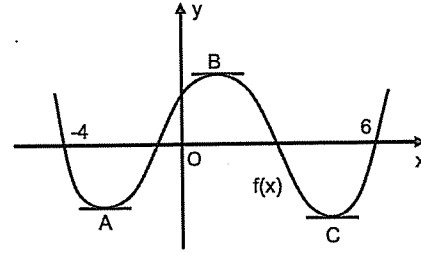
7. $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{x+1} + |x-2| + \frac{|x-5|}{x+2}$
fonksiyonunun türevsiz olduğu kaç tane x de-
ğeri vardır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

8. Şekilde grafiği
verilen $y = f(x)$
fonksiyonu için,
 $f(2)$ nin
değeri kaçtır?



- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

- 9.

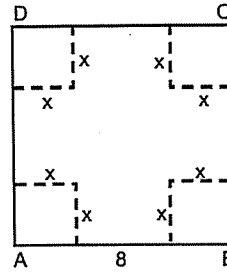


Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği yukarıda ve-
rilmiştir.

$[-4, 6]$ kapalı aralığında $f(x) \cdot f'(x) = 0$ eşitliğini
sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

10. Kenarının uzunluğu 8 br
olan kare şeklindeki bir
kartonun köşelerinden
şekildeki gibi bir kenarı
nın uzunluğu x olan kü-
çük kareler kesilerek çı-
karıldıktan sonra,



kalan parça kıvrılarak üstü açık kare prizma biçimin-
de bir kutu yapılmak isteniyor. Bu kutunun hacminin
maksimum olması için, x uzunluğu ne olmalıdır?

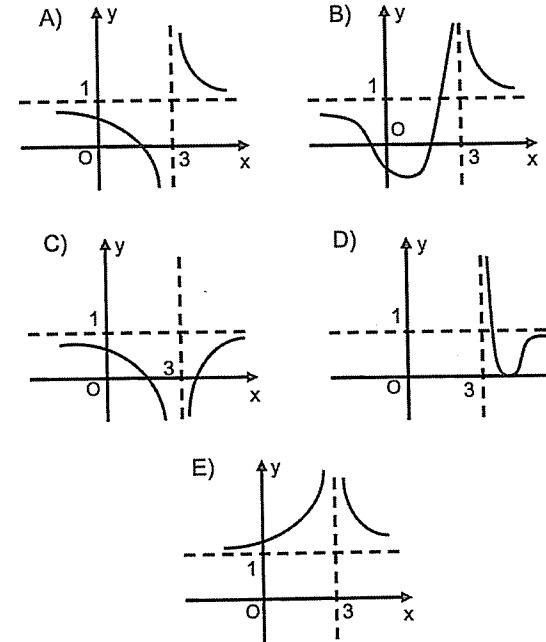
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

11. $y = 2x^2$
parabolünün üzerindeki $A(1, 2)$ noktasından çizilen
teğeti üzerinde A ya göre simetrik olarak alınan iki
nokta B ve B' dir.
 $IBB'I = 4$ br ise, B ve B' nün ordinatları farkı kaç-
tır?

- A) $\frac{4}{\sqrt{17}}$ B) $\frac{3}{\sqrt{15}}$ C) $\frac{5}{\sqrt{15}}$
D) $\frac{12}{\sqrt{17}}$ E) $\frac{16}{\sqrt{17}}$

12. $y = \frac{x^3 + 8}{x^2 + 2}$
fonksiyonunun gösterdiği eğrinin apsisi $x = 1$
olan noktasındaki teğeti aşağıdakilerden hangi-
sidir?
A) $x - y + 2 = 0$ B) $x + y - 4 = 0$
C) $x - y + 1 = 0$ D) $2x + y - 3 = 0$
E) $3x + 2y - 4 = 0$

13. $y = \frac{x^2 - 1}{(x - 3)^2}$
fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi-
dir?



14. $f(x) = (3x^3 - 1)^5$
fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisi-
dir?
A) $40x(3x^3 - 1)^2$ B) $45x^2(3x^3 - 1)^4$
C) $36x(2x^3 - 1)^3$ D) $42x^2(2x^2 - 1)^4$
E) $45x^2(3x^3 - 1)^3$

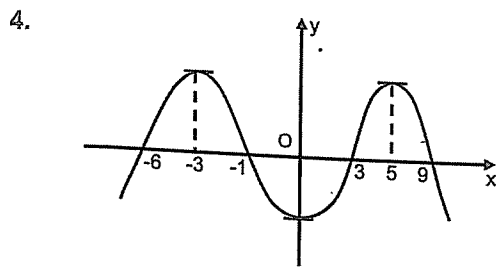
15. $e^{xy^2} + x^2y + yx - 3 = 0$
bağıntısı ile tanımlanan $y = f(x)$ fonksiyonunun
(1, 1) noktasındaki türevi nedir?
A) $\frac{-e-3}{2e+2}$ B) $\frac{e-3}{e+2}$ C) $\frac{e+2}{e-3}$
D) $\frac{e-3}{2e-2}$ E) $\frac{e+3}{2e+2}$

16. Denklemi $f(x) = x^3 - ax^2 + 6bx + 12$ olan eğrinin
dönüm (büküm) noktasının apsisi 2 dir. Bu noktada-
ki teğetin eğimi -2 olduğuna göre, $a - b$ kaçtır?
A) $\frac{13}{3}$ B) $\frac{14}{3}$ C) 5 D) $\frac{16}{3}$ E) 6

1. $\frac{d^2}{dx^2}(\ln(\cos x))$ ifadesinin $x = \frac{\pi}{3}$ için değeri nedir?
A) -4 B) $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ E) 2

2. $y = (x+k)^2 \cdot (x+5)$ eğrisi $(-4, 0)$ noktasında Ox eksenine teğetse, k nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?
A) -5 B) -4 C) 0 D) 4 E) 6

3. $f(x)$ fonksiyonu $(-\infty, 0)$ aralığında pozitif değerli ve artan bir fonksiyondur.
Buna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi aynı aralıkta azalan bir fonksiyon olur?
A) $f(x) + 4x$ B) $f(6x)$ C) $f^4(x) + 1$
D) $f(x^5)$ E) $-f(x)$



Şekilde $f: [-6, 9] \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

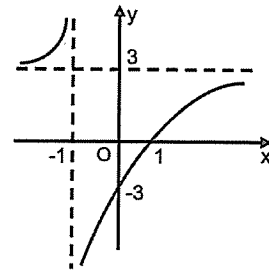
Buna göre, $f(x) \cdot f'(x) < 0$ koşulunu sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. $f(2x+3) = 2x^3 + 4x^2 - 3x - 2$
 $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = -1$ noktasındaki teğeti $y = ax + 4$ doğrusuna dik olduğuna göre, a kaçtır?
A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{2}{5}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

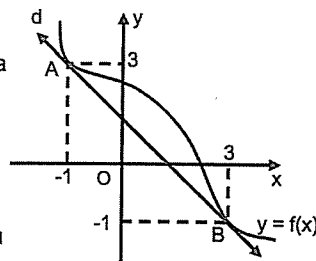
6. $f(x) = \left| \frac{4x+8}{2} \right|$ fonksiyonunun $x = 4$ noktasındaki türevi nedir?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Yoktur

7. Şekildeki eğrinin denklemi $y = \frac{ax+b}{x+d}$ ise, $a+b+d$ toplamı kaçtır?



- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonuna ait grafik ile $A(-1, 3)$ ve $B(3, -1)$ noktalarında teğet olan d doğrusu verilmiştir.



Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1+f(3x)}{f(-x)-3x} \right)$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

9. $y = x^{\ln x}$ fonksiyonunun türevi nedir?
A) $2\ln x$ B) $2\ln x \cdot x^{\ln x - 1}$ C) $2\ln x \cdot x^{\ln x}$
D) $\ln x \cdot x^{\ln x}$ E) $2\ln x \cdot x^{\ln x + 1}$

10. $f(3x+2) \cdot g(x^3+x) = 4x$, $g(2) = 2$ ve $f'(5) = 6$ olduğuna göre, $g'(2)$ kaçtır?
A) -4 B) -3 C) -2 D) 1 E) 3

11. $y = \sin \alpha$
 $x = \cos 2\alpha$
şeklinde tanımlanan $y = f(x)$ fonksiyonunun $\alpha = \frac{\pi}{6}$ türevi nedir?
A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 2

12. $y = \ln \sqrt{x^2 + 2}$ olduğuna göre, $y''(2)$ kaçtır?
A) $-\frac{1}{20}$ B) $-\frac{1}{18}$ C) $-\frac{1}{15}$
D) $-\frac{2}{11}$ E) $-\frac{2}{15}$

13. $f(x) = \frac{2}{3x-2}$ olduğuna göre, $f^{(15)}(1)$ kaçtır?
A) $15! \cdot 3^{15}$ B) $15! \cdot 6^{15}$ C) $-15! \cdot 3^{15}$
D) $-15! \cdot 2 \cdot 3^{15}$ E) $15! \cdot 2 \cdot 3^{15}$

14. $f(x) = \frac{ax^2 + 4x + 8}{2x^2 - 8x + a}$ fonksiyonunda yatay asimptot değeri ile düşey asimptot değerlerinden biri aynıdır.
Bu fonksiyonun asimptotları ile x eksenı arasında oluşan dikdörtgenin alanı kaç br^2 dir?
A) 2 B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

15. $y = 6t^3 - 3t^2 - 2t + 1$
 $x = t^3 - 2t^2 + t$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = -1$ için değeri nedir?
A) $\frac{11}{2}$ B) $\frac{13}{3}$ C) $\frac{15}{4}$ D) $\frac{14}{5}$ E) $\frac{11}{4}$

16. $f(x) = (2x-1)^2 \cdot (3x+k)$
 $f''(1) = 4$ olduğuna göre, k kaçtır?
A) -7 B) -6 C) $-\frac{11}{2}$ D) -4 E) $-\frac{7}{2}$

1. $x + y = 2$ olduğuna göre, $x^2 + 4xy + 4y^2$ ifadesinin değeri en az kaç olabilir?

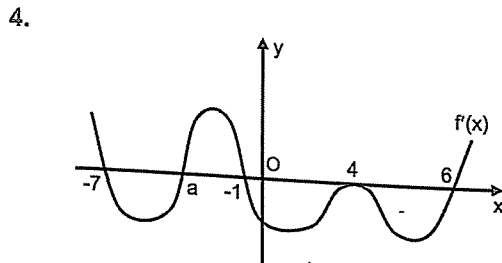
A) -8 B) -4 C) 0 D) 2 E) 4

2. $y = f(x) = x^{\sin x}$ fonksiyonunun türevi nedir?

A) $x^{\sin x} \left(\cos x \cdot \ln x + \frac{1}{x} \right)$
B) $x^{\sin x} \left(\cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$
C) $x^{\sin x} \left(\cos x + \frac{\sin x}{x} \right)$
D) $x^{\sin x} (\cos x \cdot \ln x + 1)$
E) $x^{\sin x} \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$

3. $\frac{d^2}{dx^2} (\cos^2 4x)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $32 \sin 8x$ B) $-32 \cos 8x$
C) $18 (\sin 4x + \cos 4x)$ D) $-16 \cos 8x$
E) $32 \cos 8x$

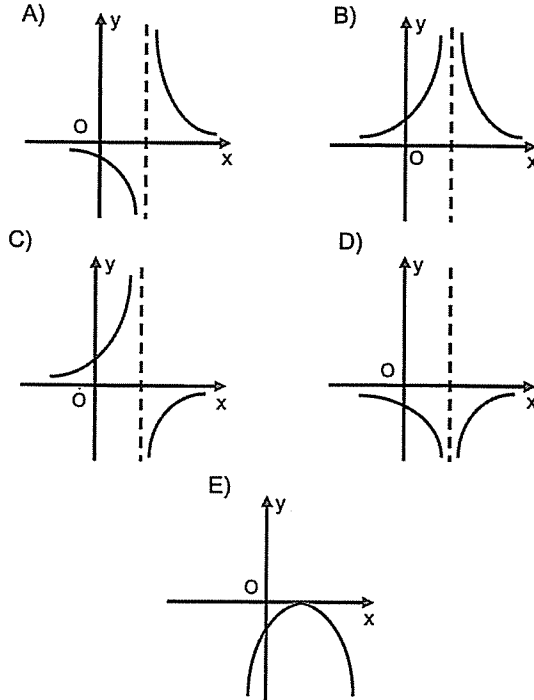


$y = f(x)$ fonksiyonunun $f'(x)$ fonksiyonuna ait grafik yukarıda verilmiştir.

Buna göre, $y = f(x)$ in maksimum noktalarına ait apsiler toplamı, minimum noktalarına ait apsiler toplamının -4 katına eşit ise, a değeri kaçtır?

A) -12 B) -10 C) -8 D) -6 E) -4

5. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $y = \frac{1}{f(x)}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

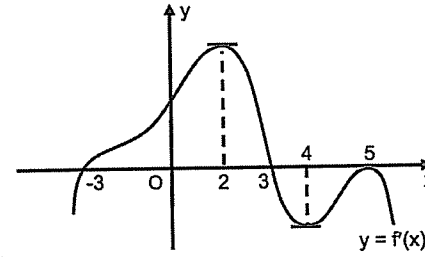


6. $y = e^{\log_3 x^4}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti nedir?

A) $\frac{4}{x} \cdot \log_3 e \cdot e^{\log_3 x^4}$ B) $\log_3 e \cdot e^{\log_3 x^4}$
C) $4x^3 \cdot \log_3 e \cdot e^{\log_3 x^4}$ D) $x^4 \cdot \log_3 e \cdot e^{\log_3 x^4}$
E) $\frac{2}{x} \cdot \log_3 e \cdot e^{\log_3 x^4}$

7. $y = x^2$ eğrisinin $x = 2$ noktasından geçen teğet ve normal denklemlerinin x eksenini ile oluşturduğu üçgenin alanı kaç br^2 dir?
- A) 51 B) 34 C) 30 D) 24 E) 17

8.



Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.

$f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $x = 3$ de maksimum vardır.
B) $x = 4$ de büküm noktası vardır.
C) $(-3, 3)$ aralığında fonksiyon artandır.
D) $(2, 4)$ aralığında fonksiyon konkavdır.
E) $x = 4$ de minumum vardır.

9. $\frac{d^{15}}{dx^{15}} (x \cdot e^x)$ ifadesinin eşiti nedir?

A) $x \cdot e^x$ B) $15 \cdot x \cdot e^x$ C) $(x+15) \cdot e^x$
D) $(x+15) \cdot e^{15x}$ E) $x^{15} \cdot e^{15x}$

10. $f(x) = x \cdot 4^x$

fonksiyonunun türevi nedir?

A) $4^x + (4^x \cdot \ln 4) \cdot x$ B) $4^x + 4^x \cdot \ln 4$
C) $4^x + \ln 4$ D) $4^x + 4^x \cdot \ln 4 \cdot x^2$
E) $4^x + x \cdot \ln 4$

11. R de türevli f ve g fonksiyonları için,

$$f(3x-1) = x^2 \cdot g(2-4x) \text{ dir.}$$

$$f'(2) = 6, g(-2) = -5 \text{ ve } g'(-2) = k$$

olduğuna göre, k kaçtır?

A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

12. $f(x) = |x^4 - 8| - 2x^2 + x - 3$

olduğuna göre, $f'(2)$ nedir?

A) 52 B) 50 C) 48 D) 46 E) 44

13. Şekilde,

$y = f(x)$ eğrisinin apsisi 2 olan noktasındaki

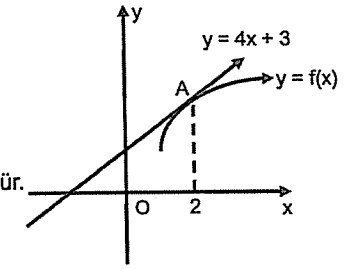
teğeti $y = 4x + 3$ tür.

$$h(x) = x^3 \cdot f(x)$$

olduğuna göre,

$h(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasındaki türevinin değeri kaçtır?

A) 168 B) 164 C) 160 D) 154 E) 150



14. $y = t^3 + 2t$

$$x = t^2 - 3t$$

şeklinde tanımlanan $y = f(x)$ fonksiyonu için,

$\frac{d^2 y}{dx^2}$ ifadesinin $t = -1$ için değeri kaçtır?

A) $-\frac{6}{25}$ B) $-\frac{3}{25}$ C) $-\frac{4}{25}$ D) $\frac{3}{25}$ E) $\frac{4}{25}$

15. $f(x) = \arctan 2x + \arccos \left(\frac{x^2 - 1}{3} \right)$

fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki türevi nedir?

A) $-\frac{1}{15}$ B) $-\frac{2}{15}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) $-\frac{4}{15}$ E) $-\frac{1}{3}$

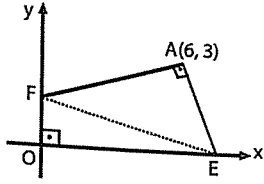
16. $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 2 \text{ ise} \\ 3x - 2, & x < 2 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu için $f'(2)$ nedir?

A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) Yoktur

1. 1991 - ÖYS:

Köşesi A(6, 3) olan şekildedeki dik üçgenin kenarları, koordinat eksenleri E ve F de kesmektedir.



Buna göre, |EF| nin en küçük değeri kaçtır?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{5}$ C) 4 D) 5 E) $3\sqrt{5}$

2. 1991 - ÖYS:

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

3. 1992 - ÖYS:

$\frac{d^2}{dx^2}(\sin^2 3x)$ in kısaltılmışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $18\sin 6x$ B) $18\cos 6x$
C) $6(\sin 3x + \cos 3x)$ D) $6(\sin 3x - \cos 3x)$
E) $6\cos^2 3x$

4. 1992 - ÖYS:

$\frac{d}{dx} \ln(\cos x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\tan x$ B) $-\sec x$ C) $-\cot x$
D) $-\frac{1}{\sin x}$ E) $-\frac{1}{\cos x}$

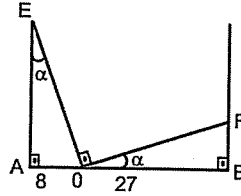
5. 1992 - ÖYS:

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2 - 4)}{x^4 - 16}$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

6. 1992 - ÖYS:

O, [AB] üzerinde,
 $AE \perp AB$, $BF \perp AB$,
 $OE \perp OF$
 $|OA| = 8$ birim
 $|OB| = 27$ birim
ve $m(\angle FOB) = \alpha$ veriliyor.



Yukarıdaki verilere göre, $\tan \alpha$ nın hangi değeri için, $|OE| + |OF|$ toplamı en küçüktür?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

7. 1992 - ÖYS:

$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

8. 1993 - ÖYS:

$f(x) = 2x^2 + 3$

olduğuna göre, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. 1993 - ÖYS:

$f(3x - 5) = 2x^2 + x - 1$

olduğuna göre, $f'(1) + f(1)$ kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

10. 1993 - ÖYS:

Denklemleri, $f(x) = \sin(\cos 5x)$ olan eğrinin, $x = \frac{\pi}{10}$ noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?

- A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

11. 1993 - ÖYS:

Denklemleri, $y = x^3 + ax^2 + (a+7)x - 1$ olan eğrinin, dönüm (büküm) noktasının apsisi 1 olduğuna göre, ordinatı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12. 1993 - ÖYS:

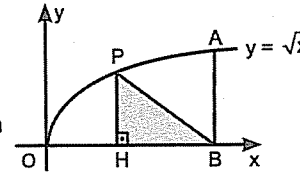
Denklemleri, $y = \sqrt{x}$ olan şekildedeki parabolün,

A ve P noktalarının x eksenindeki

dik izdüşümleri sırasıyla B(36, 0) ve H(x, 0) dir.

HBP üçgeninin alanı, x in hangi değeri için en büyüktür?

- A) 12 B) 9 C) 8 D) 6 E) 4



13. 1993 - ÖYS:

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 2 \sin x - 1}{\cos 2x + \sin 2x - 1}$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

14. 1994 - ÖYS:

$f(x) = \ln(3x - 1)$ olduğuna göre,

$f^{-1}(0) + (f^{-1})'(0)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

15. 1994 - ÖYS:

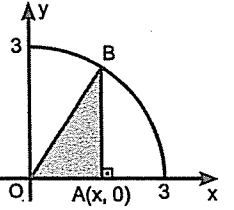
Denklemleri, $f(x) = \frac{x^2 + mx}{x - 1}$ olan fonksiyonun,

$x = 3$ noktasında ekstremum noktasının olması için m kaç olmalıdır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

16. 1994 - ÖYS:

Şekilde, denklemleri $x^2 + y^2 = 9$ olan dörtte bir çemberin, B noktasının, x eksenindeki dik izdüşümü A(x, 0) noktasıdır.



Buna göre, OAB üçgeninin alanı, x in hangi değeri için en büyüktür?

- A) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D) 1 E) 2

17. 1994 - ÖYS:

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x - \frac{1}{2}}{\sin 4x}$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{8}$ C) $-\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{8}$

18. 1995 - ÖYS:

$f(x) = \ln(3^{\cos 5x})$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{3\pi}{10}\right)$ kaçtır?

- A) $2\ln 3$ B) $5\ln 3$ C) $\ln 5$
D) $2\ln 5$ E) $\ln 15$

19. 1995 - ÖYS:

$x = 6\sin 3t$ ve $y = 6\cos^2 3t$ denklemleri ile verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun, $x = 3$ apsisi noktasındaki türevinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

20. 1995 - ÖYS:

$y = \sin x + 2\cos x$ in, $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ aralığında aldığı en büyük değer kaçtır?

- A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$

21. 1995 – ÖYS:

$y = -x^2$ eğrisi üzerinde bulunan, $P(-3, 0)$ noktasına en yakın olan noktasının apsisi kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) -1 E) -2

22. 1995 – ÖYS:

$$\lim_{c \rightarrow x} \frac{16x^2 - 16c^2}{4 \sin(x - c)}$$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 4 B) 16 C) 8x D) 18x E) 32x

23. 1996 – ÖYS:

$f(x) = e^{\tan x}$ olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{f(x) - f\left(\frac{\pi}{4}\right)}{x - \frac{\pi}{4}} \text{ değeri aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) $-e^{\frac{3}{2}}$ B) $\frac{1}{3}e^{-1}$ C) $-e^{-1}$
D) $2e$ E) $3e^2$

24. 1996 – ÖYS:

k nın hangi aralıktaki değeri için, $y = \frac{kx+1}{x+k}$

fonksiyonu, daima eksilendir (azalandır)?

- A) $-\infty < k < -2$ B) $-2 < k < -1$
C) $-1 < k < 1$ D) $1 < k < 2$
E) $0 < k < 2$

25. 1996 – ÖYS:

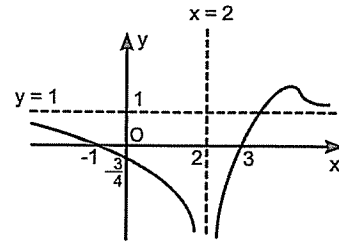
$m, n \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu,

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + nx \text{ ile tanımlıdır.}$$

f fonksiyonunun $x_1 = 2$ ve $x_2 = 3$ noktalarında yerel ekstremumu olduğuna göre, $n - m$ farkı kaçtır?

- A) -1 B) 4 C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{17}{5}$

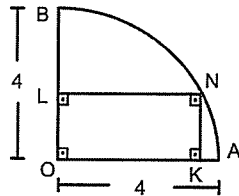
26. 1996 – ÖYS:



Şekildeki grafik, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine ait olabilir?

- A) $y = \frac{x^2 + x - 3}{(x-2)^2}$ B) $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-2)^2}$
C) $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{2(x+2)}$ D) $y = \frac{x^2 - x - 3}{(x+2)^2}$
E) $y = \frac{x^2 - 3x - 2}{(x-2)^2}$

27. 1996 – ÖYS:



Yukarıdaki şekilde, merkezi O, yarıçapı $|OA| = |OB| = 4$ cm olan dörtte bir çember yayı üzerindeki bir N noktasından yarıçaplara inen dikme ayakları K ve L dir.

Buna göre, OKNL dikdörtgeninin en büyük alanı kaç cm^2 dir?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 6 E) 8

28. 1996 – ÖYS:

$$f(x) = x^2 - 7x + 14$$

parabolü üzerindeki bir noktanın koordinatları toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 5 E) 3

29. 1997 – ÖYS:

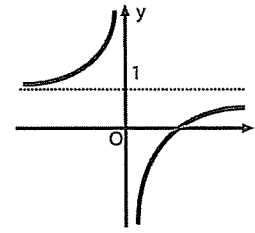
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 + 6x^2 + kx \text{ veriliyor.}$$

$f(x)$ fonksiyonu, $(-\infty, +\infty)$ aralığında artan olduğuna göre, k için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $k = -7$ B) $k = -1$ C) $k < -2$
D) $k < 6$ E) $k > 12$

30. 1997 – ÖYS:

Şekildeki grafik, aşağıdaki fonksiyonların hangisine ait olabilir?



- A) $y = \frac{x-1}{x}$ B) $y = \frac{x+1}{x}$ C) $y = \frac{x}{x-1}$
D) $y = \frac{x+1}{x-1}$ E) $y = \frac{x-1}{x+1}$

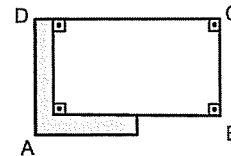
31. 1997 – ÖYS:

$$3y - 3yx - 2x = 0$$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{3y-2}{3-y}$ B) $\frac{3y+2}{3-3x}$ C) $\frac{x-2}{3+x}$
D) $\frac{3x+2}{3y}$ E) $\frac{3x-2}{1-3y}$

32. 1997 – ÖYS:



Dikdörtgen biçiminde bir bahçenin [AD] kenarının tümü ile [AB] kenarının yarısına, şekildeki gibi duvar örülmüş; kenarlarının geriye kalan kısmına bir sıra tel çekilmiştir. Kullanılan telin uzunluğu 120 metre olduğuna göre, bahçenin alanı en fazla kaç m^2 olabilir?

- A) 1200 B) 1250 C) 2300
D) 2350 E) 2400

33. 1998 – ÖYS:

$$y = x^3 + ax^2 + b$$

fonksiyonunun grafiği apsisi -4 olan noktada x - eksenine teğet olduğuna göre b nin değeri kaçtır?

- A) 30 B) 24 C) 16 D) -32 E) -48

34. 1998 – ÖYS:

$a \neq 0$ olmak üzere,

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ fonksiyonu ile ilgili olarak,

I. Büküm (dönüm) noktası vardır.

II. Yerel minimum noktası vardır.

III. Yerel maksimum noktası vardır.

yargılarından hangisi her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

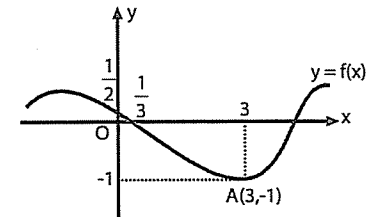
35. 1998 – ÖYS:

a bir parametre (değişken) olmak üzere,

$y = x^2 - 2ax + a$ eğrilerinin ekstremum noktalarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = -x^2 + 2x$ B) $y = -x^2 + x$
C) $y = x^2 - 2x$ D) $y = x^2 + x$
E) $y = x^2 + 2x$

36. 1998 – ÖYS:



Yukarıdaki grafikte, $A(3, -1)$ noktası $f(x)$ fonksiyonunun yerel minimum noktası ve $h(x) = \frac{f(x)}{x}$ olduğuna göre, $h'(3)$ ün değeri kaçtır?

- A) -1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{9}$

37. 1998 – ÖYS:

$0 < y < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$y = \arcsin \frac{x}{x^2 + 1}$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki türevinin değeri kaçtır? ($\arcsin \theta = \sin^{-1} \theta$)

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

38. 2006 – ÖSS MAT 2:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ her noktada türevli bir fonksiyon ve $f'(1)=3$ olduğuna göre,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-3h)}{h} \text{ kaçtır?}$$

- A) 15 B) 12 C) 9 D) 6 E) 3

39. 2006 – ÖSS MAT 2:

$P(x)$ polinom fonksiyonunun türevi $P'(x)$

$$P(x) - P'(x) = 2x^2 + 3x - 1$$

olduğuna göre, $P(x)$ in katsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

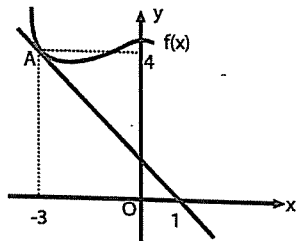
40. 2006 – ÖSS MAT 2:

$$f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5$$

fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde azalır?

- A) $\left(-\frac{3}{2}, -1\right)$ B) $\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$ C) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$
D) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ E) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

41. 2006 – ÖSS MAT 2:



Şekildeki d doğrusu, $f(x)$ fonksiyonunun grafiğine A noktasında teğettir.

$h(x) = x \cdot f(x)$ olduğuna göre, $h'(-3)$ kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 7

42. 2007 – ÖSS MAT 2:

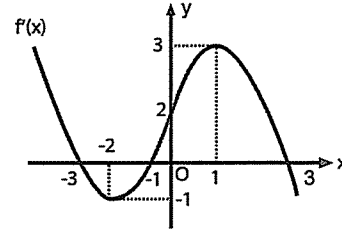
Gerçek sayılar kümesi üzerinde, tanımlı ve türevlenebilir bir f fonksiyonu için $f(0) = f'(0) = 4$ olduğuna göre,

$g(x) = f(x) \cdot f(x)$ ile tanımlanan g fonksiyonu için $g'(0)$ kaçtır?

- A) 0 B) 4 C) 8 D) 12 E) 16

43. 2007 – ÖSS MAT 2:

Aşağıda, her noktada türevlenebilir bir f fonksiyonunun türevinin (f' nün) grafiği verilmiştir.

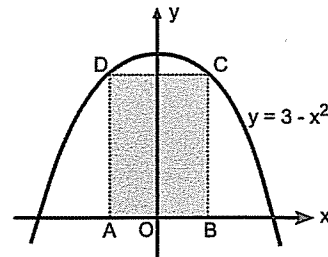


Yukarıdaki verilere uygun olarak alınacak her f fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $-2 < x < -1$ aralığında artandır.
B) $0 < x < 3$ aralığında azalır.
C) $x = 1$ de bir yerel maksimumu vardır.
D) $x = -1$ de bir yerel maksimumu vardır.
E) $x = -3$ te bir yerel maksimumu vardır.

44. 2007 – ÖSS MAT 2:

A ve B noktaları Ox ekseninde, C ve D noktaları ise $y = 3 - x^2$ parabolü üzerinde pozitif ordinatlı noktalar olmak üzere şekildedeki gibi ABCD dikdörtgenleri oluşturuluyor.



Bu dörtgenlerden alanı en büyük olanının alanı kaç br^2 dir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

45. 2008 – ÖSS MAT 2:

$\frac{\pi}{4}$ noktasında türevlenebilir bir f fonksiyonu için

$$2f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \tan x$$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

46. 2008 – ÖSS MAT 2:

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + (b+1)x - 3$$

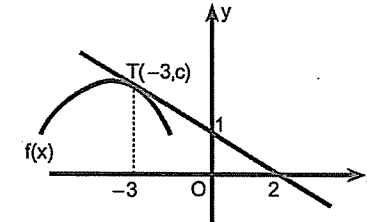
fonksiyonunun $x = -1$ de yerel ekstremum ve

$x = \frac{-1}{12}$ de dönüm (büküm) noktası olduğuna göre,

$a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 4 D) 6 E) 12

47. 2009 – ÖSS MAT 2:



Yukarıdaki şekilde, $f(x)$ fonksiyonunun bir parçasının grafiği ve $T(-3, c)$ noktasındaki teğet doğrusu verilmiştir.

$k(x) = \ln(f(x))$ olduğuna göre, $k'(x)$ türev fonksiyonunun $x = -3$ teki değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) $-\frac{2}{5}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

48. 2009 – ÖSS MAT 2:

$$f(x) = [1 + (x + x^2)^3]^4$$

olduğuna göre, $f'(x)$ türev fonksiyonunun $x = 1$ deki değeri kaçtır?

- A) $2^3 \cdot 3^5$ B) $2^3 \cdot 3^7$ C) $2^4 \cdot 3^6$
D) $2^4 \cdot 3^8$ E) $2^5 \cdot 3^{10}$

49. 2010 – LYS 1 / MAT:

Türevlenebilir bir $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu için

$$f'(x) = 2x^2 - 1$$

$$f(2) = 4$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 4}{x - 2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

50. 2010 – LYS 1 / MAT:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{\ln x}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

51. 2010 – LYS 1 / MAT:

$$f(x) = \ln(\sin^2 x + e^{2x})$$

olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

- A) e B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 2

52. 2010 – LYS 1 / MAT:

$f(x) = 2x^3 - ax^2 + 3$ fonksiyonunun gösterdiği eğrinin bir noktasındaki teğet doğrusunun denkleminin $y = 4$ olması için a kaç olmalıdır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

53. 2010 – LYS 1 / MAT:

$$f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$$

fonksiyonunun $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ aralığındaki maksimum değeri kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

54. 2010 – LYS 1 / MAT:

$$f'(x) = 6x - 2$$

$$f(0) = 4$$

$$f(0) = 1$$

koşullarını gerçekleyen f fonksiyonu için $f(1)$ değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

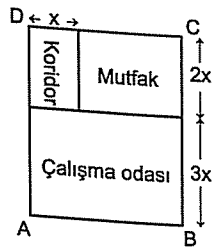
55. 2010 – LYS 1 / MAT:

$y^2 = 4x$ parabolüne üzerinde bulunan $A(x, y)$ noktasından çizilen teğetin eğimi 1' dir.

Buna göre, A noktasının koordinatlarının toplamı olan $x + y$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

56. 2010 – LYS 1 / MAT:



Koridor, mutfak ve çalışma odasından oluşan bir iş yerinin yukarıda verilen modeli ABCD dikdörtgenidir ve bu dikdörtgenin çevresinin uzunluğu 72 metredir.

Bu iş yerindeki mutfakın en geniş alanlı olması için x kaç metre olmalıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

57. 2010 – LYS 1 / MAT:

$y = x^2 + bx + c$ parabolüne $x = 2$ noktasında teğet olan doğru $y = x$ ise $b + c$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

58. 2011 – LYS 1 / MAT:

$y = x^2$ parabolü ile $y = 2 - x$ doğrusu arasında kalan sınırlı bölgenin sınırları üzerindeki (x, y) noktaları için $x^2 + y^2$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 25 B) 20 C) 17 D) 13 E) 10

59. 2011 – LYS 1 / MAT:

$$f(x) = \sin^2(3x^2 + 2x + 1)$$

olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

- A) $2\cos 2$ B) $2\cos 3$ C) $6\sin 1$
D) $4\sin 2$ E) $2\sin 2$

60. 2011 – LYS 1 / MAT:

$$f'(x) = 3x^2 + 4x + 3$$

$$f(0) = 2$$

olduğuna göre, $f(-1)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

61. 2011 – LYS 1 / MAT:

$$f(x) = 2x - 1$$

$$g(x) = \frac{x}{2} - \frac{1}{x}$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(g(x))}{x-2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

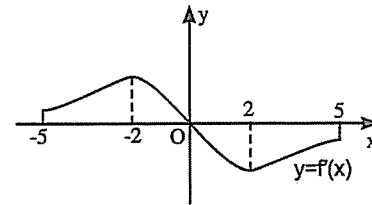
62. 2011 – LYS 1 / MAT:

$y = \sin(\pi x) + e^x$ eğrisine $x = 1$ noktasında çizilen teğet y eksenini hangi noktada keser?

- A) $-\pi$ B) -1 C) 0 D) $e - 1$ E) π

63. 2011 – LYS 1 / MAT:

Aşağıda, $[-5, 5]$ aralığı üzerinde tanımlı bir f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Bu grafiğe göre,

- I. f fonksiyonu $x > 0$ için azalandır.
II. $f(-2) > f(0) > f(2)$ dir.
III. f fonksiyonunun $x = -2$ ve $x = 2$ noktalarında yerel ekstremumu vardır.

İfadelerinden hangisi doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

64. 2011 – LYS 1 / MAT:

$(1, 2)$ noktasından geçen negatif eğimli bir doğru ile koordinat eksenleri arasında kalan üçgensel bölgenin alanı en az kaç birim karedir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

65. 2012 – LYS 1 / MAT:

Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları için

$$f(g(x)) = x^2 + 4x - 1$$

$$g(x) = x + a$$

$$f(0) = 1$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{1}{4}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 3

66. 2012 – LYS 1 / MAT:

$$f(2x + 5) = \tan\left(\frac{\pi}{2}x\right)$$

eşitliği ile verilen f fonksiyonu için $f'(6)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) π D) 2π E) 3π

67. 2012 – LYS 1 / MAT:

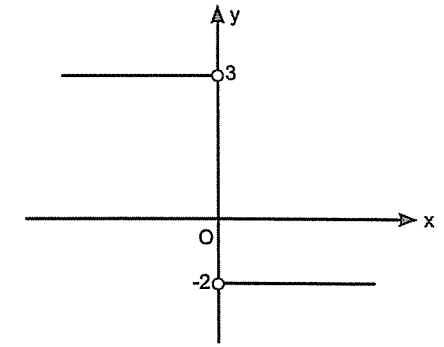
Baş katsayısı 1 olan, üçüncü dereceden gerçek katsayılı bir $P(x)$ polinom fonksiyonunun köklerinden ikisi -5 ve 2'dir.

$P(x)$ 'in $x = 0$ noktasında bir yerel ekstremumu olduğuna göre, üçüncü kökü kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{7}{3}$ D) $-\frac{5}{2}$ E) $-\frac{10}{3}$

68. 2012 – LYS 1 / MAT:

Aşağıda, gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve sürekli bir f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- I. $f(2) - f(1) = -2$ 'dir.
II. f fonksiyonunun $x = 0$ noktasında yerel maksimumu vardır.
III. İkinci türev fonksiyonu $x = 0$ noktasında tanımlıdır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

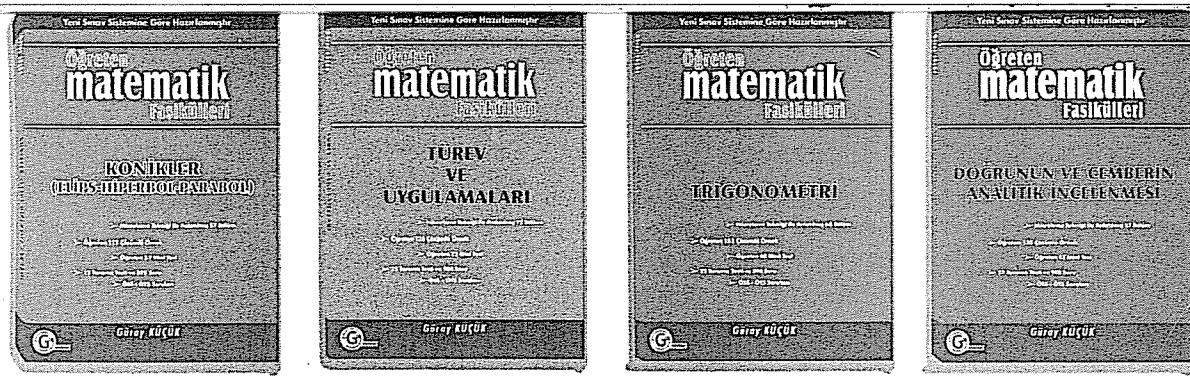
69. 2012 – LYS 1 / MAT:

$x > 0$ olmak üzere; $y = 6 - x^2$ eğrisinin grafiği üzerinde ve $(0, 1)$ noktasına en yakın olan nokta (a, b) olduğuna göre, b kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

ÖSS - ÖYS - LYS SORULARININ CEVAP ANAHTARI

1-E	2-C	3-B	4-A	5-E	6-E	7-D	8-D	9-B	10-C
11-D	12-A	13-B	14-D	15-B	16-A	17-A	18-B	19-A	20-D
21-D	22-C	23-D	24-C	25-C	26-B	27-E	28-D	29-E	30-A
31-B	32-E	33-D	34-A	35-B	36-E	37-C	38-A	39-E	40-D
41-E	42-E	43-E	44-C	45-B	46-A	47-B	48-D	49-E	50-A
51-E	52-A	53-C	54-B	55-C	56-C	57-D	58-B	59-E	60-C
61-E	62-E	63-A	64-C	65-D	66-A	67-E	68-C	69-A	



ÖĞRETMEN VE ÖĞRENCİ GÖRÜŞLERİ

Güzel ve başarılı bir çalışma hazırladığı için Güray Küçük'e teşekkürler. Bu kaynaklarda Matematik'in temel konuları tek tek ele alınmış ve her soru tipi pekiştirilerek verilmiştir. Bu çalışma kaynakları öğrenci merkezli olup, matematikle sorunun var diyen her kesime hitap etmiştir. Öğrencilerin sıkılmadan ve zevkle çözebileceği bu kaynakları herkese tavsiye ediyorum.

Hakan Şimşir - Yüksek Matematikçi
Matematik Öğretmeni - ORDU

Değişen sınav sisteminde başarılı olmanın koşulu her derste en ince ayrıntıyı kavrayabilecek kadar bilgi birikimine sahip olmaktır. Bu birikimi sağlamanın ilk adımı da size tüm bu kazanımları sağlayacak kaynakların neler olduğunu bilmektir. Son sene kullanmaya başladığım Gür Yayınları ile Matematik - Geometri adına hiçbir kavram kargaşası yaşamadan tüm konulara hakim olacak kadar bilgi edindim ve aynı zamanda her konuyu ayrı ayrı ölçen testlerle eksiklerimi giderme şansı yakaladım. Açık ve kalıcı anlatım tarzıyla öğrencilik hayatımda ilk kez karşılaştığım konuları bile kısa zamanda kavrama fırsatını yakaladım. YGS ve LYS 'de elde ettiğim başarıları sağladığı değerli katkılarından dolayı Güray KÜÇÜK'e teşekkür ediyorum.

Pelin SAMARAZ - Hacettepe Üniversitesi Tıp Fakültesi (Türkiye 426.sı) - Ankara

Gür Yayınlarının öğreten Matematik fasikülleri bana göre piyasadaki en iyi fasiküller diyebilirim. Çünkü piyasadaki fasiküller bilgiyi öğretip uygulamayı öğrenciye bırakır. Ayrıca konuyu bir bütün olarak anlatır ve bu zaman zaman konsantrenizi azaltır. Oysa bu fasiküllerde hücreleme tekniğiyle önce konuyu parça parça ve sağlam bir şekilde öğrenip, ardından hemen altında ki örnek sorularla soru çözüm teknikleri ile konuyu pekiştirirsiniz. Hemen yanınızda bulunan mini testle de uygulamasını yaparsınız ve konuyu çok daha iyi kavrsınız. Ben bu özellikleri nedeniyle bu kaynaklardan çok fayda gördüm ve istediğim bölümü kazandım. Bu nedenle başarımda büyük katkısı olan Gür Yayıncılığa çok teşekkür eder YGS - LYS sınavına hazırlanan tüm öğrenci arkadaşlarıma başarılar dilerim.

Ömerhan ÇAKMAK - Hacettepe Üniversitesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği - Ankara

Güray KÜÇÜK sanırım biz öğrencilerin öğrenim şeklini gerçekten bilen öğretmenlerimizden birisi.ÖĞRETEN FASİKÜLLER öğretmekte.Sınav döneminde bana yardımcı olduğu için Gür yayınlarına sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

M.Güzin KAYA - Ankara Anadolu Lisesi

Bu fasiküller Matematik ve Geometride özellikle en çok takıldığım konularda bana çok yardımcı oldu.Bir konu üzerindeki her soru tipiyle konuya hakim olmamı ve daha iyi kavramamı sağladı.Herkese tavsiye ediyorum.

Hazel KAZKAYASI - Gazi Anadolu Lisesi

Hücrelenmiş konu tekniği, konulara uygun örnek sorular ve günümüz sınav sistemine uygun pekiştirme testleriyle bu fasikülleri kullanan her öğrenci artık kendisinin öğretmeni olabilir.

İlksen HAYIRLIEL - Matematik Öğretmeni - Ankara

Eğitim sistemimizde senelerdir süre gelen ezberci yapı, Matematik ve Geometri derslerini, öğrencilerin en çok zorlandığı dersler haline getirmiştir. İnaniyorum ki, sunduğu yenilikler sayesinde elinizdeki kitaplar bu önyargıları ortadan kaldıracaktır. Sevgili Güray Küçük'e "ezber bozan" yayınlarından dolayı teşekkürlerimi sunar başarılarının devamını dilerim.

Ayben Taş - Matematik Öğretmeni - Ankara

5 yılı aşkın süredir yayınlarını kullandığımız Gür yayınlarının son yayını olan öğreten fasiküller serisi, öğrencilerimizin bu zorlu maratona bir adım önde başlamasına yardımcı olmuştur. Adım adım öğreten tekniği, örnek çözümlü soruları, konuyu kavratan testleri ile öğrenciden öğretmene kadar herkesin faydalanabileceği bir yayın olmuştur. Emeği gecen herkese teşekkür ederim.

Ümit ÇEVİK - Matematik Öğretmeni - Antalya

Öğreten fasiküller adı üstünde gerçekten öğretiyor. Basit konu anlatımı bol çözümlü soruları ve düzeyli testleri her düzeydeki öğrenci seviyesine hitap ediyor ve bu yönleri ile biz eğitimcilerin işini kolaylaştırıyor. Herkese şiddetle tavsiye ediyorum.

Mehmet Konyalıoğlu - Matematik Öğretmeni - Ankara



ÖĞRETMEN VE ÖĞRENCİ GÖRÜŞLERİ

Merhaba arkadaşlar. Güray KÜÇÜK fasiküllerinin öğretme yeteneğinin yüksek olduğunu uygulayarak öğrendim. Zorluk çektiğiniz konularda size de yararlı olacağına inanıyorum. Bütün kitaplarını çözdüm ve sizlerinde çözmesini tavsiye ediyorum.

Fatma GÜVEN - Kırkkonaklar Anadolu Lisesi

Güray Küçük'e ait Matematik Geometri ve sınav denemeleri kitaplarını geçmiş senelerde dershanede kullandım. Bilhassa ikinci dönemde eksik konu analizlerinde öğrencilere çok faydasının olduğunu, bilgi dağarcıklarını gereksiz sorularla doldurmak yerine hedefe varan sorularla çalıştıklarını gördüm. Geçen sene yeni çıkan fasiküllerle çalıştım. Öğrencinin konuya nerden başlayacağını, hangi sorularla konunun pekiştğini, yazılılarında ve testlerde yaklaşımının ne olacağını ve sonunda da öğrendiklerini nasıl uygulayacağını pekiştirmenin yapıp yapılmadığını göreceği bir kaynak olmuştur. Geniş bir yelpazede ele alınan soruların Matematik Öğretmeni arkadaşlara da yardımcı olacağına inanıyorum, çalışmalarınızın devam etmesi dileğiyle.

Bülent Mutlu - Matematik Öğretmeni - Kocaeli

Hepsi birden kitap halinde karşılırlarına çıkınca öğrencilerin gözünü korkutan konuları küçük lokmalara ayırarak aslında ne kadar kolay olduğunu göstermiş. Şimdilik "ZOR" konulardan başlayan serinin diğer konularını da sabırsızlıkla bekliyoruz.

Murat ÇETİN - Matematik Öğretmeni - Balıkesir

Güray Hocam'ın hazırlamış olduğu konu fasikülleri konuları en temelden alıp, her alt başlıkla ilgili bol miktarda çözülmüş soru örnekleriyle öğrencilerin tek başlarına çalışmaya korktukları konuları bile öğrenciye sevdirmiş ve bir öğrencinin tek başına bir konuyu öğrenmesine ve pekiştirmesine yardımcı olmuştur. Aynı zamanda klasikleşmiş soru tarzlarının dışında orijinal ve bol miktarda, daha yaratıcı hazırlanmış sorularla öğrencilerin farklı bakış açılarını kazanmalarını da sağlamıştır. Titizlikle hazırlanmış bu kaynaklardan yararlanan ve bir anlamda yaralarına merhem bulan tüm öğrencilerim adına Güray Hocam'a teşekkür ederim. Bundan sonraki çalışmalarında da başarılarının devamını dilerim.

Janberd PÖÇ - Matematik Öğretmeni - Alanya

Her seviyedeki öğrenciye matematiği öğretebilecek, konuların tüm alt başlıklarıyla ilgili öğretici, çözümlü soru barındıran özel bir kaynak.

Volkan CEYLANGÜDEN - Matematik Öğretmeni - Ankara

Gür yayınlarının kitaplarını ve dergilerini okulumuzda öğrencilerimize daha iyi vermek adına kullanıyoruz. Her öğrenci seviyesine hitap edebilen bol çözümlü örnekli, çok sorulu bu fasikülleri Matematik Öğretmeni olarak herkese tavsiye ediyorum.

Sezgin UYSAL- Matematik Öğretmeni - Balıkesir Gönen

Siz değerli öğrencilerime, sizleri hayalinize bir adım daha yaklaştıracak olan bu mücevheri takılmamış ama bilgi eksiksiz bu fasikülleri canı gönülden tavsiye ediyorum.

Erdiç DÜNEN - Matematik Öğretmeni - Batman

Bu fasiküllerin her soru çeşidini ve çözümünü içermesi onları, hem bizler hem öğrencilerimiz için çok değerli bir kaynak haline getiriyor. Matematiği kavramak isteyen herkese tavsiye ediyorum.

Ebru OLGUN AY - Matematik Öğretmeni - ANKARA

Gür yayınlarının öğreten fasiküller serisi bu güne kadar fasikül şeklinde hazırlanmış yayınlar arasında öğrenci düzeyine en uygun konu anlatımı ve kaliteli soruları ile tüm öğrencilere ilk tavsiye ettiğim kaynaktır.

Ahmet YILDIZ - Matematik Öğretmeni - Antalya

Öğreten fasiküller öğrenciye konuyu en iyi şekilde öğretmek için iyi konu analizi ile modül içerisinde parça ayrılmış soru kalıpları ve soru çeşitliliği ile aynı türdeki diğer yayınlar arasında ilk bakışta farkını hissettiriyor. Eksiksiz bu yayın her konunun anlatımı, çözümlü soru testleri ile hem biz öğretmenlerin hem de öğrencilerin iş yükünü azaltıyor. Herkese tavsiye ediyorum.

Kamber BEKTAŞ - Matematik Öğretmeni - Ordu



ÖĞRETMEN VE ÖĞRENCİ GÖRÜŞLERİ

Fasiküller çok anlaşılır ve açıklayıcı .Yeni gördüğümüz konuları rahatça anlayabiliyoruz.Üniversite hazırlıkta çok ideal bir kaynak.Herkese öneriyorum.

Ayşenur USLU - Başkent Anadolu Lisesi

Tüm alan derslerinde faydalanılması gereken , konuları kolaylaştırmak için öğrenimi kolaylaştırmayı amaçlayan harika bir kaynak.Herkesin faydalanması gereken eşsiz bir kaynak.Herkese tavsiye ederim.

Mert GÖKDUMAN- Aydınlikevler Anadolu Lisesi

Bilmiyordum öğrendim. Bilmediğim konuların hepsini bilir hale geldim.

Naz BUDAK – HÖTAL

Özellikle Analitik Geometri fasikülü muhteşem. Neredeyse hiç bilmediğim Analitik Geometri den artık bir problemim kalmadı . Teşekkürler.

A. Utku ŞAHİN – Cumhuriyet Anadolu Lisesi

Gür yayınlarının kitapları sınavda çıkabilecek zorlukta sorularla öğrenci eğitimine büyük katkı sağlıyor.Geometri-de sadece doğrudan aç konusunu yapabilen biriyken artık diğer konularda da fikir üretebiliyorum. Teşekkürler Güray KÜÇÜK.

S.Can YÜCEL - Aydınlikevler Anadolu Lisesi

Bu fasiküllerle hazırlanan öğrencilerin hepsi bence YGS-LYS de çok başarılı olur. Uygun fiyatı yüksek öğretimin gücü bu fasiküllerin en önemli özellikleri . Herkese tavsiye ediyorum. Ben başardım sizde başarabilirsiniz.

Berkay ŞAHİNİNER – Milli Piyango Anadolu Lisesi

Zorlandığımızda her konuda bize yardımcı olan bu fasiküller örnek çözümleri ve sınava yönelik sorularıyla her öğrenciye yöneliktir.Bu yüzden herkese öneriyorum.

Sema Miray ÇELİK- Kurtuluş Lisesi

Dörtler dershanesi olarak öğrencilerimize önerdiğimiz fasikül kitaplar sayesinde öğrencilerimiz, gerek konu işlenişi gerek soruların kalitesi açısından çok yararlandıklarını söylediler. Değerli meslektaşım Güray KÜÇÜK'e bu özgün çalışmalarından dolayı teşekkürlerimi sunuyorum...

**Kutluhan ERKTAN, Dörtler Dershanesi Kurucusu
Matematik Öğretmeni**

Sayın Güray hocam, ne kadar şanslıyım ki Antalya'daki arkadaşımın tavsiyesi üzerine sizinle ve dolayısıyla kitaplarınızla tanıştım.

Hatay'da olduğum 4 yıl boyunca hem ben hem öğrencilerim kitaplarınızdan çok faydalandık, hele ki fasiküller öğrencilerin vazgeçilmezi oldu.

Kitaplarınız ele alındığı anda içindeki düzen, konuların anlaşılabilir şekilde ifade edilmiş olması,seçilmiş özenli örnekler ve sınav sorularıyla birleşince zenginliğini ortaya koyuyor.

Artık Adana'dayım, buradaki öğrencilerim ve öğretmen arkadaşlarımla yayınlarınızı beyeneceğime eminim, herkese tavsiye ediyorum. Emeklerinizi takdir ediyor, devamında başarılar diliyorum.

Meltem GÜLLE, Matematik Öğretmeni - Adana

Her şeyi ile mükemmel bir yapıt. En ince ayrıntı bile gözden kaçırılmamış. Çalışırken zevk veren. Düşündürürken öğreten, hızlı kavrama ve uygulama üzerine kurulmuş emsallerinin üzerinde bir eser. Eee tabiki Güray KÜÇÜK imzası kaliteyi markalaştırıyor. Sevgili kardeşim 13 yıllık tecrübeme kattığın 1 yıllık etki beni yılların ötesine attı, artık hangi soru tipini hangi kitapta bulurum endişesi yok. Tek adres Güray KÜÇÜK... Dostluğumuzun sonsuza kadar sürmesi dileği ile

**Halil İbrahim NURSEL ve Öğrencileri
DÜZCE FEN LİSESİ**