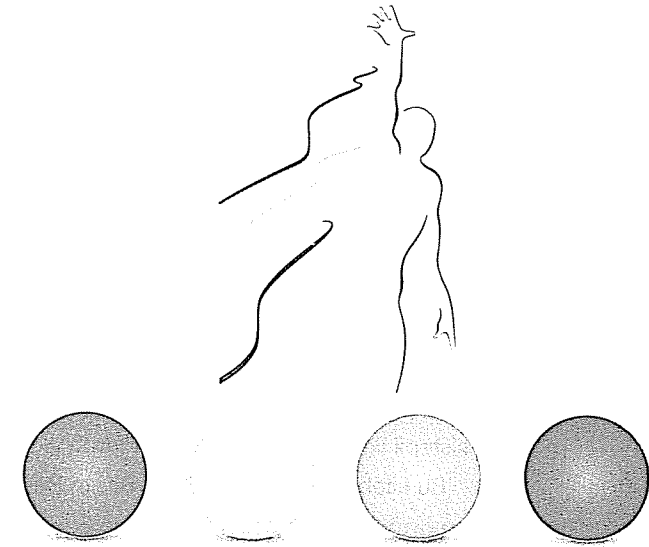


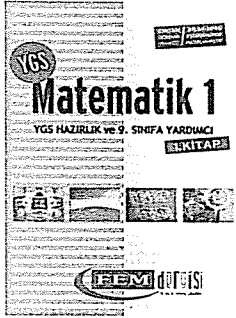


MATEMATİK 1

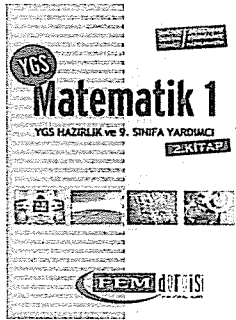
(YGS)

2. KİTAP

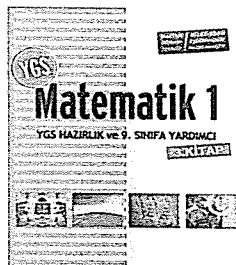
İÇİNDEKİLER



TEMEL KAVRAMLAR
SAYI BASAMAKLARI
BÖLME - BÖLÜNEBİLME KURALLARI
OBEB - OKEK
RASYONEL SAYILAR
BASİT EŞİTSİZLİKLER
MUTLAK DEĞER

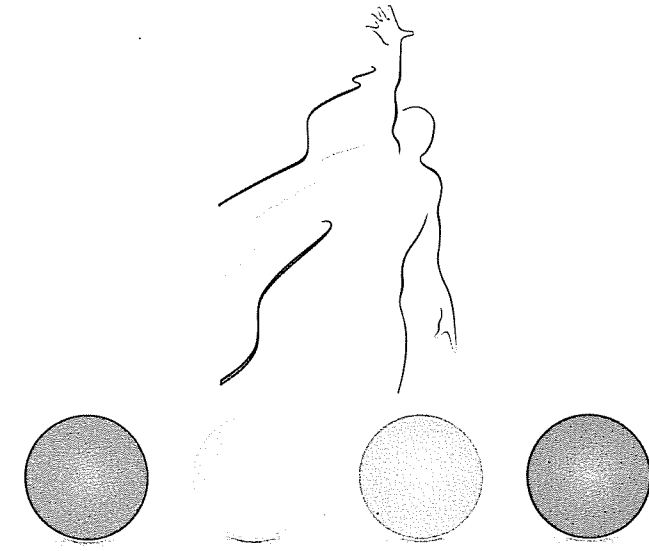


ÜSLÜ İFADELER
KÖKLÜ İFADELER
ÇARPANLARA AYIRMA
ORAN - ORANTI
DENKLEM ÇÖZME
SAYI PROBLEMLERİ
KESİR PROBLEMLERİ
YAŞ PROBLEMLERİ
İŞÇİ - HAVUZ PROBLEMLERİ
HIZ PROBLEMLERİ
YÜZDE PROBLEMLERİ
FAİZ - KARIŞIM PROBLEMLERİ



MANTIK
KÜMELER
KARTEZYEN ÇARPIM - BAĞINTI
FONKSİYONLAR
İŞLEM
MODÜLER ARİTMETİK

1	BÖLÜM 1	ÜSLÜ İFADELER
31	BÖLÜM 2	KÖKLÜ İFADELER
55	BÖLÜM 3	ÇARPANLARA AYIRMA
91	BÖLÜM 4	ORAN - ORANTI
119	BÖLÜM 5	DENKLEM ÇÖZME
141	BÖLÜM 6	SAYI PROBLEMLERİ
179	BÖLÜM 7	KESİR PROBLEMLERİ
203	BÖLÜM 8	YAŞ PROBLEMLERİ
223	BÖLÜM 9	İŞÇİ - HAVUZ PROBLEMLERİ
249	BÖLÜM 10	HIZ PROBLEMLERİ
275	BÖLÜM 11	YÜZDE PROBLEMLERİ
303	BÖLÜM 12	FAİZ - KARIŞIM PROBLEMLERİ



BÖLÜM I

ÜSLÜ İFADELER

■ Tanım

a reel sayı ve n pozitif tamsayı olmak üzere, n tane a'nın çarpımı olan,

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ tane}} = a^n$$

ifadesine a'nın n'inci üssü denir ve a üssü n şeklinde okunur. a ya taban, n ye üs (kuvvet) denir.

■ Bilgi

a ∈ R ve n ∈ Z⁺ olmak üzere,

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ tane}} = a^n \text{ dir.}$$

$$\underbrace{a + a + a + \dots + a}_{n \text{ tane}} = n \cdot a \text{ dir.}$$

■ Bilgi Kavrama

Örnek 1:

I. $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$

II. $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$

III. $(-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4)$

IV. $\frac{5}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{2}$

Yukarıdaki işlemlerin sonuçlarını bulalım.

Çözüm:

I. $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^5$ tir.

II. $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$ tür.

III. $(-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) = 5 \cdot (-4) = -20$ dir.

IV. $\frac{5}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 6 \cdot \frac{5}{2} = 15$ dir.

Örnek 2:

n tane x^k nin çarpımının eşitini bulalım.

Çözüm:

$$\underbrace{x^k \cdot x^k \cdot \dots \cdot x^k}_{n \text{ tane}} = (x^k)^n \text{ dir.}$$

Örnek 3:

$(x - 1)$ tane x^a nin toplamını bulalım.

Çözüm:

$$\underbrace{x^a + x^a + \dots + x^a}_{x-1 \text{ tane}} = (x - 1) \cdot x^a$$

■ Bilgi Uygulama

Soru 1:

5 tane 2 nin çarpımının, 16 tane 2 nin toplamına oranı kaçtır?

- ✓ A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 2

Soru 2:

a pozitif tamsayı olmak üzere, $(a + 2)$ tane a'nın çarpımı, aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(a+2)^a$ B) $a \cdot (a+2)$ ✓ C) $a^{(a+2)}$
D) $a^a + 2$ E) $a^2 + a$

Soru 3:

$$\frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a^5 + a^5 + a^5 + a^5 + a^5}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 ✓ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{5}{a}$ D) $\frac{1}{a}$ E) a

Bilgi

- 0 (sıfır) hariç bütün reel sayıların sıfırıncı kuvveti 1 dir. $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)
- 0^0 ifadesi tanımsızdır.
- Bütün n reel sayıları için $1^n = 1$ dir.
- Bütün a reel sayıları için $a^1 = a$ dir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$(x-1)^0$ ifadesini inceleyelim.

Çözüm:

$(x-1)^0$ sayısı $x=1$ için, 0^0 olduğundan tanımsızdır.
 $x \neq 1$ için $(x-1)^0 = 1$ dir.

Örnek 2:

$$3^{(x^2-4)} = 1$$

olduğuna göre, x in alabileceği değerler çarpımını bulalım.

Çözüm:

$$3^{(x^2-4)} = 1 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \\ \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x_1 = 2 \text{ veya } x_2 = -2 \text{ dir.}$$

x in alabileceği değerler çarpımı, $2 \cdot (-2) = -4$ bulunur.

Örnek 3:

a birden büyük pozitif reel sayı olmak üzere,

$$a^{x^2-2x-3} = 1$$

olduğuna göre, x in alabileceği değerler toplamını bulalım.

Çözüm:

$$a^{x^2-2x-3} = 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \\ \Rightarrow (x-3) \cdot (x+1) = 0$$

$$x_1 = 3 \text{ veya } x_2 = -1 \text{ dir.}$$

x in alabileceği değerler toplamı,
 $3 + (-1) = 2$ bulunur.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

- I. $(371.48)^0$ II. $(5-7\sqrt{2})^0$ III. 1^{-1255}
 IV. $(x^2-9)^0$ V. $(17^{41})^1$

Yukarıdaki ifadelerden kaç tanesinin sonucu daima 1 dir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Soru 2:

a bir tek sayıdır.

$$(m-4)^{(a+2)} = 1$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Soru 3:

$$(-7)^{(a^2-9)} = 1$$

olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 4 E) 5

Üssün Üssü:

Bir üslü ifadenin üssü alınırken, üsler çarpılıp tabana üs olarak yazılır.

Bilgi

- $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ dir.
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ olduğu için $(a^n)^m = (a^m)^n$ dir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

- I. $(7^4)^2$ II. $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^4$ III. $\left(\left((17)^{49}\right)^0\right)^{14}$

ifadelerinin eşitini bulalım.

Çözüm:

- I. $(7^4)^2 = 7^{4 \cdot 2} = 7^8$
 II. $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{3 \cdot 4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{12}$
 III. $\left(\left((17)^{49}\right)^0\right)^{14} = (17)^{49 \cdot 0 \cdot 14} = 17^0 = 1$

Örnek 2:

$5^a = m$ olduğuna göre, $(25)^a$ nın m türünden eşitini bulalım.

Çözüm:

$$(25)^a = (5^2)^a = (5^a)^2 = m^2 \text{ dir.}$$

Örnek 3:

$2.3^a = k$ olduğuna göre, $\frac{3^{3a}}{2}$ nin k türünden eşitini bulalım.

Çözüm:

$$2.3^a = k \Rightarrow 3^a = \frac{k}{2} \text{ dir.}$$

$$\frac{3^{3a}}{2} = \frac{(3^a)^3}{2} = \frac{\left(\frac{k}{2}\right)^3}{2} = \frac{k^3}{16} \text{ dir.}$$

Örnek 4:

$(n^n)^2 = a$ olduğuna göre, $(n^{3n})^4$ ifadesinin a türünden eşitini bulalım.

Çözüm:

$$(n^n)^2 = a \Rightarrow n^{2n} = a \text{ dir.}$$

$$(n^{3n})^4 = (n^{4n})^3 = \left((n^{2n})^2\right)^3 = a^6 \text{ bulunur.}$$

Örnek 5:

$$\left(64^{\frac{1}{2}}\right)^{0,3} \text{ ifadesinin eşitini bulalım.}$$

Çözüm:

$$\left(64^{\frac{1}{2}}\right)^{0,3} = (2^6)^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = 2^{6 \cdot \frac{1}{6}} = 2 \text{ dir.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$3^a = x$ olmak üzere,

$$27^a + 27^a + 27^a$$

ifadesinin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x^3 B) $3x^3$ C) $9x^3$ D) $3x^4$ E) $27x$

Soru 2:

$$5^{x+2} = \left(\left(\left(\frac{1}{7} \right)^3 \right)^0 \right)^{41}$$

eşitliğini sağlayan x kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

Soru 3:

 $x^x = m$ olduğuna göre,

$$\left((x^2)^{3x} \right)^2$$

ifadesinin m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) m^3 B) m^6 C) m^7 D) m^{12} E) $12m$

Soru 4:

$$2^{20} + 16^5 + 4^{10} + 32^4 + 2^{20}$$

toplamının değeri kaçtır?

- A) 2^{20} B) 2^{22} C) $5 \cdot 2^{20}$ D) 2^{10} E) 2^{22}

Negatif Üs:

 $a \neq 0$ olmak üzere, $a^{-1} = \frac{1}{a}$ ifadesinin (a nın çarpmaya göre tersinin) n . üssüne negatif üslü ifade denir.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ şeklinde gösterilir.}$$

Bilgi

$$\left(\frac{a}{b} \right)^{-n} = \left(\frac{b}{a} \right)^n \text{ dir.}$$

Üssün negatif olması, üslü ifadenin değerinin negatif olduğu anlamına gelmez.

Bir üslü ifadenin tabanının çarpmaya göre tersi alındığında üssünün işareti değiştirilir.

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a} \right)^n$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$3^{-1} + 3^{-2} + 3^{-3}$$

toplamının sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} 3^{-1} + 3^{-2} + 3^{-3} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} \\ &= \frac{3^2 + 3 + 1}{3^3} = \frac{13}{27} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek 2:

$$(2^{-2} + 2^0)^{-1} \cdot 5$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} (2^{-2} + 2^0)^{-1} \cdot 5 &= \left(\frac{1}{2^2} + 1 \right)^{-1} \cdot 5 = \left(\frac{1}{4} + 1 \right)^{-1} \cdot 5 \\ &= \left(\frac{5}{4} \right)^{-1} \cdot 5 = \frac{4}{5} \cdot 5 = 4 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek 3:

$$\left(\frac{2}{3} \right)^n = b \text{ olduğuna göre,}$$

$$\left(\frac{3}{2} \right)^n + \left(\frac{3}{2} \right)^n + \left(\frac{3}{2} \right)^n$$

toplamının b cinsinden eşitini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{2} \right)^n + \left(\frac{3}{2} \right)^n + \left(\frac{3}{2} \right)^n &= 3 \cdot \left(\frac{3}{2} \right)^n = 3 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{-n} \\ &= 3 \cdot \left(\left(\frac{2}{3} \right)^n \right)^{-1} = 3 \cdot b^{-1} = \frac{3}{b} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$-(2^{-1})^3 + (2^{-2})^3 - (2^{-3})^2$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{3}{32}$ B) $-\frac{1}{32}$ C) $-\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{32}$ E) $\frac{1}{64}$

Soru 2:

$$(2^{-1} + 5^0)^{-3}$$

sayısının $\frac{27}{8}$ i kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Soru 3:

 $3^n = 4$ olduğuna göre,

$$\underbrace{(3^{-n}) \cdot (3^{-n}) \cdot \dots \cdot (3^{-n})}_{3^n \text{ tane}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2^{-10} B) 2^{-8} C) 2^{-4} D) 2^4 E) 4^4

Soru 4:

 $a = 8b$ olduğuna göre,

$$\left(\frac{b}{a} \right)^{-\frac{2}{3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 4

Soru 5:

$$\left(\frac{-1}{512 \cdot 3} \right)^{0,6}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 4

Bilgi

- Bir kesrin payında çarpım halinde bulunan bir üslü ifadeyi paydaya, ya da kesrin paydasında çarpım halinde bulunan bir üslü ifadeyi paya yazarken bu üslü ifadenin üssünün işareti değiştirilir.

$$\frac{x^m \cdot y^n}{z^b} = \frac{x^m \cdot z^{-b}}{y^{-n}} = \frac{z^{-b}}{x^{-m} \cdot y^{-n}} = \dots \text{ gibi.}$$

- Üssü pozitif olan üslü ifadeler için geçerli olan bütün özellikler, üssü negatif olan üslü ifadeler için de geçerlidir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$3^n = x$, $2^n = y$, $5^n = z$ olmak üzere,

$$\frac{5^{-n}}{2^n \cdot 3^{-2n}}$$

ifadesinin x , y , z cinsinden değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{5^{-n}}{2^n \cdot 3^{-2n}} &= \frac{3^{2n}}{2^n \cdot 5^n} = \frac{(3^n)^2}{2^n \cdot 5^n} \\ &= \frac{x^2}{y \cdot z} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek 2:

$$\frac{a^{-a} - a^a}{a^{-a}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{a^{-a} - a^a}{a^{-a}} &= (a^{-a} - a^a) \cdot a^a \\ &= a^a \cdot a^{-a} - a^a \cdot a^a \\ &= a^0 - a^{2a} \\ &= 1 - a^{2a} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$a^{-b} = 3$ olduğuna göre,

$$\frac{(a^b - 1)^{-2}}{a^2}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{9}{a^2}$ B) $\frac{9}{a}$ C) 9 D) $\frac{3}{a}$ E) 3

Soru 2:

$$\frac{a^{-a} + a^{-a} + a^{-a}}{a^{-a} \cdot a^{-a}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a^{-3a} B) $3a^{-a}$ C) a^a D) a^{2a} E) $3a^a$

Soru 3:

$2^a = k$, $3^b = n^2$, $7^{-c} = n$ olmak üzere,

$$\frac{7^c}{4^{-a} \cdot 3^{-b}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{k}{n}$ B) $\frac{k^4}{n}$ C) $\frac{k^3}{n}$ D) $\frac{k^2}{n}$ E) $k^2 n$

Pozitif ve Negatif Sayıların Kuvvetleri:

Pozitif bir sayının bütün kuvvetleri pozitif; negatif bir sayının çift kuvvetleri pozitif, tek kuvvetleri negatiftir.

Bilgi

$a \neq 0$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

- $(-a)^{2n-1} = -a^{2n-1}$, $(-a)^{2n} = a^{2n}$ dir.
- $1^n = 1$, $(-1)^{2n} = 1$, $(-1)^{2n-1} = -1$ dir.
- $a \neq 0$ ve $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,
 $(-a)^{2n} \neq (-a^{2n})$
 $a^{2n} \neq -a^{2n}$ dir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$(-3^2)^{-3} + ((-3)^3)^{-2} + ((-2)^2)^3$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} (-3^2)^{-3} + ((-3)^3)^{-2} + ((-2)^2)^3 &= -3^{-6} + 3^{-6} + 4^3 \\ &= 4^3 \\ &= 64 \text{ tır.} \end{aligned}$$

Örnek 2:

$$(-a)^{-1} - (a^{-2})^3 + (-a^3)^{-2} - (a^{-1})$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} (-a)^{-1} - (a^{-2})^3 + (-a^3)^{-2} - (a^{-1}) &= (-a)^{-1} - a^{-6} + a^{-6} - a^{-1} \\ &= -a^{-1} - a^{-1} \\ &= -2a^{-1} \\ &= -2 \cdot \frac{1}{a} \\ &= -\frac{2}{a} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\frac{\left[\left(-\frac{1}{a} \right)^{-2} \right]^3}{\left[(-a)^2 \right]^{-3}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) $-a^{12}$ C) 1 D) $\frac{1}{a^2}$ E) a^{12}

Soru 2:

$$a = (-2^{-3})^{-2}$$

olduğuna göre, $-a^2$ kaçtır?

- A) 2^{12} B) 2^{16} C) 2^{18} D) -2^{12} E) 2^{-12}

Soru 3:

n tek sayı olmak üzere,

$$\frac{(-1)^{n-3} + (-1)^{2n-1} + (-1)^{2n}}{(-1)^n \cdot (-1)^{n+2} \cdot (-1)^{n+4}}$$

ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 3

ÜSLÜ İFADELERDE DÖRT İŞLEM

Üslü İfadelerde Toplama ve Çıkarma İşlemi:

Tabanları ve üsleri aynı olan üslü ifadeler toplanıp, çıkarılabilir.

Bilgi

$$a.x^n + b.x^n - c.x^n = (a + b - c).x^n \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$8.10^4 - 5.10^4 + 3.10^4$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} 8.10^4 - 5.10^4 + 3.10^4 &= (8 - 5 + 3).10^4 \\ &= 6.10^4 = 60.000 \end{aligned}$$

Örnek 2:

$$2^n - 3^n = m \text{ olmak üzere;}$$

$$a.2^n + b.2^n - c.2^n + c.3^n - b.3^n - a.3^n = 3m$$

olduğuna göre, $c - a - b$ nin değerini bulalım.

Çözüm:

$$a.2^n + b.2^n - c.2^n + c.3^n - b.3^n - a.3^n = 3m$$

$$a(2^n - 3^n) + b(2^n - 3^n) - c(2^n - 3^n) = 3m$$

$$(2^n - 3^n)(a + b - c) = 3m$$

$$m.(a + b - c) = 3m \Rightarrow a + b - c = 3$$

$$\Rightarrow c - a - b = -3 \text{ tür.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$c - a - b = -3$$

$$a.8^4 + b.16^3 - c.4^6$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -3.2^{12} B) -2^{12} C) 2^{12} D) 3.2^{12} E) 9.2^{12}

Soru 2:

$$5^n = k \text{ olmak üzere,}$$

$$5^{-2n} + \frac{1}{(25)^n} + (5^{-n})^2$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{9}{k}$ B) $\frac{9}{k^2}$ C) $\frac{3}{k^2}$ D) $\frac{1}{k}$ E) $\frac{3}{k}$

Üslü İfadelerde Çarpma İşlemi:

Bilgi

Tabanları eşit olan üslü ifadelerin çarpımı yapılırken; üsleri toplamı, ortak tabanın üssü olarak yazılır.

$$a^n . a^m = a^{n+m}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$I. 5^3 . 5^4 . 25^2$$

$$II. \left(\frac{1}{2}\right)^{0,5} . \left(\frac{1}{2}\right)^{1,3} . \left(\frac{1}{2}\right)^{1,2}$$

$$III. (-3)^4 . (-3)^5 . (-3)^6$$

$$IV. \frac{3.2^{-4} + 5.2^{-4} + 2^{-1}}{2^{-1}}$$

Yukarıdaki ifadelerin sonuçlarını bulalım.

Çözüm:

$$a) 5^3 . 5^4 . 25^2 = 5^3 . 5^4 . 5^4 = 5^{3+4+4} = 5^{11}$$

$$\begin{aligned} b) \left(\frac{1}{2}\right)^{0,5} . \left(\frac{1}{2}\right)^{1,3} . \left(\frac{1}{2}\right)^{1,2} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{0,5+1,3+1,2} \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$c) (-3)^4 . (-3)^5 . (-3)^6 = (-3)^{4+5+6} = (-3)^{15} = -3^{15}$$

$$\begin{aligned} d) \frac{3.2^{-4} + 5.2^{-4} + 2^{-1}}{2^{-1}} &= \frac{2^{-4}(3+5) + 2^{-1}}{2^{-1}} \\ &= \frac{2^{-4}.2^3 + 2^{-1}}{2^{-1}} \\ &= \frac{2^{-1} + 2^{-1}}{2^{-1}} \\ &= \frac{2.2^{-1}}{2^{-1}} = 2 \end{aligned}$$

Örnek 2:

$$(-0,3)^3 . (-0,3)^a . (-0,3)^{1-a} . (0,09)^{-2}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$(0,09)^{-2} = ((0,3)^2)^{-2} = ((-0,3)^2)^{-2} = (-0,3)^{-4}$$

olduğundan,

$$(-0,3)^3 . (-0,3)^a . (-0,3)^{1-a} . (-0,3)^{-2}$$

$$= (-0,3)^3 . (-0,3)^a . (-0,3)^{1-a} . (-0,3)^{-4}$$

$$= (-0,3)^{3+a+1-a-4}$$

$$= (-0,3)^0$$

$$= 1 \text{ bulunur.}$$

Örnek 3:

$$3^m = 4$$

olduğuna göre, $12^{\frac{m}{m+1}}$ ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} 12^{\frac{m}{m+1}} &= 3^{\frac{m}{m+1}} . 4^{\frac{m}{m+1}} = (3^m)^{\frac{1}{m+1}} . 4^{\frac{m}{m+1}} \\ &= 4^{\frac{1}{m+1}} . 4^{\frac{m}{m+1}} \\ &= 4^{\frac{m+1}{m+1}} \\ &= 4 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$2^x = m$$

olduğuna göre, $8^x + 1$ ifadesinin m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) m^3 B) m^5 C) $(m + 1)^3$ D) $8m^3$ E) m

Soru 2:

$$(16)^{12} \cdot (125)^{16} \cdot (100)^5$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 10^{48} B) 10^{53} C) 10^{54} D) 10^{58} E) 10^{78}

Soru 3:

$$2^{-a} + 2^a = 3$$

olduğuna göre, $4^a + 4^{-a}$ toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 11 D) 15 E) 25

Bilgi

Üsleri eşit olan üslü ifadeler çarpılırken tabanların çarpımı üssün tabanı olarak yazılır.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$I. 5^8 \cdot 3^8$$

$$II. \left(\frac{3}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{25}{9}\right)^5 \cdot 3^5$$

işlemlerinin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$I. 5^8 \cdot 3^8 = (5 \cdot 3)^8 = (15)^8$$

$$II. \left(\frac{3}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{25}{9}\right)^5 \cdot 3^5 = \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{25}{9} \cdot 3\right)^5 = 5^5$$

Örnek 2:

$$2^x = a \text{ ve } 3^x = b$$

olduğuna göre, $(54)^x$ ifadesinin a ve b cinsinden değerini bulalım.

Çözüm:

$$(54)^x = (3^3 \cdot 2)^x = 2^x \cdot (3^3)^x \\ = a \cdot b^3 \text{ tür.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$15^x = 6 \text{ olmak üzere,}$$

$$3^{x-1} \cdot 5^{x+2}$$

çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 25 B) 50 C) 75 D) 100 E) 125

Soru 2:

$$(4^{3a-1} \cdot 8^{1-2a})^{-1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

Soru 3:

$$3^n = a, \quad 2^n = b, \quad 7^n = c$$

olmak üzere, $(168)^n$ ifadesinin a, b, c cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a \cdot b \cdot c^3$ B) $a \cdot b^3 \cdot c$ C) $a^3 \cdot b \cdot c$
D) $a \cdot b^2 \cdot c$ E) $a \cdot b \cdot c$

Soru 4:

$$\left[x^6 \cdot (-x^{-3})^3 \right]^3$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-x^{-19}$ B) $-x^9$ C) x^{-9} D) $-x^{-9}$ E) x^9

Üslü İfadelerde Bölme İşlemi:

Bilgi

Tabanları aynı olan üslü ifadelerde bölme işlemi yapılırken; paydaki sayının üssünden paydadaki sayının üssü çıkarılır, ortak tabanın üssü olarak yazılır.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$I. \frac{3^x + 3^x + 3^x}{3^{x-1}} \quad II. \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n \text{ tane}}}{\underbrace{a + a + \dots + a}_{n-1 \text{ tane}}}$$

Yukarıdaki işlemlerin sonuçlarını bulalım.

Çözüm:

$$I. \frac{3^x + 3^x + 3^x}{3^{x-1}} = \frac{3 \cdot 3^x}{3^{x-1}} = \frac{3^{x+1}}{3^{x-1}} = 3^{x+1-x-1} \\ = 3^2 = 9$$

$$II. \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n \text{ tane}}}{\underbrace{a + a + \dots + a}_{n-1 \text{ tane}}} = \frac{a^n}{(n-1) \cdot a^1} = \frac{1}{n-1} \cdot a^{n-1} \text{ dir.}$$

Örnek 2:

$$2^k = a \text{ olmak üzere,}$$

$$\frac{8^{k-1}}{4^{k+1}}$$

ifadesinin a cinsinden değerini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{8^{k-1}}{4^{k+1}} = \frac{2^{3k-3}}{2^{2k+2}} = 2^{3k-3-2k-2} \\ = 2^{k-5} = 2^k \cdot 2^{-5} = \frac{a}{32} \text{ dir.}$$

Örnek 3:

$$2^{x+5} = 14^{x+3}$$

olduğuna göre, 7^{x+3} ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} 2^{x+5} = 14^{x+3} &\Rightarrow 2^{x+5} = 2^{x+3} \cdot 7^{x+3} \\ &\Rightarrow \frac{2^{x+5}}{2^{x+3}} = 7^{x+3} \\ &\Rightarrow 2^{x+5-x-3} = 7^{x+3} \\ &\Rightarrow 7^{x+3} = 2^2 = 4 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek 4:

$$\frac{13}{a^{y-x}+1} + \frac{13}{a^{x-y}+1}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{13}{a^{y-x}+1} + \frac{13}{a^{x-y}+1} &= \frac{13 \cdot a^{x-y}}{1+a^{x-y}} + \frac{13}{1+a^{x-y}} \\ &= \frac{13 \cdot (a^{x-y} + 1)}{1+a^{x-y}} \\ &= 13 \text{ tür.} \end{aligned}$$

$$\frac{k}{x^{a-b}+1} + \frac{k}{x^{b-a}+1} = k \text{ dir.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\frac{(x^n \cdot y^m)^n}{(y^n \cdot x^m)^m}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y^{m^2-n^2}$ B) $x^{n^2-m^2}$ C) y^{2nm} D) 1 E) x^n

Soru 2:

$$\frac{(-a)^{-3} \cdot (a^4) \cdot \left(-\frac{1}{a}\right)^{-2}}{a^{-1} \cdot (-a^{-3}) \cdot (-a)^2}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-a^{-5}$ B) a^{-5} C) $-a^5$ D) a^5 E) a^3

Soru 3:

$$\frac{5^{15} + 5^{25} + 5^{35}}{5^{19} + 5^{29} + 5^{39}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 5^{-4} B) 5^{-3} C) 5^2 D) 5^3 E) 5^4

Soru 4:

$$5^{x+4} = 15^{x+3}$$

olduğuna göre, 3^{x+2} kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{5}{3}$ C) 5 D) 15 E) 45

Soru 5:

$m - n = -2$ olmak üzere,

$$\frac{10^{n+1} - 10^{n-1}}{10^{m+1} + 10^m}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) 9 C) 90 D) 100 E) 111

Soru 6:

$$\left(\frac{2^{-7} + 2^{-4} + 2^{-3}}{2^{-9} - 2^{-6} + 2^{-5}} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{10}{3}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{3}{20}$

Soru 7:

$$\frac{x}{3^{x-y}+1} + \frac{x}{3^{y-x}+1} = 5$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -5 B) $-\frac{5}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{5}$ E) 5

Bilgi

Üsleri aynı olan üslü ifadelerde bölme işlemi yapılırken; payın tabanı paydanın tabanına bölünür, ortak üs bölümün üssü olarak yazılır.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b} \right)^n$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

a) $\frac{15^4}{3^4}$ b) $\left(\frac{3}{4}\right)^{20} \cdot \left(\frac{16}{9}\right)^{10}$ c) $\frac{2^5 \cdot (12)^5}{3^5 \cdot 4^5}$

işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

Çözüm:

a) $\frac{15^4}{3^4} = \left(\frac{15}{3}\right)^4 = 5^4$

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^{20} \cdot \left(\frac{16}{9}\right)^{10} = \left(\frac{3}{4}\right)^{20} \cdot \left(\left(\frac{4}{3}\right)^2\right)^{10}$
 $= \left(\frac{3}{4}\right)^{20} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{20}$
 $= \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}\right)^{20} = 1$

c) $\frac{2^5 \cdot (12)^5}{3^5 \cdot 4^5} = \left(\frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 4}\right)^5 = 2^5 = 32 \text{ dir.}$

Örnek 2:

$a^n = b^n$ olmak üzere,

$$\frac{a^{n+1} + a^{n+2} + a^{n+3}}{a \cdot b^n} = 5$$

olduğuna göre, $1 + a + a^2$ yi bulalım.

Çözüm:

$$\frac{a^{n+1} + a^{n+2} + a^{n+3}}{a \cdot b^n} = 5$$

$$\frac{a^n \cdot (a + a^2 + a^3)}{a \cdot b^n} = 5 \Rightarrow 1 + a + a^2 = 5 \text{ tir.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\frac{8^6 + 8^6 + 8^6 + 8^6}{4^{18} + 4^{18} + 4^{18} + 4^{18}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2^{20} B) 2^{18} C) 1 D) 2^{-18} E) 2^{-20}

Soru 2:

$$\left(\frac{2^4 + 2^4 + 2^4 + 2^4}{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5} \right) : 9^{-6}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3^{-6} B) 3^{-3} C) $\frac{1}{3}$ D) 1 E) 3^6

Soru 3:

$$6^x = k$$

olduğuna göre, $\frac{18^{x+1}}{3^{x-1}}$ ifadesinin k türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3k B) 18k C) 36k D) 54k E) 72k

ÜSLÜ DENKLEMLER

Bilgi

Birbirine eşit olan iki üslü ifadenin tabanları aynı ise üsleri de birbirine eşit olmalıdır.

$$x^m = x^n \Rightarrow m = n \text{ dir. } (x \neq 0, x \neq \pm 1)$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$3^{x+3} = 81$$

eşitliğini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm:

$$3^{x+3} = 81 \Rightarrow 3^{x+3} = 3^4$$

$$\Rightarrow x + 3 = 4$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ dir.}$$

Örnek 2:

$$25^{x-2} = 125^{2x-1}$$

eşitliğini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm:

$$25^{x-2} = 125^{2x-1} \Rightarrow 5^{2x-4} = 5^{6x-3}$$

$$\Rightarrow 2x - 4 = 6x - 3$$

$$\Rightarrow 4x = -1$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{4} \text{ tür.}$$

Örnek 3:

$$\underbrace{3^{-n} \cdot 3^{-n} \cdot \dots \cdot 3^{-n}}_{n \text{ tane}} = \left(\frac{1}{9} \right)^8$$

olduğuna göre, n yi bulalım.

Çözüm:

$$\underbrace{3^{-n} \cdot 3^{-n} \cdot \dots \cdot 3^{-n}}_{n \text{ tane}} = \left(\frac{1}{9} \right)^8$$

$$\Rightarrow (3^{-n})^n = \left(\frac{1}{9} \right)^8$$

$$\Rightarrow 3^{-n^2} = 3^{-16}$$

$$\Rightarrow n^2 = 16$$

$$\Rightarrow n = 4 \text{ tür.}$$

Örnek 4:

n pozitif tamsayıdır.

$$(5^n)^{n-2} = (125)^n$$

olduğuna göre, n yi bulalım.

Çözüm:

$$(5^n)^{n-2} = (125)^n \Rightarrow 5^{n^2-2n} = 5^{3n}$$

$$\Rightarrow n^2 - 2n = 3n$$

$$\Rightarrow n^2 - 5n = 0$$

$$\Rightarrow n = 0 \text{ veya } n = 5$$

n $\in \mathbb{Z}^+$ olduğu için n = 5 tir.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$2^x \cdot 3^{x+2} = 12^{x+1}$$

olduğuna göre, 2^{x+2} ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 9 D) 16 E) 36

Soru 2:

$$\left(\frac{1}{5} \right)^{3-x} = (25)^{-x-1}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

Soru 3:

$$\left(\frac{1}{3} \right)^{2x} + \left(\frac{1}{3} \right)^{2x+1} + \left(\frac{1}{3} \right)^{2x+2} = 39$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) 3

Soru 4:

$$2^a \cdot 5^b = 25$$

$$5^a \cdot 2^b = 4$$

olduğuna göre, a + b kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

■ Bilgi

Üsleri eşit olan bir üslü denklemde; üs tek sayı ise tabanlar eşit, üs çift sayı ise tabanlar eşit ya da tabanlardan biri diğerinin ters işaretlisine eşittir.

($a \neq \pm 1$, $b \neq \pm 1$) ve $n \neq 0$ olmak üzere,

$$a^n = b^n \Rightarrow \begin{cases} a = b & n \text{ tek sayı ise,} \\ a = b \text{ veya } a = -b & n \text{ çift sayı ise,} \end{cases}$$

■ Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$(x - 5)^3 = (3x - 4)^3$$

eşitliğini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm:

$$(x - 5)^3 = (3x - 4)^3$$

$$\Rightarrow x - 5 = 3x - 4 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Örnek 2:

$$(2n + 1)^4 = (n^2 - 2n + 1)^2$$

denklemini sağlayan n değerlerinin toplamını bulalım.

Çözüm:

$$(2n + 1)^4 = (n^2 - 2n + 1)^2 \Rightarrow (2n + 1)^4 = ((n - 1)^2)^2 \\ \Rightarrow (2n + 1)^4 = (n - 1)^4$$

$$2n + 1 = n - 1 \Rightarrow n = -2$$

veya

$$2n + 1 = -n + 1 \Rightarrow 3n = 0 \Rightarrow n = 0 \text{ dir.}$$

n nin değerleri toplamı, $(-2) + (0) = -2$ dir.

Örnek 3:

$$(x^3 - 3x^2 + 3x - 1)^3 = 2^9$$

olduğuna göre, x i bulalım.

Çözüm:

$$(x^3 - 3x^2 + 3x - 1)^3 = 2^9$$

$$\Rightarrow ((x - 1)^3)^3 = 2^9 \Rightarrow (x - 1)^9 = 2^9$$

$$\Rightarrow (x - 1) = 2 \Rightarrow x = 3 \text{ bulunur.}$$

■ Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$(x - 1)^4 = (-2x - 7)^4$$

olduğuna göre, x in alabileceği reel sayı değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) -16 B) -8 C) -2 D) 8 E) 16

Soru 2:

a tek bir sayı olmak üzere;

$$(n + 8)^{a-4} = (2n^2 + n)^{a-4}$$

eşitliğini sağlayan n değerleri kaç tanedir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Soru 3:

$$(2a + 3b)^{2010} - (a - b)^{2010} = 0$$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ nin alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 4 D) 2 E) 1

■ Bilgi

Tabanları aralarında asal ve üsleri tamsayı olan iki üslü ifade birbirine eşitse, üsleri sıfır olmalıdır.

a ve b aralarında asal ve m ve n tamsayı ise,

$$a^n = b^m \Rightarrow n = m = 0 \text{ dir.}$$

■ Bilgi Kavrama

Örnek 1:

a ve b birer tamsayıdır.

$$2^{2a-4} = 7^{b-3}$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamını bulalım.

Çözüm:

$$2^{2a-4} = 7^{b-3} \text{ ise,}$$

$$2a - 4 = 0 \Rightarrow a = 2 \text{ ve}$$

$$b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3 \text{ tür.}$$

Buradan, $a + b = 2 + 3 = 5$ tir.

Örnek 2:

a ve b tamsayı olmak üzere,

$$3^{a+b-2} = 4^{a+2b-3}$$

olduğuna göre, $a^{b+a} + b^{a+b}$ toplamının sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$3^{a+b-2} = 4^{a+2b-3} \text{ ise,}$$

$$a + b - 2 = 0 \text{ (I)}$$

$$a + 2b - 3 = 0 \text{ (II)}$$

I ve II denklemlerinden $a = 1$, $b = 1$ bulunur.

Buna göre,

$$a^{b+a} + b^{a+b} = 1^{1+1} + 1^{1+1} = 2 \text{ dir.}$$

■ Bilgi Uygulama

Soru 1:

a ve b tamsayıdır.

$$3^{a-b+1} = 5^{2a-4}$$

olduğuna göre, $a.b$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 15

Soru 2:

$$2^a = \frac{4^{-b}}{3^{a+b-1}} \text{ ve } a + 2b = 0$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

Bilgi

$$\left. \begin{array}{l} a^x = b^y \\ a^n = b^m \end{array} \right\} \text{ ise } \frac{x}{n} = \frac{y}{m} \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$3^x = 8 \text{ ve } 2^y = 81$$

olduğuna göre, $x.y$ çarpımını bulalım.

Çözüm:

$$\left. \begin{array}{l} 3^x = 8 \Rightarrow 3^x = 2^3 \\ 2^y = 81 \Rightarrow 3^4 = 2^y \end{array} \right\} \frac{x}{4} = \frac{3}{y} \Rightarrow x.y = 12$$

Örnek 2:

$$5^x = 16 \text{ ve } (125)^y = 32$$

olduğuna göre, $\frac{10x+y}{10x-y}$ oranını bulalım.

Çözüm:

$$\left. \begin{array}{l} 5^x = 2^4 \\ 5^{3y} = 2^5 \end{array} \right\} \text{ ise } \frac{x}{3y} = \frac{4}{5} \Rightarrow 12y = 5x \Rightarrow 10x = 24y$$

$$\frac{10x+y}{10x-y} = \frac{24y+y}{24y-y} = \frac{25y}{23y} = \frac{25}{23} \text{ tür.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$(81)^a = 25$$

$$5^b = 729$$

olduğuna göre, $(a.b)^{a.b}$ kaçtır?

- A) 1 B) 4 C) 9 D) 16 E) 27

Bilgi

$x^n = 1$ denkleminin çözümünde üç durum vardır.

1. durum: $n = 0, x \neq 0$
2. durum: $x = 1$
3. durum: $x = -1$ iken n çift sayı

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$(x-1)^{x-2} = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm:

$$(x-1)^{x-2} = 0$$

1. durum: $x-2 = 0$ iken $x-1 \neq 0 \Rightarrow x = 2$
2. durum: $x-1 = 1 \Rightarrow x = 2$
3. durum: $x-1 = -1$ iken $x-2$ çift mi?
 $x = 0$ iken $x-2$ çifttir.

Buna göre, $\text{Ç.K} = \{0, 2\}$ dir.

Örnek 2:

$$(x^2-1)^{x+1} = 0$$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımını bulalım.

Çözüm:

$$(x^2-1)^{x+1} = 0$$

1. durum: $x+1 = 0, x^2-1 \neq 0$
 $x = -1, x \neq \pm 1 \Rightarrow \text{Ç.K} = \emptyset$
2. durum: $x^2-1 = 1 \Rightarrow x^2 = 2$
 $\Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$
3. durum: $x^2-1 = -1$ iken $x+1$ çift mi?
 $x = 0$ iken $x+1$ tektir. $\Rightarrow \text{Ç.K} = \emptyset$

O halde, $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$ olup, çarpımları -2 dir.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$(x-3)^{x^2-9} = 1$$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 3 E) 6

Soru 2:

$$(x^2-1)^{x^2-25} = 1$$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

- A) -50 B) -25 C) 0 D) 50 E) 100

ÜSLÜ EŞİTSİZLİKLER

Bilgi

- $a > 1$ olmak üzere,
 $a^n > a^m \Rightarrow n > m$ dir.
- $0 < a < 1$ olmak üzere,
 $a^n > a^m \Rightarrow n < m$ dir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$5^{5-n} \geq 125$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} 5^{5-n} &\geq 5^3 \\ \Rightarrow 5-n &\geq 3 \Rightarrow 2 \geq n \\ \text{Buna göre,} \\ \text{Ç.K} &= (-\infty, 2] \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek 2:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2n+3} < 9^{-3n}$$

eşitsizliğini sağlayan en büyük n tamsayısını bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3}\right)^{-2n+3} &< \frac{1}{9^{3n}} \\ \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{-2n+3} &< \left(\frac{1}{3}\right)^{6n} \\ \Rightarrow -2n+3 &> 6n \\ \Rightarrow 8n &< 3 \Rightarrow n < \frac{3}{8} \end{aligned}$$

Buna göre, n nin en büyük tamsayı değeri 0 dir.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{2a+1} < \left(\frac{1}{25}\right)^{3a-4}$$

eşitsizliğini sağlayan a nın en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 ☒ D) 2 E) 3

Soru 2:

$$(16)^{n+2} > (0,125)^{n-2}$$

eşitsizliğini sağlayan n nin en küçük farklı iki tamsayı değerinin toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 ☒ D) 1 E) 3

ÜSLÜ İFADELERDE SIRALAMA

Bilgi

Üslü ifadelerde sıralama yapılırken sıralanacak sayıların tabanları veya üsleri eşitlenir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$a = 3^7, b = 9^3, c = 81^2$$

sayılarını sıralayalım.

Çözüm:

$$a = 3^7$$

$$b = 9^3 = (3^2)^3 = 3^6$$

$$c = 81^2 = (3^4)^2 = 3^8$$

O halde, $c > a > b$ dir.

Örnek 2:

$$a = (3^2)^5$$

$$b = 3^{(5^2)}$$

$$c = (3^{10})^2$$

sayılarını sıralayalım.

Çözüm:

$$a = (3^2)^5 = 3^{10}$$

$$b = 3^{(5^2)} = 3^{25}$$

$$c = (3^{10})^2 = 3^{20}$$

$b > c > a$ dir.

Örnek 3:

$$3^{n-3} = 2$$

$$5^{m-4} = 27$$

$$7^{r+1} = 346$$

olduğuna göre, m, n, r sayılarını sıralayalım.

Çözüm:

$$3^{n-3} = 2 \Rightarrow 3^0 < 3^{n-3} < 3^1 \Rightarrow 0 < n-3 < 1 \Rightarrow 3 < n < 4$$

$$5^{m-4} = 27 \Rightarrow 5^2 < 5^{m-4} < 5^3 \Rightarrow 2 < m-4 < 3 \Rightarrow 6 < m < 7$$

$$7^{r+1} = 346 \Rightarrow 7^3 < 7^{r+1} < 7^4 \Rightarrow 3 < r+1 < 4 \Rightarrow 2 < r < 3$$

O halde, $r < n < m$ dir.

Örnek 4:

$$K = 3^{72}, M = 4^{48}, L = (37)^{24}$$

sayılarını sıralayalım.

Çözüm:

$$K = 3^{72} = (3^3)^{24} = (27)^{24}$$

$$M = 4^{48} = (4^2)^{24} = (16)^{24}$$

$$L = (37)^{24}$$

O halde, $L > K > M$ dir.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$A = 3^{36}, B = 5^{24}, C = 2^{48}$$

sayılarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $A < B < C$ B) $A < C < B$ C) $B < A < C$
☒ D) $C < B < A$ E) $C < A < B$

Soru 2:

$$a = 3^{117}, b = 27^{39}, c = 9^{59}$$

sayıları için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $a = b > c$ B) $a > b > c$ ☒ C) $c > a = b$
D) $a = b = c$ E) $b > a > c$

Bilgi

I. a bir rakam olmak üzere,
 $a000\dots0 = a \cdot 10^n$ dir.
 n tane sıfır

II. $0,000\dots0a = a \cdot 10^{-n}$ dir.
 n tane rakam

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$\frac{1,12 \cdot 10^{10} - 720 \cdot 10^7}{0,04 \cdot 10^{-5} + 3,6 \cdot 10^{-6}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\frac{1,12 \cdot 10^{10} - 720 \cdot 10^7}{0,04 \cdot 10^{-5} + 3,6 \cdot 10^{-6}} = \frac{112 \cdot 10^8 - 72 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7} + 36 \cdot 10^{-7}}$$

$$\Rightarrow \frac{40 \cdot 10^8}{40 \cdot 10^{-7}} = 1 \cdot 10^8 \cdot 10^7$$

$$= 10^{15} \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:

$$(25)^5 \cdot 2^{11} \cdot 10^5$$

sayısının kaç basamaklı olduğunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} (25)^5 \cdot 2^{11} \cdot 10^5 &= 5^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^1 \cdot 10^5 \\ &= 2 \cdot 10^{10} \cdot 10^5 \\ &= 2 \cdot 10^{15} \end{aligned}$$

2.10¹⁵ sayısı 16 basamaklı bir sayıdır.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\frac{(-0,00003)^{-3} \cdot (27000)^2}{9 \cdot (0,0001)^{-5}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -270 B) -90 C) -30 D) 1 E) $\frac{1}{9}$

Soru 2:

$$3 \cdot 5^4 \cdot 4^3 + 7 \cdot 5^5 \cdot 2^6$$

sayısı kaç basamaklıdır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Soru 3:

a ve b pozitif tamsayılardır.

$$(0,0002)^a = 512 \cdot 10^{-b-3}$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 44 B) 43 C) 42 D) 41 E) 40

$$1. \frac{(-3)^2 - (-1)^4 + 2^3}{(-2)^4 - (-2^3)^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{3}{8}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 1

$$2. \frac{(-2)^3 \cdot 2^{-3}}{16^{-1} \cdot 9^{-1}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 36 B) -72 C) 144 D) 72 E) -144

$$3. \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -3 B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 3 E) $\sqrt[3]{3}$

$$4. 3^{x-2} = y$$

olduğuna göre, $3^{x+3} + 3^{x+1}$ ifadesinin y cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 270.y B) 240.y C) 180.y
D) 90.y E) 30.y

$$5. \begin{aligned} A &= 3^x \\ B &= 2^{2x} \\ A \cdot B &= 144 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $\frac{2A+B}{2A-B}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -15 B) -13 C) 17 D) 19 E) 34

$$6. (-x)^5 \cdot (-x^5) \cdot (-x)^{-4}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-x^7$ B) $-x^3$ C) x^3 D) x^6 E) x^7

7. 27 tane 3⁴ ün toplamının, 9 tane 9² nin çarpımına oranı kaçtır?

- A) 3⁶ B) 3 C) 3⁻⁴ D) 3⁻¹⁸ E) 3⁻²⁹

$$8. \frac{2^n + 2^{n+1}}{2^{n-1}} = 2^n$$

olduğuna göre, 6 ^{$\frac{1}{n}$} kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 3 E) 6

$$9. g^{a+1} = 27^{b-1} \text{ ve } a+b=10$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 7 D) 8 E) 9

$$10. \frac{a^{-x}}{a^{-x} + b^x} + \frac{a^x}{a^x + b^{-x}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a^x B) b^x C) 1 D) (a.b)^x E) a^x + b^x

11. $125 \cdot \left(\frac{0,09}{0,15}\right)^{x+1} = 27$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. $\frac{3 \cdot 5^a + 5^{-a}}{5^a - 5^{-a}} = 4$

eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

13. $(x+1)^{(x^2)} = 1$

eşitliğini sağlayan birbirinden farklı x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

14. $a \neq 0$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} a^2 + a^4 + a^6 + \dots + a^{100} &= 2x \\ a + a^3 + a^5 + \dots + a^{99} &= x \end{aligned}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

15. $2^{-x} = \frac{1}{m}, \quad 3^{-x} = \frac{1}{n}$

olduğuna göre, 12^x in m ve n cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $m \cdot n^2$ B) $m^2 \cdot n$ C) $m \cdot n$
D) $\frac{1}{m \cdot n}$ E) $\frac{1}{m^2 \cdot n}$

16. $2^{|x-1|} + 2^{|y+2|}$

ifadesi en küçük değerini aldığı anda, x + y toplamı kaç olur?

- A) 0 B) -2 C) 2 D) -1 E) 1

17. $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x+1} < \left(\frac{16}{9}\right)^{x+3}$

eşitsizliğini sağlayan en küçük x tamsayısı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

18. $\frac{1 + 3^{x-y}}{1 + 3^{y-x}} = 27$

olduğuna göre, y - x kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) -2 E) -3

19. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$
 $a^b = 2^{12}$

olduğuna göre, a + b kaçtır?

- A) 6 B) 10 C) 12 D) 14 E) 20

20. $\frac{2}{5^x} + 5^{-x} = 15$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

1. $5^x = 3$
 $75^y = 81$

olduğuna göre, y nin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{x+2}$ B) $\frac{4x-2}{x}$ C) $\frac{2x}{x+2}$
D) $\frac{4x}{x+2}$ E) $\frac{x}{x+2}$

2. $(a)^{-b} + (b)^{-a}$

ifadesinin a = -2 ve b = -3 için değeri kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{1}{72}$ C) $\frac{1}{72}$ D) 1 E) 17

3. $\frac{2^a + 1}{2^{a+b} - 2^a + 2^b - 1} = \frac{1}{63}$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

4. $(0,2)^{10x} = a$ olmak üzere,

$$(0,00032)^{4x}$$

ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a^2 B) $2a^2$ C) $2a^2 + 1$
D) $4a^2$ E) $4a^2 + 1$

5. $3^x = 5$
 $3^{y+2} = 7^{-1}$
 $3^{z-1} = \left(\frac{5}{63}\right)^{-1}$

olduğuna göre, x + y + z toplamı kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

6. x pozitif bir reel (gerçek) sayıdır.

$$\begin{aligned} x^{m+n} &= 63 \\ x^{m-n} &= 7 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $\frac{x^m + x^n}{x^m - x^n}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{6}{5}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{6}{7}$

7. $\frac{3^{x+y}}{3^{2y}} = 81$ ve $x^3 - y^3 = 16xy$

olduğuna göre, x.y kaçtır?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 18 E) 24

8. $a > 1$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} 5^{x+2} &= a^3 \\ 5^{x-1} &= a^6 \end{aligned}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 5^5 B) 5 C) -5 D) 1 E) 0

9. m ve n birer pozitif reel sayıdır.

$$m^n = n^m \text{ ve } m = 6.n$$

olduğuna göre, m sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $6.2^{\frac{1}{3}}$ B) $6^{\frac{1}{4}}$ C) $6^{\frac{6}{5}}$ D) $4.6^{\frac{1}{5}}$ E) $3^{\frac{1}{5}}$

10. $2^x - 8 + 2^{x+1}.5^x = \frac{20.10^{-x}}{10^{1-2x}}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

11. $(-2)^7 + 4^5 + (-8)^5$

sayısı $2^6 - 2^{11} - 2^3$ sayısının kaç katıdır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

12. $6^x = 4$

olduğuna göre, $(0,5)^{2-x}.3^{x+1}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{32}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) 3 E) 20

13. $(x + 2y - 3)^4 + (y - 2)^2 = 0$

olduğuna göre, x - y kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 1

14. $(0,008)^{x-1} = \left(\frac{1}{25}\right)^{x+1}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15. $a = \left(-\frac{2}{3}\right)^2$

$$b = \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1}\right]^2$$

$$c = \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right]^{-3}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $c > b > a$ B) $c > a > b$ C) $a > b > c$
D) $a > c > b$ E) $b > c > a$

16. $2.3^x + 6.3^{x-1} - 18.3^{x-2} = 54$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1. $5^{a-b} = (15)^{-b}$

olduğuna göre, $3^{\frac{b}{a}}$ kaçtır?

- A) 25 B) 5 C) 1 D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{25}$

2. $\frac{4.2^{x+3} - 5.2^x}{2^{x-2} + 2^{x+1}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{9}{4}$ C) 12 D) 21 E) 27

3. $a^2 < a$ olmak üzere,

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{2x-3} > (a)^{x+1}$$

eşitsizliğini sağlayan x in alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 1 E) 2

4. $\left(\frac{5-x}{3+x}\right)^2 = \left(\frac{3-x}{5+x}\right)^2$

eşitliğini sağlayan x in değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\sqrt{10}$ B) $\sqrt{13}$ C) $\sqrt{15}$ D) $\sqrt{17}$ E) $\sqrt{20}$

5. $(5!)^{3x-4} = 2^{3x}.15^x$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $\frac{(0,1)^{-1} + (0,01)^{-1} + 1000}{111}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{100}$ B) $\frac{1}{10}$ C) 1 D) 10 E) 100

7. $4^{\frac{1}{x}} = 3$ olduğuna göre,

$$\left(3.2^{\frac{1}{x}}\right)^x$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

8. $3^n = F$, $5^n = E$ ve $7^n = M$

olduğuna göre, $(1575)^n$ ifadesinin F, E ve M türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) F.E.M B) $F^2.M^3.E$ C) $F^2.E^2.M$
D) $F^2.E.M^2$ E) $F.E^2.M^2$

9. $(x^2 + x)^4 = (x + 1)^8$

olduğuna göre, x in alabileceği farklı reel sayı değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

10. x , 1 den büyük pozitif tamsayı olmak üzere,

$$a = (-x^{-2})^3$$

$$b = (x^{-3})^3$$

$$c = (-x^3)^4$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a > b > c$ B) $b > c > a$ C) $b > a > c$
D) $c > b > a$ E) $a > c > b$

11. $3^a = 11^b = x$

$(33)^{ab}$ ifadesinin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x^{a+b} B) $x^{a \cdot b}$ C) $x^{\frac{a}{b}}$ D) x^{a-b} E) $x^{\frac{b}{a}}$

12. $2^{-x} + 3^{-x} + 2^{-x} + 3^{-x} + \dots + 2^{-x} + 3^{-x} = 26$

$(12)^x$ tane terim

olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

13. $6 \cdot 2^9 + 2^{10} + 7 \cdot 2^{12}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2^{15} B) 2^{13} C) 2^{12} D) 2^{11} E) 2^{10}

14. $(2 - x)^{(x^2 - 3x + 2)} = 1$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

15. $3^{x-1} = (18)^{\frac{x}{2}}$

olduğuna göre, 2^{-x} in değeri kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 6 D) 3 E) 1

16. $(256)^{-0.25}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

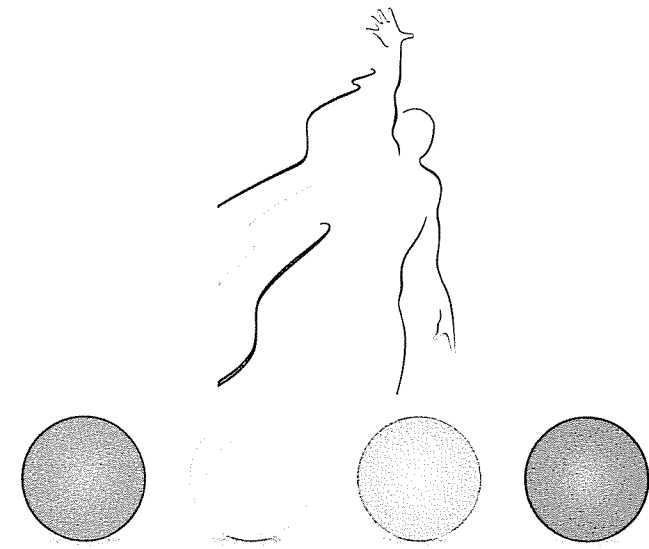
- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 4 E) 8

17. $\frac{a}{b} = 5$ olmak üzere,

$$\frac{b^k - a^{-k}}{a^k - b^{-k}}$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 5^2 B) 5^{-1} C) 5 D) 5^k E) 5^{-k}



BÖLÜM 2

KÖKLÜ İFADELER

Tanım

a bir reel sayı ve n , 1 den büyük bir doğal sayı olmak üzere; $x^n = a$ eşitliğini sağlayan x sayısına **a nın n . dereceden kökü** denir ve $x = \sqrt[n]{a}$ şeklinde gösterilir.

$\sqrt[n]{a}$ ifadesi,

$n = 2$ için, $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$; karekök a

$n = 3$ için, $\sqrt[3]{a}$; küpkök a

$n = 4$ için, $\sqrt[4]{a}$; dördüncü dereceden kök a şeklinde okunur.

Bilgi

- $\sqrt[2n]{a}$ ifadesinin bir reel sayı belirtmesi için; $a \geq 0$ olmalıdır.
- $\sqrt[2n-1]{a}$ ifadesi a nın bütün reel sayı değerleri için bir reel sayı belirtir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$\sqrt{3}, \sqrt{-3}, \sqrt[11]{-\frac{1}{2}}, \sqrt[6]{-6}$$

sayılarının reel sayı olup olmadığını bulalım.

Çözüm:

$\sqrt{3} \rightarrow$ kök derecesi çift ve kök içi sıfırdan büyük olduğu için reel sayıdır.

$\sqrt{-3} \rightarrow$ kök derecesi çift ve kök içi sıfırdan küçük olduğu için reel sayı değildir.

$\sqrt[11]{-\frac{1}{2}} \rightarrow$ kök derecesi tek olduğu için daima reel sayı belirtir.

$\sqrt[6]{-3} \rightarrow$ kök derecesi çift ve kök içi sıfırdan küçük olduğu için reel sayı değildir.

Örnek 2:

$$\sqrt[6]{3x-6} + \sqrt[3]{5x-1}$$

ifadesinin reel sayı belirtmesi için, x in hangi koşulu sağladığını bulalım.

Çözüm:

$\sqrt[3]{5x-1}$ ifadesi x in bütün reel sayı değerleri için bir reel sayı belirtir.

$\sqrt[6]{3x-6}$ ifadesinin reel sayı belirtmesi için, $3x-6 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$ olmalıdır.

O halde, $x \geq 2$ olur.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\sqrt[6]{5-2x} + \sqrt[7]{\frac{x-1}{x-2}} + \sqrt[4]{x+1}$$

ifadesini reel sayı yapan x tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 3

Soru 2:

$$\sqrt{x-11} + \sqrt{11-x}$$

ifadesi bir reel sayı belirttiğine göre, $\sqrt{x^2-40}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 3

Köklü İfadeyi Üslü İfade Olarak Yazma

Her köklü sayı üslü sayı biçiminde yazılabilir.

Bilgi

- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- $a \geq 0$ ise $\sqrt[n]{a^m} = a$
- m tek sayı ise $\sqrt[n]{a^m} = a$
- m çift sayı ise $\sqrt[n]{a^m} = |a|$ dir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

- I. $\sqrt[7]{5^4}$ II. $\sqrt[7]{3^7}$ III. $\sqrt[4]{81}$
 IV. $\sqrt[5]{-32}$ V. $\sqrt[8]{(-11)^8}$ VI. $\sqrt[6]{(-6)^6}$

İfadelerini üslü biçimde yazalım.

Çözüm:

- I. $\sqrt[7]{5^4} = 5^{\frac{4}{7}}$
 II. $\sqrt[7]{3^7} = 3$
 III. $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$
 IV. $\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2$
 V. $\sqrt[8]{(-11)^8} = |-11| = 11$
 VI. $\sqrt[6]{(-6)^6} = |-6| = 6$

Örnek 2:

$$\sqrt{(-3)^2} + \sqrt[3]{-27} + \sqrt[4]{(-81)^2}$$

İşleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} & \sqrt{(-3)^2} + \sqrt[3]{-27} + \sqrt[4]{(-81)^2} \\ & = |-3| + \sqrt[3]{(-3)^3} + \sqrt[4]{9^4} \\ & = 3 + (-3) + 9 = 9 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek 3:

 $y < x < 0$ olmak üzere;

$$4\sqrt{(y-x)^4} - 3\sqrt{(x-y)^3} + \sqrt{x^2}$$

İfadelerinin eşitini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} & 4\sqrt{(y-x)^4} - 3\sqrt{(x-y)^3} + \sqrt{x^2} \\ & = \underbrace{|y-x|}_{-} - \underbrace{(x-y)}_{-} + \underbrace{|x|}_{-} \\ & = -y + x - x + y - x = -x \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\sqrt[3]{-64}, \sqrt[6]{64}, \sqrt[3]{(-5)^3}, \sqrt[4]{(-4)^4}, \sqrt{\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

İfadelerinin eşitlerini bulunuz.

Soru 2:

 $x < 0$ olmak üzere;

$$\frac{\sqrt[3]{x^3}}{\sqrt[4]{x^4}} + \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt[5]{x^5}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $-2x$ B) $-x$ C) 2 D) -2 E) 0

Soru 3:

$$\frac{\sqrt{(-4)^2} - \sqrt[3]{-27}}{\sqrt[4]{(-2)^4}}$$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $-\frac{7}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$

Soru 4:

 $x < 0 < y$ olmak üzere,

$$3\sqrt{x^3} - \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} = 2x + y - 5$$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

Soru 5:

$$\sqrt[4]{8^{x-1}} = \sqrt[3]{16}$$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) $\frac{16}{3}$ B) $\frac{16}{9}$ C) $\frac{25}{3}$ D) $\frac{25}{9}$ E) $\frac{7}{9}$

Köklü İfadenin Üssünün Alınması

Bilgi

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

- I. $(\sqrt[3]{7})^4$
 II. $(\sqrt{8})^2$
 III. $(\sqrt[4]{2})^8$

İfadelerinin sonucunu bulalım.

Çözüm:

- I. $(\sqrt[3]{7})^4 = \sqrt[3]{7^4} = 7^{\frac{4}{3}}$
 II. $(\sqrt{8})^2 = \sqrt{8^2} = 8$
 III. $(\sqrt[4]{2})^8 = \sqrt[4]{2^8} = 2^{\frac{8}{4}} = 2^2 = 4$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$x = \sqrt[3]{5} \text{ ve } y = \sqrt[6]{3}$$

olduğuna göre, $x^6 \cdot y^{18}$ çarpımının değeri kaçtır?

- A) 15 B) 45 C) 225 D) 675 E) 825

Soru 2:

$$\frac{\sqrt{2^{3x+7}}}{\sqrt[3]{2^{3x-7}}} = 2^7$$

olduğuna göre, $3x$ kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

Bir Sayıyı Kök İçine Alma Ya da Kök Dışına Çıkarma

Bilgi

- $b > 0$ olmak üzere,
 $b \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b^n \cdot a}$
- n tek sayı ise,
 $\sqrt[n]{b^n \cdot a} = b \cdot \sqrt[n]{a}$
- n çift sayı ise,
 $\sqrt[n]{b^n \cdot a} = |b| \cdot \sqrt[n]{a}$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$2\sqrt{3}, 5^4\sqrt{2}, \frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{2}, (-2) \cdot \sqrt[3]{3}, -6 \cdot \sqrt{\frac{5}{6}}$$

İfadelerini kök içine alalım.

Çözüm:

$$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{12}$$

$$5 \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{5^4 \cdot 2} = \sqrt[4]{1250}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{\frac{2}{27}}$$

$$(-2) \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{(-2)^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{-24}$$

$$-6 \cdot \sqrt{\frac{5}{6}} = -1 \cdot \sqrt{6^2 \cdot \frac{5}{6}} = -\sqrt{30}$$

Örnek 2:

$$\sqrt[3]{81}, \sqrt[5]{-64}, \sqrt{(-2)^2 \cdot 5}, \sqrt{108}$$

ifadelerini kök dışına çıkararak yazalım.

Çözüm:

$$\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3^4} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3} = 3\sqrt[3]{3}$$

$$\sqrt[5]{-64} = \sqrt[5]{-2^6} = \sqrt[5]{(-2)^5 \cdot 2} = -2\sqrt[5]{2}$$

$$\sqrt{(-2)^2 \cdot 5} = |-2| \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{108} = \sqrt{36 \cdot 3} = 6\sqrt{3}$$

Örnek 3:

$$(1 - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$$

ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:

$(1 - \sqrt{3})^2 = 1 + 3 - 2\sqrt{3} = 4 - 2\sqrt{3}$ ifadesini kök içine alalım. Ancak, $1 - \sqrt{3} < 0$ ve kök kuvveti çift sayı olduğundan -1 kök dışında kalmalıdır.

O halde,

$$\begin{aligned} (1 - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} &= -1 \cdot \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2 \cdot (4 + 2\sqrt{3})} \\ &= -\sqrt{(4 - 2\sqrt{3}) \cdot (4 + 2\sqrt{3})} \\ &= -\sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} \\ &= -\sqrt{16 - 12} \\ &= -2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\text{I. } (-2) \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{12}} \quad \text{II. } \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \sqrt[4]{\frac{3}{2}} \quad \text{III. } (-1) \cdot \sqrt[5]{7}$$

Yukarıdaki ifadeleri kök içine alınız.

Soru 2:

$$\sqrt[3]{-250}, \sqrt[4]{32}, \sqrt{150}, \sqrt[4]{(-3)^4 \cdot 5}$$

ifadelerini kök dışına çıkarınız.

Soru 3:

$$xy \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{xy}}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

$$\begin{aligned} \text{A) } \sqrt[3]{x^2 y^2} \quad & \text{B) } \sqrt[3]{xy} \quad & \text{C) } \sqrt{xy} \\ \text{D) } \sqrt[3]{\frac{1}{xy}} \quad & \text{E) } \sqrt[3]{\frac{1}{x^2 y^2}} \end{aligned}$$

Soru 4:

$a < 0 < b$ olmak üzere,

$$ab \cdot \sqrt{\frac{1}{ab}}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

$$\text{A) } 1 \quad \text{B) } -1 \quad \text{C) } \sqrt{ab} \quad \text{D) } -\sqrt{ab} \quad \text{E) } \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Kök Derecesinin Genişletilmesi Ya da Sadeleştirilmesi

Bilgi

Bir köklü ifadenin kuvveti ile kök içindeki ifadenin üssü aynı sayı ile tanım şartlarına uygun bir şekilde çarpılabilir (kök kuvvetini genişletme) veya bölünebilir (kök kuvvetini sadeleştirme).

$r \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nr]{a^{m \cdot r}} = \sqrt[nr]{a^{\frac{m}{r}}}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

- $\sqrt[4]{3}$ sayısının derecesini 5 ile,
- $\sqrt[5]{-2}$ sayısının derecesini 3 ile,
- $\sqrt[3]{-2}$ sayısının derecesini 2 ile genişletelim.

Çözüm:

- $\sqrt[4]{3} = \sqrt[4 \cdot 5]{3^{1 \cdot 5}} = \sqrt[20]{3^5} = \sqrt[20]{243}$
- $\sqrt[5]{-2} = \sqrt[5 \cdot 3]{(-2)^{1 \cdot 3}} = \sqrt[15]{(-2)^3} = \sqrt[15]{-8}$
- $\sqrt[3]{-2} = -\sqrt[3]{2} = -\sqrt[2 \cdot 3]{2^2} = -\sqrt[6]{4}$

Örnek 2:

$$\text{I. } \sqrt[15]{64} \quad \text{II. } \sqrt[6]{81} \quad \text{III. } \sqrt[10]{7^4}$$

sayılarının derecelerini sadeleştirelim.

Çözüm:

- $\sqrt[15]{64} = \sqrt[15]{2^6} = \sqrt[3]{2^{\frac{6}{5}}} = \sqrt[5]{2^2} = \sqrt[5]{4}$
- $\sqrt[6]{81} = \sqrt[6]{3^4} = \sqrt[2]{3^{\frac{4}{3}}} = \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{9}$
- $\sqrt[10]{7^4} = \sqrt[2]{7^{\frac{4}{5}}} = \sqrt[5]{7^2} = \sqrt[5]{49}$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$\sqrt{2}$ sayısı ile $\sqrt[5a]{1024}$ sayısı aynı sayıyı belirttiğine göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Soru 2:

$$\sqrt[3]{3} = \sqrt[2x]{81}$$

$$\sqrt[3y]{25} = \sqrt{5}$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

Soru 3:

$$\sqrt[3]{(54 \cdot \sqrt{2})^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 72 B) 36 C) 27 D) 18 E) 9

KÖKLÜ İFADELERDE İŞLEMLER

Toplama - Çıkarma:

Bilgi

İki köklü ifadenin toplanabilmesi (veya çıkarılabilmesi) için bu iki ifadenin kök kuvveti aynı ve köklerin içindeki ifadeler de birbirine eşit olmalıdır.

$$x \cdot \sqrt[n]{a} + y \cdot \sqrt[n]{a} - z \cdot \sqrt[n]{a} = (x + y - z) \cdot \sqrt[n]{a}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$\frac{\sqrt{75} + \sqrt{108} - \sqrt{300}}{\sqrt{48}} + \frac{\sqrt{2} + 3}{4}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{75} + \sqrt{108} - \sqrt{300}}{\sqrt{48}} + \frac{\sqrt{2} + 3}{4} \\ &= \frac{\sqrt{25 \cdot 3} + \sqrt{36 \cdot 3} - \sqrt{100 \cdot 3}}{\sqrt{16 \cdot 3}} + \frac{\sqrt{2} + 3}{4} \\ &= \frac{5\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 10\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{4} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{4} \\ &= \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{4} = 1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

Örnek 2:

$$\frac{\sqrt{0,18} + \sqrt{2,42} - \sqrt{0,72}}{\sqrt{8}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{0,18} + \sqrt{2,42} - \sqrt{0,72}}{\sqrt{8}} \\ &= \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{0,09} + \sqrt{1,21} - \sqrt{0,36})}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{0,3 + 1,1 - 0,6}{2} = \frac{0,8}{2} = 0,4 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\sqrt{1,69} + \sqrt{1,44} - \sqrt{0,25}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 2

Soru 2:

$$\sqrt{0,04} + \sqrt[3]{0,008} - \sqrt[4]{0,0016}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{15}$

Soru 3:

$$\frac{\sqrt{12} - \sqrt{192}}{\sqrt{48}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{7}{2}$ B) $-\frac{5}{2}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) 1

Çarpma - Bölme

Bilgi

Kök kuvvetleri aynı olan köklü ifadeler çarpılabilir veya bölünebilir.

Tanımlı olduğu durumlarda,

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \text{ dir.}$$

Kök dereceleri farklı ise, dereceler eşitlendikten sonra çarpma veya bölme yapılır.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$\frac{\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{9}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{9}} &= \sqrt[4]{\frac{3 \cdot 243}{9}} \\ &= \sqrt[4]{81} \\ &= \sqrt[4]{3^4} = 3 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek 2:

$$(\sqrt{27} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{3})$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} & (\sqrt{27} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{3}) \\ & \Rightarrow = (3\sqrt{3} + \sqrt{3}) \cdot (2\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{3}) \\ & \text{Kök derecelerini } (2, 3)_{\text{ökek}} = 6 \text{ da eşitleyelim.} \\ & = (4\sqrt{3}) \cdot (\sqrt[3]{3}) \\ & = 4 \cdot \sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[3]{3} \\ & = 4 \cdot \sqrt[6]{27 \cdot 9} \\ & = 4 \cdot \sqrt[6]{243} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek 3:

$$\frac{\sqrt{0,49} + \sqrt{0,25}}{\sqrt{0,09} - \sqrt{0,01}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

1. yol:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{0,49} + \sqrt{0,25}}{\sqrt{0,09} - \sqrt{0,01}} &= \frac{\sqrt{\frac{49}{100}} + \sqrt{\frac{25}{100}}}{\sqrt{\frac{9}{100}} - \sqrt{\frac{1}{100}}} = \frac{\frac{7}{10} + \frac{5}{10}}{\frac{3}{10} - \frac{1}{10}} \\ &= \frac{7+5}{3-1} \\ &= 6 \text{ dir.} \end{aligned}$$

2. yol:

Verilen ifadenin pay ve paydasını $\sqrt{100}$ ile çarpalım.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{100}(\sqrt{0,49} + \sqrt{0,25})}{\sqrt{100}(\sqrt{0,09} - \sqrt{0,01})} &= \frac{\sqrt{49} + \sqrt{25}}{\sqrt{9} - \sqrt{1}} \\ &= \frac{7+5}{3-1} = 6 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek 4:

$$\frac{\sqrt{14,4} + \sqrt{0,4}}{\sqrt{16,9} - \sqrt{3,6}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

Verilen kesrin pay ve paydasını $\sqrt{10}$ ile çarpalım.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{10}(\sqrt{14,4} + \sqrt{0,4})}{\sqrt{10}(\sqrt{16,9} - \sqrt{3,6})} &= \frac{\sqrt{144} + \sqrt{4}}{\sqrt{169} - \sqrt{36}} \\ &= \frac{12+2}{13-6} = 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

 $0 < m < n$ olmak üzere,

$$\frac{\sqrt[3]{m.n}}{\sqrt[4]{m.n}}$$

İfadelerinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $m.n$ B) $\sqrt[12]{m.n}$ C) $\sqrt[3]{m.n}$ D) $\sqrt[12]{\frac{m}{n}}$ E) 1

Soru 2:

$$\frac{\sqrt{6,25} - \sqrt{1,69}}{\sqrt{0,25} + \sqrt{0,09} - \sqrt{0,04}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Soru 3:

$$\frac{\sqrt{0,9} + \sqrt{0,1}}{\sqrt{8,1} - \sqrt{2,5}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{10}$

Soru 4:

$$\frac{\sqrt{6,3} + \sqrt{2,7}}{\sqrt{2,8} + \sqrt{1,2}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{9}{4}$

Soru 5:

$$\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{4,4} - \sqrt{1,1}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 11 B) $\sqrt{11}$ C) $\sqrt{10}$ D) $\frac{11}{\sqrt{10}}$ E) 10

Soru 6:

$$\sqrt{5} - \sqrt{3} = n$$

olduğuna göre, $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ ün n cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{n}{2}$ B) n C) $\frac{1}{n}$ D) $\frac{2}{n}$ E) $2n$

Paydayı Rasyonel Yapma

Paydasında köklü terim bulunan bir kesrin paydasını kökten kurtarma işlemidir.

Bilgi

 $n > m$ ve $b \neq 0$ olmak üzere,
 $\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}}$ ifadesinin pay ve paydası $\sqrt[n]{b^{n-m}}$ ile çarpılarak paydası kökten kurtarılır.

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b} \text{ ve } \frac{a}{\sqrt{a}} = \sqrt{a} \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

- I. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ II. $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$ III. $\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$
IV. $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}}$ V. $\frac{n}{\sqrt[3]{m}} + \frac{m}{\sqrt[4]{n}}$

İfadelerinin paydalarını rasyonel yapalım.

Çözüm:

$$I. \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$II. \frac{3}{\sqrt[3]{4}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{4^2}}{\sqrt[3]{4^3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{16}}{4}$$

$$III. \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt[3]{9}}{3}$$

$$IV. \frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{a\sqrt{b}}{b} + \frac{b\sqrt{a}}{a} \\ = \frac{a^2 \cdot \sqrt{b} + b^2 \cdot \sqrt{a}}{a \cdot b}$$

$$V. \frac{n}{\sqrt[3]{m}} + \frac{m}{\sqrt[4]{n}} = \frac{n \cdot \sqrt[3]{m^2}}{m} + \frac{m \cdot \sqrt[4]{n^3}}{n} \\ = \frac{n^2 \cdot \sqrt[3]{m^2} + m^2 \cdot \sqrt[4]{n^3}}{n \cdot m} \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\frac{5}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt[4]{5}}, \frac{1}{\sqrt[3]{2}}, \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{5}}$$

İfadelerinin paydalarını rasyonel yapınız.

Soru 2:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{12}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{5}{3}$ C) -1 D) $\frac{2}{5}$ E) $2\sqrt{3}$

Soru 3:

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} + \frac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}}$$

İfadelerinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt[6]{x} + \sqrt[4]{x^3}$ B) $\sqrt[6]{x} + \frac{\sqrt[4]{x^3}}{x}$
C) $\sqrt[6]{x} + \sqrt[3]{x}$ D) $\sqrt[6]{x^7} + \sqrt[4]{x^3}$

E) 1

Bilgi

$(\sqrt{a} - \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b$ olduğundan, paydada $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ veya $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ ifadelerinden biri varken diğeri ile pay ve payda çarpılarak paydada $a - b$ elde edilir.

$$\frac{x}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{x \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a - b}$$

$$\frac{x}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})} = \frac{x \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b} \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$\frac{4}{\sqrt{5} + 1} - \frac{4}{3 - \sqrt{5}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{4}{\sqrt{5} + 1} - \frac{4}{3 - \sqrt{5}} &= \frac{4 \cdot (\sqrt{5} - 1)}{5 - 1} - \frac{4 \cdot (3 + \sqrt{5})}{9 - 5} \\ &= \frac{4(\sqrt{5} - 1)}{4} - \frac{4(3 + \sqrt{5})}{4} \\ &= \sqrt{5} - 1 - (3 + \sqrt{5}) \\ &= \sqrt{5} - 1 - 3 - \sqrt{5} = -4 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek 2:

$$\sqrt{\frac{4 - \sqrt{5}}{4 + \sqrt{5}}} + \sqrt{\frac{4 + \sqrt{5}}{4 - \sqrt{5}}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{4 - \sqrt{5}}{4 + \sqrt{5}}} + \sqrt{\frac{4 + \sqrt{5}}{4 - \sqrt{5}}} &= \sqrt{\frac{(4 - \sqrt{5})^2}{16 - 5}} + \sqrt{\frac{(4 + \sqrt{5})^2}{16 - 5}} \\ &= \frac{|4 - \sqrt{5}|}{\sqrt{11}} + \frac{|4 + \sqrt{5}|}{\sqrt{11}} \\ &= \frac{4 - \sqrt{5}}{\sqrt{11}} + \frac{4 + \sqrt{5}}{\sqrt{11}} \\ &= \frac{8}{\sqrt{11}} = \frac{8\sqrt{11}}{11} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\frac{2}{2 + \sqrt{5}} - \frac{10}{\sqrt{5}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) $\sqrt{5}$ C) $-\sqrt{5}$ D) -4 E) -5

Soru 2:

$$\sqrt{27} + \sqrt{12} - \frac{6}{\sqrt{3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-2\sqrt{3}$ B) $-\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{3}$

Soru 3:

a ve b, birer rasyonel sayıdır.

$$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = a + b\sqrt{3}$$

olduğuna göre, a . b çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

Soru 4:

$$\frac{3}{3 - \sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{5} - 1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\sqrt{5}$

Soru 5:

$$\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{5 - \frac{\sqrt{5}}{5 - 2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-2\sqrt{5}$ B) $-\sqrt{5}$ C) 0 D) 1 E) $\sqrt{5}$

Soru 6:

$$\sqrt{0,24} + \sqrt{0,54} + \sqrt{1,5}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{6}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{10}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{5}$

Bilgi

I. $\frac{1}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}}$ şeklindeki ifadelerde, pay ve payda $\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$ ile çarpılırsa payda kökten kurtulmuş olur.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} = \frac{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}{a - b} \text{ dir.}$$

II. $\frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$ şeklindeki ifadelerde, pay ve payda $\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$ ile çarpılırsa payda kökten kurtulmuş olur.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = \frac{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}{a + b} \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2}}$$

ifadesinin paydasını rasyonel yapalım.

Çözüm:

Pay ve paydayı $\sqrt[3]{4^2} + \sqrt[3]{4 \cdot 2} + \sqrt[3]{2^2}$ ile çarpalım.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2}} &= \frac{\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{4}}{(\sqrt[3]{4})^3 - (\sqrt[3]{2})^3} \\ &= \frac{\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{4}}{4 - 2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek 2:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{9}}$$

ifadesinin paydasını kökten kurtaralım.

Çözüm:

Pay ve paydayı $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}$ ile çarpalım.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{9}} \\ \Rightarrow & = \frac{1}{\sqrt[3]{2^2} - \sqrt[3]{2 \cdot 3} + \sqrt[3]{3^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}} \\ & = \frac{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}}{(\sqrt[3]{2})^3 + (\sqrt[3]{3})^3} \\ & = \frac{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}}{5} \text{ tir.} \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

a) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{3}}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{3}}$

İfadelerinin paydalarını rasyonel yapınız.

Soru 2:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x \cdot y} + \sqrt[3]{y^2}}$$

İfadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + y$ B) $x - y$ C) $\frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}}{x - y}$

D) $\frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}}{x - y}$ E) $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{x + y}$

İÇ İÇE KÖKLER

Sonlu Durumlar

Bilgi

■ $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

■ $\sqrt[n]{a} \sqrt[m]{b} \sqrt[p]{c} = \sqrt[n \cdot m \cdot p]{a^m \cdot b^n \cdot c^p}$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$\sqrt[3]{\sqrt[5]{5}}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\sqrt[3]{\sqrt[5]{5}} = \sqrt[3 \cdot 5]{5} = \sqrt[15]{5} \text{ tir.}$$

Örnek 2:

$\sqrt[4]{3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}}}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\sqrt[4]{3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}}} = \sqrt[4 \cdot 3]{3 \cdot \frac{1}{3}} = \sqrt[12]{1} = 1 \text{ tir.}$$

Örnek 3:

$$\sqrt{3 \cdot \sqrt[4]{5}} = \sqrt[4]{3 \cdot \sqrt{x}}$$

eşitliğini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sqrt{3 \cdot \sqrt[4]{5}} &= \sqrt[4]{3 \cdot \sqrt{x}} \Rightarrow \sqrt[2 \cdot 4]{3^4 \cdot 5} = \sqrt[4]{3^2 \cdot x} \\ &\Rightarrow \sqrt[8]{3^4 \cdot 5} = \sqrt[4]{3^2 \cdot x} \\ &\Rightarrow 3^4 \cdot 5 = 3^2 \cdot x \\ &\Rightarrow x = 45 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$A = \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$$

$$B = \sqrt[3]{2\sqrt[2]{2}}$$

olduğuna göre, A sayısı B'nin kaç katıdır?

A) $12\sqrt[2]{\frac{1}{2}}$ B) $\sqrt[6]{\frac{1}{2}}$ C) $\sqrt[6]{2}$ D) $12\sqrt[2]{2}$ E) 2

Soru 2:

$$\frac{\sqrt{a \cdot b} \cdot \sqrt{b \cdot a}}{\sqrt{a \cdot b}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt[4]{a \cdot b}$ B) $\sqrt[3]{a \cdot b}$ C) $\sqrt{a \cdot b}$

D) $a \cdot b$ E) $a^2 \cdot b^2$

Soru 3:

$$\sqrt[5]{8 \cdot \sqrt{a}} = \sqrt[32]{5 \cdot 2}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 2 B) 2^{11} C) 2^{21} D) 2^{27} E) 3^{31}

Sonsuz Durumlar

Bilgi

■ $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \cdots = \sqrt[n]{a^n} = \sqrt[n]{a}$

■ $\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{a} : \cdots = \sqrt[n]{a^{n+1}}$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$\sqrt[3]{64 \cdot \sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{64} \cdots}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\sqrt[3]{64 \cdot \sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{64} \cdots} = \sqrt[3]{64 \cdot 64 \cdot 64 \cdots} = \sqrt[3]{64^3} = \sqrt[3]{268435456} = 64 \text{ dir.}$$

Örnek 2:

$$\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{3} \cdots}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{3} \cdots}} &= \sqrt{2^3 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{2^3 \cdot 3 \cdots}} \\ \Rightarrow &= \sqrt[6]{2^6 \cdot 3^2} = \sqrt[6]{2^6 \cdot 3^2} = \sqrt[6]{2^6 \cdot 3^2} = 2 \cdot \sqrt[3]{3} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek 3:

$$\sqrt{64 : \sqrt{64 : \sqrt{64 : \cdots}}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\sqrt{64 : \sqrt{64 : \sqrt{64 : \cdots}}} = \sqrt{64 : 64} = \sqrt{1} = 1 \text{ tür}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\sqrt[3]{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \dots} = \sqrt[3]{4}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Soru 2:

$$\sqrt[3]{n : \sqrt[3]{n} : \sqrt[3]{n} : \dots} = 4$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 4 B) 4² C) 2⁸ D) 2¹² E) 2¹⁶

Bilgi

■ $a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$\sqrt{a(a+1)} + \sqrt{a(a+1)} + \sqrt{a(a+1)} + \dots = a+1$$

$$\sqrt{a(a-1)} - \sqrt{a(a-1)} - \sqrt{a(a-1)} - \dots = a \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$\sqrt{8 + \sqrt{56 + \sqrt{56 + \sqrt{56 + \dots}}}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\sqrt{56 + \sqrt{56 + \dots}} = \sqrt{8 \cdot 7 + \sqrt{8 \cdot 7 + \dots}} = 8 \text{ dir.}$$

$$\sqrt{8 + \sqrt{56 + \sqrt{56 + \dots}}} = \sqrt{8 + 8} = \sqrt{16} = 4 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:

$$\sqrt{a^2 - a + \sqrt{a^2 - a + \sqrt{a^2 - a + \dots}}} = 20$$

olduğuna göre, a yı bulalım.

Çözüm:

$$\sqrt{a^2 - a + \sqrt{a^2 - a + \dots}} = \sqrt{a \cdot (a-1) + \sqrt{a \cdot (a-1) + \dots}}$$

$$\sqrt{a \cdot (a-1) + \sqrt{a \cdot (a-1) + \dots}} = a = 20$$

O halde, $a = 20$ bulunur.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\sqrt{x - \sqrt{x - \sqrt{x - \dots}}} = 9$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 54 B) 56 C) 72 D) 90 E) 99

Soru 2:

$$\sqrt{7 - a + \sqrt{7 - a + \sqrt{7 - a + \dots}}} = 5$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -15 B) -13 C) -5 D) 5 E) 25

Bilgi

■ $x = a + b$, $y = a \cdot b$ ve $a > b$ olmak üzere;

$$\sqrt{x + 2\sqrt{y}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{x - 2\sqrt{y}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$

Çözüm:

$$\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{(2+3) + 2\sqrt{2 \cdot 3}} = \sqrt{3} + \sqrt{2} \text{ dir.}$$

Örnek 2:

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}} \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$

Çözüm:

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} \text{ ifadesinin içini 2 ile çarpıp, bölelim.}$$

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} \text{ dir.}$$

Aynı işlem $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ e uygulanırsa

$$\sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2 + \sqrt{3}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek 3:

$$\sqrt{10 - 4\sqrt{6}} \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sqrt{10 - 4\sqrt{6}} &= \sqrt{10 - 2 \cdot 2\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{10 - 2\sqrt{24}} = \sqrt{6} - \sqrt{4} = \sqrt{6} - 2 \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\sqrt[4]{7 - 2\sqrt{12}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

Soru 2:

$$\sqrt{4 + \sqrt{7}} - \sqrt{4 - \sqrt{7}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{14}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C) $\sqrt{7}$ D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

Soru 3:

 $a < b$ ve a, b ardışık sayma sayıları olmak üzere;

$$\frac{\sqrt{a \cdot b} - \sqrt{a \cdot b} - \sqrt{a \cdot b} - \dots}{\sqrt{a + b - 2\sqrt{a \cdot b}}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$ C) $\frac{a}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$

- D) $\frac{a}{\sqrt{b} - \sqrt{a}}$ E) $\frac{b}{\sqrt{b} - \sqrt{a}}$

KÖKLÜ İFADELERDE SIRALAMA

Bilgi

- Tanımlı olduğu durumlarda,

$$x < y < z \Leftrightarrow \sqrt[n]{x} < \sqrt[n]{y} < \sqrt[n]{z} \text{ dir.}$$

Yani köklü sayılar sıralanırken kök dereceleri eşitlenir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$a = \sqrt{5}, \quad b = \sqrt[3]{6}, \quad c = \sqrt[4]{8}$$

ifadelerini sıralayalım.

Çözüm:

Kök dereceleri (2, 3, 4)_{okek} = 12 de eşitlenir.

$$a = \sqrt{5} = \sqrt[12]{5^6} = \sqrt[12]{5^6}$$

$$b = \sqrt[3]{6} = \sqrt[12]{6^4} = \sqrt[12]{6^4}$$

$$c = \sqrt[4]{8} = \sqrt[12]{8^3} = \sqrt[12]{2^9}$$

$5^6 > 6^4 > 2^9$ olduğundan $a > b > c$ dir.

Örnek 2:

$$m = \frac{1}{4\sqrt{3}}, \quad n = \frac{1}{5\sqrt{4}}, \quad r = \frac{1}{3\sqrt{2}}$$

olduğuna göre, m, n, r sayılarını sıralayalım.

Çözüm:

Önce $\sqrt[4]{3}$, $\sqrt[5]{4}$ ve $\sqrt[3]{2}$ ifadelerini sıralayalım.

$$\sqrt[4]{3} = \sqrt[60]{3^{15}} = \sqrt[60]{3^{15}}$$

$$\sqrt[5]{4} = \sqrt[120]{4^{24}} = \sqrt[120]{2^{48}}$$

$$\sqrt[3]{2} = \sqrt[60]{2^{20}} = \sqrt[60]{2^{20}}$$

$\sqrt[60]{2^{24}} > \sqrt[60]{3^{15}} > \sqrt[60]{2^{20}}$ olduğundan,

$\sqrt[5]{4} > \sqrt[4]{3} > \sqrt[3]{2}$ dir.

$\frac{1}{\sqrt[5]{4}} < \frac{1}{\sqrt[4]{3}} < \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ olduğu için $n < m < r$ dir.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad b = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}, \quad c = \frac{1}{\sqrt[6]{6}}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

✓ A) $b < a < c$ B) $a < b < c$ C) $b < c < a$

D) $c < b < a$ E) $a < c < b$

Soru 2:

$$x = \sqrt{13} - \sqrt{4}$$

$$y = \sqrt{11} - \sqrt{6}$$

$$z = \sqrt{10} - \sqrt{7}$$

olduğuna göre, x, y, z sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x < y < z$ B) $y < z < x$ ✓ C) $z < y < x$

D) $z < x < y$ E) $x < z < y$

1. $x < 0$ olmak üzere;

$$\frac{\sqrt{x^2} - \sqrt[3]{x^3}}{\sqrt[5]{(-x)^5}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) $2x$ C) x D) $-x$ E) -2

$$2. \quad \frac{6}{\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{12}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3}$

$$3. \quad \sqrt{0,0016} + \sqrt{0,0256}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0,01 B) 0,02 C) 0,1 D) 0,2 E) 0,4

$$4. \quad \sqrt[3]{-10 + \sqrt{1 + \sqrt{9}}}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 3

5. $\sqrt{507}$ sayısı aşağıdakilerden hangisi ile çarpılırsa bir rasyonel sayı elde edilir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) $\sqrt{7}$

$$6. \quad \sqrt{25x^2 - 25} - \sqrt{16x^2 - 16} = 3$$

eşitliğini sağlayan x in pozitif değeri kaçtır?

A) $\sqrt{10}$ B) 3 C) $2\sqrt{2}$ D) $\sqrt{7}$ E) $\sqrt{6}$

$$7. \quad \frac{\sqrt[4]{a^3a}}{\sqrt[5]{a^3a^2}}$$

oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$ B) a C) $\sqrt{a}$ D) $\sqrt[3]{a}$ E) 1

$$8. \quad \sqrt{1,8} \cdot a = \sqrt{1,6}$$

eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ E) 1

9. $\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $2\sqrt{7}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 5
D) $\sqrt{7}-\sqrt{2}$ E) $\sqrt{7}+\sqrt{2}$

10. $\sqrt{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D) $\sqrt{10}$ E) $\sqrt{15}$

11. $18\sqrt[3]{9^{x-3}} \cdot \sqrt[9]{3^{x+1}} = 1$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $\frac{\sqrt{0,25} + \sqrt[3]{0,008}}{\sqrt{0,01}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 5 D) 4 E) 3

13. $\frac{\sqrt{75}-\sqrt{12}+\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 7 B) 5 C) $2\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{3}$

14. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$, $\sqrt{5} = c$

olduğuna göre, $\sqrt{2,2}$ ifadesinin a, b ve c cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a.b}{c}$ B) $\frac{a^2.b}{c}$ C) $\frac{a.b^2}{c^2}$ D) $\frac{a.c^2}{b}$ E) $\frac{a^2.c}{b^2}$

15. $(\sqrt{2,5} - \sqrt{1,6} + \sqrt{0,9}) \cdot \frac{1}{\sqrt{0,1}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 1 D) 0,1 E) 0,4

16. $\frac{3}{\sqrt{x+6}} - \frac{2}{\sqrt{4-x}}$

ifadesini tanımlı yapan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) -13 B) -11 C) -9 D) -7 E) -5

1. a pozitif bir reel sayıdır.

$$\sqrt{(-a)^2} + \sqrt[3]{a^3} + \sqrt{a^2}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2a B) -a C) a D) 2a E) 3a

2. $\sqrt{12 - \sqrt{7} + \sqrt{12 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{27}}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $\sqrt{10}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{5}$

3. $a = 2^{1-2x}$ olduğuna göre,

$2^2 + 3^x$ ifadesinin a cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt[3]{\frac{4}{a^2}}$ B) $\frac{8\sqrt{2a}}{a^2}$ C) $\frac{3}{4}\sqrt[4]{a^3}$
D) $\frac{2}{3\sqrt[3]{a^2}}$ E) $2a\sqrt{a}$

4. a, b ve c sıfırdan farklı reel sayılardır.

$$c = \frac{\sqrt{2a-b} + 2a+b}{b+\sqrt{b-2a}}$$

olduğuna göre, c kaçtır?

- A) 2 B) 2b C) 4 D) 1 E) $a-2b$

5. $\frac{\sqrt{0,54} + \sqrt{0,27}}{\sqrt{0,04} - \sqrt{0,01}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 25 B) 24 C) 18 D) 12 E) 8

6. $A = \frac{1}{(1-\sqrt{3})^2}$ ve $B = \frac{1}{\sqrt{3}+1}$

olduğuna göre, $\sqrt{A} + B$ toplamı kaç eşittir?

- A) $\sqrt{3}$ B) $-\sqrt{3}$ C) -1 D) 1 E) 2

7. $x = \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{9}$
 $y = \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{27}$

olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) 3 D) 9 E) 27

8. $a = \sqrt{5} - \sqrt{3}$

olduğuna göre, $\sqrt{20} + \sqrt{12}$ sayısının a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^2 + 2a$ B) $4a^2$ C) $\frac{a^2}{2-a}$
D) $\frac{4}{a}$ E) $\frac{2}{a}$

9. $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{9}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) $\sqrt{3}$ D) 4 E) 5

10. $\frac{1}{\sqrt{(0,25)^{x-2}}} = 8^{1-x}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

11. $\sqrt[3]{3^{11}-3^9}$
sayısı x in aşağıdaki değerlerinden hangisi için bir tamsayı olur?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. $\sqrt[3]{a\sqrt{a}} = 8$
olduğuna göre, a kaçtır?

A) 2^4 B) 2^9 C) 2^{12} D) 2^{16} E) 2^{18}

13. $\sqrt{5} + \sqrt{17} + \sqrt{10} + \sqrt{34}$
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{5} + \sqrt{17}$ B) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ C) $\sqrt{17}$
D) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{17}}{\sqrt{2} - 1}$ E) $\frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{17}}$

14. $a = \sqrt{6 - 2\sqrt{8}}$
 $b = \sqrt{6 + 2\sqrt{8}}$

olduğuna göre, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) 3 C) $2\sqrt{2}$ D) 5 E) 6

15. $b:c = 4$ ve $b + c = 3$

olduğuna göre, $(\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c}) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c})$ çarpımının değeri kaçtır?

A) $a - 1$ B) $a + 1$ C) $2a$ D) a E) $-a$

16. $\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3}) \cdot \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{3}) \cdot \sqrt{8+2\sqrt{15}}}}$
işleminin sonucu kaçtır?

A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) 1 E) 0

17. $\left[\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \frac{1}{4+2\sqrt{3}} \right] - \frac{3}{2\sqrt{3}}$
işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 B) $2 + \sqrt{3}$ C) $3 + \sqrt{3}$
D) $3 - \sqrt{3}$ E) $6 - 2\sqrt{3}$

18. $(\sqrt{5}+1) \cdot \sqrt{6-\sqrt{20}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 B) 4 C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{5} - 1$ E) $2\sqrt{5} - 1$

19. $\sqrt{3+4\sqrt{3+4\sqrt{3+4\sqrt{3+...}}}}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{7}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{2}$ D) $2 + \sqrt{7}$ E) $2 - \sqrt{7}$

20. $a = \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$, $b = \sqrt{2+\sqrt{2}}$, $c = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}$

olduğuna göre, $a.b.c$ çarpımı kaçtır?

A) $2 + \sqrt{2}$ B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

1. $c < 0 < a < b$ olmak üzere;

$$\frac{\sqrt[3]{(b-a)^3 - \sqrt{c^2}}}{\sqrt[4]{(a-b)^4 + \sqrt[3]{c^3}}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a}{b}$ B) 1 C) b D) $-a$ E) $\frac{a}{c}$

2. $\sqrt{3} - \sqrt{5} = a$ olduğuna göre, $\sqrt{60}$ in a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3 - a^2$ B) $5 - a^2$ C) $6 - a^2$
D) $8 - a^2$ E) $15 - a^2$

3. $a = \frac{3}{\sqrt[3]{2}}$, $b = \frac{3}{\sqrt[4]{5}}$, $c = \frac{3}{\sqrt{3}}$

olduğuna göre, a, b, c sayılarının sıralanışı aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $a < b < c$ B) $c < b < a$
C) $c < a < b$ D) $b < a < c$
E) $b < c < a$

4. $\frac{\sqrt{\frac{11}{2} + \sqrt{10}} - \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $1 + \sqrt{5}$ E) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$

5. $x = \sqrt{17+2\sqrt{72}}$

olduğuna göre, $\frac{1}{x} + x$ toplamı kaçtır?

A) $6\sqrt{2}$ B) 6 C) $4\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{2}$

6. $\sqrt{2 + \sqrt[3]{x\sqrt{x}}} = 2\sqrt{2}$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 16 D) 36 E) 64

7. $4 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{5}{4}\right)^3} + \sqrt[4]{\left(1 - \frac{5}{9}\right)^{-2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 14 B) $\frac{29}{2}$ C) 15 D) $\frac{33}{2}$ E) 17

8. $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1} - \frac{3 - \sqrt{6}}{\sqrt{6}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

9. $\sqrt[4]{9-4\sqrt{5}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B)
- $2\sqrt{5}$
- C)
- $3\sqrt{5}$
- D)
- $\sqrt{5}$
- E)
- $\sqrt{5}+\sqrt{2}$

10. $a < b < 0$ olmak üzere;

$$\sqrt[4]{\sqrt{a^4+2b^4}+\sqrt{a^4-2b^4}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{a^4+2b^4}-\sqrt{a^4-2b^4}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $a\sqrt{2}$
- B)
- $b\sqrt{3}$
- C)
- $2a$
- D)
- $-a\sqrt{2}$
- E)
- $-b\sqrt{2}$

11. $1 + \frac{2}{\sqrt{3}+1} = x$

olduğuna göre, $\sqrt{4-\sqrt{12}}$ ifadesinin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $x+1$
- B)
- $2x+1$
- C)
- $2-x$
-
- D)
- $x-1$
- E)
- $2x-1$

12. $2^{\sqrt{x}} = 16^x$

eşitliğini sağlayan x in reel sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 4 B)
- $\frac{1}{4}$
- C)
- $\frac{1}{8}$
- D)
- $\frac{1}{16}$
- E)
- $\frac{1}{32}$

13. $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[5]{a^3} = 9^7$

olduğuna göre, $\sqrt[5]{a}$ nın değeri kaçtır?

- A) 1 B) 8 C) 27 D) 64 E) 125

14. $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt[4]{17+2\sqrt{72}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B)
- $\sqrt{2}+1$
- C)
- $\sqrt{2}-1$
-
- D)
- $\sqrt{\sqrt{2}+1}$
- E)
- $\sqrt[4]{2}+1$



15. $x = \sqrt{4+\sqrt{9+\sqrt{9}}}$ ve $y = \sqrt{3}-1$

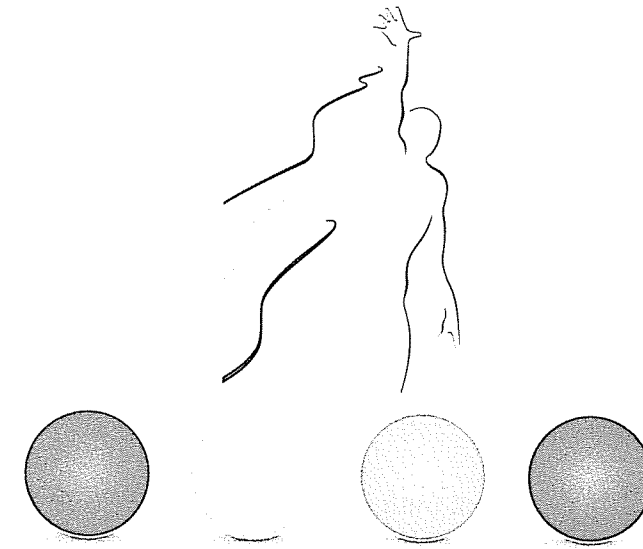
olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

- A)
- $\sqrt{3}+1$
- B)
- $\sqrt{3}$
- C)
- $2\sqrt{3}$
- D) 2 E) -2

16. $x = \sqrt{13}-\sqrt{12}$
 $y = \sqrt{14}-\sqrt{11}$
 $z = \sqrt{15}-\sqrt{10}$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)
- $x < y < z$
- B)
- $x < z < y$
-
- C)
- $z < y < x$
- D)
- $y < x < z$
-
- E)
- $z < x < y$



BÖLÜM 3

ÇARPANLARA AYIRMA

Çarpınlara ayırma soruları ÖSS sınavında hem birinci hem ikinci kısım da sorulduğu için Matematik 2 (1. Kitap) deki bu bölüm Ölçme Testleri değiştirilerek burayada alınmıştır.

ÇARPANLARA AYIRMA YÖNTEMLERİ

Ortak Çarpan Parantezine Alma

Bilgi

Toplam fark şeklindeki ifadeleri çarpım şekline getirebilmek için varsa her terimdeki ortak çarpan, ortak çarpan parantezine alınır.

$$P(x).Q(x) \pm P(x).B(x) = P(x).[Q(x) \pm B(x)]$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

I. $ax + ay - az \Rightarrow a(x + y - z)$

II. $xay + ybx \Rightarrow xy(a + b)$

III. $3a^2b^3 + 6a^3b^2 \Rightarrow 3a^2b^2(b + 2a)$

IV. $4mn^2 - 6m^2n^3 - 10m^3n^4 \Rightarrow 2mn^2(2 - 3mn - 5m^2n^2)$

V. $5^x + 3.5^x - 2.5^x \Rightarrow 5^x(1 + 3 - 2) = 5^x \cdot 2$

VI. $3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+4} \Rightarrow 3^{x+1}(1 + 3 + 3^3)$

VII. $\frac{3y}{4x} + \frac{6y^2}{5x} + \frac{12y}{x^2} \Rightarrow 3^{x+1} \cdot 31$

Yukarıdaki ifadeleri çarpınlara ayıralım.

Çözüm:

I. $ax + ay - az = a(x + y - z)$

II. $xay + ybx = xy(a + b)$

III. $3a^2b^3 + 6a^3b^2 = 3a^2b^2(b + 2a)$

IV. $4mn^2 - 6m^2n^3 - 10m^3n^4 = 2mn^2[2 - 3mn - 5m^2n^2]$

V. $5^x + 3.5^x - 2.5^x = 5^x[1 + 3 - 2] = 2.5^x$

VI. $3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+4} = 3^{x+1}[1 + 3 + 3^3] = 31.3^{x+1}$

VII. $\frac{3y}{4x} + \frac{6y^2}{5x} + \frac{12y}{x^2} = \frac{3y}{x} \left[\frac{1}{4} + \frac{2y}{5} + \frac{4}{x} \right]$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$x^2.y + x.y^2 \quad xy(x+y)$$

İfadesinin çarpınlardan biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x^2 B) y^2 C) $x^2.y$ D) $x - y$ E) $x + y$

Soru 2:

$$(m + n)^2(m - n) - (m + n)(m - n)^2$$

İfadesinin çarpınlardan biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2m$ B) $m + 2n$ C) $m - 2n$

- D) $2n$ E) $2m + n$

Soru 3:

$$5^{x-1} + 5^{x-2} + 5^{x-4} = 755$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) -2 E) -1

Soru 4:

$$a = b + 3$$

$$a^2 - a.b = 12$$

$$1b - 4 =$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Bilgi

- $y - x = -(x - y)$
 $(y - x)^{2n} = (x - y)^{2n} \quad (n \in \mathbb{Z})$
 $(y - x)^{2n+1} = -(x - y)^{2n+1} \quad (n \in \mathbb{Z})$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

- I. $(x - y) \cdot (a + 2b) + (y - x)(b + 2a)$
 II. $(a + b)^2(a - b) + (b + a)^3(b - a)^2$
 III. $a(a - b) + b(b - a) + b - a$
 IV. $m^2(n - m)^2 - n(m - n)^3 - (n - m)^3 \cdot n$

Yukarıdaki ifadeleri çarpanlarına ayıralım.

Çözüm:

- I. $(x - y) \cdot (a + 2b) + (y - x)(b + 2a)$
 $= (x - y) \cdot (a + 2b) - (x - y) \cdot (b + 2a)$
 $= (x - y) \cdot [a + 2b - b - 2a]$
 $= (x - y) \cdot (b - a) \text{ dir.}$
 II. $(a + b)^2(a - b) + (b + a)^3(b - a)^2$
 $= (a + b)^2(a - b) + (a + b)^3(a - b)^2$
 $= (a + b)^2(a - b)[1 + (a + b) \cdot (a - b)]$
 $= (a + b)^2(a - b)(1 + a^2 - b^2) \text{ dir.}$
 III. $a(a - b) + b(b - a) + b - a$
 $= a(a - b) - b(a - b) - (a - b)$
 $= (a - b) \cdot (a - b - 1) \text{ dir.}$
 IV. $m^2(n - m)^2 - n(m - n)^3 - (n - m)^3 \cdot n$
 $= m^2(n - m)^2 + n(n - m)^3 - (n - m)^3 \cdot n$
 $= (n - m)^2[m^2 + n(n - m) - n \cdot (n - m)]$
 $= (n - m)^2 \cdot m^2 \text{ dir.}$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$3a(2a - b) - 2b(b - 2a) - 2a + b$$

İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2b + a$ B) $x + z$ C) $2a - b$
 D) $3b + 2a - 1$ E) $3b + 2a + 1$

Soru 2:

$$(x - y)^2(z - x) + (x - z)^2(x - y)$$

İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + y$ B) $x + z$ C) $z - y$
 D) $x - 2y$ E) $y - 2z$

Soru 3:

$$m(m - n)^3(p - m) - m(m - p)^2(n - m)^2$$

İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $m + n$ B) $(m - n)^3$ C) $2m - n$
 D) $2m - n - p$ E) $m - n - p$

Gruplandırarak Çarpanlara Ayırma

Bilgi

Bir polinomun her teriminde ortak olan bir çarpan yoksa, ortak çarpan olan terimler bir araya getirilerek, bu gruplar ortak çarpan parantezine alınır.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

- I. $ax + ay - bx - by$
 II. $a^4 + a^3 - a^2 - a$
 III. $a^4 \cdot b - a^3 \cdot b - a^2b + ab$
 IV. $35 \cdot 39 - 27 \cdot 33 - 30 \cdot 39 + 33 \cdot 25$
 V. $(a - b)^2a + (b - a)^2b + a + b$

Yukarıdaki ifadeleri çarpanlara ayıralım.

Çözüm:

- I. $ax + ay - bx - by = a(x + y) - b(x + y)$
 $= (x + y) \cdot (a - b) \text{ dir.}$
 II. $a^4 + a^3 - a^2 - a = a^3(a + 1) - a(a + 1)$
 $= (a + 1) \cdot a \cdot (a^2 - 1) \text{ dir.}$
 III. $a^4 \cdot b - a^3 \cdot b - a^2b + ab = a^3b(a - 1) - ab(a - 1)$
 $= ab(a - 1) \cdot (a^2 - 1) \text{ dir.}$
 IV. $35 \cdot 39 - 27 \cdot 33 - 30 \cdot 39 + 33 \cdot 25$
 $= 35 \cdot 39 - 30 \cdot 39 + 33 \cdot 25 - 27 \cdot 33$
 $= 39(35 - 30) + 33(25 - 27)$
 $= 39 \cdot 5 - 2 \cdot 33$
 $= 195 - 66$
 $= 129 \text{ dir.}$
 V. $(a - b)^2a + (b - a)^2b + a + b$
 $= (a - b)^2a + (a - b)^2b + a + b$
 $= (a - b)^2(a + b) + (a + b)$
 $= (a + b)[(a - b)^2 + 1] \text{ dir.}$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$4n + 4m - bn - bm$$

İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2m - n$ B) $m - n$ C) $2n - m$
 D) $b - 4$ E) $b + 4$

Soru 2:

$$12ax + 3by - 9ay - 4bx$$

İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3a + b$ B) $3y - 4x$ C) $2a - b$
 D) $4a - 3b$ E) $y + 4x$

Soru 3:

$$x^3 + 2x^2 - x - 2$$

İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 2$ B) $x^2 - 1$ C) x
 D) $3 - x$ E) $2 - x$

Soru 4:

$$126.428 + 172.172 + 174.428 + 128.172$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 150 000 B) 18 000 C) 16 000
 D) 180 000 E) 15 000

Soru 5:

$$a - 2b = 4$$

$$2c - b = -2$$

olduğuna göre, $4bc + ab - 2b^2 - 2ac$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) 0 D) 4 E) 8

Soru 5:

$$x + 2y = 6$$

$$ax - y = 5$$

olduğuna göre, $ax^2 + 2axy - xy - 2y^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 30 B) 6 C) 0 D) -6 E) -30

ÖZDEŞLİKLERDEN YARARLANARAK ÇARPANLARA AYIRMA

Tam Kare Özdeşliği

Bilgi

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

I. $x + 3y$

IV. $x + \frac{2}{x}$

II. $2a - b$

V. $2^x + 3$

III. $a + 2\sqrt{a}$

Yukarıdaki ifadelerin karelerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \text{I. } (x + 3y)^2 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 3y + (3y)^2 \\ &= x^2 + 6xy + 9y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II. } (2a - b)^2 &= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot b + b^2 \\ &= 4a^2 - 4ab + b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{III. } (a + 2\sqrt{a})^2 &= a^2 + 2 \cdot a \cdot 2\sqrt{a} + (2\sqrt{a})^2 \\ &= a^2 + 4a\sqrt{a} + 4a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{IV. } \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{2}{x} + \left(\frac{2}{x}\right)^2 \\ &= x^2 + 4 + \frac{4}{x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V. } (2^x + 3)^2 &= (2^x)^2 + 2 \cdot 2^x \cdot 3 + 3^2 \\ &= 2^{2x} + 6 \cdot 2^x + 9 \end{aligned}$$

Örnek 2:

I. $a + b + 4$

II. $2a - b - 3$

III. $x + 3y - z$

IV. $x + \frac{1}{x} + 1$

Yukarıdaki ifadelerin karelerini bulalım

Çözüm:

$$\begin{aligned} \text{I. } (a + b + 4)^2 &= a^2 + b^2 + 4^2 + 2(ab + a \cdot 4 + b \cdot 4) \\ &= a^2 + b^2 + 16 + 2(ab + 4a + 4b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II. } (2a - b - 3)^2 &= (2a)^2 + (-b)^2 + (-3)^2 + 2[2a \cdot (-b) + 2a \cdot (-3) + (-b) \cdot (-3)] \\ &= 4a^2 + b^2 + 9 + 2[-2ab - 6a + 3b] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{III. } (x + 3y - z)^2 &= x^2 + (3y)^2 + (-z)^2 + 2[x \cdot 3y + x \cdot (-z) + 3y \cdot (-z)] \\ &= x^2 + 9y^2 + z^2 + 2[3xy - xz - 3yz] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{IV. } \left(x + \frac{1}{x} + 1\right)^2 &= (x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 + 1^2 + 2\left(x \cdot \frac{1}{x} + x \cdot 1 + \frac{1}{x} \cdot 1\right) \\ &= x^2 + \frac{1}{x^2} + 1 + 2\left(1 + x + \frac{1}{x}\right) \\ &= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x + \frac{2}{x} + 3 \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$1999^2 + 1$$

işleminin sonucunu bulalım.

- A) 3996001 B) 3996002 C) 3999602
 D) 3960002 E) 3999992

Soru 2:

I. $x + 2\sqrt{y}$

II. $\frac{3}{a} - a$

III. $3^x + 2^y$

IV. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

V. $a^3 + 2a$

Yukarıdaki ifadelerin karelerini bulunuz.

Soru 3:

I. $m + n + 3$

II. $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{2}$

III. $3x + 2y - 1$

IV. $2^x + 3^y + 1$

Yukarıdaki ifadelerin karelerini bulunuz.

Bilgi

$$a^2 \pm 2ab + b^2$$

↓ ↓ ↓
1. terim 2. terim 3. terim

Üç terimli bir ifadenin 1. ve 3. terimleri aynı işaretli ise karekökleri alınır. Kareköklerin çarpımının iki katı 2. terimi veriyorsa ifade tam karedir. Tam karenin işareti 2. terimin işaretidir. Yani,

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

↓ ↓ ↓
a 2ab b

olur.

1. ve 3. terimleri aynı işaretli değilse üç terimli, tam kare olamaz.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

- I. $x^2 - 4xy + 4y^2$
- II. $4a^2 + 4ab + b^2$
- III. $-9m^2 + 6m - 1$
- IV. $4^x - 2^{x+1} + 1$
- V. $a - 2\sqrt{a} + 1$
- VI. $16a^2 + 24ab + 9b^2$
- VII. $b^2 + \frac{1}{2}b + \frac{1}{16}$
- VIII. $3a^2 + \sqrt{6}a + \frac{1}{2}$
- IX. $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$
- X. $a^2 + \frac{4}{a^2} - 4$

Yukarıdaki ifadelerin tam kare yazılımlarını bulalım.

Çözüm:

I. $x^2 - 4xy + 4y^2 = (x - 2y)^2$

↓ ↓ ↓
x 2x.2y = 4xy 2y

II. $4a^2 + 4ab + b^2 = (2a + b)^2$

↓ ↓ ↓
2a 2.2a.b = 4ab b

III. $-9m^2 + 6m - 1 = -(9m^2 - 6m + 1)$ dir.

$$9m^2 - 6m + 1 = (3m - 1)^2$$

↓ ↓ ↓
3m 2.3m.1 = 6m 1

olduğundan,

$$-9m^2 + 6m - 1 = -(9m^2 - 6m + 1) = -(3m - 1)^2 \text{ olur.}$$

IV. $4^x - 2^{x+1} + 1 = (2^x - 1)^2$

↓ ↓ ↓
2^x 2.2^x.1 = 2^{x+1} 1

V. $a - 2\sqrt{a} + 1 = (\sqrt{a} - 1)^2$

↓ ↓ ↓
√a 2.√a.1 = 2√a 1

VI. $16a^2 + 24ab + 9b^2 = (4a + 3b)^2$

↓ ↓ ↓
4a 2.4a.3b = 24ab 3b

VII. $b^2 + \frac{1}{2}b + \frac{1}{16} = \left(b + \frac{1}{4}\right)^2$

↓ ↓ ↓
b 2.b.1/4 = b/2 1/4

VIII. $3a^2 + \sqrt{6}.a + \frac{1}{2} = \left(\sqrt{3}.a + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

↓ ↓ ↓
√3.a 2.√3.a.1/√2 = √6.a 1/2

IX. $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$

↓ ↓ ↓
x 2.x.1/x = 2 1/x

X. $a^2 + \frac{4}{a^2} - 4 = \left(a - \frac{2}{a}\right)^2$

↓ ↓ ↓
a 2.a.2/a = 4 2/a

Örnek 2:

$$x^2 - 7x + m - 1$$

ifadesi tam karedir.

Buna göre, m nin değerini bulalım.

Çözüm:

$$x^2 - 7x + m - 1$$

ifadesi tam kare ise, x in katsayısının yarısının karesi m - 1 e eşittir.

Buna göre,

$$\left(\frac{-7}{2}\right)^2 = m - 1$$

$$\Rightarrow \frac{49}{4} = m - 1$$

$$\Rightarrow \frac{53}{4} = m \text{ bulunur.}$$

Örnek 3:

$$K = 274^2 + 29.274$$

$$M = 26^2 + 23.274$$

olduğuna göre, K + M toplamını bulalım.

Çözüm:

$$K + M = 274^2 + 29.274 + 26^2 + 23.274$$

$$= 274^2 + 52.274 + 26^2$$

$$= 274^2 + 2.26.274 + 26^2$$

$$= (274 + 26)^2$$

$$= (300)^2$$

$$= 90000 \text{ bulunur.}$$

Örnek 4:

$$x^2 - 6x + 2xy - 6y + y^2 + 9$$

ifadesinin en küçük değeri için, x + y toplamının değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 2xy - 6y + y^2 + 9 \\ = x^2 + 2xy + y^2 - 6x - 6y + 9 \\ = (x + y)^2 - 6(x + y) + 9 \\ = (x + y - 3)^2 \end{aligned}$$

Tam kare ifadenin en küçük değeri sıfır olacağından,

$$x + y - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x + y = 3 \text{ bulunur.}$$

Örnek 5:

$$x^2 + x + 2 = 0$$

olduğuna göre, x^6 nın x türünden değerini bulalım.

Çözüm:

$$x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 = -x - 2 \text{ dir.}$$

x^4 ün x türünden eşitini bulalım,

$$\begin{aligned} x^2 = -x - 2 &\Rightarrow (x^2)^2 = (-x - 2)^2 \\ &\Rightarrow x^4 = x^2 + 4x + 4 \\ &\quad \downarrow \\ &\quad -x - 2 \\ &\Rightarrow x^4 = -x - 2 + 4x + 4 \\ &\Rightarrow x^4 = 3x + 2 \end{aligned}$$

x^4 ifadesi x türünden bulundu ancak x^6 yı x türünden bulmak için her iki tarafı x^2 ile çarpalım,

$$\begin{aligned} x^4 = 3x + 2 &\Rightarrow x^2 \cdot (x^4) = x^2 \cdot (3x + 2) \\ &\quad \downarrow \\ &\quad -x - 2 \\ &\Rightarrow x^6 = (-x - 2) \cdot (3x + 2) \\ &\Rightarrow x^6 = -3x^2 - 8x - 4 \\ &\quad \downarrow \\ &\quad -x - 2 \\ &\Rightarrow x^6 = -3(-x - 2) - 8x - 4 \\ &\Rightarrow x^6 = -5x + 2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

- I. $x^2 + 2x + 1$
- II. $a^2 - 6a + 9$
- III. $4x^2 + \frac{1}{x^2} + 4$
- IV. $-a + 2\sqrt{ab} - b$
- V. $\frac{m^4}{4} + m^2 + 1$
- VI. $3^{2x} - 2 \cdot 6^x + 4^x$

Yukarıdaki ifadeleri tam kare şeklinde yazınız.

Soru 2:

$a > 0$ olmak üzere,

$$a^2 = 4a - 4$$

olduğuna göre, $a - 3$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) -3 E) -4

Soru 3:

$$\sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{16} - \frac{1}{3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{5}{12}$

Soru 4:

$$9a^2 + ax + 64$$

ifadesi, tam kare bir ifadeye eşit olduğuna göre, x kaç olabilir?

- A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) 64

Soru 5:

$$2^6 + 2^4 + 2^x$$

ifadesi bir tamsayının karesine eşittir.

Bu eşitliği sağlayan x in pozitif tamsayı değeri kaçtır?

- A) 9 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1

Soru 6:

$$x^2 - x + 1 = 0$$

olduğuna göre, x^5 aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $1 - x$ B) $x + 1$ C) $2x - 1$ D) $x - 1$ E) $x - 2$

İki Kare Farkı Özdeşliği

Bilgi

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ a & b \end{array}$$

Fark şeklinde yazılan her ifade bu özdeşlik yardımıyla çarpanlara ayrılabilir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

- I. $x^2 - 4$
- II. $4a^2 - 9$
- III. $a^2 - \frac{1}{16}$
- IV. $x^2 - y$
- V. $2a - 3b$
- VI. $(a + b)^2 - (a - b)^2$
- VII. $x^2 - \frac{1}{x^2}$
- VIII. $4^x - 9^x$
- IX. $a^4 - b^4$
- X. $\sqrt{a} - \sqrt{b}$

Yukarıdaki ifadeleri çarpanlara ayırınız.

Çözüm:

$$I. x^2 - 4 = (x + 2) \cdot (x - 2)$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ x & 2 \end{array}$$

$$II. 4a^2 - 9 = (2a + 3) \cdot (2a - 3)$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 2a & 3 \end{array}$$

$$\text{III. } a^2 - \frac{1}{16} = \left(a + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(a - \frac{1}{4}\right)$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$a \quad \frac{1}{4}$$

$$\text{IV. } x^2 - y = (x + \sqrt{y}) \cdot (x - \sqrt{y})$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x \quad \sqrt{y}$$

$$\text{V. } 2a - 3b = (\sqrt{2a} + \sqrt{3b}) \cdot (\sqrt{2a} - \sqrt{3b})$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\sqrt{2a} \quad \sqrt{3b}$$

$$\text{VI. } (a + b)^2 - (a - b)^2$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$a + b \quad a - b$$

$$= (a + b + a - b) \cdot (a + b - a + b)$$

$$= 2a \cdot 2b$$

$$= 4ab$$

$$\text{VII. } x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x \quad \frac{1}{x}$$

$$\text{VIII. } 4^x - 9^x = (2^x + 3^x) \cdot (2^x - 3^x)$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$2^x \quad 3^x$$

$$\text{IX. } a^4 - b^4 = (a^2 + b^2) \cdot (a^2 - b^2)$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$a^2 \quad b^2 \quad a \quad b$$

$$= (a^2 + b^2) \cdot (a + b) \cdot (a - b)$$

$$\text{X. } \sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}) \cdot (\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\sqrt[4]{a} \quad \sqrt[4]{b}$$

Örnek 2:

$$(150)^2 - (50)^2 = 400 \cdot x$$

olduğuna göre, x değerini bulalım.

Çözüm:

$$(150)^2 - (50)^2 = 400 \cdot x$$

$$(150 + 50) \cdot (150 - 50) = 400 \cdot x$$

$$200 \cdot 100 = 400 \cdot x$$

$$x = 50 \text{ bulunur.}$$

Örnek 3:

$$\sqrt{1986 \cdot 1962 + 144}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\sqrt{1986 \cdot 1962 + 144} = \sqrt{(1974 + 12) \cdot (1974 - 12) + 144}$$

$$= \sqrt{1974^2 - 12^2 + 12^2}$$

$$= \sqrt{1974^2}$$

$$= 1974 \text{ bulunur.}$$

Örnek 4:

$$a - b = b - c = 3$$

olduğuna göre, $a^2 + c^2 - 2b^2$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$a^2 + c^2 - 2b^2$$

$$= a^2 - b^2 + c^2 - b^2$$

$$= (a - b) \cdot (a + b) + (c - b) \cdot (c + b)$$

$$= 3 \cdot (a + b) - 3 \cdot (c + b)$$

$$= 3 \cdot [a + b - c - b]$$

$$= 3 \cdot (a - c) \text{ dir.}$$

Verilen denklemlerden,

$$a - b = 3$$

$$b - c = 3$$

$$+ \quad \quad \quad$$

$$a - c = 6 \text{ dir.}$$

O halde,

$$a^2 + c^2 - 2b^2 = 3 \cdot (a - c) = 3 \cdot 6 = 18 \text{ bulunur.}$$

Örnek 5:

$$(x - 1) \cdot (x^4 + 1) \cdot (x^2 + 1) \cdot (x^8 + 1) \cdot (x + 1)$$

ifadesinin $x = \sqrt[16]{3}$ için değerini bulalım.

Çözüm:

$$(x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x^4 + 1) \cdot (x^2 + 1) \cdot (x^8 + 1)$$

$$= (x^2 - 1) \cdot (x^2 + 1) \cdot (x^4 + 1) \cdot (x^8 + 1)$$

$$= (x^4 - 1) \cdot (x^4 + 1) \cdot (x^8 + 1)$$

$$= (x^8 - 1) \cdot (x^8 + 1)$$

$$= x^{16} - 1 \text{ dir.}$$

O halde,

$$x = \sqrt[16]{3} \Rightarrow x^{16} = 3 \text{ olduğundan,}$$

$$x^{16} - 1 = 2 \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

I. $16 - b^2$

II. $16m^2 - n^2$

III. $4a^2 - \frac{1}{16b^2}$

IV. $16^x - 9^x$

V. $(2x + y)^2 - (x + 2y)^2$

VI. $3^{\frac{1}{4}} - 1$

VII. $\frac{1}{16} - \frac{1}{81}$

Yukarıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

Soru 2:

301.299

çarpımının sonucu kaçtır?

A) 88999

B) 89999

C) 88909

D) 89009

E) 88090

Soru 3:

10281.10287

sayısının 9 fazlasının karekökü kaçtır?

A) 10283

B) 10284

C) 10285

D) 10287

E) 11284

Soru 4:

$$(36)^2 - (28)^2 = 8.a^3$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

Soru 5:

x = -y olmak üzere,

$$x^2 - y^2 = 3x + 3y$$

olduğuna göre, x - y değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

Soru 6:

$$(x - 2).(x + 2) = x^2 + k$$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) -2 D) -4 E) -6

Soru 7:

$$\left(1 + \frac{1}{25}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right) = \frac{5^x - 1}{5^x}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Soru 8:

$$132^2 + 124^2 - 2.128^2$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 24 B) 32 C) 40 D) 44 E) 52

Soru 9:

a, b ve c pozitif tamsayılarıdır.

$$a^2 + b^2 - c^2 + 2ab = 36$$

olduğuna göre, c kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

İki Küp Toplamı veya Farkı Özdeşlikleri

Bilgi

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ a \quad b \end{array}$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ a \quad b \end{array}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

I. $x^3 + 1$

II. $x^3 - 8$

III. $x^3 - \frac{1}{x^3}$

IV. $x\sqrt{x} - 27$

V. $27^x - 8^x$

VI. $x^6 + y^6$

VII. $x^6 - y^6$

Yukarıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırılım.

Çözüm:

I. $x^3 + 1^3 = (x + 1).(x^2 - x + 1)$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad 1 \end{array}$$

II. $x^3 - 2^3 = (x - 2).(x^2 + 2x + 4)$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad 2 \end{array}$$

III. $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(x^2 + x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad \frac{1}{x} \end{array}$$

$$= \left(x - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}\right)$$

IV. $x\sqrt{x} - 27 = (\sqrt{x})^3 - 3^3$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ \sqrt{x} \quad 3 \end{array} = (\sqrt{x} - 3) \cdot ((\sqrt{x})^2 + 3\sqrt{x} + 3^2)$$

$$= (\sqrt{x} - 3) \cdot (x + 3\sqrt{x} + 9)$$

V. $27^x - 8^x = (3^x)^3 - (2^x)^3$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ 3^x \quad 2^x \end{array} = (3^x - 2^x) \cdot (3^{2x} + 3^x \cdot 2^x + 2^{2x})$$

$$= (3^x - 2^x) \cdot (9^x + 6^x + 4^x)$$

VI. $x^6 + y^6 = (x^2)^3 + (y^2)^3$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ x^2 \quad y^2 \end{array} = (x^2 + y^2) \cdot (x^4 - x^2y^2 + y^4)$$

VII. $x^6 - y^6 = (x^2)^3 - (y^2)^3$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ x^2 \quad y^2 \end{array} = (x^2 - y^2) \cdot (x^4 + x^2y^2 + y^4)$$

Örnek 2:

$$11^3 + 5^3$$

sayısının 7, 8, 9, 13 sayılarından hangisine tam bölünemeyeceğini bulalım.

Çözüm:

$$11^3 + 5^3 = (11 + 5) \cdot (11^2 - 11 \cdot 5 + 5^2)$$

$$= 16 \cdot (121 - 55 + 25)$$

$$= 16 \cdot 91$$

$$= 2^4 \cdot 7 \cdot 13$$

sayısı 7, 8 ve 13 ile tam bölünür fakat 9 ile tam bölünemez.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

- I. $a^3 - 27$
 II. $8a^3 + 1$
 III. $a^3 + \frac{8}{a^3}$
 IV. $8x - \frac{1}{64}$
 V. $y^3 - x^6$

Yukarıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

Soru 2:

$$8x^3 - 1 = (2x - 1)(4x^2 - ax + 1)$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

Soru 3:

$$x^3 - \frac{1}{ay^3} = \left(x + \frac{1}{2y}\right) \left(x^2 - \frac{x}{2y} + \frac{1}{4y^2}\right)$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -27 B) -8 C) -1 D) 8 E) 27

$ax^2 + bx + c$ Üç Terimlisinin Çarpanlarına Ayrılması

Bilgi

$a = 1$ iken çarpımları c, toplamı b olan iki sayı (m ve n) bulunuyorsa bu ifadenin çarpanlarına ayrılmış şekli,

$$\begin{array}{ccc} x^2 + bx + c & = & (x + m)(x + n) \text{ olur.} \\ \downarrow & & \downarrow \\ m + n & & m \cdot n \end{array}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

- I. $x^2 + 5x + 6$
 II. $x^2 + 6x + 5$
 III. $x^2 - 2x - 24$
 IV. $x^2 + ax - 6a^2$
 V. $4^x - 3 \cdot 2^x + 2$
 VI. $(x+2)^2 - 4(x+2) - 12$
 VII. $(m-2)^2 - 5m + 16$
 VIII. $x^4 + 7x^2 + 6$

Yukarıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

Çözüm:

$$\begin{array}{ccc} \text{I. } x^2 + 5x + 6 & = & (x + 2)(x + 3) \\ \downarrow & & \downarrow \\ 2 + 3 & & 2 \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{II. } x^2 + 6x + 5 & = & (x + 5)(x + 1) \\ \downarrow & & \downarrow \\ 5 + 1 & & 5 \cdot 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{III. } x^2 - 2x - 24 & = & (x - 6)(x + 4) \\ \downarrow & & \downarrow \\ -6 + 4 & & -6 \cdot 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{IV. } x^2 + ax - 6a^2 & = & (x - 2a)(x + 3a) \\ \downarrow & & \downarrow \\ (-2a) + (3a) & & (-2a) \cdot (3a) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{V. } 4^x - 3 \cdot 2^x + 2 & = & (2^x - 1)(2^x - 2) \\ \downarrow & & \downarrow \\ (-2) + (-1) & & -2 \cdot (-1) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{VI. } (x+2)^2 - 4(x+2) - 12 & & \\ \downarrow & & \downarrow \\ (2) + (-6) & & 2 \cdot (-6) \\ & & \\ & = & [(x+2)+2] \cdot [(x+2) - 6] \\ & = & (x+4) \cdot (x-4) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{VII. } (m-2)^2 - 5m + 16 & = & (m-2)^2 - 5m + 10 + 6 \\ & = & (m-2)^2 - 5(m-2) + 6 \\ & & \downarrow \quad \downarrow \\ & & (-2) + (-3) \quad (-2) \cdot (-3) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} = [(m-2) - 2] \cdot [(m-2) - 3] \\ = (m-4) \cdot (m-5) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{VIII. } x^4 + 7x^2 + 6 & = & (x^2)^2 + 7(x^2) + 6 \\ & & \downarrow \quad \downarrow \\ & & 1 + 6 \quad 1 \cdot 6 \\ & = & (x^2 + 1) \cdot (x^2 + 6) \end{array}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$x^2 - 8x + 7 = (x - 7)(x + n)$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 7

Soru 2:

$$x^2 - 5x - 24 = (x - a)(x + b)$$

olduğuna göre, a + b toplamı en çok kaçtır?

- A) -11 B) -8 C) 8 D) 11 E) 24

Soru 3:

$$(a+3)^2 - 11(a+3) - 26$$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a + 1 B) a + 3 C) a - 2
 D) a - 10 E) a - 5

Soru 4:

$$x^2 - 3mx - 4m^2$$

İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- ✓ A) $x + m$ B) $x + 4m$ C) $x - 2m$
D) $x - m$ E) $x - 3$

Soru 5:

$$x^4 - 13x^2 + 36$$

İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 1$ B) $x + 4$ ✓ C) $x - 2$
D) $x - 9$ E) $x - 4$

Soru 6:

$$x^{2x} - 7x^x + 10$$

İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^x + 1$ B) $x^x - 1$ C) $x^x + 2$
D) $x^x + 5$ ✓ E) $x^x - 5$

Soru 7:

$$x - \sqrt{x} - 20$$

İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{x} + 5$ B) $\sqrt{x} + 2$ C) $\sqrt{x} - 2$
D) $\sqrt{x} - 4$ ✓ E) $\sqrt{x} - 5$

Soru 8:

$$x^6 - 26x^3 - 27$$

İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 3$ B) $x^2 - 3x + 9$ ✓ C) $x^2 - x + 1$
D) $x^2 + x + 1$ E) $x - 1$

Soru 9:

$$\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x} - 21$$

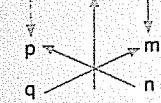
İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- ✓ A) $\frac{1}{x} + 3$ B) $\frac{1}{x} + 7$ C) $\frac{1}{x} - 3$
D) $\frac{1}{x} - 21$ E) $\frac{1}{x} - 4$

Bilgi

$a \neq 1$ iken c nin iki çarpanı (m ve n) ile a nın iki çarpanı (p ve q) arasında $p.n + q.m = b$ şeklinde bir eşitlik sağlanıyorsa bu ifadenin çarpanlarına ayrılmış şekli,

$$ax^2 + bx + c = (px + m).(qx + n) \text{ olur.}$$



Bilgi Kavrama

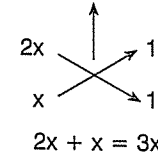
Örnek 1:

- I. $2x^2 + 3x + 1$
II. $3x^2 + 5x - 2$
III. $6a^2 + 13a + 6$
IV. $-3m^4 - 2m^2 + 1$
V. $2.9^x - 3.3^x - 2$

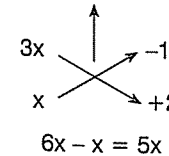
Yukarıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

Çözüm:

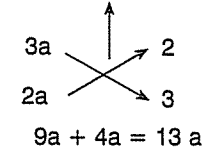
$$I. 2x^2 + 3x + 1 = (2x + 1).(x + 1)$$



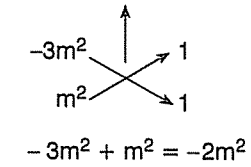
$$II. 3x^2 + 5x - 2 = (3x - 1).(x + 2)$$



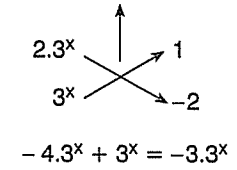
$$III. 6a^2 + 13a + 6 = (3a + 2).(2a + 3)$$



$$IV. -3m^4 - 2m^2 + 1 = (-3m^2 + 1)(m^2 + 1)$$



$$V. 2.9^x - 3.3^x - 2 = (2.3^x + 1)(3^x - 2)$$



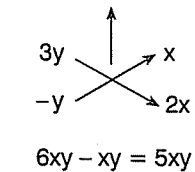
Örnek 2:

- I. $-3y^2 + 5xy + 2x^2$
II. $(2x+6)^2 - 4(x+3) - 3$
III. $px^2 + (pn-2)x - 2n$

Yukarıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

Çözüm:

$$I. -3y^2 + 5xy + 2x^2 = (3y + x).(-y + 2x)$$



II. $(2x+6)^2 - 4(x+3) - 3$

$= [2(x+3)]^2 - 4(x+3) - 3$

$= 4(x+3)^2 - 4(x+3) - 3$

$$\begin{array}{r} 2(x+3) \quad \nearrow \quad -3 \\ 2(x+3) \quad \searrow \quad 1 \end{array}$$

$-6(x+3) + 2(x+3) = -4(x+3)$

$= [2(x+3) - 3] \cdot [2(x+3) + 1]$

$= (2x+3) \cdot (2x+7)$

III. $px^2 + (pn-2)x - 2n = (px-2) \cdot (x+n)$

$$\begin{array}{r} px \quad \nearrow \quad -2 \\ x \quad \searrow \quad n \end{array}$$

$pnx - 2x = (pn-2)x$

Örnek 3:

$6a^2 + 6ab - a + 2b - 1$

ifadesini çarpanlarına ayıralım.

Çözüm:

$(6a^2 - a - 1) + (6ab + 2b)$

$$\begin{array}{r} 3a \quad \nearrow \quad 1 \\ 2a \quad \searrow \quad -1 \end{array}$$

$-3a + 2a = -a$

$= (3a+1) \cdot (2a-1) + 2b \cdot (3a+1)$

$= (3a+1) \cdot (2a-1+2b)$ olur.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$3x^2 - x - 2$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x - 2$

B) $3x + 1$

C) $3x - 1$

✓ D) $x - 1$

E) $x + 1$

Soru 2:

$5a^2b^2 + 7ab - 12$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3ab - 4$

B) $5ab + 1$

C) $5ab - 1$

✓ D) $5ab + 12$

E) $5ab - 12$

Soru 3:

$2x - 5\sqrt{x} + 2$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{x} + 1$

✓ B) $2\sqrt{x} - 1$

C) $\sqrt{x} + 2$

D) $\sqrt{x} + 1$

E) $\sqrt{x} - 1$

Soru 4:

$(2x+a) \cdot (x-3) = 2x^2 - x - 15$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

✓ E) 5

Soru 5:

$9x^2 - 12x + 4 = (3x-2) \cdot (ax+b)$

olduğuna göre, a + b kaçtır?

✓ A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

Soru 6:

$(3x+3)^2 - 4x - 17$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x - 2$

B) $3x + 1$

C) $3x - 5$

✓ D) $x + 2$

E) $x + 8$

Bir Terim Ekleyip Çıkarma Yolu İle Çarpanlarına Ayırma

Bilgi

Verilen yöntemlerle çarpanlarına ayıramayan ifadelere, uygun terim ekleyip çıkarılarak, ifade bilinen özdeşliklere benzetilir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$x^4 + x^2 + 1$

ifadesinin çarpanlarına ayrılmış halini bulalım.

Çözüm:

$x^4 + x^2 + 1$ ifadesine x^2 ekleyip çıkaralım.

$x^4 + x^2 + 1 + x^2 - x^2 = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2$

$= (x^2 + 1)^2 - x^2$

$= (x^2 + 1 - x) \cdot (x^2 + 1 + x)$

biçiminde çarpanlarına ayrılmış olur.

Örnek 2:

$9x^4 - 46x^2 + 25$

ifadesinin çarpanlarından birini bulalım.

Çözüm:

İfade de bulunan $-46x^2$ yi $-30x^2 - 16x^2$ şeklinde ayıralım.

$9x^4 - 46x^2 + 25 = 9x^4 - 30x^2 - 16x^2 + 25$

$= 9x^4 - 30x^2 + 25 - 16x^2$

$$\begin{array}{ccc} 9x^4 & -30x^2 & +25-16x^2 \\ \downarrow & \uparrow & \downarrow \\ 3x^2 & & 5 \end{array}$$

$2.5.3x^2 = 30.x^2$

$= (3x^2 - 5)^2 - (4x)^2$

$$= (3x^2 - 4x - 5) \cdot (3x^2 + 4x - 5)$$

biçiminde çarpanlarına ayrılmış olur.

Örnek 3:

$$5x^2 - 4xy - 2x + y^2 + 1 = 0$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımını bulalım.

Çözüm:

İfadeye bulunan $5x^2$ yi $4x^2 + x^2$ şeklinde ayıralım.

$$5x^2 - 4xy + y^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + x^2 - 4xy + y^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 4xy + y^2 + x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow \\ 2x \quad \quad y \\ 2 \cdot 2x \cdot y = 4xy \end{array}$$

$$\Rightarrow (2x - y)^2 + (x - 1)^2 = 0$$

Toplamın sıfır olması için ifadelerin ikisinin de 0 olması gerekir.

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$2x - y = 0 \Rightarrow y = 2x \Rightarrow y = 2 \text{ dir.}$$

O halde,

$$x \cdot y = 1 \cdot 2 = 2 \text{ bulunur.}$$

Örnek 4:

$$x^4 + 3x^2 + 4$$

ifadesinin çarpanlarına ayrılmış halini bulalım.

Çözüm:

$x^4 + 3x^2 + 4$ ifadesine x^2 yi ekleyip çıkaralım.

$$\begin{array}{c} x^4 + 3x^2 + 4 + x^2 - x^2 = x^4 + 4x^2 + 4 - x^2 \\ \downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow \\ x^2 \quad \quad 2 \\ 2 \cdot 2x^2 = 4x^2 \\ = (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ x^2 + 2 \quad x \\ = (x^2 + x + 2) \cdot (x^2 - x + 2) \end{array}$$

biçiminde çarpanlarına ayrılmış olur.

Örnek 5:

$$4a^2 - 12a - 4b + b^2$$

ifadesinin alabileceği en küçük değeri bulalım.

Çözüm:

$4a^2 - 12a - 4b + b^2$ ifadesine 13 ekleyip 13 çıkaralım,

$$4a^2 - 12a - 4b + b^2 + 13 - 13$$

$$= 4a^2 - 12a + 9 + 4 - 4b + b^2 - 13$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow \\ 2a \quad \quad 3 \quad \quad 2 \quad \quad b \\ 2 \cdot 2a \cdot 3 = 12a \quad 2 \cdot 2 \cdot b = 4b \end{array}$$

$$= (2a - 3)^2 + (2 - b)^2 - 13$$

Toplamın en küçük değerini alması için tam kare ifadelerin sıfır olması gerekir. Buna göre, ifadenin en küçük değeri,

$$\underbrace{(2a - 3)^2}_0 + \underbrace{(2 - b)^2}_0 - 13 \Rightarrow -13 \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$9x^4 + 2x^2 + 1$$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x^2 - x + 1$ B) $3x^2 - 1$ C) $3x^2 + x + 1$
D) $3x^2 + 2x - 1$ E) $3x^2 + 2x + 1$

Soru 2:

$$4x^2 - 4x + 4 + 2y + y^2$$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Soru 3:

$$x^3 + x^4 + 1 = (x^4 + x^2 + 1) \cdot (x^4 + nx^2 + 1)$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Soru 4:

$$-x^2 - y^2 - 4x + 2y + 2$$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$(x + y)^n$ İFADESİNİN AÇILIMI

Bilgi

$(x + y)^n$ ifadesinin açılımında $(n + 1)$ tane terim vardır ve bu terimlerdeki çarpanların üsleri toplamı n dir. Açılımdaki herhangi bir terimin katsayısı aşağıdaki üçgen yardımıyla bulunur. y yerine $(-y)$ yazılarak da $(x - y)^n$ ifadesinin açılımı bulunur. Dolayısıyla bu ifadede y nin tek kuvvetlerinin bulunduğu terimin işareti $(-)$ olur.

$n = 0$ için	1
$n = 1$ için	1 1
$n = 2$ için	1 2 1
$n = 3$ için	1 3 3 1
$n = 4$ için	1 4 6 4 1
$n = 5$ için	1 5 10 10 5 1
$n = 6$ için	1 6 15 20 15 6 1

$$n = 0 \text{ için } (x \pm y)^0 = 1$$

$$n = 1 \text{ için } (x \pm y)^1 = x \pm y$$

$$n = 2 \text{ için } (x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$$

$$n = 3 \text{ için } (x \pm y)^3 = x^3 \pm 3x^2y + 3xy^2 \pm y^3$$

$$n = 4 \text{ için } (x \pm y)^4 = x^4 \pm 4x^3y + 6x^2y^2 \pm 4xy^3 + y^4$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

I. $(x - 2)^4$

II. $(x + 3)^5$

III. $(2x - 1)^3$

Yukarıdaki ifadelerin açılımını yapalım.

Çözüm:

I. $(x - 2)^4$

$$= x^4 + 4x^3 \cdot (-2) + 6x^2 \cdot (-2)^2 + 4x \cdot (-2)^3 + (-2)^4$$

$$= x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$$

II. $(x + 3)^5$

$$= x^5 + 5x^4 \cdot 3 + 10x^3 \cdot 3^2 + 10x^2 \cdot 3^3 + 5x \cdot 3^4 + 3^5$$

$$= x^5 + 15x^4 + 90x^3 + 270x^2 + 405x + 243$$

III. $(2x - 1)^3$

$$= (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot (-1) + 3 \cdot (2x) \cdot (-1)^2 + (-1)^3$$

$$= 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$$

Örnek 2:

$x = 5$ için,

$$x^5 - 10x^4 + 40x^3 - 80x^2 + 80x - 32$$

ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm:

Soruda sorulan ifade; x^5 li terim ile başlayıp $32 = 2^5$ li terimle bitmiş, $x^5, x^4, x^3, x^2, x^1, x^0$ şeklinde x in dereceleri azalarak devam etmiş, ifadenin katsayılarını da düzenleyelim,

$$x^5 - 5 \cdot 2 \cdot x^4 + 10 \cdot 2^2 \cdot x^3 - 10 \cdot 2^3 \cdot x^2 + 5 \cdot 2^4 \cdot x - 2^5$$

katsayılar da 1, 5, 10, 10, 5, 1 olduğundan bu ifade,

5. dereceden bir binom açılımıdır.

O halde;

$$x^5 - 5 \cdot 2 \cdot x^4 + 10 \cdot 2^2 \cdot x^3 - 10 \cdot 2^3 \cdot x^2 + 5 \cdot 2^4 \cdot x - 2^5$$

$$= (x - 2)^5 \text{ olur.}$$

Buradan, $x = 5$ yazılırsa,

$$(x - 2)^5 = (5 - 2)^5 = 3^5 = 243 \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$x = 2008$ ve $y = 2005$ olmak üzere,

$$x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 16 B) 64 C) 81 D) 2005 E) 2008

Soru 2:

$x = 2 + \sqrt[3]{2}$ olmak üzere,

$$(x - 3)^3 + 3(x - 3)^2 + 3(x - 3)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 8 D) 18 E) 27

Soru 3:

$x = \frac{7}{3}$ için,

$$x^3 - 3x^2 + 2x - 1$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{2}{27}$ E) $\frac{1}{27}$

Soru 4:

$$(x - 3)^6 = x^6 + k \cdot x^5 + \dots$$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) -18 B) -12 C) 6 D) 18 E) 24

ÖZDEŞLİKLERDEN YARARLANARAK DEĞER BULMA

Bilgi

- $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$
 - $x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$
 - $(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy$
 - $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$
 $= (x + y)^3 - 3xy(x + y)$
 - $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$
 $= (x - y)^3 + 3xy(x - y)$
 - $x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + xz)$
- Yukarıdaki özdeşlikler kullanılarak sayı değerleri bulunur.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$x^2 + y^2 = 25 - 2xy$$

olduğuna göre, $x + y$ nin pozitif değerini bulalım.

Çözüm:

$$x^2 + y^2 = 25 - 2xy \Rightarrow x^2 + 2xy + y^2 = 25$$

$$\Rightarrow (x + y)^2 = 5^2$$

$$\Rightarrow x + y = \pm 5 \text{ dir.}$$

O halde, $x + y$ nin pozitif değeri 5 bulunur.

Örnek 2:

$$m + n = 6$$

$$n \cdot m = 7$$

olduğuna göre, $m^2 + n^2$ nin pozitif değerini bulalım.

Çözüm:

$$m + n = 6 \Rightarrow (m + n)^2 = 6^2$$

$$\Rightarrow m^2 + n^2 + 2mn = 36$$

$$\Rightarrow m^2 + n^2 + 2 \cdot 7 = 36$$

$$\Rightarrow m^2 + n^2 = 22 \text{ dir.}$$

Örnek 3:

$$a^2 + b^2 = 24$$

$$a - b = 4$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ nin değerini bulalım.

Çözüm:

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \text{ olduğundan,}$$

$$\Rightarrow 4^2 = 24 - 2ab$$

$$\Rightarrow 2ab = 24 - 16$$

$$\Rightarrow a \cdot b = 4 \text{ olur.}$$

Örnek 4:

$$x + \frac{2}{x} = 5$$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{4}{x^2}$ nin değerini bulalım.

Çözüm:

$$x + \frac{2}{x} = 5 \Rightarrow \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 = 5^2$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{4}{x^2} + 2 \cdot x \cdot \frac{2}{x} = 25$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{4}{x^2} = 21 \text{ dir.}$$

Örnek 5:

$$x^2 + 7x = 3$$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{9}{x^2}$ nin değerini bulalım.

Çözüm:

$x^2 + 7x = 3$ eşitliğinin iki tarafını da x ile bölersek,

$$\frac{x^2 + 7x}{x} = \frac{3}{x} \Rightarrow x + 7 = \frac{3}{x}$$

$$\Rightarrow x - \frac{3}{x} = -7$$

elde edilir. İki tarafın karesini alalım.

$$\left(x - \frac{3}{x}\right)^2 = (-7)^2 \Rightarrow x^2 + \frac{9}{x^2} - 6 = 49$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{9}{x^2} = 55 \text{ olur.}$$

Örnek 6:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 4$$

olduğuna göre, $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$ nin değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned}\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 4 &\Rightarrow \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 = 4^2 \\ &\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 16 \\ &\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} = 14 \text{ olur.}\end{aligned}$$

Örnek 7:

$$\begin{aligned}a \cdot b &= -2 \\ a + b &= 3\end{aligned}$$

olduğuna göre, $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2}$ ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} = \frac{a^3 + b^3}{(ab)^2} = \frac{a^3 + b^3}{4} \text{ olur.}$$

$a^3 + b^3$ ün değerini bulup 4 e bölelim.

$$\begin{aligned}(a + b)^3 &= a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \\ \Rightarrow 3^3 &= a^3 + b^3 + 3 \cdot (-2) \cdot 3 \\ \Rightarrow 27 &= a^3 + b^3 - 18 \\ \Rightarrow 45 &= a^3 + b^3 \\ \Rightarrow \frac{45}{4} &= \frac{a^3 + b^3}{4} \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Örnek 8:

$$3^a + 5^a = x$$

$$9^a + 25^a = y$$

olduğuna göre, 15^a ifadesinin x ve y türünden değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned}3^a + 5^a &= x \Rightarrow (3^a + 5^a)^2 = x^2 \\ &\Rightarrow 3^{2a} + 5^{2a} + 2 \cdot 3^a \cdot 5^a = x^2 \\ &\Rightarrow (9^a + 25^a) + 2 \cdot 15^a = x^2 \\ &\Rightarrow y + 2 \cdot 15^a = x^2 \\ &\Rightarrow 15^a = \frac{x^2 - y}{2} \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Örnek 9:

$$x^2 - x + 1 = 0$$

olduğuna göre, $x^{1999} + x^{2000}$ ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned}x^2 - x + 1 &= 0 \text{ eşitliğinin iki tarafını } x + 1 \text{ ile} \\ &\text{çarparsak,} \\ (x + 1) \cdot (x^2 - x + 1) &= 0 \cdot (x + 1) \\ &\Rightarrow x^3 + 1 = 0 \\ &\Rightarrow x^3 = -1 \\ &\Rightarrow x^6 = 1\end{aligned}$$

elde edilir.

$$\begin{aligned}x^{1999} &= x^{6 \cdot 333 + 1} = (x^6)^{333} \cdot x = 1^{333} \cdot x = x \\ x^{2000} &= x^{6 \cdot 333 + 2} = (x^6)^{333} \cdot x^2 = 1^{333} \cdot x^2 = x^2\end{aligned}$$

Buna göre, $x^{1999} + x^{2000} = x + x^2$ olur.

$$\begin{aligned}x^2 - x + 1 &= 0 \Rightarrow x^2 = x - 1 \text{ olduğundan,} \\ x^{1999} + x^{2000} &= x + x^2 = x - 1 + x \\ &= 2x - 1 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Örnek 10:

$$x + \frac{1}{x} = -1 \text{ olmak üzere,}$$

$$x^{1997} + \frac{1}{x^{1997}} \text{ ifadesinin değerini bulalım.}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{x} &= -1 \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = -1 \\ &\Rightarrow x^2 + 1 = -x \\ &\Rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \\ &\Rightarrow (x - 1) \cdot (x^2 + x + 1) = 0 \cdot (x - 1) \\ &\Rightarrow x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x^3 = 1 \text{ dir.}\end{aligned}$$

$$x^{1997} = (x^3)^{665} \cdot x^2 = 1^{665} \cdot x^2 = x^2 \text{ olduğundan,}$$

$$x^{1997} + \frac{1}{x^{1997}} = x^2 + \frac{1}{x^2} \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{x} &= -1 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (-1)^2 \\ &\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 1 \\ &\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 1 \\ &\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = -1 \text{ dir.}\end{aligned}$$

O halde,

$$x^{1997} + \frac{1}{x^{1997}} = x^2 + \frac{1}{x^2} = -1 \text{ bulunur.}$$

Örnek 11:

$$a + b - c = 4$$

$$a \cdot b \cdot c = 3$$

$$-\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$$

olduğuna göre, $a^2 + b^2 + c^2$ yi bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned}-\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} &= 2 \Rightarrow \frac{-bc - ac + ab}{a \cdot b \cdot c} = 2 \\ &\Rightarrow \frac{-bc - ac + ab}{3} = 2 \\ &\Rightarrow -bc - ac + ab = 6 \text{ dir.}\end{aligned}$$

O halde,

$$\begin{aligned}a + b - c &= 4 \Rightarrow (a + b - c)^2 = 4^2 \\ &\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab - ac - bc) = 16 \\ &\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot 6 = 16 \\ &\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 4 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{1}{x^2} - 4$ değeri kaçtır?

- ✓ A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Soru 2:

$$a - \frac{1}{a - 5} = 11 \text{ olduğuna göre,}$$

$$(a - 5)^2 + \frac{1}{(a - 5)^2}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 40 B) 38 C) 36 D) 34 E) 30

Soru 3:

$$a\sqrt{a} - b\sqrt{b} = 36$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 3$$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

- ✓ A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Soru 4:

$$x^2 + 3x + 1 = 0$$

olduğuna göre, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- ✓ A) $3\sqrt{5}$ B) 3 C) $2\sqrt{5}$ D) 2 E) $\sqrt{3}$

Soru 5:

$$m - \frac{2}{m} = 5$$

olduğuna göre, $m^2 + \frac{4}{m^2}$ değeri kaçtır?

- ✓ A) 29 B) 28 C) 26 D) 21 E) 25

Soru 6:

$$\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = 3$$

$$x^2 + y^2 = 2xy$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

Soru 7:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4y + 7 = 2x + 4z - 2$$

olduğuna göre, $y - x - z$ kaçtır?

- ✓ A) -5 B) -3 C) -1 D) 1 E) 3

RASYONEL İFADELERİN SADELEŞTİRİLMESİ

Bilgi

$Q(x) \neq 0$ olmak üzere, $\frac{P(x)}{Q(x)}$ biçimindeki bir rasyonel ifade de, $P(x)$ ve $Q(x)$ in ortak çarpanları varsa ortak olan bu çarpanlar sadeleştirilir ve bu şekilde $\frac{P(x)}{Q(x)}$ rasyonel ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi elde edilir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$\frac{m^2 - 5m + 4}{m - 4} - 4$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{m^2 - 5m + 4}{m - 4} - 4 = \frac{(m - 4) \cdot (m - 1)}{m - 4} - 4$$

$$\Rightarrow m - 1 - 4 = m - 5 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:

$$\frac{(a - b) \cdot (b - c)^2 - (b - a)^2 \cdot (c - b)}{a \cdot c - a^2 - b \cdot c + a \cdot b}$$

ifadesinin en sade biçimini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{(a - b) \cdot (b - c)^2 - (b - a)^2 \cdot (c - b)}{a \cdot c - a^2 - b \cdot c + a \cdot b}$$

$$= \frac{(a - b) \cdot (b - c)^2 + (a - b)^2 \cdot (b - c)}{a \cdot c - a^2 - b \cdot c + a \cdot b}$$

$$= \frac{(a - b) \cdot (b - c) \cdot [b - c + a - b]}{a(c - a) - b(c - a)}$$

$$= \frac{(a - b) \cdot (b - c) \cdot (a - c)}{(c - a) \cdot (a - b)}$$

$$= \frac{- (a - b) \cdot (b - c) \cdot (c - a)}{(c - a) \cdot (a - b)}$$

$$= -(b - c) = c - b \text{ olur.}$$

Örnek 3:

$$\frac{x^2 + \frac{1}{x}}{x^2 - 1} : \frac{x^2 - x + 1}{2x - 2}$$

ifadesinin en sade biçimini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{x^2 + \frac{1}{x}}{x^2 - 1} : \frac{x^2 - x + 1}{2x - 2} = \frac{\frac{x^3 + 1}{x}}{(x - 1) \cdot (x + 1)} \cdot \frac{2(x - 1)}{x^2 - x + 1}$$

$$\Rightarrow \frac{(x + 1) \cdot (x^2 - x + 1)}{(x + 1) \cdot (x^2 - x + 1)} \cdot \frac{2}{x} \text{ bulunur.}$$

Örnek 4:

$$\frac{\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right)}{\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x}\right)}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right)}{\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x}\right)} = \frac{\left(\frac{x^2 - 1}{x^2}\right) \cdot \left(\frac{x^2 + 1}{x}\right)}{\left(\frac{x^2 + 1}{x^2}\right) \cdot \left(\frac{x - 1}{x}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{(x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x^2 + 1)}{x^3} : \frac{(x^2 + 1) \cdot (x - 1)}{x^3} = x + 1 \text{ bulunur.}$$

Örnek 5:

$$\frac{x^2 - mx + 36}{(x - 7) \cdot (x - 6)}$$

kesrinde m pozitif bir tamsayıdır.

Bu kesrin sadeleştirilebilir bir kesir olduğu bilindiğine göre, ifadenin sadeleştirilmiş biçimini bulalım.

Çözüm:

$x^2 - mx + 36$ ifadesinin çarpanlarından biri $(x - 7)$ veya $(x - 6)$ olmalıdır. 36'nın çarpanlarından biri 6 olduğundan,

$$x^2 - mx + 36 = (x - 6) \cdot (x - 6)$$

$$\begin{matrix} \diagup & \diagdown \\ (-6) + (-6) & -6 \cdot (-6) \end{matrix}$$

$$-m = -6 - 6 = -12 \Rightarrow m = 12 \text{ dir.}$$

O halde,

$$\frac{x^2 - mx + 36}{(x - 7) \cdot (x - 6)} = \frac{x^2 - 12x + 36}{(x - 7) \cdot (x - 6)}$$

$$= \frac{(x - 6) \cdot (x - 6)}{(x - 7) \cdot (x - 6)}$$

$$= \frac{x - 6}{x - 7} \text{ olur.}$$

Örnek 6:

$$\frac{2x^2 - 3x - 5}{ax^2 + bx - 7}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi $\frac{2x - 5}{3x - 7}$ olduğuna göre, $a - b$ farkını bulalım.

Çözüm:

$$\frac{2x^2 - 3x - 5}{ax^2 + bx - 7} = \frac{2x - 5}{3x - 7}$$

$$\Rightarrow \frac{(x + 1) \cdot (2x - 5)}{ax^2 + bx - 7} = \frac{(2x - 5)}{(3x - 7)}$$

$$\Rightarrow \frac{(x + 1)}{ax^2 + bx - 7} = \frac{1}{(3x - 7)}$$

$$\Rightarrow (x + 1) \cdot (3x - 7) = ax^2 + bx - 7$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4x - 7 = ax^2 + bx - 7$$

Polinom eşitliğinden,

$$a = 3 \text{ ve } b = -4 \text{ olur.}$$

O halde,

$$a - b = 3 - (-4) = 7 \text{ dir.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\frac{18m^2 - 6m}{3m^2 - m}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 18 B) 3m C) m D) 6 E) 6m

Soru 2:

$$\frac{a^2 - 9}{a^2 + 2a - 3}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a-3}{a-1}$ B) $\frac{a-3}{a+1}$ C) $\frac{a+3}{a-1}$
D) $\frac{a+3}{a+1}$ E) $\frac{a-3}{a+3}$

Soru 3:

$$\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 5x + 6} - \frac{1}{x-2}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) -1 C) 1 D) $\frac{1}{x-2}$ E) $\frac{1}{x+2}$

Soru 4:

$$1 - \frac{1 - \frac{a+1}{a-1}}{1 + \frac{a+1}{a-1}}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a+1}{a-1}$ B) $\frac{2a-1}{a+1}$ C) $\frac{a}{a+1}$
D) $\frac{5a+1}{a-1}$ E) $\frac{a+1}{a}$

Soru 5:

a + b = 5 olduğuna göre,

$$\frac{a^2 + 4a - b^2 + 4b}{a^2 - b^2 + 8a + 16}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{7}{5}$ D) 1 E) 2

Soru 6:

$$\frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + x + 1}$$

İfadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + x - 1$ B) $x^2 - x + 1$ C) $x^2 + x + 1$
D) $x^2 + 1$ E) $x^2 - x$

$$1. \frac{6a^2 - 9ab}{4a - 6b}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a - 3b B) 2a - 3b C) $\frac{2a-3b}{2}$
D) $\frac{3b}{a}$ E) $\frac{3a}{2}$

$$2. \frac{2a^2 - 8}{2a + 4}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a - 4 B) a - 2 C) 2a - 4 D) 2a - 1 E) 2a

$$3. a^2 - 3a - ab + 3b$$

İfadesinin çarpımlara ayrılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (a - 3).(b - a) B) (a + b).(a - 3)
C) 3ab(a - b) D) (3a - 1).(3b - 1)
E) (a - 3).(a - b)

$$4. (a - b).(b + c) + (b - a).(a + c)$$

İfadesinin çarpımlara ayrılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (b - a)^2 B) -(a - b)^2 C) (a - c).(b - c)
D) (a - b).(b - 2c) E) (a - b).(b + c)

$$5. \frac{9x + 3 - y - 3xy}{3 - y}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3x + 1 B) 3 - y C) x + 3
D) 3x + y E) 3x - y

$$6. \frac{16 - (x - 2)^2}{6 - x}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x + 2 B) x - 2 C) x - 4
D) x + 4 E) 2x - 3

$$7. x^2 + y^2 = 10$$

$$x.y = 3$$

olduğuna göre, x + y toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 4

$$8. \frac{a}{\frac{1}{a} - a} - \frac{1}{1 - a^2}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a-1}{a}$ B) $\frac{a+1}{a-1}$ C) a - 1 D) -1 E) -2

$$9. \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{9}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{\frac{1}{6}}$ B) $\sqrt{\frac{1}{10}}$ C) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{36}$

$$10. \frac{(x^2 - xy)^2}{x^4 - y^2x^2}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2 - y}{x^2}$ B) $\frac{xy}{x - y}$ C) $\frac{x - y}{x + y}$ D) 5 E) 1

11. $\frac{x^2 + 7x + a}{x^2 + bx - 15} = \frac{x + 2}{x - 3}$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 12 D) 14 E) 17

12. x pozitif bir reel sayı olmak üzere,

$$\frac{(x + 2)^2 + 2x(x + 2) + x^2}{4} = (15)^2$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 7 B) 13 C) 14 D) 15 E) 19

13. $\frac{9x^2 \left(\frac{1}{2x^2} - \frac{2}{9} \right)}{\frac{3}{2} + x}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3 - 2x$ B) $3x + 2$ C) $x + 3$
D) $3 - x$ E) $2 - 3x$

14. $x > 0$ ve $a = 3^x$ olduğuna göre,

$$\frac{9^{x+1} - 9}{3^{x+1} - 3}$$

ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3(a + 1)$ B) $3a + 2$ C) $3a - 2$
D) $3a + 1$ E) $a - 1$

15. Pozitif iki tamsayının toplamı 7, çarpımları 12 olduğuna göre, küpleri toplamı kaçtır?

- A) 250 B) 152 C) 136 D) 128 E) 91

16. x, y birer gerçel sayı ve

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= 17 \\ 3xy(x + y) &= 10 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

17. $\frac{2a^2 - 18}{2a^2 - 6a} : \frac{a^2 + 3a}{a^3 + a^2}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^2 + 1$ B) $a^2 + 3$ C) $\frac{a^2 + 1}{a}$
D) $\frac{a}{a + 1}$ E) $a + 1$

18. $\frac{2x + 1}{2x} = 5$

olduğuna göre, $\frac{4x + 1}{4x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 26 B) 25 C) 24 D) 23 E) 22

19. $\left(\frac{(x-3) \cdot (3+x)}{x^3 - 9x} - \frac{x-3}{x} \right) : \frac{1}{x}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{4-x}{x^2}$ B) $4 - x$ C) $6 - x$
D) $\frac{x+6}{x}$ E) $2x + 3$

20. $a + b = c - b = 5$

olduğuna göre, $\frac{(a-b) \cdot b + (a-c) \cdot a}{b}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 10 B) 5 C) 1 D) -5 E) -8

1. $\begin{aligned} a + b &= 5 \\ b - c &= 2 \end{aligned}$

olduğuna göre, $ab - c^2 + bc - ac$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -6 B) 6 C) -5 D) 5 E) 14

2. $y^2 - 4x - 2y - 4x^2$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 2y$ B) $x + y$ C) $x - y$
D) $2x + y$ E) $y - 2x - 1$

3. $\begin{aligned} 3xy^2 + x^3 &= 9 \\ x^2y + \frac{y^3}{3} &= 6 \end{aligned}$

olduğuna göre, $x + y$ kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) 3 E) 5

4. $a^2 + 3ab + b^2 = 0$

olduğuna göre, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

5. $\frac{a^6 - 1}{a^4 - a^2} = 24$ olduğuna göre,

$a + \frac{1}{a}$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $\frac{x}{y} - \frac{y}{x} = 4$ olduğuna göre,

$$\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$$
 ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

7. $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = 3$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ değeri kaçtır?

- A) 11 B) 99 C) 119 D) 121 E) 123

8. a, b, c pozitif tamsayılardır.

$$a^2 + b^2 - c^2 - 2ab = 7$$

olduğuna göre, c kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 8

9. $a + \frac{1}{a} = 4$

olduğuna göre, $\frac{1 + a^6}{a^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 76 B) 52 C) 48 D) 40 E) 36

10. $\begin{aligned} x^2 &= 6 + x \cdot y \\ y^2 &= 3 + x \cdot y \end{aligned}$

olduğuna göre, $x - y$ nin pozitif değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

11. $x = 5$ olduğuna göre,

$$(x-1)^3 - 3(x-1)^2 + 3(x-1) - 10$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 18 B) 27 C) 36 D) 37 E) 55

12.

$$\frac{x^3 + mx^2}{x^2 - 4}$$

ifadesi sadeleşebilen bir kesir olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

13.

$$\frac{x^2 - x + a}{x^2 - bx - 9}$$

kesrinin pay ve paydasının birer çarpanı $(x-3)$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -9 B) -6 C) -3 D) 0 E) 6

14.

$$a = 7^{\frac{1}{7}} + 7^{-\frac{1}{7}}$$

$$b = 7^{\frac{1}{7}} - 7^{-\frac{1}{7}}$$

olduğuna göre, $(a^2 - b^2)^2$ kaçtır?

- A) 16 B) 32 C) 49 D) 64 E) 128

15. $\frac{a^2 + 1}{a} = 34$ olduğuna göre,

$$\frac{a+1}{\sqrt{a}}$$
 ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

16.

$$\frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 + x}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A)
- $\frac{x}{x-1}$
- B)
- $\frac{x-1}{x}$
- C)
- $\frac{x+1}{x}$
-
- D)
- $\frac{x}{x+1}$
- E)
- $x^2 - 1$

17. x ve y reel (gerçek) sayılar olmak üzere,

$$x^2 + 5y^2 + 2xy + 4y - 4$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -9 B) -5 C) 4 D) 5 E) 9

18.

$$\frac{a^2 + b}{(a^2 + b + c)^2 - (a^2 + b - c)^2}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\frac{1}{4c}$
- B)
- $\frac{1}{2c}$
- C) 1 D)
- $2c$
- E)
- $4c$

19.

$$x^2 + ax + 25$$

ifadesi tam kare olduğuna göre, a nın alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

- A) -100 B) -50 C) -25
-
- D) 50 E) 100

20. $2^x - 1 = a$ olduğuna göre,

$$\frac{1 - 4^x}{(\sqrt{2})^{2x} + 1}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $-a - 2$
- B)
- $-a$
- C)
- $a - 1$
- D)
- a
- E)
- $a + 1$

1.

$$x + \frac{2}{x} = 3$$

olduğuna göre, $x^3 + \frac{8}{x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 27 B) 21 C) 18 D) 15 E) 9

2.

$$\frac{(x-1)^2 - 16}{x^2 - 4x - 5} \cdot \frac{5x + 5}{x + 3}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 7 B) 5 C)
- $\frac{1}{x+1}$
- D)
- $\frac{3}{x+1}$
- E)
- $x + 3$

3.

$$\frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1} \cdot \frac{x^3 + a \cdot x^2}{x^2 - 16} = x^2$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) -1 D) 2 E) 4

4.

$$\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} - \frac{4a^2}{a^2 - b^2}$$

işleminin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\frac{4a}{a+b}$
- B)
- $\frac{a}{a+b}$
- C)
- $\frac{-4a}{a+b}$
-
- D)
- $\frac{4a}{b}$
- E)
- $\frac{-4a}{b}$

5.

$$\frac{3x^2 + 5x - 2}{x^2 + 2x} : \frac{3x - 1}{x^2 + x}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A)
- $x + 1$
- B)
- $x - 1$
- C)
- $\frac{x}{x+1}$
-
- D)
- $\frac{2}{x-1}$
- E)
- $\frac{x+1}{2}$

6. a pozitif bir tamsayı olmak üzere,

$$\frac{x^2 - a \cdot x + 20}{(x-7)(x-5)}$$

ifadesi sadeleşebilir bir kesir olduğuna göre, sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\frac{x-3}{x-5}$
- B)
- $\frac{x-4}{x-7}$
- C)
- $\frac{x+5}{x-7}$
-
- D)
- $\frac{x+4}{x+5}$
- E)
- $\frac{x-5}{x-4}$

7.

$$a^2 + \frac{1}{4a^2} = 10$$

olduğuna göre, $a - \frac{1}{2a}$ nın pozitif değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8.

$$\frac{a^2 - a}{a^2 + a^{-1} + 1}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A)
- $1 - a$
- B)
- $a - 1$
- C)
- $a + 1$
-
- D)
- $-a - 1$
- E)
- $\frac{1}{2}$

9. $a = b$ olduğuna göre,

$$\frac{a^2 + 2.a.b}{2.a.b - a^2}$$

ifadesinin oranı kaçta eşittir?

- A) 3 B) 2 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

10. $\frac{2.a.x + 4.a.b - b.x - 2.b^2}{x + 2.b}$

ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2a + b$ B) $a + b$ C) $2a - b$
D) $a - b$ E) $a + b + 2$

11. $x = \sqrt{3} + 1$ ve $y = \sqrt{3} - 1$ olduğuna göre,

$$x^3 - 4x^2.y + 4xy^2 - y^3$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

12. $a = b - 1$ olduğuna göre,

$$\frac{(1 - \sqrt{a}).(1 + \sqrt{a})}{a^2 - 1}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{b}$ B) $-\frac{1}{b}$ C) $\frac{1}{a}$ D) $-\frac{1}{a}$ E) $\frac{2}{a}$

13. $\frac{3ax^2 + 6axy + 3ax}{ax + 2ay + a}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) $3x$ B) ax C) x D) a E) 3

14. $(60)^2 + (50)^2 - (58)^2 - (52)^2$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 128 B) 64 C) 32 D) 16 E) 8

15. $\frac{a^4.b - 4b^3.a^2}{a^4.b + 4a^3.b^2 + 4a^2.b^3}$

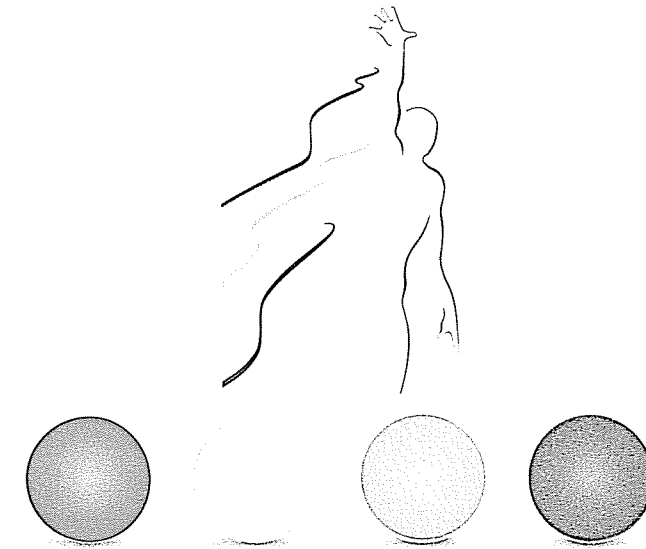
ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden han-
gisidir?

- A) $\frac{a + 2b}{a - 2b}$ B) $\frac{a - 2b}{a + 2b}$ C) $\frac{a.b}{a + b}$
D) $\frac{a.b}{a - b}$ E) $\frac{a + b}{a - 2b}$

16. $\frac{a^3 + b^3}{(a + b)^2 - 3a.b}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden han-
gisidir?

- A) $a + b$ B) $a^2 + b^2$ C) $a - b$ D) a E) b



BÖLÜM 4

ORAN - ORANTI

ORAN

En az biri sıfırdan farklı ve birimleri aynı olan iki çokluğun birbirine bölümüne **oran** denir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

- a) 10 kilogramın 5 kilograma oranı,
- b) 15 litrelik suyun 35 litrelik süte oranı,
- c) 15 litrelik su ile 35 litrelik süt karıştırıldığında karışımındaki süt oranı,

Yukarıdaki ifadelerde istenilenleri bulalım.

Çözüm:

- a) 10 kilogramın 5 kilograma oranı;

$$\frac{10(\text{kg})}{5(\text{kg})} = 2$$

- b) 15 litrelik suyun 35 litrelik süte oranı;

$$\frac{15(\text{lt})}{35(\text{lt})} = \frac{3}{7}$$

- c) Elde edilen karışımındaki süt oranı;

$$\frac{\text{Süt (lt)}}{\text{Tüm karışım (lt)}} = \frac{35}{15 + 35} = \frac{35}{50} = \frac{7}{10} \text{ dur.}$$

Örnek 2:

Ahmet'in kapasitesi; Burak'ın kapasitesinin 2 katı, Taner'in kapasitesinin yarısıdır.

Burak'ın kapasitesinin Taner'in kapasitesine oranını bulalım.

Çözüm:

Ahmet	Burak	Taner
2x	x	4x

şeklinde alınırsa,

Burak'ın kapasitesinin, Taner'in kapasitesine oranı;

$$\frac{x}{4x} = \frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Babanın yaşı çocuğun yaşının 5 katı, eşinin yaşının $\frac{1}{2}$ katıdır.

- a) Çocuğun yaşının babanın yaşına oranı,
- b) Annenin yaşının çocuğun yaşına oranını bulunuz.

Soru 2:

20 gr un, 30 gr şeker, 10 gr yağ karıştırıldığında karışımındaki yağ miktarının oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{10}$

Soru 3:

Ali parasının $\frac{1}{3}$ ünü Veli'ye verince paraları eşit oluyor.

Buna göre, başlangıçta Ali'nin parasının Veli'nin parasına oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 2 E) 3

ORANTI

Oranların birbirine eşitliğine **oranti** denir.

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}$ birer oran olmak üzere,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ (ikili oranti)}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \text{ (üçlü oranti)}$$

k = Oranti sabitidir.

Bilgi

■ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ orantısı, $a : c : e = b : d : f$ biçiminde ifade edilebilir.

■ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ orantısında içler dışlar çarpımı yapılabilir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a : b = c : d \Leftrightarrow \frac{a \cdot d}{\text{dışlar}} = \frac{b \cdot c}{\text{içler}}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$a : b : c = 2 : 3 : 5$$

orantısında oranti sabiti 2 ise a'yı bulalım.

Çözüm:

$$a : b : c = 2 : 3 : 5 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = 2$$

$$\Rightarrow a = 2 \cdot 2 = 4 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:

$$\frac{2x}{3} = \frac{2-5x}{4}$$

olduğuna göre, x değerini bulalım.

Çözüm:

İçler çarpımı dışlar çarpımına eşittir.

$$\frac{2x}{3} = \frac{2-5x}{4} \Rightarrow 4 \cdot 2x = 3 \cdot (2-5x)$$

$$\Rightarrow 8x = 6 - 15x$$

$$\Rightarrow 23x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{23} \text{ bulunur.}$$

Örnek 3:

$x \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{x}{2} = \frac{2xy}{3} = \frac{x+y}{4}$$

orantısında x ve y değerlerini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{x}{2} = \frac{2xy}{3} = \frac{x+y}{4}$$

Birinci ve ikinci eşitlikten;

$$\frac{x}{2} = \frac{2xy}{3} \Rightarrow 3x = 4xy \Rightarrow y = \frac{3}{4} \text{ bulunur.}$$

Birinci ve üçüncü eşitlikten;

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} = \frac{x+y}{4} &\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{x+\frac{3}{4}}{4} \\ &\Rightarrow 4x = 2x + \frac{3}{2} \\ &\Rightarrow x = \frac{3}{4} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$x : 2 : y = 3 : z : 7$$

orantısında oranti sabiti $\frac{1}{3}$ olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?

$$A) \frac{7}{3} \quad B) \frac{21}{3} \quad C) \frac{28}{3} \quad D) 3 \quad E) 7$$

Soru 2:

$$\frac{a}{2} = \frac{16}{b} = \frac{b}{a}$$

olduğuna göre, $a^2 + b^2$ toplamı kaçtır?

$$A) 65 \quad B) 70 \quad C) 75 \quad D) 80 \quad E) 85$$

Soru 3:

Üç kişinin yaşları sırasıyla 3, 7 ve 10 sayıları ile orantılıdır.

En büyük kardeş 30 yaşında olduğuna göre, en küçüğü kaç yaşındadır?

$$A) 3 \quad B) 6 \quad C) 9 \quad D) 15 \quad E) 21$$

Soru 4:

$$\frac{x+3y}{2y} = 3$$

olduğuna göre, $\frac{x+y}{2y}$ oranı kaçtır?

$$A) 1 \quad B) 2 \quad C) 3 \quad D) 4 \quad E) 6$$

Soru 5:

$$\frac{2m}{2m-3n} = 2$$

olduğuna göre, $\frac{m^2}{m^2-n^2}$ oranı kaçtır?

$$A) \frac{1}{9} \quad B) \frac{4}{9} \quad C) \frac{8}{9} \quad D) \frac{9}{8} \quad E) \frac{9}{4}$$

Bilgi

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \text{ orantısında,}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c} = \frac{f}{e} = \frac{1}{k} \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 2 \text{ orantısında,}$$

$$\left(\frac{a+b}{e} \right) \cdot \left(\frac{e+f}{b} \right) + \frac{d}{c}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \left(\frac{a+b}{e} \right) \cdot \left(\frac{e+f}{b} \right) + \frac{d}{c} &= \left(\frac{a+b}{b} \right) \cdot \left(\frac{e+f}{e} \right) + \frac{d}{c} \\ &= \left(\frac{a}{b} + 1 \right) \cdot \left(1 + \frac{f}{e} \right) + \frac{d}{c} \\ &= (2 + 1) \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \\ &= 3 \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 5 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\frac{x}{y} = \frac{z}{t} = \frac{m}{r} = \frac{1}{5} \text{ orantısında,}$$

$$\left(\frac{x+y}{y} \right) \cdot \left(\frac{z+t}{z} \right) \cdot \left(\frac{r}{m} \right)$$

çarpımının değeri kaçtır?

$$A) 5 \quad B) 25 \quad C) 36 \quad D) 40 \quad E) 42$$

Soru 2:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ orantısında,}$$

$$\left(\frac{a+b}{a}\right) \cdot \left(\frac{d+c}{c}\right) = 4$$

olduğuna göre, k'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

Bilgi

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \text{ orantısında,}$$

■ $n \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n} = \frac{e^n}{f^n} = k^n \text{ dir.}$$

$$\frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f} = k^3 \text{ tür.}$$

$$\frac{na + mc + re}{nb + md + rf} = k \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$\frac{x}{y} = \frac{z}{t} = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, $\frac{x^2}{y^2} + \frac{t^2 + z^2}{t^2}$ yi bulalım.

Çözüm:

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x^2}{y^2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9} \text{ dir.}$$

$$\frac{t^2 + z^2}{t^2} = \frac{t^2}{t^2} + \frac{z^2}{t^2} = 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{10}{9} \text{ dir.}$$

$$\frac{x^2}{y^2} + \frac{t^2 + z^2}{t^2} = \frac{1}{9} + \frac{10}{9} = \frac{11}{9} \text{ dir.}$$

Örnek 2:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 3$$

olduğuna göre, $\frac{b \cdot d \cdot e}{a \cdot c \cdot f}$ yi bulalım.

Çözüm:

$$\frac{b \cdot d \cdot e}{a \cdot c \cdot f} = \frac{b}{a} \cdot \frac{d}{c} \cdot \frac{e}{f} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 = \frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

Örnek 3:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$$

$$2a - b + c = 21$$

olduğuna göre, $\frac{a+b}{c-a}$ oranını bulalım.

Çözüm:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = k \Rightarrow \frac{2a - b + c}{2 \cdot 3 - 4 + 5} = k \text{ dir.}$$

$$\Rightarrow \frac{21}{7} = k \Rightarrow k = 3 \text{ tür.}$$

$$\frac{a}{3} = k \Rightarrow a = 3k = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\frac{b}{4} = k \Rightarrow b = 4k = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\frac{c}{5} = k \Rightarrow c = 5k = 5 \cdot 3 = 15$$

$$\frac{a+b}{c-a} = \frac{9+12}{15-9} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} \text{ dir.}$$

Örnek 4:

Bir ressam yeşil (y), mavi (m) ve beyaz (b) boyaları,

$$\frac{y}{m} = \frac{1}{3}, \quad \frac{m}{b} = \frac{1}{2}$$

oranında karıştırarak 250 gramlık bir karışım elde ediyor.

Karışımındaki mavi boyanın miktarını bulalım.

Çözüm:

I. yol:

$$\frac{y}{m} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{m}{3}$$

$$\frac{m}{b} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = 2m$$

$$y + m + b = 250 \Rightarrow \frac{m}{3} + m + 2m = 250$$

$$\Rightarrow \frac{10m}{3} = 250$$

$$\Rightarrow m = 75 \text{ gr}$$

II. yol:

$$\frac{y}{m} = \frac{1}{3} \text{ ve } \frac{m}{b} = \frac{1}{2} \text{ ise,}$$

iki orantıda ortak olan m'ye karşılık gelen sayıları eşitleyerek de çözebiliriz. (3 ve 1'i okeki olan 3'te eşitleyelim.)

$$\frac{y}{m} = \frac{1.1}{3.1}, \quad \frac{m}{b} = \frac{1.3}{2.3}$$

$$y = k, m = 3k, b = 6k \text{ denirse,}$$

$$y + b + m = 250 \Rightarrow k + 6k + 3k = 250$$

$$\Rightarrow k = 25$$

$$m = 3k \Rightarrow 3 \cdot 25 = 75 \text{ gr olur.}$$

Örnek 5:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = e \text{ orantısı veriliyor.}$$

$$\frac{ac + 2dc}{bc + x} = e$$

olduğuna göre, x'i bulalım.

Çözüm:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = e \Rightarrow \frac{ac + 2dc}{bc + x} = e \text{ dir.}$$

$$\frac{a \cdot c + 2 \cdot d \cdot c}{b \cdot c + 2 \cdot d \cdot d} = \frac{a \cdot c + 2 \cdot d \cdot c}{b \cdot c + x}$$

$$\uparrow \quad \quad \quad \uparrow$$

$$2d \cdot d = x \Rightarrow x = 2d^2 \text{ olmalıdır.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{3} \text{ ve } \frac{y}{z} = \frac{4}{7}$$

olduğuna göre, $\frac{x+y}{z-y}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{5}{13}$ B) $\frac{32}{5}$ C) $\frac{32}{9}$ D) $\frac{8}{3}$ E) 2

Soru 2:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{1}{3}$$

$$2a - c + 3e = 5$$

$$2b + 3f = 6$$

olduğuna göre, d kaçtır?

- A) -12 B) -9 C) -6 D) -3 E) -1

Soru 3:

x, y, z maddeleriyle

$$2x = 3y \text{ ve } y = 2z$$

oranlarında bir karışım yapılıyor.

x ile y maddelerinden toplam 200 gr kullanıldığına göre, kaç gr z maddesinden kullanılmıştır?

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

Soru 4:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{2}{3}$$

olduğuna göre, $\frac{b \cdot c \cdot e}{a \cdot d \cdot f}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{8}{27}$ B) $\frac{27}{8}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 1

Soru 5:

$$\frac{a+b-c}{c} = \frac{a+c-b}{b} = \frac{b+c-a}{a} \text{ ve}$$

$$a + b + c = 12$$

olduğuna göre, c kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Soru 6:

$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n} = k \text{ orantısında}$$

$$\frac{2a + x \cdot m}{2b + 2cn} = k$$

olduğuna göre, c aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) x B) 2x C) $\frac{x}{2}$ D) 2 E) $\frac{1}{2}$

ORANTI ÇEŞİTLERİ

Doğru Orantı

a artarken b de artıyorsa ya da a azalırken b de azalıyorsa, a ile b doğru orantılıdır.

Bilgi

a ile b doğru orantılı ise oranları sabittir.

$$\frac{a}{b} = x \text{ tir.}$$

a ile b orantılıdır demek a ile b doğru orantılıdır demektir.

a, b, c sayıları, sırasıyla x, y, z ile orantılı ise,

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

2a sayısı b - 1 ile orantılıdır.

a = 2 için b = 3 ise, a = 3 için b nin kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

$$\frac{2a}{b-1} = k \text{ dir.}$$

$$a = 2, b = 3 \Rightarrow \frac{2 \cdot 2}{3-1} = k \Rightarrow k = 2 \text{ dir.}$$

$$a = 3 \Rightarrow \frac{2 \cdot 3}{b-1} = 2 \Rightarrow 2b - 2 = 6 \Rightarrow b = 4 \text{ olur.}$$

Örnek 2:

a, b, c sayıları sırasıyla 5, 12 ve 13 ile orantılıdır.

$$2b - a + c = 64$$

olduğuna göre, a, b ve c nin değerlerini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{12} = \frac{c}{13} = k$$

$$a = 5k, b = 12k, c = 13k$$

$$2b - a + c = 64 \Rightarrow 2 \cdot 12k - 5k + 13k = 64$$

$$\Rightarrow 32k = 64$$

$$\Rightarrow k = 2$$

$$a = 5 \cdot k = 5 \cdot 2 = 10, b = 12k = 12 \cdot 2 = 24,$$

$$c = 13 \cdot k = 13 \cdot 2 = 26 \text{ bulunur.}$$

Örnek 3:

Bir çiftlikteki kazların sayısı 3,4 ve ördeklerin sayısı 3,6 ile orantılıdır.

Bu çiftlikteki kazların ve ördeklerin toplam sayısının en az kaç olacağını bulalım.

Çözüm:

$$\frac{k}{3,4} = \frac{\ddot{o}}{3,6} \Rightarrow \frac{k}{34} = \frac{\ddot{o}}{36}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{17} = \frac{\ddot{o}}{18}$$

$$\Rightarrow k \text{ en az } 17, \ddot{o} \text{ en az } 18 \text{ olur.}$$

Toplam hayvan sayısı en az $17 + 18 = 35$ tir.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

a ve b sayılarının, farkı ve toplamı sırasıyla 4 ve 11 sayılarıyla orantılıdır.

Buna göre, $\frac{a}{b}$ değeri kaç olabilir?

- A) $\frac{15}{7}$ B) $\frac{11}{2}$ C) 11 D) 15 E) 17

Soru 2:

Bir okuldaki kız ve erkek öğrencilerin sayıları sırasıyla 2, 4 ve 2, 6 sayıları ile orantılıdır.

Okuldaki öğrenci sayısı 175 ile 210 arasında olduğuna göre, kaç tane erkek öğrenci vardır?

- A) 80 B) 96 C) 104 D) 115 E) 134

Soru 3:

Bir ABC üçgeninin dış açıları 5, 6 ve 7 sayıları ile orantılıdır.

Bu üçgenin en küçük iç açısı kaç derecedir?

- A) 40 B) 80 C) 100 D) 120 E) 140

Soru 4:

$a^2 + 1$ sayısı $3b + 1$ sayısı ile orantılıdır.

a = 3 iken b = 1 olduğuna göre, b = 3 iken a^2 kaçtır?

- A) $\sqrt{24}$ B) 5 C) 23 D) 24 E) 25

Soru 5:

88 cm uzunluğunda bir çubuk 5 ve 6 ile orantılı olacak şekilde iki parçaya ayrılıyor.

Buna göre, parçalar arasındaki fark kaç cm dir?

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 24 E) 30

Ters Orantı

a artarken b azalıyorsa ya da a azalırken b artıyorsa, a ile b ters orantılıdır.

Bilgi

- a ile b ters orantılı ise, çarpımları sabittir.

$$a \cdot b = k \text{ dir.}$$

- a, b, c sayıları sırasıyla x, y, z sayıları ile ters orantılı ise,

$$a \cdot x = b \cdot y = c \cdot z = k \text{ veya}$$

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = k \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

$2n + 1$ ve $3m$ sayıları ters orantılıdır.

$n = 3$ iken $m = 2$ olduğuna göre, $m = 3$ iken n yi bulalım.

Çözüm:

$$(2n + 1) \cdot (3m) = k \Rightarrow (2 \cdot 3 + 1) \cdot (3 \cdot 2) = k$$

$$\Rightarrow k = 42$$

$$m = 3 \Rightarrow (2n + 1) \cdot (3 \cdot 3) = 42$$

$$\Rightarrow 2n + 1 = \frac{42}{9}$$

$$\Rightarrow 2n + 1 = \frac{14}{3}$$

$$\Rightarrow n = \frac{11}{6} \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:

4 ve 6 yaşlarında iki çocuk bir miktar bilyeyi yaşları ile ters orantılı olarak paylaşıyorlar.

Toplam bilye sayısı 25 olduğuna göre, bu çocukların kaç tane bilye aldıklarını bulalım.

Çözüm:

Çocuklardan birinin a, diğerinin b tane bilyesi olsun. a ve b, 4 ve 6 ile ters orantılı olduğundan,

$$4 \cdot a = 6 \cdot b = k$$

$$a = \frac{k}{4} \text{ ve } b = \frac{k}{6} \text{ dir.}$$

$$a + b = 25 \Rightarrow \frac{k}{4} + \frac{k}{6} = 25$$

$$\Rightarrow \frac{5k}{12} = 25$$

$$\Rightarrow k = 60 \text{ olur.}$$

$$\text{Çocuklardan biri } a = \frac{k}{4} = \frac{60}{4} = 15$$

$$\text{diğeri } b = \frac{k}{6} = \frac{60}{6} = 10 \text{ bilye almıştır.}$$

Örnek 3:

$$3a = 2b \text{ ve } 2a = 5c$$

olduğuna göre, a, b, c sayılarının ters orantılı oldukları sayıları bulalım.

Çözüm:

$$3a = 2b \text{ ve } 2a = 5c$$

eşitliklerinde a ların katsayılarını eşitleyelim.

$$6a = 4b = 15c$$

a, b, c sayıları 6, 4, 15 ile ters orantılıdır.

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Bir buzdolabındaki kola, ayran ve gazoz şişelerinin sayısı sırası ile 1,2, 1,5 ve 2 ile ters orantılıdır.

Buna göre, bu buzdolabında en az kaç ayran şişesi vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Soru 2:

$$ax = by = cz = 45$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{4}{5}$$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?

- A) 20 B) 27 C) 32 D) 36 E) 45

Soru 3:

$(y - 1)$ sayısı ile $(x + 3)$ sayısı ters orantılıdır.

$y = 3$ için $x = 2$ olduğuna göre, $y = 5$ için, x kaçtır?

- A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{3}$

Bileşik Orantı

İçinde hem doğru, hem de ters orantı bulunan oranlar bileşik orantıdır.

Bilgi

- a; b ile doğru, c ile ters orantılı ise,

$$\frac{a}{b} \cdot c = k \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

$(a + 1)$ sayısı $(3b)$ sayısı ile doğru, $(2c - 1)$ sayısı ile ters orantılıdır.

Buna göre, $a = 1$ ve $b = 2$ iken $c = 3$ ise $a = 4$ ve $b = 5$ iken c nin kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

$$\frac{a + 1}{3b} \cdot (2c - 1) = k \text{ dir.}$$

$a = 1, b = 2$ ve $c = 3$ için,

$$\frac{1 + 1}{3 \cdot 2} \cdot (2 \cdot 3 - 1) = k \Rightarrow k = \frac{5}{3} \text{ olur.}$$

$a = 4, b = 5$ için,

$$\frac{4 + 1}{3 \cdot 5} \cdot (2 \cdot c - 1) = \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{3} \cdot (2 \cdot c - 1) = \frac{5}{3}$$

$$2c - 1 = 5$$

$$c = 3 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:

8 ve 10 yaşlarındaki iki kardeş bir miktar cevizi büyüğünün yaşı ile doğru, küçüğünün yaşı ile ters orantılı olarak paylaşıyorlar.

Buna göre, dağıtılan ceviz sayısının en az kaç tane olduğunu bulalım.

Çözüm:

Büyük çocuk x, küçük çocuk y tane ceviz alsın.

$$\frac{x}{10} = 8y = k \text{ dir.}$$

$$x = 10k, y = \frac{k}{8}$$

$$\text{Ceviz sayısı} = x + y = 10k + \frac{k}{8} = \frac{81k}{8}$$

k = 8 için ceviz sayısı en az 81 olur.

Örnek 3:

Bir boyacı yeşil ve sarı boya miktarları sırasıyla 5 ve 3 ile doğru orantılı olacak şekilde, beyaz boyayı ise miktarı 2 ile ters orantılı olacak şekilde karıştırıyor.

Boyacı karışımında 680 gr boya kullandığına göre, kaç gram beyaz boya kullandığını bulalım.

Çözüm:

Yeşil (y), sarı (s), beyaz (b) olsun.

$$\frac{y}{5} = \frac{s}{3} = 2b = k$$

$$y = 5k, s = 3k, b = \frac{k}{2} \text{ dir.}$$

$$y + s + b = 680 \Rightarrow 5k + 3k + \frac{k}{2} = 680$$

$$\Rightarrow \frac{17k}{2} = 680$$

$$\Rightarrow k = 80 \text{ bulunur.}$$

$$b = \frac{k}{2} \text{ olduğuna göre, } b = \frac{80}{2} = 40 \text{ gr dir.}$$

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Bir a değişkeni $b^2 + 1$ ile doğru, $2c - 3$ ile ters orantılıdır.

b = 3, c = 3 iken a = 10 olduğuna göre, b = 4 ve c = 2 için a kaçtır?

- A) $\frac{21}{5}$ B) $\frac{41}{5}$ C) $\frac{51}{5}$ D) 51 E) 3

Soru 2:

Bir kümesteki tavuklar 2 ile doğru, 3 ile ters orantılı iki gruba ayrılabilir.

Kümesteki tavuk sayısı en az kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Soru 3:

X, Y ile doğru Z ile ters orantılıdır.

Bu orantıda X i $\frac{1}{3}$ oranında artırır, Y yi 4 katına çıkarırsak Z nasıl değişir?

- A) 2 katına çıkar B) $\frac{1}{3}$ katına çıkar
C) 3 katına çıkar D) 4 katına çıkar
E) $\frac{1}{4}$ katına çıkar

Bilgi

Problemlerde orantı kurulurken, aynı cinsten çoklukları alt alta gelecek şekilde yazılır. Doğru orantı için çapraz, ters orantı için paralel oklar çizilir. Oklar yönünde çarpma işlemi yapılarak iki çarpım eşitlenir.

Doğru orantı

$$\begin{array}{ccc} a & \nearrow & b \\ c & \searrow & x \\ a \cdot x & = & b \cdot c \end{array}$$

Ters orantı

$$\begin{array}{ccc} a & \longrightarrow & b \\ c & \longrightarrow & x \\ a \cdot b & = & c \cdot x \end{array}$$

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Bir öğrenci 100 soruyu 90 dakikada çözerse, 150 soruyu kaç dakikada çözeceğini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{ccc} 100 \text{ soru} & \nearrow & 90 \text{ dk} \\ 150 \text{ soru} & \searrow & x \end{array}$$

Doğru orantı

$$100 \cdot x = 150 \cdot 90$$

$$x = 135 \text{ dk}$$

Örnek 2:

12 işçi bir işi 15 günde yaparsa 20 işçinin aynı işi kaç günde yapacağını bulalım.

Çözüm:

İşçi sayısı artarsa işin yapılma süresi azalacağından ters orantı kurulur.

$$12 \text{ işçi} \longrightarrow 15 \text{ günde}$$

$$20 \text{ işçi} \longrightarrow x$$

$$12 \cdot 15 = 20 \cdot x \Rightarrow x = 9 \text{ günde}$$

Örnek 3:

Bir musluk bir havuzu 15 saatte dolduruyor.

Musluktan birim zamanda akan su miktarı % 20 azaltılırsa, havuzun kaç saatte dolacağını bulalım.

Çözüm:

Musluktan birim zamanda akan su miktarı x olsun. Su miktarı azaltılırsa dolma süresi artacağından ters orantı vardır.

$$\begin{array}{ccc} x & \longrightarrow & 15 \text{ saatte} \\ x - x \cdot \frac{20}{100} & \longrightarrow & a \text{ saatte} \end{array}$$

$$x \cdot 15 = \frac{4x}{5} \cdot a \Rightarrow a = \frac{75}{4} \text{ saatte}$$

Örnek 4:

Bir inek bir çayırın ortasındaki kazığa 2 metrelik bir ipe bağlandığında alandaki otlar ineğe 15 gün yetiyor.

İneğe toplam 135 gün yetecek kadar ot sağlanması için ipin uzunluğunun ne kadar artırılması gerektiğini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{ccc} \pi \cdot 2^2 \text{ lik alan} & \nearrow & 15 \text{ gün yeterse,} \\ \pi \cdot r^2 & \searrow & 135 \text{ gün} \end{array}$$

Doğru orantı

$$135 \cdot \pi \cdot 2^2 = 15 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$36\pi = \pi \cdot r^2$$

$$r = 6 \text{ m olmalı}$$

İpin uzunluğu $6 - 2 = 4$ metre artırılmalıdır.

Örnek 5:

Bir traktörün büyük (arka) tekerleğinin yarıçapı, küçük (ön) tekerleğinin yarıçapının 3 katıdır.

270 metrelik mesafede küçük tekerlek büyük tekerlekten 30 devir fazla yaptığına göre, büyük tekerleğin çevresini bulalım.

Çözüm:

270 metre mesafeyi büyük tekerlek k kere dönerek yapsın.

Küçük tekerleğin yarıçapı r ise, büyük tekerleğin yarıçapı $3r$ olsun.

$2\pi \cdot 3r \cdot k \rightarrow$ büyük tekerleğin aldığı mesafe

$2\pi \cdot r \cdot (k + 30) \rightarrow$ küçük tekerlek büyük tekerlekten devir 30 fazla yapıyor.

O halde, orantı;

$$270 = 2\pi \cdot 3r \cdot k = 2\pi \cdot r \cdot (k + 30) \text{ olur.}$$

$$2\pi \cdot 3r \cdot k = 2\pi \cdot r \cdot (k + 30) \text{ dan}$$

$$3k = k + 30$$

$$k = 15 \text{ bulunur.}$$

$$270 = 2\pi \cdot r \cdot (k + 30) \text{ dan}$$

$$270 = 2\pi \cdot r \cdot (15 + 30)$$

$$3 = \pi \cdot r \text{ bulunur.}$$

Arka tekerleğin çevresi;

$$2\pi \cdot 3r = 2 \cdot 3 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18 \text{ m bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir hapishanenin A koğuşunda bulunan 120 mahkuma 75 gün yetecek kadar yiyecek vardır. 25 gün sonra mahkumlardan 20 si tahliye oluyor.

Buna göre, kalan yiyecek diğer mahkumlara kaç gün yeter?

- A) 60 B) 85 C) 90 D) 115 E) 135

Soru 2:

Aynı kapasitede 9 işçi bir işi 20 günde bitirmektedir.

İşçi sayısı $\frac{1}{3}$ oranında artarsa aynı iş kaç günde biter?

- A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 14

Soru 3:

Bir musluk bir havuzu 20 saatte dolduruyor.

Musluktan birim zamanda akan su miktarı % 25 artırılır ve havuzun hacmi iki katına çıkartılırsa, havuz kaç saatte dolar?

- A) 15 B) 16 C) 20 D) 25 E) 32

Soru 4:

Birbirini çeviren üç dişli çarktan en küçüğü 75 devir yaptığına en büyüğü 45, diğeri ise 60 devir yapmaktadır.

En büyük çarkın çapı, en küçük olanın çapından 4 cm fazla olduğuna göre, diğerinin çapı kaç cm dir?

- A) 4 B) 6 C) 7,5 D) 8 E) 9,5

Soru 5:

Bir traktörün arka tekerleğinin yarıçapı ön tekerleğinin yarıçapının 2 katıdır.

200 metrelik mesafede, küçük tekerlek büyük tekerlekten 50 devir fazla yaptığına göre, küçük tekerleğin yarıçapı kaç cm dir? ($\pi = 3$ alınız.)

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

Bilgi

İş problemlerinde; kapasite, işçi sayısı, süre gibi değişkenler yapılan işle doğru orantılı olduğundan, yapılan işin diğer değişkenlerin çarpımına oranı sabittir.

$$\frac{\text{Birinci iş}}{\text{Birinci iş ile ilgili diğer verilenlerin çarpımı}} = \frac{\text{İkinci iş}}{\text{İkinci iş ile ilgili diğer verilenlerin çarpımı}}$$

kuralı kullanılarak sorular çözülür.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

5 ayakkabıcı 40 çift ayakkabıyı 4 saatte boyarsa, 8 ayakkabıcının 48 çift ayakkabıyı kaç saatte boyayacağını bulalım.

Çözüm:

- I. 5 ayakkabıcı $\rightarrow$ 4 saatte 40 çift
II. 8 ayakkabıcı $\rightarrow$ x saatte 48 çift

Ters orantı Doğru orantı

Formül kullanılırsa,

$$\frac{40}{5 \cdot 4} = \frac{48}{8 \cdot x} \Rightarrow x = 3 \text{ saat bulunur.}$$

Örnek 2:

3 boyacı günde 2 saat çalışarak bir duvarı 6 günde boyarsa, 4 boyacının günde 3 saat çalışarak aynı duvarı kaç günde boyayacağını bulalım.

Çözüm:

- 3 boyacı günde 2 s. 1 duvarı 6 gün
4 boyacı günde 3 s. 1 duvarı x

$$\frac{1}{3 \cdot 2 \cdot 6} = \frac{1}{4 \cdot 3 \cdot x} \Rightarrow x = 3 \text{ gün}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

3 işçi bir işi günde a saat çalışarak 24 günde bitirebiliyor. a + 3 işçi bu işi günde 8 saat çalışarak a günde yapabiliyor.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

Soru 2:

n tane işçi günde 3 saat çalışarak 25 m² halıyı 12 günde dokuyorlar.

İşçi sayısı artırılarak ve günde 5 saat çalışarak 25 m² halı 6 günde dokunduğuna göre, n aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 3 B) 6 C) 12 D) 20 E) 24

Soru 3:

Yapılan iş miktarının, işçi sayısı ve günlük çalışma süresiyle doğru orantılı olduğu bir işyerinde günlük çalışma süresi % 25 artırılıyor.

Bu işyerinde aynı iş miktarının elde edilebilmesi için işçi sayısı % kaç azaltılmalıdır?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

ORTALAMALAR

Aritmetik Ortalama

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ reel sayılarının aritmetik ortalaması,

$$A.O = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \text{ dir.}$$

Bilgi

■ 2 sayı için $A.O = \frac{a_1 + a_2}{2}$

■ 3 sayı için $A.O = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}$ tür.

■ Ortalaması a olan n tane sayının her birine b eklenirse elde edilen sayıların ortalaması a + b, her birinden b çıkarılırsa, a - b olur.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Bir öğrencinin ilk dört sınavının ortalaması 3 tür.

Öğrencinin karnesine 4 düşmesi için sözlüden kaç alması gerektiğini bulalım.

Çözüm:

Sınavlardan x_1, x_2, x_3, x_4 alsın.

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 3 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$$

sözlüden a alsın.

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + a}{5} = 4 \Rightarrow \frac{12 + a}{5} = 4$$

$$\Rightarrow 12 + a = 20$$

$$\Rightarrow a = 8 \text{ olur.}$$

Örnek 2:

Bir toplulukta erkeklerin yaş ortalaması 21, kızların yaş ortalaması 17 dir.

Topluluğun yaş ortalaması 18 olduğuna göre, bu toplulukta kaç kişi olabilir?

- A) 18 B) 22 C) 26 D) 28 E) 30

Çözüm:

Erkeklerin yaşları toplamı = E

Kızların yaşları toplamı = K

Erkeklerin sayısı = e

Kızların sayısı = k olsun.

$$\frac{E}{e} = 21 \Rightarrow E = 21.e$$

$$\frac{K}{k} = 17 \Rightarrow K = 17.k$$

$$\frac{E + K}{e + k} = 18 \Rightarrow \frac{21e + 17k}{e + k} = 18$$

$$\Rightarrow 21e + 17k = 18e + 18k$$

$$\Rightarrow 3e = k$$

Bu toplulukta kişi sayısı;

$$e + k = e + 3e = 4e$$

Yani 4 ün katı olmalı.

Cevap D

Örnek 3:

$$\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \text{ ile } \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \text{ sayılarının aritmetik or-}$$

talamasını bulalım.

Çözüm:

$$A.O = \frac{\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}}{2}$$

$$A.O = \frac{\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3}}{2}$$

$$A.O = \frac{2\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ olur.}$$

Örnek 4:

Şimdiki yaşlarının ortalaması 45 olan bir grubun 10 yıl önceki yaşlarının ortalamasını bulalım.

Çözüm:

Ortalaması 45 olan gruptaki bireylerin herbirinden 10 çıkarırsak yeni ortalama $45 - 10 = 35$ olur.

Örnek 5:

Ortalaması 10 olan 8 tane sayının, herbirine 5 eklenirse, yeni ortalamanın kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

Ortalaması 10 olan sayıların herbirine 5 eklenirse yeni ortalama $10 + 5 = 15$ olur.

Örnek 6:

x tane sayının ortalaması $\frac{2x}{3}$ tür.

Bu x tane sayının herbirinden aynı sayı çıkarılırsa yeni ortalama $\frac{x}{2}$ olduğuna göre, bu sayılardan çıkarılan sayıyı bulalım.

Çözüm:

Ortalama $\frac{2x}{3}$ iken sayıların herbirinden a sayısını çıkarırsak yeni ortalama $\frac{x}{2}$ oluyorsa,

$$\frac{2x}{3} - a = \frac{x}{2} \text{ dir.}$$

$$\Rightarrow a = \frac{x}{6} \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Aritmetik ortalaması 15 olan 7 tane sayı içerisinde aritmetik ortalaması 9 olan 4 tane sayı çıkarılırsa kalan 3 sayının aritmetik ortalaması kaç olur?

- A) 21 B) 23 C) 25 D) 30 E) 32

Soru 2:

$\sqrt{4+\sqrt{7}}$ ile $\sqrt{4-\sqrt{7}}$ sayılarının aritmetik ortalaması kaçtır?

- A) $\sqrt{14}$ B) $\sqrt{7}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{\sqrt{14}}{2}$

Soru 3:

Bir sınıftaki öğrencilerin matematik dersinden aldıkları notlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Not	1	2	3	4	5
Öğrenci sayısı	1	4	5	10	1

Buna göre, bu sınıftaki öğrencilerin matematik dersi not ortalaması kaçtır?

- A) $\frac{7}{23}$ B) 3 C) $\frac{23}{7}$ D) $\frac{23}{5}$ E) 5

Soru 4:

Bir sınıftaki kız öğrencilerin sayısı, erkek öğrencilerin sayısının 3 katıdır. Aynı sınıftaki Nurcan'ın kız arkadaşlarıyla, Özcan'ın erkek arkadaşlarının not ortalaması sırasıyla 5 ve 9, sınıfın not ortalaması ise 6'dır.

Buna göre, Nurcan ile Özcan'ın not ortalaması kaçtır?

- A) 5,5 B) 6 C) 6,5 D) 7 E) 7,5

Soru 5:

n tane sayının ortalaması A'dır. Bu n tane sayıdan belli adet sayı çıkarıldığında yeni ortalama $\frac{2A}{5}$ oluyor.

n tane sayının toplamı yeni toplamın 3 katı olduğuna göre, çıkarılan sayı adedinin n cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{n}{2}$ B) $\frac{n}{3}$ C) $\frac{n}{4}$ D) $\frac{n}{5}$ E) $\frac{n}{6}$

Soru 6:

Aritmetik ortalaması 21 olan 5 sayıya, toplamları 75 olan kaç sayı eklenirse aritmetik ortalama 18 olur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Geometrik Ortalama

$a_1, a_2, \dots, a_n$ sayılarının geometrik ortalaması;

$$G.O = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \text{ dir.}$$

Bilgi

2 sayı için; $G.O = \sqrt{a_1 \cdot a_2}$

3 sayı için; $G.O = \sqrt[3]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3}$ tür.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

x ile y nin geometrik ortalaması 5,
y ile z nin geometrik ortalaması 4

olduğuna göre, x - z nin y ile geometrik ortalamasını bulalım.

Çözüm:

$$\sqrt{x \cdot y} = 5 \Rightarrow x \cdot y = 25$$

$$\sqrt{y \cdot z} = 4 \Rightarrow y \cdot z = 16$$

$$y(x - z) = 9 \text{ bulunur.}$$

x - z ile y nin geometrik ortalaması;

$$\sqrt{y \cdot (x - z)} = \sqrt{9} = 3 \text{ olur.}$$

Örnek 2:

4^{x+1} ve 8^{x-2} sayılarının geometrik ortalaması 16 olduğuna göre, x i bulalım.

Çözüm:

$$G.O = \sqrt{4^{x+1} \cdot 8^{x-2}} = 16 \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2^{2x+2} \cdot 2^{3x-6}} = 2^4$$

$$\Rightarrow 2^{5x-4} = 2^8$$

$$\Rightarrow 5x - 4 = 8$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{5} \text{ olur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

x ile y nin geometrik ortalaması 4,
y ile z nin geometrik ortalaması 3,
x ile z nin geometrik ortalaması 12

olduğuna göre, x, y, z nin geometrik ortalaması kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) $\sqrt[3]{12}$ D) $\sqrt[3]{144}$ E) 24

Soru 2:

$$a = 9b = 3c$$

şartını sağlayan a, b, c sayılarının geometrik ortalaması 12 olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

- A) 36 B) 40 C) 48 D) 52 E) 108

Soru 3:

m ve n sayılarının aritmetik ortalaması 12 dir.

m ile geometrik ortalaması $2\sqrt{10}$, n ile geometrik ortalaması $2\sqrt{6}$ olan sayı kaçtır?

- A) $\frac{16}{3}$ B) $\frac{14}{3}$ C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

Soru 4:

a, b, c sayma sayıları olmak üzere,
a ile b nin aritmetik ortalaması c,
a ile c nin geometrik ortalaması 4

olduğuna göre, bu şartları sağlayan kaç farklı b değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Soru 5:

$\sqrt{x+5}$ ve $\sqrt{x-5}$ sayılarının geometrik ortalaması 2 olduğuna göre, x in pozitif değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{13}$ B) $\sqrt{15}$ C) $\sqrt{17}$ D) $\sqrt{21}$ E) $\sqrt{23}$

Soru 6:

Ardışık 2 çift sayının geometrik ortalaması $6\sqrt{10}$ olduğuna göre, bu sayıların aritmetik ortalamasını 25 e çıkarmak için sayıların herbirine kaç eklenmelidir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Bilgi

İki sayının aritmetik ortalaması ile geometrik ortalaması birbirine eşitse bu sayılar eşittir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

x + 5 ve 10 - 4x sayılarının hem aritmetik hem de geometrik ortalaması birbirine eşit olduğuna göre, x i bulalım.

Çözüm:

$$A.O = G.O \Rightarrow x + 5 = 10 - 4x \text{ tir.}$$

$$5x = 5$$

$$x = 1 \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Toplamları 84 olan iki tane sayının aritmetik ortalaması geometrik ortalamasına eşit olduğuna göre, bu sayılardan biri kaçtır?

- A) 14 B) 21 C) 28 D) 39 E) 42

Soru 2:

$\frac{x \cdot y}{5}$ ve x.y - 3 sayılarının aritmetik ortalaması geometrik ortalamasına eşit olduğuna göre, x.y kaçtır?

- A) -2 B) $\frac{15}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 4

Bilgi

Orta Oranti

İki sayının geometrik ortalamasının özel bir adidir. a ve b sayıları ile orta orantılı olan sayı $\sqrt{a \cdot b}$ dir.

Dördüncü Oranti

a, b, c sayılarının dördüncü orantılısı x ise,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \text{ tir.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

0,9 ve 0,1 sayıları ile orta orantılı olan sayıyı bulalım.

Çözüm:

0,9 ve 0,1 ile orta orantılı olan sayı 0,9 ve 0,1 in geometrik ortalamasıdır.

$$\sqrt{0,9 \cdot 0,1} = \sqrt{0,09} = 0,3 \text{ tür.}$$

Örnek 2:

2, 3, 15 sayılarının dördüncü orantılısını bulalım.

Çözüm:

$$\frac{2}{3} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = \frac{45}{2} \text{ dir.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

a ile b nin orta orantısı 6,
b ile c nin orta orantısı 15,
a ile c nin orta orantısı 20

olduğuna göre, a, b, c nin 4. orantılısı kaçtır?

- A) 24 B) 28,125 C) 59 D) 64,5 E) 70,4

Soru 2:

0,04 ve 0,01 sayıları ile orta orantılı olan sayı 3, 2, a sayılarının dördüncü orantılısı olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 0,1 B) 0,2 C) 0,03 D) 0,05 E) 0,06

Harmonik Ortalama

$a_1, a_2, \dots, a_n$ sayılarının harmonik ortalaması;

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \text{ dir.}$$

Bilgi

2 sayı için; $H.O = \frac{2a_1 \cdot a_2}{a_1 + a_2}$ dir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$8 - \sqrt{15}$ ve $8 + \sqrt{15}$ sayılarının harmonik ortalamasını bulalım.

Çözüm:

$$H.O = \frac{2 \cdot (8 - \sqrt{15}) \cdot (8 + \sqrt{15})}{(8 - \sqrt{15}) + (8 + \sqrt{15})}$$

$$H.O = \frac{2 \cdot (64 - 15)}{16} = \frac{49}{8} \text{ dir.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

a ile b doğal sayılarının geometrik ortalaması $4\sqrt{6}$ dir.

a ile aritmetik ortalaması 9, b ile aritmetik ortalaması 7 olan sayının a ve b ile harmonik ortalaması kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

1. $\frac{2x-y}{x+3y} = \frac{4}{5}$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{17}{6}$ B) 2 C) 1 D) $\frac{6}{17}$ E) $\frac{4}{17}$

2. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$

olduğuna göre, $\frac{a+c}{b}$ oranı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{6}$ olmak üzere,

$$2a + b - c = 35$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 40 E) 50

4. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{1}{5}$

olduğuna göre, $\frac{a^2 \cdot d^2 \cdot e}{b^2 \cdot c^2 \cdot f}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{25}$ C) 5 D) 25 E) 125

5. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 5$

olduğuna göre, $\left(\frac{a-b}{b}\right) \cdot \left(\frac{c+d}{d}\right) \cdot \left(\frac{f}{f-e}\right)$ çarpımının değeri kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 1 D) -4 E) -6

6. $2x + \frac{1}{y} = 5$

$$2y + \frac{1}{x} = 4$$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{4}$

7. $a.d = \frac{b.c}{e}$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) a ile b doğru orantılıdır.
B) a ile d ters orantılıdır.
C) b ile c ters orantılıdır.
D) e ile a doğru orantılıdır.
E) d ile b doğru orantılıdır.

8. a, b, c sayıları sırasıyla 3, 4, 5 ile orantılıdır.

Buna göre; a, b, c sayıları hangi sayılarla ters orantılıdır?

- A) 15, 10, 4 B) 20, 15, 12 C) 24, 20, 15
D) 15, 20, 12 E) 12, 20, 15

9. 112 metrelik bir kumaş 4 ve 5 ile doğru, 3 ile ters orantılı üç parçaya ayrılıyor.

Buna göre, en büyük parça kaç metredir?

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 48 E) 60

10. 65 tane bilye yaşları 2, 3, 4 olan üç çocuğa yaşlarıyla ters orantılı olarak paylaştırılıyor.

Buna göre, en küçük çocuk kaç bilye alır?

- A) 15 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

11. Bir kümesteki tavuk ve horozların sayısı sırasıyla 2,4 ve 1,6 sayıları ile orantılıdır.

Buna göre, bu kümeste toplam en az kaç hayvan vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

12. Bir musluk bir havuzu 10 saatte dolduruyor.

Musluktan birim zamanda akan su miktarı % 20 artarsa aynı havuz kaç saatte dolar?

- A) 12 B) 8 C) $\frac{25}{3}$ D) 6 E) 2

13. 10 işçi bir işi günde 9 saat çalışarak 20 günde bitirebiliyor.

15 işçi aynı işi 10 günde bitirebilmek için günlük çalışma süresini kaç saat artırmalıdır?

- A) 12 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

14. Bir sınıftaki kız ve erkek öğrencilerin sayıları sırasıyla 2 ve 5 ile orantılıdır.

Kız öğrencilerin yaş ortalaması 15, erkek öğrencilerin yaş ortalaması 14 olduğuna göre, sınıfın yaş ortalaması kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) $\frac{100}{7}$ D) 15 E) $\frac{160}{7}$

15. a sayısı b - 2 ile doğru, c² ile ters orantılıdır.

a = 4, b = 10 iken c = 4 olduğuna göre, a = 8, b = 20 iken c nin pozitif değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) $3\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{2}$

16. $3\sqrt{3}$ ile 3 sayılarının geometrik ortalaması kaçtır?

- A) $3\sqrt{3}$ B) $9\sqrt{3}$ C) $3\sqrt[4]{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) 3

1. $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{-2}$
 $a + b - c = 18$
 olduğuna göre, $a^2 + b^2$ toplamı kaçtır?
 A) 100 B) 73 C) 52 D) 25 E) 13

2. $x:4:z = 3:y:5$ orantısı veriliyor.
 $y(x + z - 1) = 12$ olduğuna göre, z kaçtır?
 A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

3. $\frac{a}{b} = \frac{2}{9}$
 $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$
 olduğuna göre, $\frac{ax + by}{by}$ oranı kaçtır?
 A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{5}$ E) 1

4. $\frac{a}{a+b} = \frac{b}{b+c} = \frac{c}{a+c}$
 olduğuna göre, $\frac{a^2 + b^2}{b^2}$ oranı kaçtır?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $\frac{a}{b} = 3$, $\frac{d}{e} = 2$, $\frac{f}{g} = \frac{1}{2}$
 olduğuna göre, $\frac{a \cdot e \cdot g}{b \cdot d \cdot f}$ kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{1}{2}$
 olduğuna göre, $\frac{x^2 - y^2}{y \cdot (x + 11 \cdot y)}$ oranı kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $\frac{x + 3y}{2x} = \frac{3}{4}$
 $\frac{y - 2x}{y} = z$
 olduğuna göre, z nin değeri kaçtır?
 A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) -2 E) -11

8. $\frac{a+b}{3} = \frac{b-c}{2} = \frac{a+2c}{5}$
 olduğuna göre, $\frac{b}{c}$ oranı kaçtır?
 A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{5}$

9. $(x - 2)$ sayısı; $(y + 3)$ ile doğru, $(z - 1)$ ile ters orantılıdır.
 $x = 3$ ve $y = 2$ iken $z = -2$ olduğuna göre,
 $x = 6$ ve $y = 1$ iken z kaçtır?
 A) -1 B) $-\frac{1}{5}$ C) 0 D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{2}{5}$

10. 76 tane bilye 2 ile doğru, 3 ve 5 ile ters orantılı olarak üç arkadaşla paylaşılıyor.
 En az bilye alan kişi kaç bilye alır?
 A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

11. Ahmet kitaplarını 5 ile doğru, 3 ile ters orantılı iki gruba ayırabildiğine göre, Ahmet'in kitaplarının sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 8 B) 13 C) 18 D) 27 E) 32

12. Bir torbadaki mavi ve kırmızı bilyelerin sayısı, sırasıyla 1,4 ve 1,6 sayıları ile orantılıdır.

Buna göre, torbada en az kaç bilye vardır?

A) 7 B) 8 C) 13 D) 15 E) 16

13. $\frac{a}{2} = \frac{3b}{4} = \frac{4c}{5}$
 olduğuna göre; a, b, c sayıları sırasıyla aşağıdaki sayılardan hangileri ile ters orantılıdır?

A) 2, 4, 5 B) 12, 15, 24 C) 10, 18, 32
 D) 8, 9, 24 E) 10, 15, 16

14. Birbirini çeviren üç dişli çarktan birincisi 4 kez döndüğünde; ikincisi 5 kez, üçüncüsü de 10 kez dönmektedir.

Bu üç çarktaki toplam diş sayısı 121 olduğuna göre, en büyük çarkın diş sayısı kaçtır?

A) 22 B) 35 C) 48 D) 55 E) 61

15. a, b, c, d pozitif tamsayılardır.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{40}{27}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{d}{c} = \frac{10}{3}$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı en az kaçtır?

A) 29 B) 16 C) 13 D) 6 E) 5

16. Çayırın ortasındaki bir kazığa 6 m uzunluğundaki bir ipe bağlı olan bir inek 27 saat otlayabilmektedir.

İpin uzunluğu 2 metre artırıldığında, inek bu çayırdaki kaç saat otlayabilir?

A) 56 B) 54 C) 52 D) 50 E) 48

17. a ve b gibi pozitif iki sayının aritmetik ortalaması x , geometrik ortalaması da y dir.

$$x + y = 2$$

olduğuna göre, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ nin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. 30 öğrencinin matematik dersindeki not ortalaması 7,5 tur.

Notları 5, 6, 9 ve 10 olan dört öğrencinin dışındaki diğer bütün öğrencilerin bu derste ki not ortalaması kaçtır?

A) 6,5 B) 6,7 C) 7,4 D) 7,5 E) 7,6

19. 20 tane sayının ortalaması 80 dir. Bu sayılardan toplamı 200 olan 10 sayı çıkarılıyor ve toplamı 400 olan 20 sayı ekleniyor.

Son durumdaki otuz sayının ortalaması kaçtır?

A) 50 B) 60 C) 75 D) 85 E) 100

20. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$
 $a + 2c = 24$

olduğuna göre; a, b, c sayılarının geometrik ortalaması kaçtır?

A) $\sqrt[3]{30}$ B) $2\sqrt[3]{30}$ C) 30
 D) $3\sqrt{30}$ E) 60

1. $\frac{a+b}{2} = \frac{b}{3}$

olduğuna göre, $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{4ab}$ oranı kaçtır?

- A) $-\frac{8}{3}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

2. $\frac{a}{3} = \frac{b}{5}$ ve $a.b = 60$

olduğuna göre, $a + b$ toplamının pozitif değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 24

3. $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = 2$

$2a + 3b - 4c = 18$

$x - 2z = 3$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) 2 D) 3 E) 4

4. 3, 4, 5 ile orantılı negatif tamsayıların toplamı en çok kaçtır?

- A) -6 B) -8 C) -10 D) -12 E) -14

5. a, b, c sıfırdan farklı reel sayılardır.

$2a = 3b$

$4b = 5c$

olduğuna göre, $\frac{a-2b}{a+c}$ oranı kaçtır?

- A) $-\frac{2}{31}$ B) $-\frac{5}{23}$ C) $\frac{8}{37}$ D) $\frac{3}{17}$ E) $\frac{1}{7}$

6. x ile y nin geometrik ortalaması 16 olduğuna göre, $\sqrt{x}$ ile $\sqrt{y}$ nin geometrik ortalaması kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

7. m ile n birbirleriyle ters orantılı iki sayıdır.

Buna göre, m nin değeri % 20 azaltıldığında n nin değeri yüzde kaç artar?

- A) 15 B) 25 C) 30 D) 40 E) 50

8. $8 - \sqrt{15}$ ile $8 + \sqrt{15}$ sayılarının geometrik ortalaması x olduğuna göre, $\sqrt{x}$ kaçtır?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{7}$

9. a, b, c, d, e pozitif reel sayılardır.

$a.b = c, c.d = e$ olduğuna göre, aşağıdaki-lerden hangisi yanlıştır?

- A) a ile b ters orantılıdır.
B) a ile c doğru orantılıdır.
C) d ile e ters orantılıdır.
D) b ile c doğru orantılıdır.
E) c ile d ters orantılıdır.

10. $a + 2b + 3c = 35$

$\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ ve $\frac{b}{c} = \frac{8}{5}$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 8 B) 4 C) 2 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

11. Bir öğrenci 100 soruluk bir testi 1,5 saatte çözdüğüne göre, aynı öğrenci 150 soruluk bir testi kaç dakikada çözer?

- A) 120 B) 125 C) 130 D) 135 E) 140

12. Hızları sırasıyla 3, 5, 6 ile ters orantılı olan üç koşucunun bir yarışı tamamlama sürelerinin toplamı 112 dakikadır.

Buna göre, en yavaş olan koşucu en hızlı olan koşucudan kaç dakika sonra yarışı tamamlamıştır?

- A) 48 B) 24 C) 12 D) 10 E) 8

13. 15 kız ve 13 erkek öğrencinin bulunduğu bir sınıfın yaş ortalaması 15 tir.

Sınıftaki erkek öğrencilerin yaşlarının toplamı kız öğrencilerin yaşları toplamının üç katı olduğuna göre, kız öğrencilerin yaş ortalaması kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

14. $\sqrt{a}$ ve $\sqrt{b}$ sayılarının aritmetik ortalaması 1 olduğuna göre, a ile b nin geometrik ortalaması aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4 - a - b$ B) $2 - a + b$ C) $\frac{4 - a - b}{2}$
D) $\frac{4 - a - b}{4}$ E) $\frac{8 - a - b}{4}$

15. $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ ve $\frac{y}{z} = \frac{6}{5}$

olduğuna göre, x, y, z sırasıyla hangi sayılarla ters orantılıdır?

- A) 9, 12, 10 B) 18, 12, 20 C) 12, 9, 10
D) 20, 15, 18 E) 20, 18, 15

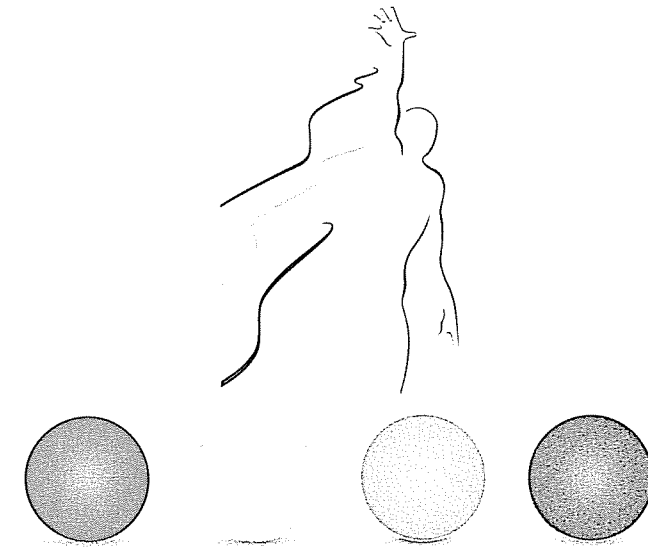
16.

Öğretmen sayısı	15	20
Yaş	23	26

Yukarıdaki tabloda bir dershanedeki öğretmenlerin yaş dağılımı verilmiştir.

Bu dershaneden alınan bir grup öğretmenin yaş ortalaması 24 olduğuna göre, alınan öğretmenlerden en fazla kaç tanesi 26 yaşındadır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



BÖLÜM 5

DENKLEM ÇÖZME

I. DERECEDEEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

m ve n birer reel sayı ve $m \neq 0$ olmak üzere;

$mx + n = 0$ şeklindeki eşitliklere x değişkenine bağlı birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem denir.

Denklemleri sağlayan x reel sayısı denklemin köküdür. Denklemin köklerinden oluşan küme de çözüm kümesidir.

Bilgi

$$mx + n = 0 \Rightarrow x = -\frac{n}{m} \text{ dir.}$$

$mx + n = ax + b$ ($m \neq a$) denkleminin çözümünde x li terimler bir tarafta diğerleri karşı tarafta toplanır ve x yalnız bırakılır.

$$mx - ax = b - n \Rightarrow x = \frac{b - n}{m - a} \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$5x - 1 = 3x + 7$$

olduğuna göre, x değerini bulalım.

Çözüm:

x li terimler bir tarafa toplanıp x yalnız bırakılır.

$$5x - 1 = 3x + 7 \Rightarrow 5x - 3x = 7 + 1$$

$$\Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:

$$3x - [x + 2(4 - x)] = 12$$

denklemini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm:

$$3x - [x + 2(4 - x)] = 12$$

$$\Rightarrow 3x - [x + 8 - 2x] = 12$$

$$\Rightarrow 3x - [8 - x] = 12$$

$$\Rightarrow 3x - 8 + x = 12$$

$$\Rightarrow 4x = 12 + 8$$

$$\Rightarrow 4x = 20$$

$$\Rightarrow x = 5 \text{ bulunur.}$$

Örnek 3:

$$\frac{2x + 1}{3} + 5 = x + 2$$

denklemini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{2x + 1}{3} + 5 = x + 2 \Rightarrow \frac{2x + 1}{3} = x + 2 - 5$$

$$\Rightarrow \frac{2x + 1}{3} = \frac{x - 3}{1}$$

$$\Rightarrow 2x + 1 = 3(x - 3)$$

$$\Rightarrow 2x + 1 = 3x - 9$$

$$\Rightarrow 9 + 1 = 3x - 2x$$

$$\Rightarrow x = 10 \text{ bulunur.}$$

Örnek 4:

$$(m - 2).x^2 - 2mx + 5 = 0$$

denklemleri, x değişkenine bağlı birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğuna göre, çözüm kümesini bulalım.

Çözüm:

$$(m - 2).x^2 - 2mx + 5 = 0$$

$m - 2 = 0$ olursa birinci dereceden olur.

$m = 2$ yazılırsa;

$$-4x + 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{4} \text{ bulunur.}$$

Örnek 5:

$a \neq 1$ olmak üzere,

$$ax + 1 = x + a$$

olduğuna göre, x değerini bulalım.

Çözüm:

$$ax + 1 = x + a \Rightarrow ax - x = a - 1$$

$$\Rightarrow x(a - 1) = a - 1$$

$$\Rightarrow \frac{x.(a - 1)}{(a - 1)} = \frac{a - 1}{a - 1}$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ dir.}$$

Örnek 6:

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{4} = \frac{1}{2} - \frac{3}{x}$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{4} = \frac{1}{2} - \frac{3}{x} \Rightarrow \frac{2}{x} + \frac{3}{x} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{2}{4} - \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{2-3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{-1}{4}$$

$$\Rightarrow 20 = -x \Rightarrow x = -20 \text{ dir.}$$

Buna göre, $\mathbb{C} = \{-20\}$ dir.

Örnek 7:

$$4 + \frac{6}{1 + \frac{2}{x-1}} = 7$$

eşitliğini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm:

$$4 + \frac{6}{1 + \frac{2}{x-1}} = 7 \rightarrow 3$$

$$\frac{6}{1 + \frac{2}{x-1}} = 3 \Rightarrow 1 + \frac{2}{x-1} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x-1} = 1 \Rightarrow x-1 = 2$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$5x - 7 = 7x - 5$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Soru 2:

$$3(x + 2) - x = 5x + 4$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

Soru 3:

$$\frac{2x+1}{3} + \frac{1-x}{4} = 1$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

Soru 4:

$$\frac{2x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{1}{x} = 4$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) $-\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

Soru 5:

$$\frac{1}{2}(x-2) = \frac{3}{4}(x+1)$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

Soru 6:

$$\frac{x+5}{3} = \frac{2x-1}{4}$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 11 B) $\frac{23}{2}$ C) 12 D) $\frac{25}{2}$ E) 13

Soru 7:

$$\frac{2}{1 - \frac{2}{1 + \frac{x}{5}}} = 1$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -15 B) -10 C) -5 D) 10 E) 15

Bilgi

$ax + b = 0$ denkleminin köklerinden biri n ise,
 $x = n$ değeri denklemi sağlar.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$x(a-x) + 5x = 18$$

denkleminin köklerinden biri 2 ise, a değerini bulalım.

Çözüm:

Köklerinden biri 2 ise, $x = 2$ denklemi sağlar.

$$x = 2 \text{ için } 2(a-2) + 5 \cdot 2 = 18$$

$$2a - 4 + 10 = 18$$

$$2a + 6 = 18$$

$$2a = 12 \Rightarrow a = 6 \text{ dir.}$$

Örnek 2:

$$\frac{2x}{x-a} + \frac{x+1}{x} = 3$$

denkleminin köklerinden biri $x = 1$ olduğuna göre, a değerini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{2x}{x-a} + \frac{x+1}{x} = 3$$

denkleminde $x = 1$ yazılırsa;

$$\frac{2 \cdot 1}{1-a} + \frac{1+1}{1} = 3 \Rightarrow \frac{2}{1-a} = 1$$

$$\Rightarrow 1-a = 2$$

$$\Rightarrow a = -1 \text{ olur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$(n - mx) \cdot x + 2x = 5 + 2n$$

denklemini sağlayan x değerlerinden biri 2 olduğuna göre, m kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 2

Soru 2:

$$\frac{3x-1}{2x+1} + \frac{2x+a}{x-a} = 1$$

denklemini sağlayan x değeri -1 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $-\frac{7}{2}$ B) $-\frac{5}{2}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

Soru 3:

$$\frac{x-3}{x-a} + \frac{3x}{x+3} = 3 - \frac{2x-5}{a-x}$$

denkleminin bir kökü $x = -12$ dir.

Buna göre, a nın değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Bilgi

$ax + b = cx + d$ denkleminde,

- $a = c$ ve $b = d$ ise denklemin sonsuz çözümü vardır. Her x reel sayısı için eşitlik sağlanır. Çözüm kümesi reel sayılardır.
- $a = c$ ve $b \neq d$ ise denklemin çözüm kümesi boş kümedir. Denklemi sağlayan hiç bir x reel sayısı yoktur.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$3(x-2) + x = 2(2x+1) - 8$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm:

$$3(x-2) + x = 2(2x+1) - 8$$

$$\Rightarrow 3x - 6 + x = 4x + 2 - 8$$

$$\Rightarrow 4x - 6 = 4x - 6$$

$$\Rightarrow 4x - 4x = -6 + 6$$

$$\Rightarrow 0 \cdot x = 0 \Rightarrow 0 = 0 \text{ dir.}$$

Bu eşitliği $0 \cdot x = 0$ biçiminde düşünürsek, $0 \cdot x = 0$ denkleminde her x reel sayısı için eşitlik sağlanır.

O halde, Çözüm Kümesi : $\mathbb{C} = \mathbb{R}$ dir.

Örnek 2:

$$\frac{2x-1}{4} - \frac{3x+1}{6} = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{2x-1}{4} - \frac{3x+1}{6} = 0 \Rightarrow \frac{2x-1}{4} = \frac{3x+1}{6}$$

$$\Rightarrow 6(2x-1) = 4(3x+1)$$

$$\Rightarrow 12x - 6 = 12x + 4$$

$$\Rightarrow -6 = 4$$

Bu bir çelişkidir. $-6 \neq 4$ olduğundan, bu denklemi sağlayan x reel sayısı yoktur.

O halde, Çözüm Kümesi : $\mathbb{C} = \emptyset$ dir.

Örnek 3:

$$(a-4)x + b + 3 = 0$$

denkleminin x in bütün reel sayı değerleri için sağlandığına göre, a, b çarpımını bulalım.

Çözüm:

I. yol:

$(a-4)x + b + 3 = 0$ denkleminin çözüm kümesi, $\mathbb{C} = \mathbb{R}$ olduğuna göre,

$a-4 = 0$ ve $b+3 = 0$ olmalıdır. ($0x + 0 = 0$ dan)

$$a-4 = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$b+3 = 0 \Rightarrow b = -3$$

O halde, $a \cdot b = 4 \cdot (-3) = -12$ dir.

II. yol:

Denklem x in bütün reel sayı değerleri için sağlandığına göre, $x = 0$ ve $x = 1$ için de sağlanır.

O halde,

$$x = 0 \text{ için } (a-4) \cdot 0 + b + 3 = 0$$

$$b + 3 = 0 \Rightarrow b = -3$$

$x = 1$ ve $b = -3$ için

$$(a-4) \cdot 1 + b + 3 = 0 \Rightarrow a - 4 - 3 + 3 = 0 \Rightarrow a = 4 \text{ tür.}$$

Buna göre, $a \cdot b = 4 \cdot (-3) = -12$ dir.

Örnek 4:

$$ax + 5 = 2(x+1) + 4$$

denkleminin çözüm kümesi $\mathbb{C} = \emptyset$ olduğuna göre, a nın alabileceği değeri bulalım.

Çözüm:

Denklemi düzenlersek,

$$ax + 5 = 2x + 2 + 4 \Rightarrow ax + 5 = 2x + 6$$

$$\Rightarrow ax + 5 - 2x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (a-2)x - 1 = 0$$

denklemin $\mathbb{C} = \emptyset$ olduğundan, x in katsayısı

$$a-2 = 0 \text{ olmalıdır.}$$

O halde, $a-2 = 0 \Rightarrow a = 2$ dir.

Örnek 5:

$$\frac{5+mx}{m} + n - 1 = x + 2nx$$

denklemin her x reel sayısı için sağlandığına göre, m yi bulalım.

Çözüm:

$$\frac{5+mx}{m} + n - 1 = x + 2nx$$

$$\Rightarrow 5 + mx + mn - m = mx + 2nm$$

$$\Rightarrow 5 + mn - m = 2nm$$

Denklemi her x reel sayısı için sağlanıyorsa,

$$n \cdot m = 0 \text{ ve } 5 + m \cdot n - m = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$5 + \frac{m \cdot n}{0} - m = 0 \Rightarrow m = 5 \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$3x + 2n - mx = 5x - 2(x-3)$$

denkleminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) -3 B) 0 C) 3 D) 6 E) 9

Soru 2:

$$x(5a-x) + bx^2 + 2x = 11 - c$$

ifadesi x e bağlı birinci dereceden bir bilinmeyenli bir denklemdir.

Denklemin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $b = 1$ B) $c = 11$ C) $c \neq 11$
D) $a = -\frac{2}{5}$ E) $b \cdot c \neq 11$

Soru 3:

$$\frac{4 - ax}{2} + 2b + 1 = x - 1 - bx$$

denklemini her x reel sayısı için sağlandığına göre, $a - b$ kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) -2 E) 2

Soru 4:

$$2(x - a) + 5x = 7x - a + 3$$

denkleminin çözüm kümesinin boş küme olması için aşağıdakilerden hangisi sağlanmalıdır?

- A) $a = 3$ B) $a \neq 3$ C) $a \neq -3$
D) $a > 3$ E) $a < -3$

Soru 5:

$$\frac{x-1}{a} + \frac{x+b}{3} = b$$

denklemini, her x reel sayısı ($\forall x \in \mathbb{R}$) için sağlanıyorsa, b aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $-\frac{2}{5}$ E) $-\frac{3}{7}$

I. DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

$a \neq 0$, $b \neq 0$ olmak üzere;

$ax + by = c$ şeklindeki denklemler iki bilinmeyenli denklemlerdir.

Bilgi

$$\begin{aligned} ax + by &= c \\ dx + ey &= f \end{aligned}$$

denklemlerini çözerken yok etme metodu, yerine koyma metodu ve karşılaştırma metodundan yararlanılır.

i) Yok Etme Metodu:

Verilen denklemlerdeki değişkenlerden birinin katsayıları eşitlenip, taraf tarafa toplanarak veya çıkartılarak değişkenlerden biri yok edilir. Diğer değişken bulunur ve sonuca gidilir.

ii) Yerine Koyma Metodu:

Verilen denklemlerin birinden değişkenlerden biri çekilip, diğer denklemden yerine yazılarak bulunur.

iii) Karşılaştırma Metodu:

Verilen denklemlerin her ikisinden de aynı değişken çekilir. Denklemlerin diğer tarafları eşitlenerek soru çözülür.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$\begin{aligned} 2x - y &= 5 \\ 3x + 4y &= 2 \end{aligned}$$

denklemlerinin çözümünü yukarıdaki üç metodu da kullanarak bulalım.

Çözüm:

I. yol:

Yerine koyma metodu

$$\begin{aligned} 2x - y &= 5 \Rightarrow y = 2x - 5 \text{ ifadesi,} \\ 3x + 4y &= 2 \text{ denkleminde yerine yazılırsa;} \\ 3x + 4(2x - 5) &= 2 \Rightarrow x = 2 \text{ bulunur.} \\ y &= 2x - 5 \Rightarrow y = 2 \cdot 2 - 5 = -1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

II. yol:

Yok etme metodu

$$\begin{aligned} 4 / 2x - y &= 5 \\ 3x + 4y &= 2 \\ \hline 8x - 4y &= 20 \\ + 3x + 4y &= 2 \\ \hline 11x &= 22 \\ x &= 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

$x = 2$ değerini denklemlerden herhangi birinde yerine yazıp y yi bulalım.

$$2x - y = 5 \Rightarrow 2 \cdot 2 - y = 5 \Rightarrow y = -1 \text{ dir.}$$

III. yol:

Karşılaştırma metodu

$$\begin{aligned} 2x - y &= 5 \Rightarrow y = 2x - 5 \\ 3x + 4y &= 2 \Rightarrow y = \frac{2 - 3x}{4} \\ \text{O halde, } 2x - 5 &= \frac{2 - 3x}{4} \text{ olur.} \\ 8x - 20 &= 2 - 3x \\ x = 2, y &= -1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek 2:

$$\begin{aligned} 2x + y &= 8 \\ 3x - y &= 7 \end{aligned}$$

denklemlerini sağlayan (x, y) ikilisini bulalım.

Çözüm:

Yok etme metodunu kullanalım.

$$\begin{aligned} 2x + y &= 8 \\ + 3x - y &= 7 \\ \hline 5x &= 15 \Rightarrow x = 3 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$x = 3$ değeri iki denklemden birinde yerine yazılarak y değeri bulunur.

$$\begin{aligned} 2x + y &= 8 \Rightarrow 2 \cdot 3 + y = 8 \\ \Rightarrow y &= 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

O halde, $(x, y) = (3, 2)$ bulunur.

Örnek 3:

$$\begin{aligned} \frac{x}{y} &= 2 \\ 3x + y &= 21 \end{aligned}$$

denklemlerinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm:

Yerine koyma metodunu kullanalım.

$$\begin{aligned} \frac{x}{y} &= 2 \Rightarrow x = 2y \text{ dir.} \\ 3x + y &= 21 \text{ denkleminde,} \\ x = 2y \text{ yazılırsa,} \\ 3(2y) + y &= 21 \\ 6y + y &= 21 \Rightarrow 7y = 21 \\ \Rightarrow y &= 3 \text{ bulunur.} \\ y = 3 \text{ için, } x &= 2y \text{ ise} \\ \downarrow \\ x &= 2 \cdot (3) = 6 \text{ dir.} \end{aligned}$$

O halde, $(x, y) = (6, 3)$

ve Çözüm Kümesi : $\mathcal{C} = \{(6, 3)\}$ olur.

Örnek 4:

a ve b doğal sayıdır.

$$a^2 - b^2 = 17$$

olduğuna göre, b değerini bulalım.

Çözüm:

$$a^2 - b^2 = 17 \Rightarrow (a - b) \cdot (a + b) = 17 \text{ dir.}$$

$a + b$ ve $a - b$ doğal sayı olduğundan iki doğal sayının çarpımı 17 ise, $a - b = 1$ ve $a + b = 17$ olmalıdır.

O halde,

$$\begin{aligned} a + b &= 17 \\ -1 / a - b &= 1 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \hline \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \text{ değerini} \\ \text{yok edersek} \end{array}$$

$$\begin{aligned} a + b &= 17 \\ + -a + b &= -1 \\ \hline 2b &= 16 \Rightarrow b = 8 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek 5:

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{4}$$

sistemini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm:

$$-2 / \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{4}$$

$$-\frac{4}{x} - \frac{2}{y} = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{4}$$

$$+ \frac{-4+3}{x} = \frac{1}{4} - \frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{1}{x} = \frac{3-8}{12}$$

$$(3) \quad (4)$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{x} = \frac{-5}{12}$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{5} \text{ tir.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$x + 2y = 6$$

$$2x - y = 2$$

denklem sistemini sağlayan x ve y değerleri için $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{7}{5}$ C) 1 D) $\frac{5}{7}$ E) -1

Soru 2:

$$\frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 3$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4$$

denklem sistemini sağlayan x ve y değerleri için, x + y kaçtır?

- A) $\frac{4}{3}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $-\frac{1}{3}$

Soru 3:

$$7x + \frac{1}{y} = 3$$

$$y + \frac{1}{7x} = 2$$

olduğuna göre, $\frac{y}{x}$ oranı kaçtır?

- A) 5 B) $\frac{14}{3}$ C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

Soru 4:

a ve b sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere,

$$bx - ay = -a$$

$$ax + by = b$$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) 2

Soru 5:

x ve y pozitif tamsayılar olmak üzere,

$$(x - 1 + y) \cdot (x + 1 + y) = 48$$

olduğuna göre, x.y çarpımının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Bilgi

$$ax + by = c$$

$$dx + ey = f$$

denklem sisteminin,

i) Sonsuz çözümünün olması için,

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} \text{ olmalıdır.}$$

ii) Çözüm kümesinin boş küme olması için,

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f} \text{ olmalıdır.}$$

iii) Çözüm kümesinin bir elemanlı olması için,

$$\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e} \text{ olmalıdır.}$$

$$ax + by = 0$$

denklem sistemi $\forall x, y \in \mathbb{R}$ için sağlanıyorsa, $a = b = 0$ olmalıdır.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$ax + 4y = 12$$

$$3x + by = 9$$

denklem sistemini sağlayan sonsuz tane (x, y) ikilisi olduğuna göre, a + b toplamını bulalım.

Çözüm:

Sonsuz çözüm olması için katsayılar orantılı olmalıdır.

$$ax + 4y = 12$$

$$3x + by = 9$$

sistemini sağlayan sonsuz tane (x, y) ikilisi var ise,

$$\frac{a}{3} = \frac{4}{b} = \frac{12}{9} \text{ orantısı vardır.}$$

$$\frac{a}{3} = \frac{12}{9} \text{ ve } \frac{4}{b} = \frac{12}{9} \text{ orantısı vardır.}$$

$$\downarrow$$

$$9a = 36 \text{ ve } 36 = 12b$$

$$a = 4 \quad b = 3$$

O halde, $a + b = 4 + 3 = 7$ dir.

Örnek 2:

$$(a - b - 5)x + (a + b + 1)y = 0$$

denklemini her (x, y) ikilisi için sağlamaktadır.

Buna göre, a.b çarpımını bulalım.

Çözüm:

$$ax + by + c = 0$$

denklemini her (x, y) ikilisi için sağlanıyorsa,

 $a = b = c = 0$ dir.

$$\underbrace{(a - b - 5)}_0 x + \underbrace{(a + b + 1)}_0 y = 0$$

$$a - b - 5 = 0$$

$$a + b + 1 = 0 \text{ olmalıdır.}$$

O halde, $a - b = 5$

$$\frac{a + b = -1}{2a = 4 \Rightarrow a = 2}$$

$$a = 2 \text{ için } a + b = -1 \Rightarrow b = -3 \text{ tür.}$$

$$\downarrow$$

$$2$$

Buna göre, $a.b = 2 \cdot (-3) = -6$ dir.

Örnek 3:

$$2x + ay = bx + 2$$

$$3x + y = 1$$

denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre, b yi bulalım.

Çözüm:

$$2x + ay = bx + 2$$

$$3x + y = 1$$

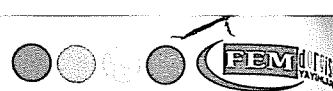
$$\Rightarrow (2 - b)x + ay = 2$$

$$3x + y = 1$$

Çözüm kümesinin sonsuz elemanlı olması için,

$$\frac{2 - b}{3} = \frac{a}{1} = \frac{2}{1} \text{ olmalıdır.}$$

$$\frac{2 - b}{3} = 2 \Rightarrow b = -4 \text{ bulunur.}$$



Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$3x + 2y = 5$$

$$6x + 4y = b - 1$$

İfadesinin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre, b aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- ✓ A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

Soru 2:

$$3x + 2y = 5$$

$$ax - by = 10$$

denklem sisteminin sonsuz sayıda çözümünün olması için (a, b) ikilisi aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

- A) (6, 4) B) (-6, 4) ✓ C) (6, -4)
- D) (3, 2) E) (-3, 2)

Soru 3:

$$(x - 2y + 3)a + (2x + y - 1)b = 0$$

denklem sistemi her a, b reel sayısı için sağlandığına göre, $x + y$ kaçır?

- A) $\frac{8}{5}$ B) $\frac{7}{5}$ ✓ C) $\frac{6}{5}$ D) $-\frac{1}{5}$ E) $-\frac{2}{5}$

ÖZEL DENKLEMLER

Bilinmeyen sayısının denklem sayısından fazla olduğu, üslü, köklü, ... vs. denklemlerdir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$a - b = 4$$

$$b + c = -1$$

olduğuna göre, $a + c$ toplamını bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} a - b = 4 \\ + \quad b + c = -1 \\ \hline a + c = 3 \text{ bulunur.} \end{array}$$

Örnek 2:

$$a + b = 12$$

$$b + c = 7$$

$$a + c = 11$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının alabileceği değeri bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} a + b = 12 \\ b + c = 7 \\ + \quad a + c = 11 \\ \hline 2a + 2b + 2c = 30 \\ 2(a + b + c) = 30 \\ a + b + c = 15 \text{ tir.} \end{array}$$

Örnek 3:

$$a - b = 7$$

$$b - c = 5$$

$$c + d = 3$$

olduğuna göre, $a - 2b + 2c + d$ değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} a - b = 7 \\ -1 / b - c = 5 \\ + \quad c + d = 3 \\ \hline a - 2b + 2c + d = 7 - 5 + 3 \\ \Rightarrow a - 2b + 2c + d = 5 \text{ tir.} \end{array}$$

Örnek 4:

a, b, c pozitif sayılardır.

$$a.b = 6$$

$$b.c = 8$$

$$a.c = 12$$

denklem sistemini sağlayan a değerini bulalım.

Çözüm:

a nın bulunduğu iki eşitliği taraf tarafa çarpalım.

$$\begin{array}{r} a.b = 6 \\ + \quad a.c = 12 \\ \hline a^2.b.c = 6.12 \text{ ve } b.c = 8 \text{ olduğunda,} \\ \frac{a^2.b.c}{8} = 9 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3 \text{ bulunur.} \end{array}$$

Örnek 5:

+	a	b	c
a		10	
b			4

Yukarıdaki toplama tablosuna göre $a - c$ farkını bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} \text{Verilen tablodan,} \\ a + b = 10 \text{ ve } b + c = 4 \text{ yazılabilir.} \\ a + b = 10 \\ -1 / b + c = 4 \\ \hline a + b = 10 \\ -b - c = -4 \\ \hline a - c = 6 \text{ dir.} \end{array}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$a - 2b + 2c = 5$$

$$a + 3b - 3c = 10$$

olduğuna göre, a değeri kaçır?

- A) 9 ✓ B) 7 C) 5 D) 3 E) 1

Soru 2:

$$a + 2b + 3c = 9$$

$$3a + 2b + c = 7$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının değeri kaçır?

- A) 9 B) 8 C) 6 D) 5 ✓ E) 4

Soru 3:

$$a = 2.b$$

$$b = 3.c$$

$$a + b + c = 40$$

olduğuna göre, a kaçır?

- A) 36 B) 32 C) 28 ✓ D) 24 E) 20

Soru 4:

$$a - b = b + c = 4$$

$$a + b + c = 10$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Soru 5:

$$3x - y + 5z = 7$$

$$x - y + 2z = 3$$

olduğuna göre, x + y + z toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

Soru 6:

a, b, c pozitif tamsayılarıdır.

$$a - b = 5$$

$$b - c = 3$$

olduğuna göre, a + b + c toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Bilgi

- $A^{2n} + B^{2n} = 0 \Rightarrow A = 0, B = 0$ dir.
- $|A| + |B| = 0 \Rightarrow A = 0, B = 0$ dir.
- $2^n\sqrt{A} + 2^n\sqrt{B} = 0 \Rightarrow A = 0, B = 0$ dir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 0$$

olduğuna göre, x + y değerini bulalım.

Çözüm:

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \text{ ve } y + 3 = 0$$

$$x = 2 \text{ ve } y = -3 \text{ tür.}$$

O halde, $x + y = 2 + (-3) = -1$ dir.

Örnek 2:

$$(x - 3y)^2 + |x + y - 1| = 0$$

olduğuna göre, x değerini bulalım.

Çözüm:

$$(x - 3y)^2 + |x + y - 1| = 0$$

$$\Rightarrow x - 3y = 0 \text{ ve } x + y - 1 = 0 \text{ dir.}$$

$$x = 3y \Rightarrow 3y + y - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 4y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{4}$$

$$x = 3y \Rightarrow x = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$(x + 2)^4 + |y - 3| + \sqrt{3z - 9} = 0$$

olduğuna göre, x + y + z kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 3 D) 1 E) -4

Bilgi

Üslü ifade, köklü ifade ve çarpanlara ayırma kuralları kullanılarak çözülebilecek denklemler de özel denklemlerdir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

$$5 \cdot 3^x + 3^{x+1} = 72$$

denklemini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm:

$$5 \cdot 3^x + 3^{x+1} = 72 \Rightarrow 5 \cdot 3^x + 3^x \cdot 3 = 72$$

$$\Rightarrow 3^x(5 + 3) = 72$$

$$\Rightarrow 3^x(8) = 72$$

$$\Rightarrow 3^x = 9$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ dir.}$$

Örnek 2:

a ve b reel sayılar olmak üzere,

$$a^2 + 4b^2 = 4b - 6a - 10$$

eşitliğini sağlayan a ve b değerleri için a.b çarpımını bulalım.

Çözüm:

$$a^2 + 4b^2 = 4b - 6a - 10$$

$$a^2 + 6a + 4b^2 - 4b + 10 = 0$$

$$(a^2 + 6a + 9) + (4b^2 - 4b + 1) = 0$$

$$(a + 3)^2 + (2b - 1)^2 = 0$$

$$(a + 3)^2 + (2b - 1)^2 = 0$$

$$a + 3 = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$2b - 1 = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$a.b = (-3) \cdot \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \text{ bulunur.}$$

Örnek 3:

$$2x^2 + 4xy + 4y^2 + 2x - 5$$

ifadesinin en küçük değerini bulalım.

Çözüm:

$$2x^2 + 4xy + 4y^2 + 2x - 5$$

$$x^2 + x^2 + 4xy + 4y^2 + 2x - 5$$

$$(x + 2y)^2 + x^2 + 2x \cdot (+1) \cdot (-1) - 5$$

$$(x + 1)^2$$

$$(x + 2y)^2 + (x + 1)^2 - 6$$

ifadesinin en küçük olması için $x + 2y = 0$ ve $x + 1 = 0$ olmalıdır.

$$0^2 + 0^2 - 6 = -6 \text{ en küçük değerdir.}$$

Örnek 4:

$$2x^2 + 4x + x^2y^2 + 2x^2y + 6$$

ifadesinin en küçük değeri için x + y toplamını bulalım.

Çözüm:

$2x^2 + 4x + x^2y^2 + 2x^2y + 6$ denklemini düzenleyelim.

$$x^2 + x^2 + x^2y^2 + 2x^2y + 4x + 6$$

$$x^2(1 + y^2 + 2y) + x^2 + 4x + 6$$

$$x^2(y + 1)^2 + x^2 + 4x + 4 + 2$$

$$x^2(y + 1)^2 + (x + 2)^2 + 2$$

ifadesinin en küçük olması için,

$$y + 1 = 0 \text{ ve } x + 2 = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$y = -1 \text{ ve } x = -2 \Rightarrow x + y = -3 \text{ tür.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$$x^2 + 2y - 3 = 0$$

$$x + 3y + 5 = 0$$

olduğuna göre, $x^3 + 3x^2y + 2yx + 6y^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- ✓ A) -15 B) -2 C) 2 D) 5 E) 15

Soru 2:

$$3y + x = \frac{15}{x^2}$$

$$3x + y = \frac{12}{y^2}$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- ✓ A) 3 B) 6 C) 9 D) 27 E) 81

Soru 3:

$$2x + y - z = 8$$

$$4x^2 + y^2 + z^2 = 30$$

olduğuna göre, $2xz - 2xy + yz$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -34 ✓ B) -17 C) 17 D) 34 E) 64

Soru 4:

$$\frac{\sqrt{x+x^2+x^3}}{\sqrt{x-1}} \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x^3-1}} = 3$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 ✓ D) 9 E) 39

Soru 5:

$$\sqrt{829.154 - 830.153} = x^2 + 1$$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- ✓ A) -25 B) -16 C) -9 D) 16 E) 25

Soru 6:

$$x^2 + 5y^2 - 4xy + 6y + 9 = 0$$

eşitliğini sağlayan x ve y değerleri için, $x + y$ toplamı kaçtır?

- ✓ A) -9 B) -6 C) -3 D) 3 E) 9

1. $3x - 5 = 2(x + 1) - 7$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

2. $\frac{4}{7} \cdot (x + 1) = \frac{3}{7} \cdot (x - 2)$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -8 B) -10 C) -12 D) -14 E) -16

3. $4(x - 1) + 2(x + 1) = 3(x - 2) + 9$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\frac{5}{3}\right\}$ B) $\left\{\frac{4}{3}\right\}$ C) $\{1\}$ D) $\left\{\frac{2}{3}\right\}$ E) $\left\{\frac{1}{3}\right\}$

4. $3(x + a) - 4x = 9x + a$

denkleminin x değişkenine bağlı kökü 2 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 0 D) -8 E) -10

5. $3x - y = 10$

$$x + y = 6$$

denklemler sistemine göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 2 D) 4 E) 8

6. $x = 2y + 1$

$$3x + y = 5$$

denklemler sistemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) $\frac{11}{7}$ B) $\frac{10}{7}$ C) $\frac{9}{8}$ D) $\frac{8}{7}$ E) 1

7. $0,1 \cdot (x + 1) = 0,2 \cdot (x - 1) + 2$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -17 B) -10 C) -7 D) -1 E) 17

8. $3(x + 2) + 9 = ax + b$

ifadesi her x değeri için sağlandığına göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 12 C) 6 D) 0 E) -6



9. $4(x-1) + 2 = 4x + c$

ifadesini sağlayan hiçbir x reel sayı değeri olmadığına göre, c kaç olamaz?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

10. $\frac{x+1}{2} + \frac{2x-1}{4} = 1$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) 1 C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{7}{4}$ E) 2

11. $3(2x-1) + 5 = 9$

denklemini sağlayan x kaçtır?

- A) $\frac{7}{6}$ B) 1 C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

12. $2(x+1) - 4(x-1) = \frac{x}{2}$

eşitliğine göre, x kaçtır?

- A) $\frac{13}{5}$ B) $\frac{12}{5}$ C) 2 D) $\frac{9}{5}$ E) $\frac{8}{5}$

13. $\frac{x+1}{3} + \frac{2x-1}{4} = \frac{x}{6} + 1$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{11}{8}$ B) $\frac{11}{7}$ C) $\frac{11}{6}$ D) $\frac{11}{5}$ E) $\frac{11}{4}$

14. $3(x-1) + 4(x-5) = 7(x-1)$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1\}$ B) $\{0\}$ C) $\{1\}$ D) $\{2\}$ E) $\emptyset$

15. $3x + 5 = x + 1 + 2(x + 2)$

eşitliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $\{-1\}$ C) $\{2\}$ D) $\{3\}$ E) R

16. $\sqrt{\frac{a \cdot b}{c}} = 3\sqrt{3}$

$\sqrt{\frac{b \cdot c}{a}} = a$

olduğuna göre, $\frac{b}{a}$ oranı kaçtır?

- A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 9

1. $3(x-1) + 2 = 5 - 2(4-x)$

denklemini sağlayan x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\frac{6x-1}{3} + \frac{8}{7} = \frac{7x+1}{7} + \frac{5}{3}$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $3(x-1) - 4(x+1) = 6(x-1) - 7(x+1)$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $\{1\}$ C) $\{2\}$ D) $\{3\}$ E) R

4. $0,3 \cdot (x-4) + 0,12 = 0,03 \cdot x$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1\}$ B) $\{2\}$ C) $\{3\}$ D) $\{4\}$ E) $\{5\}$

5. $\frac{1}{x-1} + \frac{4}{x+2} = \frac{3}{x+a} + \frac{2}{x}$

denklemin köklerinden biri 2 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. $1 + \frac{1}{x + \frac{3}{2 - \frac{1}{3}}} = 2$

eşitliğini sağlayan x kaçtır?

- A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) $-\frac{2}{5}$ D) $-\frac{1}{5}$ E) 0

7. $\frac{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}{1 + \frac{1}{x}} = 2$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -8 B) -7 C) -6 D) -5 E) -4

8. $3(x-1) + 2(x+2) = ax + b$

denkleminin çözüm kümesi reel sayılar olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

9. $a \neq 0$ olmak üzere,

$$a^2x + 3 = ax + a - 2$$

denklemini sağlayan hiçbir x reel sayısı olmadığına göre, a kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

10. $\frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 1$
 $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2$

denklemlerini sağlayan x kaçtır?

- A) $\frac{13}{5}$ B) $\frac{13}{6}$ C) $\frac{13}{7}$ D) $\frac{13}{9}$ E) $\frac{13}{11}$

11. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 2$
 $2x - 4y = 3$

denklemlerini sağlayan y değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{8}{7}$ B) $\frac{9}{7}$ C) $\frac{10}{7}$ D) $\frac{11}{7}$ E) $\frac{12}{7}$

12. x ve y sıfırdan farklı gerçel sayılardır.

$$\left(x - \frac{3}{y}\right) \cdot \left(y - \frac{3}{x}\right) = -12$$

olduğuna göre, $x.y$ çarpımı kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -1 D) 2 E) 4

13. $\frac{3}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{4x-1}{x^2-4}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {2} B) {3} C) {4} D) {5} E) $\emptyset$

14. $\frac{8}{1 + \frac{7}{1 + \frac{2x-1}{3}}} = 1$

denklemini sağlayan x kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{5}$ E) 0

15. $(x+1).(x+2) = 3x+3$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 3 E) 9

16. $3x - 2y = 6$
 $(a+1)x + (b-3)y = 3$

denklemlerini sağlayan sonsuz sayıda (x, y) ikilisi olduğuna göre, $a+b$ kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

1. $\frac{2-x}{3} - \frac{x+3}{2} = 1$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) $-\frac{11}{5}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 3 E) $\frac{11}{5}$

2. $1 + \frac{m+1}{6} = \frac{m+6}{4}$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

3. $3 + \frac{3}{x^2-6} = 4$

olduğuna göre, x kaç olabilir?

- A) $-\sqrt{6}$ B) $-\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) 2 E) 3

4. $1 + \frac{x}{1 - \frac{2x-1}{a}} = 3$

denkleminin kökü $x = 1$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

5. $\frac{a}{a+2} - \frac{2}{a} + \frac{a+2}{a} = 3$

eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) 3 E) 4

6. $4 + \frac{3 + \frac{4}{2 + \frac{x-1}{3}}}{4} = 5$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 5 D) 7 E) 10

7. $\frac{a^2b + a}{a} = 50$

$$\frac{ab + 1}{b} = 10$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 10 B) 5 C) 1 D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{10}$

8. $3 + \frac{1}{2 - \frac{1}{x}} = 1$
 $3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{x}} = 1$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) -2 D) -3 E) -4

9. $\frac{3x+y}{x-2y} = 10$
 $y - x = 2$

olduğuna göre, y nin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 3 E) 9

10. a ve b reel (gerçel) sayılardır.

$$(x-a).(4-x) + (2-x).(bx+1) = 0$$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin kümesi $\{1, 2\}$ olduğuna göre, $a+b$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $2a - 3b = 3 + 2x$
 $a + b = 1 - x$

olduğuna göre, $b - 4a$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -7 B) -5 C) -3 D) 3 E) 5

12. a, b, c reel sayılardır.

$$\sqrt{a+b-2} + (a-b+4)^2 + |a \cdot c + b| = 0$$

olduğuna göre, c kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13. $x - \frac{y}{2} = 3$

$$\frac{x}{2} + y = 4$$

olduğuna göre, $x^2 - y^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 24 B) 12 C) 8 D) 6 E) 4

14. $\frac{x}{x+1} + \frac{2}{x} = \frac{1}{8} - \frac{1}{x+1}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $-\frac{16}{7}$ B) $-\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{4}{21}$ E) 1

15. $(x + y - 10)m + (2x - y - 2)n = 0$

denklemini her (m, n) ikilisi için daima sağlandığına göre, x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 2 D) 3 E) 4

16. $x + y = 2$
 $x + z = 4$
 $y + z = 6$

olduğuna göre, $\frac{x \cdot z}{y}$ kaçtır?

- A) 12 B) 8 C) 4 D) 2 E) 0

17. $3a - b - 2c = 5$
 $2a - 2b - 3c = 3$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

18. $a = 3 - \frac{1}{b+2}$

eşitliğinde, a'nın hangi değeri için b'nin değeri hesaplanamaz?

- A) 5 B) 3 C) -1 D) $-\frac{5}{3}$ E) -2

19. a, b, c pozitif reel sayı olmak üzere,

$$2ab = c$$

$$3ac = b$$

$$4bc = a$$

olduğuna göre, a.b.c çarpımı kaçtır?

- A) 24 B) 8 C) 1 D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{24}$

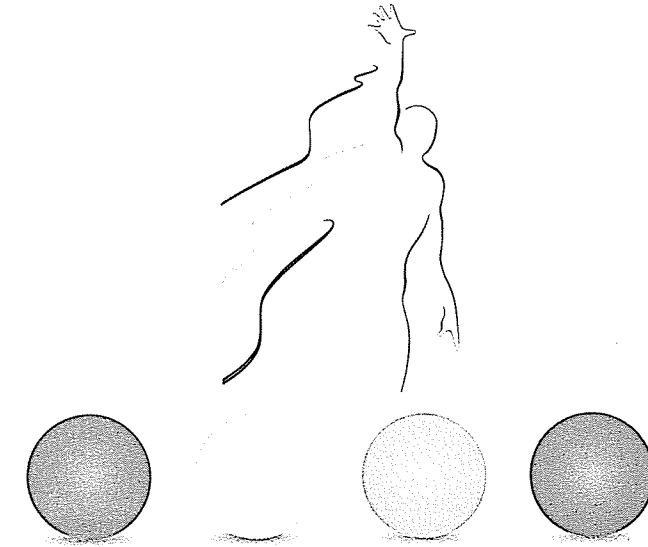
20. Bazı kutuları boş bırakılan aşağıdaki toplama ve çarpma tablolarında a, b, c farklı birer sayıyı göstermektedir.

+	a	b	c
a			15
b			
c			

x	a	b	c
a		14	
b			
c		16	

Buna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 7 D) 8 E) 9



BÖLÜM 6

SAYI PROBLEMLERİ

Matematik Diline Çevirme:

Problem çözümünde sözel olarak anlatılan ifadeleri matematik diline çevirmek gereklidir. Bu şekilde denklemler kurulmuş olur.

Bilgi

- Denklem kurulurken veya problem matematik diline çevrilirken birbirinden bağımsız her bilinmeyen farklı sembolle gösterilir.
- Problemin çözülebilmesi için de seçilen bilinmeyen sayısı kadar denkleme ihtiyaç vardır.

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

- Bir sayının 5 eksiği,
- Bir sayının 12 fazlası,
- Bir sayının 10 katı,
- Bir sayının 3 fazlasının 5 katı,
- Bir sayının 5 katının 3 fazlası,
- Bir sayının karesi,
- Bir sayının 2 katının karesi,
- Bir sayının karesinin 2 katı,
- Bir sayının 5 eksiğinin yarısı,
- Bir sayının küpü ile 2 katının toplamı 5 ise,
- Bir sayının karesinin 6 fazlası kendisine eşitse,

Yukarıdaki ifadeleri matematik diline çevirelim.

Çözüm:

Yukarıdaki ifadelerdeki sayıya x diyelim.

- $x - 5$
- $x + 12$
- $10x$
- $(x + 3) \cdot 5 = 5x + 15$
- $5x + 3$
- x^2
- $(2x)^2 = 4x^2$

h) $2 \cdot x^2$

ı) $\frac{(x - 5)}{2}$

i) $x^3 + 2x = 5$

j) $x^2 + 6 = x$

Örnek 2:

- İki sayının toplamı,
- İki sayının çarpımı,
- İki sayının toplamının, farkına oranı,
- İki sayının küplerinin farkı,
- İki sayının toplamının karesi,
- İki sayının karelerinin toplamı,
- İki sayının toplamının 1 fazlasının karesi,
- İki sayıdan birinin 4 katı diğerinin 2 katının 5 fazlasına eşit ise,

Yukarıdaki ifadeleri matematik diline çevirelim.

Çözüm:

Yukarıdaki ifadelerdeki sayılara x ve y diyelim.

- $x + y$
- $x \cdot y$
- $\frac{x + y}{x - y}$
- $x^3 - y^3$
- $(x + y)^2$
- $x^2 + y^2$
- $(x + y + 1)^2$
- $4x = 2y + 5$



Bilgi

Bilinmeyen sayısını artırmamak için birbiri cinsinden yazılabilecek bilinmeyenler için farklı semboller kullanmaya gerek yoktur.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

- İki sayının toplamı 5 ise,
- İki sayıdan biri diğerinin 4 katına eşitse,
- İki sayıdan birinin 6 katı, diğerinin 7 katına eşitse,
- İki sayının farkı 7 ise,
- Ardışık üç tamsayının toplamı,
- Ardışık üç tek sayının toplamı,
- Ardışık üç çift sayının toplamı,
- Ardışık iki tamsayının karelerinin farkı,
- Ardışık üç tamsayıdan, büyüğü ile küçüğünün toplamı, ortancasının 3 katına eşitse,

Yukarıdaki ifadeleri tek bilinmeyen cinsinden ifade edelim.

Çözüm:

- Sayılardan biri x , diğeri $5 - x$ tir.
- Sayılardan biri $4x$, diğeri x tir.
- Sayılar $7x$ ve $6x$ tir.
- Sayılar x , $x + 7$ dir.
- $x + (x + 1) + (x + 2)$
- $x + (x + 2) + (x + 4)$
- $x + (x + 2) + (x + 4)$
- $(x + 1)^2 - x^2$
- $(x + 2) + x = 3.(x + 1)$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

"Bir sayının 5 katının 10 eksiği, kendisinin iki katına eşittir." ifadesinin matematiksel karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?

- $5x - 10 = x$
- $5.(x - 10) = 2x$
- $10x + 5 = 2x$
- $5x - 10 = 2x$
- $5x + 10x = 2x + 5$

Soru 2:

"a sayısının 5 eksiğinin 9 katının yarısının 5 fazlası" ifadesinin matematiksel yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- $\frac{(a - 5) \cdot 9}{2}$
- $\frac{(a - 9) \cdot 5}{2} + 5$
- $\frac{9 \cdot (a - 5)}{2} + 5$
- $\frac{9 \cdot a - 5}{2} + 5$
- $\frac{5 \cdot (9a - 5)}{2}$

Soru 3:

"Bir sayının karesinin 3 fazlası, kendisinin 2 eksiğinin 3 katına eşittir." ifadesinin matematiksel yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- $x^2 + 3 = 3x - 2$
- $(x + 3)^2 = 3x - 2$
- $x^2 + 3 = 3(x - 2)$
- $(x + 3)^2 = 3(x - 2)$
- $x^2 + 3 = 3x + 6$

Soru 4:

"Bir otobüste 15 erkek, 8 kadın yolcu vardır. Bu otobüse kaç evli çift binerse erkek sayısı kadın sayısının 2 katı olur." problemini çözmek için aşağıdaki denklemlerden hangisi yazılmalıdır?

- $15 + x = 8 + x$
- $2.(15 + x) = 8 + x$
- $15 + x = 16 - 2x$
- $15 + x = 2.(8 + x)$
- $15 - x = 2.(8 - x)$

Soru 5:

"Üç kardeş 25 bilyeyi şu şekilde paylaşıyor. Büyük kardeş, ortancadan 2 fazla, ortanca ise en küçüktan 5 eksik bilye alıyor. Buna göre, en çok bilye alan kişi kaç bilye almıştır?"

En küçük kardeşin a tane bilye aldığı kabul edilirse, bu problemin denklemi aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- $a + 3 + a + 5 + a = 25$
- $a - 3 + a + 5 = 25 + a$
- $a - 3 + a - 5 + a = 25$
- $a - 3 + a + 5 = 25 + a$
- $a + 3 + a + 5 = 18 - a$

Bilgi

Problemleri kurduktan sonra, denklem çözme metodları uygulayarak denklemler çözülür.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Hangi sayının 3 eksiğinin 2 katının, aynı sayının 9 fazlasına eşit olduğunu bulalım.

Çözüm:

Sayı x olsun.

$$2.(x - 3) = x + 9 \Rightarrow 2x - 6 = x + 9$$

$$x = 15 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:

Ardışık iki tamsayıdan küçük sayının 4 katının 30 fazlası, büyük sayının 5 katına eşit olduğuna göre, bu sayıların toplamını bulalım.

Çözüm:

Sayılar x ve $x + 1$ olsun.

$$4x + 30 = 5.(x + 1)$$

$$\Rightarrow 4x + 30 = 5x + 5$$

$$\Rightarrow 25 = x \text{ bulunur.}$$

$$x + x + 1 = 25 + 26 = 51 \text{ dir.}$$

Örnek 3:

2 katının 8 eksiğinin küpü 64 olan tamsayısı bulalım.

Çözüm:

Sayı x olsun.

$$(2x - 8)^3 = 64 \Rightarrow 2x - 8 = 4$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ bulunur.}$$

**Örnek 4:**

Toplamları 60 olan üç sayıdan, ikinci sayı birinci sayının 3 katı ve üçüncü sayı birinci sayının 2 katı olduğuna göre, ikinci sayıyı bulalım.

Çözüm:

I. sayı	II. sayı	III. sayı
x	3x	2x

$$x + 3x + 2x = 60 \Rightarrow 6x = 60$$

$$\Rightarrow x = 10$$

İkinci sayı $3x = 3 \cdot 10 = 30$ dur.

Örnek 5:

Bir kitaplıkta bulunan kitapların sayısının 2 eksiğinin karesi, kitap sayısının karesi ile iki katının farkına eşittir.

Bu kitaplıkta kaç tane kitap olduğunu bulalım.

Çözüm:

Kitap sayısı x olsun.

$$(x - 2)^2 = x^2 - 2x$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = x^2 - 2x$$

$$\Rightarrow 2x = 4$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ bulunur.}$$

Örnek 6:

Bir öğrenci bir sayının küpünü alırken yanlışlıkla 2 eksiğinin küpünü alıyor. Böylece bulması gereken sonucun 98 eksiğini buluyor.

Bu öğrencinin küpünü almak istediği sayıyı bulalım.

Çözüm:

Küpü alınacak sayı x olsun.

$$(x - 2)^3 = x^3 - 98$$

$$\Rightarrow x^3 - (x - 2)^3 = 98$$

$$\Rightarrow x = 5 \text{ olursa bu eşitlik sağlanır.}$$

Örnek 7:

Ardışık iki pozitif tek sayının kareleri farkı 24 olduğuna göre, bu sayıların toplamını bulalım.

Çözüm:

Sayılar x ve x + 2 olsun.

$$(x + 2)^2 - x^2 = 24$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 - x^2 = 24$$

$$\Rightarrow 4x + 4 = 24$$

$$\Rightarrow 4x = 20$$

$$\Rightarrow x = 5 \text{ bulunur.}$$

$$\begin{aligned} \text{Sayıların toplamı} &= x + (x + 2) \\ &= 5 + 7 \\ &= 12 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek 8:

Farkları 5 olan iki sayıdan büyüğünün 2 katı, küçüğünün 3 katına eşit olduğuna göre, bu sayılardan küçük olanını bulalım.

Çözüm:

Sayılar x ve x + 5 olsun.

$$2 \cdot (x + 5) = 3x$$

$$\Rightarrow 2x + 10 = 3x$$

$$\Rightarrow 10 = x \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

5 katının 4 eksiğine eşit olan sayının, 9 katının kare kökü kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 9 D) 27 E) 30

Soru 2:

5 katı ile 14 katının toplamı, 4 katından 450 fazla olan sayı kaçtır?

- A) 15 B) 20 C) 30 D) 35 E) 45

Soru 3:

Bir sayının 3 eksiğinin 2 katı, aynı sayının 3 katından 8 eksik olduğuna göre, bu sayı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Soru 4:

Üç fazlasının iki katı, üç katının iki fazlasına eşit olan sayı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 12

Soru 5:

Kareleri toplamı 20 olan iki sayının her birinden 1 çıkarıldığında bu toplam 10 azalmaktadır.

Buna göre, bu sayıların çarpımı kaçtır?

- A) 6 B) 12 C) 10 D) 8 E) 14

Soru 6:

Bir sayının karesinin üç fazlasını hesaplayan bir öğrenci yanlışlıkla 2 katının 3 eksiğinin karesini hesaplamış ve sonucu 25 bulmuştur.

Buna göre, bulması gereken doğru sonuç kaç olabilir?

- A) 11 B) 14 C) 17 D) 19 E) 23

Soru 7:

Bir sayının 2 katının 4 eksiğinin karekökü 6 ya eşit olduğuna göre, bu sayı kaçtır?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

Soru 8:

Toplamları 340 olan üç sayıdan birincisi; ikincisinden 40 fazla, üçüncüsünden de 20 eksiktir.

Buna göre, birinci sayı kaçtır?

- A) 120 B) 140 C) 160 D) 180 E) 200

Soru 9:

Toplamları 290 olan üç sayıdan birincisi; ikincisinden 33 fazla, üçüncüsünden de 14 eksik olduğuna göre, ikinci sayı kaçtır?

- A) 55 B) 60 C) 65 D) 70 E) 75

Soru 10:

Ardışık iki pozitif tek sayının çarpımının 6 eksiği 137 olduğuna göre, bu iki sayıdan büyük olan kaçtır?

- A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

Soru 11:

Toplamları 80 olan iki sayıdan büyüğünün 4 eksiği, küçüğünün 2 fazlasının 2 katına eşittir.

Buna göre, bu iki sayının farkının pozitif değeri kaçtır?

- A) 12 B) 20 C) 24 D) 32 E) 56

Soru 12:

Biri diğerinin 2 katından 5 fazla olan iki tamsayının toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 49 B) 55 C) 57 D) 62 E) 67

Bilgi

Paylaşım problemleri ve tek bilinmeyene indirgenerek çözülecek problemler için aşağıdaki örnekleri inceleyelim

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Sadık'ın bilyelerinin sayısının 7 katı, Ferhat'ın bilyelerinin sayısının 2 katına eşittir.

Ferhat bilyelerinin kaç katını Sadık'a verdiğinde, kalan bilyelerinin, Sadık'ın bilyelerinin 2 katına eşit olacağını bulalım.

Çözüm:

Ferhat'ın bilyelerinin sayısı: $7k$

Sadık'ın bilyelerinin sayısı: $2k$ olsun.

$$7k - 7k.x = (2k + 7kx).2$$

$$7k - 7kx = 4k + 14kx$$

$$3k = 21kx \Rightarrow x = \frac{1}{7} \text{ katı olur.}$$

Örnek 2:

Bir miktar ceviz 10 çocuğa eşit olarak paylaşılacaktır. Eğer 2 çocuk payından vazgeçerse her çocuğa 3 ceviz fazla düşecektir.

Buna göre, toplam kaç ceviz olduğunu bulalım.

Çözüm:

Her çocuğa x ceviz verilsin. Buna göre,

$$\text{Ceviz sayısı} = 10x \text{ tir.} \dots\dots\dots (I)$$

Çocuk sayısı 8 olunca her çocuğa $x + 3$ ceviz düştüğüne göre,

$$\text{Ceviz sayısı} = 8.(x + 3) \text{ olur.} \dots\dots\dots (II)$$

(I) ve (II) denklemlerinden,

$$10x = 8.(x + 3) \Rightarrow 2x = 24$$

$$x = 12 \text{ olur.}$$

$$\text{Ceviz sayısı} = 10x = 10.12 = 120 \text{ olur.}$$

Örnek 3:

Selman'ın parası, Selma'nın parasının 3 katından 400 TL eksiktir. Selma, Selman'dan 200 TL alırsa ikisinin paraları birbirine eşit oluyor.

Buna göre, başlangıçta Selma'nın kaç TL si olduğunu bulalım.

Çözüm:

Selma'nın parası = x olsun.

Selman'ın parası $3x - 400$ olur.

Selma, Selman'dan 200 TL alırsa,

$$x + 200 = 3x - 400 - 200$$

$$800 = 2x$$

$$400 = x \text{ bulunur.}$$

Örnek 4:

Bir çubuk 5 eşit parçaya ayrılıyor. Ayrılan bu parçalardan her biri 2 cm daha kısa olursa bu çubuk 7 eşit parçaya ayrılabilir.

Buna göre, çubuğun boyunu bulalım.

Çözüm:

İlk durumda her bir parçanın boyu x olsun. Buna göre,

$$\text{Çubuğun boyu} = 5x \text{ olur.} \dots\dots\dots (I)$$

Parçalar 2 cm kısa olsa her bir parçanın boyu, $(x - 2)$ cm olur.

Buna göre,

$$\text{Çubuğun boyu: } 7.(x - 2) \text{ olur.} \dots\dots\dots (II)$$

(I) ve (II) denklemlerinden,

$$5x = 7.(x - 2) \Rightarrow x = 7 \text{ olur.}$$

$$\text{Çubuğun boyu} = 5.x = 5.7 = 35 \text{ cm dir.}$$



Bilgi Uygulama

Soru 1:

Zeynep ve Sude'nin toplam 21 kalemı vardır. Zeynep Sude'ye 3 kalem verirse, Sude'nin kalemlerinin sayısı Zeynep'in kalemlerinin sayısından 9 eksik oluyor.

Buna göre, Zeynep'in kaç kalemı vardır?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

Soru 2:

Turgay'ın misketlerinin sayısının 7 katı, Efe'nin misketlerinin sayısının 3 katına eşittir.

Efe, misketlerinin kaçta kaçını Turgay'a vermeli ki, ikisinin misketlerinin sayısı eşit olsun?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{7}{3}$

Soru 3:

Belli bir miktar bilye 12 çocuğa eşit olarak dağıtılıyor. 6 tane daha bilye olursa, tüm bilyeler 18 çocuğa paylaştırıldığında her çocuğa öncekinden 1 bilye eksik veriliyor.

Başlangıçtaki bilye sayısı kaçtır?

- A) 96 B) 84 C) 72 D) 54 E) 48

Soru 4:

Bir miktar ceviz 6 kişi arasında paylaştırılıyor. Eğer kişi sayısı 8 olsaydı her biri ilk durumdakinden 3 ceviz daha az alacaktı.

Buna göre, toplam kaç ceviz vardır?

- A) 36 B) 48 C) 60 D) 72 E) 96

Soru 5:

Bir miktar kumaştan eş boyda 15 parça pantolonluk kumaş çıkmaktadır.

Aynı kumaştan boyları bunlardan 8 cm daha uzun olan 10 parça pantolonluk kumaş çıktığına göre, toplam kaç cm kumaş vardır?

- A) 240 B) 200 C) 150 D) 100 E) 50

Soru 6:

Bir ip 28 eşit parçaya ayrılıyor. Bu ip 20 eşit parçaya ayrılıyorsa her bir parça öncekilerden 2 cm daha uzun olacaktı.

Buna göre, ipin yarısı kaç cm dir?

- A) 60 B) 70 C) 80 D) 100 E) 140

Soru 7:

Ayşe, bir miktar cevizi kardeşleriyle beraber eşit olarak paylaşırsa her birine 12 ceviz düşüyor. Kardeşlerine 8'er ceviz verirse kendisine 32 ceviz kalıyor.

Buna göre, Ayşe ve kardeşlerinin paylaştıkları toplam kaç ceviz vardır?

- A) 48 B) 56 C) 60 D) 64 E) 72

Soru 8:

Fatih, misketlerini arkadaşlarına 8'er 8'er paylaştığında kendisine 20 misket kalıyor. Eğer 12 misketi daha olsaydı her birine 10 misket düşecekti.

Buna göre, Fatih'in kaç arkadaşı vardır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Soru 9:

Sena, cebindeki parayı kardeşleriyle eşit miktarda paylaşırsa her birine 15 TL düşüyor. Sadece kardeşlerine eşit olarak paylaşırsa her birine 20 TL düşüyor.

Buna göre, Sena'nın kaç kardeşi vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Bilgi

- Öğrenciler sıralara n li olarak oturduğunda k sıra boş kalıyorsa, sıra sayısı x olarak alınırsa, öğrenci sayısı: $n \cdot (x - k)$ olur.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Bir sınıfta öğrenciler sıralara 2 şer 2 şer oturlarsa 9 öğrenci ayakta kalıyor; eğer bu öğrenciler sıralara 3'er 3'er oturlarsa 1 sıra boş kalıyor.

Buna göre, sınıftaki sıra sayısını bulalım.

Çözüm:

Sıra sayısı x olsun.

Öğrenciler sıralara 2 şer 2 şer oturlarsa 9 öğrenci ayakta kalıyorsa,

öğrenci sayısı $2x + 9$ olur. (I)

3'er 3'er oturlarsa 1 sıra boş kalıyorsa, öğrenci sayısı $3(x - 1)$ dir. (II)

(I) ve (II) denklemlerinden,

$$2x + 9 = 3(x - 1)$$

$$2x + 9 = 3x - 3$$

$$\Rightarrow x = 12 \text{ sıra vardır.}$$

Örnek 2:

Bir katlı otoparktaki araçlar katlara 8'er 8'er park edince 4 araç açıkta kalıyor. Eğer 12 şer 12 şer park edilirse bir kat boş kalıyor.

Buna göre, otoparktaki araç sayısını bulalım.

**Çözüm:**

Kat sayısı x olsun.

8'er 8'er park edilince 4 araç açıkta kalıyorsa,

Araç sayısı $= 8x + 4$ olur. (I)

12 şer 12 şer park edilince bir kat boş kalıyorsa,

Araç sayısı $= 12.(x - 1)$ olur. (II)

(I) ve (II) denklemlerinden,

$$8x + 4 = 12.(x - 1)$$

$$8x + 4 = 12x - 12$$

$$16 = 4x$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ kat vardır.}$$

Buna göre,

$$\text{Araç sayısı} = 8x + 4 = 8.4 + 4 = 36 \text{ dir.}$$

Örnek 3:

Bir alabalık çiftliğinde her havuza 5'er alabalık atıldığında bir havuza 2 alabalık eksik geliyor. Her havuza 7 şer alabalık atıldığında 2 havuz boş kalıyor.

Eğer alabalıklar havuzlara 14'er atılsaydı kaç havuzun boş kalacağını bulalım.

Çözüm:

Havuz sayısı : n olsun.

5'er alabalık atıldığında 2 balık eksik kalıyorsa;

Alabalık sayısı: $5n - 2$ dir. (I)

7 şer alabalık atıldığında 2 havuz boş kalıyorsa;

Alabalık sayısı: $7.(n - 2)$ dir. (II)

(I) ve (II) denklemlerinden,

$$5n - 2 = 7(n - 2) \Rightarrow n = 6 \text{ olur.}$$

$$\text{Alabalık sayısı} = 5n - 2 = 5.6 - 2 = 28 \text{ dir.}$$

$$14 \text{ er atılırsa } \frac{28}{14} = 2 \text{ havuz dolar.}$$

$$6 - 2 = 4 \text{ havuz boş kalır.}$$

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Bir miktar kitap kütüphanedeki raflara, 5'erli dizilince 3 kitap açıkta kalıyor, 7 şerli dizilince 5 kitap eksik kalıyor.

Kitaplar raflara tek tek konmak istenseydi kaç rafa daha ihtiyaç olurdu?

- A) 4 B) 16 ☒ C) 19 D) 23 E) 24

Soru 2:

Bir kasa elma poşetlere 5'er 5'er konursa 4 elma için poşet kalmıyor, 8'er 8'er konulursa 4 poşet boş kalıyor.

Buna göre, kasada kaç elma vardır?

- A) 44 B) 56 ☒ C) 64 D) 72 E) 84

Soru 3:

Bir kuşçu dükkânında her kafese 3 kuş konulduğunda kuşçunun elinde 1 kuş kalıyor. Her kafese 4 kuş konulduğunda da 3 kafes boş kalıyor.

Buna göre, kuşçu dükkânında kaç kuş vardır?

- A) 52 B) 48 ☒ C) 40 D) 36 E) 21

Soru 4:

Bir sınıfta bulunan tüm öğrenciler bir testin sorularını sırayla ikişer soru cevapladıklarında 2 soruya cevap verilmemiş oluyor. Öğrenciler testin sorularından sırayla üçer tanesini cevaplasalardı 3 öğrenci soru cevaplamayacaktı.

Buna göre, sınıfta kaç öğrenci vardır?

- ☒ A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Soru 5:

Bir folklor öğretmeni folklor ekibi kuracaktır. Gruplar 6 şar öğrenciden seçilince 2 kişi açıkta kalıyor. Gruplara 2 öğrenci fazla seçilirse grup sayısı 1 azalıyor.

Gruba 8'er kişi seçilseydi kaç grup oluşurdu?

- A) 3 ☒ B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Bilgi

Bir miktar para ile a tane kitap, b tane defter veya n tane kitap, m tane defter alınıyorsa; kitap = k , defter = d olmak üzere,

$$a.k + b.d = n.k + m.d$$

denklemi kurulup, kitap veya defter sayısını birbiri cinsinden bulabiliriz.

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Bir miktar para ile 5 kitap 7 kalem ya da 3 kitap 15 kalem alınmaktadır.

Buna göre, bu para ile kaç kalem alınabileceğini bulalım.

Çözüm:

Kalem sayısı = k

Kitap sayısı = x olsun.

$$5x + 7k = 3x + 15k$$

$$\Rightarrow 2x = 8k$$

$$\Rightarrow x = 4k$$

Bir kitap parası ile 4 kalem alınıyorsa,

$$5x + 7k = 5.4k + 7k = 27k$$

olduğundan bu para ile 27 kalem alınır.

Örnek 2:

Bir mağazadan 3 gömlek fiyatına 2 ayakkabı ve 1 pantolon, 4 ayakkabı fiyatına 2 gömlek ve 2 pantolon alınabilmektedir.

Buna göre, 2 gömlek alınabilecek parayla kaç ayakkabı alınabileceğini bulalım.

Çözüm:

Gömlek=g, Ayakkabı=a, Pantolon=p lira olsun.

Denklemler:

$$3g = 2a + 1p \text{ (I)}$$

$$4a = 2g + 2p \text{ (II)}$$

şeklindedir.

I. denklemi -2 ile çarpıp diğeri ile toplarsak;

$$-6g + 4a = -4a + 2g$$

$$8a = 8g$$

$$a = g$$

1 ayakkabının fiyatı, 1 gömleğin fiyatına eşittir.

O halde, 2 gömlek alınabilecek parayla da 2 ayakkabı alınabilir.

Örnek 3:

Bir depoya hiç boşluk kalmayacak şekilde 5 kasa portakal, 8 kasa elma ya da 4 kasa portakal, 12 kasa elma konmaktadır.

Buna göre, bu depoya kaç kasa portakal konulabileceğini bulalım.

Çözüm:

Bir kasa portakal = p

Bir kasa elma = e birim yer kaplasın.

Buna göre,

$$5p + 8e = 4p + 12e$$

$$p = 4e \text{ bulunur.}$$

4 kasa elma yerine 1 kasa portakal konulabiliyorsa

$$5p + 8e = 5p + 2.4e$$

$$= 5p + 2p$$

$$= 7p$$

$$\Rightarrow 7 \text{ kasa portakal konulabilir.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir işçi belli bir sürede 2 duvar 3 kapı veya 5 duvar 1 kapı boyayabiliyor.

Bu işçi 12 duvar boyayacağı sürede kaç kapı boyayabilir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Soru 2:

Samet elindeki parasıyla 30 kurşun kalem ile 20 tükenmez kalem ya da 30 tükenmez kalem alabilmektedir.

Samet, elindeki parayla kaç kurşun kalem alabilir?

- A) 90 B) 125 C) 130 D) 140 E) 150

Soru 3:

Bir depoya 180 çuval ile 200 kasa ya da 255 çuval ile 150 kasa yerleştirilebilir.

Bu depoya en çok kaç kasa yerleştirilebilir?

- A) 192 B) 220 C) 320 D) 480 E) 500

Bilgi

"a yataklı ve b yataklı odalara n kişi yerleştirirken en az kaç oda kullanılır?" veya "Bir merdivenin basamakları 2 şer 2 şer veya 3 er 3 er toplam n adımda çıkılıyorsa, merdivenin basamak sayısı kaçtır?" şeklindeki sorular için aşağıdaki örnekleri inceleyelim.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Bir yurttta 3 ve 5 yataklı odalar vardır.

82 kişilik bir öğrenci grubunun bu yurda yerleştirilebilmesi için en az kaç odanın gerekli olduğunu bulalım.

Çözüm:

3 yataklı x oda, 5 yataklı y oda olsun.

$$3x + 5y = 82 \text{ olur.}$$

Kullanılacak olan oda sayısının en az olması için, kullanılan 5 yataklı odaların sayısı çok olmalıdır.

O halde, x in değeri en az, y nin değeri de en çok olacak şekilde değerler seçilirse,

$$x = 4, y = 14 \text{ olur.}$$

Gerekli oda sayısı da en az $x + y = 18$ dir.

Örnek 2:

Bütün odaları dolu olan 120 kişilik bir otelin 2, 4 ve 5 kişilik odaları vardır.

Buna göre, 5 kişilik oda sayısının en çok kaç olacağını bulalım.

Çözüm:

2 kişilik x oda, 4 kişilik y oda, 5 kişilik z oda olsun.

$$2x + 4y + 5z = 120$$

z nin en çok olması için x ve y nin değerinin en az olması gerekir. O halde,

$$x = 1, y = 2 \text{ için } z \text{ nin en büyük değeri } 22 \text{ olur.}$$

Örnek 3:

Bir ilde yapılan bağış kampanyasına katılan 55 kişiden bazıları 10 TL, bazıları 20 TL vermişlerdir.

Kampanyada toplam 750 TL toplandığına göre, 10 TL veren kaç kişi olduğunu bulalım.

Çözüm:

55 kişiden x kişi 10 TL,

$55 - x$ kişi 20 TL versin.

$x \cdot 10 + 20 \cdot (55 - x) = 750$ denkleminin her iki tarafı 10 a bölünürse,

$$x + 2 \cdot (55 - x) = 75 \Rightarrow x = 35 \text{ bulunur.}$$

Örnek 4:

Mehmet bir merdivenin basamaklarını 2 şer veya 3 er basamak çıkarak toplam 16 adım atmaktadır.

Buna göre, bu merdivenin en çok kaç basamaklı olduğunu bulalım.

Çözüm:

16 adımın a tanesini 2 şer $16 - a$ tanesini de 3 er atсын.

Merdivenin basamak sayısı x olsun.

$$2 \cdot a + 3 \cdot (16 - a) = x \text{ olur.}$$

$$48 - a = x$$

x in en çok olması için $a = 1$ olmalıdır.

$$x = 48 - 1 = 47 \text{ olur.}$$

**Örnek 5:**

Bir öğrenci okulun merdivenlerini 2 şer 2 şer çıkıp 3 er 3 er inmektedir.

Öğrenci çıkışta, inişten 5 adım fazla attığına göre, bu merdivende kaç basamak olduğunu bulalım.

Çözüm:

3 er indiğinde x adım atsın.

2 şer çıktığında $x + 5$ adım atar.

Basamak sayısı = $3x$ (I)

Basamak sayısı = $2(x + 5)$ olur.(II)

Buna göre, (I) ve (II) den

$$3x = 2(x + 5) \Rightarrow x = 10$$

Basamak sayısı = $3x = 3.10 = 30$ olur.

Örnek 6:

250 kontörlük bir telefon kartı ile toplam 50 görüşme yapılmıştır.

Şehirler arası her görüşmenin bedeli 9 kontör, şehir içi her görüşmenin bedeli de 4 kontör olduğuna göre, şehirler arası kaç görüşme yapıldığını bulalım.

Çözüm:

50 görüşmeden x tanesi şehirler arası,

$50 - x$ tanesi de şehir içi olsun.

$$9x + 4.(50 - x) = 250$$

$$9x + 200 - 4x = 250$$

$$5x = 50$$

$$x = 10 \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Bir kasada 50 TL lik ve 100 TL lik banknotlar vardır. 100 TL lik banknotların sayısı 50 TL liklerin sayısından 10 fazladır.

Kasada toplam 8.500 TL olduğuna göre, 50 TL lik kaç banknot vardır?

- A) 25 B) 40 C) 45 ☒ D) 50 E) 60

Soru 2:

Bir kamyonda 15 kg, 20 kg ve 25 kg lik kasalar halinde toplam 520 kg portakal bulunmaktadır.

Buna göre, üç tip kasanın bulunduğu bu kamyonda **en çok** kaç kasa portakal olabilir?

- A) 27 B) 29 C) 30 ☒ D) 33 E) 36

Soru 3:

Bir otelde 2 yataklı ve 3 yataklı toplam 15 oda vardır.

Toplam yatak sayısı 37 olduğuna göre, bu otelde 2 yataklı kaç oda vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 ☒ E) 8

Soru 4:

Bir köprü geçişinden taksilerden 2 TL, kamyonlardan 4,5 TL para alınıyor.

250 TL para toplanabilmesi için **en az** kaç araba köprüden geçmelidir?

- A) 39 B) 48 ☒ C) 60 D) 63 E) 72

Soru 5:

Bir merdivenin basamaklarını 3 er 3 er çıkıp 4 er 4 er inen bir çocuğun çıkarken attığı adım sayısı inerken attığı adım sayısından 12 fazladır.

Buna göre, merdiven kaç basamaklıdır?

- A) 154 ☒ B) 144 C) 120 D) 96 E) 85

Soru 6:

Bir kutuda 3 TL lik ve 5 TL lik ampullerden 25 tane bulunmaktadır.

Bu ampullerin toplam fiyatı 85 TL olduğuna göre, 3 TL lik ampullerden kaç tane vardır?

- A) 16 B) 18 C) 19 ☒ D) 20 E) 21

Bilgi

Bir öğrenci a soruluk bir sınavda soruların hepsini cevaplayarak b tane soruyu doğru cevaplıyor ve her n yanlış r tane doğruyu götürüyorsa, toplam neti;

$$b - \left(\frac{a-b}{n} \right) \cdot r \text{ olur.}$$

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

100 soruluk bir sınavda 5 yanlış 2 doğruyu götürmektedir.

Bu sınavdaki bütün soruları cevaplayan bir öğrencinin, 72 neti olduğuna göre, bu öğrencinin kaç soruyu doğru cevapladığını bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{l} 100 \text{ soru} \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \text{ doğru} \quad (100 - x) \text{ yanlış olsun.} \\ x - \left(\frac{100 - x}{5} \right) \cdot 2 = 72 \Rightarrow x = 80 \text{ doğru cevap} \end{array}$$

Örnek 2:

50 soruluk bir sınavda her bir net 5 puan değerinde ve her 4 yanlış da bir doğruyu götürmektedir.

Tüm soruları cevaplandırarak 125 puan alan bir öğrencinin kaç soruyu doğru cevapladığını bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{l} 50 \text{ soru} \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \text{ doğru} \quad (50 - x) \text{ yanlış} \\ \left[x - \left(\frac{50 - x}{4} \right) \right] \cdot 5 = 125 \\ \frac{4x - 50 + x}{4} = 25 \\ x = 30 \text{ bulunur.} \end{array}$$

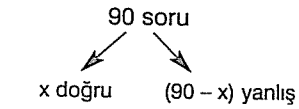
Örnek 3:

4 yanlışın 1 doğruyu götürdüğü 100 soruluk bir sınavda her bir netin değeri 5 puandır. Bu sınavda 10 soruyu boş bırakan bir öğrenci 375 puan almıştır.

Buna göre, öğrencinin kaç soruyu doğru cevapladığını bulalım.

Çözüm:

10 soruyu boş bıraktığı için 90 soru cevaplamıştır.



$$\left[x - \left(\frac{90 - x}{4} \right) \right] \cdot 5 = 375$$

$$\frac{4x - 90 + x}{4} = 75$$

$$5x - 90 = 300$$

$$x = 78$$

olduğundan, bu öğrenci 78 soruyu doğru cevaplamıştır.

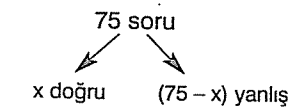
Örnek 4:

80 soruluk bir sınavda her doğru soru için 4 puan kazanılırken, her yanlış soru için 3 puan kaybedilmektedir.

İlk 5 soru dışında geriye kalan soruların tümü cevaplandığına göre, 216 puan kazanmak için kaç soruya doğru cevap verilmesi gerektiğini bulalım.

Çözüm:

İlk 5 soru cevaplanmadığı için 75 soru cevaplanmıştır.



$$4x - 3 \cdot (75 - x) = 216$$

$$4x - 225 + 3x = 216$$

$$7x = 441$$

$$x = 63 \text{ soru doğru cevaplanmalıdır.}$$

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Bir bilgi yarışmasında kurallara göre yarışmacılar her doğru cevaptan 25 puan kazanıyorlar, her yanlış cevaptan da 15 puan kaybediyorlar.

35 soruya cevap veren bir yarışmacı 475 puan kazandığına göre, yanlış cevaplarının sayısı kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

Soru 2:

40 soruluk bir sınava giren bir öğrenci doğru cevapladığı her soru için 4 puan alacak, yanlış cevapladığı veya cevaplamadığı her soru için de 2 puan kaybedecektir.

Bu öğrenci, bu sınavda 82 puan aldığına göre, kaç soruyu doğru cevaplandırmıştır?

- A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28

Soru 3:

100 soruluk bir sınavda 5 yanlışın bir doğruyu götürdüğünü düşünen bir öğrenci hiçbir soruyu boş bırakmadığını ve 71, 20 neti olduğunu söylemiştir.

4 yanlışın bir doğruyu götürdüğü bu sınavda, tüm soruları cevaplayan bu öğrencinin gerçek neti kaçtır?

- A) 39 B) 70 C) 71 D) 72 E) 73

Soru 4:

3 yanlışın bir doğruyu götürdüğü 80 soruluk bir sınavda Erdem'in 44 neti vardır.

Tüm soruları cevaplayan Erdem kaç soruyu yanlış cevaplamıştır?

- A) 20 B) 24 C) 27 D) 30 E) 33

Bilgi

k tane kız ve e tane erkek öğrenciden oluşan bir sınıftaki bir kız öğrencinin; sınıftaki erkek arkadaşlarının sayısı e, kız arkadaşlarının sayısı k - 1 dir.

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Bir gruptaki her bayanın bayan arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının 3 katından 4 eksiktir. Her erkeğin de bayan arkadaşlarının sayısı, erkek arkadaşlarının sayısının 2 katından 3 fazladır.

Buna göre, grupta kaç kişi olduğunu bulalım.

Çözüm:

Bayan sayısı = b

Erkek sayısı = e olsun.

$$b - 1 = 3e - 4 \dots\dots\dots (I)$$

$$b = 2 \cdot (e - 1) + 3 \dots\dots\dots (II)$$

II. denklemdaki b nin e türünden değerini I. denklemden yerine yazarsak,

$$[2(e - 1) + 3] - 1 = 3e - 4$$

$$e = 4 \text{ ve}$$

$$b = 2(e - 1) + 3 = 2 \cdot (4 - 1) + 3 \Rightarrow b = 9 \text{ bulunur.}$$

Buna göre,

grupta $e + b = 4 + 9 = 13$ kişi vardır.

Örnek 2:

Sude'nin sınıfındaki kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısından 8 fazladır.

Aynı sınıftaki Ali'nin erkek arkadaşlarının sayısının kız arkadaşlarının sayısından kaç eksik olduğunu bulalım.

Çözüm:

Sude'nin kız arkadaşlarının sayısı $k - 1$, erkek arkadaşlarının sayısı e olsun.

$$k - 1 = e + 8 \Rightarrow e = k - 9$$

Ali'nin erkek arkadaşlarının sayısı $e - 1$ dir.

$e = k - 9$ yazılırsa,

$$e - 1 = k - 9 - 1 = k - 10$$

↓
10 eksiktir.

Örnek 3:

Bir okuldaki bayan öğretmen sayısı, erkek öğretmen sayısından 5 fazladır.

Bu okuldaki Özlem adlı öğretmenin erkek öğretmen arkadaşlarının sayısı, bayan öğretmen arkadaşlarının sayısının 2 katından 18 eksik olduğuna göre, bu okuldaki erkek öğretmen sayısını bulalım.

Çözüm:

Erkek öğretmen sayısı = e olursa,

Bayan öğretmen sayısı = $e + 5$ olur.

Özlem öğretmene göre,

$$e = 2.(e + 5 - 1) - 18 \text{ dir.}$$

$$e = 2e + 8 - 18$$

$$e = 10 \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Bir sınıftaki her kız öğrencinin, sınıftaki kız arkadaşlarının sayısı, erkek arkadaşlarının sayısının 2 katıdır. Sınıftaki 8 sıraya; kızlar 3'erli olarak, erkekler de 2'şerli olarak oturduğunda 1 erkek öğrenci ayakta kalıyor.

Buna göre, sınıfta kaç öğrenci vardır?

- A) 16 B) 19 ☒ C) 22 D) 25 E) 28

Soru 2:

Ayşe'nin kreşteki kız ve erkek arkadaşlarının sayısı birbirine eşittir. Kreşten bir erkek bebek gidince kızların sayısı erkeklerin sayısının 3 katı olmuştur.

Kreşte toplam kaç bebek vardır?

- ☒ A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Soru 3:

Rana'nın anaokulundaki erkek arkadaşlarının sayısı, kız arkadaşlarının sayısından 3 eksiktir. Bu anaokulundan 1 erkek çocuk ayrılıp, 2 kız çocuk da bu anaokuluna gelince kız çocuklarının sayısı erkek çocuklarının sayısının 8 katı oluyor.

Buna göre, bu anaokulunda başlangıçta kaç erkek çocuk vardır?

- ☒ A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

Bilgi

Bir otobüste e tane erkek, b tane bayan olsun. Bu otobüse x tane evli çift (karı-koca) gelirse, erkek sayısı $e + x$, bayan sayısı $b + x$ olur.

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Bir salonda 32 erkek ve 11 bayan vardır.

Bu salona kaç evli çift (karı-koca) geldiğinde salondaki erkek sayısının bayan sayısının 2 katı olacağını bulalım.

Çözüm:

Salonda, 32 erkek, 11 bayan var.

Salona x evli çift gelirse,

salonda $32 + x$ erkek, $11 + x$ bayan olur.

$$32 + x = 2.(11 + x)$$

$$32 + x = 22 + 2x$$

$$x = 10 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:

Erkek yolcu sayısının, bayan yolcu sayısının 2 katı olduğu bir otobüse uğradığı ilk durakta 5 erkek yolcu binerken, 6 bayan yolcu otobüsten inmiştir.

Son durumda otobüsteki erkek yolcu sayısı, bayan yolcu sayısının 3 katı olduğuna göre, başlangıçta otobüste kaç erkek yolcu olduğunu bulalım.

Çözüm:

Erkek yolcular : E , Bayan yolcular : B olsun.

$$E = 2B$$

1. durakta erkek sayısı $E + 5$,
bayan sayısı $B - 6$ olur.

$E + 5 = 3.(B - 6)$ eşitliğinde E yerine $2B$ yazılırsa,

$$2B + 5 = 3B - 18 \Rightarrow B = 23$$

$$E = 2B = 2.23 = 46 \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Bir otobüsten 15 erkek yolcu inip otobüse 5 bayan yolcu binince otobüsteki toplam yolcu sayısı 21 oluyor.

Buna göre, bu otobüste başlangıçtaki yolcu sayısı kaçtır?

- A) 11 B) 21 ☒ C) 31 D) 41 E) 51

Soru 2:

Bir sınıfın mevcudu, sınıftaki erkek öğrenci sayısının 3 katının 5 eksiğidir. Sınıftan 5 erkek öğrenci ayrılıp 10 kız öğrenci sınıfa gelirse, sınıftaki kız öğrenci sayısı, erkek öğrenci sayısının 4 katının 5 eksiği oluyor.

Başlangıçtaki sınıf mevcudu kaçtır?

- A) 25 B) 30 C) 35 ☒ D) 40 E) 45

Soru 3:

Bir sınıftaki kız öğrencilerinin sayısının 3 katı, erkek öğrencilerin sayısının 2 katından 5 eksiktir. Bu sınıfa 5 erkek öğrenci gelir, sınıftan 3 kız öğrenci ayrılırsa sınıfta toplam 17 öğrenci oluyor.

Bu sınıfta başlangıçta kaç kız öğrenci vardır?

- A) 4 ☒ B) 5 C) 8 D) 10 E) 15

Soru 4:

45 kişilik boş bir otobüse a kişi binip yerlerine oturduklarında boş kalan koltuk sayısı $(2a - 3)$ tür.

Otobüse 3 evli çift daha binerse, boş koltuk sayısı kaç olur?

- A) 23 B) 25 C) 26 D) 30 E) 34

Soru 5:

Bir otobüste bayan, erkek ve çocuklardan oluşan 36 yolcu vardır. Erkek sayısı bayan sayısının iki katından 3 eksiktir. Bayan sayısı da çocukların sayısının 4 katıdır.

Buna göre, bu otobüste kaç erkek yolcu vardır?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

Soru 6:

Leyla ile Mecnun evlendiğinde 4 çocukları oluyor. Bu dört çocuk da evlenince her birinin 4 er çocuğu oluyor.

Bir bayram sabahı Leyla ile Mecnun'un tüm çocukları ve tüm torunları ailecek biraraya geldiklerinde, toplam kaç kişi olurlar?

- A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

Bilgi

Kar - zarar problemleri ile ilgili aşağıdaki örnekleri inceleyelim.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

2 kg soğanı 75 kuruşa alıp, 3 kg soğanı 1,25 TL ye satan bir manavın kaç kg soğan sattığında 1 TL kâr edeceğini bulalım.

Çözüm:

2 kg soğanı 75 kuruşa alırsa 1 kg ını $\frac{75}{2}$ kuruşa alır,

3 kg soğanı 1,25 TL ye satarsa 1 kg ını $\frac{125}{3}$ kuruşa satar.

1 kg soğanın alım satımında

$$\frac{125}{3} - \frac{75}{2} = \frac{25}{6} \text{ kuruş kâr eder.}$$

1 kg soğanda $\frac{25}{6}$ Kr kâr

x kg soğanda $100 \text{ Kr} = 1 \text{ TL kâr}$

$$D.O : x = \frac{100}{\frac{25}{6}} = 100 \cdot \frac{6}{25} = 24 \text{ kg}$$

Örnek 2:

Portakalların 5 tanesini 5 TL den alıp 4 tanesini 6 TL ye satan bir manav 75 TL kâr ettiğine göre, bu manavın toplam kaç portakal sattığını bulalım.

Çözüm:

5 tanesi 5 TL den alınırsa, 1 tanesi 1 TL den alınır. 4 tanesi 6 TL den satılırsa, 1 tanesi 1,5 TL den satılır.

1 portakaldan $1,5 - 1 = 0,5 \text{ TL kâr elde edilir.}$

1 portakaldan $0,5 \text{ TL kâr}$
x portakaldan 75 TL kâr

Doğru orantı olduğundan,

$$x = \frac{75}{0,5} = 150 \text{ portakal satmalıdır.}$$

Örnek 3:

Ali cebindeki parayla 2 kalem alırsa 5 TL si artıyor, 3 kalem alırsa 1 TL borçlanıyor.

Buna göre, Ali'nin kaç TL sinin olduğunu bulalım.

Çözüm:

Ali'nin cebinde A TL olsun.

$$\begin{cases} A = 2k + 5 \\ A = 3k - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2k + 5 = 3k - 1 \\ k = 6 \end{cases}$$

$$A = 2k + 5 = 2 \cdot 6 + 5 = 17 \text{ TL si vardır.}$$

Örnek 4:

Bir tüccar yaş sabun alıp, kurutarak satmaktadır. 1 kg yaş sabunun kilosunu 2 liradan alıp, 1 kg kuru sabunun kilosunu 4 liradan satmaktadır. Yaş sabunların 8 kalıbı, kuru sabunların da 10 kalıbı 1 kg gelmektedir.

Tüccarın 4,5 lira kâr elde etmek için kaç kg kuru sabun satması gerektiğini bulalım.

Çözüm:

$$1 \text{ kalıp yaş sabun} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \text{ TL} = 25 \text{ kuruş}$$

$$1 \text{ kalıp kuru sabun} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \text{ TL} = 40 \text{ kuruş}$$

$$1 \text{ kalıp sabunda: } 40 - 25 = 15 \text{ kuruş kâr eder.}$$

1 kalıpta $15 \text{ kuruş kâr ederse,}$
x kalıpta $450 \text{ kuruş} = 4,5 \text{ lira kâr eder.}$

Doğru orantı olduğundan,

$$x = 30 \text{ kalıp kuru sabun 3 kg olarak bulunur.}$$

Örnek 5:

Bir bakkalın almış olduğu 8 yumurtanın 3 tanesi dükkâna gelirken kırıldığı için yumurtaların maliyeti artıyor.

Buna göre, eski maliyetin yeni maliyete oranını bulalım.

Çözüm:

Bir yumurtayı tanesi 1 TL den alınırsa 8 yumurtayı 8 TL ye alır.

Yumurtaların 3 ü kırılınca kalan 5 yumurtanın bir tanesi $\frac{8}{5}$ TL ye gelmiş olur.

Eski maliyet = 1 TL,

Yeni maliyet = $\frac{8}{5}$ TL

$$\text{oranlarsak; } \frac{1}{\frac{8}{5}} = \frac{5}{8} \text{ bulunur.}$$

Örnek 6:

600 gramı $4x$ TL olan fındığın, 200 gramı $(x + 2)$ TL dir.

Buna göre, fındığın 1 kilosunun kaç TL olduğunu bulalım.

Çözüm:

$$1 \text{ gramı } \frac{4x}{600} = \frac{x+2}{200} \text{ TL den}$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ bulunur.}$$

600 gr 24 TL
1000 gr $x \text{ TL}$

Doğru orantı olduğundan,
 $x = 40 \text{ TL dir.}$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir tanesinin maliyeti x TL olan y tane bardağın 5 tanesi kırılıyor.

Buna göre, bir bardağın maliyeti kaç TL artar?

- A) $\frac{5xy}{y-5}$ B) $\frac{-5x}{y-5}$ C) $\frac{x-y}{5-y}$
 D) $\frac{5x}{y-5}$ E) $\frac{x}{x-5}$

Soru 2:

Bir bardak çayın 50 kuruş olduğu bir çay bahçesinde dört bardak çay içen birisine bir bardak çay ücretsiz verilmektedir.

Buna göre, toplam 37 bardak çay içen bir grup kaç lira hesap öder?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

Soru 3:

5 tane yaş patlıcan 1 kg gelmektedir. Patlıcanlar kurutulunca 12 tane kuru patlıcan 1 kg gelmektedir.

Yaş patlıcanın kilogramı 2,5 TL den alınıp, kuru patlıcanın kilogramı 10 TL den satıldığına göre, 1 kg kuru patlıcan satışından kaç TL kâr edilir?

- A) 2,5 B) 3 C) 3,5 D) 4 E) 5

Soru 4:

Bir satıcı tanesi a liradan 20 yumurta aldığımda bu satıcıya 2 yumurta hediye ediliyor.

Buna göre, satıcının aldığı 1 yumurtanın maliyeti ne kadar azalır?

- A) $\frac{10a}{11}$ B) $\frac{11a}{10}$ C) $\frac{3a}{22}$
 D) $\frac{a}{11}$ E) $\frac{11}{a}$

Soru 5:

3 tanesi 1 TL den satılan mendillerden x düzine, 6 tanesi 2,50 TL den satılan tokalardan y düzine alan bir toptancı toplam 42 TL ödediğine göre, en çok kaç toka almıştır?

- A) 6 B) 12 C) 24 D) 48 E) 72

Soru 6:

Bir satıcı tanesini x TL ye aldığı bir malın tanesini y TL ye satarak toplam z TL zarar ediyor.

Buna göre, bu satıcı kaç tane mal satmıştır?

- A) $\frac{z}{x+y}$ B) $\frac{z}{x-y}$ C) $\frac{x}{y-z}$
 D) $\frac{y}{x+z}$ E) $\frac{y}{x-z}$

Soru 7:

Bir satıcı x TL ye aldığı bir malı 2y TL ye satıyor.

$$x + y = 240$$

olduğuna göre, satıcının zarar etmemesi için, x en fazla kaç TL olmalıdır?

- A) 119 B) 120 C) 121 D) 159 E) 160

Soru 8:

Bir çocuk 3 dondurma satın aldığımda 1 dondurma hediye kazanmaktadır.

Bu çocuk dondurmacıdan toplam 21 dondurma aldığına göre, dondurmaların en az kaç tanesine para ödemiştir?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

Soru 9:

X	5	7
Y	7	11

Bir bakkal X TL ye aldığı bir ürünü Y TL ye satıyor. X ile Y arasındaki bağıntı yukarıdaki tabloda verilmiştir.

Bu bakkalın bu satıştan kâr ettiği bilindiğine göre, X in en küçük değeri kaçtır? ($X \in \mathbb{Z}^+$)

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Bilgi

Bir yolda a adım ileri b adım geri giderek yürüyen bir kişi a + b adımda a - b adım ilerlemiş olur. Ancak bu kişinin, x > a + b olmak üzere, toplam x adım attığında kaç adım ilerlediğini bulmak için x in a + b ile bölünmesindeki bölüm ve kalandan yararlanılır.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Furkan düz bir yol boyunca 9 adım ileri 3 adım geri atarak ilerliyor.

Furkan toplam 110 adım attığına göre, Furkan'ın kaç adım ilerlediğini bulalım.

Çözüm:

9 adım ileri 3 adım geri gidiyorsa, 12 adımda 6 adım ilerlemiş olur.

$$\begin{array}{r} 110 \\ - 108 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 + 3 \\ 9 \\ \hline 2 \end{array}$$

olduğundan, Furkan,
 $9 \cdot (9 - 3) + 2 = 56$ adım ilerler.

Örnek 2:

Ahmet doğrusal bir yol boyunca adımlarını, 7 adım ileri 2 adım geri atarak yürüyor. Ahmet toplam 257 adım atıyor ve attığı her adım 60 cm dir.

Ahmet'in bulunduğu yerden kaç metre ilerlediğini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} 257 \\ - 252 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 + 2 \\ 28 \\ \hline 5 \end{array}$$

olduğundan Ahmet,
 $28 \cdot (7 - 2) + 5 = 145$ adım ilerler.

Buna göre, bulunduğu yerden,
 $145 \cdot 60 \text{ cm} = 8700 \text{ cm} = 87 \text{ m}$ ilerlemiş olur.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Fatih düzgün bir yol boyunca 8 adım ileri 4 adım geri atarak yürüyor.

Fatih toplam 117 adım attığına göre, kaç adım ilerlemiştir?

- A) 36 B) 40 C) 42 D) 43 E) 45

Soru 2:

Ayşe düzgün bir yolda adımlarını, 7 adım ileri 2 adım geri atarak ilerlemektedir.

Ayşe'nin adım boyu 30 cm olduğuna göre, 182 adım atınca kaç metre ilerlemiş olur?

- A) 30 B) 30,2 C) 30,6 D) 32 E) 34,2

Soru 3:

Sena düzgün bir yolda 5 adım ileri, 3 adım geri atarak yürüyor.

Sena, en az kaç adım atarsa başladığı noktadan 25 adım ileri gitmiş olur?

- A) 79 B) 80 C) 85 D) 91 E) 97

Bilgi

Bir kuyrukta baştan n . sırada olan bir kişinin önünde $n - 1$ kişi vardır.

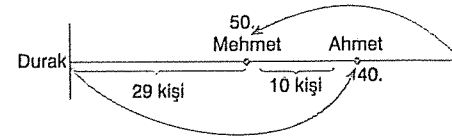
Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Ahmet bir otobüs kuyruğunda baştan 40. sırada, Mehmet ise sondan 50. sıradadır.

İkisi arasında 10 kişi daha bulunduğuna ve Mehmet otobüse daha yakın olduğuna göre, otobüs kuyruğunda kaç kişi olduğunu bulalım.

Çözüm:



Şemadan, Mehmet'in önünde 28 kişi vardır.

Mehmet sondan 50. kişi olduğuna göre, kuyruktaki kişi sayısı $28 + 50 = 78$ kişi vardır.

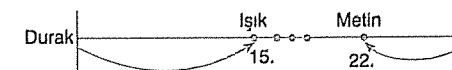
Örnek 2:

Işık bir otobüs kuyruğunda baştan 15. sırada, Metin ise sondan 22. sıradadır.

Işık ile Metin arasında 3 kişi olduğuna göre, otobüs kuyruğunda en çok kaç kişi olduğunu bulalım.

Çözüm:

Kuyruktaki kişi sayısının en çok olması için Işık durağa daha yakın seçilmelidir.



Işık'ın önünde 14 kişi, arkasında 25 kişi vardır.

Bu durumda kuyrukta en çok,

$$\begin{array}{ccccccc} 14 & + & 25 & + & 1 & = & 40 \text{ kişi vardır.} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ \text{öndekiler} & & \text{arkadakiler} & & \text{kendisi} & & \end{array}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir bilet kuyruğunda Ayşe baştan 19. sırada, Tarkan sondan 27. sıradadır.

Ayşe ile Tarkan arasında 7 kişi olduğuna göre, bu bilet kuyruğunda en az kaç kişi vardır?

- A) 31 B) 36 C) 37 D) 53 E) 60

Soru 2:

Bir bilet kuyruğunda Ali sondan 12., Sema baştan 7. sıradadır. Ali ile Sema'nın arasında 3 kişi vardır.

Ali gişeye daha yakın olduğuna göre, kuyrukta kaç kişi vardır?

- A) 22 B) 20 C) 15 D) 14 E) 12

Soru 3:

Aralarında Ali'nin de bulunduğu bir toplulukta Ali'nin sağındaki kişi sayısı solundaki kişi sayısından 5 eksiktir. Ayrıca, Ali'nin sağındaki kişi sayısının; 6 fazlası önündeki kişilerin sayısına, 7 eksiği de arkasındaki kişilerin sayısına eşittir.

Bu toplulukta 85 kişi olduğuna göre, Ali'nin önünde kaç kişi vardır?

- A) 18 B) 22 C) 26 D) 30 E) 36

Soru 4:

Zehra bir bilet kuyruğunda baştan $(2n - 1)$. sırada, sondan da n . sıradadır.

Kuyrukta 52 kişi olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

Soru 5:

Ayşe banka kuyruğunda baştan $(2x + 7)$. sırada, sondan $(x - 11)$. sıradadır.

Ali aynı kuyrukta baştan $(4y + 18)$. sırada, sondan $(3y - 5)$. sırada olduğuna göre, aralarında en az kaç kişi vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7

Bilgi

Birinci gün x sayfası ve sonraki her gün bir öncekinin n katı kadar sayfası okunarak 4 günde bitirilen bir kitap;

$$x + nx + n^2x + n^3x \text{ sayfadır.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Betül, test kitabını çözerken bir önceki gün çözdüğü soru sayısının iki katı soru çözüyor.

7. gün çözdüğü soru sayısı 5. gün çözdüğü soru sayısından 240 fazla olduğuna göre, Betül'ün ilk gün kaç soru çözdüğünü bulalım.

Çözüm:

Betül 1. gün x soru çözsün.

1. gün	2. gün	3. gün	...	5. gün	...	7. gün
x	$2x$	$4x = 2^2x$		2^4x		2^6x

$$2^6x = 2^4x + 240 \Rightarrow 64x - 16x = 240$$

$$\Rightarrow 48x = 240$$

$$\Rightarrow x = 5 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:

Bir mağazadaki 21 tane gömlek, her gömlek diğerinden 2 TL fazla olmak şartıyla ucuzdan pahalıya doğru askıya diziliyor.

Ortadaki gömleğin parasıyla 1. gömlek ve 4. gömlek alınabildiğine göre, bu mağazadaki en ucuz gömleğin kaç TL olduğunu bulalım.

Çözüm:

1. Gömlek	2. Gömlek	3. Gömlek	4. Gömlek
x	$x+2$	$x+4 = x+2.2$	$x+6 = x+3.2$

Ortadaki	
11. Gömlek	21. Gömlek
$x + 10.2$	$x + 20.2$

$$x + 20 = x + x + 6 \Rightarrow x = 14 \text{ TL}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir öğrenci hergün eşit miktarda soru çözerken bir test kitabını bitirecektir. Eğer hergün, önceden planladığından 100 soru fazla çözerse kitap 10 günde, 80 soru az çözerse kitap 20 günde bitecektir.

Buna göre, bu test kitabındaki toplam soru sayısı kaçtır?

- A) 2600 B) 2700 C) 3300
D) 3400 E) 3600

Soru 2:

İlayda hergün bir önceki günden 3 soru fazla çözmektedir. 18. günde ikinci gün çözdüğünün 4 katı kadar soru çözmüştür.

Buna göre, 5. gün çözdüğü soru sayısı kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 13 D) 16 E) 25

Soru 3:

Bir adam kumbarasına hergün bir önceki gün attığı paranın 7 lira fazlası kadar para atıyor.

Beşinci gün kumbaraya 58 lira attığına göre, dokuzuncu gün sonunda kumbarasında kaç lira birikir?

- A) 430 B) 470 C) 522 D) 543 E) 575

Bilgi

Bir kutuda bulunan a tane siyah, b tane kırmızı kalemden en az $a + 1$ tane kalem alırsa, alınan kalemler içinde bir tane kırmızı kalem mutlaka bulunur.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Bir kutuda 3 mavi, 5 kırmızı, 4 siyah kalem vardır.

Kutudan en az kaç tane kalem alınmalıdır ki, alınan kalemler içinde en az bir tane mavi kalem mutlaka bulunsun?

Çözüm:

$$3M, 5K, 4S$$

Bütün kırmızı ve siyah kalemleri aldıktan sonra 1 tane daha kalem alırsa kesinlikle mavi olur.

$$5 + 4 + 1 = 10 \text{ tane}$$

Örnek 2:

Bir sınavın sonucunu değerlendirmek için 1, 2, 3, 4, 5 notları kullanılmaktadır.

15 kişinin katıldığı bu sınavda bu notların her birini alan en az bir öğrenci olduğuna göre, aynı notu alan en çok kaç öğrenci olduğunu bulalım.

Çözüm:

1 alan	2 alan	3 alan	4 alan	5 alan
1	1	1	1	11
				↓
				en çok

Bilgi Uygulama

Soru 1:

10 çift terliğin bulunduğu bir kutudan en az kaç tek terlik alınmalıdır ki alınan terliklerin içinde en az bir çift oluşsun?

- A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) 11

Soru 2:

25 kişinin katıldığı bir sınavı değerlendirmek için 1, 2, 3, 4, 5 notları kullanılıyor.

Sınav sonuçlarında bu notların herbirini alan en az üçer öğrenci olduğuna göre, aynı notu alan en çok kaç öğrenci olabilir?

- A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

Bilgi

n kişinin bulunduğu bir grupta herkes birbiriyle tokalaşırsa, $\frac{n(n-1)}{2}$ kez değişik tokalaşma olur.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

20 kişinin bulunduğu bir sınıfta herkes birbiriyle tokalaştığına göre, toplam kaç tokalaşma olduğunu bulalım.

Çözüm:

$$\frac{20(20-1)}{2} = \frac{20 \cdot 19}{2} = 190 \text{ tokalaşma olur.}$$

Örnek 2:

Bir okulun son sınıfındaki öğrenciler birbirlerine hatıra olarak resimlerini vereceklerdir.

Bu sınıfta toplam 132 resim dağıtıldığına göre, kaç öğrenci vardır?

Çözüm:

Bu sınıftaki öğrenci sayısı x olsun.

Kişi	Verilen resim adedi
1.	x - 1
2.	x - 1
3.	x - 1
⋮	
x.	x - 1

olduğundan toplam:

$x(x-1) = 132$ resim dağıtıldığından bu sınıfta,

$$x = 12 \text{ kişi vardır.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir sınıftaki öğrenciler bayramlaşmak için birbirlerine tebrik kartı göndereceklerdir.

Toplam 210 adet kart gönderildiğine göre, sınıftaki öğrenci sayısı kaçtır?

- A) 11 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Soru 2:

Bir okuldaki öğretmenler sabahleyin öğretmenler odasına gelince birbirleriyle selamlaşacaklardır.

Toplam 300 adet selamlaşma olduğuna göre, bu okuldaki öğretmen sayısı kaçtır?

- A) 21 B) 22 C) 24 D) 25 E) 27

Soru 3:

Bayramda birbirine mesaj çeken bir grup arkadaş vardır.

Toplam 72 adet mesaj çekildiğine göre, bu gruptaki kişi sayısı kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

Bilgi

Bir çiftlikte a tane tavuk b tane koyun olsun.
Tavukların ayak sayısı 2.a,
Koyunların ayak sayısı 4.b dir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Bir çiftlikte tavşan ve kazlardan oluşan 30 tane hayvan vardır.

Bu hayvanların ayak sayılarının toplamı 100 olduğuna göre, tavşan ve kazların sayılarını bulalım.

Çözüm:

Tavşan = t, Kaz = k olsun.

$$t + k = 30 \text{ (I)}$$

$$4t + 2k = 100 \text{ (II)}$$

(I.) denklem -2 ile çarpılıp (II.) denklemle toplanırsa;

$$-2t - 2k = -60$$

$$+ 4t + 2k = 100$$

$$2t = 40$$

$$t = 20 \rightarrow \text{tavşan sayısı}$$

$$t + k = 30 \rightarrow 20 + k = 30$$

$$k = 10 \rightarrow \text{kaz sayısı}$$

Örnek 2:

Bir kümesteki tavuklarla, civcivlerin toplam baş sayısı 25 tir.

Tavukların toplam ayak sayısı, civcivlerin toplam ayak sayısından 18 fazla olduğuna göre, bu kümeste kaç tane civciv olduğunu bulalım.

Çözüm:

Tavuk = t Civciv = c olsun.

$$t + c = 25 \text{ (I)}$$

$$2t - 2c = 18 \text{ (II)}$$

(II.) denklem -2 ile bölünüp (I.) denklemle toplanırsa,

$$t + c = 25$$

$$-t + c = -9$$

$$\Rightarrow 2c = 16 \Rightarrow c = 8 \text{ bulunur.}$$

Örnek 3:

Bir çiftlikteki kazların ayak sayısı 3 ile, koyunların ayak sayısı 5 ile orantılıdır.

Toplam hayvan sayısı 33 olduğuna göre, çiftlikte kaç koyun olduğunu bulalım.

Çözüm:

Kaz sayısı = x, ayaklarının sayısı 2x

Koyun sayısı = y, ayaklarının sayısı 4y olsun.

$$\frac{2x}{3} = \frac{4y}{5} = k \text{ şeklinde orantı kuralım.}$$

$$x = \frac{3k}{2} \text{ ve } y = \frac{5k}{4} \text{ olur.}$$

$$x + y = 33 \Rightarrow \frac{3k}{2} + \frac{5k}{4} = 33$$

$$\Rightarrow \frac{11k}{4} = 33$$

$$\Rightarrow k = 12$$

$$\text{Koyun sayısı } y = \frac{5k}{4} = \frac{5 \cdot 12}{4} = 15 \text{ tir.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir çiftlikte tavuk, koyun ve tavşanlardan oluşan 80 tane hayvan vardır.

Bu hayvanların ayak sayıları toplamı 200 olduğuna göre, çiftlikteki tavuk sayısı kaçtır?

- A) 20 B) 40 C) 60 D) 80 E) 45

Soru 2:

Bir çiftlikte tavşan ve tavuklar vardır. Tavşanların 13 tanesi ölünce, tavukların sayısı tavşanların sayısının 3 katına eşit oluyor. Daha sonra tavukların da 4 tanesi ölünce tavşanların ayak sayısı tavukların ayak sayısının 2 katına eşit oluyor.

Buna göre, ilk durumda bu çiftlikte kaç tavuk vardır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 9

Soru 3:

Horoz sayısının tavuk sayısına eşit olduğu bir kümeste horoz ve tavukların toplam sayısı kadar da civciv vardır. Aylık olarak her horoz için 10, her tavuk için 8, her civciv için 4 er kg yem alınmaktadır.

Küresteki horoz, tavuk ve civcivlerin toplam sayısı 240 olduğuna göre, bu hayvanlar için yıllık kaç kg yem alınmaktadır?

- A) 19860 B) 18720 C) 15600
D) 10800 E) 9600

Soru 4:

Bir çiftlikteki tavuklara 20 gün yetecek kadar yem vardır. 10 gün sonra çiftlikteki tavuklardan 6 tanesi ölüyor ve kalan yem kalan tavuklara 12 gün yetiyor.

Buna göre, bu çiftlikte başlangıçta kaç tavuk vardır?

- A) 30 B) 36 C) 40 D) 42 E) 50

1. Bir sayının 3 fazlasının 5 katı aynı sayının 8 katına eşit olduğuna göre, bu sayı kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

2. Bir depo x litrelik bir kova ile 18 seferde, y litrelik bir kova ile 27 seferde dolmaktadır.

Aynı depo $4x + 3y$ litrelik bir kova ile kaç seferde dolar?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. Bir otelde 3 kişilik ve 5 kişilik odalar vardır.

Bu otele gelen 106 kişi en az kaç odaya yerleştirilebilir?

- A) 22 B) 20 C) 18 D) 17 E) 15

4. 5 gömlek fiyatına 7 pantolon ve 1 pantolon fiyatına 3 ayakkabı alabilen bir kişi, 15 gömlek, 8 pantolon fiyatına kaç ayakkabı alabilir?

- A) 78 B) 82 C) 84 D) 87 E) 88

5. 12 tane çocuk 210 TL para biriktiriyorlar. Çocuklardan bir kısmı 5 TL, diğerleri 20 TL vermişlerdir.

Buna göre, kaç kişi 20 TL vermiştir?

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

6. Üç arkadaş 24 TL yi birinci ikincinin 3 katı, üçüncü ikinciden 4 TL fazla olacak şekilde paylaşıyorlar.

Buna göre, en az para alan kaç TL almıştır?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

7. Bir sınıfta öğrenciler sıralara 3 erli oturunca 4 öğrenci ayakta kalıyor. Eğer sıralara 4 erli otururlarsa 2 sıra boş kalıyor.

Buna göre, sınıf mevcudu kaçtır?

- A) 40 B) 37 C) 36 D) 35 E) 33

8. Ayşe'nin 40 TL si olup hergün 600 kuruş harcıyor. Fatma'nın 4 TL si olup hergün 300 kuruş biriktiriyor.

Kaç gün sonra Ayşe'nin parası Fatma'nın parasına eşit olur?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 6 E) 4

9. Bir dersanede 1500 öğrenci bir diğer dersanede 1000 öğrenci bulunmaktadır. 1500 öğrencisi bulunan dersaneden her ay 75 kişi ayrılıp, 1000 öğrencinin bulunduğu dersaneye her ay 50 öğrenci kayıt yaptırılıyor.

Buna göre, kaç ay sonra bu iki dersanenin öğrencileri sayıları eşit olur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 8

10. Bir satıcı x liraya aldığı bir malı kârla 50 TL ye, y liraya aldığı bir malı zararla 50 TL ye satıyor.

Buna göre, x ile y arasındaki bağıntılardan hangisi doğrudur?

- A) $x < y < 50$ B) $x < 50 < y$ C) $y < 50 < x$
D) $y < x < 50$ E) $50 < x < y$

11. 1 den 5 e kadar numaralandırılmış 5 kutunun birincisinin içinde 2 elma vardır.

Bundan sonraki kutulardan herbirinde bir öncekinin 3 katı elma olduğuna göre, 5 kutuda toplam kaç tane elma vardır?

- A) 242 B) 262 C) 322 D) 324 E) 342

12. Bir sırada Ali'nin önünde 20 kişi vardır. Veli ise sondan 30. sıradadır.

Aralarında 4 kişi var ve Veli Ali'den önde olduğuna göre, sırada toplam kaç kişi vardır?

- A) 49 B) 48 C) 47 D) 46 E) 45

13. Bir manav 5 tanesini 6 TL den aldığı kavunları, 4 tanesini 6 TL den satmıştır.

Kavunların satışından 60 TL kâr elde ettiğine göre, kaç kavun satmıştır?

- A) 75 B) 100 C) 200 D) 400 E) 500

14. Bir semtte 6 tane market vardır. 25 kişilik bir gruptaki her bir kişi bir marketten alışveriş yapacaktır.

Bu marketlerin her birinden en az bir kişi alışveriş yaptığına göre, aynı marketten alışveriş yapan en çok kaç kişi vardır?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

15. Bir torbada 3 siyah, 4 beyaz, 10 kırmızı bilye vardır.

Torbadan en az kaç tane bilye alınmalıdır ki, alınan bilyeler içinde en az bir tane kırmızı bilye mutlaka bulunsun?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

16. Ardışık iki doğal sayının kareleri farkı 49 olduğuna göre, bu iki sayının toplamı kaçtır?

- A) 24 B) 25 C) 49 D) 53 E) 59

1. Bir sayının 16 eksiğinin 3 katı, bu sayının yarısının 3 eksiğine eşittir.

Buna göre, bu sayı kaçtır?

- A) 24 B) 18 C) 36 D) 45 E) 47

2. Hangi sayının yarısının 3 fazlası, aynı sayının 2 katının $\frac{3}{4}$ üne eşittir?

- A) 15 B) 12 C) 9 D) 6 E) 3

3. 4 yanlışın bir doğruyu götürdüğü bir sınavda 80 soruyu cevaplayan Salih'in 60 neti vardır.

Buna göre, Salih'in doğru cevapladığı soru sayısı, yanlış cevapladığı soru sayısının kaç katıdır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. Bir köylünün, koyunlarına 8 ay yetecek kadar yemi vardır. Bu yemin koyunlarına 10 ay yetebilmesi için bu köylü 8 koyununu satmıştır.

Buna göre, son durumda köylünün kaç koyunu kalmıştır?

- A) 24 B) 32 C) 42 D) 48 E) 50

5. Pozitif iki sayının toplamı, bu sayılardan küçük olanının 4 katına eşittir.

Küçük sayıya 3 eklenip, büyük sayıdan 1 çıkarıldığında elde edilen sayıların toplamı 14 olduğuna göre, büyük sayının başlangıçtaki değeri kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

6. Üçte ikisi su ile dolu olan bir depoya içindeki su miktarının 3 katı kadar daha su konulduğunda depodan 50 lt su taşıyor.

Buna göre, bu deponun tamamı kaç litre su alır?

- A) 57 B) 30 C) 28 D) 15 E) 13

7. Ali, misketlerini arkadaşlarına dörder dörder dağıtırsa 8 misketi artıyor. Eğer, Ali'nin 10 misketi daha olsaydı, arkadaşlarına yedişer misket dağıtabilecekti.

Buna göre, Ali'nin kaç arkadaşı vardır?

- A) 9 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

8. Bir sınıftaki öğrenciler sıralara 2 şerli oturulursa 15 kişi ayakta kalıyor. Eğer 4 erli otururlarsa üç kişilik yer boş kalıyor.

Buna göre, sınıf mevcudu kaçtır?

- A) 27 B) 30 C) 33 D) 35 E) 41

9. Bir araç asfalt yolda 2 litre benzinle 5 km, toprak yolda 3 litre benzinle 4 km yol alabiliyor.

Bu araç asfalt ve toprak yol olmak üzere, toplam 31 km yol alarak 18 litre yakıt tükettiğine göre, asfalt yolda kaç km yol almıştır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

10. 9 TL si olan Ayşe parasının tamamıyla 500 gram fındık ve 200 gram fıstık ya da 400 gram fındık ve 250 gram fıstık alabilmektedir.

Ayşe 600 gram fındık alırsa kaç TL si artar?

- A) 1 B) 2 C) 2,5 D) 3 E) 5

11.

Kırşehir 120
Ankara 250

I.

Ankara 90
Bolu 320

II.

Bolu 120
İstanbul 210

III.

Kayseri'den İstanbul'a hareket eden bir otobüsteki bir yolcu sırasıyla X noktasında I. levhayı, Y noktasında II. levhayı, Z noktasında III. levhayı görüyor.

Buna göre, $\frac{|XY|}{|YZ|}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{10}{11}$ D) $\frac{15}{17}$ E) $\frac{20}{23}$

12. Zeynep bir miktar fındığı, kardeşleriyle eşit olarak paylaşırsa herkese 30 fındık düşüyor. Kardeşlerine 12 şer fındık verirse kendisine 66 fındık kalıyor.

Buna göre, Zeynep'in paylaştığı toplam fındık sayısı kaçtır?

- A) 90 B) 100 C) 120 D) 140 E) 160

13. 40 kg yaş kayısı kuruyunca 15 kg gelmekte ve 1 kg kuru kayısıdan 150 bardak içecek elde edilmektedir.

Buna göre, 4500 bardak içecek elde edebilmek için kaç kg yaş kayısı gerekir?

- A) 90 B) 80 C) 75 D) 60 E) 50

14. Bir çiftlikte 4 köpek, 20 tavuk ve 70 kg yem vardır. Bir tavuk günde yarım kg yem yemektir. Her akşam, köpekler için 2 tavuk, yiyecek olarak kesilmektedir.

Tavukların sayısının 14 e düştüğü akşam, bu çiftlikte kaç kg yem kalır?

- A) 36 B) 40 C) 43 D) 48 E) 51

15. Özge, Özgür'e bir kalem verirse Özgür'ün kalemlerinin sayısı, Özge'nin kalemlerinin sayısının beş katına eşit oluyor. Eğer Özgür, Özge'ye bir kalem verirse Özge'nin kalemlerinin sayısı, Özgür'ün kalemlerinin sayısının yarısına eşit oluyor.

Buna göre, Özge ile Özgür'ün toplam kaç kalemi vardır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

16. Milli takıma; Galatasaray takımından 4, Beşiktaş takımından 6 ve Fenerbahçe takımından 8 futbolcu çağrılıyor. Bu futbolcuların kamp yaptığı bir otelde, bir odada sadece aynı takımın sporcularının bulunması ve her odada eşit sayıda futbolcu olması isteniyor.

Buna göre, bu futbolcular için en az kaç oda gerekir?

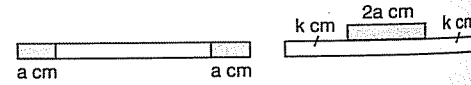
- A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 9

17. Bir bilet kuyruğunda Özgür baştan on ikinci, Serkan ise sondan on birinci kişidir.

Özgür ile Serkan'ın arasında 2 kişi olduğuna göre, bu kuyrukta en az kaç kişi vardır?

- A) 25 B) 24 C) 20 D) 19 E) 18

18.



Şekil - I

Şekil - II

Bir çubuk iki kenarından a cm kadar kesiliyor. Daha sonra kesilen parçalar kalan çubuğun üstüne Şekil - II deki gibi iki ucundan da k cm kalacak şekilde konuluyor.

k = 10.a cm olduğuna göre, çubuğun kesilmeden önceki boyu kaç a cm dir?

- A) 12 B) 16 C) 22 D) 24 E) 32

1. Ardışık iki tek sayının kareleri farkı 64 olduğuna göre, büyük sayı kaçtır?

- A) 31 B) 29 C) 25 D) 17 E) 15

2. Bir züccaciye düzinesi 36 liradan bir miktar bardak alıyor. Züccaciye her düzine ile birlikte bir bardak hediye ediliyor. Züccaciye de tüm bardakları tanesi 4 liradan satarak 240 lira kâr yapıyor.

Buna göre, züccaciye kaç bardak hediye edilmiştir?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

3. Ayten, Nurten ve Gülten'in toplam 810 TL si vardır. Nurten; Ayten ve Gülten'e 125'er TL, Ayten de Gülten'e 75 TL verdiğinde üçünün paraları eşit oluyor.

Başlangıçta Ayten'in kaç TL si vardı?

- A) 70 B) 220 C) 300 D) 345 E) 410

4. Bir satıcı a liraya aldığı malı (3b - 40) liraya satarsa kâr etmediğini, (5b - 70) liraya satarsa zarar etmediğini söylüyor.

Buna göre, b nin alacağı en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 25 B) 20 C) 15 D) 10 E) 5

5. Beş arkadaş ortak katılımla iş kuruyorlar. Daha sonra bir ortak parasını veremediğinden ortaklardan üçü onun parasını eşit olarak paylaşp veriyorlar. Bu durumda fazla veren ortakların verdiği miktar 8000 TL oluyor.

Bu şirket kaç bin TL ye kurulur?

- A) 24 B) 30 C) 60 D) 80 E) 90

6. Toplamları 200 olan üç tane doğal sayıdan ikinci sayı birinci sayının 2 katından 10 eksik, üçüncü sayı ise ikinci sayının 5 katıdır.

Buna göre, en küçük sayı kaçtır?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

7. Bir kedi 17 m uzunluğundaki bir kuyudan çıkmak için her sıçramada 4 m tırmanıp 2 m aşağıya kayıyor.

Bu kedi kaçınıcı sıçramada kuyudan dışarı çıkar?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

8. x, y, z ve t fidanlarının boyları sırasıyla 17, 19, 23 ve 37 cm dir.

x ve y fidanları yılda 3'er cm, z ve t fidanları yılda 1'er cm uzadığına göre, kaç yıl sonra x ve y fidanlarının boyları toplamı, z ve t fidanlarının boyları toplamına eşit olur?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

9. Kilosu 4,5 TL olan yaş üzüm kurutulunca kilosu 6 TL oluyor.

Buna göre, 16 kg yaş üzümünden kaç kg kuru üzüm elde edilir?

A) 18 B) 15 C) 12 D) 10 E) 8

10. Ahmet bir bilet kuyruğunda baştan $\frac{n}{2}$. sırada, sondan $(n - 1)$. sıradadır.

Kuyrukta 70 kişi olduğuna göre, Ahmet son-
dan kaçınıcı kişidir?

A) 45 B) 46 C) 47 D) 48 E) 49

11. 520 sayfalık bir kitabı okumaya başlayan Adem, ilk gün okuduğu toplam sayfa sayısının rakam-
lar toplamının 2 olduğu görmüştür. İkinci gün kal-
dığı yerden kitabı okumaya devam eden Adem
ikinci gün boyunca okuduğu toplam sayfa sa-
yının rakamlarını topladığında 15 olduğunu gör-
müştür.

Buna göre, iki günün sonunda Adem'in oku-
ması gereken en az kaç sayfası kalmıştır?

A) 8 B) 17 C) 26 D) 28 E) 32

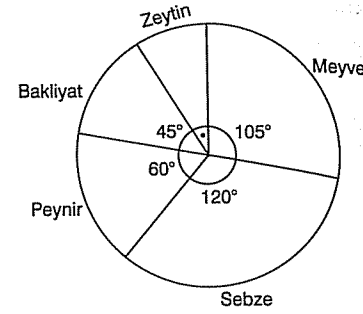
12. 32, 332, 3332, 33332,

Yukarıdaki sayılar belli bir düzenle devam et-
mektedir.

Bu düzenekteki 15. sayının rakamları toplamı
kaçtır?

A) 42 B) 44 C) 45 D) 47 E) 50

13.



Şekildeki O merkezli grafik bir yemekhanenin
yıllık tükettiği ürünleri göstermektedir.

Toplam tüketim 432 kg olduğuna göre, zeytin
tüketimi ne kadardır?

A) 18 B) 27 C) 30 D) 36 E) 41

14. 15 arkadaş parasını eşit ödemek üzere halı saha
kiralıyorlar. İçlerinden bir kişi hakem olmak üze-
re, hakem ile birlikte 3 kişinin parası olmadığı
için diğerleri ödemeleri gerekenden 2 TL daha
fazla ödüyorlar.

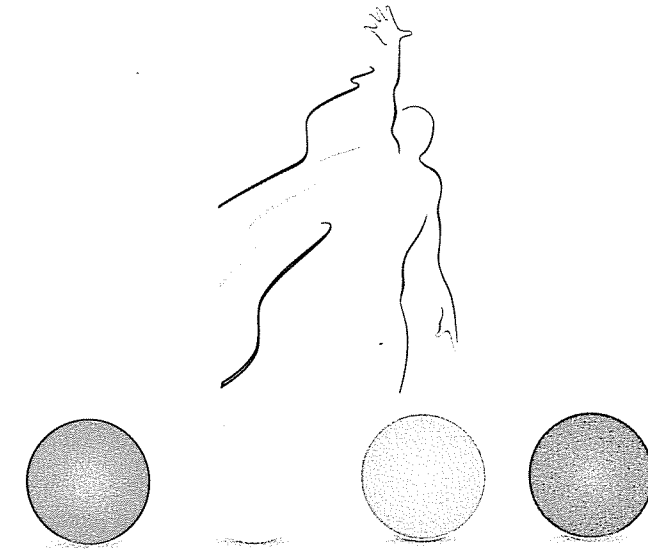
Buna göre, halı saha toplam kaç TL ye kira-
lamıştır?

A) 54 B) 75 C) 90 D) 105 E) 120

15. Kilosu 2 liraya alınan yaş üzüm, kurutulunca za-
rar edilmemesi için kilosu 4 liraya satılmaktadır.

44 kg yaş üzüm alan bir kişi, kaç kg kuru
üzüm elde eder?

A) 40 B) 36 C) 33 D) 22 E) 11



BÖLÜM 7

KESİR PROBLEMLERİ

Bilgi

■ x in $\frac{1}{a}$ sı $x \cdot \frac{1}{a}$ dir.

■ Bir kesrin değeri $\frac{a}{b}$ ise, bu kesrin payı **a.k**, paydası **b.k** olarak düşünülür.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Bir sayının $\frac{5}{6}$ sının 3 fazlası, bu sayıya eşit olduğuna göre, bu sayıyı bulalım.

Çözüm:

Sayı x olsun.

$\frac{5}{6}$ sının 3 fazlası $\frac{5}{6} \cdot x + 3$ tür.

$$x \cdot \frac{5}{6} + 3 = x$$

şeklinde kurduğumuz denklemi çözelim.

$$\Rightarrow \frac{x}{1} - \frac{5x}{6} = 3$$

(6) (1)

$$\Rightarrow \frac{x}{6} = 3$$

$$\Rightarrow x = 18 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:

$\frac{3}{4}$ ü ile $\frac{2}{5}$ inin toplamı 46 olan sayıyı bulalım.

Çözüm:

Sayı x olsun.

$\frac{3}{4}$ ü $\frac{3x}{4}$ ve $\frac{2}{5}$ i $\frac{2x}{5}$ tir.

$$x \cdot \frac{3}{4} + x \cdot \frac{2}{5} = 46$$

(5) (4)

$$\Rightarrow \frac{23x}{20} = 46 \Rightarrow x = 40 \text{ bulunur.}$$

Örnek 3:

$\frac{1}{6}$ katı ile çarpma işlemine göre tersinin 2 katının farkı $\frac{2}{3}$ olan pozitif sayıyı bulalım.

Çözüm:

Sayı x olsun.

$\frac{1}{6}$ katı $x \cdot \frac{1}{6}$ dir.

Çarpmaya göre tersinin 2 katı $\frac{1}{x} \cdot 2$ dir.

$$x \cdot \frac{1}{6} - \frac{1}{x} \cdot 2 = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x}{6} - \frac{2}{x} = \frac{2}{3}$$

(x) (6)

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 12}{6x} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow x^2 - 12 = 4x$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 6) \cdot (x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 6 \text{ veya } x_2 = -2 \text{ olur.}$$

x pozitif sayı olduğundan, değeri $x = 6$ bulunur.

Örnek 4:

Değeri $\frac{3}{5}$ olan bir kesrin paydasına 5 eklenir payından 1 çıkarılırsa değeri $\frac{1}{2}$ oluyor.

Bu kesri bulalım.

Çözüm:

Kesri, değeri $\frac{3}{5}$ olacak şekilde $\frac{3x}{5x}$ alalım.

Verilenlere göre,

$$\frac{3x - 1}{5x + 5} = \frac{1}{2} \Rightarrow 6x - 2 = 5x + 5$$

$$\Rightarrow x = 7 \text{ dir.}$$

O halde, bu kesir

$$\frac{3x}{5x} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{21}{35} \text{ bulunur.}$$

Örnek 5:

Bir otobüste 12 erkek, 8 kadın ve 16 çocuk vardır.

Otobüse kaç evli çift (karı-koca) bindiğinde otobüsteki çocukların sayısının tüm otobüstekilerin sayısının $\frac{1}{4}$ ü olacağını bulalım.

Çözüm:

12 erkek, 8 kadın, 16 çocuğun bulunduğu otobüse x evli çift binerse; otobüsteki kadın sayısı da erkek sayısı da x artar.

$$\begin{aligned} \text{Çocuk sayısı} &= (\text{otobüsteki yolcuların}) \cdot \frac{1}{4} \\ 16 &= (12 + x + 8 + x + 16) \cdot \frac{1}{4} \\ 64 &= 36 + 2x \Rightarrow 28 = 2x \Rightarrow x = 14 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Örnek 6:

Üç sayıdan birincisi, ikincisinin yarısına, ikinci sayı ise üçüncü sayının $\frac{3}{4}$ üne eşittir.

Birinci sayı üçüncü sayıdan 5 eksik olduğuna göre, bu üç sayıyı bulalım.

Çözüm:

Verilenlere uygun olarak, üçüncü sayı 8x seçilirse,

1. sayı	2. sayı	3. sayı
3x	6x	8x

$$8x - 3x = 5 \Rightarrow 5x = 5$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ bulunur.}$$

O halde,

$$1. \text{ sayı: } 3x = 3 \cdot 1 = 3$$

$$2. \text{ sayı: } 6x = 6 \cdot 1 = 6$$

$$3. \text{ sayı: } 8x = 8 \cdot 1 = 8 \text{ bulunur.}$$

Örnek 7:

Ahmet parasının $\frac{1}{4}$ ünü Burak'a verince, Burak'ın parası $\frac{1}{5}$ oranında artıyor.

Buna göre, Ahmet'in parasının Burak'ın parasına oranını bulalım.

Çözüm:

Ahmet'in parası : A
Burak'ın parası : B olsun.

Ahmet parasının $\frac{1}{4}$ ünü Burak'a verirse Burak'ın parası $B + \frac{A}{4}$ olur.

$$B + \frac{A}{4} = B + B \cdot \frac{1}{5} \text{ ten}$$

$$\frac{A}{4} = \frac{B}{5} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{4}{5} \text{ bulunur.}$$

Örnek 8:

Ayten, bir kitabın $\frac{3}{4}$ ünü günde 20 sayfa, geri kalan $\frac{1}{4}$ ünü de günde 30 sayfa okuyarak 11 günde bitiriyor.

Ayten'in okuduğu kitabın kaç sayfa olduğunu bulalım.

Çözüm:

a gün 20 sayfa okursa,

$$a \cdot 20 = \frac{3x}{4} \text{ (I)}$$

(11 - a) gün 30 sayfa okursa,

$$(11 - a) \cdot 30 = \frac{x}{4} \text{ (II)}$$

I ve II denklemlerinden x = 240 sayfa bulunur.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir sayının $\frac{5}{9}$ unun 2 fazlasının $\frac{1}{3}$ ü, bu sayının $\frac{2}{9}$ una eşit olduğuna göre, bu sayı kaçtır?

- A) 12 B) 15 ☒ C) 18 D) 20 E) 25

Soru 2:

Pay ve paydası aralarında asal olan bir kesrin değeri $\frac{5}{8}$ dir.

Kesrin payına 3, paydasına 6 eklenirse, kesrin değeri ne kadar azalır?

- A) $\frac{1}{56}$ ☒ B) $\frac{3}{56}$ C) $\frac{5}{56}$ D) $\frac{9}{56}$ E) $\frac{11}{56}$

Soru 3:

Değeri $\frac{2}{5}$ olan bir kesrin payı 3 azaltılıp paydası 4 arttırılırsa kesrin değeri $\frac{1}{3}$ oluyor.

Bu kesrin paydası payından kaç fazladır?

- A) 15 B) 20 C) 28 D) 34 ☒ E) 39

Soru 4:

Üç sayının toplamı 105 tir. Birinci sayının ikinci sayıya oranı $\frac{2}{3}$, ikinci sayının üçüncü sayıya oranı $\frac{4}{5}$ tir.

Buna göre, en büyük sayı kaçtır?

- ☒ A) 45 B) 49 C) 50 D) 54 E) 60

Soru 5:

Üç sayıdan ikincisi, üçüncüsünün 2 katı, birincisi de ikincisinin $\frac{1}{8}$ katıdır.

İkinci ile birinci sayıların farkı, üçüncü sayıdan 6 fazla olduğuna göre, üçüncü sayı kaçtır?

- ☒ A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 14

Soru 6:

Hergün bir önceki günün $\frac{1}{3}$ ü kadar fındık yiyen bir fare 4 günde fındıkları bitiriyor.

Fındık sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 20 ☒ B) 40 C) 42 D) 27 E) 54

Bilgi

- Bir bütün birden fazla kesirli parçalara ayrılırsa, bu bütünün tamamını kesirlerin paydalarının okeğine eşit olacak şekilde seçebiliriz.
- Şema veya şekil yardımıyla soruları çözebiliriz.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Matematik sınavında bir sınıftaki öğrencilerin $\frac{1}{4}$ ü pekiyi, $\frac{1}{5}$ i orta, $\frac{1}{3}$ ü de zayıf not almıştır.

Bu sınıfta geriye kalan 13 öğrenci iyi not aldığına göre, zayıf alan öğrenci sayısını bulalım.

Çözüm:

I. yol

Sınıfta x öğrenci olsun.

$$\frac{x}{4} \rightarrow \text{pekiyi}, \frac{x}{5} \rightarrow \text{orta}, \frac{x}{3} \rightarrow \text{zayıf almıştır.}$$

Geriye kalan, yani iyi not alan öğrenci sayısı 13 olduğundan;

$$x - \left(\frac{x}{4} + \frac{x}{5} + \frac{x}{3} \right) = 13 \Rightarrow x - \frac{47x}{60} = 13$$

$$\begin{matrix} (15) & (12) & (20) \end{matrix} \Rightarrow \frac{13x}{60} = 13$$

$$\Rightarrow x = 60 \text{ tır.}$$

Sınıfta 60 öğrenci olduğuna göre, zayıf alanlar;

$$60 \cdot \frac{1}{3} = 20 \text{ kişidir.}$$

II. yol

(4, 5, 3)_{okek} = 60 olduğu için sınıftaki öğrenci sayısını 60.x alalım. Buna göre, sınıftaki

$$60 \cdot \frac{1}{4} \rightarrow 15x \text{ öğrenci pekiyi,}$$

$$60 \cdot \frac{1}{5} \rightarrow 12x \text{ öğrenci orta,}$$

$$60 \cdot \frac{1}{3} \rightarrow 20x \text{ öğrenci zayıf almıştır.}$$

Geriye kalan, yani iyi not alan öğrenci sayısı 13 olduğundan;

$$60x - (15x + 12x + 20x) = 13$$

$$\Rightarrow 13x = 13$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ dir.}$$

O halde, zayıf alan öğrenci sayısı $20 \cdot x = 20 \cdot 1 = 20$ bulunur.

Örnek 2:

Bir işçi maaşının $\frac{5}{9}$ unu ev kirasına, $\frac{1}{6}$ sını fatura ödemelerine, $\frac{1}{18}$ ini de ulaşım giderlerine ayırıyor.

Bu işçinin geriye 360 TL si kaldığına göre, tüm maaşının kaç TL olduğunu bulalım.

Çözüm:

(9, 6, 18)_{okek} = 18 olduğu için işçinin maaşını 18.x alalım. Buna göre, işçi maaşının

$$18 \cdot \frac{5}{9} \rightarrow 10x \text{ ini ev kirasına,}$$

$$18 \cdot \frac{1}{6} \rightarrow 3x \text{ ini fatura giderlerine,}$$

$$18 \cdot \frac{1}{18} \rightarrow x \text{ ini ulaşım giderlerine ayırmıştır.}$$

Bundan sonra işçinin geriye 360 TL si kaldığına göre;

$$18x - (10x + 3x + x) = 360$$

$$\Rightarrow 4x = 360$$

$$\Rightarrow x = 90 \text{ TL dir.}$$

O halde, işçinin maaşı;

$$18 \cdot x = 18 \cdot 90 = 1620 \text{ TL bulunur.}$$

Örnek 3:

Ahmet, bir kitabın önce $\frac{2}{5}$ ini sonra kalanın $\frac{2}{3}$ ünü okuyor.

Geriye okunmamış 20 sayfa kaldığına göre, kitabın tamamının kaç sayfa olduğunu bulalım.

Çözüm:

I. yol:

Kitabın tamamı x sayfa olsun.

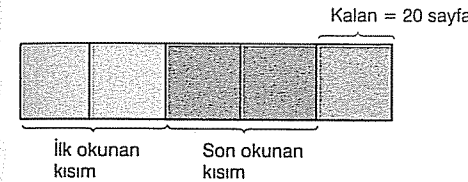
x in $\frac{2}{5}$ ini okursa, x in $\frac{3}{5}$ i kalır.

$x \cdot \frac{3}{5}$ in $\frac{2}{3}$ ünü okursa $\left(x \cdot \frac{3}{5} \right)$ in $\frac{1}{3}$ ü kalır.

$$\left(x \cdot \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{1}{3} = 20 \Rightarrow x = 100 \text{ sayfadır.}$$

II. yol:

Şekil yardımıyla soruyu çözelim.



Şemaya göre, 1 parça 20 sayfa ise 5 parça, $5 \cdot 20 = 100$ sayfaya karşılık gelir.

Örnek 4:

Bir memur bir aylık maaşının $\frac{2}{3}$ ünü ev kirasına, kalan parasının $\frac{1}{5}$ ini mutfak giderlerine harcıyor.

Geriye kalan parasının yarısını giyime harcadıktan sonra elinde 640 TL kalıyor.

Buna göre, işçinin mutfak giderini bulalım.

Çözüm:

I. yol:

İşçinin bir aylık maaşı A olsun.

$\frac{2}{3}$ ü ile ev kirasını öderse, geriye $A \cdot \frac{1}{3}$ ü kalır.

$A \cdot \frac{1}{3}$ ün $\frac{1}{5}$ i ile mutfak giderlerini karşılarsa,

$A \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5}$ i kalır.

$A \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5}$ inin $\frac{1}{2}$ si ile giyim ihtiyacını karşılarsa,

$A \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2}$ si kalır.

$$A \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = 640 \Rightarrow A = 4800 \text{ TL olur.}$$

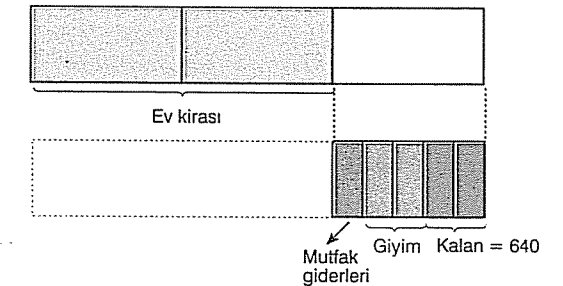
Mutfak gideri,

$A \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$ olduğundan,

$$A \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{4800}{15}$$

$$= 320 \text{ TL bulunur.}$$

II. yol:



Kalan iki parça 640 TL ile gösteriliyor.

O halde,

mutfak giderini gösteren bir parça,

$$640 : 2 = 320 \text{ TL dir.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir atlet koşacağı yolun $\frac{1}{3}$ ünü koştuktan sonra 6 km daha koşunca yolun yarısına geliyor.

Yolun tamamı kaç km dir?

- A) 24 B) 30 C) 36 D) 42 E) 48

Soru 2:

Bir duvarın önce $\frac{3}{7}$ si boyanıyor. Duvarın 24 metre-karesi daha boyanınca geriye $\frac{2}{5}$ i kalmıştır.

Buna göre, duvar kaç metrekaaredir?

- A) 130 B) 140 C) 150 D) 160 E) 170

Soru 3:

Bir kuş sürüsünün $\frac{3}{5}$ i A ülkesine, $\frac{2}{7}$ si B ülkesi-ne, kalanların yarısı C ülkesine uçmuştur.

Geriye 30 kuş kaldığına göre, başlangıçta kaç kuş vardır?

- A) 525 B) 530 C) 540 D) 550 E) 575

Soru 4:

Bir sepetteki yumurtaların $\frac{4}{9}$ u kırılıyor, 14 tanesi de bozuk çıkıyor.

Geriye kalan yumurtaların sayısı, başlangıçtaki yumurtaların sayısının $\frac{1}{3}$ ü olduğuna göre, se-pette başlangıçta kaç yumurta vardır?

- A) 53 B) 55 C) 57 D) 60 E) 63

Soru 5:

Uzun atlama yapan bir sporcu her atlayışında bir ön-ceki atlayışının $\frac{1}{8}$ i kadar daha kısa atlamaktadır.

İlk atlayışı 16 metre olan bu sporcunun, üçüncü atlayışı kaç cm olur?

- A) 700 B) 895 C) 1225 D) 1300 E) 1400

Soru 6:

Bir bakkal elindeki şekerlerin; birinci gün $\frac{1}{4}$ ünü, ikinci gün $\frac{1}{5}$ ini, üçüncü gün kalanların yarısını sa-tıyor.

Geriye 88 şeker kaldığına göre, birinci gün kaç şeker satmıştır?

- A) 80 B) 100 C) 125 D) 150 E) 180

Soru 7:

Bir kümesteki tavuk ve kazların toplam sayısı 68 dir. Tavukların $\frac{3}{4}$ ü, kazların $\frac{2}{7}$ si satılınca kümeste kalan tavuk ve kazların toplam sayısı başlangıçtaki kazların sayısından 13 eksik oluyor.

Buna göre, başlangıçta kümeste kaç tavuk vardır?

- A) 12 B) 20 C) 32 D) 44 E) 56

Soru 8:

Bir top kumaşın önce $\frac{2}{3}$ ü, sonra kalan kısmın $\frac{1}{6}$ sı satılıyor. Daha sonra da satılan kısmın $\frac{1}{13}$ ü kadar daha kumaş satılıyor.

Buna göre, kumaşın satılan kısmının, kalan kıs-mına oranı kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{13}{2}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{13}$

Soru 9:

Bir miktar paranın $\frac{2}{7}$ si harcanıyor.

Kalan paranın $\frac{2}{3}$ ü harcandıktan sonra geriye 450 TL kaldığına göre, paranın tamamı kaç lira-dır?

- A) 1700 B) 1850 C) 1890 D) 1980 E) 2000

Soru 10:

Bir deponun $\frac{3}{7}$ si su ile doludur. Depodaki suyun $\frac{1}{3}$ ü kullanıldığında geriye 26 ton su kalmıştır.

Buna göre, deponun tamamı kaç ton su alır?

- A) 81 B) 88 C) 91 D) 95 E) 100

Soru 11:

Bir sepetteki yumurtaların önce $\frac{1}{6}$ sı, sonra kalan-ların $\frac{2}{5}$ i, daha sonra da kalanların $\frac{1}{3}$ ü satılıyor.

Buna göre, başlangıçta sepette kaç yumurta olabilir?

- A) 28 B) 29 C) 36 D) 41 E) 47

Soru 12:

Üç aşamalı bir sınavda öğrencilerin $\frac{1}{5}$ i birinci aşı-mada, kalanların $\frac{1}{3}$ ü ikinci aşamada, geriye ka-lanların $\frac{1}{2}$ si de üçüncü aşamada elenmiştir.

Sınavdan elenen öğrenci sayısı 55 olduğuna gö-re, sınavı kazanan öğrenci sayısı kaçtır?

- A) 15 B) 18 C) 20 D) 25 E) 30

Soru 13:

Bir öğrenci 180 soruluk bir sınavda önce bütün soruların $\frac{1}{3}$ ünü, sonra kalan soruların $\frac{1}{5}$ ini cevaplandırıyor.

Bu öğrenci kaç soruyu boş bırakmıştır?

- A) 82 B) 90 C) 96 D) 100 E) 104

Soru 14:

Bir tren gideceği yolun önce $\frac{3}{7}$ sini, sonra kalan yolun $\frac{7}{10}$ unu, daha sonra da geriye kalan yolun $\frac{1}{3}$ ünü gidiyor.

Geriye 120 km yolu kaldığına göre, tren kaç km yol gitmiştir?

- A) 930 B) 840 C) 720 D) 580 E) 520

Soru 15:

Tüba, haftalık harçlığının $\frac{1}{5}$ ini A kumbarasına, kalanın $\frac{1}{4}$ ünü de B kumbarasına koyuyor.

5 haftada iki kumbarada biriken toplam parası haftalığının kaç katına eşittir?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 4 E) $\frac{7}{2}$

Bilgi

Bir ürün $\frac{a}{b}$ oranında (çürüyerek, kesilerek, atılarak vb...) azaldığında, maliyet $\frac{a}{b-a}$ oranında artar.

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Bir marketteki domateslerin $\frac{3}{7}$ si çürüyerek fire vermiştir.

Buna göre, maliyetin hangi oranda arttığını bulalım.

Çözüm:**I. yol:**

Yukarıdaki bilgiden yararlanırsak,

$\frac{3}{7}$ oranında fire verirse,

maliyet $\frac{3}{7-3} = \frac{3}{4}$ oranında artar.

II. yol:

Tanesi 4 kuruştan 7 domates alınmış olsun.

Domateslerin 3 tanesi $\left(\frac{3}{7}\right)$ si çürüdüğüne göre, geriye kalan 4 domates,

$$7 \cdot 4 = 4 \cdot a \Rightarrow a = 7 \text{ kuruşa gelir.}$$

O halde, 4 kuruşa alınan domateslerin maliyeti,

$7 - 4 = 3$ kuruş arttığına göre,

maliyetindeki (4'te) artma (3) oranı $\frac{3}{4}$ olur.

Örnek 2:

Bir tüccarın aldığı limonların $\frac{1}{3}$ ü çürüyor.

Tüccar kalan limonların tanesini alış fiyatının $\frac{1}{3}$ fazlasına satarsa, bu tüccarın zararının tüm limonların maliyetinin kaçta kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

Tüccar, kilosu 3 liradan 3 kg limon alırsa, limonların maliyeti $3 \cdot 3 = 9$ lira olur.

Limonların $\frac{1}{3}$ ü çürüyünce kalan 2 kg limonu, alış fiyatının $\frac{1}{3}$ fazlasına satarsa,

$$2 \cdot (3 + 1) = 8 \text{ liraya satar.}$$

Dolayısıyla zararı $9 - 8 = 1$ lira olur.

Buna göre, tüccarın zararı $\frac{1}{9}$ dur.

Örnek 3:

Bir manavdaki sebzeler çürüyerek $\frac{3}{5}$ oranında fire vermiştir.

Manav kalan sebzelerin yarısını aldığı fiyata satarsa zarar etmemek için diğer yarısını alış fiyatının kaç katına satması gerektiğini bulalım.

Çözüm:

5 kg sebze alsın. Kilogramı 1 TL den alırsa, $5 \cdot 1 = 5$ TL ye alır.

5 kg sebzenin $\frac{3}{5}$ i çürürse, 2 kg sebze kalır.

Yarısını yani 1 kg ını 1 TL den satarsa 1 TL kazanır. Zarar etmemesi için kalan 1 kg sebzeden 4 TL kazanması gerekir.

Maliyeti 1 TL olduğu için, maliyetinin 4 katına satması gerekir.

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Bir manavın aldığı limonların dörtte biri, çürüdüğü için atılıyor.

Manav, kalan limonların tanesini başlangıçtaki maliyetinin beşte biri oranında fazla fiyata satarsa bu manavın zararı başlangıçtaki toplam maliyetin kaçta kaç olur?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{2}{5}$

Soru 2:

Bir manavın aldığı domateslerin $\frac{1}{10}$ u taşıma esnasında ezilmiş, kalanların $\frac{1}{9}$ u da çürümüştür.

Manav domateslerin kilosunu 100 kuruşa aldığına göre, bu işten $\frac{2}{5}$ oranında kâr elde edebilmesi için sağlam kalan domateslerin kilosunu kaç kuruşa satması gerekir?

- A) 120 B) 140 C) 165 D) 175 E) 180

Bilgi

Bir depo D litre su alsın.

- $\frac{1}{a}$ sı dolu olan bu depoya, x lt su eklendiğinde deponun $\frac{1}{b}$ si kadar su taşıyorsa, denklem,

$$D \cdot \frac{1}{a} + x = D + D \cdot \frac{1}{b} \text{ dir.}$$

- Bir şişenin boş ağırlığı a, içine bir miktar su eklenince ağırlığı b oluyorsa eklenen su miktarı $b - a$ dir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Bir havuzun $\frac{2}{5}$ i doludur. Havuza 160 litre su ilâve edilirse, bu havuzdan $\frac{1}{25}$ i kadar su taşıyor.

Havuzun tamamının kaç litre su aldığını bulalım.

Çözüm:

Havuzun tamamı H litre su alsın.

$$\frac{2H}{5} + 160 = H + \frac{H}{25} \text{ denklemini çözelim.}$$

$$160 = \frac{26H}{25} - \frac{2H}{5} \quad (5)$$

$$160 = \frac{16H}{25}$$

$$H = 250 \text{ lt bulunur.}$$

Örnek 2:

Su dolu bir şişenin ağırlığı x gramdır. Suyun $\frac{1}{3}$ ü içilince şişenin ağırlığı y gr oluyor.

Buna göre, boş şişenin ağırlığını bulalım.

Çözüm:

Boş şişenin ağırlığı = a

İçindeki suyun ağırlığı = 3b olsun.

I. denklem -2 ile II. denklem 3 ile çarpıldıktan sonra elde edilen iki denklem taraf tarafa toplanırsa,

$$a + 3b = x \quad / \quad -2$$

$$a + 2b = y \quad / \quad 3$$

$$a + b = x \quad \dots\dots\dots (I)$$

$$3a - 2b = 3y \quad \dots\dots\dots (II)$$

$$a = 3y - 2x \text{ bulunur.}$$

Örnek 3:

Bir kamyon; içindeki yük ile birlikte 45 ton, yükün $\frac{1}{3}$ ü boşaltılırsa 35 ton gelmektedir.

Boş kamyonun ağırlığını bulalım.

Çözüm:

I. yol:

Boş kamyonun ağırlığı = k

Yükün ağırlığı = 3y olsun.

$$k + 3y = 45 \quad \dots\dots\dots (I)$$

$$k + 2y = 35 \quad \dots\dots\dots (II)$$

I. denklem -2 ile II. denklem de 3 ile çarpıldıktan sonra elde edilen iki denklem taraf tarafa toplanırsa,

$$k = 3.35 - 2.45 \Rightarrow k = 15 \text{ ton bulunur}$$

II. yol:

Kamyonun yükünün $\frac{1}{3}$ ü boşaltıldıktan sonra ağırlığı 35 ton geldiğine göre,

boşaltılan yük $45 - 35 = 10$ tondur.

Buna göre, kamyondaki yükün tamamının ağırlığı $10.3 = 30$ tondur.

O halde,

kamyonun boş ağırlığı $45 - 30 = 15$ tondur.

Örnek 4:

Bir su şişesinin boş ağırlığı $(a^2 - b^2)$ kg dir. Yarısı su ile dolu iken de $(a^2 + b^2)$ kg gelmektedir.

Buna göre, şişenin üçte birinin su ile dolu iken ağırlığının kaç kg geldiğini bulalım.

Çözüm:

Şişenin tamamının aldığı suya s denirse,

$$a^2 - b^2 + \frac{s}{2} = a^2 + b^2 \text{ denklemini çözelim.}$$

$$2a^2 - 2b^2 + s = 2a^2 + 2b^2$$

$$s = 4b^2 \text{ bulunur.}$$

$$a^2 - b^2 + \frac{s}{3} \text{ soruluyor. } s = 4b^2 \text{ yazılırsa;}$$

$$a^2 - b^2 + \frac{4b^2}{3} = \frac{3a^2 + b^2}{3} \text{ bulunur.}$$

Örnek 5:

Bir mazot deposuna 2 ton mazot ilâve edilirse depoda n ton mazot oluyor. Eğer depodan 1,5 ton mazot alınırsa depoda $\frac{n}{2}$ ton mazot kalıyor.

Buna göre, ilk durumda depoda kaç ton mazot olduğunu bulalım.

Çözüm:

Depodaki mazot miktarı D ton olsun.

Verilenlere göre,

$$D + 2 = n \quad \dots\dots\dots (I)$$

$$D - 1,5 = \frac{n}{2} \quad \dots\dots\dots (II)$$

denklemlerini çözelim.

(II) denklemini 2 ile çarpalım.

$$n = 2D - 3 \text{ bulunur.}$$

Bu ifadeyi (I) denkleminde yazarsak,

$$D + 2 = 2D - 3 \Rightarrow D = 5 \text{ ton bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

$\frac{1}{3}$ ü su ile dolu olan bir kabın ağırlığı 5x kilogramdır.

Kaptaki suyun yarısı boşaltıldığında kabın ağırlığı 3x kilogram geldiğine göre, boş kabın ağırlığı kaç kilogramdır?

- ✓ A) x B) $\frac{2x}{3}$ C) $\frac{x}{4}$ D) 2x E) 3x

Soru 2:

Bir fiçinin ağırlığı boşken a kg, dörtte biri su ile dolu iken b kg dir.

Bu fiçinin yarısı su ile dolu iken ağırlığı kaç kg dir?

- A) 2b - 2a B) 2b + a C) 4b - 3a
D) $\frac{4b - 3a}{2}$ ✓ E) 2b - a

Soru 3:

İçerisinde bir miktar su bulunan bir havuza 3 litrelik kaplarla a defa su dolduruluyor. Daha sonra havuzdan 6 litrelik kaplarla b defa su boşaltılıyor.

Son durumda havuzda bulunan su miktarı, başlangıçtaki $\frac{2}{5}$ i kadar olduğuna göre, başlangıçta havuzda bulunan su miktarı kaç litredir?

- A) 6b - 9a B) 9b - 6a ✓ C) 10b - 5a
D) 5a - 6b E) 7b - 8a

Soru 4:

Bir kuru yük gemisi; beşte biri dolu iken 170 ton, sekizde biri dolu iken 110 ton geliyor.

Buna göre, bu kuru yük gemisi boşken kaç ton gelir?

- A) 70 B) 50 C) 30 D) 20 E) 10

Soru 5:

Dolu bir süt şişesinin ağırlığı $x + y$ gram, $\frac{1}{3}$ ü dolu iken ağırlığı $x - y$ gram gelmektedir.

Buna göre, boş şişenin ağırlığı kaç gramdır?

- A) $2x - 6y$ B) $x - 2y$ C) $3x - 4y$
D) $x - 4y$ E) $x - 5y$

Soru 6:

Tamamı kolonya dolu olan bir şişenin ağırlığı 550 gr gelmektedir. Bu şişenin içindeki kolonyanın $\frac{1}{4}$ ü boşaltılıp, 20 gr kolonya ilâve edilince şişenin ağırlığı 470 gr gelmektedir.

Buna göre, boş şişe kaç gram gelmektedir?

- A) 110 B) 120 C) 130 D) 150 E) 200

Soru 7:

Bir kısmı su ile dolu olan bir depoya 11 kova su ilâve edildiğinde deponun $\frac{2}{7}$ si kadar su taşıyor. Depodan 7 kova su alınmış olsaydı deponun $\frac{2}{7}$ si boş kalmış olacaktı.

İlk durumda bu deponun kaçta kaç doludur?

- A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{19}{23}$ C) $\frac{29}{43}$
D) $\frac{48}{63}$ E) $\frac{59}{63}$

Soru 8:

Bir miktar kemikli et 5 kg gelmektedir.

Etin $\frac{1}{3}$ ü satıldığında ağırlığı 3700 gr olduğuna göre, geriye kalan etin kemikleri kaç gr dır?

- A) 1000 B) 1100 C) 1200
D) 1300 E) 1400

Soru 9:

Bir sürahinin $\frac{2}{9}$ u doludur. Bu sürahiye 12 bardak su ilâve edilirse sürahinin $\frac{2}{3}$ ü dolu olacaktır.

Oysa 12 bardak değil de 6 bardak su ilâve edilirse sürahinin kaçta kaç doludur?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{1}{6}$

Bilgi

Bir telin bir ucundan bir parça tel kesilirse telin orta noktası kesilen parçanın yarısı kadar kayar.

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Bir çubuğun bir ucundan $\frac{1}{5}$ i kesilirse çubuğun orta noktası 2 cm kayıyor.

Buna göre, çubuğun boyunu bulalım.

Çözüm:

I. yol:

Çubuğun boyu x olsun.

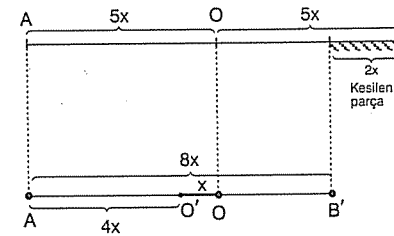
Çubuğun ucundan $\frac{1}{5}$ i yani $\frac{x}{5}$ i kesilirse,

Orta nokta $\frac{x}{10}$ cm kayar.

$\frac{x}{10} = 2 \Rightarrow x = 20$ cm bulunur.

II. yol:

Çubuğun boyunu $10x$ seçelim ve şema yardımıyla çözüm yapalım.



$|OO'| = x = 2$ cm olduğundan,

Çubuğun başlangıçtaki boyu,

$|AB| = 10x = 20$ cm bulunur.

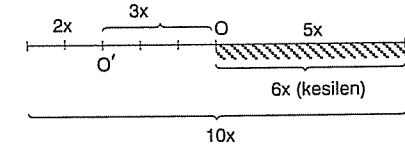
Örnek 2:

Bir telin bir ucundan $\frac{3}{5}$ i kesilince telin orta noktası 18 cm kayıyor.

Son durumda telin bir ucuna, kalan boyunun kaçta kaç kadar bir parça eklenirse telin son boyunun 36 cm olabileceğini bulalım.

Çözüm:

Telin boyu $10x$ olsun.



$10x \cdot \frac{3}{5} = 6x$ kesilince telin boyu $4x$ kalır.

Orta noktası $\frac{6x}{2} = 3x$ cm kayar.

$3x = 18 \Rightarrow x = 6$ cm

Kalan tel: $4x = 24$ cm dir.

24 cm nin 36 cm ye çıkması için 12 cm tel eklenmesi gerekir.

12 cm lik tel 24 cm lik telin $\frac{1}{2}$ sidir.

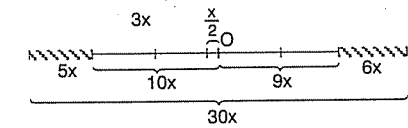
Örnek 3:

Bir telin bir ucundan $\frac{1}{6}$ sı, diğer ucundan $\frac{1}{5}$ i kesildiğinde telin orta noktası 2 cm kaydığna göre, telin başlangıçtaki uzunluğunu bulalım.

Çözüm:

I. yol:

Telin tamamı $30x$ olsun.



Şekle göre, orta noktanın kayma miktarı $\frac{x}{2}$ olur.

$\frac{x}{2} = 2 \Rightarrow x = 4$ bulunur.

Telin tamamı $30x = 30 \cdot 4 = 120$ cm dir.

II. yol:

Telin orta noktası, $\frac{1}{5} - \frac{1}{6}$ farkının yarısı kadar kayar.

O halde,

$$\text{Telin } \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{60} \cdot 2 \text{ cm ise,}$$

telin başlangıçtaki boyu $60 \cdot 2 = 120 \text{ cm}$ dir.

Örnek 4:

Bir çubuk $\frac{1}{4}$ ü kadar uzatıldıktan sonra ortadan ikiye bölünüyor.

Bölünen parçalardan biri ile başlangıçtaki çubuğun uzunluğu arasındaki fark 9 metre olduğuna göre, başlangıçtaki çubuğun uzunluğunu bulalım.

Çözüm:

Başlangıçta çubuğun boyu $8x$ metre olsun.

$\frac{1}{4}$ ü kadar uzatılırsa $10x$ metre olur.

İkiye bölünürse parçalardan her birinin boyu $5x$ metre olur.

Verilenlere göre,

$$8x - 5x = 9 \Rightarrow x = 3 \text{ metre}$$

Başlangıçtaki telin uzunluğu,

$$8x = 8 \cdot 3$$

$$= 24 \text{ metredir.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir çubuğun önce bir ucundan $\frac{2}{3}$ ü kesildikten sonraki orta noktası ile kalan çubuğun diğer ucundan $\frac{1}{3}$ ü kesildikten sonraki orta noktası arasındaki uzaklık 4 cm dir.

Bu çubuğun başlangıçtaki boyu kaç cm dir?

- A) 18 B) 36 C) 54 ☒ D) 72 E) 90

Soru 2:

Bir telin uzunluğunun $\frac{1}{10}$ u kadar bir parça, telin bir ucuna eklendiğinde telin orta noktası 3 cm kayıyor.

Buna göre, telin başlangıçtaki boyu kaç cm dir?

- A) 24 B) 30 C) 40 D) 48 ☒ E) 60

Soru 3:

Bir çubuğun bir ucundan $\frac{1}{7}$ si, diğer ucundan $\frac{1}{4}$ ü kesilirse telin orta noktası 12 cm kayıyor.

Bu çubuğun tamamı kaç cm dir?

- A) 56 B) 84 C) 112 D) 140 ☒ E) 224

Soru 4:

Bir telin bir ucundan $\frac{3}{7}$ si kesiliyor. Oluşan iki parça telin her biri 8 er eşit parçaya bölünüyor.

Parçalar arasındaki fark 3 cm olduğuna göre, telin başlangıçtaki boyu kaç cm dir?

- A) 88 B) 108 C) 148 D) 158 ☒ E) 168

Soru 5:

Bir çubuğun bir ucundan $\frac{1}{6}$ si kesildikten sonra kalan çubuğun $\frac{1}{10}$ u kesiliyor.

Kesilen parçaların uzunlukları toplamı 28 cm olduğuna göre, çubuğun başlangıçtaki boyu kaç cm dir?

- A) 100 B) 105 ☒ C) 112 D) 120 E) 124

Bilgi

- Boyu $x \text{ cm}$ olan bir mum a saatte tükeniyorsa, bir saatte $\frac{x}{a}$ kadarı yanar.
- a saat sonra boyu $x - \frac{x}{a}$ olur.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Boyları oranı $\frac{1}{3}$ olan iki mumdan kısa olanı 5 saatte, uzun olanı 2 saatte tükenmektedir.

Buna göre, birlikte yakılmaya başlandıktan kaç saat sonra boylarının birbirine eşit olacağını bulalım.

Çözüm:

Kısa mum	Uzun mum
$x \text{ cm}$	$3x \text{ cm}$ olsun.
1 saatte $\frac{x}{5}$ i yanar	$\frac{3x}{2}$ si yanar.
t saatte $\frac{t \cdot x}{5}$ i yanar	$\frac{t \cdot 3x}{2}$ si yanar.
$x - \frac{t \cdot x}{5}$ i kalır.	$3x - \frac{t \cdot 3x}{2}$ si kalır.

Verilenlere göre,

$$x - \frac{t \cdot x}{5} = 3x - \frac{t \cdot 3x}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{2} \cdot t - \frac{x}{5} \cdot t = 3x - x$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3t}{2} - \frac{t}{5} \right) \cdot x = 2 \cdot x$$

$$\Rightarrow \frac{13t}{10} = 2$$

$$\Rightarrow t = \frac{20}{13} \text{ saat sonra boyları eşit olur.}$$

Örnek 2:

Boyları farklı iki mumdan uzun olanı 5 saatte, kısa olanı 7 saatte tükenmektedir.

İkisi aynı anda yakıldıktan 3 saat sonra boyları birbirine eşit olduğuna göre, mumların başlangıçtaki boylarının oranını bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{cc} \text{1. mum} & \text{2. mum} \\ x \text{ cm} & y \text{ cm} \end{array} \text{ olsun.}$$

$$1 \text{ saatte } \frac{x}{5} \text{ i yanar} \quad \frac{y}{7} \text{ si yanar.}$$

$$3 \text{ saatte } \frac{3x}{5} \text{ i yanar} \quad \frac{3y}{7} \text{ si yanar.}$$

$$x - \frac{3x}{5} = \frac{2x}{5} \text{ kalır.} \quad y - \frac{3y}{7} = \frac{4y}{7} \text{ kalır.}$$

$$\text{Kalan boyları birbirine eşit olduğundan,} \\ \frac{2x}{5} = \frac{4y}{7} \Rightarrow 14x = 20y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{10}{7} \text{ dir.}$$

Örnek 3:

Hacimleri aynı olan A havuzunu a musluğu 3 saatte, B havuzunu b musluğu 8 saatte doldurmaktadır. Musluklar, havuzlar boşken aynı anda açılıyor.

Kaç saat sonra havuzların boş kısımlarının oranının $\frac{9}{4}$ olacağını bulalım.

Çözüm:

a musluğu A havuzunun 1 saatte $\frac{1}{3}$ ünü doldurur.

b musluğu B havuzunun 1 saatte $\frac{1}{8}$ ini doldurur.

t saat sonra; A havuzunun $1 - \frac{t}{3}$ ü,

B havuzunun $1 - \frac{t}{8}$ i boş kalır.

Boş kalan kısımlarının oranı $\frac{9}{4}$ olacağına göre,

$$\frac{1 - \frac{t}{3}}{1 - \frac{t}{8}} = \frac{9}{4} \Rightarrow 4 - \frac{t}{2} = 9 - 3t$$

$$\Rightarrow 3t - \frac{t}{2} = 5$$

$$\Rightarrow t = 2 \text{ saat bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

A mumunun boyu, B mumunun boyunun 3 katıdır. A mumu 2 saatte, B mumu 2,5 saatte tükenmektedir.

İkisi aynı anda yakıldıktan kaç saat sonra A mumunun boyu B mumunun boyunun 2 katı olur?

$$\text{A) } \frac{8}{7} \quad \text{B) } \frac{9}{7} \quad \text{C) } \frac{10}{7} \quad \text{D) } \frac{11}{7} \quad \text{E) } \frac{12}{7}$$

Soru 2:

Boyları tamsayı olan iki kalem ucundan birincisi 20 dakikada diğeri de 30 dakikada sürekli yazıldıklarında tamamen bitmektedir.

Hiç kullanılmamış iki uçla yazılmaya başlandıktan 5 dakika sonra uçların boyları birbirine eşit olduğuna göre, bu uçlardan uzun olanının boyu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

$$\text{A) } 12 \quad \text{B) } 18 \quad \text{C) } 20 \quad \text{D) } 25 \quad \text{E) } 31$$

Soru 3:

Uzunlukları sırasıyla 3 ve 4 ile orantılı olan iki mum vardır. Mumların yanma hızları sırasıyla 1 ve 2 ile doğru orantılıdır. Aynı anda yakıldıktan 2 saat sonra, ikisinin boyu birbirine eşit oluyor.

Buna göre, kısa olan mumun tamamı kaç saatte biter?

$$\text{A) } 10 \quad \text{B) } 9 \quad \text{C) } 8 \quad \text{D) } 6 \quad \text{E) } 5$$

1. Bir sayının $\frac{5}{6}$ sının 4 fazlası aynı sayıya eşittir.

Bu sayı kaçtır?

$$\text{A) } 6 \quad \text{B) } 12 \quad \text{C) } 18 \quad \text{D) } 24 \quad \text{E) } 30$$

2. Dörtte birinin dört fazlası, üçte birinin üç eksiğine eşit olan sayı kaçtır?

$$\text{A) } 21 \quad \text{B) } 25 \quad \text{C) } 28 \quad \text{D) } 74 \quad \text{E) } 84$$

3. Ayşegül parasının önce $\frac{1}{4}$ ünü, sonrada kalan parasının $\frac{2}{3}$ ünü harcayınca 30 TL si kalıyor.

Buna göre, ilk durumda Ayşegül'ün parasının tamamı kaç TL dir?

$$\text{A) } 100 \quad \text{B) } 120 \quad \text{C) } 140 \quad \text{D) } 150 \quad \text{E) } 160$$

4. Bir bidonun boş ağırlığı a gramdır. $\frac{2}{3}$ ü su ile doldurulduğunda 5a gram gelmektedir.

Buna göre, bidonun tamamı su ile dolu iken toplam ağırlığı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

$$\text{A) } \frac{a}{2} \quad \text{B) } 5a \quad \text{C) } 6a \quad \text{D) } 7a \quad \text{E) } 9a$$

5. Bir manavdaki sebzeler çürüyerek $\frac{3}{8}$ oranında fire vermiştir.

Bunun sonucunda, maliyet ne oranda artmıştır?

$$\text{A) } \frac{1}{8} \quad \text{B) } \frac{3}{8} \quad \text{C) } \frac{1}{5} \quad \text{D) } \frac{2}{5} \quad \text{E) } \frac{3}{5}$$

6. Selim elindeki şekerlerin önce $\frac{1}{3}$ ünü, sonra kalan şekerlerin $\frac{1}{2}$ sini yiyor. Böyle yapmayıp da sadece $\frac{3}{4}$ ünü yeseydi 10 şeker fazla yemiş olacaktı.

Buna göre, Selim'in başlangıçta kaç şekerı vardır?

$$\text{A) } 40 \quad \text{B) } 60 \quad \text{C) } 100 \quad \text{D) } 120 \quad \text{E) } 180$$

7. Bir otobüsteki bayanların sayısı, erkeklerin sayısının $\frac{3}{5}$ idir. Otobüsten 4 evli çift inince; bayanların sayısı erkeklerin $\frac{1}{2}$ si oluyor.

Başlangıçta otobüsteki yolcu sayısı kaçtır?

$$\text{A) } 28 \quad \text{B) } 32 \quad \text{C) } 35 \quad \text{D) } 40 \quad \text{E) } 48$$

8. Ayşe parasının $\frac{1}{5}$ inin $\frac{3}{7}$ siyle tanesi 20 liradan 3 tane kitap almıştır.

Ayşe'nin başlangıçta kaç lirası vardı?

$$\text{A) } 400 \quad \text{B) } 500 \quad \text{C) } 600 \quad \text{D) } 700 \quad \text{E) } 800$$

9. Bir kesrin değeri $\frac{2}{7}$ dir. Bu kesrin payına 1 eklenip paydasından 2 çıkarılırsa kesrin değeri $\frac{3}{5}$ oluyor.

Buna göre, bu kesrin paydası ile payı arasındaki fark kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 10 D) 11 E) 13

10. Bir deponun $\frac{1}{3}$ ü su ile doludur. Depoya 65 lt su ilave edilince depo hacminin $\frac{1}{5}$ i kadar su taşıyor.

Başlangıçta depoda kaç lt su vardır?

A) 25 B) 30 C) 35 D) 45 E) 65

11. Bir memur aldığı maaşının $\frac{1}{3}$ ünü ev kirasına, kalan paranın $\frac{2}{5}$ ini mutfak masrafına, daha sonra da kalanın $\frac{1}{6}$ sını faturalarına harcıyor.

Geriye 180 lirası kaldığına göre, memurun ev kirası kaç liradır?

A) 144 B) 180 C) 200 D) 360 E) 540

12. Bir bahçıvan elindeki fidanların $\frac{3}{8}$ ini günde 20 tane, geri kalanını da günde 40 tane dikerek tamamını toplam 22 günde dikeyor.

Buna göre, bahçıvanın elindeki toplam fidan sayısı kaçtır?

A) 320 B) 380 C) 400 D) 500 E) 640

13. Bir kova; $\frac{2}{3}$ ü su ile doluyken 30 gr, $\frac{1}{3}$ ü su ile doluyken 20 gr gelmektedir.

Kovanın tamamen doluyken aldığı suyun ağırlığı, kovanın ağırlığından ne kadar fazladır?

A) 15 B) 18 C) 20 D) 25 E) 30

14. Hümeysra parasının $\frac{1}{5}$ ini Sude'ye verdiğinde Sude'nin parası $\frac{7}{40}$ oranında artıyor.

Buna göre, başlangıçtaki Hümeysra'nın parasının Sude'nin parasına oranı kaçtır?

A) $\frac{7}{20}$ B) $\frac{7}{40}$ C) $\frac{14}{8}$ D) $\frac{7}{8}$ E) $\frac{8}{7}$

15. Bir parça telin ucundan $\frac{3}{8}$ i kesilirse, telin orta noktası eski durumundan 3 cm kayıyor.

Bu telin tamamı kaç cm dir?

A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

16. Sibel parasının $\frac{1}{3}$ ü ile 2 etek ve 1 gömlek, kalan parasıyla 1 etek ve 3 gömlek alabiliyor.

Buna göre, 1 eteğin fiyatı bir gömleğin fiyatının kaç katıdır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{5}$

1. 20 eksiğinin 5 katı, yarısının üçte birine eşit olan sayı en az hangi sayıyla çarpılırsa tam sayı elde edilir?

A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

2. İçinde bir miktar su bulunan bir kaba (a + b) lt su konulunca kaptaki su miktarı, önceki suyun $\frac{4}{3}$ ü oluyor. Kaptan a lt su alınınca, kaptaki su miktarı önceki suyun $\frac{3}{4}$ ü oluyor.

Buna göre, $\frac{a}{b}$ kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. Bir fidanın boyu 1. yıl sonunda 3 metre olmuştur. Bu fidan bundan sonraki her yıl bir önceki yılın sonundaki boyunun $\frac{1}{3}$ ü kadar uzayabilmektedir.

Buna göre, bu ağacın boyu 4. yıl sonunda kaç metre olur?

A) $\frac{40}{3}$ B) $\frac{64}{9}$ C) $\frac{13}{3}$ D) $\frac{40}{27}$ E) $\frac{13}{9}$

4. Sıfırdan farklı bir sayının $\frac{3}{4}$ katı alınır ve sonuç başlangıçta alınan sayının 3 katına bölünürse bölüm kaç olur?

A) 1 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 2 E) 3

5. Bir sayının $\frac{2}{3}$ ünün 1 fazlası alınıyor.

Bu işlem 3 kez tekrar edilince 11 sonucu elde edildiğine göre, bu sayı kaçtır?

A) 15 B) 27 C) 30 D) 45 E) 51

6. Bir günde ağırlığının $\frac{1}{4}$ ünü kaybeden 4x gr ağırlığındaki bir sabun üçüncü günün sonunda kaç gram kalır?

A) $\frac{81x}{64}$ B) $\frac{27x}{16}$ C) $\frac{9x}{16}$ D) $\frac{9x}{4}$ E) $\frac{3x}{4}$

7. Bir lastiğin ucundan $\frac{1}{5}$ i kesilip uzatıldığında boyu kesildikten sonraki boyunun $\frac{3}{4}$ ü kadar uzuyor.

Lastiğin çekilmiş haldeki boyu 84 cm olduğuna göre, başlangıçtaki boyu kaç cm dir?

A) 48 B) 52 C) 54 D) 60 E) 70

8. Özlem hergün bir önceki gün okuduğu sayfanın $\frac{2}{3}$ ü kadarını okuyor.

İkinci gün 18 sayfa kitap okuduğuna göre, Özlem üçüncü günün sonunda toplam kaç sayfa okumuştur?

A) 120 B) 110 C) 102 D) 57 E) 45



9. Bir kasa portakalın kilogramı 5 liradan alınıyor. Portakalın $\frac{1}{3}$ ü kilogramı 4 liradan, $\frac{1}{4}$ ü kilogramı 5 liradan kalanlar da kilogramı 6 liradan satılıp 4 lira kâr ediliyor.

Buna göre, satılan portakal kaç kg dır?

- A) 46 B) 48 C) 56 D) 64 E) 78

10. [AB] doğru parçası, A ucundan $\frac{1}{5}$ i kadar, B ucundan $\frac{1}{3}$ ü kadar kısaltılınca orta nokta 6 cm kayıyor.

Buna göre, [AB] doğru parçasının uzunluğu kaç cm dir?

- A) 60 B) 65 C) 75 D) 85 E) 90

11. 35 kişilik bir sınıfta bulunan erkek öğrencilerin $\frac{1}{2}$ si ile kız öğrencilerin $\frac{3}{5}$ i sınıftan ayrılınca, sınıfta kalan öğrencilerin sayısı, başlangıçta sınıfta bulunan erkek öğrencilerin sayısının $\frac{3}{2}$ katına eşit oluyor.

Buna göre, başlangıçta sınıfta kaç kız öğrenci vardır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

12. Bir kasa kiviinin $\frac{1}{4}$ ü satılıyor. Geriye kalanların $\frac{2}{3}$ ü çürüyor.

Daha sonra geriye kalan kivilerin yarısı 7 tane olduğuna göre, bu kasa da başlangıçta kaç kivi vardır?

- A) 56 B) 42 C) 28 D) 14 E) 7

13. Bir sınıfta, öğrenciler sıralara 3 erli oturlarsa sınıfın $\frac{1}{4}$ ü ayakta kalıyor. Sınıftaki sıralardan 2 tanesi çıkarılır ve sıralara 5 erli oturlarsa sınıfın $\frac{1}{6}$ sı ayakta kalıyor.

Buna göre, sınıf mevcudu kaçtır?

- A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) 60

14. Bir bakkal bir miktar yumurtanın $\frac{1}{5}$ ini tanesi 120 kuruştan, geriye kalanını tanesi 130 kuruştan satın almıştır. Fakat 130 kuruştan aldığı yumurtaların dörtte biri kırılmıştır.

Bu bakkal, yumurtaların satışından zarar etmemek için kalan yumurtaların tanesini en az kaç kuruştan satmalıdır?

- A) 140 B) 150 C) 160 D) 170 E) 180

15. Belirli bir yükseklikten yere bırakılan bir top, her yere vuruşundan sonra, düşüş yüksekliğinin $\frac{4}{5}$ i kadar yükselmektedir.

Top yere üçüncü vuruşundan sonra 128 cm yükseldiğine göre, başlangıçtaki yükseklik kaç cm dir?

- A) 625 B) 500 C) 350 D) 250 E) 125

16. Emre kitaplarını her biri 6 kitap alabilen kutulara, bu kutuları da her biri 24 kutu alabilen kolilere yerleştiriliyor.

Sonunda 2 koli ve bir kolinin $\frac{1}{4}$ ü dolduğuna göre, Emre'nin toplam kaç kitabı vardır?

- A) 216 B) 240 C) 262 D) 292 E) 324

1. Bir kesrin payına, payının yarısı eklenirse kesrin değeri $\frac{3}{2}$ oluyor.

Buna göre, bu kesrin başlangıçtaki payı ile paydası arasındaki fark kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. Bir havuz çiçeği, her gün kendisi kadar büyüyerek 21 günde bir havuzu tamamen kaplıyor.

Buna göre, bu havuzun $\frac{1}{8}$ ini kaçınıcı günün sonunda kaplamıştır?

- A) 7 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

3. Her parçası a cm boyunda olacak şekilde üç eşit parçaya ayrılabilen bir lastik, boyun $\frac{2}{3}$ ü kadar eklendiğinde a cm boyunda kaç parçaya ayrılabilir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. Bir yumurtacının satın aldığı yumurtaların $\frac{19}{80}$ i kırılıyor.

Buna göre, bu yumurtacının satın aldığı 1280 yumurtanın kaç tanesi sağlam kalmıştır?

- A) 915 B) 932 C) 974 D) 976 E) 982

5. $\frac{3a}{2}$ tane ceviz $\frac{a}{4}$ kişiye eşit miktarda paylaşılıyor.

Cevizlerin toplam sayısı kaç olursa, kişi başına düşen ceviz sayısı ilk durumdakinden 3 fazla olur?

- A) $\frac{a}{2}$ B) $\frac{3a}{4}$ C) $\frac{5a}{4}$ D) $\frac{3a}{2}$ E) $\frac{9a}{4}$

6. Bir pastanın önce $\frac{1}{3}$ ü, sonra geriye kalan pastanın $\frac{2}{5}$ i satılıyor.

Buna göre, bu pastanın kaçta kaç satılmıştır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{3}{7}$

7. Bir trene hareket noktasından binen yolcuların $\frac{1}{3}$ ü kadar daha yolcu birinci duraktan biniyor. İkinci durakta 20 yolcu, üçüncü durakta da kalan yolcuların $\frac{3}{4}$ ü trenden inince trende 120 yolcu kalıyor.

Buna göre, hareket noktasından trene binen kaç yolcu vardır?

- A) 125 B) 180 C) 300 D) 375 E) 450

8. Bir aracın deposunun $\frac{1}{3}$ ü boştur.

Depodaki yakıtın $\frac{1}{4}$ ü tüketildikten sonra deponun boş olan kısmı 72 TL ye tamamen doldurulabildiğine göre, bu aracın deposunun tamamı kaç TL ye doldurulabilir?

- A) 96 B) 120 C) 144 D) 156 E) 180

9. Bir futbol takımı yaptığı bütün maçların $\frac{2}{3}$ ünde galip gelmiş, kalan maçların $\frac{1}{4}$ ünde berabere kalmış ve 6 maçta da mağlup olmuştur.

Bu futbol takımının yaptığı maç sayısı kaçtır?

- A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 30

10. Bir uçağın yakıt deposunun $\frac{3}{5}$ i doludur. Bu yakıtın $\frac{1}{9}$ u kullanıldığında deponun boş kalan kısmını doldurmak için 147 lt yakıt gerekmektedir.

Buna göre, bu uçağın yakıt deposu kaç litre yakıt alır?

- A) 315 B) 330 C) 360 D) 375 E) 380

11. 210 metre uzunluğundaki bir kumaş üç parçaya ayrılıyor. Birinci parça, ikinci parçanın $\frac{1}{3}$ ü, ikinci parça da üçüncü parçanın $\frac{1}{2}$ si uzunluğundadır.

Buna göre, ikinci parçanın uzunluğu kaç metredir?

- A) 45 B) 63 C) 70 D) 81 E) 93

12. Bir su deposunun $\frac{4}{7}$ si su ile doludur. Bu depodan 50 litre su alınca deponun $\frac{2}{3}$ ü boş kalıyor.

Buna göre, bu su deposunun tamamı kaç litre su almaktadır?

- A) 90 B) 120 C) 140 D) 210 E) 420

13. İsmet parasının $\frac{1}{3}$ ünü Mehmet'e verirse ikisinin parası birbirine eşit olacaktır. Mehmet parasının 5 lirasını harcayınca Mehmet'in kalan parası, İsmet'in başlangıçtaki parasının dörtte birine eşit oluyor.

Buna göre, İsmet'in parası ile Mehmet'in parasının toplamı ilk durumda kaç liradır?

- A) 20 B) 40 C) 50 D) 60 E) 80

14. Üç el oyun oynayan bir kumarbaz birinci elde elindeki parasının yarısını, ikinci elde ise kalan parasının $\frac{1}{3}$ ünü kaybediyor. Son elde ise elindeki parasının iki katını kazanıyor.

Kumarbaz, oyun salonundan 600 TL ile ayrıldığına göre, oyuna kaç TL ile başlamıştır?

- A) 1200 B) 1000 C) 800 D) 600 E) 500

15. Bir torbada 6 mavi, 8 yeşil, 10 kırmızı boncuk vardır. Her renkten eşit sayıda boncuk alınırsa, torbadan alınan boncukların sayısı, kalan boncukların sayısının $\frac{3}{5}$ katına eşit oluyor.

Buna göre, son durumda torbada kaç kırmızı boncuk kalmıştır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

16. 41 kişilik bir sınıftaki kızların $\frac{2}{3}$ ü, erkeklerin de $\frac{1}{5}$ i Matematikten başarısızdır.

Matematikten başarılı olan öğrenci sayısı 30 olduğuna göre, sınıftaki erkek öğrenci sayısı kaçtır?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

17. Bir kap; $\frac{3}{7}$ si su ile dolu iken x gram, $\frac{2}{5}$ i su ile dolu iken y gram gelmektedir.

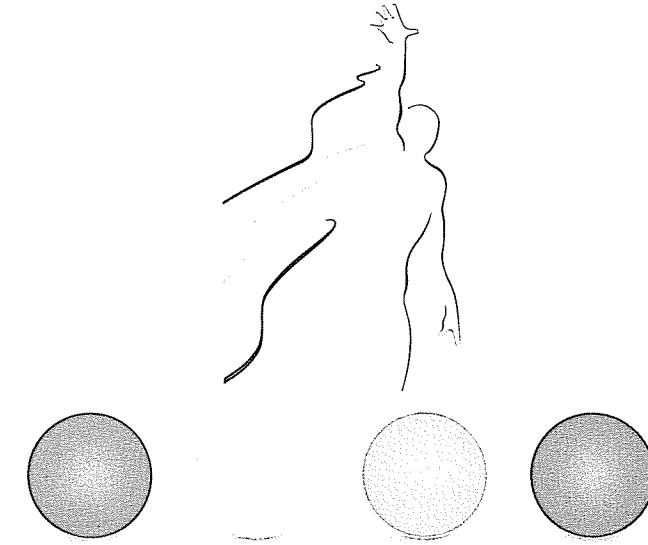
Buna göre, bu kabın boş ağırlığının x ve y cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x - 5y$ B) $5y - 4x$ C) $6y - 5x$
D) $15y - 14x$ E) $14y - 15x$

18. Bir top kumaşın $\frac{1}{7}$ si satılırsa geriye 4.a metre kumaş kalıyor. Eğer $\frac{1}{3}$ ü satılsaydı geriye 5.b metre kumaş kalacaktı.

$a - b = 17$ olduğuna göre, bir top kumaşın tamamı kaç metredir?

- A) 42 B) 63 C) 105 D) 210 E) 320



BÖLÜM 8

YAŞ PROBLEMLERİ

Bilgi

Bir kişinin bugünkü yaşı a ise n yıl sonra $a + n$,
 n yıl önce $a - n$ dir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Esra'nın yaşı Emre'nin yaşının 2 katına eşittir. 5 yıl önce Esra'nın yaşı Emre'nin yaşının 3 katı idi.

Buna göre, Esra'nın bugünkü yaşını bulalım.

Çözüm:

Emre'nin yaşı x alınırsa Esra'nın yaşı $2x$ olur.

5 yıl önce Esra'nın yaşı; $2x - 5$

Emre'nin yaşı; $x - 5$ tir.

O halde,

$$2x - 5 = 3(x - 5) \Rightarrow 2x - 5 = 3x - 15$$

$$\Rightarrow x = 10 \text{ dur.}$$

Buradan Esra'nın yaşı, $2x = 2 \cdot 10 = 20$ bulunur.

$$A+2 = \frac{C+2}{2} \quad (1)$$

$$E+5 = 3(A+5) - 7 \quad (2)$$

Örnek 2:

Ali'nin 2 yıl sonraki yaşı, Can'ın 2 yıl sonraki yaşının yarısına; Efe'nin 5 yıl sonraki yaşı da Ali'nin 5 yıl sonraki yaşının 3 katının 7 eksiğine eşit olacaktır.

Buna göre, Can'ın bugünkü yaşının Efe'nin bugünkü yaşına oranını bulalım.

Çözüm:

Ali'nin yaşı A , Can'ın yaşı C , Efe'nin yaşı E olsun.

$$A + 2 = \frac{C + 2}{2} \quad (I)$$

$$E + 5 = 3(A + 5) - 7 \quad (II)$$

$$(I) \text{ denkleminde } C = 2A + \frac{C}{2} = \frac{2A+2}{3A+3}$$

$$(II) \text{ denkleminde } E = 3A + 3 \text{ bulunur.} = \frac{2(A+1)}{3(A+1)}$$

$$E+5 = 3A+15-7$$

$$F = 3A+3 = \frac{2}{3}$$

O halde,

$$\frac{C}{E} = \frac{2A+2}{3A+3} = \frac{2(A+1)}{3(A+1)} = \frac{2}{3} \text{ tür.}$$

Örnek 3:

xy ve yx iki basamaklı sayılar olmak üzere,
 xy yaşında olan bir kişinin 5.yıl sonraki yaşı yx dir.

Buna göre, $x^2 + y^2$ toplamını bulalım.

Çözüm:

xy yaşında olan bir kişinin 5.yıl sonraki yaşı yx ise,

$$xy + 5.y = yx$$

$$\Rightarrow (10.x + y) + 5.y = 10.y + x$$

$$\Rightarrow 10.x + 6.y = 10.y + x$$

$$\Rightarrow 9.x = 4.y$$

olduğundan $x=4$ ise $y=9$ dur.

O halde,

$$x^2 + y^2 = 4^2 + 9^2 = 97 \text{ bulunur.}$$

Örnek 4:

Nisa ile Sina'nın yaşları toplamı 30 dur.

3 yıl sonra Nisa'nın yaşı Sina'nın yaşının 3 katı olacağına göre, Nisa'nın şimdiki yaşını bulalım.

Çözüm:

Nisa'nın yaşı N alınırsa Sina'nın yaşı $30 - N$ olur.

3 yıl sonra;

Nisa'nın yaşı; $N + 3$

Sina'nın yaşı; $30 - N + 3 = 33 - N$ olur.

O halde,

$$N + 3 = 3.(33 - N)$$

$$\Rightarrow N + 3 = 99 - 3.N$$

$$\Rightarrow 4.N = 96$$

$$\Rightarrow N = 24 \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Anne 35, kızı 15 yaşındadır.

Kaç yıl sonra annenin yaşı, kızının yaşının 2 katına eşit olur?

- A) 2 B) 5 C) 8 D) 10 E) 15

$$35 + t = 2(15 + t)$$

$$35 + t = 30 + 2t$$

$$t = 5$$

Soru 2:

Emre'nin yaşı Semih'in yaşının 3 katının yarısıdır. Üç yıl sonra Semih'in yaşının üçte birinin 4 katı Emre'nin yaşına eşit olacaktır.

Buna göre, Emre'nin yaşı kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 24 D) 36 E) 48

$$\frac{3E}{2}$$

Soru 3:

35 yaşındaki bir annenin yaşı, kaç yıl sonra şimdiki yaşları 6, 10 ve 11 olan üç çocuğunun yaşları toplamına eşit olur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$35 + t =$$

Soru 4:

Ayça'nın yaşı 24 tür. Ayça'nın 6 yıl önceki yaşı Arzum'un 5 yıl önceki yaşının 3 katından 6 eksiktir.

Buna göre, Arzum'un şimdiki yaşı kaçtır?

- A) 20 B) 18 C) 16 D) 15 E) 13

$$24 - 6 = 3(A - 5) - 6$$

$$18 = 3A - 15 - 6$$

$$18 = 3A - 21$$

$$A = 13$$

Soru 5:

Mesut'un yaşı iki basamaklı xy sayısıdır.

36 yıl sonraki yaşı yx olacağına göre, Mesut'un yaşı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 41 B) 48 C) 64 D) 73 E) 84

$$xy + 36 = yx$$

$$10x + y + 36 = 10y + x$$

$$9x + 36 = 9y$$

Soru 6:

Bir ailede iki çocuğun yaşı a ile b, anne ile babanın yaşları ise sırasıyla ikiye basamaklı $\overline{ab}$ ve $\overline{ba}$ sayılardır.

Annenin yaşı, babanın yaşından çocukların yaşları toplamı kadar küçük olduğuna göre, annenin yaşı kaçtır?

- A) 49 B) 47 C) 45 D) 43 E) 41

$$a + b = ba - ab$$

$$a + b = 10b + a - 10a + b$$

$$a + b = 11b - 9a$$

$$10a = 10b$$

Bilgi

Bir kişinin yaşı x olsun.

a yıl önce doğsaydı $x + a$

a yıl sonra doğsaydı $x - a$ yaşında olurdu.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Ahmet, 3 yıl sonra, Burak 5 yıl önce doğsaydı yaşları birbirine eşit olacaktı.

Burak şimdi 14 yaşında olduğuna göre, Ahmet'in yaşını bulalım.

$$A - 3 = B + 5$$

$$A - B = 8$$

$$A = 22$$

Çözüm:

Ahmet = A, Burak = B yaşında olsun.

Ahmet 3 yıl sonra doğsaydı, $A - 3$

Burak 5 yıl önce doğsaydı $B + 5$ yaşında olacaktı.

O halde,

$$A - 3 = B + 5 \Rightarrow A - B = 8$$

$$B = 14 \Rightarrow A - 14 = 8 \Rightarrow A = 22 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:

Esat, 3 yıl önce doğsaydı Burhan'dan 8 yaş büyük olacaktı. Burhan 5 yıl sonra doğsaydı Esat ile bugünkü yaşları toplamı 34 olacaktı.

Buna göre, Esat'ın bugünkü yaşının kaç olduğunu bulalım.

$$(E + 3) - B = 8$$

Çözüm:

$$E + (B - 5) = 34$$

$$E - B = 5$$

$$E + B = 39$$

$$2E = 44$$

$$E = 22$$

Esat = E, Burhan = B yaşında olsun.

Esat 3 yıl önce doğsaydı, yaşı $E + 3$ olacaktı.

Bu durumda, $(E + 3) - B = 8$ (I)

Burhan 5 yıl sonra doğsaydı $B - 5$ yaşında olacaktı.

Bu durumda, $E + (B - 5) = 34$ (II)

O halde, (I) ve (II) den

$$(E + 3) - B = 8 \Rightarrow E - B = 5$$

$$E + (B - 5) = 34 \Rightarrow E + B = 39$$

$$2E = 44$$

$$\Rightarrow E = 22 \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Ayten, Nürten'den 10 yaş büyüktür.

Kendi doğum tarihlerinden Ayten 3 yıl önce, Nürten ise 3 yıl sonra doğmuş olsalardı ikisinin yaşları farkı kaç olurdu?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

$$A + 3 - (N - 3) = 10$$

$$A + 3 - N + 3 = 10$$

$$A - N = 16$$

Soru 2:

Ali 3 yıl sonra, Veli de 1 yıl sonra doğsaydı, ikisinin yaşları toplamı 15 olacaktı.

$$A + 3 + V + 1 = 15$$

Ali, Veli'den büyük ve ikisinin yaşları farkı 5 olduğuna göre, Ali'nin şimdiki yaşı kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 11 D) 12 E) 15

$$A - 3 + V - 1 = 15$$

$$A + V = 19$$

$$A - V = 5$$

Soru 3:

$$2A = 24 \Rightarrow A = 12$$

Elif ile Dilara'nın bugünkü yaşları toplamı 32 dir.

Dilara x yıl önce, Elif 3x yıl sonra doğmuş olsaydı yaşları toplamı 26 olacaktı.

Buna göre, Dilara ile Elif'in 2x yıl sonraki yaşları toplamı kaçtır?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

$$(D + x) + (E - 3x) = 26$$

$$D + E + (x - 3x) = 26$$

$$32 - 2x = 26$$

$$-2x = -6$$

Bilgi

n kişinin yaşları toplamı x olsun.
a yıl sonra bu n kişinin yaşları toplamı, $x + n.a$,
a yıl önce ise $x - n.a$ dir. $x + 11.9$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Yaşları toplamı 33 olan üç kardeşin 5 yıl sonraki yaşları toplamını bulalım.

Çözüm:

5 yıl sonra 3 kardeşten herbiri 5'er yaş büyümüş olacağından yaşları toplamı, $3.5 = 15$ artmış olacaktır.
O halde, şimdiki yaşları toplamı 33 olan üç kardeşin, 5 yıl sonraki yaşları toplamı,
 $33 + 3.5 = 48$ bulunur.

Örnek 2:

3'er yıl arayla doğmuş üç çocuğu olan bir babanın şimdiki yaşı 68 dir.

4 yıl sonra; çocukların yaşları toplamı babanın yaşına eşit olacağına göre, en küçük çocuğun yaşını bulalım.

Çözüm:

En küçük çocuk x yaşında olsun.
Diğerleri $x + 3$ ve $x + 6$ yaşında olur.
4 yıl sonra 3 çocuğun yaşları toplamı,
 $4.3 = 12$ artacaktır.
Baba da $(68 + 4)$ yaşında olacaktır.
O halde, 4 yıl sonra çocukların yaşları toplamı,
 $x + x + 3 + x + 6 + 12 = 68 + 4$
 $\Rightarrow 3x + 21 = 72$
 $\Rightarrow x = 17$ bulunur.

Örnek 3:

3 çocuklu bir ailede çocukların yaşları toplamı annenin yaşına eşittir.

5 yıl sonra; çocukların yaşları toplamı, babanın yaşına eşit olacağına göre, baba ile anne arasındaki yaş farkını bulalım.

Çözüm:

Çocukların şimdiki yaşları toplamı T ise annenin yaşı da $A = T$ olur.
5 yıl sonra; çocukların yaşları toplamı,
 $T + 3.5 = T + 15$ olur.
Babanın şimdiki yaşı B ise 5 yıl sonraki yaşı,
 $B + 5$ olur
O halde,
 $B + 5 = T + 15 \Rightarrow B - T = 10$ dur.
 $T = A$ olduğundan, $B - A = 10$ bulunur.

Örnek 4:

Zeki'nin bugünkü yaşı, üç kardeşinin bugünkü yaşlarının toplamının $\frac{3}{2}$ katıdır. Zeki'nin 3 yıl önceki yaşı üç kardeşinin 3 yıl önceki yaşları toplamının 2 katının 5 eksiğine eşit idi.

Buna göre, Zeki'nin bugünkü yaşının kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

Zeki'nin üç kardeşinin bugünkü yaşlarının toplamı T alınırsa, Zeki'nin bugünkü yaşı, $\frac{3}{2}.T$ olur.
3 yıl önce;
Zeki'nin üç kardeşinin yaşlarının toplamı; $T - 3.3$
Zeki'nin yaşı; $\frac{3}{2}.T - 3$ olur.
Verilenlere göre,
 $\frac{3}{2}.T - 3 = 2.(T - 3.3) - 5$
 $\Rightarrow 3T - 6 = 4T - 46$
 $\Rightarrow T = 40$ olur.
Zeki'nin bugünkü yaşı, $\frac{3}{2}.T = \frac{3}{2}.40 = 60$ bulunur.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir anne ile babanın yaşları toplamı dördüz çocuklarının yaşlarının toplamının 3 katıdır.

20 yıl sonra anne ile babanın yaşları toplamı çocukların yaşları toplamına eşit olacağına göre çocuklar bugün kaç yaşındadır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$A+B=3(T)$$

Soru 2:

Beş kardeşin bugünkü yaşları toplamı 90 dir. 20 yıl sonra kardeşler büyüktür küçüğe doğru 3 yıl aryla evleniyorlar.

En küçük kardeş 4. evlilik yıldönümü kutladığında bu beş kardeşin yaşlarının toplamı kaç olur?

- A) 144 B) 164 C) 180 D) 190 E) 270

Soru 3:

Bir babanın yaşı, ikiz olmayan iki çocuğunun yaşları toplamından 19 fazladır.

Beş yıl önce, babanın yaşı iki çocuğunun yaşları toplamının 4 katı olduğuna göre, bugün büyük çocuk en az kaç yaşındadır ?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Soru 4:

Bir babanın şimdiki yaşı üç çocuğunun şimdiki yaşları toplamının iki katıdır.

Üç yıl sonra, babanın yaşı ile çocuklarının yaşları toplamı 102 olacağına göre, çocuklarının şimdiki yaşlarının toplamı kaçtır?

- A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

Soru 5:

İki kardeşin 5 yıl önceki yaşları toplamının 5 yıl sonraki yaşları toplamına oranı $\frac{3}{5}$ tir.

Buna göre, büyük kardeş en az yaşındadır?

- A) 19 B) 20 C) 21 D) 23 E) 25

Soru 6:

5 yıl sonra yaşları toplamı 42 olacak olan iki kardeşten, büyük olanının 4 yıl önceki yaşının 4 katı, küçük olanın şimdiki yaşının 4 katına eşittir.

Buna göre, küçük olanın şimdiki yaşı kaçtır?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

Bilgi

İki kişi arasındaki yaş farkı sabittir. Yıldan yıla değişmez. Fakat yaşları oranı değişir.

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Bir babanın şimdiki yaşı, iki çocuğunun yaşları farkının 5 katına eşittir.

2 yıl önce babanın yaşı, çocuklarının yaşları farkının 3 katından 12 fazla olduğuna göre, babanın yaşını bulalım.

Çözüm:

Çocukların yaşları farkı F olsun. 2 yıl önceki yaşları farkı yine F olur.

$$B = 5F \text{ (I)}$$

$$B - 2 = 3F + 12 \text{ (II)}$$

$B = 5F$ ifadesini (II) de yerine yazalım.

$$5F - 2 = 3F + 12 \Rightarrow F = 7 \text{ olur.}$$

O halde,

$$B = 5F = 5 \cdot 7 = 35 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:

İki kardeşin yaşları toplamı, yaşları farkından 14 fazladır.

Bu kardeşlerin yaşları toplamının **en az** kaç olabileceğini bulalım.

Çözüm:

Kardeşlerin yaşları x ve y olsun.

$$x + y - (x - y) = 14$$

$$\Rightarrow 2y = 14 \Rightarrow y = 7 \text{ dir.}$$

x in y den büyük olması gerekir. O halde, x **en az** 8 olabilir.

Buradan, $x + y$ değeri **en az** $8 + 7 = 15$ bulunur.

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

55 yaşındaki bir babanın yaşları farkı 4 olan iki çocuğu vardır. 5 yıl önce babanın yaşı çocuklarının yaşlarının toplamının 5 katı idi.

Buna göre **küçük çocuk** doğduğunda baba kaç yaşındadır?

- A) 32 B) 36 C) 40 D) 47 E) 48

$$5(x + x + 4) = 50$$

$$5x + 5x + 20 = 50$$

$$10x = 30$$

$$x = 3$$

Soru 2:

Bir annenin yaşı iki çocuğunun yaşları farkının 3 katıdır.

10 yıl sonra annenin yaşı çocukların yaşları farkının 4 katı olduğuna göre, en büyük çocuk **en az** kaç yaşındadır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 13

$$3(x - y) = A$$

$$4(x - y) = A - 10$$

Soru 3:

İki kardeşin yaşları farkının yaşları toplamına oranı $\frac{2}{3}$ tür.

14 yıl sonra bu oran $\frac{1}{5}$ olacağına göre, büyük kardeşin bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 10 E) 15

Bilgi

İki kişinin yaşları oranı $\frac{a}{b}$ ise bu kişilerin yaşları a.x ve b.x alınarak sorular çözülür.

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Bugünkü yaşlarının oranı $\frac{3}{4}$ olan iki kişinin 2 yıl sonraki yaşları oranı $\frac{4}{5}$ olacaktır.

Buna göre, bu iki kişinin yaşlarını bulalım.

Çözüm:

Birinin yaşı 3x ise diğ erinin ki 4x olur.

2 yıl sonra oran;

$$\frac{3x + 2}{4x + 2} = \frac{4}{5} \Rightarrow 15x + 10 = 16x + 8$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ olur.}$$

O halde,

bu iki kişiden küçüğü $3x = 3 \cdot 2 = 6$ yaşında, büyüğü $4x = 4 \cdot 2 = 8$ yaşındadır.

Örnek 2:

Ahmet ve Burak'ın yaşları sırasıyla 2 ve 5 ile orantılıdır.

İkisinin yaşları farkı 12 olduğuna göre, Burak'ın yaşını bulalım.

Çözüm:

Burak = 5x yaşında ise Ahmet = 2x yaşındadır.

Yaşları farkı 12 olduğundan,

$$5x - 2x = 12 \Rightarrow x = 4 \text{ olur.}$$

O halde, Burak = 5x = 5 \cdot 4 = 20 yaşındadır.

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Selin ile Selim'in iki yıl önceki yaşları toplamı 42 dir.

2 yıl sonra Selin'in yaşının Selim'in yaşına oranı $\frac{7}{3}$ olacağına göre, Selin ile Selim'in 10 yıl sonraki yaş farkı kaçtır?

- A) 40 B) 30 C) 22 D) 20 E) 10

Soru 2:

Sina'nın 12 yıl önceki yaşının şimdiki yaşına oranı $\frac{2}{3}$ olduğuna göre, 7 yıl sonraki yaşı kaçtır?

- A) 36 B) 41 C) 43 D) 45 E) 47

Soru 3:

Yaşları oranı $\frac{2}{5}$ olan iki kardeşin 4 yıl önceki yaşları toplamı, büyük kardeşin şimdiki yaşına eşittir.

Buna göre, büyük kardeş, küçük kardeşten kaç yaş büyüktür?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

Soru 4:

Oğuz ,Orhan ve Osman'ın yaşları sırasıyla 2 ,7 ve 8 ile orantılıdır.

Oğuz, Orhan ve Osman'ın yaşları toplamı 85 olduğuna göre, Oğuz'un yaşı kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 10 D) 12 E) 18

Soru 5:

Yaşları sırasıyla 3, 4, 5 ile orantılı olan 3 kardeşin 3 yıl önceki yaşlarının toplamı, büyük kardeşin 3 yıl önceki yaşının 3 katından 6 eksiktir.

Buna göre, ortanca kardeşin bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Soru 6:

Şimdiki yaşlarının oranı $\frac{4}{7}$ olan iki arkadaşın 3 yıl sonraki yaşlarının oranı $\frac{3}{5}$ olacağına göre, ikisinin 5 yıl önceki yaşlarının toplamı kaçtır?

- A) 66 B) 60 C) 56 D) 50 E) 46

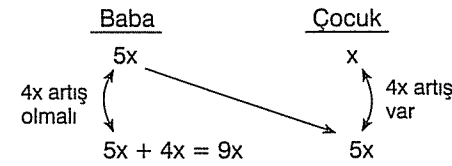
Bilgi

İki kişiden biri diğerinin yaşında olduğu zaman tablo yapıp yaş farkının sabitliği ilkesini kullanarak problem çözülür.

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Babanın yaşı, oğlunun yaşının 5 katıdır.

Çocuk babasının yaşına geldiğinde, babanın yaşının çocuğun yaşına oranını bulalım.

Çözüm:

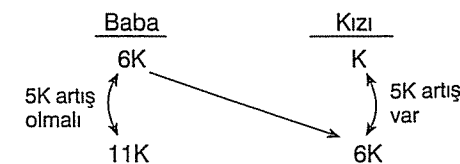
Babanın yaşı 9x, çocuğun yaşı 5x ise oranları,

$$\frac{B}{Ç} = \frac{9x}{5x} = \frac{9}{5} \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:

Bir babanın bugünkü yaşı kızının bugünkü yaşının 6 katıdır.

Kızı babanın bugünkü yaşına geldiğinde ikisinin yaşları toplamı 68 olacağına göre, babanın bugünkü yaşını bulalım.

Çözüm:

Kızı babanın bugünkü yaşına geldiğinde ikisinin yaşları toplamı 68 olacağından,

$$11K + 6K = 68 \Rightarrow 17K = 68 \Rightarrow K = 4 \text{ dür.}$$

O halde, babanın yaşı,

$$B = 6K = 6 \cdot 4 = 24 \text{ bulunur.}$$

Örnek 3:

Ali ile Sinan'ın yaşları toplamı 56 dır. Ali, Sinan'ın yaşında iken Sinan'ın yaşı Ali'nin şimdiki yaşının $\frac{1}{5}$ idi.

Buna göre, Ali ile Sinan'ın yaşlarını bulalım.

Çözüm:

Ali'nin şimdiki yaşı A, Sinan'ın şimdiki yaşı S olsun.



Geçen süre ikisi için de eşit olduğundan,

$$A - S = S - \frac{A}{5} \Rightarrow A + \frac{A}{5} = 2S$$

$$\Rightarrow \frac{6A}{5} = 2S$$

$$\Rightarrow \frac{3A}{5} = S \text{ olur.}$$

Yaşları toplamı 56 olduğundan,

$$A + S = 56 \Rightarrow A + \frac{3A}{5} = 56$$

$$\Rightarrow \frac{8A}{5} = 56$$

$$\Rightarrow A = 35 \text{ bulunur.}$$

Sinan'ın yaşı ise,

$$S = \frac{3A}{5} = \frac{3 \cdot 35}{5} = 21 \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Bahadır ile Zeynep'in bugünkü yaşlarının toplamı, yaşları farkının 2 katına eşittir. Bahadır, Zeynep'in bugünkü yaşına geldiğinde Zeynep 25 yaşında olacaktır.

Buna göre, Bahadır'ın bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 8 E) 10

Soru 2:

Yavuz'un yaşı Selim'in yaşının $\frac{2}{3}$ katıdır. Yavuz, Selim'in şimdiki yaşına geldiğinde, ikisinin yaşları toplamı 35 olacaktır.

Buna göre, Yavuz'un şimdiki yaşı kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

Soru 3:

Ali, Hasan ve Hüseyin adlı üç kardeşin yaşları toplamı 33 dür. Hasan Ali'den, Hüseyin de Hasan'dan daha büyüktür. Ali, Hasan'ın yaşına geldiğinde, Hasan'da Hüseyin'in yaşına, Hüseyin'de 19 yaşına gelmektedir.

Buna göre Hüseyin'in şimdiki yaşı kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 11 D) 14 E) 15

Soru 4:

Hülya ile Meryem'in şimdiki yaşları toplamı 33 tür. Hülya, Meryem'in yaşındayken Hülya'nın yaşı, Meryem'in yaşının 2 katının 1 fazlasıydı.

Buna göre, Hülya'nın şimdiki yaşı kaçtır?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 22 E) 26

Soru 5:

İki kardeşin, bugünkü yaşları toplamı 20 dir. Küçük kardeş, büyük kardeşin bugünkü yaşına geldiğinde ikisinin yaşları oranı $\frac{3}{4}$ oluyor.

Buna göre, küçük kardeşin bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Soru 6:

Işıl, Ömer'den 5 yaş küçüktür. Işıl, Ömer'in şimdiki yaşına geldiği zaman; Ömer'in yaşı, Işıl'ın 5 yıl önceki yaşının 2 katı oluyor.

Buna göre, Işıl'ın şimdiki yaşı kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 25

Bilgi

Yaş ortalaması, n yılda n kadar değişir.

Bugünkü yaşları ortalaması a olan bir grubun,

n yıl sonraki yaş ortalaması: $a + n$

n yıl önceki yaş ortalaması: $a - n$ olur.

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Bugünkü yaşları toplamı 150 olan 15 kişilik grubun 3 yıl sonraki yaş ortalamasını bulalım.

Çözüm:

Bugünkü yaşları toplamı 150 olan 15 kişilik grubun yaş ortalaması $\frac{150}{15} = 10$ olduğundan, 3 yıl sonraki yaşları ortalaması $10 + 3 = 13$ bulunur.

Örnek 2:

Bir grup öğretmenin yaşlarının ortalaması 40 tır. 5 yıl sonra bu gruba yaşları toplamı 45 olan iki öğretmen katılıyor ve gruptaki öğretmenlerin yaşları ortalaması 36 oluyor.

Son durumda gruptaki öğretmen sayısını bulalım.

Çözüm:

5 yıl sonraki ortalama 45 olur.

Grupa n kişi olsun.

Yaşları toplamı 45.n olur.

$$\frac{45.n + 45}{n + 2} = 36$$

$$45n + 45 = 36n + 72$$

$$9n = 27$$

$$n = 3$$

Başlangıçta grupta 3 kişi olup, son durumda eklenen 2 kişi ile beraber 5 kişi vardır.

Örnek 3:

5 kişinin 3 yıl sonraki yaş ortalaması n dir.

2 yıl önceki yaş ortalaması $3n - 19$ olduğuna göre, n kaçtır?

Çözüm:

3 yıl sonraki yaş ortalaması n ise, şimdiki yaş ortalaması $n - 3$, 2 yıl önceki yaş ortalaması da $n - 5$ olur.

2 yıl önceki yaş ortalaması $3n - 19$ olarak verildiğine göre,

$$3n - 19 = n - 5 \Rightarrow n = 7 \text{ bulunur.}$$

Örnek 4:

Bir sınıfın yaş ortalaması 14 tür. Kızların yaş ortalaması 13, erkeklerin yaş ortalaması 17 dir.

Buna göre, kız öğrenci sayısının erkek öğrenci sayısına oranını bulalım.

Çözüm:

Kızların sayısına K denilirse kızların yaşları toplamı $13.K$ olur.

Erkeklerin sayısına E denilirse erkeklerin yaşları toplamı $17.E$ olur.

Sınıfın yaş ortalaması 14 ise sınıftaki tüm öğrencilerin yaşları toplamı $14.(E + K)$ olur.

Buna göre,

$$14.(E + K) = 13.K + 17.E$$

$$\Rightarrow 14.E + 14.K = 13.K + 17.E$$

$$\Rightarrow K = 3.E$$

$$\Rightarrow \frac{K}{E} = 3 \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Bugünkü yaşları toplamı 312 olan bir grup öğrencinin 3 yıl önceki yaş ortalaması 10 dur.

Buna göre, gruptaki öğrenci sayısı kaçtır?

- A) 24 B) 32 C) 36 D) 38 E) 40

Soru 2:

Usta, kalfa ve çırakların bulunduğu bir işyerinde yaş ortalaması 22 dir.

Ustaların yaş ortalaması 28, kalfaların yaş ortalaması 22, çırakların yaş ortalaması 16 olduğuna göre, ustaların sayısı çırakların sayısının kaç katıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Soru 3:

18 erkek ve 12 kızdan oluşan bir grubun yaş ortalaması 18 dir.

Erkeklerin yaşları toplamı, kızların yaşları toplamının 2 katı olduğuna göre, kızların yaş ortalaması kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

1. A yıl sonraki yaşı B + 4 olan bir kişinin, 4 yıl sonraki yaşı aşağıdakilerden hangisidir?

A) B - A B) B + A - 4 C) B - A + 8
D) B - A - 8 E) A - B - 8

2. Bir babanın yaşı, 4 er yıl arayla doğmuş üç çocuğunun yaşları toplamına eşittir.

Baba 72 yaşında olduğuna göre, ikinci çocuğu doğduğunda baba kaç yaşındadır?

A) 25 B) 29 C) 35 D) 44 E) 48

3. Ömer'in bugünkü yaşı 36 dir. Faruk, Ömer'in bugünkü yaşına geldiğinde; Ömer'in yaşı kendisinin bugünkü yaşının $\frac{3}{2}$ katı olacaktır.

Buna göre, Faruk'un bugünkü yaşı kaçtır?

A) 15 B) 18 C) 20 D) 21 E) 30

4. Bir babanın şimdiki yaşı, 5 er yıl ara ile doğmuş üç çocuğunun şimdiki yaşları toplamının $\frac{5}{3}$ üne eşittir.

Babanın şimdiki yaşı 55 olduğuna göre, en büyük çocuk doğduğunda baba kaç yaşındaydı?

A) 35 B) 36 C) 37 D) 38 E) 39

5. Ahmet ile Osman'ın şimdiki yaşları toplamı 28 dir.

Ahmet, Osman'ın şimdiki yaşına geldiği zaman; Osman 20 yaşında olacağına göre, Ahmet kaç yaşında olur?

A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 14

6. Bir babanın şimdiki yaşı; 3 er yıl arayla doğan dört çocuğunun yaşları toplamına eşittir.

En büyük çocuk doğduğunda baba 27 yaşında olduğuna göre, en büyük çocuğun şimdiki yaşı kaçtır?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

7. Bir baba ile çocuğunun yaşları farkı, çocuğun bugünkü yaşının 3 katıdır.

5 yıl sonra; babanın yaşı çocuğun yaşının 3 katına eşit olacağına göre, bu çocuk doğduğunda babası kaç yaşındadır?

A) 45 B) 42 C) 30 D) 24 E) 12

8. Ahmet ile Burak'ın şimdiki yaşları toplamı 22 dir. Burak, Ahmet'in şimdiki yaşındayken ikisinin yaşları farkı 2 idi.

Buna göre, Ahmet'in şimdiki yaşı kaçtır?

A) 11 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

9. Bir babanın şimdiki yaşı, üçer yıl ara ile doğmuş olan üç çocuğunun şimdiki yaşları toplamına eşittir. Babanın 5 yıl sonraki yaşı, ortanca çocuğunun şimdiki yaşının 2 katından 20 fazla olacaktır.

Buna göre, babanın şimdiki yaşı kaçtır?

A) 27 B) 33 C) 36 D) 42 E) 45

10. Bir annenin bugünkü yaşı, kızının bugünkü yaşının 4 katıdır. Kızı annesinin bugünkü yaşına geldiğinde annenin yaşı, ikisinin yaşları farkının 3 katından 12 eksik olacaktır.

Buna göre, annenin bugünkü yaşı kaçtır?

A) 20 B) 24 C) 30 D) 32 E) 36

11. 1998 yılında 25 yaşında olan Selim, 2007 yılında kaç yaşında olur?

A) 31 B) 32 C) 33 D) 34 E) 35

12. Ahmet'in şimdiki yaşı, iki kardeşinin yaşları farkının 3 katından 1 fazladır.

3 yıl sonra Ahmet'in yaşı ile iki kardeşinin yaşları farkının toplamı 24 olacağına göre, Ahmet şimdi kaç yaşındadır?

A) 24 B) 22 C) 20 D) 18 E) 16

13. Ünal'ın yaşı Selim'in yaşından 9 fazladır.

3 yıl sonra; Ünal'ın yaşı, ikisinin yaşları farkının 3 katına eşit olacağına göre, Selim'in 4 yıl önceki yaşı kaçtır?

A) 11 B) 21 C) 25 D) 27 E) 28

14. Zeynep'in bugünkü yaşının Büşra'nın bugünkü yaşına oranı $\frac{6}{5}$ tir.

10 yıl sonra, ikisinin yaşlarının ortalaması 43 olacağına göre, Büşra'nın bugünkü yaşı kaçtır?

A) 20 B) 25 C) 28 D) 30 E) 35

15. Bir anne küçük çocuğundan 24 yaş büyüktür.

Büyük çocuk doğduğunda anne 18 yaşında olduğuna göre; büyük çocuk, küçük çocuktan kaç yaş büyüktür?

A) 3 B) 5 C) 6 D) 8 E) 11

16. Bugünkü yaşları sırasıyla 3 ve 4 ile orantılı olan iki kardeşin 5 yıl sonraki yaşları sırasıyla 4 ve 5 ile orantılıdır.

Bu iki kardeşin bugünkü yaşları toplamı kaçtır?

A) 7 B) 14 C) 21 D) 35 E) 42

17. Bir annenin 2 yıl sonraki yaşı, oğlunun şimdiki yaşının 3 katından 6 eksiktir.

Anne 22 yaşında iken oğlu doğduğuna göre, annenin şimdiki yaşı kaçtır?

A) 25 B) 30 C) 33 D) 35 E) 37

18. Tuncay ve Serhat bir ailenin ikiz çocukları, Serkan da aynı ailenin en küçük çocuğudur.

Bu üç kardeşin yaşları çarpımı 75 olduğuna göre, yaşları toplamı kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

1. Ahmet'in yaşı Ali'nin yaşının 2 katı, Ali'nin yaşı Hasan'ın yaşının 3 katıdır. Hasan Ali'nin yaşına geldiğinde, Ahmet'in yaşı Ali'nin yaşının 2 katından 10 eksiktir.

Buna göre, Ali'nin yaşı kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 25 E) 30

2. Esat, annesi ve babasının yaşları toplamı 68 dir. Esat'ın babası ile annesinin yaşları farkının 3 katı Esat'ın yaşına eşittir.

Esat'ın babası annesinden büyük ve annesinin yaşı Esat'ın yaşının 5 katına eşit olduğuna göre, Esat kaç yaşındadır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

3. Ali doğduğunda babasının yaşı Ali'nin şimdiki yaşının dört katı idi.

Şu anda yaşları farkı 24 olduğuna göre, baba şimdi kaç yaşındadır?

- A) 27 B) 30 C) 34 D) 36 E) 40

4. Ahmet'in yaşı, Mehmet'in yaşının 5 katının 3 eksigidir.

Mehmet 5 yaşından büyük olduğuna göre, en az kaç yıl sonra Mehmet'in yaşının Ahmet'in yaşına oranı $\frac{1}{2}$ olur?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

5. Hümeysra, Merve'nin şimdiki yaşındayken; Merve de Filiz'in şimdiki yaşındaydı.

Buna göre, üçünün şimdiki yaşları toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 11 B) 22 C) 33 D) 44 E) 55

6. Üç kardeşin şimdiki yaşları ikişer ikişer toplandığında 18, 20 ve 24 olmaktadır.

Ortanca kardeş, büyük kardeşin yaşına geldiğinde, kardeşlerin yaşları toplamı kaç olur?

- A) 34 B) 35 C) 36 D) 37 E) 38

7. n doğal sayı olmak üzere, Filiz $(3n + 2)$ yaşında, kendinden küçük olan kardeşi İlke ise $(2n + 7)$ yaşındadır.

Buna göre, Filiz'in şimdiki yaşı en az kaçtır?

- A) 15 B) 17 C) 18 D) 20 E) 23

8. Arzu'nun yaşı Hülya'nın yaşının 2 katı, Aslı'nın yaşı ise Arzu'nun yaşının 3 katının 3 eksigidir.

Hülya Arzu'nun yaşına geldiğinde Arzu ile Aslı'nın yaşının toplamı 27 olduğuna göre, Arzu şimdi kaç yaşındadır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

9. Ahmet ile İsmail'in şimdiki yaşları toplamı 20 dir. İsmail Ahmet'in yaşına geldiğinde, yaşı Ahmet'in yaşının $\frac{3}{4}$ katı oluyor.

Buna göre, Ahmet'in şimdiki yaşı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

10. Akif ile Burhan'ın şimdiki yaşları toplamı, Kubat'ın şimdiki yaşının 2 katından 10 fazladır.

Kubat, Burhan'ın şimdiki yaşına geldiğinde; Akif ile Burhan'ın yaşları toplamı, Kubat'ın yaşının 3 katına eşit olacağına göre, Burhan'ın şimdiki yaşı kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

11. Beş çocuklu bir ailede, annenin bugünkü yaşı 2 çocuğun bugünkü yaşları toplamının 2 katı, babanın bugünkü yaşı ise diğer üç çocuğun bugünkü yaşları toplamından 20 fazladır. 5 yıl sonra, anne ile babanın yaşları toplamı bu beş çocuğun yaşları toplamından 35 fazla olacaktır.

Buna göre, annenin bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 60 B) 54 C) 48 D) 42 E) 36

12. Esat, Onur'un bugünkü yaşına geldiğinde Onur 15 yaşında olacaktır. Onur, Esat'ın bugünkü yaşıyla Esat'ın doğmasına 3 yıl vardı.

Esat ile Onur'un bugünkü yaşları toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 18 E) 20

13. Bir annenin yaşı, çocuğun yaşının 4 katıdır. Babanın yaşı ise çocuk ve annenin yaşları toplamından 2 fazladır.

Çocuk doğduğu zaman anne ve babasının yaşları toplamı 44 olduğuna göre, baba şu anda kaç yaşındadır?

- A) 32 B) 30 C) 28 D) 26 E) 22

14. Ahmet ile Ayten'in yaşları toplamı, Burak ile Nurten'in yaşları toplamından 5 fazladır.

Ahmet ile Burak arasında 7 yaş fark olduğuna göre Ayten ile Nurten arasındaki yaş farkı kaçtır?

- A) 2 B) 6 C) 10 D) 12 E) 13

15. Zeynep, Alperen'den 6 yaş büyüktür. Alperen, Zeynep'in bugünkü yaşına geldiğinde yaşları toplamı bir doğal sayının karesine eşit oluyor.

Buna göre, Zeynep bugün en az kaç yaşındadır?

- A) 9 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

16. Bir babanın şimdiki yaşı, kızının şimdiki yaşının 5 katıdır. Kız, babasının şimdiki yaşına geldiğinde ikisinin yaşlarının ortalaması 42 olacaktır.

Buna göre, baba ile kızının 3 yıl sonraki yaşları toplamı kaçtır?

- A) 42 B) 45 C) 48 D) 50 E) 53

1. Bir annenin şimdiki yaşı yaşları farklı olan üç çocuğunun yaşları toplamının 2 katıdır.

3 yıl sonra annenin yaşı ile çocukların yaşlarının toplamının farkı 10 olduğuna göre, büyük çocuk şimdi en fazla kaç yaşındadır?

A) 11 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

2. Üç kardeşin ortanca olanın bugünkü yaşı en küçük olanın bugünkü yaşının 3 katından 4 eksik, en büyük olanın yaşı ise ortanca olanın bugünkü yaşının 2 katından 5 eksiktir.

En büyük kardeş ile ortanca kardeş arasındaki yaş farkı, en küçük kardeşin bugünkü yaşından 1 eksik olduğuna göre, en küçük kardeş ortanca olanın bugünkü yaşına geldiğinde üç kardeşin yaşları toplamı kaç olur?

A) 30 B) 32 C) 34 D) 35 E) 37

3. 3, 5 ve 8 yaşında olan çocukların bulunduğu 32 kişilik bir grubun yaş ortalaması 6'dır.

Buna göre, bu grupta 8 yaşında olan çocukların sayısı en çok kaç olabilir?

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 23

4. 3'er yıl ara ile doğmuş üç kardeşin 1995 yılındaki yaşlarının toplamı babalarının yaşına eşittir.

Ortanca ile en büyük çocuğun yaşlarının toplamı 2005 yılında babalarının yaşına eşit olduğuna göre, en küçük çocuğun 2000 yılındaki yaşı kaçtır?

A) 9 B) 12 C) 13 D) 15 E) 16

5. Eşinden 6 yaş küçük olan bir annenin yaşı eşinin şimdiki yaşına geldiğinde çocukları oluyor.

Çocuğun yaşı annenin yaşının yarısına geldiğinde üçünün yaşları toplamı 90 olduğuna göre, çocuk doğduğunda baba kaç yaşındadır?

A) 24 B) 30 C) 34 D) 36 E) 42

6. 1970 yılında bir babanın yaşı, kızının yaşının 4 katıdır.

Kızı doğduğunda baba 42 yaşında olduğuna göre, kızının doğum yılı kaçtır?

A) 1953 B) 1956 C) 1961
D) 1963 E) 1965

7. Fatih'in yaşı Kemal'in yaşının 3 katına, Kemal'in yaşı da Emre'nin yaşının 5 katına eşittir. Kemal Fatih'in yaşına geldiği zaman Emre 33 yaşında oluyor.

Buna göre, Kemal doğduğunda Fatih kaç yaşındaydı?

A) 45 B) 40 C) 35 D) 30 E) 25

8. Kadir, Recep, Mesut üç kardeşdir. Kadir, Recep'in yaşına geldiğinde üç kardeşin yaşları toplamı 87, Mesut Recep'in yaşındayken yaşları toplamı 60 oluyor.

Buna göre, Mesut Kadir'den kaç yaş büyüktür?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

9. Yaşları 10'dan büyük iki kardeşten biri diğerine "Ben senin yaşına geldiğimde, senin yaşın benim bugünkü yaşımın 2 katından 5 eksik olacak." dediğine göre, büyük kardeş, küçük kardeşten en az kaç yaş büyük olabilir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. Ayşe 3a, Fatma 12 yaşındadır.

Ayşe 2a yaşındayken Fatma 8 yaşında olduğuna göre, a yıl sonra Ayşe kaç yaşında olur?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

11. Ayşe doğduğunda Yavuz 15 yaşındadır. Ayşe 5 yıl önce, Yavuz da 4 yıl sonra doğsaydı Yavuz'un bugünkü yaşı Ayşe'nin bugünkü yaşının 2 katına eşit olacaktı.

Buna göre, Ayşe şimdi kaç yaşındadır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 3 E) 1

12. Tuğçe, Onur ve Fatih'in yaşları sırasıyla ardışık çift sayılardır. Tuğçe'nin k yıl sonraki yaşının Fatih'in k yıl sonraki yaşına oranı $\frac{3}{4}$ tür.

Onur'un k yıl sonraki yaşı, Fatih'in k yıl sonraki yaşının kaç katıdır?

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{9}{10}$ D) $\frac{11}{12}$ E) $\frac{12}{13}$

13. Bir ailede baba, anne ve iki çocuğunun yaşları sırası ile (ab), (ba), a^2 ve b^2 dir.

Baba anneden çocukların yaş farkı kadar büyük olduğuna göre, büyük çocuk doğduğunda babanın yaşı kaçtır?

A) 25 B) 29 C) 36 D) 56 E) 65

14. Ali, Can'dan 3 yıl sonra, Ayşe de Can'dan 3 yıl önce doğmuştur.

Üçünün şimdiki yaşlarının ortalaması 14 olduğuna göre, Can kaç yaşındadır?

A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

15. Sena ile Şeyma'nın yaşlarının toplamı 48'dir. Sena, Şeyma'nın şimdiki yaşına geldiğinde; Şeyma'nın yaşı, Sena'nın şimdiki yaşının $\frac{9}{5}$ ine eşit oluyor.

Buna göre, Şeyma'nın şimdiki yaşı kaçtır?

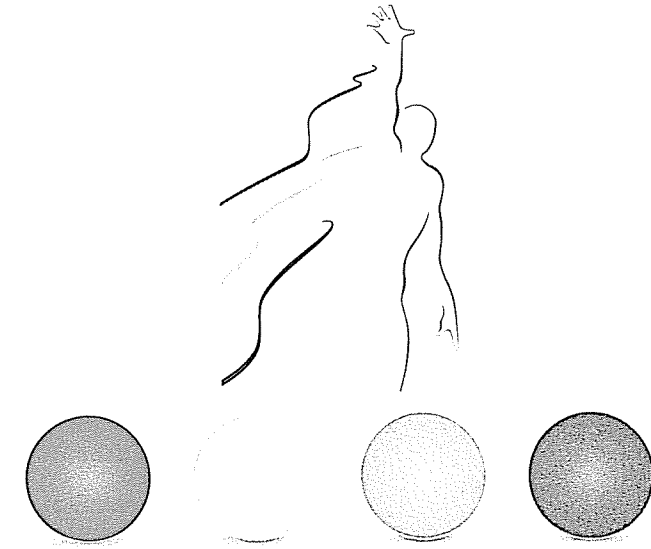
A) 20 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36

16. Doğdukları yıllardan; Ahmet 3 yıl önce, Ayşe'de 2 yıl sonra doğsaydı aralarındaki yaş farkı 9 olacaktı.

Ahmet ile Ayşe'nin bugünkü yaşları toplamı 16 ve Ahmet Ayşe'den büyük olduğuna göre, Ayşe'nin bugünkü yaşı kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

1-D 2-D 3-A 4-D 5-B 6-B 7-D 8-D 9-C 10-E 11-E 12-B 13-B 14-A 15-C 16-B



BÖLÜM 9

İŞÇİ - HAVUZ
PROBLEMLERİ

İşçi - havuz problemlerinde birim zamanda yapılan iş miktarları bulunarak problemlere ait denklemler kurulabilir.

Bilgi

- I. Yapılan iş miktarı zamanla doğru orantılıdır.
- II. Zaman iş miktarına çevrilmelidir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Ahmet bir işin $\frac{5}{7}$ sini 35 saatte yapabildiğine göre, bu işin tamamını kaç saatte yapabileceğini bulalım.

Çözüm:

Yapılan iş miktarı zamanla doğru orantılıdır. İşin $\frac{5}{7}$ sinin 35 saatte yapılması, işin tamamı 7 parça ise, 5 parçasının 35 saatte yapılması demektir. 5 parça 35 saatte yapılıyorsa, 1 parça 7 saatte dolayısıyla tamamı 49 saatte yapılır. Veya

$$\begin{array}{cc} \text{İşin } \frac{5}{7} \text{ si} & 35 \text{ saatte} \\ \text{İşin } \frac{7}{7} \text{ si (= 1 i)} & x \text{ saatte} \end{array}$$

Doğru orantı:

$$\frac{5}{7} \cdot x = 1 \cdot 35 \Rightarrow x = 49 \text{ saat bulunur.}$$

Örnek 2:

Bir işçi bir işi 15 günde bitirebiliyor.

Bu işçinin 5 günde işin kaçta kaçını bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

Bu işçi işi 15 günde bitirebiliyorsa,

1 günde işin $\frac{1}{15}$ ini bitirebilir.

5 günde işin $5 \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{3}$ ünü bitirebilir.

Örnek 3:

Murat, günde 3 saat çalışarak bir işin $\frac{3}{4}$ ünü 5 günde bitirebildiğine göre, bu işin yarısını kaç saatte bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

Murat günde 3 saat çalışarak 5 günde işin $\frac{3}{4}$ ünü bitirebiliyorsa, işin $\frac{3}{4}$ ünü $3 \cdot 5 = 15$ saatte bitirmiş olur.

$$\begin{array}{cc} \text{İşin } \frac{3}{4} \text{ ü} & 15 \text{ saatte} \\ \text{İşin } \frac{1}{2} \text{ si} & x \text{ saatte} \end{array}$$

Doğru orantı:

$$\frac{3}{4} \cdot x = \frac{1}{2} \cdot 15$$

$$\Rightarrow x = 10 \text{ saat bulunur.}$$

Örnek 4:

Burak, bir işin yedide üçünü 9 saatte bitirdikten sonra, kalan işi aynı çalışma hızıyla kaç saatte bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{cc} \frac{3}{7} \text{ sini} & 9 \text{ saatte} \\ \frac{4}{7} \text{ sini} & x \text{ saatte} \end{array}$$

Doğru orantı:

$$\frac{3}{7} \cdot x = 9 \cdot \frac{4}{7} \Rightarrow x = 12 \text{ saat bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Murat, bir işin $\frac{3}{4}$ ünü x saatte, $\frac{2}{9}$ unu y saatte bitirebildiğine göre, $\frac{y}{x}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{8}{27}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{27}{8}$ E) $\frac{1}{8}$

Soru 2:

Ahmet bir işi 36 saatte, Mehmet ise aynı işi 48 saatte yapabilmektedir.

Ahmet'in bu işin $\frac{1}{3}$ ünü yaptığı sürenin Mehmet'in bu işin $\frac{1}{6}$ sını yaptığı süreye oranı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

Soru 3:

Yarısı 6 günde bitirilebilen bir işin $\frac{1}{3}$ ü kaç günde biter?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 10

Soru 4:

Bir musluk bir havuzu 20 saatte dolduruyor.

Havuz boşken musluk 25 saat açık kaldığında havuzdan taşan su, havuzun hacminin kaçta kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{4}$

Soru 5:

Ayhan bir odanın yarısını günde 2 saat çalışarak 3 günde boyuyor. İlhan ise aynı odanın $\frac{2}{5}$ ini 5 saatte boyuyor.

Ayhan'ın odanın tamamını boyadığı sürenin İlhan'ın bu odanın tamamını boyadığı süreye oranı kaçtır?

- A) $\frac{12}{5}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{24}{25}$ D) $\frac{25}{24}$ E) $\frac{12}{25}$

Bilgi

x, y, z : Üç işçinin bir işi tek başlarına bitirdikleri zamanlar

t : Üçü birden çalıştığında işin bittiği zaman olmak üzere,

Üçü beraber çalışıp işin tamamını t saatte bitirirlerse denklem;

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \cdot t = 1 \text{ olur.}$$

İşin tamamını 1 kabul ettiğimize dikkat edelim.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Bir işi Ali tek başına 12 saatte, Veli tek başına 24 saatte bitirmektedir.

Bu işi Ali ile Veli'nin birlikte kaç günde bitireceğini bulalım.

Çözüm:

Yukarıdaki verilere göre,

$$\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{24}\right) \cdot t = 1 \Rightarrow \frac{3}{24} \cdot t = 1 \Rightarrow t = 8 \text{ saattir.}$$

Örnek 2:

Ayşe bir işin $\frac{1}{3}$ ünü 5 günde, Zehra ise aynı işin yarısını 15 günde yapabilmektedir.

İkisinin beraber bu işi kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

Ayşe işin $\frac{1}{3}$ ünü 5 günde yaparsa tamamını 15 günde yapar.

Zehra işin yarısını 15 günde yaparsa tamamını 30 günde yapar.

İkisi beraber aynı işi t günde bitirirlerse,

$$\left(\frac{1}{15} + \frac{1}{30}\right) \cdot t = 1 \Rightarrow \frac{3 \cdot t}{30} = 1 \Rightarrow t = 10 \text{ gün}$$

(2) (1)

Örnek 3:

Bir işçi işin $\frac{1}{6}$ sını 10 günde tamamlayabiliyor.

Aynı kapasitedeki üç işçinin, beraberce çalışarak 3 günde bu işin kaçta kaçını bitirebileceklerini bulalım.

Çözüm:

$\frac{1}{6}$ sını 10 günde yaparsa, tamamını 60 günde yapar.

1 işçinin bir günde yaptığı iş miktarı $\frac{1}{60}$ olur.

3 işçinin bir günde yaptığı iş miktarı $\frac{3}{60}$ tır.

Üç işçi 3 günde işin $\frac{3}{60} \cdot 3 = \frac{9}{60} = \frac{3}{20}$ sini yapar.

Örnek 4:

Aynı kapasitedeki üç işçi beraberce bir işin $\frac{3}{5}$ ini 5 günde yaparsa, işçilerden birisinin bu işi tek başına kaç günde yapacağını bulalım.

Çözüm:

İşçilerden biri bu işi x günde yapsın.

3 işçi 5 günde,

$3 \cdot \frac{1}{x} \cdot 5$ iş yapar.

Verilenlere göre,

$$3 \cdot \frac{1}{x} \cdot 5 = \frac{3}{5} \Rightarrow x = 25 \text{ gün bulunur.}$$

Örnek 5:

Ayten bir işi a günde, Nurten ise aynı işi b günde yapabiliyor.

a ile b arasında $\frac{2a}{b} + 2 = \frac{a}{3}$ bağıntısı olduğuna göre, ikisinin birlikte bu işi kaç günde yapacağını bulalım.

Çözüm:

$$\frac{2a}{b} + 2 = \frac{a}{3} \Rightarrow \frac{a}{3} - \frac{2a}{b} = 2$$

$$\Rightarrow ab - 6a = 6b$$

$$\Rightarrow 6(a + b) = a.b \dots\dots\dots (I)$$

İkisi beraber işi t günde yapsınlar.

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \cdot t = 1 \text{ denkleminde,}$$

$$\left(\frac{a+b}{a.b}\right) \cdot t = 1$$

a.b yerine I. denklemden $6(a + b)$ yazılırsa,

$$\Rightarrow \left(\frac{a+b}{6(a+b)}\right) \cdot t = 1$$

$$\Rightarrow t = 6 \text{ gün bulunur.}$$

Örnek 6:

Bir işin $\frac{3}{20}$ si Nilgün'ün 2 gün ve Zehra'nın 3 gün çalışmasıyla bitiyor.

Zehra'nın 5 gün, Nilgün'ün 6 gün çalışmasıyla işin $\frac{23}{60}$ i bittiğine göre, ikisinin birlikte bu işi kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{1}{N} \cdot 2 + \frac{1}{Z} \cdot 3 = \frac{3}{20}$$

$$+ \frac{1}{Z} \cdot 5 + \frac{1}{N} \cdot 6 = \frac{23}{60}$$

$$8 \cdot \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{Z}\right) = \frac{32}{60} \Rightarrow \frac{1}{N} + \frac{1}{Z} = \frac{1}{15}$$

İkisi beraber bu işi 15 günde bitirebilirler.

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Bir işin $\frac{3}{5}$ ini İlhan 6 günde, Ayhan ise aynı işin tamamını 8 günde bitirebilmektedir.

Bu işte, İlhan 5 gün, Ayhan 2 gün çalışırsa geriye işin kaçta kaç kalır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{10}$

Soru 2:

Bir usta bir işi 15 günde, bir çırak ise bu işin yarısını 15 günde bitirebiliyor.

Kapasiteleri ustanın kapasitesi ile aynı olan 3 usta ve kapasiteleri çırağın kapasitesi ile aynı olan 4 çırak beraberce bu işi kaç günde bitirebilirler?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Soru 3:

Bir işi; bir usta tek başına 16 günde, bir kalfa ise 24 günde yapabilmektedir.

Buna göre, 5 kalfa ve 2 usta beraberce bu işi kaç günde bitirebilirler?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Soru 4:

Saffet bir işi m günde, Zafer ise n günde yapabilmektedir.

m ile n arasında, $5m - \frac{m.n}{3} + 5n = 0$ bağıntısı olduğuna göre, ikisi birlikte bu işin tamamını kaç günde yapabilirler?

- A) 3 B) 5 C) 10 D) 15 E) 20

Soru 5:

Bir çırağın bir işi bitirme süresi 3 ile doğru orantılı, bir ustanın ise aynı işi bitirme süresi 5 ile ters orantılıdır.

İkisi beraber bu işi 9 saatte bitirebildiğine göre, usta bu işi tek başına kaç saatte bitirebilir?

- A) 15 B) 12 C) 10 D) 9,6 E) 9,2

Soru 6:

Bir işte Ali 3 gün, Veli 2 gün, Selami 5 gün çalıştığında işin tamamı bitiyor.

Bu işte Ali 2 gün, Veli 1 gün, Selami 4 gün çalıştığında işin $\frac{3}{4}$ ü bittiğine göre, üçü birden bu işi beraberce kaç günde bitirebilirler?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

Bilgi

I. Bir işi; birinci işçi a günde, diğer bir işçi b günde bitirsin. İki işçi beraberce t_1 gün çalıştıktan sonra ikinci işçi işi bırakır, kalan işi birinci işçi t günde bitirirse, denklem;

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \cdot t_1 + \frac{1}{a} \cdot t = 1 \text{ olur.}$$

II. Birinci işçi bir işi a günde, ikinci işçi b günde bitirsin. İkisi beraberce t_1 gün çalıştıktan sonra işi tek başına c günde bitiren üçüncü bir işçi bu işçilerle beraberce t gün daha çalıştıklarında işin tamamı biterse, denklem;

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \cdot t_1 + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \cdot t = 1 \text{ olur.}$$

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Ali bir işi 3 günde, Veli ise aynı işi 4 günde bitiriyor. İkisi beraber işe başladıktan 1 gün sonra Ali işi bırakıyor.

Kalan işi Veli'nin tek başına kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

Problemde verilenlere göre denklem:

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot t = 1 \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{12} + \frac{t}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{t}{4} = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow t = \frac{5}{3} \text{ gün}$$

Örnek 2:

Ayşe bir işi 10 günde, Neşe ise 15 günde bitiriyor. İkisi beraber 2 gün çalıştıktan sonra Serpil de onlara yardıma geliyor.

İşin tamamı toplam 4 günde bittiğine göre, Serpil'in bu işi tek başına kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

Serpil x günde işi tek başına bitirsin. Denklem,

$$\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right) \cdot 2 + \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{x}\right) \cdot 2 = 1 \text{ olur.}$$

toplam 4 gün

$$\frac{10}{30} + \frac{2}{10} + \frac{2}{15} + \frac{2}{x} = 1$$

(1) (3) (2)

$$\frac{20}{30} + \frac{2}{x} = 1 \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 6 \text{ gün olur.}$$

Örnek 3:

Ali ile Veli bir işi 10 günde, bitiriyor. İkisi beraber 2 gün çalıştıktan sonra Selami yardıma geliyor. Üçü beraber 3 gün çalıştıktan sonra Ali ile Veli işten ayrılıyor.

Selami kalan işi 2 günde bitirdiğine göre, Selami'nin bu işi tek başına kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

Selami x günde işi tek başına bitirsin. Denklem;

$$\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{V}\right) \cdot 2 + \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{V} + \frac{1}{x}\right) \cdot 3 + \frac{1}{x} \cdot 2 = 1 \text{ olur.}$$

$\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$

$$\frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{x} + \frac{2}{x} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 10 \text{ gün bulunur.}$$

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Birinci işçi bir işi 10 günde, diğer bir işçi aynı işi 4 günde bitiriyor.

Birinci işçi işe başladıktan kaç gün sonra diğer işçi de işe başlarsa iş toplam 5 günde bitmiş olur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Soru 2:

Aynı kapasitede 5 işçi beraberce bir işte çalışmaya başlıyor. Her gün bir işçi işten ayrılıyor ve bu şekilde bu iş 4 günde bitiyor.

Buna göre, bu işçilerle aynı kapasitede 7 işçi beraber çalışarak bu işi kaç günde bitirirler?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 7

Soru 3:

Bir işi dört işçi beraberce 24 günde bitirebilmektedirler.

Bu dört işçi beraberce işin yarısını yaptıktan sonra aralarına kendileriyle aynı kapasitede iki işçi daha katılırsa, işin tamamı kaç günde biter?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

Soru 4:

Ayşen ile Nurşen bir işi beraberce 6 günde bitiriyorlar. İkisi beraber işe başladıktan 2 gün sonra Ayşen 2 günlüğüne işi bırakıyor. Nurşen 2 gün tek başına çalışıyor. Ayşen tekrar gelince ikisi beraber 3 gün daha çalışarak işi bitiriyorlar.

Buna göre, bu işi Ayşen tek başına kaç günde bitirebilir?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 18

Bilgi

İşçilerin iş kapasiteleri ile işi bitirme süreleri ters orantılıdır.

Örneğin, bir ustanın kapasitesi bir çırağın kapasitesinin 2 katı ve bu usta bir işi a günde bitiriyorsa, çırak aynı işi 2a günde bitirir.

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Bir ustanın kapasitesi, çırağın kapasitesinin 3 katıdır.

İkisi beraber bir işe başlayıp, işi 6 günde bitirirlerse ustanın ve çırağın tek başlarına bu işi kaç günde bitirebileceklerini bulalım.

Çözüm:

	Kapasite	İşi bitirme süresi
Çırak	1	3x gün
Usta	3	x gün olsun.

Verilenlere göre,

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3x}\right) \cdot 6 = 1$$

$$\Rightarrow x = 8 \text{ olur.}$$

Usta 8 günde,

çırak $3 \cdot 8 = 24$ günde

bu işi bitirir.

Örnek 2:

Birim zamanda İsmail; İsmet'in 2 katı, Mehmet'in ise yarısı kadar iş yapabilmektedir.

Üçü beraber bir işi 8 günde bitirdiklerine göre, Mehmet'in yalnız başına bu işi kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

1 günde; İsmet'in yaptığı iş miktarına k denilirse,
İsmail'in yaptığı iş miktarı 2k,
Mehmet'in yaptığı iş miktarı da 4k olur.

O halde,
üçünün beraberce 1 günde yaptıkları toplam iş miktarı $k + 2k + 4k = 7k$ ve
üçü beraber işi 8 günde bitirdiklerinden işin tamamı (toplam iş miktarı) da $7k \cdot 8 = 56 \cdot k$ olur.

Buna göre,
Mehmet bu işi tek başına,
 $\frac{56 \cdot k}{4k} = 14$ günde bitirebilir.

Örnek 3:

Aynı kapasitedeki 10 usta bir işi 2 günde yapıyorlar.

Kapasiteleri 1 ustanın kapasitesinin $\frac{1}{4}$ ü olan aynı kapasitedeki 8 çırak ile 3 ustanın beraberce bu işi kaç günde bitirebileceklerini bulalım.

Çözüm:

Bir ustanın kapasitesine 4k diyelim.
10 usta 2 gün beraber çalışarak işi bitirdiklerine göre, işin tamamı $4k \cdot 10 \cdot 2 = 80k$ olur.

O halde,
kapasiteleri ustaların kapasitesinin $\frac{1}{4}$ ü olan 8 çırak ile 3 usta beraber çalışarak,
1 günde $8 \cdot k + 3 \cdot 4 \cdot k = 20 \cdot k$ kadar iş yaparlar.

Buna göre,
işin tamamını $\frac{80 \cdot k}{20 \cdot k} = 4$ günde bitirirler.

Örnek 4:

Cezmi'nin 3 günde yapabildiği işi Necmi 2 günde yapabilmektedir.

Bu işi ikisi birlikte çalıştıklarında 20 saatte bitirebildiklerine göre, kapasitesi Cezmi'nin kapasitesinin 2 katı olan Remzi'nin bu işi tek başına kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

İşin bitme süresi ile kapasite ters orantılı olduğundan; Cezmi'nin kapasitesine (bir saatte yaptığı iş miktarına) 2k denilirse, Necmi'nin kapasitesi 3k olur.

O halde,
Remzi'nin kapasitesi de $2 \cdot 2k = 4k$ olur.
Cezmi ile Necmi beraberce çalışarak işi 20 saatte bitirebildiklerine göre,

işin tamamı $(2k + 3k) \cdot 20 = 100k$ olur.

Buna göre,

Remzi bu işi $\frac{100k}{4k} = 25$ saatte bitirebilir.

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Bir usta bir kalfanın bir kalfa da bir çırağın 3 katı hızla çalışmaktadır.

Üçü beraber bir işin $\frac{1}{3}$ ünü 4 günde bitirdiklerine göre, bir kalfa bu işi tek başına kaç günde bitirir?

- A) 13 B) 26 C) 39 ☒ D) 52 E) 63

Soru 2:

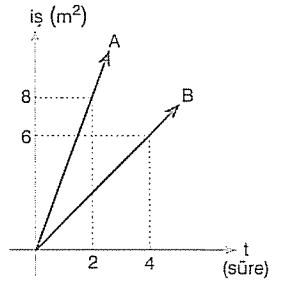
Ayhan'ın 4 m^2 duvarı boyadığı sürede, İlhan 3 m^2 duvar boyayabiliyor.

İkisinin beraberce 6 gün çalışarak boyadığı duvarı İlhan tek başına kaç günde boyar?

- A) 9 B) 10,5 C) 12 ☒ D) 14 E) 15

Soru 3:

Yandaki şekilde A ve B işçilerinin yaptıkları iş miktarının zamana göre değişim grafiği verilmiştir.



Kapasitesi A işçisinin kapasitesinin 2 katı olan C işçisi ile beraber üç işçi 54 m^2 işi kaç günde yaparlar?

- A) 8 B) 6 C) 5 ☒ D) 4 E) 3

Soru 4:

A işçisi B işçisinin, B işçisi de C işçisinin iki katı kapasite ile çalışmaktadır. C işçisi bir işi tek başına 35 günde bitirebiliyor.

Üçü beraber çalışarak bu işi kaç günde bitirebilirler?

- ☒ A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 10

Bilgi

Havuz problemleri de aynen işçi problemleri gibi çözülür. Yalnız boşaltan musluk varsa çıkarma işlemi yapılır.

x, y, z : Üç musluğun bir havuzun tamamını tek başlarına doldurma süreleri

t : Üç musluğun beraberce havuzun tamamını doldurma süresi olmak üzere,

Üçü birden havuzun tamamını t saatte doldururlarsa denklem;

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \cdot t = 1 \text{ olur}$$

Eğer z boşaltan musluk ise, denklem;

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z}\right) \cdot t = 1 \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Birinci musluk bir havuzun $\frac{1}{4}$ ünü 3 saatte, ikinci musluk ise $\frac{1}{2}$ sini 9 saatte dolduruyor.

Havuzun dibindeki üçüncü musluk havuzun tamamını 36 saatte boşaltıyorsa, havuz boşken üçü birden açıldığında havuzun kaç saatte dolacağını bulalım.

Çözüm:

1. musluk boş havuzun tamamını $4 \cdot 3 = 12$ saatte
2. musluk boş havuzun tamamını $2 \cdot 9 = 18$ saatte doldurur.
3. musluk dolu havuzun tamamını 36 saatte boşaltıyorsa,

Denklem;

$$\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{18} - \frac{1}{36}\right) \cdot t = 1 \Rightarrow \frac{4}{36} \cdot t = 1$$

(3) (2) (1)

$$\Rightarrow t = 9 \text{ saat bulunur.}$$

Örnek 2:

Boş bir havuzu, birinci musluk 4 saatte, ikinci musluk 6 saatte dolduruyor. Havuzun dibindeki üçüncü bir musluk ise dolu havuzu 12 saatte boşaltıyor. Havuz boşken önce birinci ve üçüncü musluk 1 saat açılıyor. Sonra sadece boşaltan musluk kapatılıp diğer dolduran musluk açılıyor.

Havuzun toplam kaç saatte dolacağını bulalım.

Çözüm:

$$\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right) \cdot 1 + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) \cdot t = 1$$

(3) (1) (3) (2)

$$\Rightarrow \frac{2}{12} \cdot 1 + \frac{5t}{12} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{5t}{12} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow t = 2 \text{ saat}$$

Buna göre, havuz toplam

$$1 + 2 = 3 \text{ saatte dolmuştur.}$$

Örnek 3:

Boş bir havuzu birinci musluk tek başına 18 saatte, ikinci musluk tek başına 9 saatte doldurabiliyor. Havuzun dibindeki musluk ise dolu havuzu tek başına n saatte boşaltabiliyor. Havuz boşken üç musluk beraber açıldığında havuzun yarısı 6 saatte doluyor.

Buna göre, n yi bulalım.

Çözüm:

6 saatte havuzun yarısı yani $\frac{1}{2}$ si dolduğuna göre denklem;

$$\left(\frac{1}{18} + \frac{1}{9} - \frac{1}{n}\right) \cdot 6 = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{18} - \frac{1}{n} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow n = 12 \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Boş bir havuz, özdeş 9 muslukla doldurulacaktır. 9 musluk beraberce açılıyor ve her saatin sonunda 1 musluk kapatılıyor ve havuz 4 saatte doluyor.

Buna göre, bir musluk bu havuzu tek başına kaç saatte doldurur?

- A) 15 B) 30 C) 40 D) 45 E) 50

Soru 2:

A musluğu bir havuzu a saatte, B musluğu ise aynı havuzu 2a saatte dolduruyor. Havuz dolu iken C musluğu da bu havuzu 3a saatte boşaltıyor.

C musluğu, A ve B muslukları açıldıktan 3 saat sonra açılınca, havuz toplam 6 saatte dolduğuna göre, a kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Soru 3:

Bir havuzu dolduran iki muslukta birisi diğerinin 2 katı kadar su akıtmaktadır. İkisi birlikte 3 saat açık kaldıktan sonra kapasitesi fazla olan musluk kapatılıyor ve havuzun boş kalan kısmını diğer musluk 6 saatte dolduruyor.

Buna göre, boş havuzu kapasitesi fazla olan musluk tek başına kaç saatte doldurabilir?

- A) 5 B) 7,5 C) 9,5 D) 10 E) 15

Soru 4:

Hacmi 360 cm^3 olan bir havuza, iki musluğun birincisinden saatte 40 cm^3 , diğerinden saatte 80 cm^3 su akmaktadır.

Muslukların ikisi birden açılırsa, boş havuz kaç saatte dolar?

- A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 3 E) 3,5

Bilgi

Muslukların akış hızlarının azaltılması ya da artırılması durumunda havuzun dolma süresi bulunurken veya işçilerin kapasitelerinin artması ya da azalması durumunda işin bitme süresi bulunurken ters orantı kurulur.

Örneğin,
Bir musluk bir havuzu a saatte dolduruyorsa, bu musluktan birim zamanda akan su miktarı $\frac{1}{3}$ oranında azaltılırsa havuzun dolma süresi (x);

$$1.a = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot x \Rightarrow x = \frac{3a}{2}$$

şeklinde bulunur.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Bir musluk birim zamanda $A \text{ m}^3$ su akıtarak bir depoyu n saatte dolduruyor.

Musluktan birim zamanda akan su miktarı $\frac{1}{3}$ oranında azaltılırsa, deponun kaç saatte dolacağını bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} A \text{ m}^3 \text{ su akıtıp} &\rightarrow n \text{ saatte doldurursa,} \\ A - \frac{A}{3} \text{ m}^3 \text{ akıtıp} &\rightarrow x \text{ saatte doldurur.} \end{aligned}$$

Ters orantı:

$$A.n = \frac{2A}{3} \cdot x \Rightarrow x = \frac{3n}{2} \text{ dir.}$$

Örnek 2:

Aynı kapasitedeki üç işçi beraberce bir işi 30 günde bitiriyorlar.

İşçilerin kapasiteleri $\frac{1}{5}$ oranında artırılırsa bu işi beraberce kaç günde bitireceklerini bulalım.

Çözüm:

Bir işçinin kapasitesi (bir günde yaptığı iş miktarı) 5k olsun.

Üç işçi beraberce çalışarak işi 30 günde bitirebildiklerine göre,

toplam iş miktarı $3.5k.30 = 450k$ olur.

İşçilerin kapasitesi $\frac{1}{5}$ oranında artırıldığında işin

bitme süresi x olsun. Buna göre,

$$3.(5k + k).x = 450k$$

$$\Rightarrow x = 25 \text{ gün olur.}$$

Örnek 3:

Bir havuzu A musluğu 15 saatte, B musluğu ise 36 saatte dolduruyor.

A musluğunun akış hızı % 25 azaltılır, B musluğunun akış hızı % 20 artırılırsa, ikisinin beraberce boş havuzu kaç saatte dolduracaklarını bulalım.

Çözüm:

A musluğunun akış hızı % 25 azaltılır, B musluğunun akış hızı % 20 artırılırsa,

1 saatte;

A musluğundan akan su % 25 azalır, B musluğundan akan su da % 20 artar.

Son durumda iki musluğun beraberce havuzu dolduracakları süreye x denilirse, denklem

$$\left(\frac{1}{15} \cdot \frac{100-25}{100} + \frac{1}{36} \cdot \frac{100+20}{100}\right) \cdot x = 1 \text{ olur.}$$

Buradan,

$$\left(\frac{1}{15} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{36} \cdot \frac{6}{5}\right) \cdot x = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{30}\right) \cdot x = 1$$

(3) (2)

$$\Rightarrow \frac{5x}{60} = 1$$

$$\Rightarrow x = 12 \text{ saat bulunur.}$$

Örnek 4:

Eşit kapasiteli dört işçi beraber bir işe başlıyorlar. Her gün bir işçi işi bıraktığı için, diğer işçiler o gün, bir önceki güne göre, kapasitelerini $\frac{1}{3}$ oranında artırarak çalışıyorlar.

Bu iş 3 günde tamamlandığına göre, bir işçinin tek başına başlangıçtaki kapasitesi ile bu işi kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

Bir işçinin kapasitesi $\frac{1}{3}$ oranında artarsa,

$1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ olduğundan, bir işçinin kapasitesi $\frac{4}{3}$ katına çıkar.

O halde,

ilk gün çalışan işçilerin kapasitesine k diyelim.

İkinci gün çalışan işçilerin kapasitesi $\frac{4k}{3}$,

üçüncü gün çalışan işçilerin kapasitesi,

$$\frac{4k}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{16k}{9} \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$k \cdot 4 + \frac{4k}{3} \cdot 3 + \frac{16k}{9} \cdot 2 = k \cdot 1 \cdot t$$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 4 \text{ işçi} & 3 \text{ işçi} & 2 \text{ işçi} & 1 \text{ işçi} \end{array}$$

$$\Rightarrow t = \frac{104}{9} \text{ gün}$$

bir işçi başlangıçtaki kapasitesi ile işin tamamını tek başına $\frac{104}{9}$ günde bitirebilir.

Örnek 5:

Aynı kapasitedeki üç musluk beraberce boş bir havuzu 10 saatte dolduruyor.

Musluklardan ikisinin kapasitesi $\frac{1}{4}$ oranında artırılıp, diğerinin kapasitesi $\frac{1}{6}$ oranında azaltıldığında üçünün birden aynı havuzu kaç saatte doldurabileceklerini bulalım.

Çözüm:

Musluklardan birinin kapasitesi (bir saatte akıttığı su miktarı) 12k olsun.

O halde, son durumda

$$3.12k.10 = \left[2.12k \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) + 12k \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)\right] \cdot t$$

$$\Rightarrow 3.12k.10 = \left[2.12k \cdot \frac{5}{4} + 12k \cdot \frac{5}{6}\right] \cdot t$$

$$\Rightarrow 3.12k.10 = (30k + 10k) \cdot t$$

$$\Rightarrow t = 9 \text{ saatte havuz dolar.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir havuzu dolduran iki musluktan birinin kapasitesi diğerinin kapasitesinin yarısına eşittir. Bu iki musluk birlikte açılırsa havuzun yarısı 15 saatte doluyor.

Buna göre, havuzun kalan kısmını kapasitesi az olan musluk tek başına kaç saatte doldurur?

- A) 40 B) 42 C) 45 D) 48 E) 54

Soru 2:

Boş bir havuzu 36 saatte dolduran bir musluktan birim zamanda akan su miktarı % 25 azaltılırsa boş havuz kaç saatte dolar?

- A) 38 B) 40 C) 44 D) 48 E) 56

Soru 3:

Eşit kapasiteli üç musluk bir havuzu beraberce 11 saatte doldurmaktadır.

1. musluğun kapasitesi $\frac{1}{3}$ oranında azaltılır, diğer muslukların kapasiteleri $\frac{1}{2}$ oranında artırılırsa, aynı havuzu üç musluk birlikte kaç saatte doldurur?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

Soru 4:

Aynı kapasitede üç işçi bir işi 16 günde bitiriyorlar.

İşçilerden ikisi kapasitelerini % 20 artırır, diğeri de kapasitesini % 20 azaltırsa üçü birden bu işi kaç günde bitirirler?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

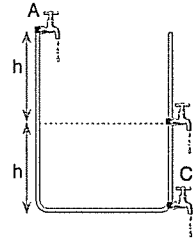
Bilgi

Bir havuzun değişik yüksekliklerine musluklar konulduğunda havuzun dolma ya da boşalma süreleri birden fazla havuz varmış gibi düşünülerek hesaplanabilir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

A musluğu şekildeki havuzun tamamını 12 saatte dolduruyor. Havuzun yarısı yüksekliğinde bulunan B musluğu kendi seviyesine kadar olan kısmı 20 saatte boşaltıyor. Havuzun dibindeki C musluğu ise havuzun tamamını 24 saatte boşaltıyor.



Havuz boşken üç musluk birlikte açıldığında havuzun kaç saatte dolacağını bulalım.

Çözüm:

I. yol:

İki havuz varmış gibi düşünersek,
I. havuz B nin altında kalan kısım,
II. havuz B nin üstünde kalan kısımdır.

Birinci havuzu A musluğu 6 saatte doldurur, C musluğu 12 saatte boşaltırsa,

$$\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{12}\right) \cdot t_1 = 1 \Rightarrow t_1 = 12 \text{ saat}$$

İkinci havuzu A musluğu 6 saatte doldurur, B musluğu 20 saatte, C musluğu da 12 saatte boşaltırsa,

$$\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{20} - \frac{1}{12}\right) \cdot t_2 = 1 \Rightarrow t_2 = 30 \text{ saat}$$

Havuz toplam $12 + 30 = 42$ saatte dolar.

II. yol:

Havuz dolana su B nin seviyesine gelene kadar B musluğunun etkisi olmadığından A ve C musluğu açıkken havuzun yarıya kadar dolma süresi (t_1)

$$\left(\frac{1}{12} - \frac{1}{24}\right) \cdot t_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow t_1 = 12 \text{ saat}$$

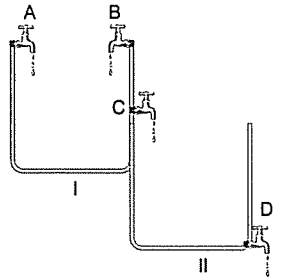
Bundan sonra A, B ve C muslukları açıkken havuzun diğer yarısının yani B nin üstünde kalan kısmının dolma süresi (t_2)

$$\left(\frac{1}{12} - \frac{1}{24} - \frac{1}{40}\right) \cdot t_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow t_2 = 30 \text{ saat}$$

Havuz toplam $t_1 + t_2 = 12 + 30 = 42$ saatte dolar.

Örnek 2:

Yandaki şekilde I ve II nolu havuzlar özdeşdir. C musluğu birinci havuzun yarısında bulunmaktadır. A musluğu ve B musluğu I. havuzun tamamını sırayla 5 ve 10



saatte doldurmakta, C musluğu I. havuzu kendi seviyesine kadar $\frac{15}{2}$ saatte boşaltmaktadır. D musluğu ise II. havuzu 20 saatte boşaltmaktadır.

Havuz boşken dört musluk birlikte açılırsa, II. havuzun kaç saatte dolacağını bulalım.

Çözüm:

I. havuzun yarısı dolana kadar A ve B muslukları çalışır.

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right) \cdot t_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{5}{3} \text{ saat}$$

I. havuzun yarısı dolduktan sonra C musluğu çalışmaya başlar, C musluğu ikinci havuzu doldururken D musluğu ikinci havuzu boşaltmaktadır.

I. ve II. havuz özdeş olduğundan I. havuzun yarısını $\frac{15}{2}$ saatte boşaltan C musluğu, II. havuzun tamamını 15 saatte doldurur.

$$\left(\frac{1}{15} - \frac{1}{20}\right) \cdot t_2 = 1 \quad (\text{ikinci havuzun tamamı})$$

$$\Rightarrow t_2 = 60 \text{ saat}$$

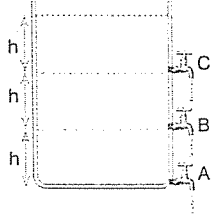
Buna göre, II. havuzun tamamı,

$$t_1 + t_2 = 60 + \frac{5}{3} = \frac{185}{3} \text{ saatte dolar.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

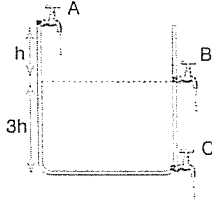
Şekildeki havuz dolu iken 3 özdeş musluk birlikte açıldığında havuz 44 saatte boşaldığına göre, A musluğu havuzu kaç saatte boşaltır?



- A) 22 B) 33 C) 55 D) 72 E) 144

Soru 2:

Şekildeki A musluğu havuzun tamamı 18 saatte dolduruyor. Havuzun $\frac{3}{4}$ ü yüksekliğinde bulunan B musluğu ise, havuzun kendi seviyesine kadar olan kısmını 36 saatte boşaltıyor.



Havuzun dibindeki C musluğu ise havuzun tamamını 72 saatte boşaltıyor.

Havuz boşken üç musluk beraber açıldığında havuzun tamamı kaç saatte dolar?

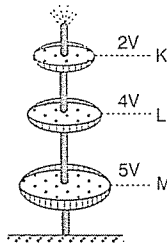
- A) $\frac{36}{5}$ B) $\frac{114}{5}$ C) $\frac{126}{5}$ D) $\frac{144}{5}$ E) 18

Soru 3:

Fiskiyeden akan su 2V hacimli K havuzunu 4 dakikada dolduruyor.

L havuzu K havuzundan taşan su ile, M havuzu da L havuzundan taşan su ile dol-

duğuna göre, fiskiyeden 16 dakika boyunca su akarsa M havuzunun kaçta kaç dolar?



- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

Bilgi

Boş bir havuzu x, y, z saatte dolduran musluklar beraber açıldığında havuz t saatte doluyorsa ve $x < y < z$ olduğunda x in en büyük tamsayı değerini soruyorsa $x = y = z$ alınarak çözüm yapılır.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Üç musluk bir havuzu tek başlarına a, b, c saatte doldurmaktadır. Üçü beraber açıldığında boş havuz 12 saatte doluyor.

$a < b < c$ olduğuna göre, a nın en büyük tamsayı değerini bulalım.

Çözüm:

$a = b = c$ alınırsa,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a} = \frac{1}{12} \Rightarrow a = 36$$

$a = b = c$ olsaydı $a = 36$ olacaktı.

$a < b < c$ olabilmesi için $a < 36$ olmalıdır.

O halde, a nın en büyük tamsayı değeri 35 olabilir.

Örnek 2:

A işçisi bir işi m saatte, B işçisi aynı işi n saatte yapmaktadır. m ile n arasında $\frac{1}{m} < \frac{1}{n}$ bağıntısı vardır.

İki işçi birlikte bu işi 6 saatte yaptıklarına göre, m nin en küçük tamsayı değerini bulalım.

Çözüm:

$m = n$ alınırsa,

$$\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{2}{m} = \frac{1}{6} \Rightarrow m = 12$$

$m = n$ olsaydı $m = 12$ olacaktı.

$$\frac{1}{m} < \frac{1}{n} \Rightarrow m > n \text{ olduğundan,}$$

m nin en küçük tamsayı değeri $m = 13$ olabilir.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir havuzu dört musluk, tek başlarına sırasıyla k, l, m ve n saatte doldurmaktadır. Muslukların dördü birden açılırsa havuz 8 saatte doluyor.

$k < l < m < n$ olduğuna göre, n nin alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 23 B) 31 C) 33 D) 34 E) 35

Soru 2:

Üç işçi bir işi tek başlarına sırasıyla p, r ve s saatte bitirebilmektedirler. Üçü beraberce çalıştıklarında aynı iş 25 saatte bitmektedir.

$p < r < s$ olduğuna göre, s aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 26 B) 53 C) 54 D) 75 E) 76

Soru 3:

Üç musluk dolu bir havuzu tek başlarına x, y, z saatte boşaltmaktadır. Üçü birden açıldığında dolu havuz 14 saatte boşalıyor.

$x < y < z$ olduğuna göre, x in en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 24 B) 25 C) 41 D) 43 E) 52

Soru 4:

Boş bir havuzu tek başlarına birinci musluk 12 saatte, ikinci musluk 18 saatte, üçüncü musluk ise x saatte doldurabiliyorlar.

Üçü birden açılırsa havuz a saatte olduğuna göre, a nın en küçük pozitif tamsayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

Soru 5:

Birinci işçi 12 günde, ikinci işçi 3 günde, üçüncü işçi ise x günde bir işi bitirebiliyor.

Üçü beraber çalıştıklarında bu iş t günde bittiğine göre, t nin en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

1. Bir adam bir işi tek başına 10 günde bitiriyor. Tek başına iki gün çalıştıktan sonra yanına bir yardımcı alarak 3 gün daha birlikte çalışarak işi bitiriyorlar.

Buna göre, yardımcı bu işi tek başına kaç günde bitirir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. Bir ustanın 6 saatte yaptığı işi bir çırak 10 saatte yapmaktadır.

Usta işe başladıktan kaç saat sonra çırak ta çalışmaya başlarsa, iş toplam $\frac{9}{2}$ saatte biter?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

3. Bir musluk boş bir havuzu 2a saatte, başka bir musluk aynı havuzu $\frac{3a}{2}$ saatte dolduruyor.

Üçüncü bir musluk ise tamamı dolu aynı havuzu a saatte boşaltıyor.

Üç musluk aynı anda açıldığında havuzun tamamı 12 saatte dolduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. Melike bir işin $\frac{2}{5}$ ini a günde, Sema aynı işin $\frac{2}{3}$ ünü b günde yapıyor.

Melike'nin 5 günde yaptığı işi, Sema 6 günde yaptığına göre, a ile b arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $b = a$ B) $b = 2a$ C) $b = 3a$
D) $b = 4a$ E) $b = 5a$

5. Ali bir işi yapmaya başlıyor. İşin $\frac{2}{5}$ i bittikten sonra hızını $\frac{2}{5}$ oranında azaltıp, kalan işi 10 günde bitiriyor.

Buna göre, Ali işin tamamını başlangıçtaki hızıyla kaç günde bitirebilir?

- A) 10 B) 14 C) 16 D) 20 E) 25

6. Bir işi A ile B birlikte 3 günde, aynı işi B ile C birlikte 9 günde, aynı işi A ile C birlikte 6 günde bitirebiliyorlar.

Buna göre, A bu işi tek başına kaç günde yapabilir?

- A) $\frac{36}{7}$ B) $\frac{7}{36}$ C) $\frac{5}{36}$ D) $\frac{36}{5}$ E) $\frac{4}{36}$

7. x ile y işçileri birlikte bir işi 25 günde yapıyorlar. Eğer x işçisi 2 gün, y işçisi 3 gün çalışırsa işin $\frac{1}{10}$ unu yapmış oluyorlar.

Buna göre, x işçisi bu işin $\frac{1}{5}$ ini kaç günde bitirebilir?

- A) 50 B) 25 C) 15 D) 10 E) 5

8. Ahmet, Selim ve Huriye bir işi birlikte 6 günde bitirebilmektedir.

Ahmet hiç çalışmazsa iş 9 günde, Selim hiç çalışmazsa iş 12 günde diğer işçilerle bitirilebildiğine göre, Huriye işin tamamı tek başına kaç günde bitirebilir?

- A) 18 B) 24 C) 30 D) 32 E) 36

9. Serdar'ın günde 4 saat çalışarak 6 günde yaptığı bir işi, Ayhan günde 8 saat çalışarak 2 günde yapıyor.

Buna göre, Ayhan'ın kapasitesi Serdar'ın kapasitesinin kaç katıdır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{5}$

10. Bir havuzu dolduran dört musluk vardır. I. musluk 2 saat açılıp kapatılıyor.

Diğer üç musluk 4 saatte havuzun boş kalan üçte ikilik bölümünü doldurduğuna göre, I. musluk tek başına havuzun tamamını kaç saatte doldurur?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

11. 2 ustanın 6 günde yaptığı bir işi, 6 çırak 6 günde yapmaktadır.

Bir çırak, bir usta beraber bu işin yarısını kaç günde yapar?

- A) 9 B) 8 C) 4,5 D) 3 E) 2,5

12. Bir musluk boş bir havuzu tek başına 6 saatte dolduruyor. Havuzun dibinde bulunan diğer musluk dolu havuzun yarısını 4 saatte boşaltıyor.

İki musluk beraber açıldığında boş havuz kaç saatte dolar?

- A) 12 B) 13 C) 15 D) 18 E) 24

13. Aynı kapasitedeki üç musluk bir havuzu 15 saatte dolduruyor.

İki musluk birlikte açılınca boş havuz kaç saatte dolar?

- A) 7,5 B) 12 C) 12,5 D) 22,5 E) 45

14. Bir tarlaya 15 saatte tohum eken bir çiftçi, tarlanın üçte birini kaç saatte ekmıştır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 3 E) 2

15. Ali ile Mükremin bir işin üçte birini 4 günde yaptıktan sonra Mükremin işten ayrılıyor.

Ali kalan kısmı 10 günde yaptığına göre, Mükremin bu işin tamamını tek başına kaç günde yapar?

- A) 60 B) 30 C) $\frac{60}{11}$ D) $\frac{30}{11}$ E) $\frac{1}{11}$

16. Bir işi iki usta 12 günde yapıyor.

Bu iki usta işin $\frac{1}{12}$ sini kaç günde yapar?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1. Bir işi Ayhan ile Fatih beraber 3 günde yapabilmektedirler. Ayhan ile Fatih beraber 2 gün çalıştıktan sonra Ayhan işten ayrılıyor.

Kalan işi Fatih 5 günde tamamladığına göre, Fatih tek başına bu işin tamamını kaç günde bitirir?

A) 3 B) 5 C) 9 D) 10 E) 15

2. Ali'nin çalışma hızı; Veli'nin çalışma hızının 2 katı, Ahmet'in çalışma hızının da 3 katıdır.

Üçü beraber bir işi 6 günde bitirdiğine göre, Ahmet aynı işin $\frac{1}{3}$ ünü kaç günde bitirir?

A) 11 B) 14 C) 18 D) 20 E) 22

3. Bir işi; Eyüp makineyle 6 saatte, eliyle 12 saatte, Salih de aynı işi makineyle 8 saatte yapabilmektedir. İkisi birlikte makineleriyle 2 saat çalıştıktan sonra, Eyüp'ün çalıştığı makine bozuluyor ve Eyüp işe eliyle Salih de makineyle devam ederek kalan işi bitiriyorlar.

Buna göre, Eyüp eliyle kaç saat çalışmıştır?

A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 4

4. İki işçi, birlikte bir işi 12 günde yapıyorlar. Tek başlarına; birinci işçi 4 gün, ikinci işçi 6 gün çalışınca işin $\frac{4}{9}$ u bitiyor.

Buna göre, bu işi ikisi birlikte bitirdiklerinde işin kaçta kaçını birinci işçi yapar?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

5. Biri diğerinin iki katı hızla çalışan iki işçiden hızlı olanı 5 saat, yavaş olan da 4 saat çalışınca işin tamamını bitiriyorlar.

Eğer hızlı olan 2 saat, yavaş olan 4 saat çalışsaydı geriye işin kaçta kaç kalırdı?

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{9}{13}$

6. Bir işçi bir işin $\frac{1}{4}$ ünü x saatte, diğer bir işçi aynı işin $\frac{1}{3}$ ünü $\frac{2x}{3}$ saatte yapmaktadır.

İkisi birlikte aynı işin tamamını $\frac{16}{3}$ saatte yaptıklarına göre, x kaçtır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

7. Kadir bir işi 3A günde, Nurcan ise aynı işi B günde bitirebiliyor. A ile B arasında,

$$\frac{1}{A} + \frac{3}{B} - \frac{1}{5} = 0$$

bağıntısı olduğuna göre, Kadir ile Nurcan birlikte aynı işi kaç günde bitirirler?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

8. 4 usta günde 6 şar saat çalışarak bir işi 8 günde, 10 çırak da günde 8 er saat çalışarak aynı işi 3 günde bitiriyorlar.

Buna göre, 4 usta ve 5 çırak beraberce günde 6 şar saat çalışarak aynı işi kaç günde bitirirler?

A) 16 B) 8 C) 6 D) 4 E) 3

9. Eşit kapasiteli üç işçi bir işi birlikte 4 günde yapabilmektedir. Fakat üçü birlikte işe başladıktan 2 gün sonra işçilerden biri, bu işçi ayrıldıktan 1 gün sonra da diğer bir işçi işten ayrılıyor ve üçüncü işçi, kalan işi bitiriyor.

Buna göre, bu şekilde işin tamamı toplam kaç günde biter?

A) 6 B) 6,5 C) 7 D) 8 E) 9

10. Ali'nin 2 saatte yaptığı bir işi Fatih 3 saatte, Fatih'in 5 saatte yaptığı bir işi de Tarık 8 saatte yapıyor.

Buna göre, Fatih'in tek başına 15 saatte bitirebileceği bir işe, üçü beraber saat 24:00 ten kaç dakika sonra başlarsa, bu işin tamamı saat 5:00 te biter?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 24 E) 30

11. Bir musluk boş bir havuzun $\frac{3}{8}$ ini 3 saat 45 dakikada dolduruyor. İkinci bir musluk tamamı dolu olan bu havuzu 15 saatte boşaltıyor.

Havuz boşken iki musluk aynı anda açılırsa havuz kaç saatte dolar?

A) 36 B) 30 C) 24 D) 18 E) 15

12. Ahmet I. işi 4 saatte, Emir ise II. işi 3 saatte bitirebilmektedir.

Ahmet, II. işi 2 saatte bitirebildiğine göre, Emir I. işi kaç saatte bitirebilir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13. A, B ve C muslukları tek başlarına bir havuzu sırasıyla 6, 4 ve 3 saatte doldurabiliyor. Havuzun dibindeki D musluğu da havuzun tamamını tek başına 8 saatte boşaltabiliyor.

Buna göre, havuz boşken muslukların dördü birden 1 saat açık bırakıldıktan sonra musluklardan hangisi kapatılırsa havuzun boş kalan kısmını diğer musluklar 1 saatte doldurabilir?

A) A B) B C) C D) D E) Hiçbiri

14. Bir havuzu doldurmak için, özdeş üç musluk, 2 şer saat arayla açılıyor.

İlk açılan musluğun açılmasından 10 saat sonra havuzun tamamı dolduğuna göre, bu havuzu bu musluklardan birisi tek başına kaç saatte doldurabilir?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

15. Özdeş iki musluk bir havuzu birlikte 21 saatte doldurabilmektedir.

Musluklardan birinin kapasitesi % 10 azaltılır, diğerinin kapasitesi de % 20 artırılırsa iki musluk birlikte aynı havuzu kaç saatte doldurabilir?

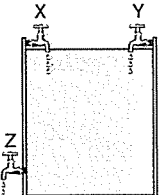
A) 22 B) 20 C) 18 D) 16 E) 15

16. A musluğu boş bir havuzu 8 saatte dolduruyor, B musluğu ise tamamı dolu olan bu havuzu 12 saatte boşaltabiliyor.

B musluğu, tabandan itibaren havuzun yüksekliğinin kaçta kaç mesafede olursa iki musluk aynı anda açıldığında havuz 20 saatte dolar?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{8}$

17. Şekilde verilen x ve y musluğu, z musluğu kapalıyken boş havuzu 36 saatte doldurabiliyor. Tabandan itibaren havuzun $\frac{1}{3}$ ü yüksekliğinde bulunan z musluğu ise havuzun $\frac{1}{3}$ ünü tek başına 18 saatte boşaltabiliyor.



Havuz boşken muslukların üçü birlikte açılırsa, havuzun tamamı kaç saatte dolar?

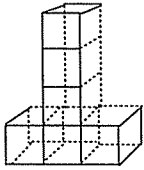
A) 60 B) 72 C) 84 D) 86 E) 90

18. Beş özdeş musluk birlikte, bir havuzu 10 saatte doldurabiliyor. Havuz boşken musluklar aynı anda açıldıktan sonra her 3 saatte bir, musluklardan birisi kapatılıyor.

Buna göre, muslukların tamamı kapatıldığında havuzun dolu olan kısmı, boş olan kısmının kaç katı olur?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

1.



Şekildeki özdeş 6 küpün herbirini imal etmek için geçen süre ile bir küpün ayrıtı kadar yüksekliğe çıkarma süresi birbirine eşittir.

Yukarıdaki şekli elde etmek için 36 saat süre geçtiğine göre, bir küpün yapımı kaç saat sürer?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. Ahmet bir işi 6 günde, Mehmet aynı işi 10 günde yapabilmektedir.

Buna göre, ikisi birlikte bu işi kaç saatte yapabilir?

- A) 90 B) 80 C) 70 D) 60 E) 44

3. Oya'nın 8 günde yapabildiği bir işi Elif 24 günde yapabilmektedir.

Oya 2 gün, Elif 6 gün çalışırsa işin yüzde kaçını biter?

- A) 50 B) 40 C) 30 D) 25 E) 20

4. Bir işi, normal kapasitesinin % 40 fazlası ile çalışarak 10 günde bitiren Süleyman, normal kapasitesi ile 10 gün çalıştığında işin kaçta kaçını bitirir?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{6}{7}$

5. Fatih bir işi b günde Zeki ise 2b günde yapıyor.

İkisi birlikte 15 gün çalıştığında işin $\frac{3}{4}$ ü bittiğine göre, kalan işi Zeki tek başına kaç günde yapar?

- A) 15 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6

6. Bir işçi bir işi, çalışma hızını her gün yarıya indirerek 4 günde bitirdiğine göre, sadece 3. gün işin kaçta kaçını bitirmiştir?

- A) $\frac{4}{13}$ B) $\frac{3}{14}$ C) $\frac{2}{15}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{18}$

7. Ahmet bir işi x saatte, Raşit 2x saatte, ikisinin beraberce bu işi bitirebildiği sürede de Harun aynı işi tek başına bitirebiliyor.

Üçü birlikte çalıştığında, iş 6 saatte bittiğine göre, Raşit bu işi tek başına kaç saatte bitirebilir?

- A) 36 B) 24 C) 18 D) 12 E) 10

8. Ustanın 8 günde bitirdiği bir işi kalfa 20 günde bitiriyor. Usta ile kalfa işe başladıktan x gün sonra kalfa işi bırakıyor, yerine işi tek başına 40 günde bitirebilen çırak işe başlıyor. Çırak, usta ile birlikte $\frac{13}{3}$ gün çalışıyor ve iş bitiyor.

Buna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. 4 işçi bir işi günde 2 saat çalışarak 10 günde bitirebiliyor.

Buna göre, 5 işçi aynı işi günde 8 saat çalışarak kaç günde bitirirler?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 7

10. Necati bir işi tek başına 8 günde, Sedat aynı işi 2 günde yapıyor.

Buna göre Necati 2, Sedat 1 gün çalışınca işin yüzde kaç kalır?

- A) 75 B) 50 C) 35 D) 25 E) 15

11. Boş bir havuzu, A musluğu tek başına 6 saatte, B musluğu tek başına 12 saatte doldurmakta, C musluğu ise havuzu tek başına 24 saatte boşaltmaktadır.

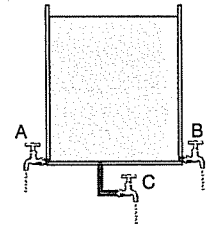
A musluğu 1 saat, B musluğu 2 saat, C musluğu 4 saat açık kalırsa havuzun kaçta kaçını dolar?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

12. Bir işi, 12 işçi günde 6 saat çalışarak 10 günde bitirirse aynı işi, 10 işçi günde 8 saat çalışarak kaç günde bitirir?

- A) 9 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

13.



A, B ve C musluklarının şekildeki havuzu tek başlarına boşaltma süreleri sırası ile 10, 12 ve 16 saattir. Havuz dolu iken önce A musluğu, A musluğundan 1 saat sonra C musluğu, C musluğundan 1 saat sonra da B musluğu açılıyor.

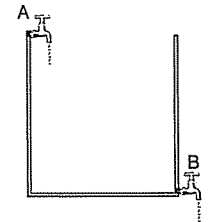
Havuzun tamamı boşaltıldığında A musluğu havuzun kaçta kaçını boşaltmıştır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

14. Bir musluğun su akıtma kapasitesi % (a + 5) artırılınca havuzun dolma süresi % 20 azaldığına göre, a kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 20 E) 25

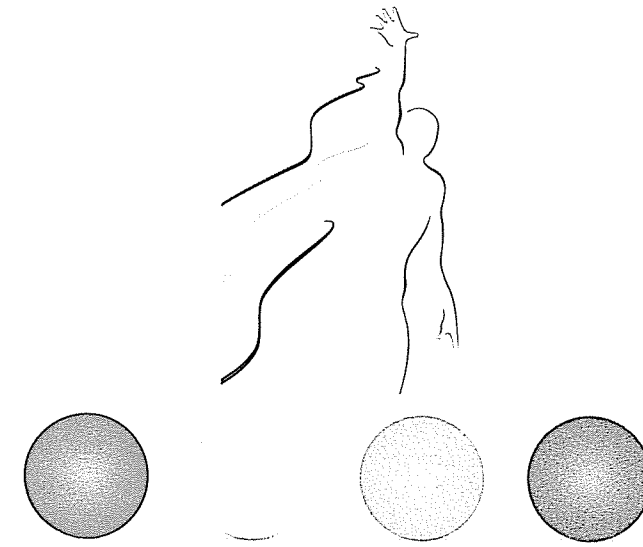
15.



A musluğu boş havuzu tek başına 12 saatte dolduruyor. B musluğu da dolu havuzu tek başına 15 saatte boşaltıyor. Havuz boşken iki musluk birlikte açılıyor. Havuzun $\frac{3}{4}$ ü dolunca sadece B musluğu kapatılıyor.

Buna göre, havuz toplam kaç saatte dolar?

- A) 55 B) 48 C) 42 D) 36 E) 32



BÖLÜM 10

HIZ PROBLEMLERİ

■ Bilgi

Bir hareketlinin birim zamanda aldığı yola hız denir.

$$\text{Yol} = \text{Hız} \times \text{Zaman}$$

$$x = V \cdot t$$

■ Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Saatte ortalama 45 km yol alan bir aracın 225 km lik mesafeyi kaç saatte gidebileceğini bulalım.

Çözüm:

$$x = 225, \quad V = 45 \text{ km/saat}$$

$$x = V \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{V} = \frac{225}{45} = 5 \text{ saat}$$

Örnek 2:

Bir araç A ile B şehirleri arasındaki yolu, normal hızından saatte 4 km daha fazla hızla giderse 3 saatte, normal hızından saatte 6 km daha az hızla giderse 5 saatte gidebiliyor.

Buna göre, A ile B şehirleri arasındaki yolun kaç kilometre olduğunu bulalım.

Çözüm:

Aracın normal hızı V olsun.

$$|AB| = (V + 4) \cdot 3 \quad \text{..... (I)}$$

$$|AB| = (V - 6) \cdot 5 \quad \text{..... (II)}$$

(I) ve (II) denklemlerinden

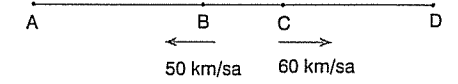
$$(V + 4) \cdot 3 = (V - 6) \cdot 5$$

$$3V + 12 = 5V - 30$$

$$V = 21 \text{ km/saat}$$

$$|AB| = (V + 4) \cdot 3 = (21 + 4) \cdot 3 = 75 \text{ km}$$

Örnek 3:

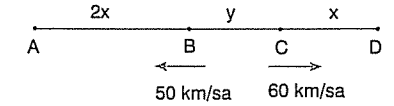


Şekilde $|AB| = 2 \cdot |CD|$ dir.

B ve C noktalarından saatteki hızları sırasıyla 50 km ve 60 km olan iki araç aynı anda ve birbirlerine zıt yönde hareket ediyorlar. C den hareket eden D ye varıp hiç durmadan geriye dönerek B ye, B den hareket eden de A ya varıp hiç durmadan geriye dönerek B ye aynı anda varıyor.

Buna göre, $\frac{|BC|}{|CD|}$ oranını bulalım.

Çözüm:



Aynı anda harekete başlıyorlar.

O halde, B ye vardıkları zamanlar eşittir.

$$t = \frac{x}{V} \text{ formülü kullanılırsa;}$$

C den yola çıkan araç,

$$t = \frac{x + x + y}{60} = \frac{2x + y}{60} \text{ saat (I)}$$

B den yola çıkan araç,

$$t = \frac{2x + 2x}{50} = \frac{4x}{50} \text{ saat (II)}$$

(I) ve (II) denklemlerinden,

$$\frac{2x + y}{60} = \frac{4x}{50}$$

$$10x + 5y = 24x$$

$$5y = 14x \text{ olur.}$$

$$\frac{|BC|}{|CD|} = \frac{y}{x} = \frac{14}{5} \text{ tir.}$$

Örnek 4:

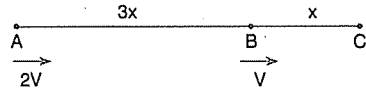


Şekilde $|AB| = 3 \cdot |BC|$ dir.

A dan C ye giden bir hareketli AB yolunu 2V m/dak, BC yolunu da V m/dak hızla giderek AC yolunu 10 dakikada almıştır.

Bu hareketlinin; AB yolunu V m/dak, BC yolunu da 2V m/dak hızla giderek, AC yolunu kaç dakikada alacağını bulalım.

Çözüm:



Hareketli; AB yolunu $\frac{3x}{2V}$ dakikada

BC yolunu $\frac{x}{V}$ dakikada alır.

$$\frac{3x}{2V} + \frac{x}{V} = 10 \text{ dak}$$

$$5x = 20V$$

$$x = 4V \text{ bulunur.}$$

AB yolunu V m/dak hızla, BC yolunu da 2V m/dak hızla giderse, AC yolunu

$$\frac{3x}{V} + \frac{x}{2V} = \frac{7x}{2V} \text{ dakikada alır.}$$

$x = 4V$ yazılırsa,

$$\frac{7x}{2V} = \frac{7 \cdot 4V}{2V} = 14 \text{ dak bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

A ve B ilçeleri arası 36 km dir. Ahmet A dan B ye, Mehmet ise B den A ya gitmek üzere aynı anda harekete geçiyorlar. Birinin hızı diğerinden saatte 3 km daha fazladır.

Birisi diğerinden 2 saat önce karşı ilçeye vardığına göre, yavaş gidenin hızı saatte kaç kilometredir?

- A) 9 B) 8 C) 7,2 D) 6 E) 4

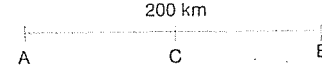
Soru 2:

Uzunluğu 540 m olan bir yolda 180 m aralıklarla birer engel vardır. Belli bir hızla yola çıkan bir hareketli, her bir engele çarptığında hızı $\frac{1}{3}$ oranında azalıyor.

Saat 14:00 te harekete başlayıp saat 15:35 te yolunu tamamlayan bu hareketli, dakikada kaç m lik hızla yola çıkmıştır?

- A) 18 B) 15 C) 12 D) 10 E) 9

Soru 3:



A ile B arası 200 km dir. A dan yola çıkan bir araç AC arasını saatte V km hızla 2 saatte, CB arasını saatte $(V + 20)$ km hızla 4 saatte almıştır.

Buna göre, V kaç km/sa tir?

- A) 25 B) 45 C) 40 D) 35 E) 20

Soru 4:

A kenti ile B kenti arası 270 km dir. A dan B ye doğru hareket eden bir araç belirli bir hızla 2 saat gittikten sonra, saatteki hızını 10 km azaltarak kalan yolu 3 saatte tamamlayıp B ye varmıştır.

Buna göre, aracın ikinci saatten sonraki hızı saatte kaç km dir?

- A) 60 B) 50 C) 45 D) 40 E) 35

Soru 5:

Bir araç A kentinden 180 km uzaklıktaki B kentine doğru yola çıkıyor. B kentine 100 km kala araç bozuluyor ve 20 dakika mola veriyor. Bu araç, B kentine zamanında ulaşmak için saatteki hızını 15 km artırarak kalan yolunu tamamlıyor.

Buna göre, aracın ilk hızı saatte kaç km dir?

- A) 45 B) 50 C) 60 D) 75 E) 80

Soru 6:

Bir araç bir yolu v hızıyla giderse 8 saatte, $(v+2x)$ hızıyla giderse 6 saatte alıyor.

Bu araç bu yolu x hızıyla giderse yolun tamamını kaç saatte alır?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 48 E) 60

Soru 7:



Birinin hızı diğerinden 10 km fazla olan iki araç A ve D şehirlerinden aynı anda birbirlerine doğru hareket ediyorlar. 3 saat sonra A dan hareket eden C noktasına, D den hareket eden de B noktasına varıyor.

Buna göre, $|CD| - |AB|$ kaç km dir?

- A) 50 B) 40 C) 30 D) 20 E) 10

Soru 8:

Bir adam aracıyla evinden iş yerine saatte a km hızla 3 saatte, b km hızla 5 saatte varıyor.

Buna göre, bu adam saatte $(a + b)$ km hızla giderse işine kaç saatte varır?

- A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{15}{8}$ C) 2 D) $\frac{19}{8}$ E) $\frac{21}{8}$

Soru 9:

400 km lik bir yolda 40 km/sa hızla hareket eden bir araç 2 saat sonra hızını azaltıyor ve gideceği yere normal süreden 2 saat geç varıyor.

Buna göre, aracın son hızı (2 saatten sonraki hızı) kaç km/sa tir?

- A) 38 B) 36 C) 34 ☒ D) 32 E) 30

Soru 10:

A şehrinden B şehrine Mavi tren, Toros Ekspresi ve yük treni olmak üzere, üç farklı tren aynı anda hareket etmişlerdir. Mavi tren; Toros Ekspresi'nden 1 saat, yük treninden de 4 saat erken B şehrine varıyor. Yük treninin hızı, Toros Ekspresi'nin hızının $\frac{5}{8}$ ine eşit, Mavi trenden ise 50 km/sa daha yavaştır.

Buna göre, yük treninin hızı kaç km/sa tir?

- ☒ A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

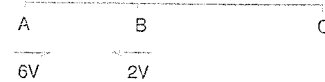
Soru 11:

Hızları farkı 20 km olan iki araç A ve B şehirlerinden karşılıklı olarak hareket ediyorlar ve 3 saat sonra karşılaşıyorlar.

$V_A > V_B$ olmak üzere, B den hareket eden araç başlangıçtan itibaren 7,5 saat sonra A ya vardığında A dan hareket eden araç için aşağıdaki lerden hangisi söylenebilir?

- A) B yi 25 km geçmiş olur.
B) B yi 50 km geçmiş olur.
C) B yi 75 km geçmiş olur.
D) B yi 100 km geçmiş olur.
☒ E) B yi 150 km geçmiş olur.

Soru 12:

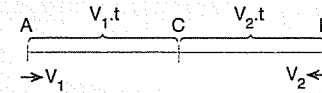


A ve B noktalarında bulunan iki hareketliden birisi A dan C ye doğru saatte 6v hızla, diğeri de B den A ya doğru saatte 2v hızla birbirleriyle aynı anda harekete başlıyor. A dan hareket eden araç C ye vardığında B den hareket eden araç da A ya varıyor.

Buna göre, $\frac{|BC|}{|AC|}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{6}$ ☒ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{2}{7}$

Bilgi

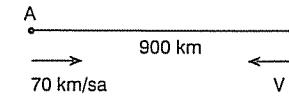


A ve B noktalarından iki araç aynı anda birbirlerine doğru hareket edip, t saat sonra C noktasında karşılaşıyorlar ise,

$$|AB| = (V_1 + V_2).t \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama

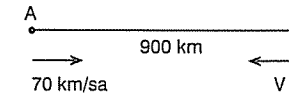
Örnek 1:



Aralarında 900 km mesafe olan A ve B noktalarından iki araç aynı anda birbirlerine doğru hareket ediyorlar. A dan hareket eden aracın hızı 70 km/sa tir.

Bu iki hareketli 5 saat sonra karşılaştıklarına göre, B den hareket eden aracın hızının saatte kaç kilometre olduğunu bulalım.

Çözüm:



$$|AB| = (V_1 + V_2).t \text{ formülünden}$$

$$900 = (70 + V).5 \Rightarrow 70 + V = 180$$

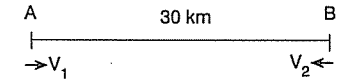
$$\Rightarrow V = 110 \text{ km/saat}$$

Örnek 2:

Birbirlerinden 30 km uzakta olan iki hareketli aynı anda ve birbirlerine doğru harekete başladıktan 3 saat sonra karşılaşıyorlar.

Bu iki araçtan yalnızca birinin hızı kaç km artırılırsa karşılaşmanın 1 saat önce gerçekleşeceğini bulalım.

Çözüm:



$$|AB| = (V_1 + V_2).t$$

$$30 = (V_1 + V_2).3 \Rightarrow V_1 + V_2 = 10 \text{ km/sa tir.}$$

Hızı V_2 olan araç hızını x km/sa artırırsa karşılaşma 1 saat önce yani hareket etmelerinden 2 saat sonra gerçekleşsin.

$$|AB| = (V_1 + V_2 + x).2$$

$$\Rightarrow 30 = (10 + x).2$$

$$\Rightarrow x = 5 \text{ km/sa bulunur.}$$

Örnek 3:



Hızları 3V km/sa ve 4V km/sa olan iki araç aynı anda A ve B şehirlerinden birbirlerine doğru hareket ediyorlar. Hiç durmadan yollarına devam ettiklerinde A dan hareket eden araç B yi 30 km geçtiği anda, B den hareket eden araç da A yi 120 km geçmiş oluyor.

Buna göre, $|AB|$ uzunluğunun kaç km olduğunu bulalım.

Çözüm:

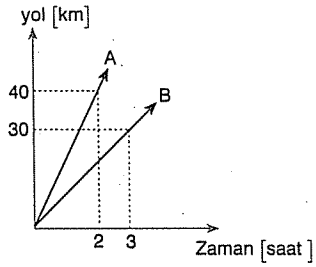
Süreler aynı olduğu için;

$$\frac{|AB| + 30}{3V} = \frac{|AB| + 120}{4V}$$

$$4|AB| + 120 = 3|AB| + 360$$

$$|AB| = 240 \text{ km olur.}$$

Örnek 4:



Yukarıdaki şekilde, A aracı ile B aracının yol-zaman grafiği verilmiştir. Bu araçlar aynı anda ve aynı yöne doğru hareket ettiklerinde 6 saat sonra A aracı B aracına yetişiyor.

İki araç, hiç durmadan yollarına devam ederlerse, hareketlerinden kaç saat sonra A aracının B aracının 40 km önüne geçeceğini bulalım.

Çözüm:

A aracı 2 saatte 40 km yol alıyorsa, hızı $V_A = 20$ km/saat tir.

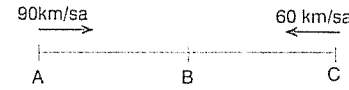
B aracı 3 saatte 30 km yol alıyorsa, hızı $V_B = 10$ km/saat tir.

Bir saatte, A aracı B aracından 10 km daha fazla yol aldığından A aracının, B aracının 40 km önüne geçmesi için 4 saat daha yol almaları gerekir.

$6 + 4 = 10$ saat geçmesi gerekir.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

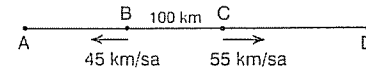


Saatteki hızları 90 km ve 60 km olan iki araç A ve C şehirlerinden aynı anda ve birbirlerine doğru hareket başladıktan 5 saat sonra karşılaşıyorlar.

$|BC| = 480$ km olduğuna göre, $|AB|$ kaç km dir?

- A) 280 B) 270 C) 310 D) 350 E) 420

Soru 2:

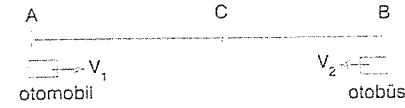


B ile C şehirleri arası 100 km dir. İki araç şekilde verilen hızlarla birbirlerine zıt yönde ve aynı anda hareket ediyorlar. A ve D şehirlerine vardıklarında hiç durmadan geriye dönerek yollarına devam ediyorlar ve 4 saat sonra karşılaşıyorlar.

Buna göre, A ile D şehirleri arası kaç km dir?

- A) 250 B) 300 C) 400 D) 440 E) 500

Soru 3:

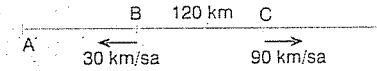


A ve B den birbirlerine doğru V_1 ve V_2 hızlarıyla aynı anda hareket eden otomobil ve otobüs C de karşılaşıyorlar. Karşılaşmadan sonra otobüs hızını 2 kat, otomobilde hızını 3 kat artırarak yollarına devam ediyorlar ve aynı sürede karşı kentlere ulaşıyorlar.

Buna göre, $\frac{V_1}{V_2}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

Soru 4:

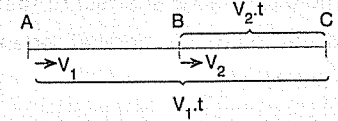


B ve C den aynı anda ve birbirlerine zıt yönde hareket eden iki araç sırasıyla A ve D ye ulaştıktan sonra hiç durmadan geriye dönerek hızlarını değiştirmeden yollarına devam ediyorlar.

$|CD| = 2 \cdot |AB|$ olmak üzere, bu iki araç hareketlerinden 11 saat sonra karşılaştığına göre, karşılaştıkları noktanın B ye olan uzaklığı kaç km dir?

- A) 30 B) 40 C) 60 D) 70 E) 100

Bilgi

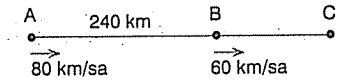


A ve B noktalarından aynı anda, aynı yöne doğru hareket eden iki araç C noktasına aynı anda varıyorlarsa,

$$|AB| = (V_1 - V_2) \cdot t \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:



A ve B noktaları arasındaki uzaklık 240 km dir. Hızları sırasıyla saatte 80 km ve 60 km olan iki araç aynı anda aynı yöne doğru harekete başlıyorlar.

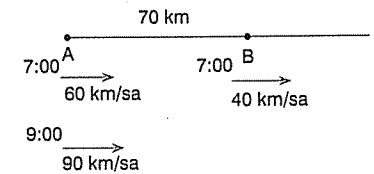
Kaç saat sonra A dan hareket eden aracın diğerine yetişeceğini bulalım.

Çözüm:

$$|AB| = (V_1 - V_2) \cdot t$$

$$240 = (80 - 60) \cdot t \Rightarrow t = 12 \text{ saat}$$

Örnek 2:

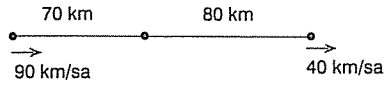


Saat 7:00 de; A şehrinden bir otobüs, B şehrinden bir motosiklet, saat 9:00 da ise A şehrinden bir otomobil, şekilde verilen hızlarla aynı yönde hareket ediyorlar.

Otomobil motosiklete yetiştiği anda otobüsün A şehrinden kaç km ileride olduğunu bulalım.

Çözüm:

Otomobil motosikletten 2 saat sonra hareket ediyor. Motosiklet otomobil hareket edene kadar $40 \cdot 2 = 80$ km yol alır.



Dolayısıyla otomobil ile motosiklet arasındaki mesafe 150 km olur. Otomobilin motosiklete yetişme süresi;

$$150 = (90 - 40) \cdot t \Rightarrow t = 3 \text{ saattir.}$$

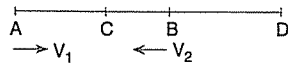
Otobüs ise 2 saati önceden, 3 saati de otomobil ile birlikte olmak üzere, toplam 5 saatlik yol gider.

Otomobil, $60 \cdot 5 = 300$ km yol alır. Yani A şehrinden 300 km ileridedir.

Örnek 3:

İki hareketli aynı anda ve birbirlerine doğru A ve B noktalarından hareket ederlerse 2 saat sonra C de karşılaşıyorlar. İki hareketli aynı anda ve aynı yönde hareket ederlerse A dan hareket eden hareketli diğerine 4 saat sonra D de yetişiyor.

İki aracın saatteki hızları, km olarak tamsayı olmak şartıyla $|AB|$ nin en az kaç km olabileceğini bulalım.

Çözüm:

2 saat sonra C de karşılaşırlarsa,
 $|AC| = 2V_1$ ve $|BC| = 2V_2$ dir.

Aynı yönde gittiklerinde 4 saat sonra D ye birlikte vardıklarına göre,

$$|AD| = 4V_1 \text{ ve } |BD| = 4V_2 \text{ dir.}$$

$$|AD| = |AC| + |BC| + |BD|$$

$$4V_1 = 2V_1 + 2V_2 + 4V_2 \Rightarrow 2V_1 = 6V_2$$

$$\frac{V_1}{3} = \frac{3V_2}{1}$$

$$|AB| = 2V_1 + 2V_2 \text{ eşitliğinde,}$$

$V_2 = 1$ km/saat ve $V_1 = 3$ km/saat seçilirse en az,

$$|AB| = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 8 \text{ km olur.}$$

Örnek 4:

Hızı saatte m km olan bir araç A şehrinden, hızı saatte n km olan diğer bir araç da B şehrinden, aynı anda ve aynı yöne doğru hareket ederlerse A dan hareket eden diğerine a saat sonra yetişiyor.

Bu hareketlilerin, birbirlerine doğru hareket ettiklerinde, kaç saat sonra karşılaşıacaklarını bulalım.

Çözüm:

$$|AB| = (V_1 - V_2) \cdot t \text{ eşitliğinden}$$

$$|AB| = (m - n) \cdot a \text{ dir.}$$

Birbirlerine doğru hareket ederlerse,

$$|AB| = (V_1 + V_2) \cdot t \text{ eşitliğinden,}$$

$$|AB| = (m + n) \cdot t \text{ dir.}$$

$$\downarrow$$

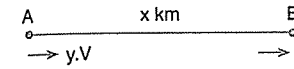
$$(m - n) \cdot a = (m + n) \cdot t \Rightarrow t = \frac{(m - n) \cdot a}{m + n} \text{ saat}$$

sonra karşılaşırlar.

Örnek 5:

A ve B şehirleri arası x km dir. İki hareketliden biri A dan diğeri de B den aynı anda ve aynı yönde hareket ediyorlar.

A dan hareket edenin hızı B den hareket edenin hızının y katı ($y > 1$) olduğuna göre, A dan hareket eden hareketlinin kaç km yol aldığına diğer hareketliye yetişeceğini bulalım.

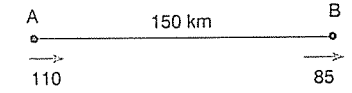
Çözüm:

$$x = (y \cdot V - V) \cdot t$$

$$t = \frac{x}{y \cdot V - V} \text{ saatte yetişir.}$$

A dan hareket edenin aldığı yol,

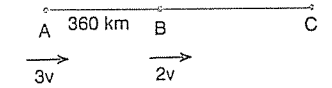
$$\underbrace{y \cdot V}_{\text{Hız}} \cdot \underbrace{\left(\frac{x}{y \cdot V - V} \right)}_{\text{Zaman}} = \frac{x \cdot y}{y - 1} \text{ km dir.}$$

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Aralarında 150 km uzaklık bulunan A ve B şehirlerinden hızları saatte 110 km ve 85 km olan iki araç aynı anda ve aynı yönde hareket ediyorlar.

A dan hareket eden araç kaç saat sonra B den hareket eden aracın 75 km önüne geçer?

- A) 6 B) 7 C) 8 ☒ D) 9 E) 10

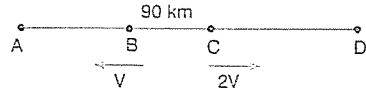
Soru 2:

Aralarındaki uzaklık 360 km olan A ve B şehirlerinden sırasıyla 3v ve 2v hızları ile aynı anda ve aynı yönde hareket eden iki araçtan A dan hareket eden araç, B den hareket eden araca C şehrine 240 km kala yetiştikten 2 saat sonra da C şehrine varıyor.

Buna göre, A dan hareket eden araç C şehrine toplam kaç saatte varmıştır?

- A) 7 B) 9 C) 10 ☒ D) 11 E) 13

Soru 3:



İki araç B ve C noktalarından A ve D noktalarına doğru sırasıyla V ve 2V hızları ile hareket edip 2 saat sonra A ve D noktalarına ulaşıyorlar ve hiç durmadan geriye dönerek hızlarını değiştirmeden yollarına devam ettiklerinde, hareketlerinden 5 saat sonra karşılaşıyorlar.

$|BC| = 90$ km olduğuna göre, bu iki araç B den kaç km uzakta karşılaşırlar?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

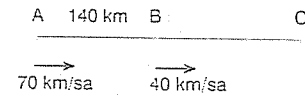
Soru 4:

Hızı saatte a km olan bir hareketli A kentinden, hızı saatte b km olan bir hareketli de B kentinden aynı anda ve aynı yönde hareket ederlerse A dan hareket eden diğerine 3 saat sonra yetişiyor.

Bu iki hareketli aynı noktalardan, hızlarını değiştirmeden, aynı anda ve birbirlerine doğru hareket etselerdi kaç saat sonra karşılaşırlardı?

- A) $\frac{3(a+b)}{a-b}$ B) $\frac{3(a-b)}{a+b}$ C) $\frac{a+b}{3(a-b)}$
D) $\frac{a+b}{3(a+b)}$ E) $\frac{a-b}{a+b}$

Soru 5:

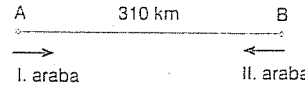


A ile B şehirleri arası 140 km dir. Saatteki hızı 70 km olan bir araç A dan, saatteki hızı 40 km olan diğer bir araç da B den aynı anda ve aynı yönde hareket ediyorlar.

A dan hareket eden araç B ye geldikten sonra hiç durmadan hızını 10 km/sa azaltarak yoluna devam ettiğinde B den hareket eden araca C de yetiştiğine göre, A ile C arası kaç km dir?

- A) 240 B) 280 C) 320 D) 340 E) 380

Soru 6:



Şekildeki I. araba, II. arabadan 1 saat sonra yola çıkmış ve I. arabanın hareketinden 3 saat sonra bu iki araç karşılaşmıştır.

II. arabanın hızı I. arabanın hızından saatte 60 km daha fazla olduğuna göre, I. arabanın saatteki hızı kaç km dir?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

Bilgi

- Aynı noktadan, aynı anda ve birbirlerine ters yönde hareket eden iki araç arasındaki mesafe, 1 saatte hızlarının toplamı kadar değişir.
- Aynı noktadan, aynı anda ve aynı yönde hareket eden iki araç arasındaki mesafe, 1 saatte hızlarının farkı kadar değişir.

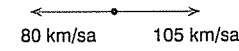
Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Aynı anda, aynı noktadan ve birbirlerine zıt yönde hareket eden iki aracın hızları saatte 80 ve 105 km dir.

Hızı fazla olan araç 420 km yol aldığı anda iki araç arasındaki mesafeyi bulalım.

Çözüm:



Hızı fazla olan araç 420 km yolu,

$$t = \frac{420}{105} = 4 \text{ saatte alır.}$$

Hızı yavaş olan araç 4 saatte $80 \cdot 4 = 320$ km yol alır.

İki araç arasındaki mesafe;

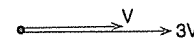
$$320 + 420 = 740 \text{ km olur.}$$

Örnek 2:

Dakikadaki hızları V ve 3V olan iki yaya, aynı noktadan, aynı anda ve aynı yönde hareket ediyorlar.

50 dakika sonra aralarındaki mesafe 450 metre olduğuna göre, bu iki yayanın hızlarının toplamını bulalım.

Çözüm:



50 dakika sonra aralarındaki mesafe 450 metre ise,

$$(3V - V) \cdot 50 = 450 \Rightarrow V = \frac{9}{2} \text{ metre/dakika dir.}$$

Hızlarının toplamı;

$$3V + V = 4V = 4 \cdot \frac{9}{2} = 18 \text{ metre/dakika dir.}$$

Bilgi Uygulama

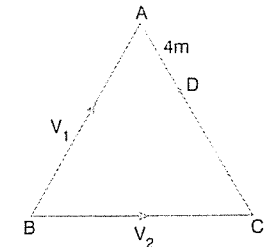
Soru 1:

Bir arabanın saatteki hızı 125 km, bir kamyonun saatteki hızı 100 km dir. Bu iki araç aynı noktadan, aynı anda ve birbirlerine zıt yönde hareket ediyorlar.

Kaç dakika sonra aralarındaki mesafe 1575 km olur?

- A) 800 B) 450 C) 120 D) 180 E) 420

Soru 2:



$|AD| = 4$ metre olmak üzere, şekildeki gibi bir eşkenar üçgenin B noktasından aynı anda hareket eden iki hareketli D noktasında karşılaşıyor.

Hareketlinin hızları oranı $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{8}$ olduğuna göre, hızlı olan hareketlinin aldığı yol kaç metredir?

- A) 26 B) 30 C) 38 D) 46 E) 48

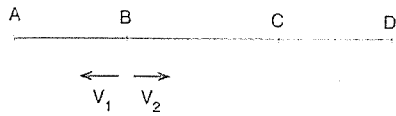
Soru 3:

Hızları sırasıyla V ve $5V$ olan bir karınca ve bir çekirge aynı noktadan, aynı yöne doğru harekete başlıyorlar. Çekirge karıncadan 1 dakika sonra yola çıkıyor.

Karınca, kendi hareketinden 5 dakika sonra 100 metre ilerlediğine göre, çekirge bu sürenin sonunda karıncanın kaç metre ilerisinde olur?

- A) 200 ☒ B) 300 C) 400 D) 500 E) 600

Soru 4:



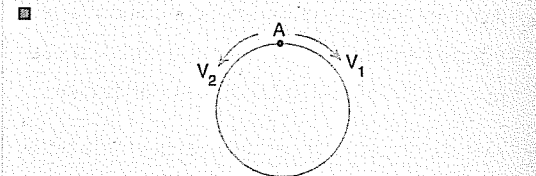
Hızları V_1 ve V_2 olan iki araç, B noktasından aynı anda ve birbirlerine zıt yönde harekete başlıyorlar. Hızı V_1 olan araç A ya vardığından sonra hiç durmadan geriye dönüp tekrar B ye ulaştığı anda hızı V_2 olan araç da D ye varıp, hiç durmadan geriye dönerek C ye ulaşıyor.

$$3 \cdot |CD| = |BD| = 4 \cdot |AB|$$

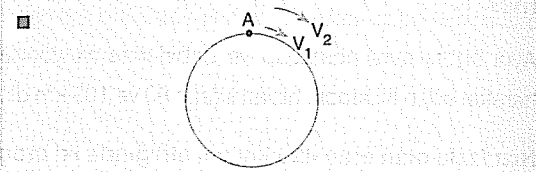
olduğuna göre, $\frac{V_1}{V_2}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ ☒ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{7}{11}$

Bilgi



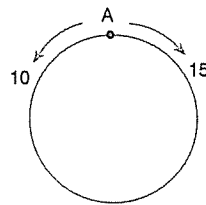
Dairesel bir pistte V_1 ve V_2 hızlı araçlar, aynı noktadan, aynı anda ve birbirlerine zıt yönde hareket edip t saat sonra karşılaşırlarsa, Çevre = $(V_1 + V_2) \cdot t$ olur.



Dairesel bir pistte V_1 ve V_2 hızlı araçlar, aynı noktadan, aynı anda ve aynı yönde hareket edip t saat sonra ilk kez, tekrar yan yana gelirlerse; Çevre = $(V_1 - V_2) \cdot t$ olur.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:



Hızları dakikada 10 metre ve 15 metre olan iki hareketli çember üzerindeki A noktasından aynı anda ve birbirlerine ters yönde hareket ettikten 5 dakika sonra karşılaşıyorlar.

Karşılaşmalarından kaç dakika sonra, hızı az olan hareketlinin A ya varacağını bulalım.

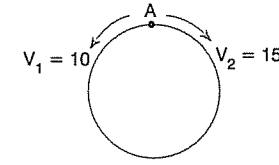
Çözüm:

I. yol:

$$\text{Çevre} = (V_1 + V_2) \cdot t$$

$$\text{Ç} = (10 + 15) \cdot 5$$

$$\Rightarrow \text{Ç} = 125 \text{ m}$$



5 dakikada yavaş olan hareketli 50 metre yol gider.

Geriye $125 - 50 = 75$ metrelik yolu kalır.

Bu yolu; $75 = 10 \cdot t \Rightarrow t = 7,5$ dakikada alır.

II. yol:

Problemde verilene göre, karşılaşma anına kadar hızı 15 olan hareketlinin 5 dakikada aldığı ABK yolunu, karşılaşmadan sonra hızı 10 olan hareketlinin kaç dakikada alabileceğini bulmalıyız.

Hız ile zaman ters orantılı olduğundan,

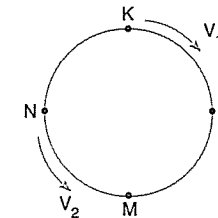
Hızı 15 olan $\rightarrow$ 5 dakikada giderse

Hızı 10 olan $\rightarrow t$ dakikada gider.

Ters orantı:

$$15 \cdot 5 = 10 \cdot t \Rightarrow t = 7,5 \text{ dakika}$$

Örnek 2:



Çevresi 720 metre olan şekildeki dairesel pist üzerindeki K, L, M ve N noktaları arasındaki uzaklıklar birbirine eşittir. Hızları dakikada 11 metre ve 19 metre olan iki araç K ve N noktalarından aynı anda ve birbirlerine ters yönde hareket ediyorlar.

Bu hareketlilerin ikinci karşılaşmalarının kaç dakika sonra olacağını bulalım.

Çözüm:

Pistin çevresi 720 metre ise, $|KLMN| = 540$ metredir.

İki hareketlinin birinci karşılaşmalarına kadar birbirlerine doğru aldıkları yollar toplamı (KLMN) 540 metre ve karşılaşmalarından sonra da birbirlerine ters yönde giderek aldıkları yollar toplamı da 720 metredir. (pistin çevresi)

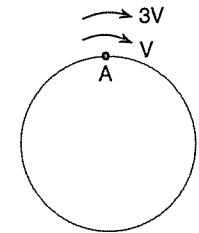
İki durumda da iki hareketli birbirlerine ters yönde gittiklerine göre, iki hareketlinin ters yönde gittikleri yollar toplamı, $720 + 540 = 1260$ metre ve ikinci karşılaşmalarına kadar geçen süre (t):

$$1260 = (V_1 + V_2) \cdot t \Rightarrow 1260 = (11 + 19) \cdot t$$

$$\Rightarrow t = 42 \text{ dakika}$$

olarak bulunur.

Örnek 3:



Çevresi 1000 metre olan şekildeki dairesel pistin A noktasından aynı anda ve aynı yönde hareket eden, hızları dakikada $3V$ ve V olan iki hareketli, ilk kez 20 dakika sonra tekrar yan yana geldiğine göre, hızı az olan hareketlinin dakikada kaç metre yol aldığını bulalım.

Çözüm:

İki hareketli aynı yönde hareket ettiklerinden,

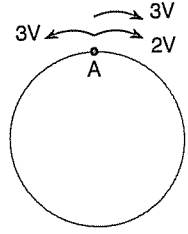
$$\text{Çevre} = (V_1 - V_2) \cdot t \Rightarrow 1000 = (3V - V) \cdot 20$$

$$\Rightarrow 50 = 2V$$

$$\Rightarrow V = 25 \text{ metre/dak}$$

olarak bulunur.

Örnek 4:



Şekildeki dairesel pistin A noktasından aynı anda ve aynı yönde hareket eden, hızları dakikada 2V ve 3V olan iki hareketli, hareketlerinden 15 dakika sonra ilk kez tekrar yan yana geliyorlar.

Buna göre, bu iki hareketlinin, A noktasından aynı anda ve birbirlerine ters yönde hareket ettiklerinde kaç dakika sonra karşılaşılabacaklarını bulalım.

Çözüm:

Aynı yönde hareket ettiklerinde;

$$\text{Çevre} = (V_1 - V_2) \cdot t_1 \dots\dots\dots (I)$$

Birbirlerine ters yönde hareket ettiklerinde;

$$\text{Çevre} = (V_1 + V_2) \cdot t_2 \dots\dots\dots (II)$$

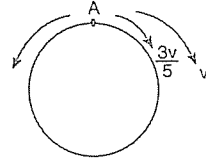
denklemlerinde verilen değerleri yerine yazdıktan sonra bu iki denklemin sağ tarafını birbirine eşitleyelim.

(İki denklemin sol tarafı birbirine eşit)

$$\begin{aligned} \text{Çevre} &= (3V - 2V) \cdot 15 = (3V + 2V) \cdot t_2 \\ \Rightarrow V \cdot 15 &= 5V \cdot t_2 \\ \Rightarrow t_2 &= 3 \text{ dakika sonra iki hareketli karşılaşır.} \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

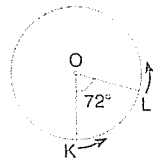


Şekildeki dairesel pistin A noktasından aynı anda ve aynı yönde, v m/dak ve $\frac{3v}{5}$ m/dak hızlarla hareket eden iki hareketli hareket etmelerinden 80 dakika sonra ilk kez tekrar yan yana geliyorlar.

Bu iki hareketli A noktasından aynı anda ve birbirlerine zıt yönde hareket etselerdi kaç dakika sonra karşılaşırlardı?

- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

Soru 2:



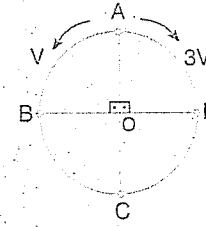
Şekildeki dairesel pistin çevresi 360 metredir. K ve L noktalarından hızları sırasıyla 7 m/dk ve 5 m/dk olan iki hareketli, aynı yönde saat 12:00 de hareket başlıyorlar.

Araçlar 2. kez yan yana geldiklerinde saat kaç gösterir?

- A) 12:12 B) 12:36 C) 13:42
D) 15:00 E) 15:36

Soru 3:

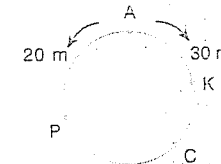
Şekildeki O merkezli dairesel pistin A noktasından aynı anda ve birbirlerine ters yönde hareket eden, hızları V ve $3V$ olan iki araçtan hızı V olan B noktasına geldiğinde hiç durmadan geriye dönerek hızını değiştirmeden A ya doğru hareketine devam ediyor.



Buna göre, iki araç ikinci kez aynı anda hangi noktaya varırlar?

- A) A B) B C) C D) D E) C-D arası

Soru 4:



$\widehat{APC}$ 140 metre, $\widehat{AKC}$ 60 metredir. A noktasından hızları saniyede 20 metre ve 30 metre olan iki araç çember üzerinde aynı anda ve birbirlerine ters yönde harekete başlıyorlar.

Buna göre, harekete başladıktan sonra en az kaçını karşılaştıkları C noktasına 100 metre uzaklıkta olur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

Bilgi

- $V_{\text{ort}} = \frac{\text{Toplam yol}}{\text{Toplam zaman}}$ dir.
- Bir araç bir yolu V_1 km/saat hızla gidip, aynı yoldan V_2 km/saat hızla dönüyorsa, gidiş dönüşteki ortalama hızı;
 $V_{\text{ort}} = \frac{2 \cdot V_1 \cdot V_2}{V_1 + V_2}$ dir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Bir araç A dan B ye 20 km/saat hızla gidip 30 km/saat hızla geri dönüyor.

Bu aracın, gidiş dönüşteki saatteki ortalama hızını bulalım.

Çözüm:

$$V_{\text{ort}} = \frac{2 \cdot V_1 \cdot V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow V_{\text{ort}} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 30}{20 + 30} = 24 \text{ km/saat}$$

Örnek 2:

Bir araç bir yolun $\frac{1}{3}$ ünü V hızıyla, $\frac{1}{2}$ sini $\frac{V}{2}$ hızıyla, kalanını da $2V$ hızıyla gidiyor.

Bu aracın yol boyunca ortalama hızını bulalım.

Çözüm:

Yolun tamamı $6x$ olsun.

$\frac{1}{3}$ ünü ($2x$ ini) $\rightarrow V$ ile

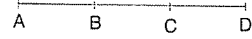
$\frac{1}{2}$ sini ($3x$ ini) $\rightarrow \frac{V}{2}$ ile

kalanını (x ini) $\rightarrow 2V$ ile gidiyor.

$$\begin{aligned} V_{\text{ort}} &= \frac{\text{Toplam yol}}{\text{Toplam zaman}} = \frac{6x}{\frac{2x}{V} + \frac{3x}{\frac{V}{2}} + \frac{x}{2V}} \\ &= \frac{12V}{17} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:



$$|AB| = |BC| = |CD| \text{ olmak üzere,}$$

A dan 65 m/sn hızla harekete başlayan bir araç B, C ve D noktalarının her birine geldiğinde hızını 2 kat artırıyor.

Buna göre, bu aracın yol boyunca ortalama hızı kaç m/sn dir?

- A) 140 B) 135 C) 130 D) 120 E) 100

Soru 2:

Bir araç bir yolun yarısını V hızıyla, kalanını $\frac{V}{2}$ hızıyla gidiyor ve yolun tamamını 2V hızıyla geri dönüyor.

Bu aracın, gidiş dönüşte ortalama hızı kaç V dir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 1 D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{5}{3}$

Soru 3:

Bir araç A şehrinden B şehrine saatte 80 km hızla gidip, B den A ya saatte 120 km hızla geri dönüyor.

Aracın gidiş-dönüşteki ortalama hızı kaç km/sa tir?

- A) 67 B) 76 C) 80 D) 96 E) 100

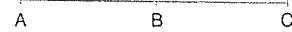
Soru 4:

Bir hareketli gideceği yolun $\frac{1}{3}$ ünü saatte 40 km hızla, $\frac{1}{2}$ sini saatte 60 km hızla, geri kalanını da saatte 30 km hızla gidiyor.

Bu hareketlinin tüm yol boyunca ortalama hızı saatte kaç km dir?

- A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 55

Soru 5:



A ile B kentleri arasındaki uzaklığın 3 katı, B ile C kentleri arasındaki uzaklığın 2 katına eşittir.

A dan B ye V_1 hızıyla t saatte, B den C ye V_2 hızıyla 2t saatte giden bir aracın tüm yol boyunca ortalama hızı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{5V_1}{6}$ B) $\frac{5V_2}{9}$ C) $\frac{6V_1}{5}$
D) $\frac{9V_2}{7}$ E) $\frac{4V_1}{5}$

Bilgi

Nehir sorularında akıntının hızı motorun hızını etkiler.

Motorun hızı V_M , akıntının hızı V_A olmak üzere, Motorun hızı akıntıya karşı, $V_M - V_A$ iken, akıntı yönünde $V_M + V_A$ alınır.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Bir motor bir nehirde bir yolu akıntıya karşı 6 saatte gidiyor ve aynı yolu, akıntı yönünde 4 saatte geri dönüyor.

Akıntının hızının motorun hızına oranını bulalım.

Çözüm:

Motorun hızı: V_M

Akıntının hızı: V_A

Gidilen yol: x olsun.

$$x = (V_M - V_A) \cdot 6$$

$$x = (V_M + V_A) \cdot 4$$

İki eşitliği taraf tarafa oranlarsak,

$$1 = \frac{6V_M - 6V_A}{4V_M + 4V_A} \Rightarrow 4V_M + 4V_A = 6V_M - 6V_A$$

$$\Rightarrow 10V_A = 2V_M$$

$$\Rightarrow \frac{V_A}{V_M} = \frac{1}{5} \text{ olur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir leylek rüzgârla aynı yönde 5 dakikada uçabildiği bir mesafeyi, rüzgâra karşı 7 dakikada uçabiliyor.

Buna göre, leyleğin hızının rüzgârın hızına oranı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Soru 2:

Hızı 50 km/sa olan bir motor bir nehirde gideceği yolu akıntı yönünde 3 saatte, akıntıya karşı 4,5 saatte gidebilmektedir.

Buna göre, motorun gideceği yol kaç km dir?

- A) 240 B) 210 C) 180 D) 100 E) 80

Soru 3:

Bir motor 120 km lik bir kanalı akıntıya karşı 4 saatte geçip, aynı kanaldan 3 saatte geri dönmektedir.

Bu kanalda hızı saatte 8 km olan bir yüzücü, akıntı yönünde 39 km lik bir mesafeyi kaç saatte yüzebilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 13

Bilgi

Tren ve tünel sorularında trenin tünelden tamamen çıkması için kendi boyu kadar olan mesafeyi de gitmesi gerekir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Uzunluğu 120 metre olan bir trenin 580 metre uzunluğundaki bir tüneli geçme süresi 10 saniye olduğuna göre, trenin hızının kaç metre/saniye olduğunu bulalım.

Çözüm:

Tren 580 metre uzunluğundaki bir tüneli girip, bu tünelden tamamen çıkmak için kendi boyu kadar daha yol gitmelidir.

$$580 + 120 = V \cdot 10 \Rightarrow 700 = 10 \cdot V$$

$$\Rightarrow V = 70 \text{ metre/saniye bulunur.}$$

Örnek 2:

Uzunlukları sırasıyla 600 ve 1200 m olan iki tünelden birincisinin bitiş noktası ile ikincisinin başlangıç noktası arasındaki uzaklık 5 km dir.

Uzunluğu 200 m, saatteki hızı 70 km olan bir trenin, birinci tüneli girdiği andan kaç dakika sonra ikinci tünelden tamamen çıkacağını bulalım.

Çözüm:

Hızı km/s olduğu için tüm uzunlukları km ye çevirelim.

$$\begin{array}{ccccccc} 0,6 & + & 1,2 & + & 5 & + & 0,2 & = & 70 \cdot t \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ \text{1. tünel} & & \text{2. tünel} & & \text{Aradaki} & & \text{trenin} & & \\ \text{uzunluğu} & & \text{uzunluğu} & & \text{mesafe} & & \text{boyu} & & \end{array}$$

$$\Rightarrow 7 = 70 \cdot t \Rightarrow t = \frac{1}{10} \text{ saat}$$

$$t = \frac{1}{10} \cdot 60 = 6 \text{ dakika bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Hızı saatte 90 km/sa olan bir tren 120 metre uzunluğundaki bir tüneli girip, bu tünelden 12 saniyede tamamen çıkıyor.

Buna göre, trenin uzunluğu kaç metredir?

- A) 100 B) 120 C) 150 D) 180 E) 200

Soru 2:

Bir tren sabit bir hızla 600 metre uzunluğundaki bir tüneli 25 saniyede, aynı hızla 200 metre uzunluğundaki bir tüneli de 15 saniyede geçiyor.

Buna göre, bu trenin boyu kaç metredir?

- A) 150 B) 200 C) 250 D) 300 E) 400

Soru 3:

Sabit hızla hareket eden bir tren işaretlenmiş bir noktayı 3 dakikada geçmektedir.

Buna göre, bu tren kendi uzunluğundaki bir tüneli kaç dakikada geçer?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1. Bir hareketli 422 km yolu her saatte hızını % 50 artırarak 5 saatte alıyor.

Hareketlinin ilk aşamadaki hızı saatte kaç km dir?

- A) 26 B) 28 C) 32 D) 36 E) 40

2. Hızı v km/sa olan bir taşıt iki nokta arasını t saatte alıyor.

Taşıtı hızını kaç km/sa azaltırsa bu yolu 3 saat daha fazla sürede döner?

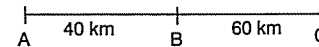
- A) $\frac{3V}{t+2}$ B) $\frac{3V}{t-2}$ C) $\frac{3V}{t+3}$
D) $\frac{2t}{t+3}$ E) $\frac{2t}{2-V}$

3. Bir araç; A dan B ye saatte 90 km hızla 2 saat, B den de C ye saatte 120 km hızla 3 saat yol gidiyor.

Bu aracın, AC yolu boyunca saatteki ortalama hızı kaç km dir?

- A) 108 B) 100 C) 98 D) 90 E) 85

4.

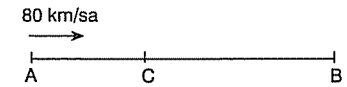


Hızları oranı $\frac{2}{3}$ olan iki araç A dan aynı anda aynı yöne doğru hareket ediyorlar.

Hızlı olan C ye gidip hiç durmadan geriye döndüğünde hızı yavaş olan araçla ilk karşılaşmaları B noktasından kaç km uzakta olur?

- A) 30 B) 40 C) 45 D) 50 E) 53

5.



Şekilde $IBC = 3 IAC$, $IAB = 640$ km dir.

A dan B ye doğru hızı saatte 80 km olan bir araç hareket ediyor.

Aracın IAB yolunu 10 saatte alması için C ye geldiğinde hızını % kaç azaltması gerekir?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

6. Hızı 150 km/sa olan bir araç 3 saat yol aldıktan sonra, bir konvoyla takılıyor ve hızını saatte 90 km ye düşürüyor.

Konvoyla birlikte 2 saat yol aldığına göre, bu aracın tüm yol boyunca ortalama hızı kaç km/sa dır?

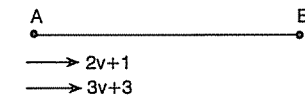
- A) 106 B) 118 C) 126 D) 132 E) 140

7. Bir araç A ve B kentleri arasını saatte 100 km hızla tamamlıyor. Araç saatteki hızını $\frac{1}{4}$ oranında artırdığında aynı yolu 2 saat daha kısa sürede tamamlıyor.

Buna göre, A ve B şehirleri arası kaç km dir?

- A) 500 B) 700 C) 800 D) 1000 E) 1120

8.



Saatteki hızları $2v+1$ ve $3v+3$ olan iki araç aynı anda aynı yöne doğru hareket etmeye başladıktan 5 saat sonra aralarındaki mesafe 480 km oluyor.

Buna göre, yavaş giden aracın saatteki hızı kaç km dir?

- A) 94 B) 96 C) 189 D) 192 E) 200

9. A kentinden hızı saatte 35 km ve B kentinden saatteki hızı 25 km olan iki araç aynı anda karşılıklı hareket ederlerse 2 saat sonra karşılaşıyorlar.

Eğer iki hareketli aynı anda ve aynı yönde hareket ederlerse A dan hareket eden diğerine kaç saat sonra yetişir?

- A) 4 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

10. A ile B şehri arası C km dir. A dan hareket eden aracın hızı B den hareket eden aracın hızının $\frac{3}{2}$ katıdır. İki araç aynı anda aynı yöne doğru hareket ediyorlar.

A daki araç B deki araca A şehrinden kaç km uzaklıkta yetişir?

- A) $\frac{3C}{2}$ B) $\frac{C}{2}$ C) C D) 2C E) 3C

11. Serpil 90 km lik bir yolu 10 km/sa hızla gitmektedir. Yolu 1/3 ünü 5 km/sa hızla gittikten sonra geç kaldım endişesiyle hızını 3 katına çıkararak yolu tamamlıyor.

Buna göre, Serpil'in varış süresi nasıl değişir?

- A) 1 saat geç kalır B) 1 saat erken varır
C) 2 saat geç kalır D) 2 saat erken varır
E) değişmez

12. Saat 9.00 da yola çıkan bir otomobil A şehrinden B şehrine saatte 100 km hız ile 6 saatte gidiyor.

Hiç durmadan aynı yolu dönüşte 120 km/sa hızla aldığına göre, otomobil saat kaçta A şehrine dönmüş olur?

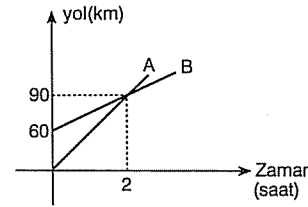
- A) 18.00 B) 19.00 C) 20.00
D) 21.00 E) 22.00

13. Bir araç gideceği yolun %25 ini a km/sa, geri kalanını da 3a km/sa hızla gidiyor.

Arabanın tüm yol boyunca ortalama hızı 50 km/sa olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 25 B) 84 C) 114 D) 92 E) 24

14.



Yukarıda zaman-yol grafiği verilen A ve B hareketlileri ilk bulundukları noktalardan aynı anda zıt yönde 5 saat hareket ettiklerinde aralarındaki mesafe kaç km olur?

- A) 225 B) 240 C) 300 D) 360 E) 450

15. Bir tren geçtiği yol üzerindeki işaret tabelasını 6 saniyede, 100 metre uzunluğunda bir tüneli 8 saniyede geçmektedir.

Aynı tren aynı hızla 300 metre uzunluğundaki tüneli kaç sn de geçer?

- A) 3 B) 5 C) 8 D) 12 E) 17

16. Bir araç bir yolu v km/sa gidip, 2v km/sa hızla 3 saatte geri dönüşüyor.

Bu aracın saatteki ortalama hızı, v hızının kaç katıdır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{6}{5}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{9}{4}$

1. Saatteki hızı 8 km olan bir bisikletli, 42 dakikada kaç metre yol alır?

- A) 3360 B) 4200 C) 4860 D) 5600 E) 6200

2. Biri diğerinin üç katı hızı sahip olan iki araç, aynı anda A noktasından B noktasına doğru hareket ediyor. Hızlı olan araç, AB yolunun orta noktasına vardığında diğerinin 40 km önüne geçmiş oluyor.

Buna göre, |AB| kaç km dir?

- A) 80 B) 100 C) 120 D) 150 E) 240

3. A şehrinden hareket eden bir araç B şehrine 10 saatte, B şehrinden hareket eden ikinci bir araç ise A şehrine 40 saatte gidebilmektedir.

Buna göre, A ve B şehirlerinden birbirlerine doğru aynı anda hareket eden bu iki araç kaç saat sonra karşılaşıyor?

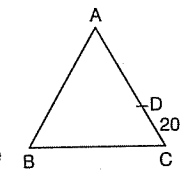
- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

4. Aralarındaki mesafe 240 km olan A ve B kentlerinden aynı anda ve aynı yönde hareket eden iki araçtan A dan hareket etmiş olanı diğerine 3 saat sonra yetişiyor.

Bu iki araçtan B den hareket eden aracın hızı değiştirilmeden A dan hareket eden aracın saatteki hızı kaç km artırılırsa, diğerine 2 saat sonra yetişebilir?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 30 E) 40

5. İki araç, bir kenarı 80 m olan eşkenar üçgen şeklindeki ABC pistinin A noktasından aynı anda hareket ediyor. İki araç, aynı anda birbirlerine ters yönde giderlerse D noktasında karşılaşıyorlar.



|DC| = 20 m olduğuna göre, bu iki araç aynı yönde A dan B ye doğru giderlerse B nin kaç metre uzağında ilk kez yan yana gelir?

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 60 E) 65

6.



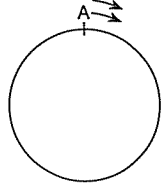
$\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{3}{2}$ olmak üzere, iki araç A ve B den birbirine doğru aynı anda hareket ettiğinde C de karşılaşıyor. Eğer A daki araç, B dekinden 1 saat sonra yola çıkarsa bu iki araç AB yolunun ortasında karşılaşıyor.

Buna göre, B deki araç AB yolunu kaç saatte alır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7.

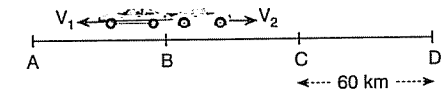
Dairesel bir pistte 1 tur atacak olan iki koşucudan hızlı olanın yarışı bitirmesine 200 metre kala, yavaş olan koşucuya arasında 200 metre mesafe oluyor.



Hızlı olan koşucu yarışı bitirdiğinde, yavaş olan koşucunun yarışı bitirmesine 240 metre mesafe kaldığına göre, pistin uzunluğu kaç metredir?

- A) 1000 B) 1200 C) 1500 D) 1600 E) 1800

8.



B den aynı anda hareket eden iki araç, birbirine zıt yönde V_1 ve V_2 hızlarıyla hareket ediyor. V_1 hızlı araç A ya varınca V_2 hızlı araç da C ye varmaktadır. Daha sonra A ve C ye varan bu iki araç, aynı yönde D ye doğru hareket ederlerse A daki araç C deki araca D noktasında yetişiyor.

$2|AB| = 3|BC|$ ve $|CD| = 60$ km

olduğuna göre, |AB| kaç km dir?

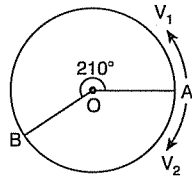
- A) 45 B) 40 C) 36 D) 24 E) 18

9. Bir araç 40 km/sa hızla 3 saat, 80 km/sa hızla 2 saat yol alıyor.

Buna göre, aracın bu yol boyunca saatteki ortalama hızı kaç km dir?

- A) 48 B) 52 C) 56 D) 64 E) 71

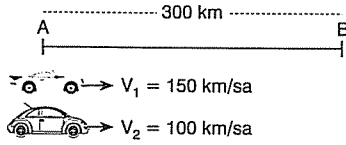
10. Şekildeki O merkezli çemberin çevresinde, A noktasından iki hareketli aynı anda V_1 ve V_2 hızları ile birbirlerine zıt yönde hareket ediyor.



$m(\widehat{AOB}) = 210^\circ$ olacak şekilde bu iki hareketli, B noktasında karşılaştığına göre, $\frac{V_1}{V_2}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{7}{5}$ C) $\frac{11}{7}$ D) $\frac{9}{5}$ E) $\frac{8}{3}$

11.



Şekildeki hızlarla aynı anda hareket eden iki araç A - B arasında devamlı gidip - gelmektedir.

Hızlı olan araç toplam 1200 km yol aldığı anda bu iki araç kaç kez karşılaşır?

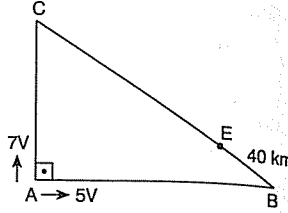
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 8

12. Bir araç belli bir yolun $\frac{3}{7}$ sini $\frac{V}{3}$ hızıyla, kalanının $\frac{1}{4}$ ünü $\frac{V}{2}$ hızıyla ve geriye kalan yolu da V hızıyla giderek bu yolu tamamlıyor.

Buna göre, bu aracın bu yol boyunca saatteki ortalama hızı, V nin kaç katıdır?

- A) $\frac{7}{4}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

13. Şekildeki dik üçgenin A köşesinden, ACB yolu üzerinde 7V km/sa hızla, ABC yolu üzerinde de 5V km/sa hızla aynı anda harekete başlayan iki araç, ilk kez [BC] üzerindeki E noktasında karşılaşıyor.



$$4. |AC| = 3 \cdot |AB| \text{ ve } |BE| = 40 \text{ km}$$

olduğuna göre, |BC| kaç km dir?

- A) 300 B) 270 C) 240 D) 200 E) 160

14. 500 metre uzunluğundaki bir tren, saatte 20 km hızla, aralarındaki mesafe 5 km olan 300 metre uzunluğundaki bir tünel ve 200 metre uzunluğundaki bir köprüden geçecektir.

Buna göre, tren tünele girdiği andan itibaren kaç dakika sonra köprüyü tamamen geçmiş olur?

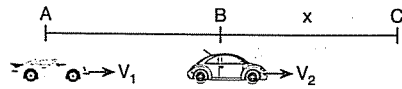
- A) 15 B) 18 C) 26 D) 30 E) 36

15. Bir hareketli bir yolu 60 km/sa hızla giderse bir saat erken, 40 km/sa hızla giderse 1 saat geç varıyor.

Bu hareketlinin yolunu normal zamanında tamamlayabilmesi için hızı kaç km/sa olmalıdır?

- A) 45 B) 48 C) 50 D) 52 E) 56

16.



Hızları V_1 ve V_2 olan iki araç A ve B noktalarından aynı anda ve aynı yönde hareket ediyorlar. A dan hareket eden araç, B den x km ileride olan C noktasında B den hareket eden araca yetişiyor.

Araçların hızları $3V_1$ ve $3V_2$ olsaydı, A dan hareket eden araç, B den kaç km ileride ötekine yetişirdi?

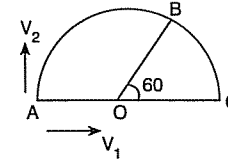
- A) $\frac{x}{3}$ B) $\frac{x}{2}$ C) x D) 2x E) 3x

1. Bir araç her saatin sonunda hızını 2 katına çıkararak 315 km lik bir mesafeyi 6 saatte alıyor.

Buna göre, aracın ilk iki saat içindeki ortalama hızı kaç km/sa tir?

- A) 5 B) 7,5 C) 10 D) 12,5 E) 15

2.



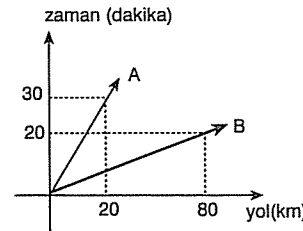
Yukarıda O merkezli çember verilmiştir. İki hareketli aynı anda A dan yola çıkıp B ye varmaktadır.

Buna göre, $\frac{V_2}{V_1}$ oranı kaçtır?

(V_1 , AOB yolunu izliyor)

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) π D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

3.



Şekilde A ve B araçlarının yol-zaman grafiği verilmiştir. İki araç çevresi 600 km olan dairesel bir pist üzerinde aynı anda aynı yöne doğru harekete başlıyorlar.

Bu iki araç kaç saat sonra yan yana gelirler?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Bir öğretmen, evi ile dersane arasını yürüyerek 20 dakikada, dolmuşla 10 dakikada gidiyor. Evin-den 7:30 da çıkan öğretmen 4 dakika yürüdükten sonra dolmuşa biniyor.

Buna göre, saat kaçta dersaneye ulaşmıştır?

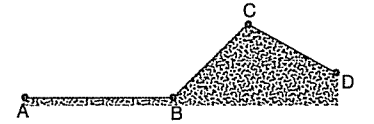
- A) 7:35 B) 7:38 C) 7:40 D) 7:42 E) 7:50

5. A şehrinden B şehrine doğru önce bir kamyon 30 km/sa hızla daha sonra bir otomobil 80 km/sa hızla hareket ediyor. Otomobil, hareketinden 3 saat sonra kamyonla aynı anda saat 12:00 de B şehrine varıyor.

Buna göre, kamyon, A şehrinden saat kaçta hareket etmiştir?

- A) 03:00 B) 04:00 C) 07:00
D) 08:00 E) 09:00

6.



Şekildeki ABCD yolunu takip eden bir araç yokuş çıkarken V km/sa, inerken 3V km/sa hızla hareket ediyor. Düz yoldaki hızı 1,5 V km/sa olan bu araç A şehrinden D şehrine toplam 8 saatte gidip dönmektedir.

Buna göre, bu iki şehir arasındaki mesafe aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4V B) 5V C) 6V D) 7V E) 8V

7. Bir hareketli iki şehir arasındaki yolu saatte V km hızla t saatte alabiliyor.

Bu hareketli saatteki ortalama hızını 4 km azaltırsa, varış süresi kaç saat uzar?

- A) $\frac{Vt}{V-5}$ B) $\frac{V-5}{Vt}$ C) $\frac{Vt}{V+5}$

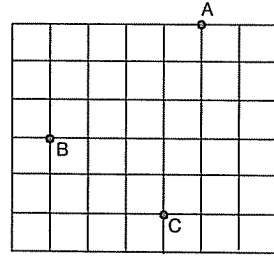
- D) $\frac{4t}{V-4}$ E) $\frac{4t}{V+4}$

8. Bir kuş, rüzgarla aynı yönde uçtuğunda AB yolunu 15 dakikada; ters yönde uçtuğunda aynı yolu 25 dakikada gidiyor.

Buna göre, kuşun hızı rüzgarın hızının kaç katıdır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

9.



Yukarıdaki şekil bir kenar uzunluğu 10 km olan 42 özdeş karaden oluşmaktadır.

Sadece çizgilerle belirlenmiş yollardan giden bir hareketli A dan yola çıkıp B ye uğrayarak hiç durmadan C ye saatte 30 km hızla en az kaç saatte varır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

10. Bir hareketli bir yolun yarısını gittikten sonra, kalan yolu hızını iki kat artırarak tamamlıyor. Hareketli, bu yolun tamamını gidişteki hızına eşit bir hızla geriye dönüyor.

Giderken yolun ilk yarısını aldığı süre, yolun tamamını dönüş süresinin kaç katıdır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 2

11. Ali 15 dakikada okula yetişmek üzere evden çıkıyor. Ancak yolun %40 ına gelince matematik kitabını evde unuttuğunu anlayarak tekrar eve dönmeye karar veriyor.

Kalan vaktinde kitabı alarak okula yetişmesi için hızını kaç katına çıkarması gerekir?

- A) $\frac{7}{4}$ B) $\frac{7}{3}$ C) 2 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

12. Bir araba 60 km/sa hızla a saat, 80 km/sa hızla b saat yol alıyor.

a < b olduğuna göre, bu aracın saatteki ortalama hızı kaç km olabilir?

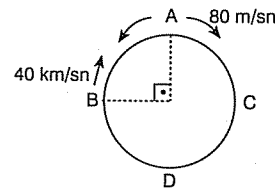
- A) 71 B) 70 C) 69 D) 68 E) 67

13. İki araç farklı iki noktadan birbirlerine doğru aynı anda hareket ettikten 12 saat sonra karşılaşıyorlar. Eğer araçlardan birinin hızı 15 km/sa daha fazla, diğerinin hızı da 5 km/sa daha fazla olsaydı hareketlerinden 10 saat sonra karşılaşıyorlardı.

Buna göre, başlangıçta bu iki aracın hızları toplamı kaç km/sa tir?

- A) 60 B) 80 C) 90 D) 100 E) 125

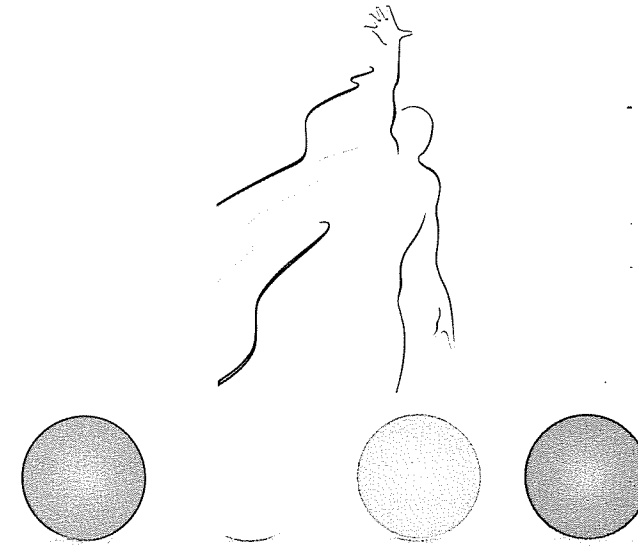
14.



Yukarıdaki çember şeklindeki pist üzerindeki A ve B noktalarında bulunan iki hareketlinin hızları sırasıyla 40 m/sn ve 80 m/sn dir. Bu iki hareketli birbirlerine doğru hareket edince 2 saniye sonra karşılaşıyorlar.

Aynı yönde hareket ederlerse kaç saniye sonra karşılaşırlar?

- A) 3 B) 4 C) 9 D) 12 E) 18



BÖLÜM II

YÜZDE PROBLEMLERİ

Bilgi

A sayısının % n si $A \cdot \frac{n}{100}$ dır.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

- I. 20 nin % 20 sini
- II. 140 ın % 25 ini
- III. 80 in % 10 unun % 20 sini bulalım.

Çözüm:

$$I. 20 \cdot \frac{20}{100} = 4$$

$$II. 140 \cdot \frac{25}{100} = 140 \cdot \frac{1}{4} = 35$$

$$III. \left(80 \cdot \frac{10}{100}\right) \cdot \frac{20}{100} = \frac{8}{5}$$

Örnek 2:

Maaşı 900 lira olan bir memur, maaşının % 40 ını borçlarına, % 30 unu mutfak giderlerine ayırıyor.

Memurun borçlarına ve mutfak giderlerine ayırdığı paraları bulalım.

Çözüm:

Memur,

$$900 \cdot \frac{40}{100} = 360 \text{ lira borçlarına}$$

$$900 \cdot \frac{30}{100} = 270 \text{ lira mutfak giderlerine ayırmıştır.}$$

Örnek 3:

Bir öğrencinin haftalık harçlığı 50 liradır.

Bu öğrenci her hafta harçlığının % 30 unu biriktirirse 6 hafta sonunda kaç lirasının olacağını bulalım.

Çözüm:

Öğrencinin bir haftada biriktirdiği para,

$$50 \cdot \frac{30}{100} = 15 \text{ liradır.}$$

Buna göre, öğrencinin altı haftada biriktirdiği para,
 $6 \cdot 15 = 90$ lira olarak bulunur.

Örnek 4:

Bir sayının % 12 si, % 8 inden 20 fazla olduğuna göre, bu sayıyı bulalım.

Çözüm:

Bu sayı x olsun.

$$\% 12 \text{ si} \rightarrow x \cdot \frac{12}{100},$$

$$\% 8 \text{ i} \rightarrow x \cdot \frac{8}{100} \text{ olur.}$$

Verilenlere göre,

$$x \cdot \frac{12}{100} = x \cdot \frac{8}{100} + 20$$

$$\Rightarrow x \cdot \frac{12}{100} - x \cdot \frac{8}{100} = 20$$

$$\Rightarrow \frac{4x}{100} = 20$$

$$\Rightarrow x = 500 \text{ bulunur.}$$

Örnek 5:

% 20 sinin % 35 i 14 olan sayıyı bulalım.

Çözüm:

Bu sayı x olsun.

$$\left(x \cdot \frac{20}{100}\right) \cdot \frac{35}{100} = 14$$

$$\Rightarrow x \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{7}{20} = 14$$

$$\Rightarrow x = 200 \text{ bulunur.}$$

Örnek 6:

A sayısı B sayısının % 25 i, B sayısı da C sayısının % 60 ıdır.

Buna göre; C sayısının, A nın kaç katına eşit olduğunu bulalım.

Çözüm:

A sayısı B sayısının % 25 i ise,

$$A = \frac{25}{100} \cdot B \text{ (I)}$$

B sayısı C sayısının % 60 ı ise,

$$B = \frac{60}{100} \cdot C \text{ (II)}$$

B nin (II) denklemindeki değeri (I) denkleminde yerine yazılarak sonuca gidilir.

$$A = \frac{25}{100} \cdot \frac{60}{100} \cdot C$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot C$$

$$\Rightarrow A = \frac{3}{20} \cdot C$$

$$\Rightarrow C = \frac{20}{3} \cdot A \text{ bulunur.}$$

Örnek 7:

80 soruluk bir sınavda ilk 40 sorudan % 80 ini doğru cevaplayan bir öğrencinin bu sınavdaki doğru cevaplarının oranının % 90 olması için kaç tane daha soruyu doğru olarak cevaplama gerektiğini bulalım.

Çözüm:

Öğrencinin doğru cevaplarının oranının % 90 olması için 80 sorudan,

$$80 \cdot \frac{90}{100} = 72 \text{ sini doğru cevaplama gerekir.}$$

Öğrenci ilk 40 sorunun % 80 ini doğru cevaplamış ise,

$$40 \cdot \frac{80}{100} = 32 \text{ soruyu doğru cevaplamıştır.}$$

O halde, öğrencinin $72 - 32 = 40$ tane daha soruyu doğru cevaplama gerekir.

Örnek 8:

Şekildeki dairesel grafik, inşaat malzemesi satan bir satıcının aylık gelirinin satılan malzemelere göre dağılımını göstermektedir. Satıcının kum satışından elde ettiği gelir, çimento satışından elde edilen gelirin % 60 ından 730 TL daha fazladır.

Buna göre, bu satıcının aylık gelirini bulalım.

Çözüm:

Satıcının toplam geliri $360x$ olsun.

Dairesel grafikteki açı değerlerine göre;

çimento geliri $120x$, boya geliri $60x$, alçı geliri $35x$,

kum geliri $360x - (120x + 60x + 35x) = 145x$ tir.

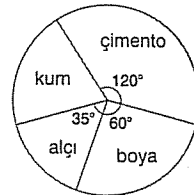
Verilenlere göre,

$$145x = 120x \cdot \frac{60}{100} + 730$$

$$\Rightarrow 73x = 730 \Rightarrow x = 10 \text{ dur.}$$

O halde, bu satıcının aylık geliri,

$$360x = 360 \cdot 10 = 3600 \text{ TL bulunur.}$$

**Bilgi Uygulama****Soru 1:**

% 5 i ile % 10 unun toplamı 45 olan sayı kaçtır?

- A) 150 B) 200 C) 300 D) 450 E) 600

Soru 2:

A sayısının %25 i, B sayısının % 125 ine eşit olduğuna göre, A sayısı B sayısının kaç katıdır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 10

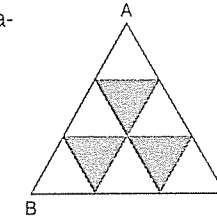
Soru 3:

A nın % 30 u, B nin % 40 ına eşit olduğuna göre, B sayısı A nın yüzde kaçıdır?

- A) 66 B) 75 C) 90 D) 105 E) 120

Soru 4:

Şekildeki ABC üçgeninin alanı 9 eşit parçaya ayrılmıştır.



Buna göre, taralı alan ABC üçgeninin alanının yüzde kaçıdır?

- A) 33,3 B) 30 C) 66,6 D) 60 E) 63

Soru 5:

Bir gezi grubundaki bayanların sayısı, erkeklerin sayısının % 30 u dur.

Bu gruptaki, bayanların sayısı 10 dan fazla olduğuna göre, erkeklerin sayısı en az kaçtır?

- A) 50 B) 48 C) 44 D) 40 E) 30

Soru 6:

Bir okuldaki öğrencilerin % 20 si takdir belgesi, % 45 i teşekkür belgesi olarak sınıflarını geçmişlerdir.

Geri kalan öğrencilerin % 20 si bütünlemeye kalmadan ve belge almadan sınıflarını geçtiklerine göre, bu okulda sınıflarını geçen öğrencilerin oranı yüzde kaçtır?

- A) 63 B) 65 C) 68 D) 72 E) 75

Soru 7:

OKS ye giren her 10 öğrenciden 6 sı Anadolu lisesini kazanmakta, Anadolu lisesini kazanan her 2 öğrenciden 1 i ÖSS yi kazanmaktadır.

Buna göre, OKS ye giren öğrencilerin % kaç i ÖSS yi kazanmaktadır?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 40 E) 60

Bilgi

B sayısının, A sayısının yüzde kaç olduğunu bulmak için orantı kurulur.

$$\square B = A \cdot \frac{x}{100}$$

eşitliğine göre, B sayısı A'nın % x'ine eşittir.

$$\square \frac{B}{A} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{100 \cdot B}{A} \text{ olur.}$$

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Bir gruptaki 250 turistten 150 si Kore'lidir.

Kore'li turistlerin, grubun yüzde kaçını oluşturduğunu bulalım.

Çözüm:

$$150 \text{ sayısı } 250 \text{ nin } \% x \text{ ise,}$$

$$\frac{150}{250} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 60 \text{ tır.}$$

Buna göre, grubun % 60'ını Koreli turistler oluştururlar.

Örnek 2:

Bir okuldaki öğrencilerin 150 si fen, 250 si matematik, 100 ü sözel sınıftadır.

Buna göre, okuldaki öğrencilerin yüzde kaçının matematik sınıfında olduğunu bulalım.

Çözüm:

Matematik sınıfındaki 250 öğrenci okuldaki tüm öğrenci sayısının % x'ine,

$$\frac{250}{150 + 250 + 100} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 50 \text{ dir.}$$

Buna göre, okuldaki öğrencilerin % 50 si matematik sınıfındadır.

Örnek 3:

Bir öğrenci, $2x + y$ soruluk bir sınavdaki soruların 2x tanesini doğru, y tanesini yanlış cevaplamıştır.

Buna göre, öğrencinin bu sınavdaki soruların yüzde kaçını doğru cevapladığını bulalım.

Çözüm:

Öğrenci soruların % K'sini doğru cevaplamış olsun.

Buna göre,

$$\begin{array}{ccc} 2x + y \text{ soruda} & & 2x \text{ doğru ise} \\ 100 & \searrow \swarrow & K \end{array}$$

$$\text{Doğru Orantı : } K = \frac{200 \cdot x}{2x + y} \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Bir satıcı 90 liraya aldığı bir maldan 18 lira kâr elde ettiğine göre, kâr oranı % kaçtır?

- A) 15 ☒ B) 20 C) 24 D) 25 E) 30

Soru 2:

Sadece Ördek ve tavukların bulunduğu bir çiftlikteki ördek ve tavukların toplam sayısı 60 tır. Ördekler çiftlikteki hayvanların % 40'ını oluşturmaktadır.

Ördeklerin $\frac{1}{3}$ ü satılır, 12 tane tavuk alınırsa, son durumda çiftlikteki hayvanların % kaç ördek olur?

- A) 10 B) 15 C) 20 ☒ D) 25 E) 50

Soru 3:

Hedef tahtalarına atış yapan üç polis adayı hakkında verilen bilgiler şöyledir:

- I. 1. polis adayı attığı 20 atışın % 20'sini 12 puanlık bölüme, % 40'ını 10 puanlık bölüme, diğerlerini de 5 puanlık bölüme isabet ettirmiştir.
- II. 2. polis adayı attığı 20 atışın % 25'ini 12 puanlı bölüme, % 20'sini 5 puanlı bölüme isabet ettirmiş, diğer atışları isabet ettirememiştir.
- III. 3. polis adayı attığı 20 atışın % 40'ını 12 puanlı bölüme isabet ettirmiş, diğerlerini isabet ettirememiştir.

Puanlı bölmelere denk gelen atışlara o bölmedeki sayı kadar puan veriliyor. İsabet etmeyen atışlara puan verilmiyor.

Buna göre, bu üç polis adayının topladığı puanlar sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 144, 80, 96 B) 168, 60, 96 C) 24, 86, 66
D) 144, 96, 80 ☒ E) 168, 80, 96

Soru 4:

Bir basketçi 30 tane atışın % 60'ını potaya isabet ettirmiştir.

Bu basketçi kalan 50 atıştan kaç tanesini daha potaya isabet ettirirse, isabetli atışlarının oranı % 80 olur?

- A) 48 ☒ B) 46 C) 45 D) 44 E) 42

Bilgi**Artırma - Zam:**

x sayısı % a sı kadar artırılırsa,

$$x + x \cdot \frac{a}{100} = \frac{(100 + a) \cdot x}{100} \text{ olur.}$$

İndirim - İskonto:

x sayısı % a sı kadar azaltılırsa,

$$x - x \cdot \frac{a}{100} = \frac{(100 - a) \cdot x}{100} \text{ olur.}$$

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

x sayısına % 30 u eklenirse y sayısı, y sayısına da % 20 si eklenirse z sayısı elde ediliyor.

Buna göre, $\frac{x}{z}$ oranını bulalım.

Çözüm:

$$x + x \cdot \frac{30}{100} = y \Rightarrow y = \frac{13x}{10} \text{ ve}$$

$$y + y \cdot \frac{20}{100} = z \Rightarrow z = \frac{12y}{10} \text{ olur.}$$

Birinci denklemde elde edilen y'nin x türünden değeri, ikincide yerine yazılırsa,

$$z = \frac{12}{10} \cdot y \Rightarrow z = \frac{12}{10} \cdot \frac{13x}{10}$$

$$\Rightarrow z = \frac{156x}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{100}{156} = \frac{25}{39} \text{ olur.}$$

Örnek 2:

Taner, 5 eşit taksitle bilgisayar alıyor. Ancak ilk iki taksitinde ödemesi gereken miktarın % 10 fazlasını ödüyor.

3. taksitini ödeyeceğinden % 40 eksik ödediğine göre, kalan borcunu zamanında ödemesi için kalan iki taksiti eşit şekilde ne kadar artırması gerektiğini bulalım.

Çözüm:

Bilgisayarın fiyatı $50x$ olsun.

1. taksit	2. taksit	3. taksit
$10x$	$10x$	$10x$
$\downarrow + \% 10$	$\downarrow + \% 10$	$\downarrow - \% 40$
$11x$	$11x$	$6x$

İlk 3 taksitte ödenen, $11x + 11x + 6x = 28x$ olduğundan geriye ödenmesi gereken,

$$50x - 28x = 22x \text{ kalır.}$$

Buna göre, Taner 4. ve 5. taksitleri % 10 arttırarak $11x$ olarak öderse borcunu zamanında ödemiş olur.

O halde, kalan taksitleri % 10 arttırmalıdır.

Örnek 3:

m sayısına % 20 si eklenirse 30 a eşit oluyor.
 n sayısından % 25 i çıkarılırsa 18 e eşit oluyor.

Buna göre, m sayısının n sayısının kaç katı olduğunu bulalım.

Çözüm:

m sayısına % 20 si eklenince 30 olduğundan,

$$m + m \cdot \frac{20}{100} = 30$$

$$\Rightarrow \frac{6m}{5} = 30 \Rightarrow m = 25 \text{ olur.}$$

n sayısından % 25 i çıkarılınc 18 olduğundan,

$$n - n \cdot \frac{25}{100} = 18$$

$$\Rightarrow \frac{3n}{4} = 18 \Rightarrow n = 24 \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$\frac{m}{n} = \frac{25}{24} \Rightarrow m = \frac{25}{24} \cdot n$$

olduğundan, m sayısı n sayısının $\frac{25}{24}$ katıdır.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

A sayısına % 25 i eklenirse 40 a eşit oluyor.
B sayısından % 30 u çıkarılırsa 28 e eşit oluyor.

Buna göre; A sayısı B sayısının kaç katıdır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) 1 D) $\frac{5}{4}$ E) 2

Soru 2:

Bir ağacın boyu her sene boyunun % 20 si kadar uzuyor.

Buna göre, 2 sene sonunda bu ağacın boyu, başlangıçtaki boyunun yüzde kaç kadar artar?

- A) 35 B) 38 C) 40 D) 44 E) 48

Soru 3:

Bir dikdörtgenin alanını % 80 artırmak için aşağıdaki işlemlerin hangileri tek başına yapılmalıdır?

- I. Enini % 20, boyunu % 50 artırmak
II. Enini % 80 artırıp, boyunu sabit tutmak
III. Enini % 100 artırıp, boyunu % 10 azaltmak

- A) I B) II C) III D) I ve II E) I, II, III

Soru 4:

x sayısı y sayısının % 40 ına, z sayısı da y sayısının % 25 ine eşittir.

Buna göre, z sayısına kendisinin yüzde kaç eklenirse x sayısı elde edilir?

- A) 60 B) 50 C) 40 D) 25 E) 15

Soru 5:

10 taksitle ev alan bir adam, ilk 6 taksiti % 20 fazla ödüyor.

Kalan borcu eşit taksitlerle ödemek istediğine göre, kalan taksitleri % kaç azaltmalıdır?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

Soru 6:

Şekerin kilogramı x TL den satılmaktadır. Şekerin satış fiyatına bir miktar zam yapıldıktan sonra şekerin $\frac{4}{5}$ kilogramı x TL ye satılıyor.

Buna göre, şekere yapılan zam yüzde kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

Bilgi

Yüzde problemlerinde yüzdesi alınan çokluğu 100 kabul ederek, soruları daha pratik bir şekilde çözebiliriz.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Bir top kumaşın önce % 20 si, sonra kalanın % 10 u satıldığına göre, kumaşın yüzde kaçının satıldığını ve yüzde kaçının geriye kaldığını bulalım.

Çözüm:

100 metre kumaş olsun.

$$\begin{array}{ccccccc} & & \text{kalan} & & \text{kalan} & & \\ & & \uparrow & & \uparrow & & \\ 100 & \xrightarrow{- \% 20} & 100 - 20 = 80 & \xrightarrow{- \% 10} & 80 - 8 = 72 & & \\ \left(100 \cdot \frac{20}{100} = 20 \text{ satıldı.}\right) & & & & \left(80 \cdot \frac{10}{100} = 8 \text{ satıldı.}\right) & & \end{array}$$

Kalan kumaş, bir top kumaşın % 72 sidir.
Satılan kumaş, bir top kumaşın % 28 idir.

Örnek 2:

Bir sınıftaki öğrencilerin % 70 i doğrudan sınıfını geçmiş, diğerleri bütünlemeye kalmıştır.

Bütünlemeye kalan öğrencilerin % 40 ı başarılı olduğuna göre, sınıfın başarı yüzdesini bulalım.

Çözüm:

Sınıfta 100 öğrenci olsun.

$$100 \cdot \frac{70}{100} = 70 \text{ öğrenci doğrudan başarılıdır.}$$

Bütünlemeye kalan $100 - 70 = 30$ öğrenciden

$30 \cdot \frac{40}{100} = 12$ si bütünlemelerde başarılı olduğuna göre, sınıftaki $70 + 12 = 82$ öğrenci başarılı olmuştur.

O halde, başarı yüzdesi, % 82 dir.

Örnek 3:

Bir pantolonun, % 15 KDV dahil satış fiyatı 46 TL dir.

Buna göre, bu pantolonun KDV siz etiket fiyatının kaç lira olduğunu bulalım.

Çözüm:

Etiket fiyatı E TL olsun.

$$E + E \cdot \frac{15}{100} = \frac{23 \cdot E}{20} = 46$$

$$\Rightarrow E = 40 \text{ bulunur.}$$

Örnek 4:

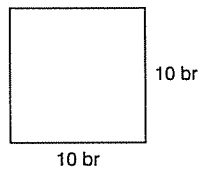
Bir dikdörtgenin kısa ve uzun kenarları % 20 artırıldığında alanının yüzde kaç artacağını bulalım.

Çözüm:

Dikdörtgenin kenarları

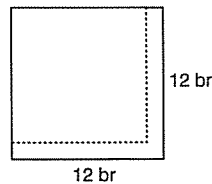
10 br olsun.

$$A = 10 \cdot 10 = 100 \text{ dür.}$$



Kenarları % 20 artırılırsa, 12 br ve

$$A = 12 \cdot 12 = 144 \text{ olur.}$$



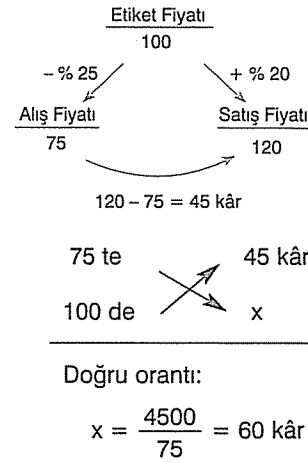
$$100 \rightarrow 144 \Rightarrow \% 44 \text{ artar.}$$

Örnek 5:

Etiket fiyatının % 25 eksikliğine aldığı bir malı, etiket fiyatının % 20 fazlasına satan bir satıcının kârının yüzde kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

Malın etiket fiyatı 100 TL olsun.



olduğundan, elde edilen kâr % 60 tır.

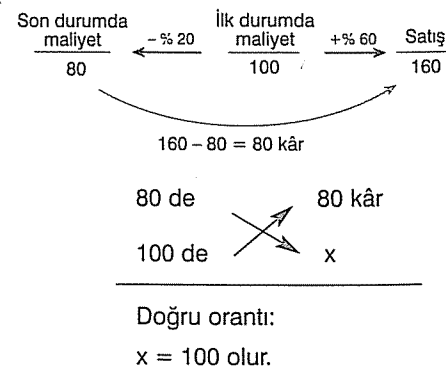
Örnek 6:

Bir mal % 60 kârla satılmaktadır.

Bu malın maliyetinin % 20 azaltılıp satış fiyatı sabit tutulduğunda, kâr oranının yüzde kaç olacağını bulalım.

Çözüm:

Maliyet 100 TL olsun.



Son durumda elde edilen kâr % 100 olur.

Örnek 7:

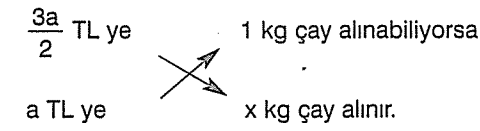
Çayın kilogramı a TL dir.

Çaya % 50 zam yapıldığında a TL ye kaç kilogram çay alınabileceğini bulalım.

Çözüm:

a liraya % 50 zam yapılırsa,

$$a + a \cdot \frac{50}{100} = \frac{3a}{2} \text{ TL olur.}$$



Doğru orantı:

$$x = \frac{a}{\frac{3a}{2}} \Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ kg}$$

Örnek 8:

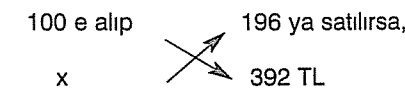
Arka arkaya iki kez, % 40 oranında yapılan zamlardan sonra 392 TL ye satılan bir televizyonun zamlardan önceki satış fiyatını bulalım.

Çözüm:

Televizyonun zamlardan önceki fiyatı 100 TL olsun.

$$100 \xrightarrow{+ \% 40} 140 \xrightarrow{+ \% 40} 140 + 56 = 196$$

($140 \cdot \frac{40}{100} = 56 \text{ artış}$)



Doğru orantı:

$$x = \frac{392 \cdot 100}{196} = 200 \text{ TL}$$

Örnek 9:

Bir maddenin boyu kış aylarında normal boyunun % 20 eksikliğine, yaz aylarında ise normal boyunun % 5 fazlasına eşit oluyor.

Buna göre, kış aylarında 192 cm olan bu maddenin yaz aylarında kaç cm olacağını bulalım.

Çözüm:

Maddenin boyu 100x cm olsun.

Kış aylarındaki boyu % 20 eksikliği 80x cm olur.

$$80x = 192 \Rightarrow x = 2,4 \text{ cm}$$

Yaz aylarındaki boyu % 5 fazlası 105x cm olur.

$$105x = 105 \cdot 2,4 = 252 \text{ cm olur.}$$

Örnek 10:

Bir tüccar 16 tanesini x TL ye sattığı yumurtaların 12 tanesini x TL ye aldığına göre, bu yumurtaların satışından yüzde kaç zarar edeceğini bulalım.

Çözüm:

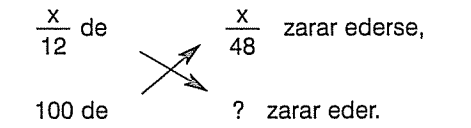
16 tanesini x TL den satarsa, bir tanesini $\frac{x}{16}$ TL ye satar.

12 tanesini x TL den alırsa, tanesini $\frac{x}{12}$ TL den almıştır.

$\frac{x}{12}$ ye alıp, $\frac{x}{16}$ ya satarsa zararı,

$$\frac{x}{12} - \frac{x}{16} = \frac{x}{48} \text{ TL olur.}$$

(4) (3)



Doğru orantı:

$$? = \frac{100 \cdot \frac{x}{48}}{\frac{x}{12}} = 25$$

olduğundan, % 25 zarar eder.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir öğrenci elindeki testlerin önce % 20 sini, sonra da kalanların % 20 sini çözmüştür.

Buna göre, öğrencinin elindeki testlerin % kaç çözülmemiştir?

- A) 70 ☒ B) 64 C) 60 D) 40 E) 35

Soru 2:

Bir öğrenci okumaya başladığı kitabın % 60 ını bitirince ara veriyor. Daha sonra da kalan kısmın % 20 sini okuyor.

Buna göre, kitabın okunmamış kısmı tamamının yüzde kaçıdır?

- ☒ A) 32 B) 28 C) 25 D) 22 E) 20

Soru 3:

Bir adam gideceği yolun ilk önce üçte birini, sonra da kalan yolun % 25 ini gidiyor.

Buna göre, geriye yolun yüzde kaç kalmıştır?

- A) 60 ☒ B) 50 C) 40 D) 30 E) 20

Soru 4:

Bir satıcı, elindeki malın önce % 3 ünü, daha sonra da kalan malın % 97 sini satmıştır.

Buna göre, başlangıçtaki malın yüzde kaç satılmamıştır?

- ☒ A) 2,91 B) 3,21 C) 3 D) 5,91 E) 6,8

Soru 5:

Bir mal x liradan satılırsa % 20 kâr, y liradan satılırsa % 40 zarar edilmektedir.

Buna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- ☒ A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{5}$

Soru 6:

Etiket fiyatı maliyeti üzerinden % 20 kârla hesaplanan bir malın indirimli fiyatı etiket fiyatından 1000 TL azdır.

Bu mal indirimli fiyatla satıldığında maliyeti üzerinden % 20 zarar edildiğine göre, malın maliyeti kaç TL dir?

- A) 250 ☒ B) 2500 C) 3000
D) 4000 E) 4500

Soru 7:

Bir satıcı bir malı maliyeti üzerinden % 30 kârla satmaktadır.

Satıcı, bu malın satış fiyatı üzerinden % 20 indirim yaptığında son durumdaki satış fiyatı için, maliyet fiyatına göre aşağıdakilerden hangisi doğru olur?

- A) % 6 kâr B) % 2 kâr C) % 6 zarar
D) % 4 zarar ☒ E) % 4 kâr

Soru 8:

% 20 zararlar 160 TL ye satılan bir mal % 20 kârla satılırdı kaç TL ye satılırdı?

- A) 200 B) 210 C) 215 D) 235 ☒ E) 240

Soru 9:

Dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin eni % 10 artırılıp, boyu % 10 azaltılıyor.

Bahçenin alanındaki değişme için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) % 10 artar B) % 10 azalır C) % 1 artar
☒ D) % 1 azalır E) Değişmez

Soru 10:

Bir mağaza, maliyeti üzerinden % 50 kâr ile sattığı bir ürüne satış fiyatı üzerinden % 20 indirim yaptıktan sonra bu ürünün yeni satış fiyatı üzerinden % 10 indirim yapmıştır.

Son durumda, mağazanın kâr-zarar durumu, bu ürünün maliyeti üzerinden aşağıdakilerden hangisi olur?

- A) % 10 zarar B) % 10 kâr C) % 20 zarar
D) % 20 kâr ☒ E) % 8 kâr

Soru 11:

Bir satıcı, maliyet üzerinden % 75 kârla sattığı bir mala satış fiyatı üzerinden % 20 indirim uyguluyor.

Satıcı, bu malın son durumdaki satışından maliyet üzerinden % 26 kâr elde edebilmek için malın indirimli fiyatı üzerinden yüzde kaç daha indirim uygulamalıdır?

- A) 5 ☒ B) 10 C) 13 D) 15 E) 20

Soru 12:

Maliyeti a TL olan bir ürün %25 kârla b TL ye, etiket fiyatı b TL olan başka bir ürün de % 20 indirimle c TL ye satıldığına göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $a < c < b$ B) $c < a < b$ C) $a = c < b$
D) $a < b < c$ E) $c < b < a$

Soru 13:

Maliyet fiyatı üzerinden % 40 kâr ile satılan bir malın, satış fiyatının maliyet fiyatına oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{7}{5}$

Soru 14:

Bir gömlek maliyeti üzerinden % 40 kârla satılmaktadır.

Bu gömlek maliyet fiyatının % 50 eksiğine alınıp, satış fiyatının $\frac{4}{7}$ sine satılırsa yüzde kaç kâr elde edilir?

- A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100

Soru 15:

Art arda gelen iki zamdan sonra bir işçinin maaşı % 140 artıyor.

İşçinin maaşına yapılan ikinci zam oranı birinci zam oranının 5 katı olduğuna göre, ikinci zam oranı yüzde kaçtır?

- A) 40 B) 60 C) 90 D) 100 E) 120

Soru 16:

Etiket fiyatı üzerinden % 10 indirim yapılarak 27 TL ye satılan bir mal, etiket fiyatı üzerinden % 40 zamlı kaç TL ye satılır?

- A) 30 B) 32 C) 34 D) 35 E) 42

Soru 17:

Bir otomobil T liralık akaryakıt ile 810 km yol gidebilmektedir.

Akaryakıtta % 8 zam yapıldıktan sonra bu otomobil T liralık akaryakıt ile kaç km yol gidebilir?

- A) 780 B) 740 C) 760 D) 720 E) 750

Soru 18:

Etiket fiyatlarını maliyetleri üzerinden % 30 kârla belirleyen bir mağaza, öğrencilere sattığı ürünlere etiket fiyatı üzerinden % 10 indirim uygulamaktadır.

Buna göre, bu mağazanın öğrencilere sattığı ürünlerden elde ettiği kâr, bu ürünlerin maliyeti üzerinden % kaçtır?

- A) 17 B) 20 C) 22 D) 25 E) 30

Soru 19:

Bir kilometrede 1 TL yazan ve 2 TL den açılan bir taksimetre, saat 24:00 ten sonra % 50 zamlıdır.

Yukarıda belirtilen sisteme göre çalışan bir taksimetresi olan bir taksi, 60 km/sa sabit hızla, saat 23:50 den itibaren yarım saat yol giderse taksimetresi kaç TL ücret yazar?

- A) 32 B) 42 C) 52 D) 60 E) 62

Bilgi

Alış fiyatı x, satış fiyatı y olan bir maldan kâr edilebilmesi için $x < y$ olmalıdır.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

y satış fiyatı, x alış fiyatı olmak üzere, satış fiyatı ile alış fiyatı arasında $y = 2x - 30$ 000 bağıntısı olan bir maldan % 40 kâr elde edildiğine göre, bu malın alış fiyatını bulalım.

Çözüm:

Alış fiyatı + kâr = satış fiyatı

$$x + x \cdot \frac{40}{100} = y$$

$$\frac{14x}{10} = 2x - 30000$$

$$14x = 20x - 300.000$$

$$x = 50000 \text{ TL bulunur.}$$

Örnek 2:

x liraya üretilip y liraya satılan bir malın üretim ve satış fiyatı arasında,

$$y = 3x - 386$$

şeklinde bir bağıntı vardır.

Bu malın satışından kâr edilebilmesi için, x in alabileceği en küçük tamsayı değerini bulalım.

Çözüm:

Alış	Satış
x	$y = 3x - 386$

kâr elde edilmesi için $y > x$ olmalıdır.

$$y > x \Rightarrow 3x - 386 > x$$

$$2x > 386$$

$$x > 193$$

olduğundan, x en az 194 olmalıdır.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir mağazadaki A malının alış fiyatı (a) ile satış fiyatı (b) arasında

$$b = 2a - 150.000$$

şeklinde bir bağıntı bulunmaktadır.

Satıcının A malından yapmış olduğu kâr % 40 olduğuna göre, bu malın satış fiyatı kaçtır?

- A) 250 000 B) 275 000 C) 300 000
D) 350 000 E) 375 000

Soru 2:

$a > 0$ olmak üzere, $2a + 8$ liraya alınan bir mal $3a + 12$ liraya satılmıştır.

Bu malın satışından elde edilen kâr % kaçtır?

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

Soru 3:

Aşağıdaki tabloda, bir satıcının satmış olduğu X, Y ve Z kitabının adetleri, bir kitabın maliyet fiyatı ve satış fiyatı verilmiştir.

	Adet	Maliyet Fiyatı	Satış Fiyatı
X	20	10 000	18 000
Y	30	8 000	14 000
Z	18	12 000	15 000

X, Y ve Z kitaplarının tamamını satan bu satıcının, bu kitapların tamamının satışından elde etmiş olduğu kâr miktarları sırasıyla x, y ve z olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $y < z < x$ C) $z < x < y$
D) $z < y < x$ E) $x < z < y$

Soru 4:

a liraya alınan bir mal b liraya satılmaktadır.

Alış ve satış fiyatı arasında,

$$b = 3a - 173$$

bağıntısı olduğuna göre, malın satışından zarar etmemek için satıcı bu malı en az kaç liraya satmalıdır? (a ve b tamsayı)

- A) 86 B) 87 C) 88 D) 89 E) 90

Bilgi

Bir malın satış fiyatında değişiklik yapınca, satış miktarında da değişiklik oluyorsa, satış fiyatını 10, miktarını da 10 kabul ederek soruları çözebiliriz.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Bir firma, ürünlerinin satış fiyatlarında % 30 indirim yaptığında satışları eskiye göre % 40 artmıştır.

Buna göre, bu firmanın günlük hasılatındaki değişmeyi bulalım.

Çözüm:

10 tane ürün, tanesi 10 TL den satılarak 100 TL hasılat elde edilir.

Fiyat % 30 indirilirse satış fiyatı 7 TL, ürünün sayısı % 40 artarsa günlük 14 tane satılır. 7 TL den satılan 14 adet üründen 98 TL hasılat elde edilir.

100 TL den 98 TL ye indiği için günlük hasılat % 2 azalır.

Örnek 2:

Bir malın % 20 si % 10 kârla, % 10 u % 40 zararla, % 30 u %30 kârla satılıyor.

Geriye kalan kısmı yüzde kaç kârla satılırsa bu malın tamamının satışından % 25 kâr elde edilebileceğini bulalım.

Çözüm:

10 tane mal tanesi 10 TL den 100 TL ye alınmış olsun.
% 20 si, yani 2 tanesi % 10 kârla, tanesi 11 TL den, $2.11 = 22$ TL ye satılır.

% 10 u, yani 1 tanesi % 40 zararla, tanesi 6 TL den, $1.6 = 6$ TL ye satılır.

% 30 u, yani 3 tanesi % 30 kârla, tanesi 13 TL den, $3.13 = 39$ TL ye satılır.

Satılan mallar toplam $22 + 6 + 39 = 67$ TL
Kalan 4 tane mal, tanesi x TL den $4x$ TL ye satılsın.

$$67 + 4x = 100 + 100 \cdot \frac{25}{100}$$

% 25 kârlı

$$67 + 4x = 125 \Rightarrow x = 14,5 \text{ olmalı}$$

$$\begin{array}{ccc} 10 \text{ TL de} & & 4,5 \text{ kâr} \\ 100 & \searrow & \nearrow \\ & x \text{ TL kâr edilir.} & \end{array}$$

Doğru orantı:

$$x = 45$$

olduğundan, kalan kısım % 45 kârla satılmalıdır.

Örnek 3:

Bir marketin satın aldığı bardakların % 30 u taşıma sırasında kırılıyor.

Buna göre, bardakların maliyetindeki artma oranını bulalım.

Çözüm:

10 bardak tanesi 1 TL den 10 TL ye alınsın.

% 30 u kırılırsa 7 bardak kalır.

Tanesi x TL den satılarak, 10 TL yi karşılansın.

$$7x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{7} \text{ olur.}$$

Tanesi 1 TL idi $\frac{10}{7}$ TL oldu.

$$\text{Maliyetteki artma oranı } \frac{10}{7} - 1 = \frac{3}{7} \text{ dir.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Tanesi a liradan b tanesi c liraya alınan pillerden % 20 si bozuk çıkıyor.

Buna göre, bir pilin maliyeti yüzde kaç artmıştır?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 36

Soru 2:

Bir mağaza sattığı mallarda % 30 indirim yapınca, günlük mal satışı % 50 artmıştır.

Buna göre, son durumda bu mağazanın satışlarından elde ettiği para (hasılat) nasıl değişir?

- A) % 3 artar B) % 4 azalır C) % 4 artar
D) % 5 azalır E) % 5 artar

Soru 3:

Bir malın % 40 ı % 15 zararla, % 30 u % 40 zararla satılmıştır.

Geriye kalan mal % kaç kârla satılırsa, maliyetine satış gerçekleşmiş olur?

- A) 40 B) 50 C) 60 D) 65 E) 70

Soru 4:

Bir manav x kg sebzeyi a TL ye satmayı düşünüyor. Ancak sebzelerin % 20 sini satınca geriye kalan sebzelerin % 30 unun çürüdüğünü fark ediyor.

Buna göre, tüccar düşündüğü kârı elde etmek için geri kalan sebzelerin kilogramını kaç TL den satmalıdır?

- A) $\frac{10a}{7}$ B) $\frac{7x}{10a}$ C) $\frac{3x}{10}$ D) $\frac{10a}{7x}$ E) $\frac{3a}{7x}$

Soru 5:

Bir sepette 300 yumurta vardır. Bu yumurtaların % 40 ı kırılıyor.

Kırıklar atıldıktan sonra elde kalan sağlam yumurtalar, alış fiyatı üzerinden % 50 kârla satılırsa, satıcının kâr-zarar durumu nasıl olur?

- A) % 10 zarar B) % 10 kâr C) % 1 kâr
D) % 1 zarar E) Ne kâr ne zarar

Bilgi

Satın alındıktan sonra fire veren mallar için veya satın alınırken eşantiyon olarak hediye alındığında maliyet veya elde edilen kâr hesaplanırken orantı kurulup hesap yapılabilir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Satın aldığı her 9 metre kumaş için, kendisine hediye olarak 1 metre kumaş (eşantiyon) verilen bir konfeksiyoncunun satın aldığı kumaşın maliyetinin % kaç azalacağını bulalım.

Çözüm:

Konfeksiyoncu 9 metre kumaş satın aldığı anda, 1 metre kumaş da hediye olarak eşantiyon verildiğine göre, elindeki 10 metre kumaşın 1 metresine para ödemedi almaktadır.

Buna göre, maliyetteki azalma oranı 10 da 1,

Yani $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$ (% 10) olur.

Örnek 2:

Yaş üzümün 1 kilogramı a TL dir. Yaş üzüm kuruyunca % 20 fire veriyor.

Yaş üzümün 1 kilogramına % 10 zam gelince a TL ye alınan yaş üzümünden kaç kilogram kuru üzüm elde edileceğini bulalım.

Çözüm:

1 kg yaş üzüm a TL ise % 10 zam gelirse,

1 kg yaş üzüm $\frac{11a}{10}$ TL olur.

$\frac{11a}{10}$ TL ye 1 kg yaş üzüm alınır,
a TL ye x kg yaş üzüm alınır.

Doğru orantı:

$$x = \frac{10}{11} \text{ kg yaş üzüm alınır.}$$

Yaş üzüm kuruyunca % 20 fire verdiği göre,

a TL ye alınan $\frac{10}{11}$ kg yaş üzümünden geriye kalan,

Yani a TL ye mâl edilen kuru üzüm,

$$\frac{10}{11} \cdot \frac{80}{100} = \frac{8}{11} \text{ kg dir.}$$

Örnek 3:

Bir manav satın aldığı domatesleri, alış fiyatının % 28 fazlasına satıyor. Manav domateslerinin tamamını sattıktan sonra bozuk olan terazisinin, domateslerin ağırlığını olduğundan % 25 daha fazla gösterdiğini tespit ediyor.

Buna göre, manavın kârının % kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

10 kg domatesi kilosu 10 TL den alsın.

Domateslerin maliyeti $10 \cdot 10 = 100$ TL olur.

10 kg domatesi terazisi % 25 fazla gösteriyorsa, 12,5 kg göstermiştir.

Alış fiyatının % 28 fazlasına, yani 12,8 TL ye 12,5 kg satmış gibi eline para geçeceğine göre,

Eline geçen para, $12,5 \cdot 12,8 = 160$ TL olur.

100 TL ye alıp 160 TL ye satıyorsa, kârı % 60 tır.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir sütçü, satın aldığı bir miktar süte, % 20 oranında su katıp sütün litresini, sütü satın aldığı fiyattan satacaktır. Sütü satarken kullandığı ölçek, gerçek ölçünün % 25 fazlasını göstermektedir.

Sütçü, süte kattığı suya, süte ödediği paranın % 10 u kadar para ödediğine göre; sütçünün kârı, sütü satın aldığı paranın yüzde kaçtır?

- A) 40 B) 45 C) 48 D) 50 E) 54

Soru 2:

% 25 kârla satış yapmakta olan bir bakkal, 100 liralık mal alan bir müşterisinin 100 lira yerine 10 lira vermiş olduğunu anlıyor.

Buna göre, bakkalın zararı kaç liradır?

- A) 100 B) 90 C) 80 D) 70 E) 60

Soru 3:

Kilosu 320 kuruşa alınan yaş üzüm kurutulduktan sonra kilosu 400 kuruşa satıldığında bu alım-satım dan % 20 kâr elde ediliyor.

Buna göre, 70 kg yaş üzümünden kaç kg kuru üzüm elde edilir?

- A) 57,5 B) 67,2 C) 67,5 D) 68 E) 68,5

Soru 4:

Bir kırtasiyeci toptancıdan aldığı her 5 kalem için 1 kalem de hediye alıyor. Bu kalemleri satarken; 2 kalemi, 3 kalemin satın alma fiyatına satıyor.

Buna göre, bu kırtasiyecinin hediye olarak aldığı kalemleri de satması şartıyla, bütün kalemleri sattığında elde ettiği kâr yüzde kaçtır?

- A) 25 B) 50 C) 60 D) 80 E) 90

Soru 5:

Bir toptancı, bir kırtasiyeye sattığı her 8 deste kalem için iki deste kalem de eşantıyon olarak veriyor.

Kırtasiye, kalemlerin satış fiyatını kalemlerin bir destesine ödediği fiyat üzerinden % 20 kârla belirlediğine göre, bütün kalemlerin satışından elde ettiği kâr yüzde kaç olur?

- A) 25 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

Soru 6:

Yaş üzüm kuruyunca % 20 fire verdiğiğine göre, maliyet yüzde kaç artar?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

Bilgi

Yıllık enflasyon oranının % a olduğu bir ülkede 100 TL ye alınan bir mal bir yıl sonunda, $100 + a$ TL olur.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Yıllık enflasyon oranının iki basamaklı bir sayı olduğu bir ülkede k liraya alınan bir malın bir yıl sonra en az kaç lira olacağını bulalım.

Çözüm:

İki basamaklı en küçük doğal sayı 10 olduğundan, yıllık enflasyon en az % 10 olursa, bu malın bir yıl sonraki fiyatı en az,

$$k + k \cdot \frac{10}{100} = \frac{11k}{10} \text{ TL olur.}$$

Örnek 2:

Yıllık enflasyon oranının % 60 olduğu bir ülkede memurların maaşlarına 6 ayda bir % 20 zam uygulanmaktadır.

Bir yıl sonunda bu ülkedeki memurların kaybının % kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

Bir malın fiyatı ile bir memur maaşı 100 TL olsun. Bu malın yıl sonundaki fiyatı;

$$100 \xrightarrow[\text{enflasyon}]{\% 60} 160 \text{ TL}$$

Memurun maaşı yıl sonunda;

$$100 \xrightarrow[\% 20]{\text{Birinci 6 ayda}} 120 \xrightarrow[\% 20]{\text{İkinci 6 ayda}} 144 \text{ TL olur.}$$

Memurun kaybı 160 TL de $160 - 144 = 16$ TL dir.

$$\begin{array}{ccc} 160 \text{ ta} & & 16 \text{ TL kayıp} \\ 100 \text{ de} & \nearrow \searrow & x \end{array}$$

Doğru orantı:

$$x = \frac{16 \cdot 100}{160} = 10 \text{ olduğundan,}$$

Bir yıl sonunda memurların kaybı % 10 olur.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Birinci ve ikinci 6 aylık dönemlerde enflasyon oranı % 50 olan bir ülkede yıllık enflasyon oranı yüzde kaçtır?

- A) 100 B) 110 C) 120 D) 125 E) 135

Soru 2:

Yıllık enflasyon oranının % 60 olduğu bir ülkede memur maaşlarına 1 yılda % 12 zam yapılıyor.

Buna göre, bu ülkede memurların satın alma gücü yüzde kaç azalmıştır?

- A) 30 B) 36 C) 42 D) 45 E) 48

Soru 3:

Bir tüccar aldığı bir malı enflasyonun olmadığı durumda bir sene sonra % 20 kârla 180 TL ye satıyor. Enflasyon olan bir durumda ise aynı malı bir sene önceki maliyeti üzerinden % 20 kâr ederek 198 TL ye satıyor.

Buna göre, enflasyon % kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

1. Bir satıcı elindeki malın önce % 15 ini, daha sonra kalan malın % 20 sini satmıştır.

Buna göre, başlangıçtaki malın yüzde kaç satılmamıştır?

- A) 75 B) 72 C) 70 D) 68 E) 65

2. Ucuzluk yapan bir mağaza, fiyatlarında % 20 indirim yapıyor. İlk hafta satışların az olduğunu görünce ikinci hafta indirimli fiyatlar üzerinden % 25 daha indirim yapıyor.

Bu mağazanın yaptığı tüm indirim yüzde kaçtır?

- A) 32,5 B) 35 C) 37,5 D) 40 E) 42,5

3. Bir mal a liradan satılırsa % 25 kâr, b liradan satılırsa % 25 zarar edilmektedir.

Buna göre, $\frac{b}{a}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{3}$

4. Bir malın etiket fiyatı, maliyet fiyatı üzerinden % 30 karla hesaplamıştır.

Bu mal, etiket fiyatı üzerinden % 10 indirimle satılırsa, maliyet fiyatı üzerinden elde edilen kar yüzde kaç olur?

- A) 25 B) 23 C) 21 D) 19 E) 17

5. Bir bakkal, bir miktar baharatı etiket fiyatının % 25 eksikliğine almış, etiket fiyatının % 10 eksikliğine satmıştır.

Bakkal, bu baharatın satışından yüzde kaç kâr etmiştir?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 20 E) 25

6. 0,009 hangi sayının % 30 udur?

- A) 0,0003 B) 0,003 C) 0,0033
D) 0,033 E) 0,03

7. % 10 zararlı 180 liraya satılan bir mal % 10 kârla satılsaydı kaç liraya satılırdı?

- A) 220 B) 221 C) 225 D) 230 E) 240

8. Bir satıcının bir malı % 40 kârla satarken, satış fiyatı üzerinden % 20 indirim yaparak 560 liraya satıyor.

Bu malın maliyeti kaç liradır?

- A) 510 B) 500 C) 480 D) 470 E) 460

9. x liraya alınan bir mal % 40 kârla $2x - 600$ liraya satılmıştır.

Buna göre, satıştan kaç lira kâr edilmiştir?

- A) 200 B) 250 C) 300 D) 350 E) 400

10. a sayısı b sayısının % 30 u, b sayısı da c sayısının % 20 sidir.

Buna göre, a sayısı c sayısının yüzde kaçıdır?

- A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

11. Bir kırtasiyeci elindeki kalemelerin 5 tanesini % 10 kârla, geriye kalanlarını da % 40 kârla satıyor.

Kırtasiyecinin bu kalemelerin tamamının satışından elde ettiği kâr % 30 olduğuna göre, % 40 kârla kaç tane kalem satmıştır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

12. Etiket fiyatı maliyet üzerinden % 15 karla hesaplanan bir malın indirimli fiyatı etiket fiyatından 600 TL azdır.

Bu mal indirimli fiyatla satıldığında maliyet üzerinden % 5 zarar edildiğine göre, bu malın maliyeti kaç TL dir?

- A) 2000 B) 2500 C) 3000
D) 3500 E) 4000

13. Bir satıcının, tanesini 1 liraya mal ettiği bir koli bardağın üçte biri taşıma sırasında kırılmıştır. Bu satıcı kalan bardakların tanesini 2,25 liradan satmıştır.

Buna göre, maliyet üzerinden sonuçtaki kâr-zarar durumu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) % 50 kâr B) % 25 kâr C) % 50 zarar
D) % 25 zarar E) Ne kâr, ne zarar

14. $x > 0$ olmak koşuluyla bir malın etiket fiyatı $x - \frac{x}{5}$ tir.

Bu malın indirimli fiyatı $\frac{13x}{25}$ olduğuna göre, etiket fiyatı üzerinden yapılan indirim yüzde kaçtır?

- A) 25 B) 30 C) 35 D) 45 E) 60

15. % 20 si kız öğrenci olan bir sınıfa 15 kız öğrenci daha katıldığında, sınıftaki kız öğrenci oranı % 40 olmuştur.

Buna göre, sınıftaki erkek öğrenci sayısı kaçtır?

- A) 28 B) 30 C) 32 D) 36 E) 40

16. Çayın kilogramı 2a TL dir.

Çaya % 10 zam yapıldığında a TL ye kaç kilogram çay alınabilir?

- A) $\frac{9}{10}$ B) $\frac{5}{11}$ C) $\frac{a}{10}$ D) $\frac{5a}{11}$ E) $\frac{11a}{12}$

1. Bir kırtasiyeci 75 kalem almak için ödediği paraya 60 kalem satmıştır.

Buna göre, kırtasiyecinin kârı yüzde kaçtır?

A) 40 B) 35 C) 30 D) 25 E) 20

2. Bir torbadaki bilyelerin % 32 si beyaz, geriye kalanları mavi renklidir.

Buna göre, bu torbadaki mavi renkli bilyelerin sayısı en az kaçtır?

A) 17 B) 18 C) 23 D) 25 E) 27

3. % 5 kârla a liraya satılan bir mal, % 25 zararlarla kaç liraya satılır?

A) $\frac{2a}{7}$ B) $\frac{3a}{7}$ C) $\frac{4a}{7}$

D) $\frac{5a}{7}$ E) $\frac{6a}{7}$

4. Zeynep bir sayıyı 4 e bölmesi gerekirken yanlışlıkla 4 ile çarpmıştır.

Buna göre, yapılan hata oranı yüzde kaçtır?

A) 100 B) 400 C) 500 D) 1000 E) 1500

5.

	Maliyet [TL]	Satış [TL]
Ütü	20	25
Kazak	12	18
Gömlek	20	24
Telefon	90	120
Kitap	10	14

Yukarıdaki tabloda, bir mağazada satılan ürünlerin alış ve satış fiyatları verilmiştir.

Hangi ürünün satışında kâr oranı en çoktur?

A) Ütü B) Kitap C) Kazak

D) Telefon E) Gömlek

6. "5 AL, 4 ÖDE" kampanyasıyla satış yapan bir mağazadan alış-veriş yapan bir müşteri, aynı ürünün 5 tane alıp 4 tanesinin ücretini ödediğine göre, mağazanın bu müşteriye uyguladığı indirim oranı, ürünün etiket fiyatı üzerinden yüzde kaç olur?

A) 25 B) 20 C) 15 D) 10 E) 5

7. Etiket fiyatının % 35 eksikğine alınan bir mal, etiket fiyatının % 9 eksikğine satılırsa elde edilen kâr yüzde kaç olur?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 45 E) 50

8. Ahmet'in harçlığı kardeşi Tarık'ın harçlığının 3 katından 50 lira eksiktir. Ahmet'in harçlığı 10 lira, Tarık'ın harçlığı ise % 100 artırılırsa iki kardeşin harçlığı eşit olmaktadır.

Buna göre, Tarık'ın başlangıçtaki harçlığı kaç lira artırılmıştır?

A) 25 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

9. Bir takım elbisenin alış fiyatının 6 katı satış fiyatının 4 katına eşittir.

Bu takım elbisenin satışından elde edilen kâr yüzde kaçtır?

A) 40 B) 50 C) 55 D) 60 E) 65

10. Maliyet fiyatı üzerinden % 30 zararlarla x liraya satılan bir mal, 3x liraya satılırsa maliyeti üzerinden yüzde kaç kâr elde edilir?

A) 10 B) 70 C) 90 D) 110 E) 160

11. Bir sayının % 20 si hesaplanıp kendisinden çıkarılıyor. Kalan sayının da % 20 si hesaplanıp kalan sayıya ekleniyor.

Son bulunan sayı, başlangıçtaki sayının yüzde kaçıdır?

A) 88 B) 90 C) 92 D) 94 E) 96

12. Feyza bir kitabı hergün bir önceki gün okuduğundan % 50 daha fazla okuyarak 3 günde bitiriyor.

2. günün sonunda toplam 300 sayfa okuduğuna göre, kitap kaç sayfadır?

A) 570 B) 625 C) 850 D) 915 E) 920

13. Bir satıcı aldığı limonları % 45 zarar ile satıyor. Satış fiyatı 225 lira fazla olsaydı, % 5 kâr edecekti.

Buna göre, limonların alış fiyatı kaç liradır?

A) 500 B) 450 C) 400 D) 350 E) 300

14. Eşit kapasiteli 4 işçi bir işi 8 günde bitirebiliyor.

İşçilerin her birinin kapasitesi % 20 azalırsa aynı işi kaç günde bitirebilirler?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

15. % 160 kârla satılan bir mal, sezon sonunda etiket fiyatı üzerinden % 50 indirim yapılarak 130 TL ye satılıyor.

Bu malın indirimli satışından elde edilen kâr kaç TL dir?

A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

16. A liraya alınan bir ürün, % 25 kârla B liraya satılıyor.

B liraya alınıp 2A liraya satılan başka bir ürünün elde edilen kâr yüzde kaç olur?

A) 40 B) 50 C) 55 D) 60 E) 65

17. % 30 u erkek olan 20 kişinin bulunduğu bir otobüsten erkeklerin yarısı iniyor ve otobüse 8 bayan biniyor.

Buna göre, son durumda otobüsteki yolcuların yüzde kaç erkeklerdir?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

18. Kenarlarının oranı $\frac{2}{3}$ olan bir dikdörtgenin uzun kenarları değişmemek şartıyla, çevresinin % 30 artması için kısa kenarları yüzde kaç artırılmalıdır?

A) 40 B) 45 C) 60 D) 70 E) 75

1. Aylık maaşının % 15 ini biriktiren bir memur, 6 ay sonunda 900 TL biriktirmiştir.

Bu memurun aylık maaşı kaç TL dir?

- A) 800 B) 900 C) 1000 D) 1200 E) 1500

2. a kuruşa alınan bir mal % 30 kârla $2a - 35$ kuruşa satılmıştır.

Bu malın alış fiyatı kaç kuruştur?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 40 E) 50

3. Bir izci grubundaki erkeklerin sayısı bayanların sayısının % 20 sidir.

Bu gruptaki, bayanların sayısı erkeklerin sayısından 16 fazla olduğuna göre, bayan sayısı kaçtır?

- A) 20 B) 24 C) 28 D) 30 E) 35

4. Kilogramı a kuruş olan şekerin fiyatına % 20 zam yapıldığında $5a$ kuruşa kaç kg şeker alınabilir?

- A) $\frac{13}{6}$ B) $\frac{17}{6}$ C) 3 D) $\frac{23}{6}$ E) $\frac{25}{6}$

5. Bir öğrenci, bir testteki soruların % 60 ını çözdüğünde geriye 16 soru kalmaktadır.

Buna göre, testte toplam kaç soru vardır?

- A) 32 B) 36 C) 40 D) 45 E) 50

6. $\frac{10^{11} - 10^{10}}{10^9}$

sayısının % 10 u kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

7. Bir sayının dörtte biri ile sekizde birinin toplamı, aynı sayının 2 katının % 20 sinin 8 eksikliğine eşit olduğuna göre, bu sayı kaçtır?

- A) 300 B) 320 C) 340 D) 360 E) 380

8. x sayısı y sayısının % 45 i, y sayısı da z sayısının % 40 ıdır.

Buna göre, x sayısı z sayısının yüzde kaçıdır?

- A) 5 B) 18 C) 25 D) 30 E) 42

9. Bir bakkal kilogramını 8 TL den aldığı yaş inciri kurutarak satıyor. Yaş incir kuruyunca % 40 azalıyor.

Bakkal bu satıştan % 20 kâr elde ettiğine göre, kuru incirin kilogramını kaç TL den satmıştır?

- A) 25 B) 24 C) 20 D) 16 E) 12

10. x sayısının % 57 si, y sayısının % 24 üne eşittir.

Buna göre, $x+y$ nin en küçük pozitif tamsayı değeri kaçtır?

- A) 35 B) 27 C) 20 D) 19 E) 8

11. p, q ve m pozitif sayılar ve $q < 100$ dür.

m yi % p kadar artırdıktan sonra sonuç % q azaltıldığında elde edilen sayı m den büyük olduğuna göre, p ve q arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $p > q$ B) $p > \frac{q}{100 - q}$ C) $p > \frac{q}{1 - q}$

D) $p > \frac{q}{100 + q}$ E) $p > \frac{100q}{100 - q}$

12. Bir fabrikada aynı ürünü üreten üç makina bir günde sırasıyla a, b ve c miktarlarda üretim yapabilmektedir. a miktar üretim yapanın üretimi % 30 artırılıp diğer ikisinin üretimi hızı % 30 azaltıldığında bu üç makinanın toplam üretim % 20 azalmaktadır.

Buna göre; a, b, c arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4a = b + c$ B) $3a = b + c$ C) $3b = a + c$

D) $5a = b + c$ E) $4b = a + c$

13. Bir işçi haftalığının % 10 unu biriktirmektedir. 6 hafta sonra haftalığına % 20 zam geliyor ve toplam 12 hafta sonra biriktirdiği para, zamlı haftalığın iki katına eşit oluyor.

Buna göre, işçi zamlı haftalığının % kaçını biriktirmiştir?

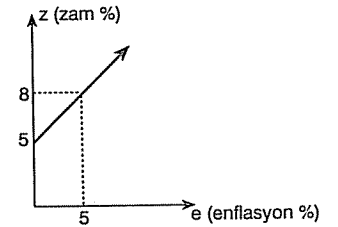
- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

14. Bir sitedeki ailelerin % 30 u A gazetesini, % 45 i B gazetesini, % 15 i de sadece C gazetesini okumaktadır.

Sitede bu gazetelerin hiçbirini okumayan 12 aile olduğuna göre, sitedeki toplam aile sayısı en az kaç olabilir?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

15.



Bir şirketin yıllık enflasyona (e) bağlı olarak çalışanlarına verdiği zam oranı (z) yukarıdaki doğruşal grafik yüzde olarak verilmiştir.

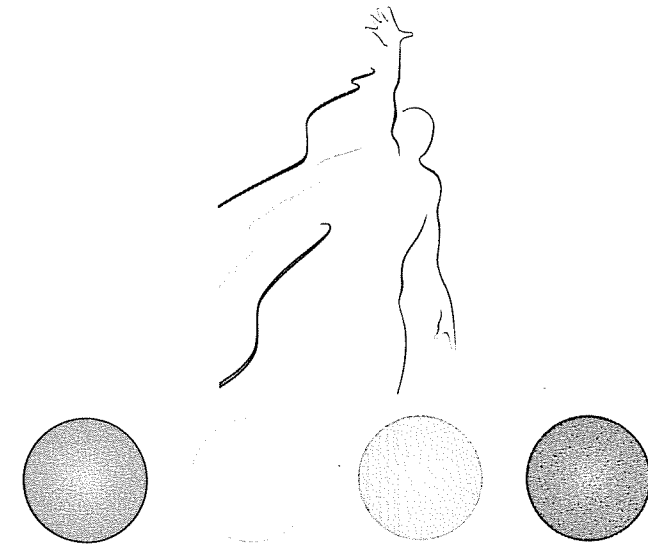
Bu tabloya göre, yıllık enflasyon oranı % 20 olursa çalışanlara yüzde kaç zam yapılır?

- A) 11 B) 14 C) 17 D) 20 E) 23

16. Bir havayolu firması, bir ay önceden yapılan bilet fiyatı ödemelerine % 10 indirim yapmaktadır. Aylık enflasyonun %2 olduğu bu ülkede ay sonunda bu oran bilet fiyatına eklenerek satış yapılmaktadır.

Bir ay önceden biletini 90 TL ödeyerek alan Onur'un toplam kazancı kaç TL olur?

- A) 19 B) 12 C) 11,8 D) 10 E) 8



BÖLÜM 12

FAİZ - KARIŞIM
PROBLEMLERİ

FAİZ PROBLEMLERİ

Basit Faiz

Bilgi

A = Anapara (kapital)

n = Yıllık faiz oranı

t = Faizdeki süre

F = Alınan faiz miktarı

olmak üzere,

■ A liranın t yılda getireceği basit faiz;

$$F = \frac{A \cdot n \cdot t}{100} \text{ dür.}$$

■ A liranın t ayda getireceği basit faiz;

$$F = \frac{A \cdot n \cdot t}{1200} \text{ dür.}$$

■ A liranın t günde getireceği basit faiz;

$$F = \frac{A \cdot n \cdot t}{36000} \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Bir esnaf 1250 lirasını yıllık % 20 basit faiz uygulayan bir bankaya yatırıyor.

I. Bu esnafın 2 yıl sonunda alacağı basit faiz miktarını

II. 9 ay sonunda alacağı basit faiz miktarını

III. 180 gün sonra alacağı basit faiz miktarını bulalım.

Çözüm:

I. 1250 lira yıllık % 20 basit faiz oranı üzerinden bankaya yatırılırsa 2 yıl sonunda getireceği basit faiz geliri:

$$F = \frac{A \cdot n \cdot t}{100} \text{ den,}$$

$$F = \frac{1250 \cdot 20 \cdot 2}{100} = 500 \text{ lira bulunur.}$$

II. 1250 lira yıllık % 20 basit faiz oranı üzerinden bankaya yatırılırsa 9 ay sonunda getireceği basit faiz geliri:

$$F = \frac{A \cdot n \cdot t}{1200} \text{ den,}$$

$$F = \frac{1250 \cdot 20 \cdot 9}{1200} = 187,5 \text{ lira bulunur.}$$

III. 1250 lira yıllık % 20 basit faiz oranı üzerinden bankaya yatırılırsa 180 gün sonunda getireceği basit faiz geliri:

$$F = \frac{A \cdot n \cdot t}{36000} \text{ den,}$$

$$F = \frac{1250 \cdot 20 \cdot 180}{36000} = 125 \text{ lira bulunur.}$$

Örnek 2:

Yıllık % 20 basit faiz oranı üzerinden üç yıl süreyle bankaya yatırılan anapara, 3600 TL basit faiz geliri getirdiğine göre, yatırılan anaparanın kaç TL olduğunu bulalım.

Çözüm:

I.yol

% 20 basit faiz oranı ile üç yıl süreyle bankaya yatırıldığında 3600 TL faiz geliri getiren anapara A TL olsun.

Buna göre,

$$F = \frac{A \cdot n \cdot t}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{A \cdot 20 \cdot 3}{100} = 3600$$

$$\Rightarrow \frac{60 \cdot A}{100} = 3600$$

$$\Rightarrow \frac{A}{100} = 60$$

$$\Rightarrow A = 6000 \text{ TL bulunur.}$$

II. yol

Ana para	3 yıllık faiz
100	3.20
A	3600

Doğru Orantı; $60. A = 3600.100$
 $\Rightarrow A = 6000 \text{ TL}$ bulunur.

Örnek 3:

Yıllık % 40 basit faiz oranı üzerinden bankaya yatırılan bir miktar paranın, kaç ay sonra kendisinin $\frac{1}{5}$ i kadar basit faiz geliri getireceğini bulalım.

Çözüm:

I. yol:

A TL, t ay sonra % 40 tan $\frac{A}{5}$ TL faiz geliri getirsin. Bu verileri formülde yerine yazarak t nin kaç olduğunu bulalım.

Buna göre,

$$F = \frac{A \cdot 40 \cdot t}{1200} = \frac{A}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{40 \cdot t}{1200} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{t}{30} = \frac{1}{5} \Rightarrow t = 6 \text{ ay bulunur.}$$

II. yol

Ay olarak süre	Faiz geliri
12	$A \cdot \frac{40}{100}$
t	$\frac{A}{5}$

Doğru Orantı; $\frac{40 \cdot A}{100} \cdot t = \frac{A}{5} \cdot 12$
 $\Rightarrow t = 6 \text{ ay bulunur.}$

Örnek 4:

200 gün süreyle bir bankaya yatırılan 3000 TL, 600 TL basit faiz geliri getirdiğine göre, bankanın uyguladığı yıllık faiz oranını bulalım.

Çözüm:

Yıllık % n basit faiz oranı ile 200 gün süreyle bankaya yatırılan 3000 TL, 600 TL basit faiz geliri getirdiğine göre,

$$F = \frac{A \cdot n \cdot t}{36000}$$

$$\Rightarrow \frac{3000 \cdot n \cdot 200}{36000} = 600$$

$$\Rightarrow \frac{3 \cdot n \cdot 2}{36} = 6$$

$$\Rightarrow n = 36 \text{ bulunur.}$$

Örnek 5:

İlhan, parasını yıllık % 25 basit faiz oranı ile A bankasına yatırdığında 1 yılda alacağı basit faiz; B bankasına yatırdığında 10 ayda alacağı basit faizin $\frac{3}{4}$ katına eşittir.

Buna göre, B bankasının uyguladığı yıllık faiz oranının yüzde kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

İlhan'ın parası K olsun.

A bankasından 1 yılda alacağı basit faiz;

$$F_A = \frac{K \cdot 25 \cdot 1}{100} = \frac{K}{4} \text{ tür.}$$

B bankasından 10 ayda alacağı basit faiz,

$$F_B = \frac{K \cdot n \cdot 10}{1200} = \frac{K \cdot n}{120} \text{ dir.}$$

O halde,

$$F_A = \frac{3}{4} \cdot F_B \Rightarrow \frac{K}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{K \cdot n}{120}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{n}{40}$$

$$\Rightarrow n = 40 \text{ bulunur.}$$

O halde, B bankasının uyguladığı yıllık faiz oranı % 40 tır.

Örnek 6 :

Yıllık % 24 basit faiz oranı ile bankaya yatırılan bir miktar para, 15 ay sonra faizi ile birlikte 16900 TL olarak çekildiğine göre, bankaya yatırılan paranın kaç TL olduğunu bulalım.

Çözüm:

Yıllık % 24 basit faiz oranı ile bankaya yatırılan para A TL, getirdiği faiz miktarı da F TL olsun.

Buna göre,

$$A + F = 16900$$

$$\Rightarrow A + \frac{A \cdot 24 \cdot 15}{1200} = 16900$$

$$\Rightarrow A + \frac{A \cdot 3}{10} = 16900$$

$$\Rightarrow \frac{13 \cdot A}{10} = 16900$$

$$\Rightarrow A = 13000 \text{ TL bulunur.}$$

Örnek 7 :

Bir bankaya yatırılan A TL, 2 yıllık basit faizi ile birlikte toplam B TL olmaktadır.

$5A = 4B$ olduğuna göre, bankanın uyguladığı yıllık faiz oranının yüzde kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

Yıllık % n basit faiz oranı ile bankaya yatırılan para A TL nin, 2 yılda getirdiği basit faiz geliri de F TL olsun.

Buna göre,

$$A + F = B$$

$$\Rightarrow A + \frac{A \cdot n \cdot 2}{100} = B$$

$$\Rightarrow A + \frac{A \cdot n}{50} = B$$

$$\Rightarrow A(50 + n) = 50 \cdot B$$

ifadesinde $5A = 4B \Rightarrow B = \frac{5A}{4}$ yazılırsa,

$$\Rightarrow A(50 + n) = 50 \cdot \frac{5A}{4}$$

$$\Rightarrow 50 + n = \frac{250}{4}$$

$$\Rightarrow 200 + 4n = 250$$

$$\Rightarrow n = 12,5 \text{ bulunur.}$$

Örnek 8 :

Bir miktar para, yıllık % 12 basit faiz oranı ile belli bir süre bankaya yatırılırsa anaparanın yarısı kadar basit faiz geliri elde ediliyor.

Aynı para aynı sürede yıllık % 20 basit faiz oranı ile başka bir bankaya yatırılırsa, anaparanın kaç katı basit faiz geliri getireceğini bulalım.

Çözüm:

I. yol

A TL, t yıl sonra % 12 den $\frac{A}{2}$ TL basit faiz geliri getirsin.

Buna göre,

$$F = \frac{A \cdot 12 \cdot t}{100} = \frac{A}{2}$$

$$\Rightarrow t = \frac{100}{24}$$

$$\Rightarrow t = \frac{25}{6} \text{ yıl bulunur.}$$

A TL, $t = \frac{25}{6}$ yıl sonra % 20 den F TL faiz geliri getirsin.

Buna göre,

$$F = \frac{A \cdot 20 \cdot t}{100}$$

$$F = \frac{A}{5} \cdot \frac{25}{6}$$

$$F = \frac{5}{6} \cdot A \text{ bulunur.}$$

II. yol

Faiz oranı Faiz Geliri

$$\begin{array}{ccc} 12 & \searrow & \frac{A}{2} \\ 20 & \nearrow & F \end{array}$$

$$\text{Doğru Orantı; } 20 \cdot \frac{A}{2} = 12 \cdot F$$

$$\Rightarrow F = \frac{5}{6} \cdot A \text{ bulunur.}$$

☐ Bilgi Uygulama

Soru 1:

50 bin liranın $\frac{2}{5}$ i yıllık % 60 tan 4 aylığına, geri kalanı yıllık % 40 tan 1 yıllığına bankaya faize yatırılıyor.

Elde edilen toplam basit faiz geliri kaç bin liradır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 24

Soru 2:

Bir esnaf 20 bin lirasını yıllık % 20 basit faiz veren bir bankaya faize yatırıyor. 1 yıl sonunda aldığı basit faizin % 25 ini vergi olarak ödüyor.

Bu esnafın 1 yıl sonundaki toplam parası kaç bin liradır?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

Soru 3:

Yıllık % 30 faiz veren bir bankaya yatırılan bir miktar para kaç ay sonra kendisinin % 20 si kadar basit faiz getirir?

- A) 3 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Soru 4:

Bir adam parasını bankaya faize yatırıyor.

Anaparası ile 4 yılda elde ettiği basit faiz geliri toplamı, başlangıçta bankaya yatırdığı paranın 2 katına eşit olduğuna göre, bankanın uyguladığı yıllık faiz oranı yüzde kaçtır?

- A) 15 B) 20 C) 24 D) 25 E) 30

Soru 5:

A liranın yıllık % 20 den a yılda getirdiği basit faiz, B liranın yıllık % 40 tan b yılda getirdiği basit faize eşittir.

$4A = 7B$ olduğuna göre, b sayısı a nın kaç katıdır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{7}{8}$ D) $\frac{7}{10}$ E) $\frac{3}{10}$

Soru 6:

Bir tüccar, parasının % 50 sini 2' yıllığına bankaya faize yatırıyor.

Bu tüccarın 2 yılda elde ettiği basit faiz geliri tüm parasının $\frac{3}{5}$ ine eşit olduğuna göre, bankanın uyguladığı yıllık faiz oranı yüzde kaçtır?

- A) 30 B) 45 C) 60 D) 65 E) 70

Soru 7:

A TL yıllık % 60 faiz veren bir bankaya 1 yıllığına faize yatırılıyor.

Bu para 1 yıl sonunda anaparası ile birlikte toplam $(2A - 20000)$ TL olarak bankadan çekildiğine göre, elde edilen basit faiz geliri kaç bin TL dir?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

Soru 8:

Bir miktar para, yıllık %12 basit faiz veren bir bankaya belli bir süre faize yatırılırsa anaparanın $\frac{3}{10}$ u kadar basit faiz geliri elde ediliyor.

Aynı para aynı sürede yıllık %15 basit faiz veren başka bir bankaya yatırılıyorsa anaparanın kaç katı kadar basit faiz geliri elde edilirdi?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{7}{10}$

Soru 9:

Bir miktar para yıllık % n basit faiz veren bir bankaya 5 aylığına faize yatırılırsa, kendisinin $\frac{1}{10}$ u kadar basit faiz geliri getiriyor.

Buna göre, bu bankaya yatırılacak 10 bin TL, yıllık % n den yıl sonunda kaç TL basit faiz geliri getirir?

- A) 240 B) 480 C) 1200 D) 2400 E) 2800

Bilgi

Bankanın verdiği faiz yüzdesi genellikle yıllıktır. Eğer aylık faiz oranından bahsediliyorsa, bu oran 12 ile çarpılarak uygulanan yıllık faiz oranı bulunarak sorular çözülür.

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Bir bankaya aylık % 10 basit faizle yatırılan 120000 TL nin 1 yıl sonunda kaç lira basit faiz getireceğini bulalım.

Çözüm:

Aylık faiz oranı % 10 ise,
yıllık faiz oranı % 120 dir.

Buna göre, bir yıl sonunda alınacak basit faiz,

$$F = \frac{120000 \cdot 120 \cdot 1}{100} = 144000 \text{ TL bulunur.}$$

Örnek 2:

Aylık % 5 basit faiz veren bir bankaya yatırılan paranın, kaç yıl sonra kendisinin $\frac{18}{5}$ katı kadar basit faiz geliri getireceğini bulalım.

Çözüm:

Aylık faiz oranı % 5 ise,
yıllık faiz oranı % 60 tır.

Buna göre,

$$F = \frac{A \cdot 60 \cdot t}{100} = \frac{18 \cdot A}{5}$$

$$\Rightarrow 300t = 1800$$

$$\Rightarrow t = 6 \text{ yıl bulunur.}$$

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Bir miktar para aylık % 6 basit faiz veren bir bankaya faize yatırılıyor.

Kaç ay sonra bu para 4 katına çıkar?

- A) 30 B) 45 C) 50 D) 75 E) 80

Soru 2:

Bir adam parasının yarısını aylık % 2 faiz veren bir A bankasına 5 aylığına, diğer yarısını da yıllık % 20 faiz veren bir B bankasına 1 yıllığına faize yatırıyor.

A bankasından aldığı basit faiz miktarının B bankasından aldığı basit faiz miktarına oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{5}{12}$

Soru 3:

Bir banka geciken kredi kartı borçlarına aylık % 7 basit faiz uyguluyor.

Kredi kartı borcu 420 TL olan bir kişi, borcunu 15 gün geç öderse kaç TL faiz öder?

- A) 14 B) 14,3 C) 14,7 D) 15,3 E) 15,7

Bilgi

Anaparanın belli oranlarda bölünerek iki farklı bankaya, farklı faiz oranları ile yatırıldığı soru tipleri ile ilgili aşağıdaki örnekleri inceleyiniz.

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Derya parasının $\frac{1}{4}$ ünü yıllık % 25 ten 3 aylığına A bankasına, geri kalanını yıllık % 30 dan 9 aylığına B bankasına yatırıyor.

Derya'nın A bankasından aldığı basit faizin, B bankasından aldığı basit faize oranını bulalım.

Çözüm:

Derya'nın parası 100 lira olsun.

Parasının $\frac{1}{4}$ ünü yani 25 lirasını yatırdığı A bankasından alacağı basit faiz;

$$F_A = \frac{25 \cdot 25 \cdot 3}{1200} = \frac{25}{16}$$

Parasının $\frac{3}{4}$ ünü yani 75 lirasını yatırdığı B bankasından alacağı basit faiz,

$$F_B = \frac{75 \cdot 30 \cdot 9}{1200} = \frac{135}{8}$$

O halde,

$$\begin{aligned} \frac{F_A}{F_B} &= \frac{\frac{25}{16}}{\frac{135}{8}} \\ &= \frac{25}{16} \cdot \frac{8}{135} \\ &= \frac{5}{54} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek 2:

Bir adam, parasının $\frac{3}{5}$ ini yıllık % 60 tan geri kalanında yıllık % 50 den 1 yılığına faize veriyor. Eğer tersini yapsaydı, yani $\frac{3}{5}$ ini yıllık % 50 den geri kalanını yıllık % 60 tan faize verseydi 3000 TL daha az faiz alacaktı.

Buna göre, bu adamın faize verdiği paranın kaç lira olduğunu bulalım.

Çözüm:

Adam'ın parası A TL olsun.

$$\frac{A \cdot \frac{3}{5} \cdot 60 + A \cdot \frac{2}{5} \cdot 50}{100} - 3000 = \frac{3A}{5} \cdot 50 + \frac{2A}{5} \cdot 60$$

$$\Rightarrow \frac{28A}{50} - 3000 = \frac{27A}{50}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{50} = 3000 \Rightarrow A = 150\,000 \text{ TL bulunur.}$$

Örnek 3:

Ayla parasının bir kısmını yıllık % 9 dan, bir kısmını da yıllık % 12 den faize veriyor. Ayla bir yıl sonunda toplam 120 TL faiz alıyor.

Ayla'nın % 12 den faize verdiği para diğerinden 300 TL fazla olduğuna göre, % 9 dan faize verdiği para kaç TL dir?

Çözüm:

Yıllık % 9 dan faize verilen para: A TL olsun,
Yıllık % 12 den faize verilen para: A + 300 TL olur.

Buna göre,

$$A \text{ TL nin } \% 9 \text{ dan bir yıllık faizi: } \frac{9}{100} \cdot A \text{ TL}$$

$$A + 300 \text{ TL nin } \% 12 \text{ den bir yıllık faizi:}$$

$$\frac{12}{100} \cdot (A + 300) \text{ TL olur.}$$

Ayla bir yıl sonunda toplam 120 TL faiz aldığına göre, faizlerin toplamı 120 TL dir.

Buna göre,

$$\frac{9}{100} \cdot A + \frac{12}{100} \cdot (A + 300) = 120$$

$$\Rightarrow A = 400 \text{ TL bulunur.}$$

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Bir adam parasının $\frac{1}{3}$ ünü yıllık % 30 dan 2 yılığına geri kalanını da yıllık % 20 den 18 aylığına bankaya faize yatırıyor. Eğer tersini yapsaydı, yani parasının $\frac{1}{3}$ ünü yıllık % 20 den 18 aylığına, geri kalanını da yıllık % 30 dan 2 yılığına faize verseydi 2000 TL daha fazla faiz alacaktı.

Buna göre, bu adamın parası kaç TL dir?

- A) 10 000 ☒ B) 20 000 C) 25 000
D) 30 000 E) 40 000

Soru 2:

Bir adam parasının bir kısmını yıllık % 6 dan, bir kısmını da yıllık % 10 dan faize veriyor. Bir yıl sonunda bu adamın anaparası ile birlikte toplam parası 9780 TL oluyor.

Bu adamın % 10 dan faize verdiği para, diğerinin 2 katı olduğuna göre, % 6 dan faize verdiği para kaç TL dir?

- A) 2500 ☒ B) 3000 C) 3500
D) 3600 E) 4000

Bilgi

Bankaya dolar veya euro olarak yatırılan paranın getirdiği faiz miktarı ile ilgili soru tipleri için aşağıdaki örnekleri inceleyiniz.

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Bir kişi 1000 eurosunu, euro üzerinden % 15 basit faiz veren bir bankaya 3 yılığına faize yatırıyor.

Üç yıl sonra 1 euro 1,8 TL olacağına göre, bu kişinin üç yıl sonraki parasının TL cinsinden değerini bulalım.

Çözüm:

1000 Euro'nun % 15 ten üç yılda getirdiği basit faiz,

$$F = \frac{1000 \cdot 15 \cdot 3}{100} = 450 \text{ euro bulunur.}$$

Üç yıl sonra

$$1000 + 450 = 1450 \text{ eurosu olur.}$$

1450 euronun TL karşılığı,

$$1450 \cdot 1,8 = 2610 \text{ TL bulunur.}$$

Örnek 2:

Bir banka dolar olarak yatırılan paraya yıllık % 20, TL olarak yatırılan paraya yıllık % 50 basit faiz veriyor. 1 doların 1,2 TL olduğu bir dönemde 400 doları olan bir kişi parasını dolar olarak bankaya yatırıyor.

Parasını TL olarak faize yatırmak yerine dolar olarak faize yatıran bu kişinin, yıl sonunda parasını faizi ile birlikte çektiğinde zararda olmaması için doların değerinin yıl sonunda en az kaç TL olması gerektiğini bulalım.

Çözüm:

Para dolar olarak yatırılırsa 1 yıl sonundaki parası,

$$400 + \frac{400 \cdot 20 \cdot 1}{100} = 480 \text{ dolar olacaktır.}$$

Parasını TL olarak yatırır 1 yıl sonundaki parası,

$$400 \cdot 1,2 + \frac{400 \cdot 1,2 \cdot 50 \cdot 1}{100} = 720 \text{ TL olacaktır.}$$

Bir yılın sonunda zararda olmaması için 1 dolar en az;

$$480 \cdot x = 720 \Rightarrow x = 1,5 \text{ TL olmalıdır.}$$

Örnek 3:

1 doların 1,2 TL olduğu bir dönemde A bankası; dolar olarak yatırılan paraya yıllık % 7, TL olarak yatırılan paraya yıllık % 25, B bankası; dolar olarak yatırılan paraya yıllık % 4, TL olarak yatırılan paraya yıllık % 30 faiz veriyor. 2000 doları olan bir adam, parasının yarısını dolar olarak, diğer yarısını da TL olarak A bankasına, 2000 doları olan başka bir adam da parasının yarısını dolar olarak, diğer yarısını da TL olarak B bankasına yatırıyor.

1 yıl sonunda her ikisinin de aldıkları toplam faiz miktarları TL olarak birbirine eşit olduğuna göre, yıl sonunda doların kaç TL olduğunu bulalım.

Çözüm:

2000 dolarının 1000 dolarını % 7 den,
1000 \cdot 1,2 = 1200 \text{ TL sini } \% 25 \text{ ten A bankasına faize yatıran adam bir yıl sonunda,}

$$\text{Dolara, } \frac{1000 \cdot 7 \cdot 1}{100} = 70 \text{ dolar,}$$

$$\text{TL ye, } \frac{1200 \cdot 25 \cdot 1}{100} = 300 \text{ TL faiz alır.}$$

2000 dolarının, 1000 dolarını % 4 ten,
1000 \cdot 1,2 = 1200 \text{ TL sini } \% 30 \text{ dan B bankasına faize yatıran adam da bir yıl sonunda,}

$$\text{Dolara, } \frac{1000 \cdot 4 \cdot 1}{100} = 40 \text{ dolar,}$$

$$\text{TL ye, } \frac{1200 \cdot 30 \cdot 1}{100} = 360 \text{ TL faiz alır.}$$

Bir yıl sonra 1 dolar X TL olsun.

Alınan faiz gelirlerinin toplamı eşit olduğundan,

$$70 \cdot X + 300 = 40 \cdot X + 360$$

$$\Rightarrow 30 \cdot X = 60 \Rightarrow X = 2 \text{ TL bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir doların 1,5 TL olduğu dönemde bir banka TL hesabına yıllık % 120, dolar hesabına yıllık % 10 faiz vermektedir.

Bir miktar TL sini, dolar olarak faize yatırmak yerine TL olarak 5 aylık vadeyle bankaya yatıran bir kişinin 5 ay sonra faiziyle birlikte anaparasını da bankadan çektiğinde zararlı çıkmaması için, 5 ay sonunda 1 dolar en çok kaç TL olmalıdır?

- A) 2,1 B) 2,16 C) 2,18 D) 2,2 E) 2,5

Soru 2:

Bir banka, euro olarak yatırılan paraya yıllık % 8, TL olarak yatırılan paraya ise yıllık % 80 faiz vermektedir.

1 euronun 1,8 TL olduğu bir dönemde 1000 euro-sunu TL olarak faize vermek yerine euro olarak faize veren bir kişi, 1 yıl sonunda euronun TL değeri değişmediği için kaç TL zarar etmiştir?

- A) 1250 B) 1264 C) 1296 D) 1944 E) 3240

Bilgi

Bankaya faize yatırılan paranın getirdiği faiz miktarının, paranın altına çevrildiğinde veya başka bir şekilde değerlendirilmesi sonucunda elde edilen kâr ile karşılaştırıldığı soru tipleri ile ilgili aşağıdaki örnekleri inceleyiniz.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Bir adam, parasını % 40 basit faiz veren bir bankaya yatırmayıp, parasının tamamıyla gramı 10 TL den 100 gram altın alıyor. Bir yıl sonra altının gramı 15 TL oluyor.

Parasını faize yatırmak yerine altın alarak yatırım yapan bu adamın bir yılın sonunda elde ettiği kârı bulalım.

Çözüm:

Bu adamın, 10 TL . 100 = 1000 TL parası vardır. 1000 TL sini bankaya yatırırsa,

$$1 \text{ yıl sonunda,} \\ 1000 + \frac{1000 \cdot 40 \cdot 1}{100} = 1400 \text{ TL si olur.}$$

Parası ile altın alırsa, 1 yıl sonra 15.100 gr = 1500 TL si olur.

Buna göre, bu adam $1500 - 1400 = 100$ TL kâr etmiş olur.

Örnek 2:

Altının gramının 12 TL olduğu bir zamanda bir bankada TL ye % 20 faiz uygulanmaktadır. Bir kişi parasının 1200 TL si ile altın alıyor, 1400 TL sini de bankaya faize veriyor.

Yıl sonunda her ikisinden de elde ettiği kâr eşit olduğuna göre, altının bir yıl sonraki fiyatının kaç TL olduğunu bulalım.

Çözüm:

1400 TL nin yıllık % 20 den getirdiği faiz, $\frac{1400 \cdot 1 \cdot 20}{100} = 280$ TL dir.

1200 TL ile $1200 : 12 = 100$ gr altın alınır.

Bir yıl sonra, altının gramı x TL olsun.

100 gr altın almakla elde edilen kâr $100 \cdot (x - 12)$ TL dir.

Bir yıl sonunda kişinin elde ettiği kârlar eşit olduğundan,

$$\begin{aligned} 100 \cdot (x - 12) &= 280 \\ 10(x - 12) &= 28 \\ 10x &= 28 + 120 \\ x &= 14,8 \text{ TL bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek 3:

Bir tüccar parasının $\frac{3}{5}$ ile bir iş yapıyor ve % 20 kâr ediyor. Parasının kalan kısmını da yıllık % 10 dan bir yıllığına bir bankaya faize yatırıyor.

Tüccarın işten elde ettiği kâr, bankadan aldığı basit faizden 1000 TL fazla olduğuna göre, tüccarın toplam parasını bulalım.

Çözüm:

Tüccarın parası 5A TL olsun.

Tüccar 3A TL sini işe yatırdığında,

$$\frac{3A \cdot 20}{100} = \frac{3A}{5} \text{ TL kâr eder.}$$

2A TL sini bankaya yatırdığında,

$$\frac{2A \cdot 10}{100} = \frac{A}{5} \text{ TL basit faiz alır.}$$

Tüccar yaptığı işten 1000 TL daha fazla kâr ettiğine göre,

$$\begin{aligned} \frac{3A}{5} - \frac{A}{5} &= 1000 \\ \frac{2A}{5} &= 1000 \\ A &= 2500 \text{ TL} \end{aligned}$$

Tüccarın toplam parası $5A = 12.500$ TL bulunur.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir adam, 10.000 TL sinin bir kısmını yıllık % 18 faiz veren bir bankaya yatırıyor. Kalan parasıyla da ticaret yapıyor. Bir yıl sonra ticaret yaptığı paradan % 30 kâr elde ediyor.

Bu iki yatırımın sonunda toplam 2760 TL gelir elde ettiğine göre, bu adamın % 18 den faize verdiği para kaç TL dir?

- A) 1800 B) 2000 C) 2400 D) 2600 E) 3000

Soru 2:

Bir kişi parasını yıllık % 14 basit faiz veren bir bankaya yatırmak yerine, parasının tamamı ile gramı 20 TL den 120 gram altın alıyor. Bir yıl sonra altının gramı 19 TL ye düşüyor.

Bu kişi parasını bir yıllığına bankaya faize vermek yerine, parasının tamamıyla altın almakla kaç TL zarar etmiştir?

- A) 326 B) 340 C) 350 D) 356 E) 456

Bileşik Faiz

Bileşik faiz hesaplanırken 1 yılın sonunda paranın faizi kendisine eklenir, ikinci yıl için miktarı artmış olan para faize yatırılır. Günümüzde bankalarda bileşik faiz kullanılır. Ancak ortaöğretim müfredatında faizin türü belirtilmemişse basit faizden hesap yapılır.

Bilgi

A TL nin yıllık % n den t yılda getireceği bileşik faiz (F) ise,

$$A + F = A \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^t \text{ dir.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

2000 TL nin yıllık % 50 den 3 yıllık bileşik faizini hesaplayalım.

Çözüm:

I.yol

2000 TL birinci yılın sonunda,

2000. 1,5 = 3000 TL olur.

3000 TL ikinci yılın sonunda,

3000. 1,5 = 4500 TL olur

4500 TL üçüncü yılın sonunda,

4500. 1,5 = 6750 TL olur

Buna göre, üç yılın sonunda elde edilen bileşik faiz
6750 - 2000 = 4750 TL bulunur.

II.yol

$$A + F = A \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^t$$

$$\Rightarrow 2000 + F = 2000 \cdot \left(1 + \frac{50}{100}\right)^3$$

$$\Rightarrow 2000 + F = 2000 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3$$

$$\Rightarrow 2000 + F = 6750$$

$$\Rightarrow F = 4750 \text{ TL bulunur.}$$

Örnek 2:

Yıllık % 20 bileşik faiz oranıyla bankaya yatırılan bir miktar paranın 2 yıl sonra kaç katına çıkacağını bulalım.

Çözüm:

I.yol

100 TL birinci yılın sonunda,

100. 1,2 = 120 TL olur.

120 TL ikinci yılın sonunda,

120. 1,2 = 144 TL olur.

Buna göre, iki yılın sonunda 100 TL

$$\frac{144}{100} = 1,44 \text{ katına çıkar.}$$

II.yol

Yıllık % 20 bileşik faiz oranıyla bankaya yatırılan para A TL, 2. yıl sonunda getireceği bileşik faiz de F TL olsun. Buna göre,

$$A + F = A \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^t$$

$$= A \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right)^2$$

$$= \frac{36}{25} \cdot A$$

$$= 1,44 A$$

olduğundan para, 1,44 katına çıkar.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

5000 TL, yıllık %150 faiz veren bir bankaya yatırılıyor.

Bu paranın 3. yılın sonundaki bileşik faizi kaç TL dir?

- A) 38.150 B) 60.000 C) 62.500
D) 72.100 E) 73.125

Soru 2:

Bir adam parasının $\frac{1}{2}$ sini yıllık % 50 bileşik faizle bir bankaya yatırıyor.

2 yıl sonunda bankadaki para 1980 TL olduğuna göre, bu adamın parasının tamamı kaç TL dir?

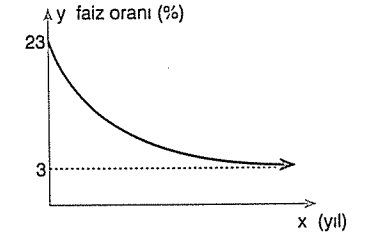
- A) 1660 B) 1760 C) 1860
D) 1920 E) 1960

Bilgi

Faiz oranlarının grafik ile verildiği soru tipleri ile ilgili aşağıdaki örnekleri inceleyiniz.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:



Yukarıdaki şekilde, bir bankanın vadeli hesaplara uygulayacağı yıllık faiz oranını belirleyen,

$$y = \frac{6x + 23}{2x + 1}$$

bağıntısının grafiği verilmiştir.

Buna göre, kaçınıcı yıldan sonra yıllık faiz oranının % 7 nin altına düşeceğini bulalım.

Çözüm:

Verilenlere göre, $y < 7$ olması istenilmektedir.

Buna göre,

$$y = \frac{6x + 23}{2x + 1} < 7$$

$$\Rightarrow 6x + 23 < 7 \cdot (2x + 1) \quad (2x + 1 > 0 \text{ olduğundan})$$

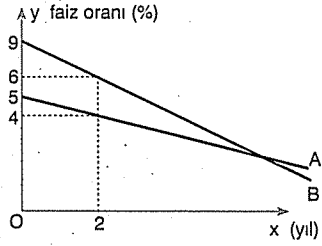
$$\Rightarrow 6x + 23 < 14x + 7$$

$$\Rightarrow 16 < 8x$$

$$\Rightarrow 2 < x \text{ olur.}$$

O halde, 2. yıldan sonra faiz oranı % 7 nin altına düşer.

Örnek 2:



Şekildeki grafikte A ve B bankalarının vadeli hesaplara uyguladıkları yıllık faiz oranlarının zamana bağlı doğrusal değişimi gösterilmiştir.

Buna göre, kaçınıcı yılda A ve B bankalarının uyguladıkları faiz oranlarının birbirine eşit olacağını bulalım.

Çözüm:

I. yol:

A yarı doğrusunun denklemi $y_A = ax + b$ olsun, Şekilde verilenlere göre,

$x = 0$ ve $y = 5$ için $5 = 0.a + b \Rightarrow b = 5$ tir.

$x = 2$ ve $y = 4$ için $4 = 2.a + b$

$$\Rightarrow 4 = 2a + 5$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{2} \text{ dir.}$$

O halde, $y_A = -\frac{1}{2}x + 5$ bulunur.

B yarı doğrusunun denklemi $y_B = mx + n$ olsun.

$x = 0$ $y = 9$ için $9 = 0.m + n \Rightarrow n = 9$ dur.

$x = 2$ $y = 6$ için $6 = 2.m + n$

$$\Rightarrow 6 = 2.m + 9$$

$$\Rightarrow m = -\frac{3}{2} \text{ dir.}$$

O halde, $y_B = -\frac{3}{2}x + 9$ bulunur.

Bu iki denklemin ortak çözüm kümesi iki yarı doğrunun kesim noktasıdır.

Yani bankaların faiz oranlarının eşit olduğu yerdir.

$$y_A = y_B \Rightarrow -\frac{1}{2}x + 5 = -\frac{3}{2}x + 9$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}x = 9 - 5$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ bulunur.}$$

II. yol:

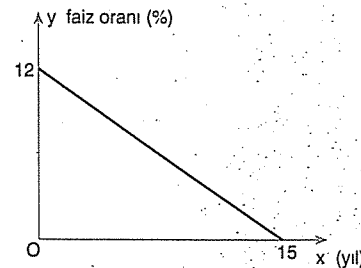
A bankasının uyguladığı yıllık faiz, 2 yılda % 5 ten % 4 e, % 1 azalıyor.

B bankasının uyguladığı yıllık faiz, 2 yılda % 9 dan % 6 ya, % 3 azalıyor.

O halde, iki bankanın uyguladıkları faiz oranları arasındaki fark, 2 yılda % 3 - % 1 = % 2 azalıyor.

Buna göre, başlangıçtaki % 9 - % 5 = % 4 lük fark, 2 yılda % 2 kapandığından, 4 yılda % 4 kapanır.

Örnek 3:



Yukarıdaki şekilde, bir bankanın vadeli hesaplara uygulayacağı yıllık faiz oranlarını belirleyen doğrusal değişimin grafiği verilmiştir.

Bu grafiğe göre, kaçınıcı yılda yıllık faiz oranının % 8 olacağını bulalım.

Çözüm:

Verilen doğrunun denklemi

$$\frac{x}{15} + \frac{y}{12} = 1 \text{ dir.}$$

İstenilen $y = 8$ iken x in kaç olduğunu.

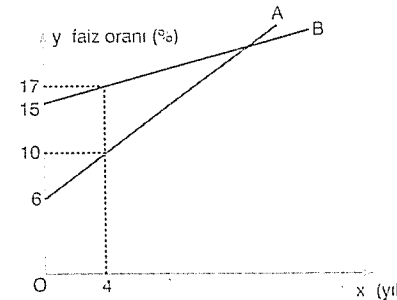
$$\frac{x}{15} + \frac{8}{12} = 1 \Rightarrow \frac{x}{15} = 1 - \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 5 \text{ tir.}$$

Buna göre, 5. yılda yıllık faiz oranı % 8 olur.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

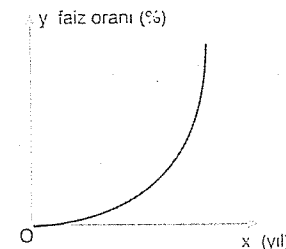


Yukarıdaki şekilde A ve B bankalarının uygulayacağı yıllık faiz oranlarının zamana bağlı doğrusal değişiminin grafikleri verilmiştir.

Kaçınıcı yılda iki bankanın uyguladıkları faiz oranları birbirine eşit olur?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 18

Soru 2:



Yukarıdaki şekilde, bir bankanın vadeli hesaplara uygulayacağı yıllık faiz oranlarını belirleyen,

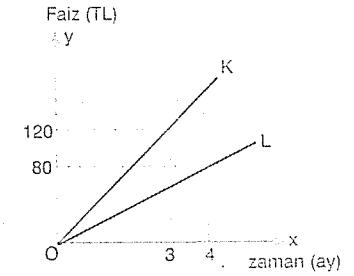
$$y = \frac{1}{18}x^2$$

bağıntısının grafiği verilmiştir.

Bu grafiğe göre, kaçınıcı yıldan sonra yıllık faiz oranı % 8 i geçer?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

Soru 3:

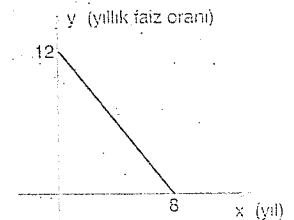


Yukarıdaki şekilde K ve L bankalarına eşit miktarda para yatırılarak elde edilen basit faiz gelirlerinin zamana göre doğrusal değişiminin grafikleri verilmiştir.

Buna göre, K bankasının uyguladığı yıllık faiz oranı, L bankasının uyguladığı yıllık faiz oranının kaç katıdır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

Soru 4:



Yukarıdaki şekilde, bir bankanın vadeli hesaplara uyguladığı yıllık faiz oranlarını belirleyen doğrusal fonksiyonun grafiği verilmiştir.

Buna göre, kaçınıcı yılda uygulanan yıllık faiz oranı % 3 olur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1. Yıllık % 24 ten, 15 ayda faizi ile birlikte 156.000 lira olan para kaç liradır?

A) 116.000 B) 120.000 C) 124.000
D) 130.000 E) 150.000

2. Bir tüccar parasını yıllık % 35 yerine yıllık % 45 ten faize verseydi 1 yılda 25.000 lira daha fazla faiz alacaktı.

Buna göre, tüccarın faize yatıracağı para kaç bin liradır?

A) 150 B) 200 C) 250 D) 300 E) 350

3. 20.000 liranın yıllık % 50 den 2 yıllık bileşik faizi kaç liradır?

A) 22 bin B) 23 bin C) 24 bin
D) 25 bin E) 27 bin

4. Bankaya yatırılan 20.000 lira para 15 ay sonra 4.000 lira yıllık faiz getirdiğine göre, bankanın uyguladığı yıllık faiz oranı yüzde kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 16 D) 22 E) 25

5. Aylık % 5 ten bankaya yatırılan bir miktar para 1 yıl sonra kendisinin yüzde kaç kadar faiz getirir?

A) 20 B) 30 C) 50 D) 60 E) 70

6. Ahmet, parasının bir kısmını yıllık % 30 dan faize veriyor. 1 yıl sonra ana paranın % 8 i kadar faiz alıyor.

Buna göre, Ahmet'in faize verdiği para, ana paranın kaçta kaçıdır?

A) $\frac{2}{15}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{8}{15}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

7. Bir bankaya 40 aylığına yatırılan bir miktar paranın kendisi kadar faiz geliri getirmesi için, uygulanacak yıllık faiz oranı yüzde kaç olmalıdır?

A) 20 B) 24 C) 30 D) 32 E) 36

8. Bir miktar paranın $\frac{1}{4}$ ü yıllık % 30 faiz ile 4 aylığına A bankasına, kalan para yıllık % 60 faiz ile B bankasına 6 aylığına yatırılıyor.

Elde edilen toplam faiz miktarı 25 bin TL olduğuna göre, bankalara yatırılan toplam para kaç bin liradır?

A) 100 B) 120 C) 130 D) 140 E) 150

9. Bankaya yatırılan A TL, 10 ayda F TL faiz geliri getiriyor.

A ile F arasında $3A = 10F$ bağıntısı bulunduğu göre, yıllık faiz oranı yüzde kaçtır?

A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 40

10. Ayhan'ın bankadaki parası her yıl $\frac{1}{4}$ ü kadar artmaktadır.

Bu yıl bankada 250 bin lirası olan Ayhan'ın 3 yıl önce kaç bin lirası vardı?

A) 124 B) 128 C) 129 D) 130 E) 132

11. 320.000 TL bir yılda % 20 den 6400.a TL faiz geliri getirdiğine göre a kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 9 D) 10 E) 12

12. Caner, x lirasını yıllık % 25 ten, y lirasını ise yıllık % 30 dan bankaya faize vererek yıl sonunda toplam 42 bin lira faiz geliri elde ediyor. Caner, $(x + y)$ lirasını yıllık % 28 den faize vermiş olsaydı yıl sonunda yine aynı miktarda faiz geliri elde edecekti.

Buna göre, x kaç bin liradır?

A) 35 B) 42 C) 56 D) 60 E) 68

13. Bir adam parasının yansını yıllık % 20 den diğer yansını % 30 dan 6 ay faize yatırıyor. Süre bittiğinde % 20 den yatırılan paradan alınan faiz % 30 dan yatırılan paradan 8 bin lira eksik oluyor.

Bankaya yatırılan toplam para kaç bin liradır?

A) 160 B) 240 C) 320 D) 360 E) 450

14. A liranın % x ten 2 yılda getireceği basit faiz, B liranın % y den 4 yılda getirdiği basit faize eşittir.

$3A = 5B$ olduğuna göre, x ile y arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5y = 6x$ B) $5x = 6y$ C) $3x = 4y$
D) $4x = 3y$ E) $5x = 4y$

15. Aylık % 80 bileşik faiz oranıyla bankaya yatırılan bir miktar para 2 ay sonra kaç kat artar?

A) $\frac{9}{5}$ B) $\frac{27}{25}$ C) $\frac{56}{25}$ D) $\frac{81}{25}$ E) $\frac{21}{125}$

1. Bir miktar para yıllık % 40 dan basit faizle bankaya yatırılıyor.

Kaç yıl sonra bu para 3 katına çıkar?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. Elindeki parasının yarısını yıllık % 40 tan kalanını da yıllık % 30 dan bir yıllığına bankaya yatıran bir kişinin bir yıl sonunda aldığı faiz oranı yüzde kaçtır?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

3. 80 TL nin bir kısmı yıllık % 20 den, geri kalanı yıllık % 60 dan basit faize veriliyor. Bir yıl sonra her ikisinden toplam 20 TL faiz alınıyor.

Buna göre, yıllık % 20 den faize verilen para kaç TL dir?

- A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

4. Beril 200 bin lirasını yıllık % 40 dan basit faizle 6 aylığına bankaya yatırılıyor.

6 ay sonunda kazandığı faizin % 20 sini devlet vergi olarak aldığına göre, Beril 6 ay sonunda kaç bin lira net faiz alır?

- A) 35 B) 32 C) 28 D) 26 E) 24

5. Bir banka yıllık TL ye % 80 faiz uyguluyor.

Buna göre, bu bankaya yatırılan bir miktar para kendisinin $\frac{1}{5}$ i kadar faiz getirmesi için kaç ay bankada kalması gerekir?

- A) 18 B) 12 C) 8 D) 6 E) 3

6. Yıllık % 75 faiz veren bir bankaya yatırılan bir miktar para yıl sonunda faizi ile birlikte 1 575 000 lira olarak çekiliyor.

Buna göre, bankaya yatırılan para kaç bin TL dir?

- A) 720 B) 780 C) 820 D) 860 E) 900

7. Bir bankaya yatırılan bir miktar para 3 ay sonra 6x TL, 9 ay sonra 8x TL olduğuna göre, bu bankanın uyguladığı yıllık basit faiz oranı yüzde kaçtır?

- A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 100

8. Yıllık % 60 basit faiz oranıyla bankaya yatırılan bir miktar para, bir yıl sonunda faiziyle birlikte aynı yüzdeyle tekrar bankaya 6 aylığına yatırılıyor.

6 ay sonunda 416 lira parası olan bu adamın başlangıçtaki parası kaç liradır?

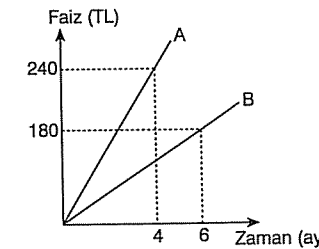
- A) 100 B) 110 C) 125 D) 200 E) 225

9. Bir banka ülkedeki yıllık enflasyona göre yıllık faiz oranları belirliyor. Ülkedeki yıllık enflasyon oranı % x ve bu bankanın uyguladığı yıllık faiz oranı % y olmak üzere, x ile y arasında $y = 3x - 10$ bağıntısı vardır.

Buna göre, yıllık enflasyonun % 40 olduğu bir dönemde parasını bir yıllığına bu bankaya yatıran bir tüccarın bir yıllık reel kazancı yüzde kaçtır?

- A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

10.



Yukarıdaki şekilde A ve B bankalarına eşit miktarda para yatırılarak elde edilen basit faiz gelirlerinin zamana göre değişim grafiği verilmiştir.

Buna göre, A bankasının uyguladığı yıllık faiz oranı, B bankasının uyguladığı yıllık faiz oranının kaç katıdır?

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{8}{3}$ C) 1 D) $\frac{5}{2}$ E) 2

11. Bir esnaf parasının bir kısmını % 30 dan, diğer kısmını % 60 tan faize vermiştir. 6 ay sonunda her ikisinden gelen faizlerin toplamı, ana parasının % 20 sine eşittir.

Buna göre, esnafın % 30 dan faize verdiği para, anaparasının kaç katıdır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

12. Turan, parasını basit faiz uygulayan bir bankaya, Turhan ise parasını bileşik faiz uygulayan başka bir bankaya yatırıyor. Her iki bankada yıllık % 40 faiz uyguluyor.

İki sene sonunda her ikisinin hesaplarında eşit miktarda paraları olduğuna göre, başlangıçtaki paralarının oranı kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{6}{5}$ C) $\frac{7}{5}$ D) $\frac{39}{35}$ E) $\frac{49}{45}$

13. Bir banka dolara % 40, avroya % 20 faiz vermektedir. Avronun 2 lira ve doların 1,5 lira olduğu bir dönemde bir kişi 3000 lirasını dolar olarak bankaya yatırıyor.

1 yıl sonra parasını faizi ile birlikte çektiğinde avro 7 lira olduğuna göre, zarar etmemesi için doların kaç lira olması gerekir?

- A) 4 B) 4,5 C) 5 D) 6 E) 7

14. Bir adam parasının % 60 ını % 30 dan 4 aylığına A bankasına, % 40 ını % 60 tan 8 aylığına B bankasına faize yatırıyor.

Eğer tersini yapsaydı; yani parasının % 40 ını % 30 dan 4 aylığına A bankasına, % 60 ını % 60 tan 8 aylığına B bankasına yatırsaydı elde edeceği faiz geliri, anaparasına göre nasıl değişir?

- A) % 6 artar B) % 6 azalır C) % 12 artar D) % 12 azalır E) Değişmez

15. Yılda % 60 kâr eden bir şirkete 40 bin lirasıyla 8 ay ortak olan bir kişi kaç bin lira kâr etmiştir?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

KARIŞIM PROBLEMLERİ

Bilgi

A maddesinden a birim, B maddesinden b birim karıştırılarak elde edilen (a + b) birim karışımda,

A maddesinin % oranı: $\frac{100 \cdot a}{a + b}$

B maddesinin % oranı: $\frac{100 \cdot b}{a + b}$ dir.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

25 gr tuz ve 35 gr suyun karıştırılmasıyla oluşan karışımdaki;

- I. Tuz oranını,
 - II. Su oranını,
- bulalım.

Çözüm:

$$I. \text{ Tuz oranı : } \frac{25}{25 + 35} = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}$$

$$II. \text{ Su oranı : } \frac{35}{25 + 35} = \frac{35}{60} = \frac{7}{12} \text{ dir.}$$

Örnek 2:

a litre şeker ile (a + b) litre su karıştırılıyor.

Bu karışımın yüzde kaçının şeker olduğunu bulalım.

Çözüm:

Toplam karışım miktarı a + (a + b) = 2a + b ve bu karışımdaki şeker miktarı a olduğundan, karışım-daki şeker yüzdesi,

$$\frac{100 \cdot a}{2a + b} \text{ dir.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

70 gr şeker ile 170 gr un karıştırılarak homojen bir karışım elde ediliyor.

Bu karışımın 1 gramında kaç gram şeker vardır?

- A) $\frac{7}{17}$ B) $\frac{7}{24}$ C) $\frac{17}{7}$ D) $\frac{17}{24}$ E) $\frac{14}{17}$

Soru 2:

m gram tuz ile n gram şeker karıştırılarak 140 gram-lık bir karışım oluşturuluyor.

$$n = 3m - 28$$

olduğuna göre, bu karışımın yüzde kaç tuzdur?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

Soru3:

15 litrelik alkol su karışımının 5 litresi, 10 litrelik alkol su karışımının da 3 litresi alkoldür.

Bu iki karışım karıştırıldığında oluşan yeni karışımın alkol oranı yüzde kaç olur?

- A) 24 B) 30 C) 32 D) 36 E) 40

Bilgi

Karışım problemlerinde; miktar ve yüzdeleri verilmiş iki madde karıştırıldığında elde edilen yeni karışımın yüzdesi için;

$$\left(I. \text{ madde} \right) \cdot \left(\text{yüzdesi} \right) + \left(II. \text{ madde} \right) \cdot \left(\text{yüzdesi} \right) =$$

$$\left(I + II \text{ madde} \right) \cdot \left(\text{karışımın yüzdesi} \right) \text{ formülü kullanılır.}$$

Yani,

% x i şeker olan a gram şekerli su ile, % y si şeker olan b gram şekerli su karıştırılırsa elde edilen karışımın yüzdesi k ise;

$$a \cdot \frac{x}{100} + b \cdot \frac{y}{100} = (a + b) \cdot \frac{k}{100}$$

denklemini kurulur.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

% 20 si tuz olan 20 gr tuzlu su ile % 30 u tuz olan 30 gr tuzlu su karıştırılırsa, elde edilen karışım-daki tuz yüzdesini bulalım.

Çözüm:

Verilenlere göre,

$$20 \cdot \frac{20}{100} + 30 \cdot \frac{30}{100} = (20 + 30) \cdot \frac{x}{100}$$

$$\Rightarrow 20 \cdot 20 + 30 \cdot 30 = (20 + 30) \cdot x$$

$$\Rightarrow 1300 = 50x$$

$$\Rightarrow x = 26 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:

Şeker oranı % 20 olan 20 litre şeker-su karışımı ile su oranı % 70 olan 40 litre şeker-su karışımı karıştırılırsa oluşan karışımın su oranının yüzdesini bulalım.

Çözüm:

Şeker oranı % 20 ise su oranı % 80 dir.

$$20 \cdot \frac{80}{100} + 40 \cdot \frac{70}{100} = (20 + 40) \cdot \frac{x}{100}$$

$$\Rightarrow 1600 + 2800 = 60x$$

$$\Rightarrow 4400 = 60 \cdot x$$

$$\Rightarrow x = \frac{220}{3} \text{ olur.}$$

Örnek 3:

Ağırlıkça % 35 i tuz olan 200 gr tuzlu suyun $\frac{1}{4}$ ü, ağırlıkça % 15 i tuz olan 150 gram tuzlu suyun $\frac{1}{3}$ ü alınıp yeni bir karışım elde ediliyor.

Yeni karışımın tuz oranının yüzdesini bulalım.

Çözüm:

$$200 \text{ gr } \frac{1}{4} = 50 \text{ gr alınır.}$$

$$150 \text{ gr } \frac{1}{3} = 50 \text{ gr alınır.}$$

$\frac{1}{4}$ ü ve $\frac{1}{3}$ ü alınan maddelerin yüzdeleri değişmez.

$$50 \cdot \frac{35}{100} + 50 \cdot \frac{15}{100} = (50 + 50) \cdot \frac{x}{100}$$

$$\Rightarrow 50 \cdot 35 + 50 \cdot 15 = (50 + 50) \cdot x$$

$$\Rightarrow 2500 = 100x$$

$$\Rightarrow x = 25 \text{ bulunur.}$$

Örnek 4:

Kilogramı 6000 lira olan fıstık ile kilogramı 8000 lira olan fındık karıştırılarak elde edilen bir karışımın kilogramının 7400 lira olması için hangi oranlarda karıştırılması gerektiğini bulalım.

Çözüm:

Kilosu 6000 lira olandan x kg
Kilosu 8000 lira olandan y kg alınsın.

$$6000 \cdot x + 8000 \cdot y = (x + y) \cdot 7400$$

$$\Rightarrow 60 \cdot x + 80 \cdot y = 74x + 74y$$

$$\Rightarrow 14x = 6y$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{7} \text{ bulunur.}$$

Örnek 5:

A kabında % 30 u şeker olan 60 gram şekerli su,
B kabında ise % 50 si şeker olan x gram şekerli su
vardır. A kabındaki karışımın $\frac{1}{3}$ ü B ye boşaltılırsa,
B kabında oluşan yeni karışımın şeker oranı % 40
oluyor.

Buna göre, x i bulalım.

Çözüm:

% 30 60 gram	% 50 x gram
A	B

A daki karışımın $\frac{1}{3}$ ü yani 60 gram karışımın 20 gramı B ye boşaltılmaktadır.

$$20 \cdot \frac{30}{100} + x \cdot \frac{50}{100} = (20 + x) \cdot \frac{40}{100}$$

$$\Rightarrow 600 + 50x = 800 + 40x$$

$$\Rightarrow 10x = 200$$

$$\Rightarrow x = 20 \text{ gr bulunur.}$$

Örnek 6:

% 10 luk 32 lt şekerli su	% 20 lik 24 lt şekerli su	% 25 lik 5 lt şekerli su
A	B	C

A kabındaki karışımın yarısı B kabına alınarak karış-
tırılıyor. Daha sonra B de oluşan karışımın yarısı alı-
narak C deki karışım ile karıştırılıyor.

Son durumda C de oluşan karışımın şeker yüz-
desini bulalım.

Çözüm:

A daki karışımın yarısı yani 16 litresi B deki karışım
ile karıştırılırsa, B de oluşan yeni karışımın yüzdesi,

$$16 \cdot \frac{10}{100} + 24 \cdot \frac{20}{100} = (16 + 24) \cdot \frac{k}{100}$$

$$\Rightarrow 640 = 40k$$

$$\Rightarrow k = 16 \text{ olur.}$$

B de oluşan % 16 lik toplam 40 litre karışımın yarısı
yani 20 litresi C deki karışım ile karıştırılırsa son
durumda C de oluşan yeni karışımın yüzdesi,

% 16 lik 40 lt	% 25 5 lt
B	C

$$20 \cdot \frac{16}{100} + 5 \cdot \frac{25}{100} = (20 + 5) \cdot \frac{x}{100}$$

$$\Rightarrow 320 + 125 = 25x$$

$$\Rightarrow x = 17,8 \text{ bulunur.}$$

Örnek 7:

A ve B kaplarında en az 6 şar kilogramlık homojen
un-şeker karışımları vardır. A kabındaki şeker mikta-
rının un miktarına oranı $\frac{1}{4}$, B kabındaki şeker mik-
tarının un miktarına oranı $\frac{3}{7}$ dir.

A kabındaki karışımından 4 kg, B kabındaki karı-
şımından 6 kg alınıp karıştırıldığında oluşan yeni
karışımın şeker oranının yüzde kaç olacağını
bulalım.

Çözüm:

A kabındaki şeker miktarının un miktarına oranı $\frac{1}{4}$
ise, karışımındaki şeker yüzdesi,

$$\frac{1}{1+4} \cdot 100 = 20 \text{ dir.}$$

B kabındaki şeker miktarının un miktarına oranı $\frac{3}{7}$
ise, karışımındaki şeker yüzdesi,

$$\frac{3}{3+7} \cdot 100 = 30 \text{ dur.}$$

Buna göre, A dan 4 kg, B de 6 kg karışım alınarak
karıştırıldığında oluşan yeni karışımın şeker yüzdesi,

$$4 \cdot \frac{20}{100} + 6 \cdot \frac{30}{100} = (4 + 6) \cdot \frac{x}{100}$$

$$\Rightarrow 80 + 180 = 10x$$

$$\Rightarrow 260 = 10x$$

$$\Rightarrow x = 26 \text{ olur.}$$

Buna göre, oluşturulan yeni karışım şeker oranı
% 26 dir.

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Tuz oranı % 24 olan 48 lt tuzlu su ile tuz oranı % 12
olan 24 lt tuzlu su karıştırılıyor.

Oluşan yeni karışımın tuz oranı yüzde kaçtır?

- A) 15 B) 18 C) 20 D) 21 E) 22

Soru 2:

Şeker oranı % 10 olan 20 litre şekerli su ile şeker
oranı % 40 olan 30 litre şekerli su karıştırılıyor.

Buna göre, elde edilen yeni karışımın şeker
oranı yüzde kaçtır?

- A) 25 B) 26 C) 28 D) 30 E) 31

Soru 3:

Şeker oranı % 20 olan x gram sıvı ile şeker oranı
% 45 olan y gram sıvı karıştırılıyor.

Oluşan yeni karışımın şeker oranı % 30 olduğu-
na göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{3}{5}$ E) 4

Soru 4:

Su oranı % 60 olan 400 gramlık şeker-su karışımı ile şeker oranı % 30 olan 600 gramlık şeker-su karışımı karıştırılıyor.

Oluşan yeni karışımın şeker oranı yüzde kaçtır?

- A) 22 B) 28 C) 34 D) 40 E) 47

Soru 5:

Şeker oranı % 40 olan 50 lt şekerli su karışımının önce $\frac{1}{5}$ i dökülüyor, yerine dökülen miktar kadar şeker oranı % 30 olan şekerli su ilâve ediliyor.

Oluşan yeni karışımın su oranı yüzde kaçtır?

- A) 38 B) 48 C) 52 D) 58 E) 62

Soru 6:

Şeker oranı % 10 olan 20 gramlık meyve-suyu ile, şeker oranı % 20 olan 30 gramlık meyve suyu karıştırılıyor.

Buna göre, elde edilen yeni karışımın şeker oranı yüzde kaçtır?

- A) 16 B) 26 C) 50 D) 74 E) 84

Soru 7:

A kabında tuz oranı % 20 olan 20 kg tuz-su karışımı, B kabında tuz oranı % 40 olan 70 kg tuz-su karışımı bulunmaktadır. A kabındaki karışımın tuz oranının % 32 olması için B kabından a kg tuzlu su alınarak A kabındaki karışım ile karıştırılıyor.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 20 B) 28 C) 30 D) 38 E) 40

Soru 8:

A kabındaki karışımın % 20 si, B kabındaki karışımın da % 30 u tuzdur. A kabındaki karışımın $\frac{1}{4}$ ü, B kabındaki karışımın da $\frac{1}{3}$ ü alınarak yeni bir karışım elde ediliyor.

Oluşan yeni karışımın % 24 ü tuz olduğuna göre, ilk durumda B kabında bulunan tuz miktarının, A kabında bulunan tuz miktarına oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

Soru 9:

Tuz oranı % 20 olan 200 litre tuzlu su ile su oranı % x olan 250 litre tuzlu su karıştırılıyor.

Oluşan yeni karışımın tuz oranı % 30 olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 50 B) 58 C) 62 D) 70 E) 72

Soru 10:

2a kg tuz ile a - 2b kg şeker karıştırılıyor.

Oluşan karışımın yüzde kaç tuzdur?

- A) $\frac{2a}{a-2b}$ B) $\frac{3a}{3a-2b}$ C) $\frac{100a}{3a-2b}$
D) $\frac{200a}{3a-2b}$ E) $\frac{200a}{2a-3b}$

Soru 11:

300 kilogramlık bir kum-çimento karışımının 25 kilogramı çimento, 250 kilogramlık bir kum-çimento karışımının da 30 kilogramı çimentodur.

Bu iki karışım karıştırıldığında elde edilen yeni karışımın çimento oranı yüzde kaçtır?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 55

Soru 12:

Tuz oranı % 39 olan bir tuzlu su karışımının $\frac{6}{13}$ ü dökülüp, yerine dökülen miktar kadar tuz oranı % 26 olan başka bir tuzlu su karışımı ilâve ediliyor.

Buna göre, son durumda elde edilen tuzlu su karışımının tuz oranı yüzde kaç olur?

- A) 20 B) 23 C) 27 D) 30 E) 33

Bilgi

Karıştırılan miktarlar birbirine eşitse: Örneğin A gr % x lik bir karışım, A gr % y lik bir karışım ile karıştırılırsa oluşan yeni karışımın yüzdesi,

$$\frac{x+y}{2}$$

olur.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

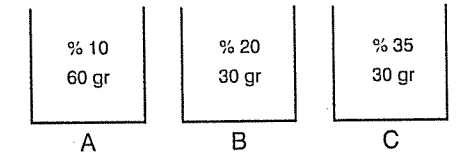
Şeker oranı % 20 olan 100 gram şekerli suyla şeker oranı % 30 olan 100 gram şekerli su karıştırılırsa, karışımın şeker oranının yüzde kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

Karıştırılan iki karışımın da ağırlığı eşit olduğundan karışımın yüzdesi,

$$\frac{20+30}{2} = 25 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:



Yukarıdaki şekilde A, B ve C kaplarının içerisindeki şeker-su karışımlarının şeker yüzdeleri ve ağırlıkları verilmiştir. A kabındaki karışımın yarısı B ye boşaltılıyor. Daha sonra B deki karışımın yarısı C ye boşaltılıyor.

Buna göre, son durumda C kabında oluşan karışımın şeker yüzdesini bulalım.

Çözüm:

A daki 60 gram % 10 luk karışımın 30 gramı B ye boşaltılırsa, karıştırılan miktarlar eşit olduğundan B de oluşan karışımın şeker yüzdesi,

$$\frac{10 + 20}{2} = 15 \text{ olur.}$$

Daha sonra B de oluşan 60 gram % 15 lik karışımın yarısı C ye boşaltılırsa, karıştırılan miktarlar eşit olduğundan B deki karışımın şeker yüzdesi,

$$\frac{15 + 35}{2} = 25 \text{ bulunur.}$$

Örnek 3:

Tuz oranı % 40 olan 250 gram tuzlu su ile tuz oranı % 30 olan 500 gram tuzlu suyun yarısı alınarak karıştırılıyor.

Buna göre, son durumdaki karışımın tuz yüzdesini bulalım.

Çözüm:

İki karışımın da 250 gram alındığı için miktarları birbirine eşittir.

O halde, karışımın yüzdesi,

$$\frac{40 + 30}{2} = 35 \text{ bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Alkol oranı % 25 olan 75 gr alkol-su karışımı ile alkol oranı % 40 olan 75 gr alkol-su karışımı karıştırılıyor.

Buna göre, son durumdaki karışımın alkol yüzdesi kaçtır?

- A) 30 B) 32,5 C) 35 D) 37,5 E) 40



Soru 2:

% 15 20 kg	% 25 20 kg	% 50 20 kg
A	B	C

A kabında ağırlıkça % 15 i tuz olan 20 kg tuzlu su, B kabında ağırlıkça % 25 i tuz olan 20 kg tuzlu su, C kabında da ağırlıkça % 50 si tuz olan 20 kg tuzlu su bulunmaktadır.

A ve C deki karışımların tamamı B ye boşaltıldığında, B deki oluşan yeni karışımın ağırlıkça yüzde kaç tuz olur?

- A) 30 B) 35 C) 38 D) 39 E) 40

Soru 3:

% 10 u tuz olan 60 litrelik bir karışımın yarısı, % 15 i tuz olan 90 litrelik bir karışımın üçte biri, % 35 i tuz olan 120 litrelik bir karışımın da dörtte biri alınarak karıştırılıyor.

Elde edilen yeni karışımın tuz oranı yüzde kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 20 D) 22 E) 25

Soru 4:

A kabında ağırlıkça % 12 si tuz olan 2 kg tuzlu su, B kabında ise ağırlıkça % 24 ü tuz olan 1 kg tuzlu su bulunmaktadır. A daki karışımın yarısı B ye alınarak karıştırılmış sonra da B de oluşan yeni karışımın yarısı A ya alınarak karıştırılmıştır.

Son durumda A kabında elde edilen tuzlu suyun ağırlıkça % kaç tuzdur?

- A) 14 B) 15 C) 18 D) 20 E) 22

Bilgi

Karıştırılan iki karışımın miktarları eşit değilse, oluşan karışımın yüzdesi miktarı çok olan karışımın yüzdesine yaklaşıp.

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Alkol oranı % 24 olan x litre alkol-su karışımı ile alkol oranı % 36 olan y litre alkol-su karışımı karıştırılıyor.

$x > y$ olduğuna göre, oluşan yeni karışımın alkol yüzdesinin alabileceği en büyük tamsayı değerini bulalım.

Çözüm:

Karışımların miktarları eşit olsaydı yeni karışımın alkol yüzdesi,

$$\frac{24 + 36}{2} = 30 \text{ olurdu.}$$

Fakat karışımların miktarları farklı ve $x > y$ olduğundan karışımın yüzdesi x litrelik karışımın yüzdesine yani % 24 e daha yakın, dolayısıyla % 24 ile % 30 arasında olur.

O halde, karışımın yüzdesi tamsayı olarak en çok % 29 olabilir.

Örnek 2:

Şeker oranı % 20 olan m litre şekerli su ile şeker oranı % 30 olan n litre şekerli su karıştırılıyor.

$m < n$ olduğuna göre, oluşan karışımın şeker yüzdesinin alabileceği en küçük tamsayı değerini bulalım.

Çözüm:

Karışım miktarları eşit olsaydı yeni karışımın şeker yüzdesi,

$$\frac{20 + 30}{2} = 25 \text{ olurdu.}$$

$m < n$ olduğundan, karışımın yüzdesi n litrelik karışımın yüzdesine yani % 30 a daha yakın, dolayısıyla % 25 ile % 30 arasında olur.

O halde, karışımın yüzdesi tamsayı olarak en az % 26 olabilir.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Ağırlıkça % 10 u tuz olan a litre tuzlu su ile ağırlıkça % 20 si tuz olan b litre tuzlu su karıştırılıyor.

a < b olduğuna göre, oluşan yeni karışımın tuz yüzdesi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Soru 2:

% 18 i alkol olan m litre alkol-su karışımı ile % 24 ü alkol olan k litre alkol-su karışımı karıştırılarak alkol oranı % x olan yeni bir karışım elde ediliyor.

m > k olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin en geniş aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $21 < x < 24$ B) $18 < x < 21$
C) $18 < x < 24$ D) $18 < x < 20$
E) $20 < x < 24$

Bilgi

- Şeker oranı % x olan a litre şekerli suya b litre su eklenirse, yeni karışımın şeker yüzdesi;

$$\frac{a \cdot x}{a + b} \text{ olur.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

% 25 i şeker olan 20 litre şekerli suya 30 litre su eklenirse yeni karışımın şeker yüzdesinin kaç olacağını bulalım.

Çözüm:

$$\frac{25 \cdot 20}{20 + 30} = \frac{50 \cdot 10}{50} = 10$$

olduğundan son durumdaki karışımın şeker yüzdesi % 10 dır.

Örnek 2:

% 20 si tuz olan 40 litre tuzlu suya kaç litre su eklenirse yeni karışımın tuz yüzdesinin % 8 olacağını bulalım.

Çözüm:

I. yol:

Tuz oranı % 20 olan 40 litrelik karışıma x litre su katılıyor olsun.

Son durumda karışımın tuz oranı % 8 olacağına göre,

$$\frac{40 \cdot 20}{40 + x} = 8 \Rightarrow 5 \cdot 20 = 40 + x \Rightarrow x = 60 \text{ litre bulunur.}$$

II. yol:

Sudaki tuz yüzdesi 0 olduğundan,

$$40 \cdot \frac{20}{100} + x \cdot \frac{0}{100} = (40 + x) \cdot \frac{8}{100}$$

$$\Rightarrow 800 = 320 + 8x \Rightarrow x = 60 \text{ litre bulunur.}$$

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Şeker oranı % 6 olan 15 litrelik bir limonatanın şeker oranını % 5 e düşürmek için, karışıma kaç litre su eklenmelidir?

- A) 9 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

Soru 2:

% 40 ı su olan x litrelik bir karışıma 20 litre daha su ilâve ediliyor.

Elde edilen yeni karışımın % 60 ı su olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 30 B) 25 C) 40 D) 50 E) 55

Bilgi

- Şeker oranı % x olan a kilogram şekerli su karışımına b kilogram şeker ilâve edilirse, elde edilen karışımındaki şeker yüzdesi ;

$$\frac{a \cdot x + 100 \cdot b}{a + b} \text{ olur.}$$

Bilgi Kavrama

Örnek 1:

Şeker oranı % 40 olan 80 gram şeker-su karışımına şeker oranının % 60 olması için kaç gram şeker ilâve edilmesi gerektiğini bulalım.

Çözüm:

I. yol:

Şeker oranı % 40 olan 80 gramlık şeker-su karışımına x gram şeker ilâve ediliyor olsun.

Son durumda karışımın şeker oranı % 60 olacağına göre,

$$\frac{80 \cdot 40 + 100 \cdot x}{80 + x} = 60 \Rightarrow 3 \cdot (80 + x) = 4 \cdot 40 + 5 \cdot x \Rightarrow 240 + 3x = 160 + 5x \Rightarrow x = 40 \text{ gram bulunur.}$$

II. yol:

Şekerdeki şeker yüzdesi % 100 olduğundan,

$$80 \cdot \frac{40}{100} + x \cdot \frac{100}{100} = (80 + x) \cdot \frac{60}{100}$$

$$\Rightarrow 3200 + 100x = 4800 + 60x \Rightarrow 40x = 1600 \Rightarrow x = 40 \text{ gr bulunur.}$$

Örnek 2:

% 15 i şeker olan 60 kg lık şeker su karışımına 9 kg şeker ve 21 kg su ilâve edildiğinde oluşan yeni karışımın şeker yüzdesini bulalım.

Çözüm:

$$60 \cdot \frac{15}{100} + 9 \cdot \frac{100}{100} + 21 \cdot \frac{0}{100} = (60 + 9 + 21) \cdot \frac{x}{100}$$

$$\Rightarrow 900 + 900 = 90 \cdot x$$

$$\Rightarrow x = \frac{1800}{90} = 20 \text{ bulunur.}$$

Örnek 3:

% 30 u alkol olan 5a litrelik bir karışımın $\frac{3}{5}$ i dökülerek yerine dökülen miktar kadar saf alkol ekleniyor.

Elde edilen bu karışım ile % 36 sı alkol olan 10a litrelik bir karışım karıştırıldığında son durumda elde edilen karışımın yüzde kaçının alkol olacağını bulalım.

Çözüm:

$$5a \cdot \frac{3}{5} = 3a \text{ dökülüyor.}$$

$$5a - 3a = 2a \text{ litre kalır. Yüzde değişmez.}$$

$$2a \cdot \frac{30}{100} + 3a \cdot \frac{100}{100} + 10a \cdot \frac{36}{100} = 15a \cdot \frac{x}{100}$$

alkol oranı alkol oranı alkol oranı alkol oranı

$$60.a + 300.a + 360.a = 15a.x$$

$$720 = 15.x$$

$$x = 48 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, son durumdaki karışımın % 48 i alkoldür.

Örnek 4:

% 25 i şeker olan bir miktar şekerli-su karışımına içindeki su miktarının $\frac{1}{3}$ ü kadar şeker eklenirse, son durumda elde edilen karışımın şeker oranının yüzdesini bulalım.

Çözüm:

100 gr karışım olsun. Karışımın % 25 i şeker ise, şeker miktarı 25, su miktarı da 75 olur. O halde,

$$100 \cdot \frac{25}{100} + 75 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{100}{100} = \left(100 + 75 \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{x}{100}$$

şeker oranı şeker oranı şeker oranı

$$\Rightarrow 25 + 25 = 125 \cdot \frac{x}{100}$$

$$\Rightarrow 50 = \frac{5x}{4} \Rightarrow x = 40 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, son durumdaki karışımın şeker oranı % 40 tır.

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

Tuz oranı % 70 olan 50 kilogramlık homojen bir tuz-şeker karışımına 15 kg şeker, 35 kg tuz ilâve edildiğinde karışımın tuz oranında nasıl bir değişme olur?

- A) % 5 artar B) % 5 azalır C) % 10 artar
D) % 10 azalır E) Değişmez

Soru 2:

% 10 u şeker olan 200 gramlık şekerli su karışımının bir miktarı dökülüyor. Kalan karışıma dökülen miktarın 2 katı kadar su, 2 katı kadar da şeker ekleniyor.

Oluşan yeni karışımın % 30 u şeker olduğuna göre, başlangıçtaki karışımdan dökülen miktar kaç gramdır?

- A) 10 B) 40 C) 50 D) 55 E) 60

Soru 3:

% 40 ı şeker olan bir miktar şekerli su karışımına, şeker miktarının iki katı kadar su, su miktarının üçte biri kadar şeker ilâve edilirse, son durumdaki karışımın şeker oranı yüzde kaç olur?

- A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

Soru 4:

Tuz oranı % 20 olan 90 litrelik tuzlu suya 6 litre tuz, 54 litre su ilâve edilirse son durumdaki karışımın tuz oranı, başlangıçtaki karışımın tuz oranının yüzde kaç olur?

- A) 16 B) 40 C) 50 D) 80 E) 125

Soru 5:

% 40 ı şeker olan 30 gr şeker-su karışımının $\frac{1}{3}$ ü dökülüyor.

Geriye kalan karışıma kaç gram şeker eklenirse oluşan yeni karışımın % 52 si şeker olur?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Soru 6:

Ağırlıkça % 30 u şeker olan homojen bir un-şeker karışımının $\frac{1}{7}$ si dökülerek yerine dökülen miktar kadar şeker ekleniyor.

Son durumdaki karışımın ağırlıkça şeker yüzdesi kaçtır?

- A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

Soru 7:

% 20 si şeker olan 200 gr nar suyuna, % 40 ı şeker olan 100 gr portakal suyu, 200 gr şeker ve 500 gr saf su katılıyor.

Elde edilen karışımın şeker yüzdesi kaçtır?

- A) 20 B) 24 C) 28 D) 30 E) 34

Soru 8:

% x i şeker olan bir miktar şeker-su karışımının yarısı dökülerek yerine dökülen miktar kadar şeker eklendiğinde oluşan yeni karışımın şeker oranı % 64 oluyor.

Buna göre, x kaçtır?

- A) 21 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

Bilgi

Şeker oranı % x olan a litre şekerli su karışımından b litre su buharlaştırılırsa, elde edilen karışımın şeker yüzdesi;

$$\frac{a \cdot x}{a - b} \text{ olur.}$$

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Şeker oranı % 25 olan 30 litre şekerli sudan kaç litre su buharlaştırılınca şeker oranının % 75 olacağını bulalım.

Çözüm:**I. yol:**

Şeker oranı % 25 olan 30 litrelik şekerli sudan x litre su buharlaştırılıyor olsun.

Son durumda karışımın şeker oranı % 75 olacağına göre,

$$\frac{30 \cdot 25}{30 - x} = 75 \Rightarrow 30 - x = \frac{30 \cdot 25}{75}$$

$$\Rightarrow 30 - x = 10$$

$$\Rightarrow x = 20 \text{ litre bulunur.}$$

II. yol:

Son durumdaki karışımın bulunan şeker miktarı, başlangıçtaki karışımın bulunan şeker miktarı ile aynıdır. Çünkü buharlaşma sırasında sadece su buharlaşır, şeker miktarında bir değişiklik olmaz.

Buna göre,

30 litrelik karışımın x litre su buharlaştırıldığında elde edilen 30 - x litrelik karışımın şeker oranı % 75 olsun.

$$30 \cdot \frac{25}{100} = (30 - x) \cdot \frac{75}{100}$$

$$\Rightarrow x = 20 \text{ litre bulunur.}$$

Örnek 2:

Tuz miktarı % 20 olan bir miktar tuz-su karışımına tuz miktarının yarısı kadar tuz ekleniyor ve eklenen tuz kadar da bu karışımın su buharlaştırılıyor.

Buna göre, son durumda oluşan yeni karışımın tuz oranı bulalım.

Çözüm:**I. yol:**

Karışım miktarı 100 olsun.

% 20 lik bu karışımın tuz miktarı 20 olduğundan, karışımın eklenen tuz miktarı 10, karışımın buharlaştırılan su miktarı da 10 olur.

O halde,

$$\frac{(20 + 10) \cdot 100}{100 + 10 - 10} = 30 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, son durumda karışımın tuz oranı % 30 olur.

II. yol:

Karışımın miktarı 100 olursa, karışımın tuz miktarı 20 olur.

O halde,

$$100 \cdot \frac{20}{100} + \frac{20}{2} \cdot \frac{100}{100} = \left(100 + \frac{20}{2} - \frac{20}{2}\right) \cdot \frac{x}{100}$$

$$\Rightarrow 200 + 1000 = 100 \cdot x$$

$$\Rightarrow x = 30 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, son durumdaki karışımın tuz oranı % 30 dur.

Bilgi Uygulama**Soru 1:**

16 litrelik bir tuzlu suyun tuz oranını % 15 ten % 20 ye çıkarmak için bu karışımın kaç litre su buharlaştırılmalıdır?

- ✓ A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Soru 2:

Tuz oranı % 20 olan 25 litre tuz-su karışımından kaç litre su buharlaştırılırsa son durumdaki karışımın tuz oranı % 25 olur?

- ✓ A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Soru 3:

A kabında tuz oranı % 20 olan 50 lt tuzlu su, B kabında da tuz oranı % 40 olan 60 lt tuzlu su vardır.

A kabındaki karışımın kaç litresi buharlaştırıldıktan sonra elde edilen karışım B kabındaki karışım ile karıştırılırsa oluşan yeni karışımın tuz oranı % 34 olur?

- ✓ A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

Bilgi

Bir havuzu % x lik tuzlu-su akıtan bir musluk a saatte, % y lik tuzlu su akıtan bir musluk b saatte dolduruyor olsun. Boş havuzu iki musluk birlikte doldurursa havuzdaki tuzlu suyun tuz yüzdesi (k);

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{x}{100} + \frac{1}{b} \cdot \frac{y}{100} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \cdot \frac{k}{100}$$

denklemden bulunur.

Bilgi Kavrama**Örnek 1:**

Bir havuzu % 20 lik tuzlu su akıtan bir musluk 3 saatte, % 40 lik tuzlu su akıtan başka bir musluk 2 saatte doldurmaktadır.

Boş olan bu havuz musluklarının ikisi birlikte açılarak doldurulduğunda, havuzdaki suyun tuz yüzdesini bulalım.

Çözüm:**I. yol:**

Problemde verilenlere yukarıdaki denklemde yerine yazılırsa,

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{20}{100} + \frac{1}{2} \cdot \frac{40}{100} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{k}{100}$$

$$\frac{20}{3} + \frac{40}{2} = \frac{5k}{6} \Rightarrow 160 = 5k$$

$$\Rightarrow k = 32 \text{ bulunur.}$$

II. yol:

Musluğun havuzu doldurma süresi ile bu musluktan havuza dolan su miktarı ters orantılıdır. O halde, Havuzu; 3 saatte dolduran musluktan akan % 20 lik tuzlu su 20 litre olursa, 2 saatte dolduran musluktan akan % 40 lik tuzlu su 30 litre olur.

Buna göre, havuza dolan toplam 20 + 30 = 50 litre tuzlu su karışımının tuz yüzdesi (x)

$$20 \cdot \frac{20}{100} + 30 \cdot \frac{40}{100} = (20 + 30) \cdot \frac{x}{100}$$

$$400 + 1200 = 50 \cdot x \Rightarrow x = 32 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2:

Bir depoya; A musluğundan saf su, B musluğundan saf alkol akmaktadır. Boş depoyu A musluğu 20 dakikada, B musluğu 60 dakikada doldurmaktadır.

Boş depo dolduğunda, depodaki karışımın yüzde kaçının alkol olacağını bulalım.

Çözüm:

I. yol:

Problemde verilenlere göre,

$$\frac{1}{20} \cdot \frac{0}{100} + \frac{1}{60} \cdot \frac{100}{100} = \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{60} \right) \cdot \frac{k}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{100}{60} = \left(\frac{3+1}{60} \right) \cdot k$$

$$\Rightarrow k = 25 \text{ bulunur.}$$

II. yol:

Musluğun depoyu doldurma süresi ile musluktan depoya akan su miktarı ters orantılı olduğundan, depoyu 20 dakika dolduran A musluğundan akan su miktarı 3 litre olarak seçilirse, depoyu 60 dakikada dolduran B musluğundan akan alkol miktarı 1 litre olur.

Buna göre, depodaki $3 + 1 = 4$ litrelik karışımın 1 litresi alkol olduğundan bu karışımın alkol yüzdesi,

$$\frac{1 \cdot 100}{1 + 3} = 25 \text{ olur.}$$

O halde, depodaki karışımın alkol oranı % 25 tir.

Bilgi Uygulama

Soru 1:

Bir havuzu % 40 lik tuzlu su akıtan bir musluk 30 dakikada, % 50 lik tuzlu su akıtan bir musluk 20 dakikada dolduruyor.

Boş olan havuz muslukların ikisi birlikte açılarak doldurulduğunda, havuzdaki tuzlu suyun tuz oranı yüzde kaçtır?

- A) 38 B) 42 C) 46 D) 52 E) 60

Soru 2:

Bir havuza A musluğundan tuz oranı % 20 olan tuzlu su, B musluğundan ise tuz oranı % 50 olan tuzlu su akmaktadır. B musluğundan birim zamanda akan su miktarı, A musluğundan birim zamanda akan su miktarının 2 katıdır.

Havuz boşken iki musluk aynı anda açılarak havuz doldurulursa, havuzda oluşan karışımın tuz oranı yüzde kaç olur?

- A) 48 B) 45 C) 40 D) 38 E) 36

Soru 3:

Şekildeki havuzu % 20 oranında tuzlu su akıtan B musluğu 6 saatte, % 30 oranında tuzlu su akıtan A musluğu 4 saatte doldurmaktadır. C musluğu ise dolu havuzu boşaltmaktadır.



Üç musluk da beraberce açık bırakılır ve C musluğundan akan su bir kovaya doldurulursa, kovadaki suyun tuz oranı yüzde kaç olur?

- A) 20 B) 26 C) 30 D) 36 E) 40

1. a gram fındık, 3a gram çekirdek karıştırılıyor.

Karışımın çekirdek oranı yüzde kaçtır?

- A) 75 B) 70 C) 65 D) 60 E) 55

2. Tuzluluk oranı % 20 olan 255 gram tuzlu sudaki $\frac{\text{Tuz}}{\text{Su}}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

3. % 25 i limon suyu olan 250 gram limonatadan 50 gramı alınırsa geri kalan limonatanın limon suyu oranı yüzde kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 22 D) 25 E) 35

4. 100 gram % 20 lik tuzlu su ile 50 gram % 23 lük tuzlu su karıştırılıyor.

Yeni karışımın tuz oranı yüzde kaç olur?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 25

5. Şeker oranı % 20 olan 300 litre şekerli su karışımındaki su miktarı kaç litredir?

- A) 250 B) 240 C) 225 D) 220 E) 200

6. Tuz oranı % 15 olan 200 gram tuzlu suda kaç gram tuz vardır?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

7. Limon oranı % 40 olan 80 gram limonataya 20 gram su eklenirse yeni karışımın limon oranı yüzde kaç olur?

- A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

8. % 10 u şeker olan 65 gram şekerli su ile % 20 si şeker olan 35 gram şekerli su karıştırılıyor.

Buna göre, yeni karışımın şeker oranı yüzde kaçtır?

- A) 13,5 B) 16,5 C) 17 D) 18,5 E) 19,5

9. Tuz oranı % 24 olan 60 gr tuzlu su karışımına kaç gr tuz ilave edilirse karışımın tuz oranı % 40 olur?

A) 16 B) $\frac{35}{2}$ C) $\frac{39}{2}$ D) 18 E) 20

10. % 30'u tuz olan a gram tuzlu su ile % 10 u tuz olan b gram tuzlu su karıştırılıyor.

Yeni karışımın tuz oranı % 20 olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

11. x gram tuzlu suyun % y si tuz olduğuna göre, su miktarı aşağıdakilerden hangisidir?

A) x B) y C) $\frac{x+y}{100x}$
D) $\frac{100x-xy}{100}$ E) $\frac{100y-x}{100x}$

12. Tuz oranı % 40 olan 400 lt tuzlu suya kaç lt daha su eklenirse son durumda karışımın tuz oranı % 20 olur?

A) 200 B) 250 C) 300 D) 350 E) 400

13. İçerisinde % 25 oranında fındık bulunan bir kesekâğıdında 15 gram fındık vardır.

Eğer 15 gram fındık eklenirse kesekâğıdında bulunan fındığın yüzdesi kaç olur?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 40 E) 60

14. % 10 u şeker olan 100 gram şekerli su karışımının içerisindeki şeker oranını % 20 ye çıkarmak için bu karışımdan kaç gram su buharlaştırmak gerekir?

A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 65

15. % 30 tuzluluk oranı olan 70 gram tuzlu suyun 20 gramı buharlaştırılırsa yeni tuz oranı yüzde kaç olur?

A) 35 B) 36 C) 38 D) 40 E) 42

16. % 20 si şeker olan 80 gram şekerli suyun % 25 i dökülüp yerine dökülen miktarın iki katı kadar su konuyor.

Buna göre, yeni karışımın şeker oranı yüzde kaçtır?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

1. Tuz oranı % 15 olan tuz-su karışımının $\frac{1}{3}$ alınıyor. Alınan miktarda su oranı % 40 olan tuz-su karışımı konuyor.

Yeni karışımın tuz oranı yüzde kaçtır?

A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

2. Tuz oranı % 25 olan x gr tuzlu suyun tuz miktarının ağırlığı kadar tuz eklenirse yeni karışımın tuz yüzdesi kaç olur?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 40

3. % 40 lik, % 25 lik, % 10 luk üç şekerli su sırasıyla 3, 5, 7 oranında karıştırılıyor.

Elde edilen yeni karışımın şeker oranı yüzde kaçtır?

A) 20 B) 21 C) 22 D) 24 E) 25

4. % 10 u şeker olan 30 litre şekerli su ile % 5 i şeker olan 20 litre şekerli su karıştırılıyor.

Oluşan karışımdan kaç litre su buharlaştırılırsa son durumda karışımın şeker oranı % 20 olur?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

5. Altın oranı % 30 olan x gram altın eriyiği ile altın oranı % 70 olan 20 gr altın eriyiği karıştırılıyor.

Yeni karışımındaki altın oranı % 62 olduğuna göre, ilk karışımındaki altın miktarı kaç gramdır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

6. Şeker oranı % 20 olan 60 kg şekerli su ile şeker oranı % 40 olan 20 kg şekerli su karıştırılıyor.

Buna göre, elde edilen yeni karışımındaki $\frac{\text{şeker}}{\text{su}}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

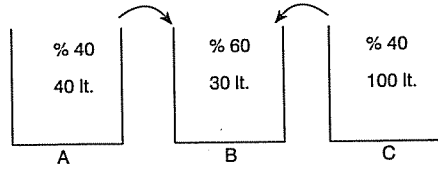
7. % 45 i şeker olan 100 gr şeker-su karışımının şeker oranını artırmak için aşağıdakilerden hangisi yapılamaz?

A) % 55 lik şekerli su ilâve etmek.
B) 25 gr su ve 30 gr şeker ilâve etmek.
C) 25 gr su ve 25 gr şeker ilâve etmek.
D) Karışımın % 10 unu buharlaştırdıktan sonra kalan karışıma 15 gr su ilâve etmek.
E) Karışımın % 15 ini buharlaştırdıktan sonra kalan karışıma 10 gr su ilâve etmek.

8. % 5 i alkol olan 75 litre alkol-su karışımına kaç litre su eklenirse alkol oranı % 3 olur?

A) 25 B) 40 C) 50 D) 55 E) 60

9.



Şekildeki A, B, C kaplarında tuz-su karışımları ve tuz yüzdeleri verilmiştir.

A daki karışımın yarısı ile C deki karışımın dörtte biri B kabına boşaltılırsa B de son durumda oluşan karışımın su yüzdesi kaç olur?

- A) 36 B) 48 C) 52 D) 54 E) 64

10. Şeker oranı % 30 olan bir x karışımının $\frac{1}{3}$ ü alınarak yerine aynı miktarda y karışımı ekleniyor.

Elde edilen karışımın şeker oranı % 40 olduğuna göre, y karışımının şeker oranı yüzde kaçtır?

- A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

11. 200 gr demir tozu - kükürt tozu karışımında % 20 kükürt tozu vardır.

Karışımından kaç gram demir tozu alınırsa, kalan karışımındaki kükürt tozu oranı % 50 olur?

- A) 100 B) 110 C) 120 D) 180 E) 220

12. Tuz oranı % 15 olan 400 mililitre tuzlu su karışımındaki su miktarı kaç litredir?

- A) 0,325 B) 0,330 C) 0,340
D) 0,345 E) 0,375

13. Bir havuzu % 10 luk tuzlu su akıtan bir musluk 10 saatte, % 20 lik tuzlu su akıtan bir musluk da 15 saatte dolduruyor.

İkisi birlikte açılıp havuz doldurulduğunda havuzdaki karışımın tuz oranı yüzde kaçtır?

- A) 14 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

14. Tuz oranı % 11 olan 1,5 litrelik tuzlu suyun üçte biri, tuz oranı % 16 olan 2 litrelik tuzlu suyun dörtte biri, tuz oranı % 18 olan 1 litrelik tuzlu suyun da yarısı alınarak karıştırılıyor.

Son durumdaki karışımın su oranı yüzde kaçtır?

- A) 15 B) 45 C) 75 D) 85 E) 90

15. 60 gramlık tuzlu suyun % 20 si tuzdur. Bu karışımın $\frac{1}{4}$ ü alınarak yerine 30 gr tuz, 25 gr su ekleniyor.

Son karışımın tuz yüzdesi kaçtır?

- A) 32 B) 34 C) 36 D) 39 E) 42

16. Şeker oranı % 40 olan şekerli su karışımının $\frac{1}{5}$ i alınıp, yerine aynı miktarda su ekleniyor.

Elde edilen karışımın şeker yüzdesi kaçtır?

- A) 28 B) 32 C) 34 D) 36 E) 40