

ÖSS MATEMATİK

TÜREV KİTAPÇIĞI

● **500 Çözümlü Soru**



CELAL AYDIN
YAYINLARI

2,50 YTL

1. $f(x) = 3 \cdot x^{5/3} + 6x^{-4/3} - x^{-3} + x^{-1/2}$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^4 - 3x^2 + x - 2$ ve $f'(1) = 4$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{9}{4}$ B) 2 C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{4}$

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $m, n \in \mathbb{R}$

$$f(x) = 5x^3 - 2x^2 + mx + n$$

$f'(-1) = 2$ olduğuna göre, m kaçtır?

A) -19 B) -17 C) -16 D) -15 E) -14

4. $x \in \mathbb{R}^+$, $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 5$, $f'(x) - 12 = 0$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) -16 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

5. $f(x) = x^{55} + x^{54} + x^{53} + \dots + 1$ olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

6. $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$ olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

A) -4 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

7. $f(x) = \frac{ax+1}{2x-3}$ fonksiyonu veriliyor.

$f'(2) = -8$ olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $f(x) = (x+1)^2 \cdot (x-4)^3$ fonksiyonu veriliyor. $f'(x) = 0$ denkleminin kökleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-1, 4\}$ B) $\{-1, 0\}$ C) $\{-1, 1, 4\}$
D) $\{4, 1\}$ E) $\{-1, 0, 1\}$

9. $f(x) = (x-1)^2 \cdot (x+3)^3$ olduğuna göre, $f'(-1)$ kaçtır?

A) 2 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

10. $f(x) = (2x^2 - 5x + 4)^4$ ile tanımlıdır.

Buna göre, $f(x)$ in $x = 1$ noktasındaki türevi kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

11. $f(2x + 5) = -2x^2 + 4x + 7$ fonksiyonu veriliyor.
($f'(1) + f(1)$) toplamı kaçtır?

A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

12. $f(x) = \frac{3}{(2x-3)^2}$ olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun
 $x=2$ deki türevi kaçtır?

A) 4 B) 0 C) -4 D) -8 E) -12

13. $f(x) = \frac{(2x-3)^2}{3x-1}$ fonksiyonu veriliyor. $f'(0)$ nin eşiti
aşağıdakilerden hangisidir?

A) -15 B) -7 C) $\frac{5}{3}$ D) 6 E) 10

14. $f(x) = x^2 + 2x - 1$ olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

15. $f(x) = x^2 - 2x + 5$ olduğuna göre,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \text{ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?}$$

A) $x^2 - 2$ B) $2x - 1$ C) $2x$ D) $2x - 2$ E) $2x + 3$

16. $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x + 1}$ olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \text{ değeri aşağıdakilerden hangisidir?}$$

A) 2 B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{4}$ E) 1

17. $f(x) = \begin{cases} x^3 + 4x, & x < 0 \\ 2x^2 + kx, & x \geq 0 \end{cases}$

fonksiyonunun R de türevinin olabilmesi için k kaç olmalıdır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

18. $f(x) = \begin{cases} 2x^2, & x > 1 \\ 4, & x = 1 \\ 4x + 15, & x < 1 \end{cases}$ olduğuna göre,

$f(x)$ in $x = 1$ deki türevi kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 8 E) Yoktur

19. $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 4 \\ 16, & x = 4 \\ 3x + 4, & x > 4 \end{cases}$ fonksiyonu için aşağıdakilerden

hangisi yanlıştır?

A) $f'(4^+) = 3$ B) $f'(4^-) = 8$ C) $f'(3) = 6$
D) $f'(5) = 3$ E) $f'(4) = 8$

20. $f(x) = (3x^2 - 6x + 5)^2 + (x^3 - 2x^2)^3$ olduğuna göre, $f'(1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -3 B) 0 C) 6 D) 12 E) 15

TEST 1'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = 3x^{5/3} + 6x^{-4/3} - x^{-3} + x^{-1/2}$ ise,
 $f'(x) = 3 \cdot \frac{5}{3} \cdot x^{2/3} + 6 \cdot \frac{-4}{3} \cdot x^{-7/3} - (-3) \cdot x^{-4} + \left(-\frac{1}{2}\right) x^{-3/2}$
 $f'(x) = 5x^{2/3} - 8x^{-7/3} + 3x^{-4} - \frac{1}{2}x^{-3/2}$
 $f'(1) = 5 - 8 + 3 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

Yanıt B

2. $f(x) = ax^4 - 3x^2 + x - 2$ ise,
 $f'(x) = 4ax^3 - 6x + 1$ dir.
 $x = 1$ için, $f'(1) = 4a - 6 + 1$
 $4 = 4a - 5$
 $9 = 4a$
 $\frac{9}{4} = a$

Yanıt A

3. $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + mx + n$ ise,
 $f'(x) = 15x^2 - 4x + m$
 $x = -1$ için, $f'(-1) = 15 + 4 + m$
 $2 = 19 + m$
 $-17 = m$

Yanıt B

4. $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 5$ ise,
 $f'(x) = 3x^2 - 3x - 6$ dir.
 $f'(x) - 12 = 0$ ise,
 $3x^2 - 3x - 6 - 12 = 0$
 $3x^2 - 3x - 18 = 0$
 $x^2 - x - 6 = 0$
 $(x - 3)(x + 2) = 0$
 $x = 3$ veya $x = -2$ bulunur.
 $x \in \mathbb{R}^-$ olduğundan $x = -2$ olur.

Yanıt D

5. $f(x) = x^{55} + x^{54} + x^{53} + \dots + x^2 + x + 1$ ise,
 $f'(x) = 55x^{54} + 54x^{53} + 53x^{52} + \dots + 2x + 1$ olur.
 $x = 0$ için $f'(0) = 1$ bulunur.

Yanıt C

6. $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ fonksiyonunda, bölmenin türevinden,
 $f'(x) = \frac{(x^2 + 1)'(x - 1) - (x^2 + 1)(x - 1)'}{(x - 1)^2}$
 $f'(x) = \frac{2x \cdot (x - 1) - (x^2 + 1) \cdot 1}{(x - 1)^2}$ elde edilir.
 $x = 0$ için, $f'(0) = \frac{-1}{1} = -1$ bulunur.

Yanıt C

7. $f(x) = \frac{ax + 1}{2x - 3}$ fonksiyonunda, bölmenin türevinden,
 $f'(x) = \frac{(ax + 1)'(2x - 3) - (ax + 1)(2x - 3)'}{(2x - 3)^2}$
 $= \frac{a \cdot (2x - 3) - (ax + 1) \cdot 2}{(2x - 3)^2}$ elde edilir.
 $x = 2$ için,
 $f'(2) = \frac{a \cdot (4 - 3) - (2a + 1) \cdot 2}{(4 - 3)^2}$
 $-8 = \frac{a - 4a - 2}{1} \Rightarrow -8 = -3a - 2$
 $\Rightarrow -6 = -3a \Rightarrow 2 = a$ bulunur.

Yanıt E

8. $f(x) = (x + 1)^2 \cdot (x - 4)^3$ fonksiyonunda çarpmanın türevinden
 $f'(x) = ((x + 1)^2)' \cdot (x - 4)^3 + (x + 1)^2 \cdot ((x - 4)^3)'$
 $0 = 2(x + 1) \cdot (x - 4)^3 + (x + 1)^2 \cdot 3(x - 4)^2$ elde edilir.
İfade $(x + 1) \cdot (x - 4)^2$ parantezine alınırsa,
 $(x + 1) \cdot (x - 4)^2 \cdot [2x - 8 + 3x + 3] = 0$
 $(x + 1) \cdot (x - 4)^2 \cdot (5x - 5) = 0$ bulunur.
Bu denklemin kökleri $x = -1$, $x = 4$ ve $x = 1$ dir.
Ç.K = $\{-1, 1, 4\}$

Yanıt C

9. $f(x) = (x - 1)^2 \cdot (x + 3)^3$ olduğuna göre, çarpmanın türevinden
 $f'(x) = ((x - 1)^2)'(x + 3)^3 + (x - 1)^2 \cdot ((x + 3)^3)'$
 $= 2(x - 1)(x + 3)^3 + (x - 1)^2 \cdot 3(x + 3)^2$
 $x = -1$ için, $f'(-1) = 2(-2)(2)^3 + 3(-2)^2 \cdot (2)^2$
 $= -32 + 48 = 16$ bulunur.

Yanıt C

10. $f(x) = (2x^2 - 5x + 4)^4$ ise,
 $f'(x) = 4 \cdot (2x^2 - 5x + 4)^3 \cdot (2x^2 - 5x + 4)'$
 $= 4 \cdot (2x^2 - 5x + 4)^3 \cdot (4x - 5)$ bulunur.
 $x = 1$ için, $f'(1) = 4 \cdot (2 - 5 + 4)^3 \cdot (4 - 5)$
 $= 4 \cdot 1 \cdot (-1) = -4$ elde edilir.

Yanıt A

11. $f(2x + 5) = -2x^2 + 4x + 7$ ise,

$x = -2$ için, $f(1) = -2(-2)^2 + 4(-2) + 7$

$f(1) = -8 - 8 + 7 = -9$ bulunur.

$f(2x + 5) = -2x^2 + 4x + 7$ eşitliğinde, her iki tarafın türevi alınırsa,

$f'(2x + 5) \cdot (2x + 5)' = -4x + 4$

$f'(2x + 5) \cdot 2 = -4x + 4$

$f'(2x + 5) = -2x + 2$ dir.

$x = -2$ için $f'(1) = -2(-2) + 2 = 6$ bulunur.

O halde, $f(1) + f'(1) = -9 + 6 = -3$ elde edilir.

Yanıt B

12. $f(x) = \frac{3}{(2x-3)^2}$ ise,

$f(x) = 3(2x-3)^{-2}$ olarak yazılabilir. Buradan,

$f'(x) = 3 \cdot (-2)(2x-3)^{-3} \cdot (2x-3)'$

$= -6 \cdot (2x-3)^{-3} \cdot 2$

$= -12 \cdot (2x-3)^{-3}$ elde edilir.

$x = 2$ için, $f'(2) = -12 \cdot (2 \cdot 2 - 3)^{-3} = -12$ bulunur.

Yanıt E

13. $f(x) = \frac{(2x-3)^2}{3x-1}$ ise, fonksiyonunda bölmenin türevinden,

$$f'(x) = \frac{((2x-3)^2)'(3x-1) - (3x-1)'(2x-3)^2}{(3x-1)^2}$$

$$= \frac{2(2x-3) \cdot 2 \cdot (3x-1) - 3 \cdot (2x-3)^2}{(3x-1)^2}$$
 bulunur.

$x = 0$ için, $f'(0) = \frac{2(-3) \cdot 2(-1) - 3 \cdot (-3)^2}{(-1)^2} = \frac{12 - 27}{1} = -15$

Yanıt A

14. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ ifadesi $x = 1$ noktasında $f(x)$ in türevine eşittir.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1)$ O halde,

$f(x) = x^2 + 2x - 1$

$f'(x) = 2x + 2$

$x = 1$ için, $f'(1) = 2 + 2 = 4$ tür.

Yanıt B

15. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$ olduğundan,

$f(x) = x^2 - 2x + 5$ ise,

$f'(x) = 2x - 2$ bulunur.

Yanıt D

16. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ ifadesi $x = 1$ noktasında $f(x)$ in türevine eşittir.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1)$ dir.

$f(x) = \frac{x^2 - 2}{x + 1}$ olduğuna göre,

bölümün türevinden

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 2)' \cdot (x + 1) - (x^2 - 2) \cdot (x + 1)'}{(x + 1)^2}$$

$$= \frac{2x \cdot (x + 1) - (x^2 - 2) \cdot 1}{(x + 1)^2}$$

$$= \frac{2x^2 + 2x - x^2 + 2}{(x + 1)^2} = \frac{x^2 + 2x + 2}{(x + 1)^2}$$

$x = 1$ için $f'(1) = \frac{1 + 2 + 2}{(1 + 1)^2} = \frac{5}{4}$ bulunur.

Yanıt D

17. Bir fonksiyonun herhangi bir noktada türevli olabilmesi için, fonksiyon o noktada sürekli ve o noktadaki sağdan ve soldan türevleri eşit olmalıdır.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) = 0$

$f'(0^-) = 3x^2 + 4 = 4$

$f'(0^+) = 4x + k = k$

$f'(0^-) = f'(0^+)$

$4 = k$ bulunur.

Yanıt E

18.

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 & x > 1 \\ 4 & x = 1 \\ 4x + 15 & x < 1 \end{cases}$$

fonksiyonun türevinin olabilmesi için $x = 1$ noktasında sürekli olmalıdır.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} (4x + 15) = 19$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} 2x^2 = 2$ dir.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ olduğundan fonksiyon

$x = 1$ noktasında sürekli değildir. O halde $x = 1$ noktasında türevi yoktur.

Yanıt E

19. Fonksiyonun $x = 4$ noktasında türevinin olması için fonksiyonun bu noktadaki sağdan ve soldan türevleri birbirine eşit olmalıdır.

$4 < x \Rightarrow f'(x) = 3 \Rightarrow f'(4^+) = 3$

$4 > x \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'(4^-) = 8$

$f'(4^+) \neq f'(4^-)$ olduğundan fonksiyonun $x = 4$ noktasında türevi yoktur. E seçeneğindeki $f'(4) = 8$ ifadesi yanlıştır.

Yanıt E

20. $f(x) = (3x^2 - 6x + 5)^2 + (x^3 - 2x^2)^3$ olduğuna göre,

$f'(x) = 2 \cdot (3x^2 - 6x + 5) \cdot (3x^2 - 6x + 5)' + 3 \cdot (x^3 - 2x^2)^2 \cdot (x^3 - 2x^2)'$

$= 2 \cdot (3x^2 - 6x + 5) \cdot (6x - 6) + 3 \cdot (x^3 - 2x^2)^2 \cdot (3x^2 - 4x)$

$= 12 \cdot (3x^2 - 6x + 5) \cdot (x - 1) + 3 \cdot (x^3 - 2x^2)^2 \cdot (3x^2 - 4x)$

$f'(1) = 12 \cdot (3 - 6 + 5) \cdot (1 - 1) + 3 \cdot (1 - 2)^2 \cdot (3 - 4) = -3$ bulunur.

Yanıt A

TEST 2

FONKSİYON TÜREVİ

1. $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2+4}}$ olduğuna göre, $(f(0) + f'(0))$ toplamı kaçtır?
A) 0 B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2
2. $f(x^3 - 2) = 3x^3 - 3x^2 + 5$ olduğuna göre, $f'(6)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2
3. f fonksiyonu,
 $f(x) = \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^2} + x^3$ şeklinde tanımlıdır. $f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki türevi kaçtır?
A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1
4. $y = f(x) = \sqrt{x^2+2}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$ B) $\frac{x}{\sqrt{2x+2}}$
C) $-\frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$ D) $\frac{1}{x\sqrt{x^2+2}}$
E) $-\frac{1}{x\sqrt{x^2+2}}$
5. $f\left(\frac{3}{2x+2}\right) = 4x - 3$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre, $f'(1)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) -6 B) -4 C) -2 D) 0 E) 2

6. $f(x) = (x^3 - 1) \cdot (x+1)^3$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?
A) 18 B) 20 C) 22 D) 23 E) 24
7. $f(x) = \frac{(x^2 - 1) \cdot (x+5)}{(2x+1)^3}$ olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?
A) -31 B) -29 C) 31 D) 29 E) 21
8. $f(x) = \frac{(x+1) \cdot (x^2 - 2)}{2x+1}$ olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
9. $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 3x - 3)^2}$ ile tanımlıdır.
 $f(x)$ fonksiyonunun $x = -1$ noktasındaki türevi kaçtır?
A) $-\frac{16}{3}$ B) $-\frac{10}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{7}{3}$
10. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ olmak üzere; $b, c \in \mathbb{R}^+$ ve $f(0) = f'(0)$ olduğuna göre, $\frac{b}{c}$ kaçtır?
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

11. $f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt{x} + 1$ olduğuna göre,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(9+h) - f(9)}{h} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

12. $f(x) = -x^3 + 1$ olduğuna göre, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3x^2$ B) $3x^2$ C) $-3x$ D) $3x$ E) $-6x$

13. $y = x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 2$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin $x = 2$ için değeri kaçtır?

- A) -20 B) -5 C) 7 D) 14 E) 22

14. $f(x) = x^3 - 5ax + 4$ fonksiyonu veriliyor.

$$\frac{f'(1)}{f''(1)} = 3 \text{ olduğuna göre, } a \text{ kaçtır?}$$

- A) -5 B) -3 C) 0 D) 1 E) 2

15. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^3 + 2x^2b + 5x - 2$, $f'(1) = 3$ ve $f''(-1) = 5$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{4}{9}$ C) $-\frac{5}{9}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{7}{9}$

16. $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot (3x+k)$ ve $f''(0) = 2$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

17. $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ fonksiyonu için

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \text{ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?}$$

- A) $\frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}}$ B) $(2x+4) \cdot \sqrt{x^2+4x+5}$
C) $\frac{\sqrt{x^2+4x+5}}{2x+4}$ D) $\frac{\sqrt{x^2+4x+5}}{x+2}$
E) $\frac{1}{2} \sqrt{x^2+4x+5}$

18. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 1 \\ 3, & x = 1 \\ 3x, & x > 1 \end{cases}$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $f'(2) = 3$ B) $f'(0) = 0$ C) $f'(1) = 3$
D) $f'(5) = 3$ E) $f'(-1) = -2$

19. $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3, & x > 2 \\ kx + t, & x \leq 2 \end{cases}$ fonksiyonu $x=2$ noktasında türevli olduğuna göre, t kaçtır?

- A) -11 B) -6 C) 3 D) 5 E) 7

20. $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 1, & x \leq 1 \\ 6x - 2, & x > 1 \end{cases}$ biçiminde tanımlanan $f(x)$ fonksiyonu için $f'(1)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 0 D) 6 E) Yoktur

TEST 2'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2+4}} = \left(\frac{x+1}{x^2+4}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f(0) = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ dir.

$$f'(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{x+1}{x^2+4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{x+1}{x^2+4}\right)'$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x^2+4}{x+1}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{x^2+4-2x(x+1)}{(x^2+4)^2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{x^2+4}{x+1}} \cdot \frac{4-2x-x^2}{(x^2+4)^2}$$

$$f'(0) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4} \cdot \frac{4}{4^2} = \frac{1}{4}$$
 dür.

O halde, $f(0) + f'(0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ olur.

Yanıt B

2. $f(x^3 - 2) = 3x^3 - 3x^2 + 5$ ifadesinde her iki tarafın türevi alınırsa,

$$(x^3 - 2)'f'(x^3 - 2) = (3x^3 - 3x^2 + 5)'$$

$$3x^2 \cdot f'(x^3 - 2) = 9x^2 - 6x$$

$x = 2$ için, $3 \cdot 2^2 \cdot f'(2^3 - 2) = 9 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2$

$$12 \cdot f'(6) = 36 - 12$$

$$f'(6) = 2$$
 olur.

Yanıt E

3. $f(x) = \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^2} + x^3 = 3 \cdot x^{-1} - \frac{1}{2} \cdot x^{-2} + x^3$

$$f'(x) = -\frac{3}{x^2} - \frac{1}{2} \cdot (-2) \cdot \frac{1}{x^3} + 3x^2$$

$$f'(x) = -\frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^3} + 3x^2$$
 olduğundan,

$$f'(1) = -3 + 1 + 3 = 1$$
 dir.

Yanıt E

4. $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot (x^2 + 2)' \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}}$$
 olur.

Yanıt A

5. $f\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x+1}\right) = 4x - 3$ her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x+1}\right)' \cdot f'\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x+1}\right) = 4$$

$$-\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{(x+1)^2} \cdot f'\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x+1}\right) = 4$$

$x = \frac{1}{2}$ için, $-\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} \cdot f'(1) = 4$ olur.

$$-\frac{2}{3} \cdot f'(1) = 4$$

$$f'(1) = -6$$
 dir.

Yanıt A

6. $f(x) = (x^3 - 1) \cdot (x + 1)^3$ her iki tarafın türevi alınırsa;

$$f'(x) = 3x^2 \cdot (x + 1)^3 + 3 \cdot (x + 1)^2 \cdot (x^3 - 1)$$

$$f'(1) = 3 \cdot 2^3 + 0$$

$$= 24$$
 dür.

Yanıt E

7. $f(x) = \frac{(x^2 - 1) \cdot (x + 5)}{(2x + 1)^3}$

$$f(x) = \frac{x^3 + 5x^2 - x - 5}{(2x + 1)^3}$$
 bölümün türevinden;

$$f'(x) = \frac{(3x^2 + 10x - 1) \cdot (2x + 1)^3 - 3 \cdot 2(2x + 1)^2 \cdot (x^3 + 5x^2 - x - 5)}{(2x + 1)^6}$$

$x = 0$ için,

$$f'(0) = \frac{-1 - 3 \cdot 2 \cdot (-5)}{1}$$

$$= -1 + 30 = 29$$
 dur.

Yanıt D

8. $f(x) = \frac{(x + 1) \cdot (x^2 - 2)}{2x + 1}$

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x + x^2 - 2}{2x + 1}$$
 bölümün türevinden,

$$f'(x) = \frac{(3x^2 + 2x - 2) \cdot (2x + 1) - 2 \cdot (x^3 - 2x + x^2 - 2)}{(2x + 1)^2}$$

$x = 0$ için;

$$f'(0) = \frac{-2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2)}{1} = 2$$
 dir.

Yanıt E

9. $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 3x - 3)^2} = (x^2 - 3x - 3)^{\frac{2}{3}}$ türevi alınırsa;
 $f'(x) = \frac{2}{3} \cdot (2x - 3) \cdot (x^2 - 3x - 3)^{-\frac{1}{3}}$
 $x = -1$ için;
 $f'(-1) = \frac{2}{3} [2 \cdot (-1) - 3] \cdot [(-1)^2 - 3 \cdot (-1) - 3]^{-\frac{1}{3}}$ olur.
 $= \frac{2}{3} \cdot (-5) \cdot (1 + 3 - 3)^{-\frac{1}{3}}$
 $= \frac{2}{3} \cdot (-5) \cdot (1)^{-\frac{1}{3}}$
 $= -\frac{10}{3}$ dir.

Yanıt B

10. $f(x) = ax^2 + bx + c$ olduğundan,
 $f(0) = c$
 $f'(x) = 2ax + b$
 $f'(0) = b$
 $f'(0) = f(0) \Rightarrow c = b \Rightarrow \frac{b}{c} = 1$ olur.

Yanıt D

11. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(9+h) - f(9)}{h} = f'(9)$ olduğundan,
 $f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt{x} + 1 = (x-1)^{\frac{2}{3}} + \sqrt{x} + 1$
 $f'(x) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$
 $f'(9) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$
 $= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ dir.

Yanıt B

12. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$
 $f(x) = -x^3 + 1$ olduğundan,
 $f'(x) = -3x^2$

Yanıt A

13. $f'(x) = \frac{dy}{dx} = 4x^3 - 9x^2 + 10x$
 $f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2} = 12x^2 - 18x + 10$
 $x = 2$ için,
 $f''(2) = 12 \cdot 2^2 - 18 \cdot 2 + 10 = 22$ dir.

Yanıt E

14. $f(x) = x^3 - 5ax + 4$ ise,
 $f'(x) = 3x^2 - 5a \Rightarrow f'(1) = 3 - 5a$
 $f''(x) = 6x \Rightarrow f''(1) = 6$
 $\frac{f'(1)}{f''(1)} = 3 \Rightarrow \frac{3-5a}{6} = 3 \Rightarrow 3-5a = 18$
 $\Rightarrow 5a = -15$
 $\Rightarrow a = -3$ olur.

Yanıt B

15. $f(x) = ax^3 + 2x^2b + 5x - 2$
 $f'(x) = 3ax^2 + 4xb + 5$
 $f''(x) = 6ax + 4b$
 $f'(1) = 3a + 4b + 5 = 3 \Rightarrow 3a + 4b = -2$
 $f''(-1) = -6a + 4b = 5$
Bu denklemler ortak çözümlürse;
 $- / \quad 3a + 4b = -2$
 $-6a + 4b = 5$
 $\hline -3a - 4b = 2$
 $+ \quad -6a + 4b = 5$
 $\hline -9a = 7$
 $a = -\frac{7}{9}$ olur.

Yanıt E

16. $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot (3x+k)$ olduğundan,
 $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+1}} \cdot (3x+k) + 3 \cdot \sqrt{x+1}$ (Çarpımın türevinden)
 $f''(x) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (x+1)^{-\frac{3}{2}} \cdot (3x+k) + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+1}}$
 $x = 0$ için;
 $f''(0) = -\frac{1}{4} \cdot k + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 2$ olduğundan,
 $\Rightarrow -\frac{k}{4} = -1$
 $\Rightarrow k = 4$ olur.

Yanıt D

17. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$
 $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ olduğundan,
 $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2x+4}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}} = \frac{x+2}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}}$

Yanıt A

18. $f(x)$ fonksiyonu için, $x = 1$ noktası kritik nokta olduğundan, bu noktada fonksiyonun limitini inceleyelim.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3 \cdot 1 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1^2 + 1 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \text{ olduğundan}$$

$f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasında türevi yoktur.

Yanıt C

19. $f(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasında türevli olması için $x = 2$ de sürekli ve sağdan, soldan türevlerinin eşit olması gerekir.

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (kx + t) = 2k + t \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x^2 - 3) = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow 2k + t = 5 \text{ dir.}$$

$$\left. \begin{array}{l} f'(2^+) = 4 \cdot 2 = 8 \\ f'(2^-) = k \end{array} \right\} \Rightarrow k = 8 \text{ olur.}$$

$$2k + t = 5 \Rightarrow 2 \cdot 8 + t = 5$$

$$\Rightarrow 16 + t = 5$$

$$\Rightarrow t = -11 \text{ dir.}$$

Yanıt A

20. $x = 1$ noktası $f(x)$ fonksiyonunun kritik noktası olduğundan, bu noktadaki sağdan ve soldan limitler eşit olmalıdır.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 4$$

$$f'(x) = \begin{cases} (3x^2 + 1)', & x \leq 1 \\ (6x - 2)', & x > 1 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 6x, & x \leq 1 \\ 6, & x > 1 \end{cases}$$

$$f'(1^+) = f'(1^-) \text{ olmalı}$$

$$6 = 6$$

$$f'(1) = 6 \text{ olur.}$$

Yanıt D

1. $f(x) = -x^3 + ax^2 - 5x + 3$, $g(x) = 3x^4 + 2x$ ve $(f + g)'(1) = 8$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

2. f ve g fonksiyonları,
 $f(x) = x^2 + 4$ ve $g(x) = 5x - 4$ ile tanımlıdır.
 $(fog)'(1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 5 C) 10 D) 12 E) 15

3. f ve g fonksiyonları için,
 $f(x) = x^3 - 2$ ve $g(x) = (x + 2)^2$ olduğuna göre
 $(gof)'(1)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

4. f ve g fonksiyonları $f(x) = 1 + \frac{2}{x^2}$, $g(x) = x^2 + 4$ biçiminde tanımlıdır. $(gof)'(-1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 6 C) 8 D) 12 E) 24

5. f ve g fonksiyonları,
 $f(x) = \sqrt{x+5}$ ve $g(x) = x^2 - 5$ ile tanımlıdır. $(fog)'(8)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 0 C) -1 D) $-\frac{3}{2}$ E) -2

6. f ve g $\mathbb{R}$ de türevli fonksiyonlar olmak üzere, $g'(3) = 2$, $g(3) = 6$, $f'(6) = 3$ olduğuna göre, $(fog)'(3)$ değeri kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 12 D) 18 E) 36

7. $\mathbb{R}$ de türevlenebilen f ve g fonksiyonları için
 $f(x - 3) = (3x - 1) \cdot g(x + 1)$,
 $f'(2) = 7$ ve $g(6) = 3$ olduğuna göre,
 $g'(6)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) $-\frac{1}{6}$ E) $-\frac{1}{7}$

8. g fonksiyonu $g(x) = \frac{c}{f(x)}$ biçiminde tanımlıdır. $f(2) = 2$,
 $f'(2) = -1$, $g'(2) = \frac{1}{4}$ olduğuna göre, c kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $h(4x + 2) = f(3x - 2) \cdot g(x^2 - 4)$ fonksiyonu veriliyor. $f(-5) = 1$, $f'(-5) = 2$, $g(-3) = 3$, $g'(-3) = -3$ olduğuna göre, $h'(-2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

10. $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = x^2 + 4$, $h(x) = \sqrt{x+1}$ fonksiyonları veriliyor. $(fogoh)'(10)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 5 D) 10 E) 20

11. f, g ve k fonksiyonları, $f(x) = 4x$, $g(x) = 2x^2$ ve $k(x) = \frac{2}{x}$ ile tanımlıdır. $(f \circ g \circ k)'(4)$ ifadesinin değeri kaçtır?
- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 2 D) 4 E) 8

12. $y = \frac{1}{x}$ olduğuna göre, $\frac{d^{10}y}{dx^{10}}$ ifadesi neye eşittir?

- A) $\frac{9!}{x^{10}}$ B) $-9!x^{10}$ C) $\frac{10!}{x^{11}}$
D) $\frac{x^{11}}{9!}$ E) $11!x^{10}$

13. $y = (2x + 1)^3$ olmak üzere, $\frac{d^4y}{dx^4}$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $2x + 1$ B) $4x + 2$ C) 0
D) $\frac{2x+1}{2}$ E) 1

14. $f(x) = \sqrt{6 + \sqrt{3x}}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

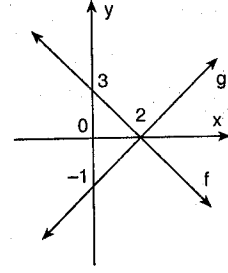
- A) -2 B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{6}$

15. f, g ve h $\mathbb{R}$ de türevli fonksiyonlar olmak üzere, $h(x) = (f \circ g)(x)$ biçiminde tanımlıdır.

$g(2) = 3$, $f'(3) = 4$, $g'(2) = 4$ olduğuna göre, $h'(2)$ nin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

16. f ve g fonksiyonları şekildeki analitik düzlemde verilmiştir. $(g \circ f)'(2)$ kaçtır?



- A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) -1 D) $-\frac{3}{4}$ E) $-\frac{1}{4}$

17. $f(x) = \prod_{k=1}^5 x^k$ fonksiyonu veriliyor. $f'(1)$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) -5 B) 0 C) 5 D) 10 E) 15

18. $P(x) = x^3 - ax^2 + bx + 8$ polinomu $(x+1)^2$ ile tam bölünebildiğine göre, a kaçtır?

- A) -12 B) -11 C) -10 D) -9 E) -8

19. $f(2x^2 + 1) = 3x^2 + 2x + 1$ eşitliği verildiğine göre, $f'(3)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

20. $f(2x + 3) = h(3x^2 + 2)$ ve $h'(5) = 3$ olduğuna göre, $f'(5)$ in değeri kaçtır?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

TEST 3'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $f'(x) = -3x^2 + 2ax - 5$

$f'(1) = -3 + 2a - 5$

$= 2a - 8$

$g'(x) = 12x^3 + 2$

$g'(1) = 14$

$(f + g)'(1) = f'(1) + g'(1) = 8$

$2a - 8 + 14 = 8$

$2a = 2$

$a = 1$

Yanıt D

2. $(fog)'(1) = g'(1) \cdot f'[g(1)]$

$g(x) = 5x - 4 \Rightarrow g(1) = 1$

$g'(x) = 5 \Rightarrow g'(1) = 5$

$f(x) = x^2 + 4 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'(1) = 2$

$(fog)'(1) = [f(g(1))]'$

$= g'(1) \cdot f'(g(1)) = 5 \cdot f'(1) = 5 \cdot 2 = 10$

Yanıt C

3. $(gof)'(1) = f'(1) \cdot g'[f(1)]$

$f(x) = x^3 - 2 \Rightarrow f(1) = -1$

$f'(x) = 3x^2 \Rightarrow f'(1) = 3$

$g'(x) = 2 \cdot (x + 2) \Rightarrow g'(f(1)) = g'(-1) = 2$

$(gof)'(1) = 3 \cdot 2 = 6$

Yanıt C

4. $(gof)'(-1) = f'(-1) \cdot g'[f(-1)]$

$f(x) = 1 + 2x^2 \Rightarrow f(-1) = 3$

$f'(x) = 4x \Rightarrow f'(-1) = 4$

$g'(x) = 2x \Rightarrow g'(f(-1)) = g'(3) = 6$

$(gof)'(-1) = 4 \cdot 6 = 24$

Yanıt E

5. $(fog)'(8) = g'(8) \cdot f'[g(8)]$

$g(x) = x^2 - 5 \Rightarrow g(8) = 64 - 5 = 59$

$g'(x) = 2x \Rightarrow g'(8) = 16$

$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+5}} \Rightarrow f'(g(8)) = f'(59) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{64}} = \frac{1}{16}$

$(fog)'(8) = 16 \cdot \frac{1}{16} = 1$

Yanıt A

6. $(fog)'(3) = g'(3) \cdot f'[g(3)]$

$= 2 \cdot f'(6) = 2 \cdot 3 = 6$

Yanıt B

7. $f(x - 3) = (3x - 1) \cdot g(x + 1)$ eşitliğinin her iki tarafının türevi alınır,

$(x - 3)' \cdot f'(x - 3) = (3x - 1)' \cdot g(x + 1) + (3x - 1)(x + 1)' g'(x + 1)$

$f'(x - 3) = 3 \cdot g(x + 1) + (3x - 1) \cdot g'(x + 1)$

$x = 5$ iken, $f'(2) = 3 \cdot g(6) + 14 \cdot g'(6)$

$7 = 3 \cdot 3 + 14 \cdot g'(6)$

$-2 = 14 \cdot g'(6)$

$g'(6) = -\frac{1}{7}$

Yanıt E

8. $g(x) = \frac{c}{f(x)} \Rightarrow g(x) \cdot f(x) = c$ eşitliğinin her iki tarafının türevi alınır,

$g'(x) \cdot f(x) + g(x) \cdot f'(x) = 0$

$x = 2$ için, $g'(2) \cdot f(2) + g(2) \cdot f'(2) = 0$

$\frac{1}{4} \cdot 2 + g(2) \cdot (-1) = 0$

$g(2) = \frac{1}{2}$ bulunur.

Bu değer ilk denklemde yerine konulursa, $x = 2$ iken,

$g(2) \cdot f(2) = c$

$\frac{1}{2} \cdot 2 = c$

$c = 1$

Yanıt D

9. $4 \cdot h'(4x + 2) = 3 \cdot f'(3x - 2) \cdot g(x^2 - 4) + 2x \cdot g'(x^2 - 4) \cdot f(3x - 2)$

$x = -1$ iken,

$4 \cdot h'(-2) = 3 \cdot f'(-5) \cdot g(-3) - 2g'(-3) \cdot f(-5)$

$4 \cdot h'(2) = 3 \cdot 2 \cdot 3 - 2 \cdot (-3) \cdot 1$

$4 \cdot h'(-2) = 18 + 6$

$h'(-2) = 6$

Yanıt D

10. $(fogoh)'(10) = (goh)'(10) \cdot f'[(goh)(10)]$

$= h'(10) \cdot g'[h(10)] \cdot f'[g[h(10)]]$

$h(x) = \sqrt{x+1} \Rightarrow h(10) = \sqrt{11}$

$h'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+1}} \Rightarrow h'(10) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{11}}$

$g(x) = x^2 + 4 \Rightarrow g(h(10)) = g(\sqrt{11}) = 15$

$g'(x) = 2x \Rightarrow g'(h(10)) = g'(\sqrt{11}) = 2\sqrt{11}$

$f(x) = 2x - 3 \Rightarrow f'(x) = 2 \Rightarrow f'(g(h(10))) = f'(15) = 2$

$(fogoh)'(10) = \frac{1}{2\sqrt{11}} \cdot 2\sqrt{11} \cdot 2 = 2$

Yanıt B

$$11. (f \circ g)'(4) = k'(4) \cdot g'[k(4)] \cdot f'[(g \circ k)(4)]$$

$$k(x) = \frac{2}{x} \Rightarrow k(4) = \frac{1}{2} \Rightarrow k'(x) = -\frac{2}{x^2} \Rightarrow k'(4) = -\frac{1}{8}$$

$$g(x) = 2x^2 \Rightarrow g[k(4)] = g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow g'(x) = 4x \Rightarrow g'[k(4)] = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

$$f(x) = 4x \Rightarrow f'(x) = 4 \Rightarrow f'[(g \circ k)(4)] = f'\left(\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$(f \circ g \circ k)'(4) = -\frac{1}{8} \cdot 2 \cdot 4 = -1$$

Yanıt A

$$12. y = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2} = -x^{-2}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2 \cdot x^{-3}$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -6x^{-4}$$

⋮

$$\frac{d^{10}y}{dx^{10}} = (-1)^{10} \cdot 10! x^{-11} = \frac{10!}{x^{11}}$$

Yanıt C

$$13. y = (2x+1)^3 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3 \cdot 2 \cdot (2x+1)^2 = 6(2x+1)^2$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (2x+1) = 24 \cdot (2x+1)$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = 24 \cdot 2 = 48$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = 0$$

Yanıt C

$$14. f(x) = \sqrt{6+\sqrt{3x}}, \sqrt{3x} = u \text{ ise } u' = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x}}$$

$$f'(x) = (\sqrt{u+6})' = \frac{1}{2} \cdot \frac{u'}{\sqrt{u+6}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x}}}{\sqrt{6+\sqrt{3x}}}$$

$$= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x} \cdot \sqrt{6+\sqrt{3x}}}$$

$$f'(3) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{6+\sqrt{9}}}$$

$$= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3 \cdot 3}$$

$$= \frac{1}{12}$$

Yanıt D

$$15. h(x) = (f \circ g)(x)$$

$$h'(2) = (f \circ g)'(2) = g'(2) \cdot f'[g(2)]$$

$$= 4 \cdot f'(3)$$

$$= 4 \cdot 4$$

$$= 16$$

Yanıt D

$$16. (g \circ f)'(2) = f'(2) \cdot g'[f(2)]$$

f ve g doğrusal fonksiyon olduklarında birinci türevleri, eğimlerine eşittir.

$$f'(x) = m_f = -\frac{3}{2} \Rightarrow f'(2) = -\frac{3}{2}$$

$$f(2) = 0$$

$$g'(x) = m_g = \frac{1}{2} \Rightarrow g'(f(2)) = g'(0) = \frac{1}{2}$$

$$(g \circ f)'(2) = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{3}{4}$$

Yanıt D

$$17. f(x) = \prod_{k=1}^5 x^k = x^1 \cdot x^2 \cdot x^3 \cdot x^4 \cdot x^5 = x^{15}$$

$$f'(x) = 15 \cdot x^{14}$$

$$f'(1) = 15$$

Yanıt E

$$18. P(x) \text{ polinomu } (x+1)^2 \text{ ile tam bölünüyorsa,}$$

$$P(x) = (x+1)^2 \cdot Q(x) \text{ şeklinde olacağından}$$

$$P'(x) = 2 \cdot (x+1) \cdot Q(x) + (x+1)^2 \cdot Q'(x) \text{ dir.}$$

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \text{ için}$$

$$P(-1) = 0 \text{ ve } P'(-1) = 0 \text{ olacaktır.}$$

$$P(x) = x^3 - ax^2 + bx + 8 \Rightarrow P'(x) = 3x^2 - 2ax + b$$

$$P(-1) = -1 - a - b + 8 = 0 \Rightarrow -a - b = -7$$

$$P'(-1) = 3 + 2a + b = 0 \quad + \quad 2a + b = -3$$

$$a = -10$$

Yanıt C

$$19. f(2x^2 + 1) = 3x^2 + 2x + 1 \text{ eşitliğinin iki tarafının da türevi alınırsa;}$$

$$(2x^2 + 1)' \cdot f'(2x^2 + 1) = 6x + 2$$

$$4x \cdot f'(2x^2 + 1) = 6x + 2$$

$$x = 1 \text{ iken } 4 \cdot f'(3) = 8$$

$$f'(3) = 2$$

Yanıt B

$$20. f(2x + 3) = h(3x^2 + 2) \text{ eşitliğinin iki tarafının da türevi alınırsa;}$$

$$2 \cdot f'(2x + 3) = 6x \cdot h'(3x^2 + 2)$$

$$x = 1 \text{ iken, } 2 \cdot f'(5) = 6 \cdot h'(5)$$

$$2 \cdot f'(5) = 6 \cdot 3$$

$$f'(5) = 9$$

Yanıt B

1. $f(x) = \cos^3(2x + 5)$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-6 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot \sin(2x + 5)$
 B) $6 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot \sin(2x + 5)$
 C) $-12 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot \sin(2x + 5)$
 D) $12 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot \sin(2x + 5)$
 E) $3 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot \sin(2x + 5)$

2. $f(x) = \sin x \cdot \cos x$ olduğuna göre, $f''(x)$ nedir?

A) $\sin 2x$ B) $\cos 2x$ C) $2 \sin 2x$
 D) $-2 \sin 2x$ E) $-2 \cos 2x$

3. $y = (\sin 3x)^2$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin 6x$ B) $3 \cdot \sin 6x$
 C) $-3 \cdot \sin 6x$ D) $3 \cdot \cos 6x$
 E) $-3 \cdot \cos 6x$

4. $f(x) = \frac{\cos x}{x+2}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{\pi+4}$ B) $-\frac{1}{\pi+2}$ C) $-\frac{2}{\pi+4}$
 D) $\frac{1}{\pi+4}$ E) 0

5. $f(x) = x^2 \cdot \sin \frac{1}{x}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{3}{\pi}\right)$ kaçtır?

A) $3\sqrt{3} - 1$ B) $3\sqrt{3} + 1$
 C) $\frac{3}{\pi} - \frac{1}{2}$ D) $\frac{3\sqrt{3}}{\pi} - \frac{1}{2}$
 E) $\frac{3\sqrt{3} - 1}{2\pi}$

6. $f(x) = \sin^3 2x \cdot \cos x$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{16}$ C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
 D) $-\frac{\sqrt{2}}{16}$ E) $\sqrt{2}$

7. $f(x) = \cos x$, $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ olduğuna göre, $g'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\cos 2x$ B) $\cos 2x$ C) $-\sin 2x$
 D) $\sin 2x$ E) $\cos^2 x - 1$

8. $f(x) = \sin 2x$ } olduğuna göre, $(f \circ g)'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
 $g(x) = \cos 3x$

A) $6 \cos(2 \cos 3x) \cdot (\cos 3x)$
 B) $-6 \cos(2 \cos 3x) \cdot (\cos 3x)$
 C) $6 \cos(2 \cos 3x) \cdot (\sin 3x)$
 D) $-2 \cos(2 \cos 3x) \cdot (\sin 3x)$
 E) $-6 \cos(2 \cos 3x) \cdot (\sin 3x)$

9. $f(x) = \sin(\cos x)$ olduğuna göre,

$\frac{df(x)}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos(\cos x)$ B) $\cos(\cos x) \cdot \sin x$
 C) $-\sin(\cos x) \cdot \sin x$ D) $-\cos(\cos x) \cdot \sin x$
 E) $\cos(\sin x) \cdot \sin x$

10. $f(x) = \tan(3x + 1) + \cot(3x - 1)$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sec^2(3x + 1) - \operatorname{cosec}^2(3x - 1)$
 B) $3 \cdot \sec^2(3x + 1) + 3 \cdot \operatorname{cosec}^2(3x - 1)$
 C) $\sec^2(3x + 1) + \operatorname{cosec}^2(3x - 1)$
 D) $3 \cdot \sec^2(3x + 1) - 3 \cdot \operatorname{cosec}^2(3x - 1)$
 E) $3 \cdot \sec^2(3x + 1) - \operatorname{cosec}^2(3x - 1)$

11. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos^2 2x + \sin 2x$ olduğuna göre,

$$\lim_{m \rightarrow 0} \frac{f(-\pi) - f(-\pi + m)}{m} \text{ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?}$$

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $f(x) = \cos 2x$ fonksiyonu için $m \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ve

$$\lim_{x \rightarrow m} \frac{f(x) - f(m)}{x - m} = f\left(\frac{\pi}{2}\right) \text{ olduğuna göre, } m \text{ gerçel}$$

sayılarının kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{0, \frac{\pi}{4}\right\}$ B) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ C) $\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$
D) $\left\{0, \frac{\pi}{2}\right\}$ E) $\left\{\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right\}$

13. $y = \cos\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ olduğuna göre, y' aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \frac{2}{(x+1)^2}$ B) $-\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \frac{4}{(x+1)^2}$
C) $-\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \frac{1}{(x+1)^2}$ D) $-\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \frac{2}{(x+1)^2}$
E) $-\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

14. $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\cos x + \sin x}$ fonksiyonunun birinci türev fonksiyonu $f'(x)$ olduğuna göre, $f'(x) \cdot \left(\frac{\sin 2x + 1}{2}\right)$ ifadesi

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) 1 C) $\cos^2 2x$
D) $\cos x$ E) 2

15. $f(x) = 2 \sin\left(3 \tan(4x) + \frac{\pi}{6} - 3\right)$ olduğuna göre,

$$f'\left(\frac{\pi}{16}\right) \text{ kaçtır?}$$

- A) $24\sqrt{3}$ B) 24 C) $48\sqrt{3}$
D) $-24\sqrt{3}$ E) -24

16. $f(x) = \cos 4x + \sin 4x$ olduğuna göre, $\frac{d^2 f(x)}{dx^2}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-16f(x)$ B) $-4f(x)$ C) $4f(x)$
D) $-2f(x)$ E) $2f(x)$

17. $y = -2 \cdot \cos(\sin^2 x)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 \cdot \sin(\sin^2 x) \cdot \sin x \cdot \cos x$
B) $2 \cdot \sin(\sin^2 x)$
C) $2 \cdot \sin(\sin^2 x) \cdot \sin 2x$
D) $2 \cdot \sin(\sin^2 x) \cdot \cos 2x$
E) $2 \cdot \sin(\sin^2 x) \cdot \sin 4x$

18. $f(x) = \tan(\cot x) + \cot(\tan x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sec^2(\tan x) - \operatorname{cosec}^2(\cot x)$
B) $\sec^2(\cot x) - \operatorname{cosec}^2(\tan x)$
C) $\sec^2(\cot x) + \operatorname{cosec}^2(\tan x)$
D) $\sec^2(\cot x) \cdot (-\operatorname{cosec}^2 x) + \operatorname{cosec}^2(\tan x) \cdot \sec^2 x$
E) $\sec^2(\cot x) \cdot (-\operatorname{cosec}^2 x) - \operatorname{cosec}^2(\tan x) \cdot \sec^2 x$

19. $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2} + \sin x\right)$ olduğuna göre, $f'(\pi)$ kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

20. $f(x) = \sqrt{\sin x} + \sqrt{2 \cos^2 x - 1}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{6}}{4}$

TEST 4'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \cos^3(2x + 5)$ olduğundan,

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot [-\sin(2x + 5)] \cdot (2x + 5)' \\ &= 3 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot (-\sin(2x + 5)) \cdot 2 \\ &= 3 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot (-\sin(2x + 5)) \cdot 2 \\ &= -6 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot \sin(2x + 5) \text{ olur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

2. $f(x) = \sin x \cdot \cos x \Rightarrow f(x) = \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{2} = \frac{\sin 2x}{2}$ olur.
 $f'(x) = \frac{(2x)' \cdot \cos 2x}{2} = \cos 2x$
 $f''(x) = -2 \sin 2x$ dir.

Yanıt D

3. $y = (\sin(3x))^2$ olduğundan,
 $\frac{dy}{dx} = y' = 2 \cdot (\sin(3x)) \cdot (\sin(3x))'$
 $= 2 \cdot \sin(3x) \cdot \cos(3x) \cdot (3x)'$
 $= 2 \cdot \sin(3x) \cdot \cos(3x) \cdot 3$
 $= 6 \sin(3x) \cos(3x)$
 $= 3 \sin(6x)$ olur.

Yanıt B

4. $f(x) = \frac{\cos x}{x+2}$ olduğundan,
 (Bölümün türevinden)
 $f'(x) = \frac{(\cos x)' \cdot (x+2) - \cos x \cdot (x+2)'}{(x+2)^2}$
 $f'(x) = \frac{-\sin x \cdot (x+2) - \cos x \cdot 1}{(x+2)^2}$
 O halde;
 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{-\sin \frac{\pi}{2} \cdot (\frac{\pi}{2} + 2) - \cos \frac{\pi}{2}}{(\frac{\pi}{2} + 2)^2}$
 $= \frac{-1 \cdot (\frac{\pi}{2} + 2) - 0}{(\frac{\pi}{2} + 2)^2} = -\frac{1}{\frac{\pi}{2} + 2} = -\frac{2}{\pi + 4}$ olur.

Yanıt C

5. $f(x) = x^2 \cdot \sin \frac{1}{x}$ olduğundan, (çarpımın türevinden)
 $f'(x) = 2x \cdot \sin \frac{1}{x} + x^2 \cdot \cos \frac{1}{x} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)$
 $= 2x \cdot \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}$ olur.

O halde;

$$\begin{aligned} f'\left(\frac{3}{\pi}\right) &= 2 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{3} \\ &= \frac{6}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} - \frac{1}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt D

6. $f(x) = \sin^3 2x \cdot \cos x$ olduğundan, (çarpımın türevinden)
 $f'(x) = (3 \cdot \sin^2 2x \cdot \cos 2x \cdot 2) \cos x + \sin^3 2x \cdot (-\sin x)$
 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 6 \cdot \cos \frac{\pi}{2} \cdot \sin^2 \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin^3 \frac{\pi}{2} \cdot \left(-\sin \frac{\pi}{4}\right)$
 $= 6 \cdot 0 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Yanıt C

7. $f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x \Rightarrow f''(x) = -\cos x$ dir.
 $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ olduğundan (çarpımın türevinden)
 $g'(x) = f'(x) \cdot f'(x) + f(x) \cdot f''(x)$ dir.
 $= (-\sin x)(-\sin x) + \cos x \cdot (-\cos x)$
 $= \sin^2 x - \cos^2 x$
 $= -(\cos^2 x - \sin^2 x)$
 $= -\cos 2x$ olur.

Yanıt A

8. $f(x) = \sin 2x$ ve $g(x) = \cos 3x$ olduğundan
 $(f \circ g)'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x)) = -3 \cdot \sin 3x \cdot f'(\cos 3x)$ olur.
 O halde,
 $f'(x) = 2 \cos 2x$ ve $f'(\cos 3x) = 2 \cos(2 \cos 3x)$ olur.
 $(f \circ g)'(x) = 3 \cdot \sin 3x \cdot 2 \cdot \cos(2 \cos 3x)$
 $= 6 \cdot \sin 3x \cdot \cos(2 \cos 3x)$ dir.

Yanıt E

9. $f(x) = \sin(\cos x)$ olduğundan,

$$\begin{aligned}\frac{df(x)}{dx} &= f'(x) = \cos(\cos x) \cdot (\cos x)' \\ &= \cos(\cos x) \cdot (-\sin x) \\ &= -\cos(\cos x) \cdot \sin x \text{ dir.}\end{aligned}$$

Yanıt D

10. $f(x) = \tan(3x+1) + \cot(3x-1)$ olduğundan,

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{(3x+1)'}{\cos^2(3x+1)} + \left(-\frac{(3x-1)'}{\sin^2(3x-1)} \right) \\ &= 3 \cdot \sec^2(3x+1) - 3 \cdot \operatorname{cosec}^2(3x-1) \text{ olur.}\end{aligned}$$

Yanıt D

11. $\lim_{m \rightarrow 0} \frac{f(-\pi) - f(-\pi+m)}{m} = f'(-\pi)$ dir.

$f(x) = \cos^2 2x + \sin 2x$ olduğundan,

$$\begin{aligned}f'(x) &= 2 \cdot \cos 2x \cdot (-\sin 2x) \cdot 2 + 2 \cdot \cos 2x \\ &= -2 \cdot \sin 4x + 2 \cdot \cos 2x \text{ olur.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x = -\pi \text{ için, } f'(-\pi) &= -2 \cdot \sin(-4\pi) + 2 \cos(-2\pi) \\ &= -2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 \\ &= 2 \text{ dir.}\end{aligned}$$

Yanıt E

12. $f(x) = \cos 2x \Rightarrow f'(x) = -2 \sin 2x$ dir.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow m} \frac{f(x) - f(m)}{x - m} &= f'\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ f'(m) &= f'\left(\frac{\pi}{2}\right)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow -2 \sin 2m = \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$

$$-2 \sin 2m = -1$$

$$\sin 2m = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}2m &= \frac{\pi}{6} \\ m &= \frac{\pi}{12}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2m &= \pi - \frac{\pi}{6} \\ m &= \frac{5\pi}{12}\end{aligned}$$

$$(m \in [0, \frac{\pi}{2}] \text{ için})$$

$$\text{Ç.K.} = \left\{ \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12} \right\}$$

Yanıt E

13. $y = \cos\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ olduğundan,

$$y' = -\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \left(\frac{x-1}{x+1}\right)' \quad (\text{bölümün türevinden})$$

$$y' = -\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \frac{1 \cdot (x+1) - (x-1) \cdot 1}{(x+1)^2}$$

$$y' = -\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \frac{2}{(x+1)^2} \text{ olur.}$$

Yanıt D

14. $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\cos x + \sin x}$ olduğundan, (bölümün türevinden)

$$f'(x) = (\sin x - \cos x)' \cdot (\cos x + \sin x) - (\cos x + \sin x)' (\sin x - \cos x)$$

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{(\cos x + \sin x)(\cos x + \sin x) - (\sin x - \cos x)(-\sin x + \cos x)}{(\cos x + \sin x)^2} \\ &= \frac{\cos^2 x + 2 \sin x \cos x + \sin^2 x + \sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x}{(\cos x + \sin x)^2} \\ &= \frac{2}{\cos^2 x + 2 \sin x \cos x + \sin^2 x} = \frac{2}{1 + \sin 2x} \text{ olur.}\end{aligned}$$

O halde;

$$f'(x) \cdot \left(\frac{\sin 2x + 1}{2}\right) = \frac{2}{1 + \sin 2x} \cdot \frac{\sin 2x + 1}{2} = 1 \text{ dir.}$$

Yanıt B

15. $f(x) = 2 \sin\left(3 \tan(4x) + \frac{\pi}{6} - 3\right)$ olduğundan,

$$f'(x) = 2 \cos\left(3 \tan(4x) + \frac{\pi}{6} - 3\right) \cdot 3 \cdot (1 + \tan^2(4x)) \cdot 4$$

$$= 24 \cdot \cos\left(3 \tan(4x) + \frac{\pi}{6} - 3\right) \cdot (1 + \tan^2(4x)) \text{ olur.}$$

$$x = \frac{\pi}{16} \text{ için;}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{16}\right) = 24 \cdot \cos\left(3 \cdot \tan \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} - 3\right) \cdot \left(1 + \tan^2 \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 24 \cdot \cos\left(3 + \frac{\pi}{6} - 3\right) \cdot (1 + 1^2)$$

$$= 24 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot (1 + 1)$$

$$= 48 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3} \text{ tür.}$$

Yanıt A

16. $f(x) = \cos 4x + \sin 4x$ olduğundan,

$$\begin{aligned}\frac{df(x)}{dx} &= f'(x) = -4\sin 4x + 4\cos 4x \\ \frac{d^2f(x)}{dx^2} &= f''(x) = -16\cos 4x - 16\sin 4x \\ &= -16(\cos 4x + \sin 4x) \\ &= -16f(x) \text{ olur.}\end{aligned}$$

Yanıt A

17. $y = -2\cos(\sin^2 x)$ olduğundan,

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= y' = 2\sin(\sin^2 x) \cdot (\sin^2 x)' \\ &= 2\sin(\sin^2 x) \cdot 2\sin x \cdot \cos x \\ &= 2\sin(\sin^2 x) \cdot \sin 2x \text{ olur.}\end{aligned}$$

Yanıt C

18. $f(x) = \tan(\cot x) + \cot(\tan x)$ olduğundan,

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{(\cot x)'}{\cos^2(\cot x)} + \frac{-(\tan x)'}{\sin^2(\tan x)} \\ &= \frac{-1}{\sin^2 x} \cdot \sec^2(\cot x) - \frac{1}{\cos^2 x} \cdot \operatorname{cosec}^2(\tan x) \\ &= \sec^2(\cot x) \cdot (-\operatorname{cosec}^2 x) - \operatorname{cosec}^2(\tan x) \cdot \sec^2 x \text{ olur.}\end{aligned}$$

Yanıt E

19. $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2} + \sin x\right)$ olduğundan,

$$\begin{aligned}f'(x) &= -\sin\left(\frac{x}{2} + \sin x\right) \cdot \left(\frac{x}{2} + \sin x\right)' \\ &= -\sin\left(\frac{x}{2} + \sin x\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \cos x\right) \text{ olur.} \\ x &= \pi \text{ için,} \\ f'(\pi) &= -\sin\left(\frac{\pi}{2} + 0\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + (-1)\right) \\ &= -1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \text{ dir.}\end{aligned}$$

Yanıt D

20. $f(x) = \sqrt{\sin x} + \sqrt{2\cos^2 x - 1}$ olduğundan,

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{(\sin x)'}{\sqrt{\sin x}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{(2\cos^2 x - 1)'}{\sqrt{2\cos^2 x - 1}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{-4\cos x \cdot \sin x}{\sqrt{2\cos^2 x - 1}} \text{ olur.}\end{aligned}$$

$$x = \frac{\pi}{6} \text{ için;}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos \frac{\pi}{6}}{\sqrt{\sin \frac{\pi}{6}}} - 2 \cdot \frac{\cos \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{6}}{\sqrt{2\cos^2 \frac{\pi}{6} - 1}}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\frac{1}{2}}} - \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{2 \cdot \frac{3}{4} - 1}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{1} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$= -\frac{\sqrt{6}}{4} \text{ tür.}$$

Yanıt E

1. $f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ değeri kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $-\sqrt{2}$ D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $2\sqrt{2}$

2. $f(x) = 16 \sin^4 2x \cdot \cos^4 2x$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{16}\right)$ değeri kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 4 D) $2\sqrt{2}$ E) $-2\sqrt{2}$

3. $y = 1 - 2\cos x + \cos^2 x - 2x \sin x$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-(\sin 2x + 2x \cos x)$ B) $-2(\sin x + 2\cos x)$
C) $\sin 2x + 2x \cos x$ D) $2x \cos x$
E) $-x \sin x$

4. $f(x) = \frac{(\cos x)^2}{\cos x^2}$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) -2 C) 2 D) 1 E) 0

5. $f(x) = \tan x - \frac{\cos^2 x}{\cot x}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ kaçtır?

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

6. $g(x) = f(\sin^2 5x)$ ve $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 2$ olduğuna göre, $g'\left(\frac{\pi}{20}\right)$ değeri kaçtır?

A) $5\sqrt{2}$ B) $10\sqrt{2}$ C) $12\sqrt{2}$
D) 10 E) 12

7. $f(x) = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} \tan \frac{\pi x}{4}\right)$ olduğuna göre, $f'(1)$ neye eşittir?

A) $\frac{\pi}{16}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $-\frac{\pi}{8}$ D) $-\frac{\pi^2}{16}$ E) $-\frac{\pi^2}{8}$

8. $\frac{d}{dx} \left(2 \tan \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} x \right) \right) \right)$ ifadesinin $x = 1$ için değeri kaçtır?

A) 0 B) $-\pi$ C) $-\frac{\pi}{2}$ D) π E) 2π

9. $f(x) = m \cos^2 2x + n \sin 2x$ fonksiyonu için $f'(\pi) = 4$ ve $f'(-\pi) = 2$ olduğuna göre, $(n+m)$ toplamı kaçtır?

A) $-\frac{7}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $-\frac{3}{4}$ D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{7}{4}$

10. $f(x) = \cos(\sin(\tan 4x))$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) 1 D) 0 E) -1

11. $f(x) = (\arctan x)^2 + \operatorname{arccot} 2x$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaç olabilir?

A) 1 B) 2 C) -2 D) 0 E) -1

12. $f(x) = \arctan(\cos(2x))$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

13. $y = \operatorname{arccot}\left(\frac{x-2}{x+2}\right)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2}{x^2-4}$ B) $\frac{2}{x^2+4}$ C) $-\frac{2}{x^2-4}$
D) $-\frac{2}{x^2+4}$ E) $\frac{2}{x^2}$

14. $f(x) = \operatorname{arccot}(5x^2 - 1)$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) $-\frac{6}{17}$ B) $-\frac{7}{17}$ C) $-\frac{8}{17}$ D) $-\frac{9}{17}$ E) $-\frac{10}{17}$

15. $y = \arctan(\sin x)$ olduğuna göre, y' aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{\cos x}$ B) $\frac{\cos x}{1+\sin^2 x}$ C) $\frac{-\cos x}{1+\sin^2 x}$
D) $\frac{\cos x}{1+\cos^2 x}$ E) $\frac{-1}{\cos x}$

16. $y = \arccos(3x^2-1)$ olduğuna göre, y' in $x = \frac{1}{2}$ noktasında değeri kaçtır?

A) $-\frac{2\sqrt{15}}{3}$ B) $-\frac{2\sqrt{15}}{5}$ C) $-\frac{4\sqrt{15}}{3}$
D) $-\frac{4\sqrt{15}}{5}$ E) $-\frac{4\sqrt{15}}{15}$

17. $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ve $f(x) = \arccos(\sin x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

18. $f(x) = \arccos(\tan x)$ olduğuna göre, $\frac{df(x)}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sec^2 x}{\sqrt{1-\tan^2 x}}$ B) $\frac{-\sec^2 x}{\sqrt{1-\tan^2 x}}$
C) $\frac{-\sec^2 x}{1-\tan^2 x}$ D) $\frac{-\sec x}{\sqrt{1-\tan^2 x}}$
E) $\frac{\sec^2 x}{1-\tan^2 x}$

19. $y = \frac{1}{\arctan \sqrt{x}}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = 1$ için değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{4}{\pi}$ B) $\frac{4}{\pi^2}$ C) $-\frac{4}{\pi^2}$ D) $\frac{1}{\pi^2}$ E) $-\frac{1}{\pi^2}$

20. $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $f(\sin x) = \operatorname{cosec} x + \cos 2x$ fonksiyonu için

$f'\left(\frac{1}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) 8 B) $4\sqrt{3}$ C) $-3\sqrt{3}$
D) -6 E) $3\sqrt{3}$

TEST 5'İN ÇÖZÜMLERİ

$$1. f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x = (\sin^2 x)^2 - (\cos^2 x)^2 \\ = (\sin^2 x - \cos^2 x) \cdot (\sin^2 x + \cos^2 x) \\ = -\cos(2x) \cdot 1$$

O halde; $f(x) = -\cos(2x)$ dir.

$$f'(x) = -(-\sin(2x) \cdot 2) = 2\sin(2x) \text{ olur.}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2\sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{8}\right) = 2\sin\frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \text{ olur.}$$

Yanıt A

$$2. f(x) = 16\sin^4(2x) \cdot \cos^4(2x) \\ = (2\sin(2x)\cos(2x))^4 \\ = \sin^4(4x) \text{ olur.}$$

$$f'(x) = 4\sin^3(4x) \cdot (\sin(4x))'$$

$$= 4\sin^3(4x) \cdot \cos(4x) \cdot 4$$

$$= 16\sin^3(4x) \cdot \cos(4x) \text{ dir.}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{16}\right) = 16\sin^3\left(4 \cdot \frac{\pi}{16}\right) \cdot \cos\left(4 \cdot \frac{\pi}{16}\right)$$

$$= 16\sin^3\frac{\pi}{4} \cdot \cos\frac{\pi}{4}$$

$$= 16 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 16 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 = 16 \cdot \frac{4}{16} = 4 \text{ olur.}$$

Yanıt C

$$3. y = 1 - 2\cos x + \cos^2 x - 2x \cdot \sin x \text{ olduğundan,}$$

$$\frac{dy}{dx} = y' = 2\sin x + \frac{2\cos x \cdot (-\sin x)}{-\sin 2x} - \frac{(2\sin x + 2x \cdot \cos x)}{\text{Çarpımın türevinden}}$$

$$= 2\sin x - \sin(2x) - 2\sin x - 2x \cos x$$

$$= -(\sin(2x) + 2x \cos x) \text{ olur.}$$

Yanıt A

$$4. f(x) = \frac{(\cos x)^2}{\cos x^2} \text{ olduğundan, (bölümün türevinden)}$$

$$f'(x) = \frac{2\cos x \cdot (-\sin x) \cdot \cos x^2 - (\cos x)^2 \cdot (-\sin x^2) \cdot 2x}{(\cos x^2)^2} \text{ olur.}$$

$$f'(0) = \frac{-2 \cdot \cos 0 \cdot \sin 0 \cdot \cos 0 + \cos 0 \cdot \sin 0 \cdot 0}{(\cos 0)^2}$$

$$f'(0) = \frac{0}{1} = 0 \text{ dir.}$$

Yanıt E

$$5. f(x) = \tan x - \frac{\cos^2 x}{\cot x} = \tan x - \cos^2 x \cdot \tan x \\ = \tan x (1 - \cos^2 x) = \tan x \cdot \sin^2 x$$

(çarpımın türevinden)

$$f'(x) = (1 + \tan^2 x) \cdot \sin^2 x + \tan x \cdot 2 \sin x \cdot \cos x \text{ olur.}$$

O halde;

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6} \text{ dir.}$$

Yanıt B

$$6. g(x) = f(\sin^2(5x)) \text{ olduğundan,}$$

$$g'(x) = f'(\sin^2(5x)) \cdot (\sin^2(5x))'$$

$$= f'(\sin^2(5x)) \cdot \frac{2\sin(5x) \cdot \cos(5x) \cdot 5}{\sin(10x)}$$

$$= 5 \cdot \sin(10x) \cdot f'(\sin^2(5x)) \text{ olur.}$$

$$\text{O halde; } x = \frac{\pi}{20} \text{ yazarsak,}$$

$$g'\left(\frac{\pi}{20}\right) = 5 \cdot \sin\left(10 \cdot \frac{\pi}{20}\right) \cdot f'\left(\sin^2\left(5 \cdot \frac{\pi}{20}\right)\right)$$

$$= 5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot f'\left(\sin^2\frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 5 \cdot 1 \cdot f'\left(\frac{1}{2}\right) \quad \left(f'\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \text{ olduğundan}\right)$$

$$= 5 \cdot 2 = 10 \text{ olur.}$$

Yanıt D

$$7. f(x) = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} \cdot \tan \frac{\pi x}{4}\right) \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = 2\cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot \tan \frac{\pi x}{4}\right) \cdot \left(-\sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot \tan \frac{\pi x}{4}\right)\right) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(1 + \tan^2 \frac{\pi x}{4}\right) \cdot \frac{\pi}{4}$$

O halde; $x = 1$ için,

$$f'(1) = -\frac{\pi^2}{8} \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot \tan \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot \tan \frac{\pi}{4}\right) \cdot (1 + \tan^2 \frac{\pi}{4})$$

$$= -\frac{\pi^2}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \cdot (1 + 1)$$

$$= -\frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\pi^2}{8} \text{ dir.}$$

Yanıt E

$$8. \frac{d}{dx} (2 \tan(\cos(\frac{\pi}{2}x))) = 2 \cdot (1 + \tan^2(\cos(\frac{\pi}{2}x))) \cdot (\cos(\frac{\pi}{2}x))' \\ = 2 \cdot (1 + \tan^2(\cos(\frac{\pi}{2}x))) \cdot (-\sin(\frac{\pi}{2}x)) \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$(x = 1 \text{ için}), \\ = -\pi \cdot (1 + \tan^2 0) \cdot 1 \\ = -\pi \text{ olur.}$$

Yanıt B

$$9. f(x) = m \cdot \cos^2 2x + n \cdot \sin 2x \text{ olduğundan,} \\ f'(x) = 2m \cdot \cos 2x \cdot (-\sin 2x) \cdot 2 + 2n \cdot \cos 2x \\ = -2m \sin 4x + 2n \cos 2x \text{ olur.} \\ f''(x) = -2m \cdot 4 \cdot \cos 4x + 2n \cdot 2 \cdot (-\sin 2x) \\ = -8m \cos 4x - 4n \sin 2x$$

O halde;

$$f'(\pi) = -2m \cdot 0 + 2n \cdot 1 = 2n = 4 \\ n = 2 \text{ dir.}$$

$$f''(-\pi) = -8m \cdot 1 - 4n \cdot 0 = -8m = 2$$

$$m = -\frac{1}{4} \text{ tür.}$$

$$n + m = 2 + (-\frac{1}{4}) = \frac{7}{4} \text{ olur.}$$

Yanıt E

$$10. f(x) = \cos(\sin(\tan 4x)) \text{ olduğundan,} \\ f'(x) = -\sin(\sin(\tan 4x)) \cdot \cos(\tan 4x) \cdot (1 + \tan^2 4x) \cdot 4 \\ f'(\frac{\pi}{4}) = -\sin(\sin 0) \cos(0) (1 + 0) \cdot 4 = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt D

$$11. f(x) = (\arctan x)^2 + \operatorname{arccot} 2x \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = \frac{2 \arctan x}{1+x^2} + \frac{-2}{1+(2x)^2} \text{ olur.}$$

O halde;

$$f'(0) = 2 \arctan 0 - 2 = 2 \cdot 0 - 2 = -2 \text{ olur.}$$

Yanıt C

$$12. f(x) = \arctan(\cos(2x)) \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = \frac{(\cos 2x)'}{1 + \cos^2(2x)} = \frac{-2 \sin 2x}{1 + \cos^2(2x)} \text{ olur.}$$

O halde;

$$f'(\frac{\pi}{8}) = \frac{-2 \cdot \sin \frac{\pi}{4}}{1 + \cos^2 \frac{\pi}{4}} = \frac{-2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{\frac{3}{2}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ dir.}$$

Yanıt B

$$13. y = \operatorname{arccot}(\frac{x-2}{x+2}) \text{ olduğundan,}$$

$$\frac{dy}{dx} = y' = -\frac{(\frac{x-2}{x+2})'}{1 + (\frac{x-2}{x+2})^2} \text{ (bölümün türevinden)}$$

$$y' = -\frac{\frac{1 \cdot (x+2) - (x-2) \cdot 1}{(x+2)^2}}{1 + \frac{(x-2)^2}{(x+2)^2}} = -\frac{\frac{4}{(x+2)^2}}{\frac{(x+2)^2 + (x-2)^2}{(x+2)^2}} \\ = -\frac{4}{x^2 + 4x + 4 + x^2 - 4x + 4} = -\frac{4}{2x^2 + 8} = -\frac{2}{x^2 + 4} \text{ dür.}$$

Yanıt D

$$14. f(x) = \operatorname{Arccot}(5x^2 - 1) \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = -\frac{10x}{1 + (5x^2 - 1)^2} \text{ olur.}$$

O halde;

$$f'(1) = -\frac{10}{1 + 4^2} = -\frac{10}{17} \text{ dir.}$$

Yanıt E

$$15. y = \arctan(\sin x) \text{ olduğundan,}$$

$$y' = \frac{(\sin x)'}{1 + (\sin x)^2} = \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} \text{ olur.}$$

Yanıt B

$$16. y = \arccos(3x^2 - 1) \text{ olduğundan,}$$

$$y' = -\frac{6x}{\sqrt{1 - (3x^2 - 1)^2}}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ için;}$$

$$-\frac{6 \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{1 - (\frac{3}{4} - 1)^2}} = -\frac{3}{\sqrt{1 - \frac{1}{16}}} = -\frac{3}{\frac{\sqrt{15}}{4}} \\ = -\frac{3 \cdot 4}{\sqrt{15}} = -\frac{12}{\sqrt{15}} = -\frac{4\sqrt{15}}{5}$$

Yanıt D

17. $f(x) = \arccos(\sin x)$ olduğundan,

$x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ olduğundan $\cos x \geq 0$ dir.

$\sqrt{\cos^2 x} = |\cos x| = \cos x$ olacaktır.

$$f'(x) = -\frac{(\sin x)'}{\sqrt{1-\sin^2 x}} = -\frac{\cos x}{\sqrt{\cos^2 x}} = -\frac{\cos x}{\underbrace{(\cos x)}_{+}} = -1$$

Yanıt A

18. $f(x) = \arccos(\tan x)$ olduğundan,

$$\begin{aligned} \frac{df(x)}{dx} = f'(x) &= -\frac{(\tan x)'}{\sqrt{1-\tan^2 x}} \\ &= -\frac{1}{\cos^2 x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\tan^2 x}} \\ &= -\frac{\sec^2 x}{\sqrt{1-\tan^2 x}} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Yanıt B

19. $y = \frac{1}{\arctan \sqrt{x}} = (\arctan \sqrt{x})^{-1}$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = y' = -(\arctan \sqrt{x})^{-2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} (x=1 \text{ için}) &= -(\arctan 1)^{-2} \cdot \frac{1}{2} = -\left(\frac{\pi}{4}\right)^{-2} \cdot \frac{1}{4} \\ &= -\frac{16}{\pi^2} \cdot \frac{1}{4} = -\frac{4}{\pi^2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt C

20. $f(\sin x) = \operatorname{cosec} x + \cos 2x$ olduğundan,

$$f'(\sin x) \cdot \cos x = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot \cos x + (-2 \cdot \sin 2x)$$

$$\begin{aligned} f'(\sin x) \cdot \cos x &= -\frac{\cos x}{\sin^2 x} - 4 \sin x \cdot \cos x \\ &\quad (\cos x \text{ ile sadeleştirilirse}) \end{aligned}$$

$$f'(\underbrace{\sin x}_{\frac{1}{2}}) = -\frac{1}{\sin^2 x} - 4 \sin x$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} - 4 \cdot \frac{1}{2}$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = -4 - 2 = -6 \text{ olur.}$$

Yanıt D

1. $x^3y + xy^3 + 5x - 3y + 5 = 0$ olduğuna göre,

$\frac{dy}{dx}$ nedir?

- A) $\frac{3x^2 + y^3 + 5}{x^3 + 3y^2 - 3}$ B) $\frac{3x^2y + x + 5}{3x^2y + y^3 - 3}$
C) $\frac{3x^2y + y^3 + 5}{3 - x^3 - 3xy^2}$ D) $\frac{x^3 + 3xy^2 - 3}{3x^2y + y^3 + 5}$
E) $\frac{3x^2y + y^3 - 5}{3x^2y + x^3 - 3}$

2. $f(x, y) = x^2 + y^2 - 36$ fonksiyonunun $A(1, 2)$ noktasındaki türevi kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

3. $x^3 - 3y^2 + 2xy + 5y + 8 = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $(1, 1)$ noktasındaki değeri kaçtır?

- A) -10 B) -5 C) 0 D) 2 E) 7

4. $x^2 + y^2 - 2x + 2y - xy + 1 = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $A(-1, 1)$ noktasındaki değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $x \cdot \sin y + y \cdot \cos x = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{y \sin x - \sin y}{x \cos y + \cos x}$ B) $\frac{y \sin x + \sin y}{x \cos y + \cos x}$
C) $\frac{y \sin x - \sin y}{x \cos y - \cos x}$ D) $\frac{y \sin x + \sin y}{y \cos x + \cos y}$
E) $\frac{y \sin x + \sin y}{x \cos y - \cos x}$

6. $-x^2y - y^2x - xy + 5x - y = 0$

eğrisi için $\frac{dy}{dx}$ in $A(-1, 1)$ noktasındaki değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) -1 D) -3 E) -5

7. $\cos^2 y = \sin(x - y)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\cos(x - y)}{\cos(x - y) - 2 \sin 2y}$ B) $\frac{\cos(x - y)}{2 \sin y + \cos(x - y)}$
C) $\frac{\cos(x - y)}{2 \sin y}$ D) $\frac{\cos(x - y)}{\cos(x - y) - \sin 2y}$
E) $\frac{\cos(x - y)}{-2 \sin y}$

8. $xy - y^x - 1 = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $x = 1$ ve $y = 1$ için değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

9. $3x^2 - 5y^3 + 2ax - 5y + 6 = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $(0, 1)$ noktasındaki değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{a}{5}$ C) $\frac{5}{a}$ D) $\frac{a}{10}$ E) 1

10. $x^2 - y^2 - x + y = 4$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ nin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2x}{2y - 1}$ B) $\frac{x + 1}{y + 1}$ C) $\frac{2}{2y - 1}$
D) $\frac{2y - 1}{1 - 2x}$ E) $\frac{2y + 1}{2x + 1}$

11. $f(x) = 3x - 7$ ile tanımlıdır. $f^{-1}(x) = g(x)$ olduğuna göre, $g'(2)$ değeri kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{3}$

12. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(2x + 5) = 4x - 9$ olduğuna göre, $(f^{-1})(x)$ in $x = 5$ noktasındaki türevi kaçtır?

A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

13. $f: \mathbb{R} - \left\{\frac{5}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$ de tanımlı,

$f(x) = \frac{3x-3}{2x-5}$ fonksiyonu için $(f^{-1})'(3)$ değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{5}$

14. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow (-16, +\infty)$ da tanımlı, $f(x) = x^2 - 16$ fonksiyonu için $(f^{-1})'(9)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{10}$

15. $f(x) = \cos 2x$ olduğuna göre, $(f^{-1})' \left(\frac{1}{2} \right)$ kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

16. $f(x) = x^3 - 2$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(6)$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{24}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

17. $f(x) = 3x^2 + 7x - 3$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(3)$ ün pozitif değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 1 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{11}$

18. $f(x) = x^5 - 29$ fonksiyonunun tersi olan $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun $x = 3$ noktasındaki türevinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{40}$ E) $\frac{1}{80}$

19. $f(x) = x^3 - 25$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasındaki türevi kaçtır?

A) $\frac{1}{21}$ B) $\frac{1}{27}$ C) $\frac{1}{36}$ D) $\frac{1}{48}$ E) $\frac{1}{81}$

20. $f: (2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^+$

$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ olduğuna göre, $(f^{-1})' \left(2\sqrt{3} \right)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

TEST 6'NIN ÇÖZÜMLERİ

1. $x^3y + xy^3 + 5x - 3y + 5 = 0$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{3x^2y + y^3 + 5}{x^3 + 3xy^2 - 3} = -\frac{3x^2y + y^3 + 5}{3 - x^3 - 3xy^2} \text{ olur.}$$

Yanıt C

2. $f(x,y) = x^2 + y^2 - 36$ olduğundan,

$$f'(x,y) = \left(\frac{F_x}{F_y} \right) = \left(\frac{2x}{2y} \right) = \frac{x}{y}$$

$$f'(12) = -\frac{1}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt A

3. $x^3 - 3y^2 + 2xy + 5y + 8 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{3x^2 + 2y}{-6y + 2x + 5} \text{ olur.}$$

$$\left. \begin{matrix} x=1 \\ y=1 \end{matrix} \right\} \text{ ise, } -\frac{3+2}{-6+2+5} = -5 \text{ dir.}$$

Yanıt B

4. $x^2 + y^2 - 2x + 2y - xy + 1 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x - 2 - y}{2y + 2 - x} \text{ olur.}$$

$$\left. \begin{matrix} x=-1 \\ y=1 \end{matrix} \right\} \text{ ise, } -\frac{-2-2-1}{2+2+1} = -\frac{5}{5} = 1 \text{ dir.}$$

Yanıt D

5. $x \cdot \sin y + y \cdot \cos x = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{\sin y - y \cdot \sin x}{x \cdot \cos y + \cos x} = -\frac{y \cdot \sin x - \sin y}{x \cdot \cos y + \cos x} \text{ olur.}$$

Yanıt A

6. $-x^2y - y^2x - xy + 5x - y = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{-2xy - y^2 - y + 5}{-x^2 - 2yx - x - 1} \text{ olur.}$$

$$\left. \begin{matrix} x=-1 \\ y=1 \end{matrix} \right\} \text{ ise, } -\frac{2-1-1+5}{-1+2+1-1} = -\frac{5}{1} = -5 \text{ dir.}$$

Yanıt E

7. $\cos^2 y = \sin(x-y) \Rightarrow \cos^2 y - \sin(x-y) = 0$ dir.

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{-\cos(x-y)}{-2\cos y \cdot \sin y + \cos(x-y)} = \frac{\cos(x-y)}{\cos(x-y) - \sin 2y} \text{ olur.}$$

Yanıt D

8. $x^y - y^x - 1 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{y \cdot x^{y-1} - \ln y \cdot y^x}{\ln x \cdot x^y - x \cdot y^{x-1}}$$

$$\left. \begin{matrix} x=1 \\ y=1 \end{matrix} \right\} \text{ ise, } -\frac{1-0}{0-1} = -\frac{1}{-1} = 1 \text{ dir.}$$

Yanıt D

9. $3x^2 - 5y^3 + 2ax - 5y + 6 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{6x + 2a}{-15y^2 - 5} \text{ olur.}$$

$$\left. \begin{matrix} x=0 \\ y=1 \end{matrix} \right\} \text{ ise, } -\frac{0+2a}{-15-5} = -\frac{2a}{-20} = \frac{a}{10} \text{ dir.}$$

Yanıt D

10. $x^2 - y^2 - x + y - 4 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x-1}{-2y+1} = \frac{2x-1}{2y-1} \text{ olur.}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{2x-1}{2y-1} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{2}{2y-1} \cdot x - \frac{1}{2y-1} \right)$$

$$(x \text{ e göre türev alınırsa})$$

$$= \frac{2}{2y-1} \text{ olur.}$$

Yanıt C

11. $f(x) = 3x - 7$ olduğundan,

$$g(x) = f^{-1}(x) = \frac{x+7}{3} \text{ dür.}$$

$$g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3} \text{ olduğundan,}$$

$$g'(x) = \frac{1}{3} \text{ olur.}$$

$$\text{O halde; } g'(2) = \frac{1}{3} \text{ dür.}$$

Yanıt E

12. $f(2x+5) = 4x-9 \Rightarrow f^{-1}(4x-9) = 2x+5$ dir.

Türevini alırsak;

$$(f^{-1})'(4x-9) \cdot 4 = 2$$

$$(f^{-1})'(\underbrace{4x-9}_5) = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

$$4x-9=5$$

$$4x=14$$

$$x = \frac{7}{2} \text{ için; } (f^{-1})'(5) = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt D

13. $f(x) = \frac{3x-3}{2x-5} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{5x-3}{2x-3}$ olur.

(Bölümün türevinden)

$$(f^{-1})'(x) = \frac{5(2x-3) - 2(5x-3)}{(2x-3)^2} = \frac{-9}{(2x-3)^2} \text{ dir.}$$

$$x=3 \text{ için; } (f^{-1})'(3) = \frac{-9}{3^2} = -1 \text{ olur.}$$

Yanıt B

14. $f(x) = x^2 - 16 \Rightarrow f'(x) = 2x$ olur.

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)} \text{ olduğundan,}$$

$$(f^{-1})'(9) = \frac{1}{f'(5)}$$

$$(f^{-1})'(9) = \frac{1}{2.5} = \frac{1}{10} \text{ dir.}$$

Yanıt E

15. $f(x) = \cos 2x \Rightarrow f'(x) = -2\sin 2x$

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

$$(f^{-1})'(\frac{1}{2}) = \frac{1}{f'(\frac{\pi}{6})}$$

$$(f^{-1})'(\frac{1}{2}) = \frac{1}{-2 \cdot \sin(2 \cdot \frac{\pi}{6})} = -\frac{1}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ dür.}$$

Yanıt B

16. $f(x) = x^3 - 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$ olur.

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

$$(f^{-1})'(6) = \frac{1}{f'(2)}$$

$$(f^{-1})'(6) = \frac{1}{3 \cdot 2^2} = \frac{1}{12} \text{ dir.}$$

Yanıt B

17. $f(x) = 3x^2 + 7x - 3 \Rightarrow f'(x) = 6x + 7$ olur.

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

$$(f^{-1})'(3) = \frac{1}{f'(\frac{2}{3})}$$

$$\begin{cases} 3x^2 + 7x - 3 = 3 \\ 3x^2 + 7x - 6 = 0 \\ x^2 + \frac{7}{3}x - 2 = 0 \\ (3x-2)(x+3) = 0 \\ x = \frac{2}{3}, x = -3 \\ \text{Pozitif değeri için} \\ x = \frac{2}{3} \text{ alınır.} \end{cases}$$

$$\text{O halde; } (f^{-1})'(3) = \frac{1}{6 \cdot \frac{2}{3} + 7} = \frac{1}{11} \text{ olur.}$$

Yanıt E

18. $f(x) = x^5 - 29 \Rightarrow f'(x) = 5x^4$ olur.

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

$$(f^{-1})'(3) = \frac{1}{f'(2)}$$

$$\begin{cases} x^5 - 29 = 3 \\ x^5 = 32 \\ x = 2 \text{ dir.} \end{cases}$$

$$\text{O halde; } (f^{-1})'(3) = \frac{1}{5 \cdot 2^4} = \frac{1}{80} \text{ dir.}$$

Yanıt E

19. $f(x) = x^3 - 25 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

$$(f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(3)}$$

$$\begin{cases} x^3 - 25 = 2 \\ x^3 = 27 \\ x = 3 \text{ dür.} \end{cases}$$

$$\text{O halde; } (f^{-1})'(2) = \frac{1}{3 \cdot 3^2} = \frac{1}{27} \text{ olur.}$$

Yanıt B

20. $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 4}}$ olur.

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 4} = (2\sqrt{3})^2 \\ x^2 - 4 = 12 \\ x^2 = 16 \\ x = 4 \\ x \in (2, \infty) \end{cases}$$

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

$$(f^{-1})'(2\sqrt{3}) = \frac{1}{f'(4)}$$

O halde;

$$\begin{aligned} (f^{-1})'(2\sqrt{3}) &= \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{\sqrt{16-4}}} \\ &= \frac{\sqrt{12}}{4} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt B

1. $g(x) = \frac{1}{4} \ln(4x^2)$ ve $\frac{f(x)}{3x} = g(x)$ olduğuna göre,

$f\left(\frac{e}{2}\right)$ değeri kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 2 E) 1

2. $f(x) = \log_7\left(\frac{x-3}{x+2}\right)$ fonksiyonu için $f'(x) = \frac{1}{10 \cdot \ln 7}$

olduğuna göre, x in pozitif değeri kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. $y = \ln(\cos x)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cot x$ B) $\tan x$ C) $-\tan x$
D) $-\cot x$ E) $-\sec x$

4. $f(x) = \log_3(\sin x)$ olduğuna göre,

$f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\tan x \cdot \log_3 e$ B) $\tan x \cdot \ln 3$
C) $\cot x \cdot \log_3 e$ D) $\cot x$
E) $\cot x \cdot \ln 3$

5. $f(x) = \ln\left(\cot \frac{x}{2}\right)$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) -1 E) -2

6. $f(x) = \log_5(\sin^2 x)$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{4}{\ln 3}$ B) $\frac{2}{\ln 5}$ C) $\frac{3}{\ln 5}$ D) $\frac{2}{\ln 3}$ E) $\frac{1}{\ln 5}$

7. $y = \sqrt{1+\ln x} + \ln(\sqrt{1+x})$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x=1$ deki değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) 1

8. $f(x) = \log_5(x^2 - 3x - 10)$ fonksiyonu için $f'(n) = 0$ olduğuna göre, n değeri kaçtır?

- A) 5 B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{2}{3}$

9. $f(x) = \ln^2(6x + 2)$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{9}{4} \ln 2$ B) $\frac{9}{2} \ln 2$ C) $\frac{3}{4} \ln 4$
D) $\frac{9}{2} \ln 8$ E) $\frac{1}{2} \ln 8$

10. $y = \ln(\ln x)$ olduğuna göre, y' aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{\ln x}$ B) $\frac{1}{x}$ C) $\frac{1}{x \cdot \ln x}$ D) $\frac{x}{\ln x}$ E) $\frac{\ln x}{x}$

11. $f(x) = \cos(\ln(2x))$ olduğuna göre, $\frac{df(x)}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{x} \sin(\ln x)$ B) $-\frac{1}{2x} \sin(\ln x)$
C) $\frac{1}{2x} \sin(\ln x)$ D) $-\frac{1}{x} \sin(\ln 2x)$
E) $\frac{1}{x} \sin(\ln 2x)$

12. $f(x) = \log_4(\cos(x^3))$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\tan(x^3) \cdot 3x^2 \cdot \log_4 e$
B) $-\tan(x^3) \cdot 3x^2$
C) $-\tan(x^3) \cdot 3x^2 \cdot \ln 4$
D) $-\tan(x^3) \cdot \ln 4$
E) $-\tan(x^3) \cdot 3x^2 \cdot \ln 2$

13. $f(x) = \sin(\ln 2x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\cos(\ln(2x))}{2x}$ B) $\frac{\cos(\ln(2x))}{x^2}$
C) $\cos(\ln(2x))$ D) $\frac{\cos(\ln(2x))}{4x}$
E) $\frac{\cos(\ln(2x))}{x}$

14. $f(x) = \ln(\operatorname{arccot} 3x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{(1+9x^2)(\operatorname{arccot} 3x)}$ B) $\frac{-3}{(1+9x^2)(\operatorname{arccot} 3x)}$
C) $\frac{1}{(1+9x^2)(\operatorname{arccot} 3x)}$ D) $\frac{-1}{(1+9x^2)(\operatorname{arccot} 3x)}$
E) $\frac{-3}{(1+3x^2)(\operatorname{arccot} 3x)}$

15. $f(x) = \ln \left[\frac{(x^3 + 4x)(x^2 - 6x)}{4x + 1} \right]$ olduğuna göre, $f'(1)$

değeri kaçtır?

A) $-\frac{7}{5}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{7}{5}$ E) $\frac{11}{5}$

16. $f(x) = \arctan \left(\ln \frac{x}{2} \right)$ olduğuna göre, $f'(2e)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{e}$ B) $\frac{1}{2e}$ C) $\frac{e}{2}$ D) $\frac{e}{3}$ E) $\frac{1}{4e}$

17. $f(x) = \operatorname{arccot} x$, $g(x) = \ln f(x)$ olduğuna göre, $g(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki türevi kaç olabilir?

A) $-\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{2}{\pi}$ D) $-\frac{2}{\pi}$ E) $-\frac{\pi}{2}$

18. $g(x) = \log(\tan 2x)$ ve $f(x) = \sin(\log 5x)$ olduğuna göre,

$f' \left(\frac{1}{5} \right) - g' \left(\frac{\pi}{8} \right)$ farkı kaçtır?

A) 0 B) $\frac{4}{\ln 10}$ C) $\frac{5}{\ln 10}$
D) $e^{1/5}$ E) $\frac{1}{\ln 10}$

19. $f(x) = \log_3 \left[4 + \log_3(x^2 - 3) \right]$ olduğuna göre,

$f'(2)$ değeri kaçtır?

A) $\log_3 e$ B) $(\log_3 e)^2$ C) $\log_2 e$
D) $(\log_2 e)^2$ E) $\log_3 2e$

20. $f(x) = \ln(\sin(\ln(x^2)))$ olduğuna göre, $f'(e)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2}{e} \tan 2$ B) $\frac{2}{e} \cot 2$ C) $e \cot 1$
D) $\frac{e}{2} \tan 2$ E) $e \tan 2$

TEST 7'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = 3x \cdot g(x)$ ve $g(x) = \frac{1}{4} \ln(4x^2)$ olduğundan;

$$f(x) = 3x \cdot \frac{1}{4} \ln(4x^2) = \frac{3}{4} \cdot x \cdot \ln(4x^2) \text{ olur.}$$

(Çarpmanın türevinden)

$$f'(x) = \frac{3}{4} \cdot [1 \cdot \ln(4x^2) + x \cdot \frac{8x}{4x^2}]$$

$$f'(x) = \frac{3}{4} \cdot [\ln(4x^2) + 2] \text{ olduğundan,}$$

$$f'\left(\frac{e}{2}\right) = \frac{3}{4} \cdot \left[\ln\left(4 \cdot \frac{e^2}{4}\right) + 2\right] \\ = \frac{3}{4} \cdot 4 = 3 \text{ olur.}$$

Yanıt A

2. $f(x) = \log_7\left(\frac{x-3}{x+2}\right) = \log_7(x-3) - \log_7(x+2)$

$$f'(x) = \frac{1}{x-3} \cdot \log_7 e - \frac{1}{x+2} \log_7 e$$

$$= \log_7 e \cdot \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+2}\right)$$

$$= \frac{1}{\ln 7} \cdot \frac{5}{(x-3)(x+2)}$$

$$f'(x) = \frac{1}{10 \ln 7} \text{ olduğundan;}$$

$$\frac{1}{\ln 7} \cdot \frac{5}{(x-3)(x+2)} = \frac{1}{10 \ln 7}$$

$$(x-3)(x+2) = 50$$

O halde; x in pozitif değeri 8 dir.

Yanıt C

3. $y = \ln(\cos x)$ ise,

$$\frac{dy}{dx} = y' = \frac{(\cos x)'}{\cos x} = \frac{-\sin x}{\cos x} = -\tan x \text{ olur.}$$

Yanıt C

4. $f(x) = \log_3(\sin x)$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(\sin x)'}{\sin x} \cdot \log_3 e = \frac{\cos x}{\sin x} \log_3 e \\ = \cot x \cdot \log_3 e$$

Yanıt C

$$5. f(x) = \ln\left(\cot \frac{x}{2}\right) = \ln\left(\frac{\cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}}\right)$$

$$= \ln\left(\cos \frac{x}{2}\right) - \ln\left(\sin \frac{x}{2}\right) \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = \frac{(\cos \frac{x}{2})'}{\cos \frac{x}{2}} - \frac{(\sin \frac{x}{2})'}{\sin \frac{x}{2}} = \frac{-\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} - \frac{\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} \\ = -\frac{1}{2} \left[\tan \frac{x}{2} + \cot \frac{x}{2}\right] \text{ olur.}$$

O halde;

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2} \left[\tan \frac{\pi}{4} + \cot \frac{\pi}{4}\right] \\ = -\frac{1}{2} \cdot (1+1) = -1 \text{ olur.}$$

Yanıt D

6. $f(x) = \log_5(\sin^2 x)$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(\sin^2 x)'}{\sin^2 x} \cdot \log_5 e = \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{\sin^2 x} \cdot \frac{1}{\ln 5} \\ = \frac{2 \cos x}{\sin x} \cdot \frac{1}{\ln 5} = \frac{2 \cot x}{\ln 5} \text{ olur.}$$

O halde;

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{2 \cot \frac{\pi}{4}}{\ln 5} = \frac{2}{\ln 5} \text{ dir.}$$

Yanıt B

7. $y = \sqrt{1+\ln x} + \ln(\sqrt{1+x})$

$$y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1+\ln x)'}{\sqrt{1+\ln x}} + \frac{(\sqrt{1+x})'}{\sqrt{1+x}}$$

$$y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\ln x}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

$$x=1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+0}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

Yanıt C

8. $f(x) = \log_5(x^2 - 3x - 10)$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 3x - 10)'}{x^2 - 3x - 10} \cdot \log_5 e$$

$$f'(x) = \frac{2x - 3}{x^2 - 3x - 10} \cdot \log_5 e \text{ olur.}$$

O halde;

$$f'(n) = \frac{2n - 3}{n^2 - 3n - 10} \cdot \log_5 e = 0 \quad (\log_5 e \neq 0 \text{ olacağından})$$

$$2n - 3 = 0$$

$$2n = 3$$

$$n = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt C

9. $f(x) = \ln^2(6x + 2)$ olduğundan,

$$f(x) = 2 \cdot \ln(6x + 2) \cdot (\ln(6x + 2))'$$

$$f'(x) = 2 \cdot \ln(6x + 2) \cdot \frac{6}{6x + 2} \text{ olur.}$$

O halde;

$$f'(1) = 2 \cdot \ln 8 \cdot \frac{6}{8} = \frac{3}{2} \cdot \ln 2^3 = \frac{9}{2} \ln 2$$

Yanıt B

10. $y = \ln(\ln x)$ olduğundan,

$$y' = \frac{(\ln x)'}{\ln x} = \frac{\frac{1}{x}}{\ln x} = \frac{1}{x \cdot \ln x} \text{ olur.}$$

Yanıt C

11. $f(x) = \cos(\ln(2x))$ olduğundan,

$$\frac{df(x)}{dx} = f'(x) = -\sin(\ln(2x)) \cdot (\ln 2x)'$$

$$= -\sin(\ln(2x)) \cdot \frac{2}{2x}$$

$$= -\frac{1}{x} \cdot \sin(\ln(2x)) \text{ olur.}$$

Yanıt D

12. $f(x) = \log_4(\cos(x^3))$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(\cos(x^3))'}{\cos(x^3)} \cdot \log_4 e$$

$$= \frac{-\sin(x^3) \cdot 3x^2}{\cos(x^3)} \cdot \log_4 e$$

$$= -3x^2 \cdot \tan(x^3) \cdot \log_4 e \text{ olur.}$$

Yanıt A

13. $f(x) = \sin(\ln(2x))$ olduğundan,

$$f'(x) = \cos(\ln(2x)) \cdot (\ln(2x))'$$

$$= \cos(\ln(2x)) \cdot \frac{2}{2x}$$

$$= \frac{\cos(\ln(2x))}{x} \text{ olur.}$$

Yanıt E

14. $f(x) = \ln(\operatorname{arccot}(3x))$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(\operatorname{arccot}(3x))'}{\operatorname{arccot}(3x)} = \frac{-\frac{3}{1+(3x)^2}}{\operatorname{arccot}(3x)}$$

$$= -\frac{3}{(1+9x^2)\operatorname{arccot}(3x)}$$

Yanıt B

15. $f(x) = \ln \left[\frac{(x^3 + 4x)(x^2 - 6x)}{(4x + 1)} \right]$

$$= \ln(x^3 + 4x) + \ln(x^2 - 6x) - \ln(4x + 1) \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = \frac{(x^3 + 4x)'}{x^3 + 4x} + \frac{(x^2 - 6x)'}{x^2 - 6x} - \frac{(4x + 1)'}{4x + 1}$$

$$= \frac{3x^2 + 4}{x^3 + 4x} + \frac{2x - 6}{x^2 - 6x} - \frac{4}{4x + 1} \text{ olur.}$$

O halde;

$$f'(1) = \frac{7}{5} + \frac{4}{5} - \frac{4}{5} = \frac{7}{5} \text{ dir.}$$

Yanıt D

16. $f(x) = \arctan(\ln \frac{x}{2})$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(\ln \frac{x}{2})'}{1 + (\ln \frac{x}{2})^2} = \frac{\frac{1}{x}}{1 + (\ln \frac{x}{2})^2} = \frac{1}{x \cdot (1 + (\ln \frac{x}{2})^2)} \text{ olur.}$$

O halde,

$$f'(2e) = \frac{1}{2e \cdot (1 + 1)} = \frac{1}{4e} \text{ dir.}$$

Yanıt E

17. $g(x) = \ln(f(x))$ olduğundan,

$$g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \text{ dir. } f(x) = \operatorname{arccot} x \text{ olduğundan,}$$

$$g'(x) = \frac{(\operatorname{arccot} x)'}{\operatorname{arccot} x} = \frac{-\frac{1}{1+x^2}}{\operatorname{arccot} x} \text{ olur.}$$

$$x = 1 \text{ ise, } g'(1) = \frac{-\frac{1}{2}}{\operatorname{arccot} 1} = -\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\pi}{4}} = -\frac{2}{\pi} \text{ dir.}$$

Yanıt D

18. $f(x) = \sin(\log 5x) \Rightarrow f'(x) = \cos(\log 5x) \cdot \frac{5}{5x} \cdot \log e$

O halde; $f'\left(\frac{1}{5}\right) = \cos(\log 1) \cdot \frac{1}{\frac{1}{5}} \cdot \log e$

$= (\cos 0) \cdot 5 \cdot \frac{1}{\ln 10} = \frac{5}{\ln 10}$ olur.

$g(x) = \log(\tan 2x) \Rightarrow g'(x) = \frac{(\tan 2x)'}{\tan 2x} \cdot \log e = \frac{\frac{2}{\cos^2 2x}}{\tan 2x} \cdot \log e$

$g'\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\frac{2}{\cos^2 \frac{\pi}{4}}}{\tan \frac{\pi}{4}} \cdot \log e = \frac{2 \cdot 2}{1} \cdot \frac{1}{\ln 10} = \frac{4}{\ln 10}$ olur.

$f'\left(\frac{1}{5}\right) - g'\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{5}{\ln 10} - \frac{4}{\ln 10} = \frac{1}{\ln 10}$ dir.

Yanıt E

19. $f(x) = \log_3 [4 + \log_3 (x^2 - 3)]$ olduğundan,

$f'(x) = \frac{(4 + \log_3 (x^2 - 3))'}{4 + \log_3 (x^2 - 3)} \cdot \log_3 e$

$= \frac{\frac{2x}{x^2 - 3} \cdot \log_3 e}{4 + \log_3 (x^2 - 3)} \cdot \log_3 e$ olur.

$f'(2) = \frac{4 \cdot \log_3 e}{4 + \log_3 1} \log_3 e = (\log_3 e)^2$ dir.

Yanıt B

20.

$f(x) = \ln(\sin(\ln(x^2)))$ olduğundan,

$f'(x) = \frac{(\sin(\ln(x^2)))'}{\sin(\ln(x^2))} \cdot \frac{\cos(\ln(x^2)) \cdot \frac{2x}{x^2}}{\sin(\ln(x^2))}$ olur.

O halde; $f'(e) = \frac{\cos(\ln e^2) \cdot \frac{2}{e}}{\sin(\ln e^2)}$

$= \frac{\cos 2 \cdot \frac{2}{e}}{\sin 2} = \frac{2}{e} \cot 2$ dir.

Yanıt B

TEST 8**LOGARİTMA FONKSİYONUNUN TÜREVİ**

1. $f(x) = x^2 + 3^x$ olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?
A) 0 B) $\ln 2$ C) $\ln 3$ D) $\ln 5$ E) $\ln 7$

2. $f(x) = e^{\cos x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $e^{\cos x}$ B) $e^{\cos x} + \sin x$
C) $e^{\cos x} - \sin x$ D) $\sin x \cdot e^{\cos x}$
E) $-\sin x \cdot e^{\cos x}$

3. $f(x) = e^{2x} - 5^x$ olduğuna göre, $f'(0)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2 - \ln 5$ B) $2 + \ln 5$
C) $1 - \ln 5$ D) $1 + \ln 5$
E) $5 - \ln 5$

4. $y = 3^{(e^x)} + x^3$ olduğuna göre, y' aşağıdakilerden hangisidir?
A) $3^{(e^x)} + e^x \cdot 3x^2$ B) $3^{(e^x)} \cdot \ln 3 + 3x^2$
C) $3^{(e^x)} \cdot e^x + 3x^2$ D) $3^{(e^x)} \cdot \ln 3 + 3x$
E) $3^{(e^x)} \cdot e^x \cdot \ln 3 + 3x^2$

5. $y = 3^{\cos x} + 2^{\sin x}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $3^{\cos x} \cdot \sin x \cdot \ln 3 + 2^{\sin x} \cdot \cos x \cdot \ln 2$
B) $-3^{\cos x} \cdot \sin x \cdot \ln 3 + 2^{\sin x} \cdot \cos x \cdot \ln 2$
C) $3^{\cos x} \cdot \sin x \cdot \ln 3 - 2^{\sin x} \cdot \cos x \cdot \ln 2$
D) $-3^{\cos x} \cdot \sin x \cdot \ln 3 - 2^{\sin x} \cdot \cos x \cdot \ln 2$
E) $3^{\cos x} \cdot \cos x \cdot \ln 3 + 2^{\sin x} \cdot \sin x \cdot \ln 2$

6. $f(x) = (e^{-x^2-2x})(3x^2-1)$
 $f'(0)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. $f(x) = 3^{-x} \cdot (-5x + 1)$ olduğuna göre, $f'(0)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-3 - \ln 3$ B) $-4 - \ln 3$
C) $-5 - \ln 3$ D) $-6 - \ln 3$
E) $-9 - \ln 3$

8. $\frac{d}{dx} \left[(x^3 - 2x + 1)(e^{2x}) \right]$ ifadesinin $x = 1$ için değeri kaçtır?
A) e^{10} B) e^4 C) e^3 D) e^2 E) e

9. $f(x) = 3^x + 2^x$ olduğuna göre, $f''(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\ln 3 \cdot 2^x + \ln 2 \cdot 3^x$
B) $9^x \cdot \ln 3 + 4^x \cdot \ln 2$
C) $(\ln 3)^2 \cdot 3^x + (\ln 2)^2 \cdot 2^x$
D) $(\ln 3) \cdot 3^x + (\ln 2) \cdot 2^x$
E) $(\ln 3)^2 \cdot 9x + (\ln 2)^2 \cdot 4^x$

10. $f(x) = 5^x$ olduğuna göre, $f'(x)$ in $f(x)$ cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $f(x)$ B) $f^2(x)$ C) $\frac{1}{f(x)}$
D) $f(x) \cdot \ln 5$ E) $\frac{f(x)}{\ln 5}$

11. $x \in [0, 2\pi]$ olmak üzere, $f(x) = e^x \sin x + e^x \cos x$ fonksiyonu için $f'(x) = \sqrt{3} e^x$ olduğuna göre, x in alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ B) $\left\{\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{3}\right\}$ C) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$
D) $\emptyset$ E) $\left\{\frac{7\pi}{6}\right\}$

12. $f(x) = e^{x^2-1}$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2e^{x^2-1}$ B) e^{x^2-1} C) $2x \cdot e^{x^2-1}$
D) $2 \cdot e^{x^2}$ E) $(2x-1) \cdot e^{x^2-1}$

13. $y = 7^{x^2-3x}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $(2x-3) \cdot 7^{x^2-3x} \cdot \ln 7$ B) $7^{x^2-3x} \cdot \ln 7$
C) $2x \cdot 7^{x^2-3x} \cdot \ln 7$ D) $(x^2-3x) \cdot 7^{x^2-3x} \cdot \ln 7$
E) $(3-2x) \cdot 7^{x^2-3x} \cdot \ln 7$

14. $f(x) = 3^{x^2-4} + \log_3(3x^2+1) + \cos(e^x) + e^{\cos x}$ olduğuna göre, $f'(0)$ neye eşittir?
- A) $\sin 1$ B) $e \cdot \sin 1$ C) $-\sin 1$
D) $e \cdot \cos 1$ E) $-e$

15. $f(x) = (\tan x)^{\cot x}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?
- A) 0 B) 1 C) -1 D) 2 E) -2

16. $e^x \cdot y - x \cdot e^y = 2$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $(0,0)$ noktasındaki değeri kaçtır?

A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

17. $f(x) = \arcsin(5x+e^x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{5-e^x}{1-(5x+e^x)^2}$ B) $\frac{5+e^x}{\sqrt{1-(5x+e^x)^2}}$
C) $\frac{5+e^x}{\sqrt{1+(5x+e^x)^2}}$ D) $-\frac{5+e^x}{\sqrt{1-(5x+e^x)^2}}$
E) $\frac{-(5+e^x)}{\sqrt{1+(5x+e^x)^2}}$

18. $g(x) = 3^{(x^3)}$ ve $(f \circ g)(x) = x^3 + \ln x^6$ olduğuna göre, $f'(3)$ değeri kaçtır?
- A) $\ln 3$ B) $\log_2 e$ C) 1
D) $\ln 2$ E) $\log_3 e$

19. $f(x) = 3^{\ln(\ln x)} + (\ln x)^3$ olduğuna göre, $f'(e)$ değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3}{e} \cdot (\ln 3 + 1)$ B) $\frac{1}{e} \cdot (\ln 3 + 3)$
C) $\frac{1}{e} \cdot (\ln 3 + 2)$ D) $\frac{\ln 3}{e}$
E) $\frac{1}{e} \cdot (\ln 3e)$

20. $f(x) = 3^x$ ve $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere, $(n \cdot f^n)(x)$ fonksiyonunun n . türevi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $n^{n+1} \cdot (\ln 3)^{n+1} \cdot 3^{xn}$
B) $(n+1)! \cdot (\ln 3)^{n+1} \cdot 3^{xn}$
C) $n! (\ln 3)^n \cdot 3^{xn}$
D) $n^n \cdot (\ln 3)^n \cdot 3^{xn}$
E) $n^{(n+1)} \cdot (\ln 3)^n \cdot 3^{xn}$

TEST 8'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = x^2 + 3^x$ olduğundan

$$f'(x) = 2x + 3^x \cdot \ln 3 \text{ olur.}$$

$$f'(0) = 2.0 + 3^0 \cdot \ln 3$$

$$f'(0) = \ln 3$$

Yanıt C

2. $f(x) = e^{\cos x}$ olduğundan

$$f'(x) = (\cos x)' \cdot e^{\cos x}$$

$$f'(x) = -\sin x \cdot e^{\cos x}$$

Yanıt E

3. $f(x) = e^{2x} - 5^x$

$$f'(x) = (2x)' \cdot e^{2x} - 5^x \cdot \ln 5$$

$$f'(x) = 2 \cdot e^{2x} - 5^x \cdot \ln 5$$

$$f'(0) = 2 \cdot e^{2 \cdot 0} - 5^0 \cdot \ln 5$$

$$f'(0) = 2 - \ln 5$$

Yanıt A

4. $y = 3(e^x) + x^3$

$$y' = (e^x)' \cdot 3(e^x) + 3x^2$$

$$y' = e^x \cdot 3(e^x) + 3x^2$$

Yanıt E

5. $y = 3^{\cos x} + 2^{\sin x}$

$$\frac{dy}{dx} = (\cos x)' \cdot 3^{\cos x} \cdot \ln 3 + (\sin x)' \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$$

$$\frac{dy}{dx} = -\sin x \cdot 3^{\cos x} \cdot \ln 3 + \cos x \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$$

$$\frac{dy}{dx} = -3^{\cos x} \cdot \sin x \cdot \ln 3 + 2^{\sin x} \cdot \cos x \cdot \ln 2$$

Yanıt B

6. $f(x) = (e^{-x^2-2x}) \cdot (3x^2 - 1)$

Çarpımın türevi uygulanırsa;

$$f'(x) = (e^{-x^2-2x})' \cdot (3x^2 - 1) + (e^{-x^2-2x}) \cdot (3x^2 - 1)'$$

$$f'(x) = (-x^2 - 2x)' \cdot e^{-x^2-2x} \cdot (3x^2 - 1) + e^{-x^2-2x} \cdot 6x$$

$$f'(x) = (-2x - 2) \cdot e^{-x^2-2x} \cdot (3x^2 - 1) + e^{-x^2-2x} \cdot 6x$$

$$f'(0) = (-2.0 - 2) \cdot e^{-0^2-2.0} \cdot (3.0^2 - 1) + e^{-0^2-2.0} \cdot 6.0$$

$$f'(0) = (-2) \cdot e^0 \cdot (-1) + 0$$

$$f'(0) = 2$$

Yanıt C

7. $f(x) = 3^{-x} \cdot (-5x + 1)$

Çarpımın türevi uygulanırsa;

$$f'(x) = (3^{-x})' \cdot (-5x + 1) + 3^{-x} \cdot (-5x + 1)'$$

$$f'(x) = -3^{-x} \cdot \ln 3 \cdot (-5x + 1) + 3^{-x} \cdot (-5)$$

$$f'(0) = -3^0 \cdot \ln 3 \cdot (-5.0 + 1) + 3^0 \cdot (-5)$$

$$f'(0) = -5 - \ln 3$$

Yanıt C

8. Çarpımın türevi uygulanırsa;

$$\frac{d}{dx} [(x^3 - 2x + 1) \cdot (e^{2x})] = (x^3 - 2x + 1)' \cdot e^{2x} + (x^3 - 2x + 1) \cdot (e^{2x})'$$

$$= (3x^2 - 2) \cdot e^{2x} + (x^3 - 2x + 1) \cdot 2e^{2x}$$

$$x = 1 \text{ için,}$$

$$= (3.1^2 - 2) \cdot e^{2.1} + (1^3 - 2.1 + 1) \cdot 2 \cdot e^{2.1}$$

$$= e^2$$

Yanıt D

9. $f(x) = 3^x + 2^x$ olduğundan,

$$f'(x) = 3^x \cdot \ln 3 + 2^x \cdot \ln 2$$

$$f''(x) = 3^x \cdot \ln 3 \cdot \ln 3 + 2^x \cdot \ln 2 \cdot \ln 2$$

$$f''(x) = (\ln 3)^2 \cdot 3^x + (\ln 2)^2 \cdot 2^x$$

Yanıt C

10. $f(x) = 5^x$ olduğundan,

$$f'(x) = 5^x \cdot \ln 5$$

$$f'(x) = f(x) \cdot \ln 5 \text{ olur.}$$

Yanıt D

11. $f(x) = e^x \cdot \sin x + e^x \cdot \cos x$

$$f(x) = e^x \cdot (\sin x + \cos x) \text{ olur.}$$

Çarpımın türevi uygulanırsa,

$$f'(x) = (e^x)' \cdot (\sin x + \cos x) + e^x \cdot (\sin x + \cos x)'$$

$$f'(x) = e^x(\sin x + \cos x) + e^x(\cos x - \sin x)$$

$$f'(x) = e^x \sin x + e^x \cos x + e^x \cos x - e^x \sin x$$

$$f'(x) = 2e^x \cos x \text{ ve } f'(x) = \sqrt{3} \cdot e^x \text{ ise,}$$

$$2e^x \cos x = \sqrt{3} \cdot e^x$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ olur.}$$

$$x \in [0, 2\pi] \text{ ise, } x = \frac{\pi}{6} \text{ veya } x = \frac{11\pi}{6}$$

$$Ç.K = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$$

Yanıt C

CELAL AYDIN YAYINLARI

12. $f(x) = e^{x^2-1}$ olduğundan,

$$f'(x) = (x^2 - 1)' \cdot e^{x^2-1}$$

$$f'(x) = 2x \cdot e^{x^2-1} \text{ olur.}$$

Yanıt C

13. $y = 7^{x^2-3x}$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = (x^2 - 3x)' \cdot 7^{x^2-3x} \cdot \ln 7$$

$$\frac{dy}{dx} = (2x - 3) \cdot 7^{x^2-3x} \cdot \ln 7$$

Yanıt A

14. $f(x) = 3^{x^2-4} + \log_3(3x^2+1) + \cos e^x + e^{\cos x}$

$$f'(x) = (x^2 - 4)' \cdot 3^{x^2-4} \cdot \ln 3 + \frac{(3x^2+1)'}{(3x^2+1) \cdot \ln 3} + (e^x)'(-\sin e^x) + (\cos x)' \cdot e^{\cos x}$$

$$f'(x) = 2x \cdot 3^{x^2-4} \cdot \ln 3 + \frac{6x}{(3x^2+1) \cdot \ln 3} - e^x \cdot \sin e^x - \sin x \cdot e^{\cos x}$$

$$f'(0) = 2 \cdot 0 \cdot 3^{0^2-4} \cdot \ln 3 + \frac{6 \cdot 0}{(3 \cdot 0^2+1) \cdot \ln 3} - e^0 \cdot \sin e^0 - \sin 0 \cdot e^{\cos 0}$$

$$f'(0) = -\sin 1$$

Yanıt C

15. $y = (\tan x)^{\cot x} \Rightarrow \ln y = \ln(\tan x)^{\cot x}$

$$\Rightarrow \ln y = \cot x \cdot \ln(\tan x)$$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (\cot x)' \cdot \ln(\tan x) + \cot x \cdot (\ln(\tan x))'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot \ln(\tan x) + \cot x \cdot \frac{1}{\tan x} \cdot \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot \left[-\frac{\ln(\tan x)}{\sin^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} \right]$$

$$\Rightarrow y' = (\tan x)^{\cot x} \cdot \frac{1}{\sin^2 x} \cdot [1 - \ln(\tan x)]$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\tan \frac{\pi}{4}\right)^{\cot \frac{\pi}{4}} \cdot \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{4}} \cdot \left[1 - \ln\left(\tan \frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1^1 \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} \cdot (1 - \ln 1)$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 \text{ olur.}$$

Yanıt D

16. $\frac{dy}{dx} = \frac{F_x}{F_y} = \frac{y \cdot e^x - e^y}{e^x - x \cdot e^y}$ olacağından (0,0) daki değeri

$$= \frac{0 \cdot e^0 - e^0}{e^0 - 0 \cdot e^0} = \frac{-1}{1} = -1$$

Yanıt E

17. $f(x) = \arcsin(5x + e^x)$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(5x + e^x)'}{\sqrt{1 - (5x + e^x)^2}}$$

$$f'(x) = \frac{5 + e^x}{\sqrt{1 - (5x + e^x)^2}}$$

Yanıt B

18. $f(g(x)) = x^3 + \ln x^6$

$f(g(x)) = x^3 + \ln x^6$ her iki tarafın türevi alınırsa;

$$f'(g(x)) \cdot g'(x) = 3x^2 + \frac{6x^5}{x^6}$$

$$f'(g(x)) \cdot (3^{x^3})' = 3x^2 + \frac{6}{x}$$

$$f'(g(x)) \cdot 3x^2 \cdot 3^{x^3} \cdot \ln 3 = 3x^2 + \frac{6}{x}$$

$$f'(g(x)) = \frac{3x^2 + \frac{6}{x}}{3x^2 \cdot 3^{x^3} \cdot \ln 3} \text{ olur.}$$

$g(x) = 3$ için, $3^x = 3^1 \Rightarrow x = 1$ olmalı

$$f'(g(1)) = \frac{3 \cdot 1^2 + \frac{6}{1}}{3 \cdot 1^2 \cdot 3^{1^3} \cdot \ln 3}$$

$$f'(3) = \frac{3+6}{9 \cdot \ln 3} = \frac{1}{\ln 3} = \log_3 e$$

Yanıt E

19. $f(x) = 3^{\ln(\ln x)} + (\ln x)^3$

$$f'(x) = (\ln(\ln x))' \cdot 3^{\ln(\ln x)} \cdot \ln 3 + 3 \cdot (\ln x)^2 \cdot (\ln x)'$$

$$f'(x) = \frac{1}{\ln x} \cdot 3^{\ln(\ln x)} \cdot \ln 3 + \frac{3 \cdot (\ln x)^2}{x}$$

$$f'(e) = \frac{1}{\ln e} \cdot 3^{\ln(\ln e)} \cdot \ln 3 + \frac{3 \cdot (\ln e)^2}{e}$$

$$f'(e) = \frac{\ln 3}{e} + \frac{3}{e} = \frac{1}{e} (\ln 3 + 3)$$

Yanıt B

20. $(n.f^n)(x) = n \cdot (3^x)^n = n \cdot 3^{x \cdot n}$

$$(n.f^n)'(x) = n \cdot (x \cdot n)' \cdot 3^{x \cdot n} \cdot \ln 3 = n^2 \cdot \ln 3 \cdot 3^{x \cdot n}$$

$$(n.f^n)''(x) = n^2 \cdot \ln 3 \cdot n \cdot 3^{x \cdot n} \cdot \ln 3 = n^3 \cdot (\ln 3)^2 \cdot 3^{x \cdot n}$$

⋮

$$(n.f^n)^{(n)}(x) = n^{n+1} \cdot (\ln 3)^n \cdot 3^{x \cdot n} \text{ olur.}$$

Yanıt E

1. $f(x) = x^x$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^x(\ln x + 1)$ B) $x^x + \ln x$ C) $x^x + \frac{1}{x}$
D) $x + \ln x$ E) $x \cdot \ln x$

2. $f(x) = x^x + 3^x$ olduğuna göre, $f'(1)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3\ln 3 + 1$ B) $\ln 3 + 1$ C) $2 - 3\ln 3$
D) $1 - 3\ln 3$ E) $3 + 3\ln 3$

3. $f(x) = x^{\ln x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^{\ln x} \cdot \frac{2}{x} \cdot \ln x$ B) $x^{\ln x} \cdot \frac{1}{x} \cdot \ln x$
C) $x^{\ln x} \cdot \ln x$ D) $x^{\ln x} \cdot (1 + \ln x)$
E) $x^{(1+\ln x)} \cdot \ln x$

4. $f(x) = (\sin x)^x$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) 0

5. $g(x) = 3\ln x^2$ olduğuna göre, $\frac{d(g(x))}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{6}{x}$ B) $\frac{3}{x}$ C) $\frac{2}{x}$ D) $\frac{1}{x}$ E) $2x$

6. $f(x) = (\ln x)^{\ln x}$ olduğuna göre, $f'(e)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{e}$ B) $\frac{2}{e}$ C) $\frac{3}{e}$ D) $\frac{4}{e}$ E) $\frac{5}{e}$

7. $f(x) = (\sin x)^{\cos x}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) $-\sqrt{2}$ B) 0 C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. $f(x) = (\cos x)^{\ln x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\cos x)^{\ln x} \left(\frac{1}{x} \ln(\sin x) - \ln(\tan x) \right)$
B) $(\cos x)^{\ln x} \left(\frac{1}{x} \ln(\sin x) - \ln \frac{x}{\cos x} \right)$
C) $(\cos x)^{\ln x} \left(\frac{1}{x} \ln(\cos x) + \ln \frac{x}{\cos x} \right)$
D) $(\cos x)^{\ln x} \left(\frac{1}{x} \ln(\cos x) - \tan x \cdot \ln x \right)$
E) $(\cos x)^{\ln x} \left(\frac{1}{x} \ln(\sin x) + (\ln x) \frac{1}{\cos x} \right)$

9. $f(x) = (\ln x)^{x^3}$ olduğuna göre, $f'(e^2)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) e^2 C) e^3 D) 2^e E) e^6

10. $f(x) = x^{(3^x)}$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

11. $f(x) = (x^3)^{\arctan x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3x^{\arctan x} \cdot \left(\frac{1}{1+x^2} \cdot \ln x + \frac{1}{x} \right)$
 B) $\frac{1}{1+x^2} \cdot \ln x^3 + \frac{3\arctan x}{x}$
 C) $3(x^3)^{\arctan x} \left(\frac{1}{1+x^2} \cdot \ln x + \frac{1}{x} \cdot \arctan x \right)$
 D) $3 \cdot x^{\arctan x} \left(\frac{1}{1+x^2} \ln x + \frac{1}{x} \cdot \arctan x \right)$
 E) $(x^3)^{\arctan x} \cdot \left(\frac{1}{1+x^2} \cdot \ln x + \frac{1}{x} \arctan x \right)$

12. $f(x) = x^{2 \cot\left(\frac{\pi x}{4}\right)}$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 0

13. $f(x) = (\tan x)^{x^2}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi^2}{16}$ B) $\frac{\pi^2}{8}$ C) $\frac{\pi}{16}$ D) $\frac{\pi}{8}$ E) $\frac{\pi^2}{2}$

14. $f(x) = 3^{\ln \sqrt{x}}$ olduğuna göre, $f'(e^2)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{3 \ln 3}{2 e^2}$ B) $\frac{2 \ln 2}{3 e^2}$ C) $\frac{3 \ln 2}{2 e^2}$
 D) $\frac{1 \ln 3}{3 e}$ E) $\frac{1 \ln 2}{3 e^2}$

15. $f(x) = (\sin x)^{\cos^2 x}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

16. $f(x) = x^x + e^{\ln(x^3)}$ fonksiyonunun birinci türevinin $x = 1$ için değeri kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

17. $f(x) = (1+x)^x$ olduğuna göre, $f'(2)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $9\ln 3 + 6$ B) $3\ln 3$ C) $\ln 3 + \frac{2}{3}$
 D) $6\ln 3 + 3$ E) $2\ln 3 + 6$

18. $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{e}\right)$ değeri aşağıdaki-
 lardan hangisidir?

A) $e^2 + e$ B) $2e^2$ C) $2e + e^2$
 D) $-2e^{2+e}$ E) $2e + \frac{1}{e}$

19. $f(x) = g^{\cot x + 1}$ ve $g(x) = 3^{\cos \cot x}$ olduğuna göre,

$\frac{f'\left(\frac{\pi}{4}\right)}{g'\left(\frac{\pi}{6}\right)}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{18}$

20. $y = e^{mx}$ fonksiyonu, $\frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \cdot \frac{dy}{dx} - 15y = 0$ denklemini sağladığına göre, m nin alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

A) 15 B) 12 C) $\frac{3}{5}$ D) $-\frac{5}{3}$ E) -15

TEST 9'UN ÇÖZÜMLERİ

1. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$$y = x^x \Rightarrow \ln y = \ln x^x \\ \Rightarrow \ln y = x \cdot \ln x$$

Her iki tarafın türevi alınırsa, çarpımın türevinden;

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (x)' \cdot \ln x + x \cdot (\ln x)' \\ \Rightarrow \frac{y'}{y} = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} \\ \Rightarrow y' = y \cdot (\ln x + 1) \\ \Rightarrow y' = x^x \cdot (\ln x + 1)$$

Yanıt A

2. $f(x) = x^x + 3^x \Rightarrow f'(x) = (x^x)' + (3^x)'$

$$(1. sorunun çözümünden) \Rightarrow f'(x) = x^x \cdot (\ln x + 1) + 3^x \cdot \ln 3$$

$$f'(1) = 1^1 \cdot (\ln 1 + 1) + 3^1 \cdot \ln 3$$

$$f'(1) = 3 \ln 3 + 1$$

Yanıt A

3. Her iki tarafın ln i alınırsa,

$$y = x^{\ln x} \Rightarrow \ln y = \ln x^{\ln x} = \ln x \cdot \ln x$$

$$\Rightarrow \ln y = (\ln x)^2 \text{ (Her iki tarafın türevini alırsak,)}$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 2 \cdot \ln x \cdot (\ln x)'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 2 \cdot \ln x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot \left(\frac{2 \ln x}{x} \right)$$

$$\Rightarrow y' = x^{\ln x} \cdot \frac{2}{x} \cdot \ln x$$

Yanıt A

4. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$$y = (\sin x)^x \Rightarrow \ln y = \ln (\sin x)^x$$

$$\Rightarrow \ln y = x \cdot \ln (\sin x) \text{ Çarpımın türevinden;}$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \ln (\sin x) + x \cdot \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot (\ln (\sin x) + x \cdot \cot x)$$

$$\Rightarrow f'(x) = (\sin x)^x \cdot [\ln (\sin x) + x \cdot \cot x]$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\sin \frac{\pi}{2}\right)^{\pi/2} \cdot \left[\ln \left(\sin \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{2} \cdot \cot \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \cdot \left(\ln 1 + \frac{\pi}{2} \cdot 0\right)$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Yanıt E

5. $g(x) = 3 \ln x^2 = 6 \ln x$ olduğundan,

$$\frac{d[g(x)]}{dx} = g'(x) = 6 \cdot \frac{1}{x} = \frac{6}{x} \text{ olur.}$$

Yanıt A

6. $y = (\ln x)^{\ln x} \Rightarrow \ln y = \ln (\ln x)^{\ln x}$

$$\Rightarrow \ln y = \ln x \cdot \ln (\ln x)$$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (\ln x)' \cdot \ln (\ln x) + \ln x \cdot (\ln (\ln x))'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{1}{x} \cdot \ln (\ln x) + \ln x \cdot \frac{1}{\ln x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot \frac{1}{x} (\ln (\ln x) + 1)$$

$$\Rightarrow y' = (\ln x)^{\ln x} \cdot \frac{1}{x} \cdot [\ln (\ln x) + 1]$$

$$\Rightarrow f'(e) = (\ln e)^{\ln e} \cdot \frac{1}{e} \cdot (\ln (\ln e) + 1)$$

$$\Rightarrow f'(e) = 1^1 \cdot \frac{1}{e} \cdot (\ln 1 + 1)$$

$$\Rightarrow f'(e) = \frac{1}{e}$$

Yanıt A

7. $y = (\sin x)^{\cos x} \Rightarrow \ln y = \ln (\sin x)^{\cos x}$

$$\Rightarrow \ln y = \cos x \cdot \ln (\sin x)$$

Her iki tarafın türevi alınırsa,

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (\cos x)' \cdot \ln (\sin x) + \cos x \cdot (\ln \sin x)'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = -\sin x \cdot \ln (\sin x) + \cos x \cdot \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\Rightarrow y' = (\sin x)^{\cos x} \cdot \left(-\sin x \cdot \ln (\sin x) + \frac{\cos^2 x}{\sin x} \right)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\sin \frac{\pi}{2}\right)^{\cos \frac{\pi}{2}} \cdot \left(-\sin \frac{\pi}{2} \cdot \ln \left(\sin \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\cos^2 \frac{\pi}{2}}{\sin \frac{\pi}{2}} \right)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1^0 \cdot \left(-1 \cdot \ln 1 + \frac{0}{1} \right)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt B

8. $y = (\cos x)^{\ln x} \Rightarrow \ln y = \ln (\cos x)^{\ln x} \Rightarrow \ln y = \ln x \cdot \ln (\cos x)$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (\ln x)' \cdot \ln (\cos x) + \ln x \cdot (\ln \cos x)'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{1}{x} \cdot \ln (\cos x) + \ln x \cdot \frac{(-\sin x)}{\cos x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot \left(\frac{\ln (\cos x)}{x} - \tan x \cdot \ln x \right)$$

$$\Rightarrow y' = (\cos x)^{\ln x} \cdot \left(\frac{1}{x} \cdot \ln (\cos x) - \tan x \cdot \ln x \right)$$

Yanıt D

9. $y = (\ln x)^{x^3} \Rightarrow \ln y = \ln(\ln x)^{x^3} \Rightarrow \ln y = x^3 \cdot \ln(\ln x)$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (x^3)' \cdot \ln(\ln x) + (x^3) \cdot (\ln(\ln x))'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 3x^2 \cdot \ln(\ln x) + x^3 \cdot \frac{1}{\ln x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot [3x^2 \cdot \ln(\ln x) + \frac{x^2}{\ln x}]$$

$$\Rightarrow y' = (\ln x)^{x^3} \cdot [3x^2 \cdot \ln(\ln x) + \frac{x^2}{\ln x}]$$

$$\Rightarrow f'(e) = (\ln e)^{(e^3)} \cdot [3e^2 \cdot \ln(\ln e) + \frac{e^2}{\ln e}]$$

$$\Rightarrow f'(e) = 1 \cdot (3e^2 \cdot \ln 1 + e^2)$$

$$\Rightarrow f'(e) = 3 \cdot e^2 \cdot 0 + e^2 = e^2 \text{ olur.}$$

Yanıt B

10. $y = x^{(3^x)} \Rightarrow \ln y = \ln(x^{(3^x)}) = 3^x \cdot \ln x$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (3^x)' \cdot \ln x + 3^x \cdot (\ln x)'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 3^x \cdot \ln 3 \cdot \ln x + 3^x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot (3^x \cdot \ln 3 \cdot \ln x + 3^x \cdot \frac{1}{x})$$

$$\Rightarrow y' = x^{(3^x)} \cdot 3^x (\ln 3 \cdot \ln x + \frac{1}{x})$$

$$\Rightarrow f'(1) = 1 \cdot 3 \cdot (\ln 3 \cdot 0 + \frac{1}{1})$$

$$\Rightarrow f'(1) = 3 \text{ olur.}$$

Yanıt D

11. $y = x^{3 \cdot \arctan x} \Rightarrow \ln y = \ln x^{3 \cdot \arctan x} \Rightarrow \ln y = 3 \cdot \arctan x \cdot \ln x$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\frac{y'}{y} = 3 \cdot [(\arctan x)' \cdot \ln x + \arctan x \cdot (\ln x)']$$

$$\frac{y'}{y} = 3 \cdot [\frac{1}{1+x^2} \cdot \ln x + (\arctan x) \cdot \frac{1}{x}]$$

$$y' = y \cdot 3 \cdot (\frac{\ln x}{1+x^2} + \frac{\arctan x}{x})$$

$$y' = 3 \cdot (x^3)^{\arctan x} \cdot (\frac{\ln x}{1+x^2} + \frac{1}{x} \cdot \arctan x) \text{ olur.}$$

Yanıt C

12. $y = x^{2 \cot \frac{\pi x}{4}} \Rightarrow \ln y = \ln x^{2 \cot \frac{\pi x}{4}}$

$$\Rightarrow \ln y = 2 \cdot \cot \frac{\pi x}{4} \cdot \ln x$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 2 \cdot (\cot \frac{\pi x}{4})' \cdot \ln x + 2 \cdot \cot \frac{\pi x}{4} \cdot (\ln x)'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (-\frac{1}{\sin^2 \frac{\pi x}{4}}) \cdot \ln x + 2 \cot \frac{\pi x}{4} \cdot \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow y' = x^{2 \cot \frac{\pi x}{4}} \cdot \left(-2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi x}{4}} \cdot \ln x + 2 \cot \frac{\pi x}{4} \cdot \frac{1}{x} \right)$$

$$\Rightarrow f'(1) = 1 \cdot (-2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{1} \cdot \ln 1 + 2 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1})$$

$$\Rightarrow f'(1) = 2 \text{ olur.}$$

Yanıt D

13. $y = (\tan x)^{x^2} \Rightarrow \ln y = \ln(\tan x)^{x^2}$

$$\Rightarrow \ln y = x^2 \cdot \ln(\tan x)$$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\frac{y'}{y} = (x^2)' \cdot \ln(\tan x) + x^2 \cdot [\ln(\tan x)]'$$

$$\frac{y'}{y} = 2x \cdot \ln(\tan x) + x^2 \cdot \frac{1}{\cos^2 x} \cdot \frac{1}{\tan x}$$

$$y' = y \cdot [2x \cdot \ln(\tan x) + \frac{x^2}{\cos^2 x \cdot \tan x}]$$

$$y' = (\tan x)^{x^2} \cdot [2x \cdot \ln(\tan x) + \frac{x^2}{\cos x \cdot \sin x}]$$

$$f'(\frac{\pi}{4}) = (\tan \frac{\pi}{4})^{(\frac{\pi}{4})^2} \cdot [2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \ln(\tan \frac{\pi}{4}) + \frac{(\frac{\pi}{4})^2}{\cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{4}}]$$

$$f'(\frac{\pi}{4}) = 1 \cdot (2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \ln 1 + \frac{\frac{\pi^2}{16}}{\frac{1}{2}})$$

$$f'(\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi^2}{8} \text{ olur.}$$

Yanıt B

14. $f(x) = 3^{\ln \sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) = (\ln \sqrt{x})' \cdot 3^{\ln \sqrt{x}} \cdot \ln 3$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot 3^{\ln \sqrt{x}} \cdot \ln 3$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2x} \cdot 3^{\ln \sqrt{x}} \cdot \ln 3$$

$$\Rightarrow f'(e^2) = \frac{1}{2e^2} \cdot 3^{\ln \sqrt{e^2}} \cdot \ln 3$$

$$\Rightarrow f'(e^2) = \frac{1}{2e^2} \cdot 3 \cdot \ln 3 = \frac{3}{2} \cdot \frac{\ln 3}{e^2} \text{ olur.}$$

Yanıt A

15. $y = (\sin x)^{\cos^2 x} \Rightarrow \ln y = \ln(\sin x)^{\cos^2 x} \Rightarrow \ln y = \cos^2 x \cdot \ln(\sin x)$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (\cos^2 x)' \cdot \ln(\sin x) + \cos^2 x \cdot (\ln(\sin x))'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = -2 \cdot \cos x \cdot \sin x \cdot \ln(\sin x) + \cos^2 x \cdot \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot [-\sin 2x \cdot \ln(\sin x) + \frac{\cos^3 x}{\sin x}]$$

$$\Rightarrow y' = (\sin x)^{\cos^2 x} \cdot [-\sin 2x \cdot \ln(\sin x) + \frac{\cos^3 x}{\sin x}]$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = (\sin \frac{\pi}{2})^{\cos^2 \frac{\pi}{2}} \cdot \left[-\sin \left(2 \cdot \frac{\pi}{2} \right) \cdot \ln \left(\sin \frac{\pi}{2} \right) + \frac{\cos^3 \frac{\pi}{2}}{\sin \frac{\pi}{2}} \right]$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = 1^0 \cdot (-0 \cdot \ln 1 + \frac{0}{1})$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt C

16. $e^{\ln(x^3)} = x^3$ ve 1. sorunun çözümünden,
 $(x^x)' = x^x \cdot (\ln x + 1)$ dir.
 $f(x) = x^x + e^{\ln(x^3)} \Rightarrow f(x) = x^x + x^3$
 $\Rightarrow f'(x) = x^x \cdot (\ln x + 1) + 3x^2$ olduğundan,
 $x = 1$ için,
 $\Rightarrow f'(1) = 1^1 \cdot (\ln 1 + 1) + 3 \cdot 1^2$
 $\Rightarrow f'(1) = 1 \cdot (0 + 1) + 3$
 $\Rightarrow f'(1) = 4$ olur.

Yanıt C

17. $y = (1+x)^x \Rightarrow \ln y = \ln(1+x)^x$
 $\Rightarrow \ln y = x \cdot \ln(1+x)$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{y'}{y} &= (x)' \cdot \ln(1+x) + x \cdot (\ln(1+x))' \\ \Rightarrow \frac{y'}{y} &= 1 \cdot \ln(1+x) + x \cdot \frac{1}{1+x} \\ \Rightarrow y' &= y \cdot (\ln(1+x) + \frac{x}{1+x}) \\ \Rightarrow y' &= (1+x)^x \cdot [\ln(1+x) + \frac{x}{1+x}] \\ \Rightarrow f'(2) &= (1+2)^2 \cdot [\ln(1+2) + \frac{2}{1+2}] \\ \Rightarrow f'(2) &= 3^2 \cdot (\ln 3 + \frac{2}{3}) \\ \Rightarrow f'(2) &= 9\ln 3 + 6 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

18. $y = (\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}} \Rightarrow \ln y = \ln(\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$
 $\Rightarrow \ln y = \frac{1}{x} \cdot \ln \frac{1}{x}$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{y'}{y} &= (\frac{1}{x})' \cdot \ln \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \cdot (\ln \frac{1}{x})' \\ \Rightarrow \frac{y'}{y} &= -\frac{1}{x^2} \cdot \ln x^{-1} + \frac{1}{x} \cdot \frac{-1}{x} \\ \Rightarrow y' &= y \cdot (\frac{\ln x}{x^2} - \frac{1}{x^2}) \\ \Rightarrow y' &= (\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}} \cdot (\frac{\ln x}{x^2} - \frac{1}{x^2}) \\ \Rightarrow f'(\frac{1}{e}) &= (\frac{1}{e})^{\frac{1}{e}} \cdot (\frac{\ln \frac{1}{e}}{(\frac{1}{e})^2} - \frac{1}{(\frac{1}{e})^2}) \\ \Rightarrow f'(\frac{1}{e}) &= e^e \cdot (-e^2 - e^2) \\ \Rightarrow f'(\frac{1}{e}) &= -2 \cdot e^{e+2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Yanıt D

19. $f(x) = 9^{(\cot x + 1)} \Rightarrow f'(x) = (\cot x + 1)' \cdot 9^{\cot x + 1} \cdot \ln 9$

$$\Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot 9^{(\cot x + 1)} \cdot \ln 9$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{4}} \cdot 9^{(\cot \frac{\pi}{4} + 1)} \cdot \ln 9$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{1} \cdot 9^{1+1} \cdot \ln 9$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = -162 \cdot \ln 3^2 \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = -324 \cdot \ln 3 \text{ olur.}$$

$$g(x) = 3^{\csc x} \Rightarrow g'(x) = (\csc x)' \cdot 3^{\csc x} \cdot \ln 3$$

$$\Rightarrow g'(x) = -\frac{\cos x}{\sin^2 x} \cdot 3^{\csc x} \cdot \ln 3$$

$$\Rightarrow g'(\frac{\pi}{6}) = -\frac{\cos \frac{\pi}{6}}{\sin^2 \frac{\pi}{6}} \cdot 3^{\csc \frac{\pi}{6}} \cdot \ln 3$$

$$\Rightarrow g'(\frac{\pi}{6}) = -\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{4}} \cdot 3^2 \cdot \ln 3$$

$$\Rightarrow g'(\frac{\pi}{6}) = -18\sqrt{3} \cdot \ln 3 \text{ olur.}$$

$$\frac{f'(\frac{\pi}{4})}{g'(\frac{\pi}{6})} = \frac{-324 \cdot \ln 3}{-18\sqrt{3} \cdot \ln 3} = \frac{18 \cdot \ln 3}{\sqrt{3} \cdot \ln 3} = \frac{18}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{f'(\frac{\pi}{4})}{g'(\frac{\pi}{6})} = 6\sqrt{3} \text{ olur.}$$

Yanıt B

20. $y = e^{mx} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = m \cdot e^{mx}$ ve $\frac{d^2y}{dx^2} = m^2 \cdot e^{mx}$ dir.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2 \cdot \frac{dy}{dx} - 15y = 0$$

$$\Rightarrow m^2 \cdot e^{mx} + 2 \cdot m \cdot e^{mx} - 15 \cdot e^{mx} = 0$$

$$\Rightarrow e^{mx} \cdot (m^2 + 2m - 15) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 2m - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (m+5) \cdot (m-3) = 0$$

$$\Rightarrow m = -5 \text{ veya } m = 3$$

m nin alabileceği değerler çarpımı : $(-5) \cdot 3 = -15$ olur.

Yanıt E

1. $f(x) = |x^2 - 5x|$ fonksiyonu veriliyor. $f'(2) + f'(7)$ toplamının değeri kaçtır?

A) -3 B) 0 C) 7 D) 10 E) 12

2. $f(x) = \text{sgn}(x^3 + 1) + |x^2 + x - 12|$ fonksiyonu x in kaç farklı tam sayı değeri için türevsizdir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $f(x + 5) = \text{sgn}(x - 2) \cdot g(x + 3)$ fonksiyonu veriliyor. $g'(0) = 2$ olduğuna göre, $f'(2)$ ifadesinin eşiti nedir?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

4. $f(x) = (x^2 + 5) \cdot \text{sgn}(x - 2)$ fonksiyonu veriliyor. $f(x)$ fonksiyonunun $x = 0$ noktasındaki türevi kaçtır?

A) -2 B) 0 C) 2 D) 5 E) 7

5. $f(x) = |\sin x + 1| + \text{sgn}(\cos x)$ fonksiyonu veriliyor. $f'(0^+)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

6. $y = f(x) = \lfloor 3x - 1 \rfloor + \text{Sgn}(3x) + |2x + 5|$ olduğuna göre,

$f'\left(\frac{5}{3}\right)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) -2 B) -1 C) -1/2
D) 0 E) Yoktur.

7. $y = f(x) = \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor + |x^2 - 1| + \text{Sgn}(5x + 2)$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{3}{2}\right)$ kaçtır?

A) 6 B) 4 C) 3
D) 2 E) Yoktur.

8. $f(x) = |x^2 - 4x| - 2x^2 \cdot \left\lfloor \frac{x+1}{2} \right\rfloor + \text{sgn}(x + 1)$ fonksiyonu veriliyor. $f(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasındaki türevi kaçtır?

A) 0 B) -2 C) -4 D) -6 E) -8

9. $f(x) = \begin{cases} \text{Sgn}(\ln x), & x > 0 \\ \sqrt{3x^2 - x + 2}, & x \leq 0 \end{cases}$

olduğuna göre, $f'(-3) + f'(2)$ kaçtır?

A) -1 B) -3 C) $-\frac{17}{8\sqrt{2}}$ D) $-\frac{19}{8\sqrt{2}}$ E) $-\frac{21}{8\sqrt{2}}$

10. $f(x) = |3x - 1| + \left\lfloor \frac{2x+5}{3} \right\rfloor + \text{sgn}(x + 2)$

$f'(5)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 3 C) 5 D) 9 E) Yoktur.

11. $f(x) = \lfloor 2x - 1 \rfloor + \text{Sgn}(x+1)$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{3}\right)$

kaçtır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) 0 C) $\frac{1}{3}$ D) 1 E) Yoktur.

12. $f(x) = (2x^2 + 3x) \cdot \text{sgn}(x+2)$ fonksiyonu veriliyor.
 $f(x)$ fonksiyonunun $x = -2^+$ daki türevi kaçtır?

- A) -7 B) -5 C) -3 D) -1 E) 0

13. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi $x=1$ de türevlidir?

- A) $y = \text{sgn}(x^2 + 4x - 5)$ B) $y = \left\lfloor \frac{3x+1}{x} \right\rfloor$
 C) $y = \lfloor 2x - 1 \rfloor$ D) $y = \sqrt{x-1}$
 E) $y = e^{1-x}$

14. $y = \text{sgn}(x-1) + \lfloor x^2 + 1 \rfloor + 2x^2 - 1$ ifadesi veriliyor.

$x = \frac{5}{2}$ için y' ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 20 B) 18 C) 15 D) 10 E) 8

15. $f(x) = \begin{cases} \text{sgn}(x+2) & , x \leq 1 \\ x^2 - 4x + 3 & , 1 < x \leq 2 \\ \lfloor x \rfloor + 2x^2 & , x > 2 \end{cases}$

fonksiyonu için,

$f'(-3) + f'\left(\frac{3}{2}\right) + f'\left(\frac{9}{4}\right)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 3 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

16. $f: [-4, 4] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \text{sgn}(x^2 - 9) + \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$

$f(x)$ in tanımlı olduğu aralıkta x in kaç farklı tam sayı değeri için fonksiyonun türevi yoktur?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8

17. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^3 \cdot \lfloor x + 1 \rfloor$ fonksiyonu tanımlıdır.

$f'\left(-\frac{3}{2}\right) + f'\left(\frac{1}{2}\right)$ toplamının değeri kaçtır?

- A) -12 B) -6 C) 9 D) 6 E) 12

18. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi $x = 1$ noktasındaki türevlidir?

- A) $f(x) = (x+3) \cdot \lfloor x - 1 \rfloor$
 B) $f(x) = 3x^2 + \lfloor x + 2 \rfloor$
 C) $f(x) = \frac{4x}{3} + \text{sgn}(x^2 + 4x - 5)$
 D) $f(x) = 4x + \text{sgn}(x^2 - 1)$
 E) $f(x) = 10x + \text{sgn}(x^2 - 4)$

19. $f(x) = \frac{\lfloor 2x - 2 \rfloor}{x \cdot \text{sgn} 2x}$ olduğuna göre, $f'\left(-\frac{1}{4}\right)$ ün değeri

kaçtır?

- A) -42 B) -48 C) -56 D) -64 E) -72

20. $f(x) = \frac{\lfloor x^2 + 2x - 3 \rfloor}{\lfloor x + \frac{3}{2} \rfloor}$ olduğuna göre, $f'\left(-\frac{1}{3}\right)$ ün değeri

kaçtır?

- A) $-\frac{12}{7}$ B) $-\frac{11}{5}$ C) $-\frac{9}{4}$ D) $-\frac{8}{3}$ E) $-\frac{4}{3}$

TEST 10'UN ÇÖZÜMLERİ

1. $x = 2$ için, $x^2 - 5x = 2^2 - 5 \cdot 2 = 4 - 10 = -6 < 0$

olduğundan; $|x^2 - 5x| = -x^2 + 5x$

$f'(x) = (-x^2 + 5x)' = -2x + 5$

$f'(2) = -2 \cdot 2 + 5 = 1$

$x = 7$ için, $x^2 - 5x = 7^2 - 5 \cdot 7 = 49 - 35 = 14 > 0$

olduğundan; $|x^2 - 5x| = x^2 - 5x$

$f'(x) = (x^2 - 5x)' = 2x - 5$

$f'(7) = 2 \cdot 7 - 5 = 14 - 5 = 9$

$f'(2) + f'(7) = 1 + 9 = 10$ olur.

Yanıt D

2. İşaret fonksiyonu, içindeki ifadeyi sıfır yapan değerler için türevsizdir.

$\text{sgn}(x^3 + 1) \Rightarrow x^3 + 1 = 0$ için türevsizdir.

$\Rightarrow x^3 = -1 \Rightarrow x = -1$

Mutlak değer fonksiyonu için sıfır yapan değerler için türevsizdir.

$|x^2 + x - 12| \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0$ için türevsizdir.

$\Rightarrow (x + 4) \cdot (x - 3) = 0$

$\Rightarrow x = -4$ ve $x = 3$

$f(x)$ fonksiyonu $-4, -1, 3$ değerleri için türevsizdir.

Yanıt C

3. $f(x + 5) = \text{sgn}(x - 2) \cdot g(x + 3)$

$f'(x + 5) = (\text{sgn}(x - 2))' \cdot g(x + 3) + \text{sgn}(x - 2) \cdot g'(x + 3)$

$x = -3$ için,

$f'(2) = (\text{sgn}(-5))' \cdot g(0) + \text{sgn}(-5) \cdot g'(0)$

signum fonksiyonunun içi sıfır olmadığından türevi sıfırdır.

$f'(2) = 0 \cdot g(0) + (-1) \cdot g'(0)$

$g'(0) = 2$ olduğundan

$f'(2) = -2$ elde edilir.

Yanıt B

4. $f(x) = (x^2 + 5) \cdot \text{sgn}(x - 2)$

$f'(x) = (x^2 + 5)' \cdot \text{sgn}(x - 2) + (x^2 + 5) \cdot (\text{sgn}(x - 2))'$

$f'(x) = 2x \cdot \text{sgn}(x - 2) + (x^2 + 5) \cdot (\text{sgn}(x - 2))'$

$x = 0$ da $\text{sgn}(x - 2) = \text{sgn}(-2)$ olduğundan

$(\text{sgn}(x - 2))' = 0$ dir.

$f'(0) = 2 \cdot 0 \cdot \text{sgn}(-2) + (0^2 + 5) \cdot (0)$

$f'(0) = 0$ olur.

Yanıt B

5. $x \rightarrow 0^+$ ise $\sin x + 1 > 0$ olacağından,

$|\sin x + 1| = \sin x + 1,$

$x \rightarrow 0^+$ ise, $\cos x > 0$ olur. $(\text{sgn}(\cos x))' = 0$ olur.

$x \rightarrow 0^+$ için,

$f(x) = |\sin x + 1| + \text{sgn}(\cos x) = \sin x + 1 + \text{sgn}(\cos x)$

$f'(x) = \cos x + 0 + 0$

$f'(0^+) = \cos 0 = 1$ elde edilir.

Yanıt C

6. Tam değer fonksiyonunun türevi, içindeki ifadeyi tam sayı yapmayan bütün değerler için sıfır, tam sayı yapanlar için yoktur.

$x = \frac{5}{3}$ için,

$[|3x - 1|] = [|\frac{5}{3} \cdot 3 - 1|] = [4]$

tam sayı olduğundan; $[|3x - 1|]$ in türevi yoktur. Dolayısıyla $f(x)$ in de türevi yoktur.

Yanıt E

7. $x = \frac{3}{2}$ için $\frac{x}{3} = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{1}{2}$

tam sayı olmadığından $([\frac{x}{3}])' = 0$ dir.

$x = \frac{3}{2}$ için, $5x + 2 = 5 \cdot \frac{3}{2} + 2 \neq 0$ olduğundan

$(\text{sgn}(5x + 2))' = 0$ dir.

$x = \frac{3}{2}$ için, $x^2 - 1 = (\frac{3}{2})^2 - 1 = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4} > 0$ olduğundan,

$|x^2 - 1| = x^2 - 1$ dir.

$f(x) = [\frac{x}{3}] + |x^2 - 1| + \text{sgn}(5x + 2)$

$f'(x) = 0 + (x^2 - 1)' - 0$

$f'(x) = 2x$

$f'(\frac{3}{2}) = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3$ olur.

Yanıt C

8. $x = 2$ için, $\frac{x+1}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$ tam sayı olmadığından,

$$(\lfloor \frac{x+1}{2} \rfloor)' = 0 \text{ dir.}$$

$x = 2$ için, $x+1 = 2+1 = 3 \neq 0$ olduğundan,

$$(\text{sgn}(x+1))' = 0 \text{ dir.}$$

$x = 2$ için, $x^2 - 4x = 2^2 - 4 \cdot 2 = -4 < 0$ olduğundan,

$$|x^2 - 4x| = -x^2 + 4x$$

$$f(x) = |x^2 - 4x| - 2x^2 \cdot \lfloor \frac{x+1}{2} \rfloor + \text{sgn}(x+1)$$

$$f(x) = -x^2 + 4x - 2x^2 \cdot \lfloor \frac{x+1}{2} \rfloor + \text{sgn}(x+1)$$

$$f'(x) = -2x + 4 - (4x \cdot \lfloor \frac{x+1}{2} \rfloor + 2x^2 \cdot 0) + 0$$

$$f'(2) = -2 \cdot 2 + 4 - 4 \cdot 2 \cdot \lfloor \frac{3}{2} \rfloor$$

$$f'(2) = -8 \cdot \lfloor 1,5 \rfloor = -8 \cdot 1 = -8$$

Yanıt E

9. $x = -3$ için, $f(x) = \sqrt{3x^2 - x + 2}$

$$f(x) = (3x^2 - x + 2)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot (3x^2 - x + 2)^{\frac{1}{2}-1} \cdot (3x^2 - x + 2)'$$

$$f'(x) = \frac{6x-1}{2\sqrt{3x^2-x+2}}$$

$$f'(3) = \frac{6 \cdot (-3) - 1}{2 \cdot \sqrt{3 \cdot (-3)^2 - (-3) + 2}}$$

$$f'(3) = \frac{-19}{2\sqrt{32}} = -\frac{19}{8\sqrt{2}}$$

$x = 2$ için, $f(x) = \text{sgn}(\ln x)$

$\ln 2 \neq 0$ olduğundan, $f'(2) = 0$ olur.

$$f'(-3) + f'(2) = -\frac{19}{8\sqrt{2}} + 0 = -\frac{19}{8\sqrt{2}} \text{ dir.}$$

Yanıt D

10. $x = 5$ için, $\frac{2x+5}{3} = \frac{2 \cdot 5 + 5}{3} = 5$ tam sayı olduğundan,

$$\lfloor \frac{2x+5}{3} \rfloor \text{ ifadesinin türevi yoktur. Dolayısıyla } f(x) \text{ in de}$$

$x = 5$ de türevi yoktur.

Yanıt E

11. $f(x)$ fonksiyonunda; $x = \frac{1}{3}$ için tam değer fonksiyonunun

içini tam sayı olmadığına göre türevi sıfır, işaret fonksiyonunun içi sıfır olmadığına göre türevi sıfır olduğu için,

$$f(x) = \lfloor 2x - 1 \rfloor + \text{sgn}(x+1)$$

$$f'(\frac{1}{3}) = 0 + 0 = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt B

12. $x = -2^+$ için, $\text{sgn}(x+2) = \text{sgn}(-2^+ + 2) = \text{sgn}(0^+) = 1$

signum fonksiyonunun içi sıfır olmadığına göre türevi sıfırdır.

$$f(x) = (2x^2 + 3x) \cdot \text{sgn}(x+2)$$

$$f'(x) = (2x^2 + 3x) \cdot \text{sgn}(x+2)' + (2x^2 + 3x) \cdot (\text{sgn}(x+2))'$$

$$f'(x) = (2x^2 + 3x) \cdot 0 + (4x + 3) \cdot \text{sgn}(x+2)$$

$$f'(x) = (4x + 3) \text{sgn}(x+2)$$

$$f'(-2^+) = (4 \cdot (-2^+) + 3) \cdot \text{sgn}(-2^+ + 2)$$

$$f'(-2^+) = -5 \cdot 1 = -5 \text{ olur.}$$

Yanıt B

13. $x = 1$ için,

$$x^2 + 4x - 5 = 1^2 + 4 \cdot 1 - 5 = 0 \text{ olduğundan}$$

$\text{sgn}(x^2 + 4x - 5)$ in türevi yoktur.

$$\frac{3x+1}{x} = \frac{3 \cdot 1 + 1}{1} = 4 \text{ tam sayı elde edildiğinde } \lfloor \frac{3x+1}{x} \rfloor \text{ in türe-}$$

vi yoktur. $2x - 1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1$ tam sayı elde edildiğinde $\lfloor 2x - 1 \rfloor$ in türevi yoktur.

$y = \sqrt{x-1}$ fonksiyonu $x - 1 \geq 0$ için tanımlıdır. $x \geq 1$ için, tanımlı olup 1 in sol tarafında tanımlı olmadığı için, fonksiyonun $(y = \sqrt{x-1}) x = 1$ noktasında türevi yoktur.

$y = e^{1-x}$ fonksiyonunu tanımsız yapan değer olmadığından ve sürekli olduğundan $x = 1$ türevlidir.

$$y' = -e^{1-x} \text{ dir.}$$

Yanıt E

14. $x = \frac{5}{2}$ için, $\text{sgn}(x-1) = 0$ ve $\lfloor x^2 + 1 \rfloor = 0$ dir. (signumun içini

sıfır yapmıyor, tam değerini içini tam sayı yapmıyor.)

$$y = \text{sgn}(x-1) + \lfloor x^2 + 1 \rfloor + 2x^2 - 1$$

$$y' = 0 + 0 + 4x$$

$$y' = 4x \text{ ifadesinin } x = \frac{5}{2} \text{ için değeri}$$

$$y' = 4 \cdot \frac{5}{2} = 10 \text{ dur.}$$

Yanıt D

15. $x = -3$ için $f(x) = \text{sgn}(x+2)$ signumun içini sıfır yaptığından,

$$f'(-3) = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ için, } 1 < x \leq 2 \text{ olduğundan,}$$

$$f(x) = |x^2 - 4x + 3| \text{ dir.}$$

Mutlak değer için negatif yaptığı için,

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3$$

$$f'(x) = -2x + 4$$

$$f'\left(\frac{3}{2}\right) = -2 \cdot \frac{3}{2} + 4 = 1 \dots\dots\dots (2)$$

$$x = \frac{9}{4} \text{ için } x > 2 \text{ olduğundan;}$$

$$f(x) = [|x|] + 2x^2$$

Tam değer için tam sayı yaptığından $([|x|])' = 0$

$$f'(x) = 0 + 4x$$

$$f'\left(\frac{9}{4}\right) = 4 \cdot \frac{9}{4} = 9 \dots\dots\dots (3)$$

(1), (2) ve (3) den

$$f'(3) + f'\left(\frac{3}{2}\right) + f'\left(\frac{9}{4}\right) = 0 + 1 + 9 = 10 \text{ dur.}$$

Yanıt D

16. İşaret fonksiyonunun içini 0 yapan değer ile tam değer fonksiyonunun içini tam sayı yapan değerlerde fonksiyonun türevi yoktur.

$$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9$$

$$\Rightarrow x = 3, x = -3$$

$$\frac{x}{2} \in \mathbb{Z} \text{ ve } x \in [-4, 4] \Rightarrow \{-4, -2, 0, 2, 4\} \text{ değerleri için}$$

fonksiyonun türevi yoktur.

Sonuç olarak;

$\{-4, -3, -2, 0, 2, 3, 4\}$ noktalarında türevi yoktur.

Yanıt D

17. $-\frac{3}{2}$ ve $\frac{1}{2}$ değerleri için, $[|x+1|]$ türevi 0 dır. (Tam sayı yap-

madıkları için)

$$f(x) = 2x^3 \cdot [|x+1|] \Rightarrow f'(x) = (2x^3)' \cdot [|x+1|] + (2x^3) \cdot ([|x+1|])'$$

$$\Rightarrow f'(x) = 6x^2 \cdot [|x+1|] + 2x^3 \cdot 0$$

$$\Rightarrow f'(x) = 6x^2 \cdot [|x+1|] \text{ olur.}$$

$$f'\left(-\frac{3}{2}\right) = 6 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left[-\frac{3}{2} + 1\right] = \frac{27}{2} \cdot \left[-\frac{1}{2}\right] \\ = \frac{27}{2} \cdot (-1) = -\frac{27}{2}$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left[\frac{1}{2} + 1\right] = \frac{3}{2} \cdot \left[\frac{3}{2}\right] = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$$

$$f'\left(-\frac{3}{2}\right) + f'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{27}{2} + \frac{3}{2} = -\frac{24}{2} = -12$$

Yanıt A

18. A) $x = 1$ için, $x - 1 = 0$ (Mutlak değeri fonksiyonunun içi sıfır olduğundan türevi yoktur.

B) $x = 1$ için, $x + 2 = 3$ (Tam değeri fonksiyonunun içi tam sayı olduğundan türevi yoktur.

C) $x = 1$ için, $x^2 + 4x - 5 = 0$ (signum fonksiyonunun içi sıfır olduğundan türevi yoktur.

D) $x = 1$ için, $x^2 - 1 = 0$ (signum fonksiyonunun içi sıfır olduğundan türevi yoktur.

E) $x = 1$ için, $x^2 - 4 = -3 \neq 0$ olduğu için verilen fonksiyonun $x = 1$ de türevi vardır.

Yanıt E

19. $x = -\frac{1}{4}$ için tam değer ve signum fonksiyonlarının türevi sıfırdır.

$$f(x) = \frac{[|2x-2|]}{x \cdot \text{sgn } 2x}$$

$$f'(x) = \frac{([|2x-2|])' \cdot x \cdot \text{sgn } 2x - [|2x-2|] \cdot (x \cdot \text{sgn } 2x)'}{(x \cdot \text{sgn } 2x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot x \cdot \text{sgn } 2x - [|2x-2|] \cdot (\text{sgn } 2x + x \cdot (\text{sgn } 2x)')}{(x \cdot \text{sgn } 2x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-[|2x-2|] \cdot (\text{sgn } 2x + x \cdot 0)}{x^2 \cdot (\text{sgn } 2x)^2}$$

$$f'(x) = -\frac{[|2x-2|]}{x^2 \cdot \text{sgn } 2x}$$

$$f'\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{[|2 \cdot (-\frac{1}{4}) - 2|]}{(-\frac{1}{4})^2 \cdot \text{sgn } 2 \cdot (-\frac{1}{4})} = -\frac{[|-\frac{1}{2} - 2|]}{\frac{1}{16} \cdot \text{sgn } (-\frac{1}{2})}$$

$$f'\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{-3}{-\frac{1}{16}} = -48 \text{ olur.}$$

Yanıt B

20. $x = -\frac{1}{3}$ için, $|x^2 + 2x - 3| = -x^2 - 2x + 3$

$$[|-\frac{1}{3} + \frac{3}{2}|] = [\frac{7}{6}] = 1$$

$$f(x) = \frac{-x^2 - 2x + 3}{1} \Rightarrow f'(x) = -2x - 2$$

$$\Rightarrow f'\left(-\frac{1}{3}\right) = -2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - 2$$

$$\Rightarrow f'\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} - 2$$

$$\Rightarrow f'\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{4}{3}$$

Yanıt E

1. $\begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = 3t - 2 \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2}{t}$ B) $\frac{1}{3t}$ C) $\frac{3}{t}$ D) $\frac{3}{2t}$ E) $\frac{2}{3t}$

2. $x = f(t) = 2t^3 - 3t$, $y = g(t) = t^2 + 5t$ olduğuna göre; $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = 2$ için değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{10}{21}$ D) $\frac{6}{7}$ E) $\frac{5}{14}$

3. $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t^2 + 2t - 1 \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in t türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $t-1$ B) $t+1$ C) t D) $-t$ E) $2t+2$

4. $\begin{cases} x = \sqrt[3]{t^2} \\ y = \sqrt{3t+1} \end{cases}$ olduğuna göre, $t = 1$ için $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{8}{9}$ D) $\frac{7}{9}$ E) $\frac{9}{8}$

5. $\begin{cases} x = -\frac{t^8}{8} - \frac{t^7}{7} \\ y = \frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2} \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $t = 1$ için değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $\begin{cases} y = x^2 \\ x = t^2 - 1 \\ t = 2u + 1 \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{du}$ ifadesinin $u = 1$ için değeri kaçtır?

A) 64 B) 82 C) 102 D) 164 E) 192

7. $y = x^2 - 3x + 4$, $x = z^3 - z$, $z = 3t + 2$ olmak üzere, $\frac{dy}{dt}$ nin $t = -1$ için değeri kaçtır?

A) -36 B) -24 C) -18 D) -9 E) -6

8. $\begin{cases} u = 2t^2 - 1 \\ t = m^2 - 1 \\ m = n^3 + n - 1 \end{cases}$ olduğuna göre,

$\frac{du}{dn}$ ifadesinin $n = 1$ için değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $\begin{cases} x = 3t^2 - 5t - 2 \\ y = t^3 - 2t^2 + 3 \end{cases}$ denklemlerine göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = 1$ için değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

10. $\begin{cases} x = 3y + 2 \\ y = \cos t \\ t = 2z^2 - 8 \end{cases}$ olarak verildiğine göre, $\frac{dx}{dz}$ nin $z = 2$ için değeri kaçtır?

A) 0 B) 4 C) 8 D) 12 E) 24

11. $\begin{cases} x = \sin(t^2 + 1) \\ y = \cos(t^2 + 1) \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dx}{dy}$ aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $-\cot(t^2 + 1)$ B) $\cot(t^2 + 1)$
 C) $-\tan(t^2 + 1)$ D) $\tan(t^2 + 1)$
 E) $-\cot(t^2 + 1) \cdot 2t$

12. $\begin{cases} x = 3 \tan t \\ y = -2 \cot t \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $t = \frac{\pi}{4}$ için değeri kaçtır?
- A) 0 B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

13. $x = 3^t + 1$ ve $y = 4^t$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $t = 0$ için değeri kaçtır?
- A) $\log_3 4$ B) $\log_2 4$ C) $\ln 4$ D) $\ln 3$ E) $4/3$

14. $\begin{cases} y = 2x \\ x = 3^t \\ t = 5m \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dm}$ nin $m = 0$ için değeri kaçtır?
- A) $5 \cdot \ln 3$ B) $9 \cdot \ln 3$ C) $10 \cdot \ln 3$
 D) $15 \cdot \ln 3$ E) $30 \cdot \ln 3$

15. $\begin{cases} x = 4e^t + 3e^{2t} \\ y = 3e^t - 2e^{-2t} \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $t = 0$ için değeri kaçtır?
- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{10}{7}$ D) $\frac{10}{3}$ E) 4

16. $\begin{cases} x = (\ln t) - 2t \\ y = e^t + 5t \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $t = 1$ için değeri kaçtır?
- A) $-e - 1$ B) $-e - 2$ C) $-e - 3$
 D) $-e - 4$ E) $-e - 5$

17. $\begin{cases} x = t^2 + 2 \\ y = t^3 + 4t \end{cases}$ olarak verildiğine göre, $t = 2$ için $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?
- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{5}$

18. $\begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = 2t^2 - 1 \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 6 B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{2}{9}$

19. $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = t^3 - t^2 \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ in t türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $3t - 2$ B) $3t + 2$ C) $3t^2 - 2t$
 D) $6t - 2$ E) $6t + 2$

20. $\begin{cases} x = -3t - 8 \\ y = t^3 - 2 \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ in t türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $-\frac{2t}{3}$ B) $\frac{2t}{3}$ C) $-\frac{t}{3}$ D) $\frac{t}{3}$ E) $\frac{t}{2}$

TEST 11'İN ÇÖZÜMLERİ

$$1. \quad \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{(3t-2)'}{(t^2+1)'} = \frac{3}{2t} \text{ olur.}$$

Yanıt D

$$2. \quad \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{(t^2+5t)'}{(2t^3-3t)'} = \frac{2t+5}{6t^2-3} \text{ olur.}$$

t = 2 için değeri;

$$\frac{2t+5}{6t^2-3} = \frac{2 \cdot 2 + 5}{6 \cdot 2^2 - 3} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7} \text{ dir.}$$

Yanıt B

$$3. \quad \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{(t^2+2t-1)'}{(2t-1)'} = \frac{2t+2}{2} = t+1$$

Yanıt B

$$4. \quad \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{(\sqrt{3t+1})'}{\sqrt[3]{t^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{3t+1}}{3 \cdot t^{\frac{1}{3}}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{9}{4} \cdot \frac{\sqrt[3]{t^2}}{\sqrt{3t+1}} \text{ ise } t = 1 \text{ için}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{9}{4} \cdot \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt{3 \cdot 1 + 1}} = \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{8} \text{ dir.}$$

Yanıt E

$$5. \quad \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{3 \cdot t^2}{3} - \frac{2t}{2}}{\frac{8 \cdot t^7}{8} - \frac{7 \cdot t^6}{7}} = \frac{t^2 - t}{-t^7 - t^6}$$

$$t = 1 \text{ için } \frac{dy}{dx} = \frac{1^2 - 1}{-1^7 - 1^6} = \frac{0}{-2} = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt C

$$6. \quad \frac{dy}{du} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dt}{du}$$

$$= 2x \cdot 2t \cdot 2$$

$$= 8x \cdot t$$

$$u = 1 \text{ için } t = 2u + 1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$$

$$x = t^2 - 1 = 3^2 - 1 = 8 \text{ olduğundan}$$

$$u = 1 \text{ için } \frac{dy}{du} = 8 \cdot 8 \cdot 3 = 192$$

Yanıt E

$$7. \quad \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} = (2x-3) \cdot (3z^2-1) \cdot (3)$$

$$t = -1 \text{ için } z = 3t + 2 = 3 \cdot (-1) + 2 = -1$$

$$x = z^3 - z = (-1)^3 - (-1) = 0$$

Yerine yerleştirilirse;

$$\frac{dy}{dt} = (2 \cdot 0 - 3) \cdot (3 \cdot (-1)^2 - 1) \cdot 3$$

$$\frac{dy}{dt} = -18 \text{ olur.}$$

Yanıt C

$$8. \quad \frac{du}{dn} = \frac{du}{dt} \cdot \frac{dt}{dm} \cdot \frac{dm}{dn}$$

$$= 4t \cdot 2m \cdot (3n^2 + 1)$$

$$n = 1 \text{ için } m = 1^3 + 1 - 1 = 1$$

$$t = m^2 - 1 = 1^2 - 1 = 0$$

Yerlerine yerleştirilirse;

$$\frac{du}{dn} = 4 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 1 \cdot (3 \cdot 1^2 + 1) = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt C

$$9. \quad \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2 - 4t}{6t - 5}$$

$$t = 1 \text{ için}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1}{6 \cdot 1 - 5} = \frac{-1}{1} = -1 \text{ olur.}$$

Yanıt E

CELAL AYDIN YAYINLARI

10. $\frac{dx}{dz} = \frac{dx}{dy} \cdot \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dz} = 3 \cdot (-\sin t) \cdot 4z$
 $z = 2$ için; $t = 2$. $z^2 - 8 = 2 \cdot (2^2) - 8 = 0$
Yerlerine yerleştirilirse;
 $\frac{dx}{dz} = 3 \cdot (-\sin 0) \cdot 4 \cdot 2 = 0$ olur.

Yanıt A

11. $\frac{dx}{dy} = \frac{\frac{dx}{dt}}{\frac{dy}{dt}} = \frac{2t \cdot \cos(t^2 + 1)}{2t \cdot (-\sin(t^2 + 1))} = -\cot(t^2 + 1)$ olur.

Yanıt A

12. $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{-2 \cdot \left(-\frac{1}{\sin^2 t} \right)}{3 \cdot \left(\frac{1}{\cos^2 t} \right)} = \frac{2}{3} \cdot \cot^2 t$
 $t = \frac{\pi}{4}$ için; $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{3} \cdot \cot^2 \frac{\pi}{4} = \frac{2}{3}$ olur.

Yanıt B

13. $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{4^t \cdot \ln 4}{3^t \cdot \ln 3} = \left(\frac{4}{3} \right)^t \cdot \log_3 4$
 $t = 0$ için; $\frac{dy}{dx} = \left(\frac{4}{3} \right)^0 \cdot \log_3 4 = \log_3 4$

Yanıt A

14. $\frac{dy}{dm} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dt}{dm}$
 $= 2 \cdot 3^t \cdot \ln 3 \cdot 5 = 10 \cdot 3^t \cdot \ln 3$
 $m = 0$ için; $t = 5$. $m = 5 \cdot 0 = 0$
 $\frac{dy}{dm} = 10 \cdot 3^0 \cdot \ln 3 = 10 \cdot \ln 3$ olur.

Yanıt C

15. $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3e^t - 2 \cdot (-2) \cdot e^{-2t}}{4e^t + 3 \cdot 2 \cdot e^{2t}} = \frac{3e^t + 4e^{-2t}}{4e^t + 6e^{2t}}$
 $t = 0$ için; $\frac{dy}{dx} = \frac{3 \cdot e^0 + 4 \cdot e^{-2 \cdot 0}}{4 \cdot e^0 + 6 \cdot e^{2 \cdot 0}} = \frac{3 + 4}{4 + 6} = \frac{7}{10}$ olur.

Yanıt B

16. $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{e^t + 5}{\frac{1}{t} - 2}$
 $t = 1$ için; $\frac{dy}{dx} = \frac{e + 5}{\frac{1}{1} - 2} = -e - 5$ olur.

Yanıt E

17. $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2 + 4}{2t}$
 $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{3t^2 + 4}{2t} \right)$
 $= \frac{\frac{d}{dt} \left(\frac{3t^2 + 4}{2t} \right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{6t \cdot 2t - 2 \cdot (3t^2 + 4)}{(2t)^2}}{2t}$
 $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{6t^2 - 8}{8t^3}$
 $t = 2$ için; $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{6 \cdot 2^2 - 8}{8 \cdot 2^3} = \frac{1}{4}$ olur.

Yanıt D

18. $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{4t}{3}$
 $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{4t}{3} \right)$
 $= \frac{\frac{d}{dt} \left(\frac{4t}{3} \right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{4}{3}}{3} = \frac{4}{9}$ olur.

Yanıt D

19.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2 - 2t}{1} = 3t^2 - 2t$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dx} (3t^2 - 2t)$$

$$= \frac{\frac{d}{dt} (3t^2 - 2t)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6t - 2}{1} = 6t - 2 \text{ olur.}$$

Yanıt D

20.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2}{-3} = -t^2$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dx} (-t^2) = \frac{\frac{d}{dt} (-t^2)}{\frac{dx}{dt}}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-2t}{-3} = \frac{2}{3} t \text{ olur.}$$

Yanıt B

1. $f(x) = 4e^{\frac{3}{x}}$ fonksiyonu veriliyor. $f^{-1}(x)$ in türevinin $x = 4e$ için değeri kaçtır?
- A) $-\frac{3}{4e}$ B) $-\frac{1}{2e}$ C) $-\frac{1}{e}$ D) $\frac{1}{e}$ E) $\frac{2}{e}$
2. $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \pi)$ tanımlı $f(x) = \operatorname{arccot} 4x$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun $x = \frac{\pi}{6}$ noktasındaki türevi kaçtır?
- A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 0
3. $f(x, y) = x^2 + 4y^2 + 5xy - 2x - 4y + 7$ olduğuna göre, $f'(2, 0)$ kaçtır?
- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1
4. $f(x) = \tan x$ fonksiyonu için $(f^{-1})'(m) = \frac{1}{2}$ eşitliğini sağlayan m sayılarının çarpımı kaçtır?
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
5. $f(x) = \ln \frac{\cos^2 \frac{x}{2} + 1}{\sqrt{x^2 + 4x + 8}}$ olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?
- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

6. $y = \ln \sqrt{\frac{1 - \cos x}{\cos x + 1}}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $-\frac{1}{3 \sin x}$ B) $\frac{2}{\sin x}$ C) $\frac{1}{3 \sin x}$
D) $\frac{1}{2 \sin x}$ E) $\frac{6}{\sin x}$
7. $f(x) = \operatorname{arccot}(3x^2 - 5x + 1)$ olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?
- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{9}{2}$
8. $f(x) = \arcsin(3 + \ln x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{1}{\sqrt{1 - (3 \ln x)^2}}$ B) $\frac{1}{1 - (3 + \ln x)^2}$
C) $\frac{-1}{x \sqrt{1 - (3 + \ln x)^2}}$ D) $\frac{-1}{\sqrt{1 - (3 + \ln x)^2}}$
E) $\frac{1}{x \sqrt{1 - (3 + \ln x)^2}}$
9. $f(x, y) = e^x \cdot y + xy^2 + 2xy - 3$ olduğuna göre, $f'(x, y)$ nin $(0, 1)$ noktasındaki değeri kaçtır?
- A) -4 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$
10. $f(x) = x^3 \cdot \ln(e^{\ln x} - \ln x)$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?
- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

11. $f(x) = (e^{x^2})^{e^{x^3}}$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?
 A) $2e^3$ B) $5e^e$ C) $4e^{e+1}$
 D) $5e^{e+1}$ E) $3e^3$

12. $f(x) = (e^x)^{\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)}$ fonksiyonu için $f'(-1)$ kaçtır?
 A) 0 B) 1 C) -1 D) -2 E) 2

13. $f(x) = (e^{e^{3x}})^3$ olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?
 A) e^3 B) $9e$ C) $9e^3$ D) 1 E) 9

14. $y = e^{\left[\sin(5x+3)\right]^2}$ olduğuna göre, y'_x aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $5e^{\left[\sin(5x+3)\right]^2} \cdot \sin(10x+6)$
 B) $50e^{\left[\sin(5x+3)\right]^2} \cdot \sin(10x+6)$
 C) $25e^{\left[\sin(5x+3)\right]^2} \cdot \sin(5x+3)$
 D) $5e^{\left[\sin(5x+3)\right]^2} \cdot \sin(5x+3) \cdot \cos(5x+3)$
 E) $5e^{\left[\sin(5x+3)\right]^2} \cdot \sin(10x+6) \cdot \cos(10x+6)$

15. $f: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ fonksiyonu $f(x) = \cos 2x$ biçiminde tanımlıdır. Buna göre, $(f^{-1})' \left(\frac{1}{2} \right)$ kaçtır?
 A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $-\frac{3}{2}$

16. f ve g türevlenebilen fonksiyonlar olmak üzere,

$$f(3^x + 1) = x^2 - g(x^2 + 2x) \text{ ve } f'(4) = \frac{1}{\ln 9}$$

olduğuna göre, $g'(3)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $-\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

17. $\frac{d}{dx} \left[\frac{e^{-x} \cdot (x^2 - 1)}{x^3} \right]$ ifadesinin $x = -1$ noktasındaki

değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3e$ B) $-2e$ C) $-e$ D) e E) $2e$

18. $f: [-2, \infty] \rightarrow [-4, \infty]$, $f(x) = x^2 + 4x$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(12)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{14}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{4}$

19. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $x \rightarrow y = f(x) = 4 \log_2 x + 2$ fonksiyonu veriliyor. $(f^{-1})'(2)$ kaçtır?

- A) $-\ln 4$ B) $-\frac{\ln 2}{2}$ C) $\frac{\ln 2}{4}$ D) $\frac{\ln 4}{4}$ E) $\ln 2$

20. $f(x) = \frac{\cos^2(\sin x)}{\tan x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2 \cos(\sin x) \cdot (-\sin(\sin x)) \cdot \tan x - \sec^2 x \cdot (\cos(\sin x))^2}{(\tan x)^2}$
 B) $\frac{2 \cos(\sin x) \cdot \cos x \cdot \tan x - \sec^2 x \cdot (\cos(\sin x))^2}{\tan^2 x}$
 C) $\frac{2 \cos(\sin x) \cdot (-\sin(\sin x)) \cdot \cos x \cdot \tan x - \sec^2 x \cdot (\cos(\sin x))^2}{\tan^2 x}$
 D) $\frac{2 \cos(\sin x) - \sec^2 x}{\tan^2 x}$
 E) $\frac{2 \cos(\sin x) \cdot \sec^2 x}{\tan^2 x}$

TEST 12'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $(f^{-1})(4e) = x_0 \Rightarrow f(x_0) = 4e$

$$\Rightarrow 4 \cdot e^{\frac{3}{x_0}} = 4e \Rightarrow \frac{3}{x_0} = 1 \Rightarrow x_0 = 3$$

$$f(x) = 4e^{\frac{3}{x}} \Rightarrow f'(x) = 4 \cdot \left(-\frac{3}{x^2}\right) \cdot e^{\frac{3}{x}}$$

$$\Rightarrow f(x_0) = f'(3) = 4 \cdot \left(-\frac{3}{3^2}\right) \cdot e^{\frac{3}{3}}$$

$$\Rightarrow f'(3) = -\frac{4e}{3}$$

$$(f^{-1})'(4e) = \frac{1}{f'(3)} = \frac{1}{-\frac{4e}{3}} = -\frac{3}{4e}$$

olarak bulunur.

Yanıt A

2. $f(x) = y = \operatorname{arccot} 4x$

$$\Rightarrow \cot y = 4x \Rightarrow x = \frac{1}{4} \cot y$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{4} \cot x$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(x) = -\frac{1}{4} (1 + \cot^2 x)$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{4} \left(1 + \cot^2 \frac{\pi}{6}\right) = -1$$

olarak bulunur.

Yanıt A

3. $f(x,y) = x^2 + 4y^2 + 5xy - 2x - 4y + 7$

$$f' = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x + 5y - 2}{8y + 5x - 4}$$

$$f'(2,0) = -\frac{2 \cdot 2 + 5 \cdot 0 - 2}{8 \cdot 0 + 5 \cdot 2 - 4} = -\frac{2}{6} \text{ tür.}$$

Yanıt A

4. $f(x) = y = \tan x$

$$\Rightarrow x = \arctan y \Rightarrow f^{-1}(x) = \arctan x$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(x) = \frac{1}{1 + x^2}$$

$$(f^{-1})'(m) = \frac{1}{1 + m^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow m^2 + 1 = 2$$

$$\Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1 \text{ olup çarpımları } -1 \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt B

5.

$$f(x) = \ln \left(\frac{\cos^2 \frac{x}{2} + 1}{\sqrt{x^2 + 4x + 8}} \right)$$

$$f(x) = \ln \left(\cos^2 \frac{x}{2} + 1 \right) - \ln \left(\sqrt{x^2 + 4x + 8} \right)$$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2} 2 \cos \frac{x}{2} \cdot \left(-\sin \frac{x}{2}\right)}{\cos^2 \frac{x}{2} + 1} - \frac{2x + 4}{2 \sqrt{x^2 + 4x + 8}}$$

$$= -\frac{\cos \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2} + 1} - \frac{x + 2}{x^2 + 4x + 8}$$

$$\Rightarrow f'(0) = -\frac{\cos 0 \cdot \sin 0}{\cos^2 0 + 1} - \frac{2}{8}$$

$$= -\frac{1}{4} \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt B

6.

$$\begin{aligned}
y &= \ln \sqrt[6]{\frac{1 - \cos x}{\cos x + 1}} = \ln \sqrt[6]{\frac{(1 - \cos x)^2}{1 - \cos^2 x}} = \ln \sqrt[6]{\frac{(1 - \cos x)^2}{\sin^2 x}} \\
&= \ln \frac{\sqrt[3]{1 - \cos x}}{\sqrt[3]{\sin x}} = \ln \sqrt[3]{1 - \cos x} - \ln \sqrt[3]{\sin x} \\
\frac{dy}{dx} &= \frac{\left(\sqrt[3]{1 - \cos x}\right)'}{\sqrt[3]{1 - \cos x}} - \frac{\left(\sqrt[3]{\sin x}\right)'}{\sqrt[3]{\sin x}} \\
&= \frac{\frac{\sin x}{3 \sqrt[3]{1 - \cos x}}}{\sqrt[3]{1 - \cos x}} - \frac{\frac{\cos x}{3 \sqrt[3]{\sin x}}}{\sqrt[3]{\sin x}} \\
&= \frac{\sin x}{3 \sqrt[3]{1 - \cos x}} - \frac{\cos x}{3 \sqrt[3]{\sin x}} \\
&= \frac{\sin^2 x - \cos x (1 - \cos x)}{3 \sqrt[3]{1 - \cos x} \sqrt[3]{\sin x}} \\
&= \frac{1 - \cos x}{3 \sqrt[3]{1 - \cos x} \sqrt[3]{\sin x}} = \frac{1}{3 \sqrt[3]{\sin x}}
\end{aligned}$$

Yanıt C

7. $f(x) = \arccot(3x^2 - 5x + 1)$

$$\Rightarrow f'(x) = -\frac{(3x^2 - 5x + 1)'}{1 + (3x^2 - 5x + 1)^2} = -\frac{6x - 5}{1 + (3x^2 - 5x + 1)^2}$$

$$\text{O halde, } f'(0) = -\frac{5}{2} = \frac{5}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt B

8. $f(x) = \arcsin(3 + \ln x)$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{(3 + \ln x)'}{\sqrt{1 - (3 + \ln x)^2}} = \frac{\frac{1}{x}}{\sqrt{1 - (3 + \ln x)^2}} \\
&= \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (3 + \ln x)^2}} \text{ olur.}
\end{aligned}$$

Yanıt E

9. $f(x, y) = e^x \cdot y + xy^2 + 2xy - 3$

$$f'(x, y) = \frac{F_x}{F_y} = \frac{e^x y + y^2 + 2y}{e^x + 2xy + 2x}$$

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \\ y=1 \end{array} \right\} \text{ için } f'(0, 1) = -\frac{e^0 \cdot 1 + 1^2 + 2 \cdot 1}{e^0 + 2 \cdot 0 \cdot 1 + 2 \cdot 0} = -4$$

olarak bulunur.

Yanıt A

10. $f(x) = x^3 \cdot \ln(e^{\ln x} - \ln x)$

$$= x^3 \cdot \ln(x - \ln x) \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = 3x^2 \cdot \ln(x - \ln x) + x^3 \cdot \frac{1 - \frac{1}{x}}{x - \ln x}$$

$$= 3x^2 \cdot \ln(x - \ln x) + \frac{x^2(x - 1)}{x - \ln x} \text{ olur.}$$

$$f'(1) = 3 \cdot \ln(1 - \ln 1) + 0 = 0$$

olarak bulunur.

Yanıt C

11. $f(x) = (e^{x^2})^{e^{x^3}} = e^{x^2 \cdot e^{x^3}}$ olduğundan,

$$f'(x) = (x^2 \cdot e^{x^3})' \cdot e^{x^2 \cdot e^{x^3}} = e^{x^2 \cdot e^{x^3}} \cdot (2x \cdot e^{x^3} + 3x^2 \cdot x^2 \cdot e^{x^3}) \text{ olur.}$$

$$f'(1) = e^{1 \cdot e} \cdot (2 \cdot e^1 + 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot e^1)$$

$$= e^e (2e + 3e) = 5 \cdot e^{e+1} \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt D

12.

$$f(x) = (e^x)^{\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} = (e^x)^{\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)} = e^{\frac{x^2+1}{x^2}} \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = \left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)' \cdot e^{\frac{x^2+1}{x^2}}$$

$$= \left(\frac{2x \cdot x - 1 \cdot (x^2+1)}{x^4}\right) \cdot e^{\frac{x^2+1}{x^2}}$$

$$= \left(\frac{x^2-1}{x^4}\right) \cdot e^{\frac{x^2+1}{x^2}} \text{ olur.}$$

$$f'(-1) = \left(\frac{(-1)^2-1}{(-1)^4}\right) \cdot e^{\frac{(-1)^2+1}{(-1)^2}} = 0$$

olarak bulunur.

Yanıt A

13. $f(x) = (e^{e^{3x}})^3 = e^{3 \cdot e^{3x}}$ olduğundan,

$$f'(x) = (3 \cdot e^{3x})' \cdot e^{3 \cdot e^{3x}} = 9 \cdot e^{3x} \cdot e^{3 \cdot e^{3x}} \text{ olur.}$$

$$f'(0) = 9 \cdot e^0 \cdot e^{3 \cdot e^0} \Rightarrow f'(0) = 9 \cdot e^3$$

olarak bulunur.

Yanıt C

14. $y = e^{[\sin(5x+3)]^2}$

$$y'_x = 2 \cdot \sin(5x+3) \cdot 5 \cdot \cos(5x+3) \cdot e^{[\sin(5x+3)]^2}$$

$$= 5 \cdot \sin(10x+6) \cdot e^{[\sin(5x+3)]^2} \text{ dir.}$$

Yanıt A

15. $f(x) = y = \cos 2x \Rightarrow \arccos y = 2x$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \arccos y \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \arccos x$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2\sqrt{1-\frac{1}{4}}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

olarak bulunur.

Yanıt D

16. $f(3^x + 1) = x^2 - g(x^2 + 2x)$

$$\Rightarrow (3^x + 1)' \cdot f'(3^x + 1) = 2x - (x^2 + 2x)' \cdot g'(x^2 + 2x)$$

$$\Rightarrow (3^x \cdot \ln 3) \cdot f'(3^x + 1) = 2x - (2x + 2) \cdot g'(x^2 + 2x)$$

$x = 1$ için;

$$(3^1 \cdot \ln 3) f'(3^1 + 1) = 2 \cdot 1 - (2 \cdot 1 + 2) \cdot g'(1^2 + 2 \cdot 1)$$

$$(3 \cdot \ln 3) f'(4) = 2 - 4 \cdot g'(3)$$

$$3 \cdot \ln 3 \cdot \frac{1}{\ln 9} = 2 - 4 \cdot g'(3)$$

$$3 \cdot \ln 3 \cdot \frac{1}{2 \cdot \ln 3} = 2 - 4 \cdot g'(3)$$

$$3 = 4 - 8 \cdot g'(3) \Rightarrow g'(3) = \frac{1}{8} \text{ dir.}$$

Yanıt C

17. $\frac{d}{dx} \left[\frac{e^{-x} \cdot (x^2 - 1)}{x^3} \right] = \frac{d}{dx} \left[\frac{x^2 - 1}{x^3 \cdot e^x} \right]$

$$= \frac{2x(x^3 \cdot e^x) - (x^2 - 1)(3x^2 \cdot e^x + e^x \cdot x^3)}{(x^3 \cdot e^x)^2}$$

$$= \frac{2 \cdot x^2 \cdot e^x - (x^2 - 1) \cdot (3e^x + x \cdot e^x)}{x^4 \cdot e^{2x}}$$

$x = -1$ için ifade

$$\frac{2 \cdot (-1)^2 \cdot e^{-1} - [(-1)^2 - 1] \cdot [3 \cdot e^{-1} + (-1) \cdot e^{-1}]}{(-1)^4 \cdot e^{2 \cdot (-1)}}$$

= 2e olarak bulunur.

Yanıt E

18. $f(x) = y = x^2 + 4x$

$$y = (x+2)^2 - 4 \Rightarrow y+4 = (x+2)^2$$

$$x = \sqrt{y+4} - 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+4} - 2$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+4}} \Rightarrow (f^{-1})'(12) = \frac{1}{2\sqrt{12+4}}$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(12) = \frac{1}{8} \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt D

19. $f(x) = 4 \log_2 x + 2$

$$f(x_0) = 2 \Rightarrow 4 \log_2 x_0 + 2 = 2$$

$$\Rightarrow \log_2 x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 1$$

$$f'(x) = 4 \cdot \frac{1}{x} \log_2 e$$

$$f'(x_0) = f'(1) = 4 \cdot \log_2 e$$

$$(f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(x_0)} = \frac{1}{4 \cdot \log_2 e} = \frac{\ln 2}{4}$$

olarak bulunur.

Yanıt C

20. $f(x) = \frac{\cos^2(\sin x)}{\tan x}$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{2 \cos(\sin x) \cdot \cos x \cdot (-\sin(\sin x)) \cdot \tan x - \sec^2 x \cdot \cos^2(\sin x)}{\tan^2 x}$$

Yanıt C

1. $f(x) = \operatorname{arccot}(x \cdot \ln x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{-1 - \ln x}{1 + x \ln x}$ B) $\frac{1 + \ln x}{1 + x \ln x}$ C) $\frac{-1 - \ln x}{1 + (x \ln x)^2}$
D) $\frac{1 + \ln x}{1 + (x \ln x)^2}$ E) $\frac{-\ln x}{1 + (x \ln x)^2}$

2. $y = x^2 \cdot \ln y + x \cdot y^2 - 2x + 5y - 3$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $(0,1)$ noktasındaki değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{7}$

3. $f(x) = \ln(5x + 4)$ olduğuna göre, $f^{-1}(0) + (f^{-1})'(0)$ toplamının değeri kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) 1 E) $\frac{5}{4}$

4. f ve g fonksiyonları, $f(x) = e^x$ ve $g(x) = \sin x$ ile tanımlıdır. $\left[(f \circ g)^{-1} \right]'(1)$ değeri kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) 1 E) $\frac{3}{2}$

5. $f(x) = \frac{3 + \sin^3 x}{3 - \sin x^3}$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 0

6. $f(x) = \arcsin 3x$ ile tanımlı f fonksiyonunun türevli olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ B) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$ C) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$
D) $\left(-\frac{1}{9}, \frac{1}{9}\right)$ E) $\left[-\frac{1}{9}, \frac{1}{9}\right]$

7. $n \in \mathbb{R}$ olmak üzere;

$f(x) = \frac{(\arctan 2x)^2}{n}$ fonksiyonunun türevi

$f'(x) = \frac{\arctan 2x}{1 + 4x^2}$ olduğuna göre, n kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. $f(x) = x \cdot \arctan(x^3 - 1)$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\arctan(x^3 - 1) + \frac{3x^2}{1 + (x^3 - 1)^2}$

B) $\arctan(x^3 - 1) + \frac{3x^3}{1 + (x^3 - 1)^2}$

C) $\arctan(x^3 - 1) - \frac{3x^2}{1 + (x^3 - 1)^2}$

D) $\arctan(x^3 - 1) + \frac{x^3}{1 + (x^3 - 1)^2}$

E) $\arctan(x^3 - 1) - \frac{3x^3}{1 + (x^3 - 1)^2}$

9. $f(x) = (\sin 3x \cdot \sin 2x - \cos 2x \cdot \cos 3x)^2$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-5 \sin 10x$ B) $5 \sin 2x$ C) $2 \sin 10x$
D) $-4 \sin 10x$ E) $\sin 2x$

10. $\begin{cases} x = 5t^2 + 2t - 1 \\ y = 3t^2 - t + 5 \end{cases}$ olduğuna göre,

$\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = 0$ için değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) 1

11. $f(x) = |2\sin^2 2x - 2\cos^2 2x - 3|$ olduğuna göre,

$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) + f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine

eşittir?

- A) 8 B) 4 C) 2 D) -4 E) -8

12. $f(x) = \sin^2 2x + |\sin x - 4|$ olduğuna göre,

$f'(\pi) + f''(\pi) + f'''(-\pi)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) -8 E) -10

13. $f(x) = \cos x$ fonksiyonunun 2006. türevi nedir?

- A) $\sin x$ B) $-\sin x$ C) $-\cos x$
D) $\cos x$ E) $(\cos x)^{2006}$

14. $y = \cos(3x + 4)$ olduğuna göre, $\frac{d^{50}y}{dx^{50}}$ nedir?

- A) $3^{50} \cdot \cos(4x + 3)$ B) $3^{49} \cdot \cos(3x + 4)$
C) $3^{50} \cdot \sin(3x + 4)$ D) $-3^{50} \cdot \sin(3x + 4)$
E) $-3^{50} \cdot \cos(3x + 4)$

15. $y = \frac{\ln x^3}{x^2}$ olduğuna göre, $\frac{d^2 y}{dx^2}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{15x + 6\ln x^3}{x^4}$ B) $\frac{-6\ln x^3}{x^4}$
C) $\frac{-15 + 6\ln x^3}{x^4}$ D) $\frac{3 + 6x\ln x^2}{x^3}$
E) $\frac{15 + 6x\ln x^2}{x}$

16. $\frac{d^3}{dx^3} (mx^4 + e^{3x}) = 24x + 3ne^{3x}$ olduğuna göre,

$(m + n)$ toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 9

17. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu $f(x) = \ln x$ ile tanımlıdır.

$f^{15}(x) = \frac{d^{15}f(x)}{dx^{15}}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine

eşittir?

- A) $\frac{-15!}{x^{15}}$ B) $\frac{14!}{x^{15}}$ C) $\frac{15!}{x^{15}}$
D) $\frac{-14!}{x^{15}}$ E) $\frac{-1}{x^{15}}$

18. $y = \cos 4x$ olduğuna göre,

$\frac{d^8 y}{dx^8}$ ifadesinin eşiti nedir?

- A) $4^8 \cdot \sin 4x$ B) $-4^4 \cdot \cos 4x$
C) $-4^8 \cdot \cos 4x$ D) $4^4 \cdot \cos 4x$
E) $4^8 \cdot \cos 4x$

19. $y = \sin \pi x$ olduğuna göre, $\frac{d^{100}y}{dx^{100}}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\pi^{100} \cdot \cos \pi x$ B) $-\pi^{100} \cdot \cos \pi x$
C) $\pi^{100} \cdot \sin \pi x$ D) $-\pi^{100} \cdot \sin \pi x$
E) $\pi^{99} \cdot \sin \pi x$

20. $y = -\sin\left(2x + \frac{1}{2}\right)$ olduğuna göre, $\frac{d^2 y}{dx^2} \cdot \frac{dy}{dx}$ ifadesi

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-8\sin(2x+1)$ B) $8\sin 4x$
C) $4\sin(2x+1)$ D) $-4\sin(4x+1)$
E) $-4\sin 4x$

TEST 13'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \operatorname{arccot}(x \cdot \ln x)$ olduğundan,

$$f'(x) = -\frac{(x \cdot \ln x)'}{1 + (x \ln x)^2}$$

$$= -\frac{\ln x + x \cdot \frac{1}{x}}{1 + (x \ln x)^2} = \frac{-1 - \ln x}{1 + (x \ln x)^2} \text{ olur.}$$

Yanıt C

2. $y = x^2 \cdot \ln y + x \cdot y^2 - 2x + 5y - 32$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{F_x}{F_y}$$

$$= \frac{2x \ln y + y^2 - 2}{x^2 \cdot \frac{1}{y} + 2xy + 5}$$

$$x=0 \left. \begin{array}{l} \text{ } \\ y=1 \end{array} \right\} \text{ için } \frac{dy}{dx} = \frac{2 \cdot 0 \cdot \ln 1 + 1^2 - 2}{0^2 \cdot \frac{1}{1} + 2 \cdot 0 \cdot 1 + 5} = \frac{1}{5}$$

olarak bulunur.

Yanıt B

3. $f(x) = \ln(5x + 4)$

$$y = \log_e(5x + 4) \Rightarrow e^y = 5x + 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{e^y - 4}{5} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{e^x - 4}{5}$$

$$f^{-1}(0) = \frac{e^0 - 4}{5} = -\frac{3}{5}$$

$$(f^{-1})'(x) = \frac{e^x}{5} \Rightarrow (f^{-1})'(0) = \frac{e^0}{5} = \frac{1}{5}$$

$$f^{-1}(0) + (f^{-1})'(0) = -\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = -\frac{2}{5} \text{ tir.}$$

Yanıt B

4. $f(x) = e^x$
 $g(x) = \sin x \Rightarrow (f \circ g)(x) = e^{\sin x}$

$$(f \circ g)(x) = y = e^{\sin x}$$

$$\Rightarrow \ln y = \sin x \Rightarrow x = \arcsin(\ln y)$$

$$\Rightarrow (f \circ g)^{-1}(x) = \arcsin(\ln x)$$

$$[(f \circ g)^{-1}]'(x) = \frac{(\ln x)'}{\sqrt{1 - (\ln x)^2}} = \frac{1}{x \cdot \sqrt{1 - (\ln x)^2}}$$

$$[(f \circ g)^{-1}]'(1) = \frac{1}{1 \cdot \sqrt{1 - (\ln 1)^2}} = 1$$

olarak bulunur.

Yanıt D

5. $f(x) = \frac{3 + \sin^3 x}{3 - \sin x^3}$ (Bölümün türevinden)

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{3 \sin^2 x \cdot \cos x \cdot (3 - \sin x^3) - (-3x^2 \cdot \cos x^3) \cdot (3 + \sin^3 x)}{(3 - \sin x^3)^2}$$

$$\Rightarrow f'(0) = \frac{0}{3^2} = 0 \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt E

6. $\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1] \Rightarrow \arcsin : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ dir.

$$f(x) = \arcsin 3x \Rightarrow -1 \leq 3x \leq 1$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{3} \text{ olup } f(x)$$

$$\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right] \text{ aralığında türevlidir.}$$

Yanıt C

7. $f(x) = \frac{(\arctan 2x)^2}{n}$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{2 \cdot \arctan 2x \cdot \frac{2}{1 + 4x^2}}{n} \text{ olur.}$$

$$f'(x) = \frac{4 \cdot \arctan 2x}{n(1 + 4x^2)} = \frac{\arctan 2x}{(1 + 4x^2)}$$

$$\Rightarrow n = 4 \text{ tür.}$$

Yanıt E

8. $f(x) = x \cdot \arctan(x^3 - 1)$ (Çarpımın türevinden)

$$f'(x) = \arctan(x^3 - 1) + \frac{3x^2}{1 + (x^3 - 1)^2} \cdot x$$

$$= \arctan(x^3 - 1) + \frac{3x^3}{1 + (x^3 - 1)^2} \text{ olur.}$$

Yanıt B

9. $f(x) = (\sin 3x \cdot \sin 2x - \cos 2x \cdot \cos 3x)^2$

$$f(x) = [-\cos(2x + 3x)]^2$$

$$f(x) = \cos^2 5x$$

$$f'(x) = 2\cos 5x \cdot 5 \cdot (-\sin 5x)$$

$$= -5 \cdot \sin 10x \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt A

10. $x = 5t^2 + 2t - 1$

$$y = 3t^2 - t + 5 \text{ olduğundan,}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6t - 1}{-2t \cdot 5^2 \cdot \ln 5 + 2}$$

$$t = 0 \text{ için; } \frac{dy}{dx} = \frac{6 \cdot 0 - 1}{-2 \cdot 0 \cdot 5^0 \cdot \ln 5 + 2} = -\frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt C

11. $f(x) = |2\sin^2 2x - 2\cos^2 2x - 3|$

$$= |-2(\cos^2 2x - \sin^2 2x) - 3|$$

$$= |-2 \cdot \cos 4x - 3| = 2\cos 4x + 3$$

$$f'(x) = 2 \cdot 4 \cdot (-\sin 4x) = -8\sin 4x \text{ ve}$$

$$f''(x) = -8 \cdot 4 \cdot \cos 4x = -32 \cdot \cos 4x \text{ tür.}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = -8 \cdot \sin\left(4 \cdot \frac{\pi}{8}\right) = -8$$

$$f''\left(\frac{\pi}{8}\right) = -32 \cdot \cos\left(4 \cdot \frac{\pi}{8}\right) = 0 \text{ olup}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) + f''\left(\frac{\pi}{8}\right) = -8 + 0 = -8 \text{ dir.}$$

Yanıt E

12. $f(x) = \sin^2 2x + |\sin x - 4|$

$$\Rightarrow f(x) = \sin^2 2x - \sin x + 4 \text{ olur.}$$

$$f'(x) = 2\sin 2x \cdot 2 \cdot \cos 2x - \cos x$$

$$= 2\sin 4x - \cos x$$

$$f'(\pi) = 2 \cdot \sin(4\pi) - \cos(\pi) = 1$$

$$f''(x) = 2 \cdot 4 \cdot \cos 4x - (-\sin x)$$

$$= 8\cos 4x + \sin x$$

$$f''(\pi) = 8 \cdot \cos(4 \cdot \pi) + \sin \pi = 8$$

$$f'''(x) = 8 \cdot 4 \cdot (-\sin 4x) + \cos x$$

$$= -32\sin 4x + \cos x$$

$$f'''(-\pi) = -32 \cdot \sin(4 \cdot (-\pi)) + \cos(-\pi) = -1 \text{ olup}$$

$$f'(\pi) + f''(\pi) + f'''(-\pi) = 1 + 8 - 1 = 8 \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt C

13. $f(x) = \cos x$

$$f'(x) = -\sin x$$

$$f''(x) = -\cos x$$

$$f'''(x) = \sin x$$

$$f^{(4)}(x) = \cos x$$

Periyot 4

$$\begin{array}{r|l} 2006 & 4 \\ \hline & 501 \\ & 2 \end{array}$$

.

.

.

$$f^{(2006)}(x) = f''(x) = -\cos x \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt C

14. $y = \cos(3x + 4)$

$$\frac{dy}{dx} = -3 \cdot \sin(3x + 4)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -3 \cdot 3 \cos(3x + 4) = -3^2 \cdot \cos(3x + 4)$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = -3^2 \cdot 3 \cdot (-\sin(3x + 4)) = 3^3 \sin(3x + 4)$$

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = 3^3 \cdot 3 \cdot \cos(3x + 4) = 3^4 \cdot \cos(3x + 4)$$

.

.

.

$$\frac{d^{50} y}{dx^{50}} = -3^{50} \cdot \cos(3x + 4) \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt E

15. $y = \frac{\ln x^3}{x^2}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\ln x^3)' \cdot x^2 - (\ln x^3) \cdot (x^2)'}{(x^2)^2} \quad (\text{Bölümün türevinden})$$

$$= \frac{\frac{3x^2}{x^3} \cdot x^2 - 2x \cdot \ln x^3}{x^4}$$

$$= \frac{3x - 2x \ln x^3}{x^4} = \frac{3 - 2 \ln x^3}{x^3}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\left(-2 \cdot \frac{3x^2}{x^3}\right) - (3x^2)(3 - 2 \ln x^3)}{(x^3)^2} \quad (\text{Bölümün türevinden})$$

$$= \frac{-6x^2 - 3x^2(3 - 2 \ln x^3)}{x^6}$$

$$= \frac{6 \cdot \ln x^3 - 15}{x^4} \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt C

16. $\frac{d^3}{dx^3} (mx^4 + e^{3x}) = 24x + 3ne^{3x}$

$$y = mx^4 + e^{3x} \Rightarrow$$

$$\frac{dy}{dx} = 4x^3 \cdot m + 3e^{3x}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 12x^2m + 9e^{3x}$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = 24xm + 27e^{3x}$$

$$\Rightarrow 24xm + 27e^{3x} = 24x + 3ne^{3x}$$

$$\Rightarrow m = 1 \text{ ve } 3n = 27 \Rightarrow n = 9 \text{ olup}$$

$$m + n = 1 + 9 = 10 \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt D

17. $f(x) = \ln x$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$f'''(x) = \frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{2}{x^3} = \frac{2!}{x^3}$$

$$f^{(iv)}(x) = \frac{d^4y}{dx^4} = -\frac{6}{x^4} = -\frac{3!}{x^4}$$

...

$$f^{(15)}(x) = \frac{d^{15}y}{dx^{15}} = \frac{14!}{x^{15}} \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt B

18. $y = \cos 4x$

$$\frac{dy}{dx} = -4 \cdot \sin 4x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -4 \cdot 4 \cdot \cos 4x = -4^2 \cdot \cos 4x$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -4^2 \cdot 4 \cdot (-\sin 4x) = 4^3 \cdot \sin 4x$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = 4^3 \cdot 4 \cdot \cos 4x = 4^4 \cdot \cos 4x$$

...

$$\frac{d^8y}{dx^8} = 4^8 \cdot \cos 4x \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt E

19. $y = \sin \pi x$

$$\frac{dy}{dx} = \pi \cdot \cos \pi x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \pi \cdot \pi \cdot (-\sin \pi x) = -\pi^2 \cdot \sin \pi x$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -\pi^2 \cdot \pi \cdot \cos \pi x = -\pi^3 \cdot \cos \pi x$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = -\pi^3 \cdot \pi \cdot (-\sin \pi x) = \pi^4 \cdot \sin \pi x$$

.....

$$\frac{d^{100}y}{dx^{100}} = -\pi^{100} \cdot \sin \pi x \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt D

20. $y = -\sin\left(2x + \frac{1}{2}\right)$

$$\frac{dy}{dx} = -2 \cdot \cos\left(2x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 4 \cdot \sin\left(2x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} \cdot \frac{dx}{dy} = \left[4 \cdot \sin\left(2x + \frac{1}{2}\right)\right] \cdot \left[-2 \cos\left(2x + \frac{1}{2}\right)\right]$$

$$= -4 \cdot 2 \cdot \sin\left(2x + \frac{1}{2}\right) \cdot \cos\left(2x + \frac{1}{2}\right)$$

$$= -4 \cdot \sin\left[2 \cdot \left(2x + \frac{1}{2}\right)\right]$$

$$= -4 \cdot \sin(4x + 1) \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt D

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 3x - 6}{(x-2)^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 9 C) 1 D) $-\infty$ E) $+\infty$

2. $f(x) = \frac{\sqrt{2x-2} - \sqrt[3]{2x+2}}{x^2 - 3x}$ fonksiyonunun $x \rightarrow 3$ için limiti kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $-\frac{1}{6}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4+\sqrt{x}} - 2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3+3} + 2x}{\sqrt{x^2+3} - 3x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{3}{4}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{2x}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin 4x - \cos 2x}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \sin x}{5x + \sin x}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{9}$

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - \operatorname{sgn} x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) yok

9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \sin\left(\frac{3\pi x}{2}\right)}{2x^2 - 4x + 2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\pi^2}{4}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{16}$ D) $\frac{9\pi}{16}$ E) $\frac{9\pi^2}{16}$

10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - 2x + \ln x^2}{1 + \cos \pi x}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) $-\frac{1}{\pi^2}$ B) $\frac{1}{\pi}$ C) $-\frac{2}{\pi^2}$
D) $\frac{2}{\pi}$ E) $\frac{2}{\pi^2}$

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - 2e^{-x}}{2e^x - 2}$ ifadesinin eđiti kaçtır?
A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\tan x) - 1}{\sin x}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

13. $\lim_{a \rightarrow b} \frac{\tan(a+b)}{\sin a + \sin b}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eğittir?
A) $\cos b$ B) $\operatorname{cosec} b$ C) $\sec b$
D) $-\sin b$ E) $-\cos b$

14. $\lim_{x \rightarrow y-1} \frac{x+1-y}{x^2+y^2-1-2xy}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eğittir?
A) $-\infty$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) 1

15. $\lim_{y \rightarrow x^3} \frac{x^6 - y^2}{2yx^3 - 2x^6}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{2x^2} - 2e^{3x^3}}{x^2 + \tan x}$ ifadesinin eđiti kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

17. $\lim_{y \rightarrow \tan x} \frac{2y - 2\tan x}{y^2 \cdot \cot^2 x - 1}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eğittir?
A) $\tan^2 x$ B) $-\cot x$ C) $\frac{1}{\tan x}$
D) $\frac{1}{\cot x}$ E) $\frac{1}{\operatorname{cosec} x}$

18. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 - 2\cos x + \tan x - \sin x}{x^2} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\operatorname{arccot} x}{\ln\left(1 + \frac{2}{x}\right)}$ ifadesinin eđiti kaçtır?
A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

20. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\tan(2x+2)}{x^{2006} + x^{2005}}$ ifadesinin eđiti kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

TEST 14'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 3x - 6}{(x-2)^3} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6x - 3}{3 \cdot (x-2)^2} = \frac{6 \cdot 2 - 3}{3 \cdot (2-2)^2} = +\infty \text{ olur.}$$

Yanıt E

2. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-2} - \sqrt[3]{2x+2}}{x^2 - 3x} \rightarrow \frac{0}{0}$

L' Hospital uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{2}{2\sqrt{2x-2}} - \frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{(2x+2)^2}}}{2x - 3} \\ &= \frac{\frac{2}{2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3 - 2}} - \frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{(2 \cdot 3 + 2)^2}}}{2 \cdot 3 - 3} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{6}}{3} = \frac{1}{9} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

Yanıt A

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4+\sqrt{x}} - 2} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4+\sqrt{x}} - 2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{2\sqrt{4+\sqrt{x}}} - \frac{1}{2\sqrt{4+\sqrt{x}}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{2\sqrt{x} \cdot 2\sqrt{4+\sqrt{x}}}} \\ &= 2 \cdot \sqrt{4+\sqrt{0}} = 4 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt B

4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 3 + 2x}}{\sqrt{x^2 + 3 - 3x}} \rightarrow \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 3 + 2x}}{\sqrt{x^2 + 3 - 3x}} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{3x^2}{3 \cdot \sqrt[3]{(x^3 + 3)^2}} + 2}{\frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 3}} - 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3 + 3)^2}} + 2}{\frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}} - 3} = -\frac{3}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt C

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{2x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{2} \\ &= \frac{e^0 + e^0}{2} = 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt D

6. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin 4x - \cos 2x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin 4x - \cos 2x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-2\sin 2x}{4\cos 4x + 2\sin 2x} \\ &= \frac{-2 \cdot \sin \frac{\pi}{2}}{4 \cdot \cos \pi + 2 \cdot \sin \frac{\pi}{2}} = \frac{-2}{-4 + 2} = 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt E

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \sin x}{5x + \sin x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \sin x}{5x + \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \cos x}{5 + \cos x}$$

$$= \frac{3 - \cos 0}{5 + \cos 0} = \frac{3 - 1}{5 + 1} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - \sin x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{1 - \cos x} = 2 \cdot 1 = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \sin\left(\frac{3\pi x}{2}\right)}{2x^2 - 4x + 2} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \sin\left(\frac{3\pi x}{2}\right)}{2x^2 - 4x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{3\pi}{2} \cdot \cos\left(\frac{3\pi x}{2}\right)}{4x - 4} \rightarrow \frac{0}{0}$$

L' Hospital uygulanırsa,

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{3\pi}{2} \cdot \frac{3\pi}{2} \cdot \left(-\sin\left(\frac{3\pi x}{2}\right)\right)}{4}$$

$$= -\frac{9}{16} \pi^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \sin\left(\frac{3\pi}{2} x\right)$$

$$= -\frac{9}{16} \pi^2 \cdot \sin \frac{3\pi}{2} = \frac{9}{16} \pi^2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - 2x + \ln x^2}{1 + \cos \pi x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2 + \frac{2x}{x^2}}{-\pi \cdot \sin \pi x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2 + \frac{2}{x}}{-\pi \cdot \sin \pi x} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır.}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\frac{2}{x^2}}{-\pi \cdot \cos \pi x} = \frac{-2}{-\pi^2 \cdot \cos \pi}$$

$$= -\frac{2}{\pi^2} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - 2e^{-x}}{2e^x - 2} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - 2e^{-x}}{2e^x - 2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x + 2 \cdot e^{-x}}{2e^x}$$

$$= \frac{2 \cdot e^0 + 2 \cdot e^0}{2 \cdot e^0} = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\tan x) - 1}{\sin x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği var.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\tan x) - 1}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + \tan^2 x) \cdot (-\sin(\tan x))}{\cos x}$$

$$= \frac{(1 + \tan^2 0) \cdot (-\sin(\tan 0))}{\cos 0} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

13. $\lim_{a \rightarrow b} \frac{\tan(a+b)}{\sin a + \sin b} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği var.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{a \rightarrow b} \frac{\tan(a+b)}{\sin a + \sin b} = \lim_{a \rightarrow b} \frac{1 + \tan^2(a+b)}{\cos a}$$

$$= \frac{1 + \tan^2(-b+b)}{\cos(-b)} = \frac{1}{\cos b} = \sec b$$

Yanıt C

14. $\lim_{x \rightarrow y-1} \frac{x+1-y}{x^2+y^2-1-2xy} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği var.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow y-1} \frac{x+1-y}{x^2+y^2-1-2xy} = \lim_{x \rightarrow y-1} \frac{1}{2x-2y}$$

$$= \frac{1}{2(y-1)-2y} = -\frac{1}{2}$$

Yanıt B

15. $\lim_{y \rightarrow x^3} \frac{x^6 - y^2}{2yx^3 - 2x^6} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği var.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{y \rightarrow x^3} \frac{x^6 - y^2}{2yx^3 - 2x^6} = \lim_{y \rightarrow x^3} \frac{-2y}{2x^3}$$

$$= \lim_{y \rightarrow x^3} \frac{-y}{x^3} = \frac{-x^3}{x^3} = -1$$

Yanıt B

16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{2x^2} - 2e^{3x^3}}{x^2 + \tan x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği var

L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{2x^2} - 2e^{3x^3}}{x^2 + \tan x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x \cdot e^{2x^2} - 18 \cdot x^2 \cdot e^{3x^3}}{2x + 1 + \tan^2 x}$$

$$= \frac{0}{1} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

17. $\lim_{y \rightarrow \tan x} \frac{2y - 2\tan x}{y^2 \cdot \cot^2 x - 1} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği var.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{y \rightarrow \tan x} \frac{2y - 2\tan x}{y^2 \cdot \cot^2 x - 1} = \lim_{y \rightarrow \tan x} \frac{2}{2y \cdot \cot^2 x}$$

$$= \frac{2}{2 \cdot \tan x \cdot \cot^2 x} = \frac{1}{\cot x} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

18. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 - 2\cos x + \tan x - \sin x}{x^2} \right) \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği var.

L' Hospital uygulanırsa,

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin x + 1 + \tan^2 x - \cos x}{2x} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği var.}$$

L' Hospital uygulanırsa,

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\cos x + 2\tan x (1 + \tan^2 x) + \sin x}{2} = 1$$

Yanıt B

19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\operatorname{arccot} x}{\ln\left(1 + \frac{2}{x}\right)} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği var.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\operatorname{arccot} x}{\ln\left(1 + \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot \frac{-1}{1+x^2}}{-\frac{2}{x^2}} = \frac{2}{1 + \frac{2}{x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{1 + \frac{2}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 1} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği var.}$$

L' Hospital uygulanırsa,

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 2}{2x} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği var.}$$

L' Hospital uygulanırsa,

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{2} = 1$$

Yanıt D

20. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\tan(2x + 2)}{x^{2006} + x^{2005}} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği var.

L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\tan(2x + 2)}{x^{2006} + x^{2005}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(1 + \tan^2(2x + 2))}{2006 \cdot x^{2005} + 2005 \cdot x^{2004}}$$

$$= \frac{2 \cdot (1 + \tan^2(-2 + 2))}{2006 \cdot (-1)^{2005} + 2005 \cdot (-1)^{2004}} = \frac{2}{-2006 + 2005}$$

$$= -2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt[6]{x} - 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^{3x} - 5^{3x}}{3x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\ln 8 - 5$ B) $5 \ln 8$ C) $\ln\left(\frac{25}{64}\right)$
D) $\ln\left(\frac{8}{5}\right)$ E) $\ln^2\left(\frac{5}{8}\right)$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 6 \sin\left(\frac{x-2}{3}\right) - 8}{x-2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{4x^2 + 4x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) 0 C) 1 D) 2 E) $+\infty$

6. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)}{\pi - 3x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ E) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 + 2 \cos(-\pi x)}{1 - x^2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

8. x bir reel sayı olduğuna göre,

$\lim_{y \rightarrow x} \frac{\sin[5(y-x)]}{\sin[3(y-x)]}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{3x}{5}$ D) $\frac{5y}{3}$ E) 0

9. $\lim_{y \rightarrow 1} \frac{y - \sqrt{y}}{\sqrt{y} - 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3-x}}{3+x - \sqrt{9-x^2}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

11. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x^2 + 9} - m}{x^2 - 9} = n$ ve $m, n \in \mathbb{R}$ olduğuna göre,

$m \cdot n$ kaçtır?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{2}{27}$

12. $\lim_{a \rightarrow x} \frac{\sin x - \sin a}{\sin(x - a)} = \frac{2}{3\sqrt{2}}$ olduğuna göre, $\cot x$ değeri

aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{14}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{\sqrt{14}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{14}}{7}$
D) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{14}}{2}$

13. $\lim_{y \rightarrow x} \frac{4 \sin x - 4 \sin y}{3 \cos y - 3 \cos x} = -\frac{4}{3}$ ve $x \in (0, 2\pi)$ olduğuna göre,

x aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) $\frac{5\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{7\pi}{4}$

14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{2x} - 5^{-2x}}{5^{2x} + 5^{-2x}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $+\infty$

15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^3} e^x$ limitinin değeri kaçtır?

- A) ∞ B) 1 C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

16. $\lim_{m \rightarrow \infty} 2m^3 \left[2x^{\frac{1}{m^3}} - 2 \right]$ limitinin değeri kaçtır?

- A) x B) 2 C) $2 \ln x$ D) $4 \ln x$ E) 0

17. m bir reel sayı olduğuna göre,

$\lim_{x \rightarrow m} \frac{\sin(4x - 4m)}{x^2 - m^2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $2m$ B) $\frac{2}{m}$ C) $\frac{3}{m}$ D) $3m$ E) $\frac{m}{2}$

18. x bir reel sayı olduğuna göre,

$\lim_{y \rightarrow x} \frac{y^3 - x^3}{2y^2 - 2x^2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{3x}{4}$ C) $2x$ D) $\frac{4x}{3}$ E) ∞

19. y bir reel sayı olduğuna göre,

$\lim_{x \rightarrow y} \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{x - y}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) y B) $\frac{y}{2}$ C) $\frac{\sqrt{y}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{2y}$

20. $\lim_{y \rightarrow x} \frac{\tan(x^2 - y^2)}{x^3 - y^3}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{3x}$ C) $\frac{2x}{3}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) $\frac{3x}{2}$

TEST 15'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt[6]{x} - 1} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsiz. L' hospital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt[6]{x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{4 \cdot \sqrt[4]{x^3}}}{\frac{1}{6 \cdot \sqrt[6]{x^5}}}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{6}} = \frac{\frac{4-3}{12}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt C

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^{3x} - 5^{3x}}{3x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsiz. L' hospital uygulanabilir.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^{3x} - 5^{3x}}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cdot 8^{3x} \ln 8 - 3 \cdot 5^{3x} \ln 5}{3}$$

$$= \frac{3 \cdot 8^0 \cdot \ln 8 - 3 \cdot 5^0 \cdot \ln 5}{3} = \ln 8 - \ln 5 = \ln \left(\frac{8}{5} \right) \text{ olur.}$$

Yanıt D

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 6 \cdot \sin\left(\frac{x-2}{3}\right) - 8}{x-2} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsiz. L' hospital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 6 \cdot \sin\left(\frac{x-2}{3}\right) - 8}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x + 6 \cdot \frac{1}{3} \cos\left(\frac{x-2}{3}\right)}{1}$$

$$= 4 \cdot 2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{2-2}{3}\right) = 10 \text{ olur.}$$

Yanıt A

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x - x}{x \cdot \sin x} \right) \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsiz.

L' hospital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x - x}{x \cdot \sin x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin x + x \cos x} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsiz.}$$

Bir daha L' hospital uygulanır.

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x}{\cos x + \cos x - x \sin x} = \frac{0}{1+1-0} = \frac{0}{2} = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt C

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{4x^2 + 4x} \rightarrow \frac{\infty}{\infty}$ belirsiz. L' hospital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{4x^2 + 4x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot e^{2x}}{8x + 4} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsiz.}$$

Bir daha L' hospital uygulanır.

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot e^{2x}}{8} = \infty$$

Yanıt E

6. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)}{\pi - 3x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsiz. L' hospital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)}{\pi - 3x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{(-\sin x) \cdot \cos\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)}{-3}$$

$$= \frac{-\sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos\left(\cos \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}\right)}{-3}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 0}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ olur.}$$

Yanıt D

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 + 2\cos(-\pi x)}{1 - x^2} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsiz. L' hospital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 + 2\cos(-\pi x)}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \cdot (-\pi) \cdot (-\sin(-\pi x))}{-2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\pi \cdot \sin(\pi x)}{x}$$

$$= \frac{-\pi \cdot \sin \pi}{1} = 0$$

Yanıt C

8. $\lim_{y \rightarrow x} \frac{\sin[5(y-x)]}{\sin[3(y-x)]} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsiz. L' hospital uygulanır.

$$\lim_{y \rightarrow x} \frac{\sin[5(y-x)]}{\sin[3(y-x)]} = \lim_{y \rightarrow x} \frac{5 \cdot \cos[5(y-x)]}{3 \cdot \cos[3(y-x)]}$$

$$= \frac{5 \cdot \cos[5(x-x)]}{3 \cdot \cos[3(x-x)]} = \frac{5 \cdot \cos 0}{3 \cdot \cos 0} = \frac{5}{3} \text{ olur.}$$

Yanıt B

9. $\lim_{y \rightarrow 1} \frac{y - \sqrt{y}}{\sqrt[3]{y} - 1} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsiz. L' hospital uygulanır.

$$\lim_{y \rightarrow 1} \frac{y - \sqrt{y}}{\sqrt[3]{y} - 1} = \lim_{y \rightarrow 1} \frac{1 - \frac{1}{2\sqrt{y}}}{\frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{y^2}}}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt D

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3-x}}{x+3 - \sqrt{9-x^2}} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsiz. L' hospital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3-x}}{x+3 - \sqrt{9-x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+3}} + \frac{1}{2\sqrt{3-x}}}{1 + \frac{2x}{2\sqrt{9-x^2}}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}}{1+0} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ olur.}$$

Yanıt A

11. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x^2+9} - m}{x^2-9} = n$ ifadesinin bir reel sayı olması

için $\frac{0}{0}$ belirsizliği olmalıdır. Buna göre;

$$x = 3 \Rightarrow \sqrt[3]{2 \cdot 3^2 + 9} - m = 0$$

$$\Rightarrow m = 3 \text{ olur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x^2+9} - 3}{x^2-9} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği,}$$

L' hospital uygulanırsa,

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{4x}{3 \cdot \sqrt[3]{(2x^2+9)^2}}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x}{3 \cdot \sqrt[3]{(2x^2+9)^2} \cdot 2x}$$

$$= \frac{4 \cdot 3}{3 \cdot \sqrt[3]{(2 \cdot 9 + 9)^2} \cdot 2 \cdot 3} = \frac{2}{27} = n \text{ olur.}$$

$$m = 3 \text{ ve } n = \frac{2}{27} \text{ olduğundan, } m \cdot n = 3 \cdot \frac{2}{27} = \frac{2}{9} \text{ olur.}$$

Yanıt C

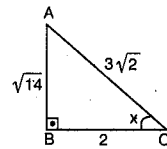
12. $\lim_{a \rightarrow x} \frac{\sin x - \sin a}{\sin(x-a)} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsiz. L' hospital uygulanır.

$$\lim_{a \rightarrow x} \frac{\sin x - \sin a}{\sin(x-a)} = \frac{2}{3\sqrt{2}}$$

$$\lim_{a \rightarrow x} \frac{-\cos a}{-\cos(x-a)} = \frac{2}{3\sqrt{2}}$$

$$\frac{\cos x}{\cos(x-x)} = \frac{2}{3\sqrt{2}}$$

$$\cos x = \frac{2}{3\sqrt{2}}$$



$$|AB|^2 + 2^2 = (3\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow |AB| = \sqrt{14}$$

$$\cot x = \frac{2}{\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{14}}{7} \text{ olur.}$$

Not: Değişken a olduğundan, türev a ya göre alınmıştır.

Yanıt C

13. $\lim_{y \rightarrow x} \frac{4\sin x - 4\sin y}{3\cos y - 3\cos x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsiz. L' hospital uygulanır.

$$\lim_{y \rightarrow x} \frac{4\sin x - 4\sin y}{3\cos y - 3\cos x} = -\frac{4}{3}$$

$$\lim_{y \rightarrow x} \frac{-4\cos y}{-3\sin y} = -\frac{4}{3}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = -\frac{4}{3} \Rightarrow \cot x = -1$$

$$\Rightarrow x = \frac{3\pi}{4} \text{ veya } x = \frac{7\pi}{4} \text{ olabilir.}$$

Yanıt E

14.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{2x} - 5^{-2x}}{5^{2x} + 5^{-2x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{4x} - 1}{5^{4x} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{4x} - 1}{5^{4x} + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{4x} - 1}{5^{4x} + 1} \rightarrow \frac{\infty}{\infty}$$

belirsiz. L' hospital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{4x} - 1}{5^{4x} + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot 5^{4x} \cdot \ln 5}{4 \cdot 5^{4x} \cdot \ln 5} = 1 \text{ olur.}$$

Yanıt D

15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3} \rightarrow \frac{\infty}{\infty}$ belirsiz. L' hospital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{3x^2} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsiz. L' hospital uygulanır.}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{6x} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsiz. L' hospital uygulanır.}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{6} = \infty \text{ olur.}$$

Yanıt A

$$16. \lim_{m \rightarrow \infty} 2m^3 \left[2x^{\frac{1}{m^3}} - 2 \right] \rightarrow \infty \cdot 0$$

$$= \lim_{m \rightarrow \infty} \left(\frac{4 \cdot x^{\frac{1}{m^3}} - 4}{\frac{1}{m^3}} \right) \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsiz. L' hospital uygulanır.}$$

$$= \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot \left(-\frac{3m^2}{m^6} \right) \cdot x^{\frac{1}{m^3}} \cdot \ln x}{\left(-\frac{3m^2}{m^6} \right)}$$

$$= \lim_{m \rightarrow \infty} \left(4 \cdot \ln x \cdot x^{\frac{1}{m^3}} \right) = 4 \ln x \text{ olur.}$$

Yanıt D

17. $\lim_{x \rightarrow m} \frac{\sin(4x - 4m)}{x^2 - m^2} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsiz. L' hospital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow m} \frac{\sin(4x - 4m)}{x^2 - m^2} = \lim_{x \rightarrow m} \frac{4 \cdot \cos(4x - 4m)}{2x}$$

$$= \frac{4 \cdot \cos(4m - 4m)}{2m} = \frac{2}{m} \text{ olur.}$$

Yanıt B

18. $\lim_{y \rightarrow x} \frac{y^3 - x^3}{2y^2 - 2x^2} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsiz. L' hospital uygulanır.

$$\lim_{y \rightarrow x} \frac{y^3 - x^3}{2y^2 - 2x^2} = \lim_{y \rightarrow x} \frac{3y^2}{4y}$$

$$= \lim_{y \rightarrow x} \frac{3y}{4} = \frac{3x}{4}$$

Yanıt B

19. $\lim_{x \rightarrow y} \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{x - y} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsiz. L' hospital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow y} \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{x - y} = \lim_{x \rightarrow y} \frac{\sqrt{y} - \frac{y}{2\sqrt{x}}}{1}$$

$$= \sqrt{y} - \frac{y}{2\sqrt{y}} = \sqrt{y} - \frac{\sqrt{y}}{2} = \frac{\sqrt{y}}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt C

20. $\lim_{y \rightarrow x} \frac{\tan(x^2 - y^2)}{x^3 - y^3} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsiz. L' hospital uygulanır.

$$\lim_{y \rightarrow x} \frac{\tan(x^2 - y^2)}{x^3 - y^3} = \lim_{y \rightarrow x} \frac{-2y(1 + \tan^2(x^2 - y^2))}{-3y^2}$$

$$= \lim_{y \rightarrow x} \frac{2(1 + \tan^2(x^2 - y^2))}{3y} = \frac{2(1 + \tan^2(x^2 - x^2))}{3 \cdot x}$$

$$= \frac{2(1 + \tan^2 0)}{3x} = \frac{2}{3x} \text{ olur.}$$

Yanıt B

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos nx}{2x^2} = 4$ eşitliğini sağlayan pozitif n sayısı kaçtır?
A) 4 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

2. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x}{1 - 2 \sin^2 x} + \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - 1}{\cos^2 x}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{1}{2}$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4e^{x^2-4}}{e^{2-x} - x + 1}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2 \sec x} - 1}{2x}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. a pozitif bir reel sayı olduğuna göre,

$$\lim_{b \rightarrow 1} \frac{a - a^b}{a \cdot \sin(\pi b)}$$
 limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{2}{\pi} \ln a$ C) $\pi \ln a$ D) $\frac{1}{\pi} \ln a$ E) $-\pi \ln a$

6. y bir reel sayı olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow y} \frac{3x^3y + 2y^4 - 2xy^3 - 3x^2y^2}{x^3y - 2y^2x^2 - y^3x + 2y^4}$$
 limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{3y}{2}$ B) $\frac{2y}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{1}{2}$

7. f bir polinom fonksiyonu olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x^3 - 2) - f(x^2 + 2)}{x - 2}$$
 limitinin değeri kaçtır?

- A) $4f'(6)$ B) $-4f'(6)$ C) $8f'(6)$
D) $-8f'(6)$ E) $2f'(6)$

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(x^2 - 1)}{(x - 1) \cdot \operatorname{sgn}(2x^2 + 1)}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $\lim_{y \rightarrow 4} \frac{y^2 - 16}{y^2 + my - 24} = \frac{4}{5}$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

10. $\lim_{x \rightarrow 1} \left[(x^2 - 1) \cdot \tan\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) \right]$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{\pi^2}$ B) $-\frac{2}{\pi}$ C) $\frac{1}{\pi}$ D) $-\frac{1}{\pi^2}$ E) $\frac{3}{\pi}$

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^2 + 2x)^{\frac{1}{x^2}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) e C) e^2 D) $\frac{1}{e}$ E) $-e$

12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2x \cdot \sin \frac{\pi}{2x} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) ∞ C) $-\infty$ D) π E) $\frac{\pi}{2}$

13. $\lim_{x \rightarrow 0} (2x)^{2x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

14. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos^2 x)^{\frac{1}{x^2}}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) e C) $\frac{1}{e}$ D) $-e^2$ E) $-\frac{2}{e}$

15. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2x} - \frac{1}{2e^{3x} - 2} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) $+\infty$

16. $\lim_{x \rightarrow 0} (\tan x)^{x^2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) e D) e^2 E) $\frac{1}{e}$

17. $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(\cos x)^{\cot x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

18. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin 2x)^{(\tan^2 2x)}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) e C) $\frac{1}{\sqrt{e}}$ D) $\frac{1}{e}$ E) $\frac{1}{2\sqrt{e}}$

19. $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{\sqrt{3x+1}-4}{x-5} + \frac{\tan(11x-55)}{\tan(16x-80)} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{11}{16}$ B) $\frac{17}{16}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $-\frac{8}{3}$ E) $-\frac{16}{17}$

20. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2) \cdot \cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{\tan(x^2-4) \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{12}\right)}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

TEST 16'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos nx}{2x^2} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L' hospital kuralı uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos nx)'}{(2x^2)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{n \sin nx}{4x} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği.}$$

Tekrar L' Hospital kuralından

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(n \sin nx)'}{(4x)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{n^2 \cos nx}{4} = \frac{n^2}{4} = 4$$

$$n^2 = 16$$

$$n = \pm 4$$

n nin pozitif değeri 4 tür.

Yanıt A

2. x yerine $\frac{\pi}{4}$ konulduğunda $\frac{0}{0}$ belirsizliği.

olmaktadır. Her iki limit için L'Hospital Kuralı uygulanırsa;

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin^2 x - \sin x \cos x)'}{(1 - 2\sin^2 x)'} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2\sin x \cos x - (\cos^2 x - \sin^2 x)'}{(\cos 2x)'} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - \cos 2x}{-2 \sin 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - \cos 2x}{-2 \sin 2x}$$

$$= - \frac{\sin \frac{\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{2}}{2 \cdot \sin \frac{\pi}{2}}$$

$$= - \frac{1 - 0}{2} = - \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x - 1)'}{(\cos^2 x)'} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{-2 \cos x \cdot \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-1}{2 \sin x} = - \frac{1}{2}$$

O halde limitler toplamı

$$- \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1 \text{ dir.}$$

Yanıt B

3. x yerine 2 konulduğunda $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4 \cdot e^{x^2 - 4})'}{(e^{2-x} - x + 1)'} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 8x \cdot e^{x^2 - 4}}{-e^{2-x} - 1} = \frac{4 - 16}{-1 - 1} = \frac{-12}{-2} = 6 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

4. x yerine sıfır konulduğunda $\frac{0}{0}$ belirsizliği

oluşur. L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{2 \sec x - 1} - 1)'}{(2x)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2 \sec x \cdot \tan x}{\sqrt{2 \sec x - 1}}}{2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0}{2} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

5. b yerine 1 konulduğunda $\frac{0}{0}$ belirsizliği

oluşmaktadır. L'Hospital kuralı uygulanırsa

$$\lim_{b \rightarrow 1} \frac{(a - a^b)'}{(a \cdot \sin(\pi b))'} = \lim_{b \rightarrow 1} \frac{-a^b \cdot \ln a}{a \pi \cdot \cos \pi b} = - \frac{a \cdot \ln a}{a \pi \cdot (-1)}$$

$$= \frac{1}{\pi} \cdot \ln a \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

6. x yerine y konulduğunda $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow y} \frac{(3x^3y + 2y^4 - 2xy^3 - 3x^2y^2)'}{(x^3y - 2y^2x^2 - y^3x + 2y^4)'} &= \lim_{x \rightarrow y} \frac{9x^2y - 2y^3 - 6xy^2}{3x^2y - 4xy^2 - y^3} \\ &= \frac{9y^3 - 2y^3 - 6y^3}{3y^3 - 4y^3 - y^3} \\ &= \frac{y^3}{-2y^3} \\ &= -\frac{1}{2} \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Yanıt E

Not: Pay ve paydanın x e göre türevi alınmalıdır. Çünkü değişken x tir.

7. x yerine 2 konulursa $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2} \frac{[f(x^3 - 2) - f(x^2 + 2)]'}{(x - 2)'} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 \cdot f'(x^3 - 2) - 2x f'(x^2 + 2)}{1} \\ &= 3 \cdot 2^2 \cdot f'(2^3 - 2) - 2 \cdot 2 \cdot f'(2^2 + 2) \\ &= 12f'(6) - 4f'(6) \\ &= 8 \cdot f'(6) \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Yanıt C

8. x yerine 1 konulduğunda, $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[\tan(x^2 - 1)]'}{[(x - 1) \cdot \operatorname{sgn}(2x^2 + 1)]'} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \cdot x \cdot [1 + \tan^2(x^2 - 1)]}{\operatorname{sgn}(2x^2 + 1) + (x - 1) \cdot 0} \\ &= \frac{2 \cdot 1 \cdot (1 + \tan^2 0)}{\operatorname{sgn}(3)} \\ &= \frac{2}{1} = 2 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Yanıt E

9. y = 4 değeri için pay 0 olmaktadır. Sonucun $\frac{4}{5}$ çıkması

için $\frac{0}{0}$ belirsizliği olmalıdır. L'Hospital kuralı uygulanır-

sa,

$$\lim_{y \rightarrow 4} \frac{(y^2 - 16)'}{(y^2 + my - 24)'} = \lim_{y \rightarrow 4} \frac{2y}{y^2 + my - 24} = \frac{8}{8 + m} = \frac{4}{5}$$

$$40 = 32 + 4m$$

$$4m = 8$$

$$m = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

Not: Değişken y olduğundan y ye göre türev alındı.

10. x = 1 değeri için $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşmaktadır.

L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\left[(x^2 - 1) \cdot \sin\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) \right]'}{\left[\cos\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) \right]'} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\left[2x \cdot \sin\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) + (x^2 - 1) \cdot (\pi x) \cdot \cos\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) \right]'}{- (\pi x) \cdot \sin\left(\frac{\pi x^2}{2}\right)'} \\ &= \frac{[2 + 0]}{-\pi} \\ &= -\frac{2}{\pi} \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Yanıt B

- 11.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^2 + 2x)^{\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{\ln(2x^2 + 2x)}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{1}{x^2} \ln(2x^2 + 2x)}$$

x $\rightarrow \infty$ değeri için $\frac{\ln(2x^2 + 2x)}{x^2}$ ifadesi $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizlik

tipi oluşturmaktadır. L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{[\ln(2x^2 + 2x)]'}{(x^2)'}} = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{2x + 2}{2x^2 + 2x} \cdot \frac{1}{x^2}} = e^0 = 1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

12.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2x}\right)}{\frac{1}{2x}}$$

ifadesinde $x \rightarrow \infty$ konulursa, $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left[\sin\left(\frac{\pi}{2x}\right)\right]'}{\left(\frac{1}{2x}\right)'} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2x}\right)}{-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \pi \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2x}\right) \\ &= \pi \cdot \cos 0 = \pi \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt D

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} 2x^{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\ln(2x) \cdot 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{2x \cdot \ln(2x)} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\ln(2x)}{\frac{1}{2x}}}$$

ifadesinde $x = 0$ değeri için $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizlik tipi oluşur.

L'hospital kuralı uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\ln(2x)}{\frac{1}{2x}}} &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\left(\frac{1}{2x}\right)'}{\left(\frac{1}{2x}\right)'}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2}}{-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{-2x} \\ &= e^0 = 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt D

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos^2 x)^{\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\ln(\cos^2 x) \cdot \frac{1}{x^2}}$$

ifadesinde $x = 0$ için $\frac{0}{0}$ belirsizlik tipi oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\ln(\cos^2 x)}{x^2}} &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\frac{-2\cos x \cdot \sin x}{\cos^2 x}}{2x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{-\sin x}{x \cdot \cos x}} \quad (x = 0 \text{ için, } \frac{0}{0} \text{ belirsizliği devam etmektedir.}) \end{aligned}$$

L' hospital uygulanırsa,

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{-(\sin x)'}{(x \cdot \cos x)'}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{-\cos x}{\cos x - x \sin x}} \\ &= e^{-1} = e^{-1} = \frac{1}{e} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt C

15. $x = 0$ için $\infty - \infty$ belirsizlik tipi oluşur. Payda eşitlenirse

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1 - x}{2 \cdot x \cdot (e^{3x} - 1)}$$

ifadesi $x = 0$ için $\frac{0}{0}$ belirsizliğine dönüşür.

L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{3x} - 1 - x)'}{[2 \cdot x \cdot (e^{3x} - 1)]'} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3e^{3x} - 1}{2(e^{3x} - 1) + 2x \cdot 3e^{3x}} \\ &= \frac{3 \cdot e^0 - 1}{2 \cdot (e^0 - 1) + 2 \cdot 0 \cdot 3 \cdot e^0} \\ &= \frac{2}{0} = +\infty \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt E

16.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\tan x)^{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\ln(\tan x) \cdot x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\ln(\tan x)}{\frac{1}{x^2}}}$$

ifadesinde $x = 0$ için $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizlik tipi oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\ln(\tan x)}{\frac{1}{x^2}}} &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\frac{1+\tan^2 x}{\tan x}}{\frac{-2}{x^3}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{x^3 \left(1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)}{2 \frac{\sin x}{\cos x}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{x^3 \left(\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}\right)}{2 \frac{\sin x}{\cos x}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{x^3}{\cos^2 x} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos x}{\sin x}} \end{aligned}$$

$x = 0$ için $\frac{0}{0}$ belirsizlik tipi oluşur.

L' hospital kuralı uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{x^3}{\sin 2x}} &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{(x^3)'}{(\sin 2x)'}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{3x^2}{2 \cos 2x}} = e^0 = 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt B

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} \ln(\cos x)^{\cot x} = \lim_{x \rightarrow 0} [\cot x \cdot \ln(\cos x)]$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{\tan x}$$

$x = 0$ için $\frac{0}{0}$ belirsizlik tipi oluşur. L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{\tan x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\ln(\cos x))'}{(\tan x)'} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{-\sin x}{\cos x}}{1} = \lim_{x \rightarrow 0} (-\sin x \cdot \cos x) = -0 \cdot 1 = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

$$18. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin 2x)^{\tan^2 2x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} e^{\ln(\sin 2x) \tan^2 2x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} e^{\tan^2 2x \cdot \ln(\sin 2x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} e^{\frac{\ln(\sin 2x)}{\cot^2 2x}} = e^{\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin 2x)}{\cot^2 2x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin 2x)}{\cot^2 2x} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği.}$$

L' hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin 2x)'}{(\cot^2 2x)'} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{2 \cos 2x}{\sin 2x}}{4 \cot 2x \cdot \left(-\frac{1}{\sin^2 2x}\right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cot 2x}{2 \cot 2x} \cdot (-\sin^2 2x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(-\frac{\sin^2 2x}{2}\right) = -\frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

O halde,

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cot 2x}{2 \cot 2x} = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}} \text{ olur.}$$

Yanıt C

$$19. x = 5 \text{ için } \frac{0}{0} \text{ belirsizliği oluşur. L'Hospital kuralı uygu-}$$

lanırsa;

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(\sqrt{3x+1}-4)'}{(x-5)'} + \lim_{x \rightarrow 5} \frac{[\tan(11x-55)]'}{[\tan(16x-80)]'}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+1}}}{1} + \lim_{x \rightarrow 5} \frac{11 + 11 \tan^2(11x-55)}{16 + 16 \tan^2(16x-80)}$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{16}} + \frac{11+0}{16+0} = \frac{3}{8} + \frac{11}{16} = \frac{17}{16} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

$$20. x = 2 \text{ için } \frac{0}{0} \text{ belirsizliği oluşur. L'Hospital kuralı uygu-}$$

lanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\left[\sin(x-2) \cdot \cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right) \right]'}{\left[\tan(x^2-4) \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{12}\right) \right]'}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos(x-2) \cdot \cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right) + \sin(x-2) \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) \cdot \left(-\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)\right)}{2x(1 + \tan^2(x^2-4)) \sin\left(\frac{\pi x}{12}\right) + \tan(x^2-4) \cdot \frac{\pi}{12} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{12}\right)}$$

$$= \frac{1}{4 \cdot (1) \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

1. $y = x^3 - mx^2 + n$ eğrisinin x eksenine $x = 2$ noktasında teğet olması için m kaç olmalıdır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

2. $y = x^2 - 2x + 6$ eğrisinin x eksenine pozitif yönde 135° lik açı yapan teğetinin değme noktasının ordinatı kaçtır?

A) $\frac{11}{2}$ B) $\frac{21}{4}$ C) 5 D) $\frac{19}{4}$ E) $\frac{9}{2}$

3. $f(x) = \frac{2\sqrt{x+1}+x}{x}$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $y = x^2 + mx + n$ eğrisinin $x = 1$ apsisi noktasındaki teğeti $y = x + 2$ doğrusu olduğuna göre, m kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

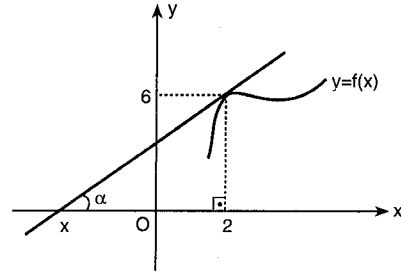
5. $f(x) = 3^{\sin x}$ fonksiyonunun $x = \frac{\pi}{2}$ noktasındaki teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + 3 = 0$ B) $y - 3x = 0$ C) $x - 3y = 0$
D) $y = 3$ E) $x = 3$

6. $y = x^2 + 1$ eğrisinin hangi noktasındaki teğeti $y = \frac{3}{2}x - 5$ doğrusuna diktir?

A) $(-1, -3)$ B) $\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$ C) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{9}\right)$
D) $(-2, 1)$ E) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{10}{9}\right)$

7.

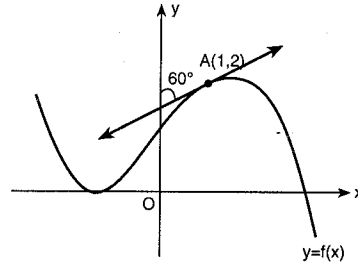


Şekilde, $y = f(x)$ fonksiyonunun $(2,6)$ noktasındaki teğeti Ox - eksenini x apsisi noktada kesmektedir.

$g(x) = \frac{[f(x)]^2}{x+1}$ ve $g'(2) = 2$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) -2 C) -3 D) -4 E) 2

8.



Şekildeki, $y = f(x)$ fonksiyonunun $(1,2)$ noktasındaki teğeti Oy - eksenini ile 60° lik açı yapmaktadır.

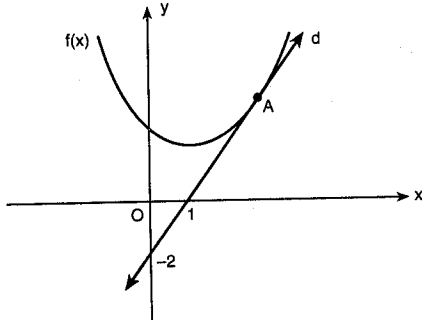
$h(x) = \frac{1}{f(x)}$ olduğuna göre, $h'(1)$ kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$
D) $-\frac{\sqrt{3}}{12}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{8}$

9. $f(\sin x) = \cos 2x$ olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun $x = \frac{1}{2}$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) -5 B) -3 C) -2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{6}$

10.



Şekilde, $f(x) = x^2 - 2x + m$ fonksiyonunun A noktasındaki teğeti verilmiştir. Verilenlere göre, m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

11. $y = x^3 + ax^2 - 3$ eğrisinin dönüm noktasındaki teğetinin eğimi -3 olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -3 B) $-2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) 9

12. $y = -x^2 + 5x - 4$ eğrisinin $x = 2$ noktasındaki teğetine dik olan diğer teğetin eğriye değme noktasının apsisi kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

13. $f(x) = \frac{2x+3}{x^2 - mx + 1 - m}$ fonksiyonunun $x = -1$ noktasındaki teğetinin eğimi 1 olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

14. $y = x^3 + ax^2 - x + 1$ eğrisinin $y = -3 - x$ doğrusuna teğet olduğu noktanın apsisi $x = 2$ olduğuna göre, a kaç olmalıdır?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 1 E) 2

15. $f(x) = x \cdot \ln x$ fonksiyonu için $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - f(e)}{x - e}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) e E) 3

16. $f(2x+1) = (x^2 - 3x) \cdot g(1 - x^2) + x$ ve $g(1) = 5$ olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $-\frac{1}{7}$

17. $f(x) = x^2 - 2x + 4$ eğrisinin $y = 2x - 8$ doğrusuna en yakın noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

18. Zamana bağlı yol denklemi,

$$x = 5t^2 + 10t + 2$$

olan bir hareketlinin kaçırıncı saniyedeki hızı 60 m/sn dir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

19. $f(x) = x^3 - x^2$ fonksiyonunun konveks olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ B) $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$ C) $\left(-\frac{1}{21}, \frac{1}{3}\right)$

- D) $\left(\frac{1}{3}, \infty\right)$ E) $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$

20. $y = 2x^2 - 5x + 1$ eğrisine üzerindeki A(1, -2) noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = x + 2$ B) $y = x - 2$ C) $y = -x - 1$
D) $y = x - 3$ E) $y = x + 1$

CELAL AYDIN YAYINLARI

TEST 17'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. x eksenine $y = 0$ doğrusu olduğundan teğetin $x = 2$ noktasındaki eğimi sıfırdır.

$$f'(2) = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$f(x) = x^3 - mx^2 + n$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2mx$$

$$f'(2) = 12 - 4m = 0$$

$$4m = 12$$

$$m = 3$$

Yanıt C

2. Bir doğrunun eğimi x eksenine pozitif yönde yaptığı açının tanjantıdır.

$$m_T = \tan 135^\circ = -1$$

$$f'(x) = 2x - 2 = -1$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ değme noktasının apsisisidir.}$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 6$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 6$$

$$= \frac{1}{4} - 1 + 6$$

$$= \frac{21}{4}$$

Yanıt B

3. $x = 1$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(1)$ dir.

$$f'(x) = \frac{\left(2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} + 1\right) \cdot x - (2\sqrt{x} + 1 + x) \cdot 1}{x^2}$$

$$f'(1) = \frac{(1+1) \cdot 1 - (2 \cdot 1 + 1 + 1)}{1}$$

$$= 2 - 4$$

$$= -2$$

Yanıt A

4. $x = 1$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(1)$ dir.

$$y = x + 2$$

$$m_T = 1$$

$$f(x) = x^2 + mx + n$$

$$f'(x) = 2x + m$$

$$f'(1) = 2 + m = 1$$

$$m = -1$$

Yanıt A

5. $f(x) = 3^{\sin x}$ fonksiyonunun $x = \frac{\pi}{2}$ noktasındaki teğeti-

$$\text{nin eğimi } f'\left(\frac{\pi}{2}\right) \text{ dir.}$$

$$f(x) = 3^{\sin x}$$

$$f'(x) = (\sin x)' \cdot 3^{\sin x} \cdot \ln 3$$

$$f'(x) = \cos x \cdot 3^{\sin x} \cdot \ln 3$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = m_T = \cos \frac{\pi}{2} \cdot 3^{\sin \frac{\pi}{2}} \cdot \ln 3 = 0$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3^{\sin \frac{\pi}{2}} = 3^1 = 3$$

Eğimi 0 olan ve $\left(\frac{\pi}{2}, 3\right)$ noktasından geçen doğru denk-

$$\text{lemi yazılırsa; } y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 3 = 0 \cdot (x - \frac{\pi}{2})$$

$$y = 3 \text{ tür.}$$

Yanıt D

6. Verilen doğrunun eğimi;

$$m_1 = \frac{3}{2} \text{ dir. Diklik bağıntısından}$$

$$m_1 \cdot m_T = -1$$

$$\frac{3}{2} \cdot m_T = -1$$

$$m_T = -\frac{2}{3}$$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$f'(x) = 2x = -\frac{2}{3}$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 1 = \frac{10}{9}$$

O halde, $y = x^2 + 1$ eğrisinin

$$\left(-\frac{1}{3}, \frac{10}{9}\right) \text{ noktasındaki teğeti, } y = \frac{3}{2}x - 5$$

doğrusuna diktir.

Yanıt E

7. $f'(2) = m_T = \tan \alpha = \frac{6}{2-x}$ dir.

$$g(x) = \frac{[f(x)]^2}{x+1} \Rightarrow g'(x) = \frac{2 \cdot f'(x) \cdot f(x) \cdot (x+1) - [f(x)]^2 \cdot 1}{(x+1)^2}$$

$$g'(2) = \frac{2 \cdot f'(2) \cdot f(2) \cdot (2+1) - [f(2)]^2}{(2+1)^2}$$

$$2 = \frac{6 \cdot \frac{6}{2-x} \cdot 6 - 36}{9}$$

$$18 = \frac{216}{2-x} - 36$$

$$54 = \frac{216}{2-x}$$

$$54 \cdot (2-x) = 216$$

$$2-x = 4$$

$$x = -2$$

Yanıt B

8. A(1, 2) noktasındaki teğetin x eksenine pozitif yönde yaptığı açı 30° dir.

$$f'(1) = m_T = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ dür.}$$

$$h(x) = \frac{1}{f(x)}$$

$$h'(x) = -\frac{f'(x)}{[f(x)]^2} \Rightarrow h'(1) = -\frac{f'(1)}{[f(1)]^2}$$

$$h'(1) = -\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{(2)^2} = -\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{12}$$

Yanıt D

9. $m_T = f'\left(\frac{1}{2}\right)$ dir.

O halde,

$$f(\sin x) = \cos 2x$$

$$(\sin x)' \cdot f'(\sin x) = -2 \sin 2x$$

$$\cos x \cdot f'(\sin x) = -2 \cdot \sin 2x$$

$x = 30^\circ$ için,

$$\sin x = \frac{1}{2} \text{ ise } x = \arcsin \frac{1}{2} = 30^\circ$$

$$\cos 30^\circ \cdot f'\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \cdot \sin 60^\circ$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot f'\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = -2$$

Yanıt C

10. $m_d = \tan \alpha = 2$

Eğimi 2 olan doğrunun denklemi,

$y = 2x + n$ dir. (1, 0) noktası doğru denklemini sağlayacaktır.

$$0 = 2 \cdot 1 + n \Rightarrow n = -2$$

$$y = 2x - 2 \text{ dir.}$$

$$f'(x) = 2x - 2$$

$$f'(a) = 2a - 2 = 2 \Rightarrow a = 2$$

A(2, b) noktası doğru denklemini sağlayacaktır.

$$b = 2 \cdot 2 - 2 \Rightarrow b = 2$$

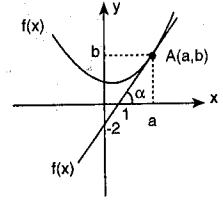
A(2, 2) noktası fonksiyonu da sağlayacaktır.

$$f(2) = 2$$

$$f(2) = (2)^2 - 2 \cdot 2 + m = 2$$

$$m = 2$$

Yanıt D



11. Bir eğrinin dönüm noktası ikinci türevin sıfır olduğu noktadır.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax$$

$$f''(x) = 6x + 2a = 0$$

$$x = -\frac{a}{3}$$

O halde,

$$f\left(-\frac{a}{3}\right) = -3$$

$$f'\left(-\frac{a}{3}\right) = \frac{a^2}{3} - \frac{2a^2}{3} = -3$$

$$\Rightarrow -\frac{a^2}{3} = -3$$

$$\Rightarrow a^2 = 9$$

$$\Rightarrow a = \pm 3$$

Yanıt A

12. $x = 2$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(2)$ dir.

$$f(x) = -x^2 + 5x - 4$$

$$f'(x) = -2x + 5$$

$$f'(2) = -4 + 5 = 1$$

Doğrular birbirine dik olduğundan,

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \quad 1 \cdot m_2 = -1 \quad m_2 = -1$$

O halde, $f'(x) = -1$ denklemini sağlayan x değeri bulunursa,

$$f'(x) = -2x + 5 = -1$$

$$-2x = -6$$

$$x = 3$$

Yanıt E

13. $x = -1$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(-1) = 1$ dir.

$$f'(x) = \frac{2 \cdot (x^2 - mx + 1 - m) - (2x + 3) \cdot (2x - m)}{(x^2 - mx + 1 - m)^2}$$

$$f'(-1) = \frac{2 \cdot (1 + m + 1 - m) - (-2 + 3) \cdot (-2 - m)}{(1 + m + 1 - m)^2} = 1$$

$$f'(-1) = \frac{4 + m + 2}{4} = 1$$

$$\Rightarrow m = -2$$

Yanıt B

14. $y = -3 - x$ doğrusunun eğimi x in katsayısıdır.

$$m_T = -1 \text{ dir. ve } f'(2) = -1 \text{ dir.}$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 - x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax - 1$$

$$f'(2) = 3 \cdot 2^2 + 2 \cdot a \cdot 2 - 1 = -1$$

$$f'(2) = 12 + 4a - 1 = -1$$

$$\Rightarrow 4a = -12$$

$$\Rightarrow a = -3$$

Yanıt A

15. $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - f(e)}{x - e} = f'(e)$ dir.

$$f'(x) = \ln x + \frac{1}{x} \cdot x = \ln x + 1$$

$$f'(e) = \ln e + 1 = 2$$

Yanıt B

16. $f(2x + 1) = (x^2 - 3x) \cdot g(1 - x^2) + x$ ifadesinin iki tarafının da türevi alınırsa,

$$(2x+1)' \cdot f'(2x+1) = (x^2-3x)' \cdot g(1-x^2) + (x^2-3x) \cdot (1-x^2)' \cdot g'(1-x^2) + 1$$

$$2 \cdot f'(2x+1) = (2x-3) \cdot g(1-x^2) - 2x \cdot (x^2-3x) \cdot g'(1-x^2) + 1$$

$$x = 0 \text{ için}$$

$$2 \cdot f'(1) = -3 \cdot g(1) - 0 + 1$$

$$2 \cdot f'(1) = -3 \cdot 5 + 1$$

$$f'(1) = -7$$

$$x = 1 \text{ noktasındaki teğetin eğimi;}$$

$$m_T = f'(1) = -7 \text{ dir.}$$

$$m_T \cdot m_N = -1 \text{ olduğundan,}$$

$$-7 \cdot m_N = -1$$

$$m_N = \frac{1}{7} \text{ dir.}$$

Yanıt D

17. En yakın nokta eğrinin, doğruya paralel olan teğetinin, eğriye değdiği noktadır. O halde,

$$m_T = m_d = 2$$

$$f'(x) = 2$$

$$f'(x) = 2x - 2 = 2$$

$$\Rightarrow x = 2$$

$$f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 + 4 = 4$$

En yakın nokta (2, 4) tür.

$$\text{Koordinatları toplamı} = 2 + 4 = 6 \text{ dir.}$$

Yanıt A

18. Hız = Birim zamanda alınan yol

$$V = \frac{dx}{dt} \text{ dir.}$$

$$V = 10t + 10$$

$$60 = 10t + 10$$

$$10t = 50$$

$$t = 5$$

Yanıt C

19. Bir fonksiyonun konveks olması için fonksiyonun ikinci dereceden türevinin sıfırdan büyük olması gerekir.

$$f''(x) > 0$$

$$f(x) = x^3 - x^2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2x$$

$$f''(x) = 6x - 2$$

$$6x - 2 > 0$$

$$x > \frac{1}{3}$$

$$\text{Ç.K} = \left(\frac{1}{3}, +\infty \right)$$

Yanıt D

20. (1, -2) noktasında eğrinin teğetinin eğimi $f'(1)$ dir.

$$f(x) = 2x^2 - 5x + 1$$

$$f'(x) = 4x - 5$$

$$m_T = f'(1) = 4 - 5 = -1$$

$$m_T \perp m_N \text{ olduğundan}$$

$$m_T \cdot m_N = -1 \text{ dir.}$$

$$-1 \cdot m_N = -1$$

$$m_N = 1 \text{ dir.}$$

Eğimi 1 olan ve (1, -2) noktasından geçen doğru denklemi,

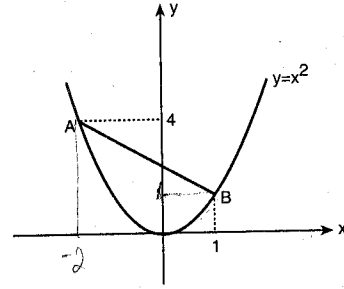
$$y + 2 = 1 \cdot (x - 1)$$

$$y = x - 3 \text{ tür.}$$

Yanıt D

- $y = x^3 + x$ eğrisinin $x = 1$ noktasındaki teğetin eğimi kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
- $y = x \cdot \ln x$ fonksiyonunun yerel minimum noktasının apsisi aşağıdakilerden hangisidir?
A) e^{-2} B) e^{-1} C) 0 D) 1 E) e^2
- $y = -x^2 + 1$ eğrisinin $2y = -x + 1$ doğrusuna dik olan teğetin değme noktasının koordinatları toplamı kaçtır?
A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1
- $x^2 + y^2 - 3xy + 1 = 0$ eğrisinin $A(1, 2)$ noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?
A) 4 B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$
- $y = x$ doğrusu $y = x^2 + ax + b$ parabolüne $x = 1$ noktasında teğet olduğuna göre, $(2a + b)$ kaçtır?
A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1
- $f(x) = x^3 + \operatorname{sgn}(x^2 - 2x)$ eğrisinin üzerindeki $x = 1$ noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $y = 3x - 4$ B) $y = 3x - 3$
C) $y = 3x + 1$ D) $y = 3x - 1$
E) $y = 3x + 3$
- $x^3 + y^3 - xy + mx = 8$ eğrisinin üzerindeki $(1, 1)$ noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?
A) $\frac{9}{2}$ B) 4 C) $-\frac{9}{2}$ D) -4 E) $-\frac{7}{2}$

8.



Şekilde $y = x^2$ parabolü ile, uç noktaları parabol üzerinde olan $[AB]$ doğru parçası verilmiştir.

Parabolün, $[AB]$ doğru parçasına paralel teğetin değme noktasının apsisi kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) $-\frac{3}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

9.

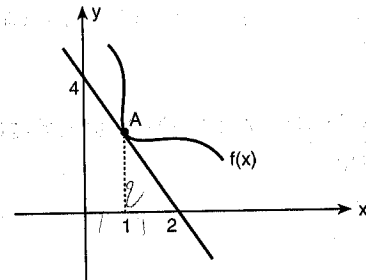
$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} \text{ fonksiyonunun } x = 4 \text{ noktasındaki teğeti}$$

Ox - eksenini orjinden kaç birim uzaklıkta keser?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

10.



$f(x)$ fonksiyonunun A noktasındaki teğeti verilmiştir.

$$g(x) = f^2\left(\frac{x}{2}\right) \text{ olduğuna göre, } g(x) \text{ fonksiyonunun}$$

$x = 2$ noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 2 D) 4 E) 8

11. $y = \frac{x^2 - 2}{2mx + 1}$ fonksiyonunun $x = 1$ de ekstremumu varsa m kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{3}$

12. $y = x^2 + (m + 3)x + 3m$ fonksiyonunun grafiği $0x -$ eksenine teğet olduğuna göre, m kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 3

13. $y^2 = 2x + 6$ eğrisinin orijine en yakın noktasındaki teğetin denklemini aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $2x + y = 5$ B) $2y - x = 5$ C) $y = 3x$
D) $x = y - 1$ E) $y = -x$

14. $y = \frac{x^2 + 4x - 3}{x^2 + mx + m}$ fonksiyonunun sonsuzda ekstremumu varsa m nin çözüm kümesi nedir?

A) {1} B) {0,1} C) {0,4} D) [0,1] E) [0,4]

15. $y = \sin x$ ve $y = \cos x$ fonksiyonlarının $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

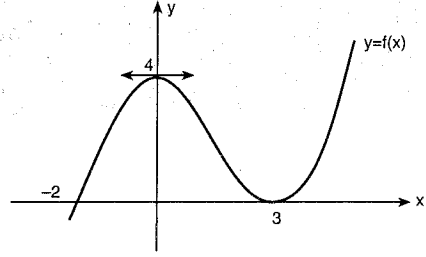
aralığındaki kesim noktasındaki teğetlerinin eğimleri toplamı kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{2}$

16. $y = x^3 + ax$ in $x = 1$ noktasındaki teğeti eğriyi bir başka noktada daha kestiğine göre, bu noktanın apsisi kaçtır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{3}$

17.

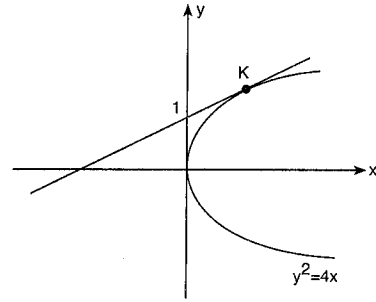


Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $(f \circ f')(3)$ değeri kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 1 D) -2 E) 7

18.



Şekilde verilenlere göre, K noktasının apsisi kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

19. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ fonksiyonunun $x = 1$ dönüm noktasından çizilen teğeti $x + y - 1 = 0$ doğrusuna dik olduğuna göre, b kaçtır?

A) -6 B) -3 C) 4 D) 6 E) 9

20. $f(x) = x^3 - 2mx^2 + nx + 1$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki teğetinin eğimi 2 dir.

Bu fonksiyonun $x = 4$ noktasında bir dönüm noktası olduğuna göre, n kaçtır?

A) -21 B) -19 C) 19 D) 23 E) 27

TEST 18'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $x = 1$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(1)$ dir.

$$f(x) = x^3 + x$$

$$f'(x) = 3x^2 + 1$$

$$f'(1) = 3 \cdot 1 + 1 = 4$$

Yanıt D

2. $f'(0) = 0$ olan noktadır.

$$f(x) = x \cdot \ln x \quad \text{Çarpımın türevinden;}$$

$$f'(x) = \ln x + x \cdot \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = \ln x + 1 = 0$$

$$\ln x = -1$$

$$x = e^{-1} = \frac{1}{e} \text{ dir.}$$

Yanıt B

3. $2y = -x + 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ doğrusunun eğimi

$$m_d = -\frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$$m_t \cdot m_d = -1$$

$$m_t \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

$$m_t = 2 = f'(x)$$

$$f(x) = -x^2 + 1$$

$$f'(x) = -2x = 2$$

$$x = -1$$

$x = -1$ noktası eğri denklemini sağlamalıdır.

$$f(-1) = -(-1)^2 + 1 = 0$$

Nokta $(-1, 0)$ dir. O halde, koordinatlar toplamı -1 dir.

Yanıt C

4. $F(x, y) = x^2 + y^2 - 3xy + 1$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x - 3y}{2y - 3x} \text{ dir.}$$

$A(1, 2)$ noktası için teğetin eğimi,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2 \cdot 1 - 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 - 3 \cdot 1} = -\frac{-4}{1} = 4 \text{ tür.}$$

$F(x, y)$ fonksiyonunun $A(1, 2)$ noktasındaki teğetin eğimi $m_t = 4$ ise normalin eğimi,

$$m_t \cdot m_n = -1 \Rightarrow 4 \cdot m_n = -1 \Rightarrow m_n = -\frac{1}{4} \text{ dır.}$$

Yanıt E

5. $y = x$ doğrusunun eğimi $m_T = 1 = f'(1)$ dir.

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

$$f'(x) = 2x + a$$

$$f'(1) = 2 + a = 1 \Rightarrow a = -1$$

$$y = x \text{ doğrusunda } x = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ dir.}$$

$(1, 1)$ noktası eğrinin de üzerinde olduğundan,

$$f(1) = 1 \Rightarrow 1 + a + b = 1$$

$$\Rightarrow b = -a \Rightarrow b = 1$$

$$2a + b = -2 + 1 = -1 \text{ olur.}$$

Yanıt C

6. $x = 1$ için $f(1) = 1^3 + \operatorname{sgn}(1 - 2) = 0$

Teğet $(1, 0)$ noktasından geçer.

$$f(x) = x^3 + \operatorname{sgn}(x^2 - 2x)$$

$$f'(x) = 3x^2 + 0$$

$$m_T = f'(1) = 3$$

Doğrunun eğimi 3 tür.

$A(1, 0)$ noktasından geçen $m_T = 3$ olan doğrunun denklemi, $y - 0 = 3(x - 1)$

$$y = 3x - 3$$

Yanıt B

7. $(1, 1)$ noktası eğri denklemini sağlayacaktır.

$$x^3 + y^3 - xy + mx = 8$$

$$1 + 1 - 1 + m = 8$$

$$m = 7$$

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - xy + 7x - 8 = 0$$

$$f'(x, y) = \frac{f_x}{f_y} = \frac{3x^2 - y + 7}{3y^2 - x}$$

$$f'(1, 1) = \frac{3 \cdot 1^2 - 1 + 7}{3 \cdot 1^2 - 1} = \frac{9}{2}$$

$$m_t = f'(1, 1) = \frac{9}{2}$$

Yanıt C

8. A ve B noktaları doğru denklemini sağlamalıdır.

$$B(1, a) \Rightarrow a = 1^2 \Rightarrow a = 1$$

$$A(b, 4) \Rightarrow 4 = b^2 \Rightarrow b = \pm 2 \text{ dir. Ancak A noktası}$$

II. bölgede olduğundan, $b = -2$ dir.

$$A(-2, 4) \text{ ve } B(1, 1)$$

$$m_T = m_{AB} = \frac{4 - 1}{-2 - 1} = -1$$

$$f(x) = x^2 \text{ olduğundan}$$

$$f'(x) = 2x$$

$$f'(x_0) = -1 \Rightarrow 2x_0 = -1 \Rightarrow x_0 = -\frac{1}{2}$$

Yanıt A

9. $f(x) = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f(4) = \frac{\sqrt{4} + 1}{\sqrt{4}} \Rightarrow f(4) = \frac{3}{2}$ dir.

Teğet $\left(4, \frac{3}{2}\right)$ noktasından geçer ve teğetin eğimi

$m_T = f'(4)$ tür.

$m_T = f'(4) \Rightarrow f(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^3}}$

$\Rightarrow f'(4) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{64}} = -\frac{1}{16}$

$\left(4, \frac{3}{2}\right)$ noktasından geçen ve eğimi $-\frac{1}{16}$ olan

doğrunun denklemi, $y - \frac{3}{2} = -\frac{1}{16}(x - 4)$

$16y - 24 = -x + 4 \Rightarrow x = 28 - 16y$ olur.

$y = 0$ için $x = 28$ dir.

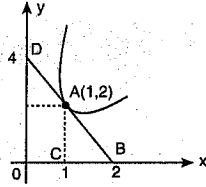
Yanıt E

10. $\triangle BAC \sim \triangle BDO$

$A(1, k)$ olsun.

$\frac{2-1}{2} = \frac{k}{4}$

$\Rightarrow k = 2 \Rightarrow f(1) = 2$ dir.



$g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) \Rightarrow g'(x) = \left(\frac{x}{2}\right)' \cdot 2 \cdot f\left(\frac{x}{2}\right) \cdot f'\left(\frac{x}{2}\right)$

$g'(x) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot f\left(\frac{x}{2}\right) \cdot f'\left(\frac{x}{2}\right)$

$g'(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) \cdot f'\left(\frac{x}{2}\right)$

$x = 2$ için;

$g'(2) = f(1) \cdot f'(1) \Rightarrow g'(2) = 2 \cdot (-2) = -4$

$m_t = g'(2) = -4$

$m_t \cdot m_n = -1$

$-4 \cdot m_n = -1$

$m_n = \frac{1}{4}$ olur.

Yanıt B

11. $f(x) = \frac{x^2 - 2}{2mx + 1} \Rightarrow f'(1) = 0$ olmalıdır.

$f'(x) = \frac{2x \cdot (2mx + 1) - (x^2 - 2) \cdot 2m}{(2mx + 1)^2} = 0$

$f'(1) = \frac{2 \cdot (2m + 1) - (1 - 2) \cdot 2m}{(2m + 1)^2} = 0$

$\frac{6m + 2}{(2m + 1)^2} = 0$

$6m + 2 = 0$

$m = -\frac{1}{3}$

Yanıt E

12. $f(x) = x^2 + (m + 3)x + 3m$

$f'(x) = 2x + m + 3$ olur.

Eğri x eksenine teğet olduğuna göre, bu noktadaki teğetin eğimi sıfırdır.

Eğrinin x eksenini kestiği nokta için,

$0 = x^2 + (m + 3)x + 3m \Rightarrow (x + m)(x + 3) = 0$ dir.

x eksenini, $x = -m$ ve $x = -3$ noktalarında keser.

x eksenine teğet olacağından,

$f'(-m) = 0$ veya $f'(-3) = 0$ dir.

$-2m + m + 3 = 0$ veya $-6 + m + 3 = 0$

$m = 3$ veya $m = 3$ bulunur.

Yanıt E

13. $y^2 = 2x + 6$ eğrisinin üzerindeki bir nokta;

$A(x, \pm\sqrt{2x+6})$ şeklindedir.

$IOA = \sqrt{(x-0)^2 + (\pm\sqrt{2x+6}-0)^2}$

$IOA = \sqrt{x^2 + 2x + 6}$ nın minimum değerini aldığı nokta için,

$\left(\sqrt{x^2 + 2x + 6}\right)' = 0$ olmalıdır.

$(2x + 2) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 2x + 6}} = 0$

$\frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 2x + 6}} = 0 \Rightarrow x + 1 = 0$

$\Rightarrow x = -1$

$x = -1$ için $y^2 = -2 + 6 \Rightarrow y = \pm 2$ olur.

$A(-1, 2)$ veya $A(-1, -2)$

$A(-1, -2)$ için $f(x) = -\sqrt{2x+6}$

$f'(x) = -\frac{2}{2\sqrt{2x+6}}$

$f'(-1) = -\frac{1}{2}$

$A(-1, -2)$ noktasından geçen ve eğimi $-\frac{1}{2}$ olan teğetin

denklemi;

$y + 2 = -\frac{1}{2}(x + 1)$

$y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$

$2y = -x - 5 \Rightarrow x + 2y = -5$

$A(-1, 2)$ için $f(x) = \sqrt{2x+6}$

$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+6}}$

$f'(-1) = \frac{1}{2}$

$A(-1, 2)$ noktasından geçen ve eğimi $\frac{1}{2}$ olan teğetin

denklemi,

$y - 2 = \frac{1}{2}(x + 1) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

$\Rightarrow 2y = x + 5 \Rightarrow 2y - x = 5$

Yanıt B

14. $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 3}{x^2 + mx + m}$

ifadesinin ekstremumunun sonsuzda olabilmesi için paydayı sıfır yapan değerinin olmaması gerekir.

Yani $\Delta < 0$ olmalıdır.

∞	$-\infty$	0	4	$+\infty$
$m^2 - 4m$	+	-	+	

$\therefore K = [0, 4]$

Yanıt E

15. $f_1(x) = \sin x$ ve $f_2(x) = \cos x$

$f_1(x) = f_2(x) \Rightarrow \sin x = \cos x$

$\Rightarrow \tan x = 1$

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$ olur.

$f_1(x) = \sin x \Rightarrow f_1'(x) = \cos x$

$f_2(x) = \cos x \Rightarrow f_2'(x) = -\sin x$

$x = \frac{\pi}{4}$ noktasındaki teğetlerinin eğimleri,

$m_1 = f_1'(\frac{\pi}{4}) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$m_2 = f_2'(\frac{\pi}{4}) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ olur.

$m_1 + m_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$ dir.

Yanıt A

16. $x = 1$ için;

$y = a + 1$ dir. Teğet değme noktası $A(1, a + 1)$ dir.

$m_T = f'(1) \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + a \Rightarrow f'(1) = a + 3$

Eğri üstündeki teğetin diğer kesim noktası $B(x, x^3 + ax)$ olsun.

$m_{AB} = m_T$

$\frac{x^3 + ax - (a + 1)}{x - 1} = a + 3 \Rightarrow x^3 + ax - a - 1 = ax - a + 3x - 3$

$x^3 - 3x + 2 = 0$ denklemi $x = -2$ içinde sağlanır.

Diğer kestiği noktanın apsisi -2 dir.

Yanıt B

17. $x = 3$ için yerel minimum değeri aldığından, $f'(3) = 0$ dir.

$f(0) = 4$ dür.

$(f \circ f')(3) = f(f'(3)) = f(0) = 4$ olur.

Yanıt A

18. K noktası eğrinin üzerinde olduğundan koordinatları $K(k, m)$ dersek,

$m^2 = 4k \Rightarrow m = 2\sqrt{k}$ olur. (K noktası I. bölgede)

$K(k, 2\sqrt{k})$ dir.

d nin eğimi; $f(x) = 2\sqrt{x}$ dersek

$f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(k) = \frac{1}{\sqrt{k}}$ ya eşittir.

$(0, 1)$ noktasından geçen ve eğimi $\frac{1}{\sqrt{k}}$ olan doğrunun denklemi; $y - 1 = \frac{1}{\sqrt{k}} x$ dir.

$K(k, 2\sqrt{k})$ noktası doğrunun da üzerinde olduğundan denklemini sağlar.

$2\sqrt{k} - 1 = \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot k \Rightarrow \sqrt{k} = 1 \Rightarrow k = 1$ elde edilir.

Yanıt D

19. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$f''(x) = 6x + 2a$

Dönüm noktasında ikinci türev 0 olacağından,

$f''(1) = 6 + 2a = 0 \Rightarrow a = -3$

$x + y - 1 = 0 \Rightarrow y = -x + 1$ doğrusunun eğimi -1 dir.

Buna dik olan doğrunun eğimi;

$m_T \cdot (-1) = -1 \Rightarrow m_T = 1$ olur.

$f'(1) = 1 \Rightarrow f'(1) = 3 \cdot 1^2 + 2 \cdot (-3) \cdot 1 + b = 1$

$\Rightarrow b = 4$

Yanıt C

20. $x = 1$ noktasındaki teğetinin eğimi 2 ise

$f'(1) = 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4mx + n$

$f'(1) = 3 - 4m + n = 2 \Rightarrow n - 4m = -1$

Dönüm noktasındaki x değeri için ikinci türev 0 olacağından,

$f''(4) = 0 \Rightarrow f''(x) = 6x - 4m$

$\Rightarrow f''(4) = 24 - 4m = 0$

$4m = 24$

$m = 6$ olur.

$n - 4m = -1$ ve $m = 6 \Rightarrow n - 24 = -1 \Rightarrow n = 23$ olur.

Yanıt D

1. Uygun koşullarda tanımlanan,

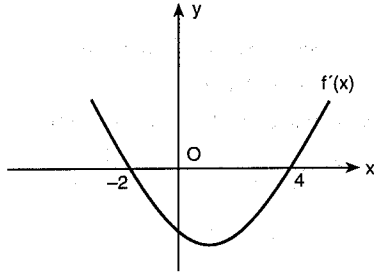
$$y = f(x) = \frac{x+3}{x-5} \text{ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?}$$

- A) $f'(x) > 0$ B) $f''(6) = 18$ C) $f'(6) = 8$
D) $f''(4) = 16$ E) Daima azalandır.

2. $f(x)$ fonksiyonu, x in pozitif ve gerçel her değeri için artan bir fonksiyon olduğuna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi aynı aralıkta azalandır?

- A) $\frac{1}{2}f(x)$ B) $x^3 + f(x)$ C) $x + f(x)$
D) $x^2 - f(x)$ E) $[f(x)]^3$

- 3.



Şekilde $f'(x)$ in grafiği verilmiştir. $f(x)$ fonksiyonunun artan olduğu aralıktaki x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -12 B) -7 C) -3 D) 7 E) 9

4. $f(x) = x^3 - 27x + 2$ fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde azalandır?

- A) $(-2, 2)$ B) $(-3, 3)$ C) $(0, 5)$
D) $(3, +\infty)$ E) $(-\infty, -3)$

5. $y = \frac{x^2 + mx}{x+3}$ ün daima artan olması için m ne olmalıdır?

- A) $m = 3$ B) $m > 3$ C) $m \geq 3$
D) $m < 3$ E) $2 < m < 4$

6. $f(x) = x^2 - |x^3 - x|$ ile tanımlı fonksiyonun $[0, 1]$ aralığındaki en küçük değeri kaçtır?

- A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{3}{8}$ C) $-\frac{5}{27}$ D) $-\frac{1}{8}$ E) 0

7. İki köşesi $y = x^2$ parabolü ve diğer iki köşesi $y = 6$ doğrusu üzerinde bulunan dikdörtgenin alanının maksimum değeri kaçtır?

- A) $4\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{2}$
D) $8\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{3}$

8. Taban alanı 64 br^2 ve yüksekliği 6 br olan kare piramit içine yerleştirilecek en büyük hacimli silindirin yüksekliği kaç olur?

- A) 2 B) 2π C) 3 D) 4 E) $\frac{2\pi}{3}$

9. $y = x^2 + n$ fonksiyonunun $y = 2x + 1$ doğrusuna en yakın uzaklığı 1 br olduğuna göre, n nin pozitif değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\sqrt{5} - 2$ C) $\sqrt{5} + 2$ D) $\sqrt{5}$ E) 3

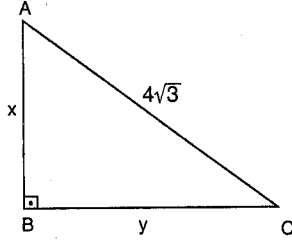
10. $y = \frac{x^2}{mx+1}$ fonksiyonunda m nin hangi değeri için

$y = x - 1$ doğrusu bu fonksiyonun grafiğine teğet olur?

- A) $\{-3, 1\}$ B) $\{2, 3\}$ C) $\{1, 2\}$
D) $\{-1, 3\}$ E) $\{1\}$

11. $f(x) = x^3 - 3x + 8$ fonksiyonunun $[-1, 2]$ aralığındaki en küçük değeri kaçtır?
A) -1 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

12.



Hipotenüs uzunluğu $4\sqrt{3}$ olan dik üçgenlerden alanı en büyük olanın alanı kaç birimkaredir?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 24

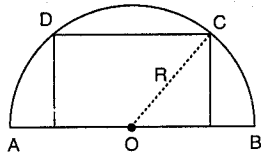
13. $f: [0,4] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, $f(x) = -2x^2 + 8x$ fonksiyonunun grafiği üzerindeki noktalardan koordinatları toplamı en büyük olan noktanın apsisi kaçtır?

- A) -2 B) -3 C) 3 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{9}{4}$

14. $x^2 + (1-m)x + 2 + m = 0$ denkleminin köklerinin kareleri toplamının minimum olmasını sağlayan m değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

15.



Şekildeki yarım çember içine çizilebilecek en büyük alanlı dikdörtgenin alanı nedir?

- A) $\frac{3}{2}R^2$ B) $\frac{3}{\sqrt{2}}R^2$ C) $\frac{2}{\sqrt{3}}R^2$
D) $\frac{4}{3}R^2$ E) R^2

16. Taban yarıçapı r , yüksekliği $4r$ olan bir dik koninin içine en büyük hacimli bir silindir yerleştirilirse, bu silindirin yarıçapı aşağıdakilerden hangisi olur?

- A) $\frac{3r}{4}$ B) $\frac{2r}{3}$ C) $\frac{r}{3}$ D) $\frac{r}{4}$ E) $\frac{2r}{5}$

17. $y = x^2 + 1$ parabolünün $y = x - 1$ doğrusuna en yakın noktasının apsisi kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 1

18. Bir malın alış fiyatı a lira, satış fiyatı b liradır.

$$b = -a^2 + 3a + 4 \text{ bağıntısı veriliyor.}$$

Bu malın satışından en fazla kaç lira kâr edilir?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

19. $x, y \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$x + y = 12$ olduğuna göre, $y^2 \cdot x$ ifadesinin en büyük değerini alması için x kaç olmalıdır?

- A) 12 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

20. $y = \frac{ax^2 + b^3}{x}$ eğrisi $(1,2)$ noktasında yerel maksimum

değerini alıyorsa b kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

TEST 19'UN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \frac{x+3}{x-5}$
Bölümün türevinden;
$$f'(x) = \frac{x-5-(x+3)}{(x-5)^2} = \frac{x-5-x-3}{(x-5)^2} = \frac{-8}{(x-5)^2}$$

($x-5 > 0$ olduğundan (Tanım kümesinde $x \neq 5$ alınır)
Bütün x değerleri için $f'(x) < 0$ olduğundan $f(x)$ daima azalandır.

Yanıt E

2. $f(x)$ fonksiyonu x in pozitif ve gerçel her değeri için artan bir fonksiyon ise
 $f'(x) > 0$ dir.

- A) $\left(\frac{1}{2}f(x)\right)' = \frac{1}{2}f'(x) > 0$
B) $x^3 + f(x) = 3x^2 + f'(x) > 0$
C) $x + f(x) = 1 + f'(x) > 0$
D) $x^{-2} - f(x) = -\frac{1}{x^3} - f'(x) < 0$
E) $[f(x)]^3 = 3(f(x))^2 \cdot f'(x) > 0$

Aynı aralıkta azalan olan fonksiyon D seçeneğindedir.

Yanıt D

3. $f(x)$ in artan olduğu aralıkta;
 $f'(x) > 0$ dir.
Grafığe göre; $(-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$ bölgesinde $f(x)$ artandır. Bu aralıktaki $\dots, -6, -5, -4, -3, 5, 6, \dots$ tamsayılarının toplamı
 $\dots + (-6) + (-5) + (-4) + (-3) + 5 + 6 + \dots = -7$ dir.

Yanıt B

4. $f'(x) < 0$ olduğu yerde azalandır.
 $f(x) = x^3 - 27x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 27$
 $3x^2 - 27 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 27 \Rightarrow x^2 = 9$
 $\Rightarrow x = 3$ veya $x = -3$ dür.

x	-3	3
$f'(x)$	+	-

$(-3, 3)$ aralığında $f'(x) < 0$ dir.

Yanıt B

5. Daima artan olması için $y' > 0$ olmalıdır.

$$y = \frac{x^2 + mx}{x + 3}$$

$$y' = \frac{(2x + m) \cdot (x + 3) - x^2 - mx}{(x + 3)^2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{2x^2 + 6x + mx + 3m - x^2 - mx}{(x + 3)^2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{x^2 + 6x + 3m}{(x + 3)^2}$$

$(x + 3)^2 > 0$ olduğundan $y' > 0$ olması için

$x^2 + 6x + 3m > 0$ olmalıdır.

$$\Delta < 0 \text{ olmalı} \Rightarrow 6^2 - 4 \cdot 3m < 0$$

$$\Rightarrow 12m > 36$$

$$\Rightarrow m > 3 \text{ olmalıdır.}$$

Yanıt B

6. $[0, 1]$ aralığında $x^3 - x \leq 0$ olduğundan
 $|x^3 - x| = -x^3 + x$ dir.
 $f(x) = x^2 - |x^3 - x|$
 $f(x) = x^2 - (-x^3 + x)$
 $f(x) = x^3 + x^2 - x$ olur.
 $f'(x) = 3x^2 + 2x - 1 = 0$
$$\begin{array}{cc} 3x & -1 \\ x & 1 \end{array}$$

 $(3x - 1) \cdot (x + 1) = 0$
 $x = \frac{1}{3}, x = -1$ noktaları ekstremum noktalarıdır.

$[0, 1]$ aralığındaki en küçük değeri $x = \frac{1}{3}$ için alır.

$$f(x) = x^3 + x^2 - x$$

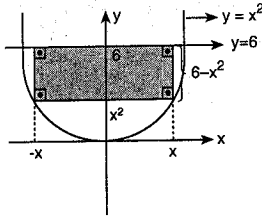
$$x = \frac{1}{3} \text{ için, } f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} = \frac{1}{27} + \frac{1}{9} - \frac{1}{3}$$

$$(1) \quad (3) \quad (9)$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{27} \text{ olur.}$$

Yanıt C

7.



Dikdörtgenin alanı = $(2x) \cdot (6 - x^2)$ dir.

$$= 12x - 2x^3$$

Türevini sıfır yapan değerlerden biri maksimum, diğeri minimum değerini verir.

$$(12x - 2x^3)' = 12 - 6x^2 = 0$$

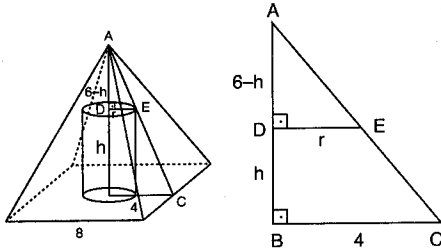
$$\Rightarrow 6x^2 = 12$$

$$\Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2} \text{ veya } x = -\sqrt{2}$$

$x = \sqrt{2}$ için dikdörtgenin alanı = $2 \cdot \sqrt{2} \cdot (6 - 2) = 8\sqrt{2}$ olur.

Yanıt D

8.



Taban alanı: 64 br^2 ve taban alanı (kare olduğundan) $a^2 = 64$ ise $a = 8$ dir.

ADE ~ ABC dir.

$$\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|DE|}{|BC|} \Rightarrow \frac{6-h}{6} = \frac{r}{4}$$

$$\Rightarrow r = \frac{2}{3}(6-h)$$

Silindirin hacmi = $\pi r^2 \cdot h$

$$= \pi \left[\frac{2}{3} \cdot (6-h) \right]^2 \cdot h$$

$$= \frac{4}{9} \pi \cdot (6-h)^2 \cdot h$$

h değişkenine göre çarpımın türevini uygularsak,

$$\frac{4}{9} \pi \cdot (6-h)^2 + \frac{4}{9} \pi \cdot 2 \cdot (-1) \cdot (6-h) \cdot h = 0 \text{ için}$$

hacim maksimum olur.

$$6-h = 2h$$

$$3h = 6$$

$$h = 2 \text{ olur.}$$

Yanıt A

$$9. \quad y = x^2 + n \Rightarrow y' = 2x$$

$y = 2x + 1$ doğrusuna en yakın noktası (x_0, y_0) olsun.

$y = x^2 + n$ parabolünün türevi $y = 2x$ dir. Yani parabolün x_0 noktasındaki teğetinin değeri $y = 2x_0$ dir. Bu teğet

$y = 2x + 1$ doğrusuna paralel olduğundan,

$$y = 2x_0 = 2 \text{ dir.}$$

$$x_0 = 1 \text{ dir.}$$

$$x_0 = 1 \text{ ise } y_0 = x_0^2 + n = 1 + n \text{ dir.}$$

$(1, 1+n)$ noktasının $y - 2x - 1 = 0$ doğrusuna uzaklığı 1 birim olduğundan;

$$1 = \frac{|1 + n - 2 - 1|}{\sqrt{1+4}} \Rightarrow |n-2| = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow n = 2 + \sqrt{5} \text{ veya } n = 2 - \sqrt{5} \text{ olur.}$$

Yanıt C

$$10. \quad y = \frac{x^2}{mx+1} \text{ ve } y = x-1 \text{ birbirine teğet ise ortak tek nok-}$$

talı vardır. Eşitlersek;

$$\frac{x^2}{mx+1} = x-1 \Rightarrow x^2 = mx^2 - mx + x - 1$$

$$\Rightarrow (m-1)x^2 - (m-1)x - 1 = 0$$

denkleminin tek kökü olmalı ($\Delta = 0$)

$$\Delta = (m-1)^2 + 4(m-1) = m^2 - 2m + 1 + 4m - 4 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Rightarrow m = -3 \text{ veya } m = 1 \text{ dir.}$$

$$\begin{matrix} / \backslash \\ 3 & -1 \end{matrix}$$

Yanıt A

$$11. \quad f(x) = x^3 - 3x + 8 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 1$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ veya } x = -1 \text{ dir.}$$

$$x = 1 \text{ için } f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1 + 8 = 6$$

$$x = -1 \text{ için } f(-1) = (-1)^3 - 3 \cdot (-1) + 8 = 10$$

Dolayısıyla en küçük değeri 6 olur.

Yanıt B

12. $y^2 = (4\sqrt{3})^2 - x^2 = 48 - x^2$ (Pisagor bağıntısından)

$$y = \sqrt{48 - x^2}$$

$$\text{Alanı} = \frac{x \cdot y}{2} = \frac{x \cdot \sqrt{48 - x^2}}{2}$$

Çarpımın türevini uygularsak,

$$\frac{\sqrt{48 - x^2}}{2} + \frac{x}{2} \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{48 - x^2}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{48 - x^2}}{2} - \frac{x^2}{2\sqrt{48 - x^2}} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 48 - x^2 \Rightarrow x^2 = 24 \Rightarrow x = 2\sqrt{6} \text{ olur.}$$

$$\text{Alanı} = \frac{x \cdot \sqrt{48 - x^2}}{2} = \frac{2\sqrt{6} \cdot \sqrt{48 - 24}}{2} = 12\sqrt{6} \text{ br}^2$$

Yanıt C

13. $f(x) = -2x^2 + 8x$ fonksiyonunun grafiğinin üzerindeki noktaların koordinatları;

$$(x, -2x^2 + 8x) \text{ dir.}$$

$$\text{Koordinatları Toplamı} = x + (-2x^2 + 8x) = -2x^2 + 9x$$

ifadenin birinci türevini alır sıfıra eşitlersek

$$-4x + 9 = 0 \Rightarrow x = \frac{9}{4} \text{ olur.}$$

Yanıt E

14. $x^2 + (1 - m)x + 2 + m = 0$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$$

$$= \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2 \cdot \frac{c}{a}$$

$$= \left(-\frac{(1 - m)}{1}\right)^2 - 2 \cdot \frac{(2 + m)}{1}$$

$$= m^2 - 2m + 1 - 4 - 2m$$

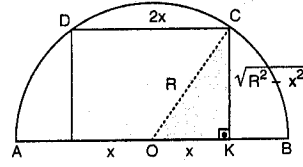
$$= m^2 - 4m - 3$$

Bu ifadenin türevini 0 yapan m değeri toplamı minimum yapar.

$$2m - 4 = 0 \Rightarrow m = 2$$

Yanıt D

15.



[CK] ⊥ [OK] olduğundan |OK| = x ise

$$|CK| = \sqrt{R^2 - x^2} \text{ olur. (Pisagor bağıntısından)}$$

$$|CD| = 2x \text{ ve } |CK| = \sqrt{R^2 - x^2} \text{ ise}$$

$$\text{Dikdörtgenin Alanı} = 2x \cdot \sqrt{R^2 - x^2}$$

Birinci türevi sıfıra eşitlenirse ekstremum noktalarını buluruz. Çarpımın türevinden;

$$2 \cdot \sqrt{R^2 - x^2} + 2x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{R^2 - x^2}} = 0$$

$$\sqrt{R^2 - x^2} = \frac{x^2}{\sqrt{R^2 - x^2}} \Rightarrow R^2 - x^2 = x^2$$

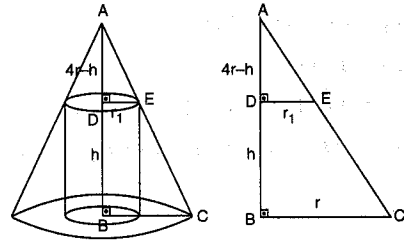
$$\Rightarrow R^2 = 2x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{R^2}{2} \Rightarrow x = \frac{R\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Dikdörtgenin alanı} = 2 \cdot \frac{R\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{2}} = R\sqrt{2} \cdot \frac{R}{\sqrt{2}} = R^2$$

Yanıt E

16.



$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ olduğundan,

$$\frac{4r - h}{4r} = \frac{r_1}{r} \Rightarrow h = 4r - 4r_1 = 4 \cdot (r - r_1)$$

$$\text{Silindirin hacmi} = \pi r_1^2 \cdot h = 4 \cdot r_1^2 \cdot 4 \cdot (r - r_1)$$

$$= 16r \cdot r_1^2 - 16 \cdot r_1^3$$

Türevi alınırsa;

$$32r \cdot r_1 - 48r_1^2 = 0 \Rightarrow 32r \cdot r_1 = 48r_1^2$$

$$\Rightarrow r_1 = \frac{2r}{3} \text{ olur.}$$

Yanıt B

17. Bu noktada çizilen teğet ile $y = x - 1$ doğrusunun eğimleri eşittir.

Parabolün x_0 noktasındaki türevinin değeri $y = 2x_0$ dir. Bu değer $y = x - 1$ doğrusunun eğimine eşittir.

$y' = 2x_0$ ve $y = x - 1$ in eğimi 1 olduğundan

$$2x_0 = 1 \Rightarrow x_0 = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt B

18. Kâr = Satış Fiyatı - Alış Fiyatı

$$\text{Kâr} = b - a$$

$$= -a^2 + 3a + 4 - a$$

$$= -a^2 + 2a + 4$$

Birinci türevini sıfıra eşitlesek,

$$-2a + 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ olur.}$$

$a = 1$ için,

$$\text{Kâr} = -a^2 + 2a + 4 = -1^2 + 2 \cdot 1 + 4 = 5 \text{ olur.}$$

Yanıt B

19. $x + y = 12 \Rightarrow y = 12 - x$ olur.

$$y^2 \cdot x = (12 - x)^2 \cdot x = (144 - 24x + x^2) \cdot x$$

$$\Rightarrow y^2 \cdot x = 144x - 24x^2 + x^3$$

Türevi alınırsa;

$$y' = 144 - 48x + 3x^2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 16x + 48 = 0 \Rightarrow x = 12 \text{ veya } x = 4$$

/ \

$$\begin{array}{cc} -12 & -4 \end{array}$$

$$y'' = 2x - 16 \Rightarrow x = 12 \text{ için } y'' > 0 \text{ en küçük olur.}$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ için } y'' < 0 \text{ en büyük olur.}$$

Yanıt D

20. (1, 2) noktası yerel maksimum noktası ise

$x = 1$ için $y' = 0$ olur.

$$y = \frac{ax^2 + b^3}{x} \Rightarrow y' = \frac{2ax \cdot x - (ax^2 + b^3)}{x^2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{ax^2 - b^3}{x^2}$$

$$x = 1 \text{ için } y' = \frac{a \cdot 1^2 - b^3}{1^2} = 0$$

$$\Rightarrow a - b^3 = 0 \text{ olur.}$$

(1, 2) eğrinin üzerinde olduğundan,

$$y = \frac{ax^2 + b^3}{x} \Rightarrow 2 = \frac{a \cdot 1^2 + b^3}{1}$$

$$\Rightarrow a + b^3 = 2$$

$$- / a - b^3 = 0$$

$$\begin{array}{r} + \\ a + b^3 = 2 \end{array}$$

$$2b^3 = 2 \Rightarrow b^3 = 1 \Rightarrow b = 1 \text{ olur.}$$

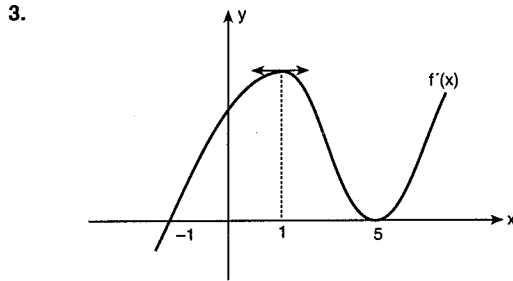
Yanıt D

1. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi daima artandır?

A) $y = x^2 + x - 1$ B) $y = x^3 - 6x + 1$
 C) $y = x^4 - 8$ D) $y = x^3 + x^2 + 7x$
 E) $y = x^3 - 5x - 1$

2. $y = \frac{x-2}{mx+3}$ fonksiyonunun daima artan olması için m aşağıdakilerden hangisi olur?

A) -1 B) $m > -\frac{3}{2}$ C) $m < \frac{3}{2}$
 D) $m > 1$ E) $m < -1$

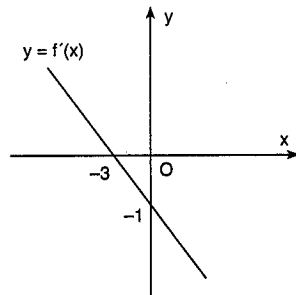


Yukarıda $f'(x)$ in grafiği verilmiştir. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x = -1$ de $f(x)$ in yerel minimumu vardır.
 B) $f(2) > f(4)$
 C) $f'(1) = 0$
 D) $x = 5$ te $f(x)$ in dönüm noktası vardır.
 E) $f'(5) = f''(5) = 0$

4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $y = f(x)$ fonksiyonu-
 na ait f' türev fonk-
 siyonunun grafiği
 verilmiştir.

Bu grafiği göre
 aşağıda verilenler-
 den hangisi
 yanlıştır?

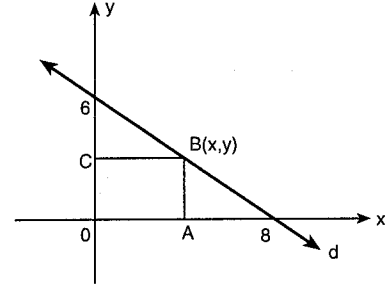


- A) $(-3, \infty)$ aralığında f azalan fonksiyondur.
 B) $(-\infty, -3)$ aralığında f artan fonksiyondur.
 C) $x = -3$ iken f fonksiyonunun yerel maksimumu vardır.
 D) $f(3) > f(1)$
 E) $f(-4) > f(-5)$

5. $x^2 - 12x + 2m - 3 = 0$ denkleminin kökler çarpımının en büyük olduğu durumda m kaçtır?

A) $\frac{41}{2}$ B) $\frac{39}{2}$ C) $\frac{37}{2}$ D) $\frac{35}{2}$ E) $\frac{33}{2}$

- 6.



OABC dikdörtgeninin alanının maksimum olması için A noktasının apsisi kaç olmalıdır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. Çevresi 32 cm olan bir dikdörtgenin alanı en çok kaç santimetrekaredir?

A) 64 B) 60 C) 48 D) 40 E) 32

8. Taban çapı 24 cm ve yüksekliği 24 cm olan bir dik koni içine yerleştirilen en büyük hacimli dik silindirin yüksekliği kaç santimetredir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

9. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 3$ fonksiyonu $A(1,6)$ noktasında yerel minimuma sahip olduğuna göre, a.b çarpımının sonucu kaçtır?

A) -30 B) -32 C) -35 D) -38 E) -40

10. Çarpımları 16 olan iki pozitif reel sayının toplamlarının en küçük değeri kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 16 E) 17

11. $y = x^3$ eğrisinin, A (4,0) noktasına en yakın noktasının apsisi kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) 2

12. $f(x) = x^2 - (a+2)x + 2a + 1$ fonksiyonunun artan olduğu aralık $(3, \infty)$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

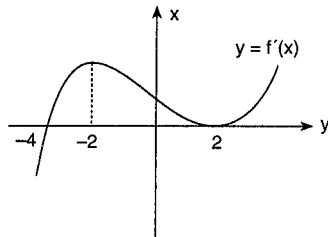
13. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 12$ fonksiyonunun azalan olduğu aralık nedir?

A) $(-\infty, -2)$ B) $(4, \infty)$ C) $(-\infty, 2) \cup (4, \infty)$
D) $(-4, 2)$ E) $(-2, 4)$

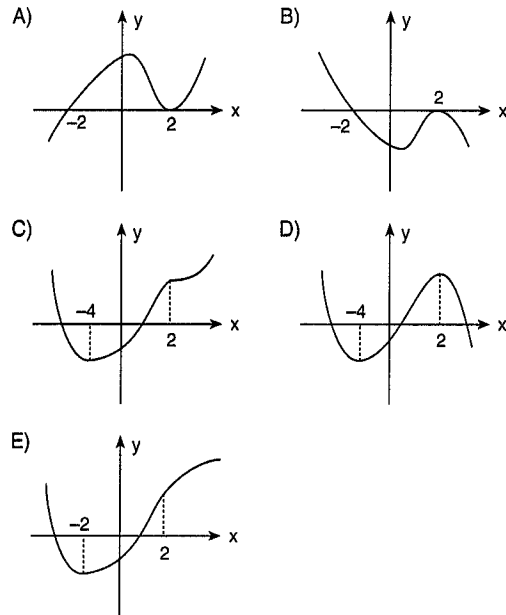
14. $f(x) = x^3 + ax^2 + 6x$ fonksiyonu daima artan bir fonksiyon olduğuna göre, a'nın alabileceği kaç farklı doğal sayı değeri vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

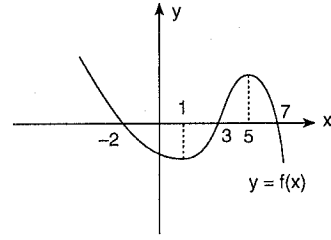
15.



Şekilde $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



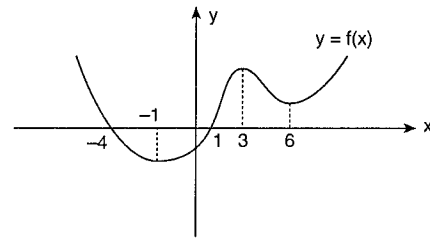
16.



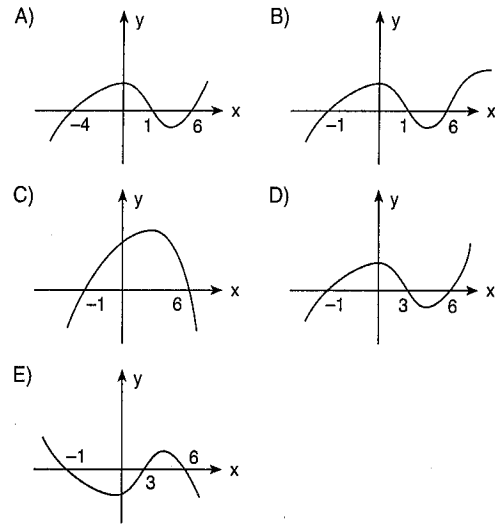
Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Aşağıda verilenlerden hangisi doğrudur?

A) $f'(-3) > 0$ B) $f'(6) > 0$ C) $f'(8) < 0$
D) $f'(0) > 0$ E) $f'(2) < 0$

17.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



18. Üç pozitif sayının toplamı 13 tür. Birinci sayı ikinci sayının 3 katı olduğuna göre, üç sayının çarpımının alabileceği en büyük değer için üçüncü sayı kaç olur?

A) 9 B) 5 C) $\frac{26}{3}$ D) $\frac{13}{3}$ E) $\frac{13}{2}$

19. Yarı çapı 6 birim olan bir kürenin içine yerleştirilebilecek en büyük hacimli koninin yüksekliği kaç birim olur?

A) $3\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{5}$ D) 8 E) 9

TEST 20'İN ÇÖZÜMLERİ

1. Bir fonksiyonun daima artan olabilmesi için 1. türevinin daima pozitif olması gerekir.

D şıkkında verilen fonksiyona bakılırsa

$$f(x) = x^3 + x^2 + 7x$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2x + 7 \text{ denkleminin } \Delta \text{ sı incelenirse}$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\Delta = 4 - 84$$

$\Delta = -80$ reel kökleri yoktur. x^2 nin katsayısı pozitif olduğundan $f'(x) = 3x^2 + 2x + 7 \forall x \in \mathbb{R}$ için $f'(x) > 0$ dir.

$f(x) = x^3 + x^2 + 7x$ fonksiyonu daima artandır.

Yanıt D

2. $y = \frac{x-2}{mx+3} \Rightarrow y' = \frac{(x-2)' \cdot (mx+3) - (x-2)(mx+3)'}{(mx+3)^2} > 0$ olmalı

$$\Rightarrow y' = \frac{mx+3 - (x-2) \cdot m}{(mx+3)^2} > 0$$

$$\Rightarrow y' = \frac{mx+3 - mx+2m}{(mx+3)^2} > 0$$

$$\Rightarrow y' = \frac{3+2m}{(mx+3)^2} > 0$$

$$3+2m > 0$$

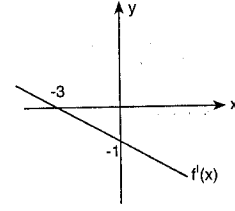
$$m > -\frac{3}{2} \text{ olmalıdır.}$$

Yanıt B

3. A) $x = -1$ noktası, $f'(-1) = 0$ olduğundan ekstremum noktasıdır. Fonksiyon $x = -1$ de eksiden artıya geçtiğinden yerel minimumu vardır. (Doğrudur.)
 B) f fonksiyonu $(1, 5)$ aralığında $f'(x) > 0$ olduğundan artandır. $f(2) < f(4)$ tür. (Yanlıştır.)
 C) $x = 1$ noktası $f'(1)$ fonksiyonunun maksimum noktası olduğundan $f''(1) = 0$ olmalıdır. (Doğrudur.)
 D) f' fonksiyonu $x = 5$ noktasında işaret değiştirmedikten dönüm noktasıdır. (Doğrudur.)
 E) $x = 5$ noktası dönüm noktası olduğundan 1. ve 2. türevi sıfırdır. (Doğrudur.)

Yanıt B

4.



$f'(x)$ fonksiyonunun işaret tablosunu yaparsak;

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

- A) $(-3, +\infty)$ aralığında f azalan fonksiyondur. Doğrudur.
 B) $(-\infty, -3)$ aralığında f artan fonksiyondur. Doğrudur.
 C) $x = -3$ noktası yerel maksimum noktasıdır. Doğrudur.
 D) $f(3) > f(1)$ yanlıştır. $(-3, +\infty)$ aralığında f azalan fonksiyon olduğuna göre $3 > 1$ iken $f(3) < f(1)$ olmalıdır.
 E) $(-\infty, -3)$ aralığında f artan fonksiyon olduğundan $-4 > -5$ iken $f(-4) > f(-5)$ dir. Doğrudur.

Yanıt D

5. $x^2 - 12x + 2m - 3 = 0$ denkleminin kökler toplamına bakılırsa

$$x_1 + x_2 = 12$$

$$x_2 = 12 - x_1 \text{ olur.}$$

$$\text{Kökler çarpımı} : x_1 \cdot (12 - x_1)$$

$$12x_1 - x_1^2$$

$$1. \text{ türevi alınırsa} : 12 - 2x_1 = 0$$

$$12 = 2x_1$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = 12 - 6 = 6 \text{ olur.}$$

$$\text{Kökler çarpımı} : x_1 \cdot x_2 = 2m - 3$$

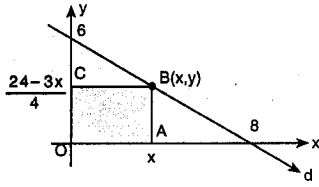
$$6 \cdot 6 = 2m - 3$$

$$36 = 2m - 3$$

$$m = \frac{39}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt B

6.



d doğrusunun denklemini yazalım.

$$d: \frac{x}{8} + \frac{y}{6} = 1 \Rightarrow d: 3x + 4y = 24$$

$$y = \frac{24-3x}{4}$$

B noktasının koordinatları $B\left(x, \frac{24-3x}{4}\right)$ tür.

$$\text{Alan(OABC)} = x \cdot y$$

$$= x \cdot \left(\frac{24-3x}{4}\right)$$

$$= \frac{24x - 3x^2}{4}$$

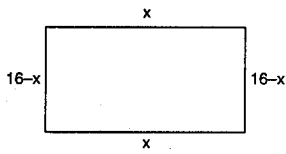
1. türevini sıfıra eşitlersek :

$$\frac{24 - 6x}{4} = 0$$

$\Rightarrow x = 4$ için A(OABC) maksimum olur.

Yanıt C

7.



Dikdörtgenin bir kenarına x cm dersek diğer kenarı $(16 - x)$ cm olur.

$$\text{Dikdörtgenin alanı} : x \cdot (16 - x)$$

$$= 16x - x^2$$

1. türevini sıfıra eşitlersek:

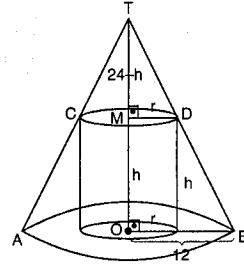
$$16 - 2x = 0$$

$x = 8$ için dikdörtgenin alanı maksimum olur.

$$\text{Alan} = 8 \cdot 8 = 64 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

Yanıt A

8.



TOB üçgeni ile TMD üçgeni benzerdir.

Bu benzerliği yazarsak

$$\frac{24-h}{24} = \frac{r}{12}$$

$$24 - h = 2r$$

$$h = 24 - 2r$$

Silindirin hacmi : $\pi \cdot r^2 \cdot h$

$$= \pi \cdot r^2 (24 - 2r)$$

$$= \pi \cdot (24r^2 - 2r^3)$$

1. türevini sıfıra eşitlersek:

$$\pi \cdot (48r - 6r^2) = 0$$

$$6\pi r \cdot (8 - r) = 0$$

$r = 0$ veya $r = 8$ dir.

$$h = 24 - 2r \text{ ise}$$

$$h = 24 - 2 \cdot 8$$

$h = 8$ için silindirin hacmi en büyük olur.

Yanıt C

9. $A(1, 6)$ noktası fonksiyon üzerinde olduğundan $f(1) = 6$ dir.

$A(1, 6)$ noktasında yerel minimuma sahip olduğuna göre $f'(1) = 0$ dir.

Şimdi bu değerleri yerine koyalım.

$$f(1) = 1 + a + b + 3 = 6$$

$$a + b = 2 \dots\dots 1$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$f'(1) = 3 + 2a + b = 0$$

$$2a + b = -3 \dots\dots 2$$

1 ve 2 denklemlerini ortak çözersek

$$a + b = 2$$

$$2a + b = -3$$

$$a = -5, b = 7 \text{ dir.}$$

$$a \cdot b = -35 \text{ olur.}$$

Yanıt C

10. İki sayı x ve y olsun.

$$x \cdot y = 16 \text{ ise } y = \frac{16}{x} \text{ dir.}$$

$$\text{Bu iki sayının toplamı : } x + \frac{16}{x} = \frac{x^2 + 16}{x} \text{ olur.}$$

1. türevini sıfıra eşitlersek:

$$\frac{(x^2 + 16)' \cdot x - (x^2 + 16) \cdot x'}{(x)^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(2x \cdot x) - (x^2 + 16) \cdot 1}{x^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2 - x^2 - 16}{x^2} = \frac{x^2 - 16}{x^2} = 0$$

$$x^2 = 16$$

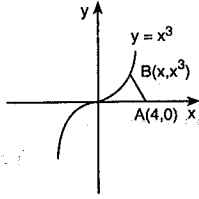
$$x = 4$$

$$x = 4 \text{ ise } y = \frac{16}{4} = 4 \text{ tür.}$$

$$x + y = 4 + 4 = 8 \text{ dir.}$$

Yanıt B

11.



B noktası $y = x^3$ eğrisi üzerinde olduğundan koordinatları $B(x, x^3)$ olmalıdır. B noktası A ya en yakın olan nokta olduğuna göre iki nokta arasındaki uzaklık en az olmalıdır.

$$|AB| = \sqrt{(x-4)^2 + (x^3-0)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + x^6}$$

1. türevini sıfıra eşitlersek

$$\frac{1}{2} \left((x-4)^2 + x^6 \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot [2(x-4) + 6x^5] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-8 + 2x + 6x^5}{2 \sqrt{(x-4)^2 + x^6}} = 0$$

$$\Rightarrow 6x^5 + 2x - 8 = 0 \text{ denkleminin } x = 1 \text{ bir köküdür.}$$

Yanıt C

12. $f(x) = x^2 - (a+2)x + 2a + 1$ fonksiyonunun artan olduğu aralık $(3, \infty)$ ise $x = 3$ noktası yerel ekstremum noktasıdır.

$$f'(3) = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$f'(x) = 2x - (a+2)$$

$$f'(3) = 6 - a - 2 = 0$$

$$a = 4 \text{ tür.}$$

Yanıt D

13. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 12$ fonksiyonunun 1. türevini alalım.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 24 \text{ tür. Köklerini bulursak}$$

$$3x^2 - 6x - 24 = 0$$

$$3(x^2 - 2x - 8) = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$x = 4, x = -2$$

İşaret tablosunu yapalım.

x	-2	4
f'(x)	+	-
f(x)	↗	↘

azalan olduğu aralık $(-2, 4)$ tür.

Yanıt E

14. $f(x)$ fonksiyonu daima artan ise $f'(x)$ her yerde pozitifdir.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + 6 > 0 \text{ olmalıdır.}$$

Bunun için $\Delta < 0$ olması gerekir.

$$\Delta = (2a)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 6 < 0$$

$$4a^2 - 72 < 0$$

$$4a^2 < 72$$

$$a^2 < 18$$

$$a = 0, 1, 2, 3, 4 \text{ (Doğal sayı değerleri)}$$

5 tane

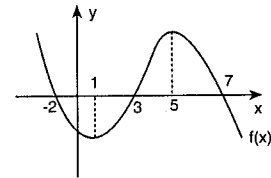
Yanıt C

15. $f'(-4) = 0$ olduğuna göre, f fonksiyonunda $x = -4$ yerel ekstremum noktasıdır. (A, B ve E şıkları olamaz.)

$f'(2) = 0$ ve $x = 2$ noktası f' de çift kat kök olduğundan f fonksiyonunda $x = 2$ noktası büküm noktasıdır.

Yanıt C

16.



A) $(-\infty, 1)$ aralığında fonksiyon azalan olduğundan

$$f'(-3) < 0 \text{ olmalıdır.}$$

B) $(5, +\infty)$ aralığında fonksiyon azalan olduğundan

$$f'(6) < 0 \text{ olmalıdır.}$$

C) $(5, \infty)$ aralığında fonksiyon azalan olduğundan

$$f'(8) < 0 \text{ dir. (Doğrudur.)}$$

D) $(-\infty, 1)$ aralığında fonksiyon azalan olduğundan

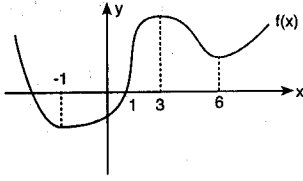
$$f'(0) < 0 \text{ olmalıdır.}$$

E) $(1, 5)$ aralığında fonksiyon artan olduğundan

$$f'(2) > 0 \text{ olmalıdır.}$$

Yanıt C

17.



$x = -1, 3$ ve 6 noktaları fonksiyonunun ekstremum noktalarıdır.

$f'(-1) = 0$, $f'(3) = 0$ ve $f'(6) = 0$ olmalıdır. D ve E seçeneğindeki grafiklerde bu koşul sağlanır.

$(-\infty, -1)$ aralığında fonksiyon azalan olduğundan, bu aralıkta $f'(x) < 0$ olmalıdır.

Yanıt D

18. $x + y + z = 13$

$x = 3y$ ise

$3y + y + z = 13$

$z = 13 - 4y$ dir.

Bu üç sayının çarpımı

$x \cdot y \cdot z = 3y \cdot y \cdot (13 - 4y)$

$= 39y^2 - 12y^3$

1. türevini sıfıra eşitlersek:

$78y - 36y^2 = 0$

$2y(39 - 18y) = 0$

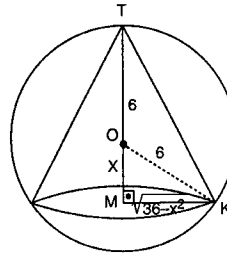
$2y = 0$ veya $39 - 18y = 0$

$y = \frac{39}{18} = \frac{13}{6}$

Üçüncü sayı : $13 - 4y = 13 - 4 \cdot \frac{13}{6} = \frac{26}{6} = \frac{13}{3}$ tür.

Yanıt D

19.



O merkezli küre

$|OT| = 6$ br,

$|OK| = 6$ br dir.

$|OM| = x$ br olsun.

OMK dik üçgeninde

$|OM|^2 + |MK|^2 = |OK|^2$

$x^2 + |MK|^2 = 6^2$

$|MK| = \sqrt{36 - x^2}$

Koninin hacmi $= \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$

$= \frac{1}{3} \pi \cdot (\sqrt{36 - x^2})^2 \cdot (6 + x)$

$= \frac{1}{3} \pi \cdot (36 - x^2) \cdot (6 + x)$

1. türevini sıfıra eşitleyelim:

$\Rightarrow \frac{\pi}{3} [(36 - x^2)' \cdot (6 + x) + (36 - x^2) \cdot (6 + x)'] = 0$

$\Rightarrow \frac{\pi}{3} [(-2x)(6 + x) + (36 - x^2) \cdot 1] = 0$

$\Rightarrow \frac{\pi}{3} [-12x - 2x^2 + 36 - x^2] = 0$

$\Rightarrow \frac{\pi}{3} [-3x^2 - 12x + 36] = 0$

$-3x^2 - 12x + 36 = 0$

$x^2 + 4x - 12 = 0$

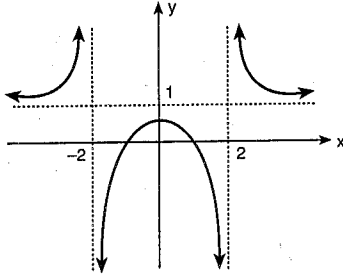
$(x + 6)(x - 2) = 0$

$x = -6, x = 2$

Koninin yüksekliği : $h = x + 6 = 2 + 6 = 8$ br

Yanıt D

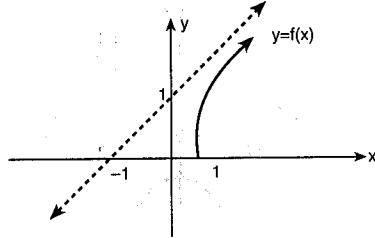
1.



Yukarıdaki analitik düzlemde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$ B) $y = \frac{x - 1}{x^2 - 4}$
 C) $y = \frac{x + 1}{x^2 - 4}$ D) $y = \frac{1 - x^2}{x^2 - 4}$
 E) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$

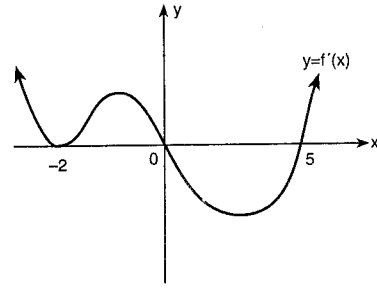
2.



Yukarıdaki koordinat düzleminde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $y = \sqrt{x^2 + x + 1}, x \geq 1$
 B) $y = \sqrt{x^2 - x - 1}, x \geq 1$
 C) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1}, x \geq 1$
 D) $y = \sqrt{x^2 + 2x - 3}, x \geq 1$
 E) $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}, x \geq 1$

3.



Yukarıdaki koordinat düzleminde $y = f(x)$ fonksiyonunun birinci türevinin grafiği verilmiştir. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

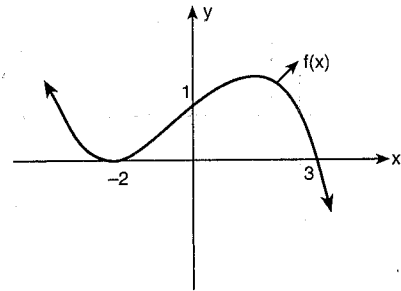
- A) $x = 5$ için $f(x)$ fonksiyonunun yerel maksimumu vardır.
 B) $x = 0$ için $f(x)$ in yerel minimumu vardır.
 C) $f(x)$ fonksiyonu üç tane ekstremumu vardır.
 D) $x = 5$ için $f(x)$ fonksiyonunun yerel minimumu vardır.
 E) $f'(-2) \cdot f(-2) \cdot f(5) > 0$

4. $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 4x$ fonksiyonu veriliyor.

$f(x)$ fonksiyonu aşağıdaki x değerlerinin hangisinde bir yerel maksimuma sahiptir?

- A) $x = -\frac{3}{2}$ B) $x = -1$ C) $x = 0$
 D) $x = \frac{3}{2}$ E) $x = 4$

5.



Yukarıdaki analitik düzlemde üçüncü dereceden $f(x)$ polinom fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

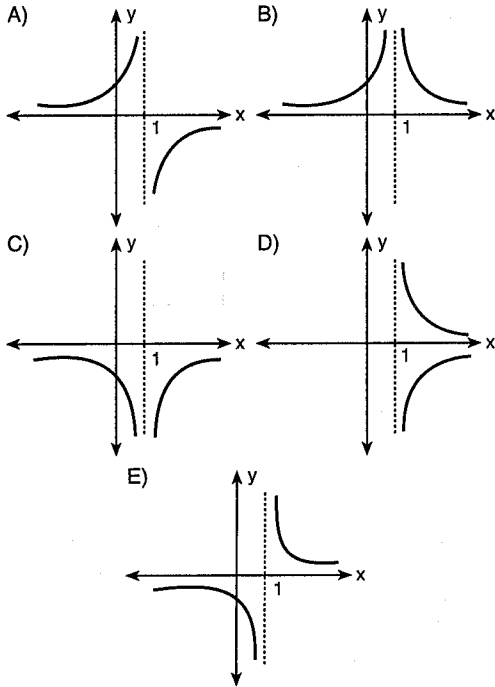
x in hangi değeri için yerel maksimumu vardır?

- A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

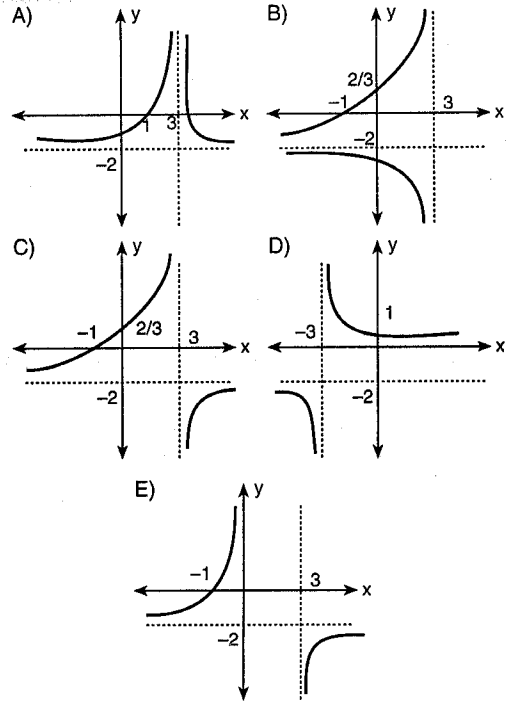
6. $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$ fonksiyonunun eğik asimptotlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $y = x - 1$ B) $y = -x - 3$ C) $y = -x - 1$
D) $y = x - 3$ E) $y = x + 1$

7. $y = \frac{3x^2 - 6x + 1}{x + 1}$ eğrisinin eğik asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $3x - 3$ B) $3x - 6$ C) $3x - 9$
D) $3x + 3$ E) $3x + 9$

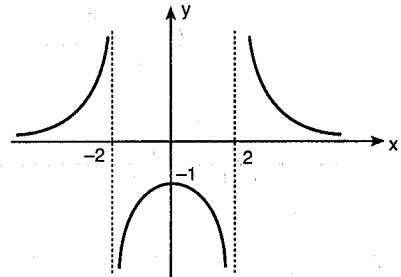
8. $y = \frac{1}{x-1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



9. $y = \frac{2x+2}{3-x}$ denkleminin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



- 10.



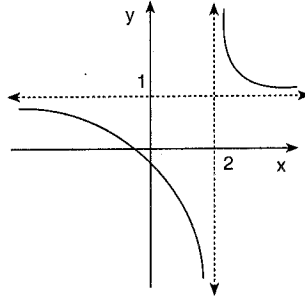
Şekilde grafiği verilen rasyonel $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = \frac{x+4}{4-x^2}$ B) $f(x) = \frac{4}{4-x^2}$
C) $f(x) = \frac{x-4}{x^2-4}$ D) $f(x) = \frac{-4}{4-x^2}$
E) $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$

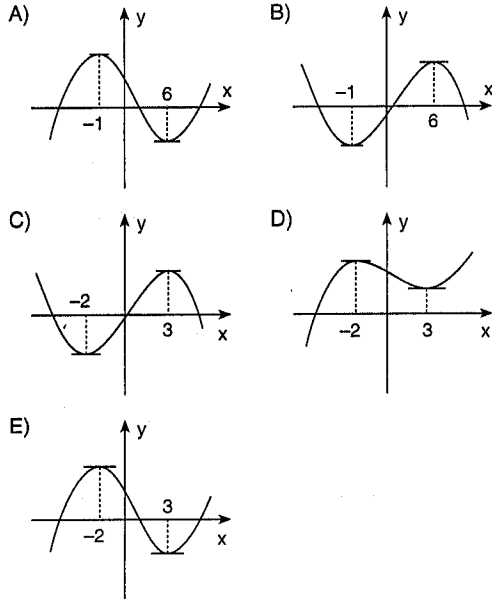
11. $y = \frac{x^2 - 4}{x - 1}$ denkleminin grafiğindeki asimptotlarının keşiştiği nokta nedir?
A) (1,1) B) (1,2) C) (1,-2) D) (2,1) E) (-2,1)

12. Şekilde grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisi olabilir?

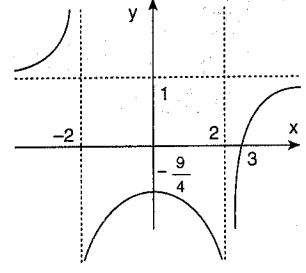
- A) $y = \frac{x-1}{x-2}$
B) $y = \frac{x+2}{x-2}$
C) $y = \frac{x+1}{x+2}$
D) $y = \frac{x-2}{x-1}$
E) $y = \frac{2x+1}{x-1}$



13. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 6$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



14. Şekilde verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun denklemini aşağıdakilerden hangisi olabilir?

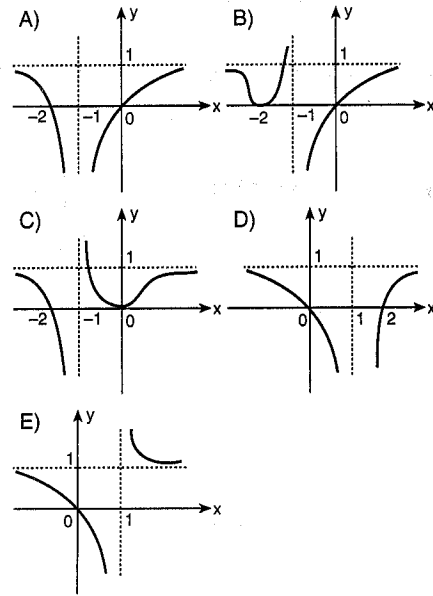


- A) $y = \frac{x^2 + 4x + 9}{x^2 - 4}$
B) $y = \frac{(x+2)^2}{x^2 - 4}$
C) $y = \frac{(x-2)^2}{x^2 - 4}$
D) $y = \frac{(x^2 + 3)^2}{x^2 - 4}$
E) $y = \frac{(x-3)^2}{x^2 - 4}$

15. $y = \frac{x^3 + ax^2 - 4}{x - 1}$ fonksiyonunun eğri asimptotu (1,5) noktasından geçtiğine göre, a kaçtır?

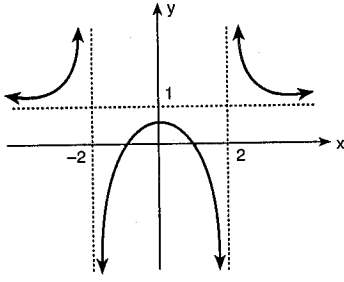
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. $y = \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



TEST 21'İN ÇÖZÜMLERİ

1.



Grafikte $x = 2$ ve $x = -2$ düşey asimptot olduğundan paydada $(x - 2)$ ve $(x + 2)$ çarpanı olmalı

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ve $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ olduğuna göre, A veya E seçeneği olmalıdır.

Grafik x eksenini 2 farklı noktada kesmiş yani $y = 0$ için 2 farklı değer almış. Bu yüzden doğru seçenek E dir.

Yanıt E

2. $f(1) = 0$ olduğuna göre bu koşulu sağlayan C, D ve E seçenekleridir.

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{1} = 1 \Rightarrow -x + y = 1$$

$\Rightarrow y = x + 1$ doğrusu eğik asimptottur.

$y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ fonksiyonun eğik asimptotu

$a > 0$ için $y = \sqrt{a} \left(x + \frac{b}{2a} \right)$ dir.

$$C) y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} \Rightarrow \text{eğik asimptot : } y = \sqrt{1} \left(x + \frac{-2}{2 \cdot 1} \right) \\ y = x - 1$$

$$D) y = \sqrt{x^2 + 2x - 3} \Rightarrow \text{eğik asimptot : } y = \sqrt{1} \left(x + \frac{2}{2 \cdot 1} \right) \\ y = x + 1$$

$$E) y = \sqrt{x^2 - 3x + 2} \Rightarrow \text{eğik asimptot : } y = \sqrt{1} \left(x + \frac{-3}{2 \cdot 1} \right) \\ y = x - \frac{3}{2}$$

$y = x + 1$ doğrusunu eğik asimptot kabul eden eğri D seçeneğinde ortaya çıktığı için;

$$y = \sqrt{x^2 + 2x - 3} \text{ doğrusudur.}$$

Yanıt D

3.

x	-2	0	5
$f'(x)$	+	+	-
$f(x)$	↗	↘	↗

yereel maksimum yereel minimum

A) $x = 5$ noktası yereel minimum noktasıdır.

B) $x = 0$ noktası fonksiyonun yereel maksimum noktasıdır.

C) $x = 0$ ve $x = 5$ noktasında yereel ekstremum noktası vardır.

D) Doğrudur.

E) $f'(-2) = 0$ olduğundan

$$f'(-2) \cdot f(-2) \cdot f(5) = 0 \text{ dir.}$$

Yanıt D

$$4. f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 4x$$

1. türevini sıfıra eşitleyelim.

$$f'(x) = \frac{3x^2}{3} - \frac{6x}{2} - 4 = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x = 4 \text{ veya } x = -1$$

$f'(x)$ in işaret tablosunu yapalım.

x	-1	4
$f'(x)$	+	-
$f(x)$	↗	↘

$x = -1$ için yereel maksimumu

$x = 4$ için yereel minimumu vardır.

Yanıt B

5. $f(x)$ fonksiyonunda $x = -2$ noktasında çift kat kökü, $x = 3$ noktasında tek kat kökü bulunmaktadır.

Buna göre $f(x)$ fonksiyonu

$$f(x) = a(x + 2)^2 \cdot (x - 3) \text{ tür.}$$

$f(0) = 1$ olduğuna göre

$$f(0) = a \cdot (0 + 2)^2 \cdot (0 - 3) = 1$$

$$-12a = 1$$

$$a = -\frac{1}{12} \text{ dir.}$$

$$f(x) = -\frac{1}{12} (x + 2)^2 \cdot (x - 3) \text{ bulunur.}$$

$f(x)$ fonksiyonunun yerel maksimum değeri $f'(x) = 0$ olduğu noktadır.

$$f'(x) = -\frac{1}{12}[2(x+2) \cdot (x-3) + (x+2)^2]$$

$$= -\frac{1}{12}[3x^2 + 2x - 8] = 0$$

$$x = -2 \text{ veya } x = \frac{4}{3}$$

f' için tablo incelersek,

	-2	4/3	
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	↘	↗	↘

yerel maksimum

olur.

Tablodan anlaşılacağı gibi $f(x)$ fonksiyonu $x = \frac{4}{3}$ için yerel maksimum değeri alır.

Yanıt D

6. 1. yol

$\sqrt{x^2 - 6x + 5}$ fonksiyonunun eğik asimptotu

$$y = \sqrt{1} \left(x + \frac{-6}{2 \cdot 1} \right) \Rightarrow y = x - 3 \text{ tür.}$$

2. yol

$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$ fonksiyonunun eğik asimptotu $ax + b$ olsun.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 6x + 5} - (ax + b)) = 0 \text{ olmalı}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 - 6x + 5) - (a^2x^2 + 2abx + b^2)}{\sqrt{x^2 - 6x + 5} + ax + b} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1 - a^2)x^2 + (-2ab - 6)x + (5 - b^2)}{|x| \sqrt{1 - \frac{6}{x} + \frac{5}{x^2}} + \left(a + \frac{1}{x}\right)} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1 - a^2)x^2 + (-2ab - 6)x + (5 - b^2)}{x(\sqrt{1} + a)} = 0$$

Bu limitin sıfır çıkması için pay kısmındaki x^2 ve x li terimlerin olmaması gerekir.

$$1 - a^2 = 0 \quad -2ab - 6 = 0$$

$$a^2 = 1$$

$$a = 1$$

$$a = 1 \text{ için } -2 \cdot 1 \cdot b - 6 = 0$$

$$b = -3$$

$$y = 1 \cdot x - 3 = x - 3$$

Yanıt D

$$7. y = \frac{3x^2 - 6x + 1}{x + 1} \text{ ifadesine polinom bölmesini uygularsak}$$

$$\begin{array}{r|l} 3x^2 - 6x + 1 & x + 1 \\ -3x^2 + 3x & 3x - 9 \\ \hline -9x + 1 & \\ +9x + 9 & \\ \hline 10 & \end{array}$$

$$\frac{3x^2 - 6x + 1}{x + 1} = 3x - 9 + \frac{10}{x + 1}$$

Eğik asimptot; $y = 3x - 9$ dur.

Yanıt C

$$8. y = \frac{1}{x - 1}$$

a) $x = 1$ doğrusu dikey asimptot

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x - 1} = 0$ olduğundan, $y = 0$ yatay asimptottur.

$$c) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x - 1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x - 1} = -\infty$$

olduğuna göre doğru grafik E seçeneğindedir.

Yanıt E

$$9. y = \frac{2x + 2}{3 - x}$$

a) $x = 3$ dikey asimptottur.

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 2}{3 - x} = -2$$

$y = -2$ yatay asimptot

$$c) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x + 2}{3 - x} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x + 2}{3 - x} = +\infty$$

Yukarıdaki koşulları sağlayan grafik C seçeneğindedir.

Yanıt C

10. * $y = 0$ doğrusu yatay asimptottur.

* Grafik x eksenini kesmediğinden $y = 0$ için x değeri yoktur.

A, C, E seçeneklerindeki fonksiyonlar x eksenini keserler.

* $x = 2$ ve $x = -2$ dikey asimptottur.

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ ve $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ olduğundan doğru cevap

D seçeneğidir.

Yanıt D

11.

$$y = \frac{x^2 - 4}{x - 1}$$

* düşey asimptot $x = 1$ doğrusudur.

* eğik asimptot

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 4 & x - 1 \\ -x^2 \pm x & x + 1 \\ \hline x - 4 & \\ -x \pm 1 & \\ \hline -3 & \end{array}$$

eğik asimptot : $y = x + 1$

 $x = 1$ ve $y = x + 1$ denklemlerini ortak çözersek:İki doğrunun kesim noktası $(1, 2)$ noktasıdır.

Yanıt B

12. Grafikte $x = 2$ düşey asimptot, $y = 1$ yatay asimptottur. Grafik y eksenini kestiği noktanın ordinatı negatiftir. Bu koşulları sağlayan fonksiyon B seçeneğindeki fonksiyondur.

$$* \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2}{x-2} = 1, y = 1 \text{ yatay asimptot}$$

$$* x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, x = 2 \text{ düşey asimptot}$$

$$* x = 0 \text{ için } y = \frac{0+2}{0-2} = -1 \Rightarrow (0, -1)$$

Yanıt B

- 13.
- $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 6$

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 36$$

$$f'(x) = 0 \text{ için}$$

$$6x^2 - 6x - 36 = 0$$

$$6(x^2 - x - 6) = 0$$

$$6(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = 3, x = -2$$

 $x = 3$ ve $x = -2$ için yerel ekstremum vardır.

x	-2	3
f'(x)	+	-
f(x)	50	-75

$$f(-2) = 2 \cdot (-2)^3 - 3(-2)^2 - 36 \cdot (-2) + 6$$

$$f(-2) = -16 - 12 + 72 + 6$$

$$f(-2) = 50$$

$$f(3) = 2 \cdot 3^3 - 3 \cdot 3^2 - 36 \cdot 3 + 6$$

$$f(3) = 54 - 27 - 108 + 6$$

$$f(3) = -75$$

Yukarıdaki koşulları sağlayan grafik E seçeneğindedir.

Yanıt E

14. *
- $x = -2$
- ve
- $x = 2$
- düşey asimptot

* $y = 1$ doğrusu yatay asimptot (D şıkkı olamaz.)* $x = 3$ için $y = 0$ olmalı

Bu koşulları sağlayan grafik E seçeneğindedir.

Yanıt E

- 15.
- $y = \frac{x^3 + ax^2 - 4}{x - 1}$
- (Polinom bölmesi yapılırsa)

$$\begin{array}{r|l} x^3 + ax^2 - 4 & x - 1 \\ -x^3 \pm x^2 & x^2 + (a+1)x + (a+1) \\ \hline (a+1)x^2 - 4 & \\ -(a+1)x^2 \pm (a+1)x & \\ \hline (a+1)x - 4 & \\ -(a+1)x \pm (a+1) & \\ \hline a - 3 & \end{array}$$

Eğri asimptotu : $x^2 + (a+1)x + (a+1)$ ve bu asimptot $(1, 5)$ noktasından geçtiğine göre,

$$5 = 1^2 + (a+1) \cdot 1 + (a+1)$$

$$5 = 1 + a + 1 + a + 1$$

$$5 = 2a + 3$$

$$2a = 2$$

$$a = 1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

- 16.
- $y = \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 1}$
- denkleminde,

$$* \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 1} = 1 \text{ olduğundan,}$$

 $y = 1$ yatay asimptottur.

$$* x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0$$

 $x = -1$ düşey asimptottur.

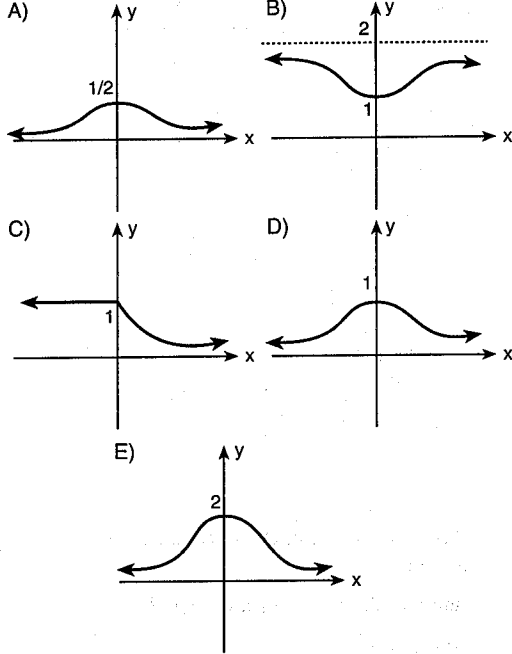
$$* \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 1} = \infty$$

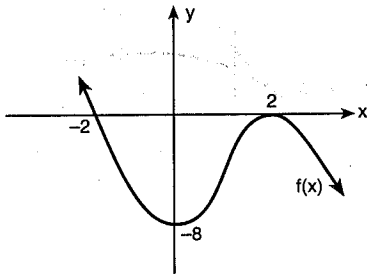
olduğundan, bu koşulları sağlayan sadece A seçeneği vardır.

Yanıt A

1. $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



2.



Yukarıdaki koordinat düzleminde

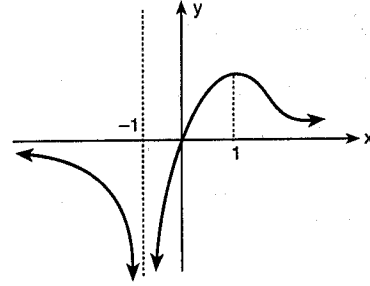
$$f(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$$

fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

(m - n) farkı kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

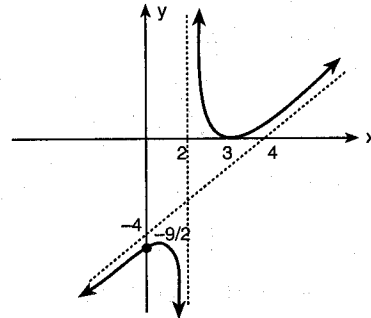
3.



Analitik düzlemde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$ B) $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$
 C) $f(x) = \frac{2x}{(x+1)^2}$ D) $f(x) = \frac{-x}{(x+1)^2}$
 E) $f(x) = \frac{x-3}{x^2-1}$

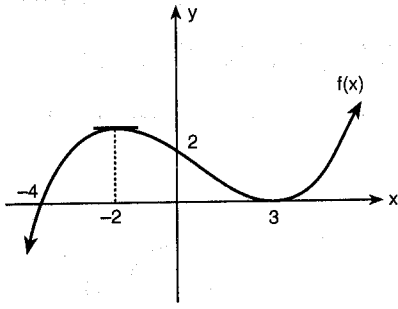
4.



Yukarıdaki koordinat düzleminde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = \frac{x^2+3x-9}{x-2}$ B) $f(x) = \frac{x^2+6x-9}{x-2}$
 C) $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$ D) $f(x) = \frac{x^2+6x+9}{x-2}$
 E) $f(x) = \frac{x^2-6x+9}{x-2}$

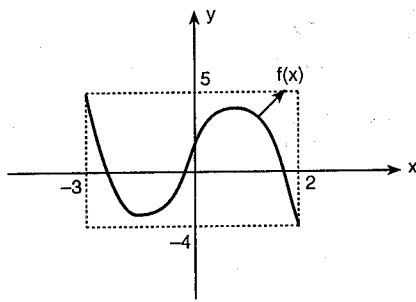
5.



Analitik düzlemde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f(x) \cdot f'(x) > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-4, -2) \cup (3, \infty)$ B) $(-4, 0) \cup (2, 3)$
 C) $(-4, 0) \cup (0, 3)$ D) $(-4, \infty)$
 E) $(-2, \infty)$

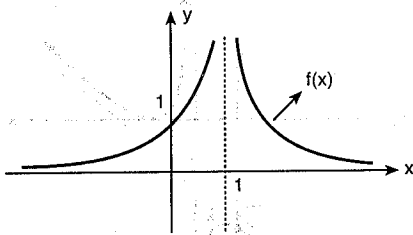
6.



Yukarıdaki analitik düzlemde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği veriliyor. $f: [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ sürekli bir fonksiyon olduğuna göre mutlak maksimum ve mutlak minimum değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

7.



Yukarıdaki analitik düzlemde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonunun denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ B) $f(x) = -\frac{1}{(x-1)^2}$
 C) $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ D) $f(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$
 E) $f(x) = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$

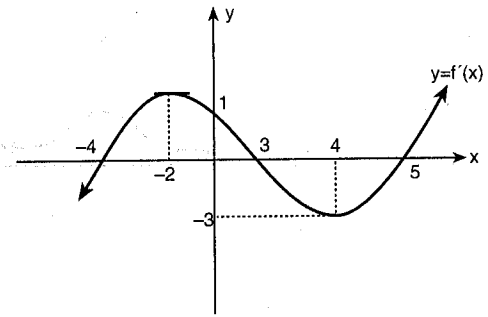
8.

$$y = \frac{5x^3 - x^2 + 6}{x^2 - 4x + 3}$$

fonksiyonunun asimptotları için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) 1 tane dikey asimptotu var.
 B) Yatay asimptotu $y = 5$ tir.
 C) Dikey asimptotu yoktur.
 D) $y = 5x + 17$ eğik asimptottur.
 E) $y = 5x + 19$ eğik asimptottur.

9.

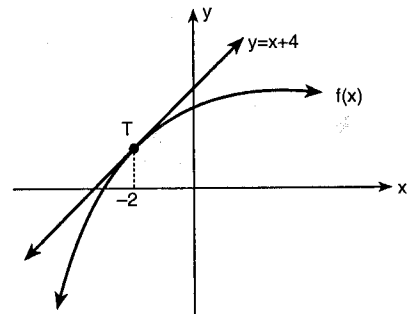


Yukarıdaki koordinat düzleminde $y = f'(x)$ in grafiği verilmiştir.

Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $f''(-2) = 0$
 B) $x = -4$ te yerel minimum vardır.
 C) $f''(4) = 0$
 D) $x = 3$ de yerel maksimum vardır.
 E) $(4, 5)$ aralığında $y = f(x)$ artandır.

10.



Yukarıdaki koordinat düzleminde $y = x + 4$ doğrusu ve $f(x)$ eğrisi veriliyor.

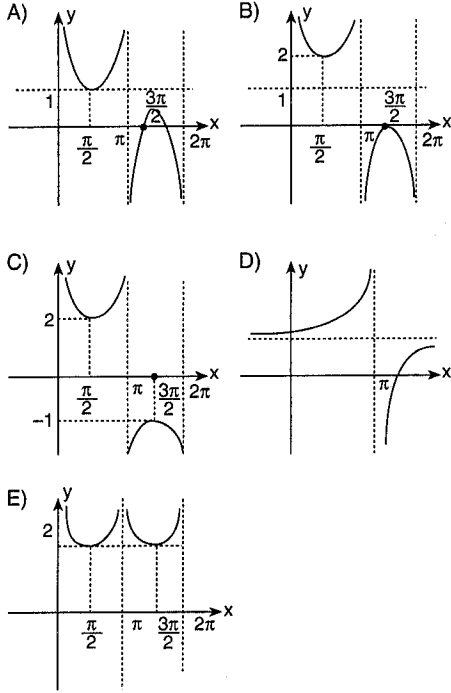
Doğru, T noktasında $f(x)$ eğrisine teğettir.

$h(x) = (x^3 + 1) \cdot f(x)$ olduğuna göre, $h'(-2)$ kaçtır?

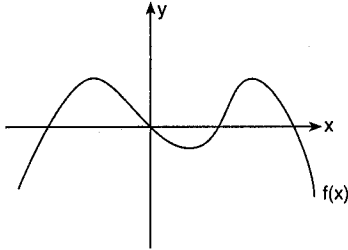
- A) 17 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

11. $y = \frac{\sin x + 1}{\sin x}$ fonksiyonunun $(0, 2\pi)$ aralığındaki grafiği

aşağıdakilerden hangisidir?



12.



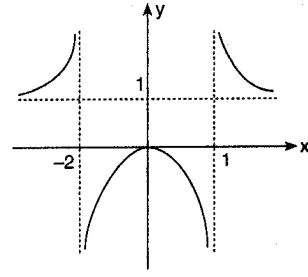
Şekilde verilen $f(x)$ fonksiyonunu kaç tane dönüm noktası vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. $y = \frac{x^2 - 6x + 4}{x - 2}$ fonksiyonunun eğik ve düşey asimtotlarının eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

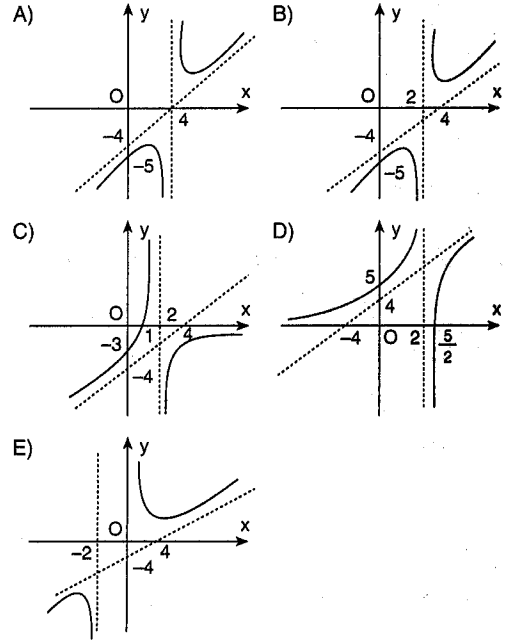
14.



Yanda grafiği verilen fonksiyonun denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $y = \frac{x^2}{(x+1)(x-2)}$ B) $y = \frac{x^2}{(x-1)(x+2)}$
C) $y = \frac{x^2}{(1-x)(x+2)}$ D) $y = \frac{x^2}{(x+1)(x+2)}$
E) $y = \frac{x^2 + 1}{(x+1)(x-2)}$

15. $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 10}{x - 2}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



TEST 22'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ fonksiyonunu inceleyelim.

* $x = 0$ için $y = 1$ dir. Grafik y eksenini $(0, 1)$ noktasında kesmeli

* $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2 + 1} = 0$ ise $y = 0$ yatay asimptottur.

Bu iki koşulu sağlayan grafik D seçeneğindedir.

Yanıt D

2. $f(x)$ fonksiyonun kökleri $x = -2$ ve $x = 2$ (çift kat) dir.

Buna göre;

$f(x) = a(x - 2)^2 \cdot (x + 2)$ olmalı

$f(0) = -8$ olduğuna göre,

$f(0) = a \cdot (0 - 2)^2 \cdot (0 + 2)$

$-8 = a \cdot (4) \cdot (2)$

$a = -1$

$f(x) = -(x - 2)^2 \cdot (x + 2)$ dir.

$f(x) = -(x^2 - 4x + 4) \cdot (x + 2)$

$f(x) = -x^3 + 2x^2 + 4x - 8$

$f(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$

$m = -1, n = 2, p = 4, q = -8$ olur.

$m - n = -1 - 2 = -3$ dür.

Yanıt C

3. * $x = -1$ doğrusu düşey asimptottur. Yani fonksiyonun paydasını sıfır yapan değer $x = -1$ dir.

* $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \infty$

* $y = 0$ yatay asimptottur.

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ dir.

$x \rightarrow \infty$

* $x = 0$ için $y = 0$ dir. Fonksiyon $(0, 0)$ dan geçmektedir.

Bu koşulları gerçekleyen fonksiyon C seçeneğindeki fonksiyondur.

Yanıt C

4. * $x = 3$ için $y = 0$ dir. $x = 3$ noktası çift kat kök dür. Yani $(x - 3)^2$ çarpanı fonksiyonda bulunmalı.

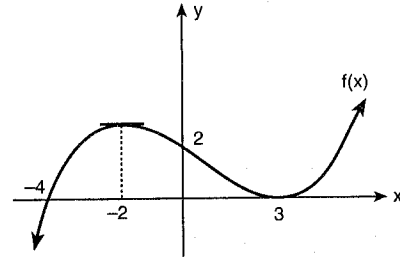
* $x = 0$ için $y = -\frac{9}{2}$ dir.

* $x = 2$ düşey asimptottur.

Bu koşullara uyan fonksiyon E seçeneğindeki fonksiyondur.

Yanıt E

5.



$x \in (-\infty, -4) \Rightarrow f(x) < 0$ ve $f'(x) > 0$ (Artan fonksiyon)

$f(x) \cdot f'(x) < 0$

$x \in (-4, -2) \Rightarrow f(x) > 0$ ve $f'(x) > 0$ dür. (Artan fonk)

$f(x) \cdot f'(x) > 0$

$x \in (-2, 3) \Rightarrow f(x) > 0$ ve $f'(x) < 0$ (Azalan fonk.)

$f(x) \cdot f'(x) < 0$

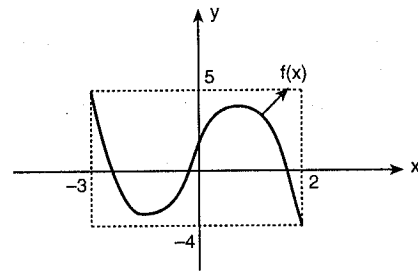
$x \in (3, +\infty) \Rightarrow f(x) > 0$ ve $f'(x) > 0$ (Artan fonk.)

$f(x) \cdot f'(x) > 0$

$f(x) \cdot f'(x) > 0$ olması için $x \in [(-4, -2) \cup (3, +\infty)]$ olmalı

Yanıt A

6.



Grafikten anlaşılacağı gibi uç noktaları maksimum ve minimum noktalarıdır.

$x = 2$ de mutlak minimum olur ve değeri -4

$x = -3$ de mutlak maksimum olur ve değeri 5 dir.

$5 + (-4) = 1$ dir.

Yanıt C

7. * $x = 1$ noktası düşey asimptottur. Fonksiyonunun paydasını sıfır yapar.
- * $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$
- * $y = 0$ doğrusu yatay asimptot ve eğri x eksenini kesmemektedir. Yani payı sıfırlayan bir x yoktur. Demek ki pay kısmı sabit sayı olmalıdır. Bu koşulları sağlayan fonksiyon C seçeneğindeki fonksiyondur.

Yanıt C

8. $y = \frac{5x^3 - x^2 + 6}{x^2 - 4x + 3}$

* $x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x - 3)(x - 1) = 0$

$x = 3$ ve $x = 1$ düşey asimptottur.

* $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x^2 + 6}{x^2 - 4x + 3} = \infty$

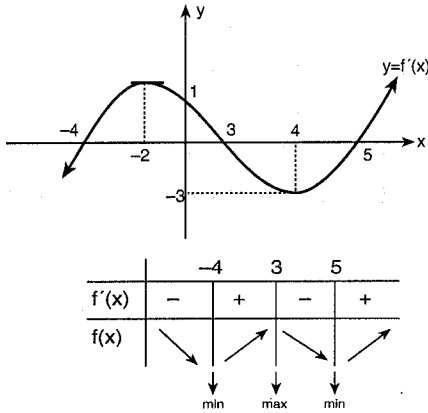
Yatay asimptotu yoktur.

$$\begin{array}{r|l} 5x^3 - x^2 + 6 & x^2 - 4x + 3 \\ -5x^3 + 20x^2 - 15x & \\ \hline 19x^2 - 15x + 6 & \\ -19x^2 + 76x - 57 & \\ \hline 61x - 51 & \end{array}$$

eğik asimptotu $y = 5x + 19$ dur.

Yanıt E

9.



* $f'(-4) = 0$ ise $x = -4$ noktasında yerel minimum vardır.

* $x = -2$ noktası $f(x)$ fonksiyonunun büküm noktasıdır.

$f'(-2) = 0$ olur.

* $f'(3) = 0$ ise $x = 3$ noktasında yerel minimum vardır.

* $x = 4$ noktası $f(x)$ fonksiyonunun büküm noktasıdır.

$f'(4) = 0$ olur.

* $x \in (4, 5)$ iken $f'(x) < 0$ olduğundan $f(x)$ fonksiyonu bu aralıkta azalır.

Yanıt E

10. $h(x)$ fonksiyonunun türevini alalım.

$h'(x) = [(x^3 + 1) \cdot f(x)]'$

$h'(x) = (x^3 + 1)' \cdot f(x) + (x^3 + 1) \cdot f'(x)$

$= 3x^2 \cdot f(x) + (x^3 + 1) \cdot f'(x)$ dir.

Şimdi $h'(-2)$ yi bulalım.

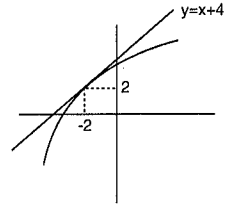
$h'(-2) = 3(-2)^2 \cdot f(-2) + ((-2)^3 + 1) \cdot f'(-2)$

$= 3 \cdot 4 \cdot 2 + (-8 + 1) \cdot 1$

$= 24 - 7$

$= 17$

Not :



$x = -2$ noktası aynı zamanda $y = x + 4$ doğrusunun bir noktasında olduğundan $x = -2$ için $y = 2$ dir. $f(-2) = 2$

$x = -2$ noktasının 1. türevi, o noktadaki teğetin eğimine eşit olacağından $y = x + 4$ doğrusunun eğimi 1 olduğundan $f'(-2) = 1$ dir.

Yanıt A

11. $y = \frac{\sin x + 1}{\sin x}$ fonksiyonu için

* $x = \frac{\pi}{2}$ için $y = \frac{\sin \frac{\pi}{2} + 1}{\sin \frac{\pi}{2}}$

$\Rightarrow y = \frac{1 + 1}{1}$

$y = 2$ dir.

* $x = \frac{3\pi}{2}$ için $y = \frac{\sin \frac{3\pi}{2} + 1}{\sin \frac{3\pi}{2}}$

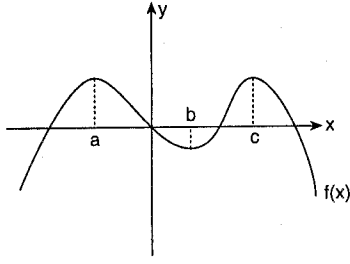
$\Rightarrow y = \frac{-1 + 1}{-1}$

$\Rightarrow y = \frac{0}{-1} = 0$

koşullarını gerçekleyen grafik B seçeneğindedir.

Yanıt B

12.



$x \in (a,b)$ aralığında fonksiyonun grafiği konkavdan konvekse geçtiği için bu aralıkta bir büküm noktası vardır.

$x \in (b,c)$ aralığında fonksiyonun grafiği konveksten konkava geçtiği için bir büküm noktasında bu aralıkta vardır.

O halde bu fonksiyonun 2 tane büküm noktası vardır.

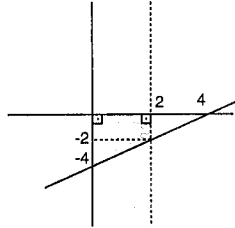
Yanıt B

13. $y = \frac{x^2 - 6x + 4}{x - 2}$

* $x = 2$ doğrusu dikey asimptot

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 6x + 4 & x - 2 \\ -x^2 \pm 2x & x - 4 \\ \hline -4x + 4 & \\ \pm 4x \mp 8 & \\ \hline -4 & \end{array}$$

$y = x - 4$ eğik asimptot.



Taralı alan bir yamuktur.

$$\text{Alan} = \frac{(2+4) \cdot 2}{2} = 6 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

14. * $x = -2$ ve $x = 1$ noktaları dikey asimptottur. Paydanın kökleridir.

$$* \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$$

$$* \lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$$

Bu koşulları sağlayan fonksiyon B seçeneğindedir.

15.

$$f(x) = \frac{x^2 - 6x + 10}{x - 2}$$

* $x = 2$ dikey asimptot

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 6x + 10 & x - 2 \\ -x^2 \pm 2x & x - 4 \\ \hline -4x + 10 & \\ \pm 4x \mp 8 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

$y = x - 4$ eğik asimptot

$$* x = 0 \text{ için } f(0) = \frac{10}{-2} = -5 \text{ olduğundan,}$$

y eksenini $(0, -5)$ noktasında kesmelidir.

$$* y = 0 \text{ için } \frac{x^2 - 6x + 10}{x - 2} = 0$$

$$x^2 - 6x + 10 = 0$$

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 10 \cdot 1 = -4$$

$$\Delta < 0$$

fonksiyonunun grafiği x eksenini kesmez.

Bu koşulları gerçekleyen grafik B seçeneğindedir.

Yanıt B

1. $f(x) = \ln(\cos x) + x$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $1 - \tan x$ B) $1 + \tan x$ C) $1 - \cot x$
 D) $1 + \cot x$ E) $-\tan x$

2. $f(x) = \ln\left(\frac{2x}{x-1}\right)$ olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?
 A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) $-\frac{3}{2}$ D) -2 E) $-\frac{5}{2}$

3. $\frac{d}{dx}(\sec x + \operatorname{cosec} x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $\frac{\sin x}{\cos^2 x} + \frac{\cos x}{\sin^2 x}$ B) $\frac{\sin x}{\cos^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x}$
 C) $\frac{-\sin x}{\cos^2 x} + \frac{\cos x}{\sin^2 x}$ D) $\frac{-\sin x}{\cos^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x}$
 E) $-\tan x - \cot x$

4. $y = \cos 8x$ olduğuna göre, $\frac{d^4 y}{dx^4}$ ifadesinin $x = \frac{\pi}{2}$ için değeri kaçtır?
 A) -8^4 B) 0 C) 8^4 D) 2^{16} E) -2^{16}

5. $f(x) = \ln(1 - \cos^2 x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\cot x$ B) $-2\tan x$ C) $2\tan x$
 D) $-2\cot x$ E) $2\cot x$

6. $\begin{cases} x = \ln(t^2 - 2) \\ y = 2t^3 - 1 \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $t = 1$ deki değeri kaçtır?
 A) 3 B) 2 C) 0 D) -2 E) -3

7. $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x \cdot \operatorname{sgn}(3x - 1) + \lfloor 3x - 4 \rfloor$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ kaçtır?
 A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{4}$ E) 1

8. $f(x) = \ln(\operatorname{cosec} x + \cot x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\operatorname{cosec} x$ B) $-\operatorname{cosec} x$ C) $\sec x$
 D) $-\sec x$ E) $\tan x + \sec x$

9. $f(x) = 2^{(\sin x + \cos x)}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ kaçtır?
 A) $-2\ln 2$ B) $-\ln 2$ C) 0 D) 1 E) 2

10. $[0, 2]$ aralığında tanımlı $f(x) = x^2 - 2x$ fonksiyonu için Rolle teoremini sağlayan x sayısı aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{37}{20}$

11. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - \cos 8x}{\tan^2 x - \sin 2x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 0

12. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\tan 2x - \sin 2x}{\sin x - \tan x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 8

13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{x+1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) e B) 2e C) e^2 D) $\sqrt{e}$ E) e+1

14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} + x}{e^{2x} + x^2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

15. $f(x) = (x+2)^2 + 3$ eğrisinin hangi noktadaki teğeti $y = 6x + 5$ doğrusuna paraleldir?

- A) (1, 2) B) (-1, 4) C) (1, 12) D) (0, 7) E) (1, 11)

16. $f(x) = mx^3 + 3x^2 + nx$ fonksiyonunun $x = 4$ de ekstremum, $x = -2$ de dönüm noktası olduğuna göre, n kaçtır?

- A) -6 B) -24 C) -48 D) 24 E) 48

17. $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{ax + b}$ nin asimptotları (1,2) noktasında kesişiyorlarsa b aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -2 B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

18. $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 4x + 1$ fonksiyonu

artan olduğuna göre, a nın alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

19. $f(x) = x^2 + mx$ fonksiyonunun apsisi -1 olan noktasındaki teğet denklemi $y = 2x + n$ olduğuna göre, n kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

20. $f(x) = x^2 + x + 4$ ve $g(x) = x^2 - 2x + 8$

fonksiyonları için $[0, 1]$ aralığında genelleştirilmiş ortalama değer teoremini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

TEST 23'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \ln(\cos x) + x$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(\cos x)'}{\cos x} + 1$$

$$= \frac{-\sin x}{\cos x} + 1$$

$$= -\tan x + 1$$

$$= 1 - \tan x \text{ olur.}$$

Yanıt A

2. $f(x) = \ln\left(\frac{2x}{x-1}\right)$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{2x}{x-1}\right)'}{\frac{2x}{x-1}} = \frac{(2x)' \cdot (x-1) - (2x) \cdot (x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{2x}{x-1} \cdot \frac{(x-1) - 2x}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2(x-1) - 2x}{(x-1)^2} \cdot \frac{x-1}{2x}$$

$$f'(x) = \frac{2x - 2 - 2x}{x-1} \cdot \frac{1}{2x} = \frac{-2}{x-1} \cdot \frac{1}{2x}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x \cdot (x-1)}$$

$$x = 2 \text{ için, } f'(2) = -\frac{1}{2 \cdot 1} = -\frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

3. $f(x) = \sec x + \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x}$

$$f'(x) = \frac{1' \cdot \cos x - 1 \cdot (\cos x)'}{\cos^2 x} + \frac{1' \cdot \sin x - 1 \cdot (\sin x)'}{\sin^2 x}$$

$$f'(x) = \frac{0 - 1 \cdot (-\sin x)}{\cos^2 x} + \frac{0 - 1 \cdot (\cos x)}{\sin^2 x}$$

$$f'(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

4. $y = \cos 8x$ ise

$$\frac{dy}{dx} = -\sin 8x \cdot 8 = -8 \cdot \sin 8x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -8 \cdot \cos 8x \cdot 8 = -8^2 \cos 8x$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -8^2 \cdot (-\sin 8x) \cdot 8 = 8^3 \cdot \sin 8x$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = 8^3 \cdot \cos 8x \cdot 8 = 8^4 \cdot \cos 8x$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ için } 8^4 \cdot \cos\left(8 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 8^4 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

5. $f(x) = \ln(1 - \cos^2 x)$

$$f(x) = \ln(\sin^2 x) = 2 \ln(\sin x)$$

$$f'(x) = 2 \frac{(\sin x)'}{\sin x}$$

$$f'(x) = 2 \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$f'(x) = 2 \cot x \text{ olur.}$$

Yanıt E

6. $x = \ln(t^2 - 2)$

$$y = 2t^3 - 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6t^2}{\frac{(t^2-2)'}{t^2-2}} = \frac{6t^2}{\frac{2t}{t^2-2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = 6t^2 \cdot \frac{t^2-2}{2t} = 3t \cdot (t^2-2)$$

$$t = 1 \text{ için, } \frac{dy}{dx} = 3 \cdot 1 \cdot (1^2 - 2) = 3 \cdot (-1) = -3 \text{ olur.}$$

Yanıt E

7. $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x \cdot \text{sgn}(3x - 1) + [3x - 4]$

$$f'(x) = 9x^2 - 4x + 1 \cdot \text{sgn}(3x - 1) + x \cdot [\text{Sgn}(3x - 1)]' + [3x - 4]'$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 9 \cdot \frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{1}{2} + \text{Sgn}\left(3 \cdot \frac{1}{2} - 1\right) + \frac{1}{2} \cdot 0 + 0$$

$$= \frac{9}{4} - 2 + 1 = \frac{5}{4} \text{ olur.}$$

Yanıt D

8. $f(x) = \ln(\csc x + \cot x)$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(\csc x + \cot x)'}{\csc x + \cot x}$$

$$= \frac{-\frac{\cos x}{\sin^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}}{\frac{1}{\sin x} + \frac{\cos x}{\sin x}}$$

$$= -\frac{(\cos x + 1)}{\sin^2 x} \cdot \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

$$= -\frac{1}{\sin x} = -\csc x \text{ olur.}$$

Yanıt B

9. $f(x) = 2^{(\sin x + \cos x)}$ olduğundan,

$$f'(x) = (\sin x + \cos x)' \cdot 2^{(\sin x + \cos x)} \cdot \ln 2$$

$$= (\cos x - \sin x) \cdot 2^{(\sin x + \cos x)} \cdot \ln 2 \text{ olur.}$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ için;}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\cos \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{2}\right) \cdot 2^{\sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2}} \cdot \ln 2$$

$$= (0 - 1) \cdot 2^{1+0} \cdot \ln 2$$

$$= -2 \ln 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

10. $f(0) = 0$ ve $f(2) = 0$ olduğu için, Rolle Teoremini sağlayan en az bir nokta vardır.

$$f(x) = x^2 - 2x$$

$$[0,2] \text{ aralığında } f'(x) = 0 \text{ yapan en az bir } x \text{ değeri vardır.}$$

$$f'(x) = 2x - 2 = 0$$

$$x = 1 \text{ dir.}$$

Yanıt B

11. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - \cos 8x}{\tan^2 x - \sin 2x}$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin \frac{\pi}{2} - \cos 2\pi}{\tan^2 \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{2}} = \frac{1 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği}$$

L'hospital kuralını uygulayalım.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x \cdot 2 + \sin 8x \cdot 8}{2 \tan x \cdot (1 + \tan^2 x) - \cos 2x \cdot 2}$$

$$= \frac{2 \cos \frac{\pi}{2} + 8 \sin 2\pi}{2 \tan \frac{\pi}{4} \left(1 + \tan^2 \frac{\pi}{4}\right) - 2 \cos \frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{0 + 0}{2 \cdot 1 \cdot (1 + 1) - 0} = \frac{0}{4} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

12. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\tan 2x - \sin 2x}{\sin x - \tan x}$

$$= \frac{\tan 2\pi - \sin 2\pi}{\sin \pi - \tan \pi} = \frac{0 - 0}{0 - 0} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği}$$

L'Hospital uygulanabilir.

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{2(1 + \tan^2 2x) - \cos 2x \cdot 2}{\cos x - (1 + \tan^2 x)}$$

$$= \frac{2(1 + \tan^2 2\pi) - 2 \cdot \cos 2\pi}{\cos \pi - 1 - \tan^2 \pi} = \frac{2(1 + 0) - 2}{-1 - 1 - 0}$$

$$= \frac{0}{-2} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{x+1} \rightarrow 1^\infty$

$$y = \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{x+1}$$

(Her iki tarafın ln ini alırsak)

$$\ln y = \ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{x+1}$$

$$\ln y = (x+1) \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right) \text{ (her iki tarafın limitini alalım)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln y = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x+1) \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right) \right]$$

$$\ln \left(\lim_{x \rightarrow \infty} y \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x+1) \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right) \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x+1) \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right) \right]} \text{ olur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x+1) \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right) \rightarrow \infty \cdot 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right)}{\frac{1}{x+1}} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliktir. L'Hospital uygulanabilir.}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right)}{\frac{1}{x+1}} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{0 - \frac{1}{2x^2}}{\frac{-1}{(x+1)^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\frac{1}{2x^2} \cdot \frac{2x}{2x+1}}{\frac{1}{x^2+2x+1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{2x^2+x}{x^2+2x+1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2x+1}{2x^2+x} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{x+1} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left((x+1) \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right) \right)} = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e} \text{ olur.}$$

2. Yol

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{bx}\right)^{cx+d} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{bx} (cx+d)} = e^{\frac{a \cdot c}{b}} \text{ dir.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{2x}\right)^{x+1} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x} (x+1)} = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e} \text{ olur.}$$

Yanıt D

14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} + x}{e^{2x} + x^2} \rightarrow \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliktir. L'Hospital uygulanabilir.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2e^{2x} + 1}{2e^{2x} + 2x} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliktir. Bir daha L'Hospital}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4e^{2x} + 0}{4e^{2x} + 2} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliktir. Bir daha L'Hospital}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8e^{2x}}{8e^{2x} + 0} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8e^{2x}}{8e^{2x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 = 1 \text{ olur.}$$

Yanıt A

15. $f(x) = (x+2)^2 + 3$

$$f'(x) = 2(x+2) \text{ dir.}$$

$x = a$ noktasındaki teğeti $y = 6x + 5$ doğrusuna paralel ise

$$f'(a) = 6 \text{ olmalıdır.}$$

$$f'(a) = 2(a+2) = 6$$

$$a+2 = 3$$

$$a = 1$$

$$a = 1 \text{ ise } f(1) = (1+2)^2 + 3 = 12$$

$(1, 12)$ noktasındaki teğet doğrusu $y = 6x + 5$ doğrusuna paraleldir.

Yanıt C

16. $x = 4$ ekstremum noktası ise $f'(4) = 0$ olmalıdır.

$$x = -2 \text{ dönüm noktası ise } f''(-2) = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$f'(x) = 3mx^2 + 6x + n$$

$$f'(4) = 48m + 24 + n = 0 \Rightarrow 48m + n = -24$$

$$f''(x) = 6mx + 6$$

$$f''(-2) = -12m + 6 = 0 \Rightarrow -12m = -6$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$48 \cdot \frac{1}{2} + n = -24 \Rightarrow n = -48 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

17. $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{ax + b}$ fonksiyonunda;

$ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$ düşey asimptot

$(1, 2) \Rightarrow -\frac{b}{a} = 1 \Rightarrow \boxed{b = -a}$

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 4x + 3 & ax + b \\ \hline x^2 + \frac{b}{a}x & \left(\frac{x}{a} + \left(\frac{-4a - b}{a^2} \right) \right) \rightarrow \text{eğik asimptot} \\ \hline \left(\frac{-4a - b}{a} \right)x + 3 & \\ \left(\frac{-4a - b}{a} \right)x + \frac{-4ab - b^2}{a^2} & \\ \hline 3 + \frac{4ab + b^2}{a^2} & \end{array}$$

$(1, 2) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{-4a - b}{a^2} = 2$ ve $b = -a$ olduğundan

$a = -1, b = 1$ olur.

Yanıt D

18. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 4x + 1$ fonksiyonu artan olduğundan,

$\forall x \in \mathbb{R}$ için $f'(x) > 0$ olmalıdır.

$f'(x) = \frac{1}{3}3x^2 - 2ax + 4 > 0$ olması için $\Delta < 0$ olmalıdır.

$\Delta = (-2a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 < 0$

$4a^2 - 16 < 0$

$4a^2 < 16$

$a^2 < 4$

$-2 < a < 2$

$a = -1, 0, 1$ olabilir.

O halde, a nın alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı;

$-1 + 0 + 1 = 0$ olur.

Yanıt C

19. $f(x) = x^2 + mx$ eğrisinin $x = -1$ apsisi noktasındaki teğeti

$y = 2x + n$ doğrusu ise $f'(-1) = 2$ olmalıdır.

$f'(x) = 2x + m$

$f'(-1) = -2 + m = 2$

$m = 4$ tür.

$f(x) = x^2 + 4x \Rightarrow f(-1) = (-1)^2 + 4(-1) = 1 - 4 = -3$

$y = 2x + n$ doğrusu fonksiyona $(-1, -3)$ noktasında teğettir. Bu nokta teğet doğrusunu sağlamalı.

$y = 2x + n$

$-3 = 2 \cdot (-1) + n$

$n = -1$ dir.

Yanıt A

20. $\frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{f(1) - f(0)}{g(1) - g(0)}$

$\Rightarrow \frac{2x + 1}{2x - 2} = \frac{6 - 4}{7 - 8}$

$\Rightarrow \frac{2x + 1}{2x - 2} = \frac{2}{-1}$

$\Rightarrow -2x - 1 = 4x - 4$

$\Rightarrow 3 = 6x$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$ bulunur.

Yanıt E

1. $f(x) = \operatorname{sgn}(x^2 - 2) + \left\lfloor \frac{3x-1}{7} \right\rfloor + x - 3$ olduğuna göre, $f'(6)$ kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

2. Yandaki tabloda 3. dereceden $f(x)$ fonksiyonunun x değerlerine karşılık f , f' ve f'' fonksiyonlarının aldığı değerler verilmiştir. Buna göre $f'(3)$ kaçtır?
A) 16 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8
- | | | | |
|-------|----|---|---|
| x | 0 | 1 | 2 |
| f | 1 | 1 | 3 |
| f' | 1 | 0 | 5 |
| f'' | -4 | 2 | 8 |

3. $f(x) = mx^2 - 2x + 4$ fonksiyonu veriliyor.
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 4$ olduğuna göre, m kaçtır?
A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

4. $f(x) = x \cdot |x^2 - 16|$ olduğuna göre, $f'(3)$ kaçtır?
A) -14 B) -13 C) -12 D) -11 E) -10

5. $f(x) = 2ax^2 + mx + n$ olmak üzere;
 $f'(3) - f'(2) = 8$ olduğuna göre, a kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $f(x) = \frac{ax^2 - 1}{x + 1}$ olduğuna göre, $f'(1) = 2$ olduğuna göre, a kaçtır?
A) 3 B) $\frac{7}{3}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 1

7. $f(x) = \frac{\sin 6x + \sin 2x}{\cos 6x + \cos 2x}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ kaçtır?
A) -2 B) 0 C) 1 D) 4 E) 8

8. Tanımlı olduğu değerler için $f(x) = \sqrt{2x + 7}$
 $g(x) = x^2 + 3x + 1$ olduğuna göre, $(g \circ f)(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki türevi kaçtır?
A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

9. $f(x) = x \cdot |x^2 - 4|$ fonksiyonu için $f'(4)$, $f'(1)$ kaçtır?
A) -46 B) -44 C) 44 D) 46 E) 48

10. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 1$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(2)$ kaçtır?
A) $-\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{8}$ E) 16

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2x}$ limitinin değeri kaçtır?
A) e^{-1} B) e^{-2} C) e^{-3} D) e^{-4} E) e^{-6}

12. $\lim_{x \rightarrow 0} x^{5x}$ limitinin değeri kaçtır?
A) e B) $\frac{1}{e}$ C) 0 D) 1 E) -1

13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x}{e^{7x}}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 0 D) $-\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{2}$

14. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \frac{\pi}{x} - \cos \pi x}{\sin \pi x + \cos \frac{\pi}{2} x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{2}{\pi}$ C) $\frac{4}{\pi^2}$ D) 0 E) 1

15. $f(x) = \frac{x^2 - ax + 3}{x+1}$ eğrisinin $x = 1$ apsisi noktasındaki

teğetinin $y = x + 2$ doğrusuna paralel olması için a kaç olmalıdır?

A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

16. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ fonksiyonu $x = 1$ noktasında x eksenine teğet olduğuna göre, a kaçtır?

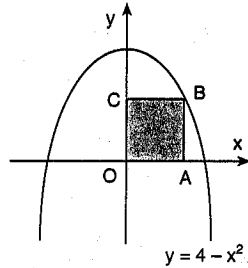
A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

17. Denklemi $f(x) = \frac{x^2 + (m-1)x}{x+2}$ olan fonksiyonun

$x = 4$ de ekstremum noktasının olması için m kaç olmalıdır?

A) -5 B) -6 C) -9 D) -12 E) -15

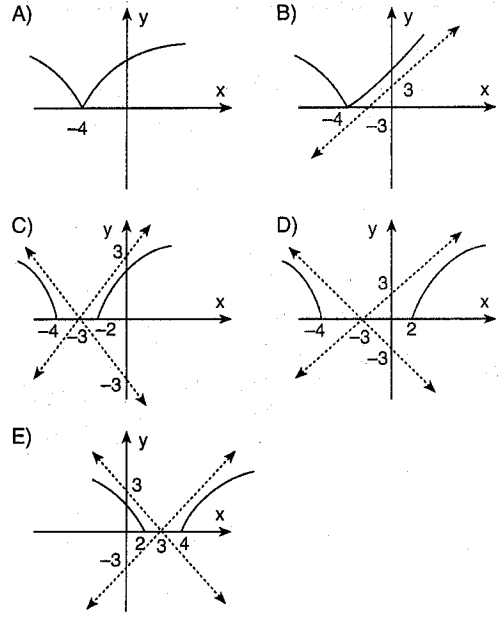
18. Şekilde $y = 4 - x^2$ parabolü verilmiştir. Buna göre, (ABCO) dikdörtgeninin alanı en çok kaç birimkaredir?



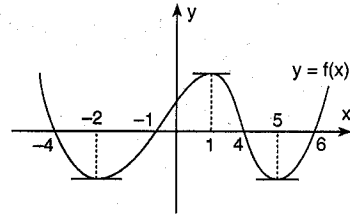
A) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ E) $\frac{16}{3\sqrt{3}}$

19. $y = \sqrt{x^2 + 6x + 8}$ eğrisinin grafiği aşağıdakilerden

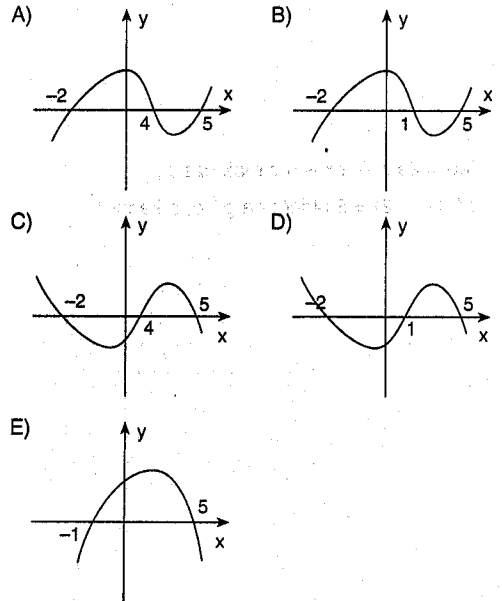
hangisidir?



- 20.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



TEST 24'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \text{sgn}(x^2 - 2) + \left\lfloor \frac{3x - 1}{7} \right\rfloor + x - 3$ fonksiyonunda

$$x = 6 \text{ için; } \text{sgn}(x^2 - 2) = \text{sgn}(6^2 - 2)$$

$$= \text{sgn}(34) = 1$$

$$x = 6 \text{ için } \left\lfloor \frac{3x - 1}{7} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{3 \cdot 6 - 1}{7} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{17}{7} \right\rfloor = 2 \text{ dir.}$$

$$f(x) = 1 + 2 + x - 3 = x \text{ olduğundan}$$

$$f'(x) = 1 \text{ bulunur. } f'(6) = 1 \text{ dir.}$$

Yanıt E

2. 3. dereceden bir fonksiyonun ikinci türevi birinci dereceden fonksiyondur.

$$f''(x) = mx + n \text{ dir.}$$

$$\text{Tablodan } f''(0) = -4, f''(1) = 2 \text{ olduğu görülür.}$$

$$f''(0) = n = -4$$

$$f''(1) = m + n = 2 \Rightarrow m = 6 \text{ bulunur.}$$

$$f''(x) = 6x - 4 \text{ için}$$

$$f''(3) = 6 \cdot 3 - 4 = 14 \text{ olur.}$$

Yanıt B

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) \text{ dir.}$

$$f(x) = mx^2 - 2x + 4 \text{ ise}$$

$$f'(x) = 2mx - 2 \text{ dir.}$$

$$f'(2) = 4m - 2 = 4 \text{ olduğundan}$$

$$4m = 6$$

$$m = \frac{3}{2} \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

4. $f(x) = x \cdot |x^2 - 16|$ fonksiyonunda

$$x = 3 \text{ için } x^2 - 16 = 9 - 16 = -7 \text{ olduğundan}$$

$$f(x) = x(16 - x^2)$$

$$f(x) = -x^3 + 16x \text{ bulunur. Buradan}$$

$$f'(x) = -3x^2 + 16 \text{ elde edilir.}$$

$$x = 3 \text{ için } f'(3) = -3 \cdot (3)^2 + 16 = -11 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

5. $f(x) = 2ax^2 + mx + n$ ise

$$f'(x) = 4ax + m \text{ dir.}$$

$$x = 3 \text{ için } f'(3) = 4 \cdot a \cdot 3 + m = 12a + m$$

$$x = 2 \text{ için } f'(2) = 4 \cdot a \cdot 2 + m = 8a + m \text{ bulunur.}$$

$$f'(3) - f'(2) = 12a + m - 8a - m = 8$$

$$4a = 8$$

$$a = 2 \text{ olur.}$$

Yanıt E

6. $f(x) = \frac{ax^2 - 1}{x + 1}$ olduğuna göre, bölmenin türevinden

$$f'(x) = \frac{(ax^2 - 1)'(x + 1) - (ax^2 - 1) \cdot (x + 1)'}{(x + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(2ax)(x + 1) - (ax^2 - 1)}{(x + 1)^2} \text{ bulunur.}$$

$$x = 1 \text{ için } f'(1) = \frac{2a \cdot 2 - (a - 1)}{2^2}$$

$$2 = \frac{4a - a + 1}{4}$$

$$8 = 3a + 1$$

$$\frac{7}{3} = a \text{ olur.}$$

Yanıt B

7. $f(x) = \frac{\sin 6x + \sin 2x}{\cos 6x + \cos 2x}$ fonksiyonunun pay ve paydasına

dönüşüm uygulanırsa;

$$f(x) = \frac{2\sin(4x) \cdot \cos(2x)}{2\cos(4x) \cdot \cos(2x)} = \frac{\sin 4x}{\cos 4x} = \tan 4x$$

$$f(x) = \tan 4x \text{ ise } f'(x) = 4 \cdot \frac{1}{\cos^2 4x}$$

$$x = \frac{\pi}{4} \text{ için } f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4 \cdot \frac{1}{\cos^2\left(4 \cdot \frac{\pi}{4}\right)} = 4 \cdot \frac{1}{\cos^2(\pi)}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4 \cdot \frac{1}{(-1)^2} = 4 \cdot 1 = 4 \text{ olur.}$$

Yanıt D

8. $f(x) = \sqrt{2x+7}$ ise $f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+7}}$
 $g(x) = x^2 + 3x + 1$ ise $g'(x) = 2x+3$ dür.
 $(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$
 $(g'(f(x))) = 2\sqrt{2x+7} + 3$ olduğundan
 $(g \circ f)'(x) = [2\sqrt{2x+7} + 3] \cdot \frac{2}{2\sqrt{2x+7}}$
 $x = 1$ için, $(g \circ f)'(1) = [2\sqrt{2 \cdot 1 + 7} + 3] \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 1 + 7}}$
 $(g \circ f)'(1) = [2 \cdot 3 + 3] \cdot \frac{1}{3} = \frac{9}{3} = 3$ bulunur.

Yanıt E

9. $f(x) = x \cdot |x^2 - 4|$ fonksiyonunda
 $x = 4 \Rightarrow f(x) = x(x^2 - 4) = x^3 - 4x$
 $x = 1 \Rightarrow f(x) = x(-x^2 + 4) = -x^3 + 4x$ olur.
 $x = 4 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4 \Rightarrow f'(4) = 44$
 $x = 1 \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 4 \Rightarrow f'(1) = 1$
 $f'(4) \cdot f'(1) = 44$ bulunur.

Yanıt C

10. $f(x) = x^3 + 1$ ise $f'(x) = 3x^2$

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)} \text{ dir.}$$

$$2 = x^3 + 1 \Rightarrow x^3 = 1, x = 1 \text{ olur.}$$

$$(f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(1)} \text{ dir.}$$

$$(f^{-1})'(2) = \frac{1}{3 \cdot 1} = \frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2x} \rightarrow 1^\infty$ belirsizliği çıkar.

$$\left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2x} = e^{\ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2x}} = e^{2x \ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right)}$$

$$= e^{\frac{\ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right)}{\frac{1}{2x}}} \text{ olur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2x} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right)}{\frac{1}{2x}}} \text{ olur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right)}{\frac{1}{2x}} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği çıkar.}$$

L'Hospital yardımı ile

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right)}{\frac{1}{2x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right)'}{\left(\frac{1}{2x} \right)'}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln(x-1) - \ln(x+1))'}{\left(\frac{1}{2x} \right)'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}}{-\frac{1}{2x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x+1 - x-1}{(x-1)(x+1)}}{-\frac{1}{2x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{-2}{x^2-1}}{-\frac{1}{2x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^2}{x^2-1} = -4 \text{ olur.}$$

O halde;

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2x} = e^{-4} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

12. $\lim_{x \rightarrow 0} x^{5x} \rightarrow 0^0$ belirsizliği vardır.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} e^{\ln x^{5x}} &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{5x \ln x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\ln x}{\frac{1}{5x}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{5x}} \\ &= e \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{5x}} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği elde edilir.}$$

L' Hospital yardımı ile kuvvetin limitini alır daha sonra "e" nin kuvvetine yazarsak,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{5x}} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\ln x)'}{\left(\frac{1}{5x}\right)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{5x^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} -\frac{5x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} -5x \\ &= 0 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

O halde;

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^{5x} = e^0 = 1 \text{ elde edilir.}$$

Yanıt D

13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x}{e^{7x}} \rightarrow \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği olur.

L'Hospital yardımı ile

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x}{e^{7x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(7x)'}{(e^{7x})'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7}{e^{7x} \cdot 7} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

14. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \frac{\pi}{x} - \cos \pi x}{\sin \pi x + \cos \frac{\pi}{2} x} = \frac{\sin \frac{\pi}{2} - \cos 2\pi}{\sin 2\pi + \cos \pi}$

$$= \frac{1 - 1}{0 + (-1)} = \frac{0}{-1} = 0 \text{ bulunur.}$$

Not: $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ belirsizlikleri yokken L' Hospital uygulanamaz.

maz.

Yanıt D

15. $f(x) = \frac{x^2 - ax + 3}{x + 1}$ eğrisinin $x = 1$ apsisli noktasındaki teğetin eğimi, $y = x + 2$ doğrusunun eğimine eşit olacaktır.

$y = x + 2$ doğrusunun eğimi 1 dir. O halde;

$f'(1) = 1$ olmalıdır.

$$f'(x) = \frac{(2x - a)(x + 1) - (x^2 - ax + 3) \cdot 1}{(x + 1)^2}$$

$$x = 1 \text{ için } f'(1) = \frac{(2 - a)(1 + 1) - (1 - a + 3)}{(1 + 1)^2}$$

$$1 = \frac{4 - 2a - (-a + 4)}{4}$$

$$4 = -a$$

$$-4 = a \text{ olur.}$$

Yanıt A

16. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki değeri 0 dir. Yani $f(1) = 0$ dir.

$$f(1) = 1 + a + b + 2 = 0 \Rightarrow a + b = -3 \text{ olur.}$$

Ayrıca, $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ fonksiyonu $x = 1$ noktasında x eksenine teğet ise bu noktada fonksiyonun türevi 0 dir.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$f'(1) = 3 + 2a + b = 0 \Rightarrow 2a + b = -3 \text{ olur.}$$

$$a + b = -3$$

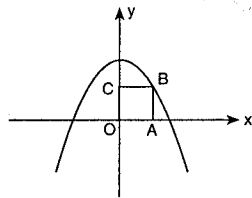
$$2a + b = -3 \text{ olduğundan } a = 0, b = -3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

17. $f(x) = \frac{x^2 + (m-1)x}{x+2}$ fonksiyonunun $x = 4$ de ekstremum noktasının olması için $f'(4) = 0$ olmalıdır.
- $$f'(x) = \frac{[2x + (m-1)](x+2) - [x^2 + (m-1)x]}{(x+2)^2}$$
- $$f'(4) = \frac{(7+m) \cdot 6 - (16 + 4m - 4)}{36} = 0$$
- $$42 + 6m - 12 - 4m = 0$$
- $$30 + 2m = 0 \text{ ise } m = -15 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

18.



B. noktasının kordinatı $(x, 4 - x^2)$ dir.

OADC dörtgenin alanı $= x \cdot (4 - x^2)$ olur.

$A(x) = -x^3 + 4x$ in en büyük değeri $A'(x) = 0$ olduğu noktadır.

$$A'(x) = -3x^2 + 4 = 0$$

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ bulunur.}$$

$A(x) = -x^3 + 4x$ fonksiyonunda

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ için } A\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{8}{3\sqrt{3}} + \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{16}{3\sqrt{3}} \text{ elde edilir.}$$

Yanıt E

19.

$$y = \sqrt{x^2 + 6x + 8} = \sqrt{(x+3)^2 - 1}$$

olduğundan $y = x + 3$ ve $y = -x - 3$ fonksiyonunun grafiğinin eğik asimtotlarıdır.

$$(x+3)^2 = 1 \quad (y=0 \text{ için})$$

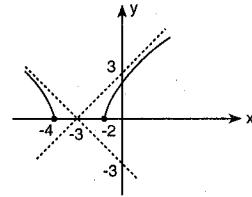
$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x+3=1 \quad x+3=-1$$

$$x=-2 \quad x=-4$$

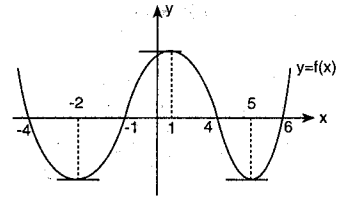
Grafik x eksenini $(-2, 0)$ ve $(-4, 0)$ noktasında keser. y negatif değer alamaz.

$$y = \sqrt{x^2 + 6x + 8} \geq 0 \text{ dir.}$$



Yanıt C

20.



fonsiyon grafiğinden

* $(-\infty, -2)$ aralığında $f(x)$ azalan olduğundan $f'(x) < 0$

* $x = -2$ noktasında $f(x)$ yerel minimum olduğundan $f'(-2) = 0$

* $(-2, 1)$ aralığında $f(x)$ artan olduğundan $f'(x) > 0$

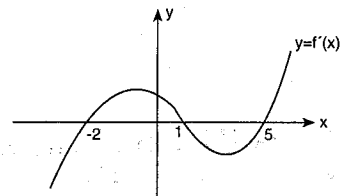
* $x = 1$ noktasında $f(x)$ yerel maksimum olduğundan $f'(1) = 0$

* $(1, 5)$ aralığında $f(x)$ azalan olduğundan $f'(x) < 0$

* $x = 5$ noktasında $f(x)$ yerel minimum olduğundan $f'(5) = 0$

* $(5, \infty)$ aralığında $f(x)$ artan olduğundan $f'(x) > 0$ olur.

O halde, $f'(x)$ in grafiği şekildeki gibidir.



Yanıt B

1. $f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x < 1 \\ ax^2+b, & 1 \leq x < 2 \\ mx^3+n, & x \geq 2 \end{cases}$

fonksiyonu R de türevli olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

2. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$,

$f(x) = x^3 - \sqrt{x}$ ile tanımlıdır.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ sonucu kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

3. $f(x) = x^2 - 4x$ için $x \geq 2$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ in $x = -3$ noktasındaki türevinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

4. $f(x) = 1 - \sqrt{x}$ olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$ B) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ C) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$
D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E) $-\sqrt{2}$

5. $y = (2x + 1)^6$ olduğuna göre,

$\frac{d^6 y}{dx^6}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $6! \cdot 2^8$ B) $6! \cdot 2^7$ C) $6! \cdot 2^6$
D) $6! \cdot 2^5$ E) $6! \cdot 2^4$

6. $f(x) = x^2 \cdot \sqrt[5]{x^3 - 2x + 1}$ olduğuna göre, $f'(-1)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) $-\frac{3}{\sqrt[5]{16}}$ C) $-\frac{17}{5\sqrt[5]{16}}$
D) $\frac{-18}{5\sqrt[5]{16}}$ E) $\frac{-19}{5\sqrt[5]{16}}$

7. $\begin{cases} y = 2t^2 - 2 \\ t = x^3 \\ x = 2u + 1 \end{cases}$ olduğuna göre,

$\frac{dy}{du}$ ifadesinin $u = 0$ için değeri kaçtır?

- A) 36 B) 24 C) 18 D) 16 E) 12

8. $f(x) = \arccos(\sin x)$ olduğuna göre, $f'(\pi)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

9. $y = f(x) = \arcsin\left(\frac{1}{x}\right)$ olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2\sqrt{3}}$ B) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ C) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$
D) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ E) $-\frac{1}{4\sqrt{3}}$

10. $\begin{cases} y = \sqrt{t} \\ x = t^3 - t + 1 \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dx}{dy}$ ifadesinin $t = 1$ için değeri kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 3 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

11. $f(x) = f(x) = \sqrt[3]{x + \sqrt{x}}$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2\sqrt[3]{28}}$ B) $\frac{1}{2\sqrt[3]{21}}$ C) $\frac{1}{2\sqrt[3]{18}}$
D) $\frac{1}{2\sqrt[3]{16}}$ E) $\frac{1}{2\sqrt[3]{4}}$

12. $f(x) = \ln(\arctan(2x + 1))$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{\arctan(2x + 1)}$
B) $\frac{2}{\arctan(2x + 1)}$
C) $\frac{-2}{[1 + (2x + 1)^2] \cdot (\arctan(2x + 1))}$
D) $\frac{1}{[1 + (2x + 1)^2] \cdot (\arctan(2x + 1))}$
E) $\frac{2}{[1 + (2x + 1)^2] \cdot (\arctan(2x + 1))}$

13. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\tan x - 1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

14. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt[3]{5x + 2} - 3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 54 B) 27 C) $\frac{14}{3}$ D) 2 E) $-\frac{14}{3}$

15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 1}{2x + 1} \right)^x$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) e D) -e E) $\frac{1}{e}$

16. $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) e E) $\frac{1}{e}$

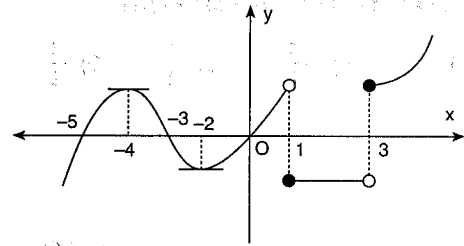
17. $f(x) = a(x^3 - 2x^2 + x)^3$ fonksiyonunun $x = 2$ apsisi nok-
tasındaki teğeti $y - 2x + 15 = 0$ doğrusuna paralel oldu-
ğuna göre, a kaçtır?

- A) $\frac{1}{30}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 6

18. $y = -x^2 - 5x + 6$ parabolü üzerinde alınan hangi nokta-
nın koordinatları toplamı maksimum olur?

- A) $\left(-\frac{5}{2}, \frac{49}{4}\right)$ B) $\left(-\frac{3}{2}, 30\right)$ C) $(-2, 14)$
D) $(-2, 12)$ E) $(-2, 16)$

19.



Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için aşağıda-
kilerden hangisi yanlıştır?

- A) $1 \leq x < 3$ için $f'(x) = 0$ dir.
B) $x < -4$ için $f'(x) > 0$ dir.
C) $x > 3$ için $f'(x) < 0$ dir.
D) $f'(-2) = 0$
E) $-2 < x < 1$ için $f(x)$ artandır.

20. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 8x^3 - 15x^2 - 36x + 60$ fonksiyonunun
yerel minimum değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -14 B) -12 C) -10 D) -9 E) -8

TEST 25'İN ÇÖZÜMLERİ

1.

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & x < 1 \\ ax^2 + b, & 1 \leq x < 2 \\ mx^3 + n, & x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun R de türevli olabilmesi için 1 ve 2 noktalarında sağdan ve soldan türevleri eşit, 1 ve 2 noktalarında sürekli olması gerekir.

$$f'(1^+) = f'(1^-)$$

$$f'(2^+) = f'(2^-)$$

$$2a \cdot 1 = 3$$

$$3m2^2 = 2a \cdot 2$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$3m = a$$

$$3m = \frac{3}{2} \quad (a = \frac{3}{2} \text{ olduğundan})$$

$$m = \frac{1}{2} \text{ olur}$$

$$f(1^+) = f(1^-)$$

$$f(2^+) = f(2^-)$$

$$a \cdot 1^2 + b = 3 \cdot 1 + 1$$

$$m \cdot 2^3 + n = a \cdot 2^2 + b$$

$$a + b = 4$$

$$\frac{1}{2} \cdot 8 + n = \frac{3}{2} \cdot 4 + \frac{5}{2}$$

$$a = \frac{3}{2} \Rightarrow b = 4 - \frac{3}{2}$$

$$4 + n = 6 + \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow b = \frac{5}{2}$$

$$n = 2 + \frac{5}{2}$$

$$n = \frac{9}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt B

2.

$$f(x) = x^3 - \sqrt{x} \text{ olmak üzere;}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) \text{ dir.}$$

$$f'(x) = 3x^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ olduğundan,}$$

$$x = 1 \text{ için, } f'(1) = 3 \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1}}$$

$$= 3 - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{5}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt D

3.

$$f(x) = x^2 - 4x \text{ ve } x \geq 2 \text{ olmak üzere;}$$

$$(f^{-1}(y_0))' = \frac{1}{f'(x_0)} \text{ dir.}$$

$$f^{-1}(-3) = x_0 \text{ olsun.}$$

$$x_0^2 - 4x_0 = -3 \Rightarrow x_0^2 - 4x_0 + 3 = 0$$

$$\Rightarrow x_0 = 1 \text{ veya } x_0 = 3$$

$$x \geq 2 \text{ olduğundan } x_0 = 3 \text{ alınır.}$$

$$\text{O halde; } (f^{-1}(-3))' = \frac{1}{f'(3)} \text{ dır.}$$

$$f(x) = x^2 - 4x \Rightarrow f'(x) = 2x - 4$$

$$\Rightarrow f'(3) = 2 \cdot 3 - 4 = 2 \text{ dir.}$$

$$(f^{-1}(-3))' = \frac{1}{f'(3)} = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt C

4.

$$f(x) = 1 - \sqrt{x} \text{ olmak üzere;}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) \text{ dir.}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = -\frac{1}{2\sqrt{x}} \text{ olduğundan,}$$

$$x = 2 \text{ için; } f'(2) = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \text{ olur.}$$

Yanıt A

5.

$$y = (2x + 1)^6 \text{ olduğundan,}$$

$$y' = 6 \cdot (2x + 1)^5 \cdot 2$$

$$y'' = 6 \cdot 5 \cdot (2x + 1)^4 \cdot 2 \cdot 2$$

$$y''' = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot (2x + 1)^3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$y^{(iv)} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (2x + 1)^2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$y^{(v)} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (2x + 1) \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$y^{(vi)} = \underbrace{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}_{6!} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^6}$$

$$\text{O halde } \frac{d^6 y}{dx^6} = 6! \cdot 2^6 \text{ dir.}$$

Yanıt C

6. $f'(x) = 2x \cdot \sqrt[5]{x^3 - 2x + 1} + x^2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{3x^2 - 2}{\sqrt[5]{(x^3 - 2x + 1)^4}}$ olur.

$x = -1$ için; $f'(-1) = -2 \cdot \sqrt[5]{-1 + 2 + 1} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3 \cdot 1 - 2}{\sqrt[5]{(-1 + 2 + 1)^4}}$

$= \frac{-2 \cdot \sqrt[5]{2}}{1} + \frac{1}{5 \sqrt[5]{16}}$

$= \frac{-10 \sqrt[5]{32} + 1}{5 \sqrt[5]{16}}$

$= \frac{-20 + 1}{5 \sqrt[5]{16}}$

$= -\frac{19}{5 \sqrt[5]{16}}$

Yanıt E

7. $\left. \begin{array}{l} y = 2t^2 - 2 \\ t = x^3 \\ x = 2u + 1 \end{array} \right\}$ olduğundan,

$\frac{dy}{du} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} \cdot \frac{dx}{du} = (4t) \cdot (3x^2) \cdot 2$ olur.

$u = 0 \Rightarrow x = 2u + 1 = 2 \cdot 0 + 1 = 1$ dir.

$x = 1 \Rightarrow t = x^3 = 1^3 = 1$ dir.

$x = 1$ ve $t = 1$ olduğundan,

$(4t) \cdot (3x^2) \cdot 2 = (4 \cdot 1) \cdot (3 \cdot 1^2) \cdot 2$

$= 4 \cdot 3 \cdot 2$

$= 24$ dür.

Yanıt B

8. $f(x) = \arccos(\sin x)$ olduğundan,

$f'(x) = -\frac{(\sin x)'}{\sqrt{1 - (\sin x)^2}} = -\frac{\cos x}{\sqrt{\cos^2 x}}$

$= -\frac{\cos x}{|\cos x|}$ olur.

O halde $x = \pi$ için;

$f'(\pi) = -\frac{\cos \pi}{|\cos \pi|} = -\frac{-1}{|-1|} = 1$ dir.

Yanıt D

9. $y = f(x) = \arcsin\left(\frac{1}{x}\right)$ olduğundan,

$f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{x}\right)'}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{x}\right)^2}} = \frac{-\frac{1}{x^2}}{\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}}$ dir.

$x = 2$ için; $f'(2) = \frac{-\frac{1}{4}}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}}} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$= -\frac{1}{2\sqrt{3}}$ olur.

Yanıt A

10. $\left. \begin{array}{l} y = \sqrt{t} \\ x = t^3 - t - 1 \end{array} \right\}$ olduğundan,

$\frac{dx}{dy} = \frac{\frac{dx}{dt}}{\frac{dy}{dt}} = \frac{3t^2 - 1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{t}}}$

$t = 1$ için; $\frac{dx}{dy} = \frac{3 \cdot 1^2 - 1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1}}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$

Yanıt B

11. $f(x) = \sqrt[3]{x + \sqrt{x}} = (x + \sqrt{x})^{1/3}$ olduğuna göre,

$f'(x) = \frac{1}{3} (x + \sqrt{x})^{-2/3} \cdot \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$ olur.

$x = 1$ için $f'(1) = \frac{1}{3} (1 + 1)^{-2/3} \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)$

$= \frac{1}{3} \cdot 2^{-2/3} \cdot \frac{3}{2}$

$= 2^{-5/3} = \frac{1}{\sqrt[3]{32}} = \frac{1}{2\sqrt[3]{4}}$ bulunur.

Yanıt E

12. $f(x) = \ln(\arctan(2x+1))$ ise

$$\begin{aligned} f'(x) &= (\ln(\arctan(2x+1)))' \\ &= \frac{1}{\arctan(2x+1)} \cdot (\arctan(2x+1))' \\ &= \frac{1}{\arctan(2x+1)} \cdot \frac{1}{1+(2x+1)^2} \cdot (2x+1)' \\ &= \frac{1}{\arctan(2x+1)} \cdot \frac{1}{1+(2x+1)^2} \cdot 2 \\ &= \frac{2}{[1+(2x+1)^2] \cdot [\arctan(2x+1)]} \end{aligned}$$

Yanıt E

13. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\tan x - 1} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'Hospital yardımı ile

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\tan x - 1} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - \cos x)'}{(\tan x - 1)'} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x + \sin x}{1 + \tan^2 x} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt B

14. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt[3]{5x+2} - 3} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'Hospital yardımı ile

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt[3]{5x+2} - 3} &= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x^2 - 25)'}{(\sqrt[3]{5x+2} - 3)'} \\ &= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x}{\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{(\sqrt[3]{5x+2})^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x \cdot 3 \cdot (\sqrt[3]{5x+2})^2}{5} \\ &= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{6x \cdot (5x+2)^{\frac{2}{3}}}{5} \\ &= \frac{6 \cdot 5 \cdot (27)^{\frac{2}{3}}}{5} \\ &= 54 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

$$\begin{aligned} 15. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^x &= \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\ln \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} e^{x \cdot \ln \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{\ln \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)}{\frac{1}{x}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)}{\frac{1}{x}} \text{ olur.} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)}{\frac{1}{x}} &\rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır.} \end{aligned}$$

L'Hospital yardımı ile

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)}{\left(\frac{1}{x} \right)'} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln(2x-1) - \ln(2x+1))'}{(x^{-1})'} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{2x-1} - \frac{2}{2x+1}}{-x^{-2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+2-4x+2}{(2x-1) \cdot (2x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2}{4x^2-1} = -1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

O halde;

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{\ln \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)}{\frac{1}{x}}} = e^{-1} = \frac{1}{e} \text{ olur.}$$

Yanıt E

16.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} x^x &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\ln x^x} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{x \ln x} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\ln x}{\frac{1}{x}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} \rightarrow \frac{-\infty}{\infty} \text{ belirsizliği vardır.}$$

L'hospital yardımı ile

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\ln x)'}{\left(\frac{1}{x} \right)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} = 0 \text{ olur.}$$

O halde;

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^x = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}}} = e^0 = 1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

17. $f(x) = a(x^3 - 2x^2 + x)^3$ fonksiyonunun $x = 2$ apsisli noktasındaki teğeti $y - 2x + 15 = 0$ doğrusuna paralel ise fonksiyonun $x = 3$ noktasında türevi, doğrunun eğimine eşit olmalıdır.

$$y = 2x - 15 \text{ doğrusunun eğimi } 2 \text{ dir.}$$

$$\text{O halde; } f'(2) = 2 \text{ olmalıdır.}$$

$$f'(x) = 3a.(x^3 - 2x^2 + x)^2 . (3x^2 - 4x + 1)$$

$$x = 2 \text{ için } f'(2) = 3a.(8 - 8 + 2)^2 . (3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 1)$$

$$2 = 3a \cdot 4 \cdot 5$$

$$2 = 60a$$

$$\frac{1}{30} = a \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

18. $y = -x^2 - 5x + 6$ parabolü üzerinde alınan $P(x, -x^2 - 5x + 6)$ noktasının koordinatları toplamı $x + (-x^2 - 5x + 6) = -x^2 - 4x + 6$ dir.
- $T(x) = -x^2 - 4x + 6$ nın maksimum değeri $T'(x)$ in sıfır olduğu noktadadır.
- $T'(x) = -2x - 4 = 0$, $x = -2$ bulunur.
- $x = -2$ için $y = -(-2)^2 - 5(-2) + 6$
- $$= -4 + 10 + 6 = 12 \text{ elde edilir.}$$
- O halde istenilen nokta $(-2, 12)$ dir.

Yanıt D

19. $f(x)$ fonksiyonunun grafiğinden $x > 3$ değerleri için $f(x)$ in artan değerler aldığı görülüyor. O halde $f'(x) > 0$ olmalıdır. C seçeneğinde ise $x > 3$ için $f'(x) < 0$ verilmiştir. C seçeneği yanlıştır.

Yanıt C

20. $f(x) = 8x^3 - 15x^2 - 36x + 60$ fonksiyonunun ekstremum noktaları $f'(x)$ in sıfıra eşit olduğu noktalardır.

$$f'(x) = 24x^2 - 30x - 36 = 0$$

$$4x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(4x + 3).(x - 2) = 0$$

$$x = -\frac{3}{4}, x = 2 \text{ olur.}$$

$f'(x)$ için aşağıdaki tablo düzenlenirse

x	-3/4	2
f'(x)	+	-
	↗	↘
	maksimum	minimum

$x = 2$ noktasında fonksiyonun minimum değer aldığı görülür.

$$x = 2 \text{ için } f(2) = 8 \cdot 2^3 - 15 \cdot 2^2 - 36 \cdot 2 + 60$$

$$= 64 - 60 - 72 + 60 = -8 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

1. $f(x) = \frac{2x+7}{x-2}$ fonksiyonu veriliyor.

$f'(1)$ kaçtır?

- A) -13 B) -12 C) -11 D) -10 E) -9

2. $f(x) = \frac{1}{3^{\sin x}}$ fonksiyonu için $f'(x)$ aşağıdakilerden

hangisidir?

- A) $3^{-\sin x} \cdot (\cos x) \cdot \ln 3$
B) $3^{-\sin x} \cdot (-\cos x)$
C) $3^{-\sin x} \cdot (-\cos x) \cdot \log_3 e$
D) $3^{-\sin x} \cdot (-\cos x) \cdot \ln 3$
E) $3^{-\sin x} \cdot (\cos x) \cdot \log_3 e$

3. $f(x) = \text{Arctan}(x^3 + x - 2)$ olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

4. $f(x) = \sqrt{x+\sqrt{x}}$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) $6\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
D) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

5. $f(x) = \ln(\cos \sqrt{x})$ fonksiyonu için $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{\tan \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ B) $\frac{\tan \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ C) $-\frac{\tan \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$
D) $\frac{\tan \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ E) $-\frac{\tan \sqrt{x}}{4\sqrt{x}}$

6. $\begin{cases} x = t^2 - t + 1 \\ y = t^3 + 1 \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = -1$ için

değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

7. $f(x) = x^{2x}$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

8. Aşağıdaki fonksiyonların hangisinde $x = 3$ için türev vardır?

- A) $f(x) = \begin{cases} x+2, & x < 3 \\ 2x-1, & x \geq 3 \end{cases}$ B) $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 3 \\ 0, & x = 3 \\ x^2-9, & x > 3 \end{cases}$
C) $f(x) = \begin{cases} 3x, & x < 3 \\ x^2, & x > 3 \end{cases}$ D) $f(x) = \begin{cases} 6x-8, & x < 3 \\ x^2+1, & x \geq 3 \end{cases}$
E) $f(x) = \begin{cases} 9x, & x < 3 \\ x^2+3x, & x \geq 3 \end{cases}$

9. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{x}}}$ olduğuna göre, $f'(64)$ kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2^3 \cdot 3^4}$ B) $-\frac{1}{2^4 \cdot 3^3}$ C) $\frac{1}{2^4 \cdot 3^3}$
D) $-\frac{1}{2^5 \cdot 3^3}$ E) $-\frac{1}{2^5 \cdot 3^5}$

10. $x^3 + y^2 - 2x^2y - 4y - 1 = 0$ bağıntısı ile tanımlanan $y = f(x)$ fonksiyonunun $(1,1)$ noktasındaki teğetin eğimi kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

11. $[0, 3]$ aralığında tanımlı.

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - 4x - 6$$

fonksiyonu için ortalama değer teoremini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{7}$ E) $2\sqrt{2}$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x^2 - 2x}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

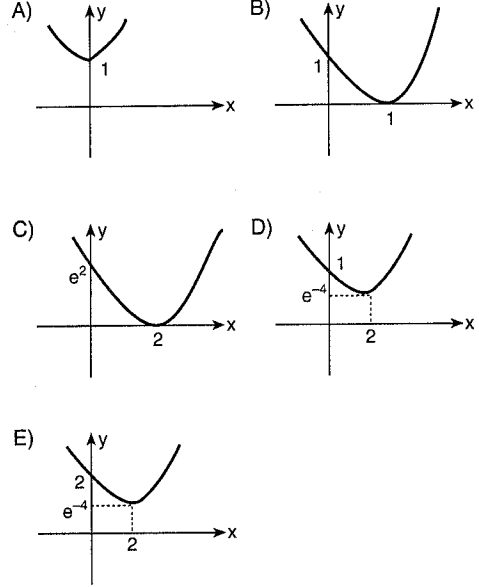
13. $y = f(x) = x \cdot \arccos(x^2) + 1$ olduğuna göre, $f'(x)$ kaçtır?

- A) $\arccos(x^2) - \frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$
 B) $\arccos(x^2) - \frac{2x^2}{\sqrt{1-x^4}}$
 C) $\arccos(x^2) - \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$
 D) $\arccos(x^2) - \frac{2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$
 E) $\arccos(x^2) - \frac{2x^3}{\sqrt{1-x^4}}$

14. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\cos^2 2x - 1}{\sin^2 \left(x - \frac{\pi}{2} \right)} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) 0 D) 2 E) 8

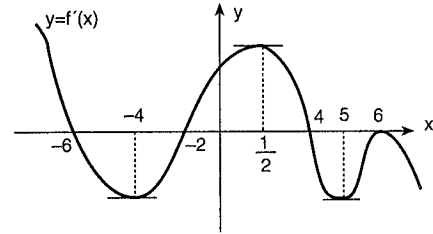
15. $f(x) = e^{x^2-4x}$ fonksiyonun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



16. $f(x)$, $(1, 32)$ aralığında azalan bir fonksiyon olduğuna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi aynı aralıkta azalan fonksiyondur?

- A) $x^3 - f(x)$ B) $\frac{1}{f(x)}$ C) $f(x) - 3x^2$
 D) $-f(x)$ E) $-f(x^3)$

- 17.



Şekilde $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

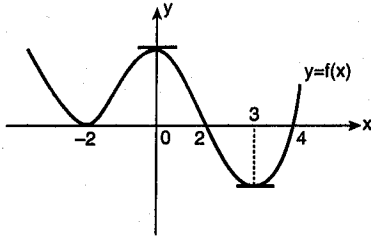
Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x = -6$ da f nin yerel maksimumu vardır.
 B) $f'(-4) = 0$
 C) $x = 5$ noktasında f nin dönüm noktası vardır.
 D) $5 < x < 6$ aralığında f nin dönüm noktası vardır.
 E) $x > 6$ için $f'(x) < 0$ dir.

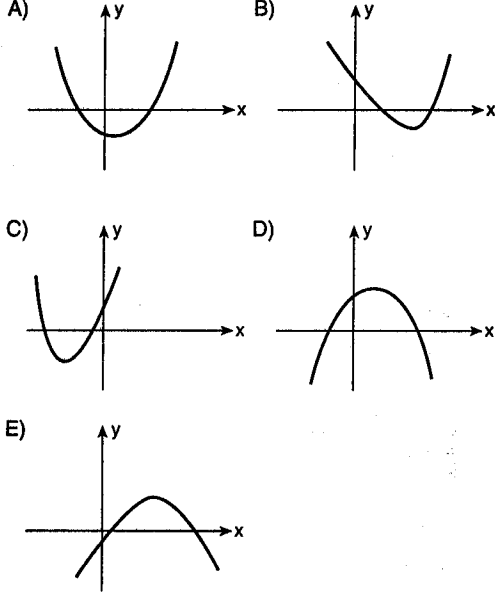
18. $f(x) = x^4 + (a-2)x^3 - ax - 10$ eğrisinin dönüm (büküm) noktasının apsisi -2 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 2 D) 4 E) 6

19.



Şekilde $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği verilmiştir.
 $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



20. Şekildeki ikizkenar yamukta

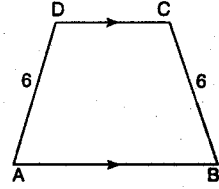
$$|AD| = |BC| = 6 \text{ br}$$

$$[DC] \parallel [AB] \text{ ve}$$

$$|AB| = 3|DC|$$

olduğuna göre,

A(ABCD) nin alabileceği en büyük değer için |DC| kaç birimdir?



- A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{2}$ E) 4

TEST 26'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \frac{2x+7}{x-2}$ olduğundan,
(Bölümün türevinden)
 $f'(x) = \frac{2(x-2) - (2x+7) \cdot 1}{(x-2)^2} = \frac{-11}{(x-2)^2}$ olur.
 $x = 1$ için;
 $f'(1) = \frac{-11}{(1-2)^2} = -11$ dir.

Yanıt C

2. $f(x) = \frac{1}{3^{\sin x}} = 3^{-\sin x}$ olduğundan,
 $f'(x) = (-\sin x)' \cdot \ln 3 \cdot 3^{-\sin x}$
 $= 3^{-\sin x} \cdot (-\cos x) \cdot \ln 3$ olur.

Yanıt D

3. $f(x) = \text{Arctan}(x^3 + x - 2)$ olduğundan,
 $f'(x) = \frac{(x^3 + x - 2)'}{1 + (x^3 + x - 2)^2} = \frac{3x^2 + 1}{1 + (x^3 + x - 2)^2}$ olur.
 $x = 0$ için;
 $f'(0) = \frac{3 \cdot 0 + 1}{1 + (0 + 0 - 2)^2} = \frac{1}{5}$ dir.

Yanıt A

4. $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}$ olduğundan,
 $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(x + \sqrt{x})'}{\sqrt{x + \sqrt{x}}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}}{\sqrt{x + \sqrt{x}}}$ olur.
 $x = 1$ için;
 $f'(1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \frac{1}{2}}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{4\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{8}$ dir.

Yanıt E

5. $f(x) = \ln(\cos \sqrt{x})$ olduğundan,
 $f'(x) = \frac{(\cos \sqrt{x})'}{\cos \sqrt{x}} = \frac{-\sin \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}}{\cos \sqrt{x}}$
 $= -\frac{\tan \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ olur.

Yanıt C

6. $\left. \begin{array}{l} x = t^2 - t + 1 \\ y = t^3 + 1 \end{array} \right\}$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2}{2t - 1}$$

$t = -1$ için; $\frac{3 \cdot (-1)^2}{2(-1) - 1} = \frac{3}{-3} = -1$ dir.

Yanıt B

7. $f(x) = x^{2x}$ fonksiyonunda iki tarafın $\ln$ i alınırsa,
 $\ln(f(x)) = \ln x^{2x}$
 $\ln(f(x)) = 2x \cdot \ln x$ (iki tarafın türevi alınır)
çarpımının türevi
 $\frac{f'(x)}{f(x)} = 2 \cdot \ln x + 2x \cdot \frac{1}{x}$
 $f'(x) = (2 \ln x + 2) \cdot f(x)$
 $f'(x) = (2 \cdot \ln x + 2) \cdot x^{2x}$ olur.
 $x = 1$ için; $f'(1) = (2 \cdot \ln 1 + 2) \cdot 1^2$
 $= 2 \cdot 1 = 2$ dir.

Yanıt C

CELAL AYDIN YAYINLARI

8. Türevinin olabilmesi için $x = 3$ noktasında sürekli ve sağdan, soldan türevlerinin eşit olması gerekir.

$$D \text{ seçeneğindeki } f(x) = \begin{cases} 6x - 8, & x < 3 \\ x^2 + 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

fonksiyonunda $f(3^-) = f(3^+)$

$$6 \cdot 3 - 8 = 3^2 + 1$$

$10 = 10$ olduğundan süreklidir.

$$f'(3^-) = f'(3^+)$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$6 = 6$ olduğundan türevi vardır.

Yanıt D

9. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{x}}} = (\sqrt{1+\sqrt{x}})^{-1}$ olduğundan,

$$f'(x) = -1 \cdot (\sqrt{1+\sqrt{x}})^{-2} \cdot (\sqrt{1+\sqrt{x}})'$$

$$= \frac{-1}{1+\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{x}}} \text{ olur.}$$

$$x = 64 \text{ için; } f'(64) = \frac{-1}{1+\sqrt{64}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{64}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{64}}}$$

$$= \frac{-1}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{16} = \frac{-1}{2^5 \cdot 3^3} \text{ olur.}$$

Yanıt D

10. $x^3 + y^2 - 2x^2y - 4y - 1 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{3x^2 - 4xy}{2y - 2x^2 - 4} \text{ ün}$$

$x = 1$ ve $y = 1$ için aldığı değer $(1, 1)$ noktasındaki teğetin eğimini verir.

$$O \text{ halde; } -\frac{3-4}{2-2-4} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4} \text{ olur.}$$

Yanıt A

11. Ortalama değer teoremi

$$[c, b] \text{ aralığında } \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

eşitliğini sağlayan en az bir c değeri vardır.

$$f(3) = 9 - 12 - 6 = -9$$

$$f(0) = -6$$

$$f'(x) = x^2 - 4 \Rightarrow x = c \text{ için } f'(c) = c^2 - 4 \text{ olur.}$$

$$\frac{f(3) - f(0)}{3} = c^2 - 4$$

$$\frac{-9 + 6}{3} = c^2 - 4 \Rightarrow -1 = c^2 - 4 \Rightarrow c^2 = 3$$

$$c = \pm \sqrt{3} \text{ dir.}$$

$$[0, 3] \text{ aralığında } c = \sqrt{3} \text{ olur.}$$

Yanıt B

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x^2 - 2x} = \frac{\sin 0}{0 - 0} = \frac{0}{0}$ belirsizliği

L'Hospital uygulanırsa (Payın ve paydanın ayrı ayrı türevleri alınır)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\cos 2x}{2x - 2} = \frac{2 \cdot \cos 0}{2 \cdot 0 - 2} = \frac{2}{-2} = -1 \text{ olur.}$$

Yanıt C

13. $f(x) = x \cdot \arccos(x^2) + 1$ olduğundan, çarpımının türevinden

$$f'(x) = 1 \cdot \arccos(x^2) + x \cdot \frac{-2x}{\sqrt{1 - (x^2)^2}}$$

$$f'(x) = \arccos(x^2) - \frac{2x^2}{\sqrt{1 - x^4}} \text{ olur.}$$

Yanıt B

14. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left[\frac{\cos^2 2x - 1}{\sin^2 \left(x - \frac{\pi}{2} \right)} \right] = \frac{\cos^2 \pi - 1}{\sin^2(0)} = \frac{1 - 1}{0} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği

L-Hospital uygulanırsa

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left[\frac{2 \cos 2x \cdot (-\sin 2x) \cdot 2}{2 \sin \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right)} \right] = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-2 \sin 4x}{\sin(2x - \pi)}$$

$$= \frac{-2 \sin 2\pi}{\sin 0} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği}$$

Belirsizlik kalkmadığı için bir kez daha L' Hospital uygulanırsa;

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-8 \cos 4x}{2 \cos(2x - \pi)} = \frac{-8 \cdot \cos 2\pi}{2 \cos 0} = \frac{-8 \cdot 1}{2 \cdot 1} = -4 \text{ dır.}$$

Yanıt B

15. $y = f(x) = e^{x^2 - 4x}$ fonksiyonu;

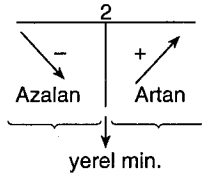
I. yol

$f(x) = y = e^{x^2 - 4x}$ fonksiyonunun türevini 0 yapan x değeri ekstreum noktasıdır.

$$y = e^{x^2 - 4x} \Rightarrow y' = (2x - 4)e^{x^2 - 4x} = 0$$

$$2x - 4 = 0$$

$$x = 2$$



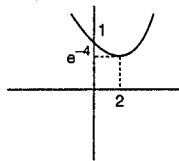
$$x = 2 \Rightarrow y = e^{2^2 - 4 \cdot 2} = e^{-4}$$

$(2, e^{-4})$ yerel minimum noktası

$$x = 0 \Rightarrow y = e^0 = 1$$

$(0, 1)$ noktası y eksenini kestiği noktadır.

O halde grafik;



olur.

II. yol

$$x = 0 \Rightarrow y = e^0 = 1$$

$$x = 2 \Rightarrow y = e^{x^2 - 4x} = e^{-4} \text{ olduğundan}$$

fonksiyon $(0, 1)$ ve $(2, e^{-4})$ noktasından geçer. Bu noktalardan geçen sadece D seçeneğindeki grafik olduğundan yanıt D dir.

Yanıt D

16. $f(x)$ azaldıkça $\frac{1}{f(x)}$, $-f(x)$, $-f(x^3)$

fonksiyonları artar. O halde cevap B, D ve E olamaz.

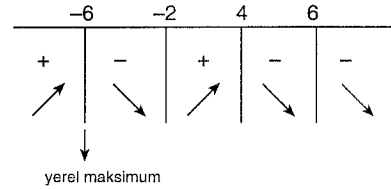
x arttıkça x^3 artacağından cevap A da olamaz.

$f(x)$ azalan ve x arttıkça $-3x^2$ azalacağı için $(1, 32)$ aralığında $f(x) - 3x^2$ azalan bir fonksiyon olur.

Yanıt C

17. $f'(x) = 0$ yapan x değerleri $(-6, -2, 4, 6)$ $f(x)$ in ekstreum noktalarıdır.

$f'(x) > 0$ için fonksiyon artan, $f'(x) < 0$ için azalandır.



$5 < x < 6$ aralığında $f'(x)$ artan olduğundan

$f''(x) > 0$ olur.

$f''(x) = 0$ olamayacağından $5 < x < 6$ aralığında

$f(x)$ fonksiyonunun dönüm noktası yoktur.

Yanıt D

18. $f(x) = x^4 + (a - 2)x^3 - ax - 10$ fonksiyonunun

$x = -2$ noktasında dönüm noktası olduğundan

$$f''(-2) = 0 \text{ dır.}$$

$$f'(x) = 4x^3 + 3(a - 2)x^2 - a$$

$$f''(x) = 12x^2 + 6(a - 2)x \text{ olduğundan,}$$

$$f''(-2) = 12 \cdot (-2)^2 + 6(a - 2)(-2)$$

$$0 = 48 - 12(a - 2)$$

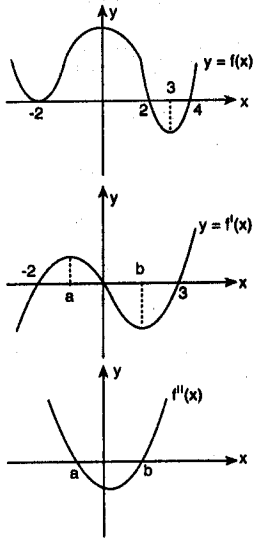
$$12(a - 2) = 48$$

$$a - 2 = 4$$

$$a = 6 \text{ olur.}$$

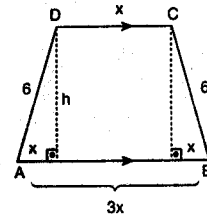
Yanıt E

19.



Yanıt A

20.



$|AB| = 3|DC|$ olduğundan, $|DC| = x$ ise $|AB| = 3x$

$h^2 + x^2 = 36$ (Pisagordan)

$$h^2 = 36 - x^2$$

$$h = \sqrt{36 - x^2}$$

$$\text{O halde; } A(ABCD) = \frac{(x + 3x) \cdot \sqrt{36 - x^2}}{2}$$

$$= 2x \cdot \sqrt{36 - x^2}$$

ifadesinin türevini 0 yapan x değeri için

$A(ABCD)$ maksimum çıkar.

Çarpımının türevinden,

$$(2x \cdot \sqrt{36 - x^2})' = 2 \cdot \sqrt{36 - x^2} + 2x \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{-2x}{\sqrt{36 - x^2}} = 0$$

$$\text{Ohalde; } 2\sqrt{36 - x^2} = \frac{2x^2}{\sqrt{36 - x^2}}$$

$$2(36 - x^2) = 2x^2$$

$$72 = 4x^2$$

$$18 = x^2$$

$$3\sqrt{2} = x \text{ için alan maksimumdur.}$$

Yanıt B

1. $f(x) = 2x^2 + \operatorname{sgn}(x+2) - |x-2|$ fonksiyonunun $x=3$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 11 E) 12

2. $f(x)$, $\mathbb{R}$ de sürekli bir fonksiyon, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ değeri kaçtır?

A) a B) $2a$ C) $f(a)$ D) $f'(a)$ E) $f''(a)$

3. $y = (2x^2 - 3)^5$ olduğuna göre, $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ in $x = -1$ için değeri kaçtır?

A) -160 B) -60 C) -20 D) 20 E) 320

4. $f(x) = \sqrt[3]{x+1} \cdot (x^2 - 1)$ olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

A) $-\frac{1}{3}$ B) 0 C) $\frac{1}{6}$
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

5. $f: [2, \infty) \rightarrow [-1, \infty)$

$f(x) = x^2 - 4x + 3$ fonksiyonunun tersi olan f^{-1} fonksiyonunun $x = 15$ noktasındaki türevi kaçtır?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

6. $f(x) = \log_4(x^2 - 2x + 5)$ olduğuna göre, $f'(0)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2}{5} \log_4 e$ B) $\frac{2}{5} \ln 4$ C) $-\frac{2}{5} \log_4 e$
D) $-\frac{2}{5} \ln 4$ E) $-\frac{1}{5} \log_4 e$

7. $f(x) = \arctan(5x^2 + 1)$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) $\frac{6}{37}$ B) $\frac{7}{37}$ C) $\frac{8}{37}$ D) $\frac{9}{37}$ E) $\frac{10}{37}$

8. $\mathbb{R}$ de türevi olan f ve g fonksiyonları için $f'(1) = 3$, $f(1) = 2$ ve $g'(2) = 4$ olduğuna göre, $(g \circ f)'(1)$ kaçtır?

A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

9. $\begin{cases} x = t^2 - t + 1 \\ y = 2t^3 - 1 \end{cases}$ olduğuna göre, $t = 1$ için $\frac{dy}{dx}$ in değeri kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

10. $f(x) = \ln(\sec x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin x$ B) $\cos x$ C) $\tan x$
D) $\cot x$ E) $\tan^2 x$

11. $f(x) = \arcsin(3x^2 - 1)$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{3}\right)$ kaçtır?

A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $6\sqrt{5}$
D) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

12. $f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x$ olduğuna göre, $f''\left(\frac{\pi}{12}\right)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$
D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ E) $2\sqrt{3}$

13. $f(x) = x \cdot e^x$ olduğuna göre, $f(x)$ in n . mertebeden türevi $f^{(n)}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $n \cdot f(x)$ B) $n \cdot x \cdot f(x)$ C) $n! \cdot f(x)$
D) $n \cdot e^x + f(x)$ E) $e^x + n \cdot f(x)$

14. $f(x) = \sqrt{2x-1}$, $g(x) = x^2 + 1$ olduğuna göre, $(g \circ f)'(1)$

kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

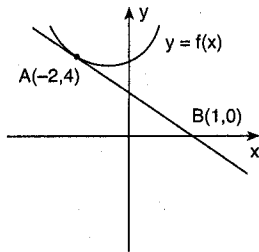
15. Çevresi 80 m olan kare şeklindeki saç levhanın köşelerinden eşit alanlı birer tane kare kesilerek atıldıktan sonra geriye kalan parçadan üstü açık bir kare prizma şeklinde kutu yapılıyor. Bu kutuya su konulmak istenirse en çok kaç metreküp su konulabilir?

A) $\frac{16000}{27}$ B) $\frac{15980}{27}$ C) $\frac{15970}{27}$
D) $\frac{15880}{27}$ E) $\frac{15770}{27}$

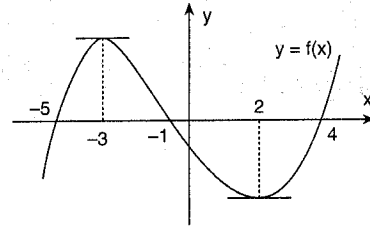
16. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerindeki $A(-2,4)$ noktasından çizilen teğet x eksenini $B(1,0)$ noktasında kesmektedir.

$g(x) = f(x) \cdot (x^2 - x)$ olduğuna göre, $g'(-2)$ kaçtır?

A) -10 B) -14 C) -18 D) -24 E) -28



17.



Üçüncü dereceden $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir. Aşağıdaki önermelerden hangisi veya hangileri doğrudur?

- I. $f''(-5) + f''(-2) > 0$
II. $f'(-1) > 0$
III. $f'(-3) \cdot f'(2) = 0$
IV. $f'(1) + f'(3) > 0$

A) Yalnız I B) Yalnız IV C) I ve IV
D) I, II ve III E) Hepsi

18. Şekilde,

$[AB] \perp [BC]$

$[CD] \perp [BC]$

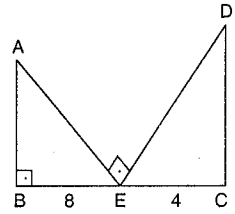
$[AE] \perp [ED]$

$|BE| = 2|CE| = 8$ br

olduğuna göre,

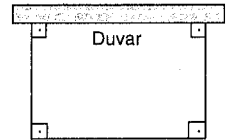
$|AE| + |ED|$ toplamı en küçük olduğunda $|AB|$ kaç birim olabilir?

A) 8 B) $4\sqrt{2}$ C) $4\sqrt[3]{4}$ D) $4\sqrt[3]{2}$ E) $8\sqrt[3]{2}$



19. Şekildeki gibi dikdörtgen biçiminde ve bir kenarında duvar bulunan bir bahçenin 3 kenarına üç sıra tel çekilmiştir. Kullanılan telin uzunluğu 180 m olduğuna göre, bahçenin alanı en çok kaç metrekare olabilir?

A) 480 B) 460 C) 450 D) 440 E) 400



20. $f: \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{a\}$

$f(x) = \frac{ax + 12}{x + 2}$ fonksiyonu artmayan bir fonksiyon olması için a nın alabileceği kaç farklı doğal sayı değeri vardır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

TEST 27'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x)$ in $x = 3$ noktasındaki teğetinin eğimi $f'(3)$ dir.

$x = 3$ için,

* $x+2 = 3+2 = 5$

$\text{Sgn}(x+2) = \text{Sgn}(5) = 1$ dir.

* $x-2 = 3-2 = 1 > 0$ olduğu için

$|x-2| = x-2$ dir.

$f(x) = 2x^2+1-(x-2) = 2x^2-x+3$

$f'(x) = 4x-1$

$f'(3) = 4 \cdot 3 - 1 = 11$ dir.

Yanıt D

2. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

ifadesi $f(x)$ fonksiyonunun $x = a$ daki teğetinin eğimini verir. Bu eğimde $f'(a)$ ya eşittir.

Yanıt D

3. $\frac{dy}{dx} = \frac{d(2x^2-3)^5}{dx}$

$= 5 \cdot (2x^2-3)^4 \cdot (2x^2-3)'$

$= 5 \cdot (2x^2-3)^4 \cdot 4x$

$= 20x(2x^2-3)^4$

$x = -1$ için,

$\frac{dy}{dx} = 20 \cdot (-1) \cdot (2 \cdot (-1)^2 - 3)^4$

$\frac{dy}{dx} = -20$

Yanıt C

4. $f(x) = \sqrt[3]{x+1} \cdot (x^2-1) = (x+1)^{\frac{1}{3}} \cdot (x^2-1)$

Çarpımının türevi uygulanırsa;

$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot (x+1)^{\frac{1}{3}-1} \cdot (x^2-1) + (x+1)^{\frac{1}{3}} \cdot 2x$

$f'(0) = \frac{1}{3} \cdot (0+1)^{-\frac{2}{3}} \cdot (0^2-1) + (0+1)^{\frac{1}{3}} \cdot 2 \cdot 0$

$f'(0) = -\frac{1}{3}$ olur.

Yanıt A

5. $f(x) = x^2 - 4x + 3 = (x-2)^2 - 1$

Buradan;

$f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} + 2$ olur.

Türevi alınırsa,

$(f^{-1}(x))' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$

$(f^{-1}(15))' = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{15+1}} = \frac{1}{2 \cdot 4} = \frac{1}{8}$

Yanıt B

6. $f(x) = \log_4 (x^2 - 2x + 5)$

$f'(x) = \frac{2x-2}{x^2-2x+5} \cdot \frac{1}{\ln 4}$

$f'(0) = \frac{2 \cdot 0 - 2}{0^2 - 2 \cdot 0 + 5} \cdot \frac{1}{\frac{\log 4}{\log e}} = -\frac{2}{5} \cdot \log_4 e$

Yanıt C

7. $f'(x) = \frac{(5x^2+1)'}{1+(5x^2+1)^2} = \frac{10x}{1+(5x^2+1)^2}$

$f'(1) = \frac{10 \cdot 1}{1+(5 \cdot 1^2+1)^2} = \frac{10}{37}$

Yanıt E

8. $(g \circ f)'(1) = (g(f(1)))' = f'(1) \cdot g'(f(1))$

$f'(1) = 3$, $f(1) = 2$ değerleri yerine yazılırsa

$(g \circ f)'(1) = 3 \cdot g'(2)$ olur. $g'(2) = 4$ olduğundan;

$(g \circ f)'(1) = 3 \cdot 4 = 12$ dir.

Yanıt A

CELAL AYDIN YAYINLARI

$$9. \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6t^2}{2t-1}$$

$$t = 1 \text{ için } \frac{dy}{dx} = \frac{6 \cdot 1^2}{2 \cdot 1 - 1} = 6 \text{ olur.}$$

Yanıt A

$$10. f(x) = \ln(\sec x)$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{(\sec x)'}{\sec x} = \frac{\frac{\sin x}{\cos^2 x}}{\frac{1}{\cos x}}$$

$$f'(x) = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x \text{ olur.}$$

Yanıt C

$$11. f(x) = \arcsin(3x^2 - 1)$$

$$= \frac{(3x^2 - 1)'}{\sqrt{1 - (3x^2 - 1)^2}} = \frac{6x}{\sqrt{1 - (3x^2 - 1)^2}}$$

$$f'\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{6 \cdot \frac{1}{3}}{\sqrt{1 - \left(3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{5}{9}}}$$

$$= \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

Yanıt E

$$12. f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x$$

$$= (\sin^2 x + \cos^2 x) \cdot (\sin^2 x - \cos^2 x)$$

$$= 1 \cdot (-\cos 2x)$$

$$= -\cos 2x$$

$$f'(x) = 2\sin 2x$$

$$f''(x) = 4\cos 2x$$

$$f''\left(\frac{\pi}{12}\right) = 4 \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{12}\right) = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ olur.}$$

Yanıt E

$$13. f(x) = x \cdot e^x$$

Çarpımının türevi uygulanırsa;

$$f'(x) = e^x + x \cdot e^x$$

$$f''(x) = e^x + e^x + x \cdot e^x = 2e^x + x \cdot e^x$$

$$f'''(x) = 2e^x + e^x + x \cdot e^x = 3e^x + x \cdot e^x$$

...

$$f^{(n)}(x) = n \cdot e^x + x \cdot e^x$$

$$f^{(n)}(x) = n \cdot e^x + f(x) \text{ olacaktır.}$$

Yanıt D

$$14. (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{2x-1})$$

$$(g \circ f)(x) = (\sqrt{2x-1})^2 + 1 = 2x - 1 + 1$$

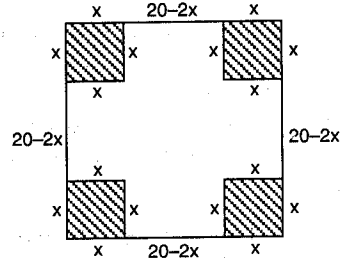
$$(g \circ f)(x) = 2x \text{ olacağından}$$

$$(g \circ f)'(x) = 2$$

$$(g \circ f)'(1) = 2 \text{ olur.}$$

Yanıt E

15.



Çevresi 80 m olduğu için bir kenarı $\frac{80}{4} = 20$ m olur.

Kesilen eş karelerin kenar uzunluklarına x dersek, oluşan üstü açık kare prizmanın yüksekliği x, tabanının bir kenarı $20-2x$ olur.

Hacim = $(20-2x)^2 \cdot x$ olacaktır.

Bu fonksiyonun türevini 0 yapan x değeri hacmi maksimum yapan x değeri olacaktır.

Çarpımın türevini alırsak;

$$2 \cdot (20-2x) \cdot (-2) \cdot x + (20-2x)^2 \cdot 1 = 0$$

$$-4x \cdot (20-2x) + (20-2x)^2 = 0$$

$$4x \cdot (20-2x) = (20-2x)^2$$

$$4x = 20 - 2x$$

$$6x = 20$$

$$x = \frac{10}{3} \text{ olur.}$$

$$\text{Hacim} = (20-2x)^2 \cdot x$$

$$x = \frac{10}{3} \text{ için}$$

$$\text{Hacim} = \left(20 - 2 \cdot \frac{10}{3}\right)^2 \cdot \frac{10}{3}$$

$$= \frac{16000}{27} \text{ elde edilir.}$$

Yanıt A

16. $g(x) = f(x) \cdot (x^2 - x)$

Çarpımının türevinden;

$$g'(x) = f'(x) \cdot (x^2 - x) + f(x) \cdot (2x - 1)$$

$$g'(-2) = f'(-2) \cdot ((-2)^2 - (-2)) + f(-2) \cdot (2 \cdot (-2) - 1)$$

$$g'(-2) = 6 \cdot f'(-2) - 5 \cdot f(-2)$$

$f(-2) = 4$ ve $f'(-2)$; fonksiyonun $x = -2$ noktasındaki teğetinin eğimi olacağından

$$f'(-2) = \frac{4 - 0}{-2 - 1} = -\frac{4}{3} \text{ olur.}$$

$$g'(-2) = 6 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - 5 \cdot 4 = -8 - 20 = -28 \text{ dir.}$$

Yanıt E

17. $f'(x) = 0$ denklemini sağlayan noktaların $x = -3$ ve $x = 2$ olduğu görülüyor. (Bu noktalardaki teğetlerinin eğimleri 0 olduğundan)

* $x < -3$ için teğetler çizildiğinde bu teğetlerin eğimlerinin pozitif olduğu gözükür. (Artan fonksiyon)

$x < -3$ için $f'(x) > 0$ dir.

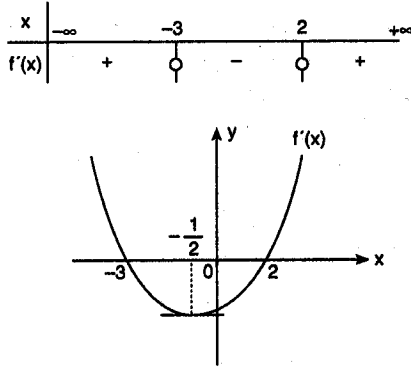
* $-3 < x < 2$ için çizilen teğetlerin eğimleri negatiftir. (Azalan fonksiyon)

$-3 < x < 2$ için $f'(x) < 0$

* $x > 2$ için çizilen teğetlerin eğimleri pozitifdir. (Artan fonksiyon)

$x > 2$ için $f'(x) > 0$ dir.

$f'(x)$ in grafiği çizilirse



$f(x)$ fonksiyonu 3. dereceden olduğu için $f'(x)$ fonksiyonu 2. dereceden olur ve parabol şeklindedir. Tepe noktası;

$$x_0 = \frac{-3 + 2}{2} = -\frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

$$f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \text{ olur.}$$

* $x < -\frac{1}{2}$ için

$f'(x)$ azalan fonksiyon olduğundan $f''(x) < 0$

* $x > -\frac{1}{2}$ için

$f'(x)$ artan fonksiyon olduğundan $f''(x) > 0$

olacaktır.

I. $-5 < -\frac{1}{2}$ ve $-2 < -\frac{1}{2}$ olduğundan

$f'(-5) < 0$ ve $f'(-2) < 0$ olur.

$f'(-5) + f'(-2) < 0$ olacaktır. Verilen ifade yanlıştır.

II. $f'(-1) < 0$ $\left(-1 < -\frac{1}{2} \text{ olduğundan}\right)$

verilen ifade yanlıştır.

III. $-3 < -\frac{1}{2}$ ise $f'(-3) < 0$

$2 < -\frac{1}{2}$ ise $f'(2) > 0$ olduğundan

$f'(-3) \cdot f'(2) < 0$ olur.

Verilen ifade yanlıştır.

IV. $-\frac{1}{2} < 1$ ise $f'(1) > 0$

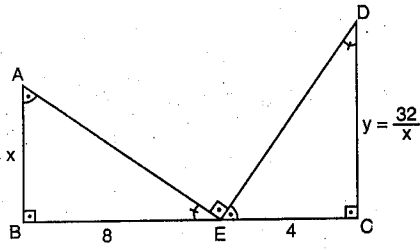
$-\frac{1}{2} < 3$ ise $f'(3) > 0$

$f'(1) + f'(3) > 0$ olur.

Verilen ifade doğrudur.

Yanıt B

18.



$\triangle ABE \sim \triangle ECD$ (Açı - Açı benzerliğinden)

$$\frac{|AB|}{|EC|} = \frac{|BE|}{|CD|} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{8}{y}$$

$$\Rightarrow y = \frac{32}{x} \text{ olur.}$$

$$|AE|^2 = x^2 + 8^2 \Rightarrow |AE| = \sqrt{x^2 + 64}$$

$$|ED|^2 = y^2 + 4^2 \Rightarrow$$

$$|ED| = \sqrt{\left(\frac{32}{x}\right)^2 + 16} = 4\sqrt{\frac{64}{x^2} + 1}$$

$$\begin{aligned} |AE| + |ED| &= \sqrt{x^2 + 64} + 4\sqrt{\frac{64 + x^2}{x^2}} \\ &= \sqrt{x^2 + 64} \cdot \left(1 + \frac{4}{x}\right) \end{aligned}$$

Bu fonksiyonun türevi 0 olduğunda toplam en küçük olur.

$$\begin{aligned} &\left[\sqrt{x^2 + 64} \cdot \left(1 + \frac{4}{x}\right)\right]' \\ &= \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 64}} \cdot \left(1 + \frac{4}{x}\right) + \sqrt{x^2 + 64} \cdot \left(-\frac{4}{x^2}\right) \end{aligned}$$

$$\frac{x+4}{\sqrt{x^2+64}} - 4 \cdot \frac{\sqrt{x^2+64}}{x^2} = 0 \Rightarrow$$

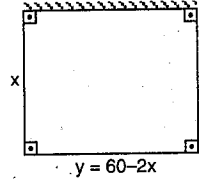
$$\frac{x+4}{\sqrt{x^2+64}} - \frac{4 \cdot \sqrt{x^2+64}}{x^2} = 0$$

$$\Rightarrow x^3 + 4x^2 = 4x^2 + 256$$

$$\Rightarrow x^3 = 256 \Rightarrow x = 4\sqrt[3]{4} \text{ olur.}$$

Yanıt C

19.



$$\frac{180}{3} = 60 \text{ m}$$

$$60 = 2x + y$$

$$y = 60 - 2x \text{ olur.}$$

$$\text{Alan} = x \cdot y = x \cdot (60 - 2x) = 60x - 2x^2$$

Denkleminin türevini 0 yapan değer için alan maksimum değerini alır.

$$(60x - 2x^2)' = 60 - 4x = 0$$

$$4x = 60$$

$$x = 15 \text{ m olur.}$$

$$\text{Alan} = 15 \cdot (60 - 2 \cdot 15) = 15 \cdot 30 = 450 \text{ m}^2 \text{ dir.}$$

Yanıt C

20. Artmayan bir fonksiyon olması için

$f'(x) \leq 0$ olmalıdır.

$$f(x) = \frac{ax+12}{x+2} \Rightarrow f'(x) = \frac{a \cdot (x+2) - (ax+12) \cdot 1}{(x+2)^2}$$

$$\frac{ax + 2a - ax - 12}{(x+2)^2} \leq 0 \text{ olmalı}$$

$$\frac{2a-12}{(x+2)^2} \leq 0$$

$$(x+2)^2 > 0 \text{ olduğundan}$$

$$2a - 12 \geq 0$$

$$2a \leq 12$$

$$a \leq 6 \text{ olmalıdır.}$$

a'nın alabileceği doğal sayı değerleri

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad 7 \text{ tanedir.}$$

Yanıt B