

MATEMATİK

TÜREV

ÇÖZÜMLÜ KİTAPÇIK

1. $f(x) = 3 \cdot x^{5/3} + 6x^{-4/3} - x^{-3} + x^{-1/2}$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^4 - 3x^2 + x - 2$ ve $f'(1) = 4$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{9}{4}$ B) 2 C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{4}$

3. $f: \mathbb{R}^- \rightarrow \mathbb{R}$ ve $m, n \in \mathbb{R}$

$$f(x) = 5x^3 - 2x^2 + mx + n$$

$f'(-1) = 2$ olduğuna göre, m kaçtır?

A) -19 B) -17 C) -16 D) -15 E) -14

4. $x \in \mathbb{R}^+$, $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 5$ ve $f'(x) - 12 = 0$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) -16 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

5. $f(x) = x^{55} + x^{54} + x^{53} + \dots + 1$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

6. $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) -4 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

7. $f(x) = \frac{ax + 1}{2x - 3}$ fonksiyonu veriliyor.

$f'(2) = -8$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $f(x) = (x + 1)^2 \cdot (x - 4)^3$ fonksiyonu veriliyor. $f'(x) = 0$ denkleminin kökleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-1, 4\}$ B) $\{-1, 0\}$ C) $\{-1, 1, 4\}$
D) $\{4, 1\}$ E) $\{-1, 0, 1\}$

9. $f(x) = (x - 1)^2 \cdot (x + 3)^3$ olduğuna göre, $f'(-1)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

10. $f(x) = (2x^2 - 5x + 4)^4$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(x)$ in $x = 1$ apsisli noktasındaki türevi kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

Bu kitabın her hakkı saklıdır ve DOĞAN YAYINCILIK DAĞ. VE EĞT. KUR. Tic. Ltd. Şti.'ne aittir. Kitabın tamamı ya da bir bölümü hiçbir şekilde izinsiz basılamaz ve çoğaltılamaz.

OCAK 2011

10. Cadde No:39 Ümitköy/ANKARA

Tel: 0 312 236 24 28 - 236 24 29

Fax: 0 312 236 38 15

11. $f(2x + 5) = -2x^2 + 4x + 7$ fonksiyonu veriliyor.
Buna göre, $f'(1) + f(1)$ toplamı kaçtır?
A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

12. $f(x) = \frac{3}{(2x-3)^2}$ olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ apisli noktasındaki türevi kaçtır?
A) 4 B) 0 C) -4 D) -8 E) -12

13. $f(x) = \frac{(2x-3)^2}{3x-1}$ fonksiyonu veriliyor.
Buna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?
A) -15 B) -7 C) $\frac{5}{3}$ D) 6 E) 10

14. $f(x) = x^2 + 2x - 1$ olduğuna göre,
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

15. $f(x) = x^2 - 2x + 5$ olduğuna göre,
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ limitinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x^2 - 2$ B) $2x - 1$ C) $2x$ D) $2x - 2$ E) $2x + 3$

16. $f'(3) = 5$ olduğuna göre,
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{5h}{f(3+h) - f(3-7h)}$ limitinin değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

17. $f(x) = \begin{cases} x^3 + 4x, & x < 0 \\ 2x^2 + kx, & x \geq 0 \end{cases}$
fonksiyonunun $\forall x \in \mathbb{R}$ için türevinin olabilmesi için k kaç olmalıdır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

18. $f(x) = \begin{cases} 2x^2, & x > 1 \\ 4, & x = 1 \\ 4x + 15, & x < 1 \end{cases}$ olduğuna göre,
 $f(x)$ in $x = 1$ apisli noktasındaki türevi kaçtır?
A) 0 B) 2 C) 4 D) 8 E) Yoktur

19. $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 4 \\ 16, & x = 4 \\ 3x + 4, & x > 4 \end{cases}$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
A) $f'(4^+) = 3$ B) $f'(4^-) = 8$ C) $f'(3) = 6$
D) $f'(5) = 3$ E) $f'(4) = 8$

20. $f(x) = (3x^2 - 6x + 5)^2 + (x^3 - 2x^2)^3$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) -3 B) 0 C) 6 D) 12 E) 15

TEST 1'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = 3x^{5/3} + 6x^{-4/3} - x^{-3} + x^{-1/2}$ ise,
 $f'(x) = 3 \cdot \frac{5}{3} \cdot x^{2/3} + 6 \cdot \frac{-4}{3} \cdot x^{-7/3} - (-3) \cdot x^{-4} + \left(-\frac{1}{2}\right) x^{-3/2}$
 $f'(x) = 5x^{2/3} - 8x^{-7/3} + 3x^{-4} - \frac{1}{2}x^{-3/2}$
 $f'(1) = 5 - 8 + 3 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ bulunur.

Yanıt B

2. $f(x) = ax^4 - 3x^2 + x - 2$ ise,
 $f'(x) = 4ax^3 - 6x + 1$ dir.
 $x = 1$ için, $f'(1) = 4a - 6 + 1$
 $4 = 4a - 5$
 $9 = 4a$
 $a = \frac{9}{4}$ bulunur.

Yanıt A

3. $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + mx + n$ ise,
 $f'(x) = 15x^2 - 4x + m$
 $x = -1$ için, $f'(-1) = 15 + 4 + m$
 $2 = 19 + m$
 $m = -17$ bulunur.

Yanıt B

4. $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 5$ ise,
 $f'(x) = 3x^2 - 3x - 6$ dir.
 $f'(x) - 12 = 0$ ise,
 $3x^2 - 3x - 6 - 12 = 0$
 $3x^2 - 3x - 18 = 0$
 $x^2 - x - 6 = 0$
 $(x - 3)(x + 2) = 0$
 $x = 3$ veya $x = -2$ bulunur.
 $x \in \mathbb{R}^-$ olduğundan $x = -2$ olur.

Yanıt D

5. $f(x) = x^{55} + x^{54} + x^{53} + \dots + x^2 + x + 1$ ise,
 $f'(x) = 55x^{54} + 54x^{53} + 53x^{52} + \dots + 2x + 1$ olur.
 $x = 0$ için $f'(0) = 1$ bulunur.

Yanıt C

6. $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ fonksiyonunda bölmenin türevinden,
 $f'(x) = \frac{(x^2 + 1)'(x - 1) - (x^2 + 1)(x - 1)'}{(x - 1)^2}$
 $f'(x) = \frac{2x \cdot (x - 1) - (x^2 + 1) \cdot 1}{(x - 1)^2}$ elde edilir.
 $x = 0$ için, $f'(0) = \frac{-1}{1} = -1$ bulunur.

Yanıt C

7. $f(x) = \frac{ax + 1}{2x - 3}$ fonksiyonunda bölmenin türevinden,
 $f'(x) = \frac{(ax + 1)'(2x - 3) - (ax + 1)(2x - 3)'}{(2x - 3)^2}$
 $= \frac{a \cdot (2x - 3) - (ax + 1) \cdot 2}{(2x - 3)^2}$ elde edilir.
 $x = 2$ için,
 $f'(2) = \frac{a \cdot (4 - 3) - (2a + 1) \cdot 2}{(4 - 3)^2}$
 $-8 = \frac{a - 4a - 2}{1} \Rightarrow -8 = -3a - 2$
 $\Rightarrow a = 2$ bulunur.

Yanıt E

8. $f(x) = (x+1)^2 \cdot (x-4)^3$ fonksiyonunda çarpmanın türevinden $f'(x) = ((x+1)^2)' \cdot (x-4)^3 + (x+1)^2 \cdot ((x-4)^3)'$
 $0 = 2(x+1) \cdot (x-4)^3 + (x+1)^2 \cdot 3(x-4)^2$ elde edilir.
İfade $(x+1) \cdot (x-4)^2$ parantezine alınırsa,
 $(x+1) \cdot (x-4)^2 \cdot [2x-8+3x+3] = 0$
 $(x+1) \cdot (x-4)^2 \cdot (5x-5) = 0$ bulunur.
Bu denklemin kökleri $x = -1$, $x = 4$ ve $x = 1$ dir.
Ç.K = $\{-1, 1, 4\}$ elde edilir. **Yanıt C**

9. $f(x) = (x-1)^2 \cdot (x+3)^3$ olduğuna göre, çarpmanın türevinden $f'(x) = ((x-1)^2)' \cdot (x+3)^3 + (x-1)^2 \cdot ((x+3)^3)'$
 $= 2(x-1) \cdot (x+3)^3 + (x-1)^2 \cdot 3(x+3)^2$
 $x = -1$ için, $f'(-1) = 2(-2)(2)^3 + 3(-2)^2 \cdot (2)^2$
 $= -32 + 48 = 16$ bulunur. **Yanıt C**

10. $f(x) = (2x^2 - 5x + 4)^4$ ise,
 $f'(x) = 4 \cdot (2x^2 - 5x + 4)^3 \cdot (2x^2 - 5x + 4)'$
 $= 4 \cdot (2x^2 - 5x + 4)^3 \cdot (4x - 5)$ bulunur.
 $x = 1$ için, $f'(1) = 4 \cdot (2 - 5 + 4)^3 \cdot (4 - 5)$
 $= 4 \cdot 1 \cdot (-1) = -4$ elde edilir. **Yanıt A**

11. $f(2x+5) = -2x^2 + 4x + 7$ ise,
 $x = -2$ için, $f(1) = -2(-2)^2 + 4(-2) + 7$
 $f(1) = -8 - 8 + 7 = -9$ bulunur.
 $f(2x+5) = -2x^2 + 4x + 7$ eşitliğinde her iki tarafın türevi alınırsa,
 $f'(2x+5) \cdot (2x+5)' = -4x + 4$
 $f'(2x+5) \cdot 2 = -4x + 4$
 $f'(2x+5) = -2x + 2$ dir.
 $x = -2$ için $f'(1) = -2 \cdot (-2) + 2 = 6$ bulunur.
O halde, $f(1) + f'(1) = -9 + 6 = -3$ elde edilir. **Yanıt B**

12. $f(x) = \frac{3}{(2x-3)^2}$ ise,
 $f(x) = 3(2x-3)^{-2}$ olarak yazılabilir. Buradan,
 $f'(x) = 3 \cdot (-2)(2x-3)^{-3} \cdot (2x-3)'$
 $= -6 \cdot (2x-3)^{-3} \cdot 2$
 $= -12 \cdot (2x-3)^{-3}$ elde edilir.
 $x = 2$ için, $f'(2) = -12 \cdot (2 \cdot 2 - 3)^{-3} = -12$ bulunur. **Yanıt E**

13. $f(x) = \frac{(2x-3)^2}{3x-1}$ fonksiyonunda bölmenin türevinden,
 $f'(x) = \frac{((2x-3)^2)' \cdot (3x-1) - (3x-1)' \cdot (2x-3)^2}{(3x-1)^2}$
 $= \frac{2(2x-3) \cdot 2 \cdot (3x-1) - 3 \cdot (2x-3)^2}{(3x-1)^2}$ bulunur.
 $x = 0$ için, $f'(0) = \frac{2(-3) \cdot 2(-1) - 3 \cdot (-3)^2}{(-1)^2} = \frac{12 - 27}{1} = -15$

elde edilir. **Yanıt A**

14. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ ifadesi $x = 1$ noktasında $f(x)$ in türevine eşittir.
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1)$ O halde,
 $f(x) = x^2 + 2x - 1$
 $f'(x) = 2x + 2$
 $x = 1$ için, $f'(1) = 2 + 2 = 4$ elde edilir. **Yanıt B**

15. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$ olduğundan,
 $f(x) = x^2 - 2x + 5$ ise,
 $f'(x) = 2x - 2$ bulunur. **Yanıt D**

16. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{5h}{f(3+h) - f(3-7h)} = \frac{0}{0}$
L hospital kuralı uygulanırsa

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{5}{f'(3+h) + 7f'(3-7h)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5}{8f'(3)} = \frac{1}{8} \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

17. Bir fonksiyonun herhangi bir noktada türevli olabilmesi için, fonksiyon o noktada sürekli ve o noktadaki sağdan ve soldan türevleri eşit olmalıdır. $f(x)$ in kritik noktası $x = 0$ olduğundan
 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) = 0$ olup
 $f(x)$, $x = 0$ da sürekli. Ayrıca
 $f'(0^-) = 3x^2 + 4 = 4$ $f'(0^+) = 4x + k = k$
 $f'(0^-) = f'(0^+)$ $4 = k$ bulunur. **Yanıt E**

$$18. f(x) = \begin{cases} 2x^2 & x > 1 \\ 4 & x = 1 \\ 4x + 15 & x < 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (4x + 15) = 19$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} 2x^2 = 2 \text{ dir.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \text{ olduğundan fonksiyon}$$

$x = 1$ apsisli noktasında sürekli değildir.
O halde, $x = 1$ noktasında türevi yoktur. **Yanıt E**

19. $f(x)$, $x = 4$ apsisli noktada sürekli. Fonksiyonun $x = 4$ apsisli noktasında türevinin olması için fonksiyonun bu noktadaki sağdan ve soldan türevleri birbirine eşit olmalıdır.
 $4 < x \Rightarrow f'(x) = 3 \Rightarrow f'(4^+) = 3$
 $4 > x \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'(4^-) = 8$
 $f(4^+) \neq f(4^-)$ olduğundan fonksiyonun $x = 4$ apsisli noktasında türevi yoktur. E seçeneğindeki $f'(4) = 8$ ifadesi yanlıştır. **Yanıt E**

20. $f(x) = (3x^2 - 6x + 5)^2 + (x^3 - 2x^2)^3$ olduğuna göre,
 $f'(x) = 2 \cdot (3x^2 - 6x + 5) \cdot (3x^2 - 6x + 5)' + 3 \cdot (x^3 - 2x^2)^2 \cdot (x^3 - 2x^2)'$
 $= 2 \cdot (3x^2 - 6x + 5) \cdot (6x - 6) + 3 \cdot (x^3 - 2x^2)^2 \cdot (3x^2 - 4x)$
 $= 12 \cdot (3x^2 - 6x + 5) \cdot (x - 1) + 3 \cdot (x^3 - 2x^2)^2 \cdot (3x^2 - 4x)$
O halde, $x = 1$ için
 $f'(1) = 12 \cdot (3 - 6 + 5) \cdot (1 - 1) + 3 \cdot (1 - 2)^2 \cdot (3 - 4) = -3$ bulunur. **Yanıt A**

TEST 2

FONKSİYONLARIN TÜREVİ

- $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2+4}}$ olduğuna göre, $f(0) + f'(0)$ toplamı kaçtır?
A) 0 B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2
- $f(x^3 - 2) = 3x^3 - 3x^2 + 5$ olduğuna göre, $f'(6)$ değeri kaçtır?
A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2
- f fonksiyonu,
 $f(x) = \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^2} + x^3$ şeklinde tanımlıdır. $f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktasındaki türevi kaçtır?
A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1
- $y = f(x) = \sqrt{x^2+2}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$ B) $\frac{x}{\sqrt{2x+2}}$
C) $-\frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$ D) $\frac{1}{x\sqrt{x^2+2}}$
E) $-\frac{1}{x\sqrt{x^2+2}}$
- $f\left(\frac{3}{2x+2}\right) = 4x - 3$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) -6 B) -4 C) -2 D) 0 E) 2

- $f(x) = (x^3 - 1) \cdot (x+1)^3$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) 18 B) 20 C) 22 D) 23 E) 24
- $f(x) = \frac{(x^2 - 1) \cdot (x+5)}{(2x+1)^3}$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?
A) -31 B) -29 C) 31 D) 29 E) 21
- $P(x)$ polinom fonksiyonunun türevi $P'(x)$ tir. $P(x) - P'(x) = 2x^2 + 2x - 5$ olduğuna göre, $P(1)$ değeri kaçtır?
A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5
- $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 3x - 3)^2}$ fonksiyonu veriliyor. $f(x)$ fonksiyonunun $x = -1$ apsisli noktasındaki türevi kaçtır?
A) $-\frac{16}{3}$ B) $-\frac{10}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{7}{3}$
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ olmak üzere; $b, c \in \mathbb{R}^+$ ve $f(0) = f'(0)$ olduğuna göre, $\frac{b}{c}$ oranı kaçtır?
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

- $f(x) = \sqrt{4x + \sqrt{x}}$ olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{8x-2}{f(x) - f\left(\frac{1}{4}\right)}$ değeri kaçtır?
A) $\frac{8\sqrt{6}}{5}$ B) 5 C) $\frac{5\sqrt{6}}{6}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{1}{4}$
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ her noktada türevli bir fonksiyon ve $f'(x) = 4$ olduğuna göre, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1-4h)}{h}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 16 B) 20 C) 24 D) 27 E) 28
- $y = x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 2$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin $x = 2$ apsisli noktasındaki değeri kaçtır?
A) -20 B) -5 C) 7 D) 14 E) 22
- $f(x) = x^3 - 5ax + 4$ fonksiyonu veriliyor. $\frac{f'(1)}{f''(1)} = 3$ olduğuna göre, a kaçtır?
A) -5 B) -3 C) 0 D) 1 E) 2
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^3 + 2x^2b + 5x - 2$, $f'(1) = 3$ ve $f''(-1) = 5$ olduğuna göre, a kaçtır?
A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{4}{9}$ C) $-\frac{5}{9}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{7}{9}$

- $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot (3x+k)$ ve $f'(0) = 2$ olduğuna göre, k kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
- $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ fonksiyonu için $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ limiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}}$ B) $(2x+4) \cdot \sqrt{x^2+4x+5}$
C) $\frac{\sqrt{x^2+4x+5}}{2x+4}$ D) $\frac{\sqrt{x^2+4x+5}}{x+2}$
E) $\frac{1}{2} \sqrt{x^2+4x+5}$
- $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 1 \\ 3, & x = 1 \\ 3x, & x > 1 \end{cases}$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
A) $f'(2) = 3$ B) $f'(0) = 0$ C) $f'(1) = 3$
D) $f'(5) = 3$ E) $f'(-1) = -2$
- $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3, & x > 2 \\ kx + t, & x \leq 2 \end{cases}$ fonksiyonu $x = 2$ apsisli noktada türevli olduğuna göre, t kaçtır?
A) -11 B) -6 C) 3 D) 5 E) 7
- $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 1, & x \leq 1 \\ 6x - 2, & x > 1 \end{cases}$ biçiminde tanımlanan $f(x)$ fonksiyonu için $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) -6 B) -3 C) 0 D) 6 E) Yoktur

TEST 2'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2+4}} = \left(\frac{x+1}{x^2+4}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f(0) = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ dir.

$$f'(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{x+1}{x^2+4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{x+1}{x^2+4}\right)'$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{x^2+4}{x+1}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{x^2+4-2x(x+1)}{(x^2+4)^2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{x^2+4}{x+1}} \cdot \frac{4-2x-x^2}{(x^2+4)^2}$$

$$f'(0) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4} \cdot \frac{4}{4^2} = \frac{1}{4}$$
 dür.

O halde, $f(0) + f'(0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ olur.

Yanıt B

2. $f(x^3 - 2) = 3x^3 - 3x^2 + 5$ ifadesinde her iki tarafın türevi alınırsa,

$$(x^3 - 2)' \cdot f'(x^3 - 2) = (3x^3 - 3x^2 + 5)'$$

$$3x^2 \cdot f'(x^3 - 2) = 9x^2 - 6x$$
 elde edilir.

$x = 2$ için, $3 \cdot 2^2 \cdot f'(2^3 - 2) = 9 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2$

$$12 \cdot f'(6) = 36 - 12$$

$$f'(6) = 2$$
 olur.

Yanıt E

3. $f(x) = \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^2} + x^3 = 3x^{-1} - \frac{1}{2}x^{-2} + x^3$

$$f'(x) = -\frac{3}{x^2} - \frac{1}{2} \cdot (-2) \cdot \frac{1}{x^3} + 3x^2$$

$$f'(x) = -\frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^3} + 3x^2$$
 olduğundan,

$$f'(1) = -3 + 1 + 3 = 1$$
 dir.

Yanıt E

4. $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot (x^2 + 2)' \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}}$$
 olur.

Yanıt A

5. $f\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x+1}\right) = 4x - 3$ ifadesinde her iki tarafın türevi

alınırsa;

$$\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x+1}\right)' \cdot f'\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x+1}\right) = 4$$

$$-\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{(x+1)^2} \cdot f'\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x+1}\right) = 4$$

$x = \frac{1}{2}$ için, $-\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} \cdot f'\left(\frac{3}{2}\right) = 4$ olur.

$$-\frac{2}{3} \cdot f'(1) = 4$$

$$f'(1) = -6$$
 bulunur.

Yanıt A

6. $f(x) = (x^3 - 1) \cdot (x + 1)^3$ ifadesinde her iki tarafın türevi alınırsa;

$$f'(x) = 3x^2 \cdot (x + 1)^3 + 3 \cdot (x + 1)^2 \cdot (x^3 - 1)$$

$$f'(1) = 3 \cdot 2^3 + 0$$

$$= 24$$
 dür.

Yanıt E

7. $f(x) = \frac{(x^2 - 1) \cdot (x + 5)}{(2x + 1)^3}$ eşitliği düzenlenirse

$$f(x) = \frac{x^3 + 5x^2 - x - 5}{(2x + 1)^3}$$
 elde edilir.

$$f'(x) = \frac{(3x^2 + 10x - 1) \cdot (2x + 1)^3 - 3 \cdot 2 \cdot (2x + 1)^2 \cdot (x^3 + 5x^2 - x - 5)}{(2x + 1)^6}$$

$x = 0$ için,

$$f'(0) = \frac{-1 - 3 \cdot 2 \cdot (-5)}{1} = 29$$
 olur.

Yanıt D

8. $P(x) - P'(x)$ farkı ikinci derece olduğundan $P(x)$ ikinci derece olmalıdır.

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

$$P'(x) = 2ax + b$$

$$P(x) - P'(x) = ax^2 + bx + c - (2ax + b)$$

$$P(x) - P'(x) = ax^2 + (b - 2a)x + c - b = 2x^2 + 2x - 5$$

olduğuna göre,

$$a = 2$$

$$b - 2a = 2$$

$$c - b = -5$$

Buna göre, $a = 2$, $b = 6$, $c = 1$ bulunur.

O halde, $P(x) = 2x^2 + 6x + 1$ olur.

$$P(1) = 2 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 + 1 = 9$$
 bulunur.

Yanıt A

9. $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 3x - 3)^2} = (x^2 - 3x - 3)^{\frac{2}{3}}$

ifadesinin türevi alınırsa

$$f'(x) = \frac{2}{3} \cdot (2x - 3) \cdot (x^2 - 3x - 3)^{-\frac{1}{3}}$$

$x = -1$ için;

$$f'(-1) = \frac{2}{3} \cdot [2 \cdot (-1) - 3] \cdot [(-1)^2 - 3 \cdot (-1) - 3]^{-\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot (-5) \cdot (1 + 3 - 3)^{-\frac{1}{3}}$$

$$= -\frac{10}{3}$$
 tür.

Yanıt B

10. $f(x) = ax^2 + bx + c$ olduğundan,

$$f(0) = c$$

$$f'(x) = 2ax + b$$

$$f'(0) = b$$

$$f'(0) = f(0) \Rightarrow c = b \Rightarrow \frac{b}{c} = 1$$
 olur.

Yanıt D

11. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{8x - 2}{f(x) - f\left(\frac{1}{4}\right)} = \frac{0}{0}$

L' hospital uygulanırsa;

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{8x - 2}{f(x) - f\left(\frac{1}{4}\right)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{8}{f'(x)}$$
 bulunur.

$f(x) = \sqrt{4x + \sqrt{x}}$ olduğundan

$$f'(x) = \frac{4 + \frac{1}{2\sqrt{x}}}{2\sqrt{4x + \sqrt{x}}}$$

$$f'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{5\sqrt{6}}{6}$$
 bulunur.

Bu durumda

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{8}{f'(x)} = \frac{8}{\frac{5\sqrt{6}}{6}} = \frac{8\sqrt{6}}{5}$$
 bulunur.

Yanıt A

12. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1-4h)}{h} = \frac{f(1) - f(1)}{0} = \frac{0}{0}$ belirsizlik.

L' hosital kuralından,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1-4h)}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3f'(1+3h) - (-4)f'(1-4h)}{1}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3f'(1) + 4f'(1)}{1}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} 7 \cdot f'(1) = 7 \cdot 4 = 28$$
 dir.

Yanıt E

13. $f'(x) = \frac{dy}{dx} = 4x^3 - 9x^2 + 10x$

$$f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2} = 12x^2 - 18x + 10$$
 olup

$x = 2$ için,

$$f''(2) = 12 \cdot 2^2 - 18 \cdot 2 + 10 = 22$$
 dir.

Yanıt E

14. $f(x) = x^3 - 5ax + 4$ ise,
 $f'(x) = 3x^2 - 5a \Rightarrow f'(1) = 3 - 5a$
 $f''(x) = 6x \Rightarrow f''(1) = 6$
 $\frac{f'(1)}{f''(1)} = 3 \Rightarrow \frac{3-5a}{6} = 3 \Rightarrow 3-5a = 18$
 $\Rightarrow a = -3$ olur.

Yanıt B

15. $f(x) = ax^3 + 2x^2b + 5x - 2$ ise
 $f'(x) = 3ax^2 + 4xb + 5$
 $f''(x) = 6ax + 4b$ dir.
 $f'(1) = 3a + 4b + 5 = 3 \Rightarrow 3a + 4b = -2$
 $f''(-1) = -6a + 4b = 5$ elde edilir.
Bu denklemler ortak çözülürse;
 $3a + 4b = -2$
 $-6a + 4b = 5$
 $a = -\frac{7}{9}$ olur.

Yanıt E

16. $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot (3x+k)$ olduğundan,
 $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+1}} \cdot (3x+k) + 3 \cdot \sqrt{x+1}$ (Çarpımın türevinden)
 $f''(x) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (x+1)^{-\frac{3}{2}} \cdot (3x+k) + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+1}}$
 $x = 0$ için;
 $f''(0) = -\frac{1}{4} \cdot k + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 2$ olduğundan,
 $\Rightarrow k = 4$ olur.

Yanıt D

17. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$
 $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ olduğundan,
 $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2x+4}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}} = \frac{x+2}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}}$ olur.

Yanıt A

18. $f(x)$ fonksiyonu için, $x = 1$ apsisli noktası kritik nokta olduğundan, bu noktada fonksiyonun limitini inceleyelim.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3 \cdot 1 = 3$
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1^2 + 1 = 2$
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ olduğundan

$f(x)$ fonksiyonu $x = 1$ noktasında sürekli olmadığından türevi yoktur.

Yanıt C

19. $f(x)$ fonksiyonu, $x = 2$ apsisli noktada türevli olduğundan $x = 2$ apsisli noktada sürekli dir.

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (kx + t) = 2k + t$
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x^2 - 3) = 5$
 $\Rightarrow 2k + t = 5$ dir.
 $f'(2^+) = 4 \cdot 2 = 8$
 $f'(2^-) = k$
 $\Rightarrow k = 8$ olur.
 $2k + t = 5 \Rightarrow 2 \cdot 8 + t = 5$
 $\Rightarrow 16 + t = 5$
 $\Rightarrow t = -11$ dir.

Yanıt A

20. $x = 1$ apsisli noktası $f(x)$ fonksiyonunun kritik noktası olduğundan, bu noktadaki sağdan ve soldan limitler eşit olmalıdır.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 4$
 $f'(x) = \begin{cases} (3x^2 + 1)', & x \leq 1 \\ (6x - 2)', & x > 1 \end{cases}$
 $f'(x) = \begin{cases} 6x, & x \leq 1 \\ 6, & x > 1 \end{cases}$
 $f'(1^+) = f'(1^-)$ olmalı
 $6 = 6$
 $f'(1) = 6$ olur.

Yanıt D

TEST 3

FONKSİYONLARIN TÜREVİ

1. $f(x) = -x^3 + ax^2 - 5x + 3$, $g(x) = 3x^4 + 2x$ ve
 $(f + g)'(1) = 8$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

2. f ve g fonksiyonları,
 $f(x) = x^2 + 4$ ve $g(x) = 5x - 4$ şeklinde tanımlıdır.
 $(fog)'(1)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 5 C) 10 D) 12 E) 15

3. f ve g fonksiyonları için,
 $f(x) = x^3 - 2$ ve $g(x) = (x + 2)^2$ olduğuna göre,
 $(gof)'(1)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

4. f ve g fonksiyonları $f(x) = 1 + \frac{2}{x^2}$, $g(x) = x^2 + 4$ biçiminde tanımlıdır. Buna göre, $(gof)'(-1)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 6 C) 8 D) 12 E) 24

5. f ve g fonksiyonları,
 $f(x) = \sqrt{x+5}$ ve $g(x) = x^2 - 5$ ile tanımlıdır.
Buna göre, $(fog)'(8)$ değeri kaçtır?

A) 1 B) 0 C) -1 D) $-\frac{3}{2}$ E) -2

6. f ve g $\mathbb{R}$ de türevli fonksiyonlar olmak üzere, $g'(3) = 2$,
 $g(3) = 6$ ve $f'(6) = 3$ olduğuna göre, $(fog)'(3)$ değeri kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 12 D) 18 E) 36

7. $\forall x \in \mathbb{R}$ için türevlenebilen f ve g fonksiyonları için
 $f(x - 3) = (3x - 1) \cdot g(x + 1)$ eşitliği veriliyor.
 $f'(2) = 7$ ve $g(6) = 3$ olduğuna göre, $g'(6)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) $-\frac{1}{6}$ E) $-\frac{1}{7}$

8. g fonksiyonu, $g(x) = \frac{c}{f(x)}$ biçiminde tanımlıdır. $f(2) = 2$,

$f'(2) = -1$ ve $g'(2) = \frac{1}{4}$ olduğuna göre, c değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $h(4x + 2) = f(3x - 2) \cdot g(x^2 - 4)$ fonksiyonu veriliyor. $f(-5) = 1$, $f'(-5) = 2$, $g(-3) = 3$ ve $g'(-3) = -3$ olduğuna göre, $h'(-2)$ değeri kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

10. $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = x^2 + 4$, $h(x) = \sqrt{x+1}$ fonksiyonları veriliyor. Buna göre, $(fogoh)'(10)$ değeri kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 5 D) 10 E) 20

11. f, g ve k fonksiyonları, $f(x) = 4x$, $g(x) = 2x^2$ ve $k(x) = \frac{2}{x}$ ile tanımlıdır. Buna göre, $(fogok)'(4)$ değeri kaçtır?
- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 2 D) 4 E) 8

12. $y = \frac{1}{x}$ olduğuna göre, $\frac{d^{10}y}{dx^{10}}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{9!}{x^{10}}$ B) $-9!x^{10}$ C) $\frac{10!}{x^{11}}$
D) $\frac{x^{11}}{9!}$ E) $11!x^{10}$

13. $y = (2x + 1)^3$ olmak üzere, $\frac{d^4y}{dx^4}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2x + 1$ B) $4x + 2$ C) 0
D) $\frac{2x+1}{2}$ E) 1

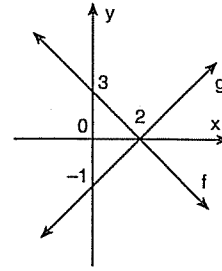
14. $f(x) = \sqrt{6 + \sqrt{3x}}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(3)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{6}$

15. f, g ve h, R de türevli fonksiyonlar olmak üzere, $h(x) = (fog)(x)$ biçiminde tanımlıdır. $g(2) = 3$, $f'(3) = 4$, $g'(2) = 4$ olduğuna göre, $h'(2)$ değeri kaçtır?
- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

16. f ve g fonksiyonları şekildeki analitik düzlemde verilmiştir. $(gof)'(2)$ değeri kaçtır?



- A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) -1 D) $-\frac{3}{4}$ E) $-\frac{1}{4}$

17. P(x) polinom fonksiyonunun türevi $P'(x)$ ve $P(x) - P'(x) = 3x^2 + 5x - 4$ olduğuna göre, P(x) in katsayılarının toplamı kaçtır?
- A) 13 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

18. $P(x) = x^3 - ax^2 + bx + 8$ polinomu $(x + 1)^2$ ile tam bölünebildiğine göre, a kaçtır?
- A) -12 B) -11 C) -10 D) -9 E) -8

19. $f(2x^3 + 1) = 3x^2 + 3x + 1$ fonksiyonuna göre, $f'(3)$ değeri kaçtır?
- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

20. $f(2x + 3) = h(3x^2 + 2)$ ve $h'(5) = 3$ olduğuna göre, $f'(5)$ değeri kaçtır?
- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

TEST 3'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $f'(x) = -3x^2 + 2ax - 5$
 $f'(1) = -3 + 2a - 5$
 $= 2a - 8$
 $g'(x) = 12x^3 + 2$
 $g'(1) = 14$ olup
 $(f + g)'(1) = f'(1) + g'(1) = 8$
 $2a - 8 + 14 = 8$
 $2a = 2$
 $a = 1$ bulunur.

Yanıt D

2. $(fog)'(1) = g'(1) \cdot f'[g(1)]$
 $g(x) = 5x - 4 \Rightarrow g(1) = 1$
 $g'(x) = 5 \Rightarrow g'(1) = 5$
 $f(x) = x^2 + 4 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'(1) = 2$
 $(fog)'(1) = [f'(g(1))]$
 $= g'(1) \cdot f'(g(1)) = 5 \cdot f'(1) = 5 \cdot 2 = 10$ bulunur.

Yanıt C

3. $(gof)'(1) = f'(1) \cdot g'[f(1)]$
 $f(x) = x^3 - 2 \Rightarrow f(1) = -1$
 $f'(x) = 3x^2 \Rightarrow f'(1) = 3$
 $g'(x) = 2 \cdot (x + 2) \Rightarrow g'(f(1)) = g'(-1) = 2$
 $(gof)'(1) = 3 \cdot 2 = 6$ elde edilir.

Yanıt C

4. $(gof)'(-1) = f'(-1) \cdot g'[f(-1)]$
 $f(x) = 1 + 2x^2 \Rightarrow f(-1) = 3$
 $f'(x) = 4x \Rightarrow f'(-1) = -4$
 $g'(x) = 2x \Rightarrow g'(f(-1)) = g'(3) = 6$ olup
 $(gof)'(-1) = -4 \cdot 6 = -24$ elde edilir.

Yanıt E

5. $(fog)'(8) = g'(8) \cdot f'[g(8)]$
 $g(x) = x^2 - 5 \Rightarrow g(8) = 64 - 5 = 59$
 $g'(x) = 2x \Rightarrow g'(8) = 16$ olur.
 $f(x) = \sqrt{x+5}$ ise,
 $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+5}} \Rightarrow f'(g(8)) = f'(59) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{64}} = \frac{1}{16}$ dir.
Buradan $(fog)'(8) = 16 \cdot \frac{1}{16} = 1$ bulunur.

Yanıt A

6. $(fog)'(3) = g'(3) \cdot f'[g(3)]$ eşitiğinde verilenler yerine yazılırsa $2 \cdot f'(6) = 2 \cdot 3 = 6$ bulunur.

Yanıt B

7. $f(x - 3) = (3x - 1) \cdot g(x + 1)$ eşitliğinin her iki tarafının türevi alınırsa,
 $(x - 3)' \cdot f'(x - 3) = (3x - 1)' \cdot g'(x + 1) + (3x - 1)(x + 1)' g'(x + 1)$
 $f'(x - 3) = 3 \cdot g'(x + 1) + (3x - 1) \cdot g'(x + 1)$
 $x = 5$ iken, $f'(2) = 3 \cdot g'(6) + 14 \cdot g'(6)$
 $7 = 3 \cdot 3 + 14 \cdot g'(6)$
 $-2 = 14 \cdot g'(6)$
 $g'(6) = -\frac{1}{7}$ bulunur.

Yanıt E

8. $g(x) = \frac{c}{f(x)} \Rightarrow g(x) \cdot f(x) = c$ eşitliğinin her iki tarafının türevi alınırsa,
 $g'(x) \cdot f(x) + g(x) \cdot f'(x) = 0$
 $x = 2$ için, $g'(2) \cdot f(2) + g(2) \cdot f'(2) = 0$
 $\frac{1}{4} \cdot 2 + g(2) \cdot (-1) = 0$
 $g(2) = \frac{1}{2}$ bulunur.
Bu değer ilk denklemde yerine konulursa, $x = 2$ iken,
 $g(2) \cdot f(2) = c$
 $\frac{1}{2} \cdot 2 = c$
 $c = 1$ bulunur.

Yanıt D

9. Verilen fonksiyonda her iki tarafın türevi alınırsa
 $4 \cdot h'(4x + 2) = 3 \cdot f'(3x - 2) \cdot g(x^2 - 4) + 2x \cdot g'(x^2 - 4) \cdot f(3x - 2)$
ve $x = -1$ iken,
 $4 \cdot h'(-2) = 3 \cdot f'(-5) \cdot g(-3) - 2g'(-3) \cdot f(-5)$
 $4 \cdot h'(2) = 3 \cdot 2 \cdot 3 - 2 \cdot (-3) \cdot 1$
 $4 \cdot h'(-2) = 18 + 6$
 $h'(-2) = 6$ bulunur.

Yanıt D

10. Öncelikle $(fogoh)(x)$ i bulalım
 $f[g[h(x)]] = f(x + 5)$
 $= 2(x + 5) - 3$
 $= 2x + 7$
 $(fogoh)'(x) = 2$
 $(fogoh)'(10) = 2$ bulunur.

Yanıt B

$$11. (f \circ g \circ k)(x) = f[g[k(x)]] = \frac{32}{x^2}$$

$$(f \circ g \circ k)'(x) = \frac{-64}{x^3}$$

$$(f \circ g \circ k)'(4) = \frac{-64}{64} = -1$$

Yanıt A

$$12. y = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2} = -x^{-2}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2 \cdot x^{-3}$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -6x^{-4}$$

⋮

$$\frac{d^{10}y}{dx^{10}} = (-1)^{10} \cdot 10! \cdot x^{-11} = \frac{10!}{x^{11}} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

$$13. y = (2x+1)^3 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3 \cdot 2 \cdot (2x+1)^2 = 6(2x+1)^2$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (2x+1) = 24 \cdot (2x+1)$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = 24 \cdot 2 = 48$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = 0$$

Yanıt C

$$14. f(x) = \sqrt{6+\sqrt{3x}} \text{ fonksiyonunda}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{6+\sqrt{3x}}} \cdot \frac{3}{2\sqrt{3x}}$$

$$x = 3 \text{ için } f'(3) = \frac{1}{2\sqrt{6+\sqrt{9}}} \cdot \frac{3}{2\sqrt{9}} = \frac{1}{12} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

$$15. h(x) = (f \circ g)(x) \text{ eşitliğinde her iki tarafın türevi alınır}$$

$$h'(2) = (f \circ g)'(2) = g'(2) \cdot f'[g(2)]$$

$$= 4 \cdot f'(3)$$

$$= 4 \cdot 4 = 16 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

$$16. (g \circ f)'(2) = f'(2) \cdot g'[f(2)]$$

f ve g doğrusal fonksiyon olduklarından birinci türevleri, eğimlerine eşittir.

$$f'(x) = m_f = -\frac{3}{2} \Rightarrow f'(2) = -\frac{3}{2}$$

$$f(2) = 0$$

$$g'(x) = m_g = \frac{1}{2} \Rightarrow g'(f(2)) = g'(0) = \frac{1}{2}$$

$$(g \circ f)'(2) = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{3}{4} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

$$17. P(x) = ax^2 = bx + c \text{ olsun}$$

$$P'(x) = 2ax + b$$

$$P(x) - P'(x) = 3x^2 + 5x - 4$$

$$ax^2 + bx = c - 2ax - b = 3x^2 + 5x - 4$$

$$ax^2 + (b - 2a)x - b + c = 3x^2 + 5x - 4$$

Polinom eşitliğinden

$$a = 3, \quad b - 2a = 5, \quad -b + c = -4$$

$$b - 2 \cdot 3 = 5 \quad -11 + c = -4$$

$$b = 11$$

$$c = 7 \text{ olur.}$$

$$P(x) \text{ polinomu; } P(x) = 3x^2 + 11x = 7$$

$$\text{Katsayıları toplamı } P(1) = 3 + 11 = 7$$

$$P(1) = 21 \text{ dir.}$$

Yanıt D

$$18. P(x) \text{ polinomu } (x+1)^2 \text{ ile tam bölünüyorsa,}$$

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \text{ için}$$

$$P(-1) = 0 \text{ ve } P'(-1) = 0 \text{ olacaktır.}$$

$$P(x) = x^3 - ax^2 + bx + 8 \Rightarrow P'(x) = 3x^2 - 2ax + b$$

$$P(-1) = -1 - a - b + 8 = 0 \Rightarrow -a - b = -7$$

$$P'(-1) = 3 + 2a + b = 0 \quad + \quad 2a + b = -3$$

$$a = -10 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

$$19. f(2x^3 + 1) = 3x^2 + 3x + 1$$

$$6x^2 f'(2x^3 + 1) = 6x + 3$$

$$x = 1 \text{ için}$$

$$6f'(3) = 9$$

$$f'(3) = \frac{3}{2} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

$$20. f(2x + 3) = h(3x^2 + 2) \text{ eşitliğinin iki tarafının da türevi alınır}$$

$$2 \cdot f'(2x + 3) = 6x \cdot h'(3x^2 + 2)$$

$$x = 1 \text{ iken, } 2 \cdot f'(5) = 6 \cdot h'(5)$$

$$2 \cdot f'(5) = 6 \cdot 3$$

$$f'(5) = 9 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

TEST 4

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN TÜREVİ

$$1. f(x) = \cos^3(2x + 5) \text{ olduğuna göre, } f'(x) \text{ aşağıdakilerden hangisine eşittir?}$$

$$A) -6 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot \sin(2x + 5)$$

$$B) 6 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot \sin(2x + 5)$$

$$C) -12 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot \sin(2x + 5)$$

$$D) 12 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot \sin(2x + 5)$$

$$E) 3 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot \sin(2x + 5)$$

$$2. f(x) = \sin x \cdot \cos x \text{ olduğuna göre, } f'(x) \text{ aşağıdakilerden hangisine eşittir?}$$

$$A) \sin 2x$$

$$B) \cos 2x$$

$$C) 2 \sin 2x$$

$$D) -2 \sin 2x$$

$$E) -2 \cos 2x$$

$$3. y = (\sin 3x)^2 \text{ olduğuna göre, } \frac{dy}{dx} \text{ aşağıdakilerden hangisine eşittir?}$$

$$A) \sin 6x$$

$$B) 3 \cdot \sin 6x$$

$$C) -3 \cdot \sin 6x$$

$$D) 3 \cdot \cos 6x$$

$$E) -3 \cdot \cos 6x$$

$$4. f(x) = \frac{\cos x}{x+2} \text{ olduğuna göre, } f'\left(\frac{\pi}{2}\right) \text{ değeri kaçtır?}$$

$$A) -\frac{1}{\pi+4}$$

$$B) -\frac{1}{\pi+2}$$

$$C) -\frac{2}{\pi+4}$$

$$D) \frac{1}{\pi+4}$$

$$E) 0$$

$$5. f(x) = x^2 \cdot \sin \frac{1}{x} \text{ olduğuna göre, } f'\left(\frac{3}{\pi}\right) \text{ değeri kaçtır?}$$

$$A) 3\sqrt{3} - 1$$

$$B) 3\sqrt{3} + 1$$

$$C) \frac{3}{\pi} - \frac{1}{2}$$

$$D) \frac{3\sqrt{3}}{\pi} - \frac{1}{2}$$

$$E) \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$$

$$6. f(x) = \sin^3 2x \cdot \cos x \text{ olduğuna göre, } f'\left(\frac{\pi}{4}\right) \text{ değeri kaçtır?}$$

$$A) \frac{\sqrt{2}}{8}$$

$$B) \frac{\sqrt{2}}{16}$$

$$C) -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$D) -\frac{\sqrt{2}}{16}$$

$$E) \sqrt{2}$$

$$7. f(x) = \cos x, \quad g(x) = f(x) \cdot f'(x) \text{ olduğuna göre, } g'(x) \text{ aşağıdakilerden hangisine eşittir?}$$

$$A) -\cos 2x$$

$$B) \cos 2x$$

$$C) -\sin 2x$$

$$D) \sin 2x$$

$$E) \cos^2 x - 1$$

$$8. \left. \begin{array}{l} f(x) = \sin 2x \\ g(x) = \cos 3x \end{array} \right\} \text{ olduğuna göre, } (f \circ g)'(x) \text{ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?}$$

$$A) 6 \cos(2 \cos 3x) \cdot (\cos 3x)$$

$$B) -6 \cos(2 \cos 3x) \cdot (\cos 3x)$$

$$C) 6 \cos(2 \cos 3x) \cdot (\sin 3x)$$

$$D) -2 \cos(2 \cos 3x) \cdot (\sin 3x)$$

$$E) -6 \cos(2 \cos 3x) \cdot (\sin 3x)$$

$$9. f(x) = \sin(\cos x) \text{ olduğuna göre,}$$

$$\frac{df(x)}{dx} \text{ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?}$$

$$A) \cos(\cos x)$$

$$B) \cos(\cos x) \cdot \sin x$$

$$C) -\sin(\cos x) \cdot \sin x$$

$$D) -\cos(\cos x) \cdot \sin x$$

$$E) \cos(\sin x) \cdot \sin x$$

$$10. f(x) = \tan(3x + 1) + \cot(3x - 1) \text{ olduğuna göre, } f'(x) \text{ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?}$$

$$A) \sec^2(3x + 1) - \operatorname{cosec}^2(3x - 1)$$

$$B) 3 \cdot \sec^2(3x + 1) + 3 \cdot \operatorname{cosec}^2(3x - 1)$$

$$C) \sec^2(3x + 1) + \operatorname{cosec}^2(3x - 1)$$

$$D) 3 \cdot \sec^2(3x + 1) - 3 \cdot \operatorname{cosec}^2(3x - 1)$$

$$E) 3 \cdot \sec^2(3x + 1) - \operatorname{cosec}^2(3x - 1)$$

11. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos^2 2x + \sin 2x$ olduğuna göre,

$$\lim_{m \rightarrow 0} \frac{f(-\pi) - f(-\pi + m)}{m} \text{ limiti aşağıdakilerden hangi-}$$

sine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $f(x) = \cos 2x$ fonksiyonu için $m \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ve

$$\lim_{x \rightarrow m} \frac{f(x) - f(m)}{x - m} = f\left(\frac{\pi}{2}\right) \text{ olduğuna göre, } m \text{ gerçel}$$

sayılarının kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{0, \frac{\pi}{4}\right\}$ B) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ C) $\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$
D) $\left\{0, \frac{\pi}{2}\right\}$ E) $\left\{\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right\}$

13. $y = \cos\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ olduğuna göre, y' ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \frac{2}{(x+1)^2}$ B) $-\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \frac{4}{(x+1)^2}$
C) $-\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \frac{1}{(x+1)^2}$ D) $-\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \frac{2}{(x+1)^2}$
E) $-\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

14. $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\cos x + \sin x}$ fonksiyonunun birinci türev fonksiyonu $f'(x)$ olduğuna göre, $f'(x) \cdot \left(\frac{\sin 2x + 1}{2}\right)$ ifadesi

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) 1 C) $\cos^2 2x$
D) $\cos x$ E) 2

15. $f(x) = 2 \sin\left(3 \tan(4x) + \frac{\pi}{6} - 3\right)$ olduğuna göre,

$f'\left(\frac{\pi}{16}\right)$ değeri kaçtır?

- A) $24\sqrt{3}$ B) 24 C) $48\sqrt{3}$
D) $-24\sqrt{3}$ E) -24

16. $f(x) = \cos 4x + \sin 4x$ olduğuna göre, $\frac{d^2 f(x)}{dx^2}$ ifadesinin

eşiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-16f(x)$ B) $-4f(x)$ C) $4f(x)$
D) $-2f(x)$ E) $2f(x)$

17. $y = -2 \cdot \cos(\sin^2 x)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti

aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 \cdot \sin(\sin^2 x) \cdot \sin x \cdot \cos x$
B) $2 \cdot \sin(\sin^2 x)$
C) $2 \cdot \sin(\sin^2 x) \cdot \sin 2x$
D) $2 \cdot \sin(\sin^2 x) \cdot \cos 2x$
E) $2 \cdot \sin(\sin^2 x) \cdot \sin 4x$

18. $f(x) = \tan(\cot x) + \cot(\tan x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sec^2(\tan x) - \operatorname{cosec}^2(\cot x)$
B) $\sec^2(\cot x) - \operatorname{cosec}^2(\tan x)$
C) $\sec^2(\cot x) + \operatorname{cosec}^2(\tan x)$
D) $\sec^2(\cot x) \cdot (-\operatorname{cosec}^2 x) + \operatorname{cosec}^2(\tan x) \cdot \sec^2 x$
E) $\sec^2(\cot x) \cdot (-\operatorname{cosec}^2 x) - \operatorname{cosec}^2(\tan x) \cdot \sec^2 x$

19. $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2} + \sin x\right)$ olduğuna göre, $f'(\pi)$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

20. $f(x) = \sqrt{\sin x} + \sqrt{2 \cos^2 x - 1}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{6}}{4}$

TEST 4'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \cos^3(2x + 5)$ olduğundan,
 $f'(x) = 3 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot [-\sin(2x + 5)] \cdot (2x + 5)'$
 $= 3 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot (-\sin(2x + 5)) \cdot 2$
 $= 3 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot (-\sin(2x + 5)) \cdot 2$
 $= -6 \cdot \cos^2(2x + 5) \cdot \sin(2x + 5)$ olur.

Yanıt A

2. $f(x) = \sin x \cdot \cos x \Rightarrow f(x) = \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{2} = \frac{\sin 2x}{2}$ olur.
 $f'(x) = \frac{(2x)' \cdot \cos 2x}{2} = \frac{2 \cos 2x}{2} = \cos 2x$
 $f''(x) = -2 \sin 2x$ dir.

Yanıt D

3. $y = (\sin(3x))^2$ olduğundan,
 $\frac{dy}{dx} = y' = 2 \cdot (\sin(3x)) \cdot (\sin(3x))'$
 $= 2 \cdot \sin(3x) \cdot \cos(3x) \cdot (3x)'$
 $= 2 \cdot \sin(3x) \cdot \cos(3x) \cdot 3$
 $= 3 \cdot \sin(6x)$ olur.

Yanıt B

4. $f(x) = \frac{\cos x}{x+2}$ olduğundan,
(Bölümün türevinden)
 $f'(x) = \frac{(\cos x)' \cdot (x+2) - \cos x \cdot (x+2)'}{(x+2)^2}$
 $f'(x) = \frac{-\sin x \cdot (x+2) - \cos x \cdot 1}{(x+2)^2}$
O halde;
 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{-\sin \frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) - \cos \frac{\pi}{2}}{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right)^2}$
 $= -\frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right)}{\left(\frac{\pi}{2} + 2\right)^2} = -\frac{1}{\frac{\pi}{2} + 2} = -\frac{2}{\pi + 4}$ olur.

Yanıt C

5. $f(x) = x^2 \cdot \sin \frac{1}{x}$ olduğundan, (çarpımın türevinden)
 $f'(x) = 2x \cdot \sin \frac{1}{x} + x^2 \cdot \cos \frac{1}{x} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)$
 $= 2x \cdot \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}$ olur.

O halde;

$$f'\left(\frac{3}{\pi}\right) = 2 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{3}$$

$$= \frac{6}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} - \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt D

6. $f(x) = \sin^3 2x \cdot \cos x$ olduğundan, (çarpımın türevinden)
 $f'(x) = (3 \cdot \sin^2 2x \cdot \cos 2x \cdot 2) \cos x + \sin^3 2x \cdot (-\sin x)$
 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 6 \cos \frac{\pi}{2} \cdot \sin^2 \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin^3 \frac{\pi}{2} \cdot \left(-\sin \frac{\pi}{4}\right)$
 $= 6 \cdot 0 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Yanıt C

7. $f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x \Rightarrow f''(x) = -\cos x$ dir.
 $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ olduğundan (çarpımın türevinden)
 $g'(x) = f'(x) \cdot f'(x) + f(x) \cdot f''(x)$ dir.
 $= (-\sin x)(-\sin x) + \cos x \cdot (-\cos x)$
 $= \sin^2 x - \cos^2 x$
 $= -(\cos^2 x - \sin^2 x)$
 $= -\cos 2x$ olur.

Yanıt A

8. $f(x) = \sin 2x$ ve $g(x) = \cos 3x$ olduğundan
 $(f \circ g)'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x)) = -3 \cdot \sin 3x \cdot f'(\cos 3x)$ olur.
O halde,
 $f'(x) = 2 \cos 2x$ ve $f'(\cos 3x) = 2 \cos(2 \cos 3x)$ olur.
 $(f \circ g)'(x) = -3 \cdot \sin 3x \cdot 2 \cdot \cos(2 \cos 3x)$
 $(f \circ g)'(x) = -6 \cdot \sin 3x \cdot \cos(2 \cos 3x)$ dir.

Yanıt E

9. $f(x) = \sin(\cos x)$ olduğundan,

$$\begin{aligned}\frac{df(x)}{dx} &= f'(x) = \cos(\cos x) \cdot (\cos x)' \\ &= \cos(\cos x) \cdot (-\sin x) \\ &= -\cos(\cos x) \cdot \sin x \text{ dir.}\end{aligned}$$

Yanıt D

10. $f(x) = \tan(3x+1) + \cot(3x-1)$ olduğundan,

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{(3x+1)'}{\cos^2(3x+1)} + \left(-\frac{(3x-1)'}{\sin^2(3x-1)} \right) \\ &= 3 \cdot \sec^2(3x+1) - 3 \cdot \operatorname{cosec}^2(3x-1) \text{ olur.}\end{aligned}$$

Yanıt D

11. $\lim_{m \rightarrow 0} \frac{f(-\pi) - f(-\pi+m)}{m} = f'(-\pi)$ dir.

$$f(x) = \cos^2 2x + \sin 2x \text{ olduğundan,}$$

$$\begin{aligned}f'(x) &= 2 \cdot \cos 2x \cdot (-\sin 2x) \cdot 2 + 2 \cdot \cos 2x \\ &= -2 \sin 4x + 2 \cos 2x \text{ olur.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x = -\pi \text{ için, } f'(-\pi) &= -2 \sin(-4\pi) + 2 \cos(-2\pi) \\ &= -2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 \\ &= 2 \text{ dir.}\end{aligned}$$

Yanıt E

12. $f(x) = \cos 2x \Rightarrow f'(x) = -2 \sin 2x$ dir.

$$\lim_{x \rightarrow m} \frac{f(x) - f(m)}{x - m} = f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$f'(m) = f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow -2 \sin 2m = \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$

$$-2 \sin 2m = -1$$

$$\sin 2m = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}2m &= \frac{\pi}{6} & 2m &= \pi - \frac{\pi}{6} \\ m &= \frac{\pi}{12} & m &= \frac{5\pi}{12} \quad \left(m \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \text{ için}\right)\end{aligned}$$

$$\text{Ç.K.} = \left\{ \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12} \right\} \text{ olur.}$$

Yanıt E

13. $y = \cos\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ olduğundan,

$$y' = -\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \left(\frac{x-1}{x+1}\right)' \text{ (bölümün türevinden)}$$

$$y' = -\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \frac{1 \cdot (x+1) - (x-1) \cdot 1}{(x+1)^2}$$

$$y' = -\sin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \frac{2}{(x+1)^2} \text{ olur.}$$

Yanıt D

14. $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\cos x + \sin x}$ olduğundan, (bölümün türevinden)

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{(\cos x + \sin x)(\cos x + \sin x) - (\sin x - \cos x)(-\sin x + \cos x)}{(\cos x + \sin x)^2} \\ &= \frac{\cos^2 x + 2 \sin x \cos x + \sin^2 x + \sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x}{(\cos x + \sin x)^2}\end{aligned}$$

$$= \frac{2}{\cos^2 x + 2 \sin x \cos x + \sin^2 x}$$

$$= \frac{2}{1 + \sin 2x} \text{ olur. } \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

olduğundan

$$f'(x) \cdot \left(\frac{\sin 2x + 1}{2}\right) = \frac{2}{1 + \sin 2x} \cdot \frac{\sin 2x + 1}{2} = 1 \text{ dir.}$$

Yanıt B

15. $f(x) = 2 \sin\left(3 \tan(4x) + \frac{\pi}{6} - 3\right)$ olduğundan,

$$f'(x) = 2 \cos\left(3 \tan(4x) + \frac{\pi}{6} - 3\right) \cdot 3 \cdot (1 + \tan^2(4x)) \cdot 4$$

$$= 24 \cdot \cos\left(3 \tan(4x) + \frac{\pi}{6} - 3\right) \cdot (1 + \tan^2(4x)) \text{ olur.}$$

$$x = \frac{\pi}{16} \text{ için;}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{16}\right) = 24 \cdot \cos\left(3 \cdot \tan \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} - 3\right) \left(1 + \tan^2 \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 24 \cdot \cos\left(3 + \frac{\pi}{6} - 3\right) \cdot (1 + 1^2)$$

$$= 24 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot (1 + 1)$$

$$= 48 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3} \text{ tür.}$$

Yanıt A

16. $f(x) = \cos 4x + \sin 4x$ olduğundan,

$$\frac{df(x)}{dx} = f'(x) = -4 \sin 4x + 4 \cos 4x$$

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = f''(x) = -16 \cos 4x - 16 \sin 4x$$

$$= -16(\cos 4x + \sin 4x)$$

$$f(x)$$

$$= -16f(x) \text{ olur.}$$

Yanıt A

17. $y = -2 \cdot \cos(\sin^2 x)$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = y' = 2 \cdot \sin(\sin^2 x) \cdot (\sin^2 x)'$$

$$= 2 \cdot \sin(\sin^2 x) \cdot \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{\sin 2x}$$

$$= 2 \cdot \sin(\sin^2 x) \cdot \sin 2x \text{ olur.}$$

Yanıt C

18. $f(x) = \tan(\cot x) + \cot(\tan x)$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(\cot x)'}{\cos^2(\cot x)} + \frac{-(\tan x)'}{\sin^2(\tan x)}$$

$$= \frac{-1}{\sin^2 x} \cdot \sec^2(\cot x) - \frac{1}{\cos^2 x} \cdot \operatorname{cosec}^2(\tan x)$$

$$= \sec^2(\cot x) \cdot (-\operatorname{cosec}^2 x) - \operatorname{cosec}^2(\tan x) \cdot \sec^2 x \text{ olur.}$$

Yanıt E

19. $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2} + \sin x\right)$ olduğundan,

$$f'(x) = -\sin\left(\frac{x}{2} + \sin x\right) \cdot \left(\frac{x}{2} + \sin x\right)'$$

$$f'(x) = -\sin\left(\frac{x}{2} + \sin x\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \cos x\right) \text{ olur.}$$

$$x = \pi \text{ için,}$$

$$f'(\pi) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} + \sin \pi\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \cos \pi\right)$$

$$f'(\pi) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} + 0\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + (-1)\right)$$

$$f'(\pi) = -1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt D

20. $f(x) = \sqrt{\sin x} + \sqrt{2 \cos^2 x - 1}$ olduğundan,

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{(\sin x)'}{\sqrt{\sin x}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{(2 \cos^2 x - 1)'}{\sqrt{2 \cos^2 x - 1}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{-4 \cos x \cdot \sin x}{\sqrt{2 \cos^2 x - 1}} \text{ olur.}\end{aligned}$$

$$x = \frac{\pi}{6} \text{ için;}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos \frac{\pi}{6}}{\sqrt{\sin \frac{\pi}{6}}} - 2 \cdot \frac{\cos \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{6}}{\sqrt{2 \cos^2 \frac{\pi}{6} - 1}}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\frac{1}{2}}} - 2 \cdot \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{2 \cdot \frac{3}{4} - 1}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{1} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$= -\frac{\sqrt{6}}{4} \text{ tür.}$$

Yanıt E

1. $f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ değeri kaçtır?
A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $-\sqrt{2}$

2. $f(x) = 16 \sin^4 2x \cdot \cos^4 2x$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{16}\right)$ değeri kaçtır?
A) -4 B) $-2\sqrt{2}$ C) -2 D) $2\sqrt{2}$ E) 4

3. $y = 1 - 2\cos x + \cos^2 x - 2x \sin x$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $-(\sin 2x + 2x \cos x)$ B) $-2(\sin x + 2\cos x)$
C) $\sin 2x + 2x \cos x$ D) $2x \cos x$
E) $-x \sin x$

4. $f(x) = \frac{(\cos x)^2}{\cos x^2}$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $f(x) = \tan x - \frac{\cos^2 x}{\cot x}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

6. $g(x) = f(\sin^2 5x)$ ve $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 2$ olduğuna göre, $g'\left(\frac{\pi}{20}\right)$ değeri kaçtır?
A) $5\sqrt{2}$ B) $10\sqrt{2}$ C) $12\sqrt{2}$
D) 10 E) 12

7. $f(x) = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} \tan \frac{\pi x}{4}\right)$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{\pi}{16}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $-\frac{\pi}{8}$ D) $-\frac{\pi}{16}$ E) $-\frac{\pi^2}{8}$

8. $\frac{d}{dx}\left(2 \tan\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)\right)$ fonksiyonunu $x = 1$ apsisli noktasındaki değeri kaçtır?
A) $-\pi$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) 0 D) π E) 2π

9. $f(x) = m \cos^2 2x + n \sin 2x$ fonksiyonu için $f'(\pi) = 4$ ve $f'(-\pi) = 2$ olduğuna göre, $(n + m)$ toplamı kaçtır?
A) $-\frac{7}{4}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{9}{4}$

10. $f(x) = \cos(\sin(\tan 4x))$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?
A) -1 B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) 0 D) 1 E) $\sqrt{2}$

11. $f(x) = \arctan x + \operatorname{arccot} 2x$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $f(x) = \arctan(\cos(2x))$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

13. $y = \operatorname{arccot}\left(\frac{x-2}{x+2}\right)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{2}{x^2-4}$ B) $\frac{2}{x^2+4}$ C) $-\frac{2}{x^2-4}$
D) $-\frac{2}{x^2+4}$ E) $\frac{2}{x^2}$

14. $f(x) = \operatorname{arccot}(5x^2 - 1)$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) $-\frac{6}{17}$ B) $-\frac{7}{17}$ C) $-\frac{8}{17}$ D) $-\frac{9}{17}$ E) $-\frac{10}{17}$

15. $y = \arctan(\sin x)$ olduğuna göre, y' ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1}{\cos x}$ B) $\frac{\cos x}{1 + \sin^2 x}$ C) $-\frac{\cos x}{1 + \sin^2 x}$
D) $\frac{\cos x}{1 + \cos^2 x}$ E) $-\frac{1}{\cos x}$

16. $y = \arccos(3x^2 - 1)$ olduğuna göre, y' ifadesinin $x = \frac{1}{2}$ apsisli noktasında değeri kaçtır?

A) $-\frac{2\sqrt{15}}{3}$ B) $-\frac{2\sqrt{15}}{5}$ C) $-\frac{4\sqrt{15}}{3}$
D) $-\frac{4\sqrt{15}}{5}$ E) $-\frac{4\sqrt{15}}{15}$

17. $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ve $f(x) = \arccos(\sin x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ kaçtır?
A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

18. $f(x) = \arccos(\tan x)$ olduğuna göre, $\frac{df(x)}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{\sec^2 x}{\sqrt{1 - \tan^2 x}}$ B) $\frac{-\sec^2 x}{\sqrt{1 - \tan^2 x}}$
C) $\frac{-\sec^2 x}{1 - \tan^2 x}$ D) $\frac{-\sec x}{\sqrt{1 - \tan^2 x}}$
E) $\frac{\sec^2 x}{1 - \tan^2 x}$

19. $y = \frac{1}{\arctan \sqrt{x}}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = 1$ apsisli noktasındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-\frac{4}{\pi^2}$ B) $-\frac{4}{\pi}$ C) $-\frac{1}{\pi^2}$ D) $\frac{1}{\pi^2}$ E) $\frac{4}{\pi^2}$

20. $y = f(x) = \operatorname{arcsec} x$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $f'(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ B) $f'(x) = \frac{-1}{2x\sqrt{x^2-1}}$
C) $f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ D) $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$
E) $f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{x^2-1}}$

TEST 5'İN ÇÖZÜMLERİ

$$1. f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x = (\sin^2 x)^2 - (\cos^2 x)^2 \\ = (\sin^2 x - \cos^2 x) \cdot (\sin^2 x + \cos^2 x) \\ = -\cos(2x) \cdot 1$$

O halde; $f(x) = -\cos(2x)$ dir.

$$f'(x) = -(-\sin(2x) \cdot 2) = 2\sin(2x) \text{ olur.}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2\sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{8}\right) = 2\sin\frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \text{ olur.}$$

Yanıt B

$$2. f(x) = 16 \cdot \sin^4(2x) \cdot \cos^4(2x) \\ = (2 \cdot \sin(2x) \cos(2x))^4 \\ = \sin^4(4x) \text{ olur.}$$

$$f'(x) = 4 \cdot \sin^3(4x) \cdot (\sin(4x))' \\ = 4 \sin^3(4x) \cdot \cos(4x) \cdot 4 \\ = 16 \sin^3(4x) \cdot \cos(4x) \text{ dir.}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{16}\right) = 16 \cdot \sin^3\left(4 \cdot \frac{\pi}{16}\right) \cdot \cos\left(4 \cdot \frac{\pi}{16}\right) \\ = 16 \cdot \sin^3\frac{\pi}{4} \cdot \cos\frac{\pi}{4} \\ = 16 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 16 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 = 16 \cdot \frac{4}{16} = 4 \text{ olur.}$$

Yanıt E

$$3. y = 1 - 2\cos x + \cos^2 x - 2x \cdot \sin x \text{ olduğundan,}$$

$$\frac{dy}{dx} = y' = 2\sin x + 2 \cdot \cos x \cdot (-\sin x) - (2 \cdot \sin x + 2x \cdot \cos x) \\ = 2\sin x - \sin(2x) - 2\sin x - 2x \cos x \\ = -(\sin(2x) + 2x \cos x) \text{ olur.}$$

Yanıt A

$$4. f(x) = \frac{(\cos x)^2}{\cos x^2} \text{ olduğundan, (bölümün türevinden)} \\ f'(x) = \frac{2\cos x \cdot (-\sin x) \cdot \cos x^2 - (\cos x)^2 \cdot (-\sin x^2) \cdot 2x}{(\cos x^2)^2} \text{ olur.} \\ f'(0) = \frac{-2 \cdot \cos 0 \cdot \sin 0 \cdot \cos 0 + \cos 0 \cdot \sin 0 \cdot 0}{(\cos 0)^2} \\ f'(0) = \frac{0}{1} = 0 \text{ dir.}$$

Yanıt C

$$5. f(x) = \tan x - \frac{\cos^2 x}{\cot x} = \tan x - \cos^2 x \cdot \tan x \\ = \tan x (1 - \cos^2 x) = \tan x \cdot \sin^2 x \\ (\text{çarpımın türevinden}) \\ f'(x) = (1 + \tan^2 x) \cdot \sin^2 x + \tan x \cdot 2 \sin x \cdot \cos x \text{ olur.}$$

O halde;

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6} \text{ dir.}$$

Yanıt B

$$6. g(x) = f(\sin^2(5x)) \text{ olduğundan,} \\ g'(x) = f'(\sin^2(5x)) \cdot (\sin^2(5x))' \\ = f'(\sin^2(5x)) \cdot 2 \sin(5x) \cdot \cos(5x) \cdot 5 \\ = 5 \cdot \sin(10x) \cdot f'(\sin^2(5x)) \text{ olur.}$$

O halde; $x = \frac{\pi}{20}$ yazarsak,

$$g'\left(\frac{\pi}{20}\right) = 5 \cdot \sin\left(10 \cdot \frac{\pi}{20}\right) \cdot f'\left(\sin^2\left(5 \cdot \frac{\pi}{20}\right)\right) \\ = 5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot f'\left(\sin^2\frac{\pi}{4}\right) \\ = 5 \cdot 1 \cdot f'\left(\frac{1}{2}\right) \quad \left(f'\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \text{ olduğundan}\right) \\ = 5 \cdot 2 = 10 \text{ olur.}$$

Yanıt D

$$7. f(x) = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} \cdot \tan \frac{\pi x}{4}\right) \text{ olduğundan,} \\ f'(x) = 2\cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot \tan \frac{\pi x}{4}\right) \cdot \left(-\sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot \tan \frac{\pi x}{4}\right)\right) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(1 + \tan^2 \frac{\pi x}{4}\right) \cdot \frac{\pi}{4} \\ \text{O halde; } x = 1 \text{ için,} \\ f'(1) = -\frac{\pi^2}{8} \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot \tan \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot \tan \frac{\pi}{4}\right) \cdot (1 + \tan^2 \frac{\pi}{4}) \\ = -\frac{\pi^2}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \cdot (1 + 1) \\ = -\frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\pi^2}{8} \text{ dir.}$$

Yanıt E

$$8. \frac{d}{dx} (2 \tan(\cos(\frac{\pi}{2}x))) = 2 \cdot (1 + \tan^2(\cos(\frac{\pi}{2}x))) \cdot (\cos(\frac{\pi}{2}x))' \\ = 2 \cdot (1 + \tan^2(\cos(\frac{\pi}{2}x))) \cdot (-\sin(\frac{\pi}{2}x)) \cdot \frac{\pi}{2}$$

$x = 1$ için,

$$= -\pi(1 + \tan^2(\cos \frac{\pi}{2})) \cdot (\sin \frac{\pi}{2}) \\ = -\pi(1 + \tan^2 0) \cdot 1 \\ = -\pi \text{ olur.}$$

Yanıt A

$$9. f(x) = m \cdot \cos^2 2x + n \cdot \sin 2x \text{ olduğundan,} \\ f'(x) = 2m \cdot \cos 2x \cdot (-\sin 2x) \cdot 2 + 2n \cdot \cos 2x \\ = -2m \sin 4x + 2n \cos 2x \text{ olur.} \\ f'(x) = -2m \cdot 4 \cdot \cos 4x + 2n \cdot 2 \cdot (-\sin 2x) \\ = -8m \cos 4x - 4n \sin 2x$$

O halde,

$$f'(\pi) = -2m \cdot 0 + 2n \cdot 1 = 2n = 4$$

$$n = 2 \text{ dir.}$$

$$f'(-\pi) = -8m \cdot 1 - 4n \cdot 0 = -8m = 2$$

$$m = -\frac{1}{4} \text{ tür.}$$

$$n + m = 2 + \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{7}{4} \text{ olur.}$$

Yanıt D

$$10. f(x) = \cos(\sin(\tan 4x)) \text{ olduğundan,} \\ f'(x) = -\sin(\sin(\tan 4x)) \cdot \cos(\tan 4x) \cdot (1 + \tan^2 4x) \cdot 4 \\ f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\sin(\sin 0) \cos(0) (1 + 0) \cdot 4 = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt C

$$11. f(x) = \arctan x + \arccot 2x$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x^2} + \frac{(-2)}{1+4x^2}$$

$x = 0$ için $f'(0) = 1 - 2 = -1$ bulunur.

Yanıt B

$$12. f(x) = \arctan(\cos(2x)) \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = \frac{(\cos 2x)'}{1 + \cos^2(2x)} = \frac{-2 \sin 2x}{1 + \cos^2(2x)} \text{ olur.}$$

O halde,

$$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{-2 \sin \frac{\pi}{4}}{1 + \cos^2 \frac{\pi}{4}} = \frac{-2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{\frac{3}{2}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ tür.}$$

Yanıt C

$$13. y = \operatorname{arccot}\left(\frac{x-2}{x+2}\right) \text{ olduğundan,}$$

$$\frac{dy}{dx} = y' = -\frac{\left(\frac{x-2}{x+2}\right)'}{1 + \left(\frac{x-2}{x+2}\right)^2} \quad (\text{bölümün türevinden})$$

$$y' = -\frac{1 \cdot (x+2) - (x-2) \cdot 1}{(x+2)^2} = -\frac{4}{(x+2)^2} \\ = -\frac{4}{1 + \frac{(x-2)^2}{(x+2)^2}} = -\frac{4}{\frac{(x+2)^2 + (x-2)^2}{(x+2)^2}} \\ = -\frac{4}{\frac{x^2 + 4x + 4 + x^2 - 4x + 4}{2x^2 + 8}} = -\frac{4}{\frac{2x^2 + 8}{2x^2 + 8}} = -\frac{2}{x^2 + 4} \text{ tür.}$$

Yanıt D

14. $f(x) = \operatorname{arccot}(5x^2 - 1)$ olduğundan,

$$f'(x) = -\frac{10x}{1+(5x^2-1)^2} \text{ olur.}$$

O halde;

$$f'(1) = -\frac{10}{1+4^2} = -\frac{10}{17} \text{ dir.}$$

Yanıt E

15. $y = \arctan(\sin x)$ olduğundan,

$$y' = \frac{(\sin x)'}{1+(\sin x)^2} = \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} \text{ olur.}$$

Yanıt B

16. $y = \arccos(3x^2 - 1)$ olduğundan,

$$y' = -\frac{6x}{\sqrt{1-(3x^2-1)^2}}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ için;}$$

$$\begin{aligned} \frac{6 \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{1-(\frac{3}{4}-1)^2}} &= -\frac{3}{\sqrt{1-\frac{1}{16}}} = -\frac{3}{\frac{\sqrt{15}}{4}} \\ &= -\frac{3 \cdot 4}{\sqrt{15}} = -\frac{12}{\sqrt{15}} = -\frac{4\sqrt{15}}{5} \end{aligned}$$

Yanıt D

17. $f(x) = \arccos(\sin x)$ olduğundan,

$$x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \text{ olduğundan } \cos x \geq 0 \text{ dir.}$$

$$\sqrt{\cos^2 x} = |\cos x| = \cos x \text{ olacaktır.}$$

$$f'(x) = -\frac{(\sin x)'}{\sqrt{1-\sin^2 x}} = -\frac{\cos x}{\sqrt{\cos^2 x}} = -\frac{\cos x}{\cos x} = -1$$

Yanıt A

18. $f(x) = \arccos(\tan x)$ olduğundan,

$$\frac{df(x)}{dx} = f'(x) = -\frac{(\tan x)'}{\sqrt{1-\tan^2 x}}$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\sqrt{1-\tan^2 x}} \\ &= -\frac{\sec^2 x}{\sqrt{1-\tan^2 x}} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Yanıt B

19. $y = \frac{1}{\arctan \sqrt{x}} = (\arctan \sqrt{x})^{-1}$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = y' = -(\arctan \sqrt{x})^{-2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} (x=1 \text{ için}) &= -(\arctan 1)^{-2} \cdot \frac{1}{2} = -\left(\frac{\pi}{4}\right)^{-2} \cdot \frac{1}{4} \\ &= -\frac{16}{\pi^2} \cdot \frac{1}{4} = -\frac{4}{\pi^2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt A

20. $y = f(x) = \operatorname{arcsec} x$

$y = \operatorname{arcsec} x$ ise $\sec y = x$ bulunur.

Buna göre,

$$\frac{1}{\cos y} = x$$

$$\cos y = \frac{1}{x}$$

$$y = \arccos \frac{1}{x} \text{ bulunur.}$$

$$y' = \frac{-\left(-\frac{1}{x^2}\right)}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

Yanıt A

TEST 6

LOGARİTMİK FONKSİYONLARIN TÜREVİ

1. $g(x) = \frac{1}{4} \ln(4x^2)$ ve $\frac{f(x)}{3x} = g(x)$ olduğuna göre,

$f\left(\frac{e}{2}\right)$ değeri kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{4}$

2. $f(x) = \log_7\left(\frac{x-3}{x+2}\right)$ fonksiyonu için $f'(x) = \frac{1}{10 \ln 7}$

olduğuna göre, x in pozitif değeri kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. $y = \ln(\cos x)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cot x$ B) $\tan x$ C) $-\tan x$
D) $-\cot x$ E) $-\sec x$

4. $f(x) = \log_3(\sin x)$ olduğuna göre,

$f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\tan x \cdot \log_3 e$ B) $\tan x \cdot \ln 3$
C) $\cot x \cdot \log_3 e$ D) $\cot x$
E) $\cot x \cdot \ln 3$

5. $f(x) = \ln\left(\cot \frac{x}{2}\right)$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

6. $f(x) = \log_5(\sin^2 x)$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{4}{\ln 3}$ B) $\frac{2}{\ln 5}$ C) $\frac{3}{\ln 5}$ D) $\frac{2}{\ln 3}$ E) $\frac{1}{\ln 5}$

7. $y = \sqrt{1+\ln x} + \ln(\sqrt{1+x})$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in

$x=1$ apsisli noktadaki değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) 1

8. $f(x) = \log_5(x^2 - 3x - 10)$ fonksiyonu için $f'(n) = 0$ olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 5 B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{2}{3}$

9. $f(x) = \ln^2(6x + 2)$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{9}{4} \ln 2$ B) $\frac{9}{2} \ln 2$ C) $\frac{3}{4} \ln 4$
D) $\frac{9}{2} \ln 8$ E) $\frac{1}{2} \ln 8$

10. $y = \ln(\ln x)$ olduğuna göre, y' ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{\ln x}$ B) $\frac{1}{x}$ C) $\frac{1}{x \ln x}$ D) $\frac{x}{\ln x}$ E) $\frac{\ln x}{x}$

11. $f(x) = \cos(\ln(2x))$ olduğuna göre, $\frac{df(x)}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{x} \sin(\ln x)$ B) $-\frac{1}{2x} \sin(\ln x)$
C) $\frac{1}{2x} \sin(\ln x)$ D) $-\frac{1}{x} \sin(\ln 2x)$
E) $\frac{1}{x} \sin(\ln 2x)$

12. $f(x) = \log_4(\cos(x^3))$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\tan(x^3) \cdot 3x^2 \cdot \log_4 e$
B) $-\tan(x^3) \cdot 3x^2$
C) $-\tan(x^3) \cdot 3x^2 \cdot \ln 4$
D) $-\tan(x^3) \cdot \ln 4$
E) $-\tan(x^3) \cdot 3x^2 \cdot \ln 2$

13. $f(x) = \sin(\ln 2x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\cos(\ln(2x))}{2x}$ B) $\frac{\cos(\ln(2x))}{x^2}$
C) $\cos(\ln(2x))$ D) $\frac{\cos(\ln(2x))}{4x}$
E) $\frac{\cos(\ln(2x))}{x}$

14. $f(x) = \ln(\operatorname{arccot} 3x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{(1+9x^2)(\operatorname{arccot} 3x)}$ B) $\frac{-3}{(1+9x^2)(\operatorname{arccot} 3x)}$
C) $\frac{1}{(1+9x^2)(\operatorname{arccot} 3x)}$ D) $\frac{-1}{(1+9x^2)(\operatorname{arccot} 3x)}$
E) $\frac{-3}{(1+3x^2)(\operatorname{arccot} 3x)}$

15. $f(x) = \ln \left[\frac{(x^3 + 4x)(x^2 - 6x)}{4x + 1} \right]$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{7}{5}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{7}{5}$ E) $\frac{11}{5}$

16. $f(x) = \arctan\left(\ln \frac{x}{2}\right)$ olduğuna göre, $f'(2e)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{e}$ B) $\frac{1}{2e}$ C) $\frac{e}{2}$ D) $\frac{e}{3}$ E) $\frac{1}{4e}$

17. $f(x) = \operatorname{arccot} x$, $g(x) = \ln(f(x))$ olduğuna göre, $g(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktadaki türevi kaç olabilir?

A) $-\frac{\pi}{4}$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) $-\frac{2}{\pi}$ D) $\frac{2}{\pi}$ E) $\frac{\pi}{2}$

18. $g(x) = \log(\tan 2x)$ ve $f(x) = \sin(\log 5x)$ olduğuna göre,

$f'\left(\frac{1}{5}\right) - g'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ farkı kaçtır?

A) 0 B) $\frac{4}{\ln 10}$ C) $\frac{5}{\ln 10}$
D) $e^{1/5}$ E) $\frac{1}{\ln 10}$

19. $f(x) = \log_3 \left[4 + \log_3(x^2 - 3) \right]$ olduğuna göre,

$f'(2)$ değeri kaçtır?

A) $\log_3 e$ B) $(\log_3 e)^2$ C) $\log_2 e$
D) $(\log_2 e)^2$ E) $\log_3 2e$

20. $f(x) = \ln(\sin(\ln(x^2)))$ olduğuna göre, $f'(e)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{e} \tan 2$ B) $\frac{2}{e} \cot 2$ C) $\operatorname{ecot} 1$
D) $\frac{e}{2} \tan 2$ E) $e \tan 2$

TEST 6'NIN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = 3x \cdot g(x)$ ve $g(x) = \frac{1}{4} \ln(4x^2)$ olduğundan;

$$f(x) = 3x \cdot \frac{1}{4} \ln(4x^2) = \frac{3}{4} \cdot x \cdot \ln(4x^2) \text{ olur.}$$

(Çarpmanın türevinden)

$$f'(x) = \frac{3}{4} [1 \cdot \ln(4x^2) + x \cdot \frac{8x}{4x^2}]$$

$$f'(x) = \frac{3}{4} [\ln(4x^2) + 2] \text{ olduğundan,}$$

$$f'\left(\frac{e}{2}\right) = \frac{3}{4} [\ln(4 \cdot \frac{e^2}{4}) + 2] = \frac{3}{4} [2 \ln e + 2] \\ = \frac{3}{4} \cdot 4 = 3 \text{ olur.}$$

Yanıt A

2. $f(x) = \log_7 \left(\frac{x-3}{x+2} \right) = \log_7(x-3) - \log_7(x+2)$

$$f'(x) = \frac{1}{x-3} \cdot \log_7 e - \frac{1}{x+2} \cdot \log_7 e$$

$$= \log_7 e \cdot \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+2} \right)$$

$$= \frac{1}{\ln 7} \cdot \frac{5}{(x-3)(x+2)}$$

$$f'(x) = \frac{1}{10 \ln 7} \text{ olduğundan,}$$

$$\frac{1}{\ln 7} \cdot \frac{5}{(x-3)(x+2)} = \frac{1}{10 \ln 7}$$

$$(x-3)(x+2) = 50$$

O halde, x in pozitif değeri 8 dir.

Yanıt C

3. $y = \ln(\cos x)$ ise,

$$\frac{dy}{dx} = y' = \frac{(\cos x)'}{\cos x} = \frac{-\sin x}{\cos x} = -\tan x \text{ olur.}$$

Yanıt C

4. $f(x) = \log_3(\sin x)$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(\sin x)'}{\sin x} \cdot \log_3 e = \frac{\cos x}{\sin x} \cdot \log_3 e \\ = \cot x \cdot \log_3 e \text{ olur.}$$

Yanıt C

5. $f(x) = \ln(\cot \frac{x}{2}) = \ln \left(\frac{\cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} \right)$

$$= \ln(\cos \frac{x}{2}) - \ln(\sin \frac{x}{2}) \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = \frac{(\cos \frac{x}{2})'}{\cos \frac{x}{2}} - \frac{(\sin \frac{x}{2})'}{\sin \frac{x}{2}} = \frac{-\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} - \frac{\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} \\ = -\frac{1}{2} [\tan \frac{x}{2} + \cot \frac{x}{2}] \text{ olur.}$$

O halde,

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2} [\tan \frac{\pi}{4} + \cot \frac{\pi}{4}] \\ = -\frac{1}{2} \cdot (1+1) = -1 \text{ olur.}$$

Yanıt D

6. $f(x) = \log_5(\sin^2 x)$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(\sin^2 x)'}{\sin^2 x} \cdot \log_5 e = \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{\sin^2 x} \cdot \frac{1}{\ln 5} \\ = \frac{2 \cot x}{\ln 5} \cdot \frac{1}{\ln 5} = \frac{2 \cot x}{\ln 5} \text{ olur.}$$

O halde,

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{2 \cot \frac{\pi}{4}}{\ln 5} = \frac{2}{\ln 5} \text{ dir.}$$

Yanıt B

$$7. y = \sqrt{1+\ln x} + \ln(\sqrt{1+x})$$

$$y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1+\ln x)'}{\sqrt{1+\ln x}} + \frac{(\sqrt{1+x})'}{\sqrt{1+x}}$$

$$y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\ln x}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

$$x=1 \text{ için } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+0}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

Yanıt C

$$8. f(x) = \log_5(x^2 - 3x - 10) \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 3x - 10)'}{x^2 - 3x - 10} \cdot \log_5 e$$

$$f'(x) = \frac{2x - 3}{x^2 - 3x - 10} \cdot \log_5 e \text{ olur.}$$

O halde,

$$f'(n) = \frac{2n - 3}{n^2 - 3n - 10} \cdot \log_5 e = 0 \text{ (} \log_5 e \neq 0 \text{ olacağından)}$$

$$2n - 3 = 0$$

$$n = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt C

$$9. f(x) = \ln^2(6x + 2) \text{ olduğundan,}$$

$$f(x) = 2 \cdot \ln(6x + 2) \cdot (\ln(6x + 2))'$$

$$f'(x) = 2 \cdot \ln(6x + 2) \cdot \frac{6}{6x + 2} \text{ olur.}$$

O halde,

$$f'(1) = 2 \cdot \ln 8 \cdot \frac{6}{8} = \frac{3}{2} \cdot \ln 2^3 = \frac{9}{2} \ln 2$$

Yanıt B

$$10. y = \ln(\ln x) \text{ olduğundan,}$$

$$y' = \frac{(\ln x)'}{\ln x} = \frac{1}{x} = \frac{1}{x \ln x} \text{ olur.}$$

Yanıt C

$$11. f(x) = \cos(\ln(2x)) \text{ olduğundan,}$$

$$\frac{df(x)}{dx} = f'(x) = -\sin(\ln(2x)) \cdot (\ln 2x)'$$

$$= -\sin(\ln(2x)) \cdot \frac{2}{2x}$$

$$= -\frac{1}{x} \cdot \sin(\ln(2x)) \text{ olur.}$$

Yanıt D

$$12. f(x) = \log_4(\cos(x^3)) \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = \frac{(\cos(x^3))'}{\cos(x^3)} \cdot \log_4 e$$

$$= \frac{-\sin(x^3) \cdot 3x^2}{\cos(x^3)} \cdot \log_4 e$$

$$= -3x^2 \cdot \tan(x^3) \cdot \log_4 e \text{ olur.}$$

Yanıt A

$$13. f(x) = \sin(\ln(2x)) \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = \cos(\ln(2x)) \cdot (\ln(2x))'$$

$$= \cos(\ln(2x)) \cdot \frac{2}{2x}$$

$$= \frac{\cos(\ln(2x))}{x} \text{ olur.}$$

Yanıt E

$$14. f(x) = \ln(\operatorname{arccot}(3x)) \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = \frac{(\operatorname{arccot}(3x))'}{\operatorname{arccot}(3x)} = \frac{-\frac{3}{1+(3x)^2}}{\operatorname{arccot}(3x)}$$

$$= -\frac{3}{(1+9x^2) \cdot \operatorname{arccot}(3x)}$$

Yanıt B

$$15. f(x) = \ln \left[\frac{(x^3 + 4x)(x^2 - 6x)}{(4x + 1)} \right]$$

$$= \ln(x^3 + 4x) + \ln(x^2 - 6x) - \ln(4x + 1) \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = \frac{(x^3 + 4x)'}{x^3 + 4x} + \frac{(x^2 - 6x)'}{x^2 - 6x} - \frac{(4x + 1)'}{4x + 1}$$

$$= \frac{3x^2 + 4}{x^3 + 4x} + \frac{2x - 6}{x^2 - 6x} - \frac{4}{4x + 1} \text{ olur.}$$

O halde,

$$f'(1) = \frac{7}{5} + \frac{4}{5} - \frac{4}{5} = \frac{7}{5} \text{ dir.}$$

Yanıt D

$$16. f(x) = \arctan\left(\ln \frac{x}{2}\right) \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = \frac{(\ln \frac{x}{2})'}{1 + (\ln \frac{x}{2})^2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{x}}{1 + (\ln \frac{x}{2})^2} = \frac{1}{x \cdot (1 + (\ln \frac{x}{2})^2)} \text{ olur.}$$

O halde,

$$f'(2e) = \frac{1}{2e \cdot (1+1)} = \frac{1}{4e} \text{ dir.}$$

Yanıt E

$$17. g(x) = \ln(f(x)) \text{ olduğundan,}$$

$$g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \text{ dir. } f(x) = \operatorname{arccot} x \text{ olduğundan,}$$

$$g'(x) = \frac{(\operatorname{arccot} x)'}{\operatorname{arccot} x} = \frac{-\frac{1}{1+x^2}}{\operatorname{arccot} x} \text{ olur.}$$

$$x=1 \text{ için } g'(1) = \frac{-\frac{1}{2}}{\operatorname{arccot} 1} = -\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\pi}{4}} = -\frac{2}{\pi} \text{ dir.}$$

Yanıt C

$$18. f(x) = \sin(\log 5x)$$

$$\Rightarrow f'(x) = \cos(\log 5x) \cdot (\log 5x)'$$

$$= \cos(\log 5x) \cdot \frac{5}{5x} \cdot \log e$$

$$\text{O halde, } f'\left(\frac{1}{5}\right) = \cos(\log 1) \cdot \frac{1}{\frac{1}{5}} \cdot \log e$$

$$= (\cos 0) \cdot 5 \cdot \frac{1}{\ln 10} = \frac{5}{\ln 10} \text{ olur.}$$

$$g(x) = \log(\tan 2x) \Rightarrow g'(x) = \frac{(\tan 2x)'}{\tan 2x} \cdot \log e = \frac{2}{\tan 2x} \cdot \log e$$

$$g'\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{2}{\tan \frac{\pi}{4}} \cdot \log e = \frac{2 \cdot 2}{1} \cdot \frac{1}{\ln 10} = \frac{4}{\ln 10} \text{ olur.}$$

$$f'\left(\frac{1}{5}\right) - g'\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{5}{\ln 10} - \frac{4}{\ln 10} = \frac{1}{\ln 10} \text{ dir.}$$

Yanıt E

$$19. f(x) = \log_3 [4 + \log_3 (x^2 - 3)] \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = \frac{(4 + \log_3 (x^2 - 3))'}{4 + \log_3 (x^2 - 3)} \cdot \log_3 e$$

$$= \frac{\frac{2x}{x^2 - 3} \cdot \log_3 e}{4 + \log_3 (x^2 - 3)} \cdot \log_3 e \text{ olur.}$$

$$f'(2) = \frac{4 \cdot \log_3 e}{4 + \log_3 1} \cdot \log_3 e = (\log_3 e)^2 \text{ dir.}$$

Yanıt B

$$20. f(x) = \ln(\sin(\ln(x^2))) \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = \frac{(\sin(\ln(x^2)))'}{\sin(\ln(x^2))}$$

$$= \frac{\cos(\ln(x^2)) \cdot \frac{2x}{x^2}}{\sin(\ln(x^2))} \text{ olur.}$$

$$\text{O halde, } f'(e) = \frac{\cos(\ln e^2) \cdot \frac{2}{e}}{\sin(\ln e^2)}$$

$$= \frac{\cos 2 \cdot \frac{2}{e}}{\sin 2} = \frac{2}{e} \cot 2 \text{ dir.}$$

Yanıt B

1. $f(x) = x^2 + 3^x$ fonksiyonuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?
A) 0 B) $\ln 2$ C) $\ln 3$ D) $\ln 5$ E) $\ln 7$

2. $f(x) = e^{\cos x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $e^{\cos x}$ B) $e^{\cos x} + \sin x$
C) $e^{\cos x} - \sin x$ D) $\sin x \cdot e^{\cos x}$
E) $-\sin x \cdot e^{\cos x}$

3. $f(x) = e^{2x} - 5^x$ olduğuna göre, $f'(0)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2 - \ln 5$ B) $2 + \ln 5$
C) $1 - \ln 5$ D) $1 + \ln 5$
E) $5 - \ln 5$

4. $y = 3^{(e^x)} + x^3$ olduğuna göre, y' ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $3^{(e^x)} + e^x \cdot 3x^2$ B) $3^{(e^x)} \cdot \ln 3 + 3x^2$
C) $3^{(e^x)} \cdot e^x + 3x^2$ D) $3^{(e^x)} \cdot \ln 3 + 3x$
E) $3^{(e^x)} \cdot e^x \cdot \ln 3 + 3x^2$

5. $y = 3^{\cos x} + 2^{\sin x}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $3^{\cos x} \cdot \sin x \cdot \ln 3 + 2^{\sin x} \cdot \cos x \cdot \ln 2$
B) $-3^{\cos x} \cdot \sin x \cdot \ln 3 + 2^{\sin x} \cdot \cos x \cdot \ln 2$
C) $3^{\cos x} \cdot \sin x \cdot \ln 3 - 2^{\sin x} \cdot \cos x \cdot \ln 2$
D) $-3^{\cos x} \cdot \sin x \cdot \ln 3 - 2^{\sin x} \cdot \cos x \cdot \ln 2$
E) $3^{\cos x} \cdot \cos x \cdot \ln 3 + 2^{\sin x} \cdot \sin x \cdot \ln 2$

6. $f(x) = (e^{-x^2-2x})(3x^2-1)$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. $f(x) = 3^{-x} \cdot (-5x+1)$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?
A) $-3 - \ln 3$ B) $-4 - \ln 3$
C) $-5 - \ln 3$ D) $-6 - \ln 3$
E) $-9 - \ln 3$

8. $\frac{d}{dx}[(x^3-2x+1)(e^{2x})]$ ifadesinin $x=1$ apsisli noktadaki değeri kaçtır?
A) e^{10} B) e^4 C) e^3 D) e^2 E) e

9. $f(x) = 3^x + 2^x$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\ln 3 \cdot 2^x + \ln 2 \cdot 3^x$
B) $9^x \cdot \ln 3 + 4^x \cdot \ln 2$
C) $(\ln 3)^2 \cdot 3^x + (\ln 2)^2 \cdot 2^x$
D) $(\ln 3) \cdot 3^x + (\ln 2) \cdot 2^x$
E) $(\ln 3)^2 \cdot 9x + (\ln 2)^2 \cdot 4^x$

10. $f(x) = 5^x$ olduğuna göre, $f'(x)$ in $f(x)$ cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $f(x)$ B) $f^2(x)$ C) $\frac{1}{f(x)}$
D) $f(x) \cdot \ln 5$ E) $\frac{f(x)}{\ln 5}$

11. $x \in [0, 2\pi]$ olmak üzere, $f(x) = e^x \sin x + e^x \cos x$ fonksiyonunu için $f'(x) = \sqrt{3} e^x$ olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ B) $\left\{\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{3}\right\}$ C) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$
D) $\emptyset$ E) $\left\{\frac{7\pi}{6}\right\}$

12. $f(x) = e^{x^2-1}$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $2e^{x^2-1}$ B) e^{x^2-1} C) $2x \cdot e^{x^2-1}$
D) $2 \cdot e^{x^2}$ E) $(2x-1) \cdot e^{x^2-1}$

13. $y = 7^{x^2-3x}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(2x-3) \cdot 7^{x^2-3x} \cdot \ln 7$ B) $7^{x^2-3x} \cdot \ln 7$
C) $2x \cdot 7^{x^2-3x} \cdot \ln 7$ D) $(x^2-3x) \cdot 7^{x^2-3x} \cdot \ln 7$
E) $(3-2x) \cdot 7^{x^2-3x} \cdot \ln 7$

14. $f(x) = 3^{x^2-4} + \log_3(3x^2+1) + \cos(e^x) + e^{\cos x}$ fonksiyonuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?
A) $\sin 1$ B) $e \cdot \sin 1$ C) $-\sin 1$
D) $e \cdot \cos 1$ E) $-e$

15. $f(x) = (\tan x)^{\cot x}$ fonksiyonuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?
A) 0 B) 1 C) -1 D) 2 E) -2

16. $e^x \cdot y - x \cdot e^y = 2$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $A(0, 0)$ noktasındaki değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

17. $f(x) = \arcsin(5x + e^x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{5-e^x}{1-(5x+e^x)^2}$ B) $\frac{5+e^x}{\sqrt{1-(5x+e^x)^2}}$
C) $\frac{5+e^x}{\sqrt{1+(5x+e^x)^2}}$ D) $-\frac{5+e^x}{\sqrt{1-(5x+e^x)^2}}$
E) $\frac{-(5+e^x)}{\sqrt{1+(5x+e^x)^2}}$

18. $g(x) = 3^{(x^3)}$ ve $(fog)(x) = x^3 + \ln x^6$ olduğuna göre, $f'(3)$ değeri kaçtır?
A) $\ln 3$ B) $\log_2 e$ C) 1
D) $\ln 2$ E) $\log_3 e$

19. $f(x) = 3^{\ln(\ln x)} + (\ln x)^3$ olduğuna göre, $f'(e)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{3}{e} \cdot (\ln 3 + 1)$ B) $\frac{1}{e} \cdot (\ln 3 + 3)$
C) $\frac{1}{e} \cdot (\ln 3 + 2)$ D) $\frac{\ln 3}{e}$
E) $\frac{1}{e} \cdot (\ln 3e)$

20. $f(x) = 3^x$ ve $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere, $(n \cdot f^n)(x)$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $n^{n+1} \cdot (\ln 3)^{n+1} \cdot 3^{xn}$
B) $(n+1)! \cdot (\ln 3)^{n+1} \cdot 3^{xn}$
C) $n! \cdot (\ln 3)^n \cdot 3^{xn}$
D) $n^n \cdot (\ln 3)^n \cdot 3^{xn}$
E) $n^{(n+1)} \cdot (\ln 3)^n \cdot 3^{xn}$

TEST 7'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = x^2 + 3^x$ olduğundan
 $f'(x) = 2x + 3^x \cdot \ln 3$ olur.
 $f'(0) = 2 \cdot 0 + 3^0 \cdot \ln 3$
 $f'(0) = \ln 3$ bulunur.

Yanıt C

2. $f(x) = e^{\cos x}$ olduğundan
 $f'(x) = (\cos x)' \cdot e^{\cos x}$
 $f'(x) = -\sin x \cdot e^{\cos x}$ bulunur.

Yanıt E

3. $f(x) = e^{2x} - 5^x$ olduğundan
 $f'(x) = (2x)' \cdot e^{2x} - 5^x \cdot \ln 5$
 $f'(x) = 2 \cdot e^{2x} - 5^x \cdot \ln 5$
 $f'(0) = 2 \cdot e^{2 \cdot 0} - 5^0 \cdot \ln 5$
 $f'(0) = 2 - \ln 5$ bulunur.

Yanıt A

4. $y = 3(e^x) + x^3$ olduğundan
 $y' = (e^x)' \cdot 3 + 3x^2$
 $y' = e^x \cdot 3 + 3x^2$ bulunur.

Yanıt E

5. $y = 3^{\cos x} + 2^{\sin x}$
 $\frac{dy}{dx} = (\cos x)' \cdot 3^{\cos x} \cdot \ln 3 + (\sin x)' \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$
 $\frac{dy}{dx} = -\sin x \cdot 3^{\cos x} \cdot \ln 3 + \cos x \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$
 $\frac{dy}{dx} = -3^{\cos x} \cdot \sin x \cdot \ln 3 + 2^{\sin x} \cdot \cos x \cdot \ln 2$

Yanıt B

6. $f(x) = (e^{-x^2-2x}) \cdot (3x^2 - 1)$
Çarpımın türevi uygulanırsa;
 $f'(x) = (e^{-x^2-2x})' \cdot (3x^2 - 1) + (e^{-x^2-2x}) \cdot (3x^2 - 1)'$
 $f'(x) = (-x^2 - 2x)' \cdot e^{-x^2-2x} \cdot (3x^2 - 1) + e^{-x^2-2x} \cdot 6x$
 $f'(x) = (-2x - 2) \cdot e^{-x^2-2x} \cdot (3x^2 - 1) + e^{-x^2-2x} \cdot 6x$
 $f'(0) = (-2 \cdot 0 - 2) \cdot e^{-0^2-2 \cdot 0} \cdot (3 \cdot 0^2 - 1) + e^{-0^2-2 \cdot 0} \cdot 6 \cdot 0$
 $f'(0) = (-2) \cdot e^0 \cdot (-1) + 0$
 $f'(0) = 2$ olur.

Yanıt C

7. $f(x) = 3^{-x} \cdot (-5x + 1)$
Çarpımın türevi uygulanırsa;
 $f'(x) = (3^{-x})' \cdot (-5x + 1) + 3^{-x} \cdot (-5x + 1)'$
 $f'(x) = -3^{-x} \cdot \ln 3 \cdot (-5x + 1) + 3^{-x} \cdot (-5)$
 $f'(0) = -3^0 \cdot \ln 3 \cdot (-5 \cdot 0 + 1) + 3^0 \cdot (-5)$
 $f'(0) = -5 - \ln 3$ bulunur.

Yanıt C

8. Çarpımın türevi uygulanırsa;
 $\frac{d}{dx} [(x^3 - 2x + 1) \cdot (e^{2x})]$
 $= (x^3 - 2x + 1)' \cdot e^{2x} + (x^3 - 2x + 1) \cdot (e^{2x})'$
 $= (3x^2 - 2) \cdot e^{2x} + (x^3 - 2x + 1) \cdot 2e^{2x}$
 $x = 1$ için,
 $= (3 \cdot 1^2 - 2) \cdot e^{2 \cdot 1} + (1^3 - 2 \cdot 1 + 1) \cdot 2 \cdot e^{2 \cdot 1}$
 $= e^2$ bulunur.

Yanıt D

9. $f(x) = 3^x + 2^x$ olduğundan,
 $f'(x) = 3^x \cdot \ln 3 + 2^x \cdot \ln 2$
 $f''(x) = 3^x \cdot \ln 3 \cdot \ln 3 + 2^x \cdot \ln 2 \cdot \ln 2$
 $f''(x) = (\ln 3)^2 \cdot 3^x + (\ln 2)^2 \cdot 2^x$ bulunur.

Yanıt C

10. $f(x) = 5^x$ olduğundan,
 $f'(x) = 5^x \cdot \ln 5$ tir.
 5^x yerine $f(x)$ yazılırsa,
 $f'(x) = f(x) \cdot \ln 5$ olur.

Yanıt D

11. $f(x) = e^x \cdot \sin x + e^x \cdot \cos x$
 $f(x) = e^x \cdot (\sin x + \cos x)$ olur.
Çarpımın türevi uygulanırsa,
 $f'(x) = (e^x)' \cdot (\sin x + \cos x) + e^x \cdot (\sin x + \cos x)'$
 $f'(x) = e^x (\sin x + \cos x) + e^x (\cos x - \sin x)$
 $f'(x) = e^x \sin x + e^x \cos x + e^x \cos x - e^x \sin x$
 $f'(x) = 2e^x \cos x$ ve $f'(x) = \sqrt{3} \cdot e^x$ ise,

$$2e^x \cos x = \sqrt{3} \cdot e^x$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ olur.}$$

$$x \in [0, 2\pi] \text{ ise, } x = \frac{\pi}{6} \text{ veya } x = \frac{11\pi}{6}$$

$$\text{Ç.K} = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

12. $f(x) = e^{x^2-1}$ olduğundan,
 $f'(x) = (x^2 - 1)' \cdot e^{x^2-1}$
 $f'(x) = 2x \cdot e^{x^2-1}$ olur.

Yanıt C

13. $y = 7^{x^2-3x}$ olduğundan,
 $\frac{dy}{dx} = (x^2 - 3x)' \cdot 7^{x^2-3x} \cdot \ln 7$
 $\frac{dy}{dx} = (2x - 3) \cdot 7^{x^2-3x} \cdot \ln 7$ bulunur.

Yanıt A

14. $f(x) = 3^{(x^2-4)} + \log_3(3x^2 + 1) + \cos(e^x) + e^{\cos x}$ olduğundan
 $f'(x) = (x^2 - 4)' \cdot 3^{x^2-4} \cdot \ln 3 + \frac{(3x^2 + 1)'}{(3x^2 + 1) \cdot \ln 3}$
 $+ (e^x)' \cdot (-\sin e^x) + (\cos x)' \cdot e^{\cos x}$
 $f'(x) = 2x \cdot 3^{x^2-4} \cdot \ln 3 + \frac{6x}{(3x^2 + 1) \cdot \ln 3} - e^x \cdot \sin e^x - \sin x \cdot e^{\cos x}$
 $f'(0) = 2 \cdot 0 \cdot 3^{0^2-4} \cdot \ln 3 + \frac{6 \cdot 0}{(3 \cdot 0^2 + 1) \cdot \ln 3} - e^0 \cdot \sin e^0 - \sin 0 \cdot e^{\cos 0}$
 $f'(0) = -\sin 1$ bulunur.

Yanıt C

15. $y = (\tan x)^{\cot x} \Rightarrow \ln y = \ln(\tan x)^{\cot x}$
 $\Rightarrow \ln y = \cot x \cdot \ln(\tan x)$

Her iki tarafın türevi alınır;

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (\cot x)' \cdot \ln(\tan x) + \cot x \cdot (\ln(\tan x))'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot \ln(\tan x) + \cot x \cdot \frac{1}{\tan x} \cdot \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot \left[-\frac{\ln(\tan x)}{\sin^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} \right]$$

$$\Rightarrow y' = (\tan x)^{\cot x} \cdot \frac{1}{\sin^2 x} \cdot [1 - \ln(\tan x)]$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\tan \frac{\pi}{4}\right)^{\cot \frac{\pi}{4}} \cdot \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{4}} \cdot \left[1 - \ln\left(\tan \frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1^1 \cdot \frac{1}{1} \cdot (1 - \ln 1)$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 \text{ olur.}$$

Yanıt D

16. $\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{y \cdot e^x - e^y}{e^x - x \cdot e^y}$ dir. $A(0, 0)$ daki değeri
 $= -\frac{0 \cdot e^0 - e^0}{e^0 - 0 \cdot e^0} = -\frac{-1}{1} = 1$

Yanıt E

17. $f(x) = \arcsin(5x + e^x)$ olduğundan,
 $f'(x) = \frac{(5x + e^x)'}{\sqrt{1 - (5x + e^x)^2}}$
 $f'(x) = \frac{5 + e^x}{\sqrt{1 - (5x + e^x)^2}}$ bulunur.

Yanıt B

18. $g(x) = 3^{x^3}$
 $\log(x) = x^3 + \ln x^6$ veriliyor.
 $f(g(x)) = x^3 + \ln x^6$ eşitliğinde her iki tarafın türevi alınır;
 $f'(g(x)) \cdot g'(x) = 3x^2 + \frac{6x^5}{x^6}$
 $f'(g(x)) \cdot (3^{x^3})' = 3x^2 + \frac{6}{x}$
 $f'(g(x)) \cdot 3x^2 \cdot 3^{x^3} \cdot \ln 3 = 3x^2 + \frac{6}{x}$
 $f'(g(x)) = \frac{3x^2 + \frac{6}{x}}{3x^2 \cdot 3^{x^3} \cdot \ln 3}$ olur.

$g(x) = 3$ için, $3^{x^3} = 3^1 \Rightarrow x = 1$ olmalıdır.

$$f'(g(1)) = \frac{3 \cdot 1^2 + \frac{6}{1}}{3 \cdot 1^2 \cdot 3^{1^3} \cdot \ln 3}$$

$$f'(3) = \frac{3+6}{9 \cdot \ln 3} = \frac{1}{\ln 3} = \log_3 e \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

19. $f(x) = 3^{\ln(\ln x)} + (\ln x)^3$
 $f'(x) = (\ln(\ln x))' \cdot 3^{\ln(\ln x)} \cdot \ln 3 + 3 \cdot (\ln x)^2 \cdot (\ln x)'$
 $f'(x) = \frac{1}{\ln x} \cdot 3^{\ln(\ln x)} \cdot \ln 3 + \frac{3 \cdot (\ln x)^2}{x}$
 $f'(e) = \frac{1}{\ln e} \cdot 3^{\ln(\ln e)} \cdot \ln 3 + \frac{3 \cdot (\ln e)^2}{e}$
 $f'(e) = \frac{\ln 3}{e} + \frac{3}{e} = \frac{1}{e} (\ln 3 + 3)$ bulunur.

Yanıt B

20. $(n^{\cdot n})(x) = n \cdot (3^x)^n = n \cdot 3^{xn}$
 $(n^{\cdot n})'(x) = n \cdot (x \cdot n)' \cdot 3^{xn} \cdot \ln 3 = n^2 \cdot \ln 3 \cdot 3^{xn}$
 $(n^{\cdot n})''(x) = n^2 \cdot \ln 3 \cdot n \cdot 3^{xn} \cdot \ln 3 = n^3 \cdot (\ln 3)^2 \cdot 3^{xn}$
 $\vdots$
 $(n^{\cdot n})^{(n)}(x) = n^{n+1} \cdot (\ln 3)^n \cdot 3^{xn}$ olur.

Yanıt E

TEST 8

LOGARİTMA FONKSİYONU YARDIMIYLA ALINAN TÜREVLER

1. $f(x) = x^x$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^x(1 + \ln x)$ B) $x^x + \ln x$ C) $x^x + \frac{1}{x}$
D) $x + \ln x$ E) $x \cdot \ln x$

2. $f(x) = x^x + 3^x$ olduğuna göre, $f'(1)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3\ln 3 + 1$ B) $\ln 3 + 1$ C) $2 - 3\ln 3$
D) $1 - 3\ln 3$ E) $3 + 3\ln 3$

3. $f(x) = x^{\ln x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^{\ln x} \cdot \frac{2}{x} \cdot \ln x$ B) $x^{\ln x} \cdot \frac{1}{x} \cdot \ln x$
C) $x^{\ln x} \cdot \ln x$ D) $x^{\ln x} \cdot (1 + \ln x)$
E) $x^{(1+\ln x)} \cdot \ln x$

4. $f(x) = (\sin x)^x$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) 0

5. $g(x) = 3\ln x^2$ olduğuna göre, $\frac{d(g(x))}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{6}{x}$ B) $\frac{3}{x}$ C) $\frac{2}{x}$ D) $\frac{1}{x}$ E) $2x$

6. $f(x) = (\ln x)^{\ln x}$ olduğuna göre, $f'(e)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{e}$ B) $\frac{2}{e}$ C) $\frac{3}{e}$ D) $\frac{4}{e}$ E) $\frac{5}{e}$

7. $f(x) = (\sin x)^{\cos x}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) $-\sqrt{2}$ B) 0 C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. $f(x) = (\cos x)^{\ln x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\cos x)^{\ln x} \left(\frac{1}{x} \ln(\sin x) - \ln(\tan x) \right)$
B) $(\cos x)^{\ln x} \left(\frac{1}{x} \ln(\sin x) - \ln \frac{x}{\cos x} \right)$
C) $(\cos x)^{\ln x} \left(\frac{1}{x} \ln(\cos x) + \ln \frac{x}{\cos x} \right)$
D) $(\cos x)^{\ln x} \left(\frac{1}{x} \ln(\cos x) - \tan x \cdot \ln x \right)$
E) $(\cos x)^{\ln x} \left(\frac{1}{x} \ln(\sin x) + (\ln x) \frac{1}{\cos x} \right)$

9. $f(x) = (\ln x)^{x^3}$ olduğuna göre, $f'(e)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) e^2 C) e^3 D) 2^e E) e^6

10. $f(x) = x^{(3^x)}$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

11. $f(x) = (x^3)^{\arctan x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x^{\arctan x} \cdot \left(\frac{1}{1+x^2} \cdot \ln x + \frac{1}{x} \right)$
B) $\frac{1}{1+x^2} \cdot \ln x^3 + \frac{3\arctan x}{x}$
C) $3(x^3)^{\arctan x} \left(\frac{1}{1+x^2} \cdot \ln x + \frac{1}{x} \cdot \arctan x \right)$
D) $3 \cdot x^{\arctan x} \left(\frac{1}{1+x^2} \ln x + \frac{1}{x} \cdot \arctan x \right)$
E) $(x^3)^{\arctan x} \cdot \left(\frac{1}{1+x^2} \cdot \ln x + \frac{1}{x} \arctan x \right)$

12. $f(x) = x^{2 \cot\left(\frac{\pi x}{4}\right)}$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 0

13. $f(x) = (\tan x)^{x^2}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi^2}{16}$ B) $\frac{\pi^2}{8}$ C) $\frac{\pi}{16}$ D) $\frac{\pi}{8}$ E) $\frac{\pi^2}{2}$

14. $f(x) = 3^{\ln \sqrt{x}}$ olduğuna göre, $f'(e^2)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{3 \ln 3}{2 \cdot e^2}$ B) $\frac{2 \ln 2}{3 \cdot e^2}$ C) $\frac{3 \ln 2}{2 \cdot e^2}$
D) $\frac{1 \ln 3}{3 \cdot e}$ E) $\frac{1 \ln 2}{3 \cdot e^2}$

15. $f(x) = (\sin x)^{\cos^2 x}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

16. $f(x) = x^x + e^{\ln(x^3)}$ fonksiyonunun birinci türevinin $x = 1$ apsisli noktadaki değeri kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

17. $f(x) = (1+x)^x$ olduğuna göre, $f'(2)$ değeri kaçtır?

A) $9\ln 3 + 6$ B) $3\ln 3$ C) $\ln 3 + \frac{2}{3}$
D) $6\ln 3 + 3$ E) $2\ln 3 + 6$

18. $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^x$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{e}\right)$ değeri kaçtır?

A) $e^2 + e$
B) $2e^2$ C) $2e + e^2$
D) $-2e^{2+e}$ E) $2e + \frac{1}{e}$

19. $f(x) = 9^{(\cot x + 1)}$ ve $g(x) = 3^{\csc x}$ olduğuna göre,

$\frac{f'\left(\frac{\pi}{4}\right)}{g'\left(\frac{\pi}{6}\right)}$ değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{18}$

20. $y = e^{mx}$ fonksiyonu $\frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \cdot \frac{dy}{dx} - 15y = 0$ olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

A) 15 B) 12 C) $\frac{3}{5}$ D) $-\frac{5}{3}$ E) -15

TEST 8'İN ÇÖZÜMLERİ

1. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$$y = x^x \Rightarrow \ln y = \ln x^x$$

$$\Rightarrow \ln y = x \cdot \ln x$$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (x)' \cdot \ln x + x \cdot (\ln x)'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \ln x + x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot (\ln x + 1)$$

$$\Rightarrow y' = x^x \cdot (\ln x + 1) \text{ olur.}$$

Yanıt A

2. $f(x) = x^x + 3^x \Rightarrow f'(x) = (x^x)' + (3^x)'$

$$(1. \text{ sorunun çözümünden}) \Rightarrow f'(x) = x^x \cdot (\ln x + 1) + 3^x \cdot \ln 3$$

$$f'(1) = 1^1 \cdot (\ln 1 + 1) + 3^1 \cdot \ln 3$$

$$f'(1) = 3 \ln 3 + 1 \text{ olur.}$$

Yanıt A

3. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$$y = x^{\ln x} \Rightarrow \ln y = \ln x^{\ln x} = \ln x \cdot \ln x$$

$$\Rightarrow \ln y = (\ln x)^2 \text{ Her iki tarafın türevi alınırsa}$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 2 \cdot \ln x \cdot (\ln x)'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 2 \cdot \ln x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot \left(\frac{2 \ln x}{x} \right)$$

$$\Rightarrow y' = x^{\ln x} \cdot \frac{2}{x} \cdot \ln x \text{ olur.}$$

Yanıt A

4. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$$y = (\sin x)^x \Rightarrow \ln y = \ln (\sin x)^x$$

$$\Rightarrow \ln y = x \cdot \ln (\sin x) \text{ Her iki tarafın türevi alınırsa}$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \ln (\sin x) + x \cdot \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot (\ln (\sin x) + x \cdot \cot x)$$

$$\Rightarrow f'(x) = (\sin x)^x \cdot [\ln (\sin x) + x \cdot \cot x]$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\sin \frac{\pi}{2}\right)^{\pi/2} \cdot \left[\ln \left(\sin \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{2} \cdot \cot \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \cdot (\ln 1 + \frac{\pi}{2} \cdot 0)$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt E

5. $g(x) = 3 \ln x^2 = 6 \ln x$ olduğundan;

$$\frac{d[g(x)]}{dx} = g'(x) = 6 \cdot \frac{1}{x} = \frac{6}{x} \text{ olur.}$$

Yanıt A

6. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$$y = (\ln x)^{\ln x} \Rightarrow \ln y = \ln (\ln x)^{\ln x} \Rightarrow \ln y = \ln x \cdot \ln (\ln x)$$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (\ln x)' \cdot \ln (\ln x) + \ln x \cdot (\ln (\ln x))'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{1}{x} \cdot \ln (\ln x) + \ln x \cdot \frac{1}{\ln x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot \frac{1}{x} (\ln (\ln x) + 1)$$

$$\Rightarrow y' = (\ln x)^{\ln x} \cdot \frac{1}{x} \cdot [\ln (\ln x) + 1]$$

$$\Rightarrow f'(e) = (\ln e)^{\ln e} \cdot \frac{1}{e} \cdot (\ln (\ln e) + 1)$$

$$\Rightarrow f'(e) = 1^1 \cdot \frac{1}{e} \cdot (\ln 1 + 1)$$

$$\Rightarrow f'(e) = \frac{1}{e}$$

Yanıt A

7. Her iki tarafın ln i alınırsa

$$y = (\sin x)^{\cos x} \Rightarrow \ln y = \ln (\sin x)^{\cos x}$$

$$\Rightarrow \ln y = \cos x \cdot \ln (\sin x)$$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (\cos x)' \cdot \ln (\sin x) + \cos x \cdot (\ln \sin x)'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = -\sin x \cdot \ln (\sin x) + \cos x \cdot \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\Rightarrow y' = (\sin x)^{\cos x} \cdot \left(-\sin x \cdot \ln (\sin x) + \frac{\cos^2 x}{\sin x} \right)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\sin \frac{\pi}{2}\right)^{\cos \frac{\pi}{2}} \cdot \left(-\sin \frac{\pi}{2} \cdot \ln \left(\sin \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\cos^2 \frac{\pi}{2}}{\sin \frac{\pi}{2}} \right)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1^0 \cdot \left(-1 \cdot \ln 1 + \frac{0}{1} \right)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt B

8. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$$y = (\cos x)^{\ln x} \Rightarrow \ln y = \ln (\cos x)^{\ln x} \Rightarrow \ln y = \ln x \cdot \ln (\cos x)$$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (\ln x)' \cdot \ln (\cos x) + \ln x \cdot (\ln \cos x)'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{1}{x} \cdot \ln (\cos x) + \ln x \cdot \frac{(-\sin x)}{\cos x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot \left(\frac{\ln (\cos x)}{x} - \tan x \cdot \ln x \right)$$

$$\Rightarrow y' = (\cos x)^{\ln x} \cdot \left(\frac{1}{x} \cdot \ln (\cos x) - \tan x \cdot \ln x \right) \text{ olur.}$$

Yanıt D

9. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$$y = (\ln x)^{x^3} \Rightarrow \ln y = \ln (\ln x)^{x^3} \Rightarrow \ln y = x^3 \cdot \ln (\ln x)$$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (x^3)' \cdot \ln (\ln x) + x^3 \cdot (\ln (\ln x))'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 3x^2 \cdot \ln (\ln x) + x^3 \cdot \frac{1}{\ln x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot \left[3x^2 \cdot \ln (\ln x) + \frac{x^2}{\ln x} \right]$$

$$\Rightarrow y' = (\ln x)^{x^3} \cdot \left[3x^2 \cdot \ln (\ln x) + \frac{x^2}{\ln x} \right]$$

$$\Rightarrow f'(e) = (\ln e)^{e^3} \cdot \left[3e^2 \cdot \ln (\ln e) + \frac{e^2}{\ln e} \right]$$

$$\Rightarrow f'(e) = 1 \cdot (3e^2 \cdot \ln 1 + e^2)$$

$$\Rightarrow f'(e) = 3e^2 \cdot 0 + e^2 = e^2 \text{ olur.}$$

Yanıt B

10. Her iki tarafın ln i alınırsa; $y = x^{(3^x)} \Rightarrow \ln y = \ln (x^{(3^x)})$

$$\ln y = 3^x \ln x$$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (3^x)' \cdot \ln x + 3^x \cdot (\ln x)'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 3^x \cdot \ln 3 \cdot \ln x + 3^x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot (3^x \cdot \ln 3 \cdot \ln x + 3^x \cdot \frac{1}{x})$$

$$\Rightarrow y' = x^{(3^x)} \cdot 3^x (\ln 3 \cdot \ln x + \frac{1}{x})$$

$$\Rightarrow f'(1) = 1.3 \cdot (\ln 3 \cdot 0 + \frac{1}{1}) \Rightarrow f'(1) = 3 \text{ olur.}$$

Yanıt D

11. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$$y = x^{3 \cdot \arctan x} \Rightarrow \ln y = \ln x^{3 \cdot \arctan x} \Rightarrow \ln y = 3 \cdot \arctan x \cdot \ln x$$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\frac{y'}{y} = 3 \cdot [(\arctan x)' \cdot \ln x + \arctan x \cdot (\ln x)']$$

$$\frac{y'}{y} = 3 \cdot \left[\frac{1}{1+x^2} \cdot \ln x + (\arctan x) \cdot \frac{1}{x} \right]$$

$$y' = y \cdot 3 \cdot \left(\frac{\ln x}{1+x^2} + \frac{\arctan x}{x} \right)$$

$$y' = 3 \cdot (x^3)^{\arctan x} \cdot \left(\frac{\ln x}{1+x^2} + \frac{1}{x} \cdot \arctan x \right) \text{ olur.}$$

Yanıt C

12. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$$y = x^{2 \cot \frac{\pi x}{4}} \Rightarrow \ln y = \ln x^{2 \cot \frac{\pi x}{4}}$$

$$\Rightarrow \ln y = 2 \cdot \cot \frac{\pi x}{4} \cdot \ln x$$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 2 \cdot \left(\cot \frac{\pi x}{4} \right)' \cdot \ln x + 2 \cdot \cot \frac{\pi x}{4} \cdot (\ln x)'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{\sin^2 \frac{\pi x}{4}} \right) \cdot \ln x + 2 \cot \frac{\pi x}{4} \cdot \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow y' = x^{2 \cot \frac{\pi x}{4}} \cdot \left[-\frac{2}{4} \cdot \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi x}{4}} \cdot \ln x + 2 \cot \frac{\pi x}{4} \cdot \frac{1}{x} \right]$$

$$\Rightarrow f'(1) = 1 \cdot \left(-2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{4}} \cdot \ln 1 + 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1} \right) \Rightarrow f'(1) = 2 \text{ olur.}$$

Yanıt D

13. Her iki tarafın ln i alınırsa;

$$y = (\tan x)^{x^2} \Rightarrow \ln y = \ln (\tan x)^{x^2} \Rightarrow \ln y = x^2 \cdot \ln (\tan x)$$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\frac{y'}{y} = (x^2)' \cdot \ln (\tan x) + x^2 \cdot (\ln (\tan x))'$$

$$\frac{y'}{y} = 2x \cdot \ln (\tan x) + x^2 \cdot \frac{1}{\tan x} \cdot \frac{\cos^2 x}{\sin x}$$

$$y' = y \cdot \left[2x \cdot \ln (\tan x) + \frac{x^2}{\cos^2 x \cdot \tan x} \right]$$

$$y' = (\tan x)^{x^2} \cdot \left[2x \cdot \ln (\tan x) + \frac{x^2}{\cos x \cdot \sin x} \right]$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\tan \frac{\pi}{4}\right)^{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2} \cdot \left[2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \ln \left(\tan \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2}{\cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{4}} \right]$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 \cdot \left(2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \ln 1 + \frac{16}{2} \right)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi^2}{8} \text{ olur.}$$

Yanıt B

14. $f(x) = 3^{\ln \sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) = (\ln \sqrt{x})' \cdot 3^{\ln \sqrt{x}} \cdot \ln 3$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot 3^{\ln \sqrt{x}} \cdot \ln 3$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2x} \cdot 3^{\ln \sqrt{x}} \cdot \ln 3$$

$$\Rightarrow f'(e^2) = \frac{1}{2e^2} \cdot 3^{\ln \sqrt{e^2}} \cdot \ln 3$$

$$\Rightarrow f'(e^2) = \frac{1}{2e^2} \cdot 3 \cdot \ln 3 = \frac{3}{2} \cdot \frac{\ln 3}{e^2} \text{ olur.}$$

Yanıt A

15. Her iki tarafın ln i alınırsa

$$y = (\sin x)^{\cos^2 x} \Rightarrow \ln y = \ln (\sin x)^{\cos^2 x} \Rightarrow \ln y = \cos^2 x \cdot \ln (\sin x)$$

Her iki tarafın türevi alınırsa;

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = (\cos^2 x)' \cdot \ln (\sin x) + \cos^2 x \cdot (\ln (\sin x))'$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = -2 \cdot \cos x \cdot \sin x \cdot \ln (\sin x) + \cos^2 x \cdot \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\Rightarrow y' = y \cdot \left[-\sin 2x \cdot \ln (\sin x) + \frac{\cos^3 x}{\sin x} \right]$$

$$\Rightarrow y' = (\sin x)^{\cos^2 x} \cdot \left[-\sin 2x \cdot \ln (\sin x) + \frac{\cos^3 x}{\sin x} \right]$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\sin \frac{\pi}{2}\right)^{\cos^2 \frac{\pi}{2}} \cdot \left[-\sin \left(2 \cdot \frac{\pi}{2} \right) \cdot \ln \left(\sin \frac{\pi}{2} \right) + \frac{\cos^3 \frac{\pi}{2}}{\sin \frac{\pi}{2}} \right]$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1^0 \cdot (-0 \cdot \ln 1 + \frac{0}{1})$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt C

16. $e^{\ln(x^3)} = x^3$ ve 1. sorunun çözümünden,
 $(x^x)' = x^x \cdot (\ln x + 1)$ dir.
 $f(x) = x^x + e^{\ln(x^3)} \Rightarrow f(x) = x^x + x^3$
 $\Rightarrow f'(x) = x^x \cdot (\ln x + 1) + 3x^2$ olduğundan,
 $x = 1$ için,
 $\Rightarrow f'(1) = 1^1 \cdot (\ln 1 + 1) + 3 \cdot 1^2$
 $\Rightarrow f'(1) = 1 \cdot (0 + 1) + 3$
 $\Rightarrow f'(1) = 4$ olur.

Yanıt C

17. Her iki tarafın ln i alınırsa;
 $y = (1+x)^x \Rightarrow \ln y = \ln(1+x)^x$
 $\Rightarrow \ln y = x \cdot \ln(1+x)$
Her iki tarafın türevi alınırsa;
 $\Rightarrow \frac{y'}{y} = (x)' \cdot \ln(1+x) + x \cdot (\ln(1+x))'$
 $\Rightarrow \frac{y'}{y} = 1 \cdot \ln(1+x) + x \cdot \frac{1}{1+x}$
 $\Rightarrow y' = y \cdot (\ln(1+x) + \frac{x}{1+x})$
 $\Rightarrow y' = (1+x)^x \cdot [\ln(1+x) + \frac{x}{1+x}]$
 $\Rightarrow f'(2) = (1+2)^2 \cdot [\ln(1+2) + \frac{2}{1+2}]$
 $\Rightarrow f'(2) = 3^2 \cdot (\ln 3 + \frac{2}{3})$
 $\Rightarrow f'(2) = 9 \ln 3 + 6$ olur.

Yanıt A

18. Her iki tarafın ln i alınırsa;
 $y = (\frac{1}{x})^x \Rightarrow \ln y = \ln(\frac{1}{x})^x$
 $\Rightarrow \ln y = \frac{1}{x} \cdot \ln \frac{1}{x}$
Her iki tarafın türevi alınırsa;
 $\Rightarrow \frac{y'}{y} = (\frac{1}{x})' \cdot \ln \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \cdot (\ln \frac{1}{x})'$
 $\Rightarrow \frac{y'}{y} = -\frac{1}{x^2} \cdot \ln x^{-1} + \frac{1}{x} \cdot \frac{-1}{x^2}$
 $\Rightarrow y' = y \cdot (\frac{\ln x}{x^2} - \frac{1}{x^2})$
 $\Rightarrow y' = (\frac{1}{x})^x \cdot (\frac{\ln x}{x^2} - \frac{1}{x^2})$
 $\Rightarrow f'(\frac{1}{e}) = (\frac{1}{e})^{\frac{1}{e}} \cdot (\frac{\ln \frac{1}{e}}{(\frac{1}{e})^2} - \frac{1}{(\frac{1}{e})^2})$
 $\Rightarrow f'(\frac{1}{e}) = e^e \cdot (-e^2 - e^2)$
 $\Rightarrow f'(\frac{1}{e}) = -2 \cdot e^{e+2}$ olur.

Yanıt D

19. $f(x) = g(\cot x + 1) \Rightarrow f'(x) = (\cot x + 1)' \cdot g'(\cot x + 1) \cdot \ln 9$

$$\Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot g'(\cot x + 1) \cdot \ln 9$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{4}} \cdot g'(\cot \frac{\pi}{4} + 1) \cdot \ln 9$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{1} \cdot g'(\frac{1}{1} + 1) \cdot \ln 9$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = -162 \cdot \ln 3^2 \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = -324 \cdot \ln 3 \text{ olur.}$$

$$g(x) = 3^{\csc x} \Rightarrow g'(x) = (\csc x)' \cdot 3^{\csc x} \cdot \ln 3$$

$$\Rightarrow g'(x) = -\frac{\cos x}{\sin^2 x} \cdot 3^{\csc x} \cdot \ln 3$$

$$\Rightarrow g'(\frac{\pi}{6}) = -\frac{\cos \frac{\pi}{6}}{\sin^2 \frac{\pi}{6}} \cdot 3^{\csc \frac{\pi}{6}} \cdot \ln 3$$

$$\Rightarrow g'(\frac{\pi}{6}) = -\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{4}} \cdot 3^2 \cdot \ln 3$$

$$\Rightarrow g'(\frac{\pi}{6}) = -18\sqrt{3} \cdot \ln 3 \text{ olur.}$$

$$\frac{f'(\frac{\pi}{4})}{g'(\frac{\pi}{6})} = \frac{-324 \cdot \ln 3}{-18\sqrt{3} \cdot \ln 3} = \frac{18 \cdot \ln 3}{\sqrt{3} \cdot \ln 3} = \frac{18}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{f'(\frac{\pi}{4})}{g'(\frac{\pi}{6})} = 6\sqrt{3} \text{ olur.}$$

Yanıt B

20. $y = e^{mx} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = m \cdot e^{mx}$ ve $\frac{d^2y}{dx^2} = m^2 \cdot e^{mx}$ dir.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2 \cdot \frac{dy}{dx} - 15y = 0$$

$$\Rightarrow m^2 \cdot e^{mx} + 2 \cdot m \cdot e^{mx} - 15 \cdot e^{mx} = 0$$

$$\Rightarrow e^{mx} \cdot (m^2 + 2m - 15) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 2m - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (m+5) \cdot (m-3) = 0$$

$$\Rightarrow m = -5 \text{ veya } m = 3$$

$$m \text{ nin alabileceği değerler çarpımı: } (-5) \cdot 3 = -15 \text{ olur.}$$

Yanıt E

TEST 9

PARAMETRİK FONKSİYONLARIN TÜREVİ

1. $\left. \begin{matrix} x = t^2 + 1 \\ y = 3t - 2 \end{matrix} \right\}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{2}{t}$ B) $\frac{1}{3t}$ C) $\frac{3}{t}$ D) $\frac{3}{2t}$ E) $\frac{2}{3t}$

2. $x = f(t) = 2t^3 - 3t$, $y = g(t) = t^2 + 5t$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = 2$ için değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{10}{21}$ D) $\frac{6}{7}$ E) $\frac{5}{14}$

3. $\left. \begin{matrix} x = 2t - 1 \\ y = t^2 + 2t - 1 \end{matrix} \right\}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $t - 1$ B) $t + 1$ C) t
D) $-t$ E) $2t + 2$

4. $\left. \begin{matrix} x = \sqrt[3]{t^2} \\ y = \sqrt{3t + 1} \end{matrix} \right\}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = 1$ için değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{8}{9}$ D) $\frac{7}{9}$ E) $\frac{9}{8}$

5. $\left. \begin{matrix} x = -\frac{t^8}{8} - \frac{t^7}{7} \\ y = \frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2} \end{matrix} \right\}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = 1$ için değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $\left. \begin{matrix} y = x^2 \\ x = t^2 - 1 \\ t = 2u + 1 \end{matrix} \right\}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{du}$ ifadesinin $u = 1$ için değeri kaçtır?
A) 64 B) 82 C) 102 D) 164 E) 192

7. $y = x^2 - 3x + 4$, $x = z^3 - z$, $z = 3t + 2$ olmak üzere, $\frac{dy}{dt}$ ifadesinin $t = -1$ için değeri kaçtır?
A) -36 B) -24 C) -18 D) -9 E) -6

8. $\left. \begin{matrix} u = 2t^2 - 1 \\ t = m^2 - 1 \\ m = n^3 + n - 1 \end{matrix} \right\}$ olduğuna göre, $\frac{du}{dn}$ ifadesinin $n = 1$ için değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $\left. \begin{matrix} x = 3t^2 - 5t - 2 \\ y = t^3 - 2t^2 + 3 \end{matrix} \right\}$ denklemlerine göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = 1$ için değeri kaçtır?
A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

10. $\left. \begin{matrix} x = 3y + 2 \\ y = \cos t \\ t = 2z^2 - 8 \end{matrix} \right\}$ olarak verildiğine göre, $\frac{dx}{dz}$ ifadesinin $z = 2$ için değeri kaçtır?
A) 0 B) 4 C) 8 D) 12 E) 24

11. $\begin{cases} x = \sin(t^2 + 1) \\ y = \cos(t^2 + 1) \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dx}{dy}$ ifadesinin eşiti

aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\cot(t^2 + 1)$ B) $\cot(t^2 + 1)$
C) $-\tan(t^2 + 1)$ D) $\tan(t^2 + 1)$
E) $-\cot(t^2 + 1) \cdot 2t$

12. $\begin{cases} x = 3 \tan t \\ y = -2 \cot t \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = \frac{\pi}{4}$ için

değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

13. $x = 3^t + 1$ ve $y = 4^t$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = 0$ için değeri kaçtır?

- A) $\log_3 4$ B) $\log_2 4$ C) $\ln 4$ D) $\ln 3$ E) $\frac{4}{3}$

14. $\begin{cases} y = 2x \\ x = 3^t \\ t = 5m \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dm}$ ifadesinin $m = 0$ için değeri kaçtır?

- A) $5 \cdot \ln 3$ B) $9 \cdot \ln 3$ C) $10 \cdot \ln 3$
D) $15 \cdot \ln 3$ E) $30 \cdot \ln 3$

15. $\begin{cases} x = 4e^t + 3e^{2t} \\ y = 3e^t - 2e^{-2t} \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = 0$

için değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{10}{7}$ D) $\frac{10}{3}$ E) 4

16. $\begin{cases} x = \ln t - 2t \\ y = e^t + 5t \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = 1$ için

değeri kaçtır?

- A) $-e - 1$ B) $-e - 2$ C) $-e - 3$
D) $-e - 4$ E) $-e - 5$

17. $\begin{cases} x = t^2 + 2 \\ y = t^3 + 4t \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin $t = 2$ için

değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{5}$

18. $\begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = 2t^2 - 1 \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 6 B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{2}{9}$

19. $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = t^3 - t^2 \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin t türünden

eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3t - 2$ B) $3t + 2$ C) $3t^2 - 2t$
D) $6t - 2$ E) $6t + 2$

20. $\begin{cases} x = -3t - 8 \\ y = t^3 - 2 \end{cases}$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin t türünden

eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{2t}{3}$ B) $\frac{2t}{3}$ C) $-\frac{t}{3}$ D) $\frac{t}{3}$ E) $\frac{t}{2}$

TEST 9'UN ÇÖZÜMLERİ

1. $x = t^2 + 1$, $y = 3t - 2$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{(3t-2)'}{(t^2+1)'} = \frac{3}{2t} \text{ olur.}$$

Yanıt D

2. $x = 2t^3 - 3t$, $y = t^2 + 5t$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{(t^2+5t)'}{(2t^3-3t)'} = \frac{2t+5}{6t^2-3} \text{ olur.}$$

$t = 2$ için değeri;

$$\frac{2t+5}{6t^2-3} = \frac{2 \cdot 2 + 5}{6 \cdot 2^2 - 3} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7} \text{ dir.}$$

Yanıt B

3. $x = 2t - 1$, $y = t^2 + 2t + 1$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{(t^2+2t+1)'}{(2t-1)'} = \frac{2t+2}{2} = t+1$$

Yanıt B

4. $x = \sqrt[3]{t^2}$, $y = \sqrt{3t+1}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{(\sqrt{3t+1})'}{(\sqrt[3]{t^2})'} = \frac{2 \cdot \sqrt{3t+1}}{2 \cdot \frac{1}{3} t^{\frac{1}{3}}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{9}{4} \cdot \frac{\sqrt{t^2}}{\sqrt{3t+1}} \text{ ise } t = 1 \text{ için}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{9}{4} \cdot \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3 \cdot 1 + 1}} = \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{8} \text{ dir.}$$

Yanıt E

5. $x = -\frac{t^8}{8} - \frac{t^7}{7}$, $y = \frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{3 \cdot t^2 - 2t}{2}}{\frac{-8t^7 - 7t^6}{8}} = \frac{t^2 - t}{-t^7 - t^6}$$

$$t = 1 \text{ için } \frac{dy}{dx} = \frac{1^2 - 1}{-1^7 - 1^6} = \frac{0}{-2} = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt C

6. $y = x^2$, $x = t^2 - 1$, $t = 2u + 1$

$$\frac{dy}{du} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dt}{du}$$

$$= 2x \cdot 2t \cdot 2$$

$$= 8x \cdot t$$

$$u = 1 \text{ için } t = 2u + 1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$$

$$x = t^2 - 1 = 3^2 - 1 = 8 \text{ olduğundan}$$

$$u = 1 \text{ için } \frac{dy}{du} = 8 \cdot 8 \cdot 3 = 192$$

Yanıt E

7. $y = x^2 - 3x + 4$, $x = 2^3 - z$, $z = 3t + 2$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} = (2x - 3) \cdot (3z^2 - 1) \cdot (3)$$

$$t = -1 \text{ için } z = 3t + 2 = 3 \cdot (-1) + 2 = -1$$

$$x = z^3 - z = (-1)^3 - (-1) = 0$$

Yerine yerleştirilirse;

$$\frac{dy}{dt} = (2 \cdot 0 - 3) \cdot (3 \cdot (-1)^2 - 1) \cdot 3$$

$$\frac{dy}{dt} = -18 \text{ olur.}$$

Yanıt C

8. $u = 2t^2 - 1$, $t = m^2 - 1$, $m = n^3 + n - 1$

$$\frac{du}{dn} = \frac{du}{dt} \cdot \frac{dt}{dm} \cdot \frac{dm}{dn}$$

$$= 4t \cdot 2m \cdot (3n^2 + 1)$$

$$n = 1 \text{ için } m = 1^3 + 1 - 1 = 1$$

$$t = m^2 - 1 = 1^2 - 1 = 0$$

Yerlerine yerleştirilirse;

$$\frac{du}{dn} = 4 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 1 \cdot (3 \cdot 1^2 + 1) = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt C

9. $x = 3t^2 - 5t - 2$, $y = t^3 - 2t^2 + 3$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2 - 4t}{6t - 5}$$

$$t = 1 \text{ için}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1}{6 \cdot 1 - 5} = \frac{-1}{1} = -1 \text{ olur.}$$

Yanıt E

10. $x = 3y + 2$, $y = \cos t$, $t = 2t^2 - 8$

$$\frac{dx}{dz} = \frac{dx}{dy} \cdot \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dz} = 3 \cdot (-\sin t) \cdot 4z$$

$$z = 2 \text{ için; } t = 2 \cdot 2^2 - 8 = 2 \cdot (2^2) - 8 = 0$$

Yerlerine yerleştirilirse;

$$\frac{dx}{dz} = 3 \cdot (-\sin 0) \cdot 4 \cdot 2 = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt A

11. $x = \sin(t^2 + 1)$, $y = \cos(t^2 + 1)$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\frac{dx}{dt}}{\frac{dy}{dt}} = \frac{2t \cdot \cos(t^2 + 1)}{2t \cdot (-\sin(t^2 + 1))} = -\cot(t^2 + 1) \text{ olur.}$$

Yanıt A

12. $x = 3 \tan t$, $y = -2 \cot t$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{-2 \cdot \left(-\frac{1}{\sin^2 t}\right)}{3 \cdot \left(\frac{1}{\cos^2 t}\right)} = \frac{2}{3} \cdot \cot^2 t$$

$$t = \frac{\pi}{4} \text{ için; } \frac{dy}{dx} = \frac{2}{3} \cdot \cot^2 \frac{\pi}{4} = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

Yanıt B

13. $x = 3^t + 1$, $y = 4^t$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{4^t \cdot \ln 4}{3^t \cdot \ln 3} = \left(\frac{4}{3}\right)^t \cdot \log_3 4$$

$$t = 0 \text{ için; } \frac{dy}{dx} = \left(\frac{4}{3}\right)^0 \cdot \log_3 4 = \log_3 4$$

Yanıt A

14. $y = 2x$, $x = 3^t$, $t = 5m$

$$\frac{dy}{dm} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dt}{dm}$$

$$= 2 \cdot 3^t \cdot \ln 3 \cdot 5 = 10 \cdot 3^t \cdot \ln 3$$

$$m = 0 \text{ için; } t = 0, x = 1, y = 2 \text{ bulunur.}$$

$$\frac{dy}{dm} = 10 \cdot 3^0 \cdot \ln 3 = 10 \cdot \ln 3 \text{ olur.}$$

Yanıt C

15. $x = 4e^t + 3e^{2t}$, $y = 3e^t - 2e^{-2t}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3e^t - 2 \cdot (-2) \cdot e^{-2t}}{4e^t + 3 \cdot 2 \cdot e^{2t}} = \frac{3e^t + 4e^{-2t}}{4e^t + 6e^{2t}}$$

$$t = 0 \text{ için; } \frac{dy}{dx} = \frac{3 \cdot e^0 + 4 \cdot e^{-2 \cdot 0}}{4 \cdot e^0 + 6 \cdot e^{2 \cdot 0}} = \frac{3 + 4}{4 + 6} = \frac{7}{10} \text{ olur.}$$

Yanıt B

16. $x = \ln t - 2t$, $y = e^t + 5t$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{e^t + 5}{\frac{1}{t} - 2}$$

$$t = 1 \text{ için; } \frac{dy}{dx} = \frac{e + 5}{\frac{1}{1} - 2} = -e - 5 \text{ olur.}$$

Yanıt E

17. $x = t^2 + 2$, $y = t^3 + 4t$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2 + 4}{2t}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{3t^2 + 4}{2t} \right)$$

$$= \frac{\frac{d}{dt} \left(\frac{3t^2 + 4}{2t} \right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6t \cdot 2t - 2 \cdot (3t^2 + 4)}{(2t)^2} = \frac{6t^2 - 2 \cdot (3t^2 + 4)}{4t^2}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{6t^2 - 8}{4t^2}$$

$$t = 2 \text{ için; } \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{6 \cdot 2^2 - 8}{4 \cdot 2^2} = \frac{1}{4} \text{ olur.}$$

Yanıt D

18. $x = 3t + 1$, $y = 2t^2 - 1$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{4t}{3}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{4t}{3} \right)$$

$$= \frac{\frac{d}{dt} \left(\frac{4t}{3} \right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{4}{3}}{3} = \frac{4}{9} \text{ olur.}$$

Yanıt D

19. $x = t + 1$, $y = t^3 - t^2$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2 - 2t}{1} = 3t^2 - 2t$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dx} (3t^2 - 2t)$$

$$= \frac{\frac{d}{dt} (3t^2 - 2t)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6t - 2}{1} = 6t - 2 \text{ olur.}$$

Yanıt D

20. $x = -3t - 8$, $y = t^3 - 2$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2}{-3} = -t^2$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{dx}{dx} (-t^2) = \frac{\frac{d}{dt} (-t^2)}{\frac{dx}{dt}}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-2t}{-3} = \frac{2}{3} t \text{ olur.}$$

Yanıt B

TEST 10

KAPALI ve TERS FONKSİYONLARIN TÜREVİ

- $x^3y + xy^3 + 5x - 3y + 5 = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{3x^2+y^3+5}{x^3+3y^2-3}$ B) $\frac{3x^2y+x+5}{3x^2y+y^3-3}$
C) $\frac{3x^2y+y^3+5}{3-x^3-3xy^2}$ D) $\frac{x^3+3xy^2-3}{3x^2y+y^3+5}$
E) $\frac{3x^2y+y^3-5}{3x^2y+x^3-3}$
- $x^2 + y^2 - 5 = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin A(1, 2) noktasındaki değeri kaçtır?
A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2
- $x^3 - 3y^2 + 2xy + 5y - 5 = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin A(1, 1) noktasındaki değeri kaçtır?
A) -10 B) -5 C) 0 D) 2 E) 7
- $x^2 + y^2 - 2x + 2y - xy - 7 = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin A(-1, 1) noktasındaki değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
- $x \cdot \sin y + y \cdot \cos x = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{y \sin x - \sin y}{x \cos y + \cos x}$ B) $\frac{y \sin x + \sin y}{x \cos y + \cos x}$
C) $\frac{y \sin x - \sin y}{x \cos y - \cos x}$ D) $\frac{y \sin x + \sin y}{y \cos x + \cos y}$
E) $\frac{y \sin x + \sin y}{x \cos y - \cos x}$

- $-x^2y - y^2x - xy + 5x - y + 5 = 0$ eğrisi için $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin A(-1, 1) noktasındaki değeri kaçtır?
A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) -1 D) -3 E) -5
- $\cos^2 y = \sin(x - y)$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{\cos(x-y)}{\cos(x-y)-2\sin 2y}$ B) $\frac{\cos(x-y)}{2\sin y + \cos(x-y)}$
C) $\frac{\cos(x-y)}{2\sin y}$ D) $\frac{\cos(x-y)}{\cos(x-y)-\sin 2y}$
E) $\frac{\cos(x-y)}{-2\sin y}$
- $x^y - y^x = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin A(1, 1) noktasındaki değeri kaçtır?
A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2
- $3x^2 - 5y^3 + 2ax - 5y + 10 = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin A(0, 1) noktasındaki değeri kaçtır?
A) -1 B) $-\frac{a}{5}$ C) $\frac{5}{a}$ D) $\frac{a}{10}$ E) 1
- $x^2 - y^2 - x + y = 4$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{2x}{2y-1}$ B) $\frac{x+1}{y+1}$ C) $\frac{2x-1}{2y-1}$
D) $\frac{2y-1}{1-2x}$ E) $\frac{2y+1}{2x+1}$

- $f(x) = 3x - 7$ ile tanımlıdır. $f^{-1}(x) = g(x)$ olduğuna göre, $g'(2)$ değeri kaçtır?
A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{3}$
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(2x + 5) = 4x - 9$ olduğuna göre, $(f^{-1})(x)$ in $x = 5$ apsisi noktasındaki türevi kaçtır?
A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1
- $f: \mathbb{R} - \left\{\frac{5}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$ de tanımlı,
 $f(x) = \frac{3x-3}{2x-5}$ fonksiyonu için $(f^{-1})'(3)$ değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{5}$
- $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow (-16, +\infty)$ da tanımlı, $f(x) = x^2 - 16$ fonksiyonu için $(f^{-1})'(9)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{10}$
- $f: \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow (0, 1)$ tanımlı
 $f(x) = \cos 2x$ olduğuna göre, $(f^{-1})' \left(\frac{1}{2}\right)$ değeri kaçtır?
A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 2$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(6)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{24}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$
- $f(x) = 3x^2 + 7x - 3$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(3)$ ün pozitif değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?
A) 1 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{11}$
- $f(x) = x^5 - 29$ fonksiyonunun tersi olan $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun $x = 3$ apsisi noktasındaki türevinin değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{40}$ E) $\frac{1}{80}$
- $f(x) = x^3 - 25$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ apsisi noktasındaki türevi kaçtır?
A) $\frac{1}{21}$ B) $\frac{1}{27}$ C) $\frac{1}{36}$ D) $\frac{1}{48}$ E) $\frac{1}{81}$
- $f: (2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^+$
 $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(2\sqrt{3})$ değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$

TEST 10'UN ÇÖZÜMLERİ

1. $x^3y + xy^3 + 5x - 3y + 5 = 0$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{3x^2y + y^3 + 5}{x^3 + 3xy^2 - 3} = -\frac{3x^2y + y^3 + 5}{3 - x^3 - 3xy^2} \text{ olur.}$$

Yanıt C

2. $x^2 + y^2 - 5 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x}{2y} = -\frac{x}{y} \text{ olur.}$$

(1,2) için $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}$ dir.

Yanıt A

3. $x^3 - 3y^2 + 2xy + 5y - 5 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{3x^2 + 2y}{-6y + 2x + 5} \text{ olur.}$$

$x=1$ ise, $-\frac{3+2}{-6+2+5} = -5$ tir.

Yanıt B

4. $x^2 + y^2 - 2x + 2y - xy - 7 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x - 2 - y}{2y + 2 - x} \text{ olur.}$$

$x=-1$ ise, $-\frac{-2-2-1}{2+2+1} = -\frac{5}{5} = -1$ dir.

Yanıt D

5. $x \cdot \sin y + y \cdot \cos x = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{\sin y - y \cdot \sin x}{x \cdot \cos y + \cos x} = -\frac{y \cdot \sin x - \sin y}{x \cdot \cos y + \cos x} \text{ olur.}$$

Yanıt A

6. $-x^2y - y^2x - xy + 5x - y + 5 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{-2xy - y^2 - y + 5}{-x^2 - 2yx - x - 1} \text{ olur.}$$

$x=-1$ ise, $-\frac{2-1-1+5}{-1+2+1-1} = -\frac{5}{1} = -5$ tir.

Yanıt E

7. $\cos^2 y = \sin(x - y) \Rightarrow \cos^2 y - \sin(x - y) = 0$ dir.

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{-\cos(x-y)}{-2\cos y \cdot \sin y + \cos(x-y)} = \frac{\cos(x-y)}{\cos(x-y) - \sin 2y} \text{ olur.}$$

Yanıt D

8. $x^y - y^x = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{y \cdot x^{y-1} - \ln y \cdot y^x}{\ln x \cdot x^y - x \cdot y^{x-1}}$$

$x=1$ ise, $-\frac{1-0}{0-1} = -\frac{1}{-1} = 1$ dir.

Yanıt D

9. $3x^2 - 5y^3 + 2ax - 5y + 10 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{6x + 2a}{-15y^2 - 5} \text{ olur.}$$

$x=0$ ise, $-\frac{0+2a}{-15-5} = -\frac{2a}{-20} = \frac{a}{10}$ dur.

Yanıt D

10. $x^2 - y^2 - x + y - 4 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x-1}{-2y+1} = \frac{2x-1}{2y-1} \text{ olur.}$$

Yanıt C

11. $f(x) = 3x - 7$ olduğundan,

$$g(x) = f^{-1}(x) = \frac{x+7}{3} \text{ tür.}$$

$$g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3} \text{ olduğundan,}$$

$$g'(x) = \frac{1}{3} \text{ olur.}$$

O halde; $g'(2) = \frac{1}{3}$ tür.

Yanıt E

12. $f(2x + 5) = 4x - 9 \Rightarrow f^{-1}(4x - 9) = 2x + 5$ dir.

Türevini alırsak;

$$(f^{-1})'(4x - 9) \cdot 4 = 2$$

$$(f^{-1})'(\frac{4x-9}{4}) = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

$$4x - 9 = 5$$

$$4x = 14$$

$$x = \frac{7}{2} \text{ için; } (f^{-1})'(5) = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt D

13. $f(x) = \frac{3x-3}{2x-5} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{5x-3}{2x-3}$ olur.

(Bölümün türevinden)

$$(f^{-1})'(x) = \frac{5(2x-3) - 2(5x-3)}{(2x-3)^2} = \frac{-9}{(2x-3)^2} \text{ dir.}$$

$x=3$ için; $(f^{-1})'(3) = \frac{-9}{3^2} = -1$ olur.

Yanıt B

14. $f(x) = x^2 - 16 \Rightarrow f'(x) = 2x$ olur.

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)} \text{ olduğundan,}$$

$$(f^{-1})'(9) = \frac{1}{f'(5)}$$

$$(f^{-1})'(9) = \frac{1}{2.5} = \frac{1}{10} \text{ dir.}$$

Yanıt E

15. $f(x) = \cos 2x \Rightarrow f'(x) = -2\sin 2x$ olur.

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

$$(f^{-1})'(\frac{1}{2}) = \frac{1}{f'(\frac{\pi}{6})}$$

$$(f^{-1})'(\frac{1}{2}) = \frac{1}{-2 \cdot \sin(2 \cdot \frac{\pi}{6})} = \frac{1}{-2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ tür.}$$

Yanıt B

16. $f(x) = x^3 - 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$ olur.

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

$$(f^{-1})'(6) = \frac{1}{f'(2)}$$

$$(f^{-1})'(6) = \frac{1}{3 \cdot 2^2} = \frac{1}{12} \text{ dir.}$$

Yanıt B

17. $f(x) = 3x^2 + 7x - 3 \Rightarrow f'(x) = 6x + 7$ olur.

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

$$(f^{-1})'(3) = \frac{1}{f'(\frac{2}{3})}$$

$$\begin{cases} 3x^2 + 7x - 3 = 3 \\ 3x^2 + 7x - 6 = 0 \\ x^2 + 7x - 2 = 0 \\ (3x-2)(x+3) = 0 \\ x = \frac{2}{3}, x = -3 \\ \text{Pozitif değeri için} \\ x = \frac{2}{3} \text{ alınır.} \end{cases}$$

O halde, $(f^{-1})'(3) = \frac{1}{6 \cdot \frac{2}{3} + 7} = \frac{1}{11}$ olur.

Yanıt E

18. $f(x) = x^5 - 29 \Rightarrow f'(x) = 5x^4$ olur.

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

$$(f^{-1})'(3) = \frac{1}{f'(2)}$$

$$\begin{cases} x^5 - 29 = 3 \\ x^5 = 32 \\ x = 2 \text{ dir.} \end{cases}$$

O halde, $(f^{-1})'(3) = \frac{1}{5 \cdot 2^4} = \frac{1}{80}$ dir.

Yanıt E

19. $f(x) = x^3 - 25 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

$$(f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(3)}$$

$$\begin{cases} x^3 - 25 = 2 \\ x^3 = 27 \\ x = 3 \text{ dir.} \end{cases}$$

O halde, $(f^{-1})'(2) = \frac{1}{3 \cdot 3^2} = \frac{1}{27}$ olur.

Yanıt B

20. $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 4}}$ olur.

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

$$(f^{-1})'(2\sqrt{3}) = \frac{1}{f'(4)}$$

$$\begin{cases} (\sqrt{x^2 - 4})^2 = (2\sqrt{3})^2 \\ x^2 - 4 = 12 \\ x^2 = 16 \\ x = 4 \\ x \in (2, \infty) \end{cases}$$

O halde,

$$(f^{-1})'(2\sqrt{3}) = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{\sqrt{16-4}}}$$

$$= \frac{\sqrt{12}}{4} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt B

1. $f(x) = 4e^{\frac{3}{x}}$ fonksiyonu veriliyor. $f^{-1}(x)$ in türevinin $x = 4e$ apsisi noktasındaki değeri kaçtır?
A) $-\frac{3}{4e}$ B) $-\frac{1}{2e}$ C) $-\frac{1}{e}$ D) $\frac{1}{e}$ E) $\frac{2}{e}$
2. $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \pi)$ tanımlı $f(x) = \arccot 4x$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun $x = \frac{\pi}{6}$ apsisi noktasındaki türevi kaçtır?
A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 0
3. $f(x, y) = x^2 + 4y^2 + 5xy - 2x - 4y + 7$ olduğuna göre, $f'(2, 0)$ değeri kaçtır?
A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1
4. $f(x) = \tan x$ fonksiyonu için $(f^{-1})'(m) = \frac{1}{2}$ eşitliğini sağlayan m sayılarının çarpımı kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
5. $f(x) = \ln \left(\frac{\cos^2 \frac{x}{2} + 1}{\sqrt{x^2 + 4x + 8}} \right)$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?
A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

6. $y = \ln \sqrt{\frac{1 - \cos x}{\cos x + 1}}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $-\frac{1}{3 \sin x}$ B) $\frac{2}{\sin x}$ C) $\frac{1}{3 \sin x}$
D) $\frac{1}{2 \sin x}$ E) $\frac{6}{\sin x}$
7. $f(x) = \arccot(3x^2 - 5x + 1)$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{9}{2}$
8. $f(x) = \arcsin(3 + \ln x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1}{\sqrt{1 - (3 + \ln x)^2}}$ B) $\frac{1}{1 - (3 + \ln x)^2}$
C) $\frac{-1}{x \sqrt{1 - (3 + \ln x)^2}}$ D) $\frac{-1}{\sqrt{1 - (3 + \ln x)^2}}$
E) $\frac{1}{x \sqrt{1 - (3 + \ln x)^2}}$
9. $f(x, y) = e^x \cdot y + xy^2 + 2xy - 3$ olduğuna göre, $f'(x, y)$ nin $A(0, 1)$ noktasındaki değeri kaçtır?
A) -4 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$
10. $f(x) = x^3 \cdot \ln(e^{\ln x} - \ln x)$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

11. $f(x) = (e^{x^2})^{e^{x^3}}$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) $2e^3$ B) $5e^9$ C) $4e^{e+1}$
D) $5e^{e+1}$ E) $3e^3$
12. $f(x) = (e^x)^{\left(\frac{1}{x^2}\right)}$ fonksiyonu için $f'(-1)$ değeri kaçtır?
A) 0 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3
13. $f(x) = (e^{e^{3x}})^3$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?
A) e^3 B) $9e$ C) $9e^3$ D) 1 E) 9
14. $y = e^{\left[\sin(5x+3)\right]^2}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $5 \cdot e^{\left[\sin(5x+3)\right]^2} \cdot \sin(10x+6)$
B) $50 \cdot e^{\left[\sin(5x+3)\right]^2} \cdot \sin(10x+6)$
C) $25 \cdot e^{\left[\sin(5x+3)\right]^2} \cdot \sin(5x+3)$
D) $5 \cdot e^{\left[\sin(5x+3)\right]^2} \cdot \sin(5x+3) \cdot \cos(5x+3)$
E) $5 \cdot e^{\left[\sin(5x+3)\right]^2} \cdot \sin(10x+6) \cdot \cos(10x+6)$
15. $f: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ fonksiyonu $f(x) = \cos 2x$ biçiminde tanımlıdır. Buna göre, $(f^{-1})'\left(\frac{1}{2}\right)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $-\frac{3}{2}$

16. f ve g türevlenebilen fonksiyonlar olmak üzere, $f(3^x + 1) = x^2 - g(x^2 + 2x)$ ve $f'(4) = \frac{1}{\ln 9}$ olduğuna göre, $g'(3)$ değeri kaçtır?
A) $-\frac{1}{16}$ B) $-\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{4}$
17. $\frac{d}{dx} \left[\frac{e^{-x} \cdot (x^2 - 1)}{x^3} \right]$ ifadesinin $x = -1$ apsisi noktasındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) -3e B) -2e C) -e D) e E) 2e
18. $f: [-2, \infty] \rightarrow [-4, \infty]$, $f(x) = x^2 + 4x$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(12)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{14}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{4}$
19. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $x \rightarrow y = f(x) = 4 \log_2 x + 2$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre, $(f^{-1})'(2)$ değeri kaçtır?
A) $-\ln 4$ B) $-\frac{\ln 2}{2}$ C) $\frac{\ln 2}{4}$ D) $\frac{\ln 4}{4}$ E) $\ln 2$
20. $f(x) = \frac{\cos^2(\sin x)}{\tan x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{2 \cos(\sin x) \cdot (-\sin(\sin x)) \cdot \tan x - \sec^2 x \cdot (\cos(\sin x))^2}{(\tan x)^2}$
B) $\frac{2 \cos(\sin x) \cdot \cos x \cdot \tan x - \sec^2 x \cdot (\cos(\sin x))^2}{\tan^2 x}$
C) $\frac{2 \cos(\sin x) \cdot \cos x \cdot (-\sin(\sin x)) \cdot \tan x - \sec^2 x \cdot (\cos^2(\sin x))}{\tan^2 x}$
D) $\frac{2 \cos(\sin x) - \sec^2 x}{\tan^2 x}$
E) $\frac{2 \cos(\sin x) \cdot \sec^2 x}{\tan^2 x}$

TEST 11'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $(f^{-1})(4e) = x_0 \Rightarrow f(x_0) = 4e$

$$\Rightarrow 4 \cdot e^{\frac{3}{x_0}} = 4e \Rightarrow \frac{3}{x_0} = 1 \Rightarrow x_0 = 3$$

$$f(x) = 4e^{\frac{3}{x}} \Rightarrow f'(x) = 4 \cdot \left(-\frac{3}{x^2}\right) \cdot e^{\frac{3}{x}}$$

$$\Rightarrow f(x_0) = f'(3) = 4 \cdot \left(-\frac{3}{3^2}\right) \cdot e^{\frac{3}{3}}$$

$$\Rightarrow f'(3) = -\frac{4e}{3}$$

$$(f^{-1})'(4e) = \frac{1}{f'(3)} = \frac{1}{-\frac{4e}{3}} = -\frac{3}{4e} \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

2. $f(x) = y = \operatorname{arccot} 4x$

$$\Rightarrow \cot y = 4x \Rightarrow x = \frac{1}{4} \cot y$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{4} \cot x$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(x) = -\frac{1}{4} (1 + \cot^2 x)$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{4} \left(1 + \cot^2 \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{4} (1 + (\sqrt{3})^2)$$

$$= -1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

3. $f(x, y) = x^2 + 4y^2 + 5xy - 2x - 4y + 7$

$$f' = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x + 5y - 2}{8y + 5x - 4}$$

$$f'(2, 0) = -\frac{2 \cdot 2 + 5 \cdot 0 - 2}{8 \cdot 0 + 5 \cdot 2 - 4} = -\frac{1}{3} \text{ tür.}$$

Yanıt A

4. $f(x) = y = \tan x$

$$\Rightarrow x = \arctan y \Rightarrow f^{-1}(x) = \arctan x$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(f^{-1})'(m) = \frac{1}{1+m^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow m^2 + 1 = 2$$

$$\Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1 \text{ olup çarpımları } -1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

5.

$$f(x) = \ln \left(\frac{\cos^2 \frac{x}{2} + 1}{\sqrt{x^2 + 4x + 8}} \right)$$

$$f(x) = \ln \left(\cos^2 \frac{x}{2} + 1 \right) - \ln (\sqrt{x^2 + 4x + 8})$$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2} 2 \cos \frac{x}{2} \cdot \left(-\sin \frac{x}{2}\right) \cdot \frac{2x+4}{2\sqrt{x^2+4x+8}}}{\cos^2 \frac{x}{2} + 1} - \frac{2x+4}{\sqrt{x^2+4x+8}}$$

$$= -\frac{\cos \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2} + 1} - \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+8}}$$

$$\Rightarrow f'(0) = -\frac{\cos 0 \cdot \sin 0}{\cos^2 0 + 1} - \frac{2}{8}$$

$$= -\frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

6. $y = \ln \sqrt{\frac{1-\cos x}{\cos x + 1}} = \ln \left(\frac{1-\cos x}{\cos x + 1} \right)^{\frac{1}{2}}$

$$= \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1-\cos x}{\cos x + 1} \right)$$

$$\frac{1}{6} [\ln(1-\cos x) - \ln(1+\cos x)]$$

olduğundan,

$$y' = \frac{1}{6} \left[\frac{\sin x}{1-\cos x} - \frac{(-\sin x)}{\cos x + 1} \right]$$

$$= \frac{1}{6} \left[\frac{\sin x}{1-\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x + 1} \right]$$

$$= \frac{1}{6} \left[\frac{\sin x + \sin x \cdot \cos x + \sin x - \sin x \cdot \cos x}{1 - \cos^2 x} \right]$$

$$= \frac{1}{6} \left(\frac{2 \sin x}{\sin^2 x} \right) = \frac{1}{3 \sin x} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

7. $f(x) = \operatorname{arccot} (3x^2 - 5x + 1)$

$$\Rightarrow f'(x) = -\frac{(3x^2 - 5x + 1)'}{1 + (3x^2 - 5x + 1)^2} = -\frac{6x - 5}{1 + (3x^2 - 5x + 1)^2}$$

$$\text{O halde, } f'(0) = -\frac{-5}{2} = \frac{5}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt B

8. $f(x) = \arcsin(3 + \ln x)$

$$f'(x) = \frac{(3 + \ln x)'}{\sqrt{1 - (3 + \ln x)^2}} = \frac{\frac{1}{x}}{\sqrt{1 - (3 + \ln x)^2}}$$

$$= \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (3 + \ln x)^2}} \text{ olur.}$$

Yanıt E

9. $f(x, y) = e^x \cdot y + xy^2 + 2xy - 3$

$$f'(x, y) = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{e^x y + y^2 + 2y}{e^x + 2xy + 2x}$$

$$\left. \begin{matrix} x=0 \\ y=1 \end{matrix} \right\} \text{ için } f'(0, 1) = -\frac{e^0 \cdot 1 + 1^2 + 2 \cdot 1}{e^0 + 2 \cdot 0 \cdot 1 + 2 \cdot 0} = -4$$

bulunur.

Yanıt A

10. $f(x) = x^3 \cdot \ln(e^{\ln x} - \ln x)$

$$= x^3 \cdot \ln(x - \ln x) \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = 3x^2 \cdot \ln(x - \ln x) + x^3 \cdot \frac{1 - \frac{1}{x}}{x - \ln x}$$

$$= 3x^2 \cdot \ln(x - \ln x) + \frac{x^2(x-1)}{x - \ln x} \text{ olur.}$$

$$f'(1) = 3 \cdot \ln(1 - \ln 1) + 0 = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

11. $f(x) = (e^{x^2})^{e^{x^3}} = e^{x^2 \cdot e^{x^3}}$ olduğundan,

$$f'(x) = (x^2 \cdot e^{x^3})' \cdot e^{x^2 \cdot e^{x^3}}$$

$$= e^{x^2 \cdot e^{x^3}} \cdot (2x \cdot e^{x^3} + 3x^2 \cdot x^2 \cdot e^{x^3}) \text{ olur.}$$

$$f'(1) = e^{1 \cdot 1} \cdot (2 \cdot e^1 + 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot e^1)$$

$$= e^1 (2e + 3e) = 5 \cdot e^{e+1} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

12. $f(x) = (e^x)^{\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} = (e^x)^{\frac{x^2+1}{x^2}} = e^{\frac{x^2+1}{x}}$ olduğundan,

$$f'(x) = \left(\frac{x^2+1}{x} \right)' \cdot e^{\frac{x^2+1}{x}}$$

$$= \left(\frac{2x \cdot x - 1 \cdot (x^2+1)}{x^2} \right) \cdot e^{\frac{x^2+1}{x}}$$

$$= \left(\frac{x^2-1}{x^2} \right) \cdot e^{\frac{x^2+1}{x}} \text{ olur.}$$

$$f'(-1) = \left(\frac{(-1)^2-1}{(-1)^2} \right) \cdot e^{\frac{(-1)^2+1}{-1}} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

13. $f(x) = (e^{3x})^3 = e^{3 \cdot 3x}$ olduğundan,

$$f'(x) = (3 \cdot e^{3x})' \cdot e^{3 \cdot 3x}$$

$$= 9 \cdot e^{3x} \cdot e^{3 \cdot 3x} \text{ olur.}$$

$$f'(0) = 9 \cdot e^0 \cdot e^{3 \cdot 0} \Rightarrow f'(0) = 9 \cdot e^3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

14. $y = e^{\sin(5x+3)^2}$
 $\frac{dy}{dx} = 2 \cdot \sin(5x+3) \cdot 5 \cdot \cos(5x+3) \cdot e^{\sin(5x+3)^2}$
 $= 5 \cdot \sin(10x+6) \cdot e^{\sin(5x+3)^2}$ bulunur.

Yanıt A

15. $f(x) = y = \cos 2x \Rightarrow \arccos y = 2x$
 $\Rightarrow x = \frac{1}{2} \arccos y \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \arccos x$
 $\Rightarrow (f^{-1})'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}$
 $\Rightarrow (f^{-1})'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2\sqrt{1-\frac{1}{4}}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
 bulunur.

Yanıt D

16. $f(3^x + 1) = x^2 - g(x^2 + 2x)$
 $\Rightarrow (3^x + 1)' \cdot f'(3^x + 1) = 2x - (x^2 + 2x)' \cdot g'(x^2 + 2x)$
 $\Rightarrow (3^x \cdot \ln 3) \cdot f'(3^x + 1) = 2x - (2x + 2) \cdot g'(x^2 + 2x)$
 $x = 1$ için;
 $(3^1 \cdot \ln 3) f'(3^1 + 1) = 2 \cdot 1 - (2 \cdot 1 + 2) \cdot g'(1^2 + 2 \cdot 1)$
 $(3 \cdot \ln 3) f'(4) = 2 - 4 \cdot g'(3)$
 $3 \cdot \ln 3 \cdot \frac{1}{\ln 9} = 2 - 4 \cdot g'(3)$
 $3 \cdot \ln 3 \cdot \frac{1}{2 \cdot \ln 3} = 2 - 4 \cdot g'(3)$
 $3 = 4 - 8 \cdot g'(3) \Rightarrow g'(3) = \frac{1}{8}$ bulunur.

Yanıt C

17. $\frac{d}{dx} \left[\frac{e^{-x} \cdot (x^2 - 1)}{x^3} \right] = \frac{d}{dx} \left[\frac{x^2 - 1}{x^3 \cdot e^x} \right]$
 $= \frac{2x(x^3 \cdot e^x) - (x^2 - 1)(3x^2 \cdot e^x + e^x \cdot x^3)}{(x^3 \cdot e^x)^2}$
 $= \frac{2 \cdot x^2 \cdot e^x - (x^2 - 1) \cdot (3e^x + x \cdot e^x)}{x^4 \cdot e^{2x}}$
 $x = -1$ için
 $\frac{2 \cdot (-1)^2 \cdot e^{-1} - [(-1)^2 - 1] \cdot [3 \cdot e^{-1} + (-1) \cdot e^{-1}]}{(-1)^4 \cdot e^{2 \cdot (-1)}}$
 $= 2e$ bulunur.

Yanıt E

18. $f(x) = y = x^2 + 4x$
 $y = (x+2)^2 - 4 \Rightarrow y+4 = (x+2)^2$
 $x = \sqrt{y+4} - 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+4} - 2$
 $\Rightarrow (f^{-1})'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+4}} \Rightarrow (f^{-1})'(12) = \frac{1}{2\sqrt{12+4}}$
 $\Rightarrow (f^{-1})'(12) = \frac{1}{8}$ bulunur.

Yanıt D

19. $f(x) = 4 \log_2 x + 2$
 $f(x_0) = 2 \Rightarrow 4 \log_2 x_0 + 2 = 2$
 $\Rightarrow \log_2 x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 1$
 $f'(x) = 4 \cdot \frac{1}{x} \log_2 e$
 $f'(x_0) = f'(1) = 4 \cdot \log_2 e$
 $(f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(x_0)} = \frac{1}{4 \cdot \log_2 e} = \frac{\ln 2}{4}$
 bulunur.

Yanıt C

20. $f(x) = \frac{\cos^2(\sin x)}{\tan x}$ olduğundan,
 $f'(x) = \frac{2 \cos(\sin x) \cdot \cos x \cdot (-\sin(\sin x)) \cdot \tan x - \sec^2 x \cdot \cos^2(\sin x)}{\tan^2 x}$

Yanıt C

TEST 12

TÜREV (KARMA)

1. $f(x) = \operatorname{arccot}(x \cdot \ln x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{-1 - \ln x}{1 + x \ln x}$ B) $\frac{1 + \ln x}{1 + x \ln x}$ C) $\frac{-1 - \ln x}{1 + (x \ln x)^2}$
 D) $\frac{1 + \ln x}{1 + (x \ln x)^2}$ E) $\frac{-\ln x}{1 + (x \ln x)^2}$

2. $y = x^2 \cdot \ln y + x \cdot y^2 - 2x + 5y - 3$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $A(0, 1)$ noktasındaki değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

3. $f(x) = \ln(5x + 4)$ olduğuna göre, $f^{-1}(0) + (f^{-1})'(0)$ toplamının değeri kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) 1 E) $\frac{5}{4}$

4. f ve g fonksiyonları, $f(x) = e^x$ ve $g(x) = \sin x$ ile tanımlıdır. Buna göre, $\left[(f \circ g)^{-1} \right]'(1)$ değeri kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) 1 E) $\frac{3}{2}$

5. $f(x) = \frac{3 + \sin^3 x}{3 - \sin x^3}$ olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 0

6. $f(x) = \arcsin 3x$ ile tanımlı f fonksiyonunun türevli olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ B) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$ C) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$
 D) $\left(-\frac{1}{9}, \frac{1}{9}\right)$ E) $\left[-\frac{1}{9}, \frac{1}{9}\right]$

7. $n \in \mathbb{R}$ olmak üzere;

$f(x) = \frac{(\arctan 2x)^2}{n}$ fonksiyonu için,

$f'(x) = \frac{\arctan 2x}{1 + 4x^2}$ olduğuna göre, n kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. $f(x) = x \cdot \arctan(x^3 - 1)$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\arctan(x^3 - 1) + \frac{3x^2}{1 + (x^3 - 1)^2}$

B) $\arctan(x^3 - 1) + \frac{3x^3}{1 + (x^3 - 1)^2}$

C) $\arctan(x^3 - 1) - \frac{3x^2}{1 + (x^3 - 1)^2}$

D) $\arctan(x^3 - 1) + \frac{x^3}{1 + (x^3 - 1)^2}$

E) $\arctan(x^3 - 1) - \frac{3x^3}{1 + (x^3 - 1)^2}$

9. $f(x) = (\sin 3x \cdot \sin 2x - \cos 2x \cdot \cos 3x)^2$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-5 \sin 10x$ B) $5 \sin 2x$ C) $2 \sin 10x$
 D) $-4 \sin 10x$ E) $\sin 2x$

10. $\begin{cases} x = 5t^2 + 2t - 1 \\ y = 3t^2 - t + 5 \end{cases}$ olduğuna göre,

$\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = 0$ için değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) 1

11. $f(x) = 2\sin^2 2x - 2\cos^2 2x - 3$ olduğuna göre,

$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) + f''\left(\frac{\pi}{8}\right)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 8 B) 4 C) 2 D) -4 E) -8

12. $f(x) = \sin^2 2x + \sin x - 4$ olduğuna göre,

$f'(\pi) + f''(\pi) + f'''(-\pi)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) -8 E) -10

13. $f(x) = \cos x$ fonksiyonunun 2006. türevi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin x$ B) $-\sin x$ C) $-\cos x$
D) $\cos x$ E) $(\cos x)^{2006}$

14. $y = \cos(3x + 4)$ olduğuna göre, $\frac{d^{50}y}{dx^{50}}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3^{50} \cdot \cos(4x + 3)$ B) $3^{49} \cdot \cos(3x + 4)$
C) $3^{50} \cdot \sin(3x + 4)$ D) $-3^{50} \cdot \sin(3x + 4)$
E) $-3^{50} \cdot \cos(3x + 4)$

15. $y = \frac{\ln x^3}{x^2}$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{15x + 6\ln x^3}{x^4}$ B) $\frac{-6\ln x^3}{x^4}$
C) $\frac{-15 + 6\ln x^3}{x^4}$ D) $\frac{3 + 6x\ln x^2}{x^3}$
E) $\frac{15 + 6x\ln x^2}{x}$

16. $\frac{d^3}{dx^3} (mx^4 + e^{3x}) = 24x + 3ne^{3x}$ olduğuna göre,

$(m + n)$ toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 9

17. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu $f(x) = \ln x$ ile tanımlıdır.

$f^{15}(x) = \frac{d^{15}f(x)}{dx^{15}}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{-15!}{x^{15}}$ B) $\frac{14!}{x^{15}}$ C) $\frac{15!}{x^{15}}$
D) $\frac{-14!}{x^{15}}$ E) $\frac{-1}{x^{15}}$

18. $y = \cos 4x$ olduğuna göre,

$\frac{d^8y}{dx^8}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4^8 \cdot \sin 4x$ B) $-4^8 \cdot \cos 4x$
C) $-4^8 \cdot \cos 4x$ D) $4^4 \cdot \cos 4x$
E) $4^8 \cdot \cos 4x$

19. $y = \sin \pi x$ olduğuna göre, $\frac{d^{100}y}{dx^{100}}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\pi^{100} \cdot \cos \pi x$ B) $-\pi^{100} \cdot \cos \pi x$
C) $\pi^{100} \cdot \sin \pi x$ D) $-\pi^{100} \cdot \sin \pi x$
E) $\pi^{99} \cdot \sin \pi x$

20. $y = -\sin\left(2x + \frac{1}{2}\right)$ olduğuna göre, $\frac{d^2y}{dx^2} \cdot \frac{dy}{dx}$ ifadesi

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-8\sin(2x+1)$ B) $8\sin 4x$
C) $4\sin(2x+1)$ D) $-4\sin(4x+1)$
E) $-4\sin 4x$

TEST 12'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \operatorname{arccot}(x \cdot \ln x)$ olduğundan,

$$f'(x) = -\frac{(x \cdot \ln x)'}{1 + (x \ln x)^2}$$

$$= -\frac{\ln x + x \cdot \frac{1}{x}}{1 + (x \ln x)^2} = \frac{-1 - \ln x}{1 + (x \ln x)^2} \text{ olur.}$$

Yanıt C

2. $y = x^2 \cdot \ln y + x \cdot y^2 - 2x + 5y - 3$

$F(x, y) = x^2 \cdot \ln y + xy^2 - 2x + 4y - 3 = 0$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y}$$

$$= -\frac{2x \ln y + y^2 - 2}{x^2 \cdot \frac{1}{y} + 2xy + 4}$$

$\left. \begin{matrix} x=0 \\ y=1 \end{matrix} \right\} \text{ için } \frac{dy}{dx} = -\frac{2 \cdot 0 \cdot \ln 1 + 1^2 - 2}{0^2 \cdot \frac{1}{1} + 2 \cdot 0 \cdot 1 + 4} = \frac{1}{4}$

bulunur.

Yanıt D

3. $f(x) = \ln(5x + 4)$

$y = \log_e(5x + 4) \Rightarrow e^y = 5x + 4$

$\Rightarrow x = \frac{e^y - 4}{5} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{e^x - 4}{5}$

$f^{-1}(0) = \frac{e^0 - 4}{5} = -\frac{3}{5}$

$(f^{-1})'(x) = \frac{e^x}{5} \Rightarrow (f^{-1})'(0) = \frac{e^0}{5} = \frac{1}{5}$

$f^{-1}(0) + (f^{-1})'(0) = -\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = -\frac{2}{5}$ tir.

Yanıt B

4. $\begin{cases} f(x) = e^x \\ g(x) = \sin x \end{cases} \Rightarrow (f \circ g)(x) = e^{\sin x}$

$(f \circ g)(x) = y = e^{\sin x}$

$\Rightarrow \ln y = \sin x \Rightarrow x = \arcsin(\ln y)$

$\Rightarrow (f \circ g)^{-1}(x) = \arcsin(\ln x)$

$[(f \circ g)^{-1}]'(x) = \frac{(\ln x)'}{\sqrt{1 - (\ln x)^2}} = \frac{1}{x \cdot \sqrt{1 - (\ln x)^2}}$

$[(f \circ g)^{-1}](1) = \frac{1}{1 \cdot \sqrt{1 - (\ln 1)^2}} = 1$

bulunur.

Yanıt D

5. $f(x) = \frac{3 + \sin^3 x}{3 - \sin x^3}$ (Bölümün türevinden)

$\Rightarrow f'(x) = \frac{3 \sin^2 x \cdot \cos x \cdot (3 - \sin x^3) - (-3x^2 \cdot \cos x^3) \cdot (3 + \sin^3 x)}{(3 - \sin x^3)^2}$

$\Rightarrow f'(0) = \frac{0}{3^2} = 0$ bulunur.

Yanıt E

6. $\sin: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1] \Rightarrow \arcsin: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ dir.

$f(x) = \arcsin 3x \Rightarrow -1 \leq 3x \leq 1$

$\Rightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{3}$ olup

$f(x) = \frac{3}{\sqrt{1 - 9x^2}}$ dir. $x \neq \pm \frac{1}{3}$

olduğundan f' nin tanımlı olduğu en geniş aralık

$\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ tür.

Yanıt A

7. $f(x) = \frac{(\arctan 2x)^2}{n}$ olduğundan,

$f'(x) = \frac{2 \cdot \arctan 2x \cdot \frac{2}{1 + 4x^2}}{n}$ olur.

$f'(x) = \frac{4 \cdot \arctan 2x}{n(1 + 4x^2)} = \frac{\arctan 2x}{(1 + 4x^2)}$

$\Rightarrow n = 4$ tür.

Yanıt E

8. $f(x) = x \cdot \arctan(x^3 - 1)$ (Çarpımın türevinden)

$$f'(x) = \arctan(x^3 - 1) + \frac{3x^2}{1 + (x^3 - 1)^2} \cdot x$$

$$= \arctan(x^3 - 1) + \frac{3x^3}{1 + (x^3 - 1)^2} \text{ olur.}$$

Yanıt B

9. $f(x) = (\sin 3x \cdot \sin 2x - \cos 2x \cdot \cos 3x)^2$

$$f(x) = [-\cos(2x + 3x)]^2$$

$$f(x) = \cos^2 5x$$

$$f'(x) = 2\cos 5x \cdot 5 \cdot (-\sin 5x)$$

$$= -5 \cdot \sin 10x \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

10. $x = 5^{t^2} + 2t - 1$

$$y = 3t^2 - t + 5 \text{ olduğundan,}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6t - 1}{2t \cdot 5^{t^2} \cdot \ln 5 + 2}$$

$$t = 0 \text{ için; } \frac{dy}{dx} = \frac{6 \cdot 0 - 1}{2 \cdot 0 \cdot 5^0 \cdot \ln 5 + 2} = -\frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt C

11. $f(x) = 12\sin^2 2x - 2\cos^2 2x - 31$

$$= 1 - 2(\cos^2 2x - \sin^2 2x) - 31$$

$$= 1 - 2 \cdot \cos 4x - 31 = 2\cos 4x + 3$$

$$f'(x) = 2 \cdot 4 \cdot (-\sin 4x) = -8\sin 4x \text{ ve}$$

$$f''(x) = -8 \cdot 4 \cdot \cos 4x = -32 \cdot \cos 4x \text{ tür.}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = -8 \cdot \sin\left(4 \cdot \frac{\pi}{8}\right) = -8$$

$$f''\left(\frac{\pi}{8}\right) = -32 \cdot \cos\left(4 \cdot \frac{\pi}{8}\right) = 0 \text{ olup}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) + f''\left(\frac{\pi}{8}\right) = -8 + 0 = -8 \text{ dir.}$$

Yanıt E

12. $f(x) = \sin^2 2x + \sin x - 41$

$$\Rightarrow f(x) = \sin^2 2x - \sin x + 4 \text{ olur.}$$

$$f'(x) = 2\sin 2x \cdot 2 \cdot \cos 2x - \cos x$$

$$= 2\sin 4x - \cos x$$

$$f'(\pi) = 2 \cdot \sin(4\pi) - \cos(\pi) = 1$$

$$f''(x) = 2 \cdot 4 \cdot \cos 4x - (-\sin x)$$

$$= 8\cos 4x + \sin x$$

$$f''(\pi) = 8 \cdot \cos(4\pi) + \sin \pi = 8$$

$$f'''(x) = 8 \cdot 4 \cdot (-\sin 4x) + \cos x$$

$$= -32\sin 4x + \cos x$$

$$f'''(-\pi) = -32 \cdot \sin(4 \cdot (-\pi)) + \cos(-\pi) = -1 \text{ olup}$$

$$f'(\pi) + f''(\pi) + f'''(-\pi) = 1 + 8 - 1 = 8 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

13. $f(x) = \cos x$

$$f'(x) = -\sin x$$

$$f''(x) = -\cos x$$

$$f'''(x) = \sin x$$

$$f^{(4)}(x) = \cos x$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$f^{(2006)}(x) = f''(x) = -\cos x \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

14. $y = \cos(3x + 4)$

$$\frac{dy}{dx} = -3 \cdot \sin(3x + 4)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -3 \cdot 3 \cdot \cos(3x + 4) = -3^2 \cdot \cos(3x + 4)$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -3^2 \cdot 3 \cdot (-\sin(3x + 4)) = 3^3 \sin(3x + 4)$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = 3^3 \cdot 3 \cdot \cos(3x + 4) = 3^4 \cdot \cos(3x + 4)$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\frac{d^{50}y}{dx^{50}} = -3^{50} \cdot \cos(3x + 4) \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

15. $y = \frac{\ln x^3}{x^2}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\ln x^3)' \cdot x^2 - (\ln x^3) \cdot 2x}{(x^2)^2} \text{ (Bölümün türevinden)}$$

$$= \frac{\frac{3x^2}{x^3} \cdot x^2 - 2x \cdot \ln x^3}{x^4}$$

$$= \frac{3x - 2x \ln x^3}{x^4} = \frac{3 - 2 \ln x^3}{x^3}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\left(-2 \cdot \frac{3x^2}{x^3} \cdot x^3\right) - (3x^2)(3 - 2 \ln x^3)}{(x^3)^2} \text{ (Bölümün türevinden)}$$

$$= \frac{-6x^2 - 3x^2(3 - 2 \ln x^3)}{x^6}$$

$$= \frac{6 \cdot \ln x^3 - 15}{x^4} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

16. $\frac{d^3}{dx^3}(mx^4 + e^{3x}) = 24x + 3ne^{3x}$

$$y = mx^4 + e^{3x} \Rightarrow$$

$$\frac{dy}{dx} = 4x^3 \cdot m + 3e^{3x}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 12x^2m + 9e^{3x}$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = 24xm + 27e^{3x}$$

$$\Rightarrow 24xm + 27e^{3x} = 24x + 3ne^{3x}$$

$$\Rightarrow m = 1 \text{ ve } 3n = 27 \Rightarrow n = 9 \text{ olup}$$

$$m + n = 1 + 9 = 10 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

17. $f(x) = \ln x$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$f'''(x) = \frac{d^3y}{dx^3} = \frac{-2}{x^3} = \frac{2!}{x^3}$$

$$f^{(4)}(x) = \frac{d^4y}{dx^4} = \frac{-6}{x^4} = \frac{-3!}{x^4}$$

$$\vdots$$

$$f^{(15)}(x) = \frac{d^{15}y}{dx^{15}} = \frac{14!}{x^{15}} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

18. $y = \cos 4x$

$$\frac{dy}{dx} = -4 \cdot \sin 4x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -4 \cdot 4 \cdot \cos 4x = -4^2 \cdot \cos 4x$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -4^2 \cdot 4 \cdot (-\sin 4x) = 4^3 \cdot \sin 4x$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = 4^3 \cdot 4 \cdot \cos 4x = 4^4 \cdot \cos 4x$$

$$\vdots$$

$$\frac{d^8y}{dx^8} = 4^8 \cdot \cos 4x \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

19. $y = \sin \pi x$

$$\frac{dy}{dx} = \pi \cdot \cos \pi x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \pi \cdot \pi \cdot (-\sin \pi x) = -\pi^2 \cdot \sin \pi x$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -\pi^2 \cdot \pi \cdot \cos \pi x = -\pi^3 \cdot \cos \pi x$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = -\pi^3 \cdot \pi \cdot (-\sin \pi x) = \pi^4 \cdot \sin \pi x$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\frac{d^{100}y}{dx^{100}} = \pi^{100} \cdot \sin \pi x \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

20. $y = -\sin\left(2x + \frac{1}{2}\right)$

$$\frac{dy}{dx} = -2 \cdot \cos\left(2x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 4 \cdot \sin\left(2x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} \cdot \frac{dy}{dx} = \left[4 \cdot \sin\left(2x + \frac{1}{2}\right)\right] \cdot \left[-2 \cos\left(2x + \frac{1}{2}\right)\right]$$

$$= -4 \cdot 2 \cdot \sin\left(2x + \frac{1}{2}\right) \cdot \cos\left(2x + \frac{1}{2}\right)$$

$$= -4 \cdot \sin\left[2 \cdot \left(2x + \frac{1}{2}\right)\right]$$

$$= -4 \cdot \sin(4x + 1) \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 3x - 6}{(x-2)^3}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 0 B) 9 C) 1 D) $-\infty$ E) $+\infty$
- $f(x) = \frac{\sqrt{2x-2} - \sqrt[3]{2x+2}}{x^2 - 3x}$ fonksiyonunun $x = 3$ için limiti kaçtır?
A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $-\frac{1}{6}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4+\sqrt{x}} - 2}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 3 + 2x}}{\sqrt{x^2 + 3} - 3x}$ limitinin değeri kaçtır?
A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{3}{4}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{2x}$ limitinin değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin 4x - \cos 2x}$ limitinin değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \sin x}{5x + \sin x}$ limitinin değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{9}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ limitinin değeri kaçtır?
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) yoktur
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \sin\left(\frac{3\pi x}{2}\right)}{2x^2 - 4x + 2}$ limitinin değeri kaçtır?
A) $\frac{\pi^2}{4}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{16}$ D) $\frac{9\pi}{16}$ E) $\frac{9\pi^2}{16}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - 2x + \ln x^2}{1 + \cos \pi x}$ limitinin değeri kaçtır?
A) $-\frac{1}{\pi^2}$ B) $\frac{1}{\pi}$ C) $-\frac{2}{\pi^2}$ D) $\frac{2}{\pi}$ E) $\frac{2}{\pi^2}$

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - 2e^{-x}}{2e^x - 2}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\tan x) - 1}{\sin x}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2
- $\lim_{a \rightarrow b} \frac{\tan(a+b)}{\sin a + \sin b}$ limiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\cos b$ B) $\operatorname{cosec} b$ C) $\frac{\sec b}{2}$ D) $-\sin b$ E) $-\cos b$
- $\lim_{x \rightarrow y-1} \frac{x+1-y}{x^2 + y^2 - 1 - 2xy}$ limitinin değeri kaçtır?
A) $-\infty$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) 1
- $\lim_{y \rightarrow x^3} \frac{x^6 - y^2}{2yx^3 - 2x^6}$ limitinin değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{2x^2} - 2e^{3x^3}}{x^2 + \tan x}$ limitinin değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
- $\lim_{y \rightarrow \tan x} \frac{2y - 2 \tan x}{y^2 \cdot \cot^2 x - 1}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\tan^2 x$ B) $-\cot x$ C) $\frac{1}{\tan x}$ D) $\frac{1}{\cot x}$ E) $\frac{1}{\operatorname{cosec} x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 - 2 \cos x + \tan x - \sin x}{x^2} \right)$ limitinin değeri kaçtır?
A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \operatorname{arccot} x}{\ln\left(1 + \frac{2}{x}\right)}$ limitinin değeri kaçtır?
A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞
- $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\tan(2x+2)}{x^{2006} + x^{2005}}$ limitinin değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

TEST 13'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 3x - 6}{(x-2)^3} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.
L'Hospital uygulanırsa,
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6x - 3}{3 \cdot (x-2)^2} = \frac{6 \cdot 2 - 3}{3 \cdot (2-2)^2} = +\infty$ olur.

Yanıt E

2. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-2} - \sqrt[3]{2x+2}}{x^2 - 3x} \rightarrow \frac{0}{0}$
L'Hospital uygulanırsa,
 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{2}{2\sqrt{2x-2}} - \frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{(2x+2)^2}}}{2x - 3}$
 $= \frac{\frac{2}{2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3 - 2}} - \frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{(2 \cdot 3 + 2)^2}}}{2 \cdot 3 - 3} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{6}}{3} = \frac{1}{9}$

bulunur.

Yanıt A

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4+\sqrt{x}} - 2} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.
L'Hospital uygulanırsa,
 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{2\sqrt{4+\sqrt{x}}} - \frac{1}{2\sqrt{4+\sqrt{x}}}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2\sqrt{x}} = 4$ bulunur.

Yanıt B

4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 3 + 2x}}{\sqrt{x^2 + 3 - 3x}} \rightarrow \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.
L'Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{3x^2}{\sqrt[3]{(x^3 + 3 + 2x)^2}} + 2}{\frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 3}} - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{3x^2}{\sqrt[3]{(x^3 + 3)^2}} + 2}{\frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}} - 3} = -\frac{3}{4} \text{ tür.}$$

Yanıt E

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{2x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.
L'Hospital uygulanırsa,
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{2}$
 $= \frac{e^0 + e^0}{2} = 1$ bulunur.

Yanıt D

6. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin 4x - \cos 2x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.
L'Hospital uygulanırsa,
 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin 4x - \cos 2x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-2\sin 2x}{4\cos 4x + 2\sin 2x}$
 $= \frac{-2 \cdot \sin \frac{\pi}{2}}{4 \cdot \cos \pi + 2 \cdot \sin \frac{\pi}{2}} = \frac{-2}{-4 + 2} = 1$ bulunur.

Yanıt E

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \sin x}{5x + \sin x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.
L'Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \sin x}{5x + \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \cos x}{5 + \cos x} = \frac{3 - \cos 0}{5 + \cos 0} = \frac{3 - 1}{5 + 1} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.
L'Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{1} = 2 \cdot 1 = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \sin\left(\frac{3\pi x}{2}\right)}{2x^2 - 4x + 2} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.
L'Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \sin\left(\frac{3\pi x}{2}\right)}{2x^2 - 4x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{3\pi}{2} \cdot \cos\left(\frac{3\pi x}{2}\right)}{4x - 4} \rightarrow \frac{0}{0}$$

 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{3\pi}{2} \cdot \frac{3\pi}{2} \cdot \left(-\sin\left(\frac{3\pi x}{2}\right)\right)}{4}$
 $= -\frac{9}{16} \pi^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \sin\left(\frac{3\pi x}{2}\right)$
 $= -\frac{9}{16} \pi^2 \cdot \sin \frac{3\pi}{2} = \frac{9}{16} \pi^2 \text{ bulunur.}$

Yanıt E

10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - 2x + \ln x^2}{1 + \cos \pi x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.
L'Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2 + \frac{2}{x}}{-\pi \cdot \sin \pi x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2 + \frac{2}{x}}{-\pi \cdot \sin \pi x} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır.}$$

 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\frac{2}{x^2}}{(-\pi) \cdot \pi \cdot \cos \pi x} = \frac{-2}{-\pi^2 \cdot \cos \pi}$
 $= -\frac{2}{\pi^2} \text{ bulunur.}$

Yanıt C

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - 2e^{-x}}{2e^x - 2} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.
L'Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - 2e^{-x}}{2e^x - 2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x + 2 \cdot e^{-x}}{2e^x} = \frac{2 \cdot e^0 + 2 \cdot e^0}{2 \cdot e^0} = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\tan x) - 1}{\sin x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.
L'Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\tan x) - 1}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + \tan^2 x) \cdot (-\sin(\tan x))}{\cos x}$$

 $= \frac{(1 + \tan^2 0) \cdot (-\sin(\tan 0))}{\cos 0} = 0 \text{ bulunur.}$

Yanıt C

13. $\lim_{a \rightarrow b} \frac{\tan(a+b)}{\sin a + \sin b} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.
L'Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{a \rightarrow b} \frac{\tan(a+b)}{\sin a + \sin b} = \lim_{a \rightarrow b} \frac{1 + \tan^2(a+b)}{\cos a + \cos b}$$

 $= \frac{1 + \tan^2(-b+b)}{\cos(-b) + \cos b} = \frac{1}{2\cos b} = \frac{\sec b}{2} \text{ bulunur.}$

Yanıt C

14. $\lim_{x \rightarrow y-1} \frac{x+1-y}{x^2 + y^2 - 1 - 2xy} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.
L'Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow y-1} \frac{x+1-y}{x^2 + y^2 - 1 - 2xy} = \lim_{x \rightarrow y-1} \frac{1}{2x - 2y}$$

 $= \frac{1}{2(y-1) - 2y} = -\frac{1}{2} \text{ bulunur.}$

Yanıt B

15. $\lim_{y \rightarrow x^3} \frac{x^6 - y^2}{2yx^3 - 2x^6} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{y \rightarrow x^3} \frac{x^6 - y^2}{2yx^3 - 2x^6} = \lim_{y \rightarrow x^3} \frac{-2y}{2x^3} = \lim_{y \rightarrow x^3} \frac{-y}{x^3} = \frac{-x^3}{x^3} = -1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{2x^2} - 2e^{3x^3}}{x^2 + \tan x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{2x^2} - 2e^{3x^3}}{x^2 + \tan x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x \cdot e^{2x^2} - 18 \cdot x^2 \cdot e^{3x^3}}{2x + 1 + \tan^2 x} = \frac{0}{1} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

17. $\lim_{y \rightarrow \tan x} \frac{2y - 2\tan x}{y^2 \cdot \cot^2 x - 1} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{y \rightarrow \tan x} \frac{2y - 2\tan x}{y^2 \cdot \cot^2 x - 1} = \lim_{y \rightarrow \tan x} \frac{2}{2y \cdot \cot^2 x} = \frac{2}{2 \cdot \tan x \cdot \cot^2 x} = \frac{1}{\cot x} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

18. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 - 2\cos x + \tan x - \sin x}{x^2} \right) \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'Hospital uygulanırsa,

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin x + 1 + \tan^2 x - \cos x}{2x} \rightarrow \frac{0}{0}$$

belirsizliği vardır. L'Hospital uygulanırsa,

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\cos x + 2\tan x (1 + \tan^2 x) + \sin x}{2} = 1 \text{ dir.}$$

Yanıt B

19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\operatorname{arccot} x}{\ln\left(1 + \frac{2}{x}\right)} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\operatorname{arccot} x}{\ln\left(1 + \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot \frac{-1}{1+x^2}}{\frac{-2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{1 + \frac{2}{x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{1 + \frac{2}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 1} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği vardır.}$$

L'Hospital uygulanırsa,

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 2}{2x} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği vardır.}$$

L'Hospital uygulanırsa,

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{2} = 1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

20. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\tan(2x+2)}{x^{2006} + x^{2005}} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\tan(2x+2)}{x^{2006} + x^{2005}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(1+\tan^2(2x+2))}{2006x^{2005} + 2005x^{2004}} = \frac{2 \cdot (1 + \tan^2(-2+2))}{2006 \cdot (-1)^{2005} + 2005 \cdot (-1)^{2004}} = \frac{2}{-2006+2005} = -2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

TEST 14

TÜREVİN LİMİT UYGULAMALARI

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt[6]{x} - 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^{3x} - 5^{3x}}{3x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\ln 8 - 5$ B) $5 \ln 8$ C) $\ln\left(\frac{25}{64}\right)$
D) $\ln\left(\frac{8}{5}\right)$ E) $\ln^2\left(\frac{5}{8}\right)$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 6 \sin\left(\frac{x-2}{3}\right) - 8}{x-2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{4x^2 + 4x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) 0 C) 1 D) 2 E) $+\infty$

6. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)}{\pi - 3x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ E) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 + 2\cos(-\pi x)}{1 - x^2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

8. x bir reel sayı olduğuna göre,

$$\lim_{y \rightarrow x} \frac{\sin[5(y-x)]}{\sin[3(y-x)]}$$
 limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{3x}{5}$ D) $\frac{5y}{3}$ E) 0

9. $\lim_{y \rightarrow 1} \frac{y - \sqrt{y}}{\sqrt[3]{y} - 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3-x}}{3+x - \sqrt{9-x^2}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

11. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x^2+9-m}}{x^2-9} = n$ ve $m, n \in \mathbb{R}$ olduğuna göre, (m, n) kaçtır?
- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{2}{27}$

12. $\lim_{a \rightarrow x} \frac{\sin x - \sin a}{\sin(x-a)} = \frac{2}{3\sqrt{2}}$ olduğuna göre, $\cot x$ in değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?
- A) $\frac{14}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{\sqrt{14}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{14}}{7}$
- D) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{14}}{2}$

13. $\lim_{y \rightarrow x} \frac{4 \sin x - 4 \sin y}{3 \cos y - 3 \cos x} = -\frac{4}{3}$ ve $x \in (0, 2\pi)$ olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?
- A) $\frac{5\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{7\pi}{4}$

14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{2x} - 5^{-2x}}{5^{2x} + 5^{-2x}}$ limitinin değeri kaçtır?
- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $+\infty$

15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^3} e^x$ limitinin değeri kaçtır?
- A) ∞ B) 1 C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

16. $\lim_{m \rightarrow \infty} 2m^3 \left[2x^{\frac{1}{m^3}} - 2 \right]$ limitinin değeri kaçtır?
- A) x B) 2 C) $2 \ln x$ D) $4 \ln x$ E) 0

17. m bir reel sayı olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow m} \frac{\sin(4x-4m)}{x^2-m^2}$ limitinin değeri kaçtır?
- A) $2m$ B) $\frac{2}{m}$ C) $\frac{3}{m}$ D) $3m$ E) $\frac{m}{2}$

18. x bir reel sayı olduğuna göre, $\lim_{y \rightarrow x} \frac{y^3 - x^3}{2y^2 - 2x^2}$ limitinin değeri kaçtır?
- A) 0 B) $\frac{3x}{4}$ C) $2x$ D) $\frac{4x}{3}$ E) ∞

19. y bir reel sayı olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow y} \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{x-y}$ limitinin değeri kaçtır?
- A) y B) $\frac{y}{2}$ C) $\frac{\sqrt{y}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{2y}$

20. $\lim_{y \rightarrow x} \frac{\tan(x^2 - y^2)}{x^3 - y^3}$ limitinin değeri kaçtır?
- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{3x}$ C) $\frac{2x}{3}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) $\frac{3x}{2}$

TEST 14'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x} - 1} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'hopital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6}$$

Yanıt C

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^{3x} - 5^{3x}}{3x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'hopital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^{3x} - 5^{3x}}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cdot 8^{3x} \ln 8 - 3 \cdot 5^{3x} \ln 5}{3} = \frac{3 \cdot 8^0 \ln 8 - 3 \cdot 5^0 \ln 5}{3} = \ln 8 - \ln 5 = \ln \left(\frac{8}{5} \right)$$

Yanıt D

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 6 \cdot \sin\left(\frac{x-2}{3}\right) - 8}{x-2} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'hopital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 6 \cdot \sin\left(\frac{x-2}{3}\right) - 8}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x + 6 \cdot \frac{1}{3} \cos\left(\frac{x-2}{3}\right)}{1} = 4 \cdot 2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{2-2}{3}\right) = 10$$

Yanıt A

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x - x}{x \cdot \sin x} \right) \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'hopital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x - x}{x \cdot \sin x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin x + x \cos x} \rightarrow \frac{0}{0}$$

belirsizliği vardır. Tekrar L'hopital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x}{\cos x + \cos x - x \sin x} = \frac{0}{1+1-0} = \frac{0}{2} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{4x^2 + 4x} \rightarrow \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

L'hopital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{4x^2 + 4x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot e^{2x}}{8x + 4} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği vardır.}$$

Bir daha L'hopital uygulanır.

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot e^{2x}}{8} = \infty \text{ olur.}$$

Yanıt E

6. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)}{\pi - 3x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'hopital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)}{\pi - 3x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{(-\sin x) \cdot \cos\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)}{-3} = \frac{-\sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos\left(\cos \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}\right)}{-3} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 0}{-3} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

Yanıt D

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 + 2 \cos(-\pi x)}{1 - x^2} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'hopital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 + 2 \cos(-\pi x)}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \cdot (-\pi) \cdot (-\sin(-\pi x))}{-2x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\pi \cdot \sin(\pi x)}{x} = \frac{\pi \cdot \sin \pi}{1} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

8. $\lim_{y \rightarrow x} \frac{\sin[5(y-x)]}{\sin[3(y-x)]} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan L'hopital uygulanır.

$$\lim_{y \rightarrow x} \frac{\sin[5(y-x)]}{\sin[3(y-x)]} = \lim_{y \rightarrow x} \frac{5 \cdot \cos[5(y-x)]}{3 \cdot \cos[3(y-x)]} = \frac{5 \cdot \cos[5(x-x)]}{3 \cdot \cos[3(x-x)]} = \frac{5 \cdot \cos 0}{3 \cdot \cos 0} = \frac{5}{3} \text{ olur.}$$

Yanıt B

9. $\lim_{y \rightarrow 1} \frac{y - \sqrt{y}}{\sqrt[3]{y} - 1} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan L'hopital uygulanır.

$$\lim_{y \rightarrow 1} \frac{y - \sqrt{y}}{\sqrt[3]{y} - 1} = \lim_{y \rightarrow 1} \frac{1 - \frac{1}{2\sqrt{y}}}{\frac{1}{3\sqrt[3]{y^2}}} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt D

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3-x}}{x+3 - \sqrt{9-x^2}} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan L'hopital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3-x}}{x+3 - \sqrt{9-x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+3}} + \frac{1}{2\sqrt{3-x}}}{1 + \frac{2x}{2\sqrt{9-x^2}}} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}}{1+0} = \frac{\frac{2}{2\sqrt{3}}}{1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ olur.}$$

Yanıt A

11. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x^2+9-m}}{x^2-9} = n$ ifadesinin bir reel sayı olması için $\frac{0}{0}$ belirsizliği olmalıdır. Buna göre;

$x=3 \Rightarrow \sqrt[3]{2 \cdot 3^2 + 9 - m} = 0$

$$\Rightarrow m = 3 \text{ olur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x^2+9-3}}{x^2-9} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır.}$$

L'hopital uygulanırsa,

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x^2+9-3}}{x^2-9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{4x}{3 \cdot \sqrt[3]{(2x^2+9)^2}}}{2x} = \frac{4 \cdot 3}{3 \cdot \sqrt[3]{(2 \cdot 9 + 9)^2}} = \frac{4 \cdot 3}{3 \cdot \sqrt[3]{27}} = \frac{4 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{4}{3} = n \text{ olur.}$$

$$m = 3 \text{ ve } n = \frac{4}{3} \text{ olduğundan, } m \cdot n = 3 \cdot \frac{4}{3} = 4 \text{ olur.}$$

Yanıt C

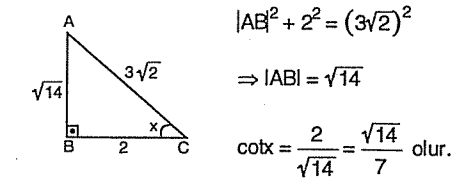
12. $\lim_{a \rightarrow x} \frac{\sin x - \sin a}{\sin(x-a)} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan L'hopital uygulanır.

$$\lim_{a \rightarrow x} \frac{\sin x - \sin a}{\sin(x-a)} = \frac{2}{3\sqrt{2}}$$

$$\lim_{a \rightarrow x} \frac{-\cos a}{-\cos(x-a)} = \frac{2}{3\sqrt{2}}$$

$$\frac{\cos x}{\cos(x-x)} = \frac{2}{3\sqrt{2}}$$

$$\cos x = \frac{2}{3\sqrt{2}}$$



Not: Değişken a olduğundan, türev a ya göre alınmıştır.

Yanıt C

13. $\lim_{y \rightarrow x} \frac{4\sin x - 4\sin y}{3\cos y - 3\cos x} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan L'hopital uygulanır.

$$\lim_{y \rightarrow x} \frac{4\sin x - 4\sin y}{3\cos y - 3\cos x} = -\frac{4}{3}$$

$$\lim_{y \rightarrow x} \frac{-4\cos y}{-3\sin y} = -\frac{4}{3}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = -\frac{4}{3} \Rightarrow \cot x = -1$$

$$\Rightarrow x = \frac{3\pi}{4} \text{ veya } x = \frac{7\pi}{4} \text{ olabilir.}$$

Yanıt E

14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{2x} - 5^{-2x}}{5^{2x} + 5^{-2x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{2x} - \frac{1}{5^{2x}}}{5^{2x} + \frac{1}{5^{2x}}}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{4x} - 1}{5^{4x} + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{4x} - 1}{5^{4x} + 1} \rightarrow \frac{\infty}{\infty}$$

belirsizliği vardır. L'hopital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{4x} - 1}{5^{4x} + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot 5^{4x} \cdot \ln 5}{4 \cdot 5^{4x} \cdot \ln 5} = 1 \text{ olur.}$$

Yanıt D

15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3} \rightarrow \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği olduğundan L'hopital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{3x^2} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği vardır.}$$

L'hopital uygulanır.

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{6x} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği vardır.}$$

L'hopital uygulanır.

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{6} = \infty \text{ olur.}$$

Yanıt A

16. $\lim_{m \rightarrow \infty} 2m^3 \left[\frac{1}{2x^{m^3}} - 2 \right] \rightarrow \infty \cdot 0$ belirsizliği vardır.

$$= \lim_{m \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{1}{4 \cdot x^{m^3}} - 4}{\frac{1}{m^3}} \right) \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği olduğundan}$$

L'hopital uygulanır.

$$= \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot \left(-\frac{3m^2}{m^6} \right) \cdot \frac{1}{x^{m^3}} \cdot \ln x}{\left(-\frac{3m^2}{m^6} \right)}$$

$$= \lim_{m \rightarrow \infty} \left(4 \cdot \ln x \cdot x^{\frac{1}{m^3}} \right) = 4 \ln x \text{ olur.}$$

Yanıt D

17. $\lim_{x \rightarrow m} \frac{\sin(4x-4m)}{x^2-m^2} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan L'hopital uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow m} \frac{\sin(4x-4m)}{x^2-m^2} = \lim_{x \rightarrow m} \frac{4 \cdot \cos(4x-4m)}{2x} = \frac{4 \cdot \cos(4m-4m)}{2m} = \frac{4 \cdot \cos 0}{2m} = \frac{4}{m} \text{ olur.}$$

Yanıt B

18. $\lim_{y \rightarrow x} \frac{y^3 - x^3}{2y^2 - 2x^2} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan L'hopital uygulanır.

$$\lim_{y \rightarrow x} \frac{y^3 - x^3}{2y^2 - 2x^2} = \lim_{y \rightarrow x} \frac{3y^2}{4y} = \lim_{y \rightarrow x} \frac{3y}{4} = \frac{3x}{4} \text{ olur.}$$

Yanıt B

19. $\lim_{x \rightarrow y} \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{x-y} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan L'hopital uygulanır.

$$\lim_{y \rightarrow y} \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{x-y} = \lim_{y \rightarrow y} \frac{\sqrt{y} - \frac{y}{2\sqrt{x}}}{-1} = \sqrt{y} - \frac{y}{2\sqrt{y}} = \sqrt{y} - \frac{\sqrt{y}}{2} = \frac{\sqrt{y}}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt C

20. $\lim_{y \rightarrow x} \frac{\tan(x^2 - y^2)}{x^3 - y^3} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan L'hopital uygulanır.

$$\lim_{y \rightarrow x} \frac{\tan(x^2 - y^2)}{x^3 - y^3} = \lim_{y \rightarrow x} \frac{-2y(1 + \tan^2(x^2 - y^2))}{-3y^2} = \lim_{y \rightarrow x} \frac{2(1 + \tan^2(x^2 - y^2))}{3y} = \frac{2(1 + \tan^2(x^2 - x^2))}{3 \cdot x} = \frac{2(1 + \tan^2 0)}{3x} = \frac{2}{3x} \text{ olur.}$$

Yanıt B

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos nx}{2x^2} = 4$ eşitliğini sağlayan pozitif n sayısı kaçtır?
A) 4 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1
2. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x - \sin x \cos x}{1 - 2 \sin^2 x} + \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - 1}{\cos^2 x}$ toplamının sonucu kaçtır?
A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{1}{2}$
3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4e^{x^2-4}}{e^{2-x} - x + 1}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2 \sec x - 1} - 1}{2x}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
5. a pozitif bir reel sayı olduğuna göre, $\lim_{b \rightarrow 1} \frac{a - a^b}{a \sin(\pi b)}$ limitinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) 0 B) $\frac{2}{\pi} \ln a$ C) $\pi \ln a$ D) $\frac{1}{\pi} \ln a$ E) $-\pi \ln a$

6. y bir reel sayı olduğuna göre,
 $\lim_{x \rightarrow y} \frac{3x^3y + 2y^4 - 2xy^3 - 3x^2y^2}{x^3y - 2y^2x^2 - y^3x + 2y^4}$ limitinin değeri nedir?
A) $-\frac{3y}{2}$ B) $\frac{2y}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{1}{2}$
7. f bir polinom fonksiyonu olmak üzere,
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x^3 - 2) - f(x^2 + 2)}{x - 2}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $4f'(6)$ B) $-4f'(6)$ C) $8f'(6)$
D) $-8f'(6)$ E) $2f'(6)$
8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(x^2 - 1)}{x - 1}$ limitinin değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
9. $\lim_{y \rightarrow 4} \frac{y^2 - 16}{y^2 + my - 24} = \frac{4}{5}$ olduğuna göre, m kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
10. $\lim_{x \rightarrow 1} \left[(x^2 - 1) \tan\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) \right]$ limitinin değeri kaçtır?
A) $\frac{2}{\pi^2}$ B) $-\frac{2}{\pi}$ C) $\frac{1}{\pi}$ D) $-\frac{1}{\pi^2}$ E) $\frac{3}{\pi}$

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2x^2 + 2x \right)^{\frac{1}{x^2}}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 1 B) e C) e^2 D) $\frac{1}{e}$ E) -e
12. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(2x \sin \frac{\pi}{2x} \right)$ limitinin değeri kaçtır?
A) 0 B) ∞ C) $-\infty$ D) π E) $\frac{\pi}{2}$
13. $\lim_{x \rightarrow 0} (2x)^{2x}$ limitinin değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
14. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos^2 x)^{\frac{1}{x^2}}$ limitinin değeri kaçtır?
A) -1 B) e C) $\frac{1}{e}$ D) $-e^2$ E) $-\frac{2}{e}$
15. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2x} - \frac{1}{2e^{3x} - 2} \right)$ limitinin değeri kaçtır?
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) $+\infty$

16. $\lim_{x \rightarrow 0} (\tan x)^{x^2}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 0 B) 1 C) e D) e^2 E) $\frac{1}{e}$
17. $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(\cos x)^{\cot x}$ limitinin değeri kaçtır?
A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1
18. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin 2x)^{(\tan^2 2x)}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 1 B) e C) $\frac{1}{\sqrt{e}}$ D) $\frac{1}{e}$ E) $\frac{1}{2\sqrt{e}}$
19. $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{\sqrt{3x+1} - 4}{x - 5} + \frac{\tan(11x - 55)}{\tan(16x - 80)} \right)$ limitinin değeri kaçtır?
A) $\frac{11}{16}$ B) $\frac{17}{16}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $-\frac{8}{3}$ E) $-\frac{16}{17}$
20. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2) \cdot \cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{\tan(x^2 - 4) \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{12}\right)}$ limitinin değeri kaçtır?
A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

TEST 15'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos nx}{2x^2} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan
L'Hospital kuralı uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos nx)'}{(2x^2)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{n \sin nx}{4x} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği.}$$

Tekrar L'Hospital kuralından

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(n \sin nx)'}{(4x)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{n^2 \cos nx}{4} = \frac{n^2}{4} = 4$$

$$n^2 = 16$$

$$n = \pm 4$$

n nin pozitif değeri 4 tür.

Yanıt A

2. x yerine $\frac{\pi}{4}$ konulduğunda $\frac{0}{0}$ belirsizliği

olmaktadır. Her iki limit için L'Hospital Kuralı uygulanırsa;

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin^2 x - \sin x \cos x)'}{(1 - 2\sin^2 x)'} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2\sin x \cos x - (\cos^2 x - \sin^2 x)}{(\cos 2x)'} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - \cos 2x}{-2\sin 2x} =$$

$$= -\frac{\sin \frac{\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{2}}{2\sin \frac{\pi}{2}} =$$

$$= -\frac{1-0}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x - 1)'}{(\cos^2 x)'} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{-2\cos x \sin x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-1}{2\sin x} = -\frac{1}{2}$$

O halde limitler toplamı

$$-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1 \text{ dir.}$$

Yanıt B

3. x yerine 2 konulduğunda $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4e^{x^2-4})'}{(e^{2-x} - x + 1)'} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 8xe^{x^2-4}}{-e^{2-x} - 1} = \frac{4 - 16}{-1 - 1} =$$

$$= \frac{-12}{-2} = 6 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

4. x yerine sıfır konulduğunda $\frac{0}{0}$ belirsizliği

oluşur. L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{2 \sec x - 1} - 1)'}{(2x)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2 \sec x \cdot \tan x}{\sqrt{2 \sec x - 1}}}{2} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0}{0} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

5. b yerine 1 konulduğunda $\frac{0}{0}$ belirsizliği

oluşmaktadır. L'Hospital kuralı uygulanırsa

$$\lim_{b \rightarrow 1} \frac{(a - a^b)'}{(a \cdot \sin(\pi b))'} = \lim_{b \rightarrow 1} \frac{-a^b \ln a}{a\pi \cos \pi b} =$$

$$= \frac{a \ln a}{a\pi \cdot (-1)} =$$

$$= -\frac{1}{\pi} \ln a \text{ bulunur.}$$

NOT: Pay ve paydanın b ye göre türevi alınmalıdır. Çünkü değişken b dir.

Yanıt D

6. x yerine y konulduğunda $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa, pay ve paydanın x e göre türevi alınmalıdır. Çünkü değişken x tir.

$$\lim_{x \rightarrow y} \frac{(3x^3y + 2y^4 - 2xy^3 - 3x^2y^2)'}{(x^3y - 2y^2x^2 - y^3x + 2y^4)'} = \lim_{x \rightarrow y} \frac{9x^2y - 2y^3 - 6xy^2}{3x^2y - 4xy^2 - y^3} =$$

$$= \frac{9y^3 - 2y^3 - 6y^3}{3y^3 - 4y^3 - y^3} =$$

$$= \frac{y^3}{-2y^3} = -\frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

7. x yerine 2 konulursa $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{[f(x^3 - 2) - f(x^2 + 2)]'}{(x - 2)'} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 f'(x^3 - 2) - 2x f'(x^2 + 2)}{1} =$$

$$= 3 \cdot 2^2 f'(2^3 - 2) - 2 \cdot 2 f'(2^2 + 2) =$$

$$= 12f'(6) - 4f'(6) =$$

$$= 8f'(6) \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

8. x yerine 1 konulduğunda, $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[\tan(x^2 - 1)]'}{(x - 1)'} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \cdot x \cdot [1 + \tan^2(x^2 - 1)]}{1} =$$

$$= \frac{2 \cdot 1 \cdot (1 + \tan^2 0)}{1} =$$

$$= \frac{2}{1} = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

9. y = 4 değeri için pay 0 olmaktadır. Sonucun $\frac{4}{5}$ çıkması için $\frac{0}{0}$ belirsizliği olmalıdır. Değişken y olduğundan y ye göre türev alınmalıdır. L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{y \rightarrow 4} \frac{(y^2 - 16)'}{(y^2 + my - 24)'} = \lim_{y \rightarrow 4} \frac{2y}{y^2 + m} = \frac{8}{8 + m} = \frac{4}{5}$$

$$40 = 32 + 4m$$

$$4m = 8$$

$$m = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

10. x = 1 değeri için $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşmaktadır.

L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[(x^2 - 1) \cdot \sin(\frac{\pi x^2}{2})]'}{[\cos(\frac{\pi x^2}{2})]'} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{[2x \cdot \sin(\frac{\pi x^2}{2}) + (x^2 - 1) \cdot (\pi x) \cdot \cos(\frac{\pi x^2}{2})]'}{-(\pi x) \cdot \sin(\frac{\pi x^2}{2})} =$$

$$= \frac{[2 + 0]}{-\pi} =$$

$$= -\frac{2}{\pi} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^2 + 2x)^{\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\ln(2x^2 + 2x) \cdot \frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{1}{x^2} \ln(2x^2 + 2x)}$

x $\rightarrow \infty$ değeri için $\frac{\ln(2x^2 + 2x)}{x^2}$ ifadesi $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizlik tipi oluşturmaktadır. L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{[\ln(2x^2 + 2x)]'}{(x^2)'}} = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{\frac{4x+2}{2x^2+2x}}{2x}} = e^{\frac{1}{\infty}} = e^0 = 1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

12.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2x}\right)}{\frac{1}{2x}}$$

ifadesinde $x \rightarrow \infty$ için $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left[\sin\left(\frac{\pi}{2x}\right)\right]'}{\left(\frac{1}{2x}\right)'} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2x}\right)}{-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \pi \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2x}\right) \\ &= \pi \cdot \cos 0 = \pi \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt D

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} 2x^{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\ln(2x)^{2x}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{2x \cdot \ln(2x)} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\ln(2x)}{\frac{1}{2x}}}$$

ifadesinde $x = 0$ değeri için $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği oluşur.

L'hospital kuralı uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\ln(2x)}{\frac{1}{2x}}} &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\frac{1}{2x}}{-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{-2x} \\ &= e^0 = 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt D

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos^2 x)^{\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\ln(\cos^2 x)^{\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\ln(\cos^2 x)}{x^2}}$$

ifadesinde $x = 0$ için $\frac{0}{0}$ belirsizlik tipi oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\ln(\cos^2 x)}{x^2}} &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{-2\cos x \cdot \sin x}{2x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{-\sin x}{x \cdot \cos x}} \quad (x = 0 \text{ için } \frac{0}{0} \text{ belirsizliği devam etmektedir.}) \\ \text{L'hospital uygulanırsa,} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{-(\sin x)'}{(x \cdot \cos x)'}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{-\cos x}{\cos x - x \sin x}} \\ &= e^{-1} = e^{-1} = \frac{1}{e} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt C

15. $x = 0$ için $\infty - \infty$ belirsizlik tipi oluşur. Payda eşitlenirse

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1 - x}{2 \cdot x \cdot (e^{3x} - 1)}$$

ifadesi $x = 0$ için $\frac{0}{0}$ belirsizliğine dönüşür.

L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{3x} - 1 - x)'}{[2 \cdot x \cdot (e^{3x} - 1)]'} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3e^{3x} - 1}{2(e^{3x} - 1) + 2x \cdot 3e^{3x}} \\ &= \frac{3 \cdot e^0 - 1}{2 \cdot (e^0 - 1) + 2 \cdot 0 \cdot 3 \cdot e^0} \\ &= \frac{2}{0} = +\infty \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt E

16.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\tan x)^{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\ln(\tan x)^{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\ln(\tan x)}{\frac{1}{x^2}}}$$

ifadesinde $x = 0$ için $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizlik tipi oluşur.

L'Hospital kuralı uygulanırsa

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\ln(\tan x)}{\frac{1}{x^2}}} &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\frac{1+\tan^2 x}{\tan x}}{-\frac{2}{x^3}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{x^3(1+\tan^2 x)}{2 \sin x}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{x^3 \left(1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)}{2 \sin x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{x^3 \left(\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}\right)}{2 \sin x}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{x^3 \cdot \frac{1}{\cos^2 x}}{2 \sin x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{x^3}{2 \sin 2x}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{(x^3)'}{(2 \sin 2x)'}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{3x^2}{2 \cos 2x}} = e^0 = 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt B

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} \ln(\cos x)^{\cot x} = \lim_{x \rightarrow 0} [\cot x \cdot \ln(\cos x)]$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{\tan x}$$

$x = 0$ için $\frac{0}{0}$ belirsizlik tipi oluşur. L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{\tan x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\ln(\cos x))'}{(\tan x)'} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} (-\sin x \cdot \cos x) = -0.1 = 0 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt C

$$18. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin 2x)^{\tan^2 2x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} e^{\ln(\sin 2x)^{\tan^2 2x}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} e^{\tan^2 2x \cdot \ln(\sin 2x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} e^{\frac{\ln(\sin 2x)}{\cot^2 2x}} = e^{\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin 2x)}{\cot^2 2x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin 2x)}{\cot^2 2x} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği.}$$

L'hospital kuralı uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin 2x)'}{(\cot^2 2x)'} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{2 \cos 2x}{\sin 2x}}{4 \cot 2x \cdot \left(-\frac{1}{\sin^2 2x}\right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cot 2x}{2 \cot 2x} \cdot (-\sin^2 2x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(-\frac{\sin^2 2x}{2}\right) = -\frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

Ohalde,

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cot 2x}{2 \cot 2x} \cdot (-\sin^2 2x) = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}} \text{ olur.}$$

Yanıt C

19. $x = 5$ için $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur. L'Hospital kuralı uygulanırsa;

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(\sqrt{3x+1}-4)'}{(x-5)'} &+ \lim_{x \rightarrow 5} \frac{[\tan(11x-55)]'}{[\tan(16x-80)]'} \\ &= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+1}}}{1} + \lim_{x \rightarrow 5} \frac{11 + 11 \tan^2(11x-55)}{16 + 16 \tan^2(16x-80)} \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{16}} + \frac{11+0}{16+0} = \frac{3}{8} + \frac{11}{16} = \frac{17}{16} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt B

20. $x = 2$ için $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur. L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\left[\sin(x-2) \cdot \cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right)\right]'}{\left[\tan(x^2-4) \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{12}\right)\right]'} \\ = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos(x-2) \cdot \cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right) + \sin(x-2) \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) \cdot \left(-\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)\right)}{2x(1+\tan^2(x^2-4)) \sin\left(\frac{\pi x}{12}\right) + \tan(x^2-4) \cdot \frac{\pi}{12} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{12}\right)} \\ = \frac{1}{4 \cdot (1) \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt D

- $f(x) = x^3 - 27x + 2$ fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde azalır?

A) $(-2, 2)$ B) $(-3, 3)$ C) $(0, 5)$
D) $(3, +\infty)$ E) $(-\infty, -3)$
- $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 12$ fonksiyonunun azalan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -2)$ B) $(4, \infty)$ C) $(-\infty, 2) \cup (4, \infty)$
D) $(-4, 2)$ E) $(-2, 4)$
- Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi daima artandır?

A) $y = x^2 + x - 1$ B) $y = x^3 - 6x + 1$
C) $y = x^4 - 8$ D) $y = x^3 + x^2 + 7x$
E) $y = x^3 - 5x - 1$
- $f(x) = x^2 - (a + 2)x + 2a + 1$ fonksiyonunun artan olduğu en geniş aralık $(3, \infty)$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
- $f(x) = \frac{2x+1}{x+5}$ fonksiyonunun artan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-1, \infty)$ B) $(1, \infty)$ C) $(-1, 5)$
D) $\mathbb{R} - \{-5\}$ E) $\mathbb{R}$
- $f(x) = \frac{x^2+mx}{x+3}$ fonksiyonunun daima artan olması için m ne olmalıdır?

A) $m = 3$ B) $m > 3$ C) $m \geq 3$
D) $m < 3$ E) $2 < m < 4$

- $f: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{m\}$, $f(x) = \frac{mx+4}{x+3}$ fonksiyonu azalmayan bir fonksiyon olduğuna göre, m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $m \leq -\frac{4}{3}$ B) $m < -\frac{4}{3}$ C) $m \geq \frac{4}{3}$
D) $m > \frac{4}{3}$ E) $m \leq \frac{4}{3}$
- $f(x) = x^3 + (a + 1)x^2 + 3x + 4$ fonksiyonu $\forall x \in \mathbb{R}$ için artan olduğuna göre, a hangi aralıkta olmalıdır?

A) $(-4, -3)$ B) $(-4, -1)$ C) $(-4, 2)$
D) $(1, 4)$ E) $(2, 4)$
- $y = \frac{x-2}{mx+3}$ fonksiyonunun daima artan olması için m aşağıdakilerden hangisini sağlamalıdır?

A) $m = -1$ B) $m > -\frac{3}{2}$ C) $m < \frac{3}{2}$
D) $m > 1$ E) $m < -1$
- $f(x) = \sqrt{-x^2+7x-12}$ fonksiyonunun daima artan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-7, -\frac{5}{2}\right)$ B) $\left(-\frac{7}{2}, -3\right)$ C) $\left(-\frac{7}{2}, 1\right)$
D) $\left(3, \frac{7}{2}\right)$ E) $(3, 7)$
- $x = at + 3$
 $y = (a + 1)t - 4$ parametrik denklemi ile verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun daima azalan olması için a hangi aralıkta olmalıdır?

A) $(-3, -2)$ B) $(-1, 0)$ C) $(0, 1)$
D) $(1, 2)$ E) $(2, 3)$

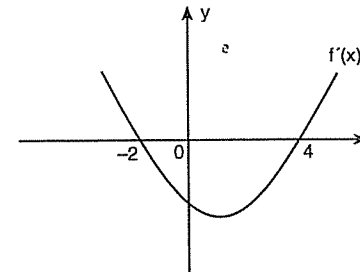
- $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x + 7$ ve $g(x) = 2x + 1$ olduğuna göre, $(f \circ g)(x)$ fonksiyonunun daima azalan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-6, -2)$ B) $(-3, 0)$ C) $(-3, 1)$
D) $(0, 5)$ E) $(0, 7)$
- Uygun koşullarda tanımlanan,
 $y = f(x) = \frac{x+3}{x-5}$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $f'(x) > 0$ B) $f'(6) = 18$ C) $f'(6) = 8$
D) $f'(4) = 16$ E) Daima azalandır.
- $f(x)$ fonksiyonu, x in pozitif ve gerçel her değeri için artan bir fonksiyon olduğuna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi aynı aralıkta azalandır?

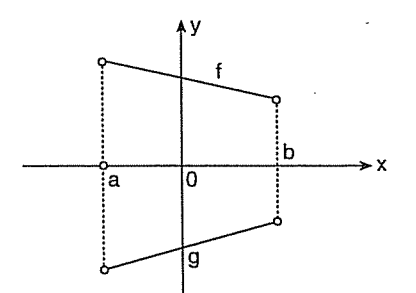
A) $\frac{1}{2}f(x)$ B) $x^3 + f(x)$ C) $x + f(x)$
D) $x^2 - f(x)$ E) $[f(x)]^3$
- $f(x)$ fonksiyonu $(0, b)$ aralığında pozitif ve azalan bir fonksiyon olduğuna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi aynı aralıkta daima artandır?

A) $f(x) - x^2$ B) $[f(x)]^3$ C) $\frac{1}{f(x)}$
D) $5f(x)$ E) $[f(x)]^2$
- $\forall x \in (a, b)$ için $f'(x) < 0$ olduğuna göre, verilen aralıkta aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

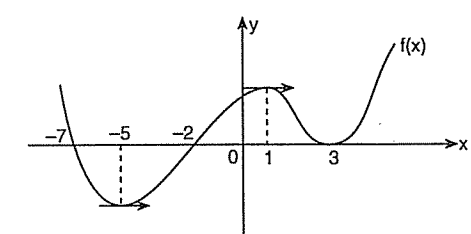
A) $f(x) > 0$ B) $f(x) < 0$ C) $f(a) < f(b)$
D) $f(x) < f(b)$ E) $f(x) < f(a)$
- 

Şekilde $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f(x)$ fonksiyonunun artan olduğu aralıktaki x tam sayılarının toplamı kaçtır?

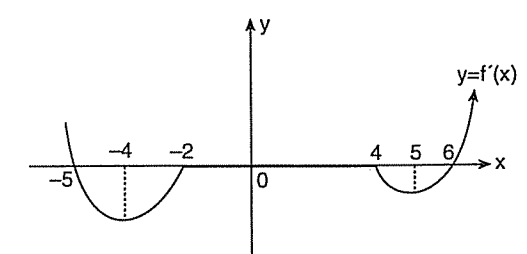
A) -12 B) -7 C) -3 D) 7 E) 9

- 

Şekilde f ve g fonksiyonlarının (a, b) aralığındaki grafikleri verilmiştir. Buna göre aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta daima artandır?

A) $f(x) + g(x)$ B) $f(x) \cdot g(x)$ C) $\frac{f(x)}{g(x)}$
D) $[f(x)]^3$ E) $[g(x)]^2$
- 

Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $f'(-6) < 0$ B) $f(1) \cdot f'(1) = 0$
C) $f(4) \cdot f'(4) > 0$ D) $f'(0) \cdot f'(-8) > 0$
E) $f'(2) \cdot f'(-3) < 0$
- 

Şekilde verilen grafik $y = f'(x)$ fonksiyonuna aittir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $6 < x < 8$ aralığında $f(x)$ artandır.
B) $-5 < x < -4$ aralığında $f(x)$ azalandır.
C) $-2 < x < 4$ aralığında $f(x)$ artandır.
D) $5 < x < 6$ aralığında $f'(x) < 0$
E) $4 < x < 5$ aralığında $f(x)$ azalandır.

TEST 16'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $f'(x) < 0$ olduğu yerde azalır.

$$f(x) = x^3 - 27x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 27$$

$$3x^2 - 27 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 27 \Rightarrow x^2 = 9$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ veya } x = -3 \text{ olur.}$$

x	-3	3
f'(x)	+	-

$(-3, 3)$ aralığında $f'(x) < 0$ dir. $(-3, 3)$ aralığında $(f(x))$ fonksiyonu azalır.

Yanıt B

2. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 12$ fonksiyonunun 1. türevi alınırsa

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 24 \text{ tür. Köklerini bulursak}$$

$$3x^2 - 6x - 24 = 0$$

$$3(x^2 - 2x - 8) = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$x = 4, x = -2$$

İşaret tablosu yapılırsa;

x	-2	4
f'(x)	+	-
f(x)	↗	↘

Fonksiyonunun azalan olduğu aralık $(-2, 4)$ tür.

Yanıt E

3. Bir fonksiyonun daima artan olabilmesi için 1. türevinin daima pozitif olması gerekir.

D şığında verilen fonksiyona bakılırsa

$$f(x) = x^3 + x^2 + 7x$$

$f'(x) = 3x^2 + 2x + 7$ denkleminin diskriminantı incelen-
diğinde

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\Delta = 4 - 84$$

$\Delta = -80$ reel kökleri yoktur. x^2 nin katsayısı pozitif oldu-
ğundan $f'(x) = 3x^2 + 2x + 7$ fonksiyonu $\forall x \in \mathbb{R}$ için

$$f'(x) > 0 \text{ dir.}$$

O halde, $f(x) = x^3 + x^2 + 7x$ fonksiyonu daima artandır.

Yanıt D

4. $f(x) = x^2 - (a + 2)x + 2a + 1$ fonksiyonunun artan oldu-
ğu aralık $(3, \infty)$ ise $x = 3$ noktası yerel ekstremum nok-
tasıdır.

$$f'(3) = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$f'(x) = 2x - (a + 2)$$

$$f'(3) = 6 - a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow a = 4 \text{ tür.}$$

Yanıt D

5. $f(x)$ in artan olması için $f'(x) > 0$ olmalıdır.

$$f'(x) = \frac{2(x+5) - (2x+1)}{(x+5)^2} = \frac{9}{(x+5)^2} \text{ olur.}$$

$$f'(x) = \frac{9}{(x+5)^2} \text{ ifadesi } x = -5 \text{ dışındaki bütün değerler}$$

için sıfırdan büyüktür. O halde $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$ de $f'(x) > 0$ olur.

Yanıt D

6. Verilen fonksiyonunun daima artan olması için $f'(x) > 0$ olmalıdır.

$$f(x) = \frac{x^2 + mx}{x + 3}$$

$$f'(x) = \frac{(2x + m) \cdot (x + 3) - (x^2 + mx)}{(x + 3)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{2x^2 + 6x + mx + 3m - x^2 - mx}{(x + 3)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{x^2 + 6x + 3m}{(x + 3)^2}$$

$(x + 3)^2 > 0$ olduğundan $f'(x) > 0$ olması için

$$x^2 + 6x + 3m > 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$\Delta < 0 \text{ olmalı } \Rightarrow 6^2 - 4 \cdot 3m < 0$$

$$\Rightarrow 12m > 36$$

$$\Rightarrow m > 3 \text{ olmalıdır.}$$

Yanıt B

7. $f(x)$ azalmayan bir fonksiyon olduğuna göre, $f'(x) \geq 0$ dir.

$$f'(x) = \frac{m \cdot (x+3) - (mx+4) \cdot 1}{(x+3)^2} = \frac{mx+3m-mx-4}{(x+3)^2} = \frac{3m-4}{(x+3)^2} \geq 0$$

$(x + 3)^2 > 0$ olduğundan $3m - 4 \geq 0$ yani $m \geq \frac{4}{3}$ olmalıdır.

Yanıt C

8. $f'(x) = 3x^2 + 2(a + 1)x + 3 > 0$ olmalıdır.

x^2 nin katsayısı pozitif olduğundan $f'(x) > 0$ olması için

$\Delta < 0$ olmalıdır.

$$\Delta = 4 \cdot (a + 1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 4 \cdot [(a + 1)^2 - 9] = 0$$

$$\Rightarrow (a + 1)^2 = 9$$

$$-3 < a + 1 < 3$$

$$-4 < a < 2$$

Bu durumda $-4 < a < 2$ için $f(x)$ artandır.

Yanıt C

$$9. y = \frac{x-2}{mx+3}$$

$$y' = \frac{(x-2)' \cdot (mx+3) - (x-2) \cdot (mx+3)'}{(mx+3)^2} > 0 \text{ olmalı}$$

$$= \frac{mx+3 - (x-2) \cdot m}{(mx+3)^2} > 0$$

$$= \frac{mx+3 - mx+2m}{(mx+3)^2} > 0$$

$$= \frac{3+2m}{(mx+3)^2} > 0$$

$$\Rightarrow 3+2m > 0$$

$$m > -\frac{3}{2} \text{ olmalıdır.}$$

Yanıt B

10. $f(x)$ in artan olması için $f'(x) > 0$ olmalıdır.

$$f'(x) = \frac{-2x+7}{2\sqrt{-x^2+7x-12}} > 0 \Rightarrow -2x+7 > 0$$

$$\Rightarrow x \neq 3 \text{ ve } x < \frac{7}{2} \text{ olur. ... (I)}$$

Ancak fonksiyonun tanımlı olması için

$$-x^2 + 7x - 12 \geq 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$-x^2 - 7x + 12 \leq 0$$

$$(x-3)(x-4) \leq 0$$

Kökler $x = 3$ ve $x = 4$ olur.

x	3	4
$-x^2 + 7x - 12$	-	+

$-x^2 + 7x - 12 \geq 0$ olması için, $3 \leq x \leq 4$ olmalıdır. (II)

I. ve II. eşitsizliklerinden $3 < x < \frac{7}{2}$ bulunur.

Yanıt D

$$11. \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{(a+1)}{a}$$

fonksiyon azalan olduğundan $\frac{dy}{dx} < 0$ olmalıdır.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(a+1)}{a} < 0 \Rightarrow \frac{-1}{+} \quad \frac{0}{-} \quad \frac{+}{+}$$

fonksiyon $(-1, 0)$ aralığında azalır.

Yanıt B

12. $(f \circ g)(x)$ in azalan olması için $(f \circ g)'(x) < 0$ olmalıdır.

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$f'(x) = 3x^2 + 12x - 15 = 3(x^2 + 4x - 5) = 3 \cdot (x+5)(x-1)$$

$$f'(g(x)) = 3 \cdot (2x+1+5) \cdot (2x+1-1) = 3 \cdot (2x+6) \cdot 2x = 6x(2x+6)$$

$$g'(x) = 2$$

$$(f \circ g)'(x) = 12 \cdot (2x+6) \cdot x$$

Kökler $x = -3$ ve $x = 0$ dir.

	-3	0
f'(x)	+	-
f(x)	↗	↘

Fonksiyon $(-3, 0)$ aralığında daima azalır.

Yanıt B

13.

$$f(x) = \frac{x+3}{x-5}$$

Bölümün türevinden;

$$f'(x) = \frac{x-5-(x+3)}{(x-5)^2} = \frac{x-5-x-3}{(x-5)^2} = \frac{-8}{(x-5)^2}$$

$(x-5)^2 > 0$ olduğundan 5 dışında bütün x değerleri için $f'(x) < 0$ olduğundan $f(x)$ daima azalandır.

Yanıt E

14. $f(x)$ fonksiyonu x in pozitif ve gerçel her değeri için artan bir fonksiyon olduğundan $x > 0$ ve $f'(x) > 0$ dir.

A) $\left(\frac{1}{2}f(x)\right)' = \frac{1}{2}f'(x) > 0$

B) $[x^3 + f(x)]' = 3x^2 + f'(x) > 0$

C) $[x + f(x)]' = 1 + f'(x) > 0$

D) $[x^2 - f(x)]' = -\frac{2}{x^3} - f'(x) < 0$

E) $[f(x)^3]' = 3(f(x))^2 \cdot f'(x) > 0$

Aynı aralıkta azalan olan fonksiyon D seçeneğindedir.

Yanıt D

15. $f(x)$ fonksiyonu $(0, b)$ aralığında azalan olduğu için $f'(x) < 0$ dir. Aynı zamanda $f(x) > 0$ dir.

Verilen fonksiyonlardan 1. türevi pozitif olan fonksiyon artandır.

★ A seçeneğinde $[f(x) - x^2]' = f'(x) - 2x < 0$ olduğundan azalandır.

★ B seçeneğinde $[(f(x))^3]' = 3 \cdot \underbrace{f^2(x)}_{+} \cdot \underbrace{f'(x)}_{-} < 0$ olduğundan azalandır.

★ C seçeneğinde $\left[\frac{1}{f(x)}\right]' = -\frac{f'(x)}{f^2(x)} > 0$ olduğundan artandır.

★ D seçeneğinde $[5f(x)]' = 5 \cdot \underbrace{f'(x)}_{-} < 0$ olduğundan azalandır.

★ E seçeneğinde $[f^2(x)]' = 2 \cdot \underbrace{f(x)}_{+} \cdot \underbrace{f'(x)}_{-} < 0$ olduğundan azalandır.

Yanıt C

16. $f'(x) < 0$ olduğundan $f(x)$ azalan bir fonksiyondur.

Dolayısıyla $\forall x \in (a, b)$ için $f(a) > f(x) > f(b)$ olur.

Yanıt E

17. $f(x)$ in artan olduğu aralıkta;

$$f'(x) > 0 \text{ dir.}$$

Grafiğe göre; $(-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$ bölgesinde $f(x)$ artandır. Bu aralıktaki $\dots, -6, -5, -4, -3, 5, 6, \dots$ tam sayılarının toplamı

$$\dots + (-6) + (-5) + (-4) + (-3) + 5 + 6 + \dots = -7 \text{ dir.}$$

Yanıt B

18. $f(x)$ fonksiyonu (a, b) aralığında pozitif ve azalandır.

$$\Rightarrow f(x) > 0, f'(x) < 0$$

$g(x)$ fonksiyonu (a, b) aralığında negatif ve artandır

$$\Rightarrow g(x) < 0, g'(x) > 0$$

A seçeneğinde $[f(x) + g(x)]' = \underbrace{f'(x)}_{-} + \underbrace{g'(x)}_{+}$

B seçeneğinde $[f(x)g(x)]' = \underbrace{f'(x)}_{-} \underbrace{g(x)}_{-} + \underbrace{g'(x)}_{+} \underbrace{f(x)}_{+} > 0$,

fonksiyon artandır.

C seçeneğinde $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{\underbrace{f'(x)}_{-} \cdot \underbrace{g(x)}_{-} - \underbrace{g'(x)}_{+} \cdot \underbrace{f(x)}_{+}}{g^2(x)} < 0$

D seçeneğinde $[(f(x))^3]' = 3 \cdot \underbrace{f^2(x)}_{+} \cdot \underbrace{f'(x)}_{-} < 0$ azalandır.

E seçeneğinde $[g(x)^2]' = 2 \cdot \underbrace{g(x)}_{-} \cdot \underbrace{g'(x)}_{+} < 0$ azalandır.

Yanıt B

19. A seçeneğinde, $y = f(x)$ fonksiyonu $-\infty < x < -5$ aralığında azalan olduğu için $f'(-6) < 0$ dir.

B seçeneğinde, $x = 1$ fonksiyonun maksimum noktası olduğundan $f'(1) = 0$ dir.

C seçeneğinde $3 < x < \infty$ aralığında fonksiyon artan olduğundan $f'(4) > 0$ dir. Ayrıca $f(4) > 0$ olduğundan $f(4) \cdot f'(4) > 0$ olur.

D seçeneğinde, $-5 < x < 1$ aralığında artan olduğundan $f'(0) > 0$ ve

$-\infty < x < -5$ aralığında azalan olduğundan $f'(-8) < 0$ dir.

Yani $f'(0) \cdot f'(-8) < 0$ olur. (YANLIŞTIR)

E seçeneğinde $1 < x < 3$ aralığında azalan olduğundan $f'(2) < 0$ ve $-5 < x < 1$ aralığında artan olduğundan $f'(-3) > 0 \Rightarrow f'(2) \cdot f'(-3) < 0$ olur.

Yanıt D

20. $-2 < x < 4$ aralığında $f'(x) = 0$ olduğundan, $f(x)$ bu aralıkta sabit fonksiyondur.

Yanıt C

TEST 17

ARTAN ve AZALAN FONKSİYONLAR

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = ax^3 - bx^2 - 9x + 7$ fonksiyonu $(-1, 3)$ aralığında azalan bir fonksiyon olduğuna göre, $(a + b)$ toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $y = x^3 + ax^2 + 2x + 6$ fonksiyonu daima artan olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $a^2 - 6 > 0$ B) $4a^2 - 6 > 0$ C) $3a^2 - 3 < 0$
D) $a^2 - 6 < 0$ E) $a^2 + 6 < 0$

3. $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 2 \cos x - 2 \sin x$ fonksiyonunun artan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ B) $\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$ C) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$
D) $\left(\pi, \frac{3\pi}{4}\right)$ E) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$

4. $f: \mathbb{R} - \{4\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{-x^2 + a}{-x + 4}$ fonksiyonunun daima

artan olması için a nın alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) 15 B) 17 C) 18 D) 19 E) 21

5. $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$ fonksiyonu aşağıdaki

aralıkların hangisinde daima artandır?

A) $(-\infty, \infty)$
B) $(-\infty, \infty) - \{2\}$
C) $(2, \infty)$
D) $(-\infty, 2)$
E) Daima artan olduğu aralık yoktur.

6. $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ fonksiyonu aşağıdakilerin hangisinde daima artandır?

A) $2 < x$ B) $-1 < x < 1$ C) $-2 < x < 0$
D) $0 < x < 2$ E) $0 < x < 1$

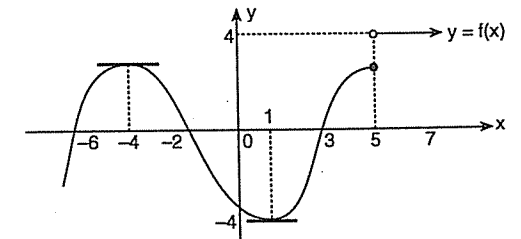
7. $x \in (-\infty, 0)$ olmak üzere $f(x)$ fonksiyonu $(-\infty, 0)$ aralığında azalan ise aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

A) $f'(-4) < f'(-5)$ B) $\frac{f'(-2)}{x} < 0$ C) $2x \cdot f'(-1) > 0$
D) $\frac{f(2)}{f'(-2)} = 2$ E) $x^5 + f'(-3) = 0$

8. $f(x)$ fonksiyonu $(0, \infty)$ aralığında pozitif değerli azalan bir fonksiyon olduğuna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi aynı aralıkta artandır?

A) $\frac{4}{f(x)}$ B) $-\frac{1}{f(x)}$ C) $[f(x)]^3$
D) $[f(x)]^2$ E) $-\frac{1}{[f(x)]^2}$

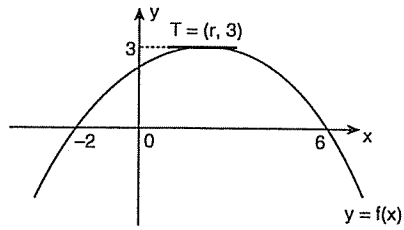
9.



$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $f'(-5) > 0$ B) $f'(-4) = 0$ C) $f'(7) = 0$
D) $f'(2) > 0$ E) $f'(-3) > 0$

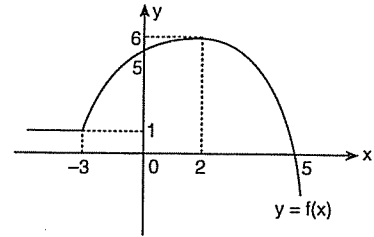
10.



Tepe noktası $T(r, 3)$ olan $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $f(2) > 0$ B) $f(5) = 0$ C) $f(-1) < 0$
D) $f(-2) > 0$ E) $f(0) > 0$

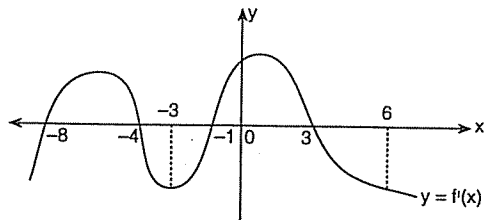
11.



$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $f(-2) < f(5)$ B) $f(0) > f(2)$ C) $f(2) < f(3)$
D) $f(-4) = f(4)$ E) $f(0) = f(3)$

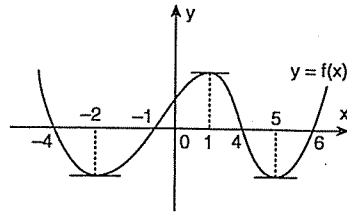
12.



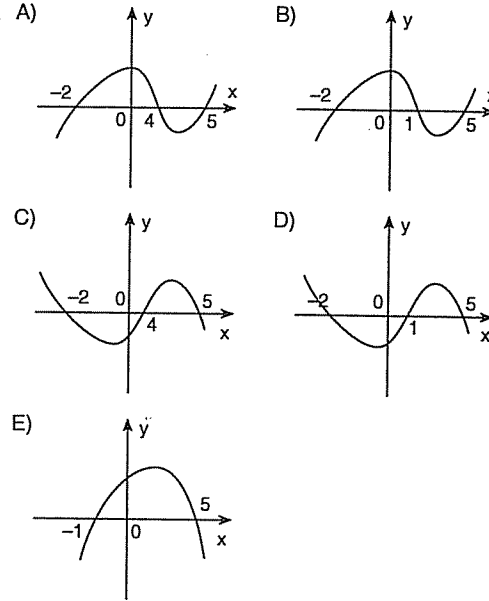
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $(-8, -4)$ aralığında azalır.
B) $(-4, 3)$ aralığında artar.
C) $(6, \infty)$ aralığında sabit fonksiyondur.
D) $(-1, 3)$ aralığında artar.
E) $(0, 3)$ aralığında azalır.

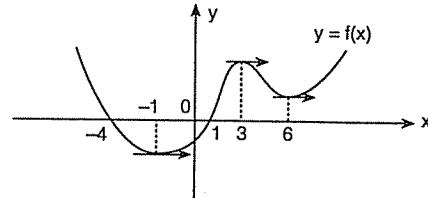
13.



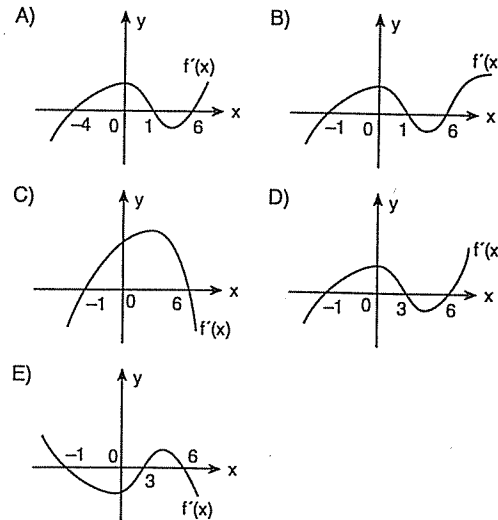
Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



14.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



TEST 17'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x)$ fonksiyonu $(-1, 3)$ aralığında azalan bir fonksiyon ise bu aralıkta $f'(x) < 0$ olmalıdır.

$f'(x) = 3ax^2 - 2bx - 9$ fonksiyonunun kökleri

$x = -1$ ve $x = 3$ olacağından.

$$\begin{aligned} x = -1 &\Rightarrow 3a + 2b - 9 = 0 \\ x = 3 &\Rightarrow 27a - 6b - 9 = 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} &3a + 2b = 9 \dots (I) \\ &27a - 6b = 9 \end{aligned} \quad \begin{aligned} &I \text{ ve } II \text{ den} \\ &3a + 2b = 9 \\ &+ 9a - 2b = 3 \\ &\hline 12a = 12 \\ &a = 1 \text{ ve } b \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$a + b = 1 + 3 = 4$ bulunur.

Yanıt D

2. $y' > 0$ olmalı

$3x^2 + 2ax + 2 > 0$ olması için $\Delta < 0$ olmalı.

$(2a)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 < 0 \Rightarrow 4a^2 - 24 < 0 \Rightarrow a^2 - 6 < 0$ olur.

Yanıt D

3. $f'(x) = -2\sin x - 2\cos x$ ise $f'(x) > 0$ olmalıdır.

$-2\sin x - 2\cos x > 0$

$\sin x + \cos x > 0$

$\sin x < -\cos x$ olmalıdır. $\sin x = -\cos x$ denkleminin kökleri,

$$x_1 = \frac{3\pi}{4} \text{ ve } x_2 = \frac{7\pi}{4} \text{ bulunur.}$$

x	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$
f(x)	-	+

$\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$ aralığında artandır.

Yanıt B

4. $f(x)$ in daima artan olabilmesi için, $f(x)$ in sıfırdan büyük olması gerekir.

$$f'(x) = \frac{-2x(-x+4) - (-1)(-x^2+a)}{(-x+4)^2} = \frac{x^2 - 8x + a}{(-x+4)^2} > 0$$

$x \neq 4$ için $(-x+4)^2 > 0$ olduğundan $x^2 - 8x + a > 0$ olmalıdır.

$\Delta < 0$ ise

$64 - 4 \cdot 1 \cdot a < 0 \Rightarrow 16 < a$ bulunur. Dolayısıyla en küçük tamsayı değeri 17 bulunur.

Yanıt B

5. $f(x)$ in artan olduğu aralıkta $f'(x) > 0$ olmalıdır.

$$f'(x) = \frac{3(x-2) - (3x+1)}{(x-2)^2} = \frac{-7}{(x-2)^2} > 0$$

$x \neq 2$ için $(x-2)^2 > 0$ ve $-7 < 0$ için $f'(x) < 0$ olacağından $f(x)$ her yerde azalır. Fonksiyonun artan olduğu aralık yoktur. Yanıt E

6. $f(x)$ in artan olduğu aralıkta $f'(x) > 0$ olur.

$$f'(x) = \frac{x^2 + 1 - 2x \cdot x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2}$$

payda daima pozitif olacağından payın kökünü bulalım.

$$-x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x_1 = 1 \text{ ve } x_2 = -1$$

x	-1	1
f'(x)	-	+
f(x)	azalan	artan

Artan olduğu aralık $-1 < x < 1$ olur.

Yanıt B

7. $f(x)$ fonksiyonu $(-\infty, 0)$ aralığında azalan olduğundan aynı aralıkta $f'(x) < 0$ dir. Buna göre,

A) $f'(-5) < f'(-4)$ dür. (Yanlış)

B) $f'(-2) < 0$ ve $x < 0$ olduğundan $\frac{f'(-2)}{x} > 0$ olmalıdır. (Yanlış)

C) $x < 0$ ve $f'(-1) < 0$ olduğundan $2x \cdot f'(-1) > 0$ olur. (Doğru)

D) $f(2)$ değeri bulunamaz. Dolayısıyla $\frac{f(2)}{f(-2)}$ olduğu bilinemez. (Yanlış)

E) $x^5 < 0$ ve $f'(-3) < 0$ olduğundan $x^5 + f'(3) < 0$ dir. (Yanlış) Yanıt C

8. $f(x)$ pozitif değerli azalan fonksiyon ise $f'(x) < 0$ dir.

$$A) y = \frac{4}{f(x)} \Rightarrow y' = \frac{-4f'(x)}{[f(x)]^2} > 0 \text{ ise } y \text{ artandır.}$$

$$B) y = \frac{-1}{f(x)} \Rightarrow y' = \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} < 0 \text{ ise } y \text{ azalır.}$$

$$C) y = [f(x)]^3 \Rightarrow y' = 3[f(x)]^2 \cdot f'(x) < 0 \text{ ise azalır.}$$

$$D) y = [f(x)]^2 \Rightarrow y' = 2f(x) \cdot f'(x) < 0 \text{ ise } y \text{ azalır.}$$

$$E) y = -\frac{1}{[f(x)]^2} \Rightarrow y' = -\frac{2f(x) \cdot f'(x)}{[f(x)]^3} < 0 \text{ ise } y \text{ azalır.}$$

Yanıt A

9.

x	$-\infty$	-4	1	5	∞
f(x)	Artan	Azalan	Artan	Sabit	
f'(x)	+	-	+	0	

f(x) artan fonksiyon ise $f'(x) > 0$

f(x) azalan fonksiyon ise $f'(x) < 0$ olmalıdır.

Buna göre,

- A) $x = -5$ için f(x) artandır ve $f'(-5) > 0$ olmalıdır. (Doğru)
- B) $x = -4$ noktasında yerel maksimum değeri olduğundan $x = -4$ değeri türevin köküdür ve $f'(-4) = 0$ olur. (Doğru)
- C) $x = 7$ için f(x) sabit fonksiyon olduğundan $f'(7) = 0$ dır. (Doğru)
- D) $x = 2$ için f(x) artandır ve $f'(2) > 0$ olmalıdır. (Doğru)
- E) $x = -3$ için f(x) azalandır ve $f'(-3) < 0$ olmalıdır. (Yanlış)

Yanıt E

10. f(x) fonksiyonu $(-\infty, 2)$ aralığında artan, $(2, \infty)$ aralığında azalan ve $(2, 3)$ noktasında yerel maksimumu olan bir fonksiyon olduğuna göre,

- A) $x = 2$ için $f'(2) = 0$ olmalıdır. (Yanlış)
- B) $f'(5) < 0$ azalan fonksiyondur. (Yanlış)
- C) $f'(-1) > 0$ artan fonksiyondur. (Yanlış)
- D) $f'(-2) > 0$ artan fonksiyondur. (Doğru)
- E) $f'(0) > 0$ artan fonksiyondur. (Yanlış)

Yanıt D

11.

x	$-\infty$	-3	2	∞
f(x)	Sabit	Artan	Azalan	
f'(x)	0	+	-	

- A) $f'(-2) > 0$ ve $f'(5) = 0$ olduğundan $f'(-2) < f'(5)$ olmaz.
- B) $f'(0) > 0$ ve $f'(2) = 0$ olduğundan $f'(0) > f'(2)$ kesinlikle doğrudur.
- C) $f'(2) = 0$ ve $f'(3) < 0$ olduğundan $f'(2) < f'(3)$ yanlıştır.
- D) $f'(-4) = f'(4)$ eşitliği kesinlikle yanlıştır.
- E) $f'(0) > 0$ ve $f'(3) < 0$ olduğundan kesinlikle yanlıştır.

Yanıt B

12.

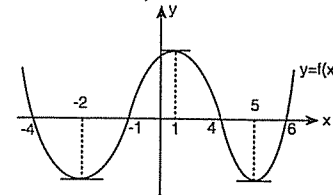
x	$-\infty$	-8	-4	-1	3	∞
f(x)	-	+	-	+	-	
f'(x)						

- A) $(-8, -4)$ aralığında $f'(x) > 0$ olduğundan f(x) artandır. (Yanlış)

- B) $(-4, -3)$ aralığında $f'(x) < 0$ olduğundan f(x) azalandır. (Yanlış)
- C) $(6, \infty)$ aralığında $f'(x) < 0$ olduğundan f(x) azalandır. (Yanlış)
- D) $(-1, 3)$ aralığında $f'(x) > 0$ olduğundan f(x) artandır. (Yanlış)
- E) $(0, 3)$ aralığında $f'(x) > 0$ olduğundan f(x) artandır. (Yanlış)

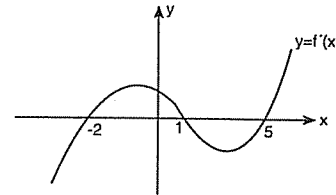
Yanıt D

13.



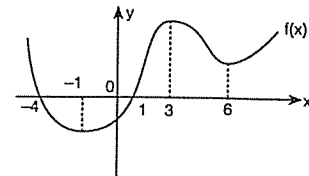
fonksiyonun grafiğinden

- * $(-\infty, -2)$ aralığında f(x) azalan olduğundan $f'(x) < 0$
- * $x = -2$ noktasında f(x) yerel minimum olduğundan $f'(-2) = 0$
- * $(-2, 1)$ aralığında f(x) artan olduğundan $f'(x) > 0$
- * $x = 1$ noktasında f(x) yerel maksimum olduğundan $f'(1) = 0$
- * $(1, 5)$ aralığında f(x) azalan olduğundan $f'(x) < 0$
- * $x = 5$ noktasında f(x) yerel minimum olduğundan $f'(5) = 0$
- * $(5, \infty)$ aralığında f(x) artan olduğundan $f'(x) > 0$ olur.
- O halde, $f'(x)$ in grafiği şekildeki gibidir.



Yanıt B

14.



$x = -1, 3$ ve 6 noktaları fonksiyonunun ekstremum noktalarıdır.

$f'(-1) = 0$, $f'(3) = 0$ ve $f'(6) = 0$ olmalıdır. D ve E seçeneğindeki grafiklerde bu koşul sağlanır. $(-\infty, -1)$ aralığında fonksiyon azalan olduğundan, bu aralıkta $f'(x) < 0$ olmalıdır.

Yanıt D

TEST 18

TÜREVİN GEOMETRİK ANLAMI

1. $y = x^3 + x$ eğrisinin $x = 1$ apsisli noktasındaki teğetin eğimi kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $f(x) = \frac{x+2\sqrt{x+1}}{x}$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktasındaki teğetin eğimi kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $f(x) = x^3 - 1$ eğrisinin üzerindeki $x = 1$ apsisli noktasından çizilen teğetin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 3x - 4$ B) $y = 3x - 3$
 C) $y = 3x + 1$ D) $y = 3x - 1$
 E) $y = 3x + 3$

4. $x^3 + y^3 - xy + mx = 8$ eğrisinin üzerindeki $A(1, 1)$ noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) $\frac{9}{2}$ B) 4 C) $-\frac{7}{2}$ D) -4 E) $-\frac{9}{2}$

5. $f(x) = \frac{2x+3}{x^2-mx+1-m}$ fonksiyonunun $x = -1$ apsisli noktasındaki teğetin eğimi 1 olduğuna göre, m kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

6. $y = 2x^2 - 5x + 1$ eğrisine üzerindeki $A(1, -2)$ noktasından çizilen normalin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = x + 2$ B) $y = x - 2$ C) $y = -x - 1$
 D) $y = x - 3$ E) $y = x + 1$

7. $y = x^2 + 4$ parabolüne üzerindeki $x = 1$ apsisli noktasından çizilen teğet ile koordinat eksenlerinin oluşturduğu üçgenin alanı kaç birim karedir?

A) 9 B) $\frac{9}{2}$ C) 3 D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{9}{8}$

8. $y = x^2 + mx + n$ eğrisinin $x = 1$ apsisli noktasındaki teğeti $y = x + 2$ doğrusu olduğuna göre, m kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

9. $f(x) = 3^{\sin x}$ fonksiyonunun $x = \frac{\pi}{2}$ noktasındaki teğeti-
nin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x + 3 = 0$ B) $y - 3x = 0$ C) $x - 3y = 0$
D) $y = 3$ E) $x = 3$

10. $y = x^3 + ax^2 - x + 1$ eğrisinin $y = -3 - x$ doğrusuna teğet olduğu noktanın apsisi $x = 2$ olduğuna göre, a kaç olmalıdır?
A) -3 B) -2 C) 0 D) 1 E) 2

11. $y = x$ doğrusu $y = x^2 + ax + b$ parabolüne $x = 1$ apsisi noktasında teğet olduğuna göre, $(2a + b)$ toplamı kaçtır?
A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

12. $x^2 + y^2 - 3xy + 1 = 0$ eğrisinin $A(1, 2)$ noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?
A) 4 B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$

13. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$ fonksiyonunun $x = 4$ apsisi noktasındaki teğeti x eksenini orijinden kaç birim uzaklıkta keser?
A) 28 B) 24 C) 20 D) 16 E) 10

14. $y = x^2 + 1$ eğrisinin hangi noktasındaki teğeti $y = \frac{3}{2}x - 5$ doğrusuna diktir?
A) $(-1, -3)$ B) $(-\frac{1}{2}, 3)$ C) $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{9})$
D) $(-2, 1)$ E) $(-\frac{1}{3}, \frac{10}{9})$

15. $y = x^2 + (m + 3)x + 3m$ fonksiyonunun grafiği x eksenine teğet olduğuna göre, m kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 3

16. $y = x^3 - mx^2 + n$ eğrisinin x eksenine $x = 2$ apsisi noktasında teğet olması için m kaç olmalıdır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

17. $y = x^2 - 2x + 6$ eğrisinin x eksenine pozitif yönde 135° lik açı yapan teğetinin eğriye değme noktasının ordinatı kaçtır?
A) $\frac{11}{2}$ B) $\frac{21}{4}$ C) 5 D) $\frac{19}{4}$ E) $\frac{9}{2}$

18. $y = -x^2 + 1$ eğrisinin $2y = -x + 1$ doğrusuna dik olan teğetinin değme noktasının koordinatları toplamı kaçtır?
A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

TEST 18'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $x = 1$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(1)$ dir.
 $f(x) = x^3 + x$
 $f'(x) = 3x^2 + 1$
 $f'(1) = 3 \cdot 1 + 1 = 4$

Yanıt D

2. $x = 1$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(1)$ dir.
 $f(x) = \frac{2\sqrt{x} + x + 1}{x}$
 $f'(x) = \frac{\left(2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1\right) \cdot x - (2\sqrt{x} + 1 + x) \cdot 1}{x^2}$
 $f'(1) = \frac{(1+1) \cdot 1 - (2 \cdot 1 + 1 + 1)}{1}$
 $= 2 - 4$
 $f'(1) = -2$ bulunur.

Yanıt A

3. $x = 1$ için $f(1) = 1^3 - 1 = 0$
Teğet $(1, 0)$ noktasından geçer.
 $f(x) = x^3 - 1$
 $f'(x) = 3x^2 \Rightarrow m_T = f'(1) = 3$
Doğrunun eğimi 3 tür.
 $A(1, 0)$ noktasından geçen $m_T = 3$ olan doğrunun denklemini, $y - 0 = 3(x - 1) \Rightarrow y = 3x - 3$

Yanıt B

4. $(1, 1)$ noktası eğri denklemini sağlayacaktır.
 $x^3 + y^3 - xy + mx = 8$
 $1 + 1 - 1 + m = 8$
 $m = 7$
 $F(x, y) = x^3 + y^3 - xy + 7x - 8 = 0$
 $\frac{dy}{dx} = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{3x^2 - y + 7}{3y^2 - x}$, $(1, 1)$ noktası için
 $= -\frac{3 \cdot 1^2 - 1 + 7}{3 \cdot 1^2 - 1} = -\frac{9}{2}$
 $m_t = F'(1, 1) = -\frac{9}{2}$

Yanıt E

5. $x = -1$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(-1) = 1$ dir.
 $f'(x) = \frac{2 \cdot (x^2 - mx + 1 - m) - (2x + 3) \cdot (2x - m)}{(x^2 - mx + 1 - m)^2}$
 $f'(-1) = \frac{2 \cdot (1 + m + 1 - m) - (-2 + 3) \cdot (-2 - m)}{(1 + m + 1 - m)^2} = 1$
 $f'(-1) = \frac{4 + m + 2}{4} = 1$
 $\Rightarrow m = -2$

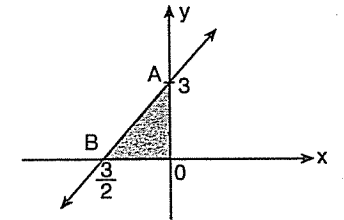
Yanıt B

6. $(1, -2)$ noktasında eğrinin teğetinin eğimi $f'(1)$ dir.
 $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$
 $f'(x) = 4x - 5$
 $m_T = f'(1) = 4 - 5 = -1$
Teğet ve normal doğruları dik olduğundan,
 $m_T \cdot m_N = -1$ dir.
 $-1 \cdot m_N = -1$
 $m_N = 1$ dir.
Eğimi 1 olan ve $(1, -2)$ noktasından geçen doğru denklemini,
 $y + 2 = 1 \cdot (x - 1)$
 $y = x - 3$ tür.

Yanıt D

7. $f(x) = x^2 + 4$ fonksiyonunun $x = 1$ deki teğetinin eğimi $f'(1)$ dir.
 $f'(x) = 2x$
 $f'(1) = 2 \Rightarrow m_T = 2$ olur.
 $x = 1$ için $y = 1^2 + 4 = 5$ dir.
 $(1, 5)$ noktasından geçen ve $m_T = 2$ olduğundan
 $y - 5 = 2(x - 1) \Rightarrow y - 2x - 3 = 0$ teğetin denklemini olur.
Teğet doğrusu $x = 0$ için $y = 3$

$$y = 0 \text{ için } x = -\frac{3}{2}$$



Oluşan üçgenin alanı;

$$\text{Alan}(AOB) = \frac{3 \cdot \frac{3}{2}}{2} = \frac{9}{4} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

Yanıt D

8. $x = 1$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(1)$ dir.
 $y = x + 2$ teğet denklemi olduğundan $m_T = 1$ olur.
 $f(x) = x^2 + mx + n$
 $f'(x) = 2x + m$
 $f'(1) = 2 + m = 1$
 $m = -1$

Yanıt A

9. $f(x) = 3^{\sin x}$ fonksiyonunun $x = \frac{\pi}{2}$ noktasındaki teğeti-

nin eğimi $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ dir.

$$f(x) = 3^{\sin x}$$

$$f'(x) = (\sin x)' \cdot 3^{\sin x} \cdot \ln 3$$

$$f'(x) = \cos x \cdot 3^{\sin x} \cdot \ln 3$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = m_T = \cos \frac{\pi}{2} \cdot 3^{\sin \frac{\pi}{2}} \cdot \ln 3 = 0$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3^{\sin \frac{\pi}{2}} = 3^1 = 3$$

Eğimi $m = 0$ olan ve $\left(\frac{\pi}{2}, 3\right)$ noktasından geçen doğru

denklemini yazılırsa; $y - y_0 = m(x - x_0)$

$$y - 3 = 0 \cdot (x - \frac{\pi}{2})$$

$$y = 3 \text{ tür.}$$

Yanıt D

10. $y = -3 - x$ doğrusunun eğimi x in katsayısıdır.

$$m_T = -1 \text{ dir. ve } f'(2) = -1 \text{ dir.}$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 - x + 1$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax - 1$$

$$f'(2) = 3 \cdot 2^2 + 2 \cdot a \cdot 2 - 1 = -1$$

$$f'(2) = 12 + 4a - 1 = -1$$

$$\Rightarrow 4a = -12$$

$$\Rightarrow a = -3$$

Yanıt A

11. $y = x$ doğrusunun eğimi $m_T = 1 = f'(1)$ dir.

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

$$f'(x) = 2x + a$$

$$f'(1) = 2 + a = 1 \Rightarrow a = -1$$

$$y = x \text{ doğrusunda } x = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ dir.}$$

$$(1, 1) \text{ noktası eğrinin de üzerinde olduğundan,}$$

$$f(1) = 1 \Rightarrow 1 + a + b = 1$$

$$\Rightarrow b = -a \Rightarrow b = 1$$

$$2a + b = -2 + 1 = -1 \text{ olur.}$$

Yanıt C

12. $F(x, y) = x^2 + y^2 - 3xy + 1$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x-3y}{2y-3x} \text{ dir.}$$

$A(1, 2)$ noktası için teğetin eğimi,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2 \cdot 1 - 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 - 3 \cdot 1} = -\frac{-4}{1} = 4 \text{ tür.}$$

$F(x, y)$ fonksiyonunun $A(1, 2)$ noktasındaki teğetin eğimi $m_t = 4$ ise normalin eğimi,

$$m_t \cdot m_n = -1 \Rightarrow 4 \cdot m_n = -1 \Rightarrow m_n = -\frac{1}{4} \text{ olur.}$$

Yanıt E

13. $f(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f(4) = \frac{\sqrt{4}+1}{\sqrt{4}} \Rightarrow f(4) = \frac{3}{2}$ dir.

Teğet $\left(4, \frac{3}{2}\right)$ noktasından geçer ve teğetin eğimi

$$m_T = f'(4) \text{ tür.}$$

$$m_T = f'(4) \Rightarrow f(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

$$\Rightarrow f'(4) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{64} = -\frac{1}{128}$$

$$\left(4, \frac{3}{2}\right) \text{ noktasından geçen ve eğimi } -\frac{1}{128} \text{ olan}$$

$$\text{doğrusunun denklemi, } y - \frac{3}{2} = -\frac{1}{128}(x - 4)$$

$$16y - 24 = -x + 4 \text{ olur.}$$

$$y = 0 \text{ için } x = 28 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

14. Verilen doğrunun eğimi;

$$m = \frac{3}{2} \text{ dir. Diklik bağıntısından}$$

$$m_1 \cdot m_T = -1$$

$$\frac{3}{2} \cdot m_T = -1$$

$$\Rightarrow m_T = -\frac{2}{3}$$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$\Rightarrow f'(x) = m_T$$

$$f'(x) = 2x = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{3} \text{ için}$$

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 1 = \frac{10}{9}$$

O halde, $y = x^2 + 1$ eğrisinin

$$\left(-\frac{1}{3}, \frac{10}{9}\right) \text{ noktasındaki teğeti, } y = \frac{3}{2}x - 5$$

doğrusuna diktir.

Yanıt E

15. $f(x) = x^2 + (m+3)x + 3m \Rightarrow f'(x) = 2x + m + 3$ olur.

Eğri x eksenine teğet olduğuna göre, bu noktadaki teğetin eğimi sıfırdır. Eğrinin x eksenini kestiği nokta için,

$$0 = x^2 + (m+3)x + 3m \Rightarrow (x+m)(x+3) = 0 \text{ dir.}$$

x eksenini, $x = -m$ ve $x = -3$ noktalarında keser.

x eksenine teğet olacağından,

$$f'(-m) = 0 \text{ veya } f'(-3) = 0 \text{ dir.}$$

$$-2m + m + 3 = 0 \text{ veya } -6 + m + 3 = 0$$

$$m = 3 \text{ veya } m = 3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

16. x eksenine $y = 0$ doğrusu olduğundan teğetin $x = 2$ noktasındaki eğimi sıfırdır.

$$f'(2) = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$f(x) = x^3 - mx^2 + n$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2mx$$

$$f'(2) = 12 - 4m = 0$$

$$4m = 12$$

$$m = 3$$

Yanıt C

17. Bir doğrunun eğimi x eksenine ile pozitif yönde yaptığı açının tanjantıdır.

$$m_T = \tan 135^\circ = -1$$

$$f'(x) = 2x - 2 = -1$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ değme noktasının apsisi.}$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 6$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 6$$

$$= \frac{1}{4} - 1 + 6$$

$$= \frac{21}{4}$$

Yanıt B

18. $2y = -x + 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ doğrusunun eğimi

$$m_d = -\frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$$m_t \cdot m_d = -1$$

$$m_t \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

$$m_t = 2 = f'(x)$$

$$f(x) = -x^2 + 1$$

$$f'(x) = -2x = 2$$

$$x = -1$$

$x = -1$ noktası eğri denklemini sağlamalıdır.

$$f(-1) = -(-1)^2 + 1 = 0$$

Nokta $(-1, 0)$ dir. O halde, koordinatlar toplamı -1 dir.

Yanıt C

1. $y = f(x) = x^2 - 2ax + b$ fonksiyonuna $A(3, -5)$ noktasından çizilen teğet $2x - y + m = 0$ doğrusuna paralel olduğuna göre, a, b değeri kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

2. $y = f(x) = 2x^2 - mx + n$ fonksiyonuna $A(1, 2)$ noktasından çizilen teğet $x + 3y + a = 0$ doğrusuna dik olduğuna göre, m, n değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $f(\sin x) = \cos 2x$ olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun $x = \frac{1}{2}$ apsisli noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) -5 B) -3 C) -2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{6}$

4. $y^2 = 2x + 6$ eğrisinin orijine en yakın noktasındaki teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $2x + y = 5$ B) $2y - x = 5$ C) $y = 3x$
D) $x = y - 1$ E) $y = -x$

5. $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 8x + 13$ fonksiyonunun eğrisine üzerindeki noktalardan çizilen teğetlerden en küçük eğime sahip olan doğrunun eğimi kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $f(x) = x^2 + 4x + a$ eğrisine x eksenini kestiği noktalardan çizilen teğetler dik kesiştiğine göre, a kaçtır?

A) $\frac{15}{4}$ B) $\frac{17}{4}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{19}{2}$ E) $\frac{21}{2}$

7. $f(x) = x^2 - 5x + 7$ eğrisinin $x = 2$ apsisli noktasındaki teğetinin x eksenine yaptığı pozitif yönlü açının ölçüsü kaç derecedir?

A) 45 B) 60 C) 90 D) 135 E) 150

8. $f(x^3 + 4) = x^4 + 3x^2 - x + 7$ fonksiyonu veriliyor. $f(x)$ fonksiyonunun eğrisine $x = 5$ apsisli noktasından çizilen normalin eğimi kaçtır?

A) -3 B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 1 E) 3

9. $y = t^2 - 3t$

$x = 2t + 1$ parametrik denklemleri ile verilen $y = f(x)$ fonksiyonuna üzerindeki $t = 2$ noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y + 2x - 8 = 0$ B) $y - 2x - 7 = 0$
C) $y + x + 5 = 0$ D) $y - 2x + 3 = 0$
E) $y - x + 4 = 0$

10. $y = x^3 + ax$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktasındaki teğeti eğriyi bir başka noktada daha kestiğine göre, bu noktanın apsisi kaçtır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{3}$

11. $y < 0$ olmak üzere $x^2 + y^2 = 25$ çemberinin $x = 3$ apsisli noktasındaki normalin eğimi kaçtır?

A) $-\frac{5}{3}$ B) $-\frac{5}{4}$ C) $-\frac{4}{3}$ D) $-\frac{3}{4}$ E) $-\frac{3}{5}$

12. $f(x) = x^3 - 18x^2 + 7x + 4$ eğrisinin x eksenine paralel teğetlerinin değme noktalarının apsileri toplamı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

13. n çift tam sayı olmak üzere $f(x) = 4 \cdot x^{n+1}$ fonksiyonuna $x = 1$ ve $x = -1$ apsisli noktalarından çizilen teğetler için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Diktirler
B) Çakıştırlar
C) Paraleldirler
D) x ekseninde kesişirler.
E) y ekseninde kesişirler.

14. $f(x) = x^2 + 4x + 5$ fonksiyonunun $2x + y - 1 = 0$ doğrusuna en yakın noktasının ordinatı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

15. $f(x) = x^2 - 2x + 4$ eğrisinin $y = 2x - 8$ doğrusuna en yakın noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

16. $y = \sin x$ ve $y = \cos x$ fonksiyonlarının $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

aralığındaki kesim noktasındaki teğetlerinin eğimleri toplamı kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{2}$

17. $x^2 + x \ln y + \sin(y - 1) - 16 = 0$ fonksiyonunun $A(4, 1)$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{9}{5}$ C) $-\frac{8}{5}$ D) $-\frac{6}{5}$ E) 1

18. Zamana bağlı yol denklemi,

$$x = 5t^2 + 10t + 2$$

olan bir hareketlinin kaçırıncı saniyedeki hızı 60 m/sn dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

TEST 19'UN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x)$ fonksiyonu $A(3, -5)$ noktasından geçtiğinden
 $f(3) = -5$ tir.
 $f(x) = x^2 - 2ax + b$
 $f(3) = 9 - 6a + b = -5$
 $6a - b = 14$ bulunur.
 $2x - y + m = 0$ doğrusunun eğimi $m_T = 2$ dir.
 $f(3) = 2$ bulunur.
 $f(x) = 2x - 2a$
 $f(3) = 6 - 2a = 2 \Rightarrow a = 2$
 $6a - b = 14$ olduğundan
 $6 \cdot 2 - b = 14$
 $b = -2$ bulunur.
 $a \cdot b = 2 \cdot (-2) = -4$

Yanıt A

2. $f(x)$ fonksiyonu $A(1, 2)$ noktasından geçtiğinden
 $f(1) = 2$ bulunur.
 $f(x) = 2x^2 - mx + n$
 $f(1) = 2 - m + n = 2$ olduğundan
 $m = n$ bulunur.

$$x + 3y + a = 0 \text{ doğrusunun eğimi } m_d = -\frac{1}{3} \text{ tür.}$$

Buna göre, teğet doğrunun eğimi;

$$\left(-\frac{1}{3}\right) m_T = -1$$

$$m_T = 3 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, $f'(1) = 3$ olacağından

$$f(x) = 4x - m$$

$$f(1) = 4 - m = 3$$

$$m = 1 \text{ bulunur.}$$

$$m = n \text{ olduğundan } n = 1 \text{ olur.}$$

$$m \cdot n = 1 \cdot 1 = 1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

3. $m_T = f'\left(\frac{1}{2}\right)$ dir.

O halde, $f(\sin x) = \cos 2x \Rightarrow (f(\sin x))' = \cos 2x$

$$\Rightarrow (\sin x)' f'(\sin x) = -2 \sin 2x$$

$$\Rightarrow \cos x \cdot f'(\sin x) = -2 \sin 2x$$

$x = 30^\circ$ için,

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \arcsin \frac{1}{2} = 30^\circ$$

$$\cos 30^\circ \cdot f'\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \cdot \sin 60^\circ$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot f'\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = -2$$

Yanıt C

4. $y^2 = 2x + 6$ eğrisinin üzerindeki bir nokta;

$$A(x, \pm \sqrt{2x+6}) \text{ şeklindedir.}$$

A noktasının orijine en yakın olması için $|AO|$ en küçük olmalıdır.

$$|AO| = \sqrt{(x-0)^2 + (\pm \sqrt{2x+6}-0)^2}$$

$$|AO| = \sqrt{x^2 + 2x + 6} \text{ nın minimum değerini aldığı nokta için,}$$

$$(\sqrt{x^2 + 2x + 6})' = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$(2x+2) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2+2x+6}} = 0$$

$$\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+6}} = 0 \Rightarrow x+1 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1$$

$$x = -1 \text{ için } y^2 = -2 + 6 \Rightarrow y = \pm 2 \text{ olur.}$$

$$A(-1, 2) \text{ veya } A(-1, -2) \text{ olur.}$$

$$A(-1, -2) \text{ için } f(x) = -\sqrt{2x+6}$$

$$f'(x) = -\frac{2}{2\sqrt{2x+6}}$$

$$f'(-1) = -\frac{1}{2}$$

$A(-1, -2)$ noktasından geçen ve eğimi $-\frac{1}{2}$ olan teğetin denklemi;

$$y + 2 = -\frac{1}{2}(x + 1)$$

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$$

$$2y = -x - 5 \Rightarrow x + 2y = -5 \text{ olur.}$$

$$A(-1, -2) \text{ için } f(x) = \sqrt{2x+6}$$

$$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+6}}$$

$$f'(-1) = \frac{1}{2}$$

$A(-1, 2)$ noktasından geçen ve eğimi $\frac{1}{2}$ olan teğetin denklemi,

$$y - 2 = \frac{1}{2}(x + 1) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$y = \frac{x+5}{2}$$

$$\Rightarrow 2y - x = 5 \text{ olur.}$$

Yanıt B

5. $f(x)$ fonksiyonun en küçük eğime sahip teğeti x_0 noktasından çizilen teğet olsun.

Bu durumda, $m_T = f'(x_0)$ dir.

$$f'(x_0) = 6 \cdot x_0^2 - 12x_0 + 8$$

Bir fonksiyonun minimum değeri 1. türevin sıfır olduğu noktadadır. $f'(x_0)$ ın türevi alınır;

$$f''(x_0) = 12x_0 - 12 = 0 \Rightarrow x_0 = 1 \text{ noktasında en küçük eğimli teğete sahiptir.}$$

$$x_0 = 1 \text{ noktasında teğet eğimi } f'(1) = 6 \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 + 8$$

$$f'(1) = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

6. $f(x) = 0$ denkleminin kökleri fonksiyonun x eksenini kestiği noktalardır. Kökler $x_1, x_2 = a$ olmak üzere,

$$x^2 + 4x + a = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -4, x_1 \cdot x_2 = a \text{ olur.}$$

Fonksiyonun x_1 ve x_2 noktasındaki teğetleri dik kesiştiğine göre $f'(x_1) \cdot f'(x_2) = -1$ dir.

$$f'(x) = 2x + 4$$

$$f'(x_1) \cdot f'(x_2) = (2x_1 + 4) \cdot (2x_2 + 4) = 4x_1 \cdot x_2 + 8(x_1 + x_2) + 16$$

$$f'(x_1) \cdot f'(x_2) = 4 \cdot a + 8 \cdot (-4) + 16 = -1 \text{ olur.}$$

$$\text{Buradan } a = \frac{15}{4} \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

7. $x = 2$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(2)$ dir.

$$f(x) = x^2 - 5x + 7 \text{ olduğundan } f'(x) = 2x - 5 \text{ olur.}$$

$m_T = f'(2) = 2 \cdot 2 - 5 = -1$ dir. Bir doğrunun eğimi aynı zamanda x eksenine paralel doğruya yaptığı açının tanjantı olduğundan

$$m_T = -1 = \tan \alpha \text{ olur.}$$

O halde, $\alpha = 135^\circ$ bulunur.

Yanıt D

8. $x = 5$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(5)$ dir.

$$f(x^3 + 4) = x^4 + 3x^2 - x + 7$$

$$3x^2 \cdot f'(x^3 + 4) = 4x^3 + 6x - 1$$

$$f'(5) \text{ elde etmek için } x = 1 \text{ alınır;}$$

$$3 \cdot f'(5) = 4 + 6 - 1 \Rightarrow f'(5) = m_T = 3 \text{ olur.}$$

$$m_T \cdot m_N = 1 \text{ olduğundan}$$

$$3 \cdot m_N = -1$$

$$m_N = -\frac{1}{3} \text{ olur.}$$

Yanıt B

$$9. \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2t-3}{2}$$

$$t = 2 \text{ için } \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \text{ olur. Dolayısıyla } t = 2 \text{ için}$$

$$m_T = \frac{1}{2} \text{ ve } m_T \cdot m_N = -1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_N = -1 \text{ olduğundan}$$

$$m_N = -2 \text{ dir.}$$

$$t = 2 \text{ için } y = 2^2 - 3 \cdot 2 = -2, x = 2 \cdot 2 + 1 = 5 \text{ dir.}$$

$(5, -2)$ noktasından geçen ve $m_N = -2$ olan normalin denklemi

$$y + 2 = -2 \cdot (x - 5)$$

$$y + 2 = -2x + 10 \Rightarrow y + 2x - 8 = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt A

10. $x = 1$ için;

$y = a + 1$ dir. Teğet değme noktası $A(1, a + 1)$ dir.

$$m_T = f'(1) \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + a \Rightarrow f'(1) = a + 3$$

Eğri üstündeki teğetin diğer kesim noktası $B(x, x^3 + ax)$ olsun.

$$m_{AB} = m_T$$

$$\frac{x^3 + ax - (a + 1)}{x - 1} = a + 3 \Rightarrow x^3 + ax - a - 1 = ax - a + 3x - 3$$

$x^3 - 3x + 2 = 0$ denklemini $x = -2$ değerini sağladığından Kestiği diğer noktanın apsisi -2 dir.

Yanıt B

11. $F(x, y) = x^2 + y^2 - 25 = 0$ olduğundan

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x}{2y} = -\frac{x}{y} \text{ olur.}$$

$$x = 3 \Rightarrow 3^2 + y^2 = 25 \Rightarrow y = -4 \text{ olur. (} y < 0 \text{)}$$

Çembere $(3, -4)$ noktasından çizilen teğetin eğimi;

$$m_T = -\frac{3}{-4} = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

$$m_T \cdot m_N = -1 \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot m_N = -1 \Rightarrow m_N = -\frac{4}{3} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

12. x eksenine paralel doğruların eğimi sıfır olduğundan istenilen noktaları çin 1. türev sıfır olmalıdır.

$$f'(x) = 3x^2 - 36x + 7 = 0$$

Değme noktalarının apsiler toplamı $f'(x) = 0$ denkleminin kökleri toplamıdır. Dolayısıyla;

$$x_1 + x_2 = -\frac{(-36)}{3} = 12 \text{ dir.}$$

Yanıt D

13. $x = 1$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(1)$, $x = -1$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(-1)$ dir.
 $f'(x) = 4.(n+1).x^n$ olduğundan;
 $f'(1) = 4.(n+1).(1)^n = 4.(n+1)$
 $f'(-1) = 4.(n+1).(-1)^n$ dir. n çift sayı olduğundan;
 $f'(-1) = 4.(n+1).(-1)^n = 4.(n+1).(1)^n = 4.(n+1)$ olur.
 Buna göre, $f'(1) = f'(-1)$ olduğundan bu noktadaki eğimler eşittir. Eğimler eşit olduğundan da teğetler paraleldir.

Yanıt C

14. Fonksiyonun $y = -2x + 1$ doğrusuna paralel teğetinin değme noktası en yakın noktadır. Bu noktadaki türev teğetin eğimini verir.
 $f(x) = x^2 + 4x + 5$ olduğundan
 $f'(x) = 2x + 4$
 Teğete paralel $y = -2x + 1$ doğrusunun eğimi -2 olduğundan $m_T = -2$ dir.
 $2x + 4 = -2 \Rightarrow x = -3$ en yakın noktanın apsisisidir.
 $f(-3) = (-3)^2 + 4.(-3) + 5 = 9 - 12 + 5 = 2$ dir.

Yanıt D

15. En yakın nokta eğrinin, doğruya paralel olan teğetinin, eğriye değdiği noktadır. O halde,
 $m_T = m_d = 2$
 $f'(x) = 2$ olmalıdır.
 $f'(x) = 2x - 2 = 2$
 $\Rightarrow x = 2$
 $f(2) = 2^2 - 2.2 + 4 = 4$
 En yakın nokta $(2, 4)$ tür.
 Koordinatları toplamı $= 2 + 4 = 6$ dir.

Yanıt A

16. $f_1(x) = \sin x$ ve $f_2(x) = \cos x$
 $f_1(x) = f_2(x) \Rightarrow \sin x = \cos x$
 $\Rightarrow \tan x = 1$
 $\Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$ olur.

$$f_1(x) = \sin x \Rightarrow f_1'(x) = \cos x$$

$$f_2(x) = \cos x \Rightarrow f_2'(x) = -\sin x$$

$$x = \frac{\pi}{4} \text{ noktasındaki teğetlerinin eğimleri,}$$

$$m_1 = f_1'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$m_2 = f_2'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ olur.}$$

$$m_1 + m_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0 \text{ dir.}$$

Yanıt A

17. $F(x,y) = x^2 + x \ln y + \sin(y-1) - 16 = 0$
 $\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{(2x + \ln y)}{\left(x \cdot \frac{1}{y} + \cos(y-1)\right)}$ dir.
 $A(4, 1)$ noktası için teğetin eğimi;
 $-\frac{(8 + \ln 1)}{(4.1 + \cos 0)} = -\frac{8}{5}$ olur.

Yanıt C

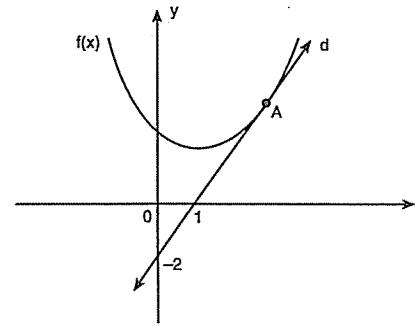
18. Hız = Birim zamanda alınan yol
 $V = \frac{dx}{dt}$ dir.
 $V = 10t + 10$
 $60 = 10t + 10$
 $10t = 50$
 $t = 5$

Yanıt C

TEST 20

TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU

1.

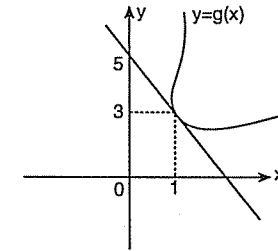


Şekilde, $f(x) = x^2 - 2x + m$ fonksiyonunun A noktasındaki teğeti verilmiştir. Verilenlere göre, m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

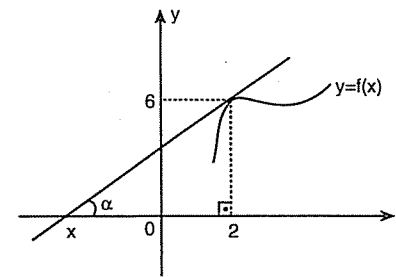
2.

Şekilde $y = g(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki teğeti çizilmiştir.
 $f(x) = x^2 - 2x + 7$ olduğuna göre, $(fog)'(1)$ değeri kaçtır?



- A) -8 B) -6 C) -4 D) -2 E) -1

3.

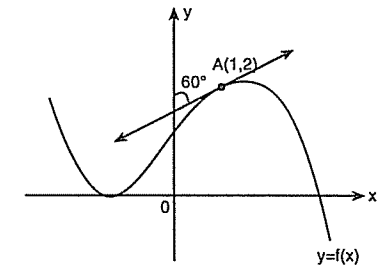


Şekilde, $y = f(x)$ fonksiyonunun $(2, 6)$ noktasındaki teğeti Ox - eksenini x apsislilik noktada kesmektedir.

$$g(x) = \frac{[f(x)]^2}{x+1} \text{ ve } g'(2) = 2 \text{ olduğuna göre, } x \text{ kaçtır?}$$

- A) 2 B) $-\frac{1}{2}$ C) -2 D) -3 E) -4

4.

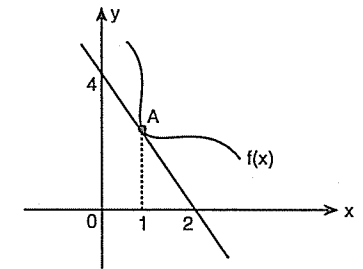


Şekildeki, $y = f(x)$ fonksiyonunun A(1, 2) noktasındaki teğeti Oy - eksenini ile 60° lik açı yapmaktadır.

$$h(x) = \frac{1}{f(x)} \text{ olduğuna göre, } h'(1) \text{ kaçtır?}$$

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$
 D) $-\frac{\sqrt{3}}{12}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{8}$

5.



$f(x)$ fonksiyonunun A noktasındaki teğeti verilmiştir.

$$g(x) = f^2\left(\frac{x}{2}\right) \text{ olduğuna göre, } g(x) \text{ fonksiyonunun}$$

$x = 2$ noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 2 D) 4 E) 8

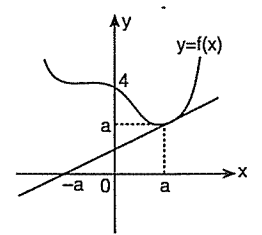
6.

Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun $x = a$ noktasındaki teğeti çizilmiştir.

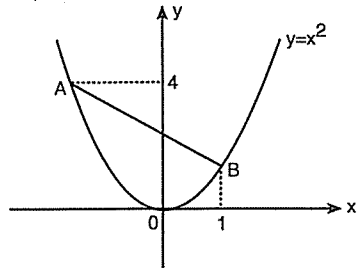
$$\lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x) - f(a)}{x^2 - a^2} \right] = \frac{1}{12}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3



7.

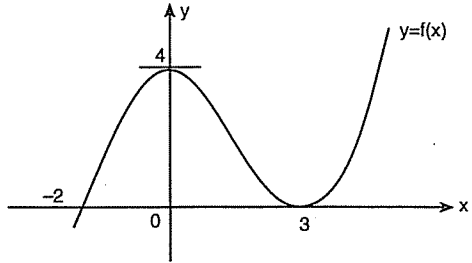


Şekilde $y = x^2$ parabolü ile, uç noktaları parabol üzerinde olan [AB] doğru parçası verilmiştir.

Parabolün, [AB] doğru parçasına paralel teğetinin değme noktasının apsisi kaçtır?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

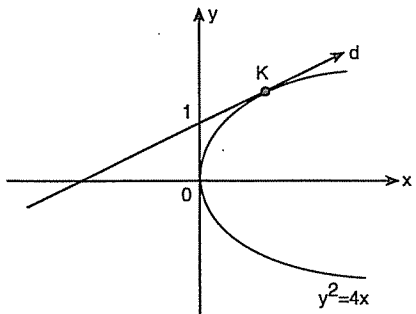
8.



Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $(f \circ f)'(3)$ değeri kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 1 D) -2 E) 7

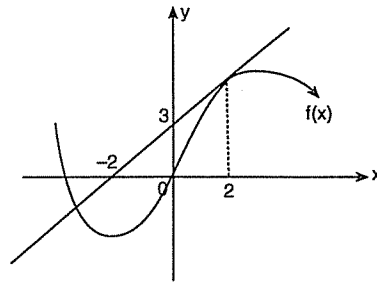
9.



$y^2 = 4x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. d doğrusu ile eğrinin teğet olduğu nokta K noktasının apsisi kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

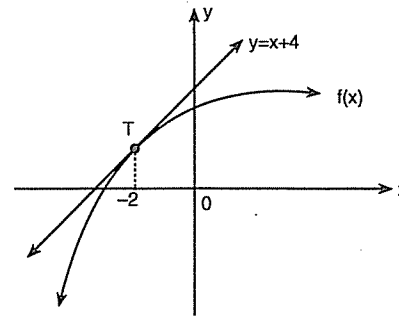
10.



Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasındaki teğeti çizilmiştir $g(x) = x^2 \cdot f(x) + 4$ eşitliğini sağlayan $g(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasındaki türevi kaçtır?

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

11.



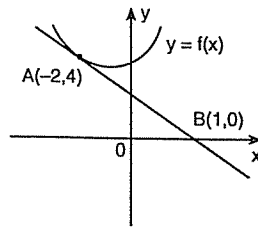
Yukarıdaki koordinat düzleminde $y = x + 4$ doğrusu ve $f(x)$ eğrisi veriliyor. Doğru, T noktasında $f(x)$ eğrisine teğettir. $h(x) = (x^3 + 1) \cdot f(x)$ olduğuna göre, $h'(-2)$ kaçtır?

- A) 17 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

12. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerindeki $A(-2, 4)$ noktasından çizilen teğet x eksenini $B(1, 0)$ noktasında kesmektedir.

$g(x) = f(x) \cdot (x^2 - x)$ olduğuna göre, $g'(-2)$ kaçtır?

- A) -10 B) -14 C) -18 D) -24 E) -28



TEST 20'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $m_d = \tan \alpha = 2$

Eğimi 2 olan doğrunun denklemi,

$y = 2x + n$ dir. $(1, 0)$ noktası doğru denklemini sağlayacaktır.

$$0 = 2 \cdot 1 + n \Rightarrow n = -2$$

$$y = 2x - 2 \text{ dir.}$$

$$f'(x) = 2x - 2$$

$$f'(a) = 2a - 2 = 2 \Rightarrow a = 2$$

$A(2, b)$ noktası doğru denklemini sağlayacaktır.

$$b = 2 \cdot 2 - 2 \Rightarrow b = 2$$

$A(2, 2)$ noktası fonksiyonu da sağlayacaktır.

$$f(2) = 2$$

$$f(2) = (2)^2 - 2 \cdot 2 + m = 2 \Rightarrow m = 2 \text{ dir.}$$

Yanıt D

2. $(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ olduğundan;

$$(f \circ g)'(1) = f'(g(1)) \cdot g'(1) \text{ dir.}$$

$$g(1) = 3 \text{ olduğundan } (f \circ g)'(1) = f'(3) \cdot g'(1) \text{ olur.}$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 7 \text{ olduğundan}$$

$$f'(x) = 2x - 2 \Rightarrow f'(3) = 2 \cdot 3 - 2 = 4 \text{ olur.}$$

$g'(1)$, fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki teğetin eğimidir.

Teğet doğrusu $(1, 3)$ ve $(0, 5)$ noktalarından geçtiği için;

$$m_T = \frac{5-3}{0-1} = -2 \text{ olur.}$$

$$(f \circ g)'(1) = f'(3) \cdot g'(1) = 4 \cdot (-2) = -8 \text{ dir.}$$

Yanıt A

3. $f'(2) = m_T = \tan \alpha = \frac{6}{2-x}$ dir.

$$g(x) = \frac{[f(x)]^2}{x+1} \Rightarrow g'(x) = \frac{2 \cdot f'(x) \cdot f(x) \cdot (x+1) - [f(x)]^2 \cdot 1}{(x+1)^2}$$

$$g'(2) = \frac{2 \cdot f'(2) \cdot f(2) \cdot (2+1) - [f(2)]^2}{(2+1)^2}$$

$$= \frac{6 \cdot \frac{6}{2-x} \cdot 6 - 36}{9}$$

$$18 = \frac{216}{2-x} - 36$$

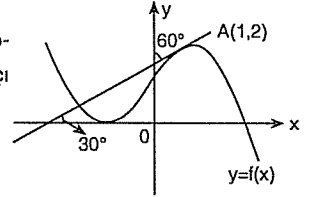
$$54 = \frac{216}{2-x}$$

$$54 \cdot (2-x) = 216$$

$$x = -2 \text{ dir.}$$

Yanıt C

4. $A(1, 2)$ noktasındaki teğetin x eksenine pozitif yönde yaptığı açı 30° dir.



$$f'(1) = m_T = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ dir.}$$

$$h(x) = \frac{1}{f(x)}$$

$$h'(x) = -\frac{f'(x)}{[f(x)]^2} \Rightarrow h'(1) = -\frac{f'(1)}{[f(1)]^2}$$

$$h'(1) = -\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = -\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{12}$$

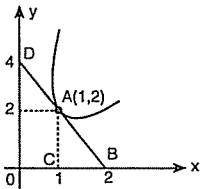
Yanıt D

5. $\Delta BAC \sim \Delta BDO$

$A(1, k)$ olsun.

$$\frac{2-1}{2} = \frac{k}{4}$$

$$\Rightarrow k = 2 \Rightarrow f(1) = 2 \text{ dir.}$$



$$g(x) = f^2\left(\frac{x}{2}\right) \Rightarrow g'(x) = \left(\frac{x}{2}\right)' \cdot 2 \cdot f\left(\frac{x}{2}\right) \cdot f'\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$g'(x) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot f\left(\frac{x}{2}\right) \cdot f'\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$g'(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) \cdot f'\left(\frac{x}{2}\right)$$

$x = 2$ için;

$$g'(2) = f(1) \cdot f'(1) \Rightarrow g'(2) = 2 \cdot (-2) = -4$$

$$\left(f'(1) = \frac{2-0}{1-2} = -2\right)$$

$$m_t = g'(2) = -4$$

$$m_t \cdot m_n = -1$$

$$-4 \cdot m_n = -1$$

$$m_n = \frac{1}{4} \text{ olur.}$$

Yanıt B

6. $f(x)$ fonksiyonunun $x = a$ noktasındaki eğimi

$$f'(a) = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \text{ verilen grafikten } f(0) = 4 \text{ bulunur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x) - f(a)}{x^2 - a^2} \right] \Rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır.}$$

L' hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f'(x) - 0}{2x - 0} \right] \Rightarrow \frac{f'(a)}{2a} = \frac{1}{4a} = \frac{1}{12} \Rightarrow a = 3 \text{ olur.}$$

Yanıt E

7. A ve B noktaları $y = x^2$ denklemini sağlamalıdır.

$$B(1, a) \Rightarrow a = 1^2 \Rightarrow a = 1$$

$$A(b, 4) \Rightarrow 4 = b^2 \Rightarrow b = \pm 2 \text{ dir. Ancak A noktası}$$

II. bölgede olduğundan, $b = -2$ dir.

$$A(-2, 4) \text{ ve } B(1, 1)$$

$$m_T = m_{AB} = \frac{4 - 1}{-2 - 1} = -1$$

$$f(x) = x^2 \text{ olduğundan}$$

$$f'(x) = 2x$$

$$f'(x_0) = -1 \Rightarrow 2x_0 = -1 \Rightarrow x_0 = -\frac{1}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt C

8. $x = 3$ için yerel minimum değeri aldığından, $f'(3) = 0$ dir.

$$f(0) = 4 \text{ dür.}$$

$$(f \circ f')(3) = f(f'(3)) = f(0) = 4 \text{ olur.}$$

Yanıt A

9. K noktası $y^2 = 4x$ eğrisinin üzerinde olduğundan koordinatına $K(k, m)$ dersek,

$$m^2 = 4k \Rightarrow m = 2\sqrt{k} \text{ olur. (K noktası I. bölgede)}$$

$$K(k, 2\sqrt{k}) \text{ dir.}$$

$$d \text{ nin eğimi; } f(x) = 2\sqrt{x} \text{ dersek}$$

$$f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(k) = \frac{1}{\sqrt{k}} \text{ ya eşittir.}$$

$$(0, 1) \text{ noktasından geçen ve eğimi } \frac{1}{\sqrt{k}} \text{ olan doğrunun}$$

$$\text{denklemini; } y - 1 = \frac{1}{\sqrt{k}} x \text{ dir.}$$

$$K(k, 2\sqrt{k}) \text{ noktası doğrunun da üzerinde olduğundan denklemini sağlar.}$$

$$2\sqrt{k} - 1 = \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot k \Rightarrow \sqrt{k} = 1 \Rightarrow k = 1 \text{ elde edilir.}$$

Yanıt D

10. Verilen grafikten $x = 2$ apsisi noktasından geçen teğet

$(-2, 0)$ ve $(0, 3)$ noktalarından geçtiği için eğimi,

$$m_T = \tan \alpha = \frac{3}{2} \text{ dir. Doğru üzerindeki tüm noktalarda eğim aynı olduğundan;}$$

$$m_T = \frac{f(2)}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow f(2) = 6 \text{ olur.}$$

$$g(x) = x^2 f(x) + 4 \text{ olarak verildiğinden,}$$

$$g'(x) = 2x \cdot f(x) + x^2 \cdot f'(x)$$

$$g'(2) = 4 \cdot f(2) + 4 \cdot f'(2) \text{ olur.}$$

$$x = 2 \text{ noktasında } m_T = \frac{3}{2} \text{ olduğundan } f'(2) = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

$$g'(2) = 4 \cdot 6 + 4 \cdot \frac{3}{2} = 24 + 6 = 30 \text{ dur.}$$

Yanıt D

11. $h(x) = (x^3 + 1) \cdot f(x)$ fonksiyonunun türevini alalım.

$$h'(x) = [(x^3 + 1) \cdot f(x)]'$$

$$h'(x) = (x^3 + 1)' \cdot f(x) + (x^3 + 1) \cdot f'(x)$$

$$= 3x^2 \cdot f(x) + (x^3 + 1) \cdot f'(x) \text{ dir.}$$

$$x = -2 \text{ apsisi noktasındaki teğetin denklemini}$$

$$y = x + 4 \text{ olduğundan } f'(-2) = 1 \text{ olur.}$$

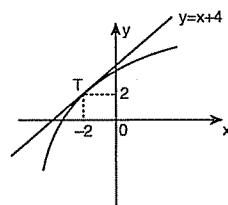
T noktası hem eğri hem de doğru üzerinde olduğundan

$$x = -2 \text{ için } f(-2) = -2 + 4 = 2 \text{ olur.}$$

$$h'(-2) = 3 \cdot (-2)^2 \cdot f(-2) + ((-2)^3 + 1) \cdot f'(-2)$$

$$= 3 \cdot 4 \cdot 2 + (-8 + 1) \cdot 1 = 17 \text{ dir.}$$

Not :



Yanıt A

12. $g(x) = f(x) \cdot (x^2 - x)$

Çarpımının türevinden;

$$g'(x) = f'(x) \cdot (x^2 - x) + f(x) \cdot (2x - 1)$$

$$g'(-2) = f'(-2) \cdot ((-2)^2 - (-2)) + f(-2) \cdot (2 \cdot (-2) - 1)$$

$$g'(-2) = 6 \cdot f'(-2) - 5 \cdot f(-2)$$

$$f(-2) = 4 \text{ ve } f'(-2); \text{ fonksiyonun } x = -2 \text{ noktasındaki teğetin eğimi olacağından}$$

$$f'(-2) = \frac{4 - 0}{-2 - 1} = -\frac{4}{3} \text{ olur.}$$

$$g'(-2) = 6 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - 5 \cdot 4 = -8 - 20 = -28 \text{ dir.}$$

Yanıt E

TEST 21

MAKSİMUM ve MİNİMUM PROBLEMLERİ

1. $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 4x$ fonksiyonu veriliyor.

$f(x)$ fonksiyonu aşağıdaki x değerlerinin hangisinde bir yerel maksimuma sahiptir?

A) $x = -\frac{3}{2}$ B) $x = -1$ C) $x = 0$

D) $x = \frac{3}{2}$ E) $x = 4$

2. $y = \frac{x^2 - 2}{2mx + 1}$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisi noktasında

extremumu olduğuna göre, m kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{3}$

3. $f(x) = x^3 + mx + n$ eğrisinin $A(1, 2)$ noktasında yerel minimumu olduğuna göre, (m, n) ikilisi aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

A) $(-4, 6)$ B) $(-2, 5)$ C) $(-3, 4)$
D) $(4, -3)$ E) $(7, 3)$

4. $y = x \ln x$ fonksiyonunun yerel minimum noktasının apsisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^{-2} B) e^{-1} C) 0 D) 1 E) e^2

5. $f(x) = x^3 - 3x + 8$ fonksiyonunun $[-1, 2]$ aralığındaki en küçük değeri kaçtır?

A) -1 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

6. $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 10$ fonksiyonunun $x = 2$ apsisi noktasında yerel minimumu olması için n nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

7. $y = \frac{x^2 + 4x - 3}{x^2 + mx + m}$ fonksiyonunun sonsuzda ekstremumu

varsa m nin çözüm kümesi nedir?

A) $\{1\}$ B) $\{0, 1\}$ C) $\{0, 4\}$ D) $[0, 1]$ E) $[0, 4]$

8. $f(x) = x^2 - |x^3 - x|$ ile tanımlı fonksiyonun $[0, 1]$ aralığındaki en küçük değeri kaçtır?

A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{3}{8}$ C) $-\frac{5}{27}$ D) $-\frac{1}{8}$ E) 0

9. $y = \frac{ax^2 + b^3}{x}$ eğrisi $A(1, 2)$ noktasında yerel maksimum

değerini aldığına göre, b kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 3$ fonksiyonu $A(1, 6)$ noktasında yerel minimuma sahip olduğuna göre, a, b çarpımının değeri kaçtır?

A) -30 B) -32 C) -35 D) -38 E) -40

11. $x, y \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,
 $x + y = 12$ olduğuna göre, $y^2 \cdot x$ ifadesinin en büyük değerini alması için x kaç olmalıdır?

A) 12 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

12. $x^2 + (1-m)x + 2 + m = 0$ denkleminin köklerinin kareleri toplamının minimum olmasını sağlayan m değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

13. Bir malın alış fiyatı a lira, satış fiyatı b liradır.
 $b = -a^2 + 3a + 4$ bağıntısı veriliyor.

Bu malın satışından en fazla kaç lira kâr edilir?

A) 3 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

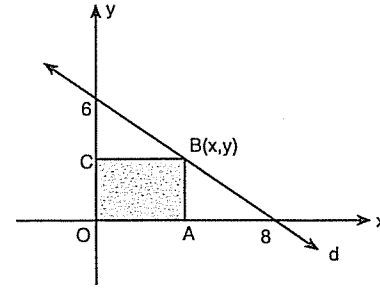
14. $x^2 - 12x + 2m - 3 = 0$ denkleminin kökler çarpımı en büyük değerini aldığı anda m kaçtır?

A) $\frac{41}{2}$ B) $\frac{39}{2}$ C) $\frac{37}{2}$ D) $\frac{35}{2}$ E) $\frac{33}{2}$

15. Çevresi 32 cm olan bir dikdörtgenin alanı en çok kaç santimetrekaredir?

A) 64 B) 60 C) 48 D) 40 E) 32

16.



OACB dikdörtgeninin alanının maksimum olması için A noktasının apsisi kaç olmalıdır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

17. Çarpımları 16 olan iki pozitif reel sayının toplamlarının en küçük değeri kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 16 E) 17

18. Sıfırdan farklı iki reel sayının toplamı 20 dir. Birinin karesi ile diğerinin küpünün çarpımının maksimum olduğu bilindiğine göre, küçük sayı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

19. Üç pozitif sayının toplamı 13 tür. Birinci sayı, ikinci sayının 3 katı olduğuna göre, üç sayının çarpımının alabileceği en büyük değer için üçüncü sayı kaç olur?

A) 9 B) $\frac{26}{3}$ C) $\frac{13}{2}$ D) 5 E) $\frac{13}{3}$

20. $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, $f(x) = -2x^2 + 8x$ fonksiyonunun grafiği üzerindeki noktalardan koordinatları toplamı en büyük olan noktanın apsisi kaçtır?

A) -3 B) -2 C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 3

TEST 21'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 4x$

1. türevini sıfıra eşitleyelim.

$$f'(x) = \frac{3x^2}{3} - \frac{6x}{2} - 4 = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x = 4 \text{ veya } x = -1$$

$f'(x)$ in işaret tablosunu yapalım.

x	-1	4
$f'(x)$	+	-
$f(x)$	↗	↘

$x = -1$ için yerel maksimumu

$x = 4$ için yerel minimumu vardır.

Yanıt B

2. $f(x) = \frac{x^2 - 2}{2mx + 1} \Rightarrow f'(1) = 0$ olmalıdır.

$$f'(x) = \frac{2x \cdot (2mx + 1) - (x^2 - 2) \cdot 2m}{(2mx + 1)^2} = 0$$

$$f'(1) = \frac{2 \cdot (2m + 1) - (-1) \cdot 2m}{(2m + 1)^2} = 0$$

$$\frac{6m + 2}{(2m + 1)^2} = 0$$

$$6m + 2 = 0$$

$$m = -\frac{1}{3}$$

Yanıt E

3. $f(x) = x^3 + mx + n$ eğrisinin $A(1,2)$ noktasında yerel minimumu varsa, $f'(1) = 0$ olmalıdır.

$$f'(x) = 3x^2 + m \Rightarrow f'(1) = 3 + m = 0 \Rightarrow m = -3 \text{ olur.}$$

$f(x)$, $A(1,2)$ noktasından geçiyorsa

$$f(1) = 2 \text{ olmalıdır.}$$

$$f(1) = 1 - 3 + n = 2 \Rightarrow n = 4 \text{ olur.}$$

O halde, $(m,n) = (-3,4)$ bulunur.

Yanıt C

4. $f'(x) = 0$ denkleminin kökleri yerel minimum veya yerel maksimum noktasının apsisi.

$f(x) = x \cdot \ln x$ Çarpımın türevinden;

$$f'(x) = \ln x + x \cdot \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = \ln x + 1 = 0$$

$$\ln x = -1$$

$$x = e^{-1} = \frac{1}{e} \text{ dir.}$$

$$f''\left(\frac{1}{e}\right) > 0 \text{ olduğundan } x = \frac{1}{e} \text{ apsisi nokta yerel}$$

minimum noktadır.

Yanıt B

5. $f(x) = x^3 - 3x + 8 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$
 $\Rightarrow x^2 = 1$
 $\Rightarrow x = 1 \text{ veya } x = -1 \text{ dir.}$

$$x = 1 \text{ için } f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1 + 8 = 6$$

$$x = -1 \text{ için } f(-1) = (-1)^3 - 3 \cdot (-1) + 8 = 10$$

Dolayısıyla en küçük değeri 6 olur.

Yanıt B

6. $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 10$

$$f'(x) = 3x^2 + 2mx + n$$

$$f''(x) = 6x + 2m$$

$f''(2) > 0$ ise $(2, f(2))$ yerel minimum noktasıdır.

$$f'(2) = 0 \Rightarrow 12 + 4m + n = 0 \Rightarrow m = \frac{-12-n}{4}$$

$$f''(2) > 0 \text{ ise } 6 \cdot 2 + 2m > 0$$

$$12 + 2 \left(\frac{-12-n}{4} \right) > 0$$

$$\frac{12-n}{2} > 0$$

$n < 12$ bulunur.

O halde, n nin en büyük tam sayı değeri 11 dir.

Yanıt D

$$7. f(x) = \frac{x^2 + 4x - 3}{x^2 + mx + m}$$

ifadesinin ekstremumunun sonsuzda olabilmesi için paydayı sıfır yapan değerinin olmaması gerekir.

Yani $\Delta < 0$ olmalıdır. $\Delta = m^2 - 4m < 0$

$$\begin{array}{c|ccc} m & -\infty & 0 & 4 & +\infty \\ \hline m^2 - 4m & + & - & + & \end{array}$$

$$\text{Ç.K} = [0, 4]$$

Yanıt E

8. $[0, 1]$ aralığında $x^3 - x \leq 0$ olduğundan

$$|x^3 - x| = -x^3 + x \text{ dir.}$$

$$f(x) = x^2 - |x^3 - x|$$

$$f(x) = x^2 - (-x^3 + x)$$

$$f(x) = x^3 + x^2 - x \text{ olur.}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$\begin{array}{cc} 3x & -1 \\ x & 1 \end{array}$$

$$(3x - 1)(x + 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{3}, x = -1 \text{ noktaları ekstremum noktalarıdır.}$$

$[0, 1]$ aralığındaki en küçük değeri $x = \frac{1}{3}$ için alır.

$$f(x) = x^3 + x^2 - x$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ için, } f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} = \frac{1}{27} + \frac{1}{9} - \frac{1}{3} = \frac{1}{27} - \frac{2}{9} = -\frac{1}{9}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{27} \text{ olur.}$$

Yanıt C

9. $A(1, 2)$ noktası yerel maksimum noktası ise

$x = 1$ için $y' = 0$ olur.

$$y = \frac{ax^2 + b^3}{x} \Rightarrow y' = \frac{2ax \cdot x - (ax^2 + b^3)}{x^2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{ax^2 - b^3}{x^2}$$

$$x = 1 \text{ için } y' = \frac{a \cdot 1^2 - b^3}{1^2} = 0$$

$$\Rightarrow a - b^3 = 0 \text{ olur.}$$

$A(1, 2)$ eğrinin üzerinde olduğundan,

$$y = \frac{ax^2 + b^3}{x} \Rightarrow 2 = \frac{a \cdot 1^2 + b^3}{1}$$

$$\Rightarrow a + b^3 = 2$$

$$- / a - b^3 = 0$$

$$\begin{array}{r} + \\ a + b^3 = 2 \end{array}$$

$$2b^3 = 2 \Rightarrow b^3 = 1 \Rightarrow b = 1 \text{ olur.}$$

Yanıt D

10. $A(1, 6)$ noktası fonksiyon üzerinde olduğundan $f(1) = 6$ dir. $A(1, 6)$ noktasında yerel minimuma sahip olduğuna göre $f'(1) = 0$ dir.

Bu değerler $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 3$ fonksiyonunda yerine konulursa

$$f(1) = 1 + a + b + 3 = 6$$

$$a + b = 2 \dots\dots (1)$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$f'(1) = 3 + 2a + b = 0$$

$$2a + b = -3 \dots\dots (2)$$

(1) ve (2) denklemleri ortak çözümlerse,

$$a + b = 2$$

$$+ \quad 2a + b = -3$$

$$a = -5, b = 7 \text{ dir.}$$

$$a \cdot b = -35 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

11. $x + y = 12 \Rightarrow y = 12 - x$ olur.

$$y^2 \cdot x = (12 - x)^2 \cdot x = (144 - 24x + x^2) \cdot x$$

$$\Rightarrow y^2 \cdot x = 144x - 24x^2 + x^3$$

Türevi alınırsa;

$$144 - 48x + 3x^2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 16x + 48 = 0 \Rightarrow x = 12 \text{ veya } x = 4$$

$$\begin{array}{c} / \quad \backslash \\ -12 \quad -4 \end{array}$$

$$y'' = 6x - 48 \Rightarrow x = 12 \text{ için } y'' > 0 \text{ en küçük olur.}$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ için } y'' < 0 \text{ en büyük olur.}$$

Dolayısıyla $y^2 \cdot x$ ifadesi en büyük değerini $x = 4$ te alır.

Yanıt D

12. $x^2 + (1 - m)x + 2 + m = 0$ ikinci dereceden denkleminin köklerinin kareleri toplamı,

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$$

$$= \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2 \cdot \frac{c}{a} \text{ dir.}$$

$$= \left(-\frac{(1-m)}{1}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{2+m}{1}\right)$$

$$= m^2 - 2m + 1 - 4 - 2m$$

$$= m^2 - 4m - 3$$

Bu ifadenin türevini sıfır yapan m değeri köklerin kareleri toplamını minimum yapar.

$$2m - 4 = 0 \Rightarrow m = 2 \text{ dir.}$$

Yanıt D

13. $\text{Kâr} = \text{Satış Fiyatı} - \text{Alış Fiyatı}$

$$\text{Kâr} = b - a$$

$$= -a^2 + 3a + 4 - a$$

$$= -a^2 + 2a + 4$$

Birinci türevi sıfıra eşitlenirse,

$$-2a + 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ olur.}$$

$$a = 1 \text{ için,}$$

$$\text{Kâr} = -a^2 + 2a + 4 = -1^2 + 2 \cdot 1 + 4 = 5 \text{ olur.}$$

Yanıt B

14. $x^2 - 12x + 2m - 3 = 0$ denkleminin kökler toplamına bakılırsa

$$x_1 + x_2 = 12$$

$$x_2 = 12 - x_1 \text{ olur.}$$

$$\text{Kökler çarpımı} : x_1 \cdot x_2 = x_1 \cdot (12 - x_1) = 12x_1 - x_1^2$$

$$1. \text{ türevi alınırsa} : 12 - 2x_1 = 0$$

$$12 = 2x_1$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = 12 - 6 = 6 \text{ olur.}$$

$$\text{Kökler çarpımı} : x_1 \cdot x_2 = 2m - 3$$

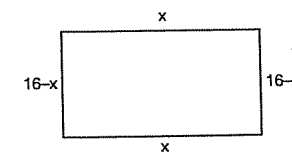
$$6 \cdot 6 = 2m - 3$$

$$36 = 2m - 3$$

$$m = \frac{39}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt B

15.



Dikdörtgenin bir kenarına x cm denilirse diğer kenarı $(16 - x)$ cm olur.

$$\text{Dikdörtgenin alanı} : x \cdot (16 - x) = 16x - x^2$$

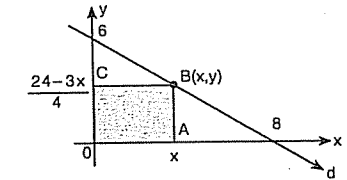
$$\text{Birinci türevi sıfıra eşitlenirse: } 16 - 2x = 0$$

$$x = 8 \text{ için dikdörtgenin alanı maksimum olur.}$$

$$\text{Alan} = 8 \cdot 8 = 64 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

Yanıt A

16.



d doğrusunun denklemini yazalım.

$$d: \frac{x}{8} + \frac{y}{6} = 1 \Rightarrow d: 3x + 4y = 24$$

$$y = \frac{24-3x}{4}$$

$$\text{B noktasının koordinatları } B\left(x, \frac{24-3x}{4}\right) \text{ tür.}$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{mx+1} \text{ Alan(OABC)} &= x \cdot y \\ &= x \cdot \left(\frac{24-3x}{4}\right) \\ &= \frac{24x-3x^2}{4} \end{aligned}$$

Birinci türevi sıfıra eşitlenirse :

$$\frac{24-6x}{4} = 0$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ için Alan(OABC) maksimum olur.}$$

Yanıt C

17. İki sayı x ve y olsun.

$$x \cdot y = 16 \Rightarrow y = \frac{16}{x} \text{ dir.}$$

$$\text{Bu iki sayının toplamı} : x + \frac{16}{x} = \frac{x^2+16}{x} \text{ olur.}$$

Birinci türevi sıfıra eşitlenirse,

$$\frac{(x^2+16)' \cdot x - (x^2+16) \cdot x'}{(x^2)^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(2x \cdot x) - (x^2+16) \cdot 1}{x^4} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2 - x^2 - 16}{x^4} = \frac{x^2 - 16}{x^4} = 0$$

$$x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 \text{ veya } x = -4 \text{ olur.}$$

sayılar pozitif olduğundan, $x = 4$

$$x = 4 \text{ ise } y = \frac{16}{4} = 4 \text{ tür.}$$

$$x + y = 4 + 4 = 8 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

18. $x + y = 20$
 $f(x, y) = x^2 \cdot y^3$ fonksiyonunun maksimum olması için,
 $y = 20 - x$ yerine yazılıp,
 $f(x) = x^2 \cdot (20 - x)^3$ fonksiyonunun türevi alınırsa,
 $f'(x) = 2x \cdot (20 - x)^3 + x^2 \cdot 3 \cdot (20 - x)^2 \cdot (-1)$
 $= (20 - x)^2 [40x - 2x^2 - 3x^2]$
 $= (20 - x)^2 \cdot 5x \cdot (8 - x)$
 $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 20, x = 0, x = 8$
Sıfırdan farklı iki reel sayıdan küçük olanı sorulduğuna göre, $x = 8$ dir.

Yanıt E

19. $x + y + z = 13$
 $x = 3y$ ise
 $3y + y + z = 13$
 $z = 13 - 4y$ dir.
Bu üç sayının çarpımı
 $x \cdot y \cdot z = 3y \cdot y \cdot (13 - 4y)$
 $= 39y^2 - 12y^3$
Birinci türevi sıfıra eşitlenirse,
 $78y - 36y^2 = 0$
 $2y(39 - 18y) = 0$
 $2y = 0$ veya $39 - 18y = 0$
 $y = \frac{39}{18} = \frac{13}{6}$
Üçüncü sayı : $13 - 4y = 13 - 4 \cdot \frac{13}{6} = \frac{26}{6} = \frac{13}{3}$ tür.

Yanıt E

20. $f(x) = -2x^2 + 8x$ fonksiyonunun grafiğinin üzerindeki noktaların koordinatları;
 $(x, -2x^2 + 8x)$ dir.
Koordinatları Toplamı $= x + (-2x^2 + 8x) = -2x^2 + 9x$
İfadenin birinci türevi alınıp sıfıra eşitlenirse,
 $-4x + 9 = 0 \Rightarrow x = \frac{9}{4}$ olur.

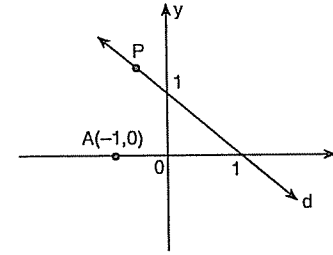
Yanıt C

TEST 22

MAKSİMUM ve MİNİMUM PROBLEMLERİ

1. $M(x, 6)$, $N(2, x)$ noktaları arasındaki uzaklığın minimum olması için x kaç olmalıdır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 10

2.

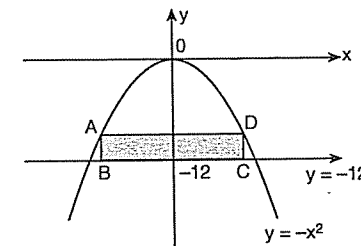


Şekildeki d doğrusu üzerinde bulunan P noktası için $|OP|^2 + |AP|^2$ toplamı en küçük olduğuna göre, P noktasının koordinatı nedir?

- A) $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ B) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ C) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$
D) $(0, 1)$ E) $\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$

3. Köşeleri $A(2, 3)$, $B(-2, 0)$, $C(x, x^2 + 1)$ olan ABC üçgeninin alanının maksimum olması için x kaç olmalıdır?
A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{8}$

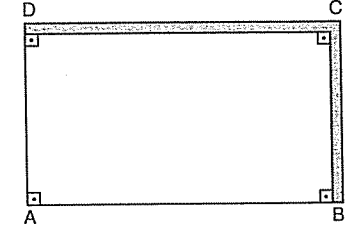
4.



Şekilde iki köşesi $y = -x^2$ parabolü, diğer iki köşesi $y = -12$ doğrusu üzerinde olan $ABCD$ dikdörtgeni verilmiştir. $ABCD$ dikdörtgeninin alanının maksimum değeri kaçtır?

- A) 32 B) 36 C) 42 D) 46 E) 48

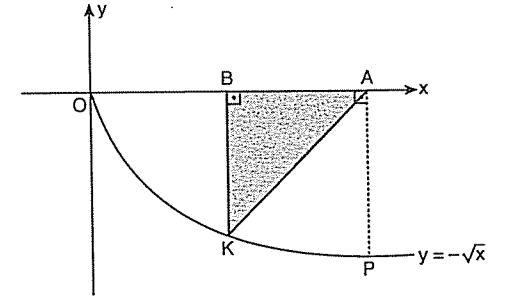
5.



Dikdörtgen biçimindeki bir bahçenin $[DC]$ kenarı ve $[BC]$ kenarının tümüne duvar örülmüştür. Geriye kalan kısma tel çekilmiştir. Kullanılan telin uzunluğu 80 metre olduğuna göre, bahçenin alanı en fazla kaç metrekare olur?

- A) 1200 B) 1400 C) 1600 D) 1800 E) 2000

6.



Denklemi $y = -\sqrt{x}$ olan şekildeki parabolün üzerinde K ve P noktalarının x eksenine üzerindeki dik izdüşümleri sırasıyla $B(x, 0)$ ve $A(16, 0)$ dir. ABK üçgeninin alanı, x in hangi değeri için en büyüktür?

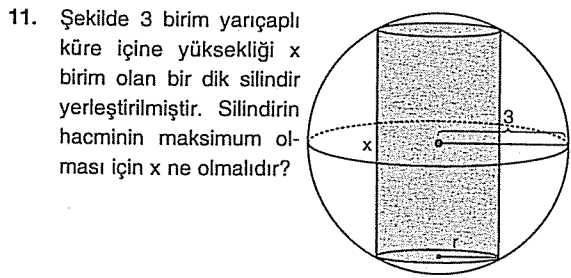
- A) $\frac{16}{3}$ B) 6 C) 8 D) $\frac{32}{3}$ E) 12

7. $f(x) = \frac{4}{x}$ eğrisinin orijine en yakın noktalarının apsisi-leri çarpımı kaçtır?
A) -9 B) -4 C) 0 D) 4 E) 9

8. Alanı 400 br^2 olan bir dikdörtgenin çevresi en az kaç birimdir?
A) 40 B) 60 C) 80 D) 100 E) 120

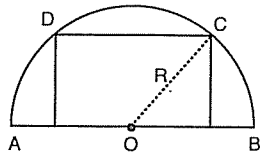
9. Taban çapı 24 cm ve yüksekliği 24 cm olan bir dik koni içine yerleştirilen en büyük hacimli dik silindirin yüksekliği kaç santimetredir?
A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

10. Yarıçapı 6 birim olan bir kürenin içine yerleştirilebilecek en büyük hacimli koninin yüksekliği kaç birim olur?
A) $3\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{5}$ D) 8 E) 9



- A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $5\sqrt{3}$

12.

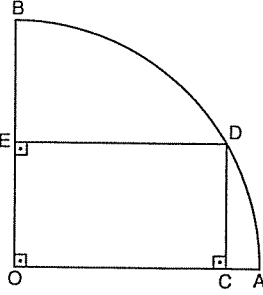


Şekildeki R yarıçaplı yarım çember içine çizilebilecek en büyük alanlı dikdörtgenin alanı R türünden nedir?

- A) $\frac{3}{2}R^2$ B) $\frac{3}{\sqrt{2}}R^2$ C) $\frac{2}{\sqrt{3}}R^2$
D) $\frac{4}{3}R^2$ E) R^2

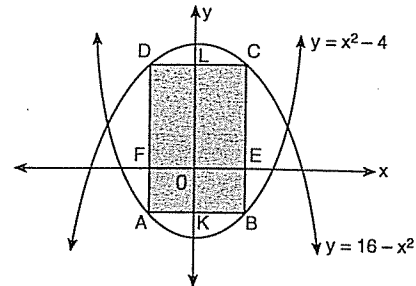
13. Hipotenüs uzunluğu $4\sqrt{3}$ olan dik üçgenlerden alanı en büyük olanının alanı kaç birimkaredir?
A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 24

14. O merkezli 8 cm yarıçaplı çeyrek çember üzerindeki bir D noktasında yarıçapları inen dikme ayakları C ve E dir. Buna göre, OCDE dikdörtgeninin alanı en çok kaç cm^2 dir?
A) 18 B) 24 C) 30 D) 32 E) 36



15. Bir kenarının uzunluğu 8 br olan kare şeklindeki bir sac levha, köşelerinden x br kesilerek üstü açık dikdörtgenler prizması şeklinde bir kutu yapılacaktır. Buna göre, kutunun hacmini en büyük yapan x değeri kaç birimdir?
A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

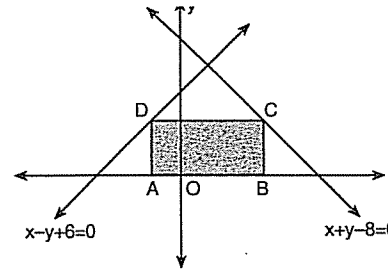
16.



Koordinat düzleminde, $y = 16 - x^2$ ve $y = x^2 - 4$ eğrileri arasına çizilebilen maksimum alanlı ADCP dikdörtgeninde IBCI kaç birimdir?

- A) $\frac{12}{5}$ B) $\frac{15}{4}$ C) $\frac{16}{3}$ D) $\frac{18}{5}$ E) $\frac{40}{3}$

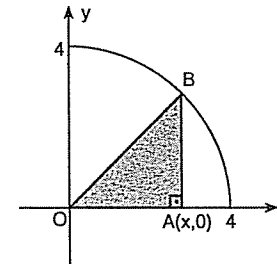
17.



Koordinat düzleminde, $x + y = 8$ ve $x - y = -6$ doğruları arasına çizilebilen maksimum alanlı ABCD dikdörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

- A) $\frac{43}{2}$ B) $\frac{45}{2}$ C) $\frac{47}{2}$ D) $\frac{49}{2}$ E) $\frac{51}{2}$

18. Şekilde denklemleri $x^2 + y^2 = 16$ olan çeyrek çember veriliyor. [BA] $\perp$ Ox ve A(x,0) dir. Buna göre, Alan(OAB) nin alacağı değer x in hangi değeri için en büyüktür?

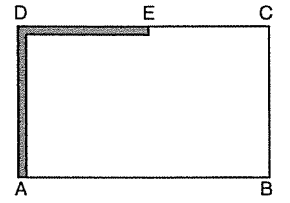


- A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{3}$

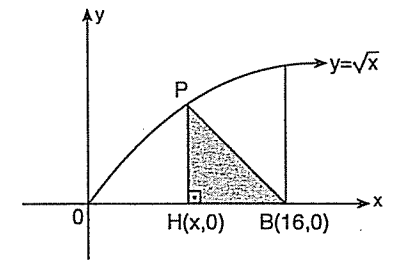
19. $y = x^2$ eğrisi üzerinde olup P(18,0) noktasına en yakın olan noktanın apsisi kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

20. Dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin [AD] kenarının tümü ile [DC] kenarının yarısına şekildeki gibi duvar örülüyor. Kalan kısma ise bir sıra tel çekiliyor. Kullanılan telin uzunluğu 180 metre olduğuna göre, bahçenin alanı en fazla kaç metrekare olur?
A) 2700 B) 3200 C) 3800 D) 4600 E) 5400



21.



Koordinat düzleminde, $y = \sqrt{x}$ parabolünün, A ve P noktalarının x eksenini üzerindeki dik izdüşümleri sırasıyla B(16,0) ve H(x,0) dir.

Buna göre, HBP üçgeninin alanı x in hangi değeri için en büyüktür?

- A) $\frac{15}{4}$ B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{17}{5}$ D) $\frac{18}{5}$ E) $\frac{19}{3}$

22. Şekilde

[AB] $\perp$ [BC]

[AD] $\perp$ [DE]

[BC] $\perp$ [EC]

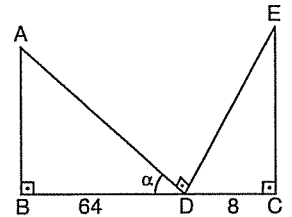
IBDI = 64 br

IDCI = 8 br ve

$m(\widehat{ADB}) = \alpha$ veriliyor.

Buna göre, $\tan \alpha$ nın hangi değeri için |AD| + |DE| toplamı en küçüktür?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$



TEST 22'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = |MN| = \sqrt{(x-2)^2 + (6-x)^2}$
 $= \sqrt{2x^2 - 16x + 40}$
 $f'(x) = \frac{4x-16}{2\sqrt{2x^2-16x+40}} = 0$
 $\Rightarrow 4x-16=0$
 $\Rightarrow x=4$ bulunur.

Yanıt B

2. d doğrusu denklemi,

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{1} = 1 \text{ den } x+y=1 \text{ dir.}$$

P noktası d doğrusu üzerinde olduğu için koordinatı $(x, 1-x)$ dir.

$$f(x) = |OP|^2 + |AP|^2$$

$$f(x) = (\sqrt{x^2 + (1-x)^2})^2 + (\sqrt{(x+1)^2 + (1-x)^2})^2$$

$$f(x) = x^2 + 1 - 2x + x^2 + x^2 + 2x + 1 + 1 - 2x + x^2$$

$$f(x) = 4x^2 - 2x + 3$$

$$f'(x) = 8x - 2$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 8x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ olur.}$$

$$x + y = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} + y = 1 \Rightarrow y = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

O halde, P noktası $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ dür.

Yanıt A

3. Köşeleri A, B, C noktaları olan ABC üçgeninin alanı analitik konusundaki alan hesabı ile bulunur.

$$f(x) = \text{Alan} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 0 \\ x & x^2 + 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$f(x) = \frac{1}{2} |2x^2 - 4 + 2x^2 - 3x + 2|$$

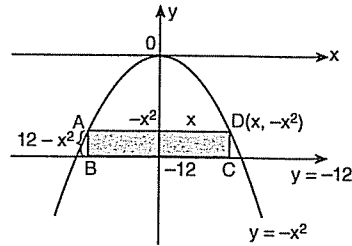
$$f(x) = \frac{1}{2} |4x^2 - 3x - 2|$$

$$f'(x) = \frac{8x-3}{2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{8} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

4.



D noktası $y = -x^2$ eğrisinin üzerinde olduğundan

$D(x, -x^2)$ yazılabilir. O halde,

$f(x) = \text{Dökdörtgenin alanı} = (2x) \cdot (12 - x^2)$ dir.

$$f(x) = 24x - 2x^3$$

$$f'(x) = 24 - 6x^2$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 24 - 6x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \text{ olur.}$$

O halde $x = 2$ veya $x = -2$ dir.

$$f(2) = 48 - 2 \cdot 8 = 32$$

$$f(-2) = -48 + 2 \cdot 8 = -32$$

Dikdörtgenin alanı maksimum 32 olur.

Yanıt A

5.

ABCD dikdörtgeninde,

$|AB| = x$ metre

$|BC| = y$ metre olarak yazılırsa,

$$x + y = 80 \text{ dir.}$$

$$f(x) = x \cdot y = x \cdot (80 - x)$$

$$f'(x) = 80 - 2x$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 80 - 2x = 0 \Rightarrow x = 40$$

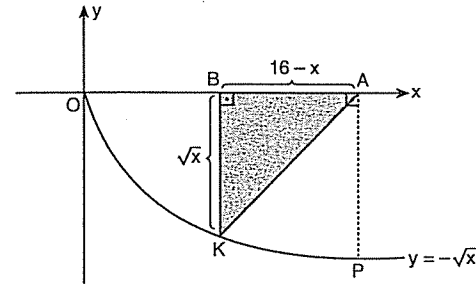
$$x + y = 80 \Rightarrow y = 40 \text{ bulunur.}$$

O halde, ABCD dikdörtgeninin alanı en fazla

$$40 \cdot 40 = 1600 \text{ olur.}$$

Yanıt C

6.



P noktası, parabol üzerinde olduğu için koordinatları $(16, -4)$ dür. $B(x, 0)$, $A(16, 0)$ olduğundan,

$$|AB| = 16 - x, |BK| = \sqrt{x} \text{ dir.}$$

$$\text{Alan}(ABP) = \frac{(16-x) \cdot \sqrt{x}}{2} = f(x)$$

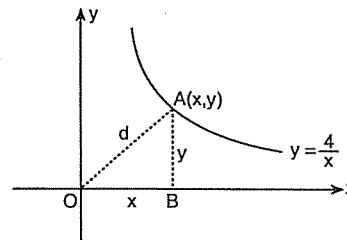
$$f'(x) = \frac{(-1) \cdot \sqrt{x} + (16-x) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{2}$$

$$f'(x) = \frac{16-3x}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 16-3x=0 \Rightarrow x = \frac{16}{3} \text{ olur.}$$

Yanıt A

7. $f(x) = \frac{4}{x}$ eğrisinin orijine en yakın noktası $A(x, y)$ olmak üzere,



$$d^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow f(x) = d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + \frac{16}{x^2}}$$

$$f'(x) = \frac{2x - \frac{32}{x^3}}{2\sqrt{x^2 + \frac{16}{x^2}}}$$

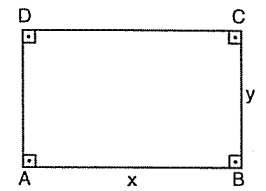
$$f'(x) = 0 \Rightarrow x^4 = 16$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = -2 \text{ olur.}$$

O halde, apsisi ± 2 dir.

Yanıt B

8.



$|AB| = x$, $|BC| = y$ olmak üzere,

$\text{Alan}(ABCD) = x \cdot y = 400$ dür.

$$x \cdot y = 400 \Rightarrow y = \frac{400}{x} \text{ olur.}$$

$\text{Çevre}(ABCD) = 2(x + y)$ olduğuna göre,

$$f(x) = 2 \left(x + \frac{400}{x} \right) \text{ olur.}$$

$$f'(x) = 2 \left(1 - \frac{400}{x^2} \right)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 = 400$$

$$\Rightarrow x = 20 \text{ (uzunluk negatif olmaz)}$$

$$xy = 400$$

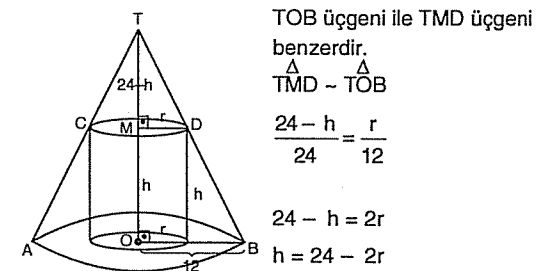
$$y = 20 \text{ olur}$$

O halde, çevrenin en küçük değeri

$$\text{Ç}(ABCD) = 2(x + y) = 2 \cdot 40 = 80 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

9.



TOB üçgeni ile TMD üçgeni benzerdir.

$$\triangle TMD \sim \triangle TOB$$

$$\frac{24-h}{24} = \frac{r}{12}$$

$$24 - h = 2r$$

$$h = 24 - 2r$$

Silindirin hacmi : $\pi \cdot r^2 \cdot h$

$$= \pi \cdot r^2 (24 - 2r)$$

$$= \pi \cdot (24r^2 - 2r^3)$$

Birinci türev sıfıra eşitlenirse

$$\pi \cdot (48r - 6r^2) = 0$$

$$6\pi r \cdot (8 - r) = 0$$

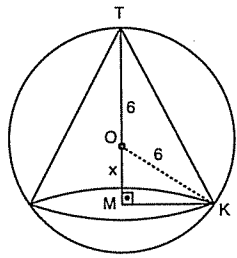
$$r = 0 \text{ veya } r = 8 \text{ dir.}$$

$$h = 24 - 2r \Rightarrow h = 24 - 2 \cdot 8 \Rightarrow h = 8$$

$h = 8$ için silindirin hacmi en büyük olur.

Yanıt C

10.



O merkezli küre
 $|OT| = 6$ br,
 $|OK| = 6$ br dir.
 $|OM| = x$ br olsun.
 OMK dik üçgeninde
 $|OM|^2 + |MK|^2 = |OK|^2$
 $x^2 + |MK|^2 = 6^2$

$$|MK| = \sqrt{36 - x^2} \text{ ve } h = 6 + x \text{ olur.}$$

$$\text{Koninin hacmi} = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$= \frac{1}{3} \pi \cdot (\sqrt{36 - x^2})^2 \cdot (6 + x)$$

$$= \frac{1}{3} \pi \cdot (36 - x^2) \cdot (6 + x)$$

1. türev sıfıra eşitlenirse

$$\Rightarrow \frac{\pi}{3} [(36 - x^2)' \cdot (6 + x) + (36 - x^2) \cdot (6 + x)'] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{3} [(-2x)(6 + x) + (36 - x^2) \cdot 1] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{3} [-12x - 2x^2 + 36 - x^2] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{3} [-3x^2 - 12x + 36] = 0$$

$$-3x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

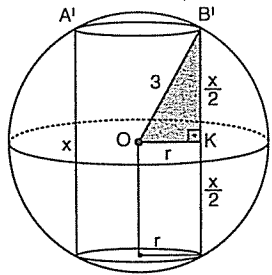
$$(x + 6)(x - 2) = 0$$

$$x = -6, x = 2$$

Koninin yüksekliği : $h = x + 6 = 2 + 6 = 8$ br olur.

Yanıt D

11.



$$\text{OKB' üçgeninde } r^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 9 \text{ olur.}$$

$$\text{Silindirin hacmi} = \pi r^2 \cdot x$$

$$f(x) = \pi \cdot \left(9 - \frac{x^2}{4}\right) \cdot x = \pi \left(9x - \frac{x^3}{4}\right)$$

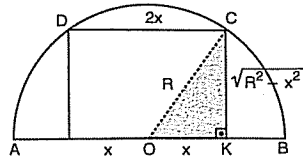
$$f'(x) = \pi \left(9 - \frac{3x^2}{4}\right)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 9 = \frac{3x^2}{4} \Rightarrow x^2 = 12$$

$$\Rightarrow x = 2\sqrt{3} \text{ br olur.}$$

Yanıt B

12.



[CK] $\perp$ [OK] olduğundan $|OK| = x$ ise

$$|CK| = \sqrt{R^2 - x^2} \text{ olur. (Pisagor bağıntısından)}$$

$$|CD| = 2x \text{ ve } |CK| = \sqrt{R^2 - x^2} \text{ ise}$$

$$\text{Dikdörtgenin Alanı} = 2x \cdot \sqrt{R^2 - x^2}$$

Birinci türevi sıfıra eşitlenirse ekstremum noktaları bulunur. Çarpımın türevinden;

$$2 \cdot \sqrt{R^2 - x^2} + 2x \cdot \frac{-2x}{2 \cdot \sqrt{R^2 - x^2}} = 0$$

$$\sqrt{R^2 - x^2} = \frac{x^2}{\sqrt{R^2 - x^2}} \Rightarrow R^2 - x^2 = x^2$$

$$\Rightarrow R^2 = 2x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{R^2}{2} \Rightarrow x = \frac{R\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Dikdörtgenin alanı} = 2 \cdot \frac{R\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{2}} = R\sqrt{2} \cdot \frac{R}{\sqrt{2}} = R^2$$

Yanıt E

13. Hipotenüsü $4\sqrt{3}$, dik kenarları x ve y olan dik üçgen alınır, $y^2 = (4\sqrt{3})^2 - x^2 = 48 - x^2$ (Pisagor bağıntısından)

$$y = \sqrt{48 - x^2}$$

$$\text{Alanı} = \frac{x \cdot y}{2} = \frac{x \cdot \sqrt{48 - x^2}}{2}$$

Çarpımın türevi uygulanırsa,

$$\frac{\sqrt{48 - x^2}}{2} + \frac{x}{2} \cdot \frac{-2x}{2 \cdot \sqrt{48 - x^2}} = 0$$

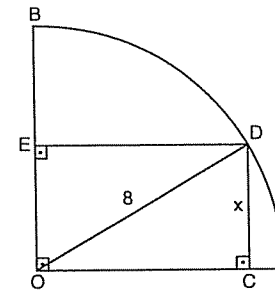
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{48 - x^2}}{2} - \frac{x^2}{2 \sqrt{48 - x^2}} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 48 - x^2 \Rightarrow x^2 = 24 \Rightarrow x = 2\sqrt{6} \text{ olur.}$$

$$\text{Alanı} = \frac{x \cdot \sqrt{48 - x^2}}{2} = \frac{2\sqrt{6} \cdot \sqrt{48 - 24}}{2} = 12 \text{ br}^2 \text{ olur.}$$

Yanıt C

14.



Çemberin yarıçapı 8 cm olduğunda

$|OD| = 8$ cm dir.

$$|CD| = x \text{ alınırsa } 8^2 = x^2 + |OC|^2$$

$$|OC| = \sqrt{64 - x^2}$$

$$A(OCDE) = x \cdot \sqrt{64 - x^2}$$

$$A(x) = x \cdot \sqrt{64 - x^2} \text{ dir.}$$

Türevi alınırsa;

$$A'(x) = 1 \cdot \sqrt{64 - x^2} + \frac{-2}{2 \cdot \sqrt{64 - x^2}} \cdot x$$

$$A'(x) = \frac{64 - 2x}{\sqrt{64 - x^2}}$$

$$A'(x) = 0 \text{ alınırsa}$$

$$64 - 2x^2 = 0 \text{ olur.}$$

$$x^2 = 32$$

$$x = 4\sqrt{2} \text{ cm dir.}$$

Buna alanın en büyük değeri

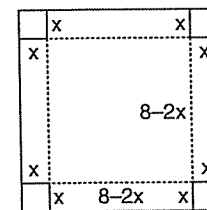
$$A(4\sqrt{2}) = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{64 - (4\sqrt{2})^2}$$

$$A(4\sqrt{2}) = 4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}$$

$$A(4\sqrt{2}) = 32 \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

Yanıt D

15.



Köşelerinden x br kesilip katlanırsa;

Prizmanın tabanı $(8 - 2x)$ br yüksekliği x br olur.

Buna göre, hacmin x değişkenine bağlı fonksiyonu

$$H(x) = (8 - 2x)^2 \cdot x$$

Türevi alınıp sıfıra eşitlenirse

$$H'(x) = 2 \cdot (8 - 2x) \cdot (-2) + 1 \cdot (8 - 2x)^2$$

$$H'(x) = 12x^2 - 64x + 64 = 0$$

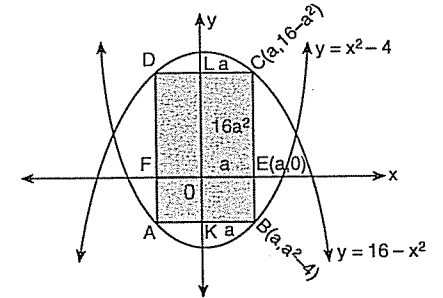
$$x = \frac{4}{3} \text{ ve } x = 4 \text{ bulunur.}$$

$x = 4$ alınırsa prizma oluşmaz. (Taban 0 olur)

$$\text{O halde, } x = \frac{4}{3} \text{ olmalıdır.}$$

Yanıt B

16.



Parabollerin tepe noktaları y - ekseninde olduğundan $A(AKLD) = A(KBCL)$ dir.

E noktasının apsisi a olsun

$$\text{O halde } y = x^2 - 4 \text{ ve } y = 16 - x^2$$

$$x = a \Rightarrow y = a^2 - 4 \text{ ve } y = 16 - a^2 \text{ dir.}$$

$$|BC| = |CE| + |EB|$$

$$|BC| = (16 - a^2) - (a^2 - 4)$$

$$|BC| = -2a^2 + 20 \text{ dir.}$$

$$A(KBCL) = |KB| \cdot |BC|$$

$$= a \cdot (-2a^2 + 20)$$

$$A(ABCD) = 2 \cdot A(KBCL) \text{ olduğundan}$$

Tüm alanı a ya bağlı olarak gösteren fonksiyon

$$A(a) = 2 \cdot a \cdot (-2a^2 + 20)$$

Türevi alınıp sıfıra eşitlenirse

$$A'(a) = 2 \cdot (-2a^2 + 20) + 2a \cdot (-4a) = 20$$

$$A'(a) = -12a^2 + 40 = 0$$

$$-12a^2 = 40$$

$$12a^2 = 40$$

$$a^2 = \frac{10}{3} \text{ tür.}$$

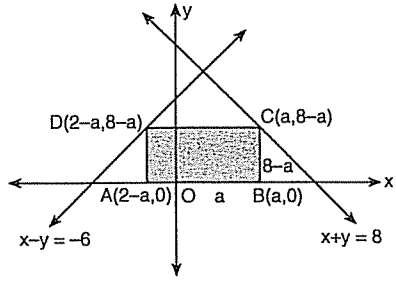
$$|BC| = -2a^2 + 20 \text{ olduğundan}$$

$$|BC| = -2 \cdot \frac{10}{3} + 20$$

$$|BC| = \frac{40}{3} \text{ br dir.}$$

Yanıt E

17.



B noktasının apsisi a ise C nin apsisi a dır. C nin ordinatı; $x + y = 8$ doğrusu üzerinde olduğundan

$x = a \Rightarrow a + y = 8 \Rightarrow y = 8 - a$ dır.

C nin ordinatı $8 - a$ olduğundan D nin ordinatı $8 - a$ dır.

D noktasının ordinatı $x - y = -6$ doğrusu üzerinde olduğundan apsisi;

$y = 8 - a \Rightarrow x - (8 - a) = -6$

$x = 2 - a$ dır.

Buna göre, $|AB| = B - A = a - (2 - a)$

$= 2a - 2$ olduğundan.

$A(ABCD) = |AB| \cdot |BC|$

$A(a) = (2a - 2) \cdot (8 - a)$

$A(a) = -2a^2 + 18a - 16$ dır.

Türevi alınırsa,

$A'(a) = -4a + 18$

$-4a + 18 = 0$

$A = \frac{9}{2}$ dir.

$A\left(\frac{9}{2}\right) = -2\left(\frac{9}{2}\right)^2 + 18 \cdot \frac{9}{2} - 16$

$A\left(\frac{9}{2}\right) = \frac{49}{2}$ br² dir.

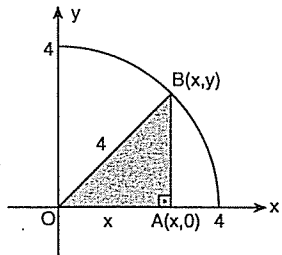
Yanıt D

18. A noktasının apsisi x olduğundan B noktasının apsisi de x olur.

O halde, B(x, y) olsun.

B noktası çember denklemini sağlar.

O halde,



$$x^2 + y^2 = 4^2 \Rightarrow y = \sqrt{16 - x^2}$$

Üçgenin alanı: $\text{Alan}(OAB) = \frac{x \cdot y}{2}$ olduğundan

$$\text{Alan}(OAB) = \frac{x \cdot \sqrt{16 - x^2}}{2} \text{ dir.}$$

Alanı veren fonksiyon $A(x) = \frac{x \cdot \sqrt{16 - x^2}}{2}$

Türevi alınıp sıfıra eşitlenirse,

$$A'(x) = \frac{1 \cdot \sqrt{16 - x^2}}{2} + \frac{-2x}{2 \cdot 2\sqrt{16 - x^2}} \cdot x = 0$$

$$\frac{\sqrt{16 - x^2}}{2} - \frac{2x^2}{4\sqrt{16 - x^2}} = 0$$

$$\frac{16 - x^2 - x^2}{2\sqrt{16 - x^2}} = 0$$

$$16 - 2x^2 = 0$$

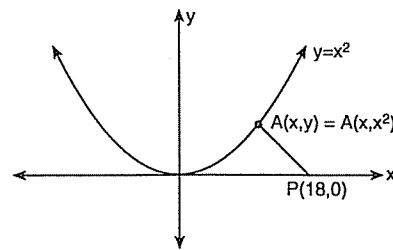
$$x^2 = 8$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

x in pozitif değeri $x = 2\sqrt{2}$ bulunur.

Yanıt B

19.



P noktasına $y = x^2$ eğrisi üzerindeki en yakın nokta A(x, y) noktası olsun.

|API| nin en küçük olması için

$$|API| = \sqrt{(x - 18)^2 + (x^2)^2} \text{ uzaklığı olan}$$

$M(x) = \sqrt{(x - 18)^2 + x^4}$ fonksiyonunun türevinin

sıfıra eşitlenmesi gerekir.

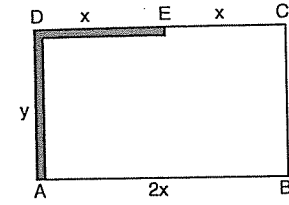
$$M'(x) = \frac{2(x - 18) + 4x^3}{2\sqrt{(x - 18)^2 + x^4}}$$

$$2x - 36 + 4x^3 = 0$$

$$x = 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

20.



$|DE| = |EC| = x$ ve $|AD| = y$ olsun

Telin uzunluğu 180 m ise

$$3x + y = 180$$

$$y = 180 - 3x \text{ dir.}$$

$$A(ABCD) = 2x \cdot y$$

$A(x) = 2x \cdot (180 - 3x)$ alan fonksiyonunun

türevi alınırsa,

$$A'(x) = 2 \cdot (180 - 3x) + 2x \cdot (-3)$$

$$A'(x) = 360 - 12x$$

Alanın en çok olması için

$$A'(x) = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$360 - 12x = 0$$

$$x = 30 \text{ olur.}$$

Buna göre, alan

$$A(ABCD) = 2x \cdot (180 - 3x)$$

$$A(ABCD) = 2 \cdot 30 \cdot (180 - 3 \cdot 30)$$

$$A(ABCD) = 60 \cdot 90$$

$$A(ABCD) = 5400 \text{ m}^2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

A(HPB) nin en büyük olması için $A'(x) = 0$ olmalıdır.

$$A'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} (16 - x) + (-1) \cdot \frac{\sqrt{x}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{16 - x}{4\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{2} = 0$$

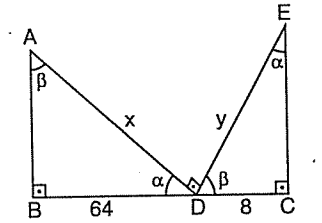
$$\Rightarrow \frac{16 - x}{4\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{2}$$

$$\Rightarrow 4x = 32 - 2x$$

$$\Rightarrow x = \frac{16}{3} \text{ tûr.}$$

Yanıt B

22.



$m(\widehat{BAD}) = \beta$ olsun $\alpha + \beta = 90$ olduğundan

$m(\widehat{EDC}) = \beta$ ve $m(\widehat{DEC}) = \alpha$ olur.

$|AD| = x$ ve $|DE| = y$ olsun,

$$\cos \alpha = \frac{64}{x} \text{ ve } \sin \alpha = \frac{8}{y}$$

$$x = \frac{64}{\cos \alpha} \text{ ve } y = \frac{8}{\sin \alpha}$$

$$|AD| + |DE| = x + y = \frac{64}{\cos \alpha} + \frac{8}{\sin \alpha} = f(x)$$

$x + y$ nin en büyük olması için $f'(x)$ sıfır olmalıdır.

$$f'(x) = \frac{64 \sin \alpha}{\cos^2 \alpha} - \frac{8 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} = 0$$

$$\frac{64 \sin \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{8 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$8 \cos^3 \alpha = 64 \sin^3 \alpha$$

$$\frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} = \frac{8}{64}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{4}$$

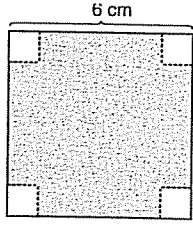
$$\tan \alpha = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt C

TEST 23

MAKSİMUM ve MİNİMUM PROBLEMLERİ

1. Şekilde bir kenarı 6 santimetre uzunluğunda olan kare biçimindeki karton verilmiştir. Bu kartonun köşelerinden aynı büyüklükte kareler kesilip atılarak üstü açık dikdörtgenler prizması yapılacaktır. Bu prizmanın hacmi en çok olduğunda kesilip atılan parçaların bir kenar uzunluğu kaç santimetre olur?



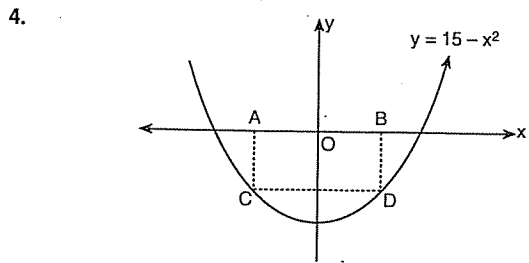
- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 3

2. İki sayıdan birincisinin 2 katından, ikincisinin yarısı çıkarıldığında sonuç 18 bulunuyor. Bu sayıların çarpımı en az kaç olabilir?

- A) -18 B) -27 C) -36 D) -63 E) -81

3. Çevre uzunluğu 28 birim olan dikdörtgenler arasında alanı en büyük olanının alanı kaç birimkaredir?

- A) 21 B) 32 C) 49 D) 52 E) 64



C ve D noktaları $y = 15 - x^2$ parabolü üzerinde, A ve B noktaları x ekseninde olmak üzere, ABCD dikdörtgeni oluşturuluyor. Buna göre, ABCD dikdörtgenlerinin alanı en büyük olanının alanı kaç birimkaredir?

- A) 5 B) $15\sqrt{5}$ C) 20 D) $20\sqrt{5}$ E) 25

5. $y = x^2 - 6x + 2$ fonksiyonunun grafiği üzerinde bir nokta alınıyor. Bu noktanın koordinatları toplamı en çok kaç olabilir?

- A) $-\frac{5}{2}$ B) $-\frac{25}{4}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{25}{16}$ E) $\frac{25}{8}$

6. Hipotenüs uzunluğu 5 birim olan dik üçgenin alanı en çok kaç birimkare olabilir?

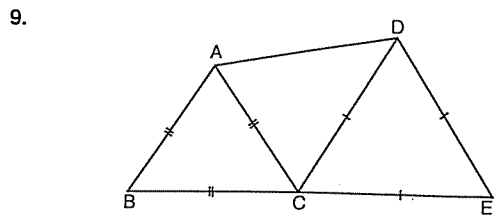
- A) $\frac{25}{4}$ B) 25 C) 20 D) 15 E) $\frac{15}{2}$

7. Dikdörtgenler prizması şeklindeki bir kutunun hacmi 288 cm^3 tür. Tabanın boyu eninin 2 katı olduğuna göre, prizmanın hacminin en az olması için boyutlarının toplamı kaç santimetre olmalıdır?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 30

8. $f(x) = 2x^2 - 8x$ fonksiyonunun grafiği üzerindeki noktalardan koordinatları toplamı en küçük olan noktanın ordinatı kaçtır?

- A) $\frac{7}{4}$ B) $\frac{49}{4}$ C) $-\frac{63}{8}$ D) $-\frac{9}{8}$ E) $-\frac{63}{4}$



ABC ve CDE eşkenar üçgen ve $|BE| = 8$ birim olmak üzere, ABED dörtgeninin alanının en az olabilmesi için $|BC|$ kaç birim olmalıdır?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) 4 D) 3 E) 2

10. $x^2 + (-m + 4)x + 3m - 4 = 0$ denkleminin köklerinin kareleri toplamının minimum olması için, m kaç olmalıdır?
A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 2

11. İki köşesi $y = x^2$ parabolü ve diğer iki köşesi $y = 6$ doğrusu üzerinde bulunan dikdörtgenin alanının maksimum değeri kaçtır?

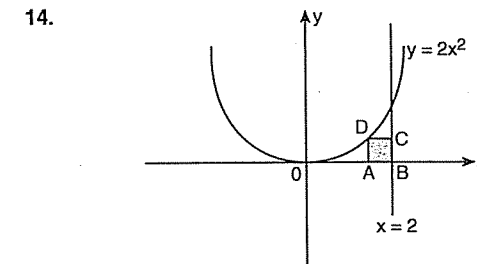
- A) $4\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{2}$
D) $8\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{3}$

12. $y = x^2 + n$ fonksiyonunun $y = 2x + 1$ doğrusuna en yakın uzaklığı 1 br olduğuna göre, n nin pozitif değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\sqrt{5} - 2$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{5} + 2$ E) 6

13. $y = x^3$ eğrisinin, A(4, 0) noktasına en yakın noktasının apsisi kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2



Şekilde $y = 2x^2$ fonksiyonu ile $x = 2$ doğrusunun grafikleri çizilmiştir. D noktası eğri üzerinde olmak üzere, şekildedeki ABCD dikdörtgeni oluşturuluyor. Bu dikdörtgenlerden alanı en büyük olanının alanı kaçtır?

- A) $\frac{32}{27}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{64}{27}$ D) 4 E) 8

15. ABC üçgeninde

$$[AH] \perp [BC]$$

$$|AB| = |AC|$$

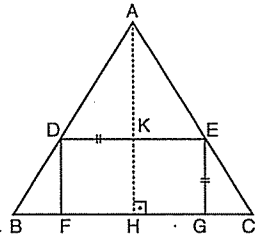
$$|DK| = |EK| = a$$

$$|BC| = 18 \text{ br}$$

$$|AH| = 6 \text{ br}$$

DEFG dikdörtgeninin alanının en büyük olabilmesi için a kaç olmalıdır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 4



16. Koordinat düzleminde

ABC dik üçgeni

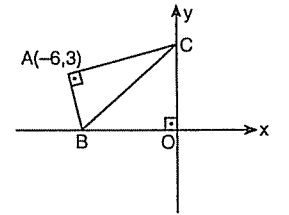
verilmiştir.

$$[AB] \perp [AC] \text{ ve } A(-6, 3)$$

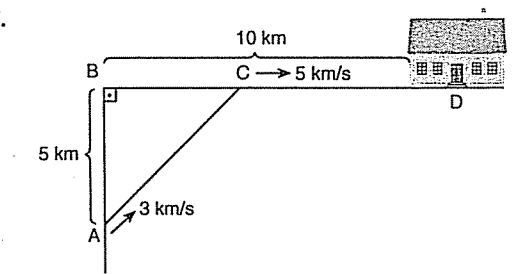
olduğuna göre, $|BC|$ nin en küçük değeri

kaç birimdir?

- A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{5}$



- 17.

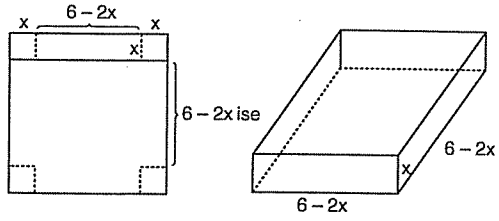


Bir çiftçi, BD asfalt yoluna 5 km uzaklıktaki A noktasındaki tarladadır. Bu çiftçinin evi B noktasından 10 km uzaklıktadır. Çiftçi, tarlada saatte 3 km ve asfaltta saatte 5 km hızla gittiğine göre, $|BC|$ nin hangi değeri için çiftçi evine en kısa zamanda gider?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{35}{12}$ C) $\frac{15}{4}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{25}{16}$

TEST 23'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1.



$$f(x) = (6-2x)^2 \cdot x \text{ olur.}$$

$$f(x) = 4x^3 - 24x^2 + 36x$$

$$f'(x) = 12x^2 - 48x + 36 = 0 \text{ köklerini bulalım.}$$

$$12x^2 - 48x + 36 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) = 0$$

$$x_1 = 1 \vee x_2 = 3 \text{ olur.}$$

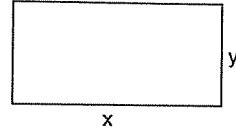
Fonksiyon işaretini incelendiğinde

x	1	3
f'(x)	+	-
f(x)	mak.	min.

Hacmi en büyük yapan x değeri 1 bulunur.

Yanıt B

3.



$$\text{Çevre} = 2(x+y) = 28 \text{ dir.}$$

$$x+y=14 \Rightarrow y=14-x$$

Alan = f(x) = x.y en büyük olmalı

f(x) = x.(14-x) = 14x - x^2 ifadesinin birinci türeini bulup sıfıra eşitleyelim türevini bulalım.

$$f'(x) = 14 - 2x = 0 \Rightarrow x = 7 \text{ bulunur.}$$

Buradan y = 14 - 7 br dir.

$$\text{Alan} = x.y = 7.7 = 49 \text{ birimkare bulunur.}$$

Yanıt C

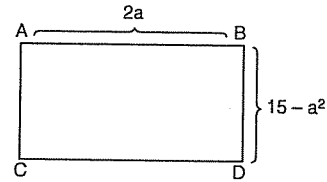
4.

A noktasının koordinatları (-a,0) ve

B noktasının koordinatları (a,0) olsun. Buna göre,

C noktasının koordinatları (-a, 15 - a^2) ve

D noktasının koordinatları (a, 15 - a^2) olur.



$$|AB| = 2a \text{ br}$$

$$|BD| = 15 - a^2 \text{ br ise}$$

$$\text{Alan} = |AB| \cdot |BD|$$

Alanın en büyük değerini bulabilmek için f'(a) = 0 denkleminin köklerini bulalım.

$$f(a) = 2a \cdot (15 - a^2) = 30a - 2a^3$$

$$f'(a) = 30 - 6a^2 \Rightarrow 30 - 6a^2 = 0 \Rightarrow a^2 = 5$$

$$\Rightarrow a_1 = \sqrt{5} \vee a_2 = -\sqrt{5}$$

a = \sqrt{5} br için alan en büyüktür.

x'	-\sqrt{5}	\sqrt{5}
f'(x)	-	+
f(x)	min	max

Yanıt D

5. A_{mak}(x,y) olsun

$$x = a \text{ ise}$$

$$y = -a^2 - 6a + 2 \text{ olur}$$

$$f(a) = x + y - a + (a^2 - 6a + 2)$$

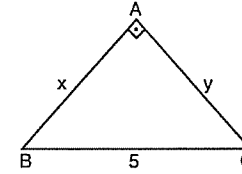
$$f'(0) = 2a - 5$$

$$a = -\frac{5}{2} \text{ olduğundan.}$$

$$\text{apsis } -\frac{5}{2} \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

6.



$$x^2 + y^2 = 25 \Rightarrow y = \sqrt{25 - x^2} \text{ dir.}$$

$$f(x) = \frac{x \cdot y}{2} \text{ olur.}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{25 - x^2}}{2} \text{ olur.}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \left[\sqrt{25 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{25 - x^2}} \right]$$

f'(x) denkleminin köklerini bulalım.

$$\frac{1}{2} \left[\sqrt{25 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{25 - x^2}} \right] = 0 \Rightarrow \sqrt{25 - x^2} = \frac{x^2}{\sqrt{25 - x^2}} \Rightarrow 25 - x^2 = x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 25 \Rightarrow x_1 = -\frac{5}{\sqrt{2}} \vee x_2 = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

x	-\frac{5}{\sqrt{2}}	\frac{5}{\sqrt{2}}
f'(x)	+	-
f(x)	mim.	mak.

$$x = \frac{5}{\sqrt{2}} \text{ için } f(x) \text{ maksimum değerini alır.}$$

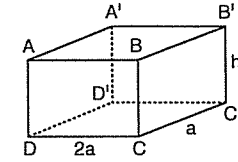
O halde, alan en çok

$$y = \sqrt{25 - \frac{25}{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \frac{5}{\sqrt{2}} \right) = \frac{25}{4} \text{ birimkare değerini alır.}$$

Yanıt A

7.



Eni a ise boyu 2a olur.

Yüksekliği h olsun

Dikdörtgenler prizmasının hacmi 288

$$2a^2 \cdot h = 288 \Rightarrow h = \frac{288}{2a^2} = \frac{144}{a^2}$$

Üst yüzeyi açık olacağına göre

$$\text{Yüzey alanı} = 2a^2 + 4ah + 2ah = 2a^2 + 6a \cdot \frac{144}{a^2} = \frac{2a^3 + 864}{a}$$

$$f(x) = \frac{2a^3 + 864}{a} \text{ ifadesinde a'nın en az olması için}$$

$$f'(a) = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$f'(a) = \frac{6a^3 - 2a^3 - 864}{a^2} = 0 \Rightarrow 4a^3 - 864 = 0 \Rightarrow 4a^3 = 864 \Rightarrow a^3 = 216$$

$$a = 6 \text{ br}$$

$$a = 6 \text{ br ise } h = \frac{144}{6^2} = \frac{144}{36} = 4 \text{ br}$$

$$\text{Boyutları toplamı} = 6 + 2.6 + 4 = 22 \text{ br dir.}$$

Yanıt B

8.

A_{min}(x, y) olsun y = a

$$x + y = 2a^2 - 8a \text{ ise}$$

$$f(x) = x + y = 2a^2 - 8a$$

toplamının en küçük olması için f'(a) = 0 olması gerekir.

$$f'(a) = 4a - 7 \Rightarrow 4a - 7 = 0$$

$$a = \frac{7}{4} \Rightarrow A_{\min} \left(\frac{7}{4}, y \right) \text{ ise}$$

$$y = 2 \cdot \frac{49}{16} - 8 \cdot \frac{7}{4} = \frac{49}{8} - \frac{112}{8}$$

$$y = -\frac{63}{8}$$

Yanıt C

2.

1. sayı x, 2. sayı y olsun

$$2x - \frac{y}{2} = 18 \Rightarrow 2x - 18 = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 4x - 36 \text{ dir.}$$

f(x) = x.y = x.(4x - 36) = 4x^2 - 36x değeri en az olmalıdır. f'(x) = 8x - 36 köklerini bulup işaretini inceleyelim

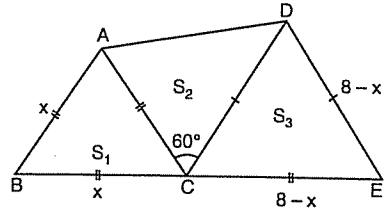
x'	\frac{9}{2}
f'(x)	+
f(x)	min

O halde, x,y ifadesi x = \frac{9}{2} için en küçük değeri

$$x = \frac{9}{2} \Rightarrow x.y = \frac{9}{2}(-18) = -81 \text{ olur.}$$

Yanıt E

9.



$$S_1 = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_3 = \frac{(8-x)^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot (8-x) \cdot \sin 60^\circ$$

$$f(x) = S_1 + S_2 + S_3 \text{ olur.}$$

$$f(x) = S_1 + S_2 + S_3$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{3}(2x^2 - 16x + 64)}{4} + \frac{(8x - x^2)\sqrt{3}}{4}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} [x^2 - 8x + 64] \text{ en az olması için } f'(x) = 0$$

denklemini sağlayan x değeri bulunmalıdır.

$$f'(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} (2x - 8) \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} (2x - 8) = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ br.}$$

Yanıt C

10. $ax^2 + bx^2 + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere;

$$f(m) = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$

$$= (m - 4)^2 - 2(6m - 4)$$

$$= m^2 - 8m + 16 - 12m + 8$$

$$f(m) = m^2 - 14m + 24 \text{ ifadesinin en küçük değeri için}$$

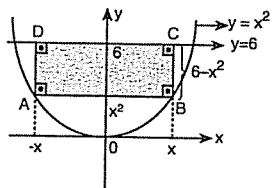
$$f'(m) = 0 \text{ eşitliğinin köklerine bakılır.}$$

$$f'(m) = 2m - 14 = 0$$

$$m = 7 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

11.



İki köşesi $y = x^2$ parabolü üzerinde, iki köşesi $y = 6$ doğrusu üzerinde olan dikdörtgen ABCD dikdörtgeni olsun. A ve B nin apsisi $-x$ ve x alınırsa $y = x^2$ parabolü üzerinde olduğundan A ve B noktalarının ordinatları x^2 olur. Buna göre, $IAB| = 2x$ ve $ICD| = 6 - x^2$ dir.

O halde,

$$\text{Dikdörtgenin alanı} = (2x) \cdot (6 - x^2) \text{ dir.}$$

$$= 12x - 2x^3$$

Türevini sıfır yapan değerlerden biri maksimum, diğeri minimum değerini verir.

$$(12x - 2x^3)' = 12 - 6x^2 = 0$$

$$\Rightarrow 6x^2 = 12$$

$$\Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2} \text{ veya } x = -\sqrt{2}$$

$$x = \sqrt{2} \text{ için dikdörtgenin alanı} = 2\sqrt{2} \cdot (6 - 2) = 8\sqrt{2} \text{ olur.}$$

Yanıt D

12. $y = x^2 + n$ fonksiyonunun

$y = 2x + 1$ doğrusuna en yakın noktası (x_0, y_0) olsun.

$y = x^2 + n$ parabolünün türevi $y = 2x$ dir. Yani parabolün x_0 noktasındaki teğetinin eğimi $y = 2x_0$ dir. Bu teğet

$y = 2x + 1$ doğrusuna paralel olduğundan eğimleri eşittir.

$$2x_0 = 2 \text{ dir.}$$

$$x_0 = 1 \text{ dir.}$$

$$x_0 = 1 \text{ ise } y = x^2 + n = 1 + n \text{ dir.}$$

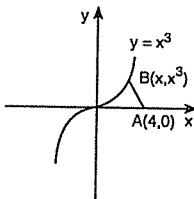
$(1, 1 + n)$ noktasının $y - 2x - 1 = 0$ doğrusuna uzaklığı 1 birim olduğundan;

$$1 = \frac{|1 + n - 2 - 1|}{\sqrt{1 + 4}} \Rightarrow |n - 2| = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow n = 2 + \sqrt{5} \text{ veya } n = 2 - \sqrt{5} \text{ olur.}$$

Yanıt D

13.



B noktası $y = x^3$ eğrisi üzerinde olduğundan koordinatları $B(x, x^3)$ olmalıdır. B noktası $A(4, 0)$ noktasına en yakın olan nokta olduğuna göre iki nokta arasındaki uzaklık en az olmalıdır.

$$IAB| = \sqrt{(x-4)^2 + (x^3-0)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + x^6}$$

Birinci türevi sıfıra eşitlenirse,

$$\frac{1}{2} ((x-4)^2 + x^6)^{-\frac{1}{2}} \cdot [2(x-4) + 6x^5] = 0$$

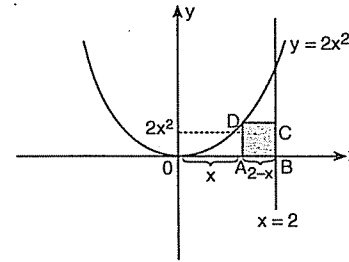
$$\Rightarrow \frac{-8 + 2x + 6x^5}{2\sqrt{(x-4)^2 + x^6}} = 0$$

$$\Rightarrow 6x^5 + 2x - 8 = 0 \text{ denklemini sağlayan } x \text{ değeri } 1 \text{ dir.}$$

O halde $y = x^3$ eğrisinin $A(4, 0)$ noktasına en yakın noktasının apsisi 1 dir.

Yanıt C

14.



D köşesi, parabol üzerinde olduğu için koordinatı $(x, 2x^2)$ dir. ABCD dikdörtgeninin x e bağlı olan fonksiyonu,

$$f(x) = 2x^2 \cdot (2 - x) \text{ dir.}$$

$$f'(x) = 4x \cdot (2 - x) + 2x^2 \cdot (-1)$$

$$f'(x) = 8x - 4x^2 - 2x^2$$

$$f'(x) = 8x - 6x^2$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x(8 - 6x) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ veya } x = \frac{4}{3} \text{ olur.}$$

$$f''(x) = 8 - 12x$$

$f''(0) > 0$ olduğundan $f(x)$, $x = 0$ apsisi noktada minimum değerini alır.

$f''\left(\frac{4}{3}\right) < 0$ olduğundan $f(x)$, $x = \frac{4}{3}$ apsisi noktada maksimum değerini alır.

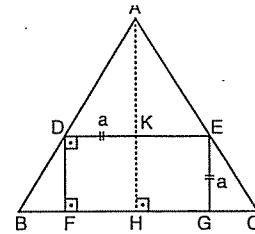
O halde ABCD dikdörtgeninin alanının en büyük değeri

$$f\left(\frac{4}{3}\right) \text{ tür.}$$

$$f\left(\frac{4}{3}\right) = 2 \cdot \frac{16}{9} \cdot \left(2 - \frac{4}{3}\right) = \frac{32}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{64}{27} \text{ olur.}$$

Yanıt C

15.



$$IDEI = y \text{ olsun}$$

$$[DE] \parallel [BC]$$

$$\frac{IAB|}{IAH|} = \frac{18 \text{ br}}{6 \text{ br}} \Rightarrow \frac{y}{18} = \frac{6-a}{6} \Rightarrow y = 18 - 3a \text{ olur.}$$

$$\text{Alan} = IDEI \cdot IEG| \Rightarrow f(x) = y \cdot a = (18 - 3a) \cdot a$$

Alanın en büyük olması için $f'(x) = 0$ olmalı.

$$f'(x) = 18 - 3a \Rightarrow 18 - 3a = 0 \Rightarrow a = 6 \text{ br.}$$

$$f''(x) = -3 < 0 \text{ (mak. değeri vardır.)}$$

Yanıt D

16. $B(x, 0)$ ve $C(0, y)$ olsun

$[AB] \perp [AC]$ olduğundan eğimleri çarpımı -1 olmalıdır.

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -1 \Rightarrow \frac{3}{-6-x} \cdot \frac{y-3}{6} = -1 \Rightarrow \frac{y-3}{-12-2x} = -1$$

$$= y - 3 = 2x + 12$$

$$y = 15 + 2x$$

OBC dik üçgeninde pisagor uygulanırsa,

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -1 \Rightarrow \frac{3}{-6-x} \cdot \frac{y-3}{6} = -1 \Rightarrow \frac{y-3}{-12-2x} = -1$$

$$= y - 3 = 12 + 2x$$

$$y = 15 + 2x$$

OBC dik üçgeninde pisagor uygulanırsa,

$$|OC|^2 + |OB|^2 = |BC|^2 \Rightarrow |BC|^2$$

$$= x^2 + y^2 \Rightarrow |BC| = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow f(x) = \sqrt{x^2 + (2x + 15)^2}$$

$$f(x) = \sqrt{5x^2 + 60x + 225}$$

$$f'(x) = \frac{10x + 60}{2\sqrt{5x^2 + 60x + 225}} = 0 \Rightarrow x = -6$$

$$y = 3$$

$$|BC| = \sqrt{(-6)^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

Yanıt E

17. Zaman = $\frac{Yol}{Hız}$ yani $t = \frac{x}{v}$ dir.

IACI uzunluğunu t_1 saatte

ICDI uzunluğunu t_2 saatte alsın.

ABC dik üçgeninde pisagor uygulanarak

IACI nu bulalım.

$$x^2 + 5^2 = |AC|^2 \Rightarrow |AC| = \sqrt{x^2 + 25}$$

$$t_1 = \frac{|AC|}{3} = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{3} \text{ ve } t_2 = \frac{|CD|}{5} = \frac{10-x}{5}$$

Toplam zaman = $t_1 + t_2 = f(x)$ olacağına göre

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{3} + \frac{10-x}{5} \text{ olur.}$$

En kısa zamanı bulmak için $f'(x) = 0$ olmalıdır.

$$f'(x) = \frac{x}{3\sqrt{x^2 + 25}} + \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{x}{3\sqrt{x^2 + 25}} + \frac{1}{5} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3\sqrt{x^2 + 25}} = -\frac{1}{5}$$

Her iki tarafın karesini alıp denklemini çözelim

$$\Rightarrow 5x = 3\sqrt{x^2 + 25}$$

$$25x^2 = 9(x^2 + 25)$$

$$25x^2 - 9x^2 = 225 \Rightarrow 16x^2 = 225 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{225}{16}} = \frac{15}{4} \text{ br}$$

Yanıt C

1. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 4x - 2$ fonksiyonunun dönüm noktasının ordinatı kaçtır?
A) -12 B) -10 C) -8 D) 10 E) 12

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x^3 + ax^2 - 6x + 6$ eğrisinin büküm noktasının apsisi -1 olduğuna göre, ordinatı kaçtır?
A) -8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 14

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = \frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x - 2$
fonksiyonunun dönüm noktalarının apsileri toplamı kaçtır?
A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

4. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx + 3$ fonksiyonunun dönüm noktası A(3, 6) olduğuna göre, (a + b) toplamı kaçtır?
A) 30 B) 28 C) 26 D) 25 E) 23

5. $f(x) = a + (x - b)^5$ fonksiyonunun dönüm noktası A(2, 1) olduğuna göre, f(x) in $x = 3$ apsisi noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ fonksiyonunda A(1, -1) noktası yerel minimum noktası ve $x = -1$ apsisi noktası dönüm noktası olduğuna göre, c değeri kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

7. $f(x) = x^3 - 2mx^2 + nx + 1$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisi noktasındaki teğetinin eğimi 2 dir.
Bu fonksiyonun $x = 4$ apsisi noktasında dönüm noktası olduğuna göre, n kaçtır?
A) -21 B) -19 C) 19 D) 23 E) 27

8. $f(x) = (x + 3)^3 - 3x^2 + 4x + 2$ fonksiyonunun dönüm noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?
A) 20 B) 14 C) $\frac{1}{19}$ D) $-\frac{1}{19}$ E) -19

9. $y = x^3 + ax^2 - 3$ eğrisinin dönüm noktasındaki teğetinin eğimi -3 olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?
A) -3 B) $-2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) 9

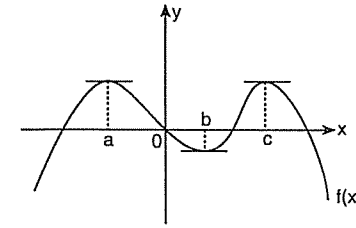
10. $f(x) = \arctan x$ fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi kaçtır?
A) -1 B) -2 C) 0 D) 1 E) 2

11. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ fonksiyonunda $x = 1$ apsisi noktası dönüm noktasıdır.
Bu noktadan f(x) e çizilen teğet $x + y - 1 = 0$ doğrusuna dik olduğuna göre, b kaçtır?
A) -6 B) -3 C) 4 D) 6 E) 9

12. $f(x) = 2x^3 + 6x^2 + ax + 5$ fonksiyonunun dönüm noktasındaki teğetin eğim açısı 45° olduğuna göre, a kaçtır?
A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

13. $f(x) = x^3 + bx^2 + cx - 8$ fonksiyonunda apsisi $x = 2$ olan nokta dönüm (büküm) noktasıdır. Fonksiyonun bu noktadaki teğetinin eğimi 4 olduğuna göre, c değeri kaçtır?
A) 11 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

14.



Şekilde verilen f(x) fonksiyonunun kaç tane dönüm noktası vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. $f(x) = x^3 - x^2$ fonksiyonunun konveks olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ B) $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$ C) $\left(-\frac{1}{21}, \frac{1}{3}\right)$
D) $\left(\frac{1}{3}, \infty\right)$ E) $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$

16. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 13$ eğrisinin konveks olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(-1, \infty)$ B) $(-2, \infty)$ C) $(-3, \infty)$
D) $(-\infty, -2)$ E) $(-\infty, -3)$

17. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{35}{2}x^2 + 3x - 8$
eğrisinin konkav olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(-7, 5)$ B) $(-\infty, -7)$ C) $(-\infty, 5)$
D) $(-\infty, -7) \cup (5, \infty)$ E) $(5, \infty)$

18. $f(x) = x^4 - 8x^3 - 30x^2 + 7$ eğrisi, aşağıdaki aralıkların hangisinde konkavdır?
A) $(-4, 2)$ B) $(-2, -1)$ C) $(-1, 5)$
D) $(2, 7)$ E) $(5, 9)$

19. $f(x) = (x - 1)(x + 3)^2$ eğrisi veriliyor. Aşağıdaki aralıkların hangisinde bu eğrinin çukurluk yönü yukarı doğrudur?

- A) $\left(-\infty, -\frac{5}{3}\right)$ B) $(-\infty, -3)$ C) $(-3, -2)$
D) $\left(-3, -\frac{5}{3}\right)$ E) $\left(-\frac{5}{3}, \infty\right)$

20. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 4x + 5$ fonksiyonunun konkav olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(-\infty, 1)$ B) $(1, 2)$ C) $(1, 3)$
D) $(3, +\infty)$ E) $\mathbb{R}$

TEST 24'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. İkinci türevinin tek katlı kökleri dönüm noktalarının apsisleridir.

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 4$$

$$f''(x) = 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ bulunur.}$$

Buna göre,

$$x = 2 \text{ için } f(2) = 8 - 24 + 8 - 2 = -10 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

$$2. f(x) = x^3 + ax^2 - 6x + 6$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax - 6$$

$$f''(x) = 6x + 2a$$

$$f''(-1) = 0 \Rightarrow -6 + 2a = 0 \Rightarrow a = 3 \text{ bulunur.}$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 6x + 6$$

$$f(-1) = -1 + 3 + 6 + 6 = 14 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

$$3. f(x) = \frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x - 2$$

$$f'(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 3x + 3$$

$$f''(x) = 2x^2 - x - 3$$

$$f''(x) \Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0$$

$$f''(x) \Rightarrow (2x - 3)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{3}{2} \quad x_2 = -1$$

x	$-\infty$	-1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f''(x)$	+	-	+	+
$f(x)$		↖	↗	↘

Tabloda da görüldüğü üzere $x = -1$ ve $x = \frac{3}{2}$ apsisli noktalar fonksiyonun dönüm noktalarıdır.

$$x_1 + x_2 = -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

Yanıt D

$$4. f(3) = 6 \text{ ve } f''(3) = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$f(x) = x^3 - ax^2 + bx + 3$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2ax + b$$

$$f''(x) = 6x - 2a$$

$$f''(3) = 0 \Rightarrow 6 \cdot 3 - 2a = 0 \Rightarrow a = 9$$

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + bx + 3$$

$$f(3) = 3^3 - 9 \cdot 3^2 + 3b + 3 = 6$$

$$\Rightarrow b = 19 \text{ olduğundan}$$

$$a + b = 9 + 19 = 28 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

$$5. A(2, 1) \text{ noktası dönüm noktası olduğundan,}$$

$$f''(2) = 0 \text{ ve } f(2) = 1 \text{ dir.}$$

$$f(x) = a + (x - b)^5$$

$$f'(x) = 5(x - b)^4$$

$$f''(x) = 20(x - b)^3$$

$$f''(2) = 20(2 - b)^3 = 0 \Rightarrow b = 2 \text{ dir.}$$

$$f(2) = 1 \text{ olduğundan}$$

$$f(2) = a + (2 - 2)^5 = 1 \Rightarrow a = 1 \text{ bulunur.}$$

$$\text{Buna göre, } f(x) = 1 + (x - 2)^5 \text{ bulunur.}$$

$$f(x) \text{ eğrisine } x = 3 \text{ apsisli noktadan çizilen teğetin eğimi } f'(3) \text{ tür.}$$

$$f(x) = 1 + (x - 2)^5$$

$$f'(x) = 5(x - 2)^4$$

$$f'(3) = 5(3 - 2) = 5 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

$$6. A(1, -1) \text{ noktası yerel minimum noktası ise;}$$

$$f(1) = -1 \text{ ve } f'(1) = 0 \text{ dir.}$$

$$x = 1 \text{ apsisli nokta dönüm noktası ise;}$$

$$f''(1) = 0 \text{ dir.}$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$f''(x) = 6x + 2a \text{ olduğundan}$$

$$f''(1) = 6 + 2a = 0$$

$$a = -3 \text{ bulunur.}$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow 3 \cdot 1^2 + 2a \cdot 1 + b = 0$$

$$3 + 2 \cdot (-3) + b = 0$$

$$b = -9 \text{ bulunur.}$$

$$f(1) = -1 \Rightarrow 1^3 + a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = -1$$

$$1 + (-3) - 9 + c = -1$$

$$c = 4 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

$$7. x = 1 \text{ noktasındaki teğetin eğimi 2 olduğuna göre,}$$

$$f'(1) = 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4mx + n$$

$$f'(1) = 3 - 4m + n = 2 \Rightarrow n - 4m = -1$$

Dönüm noktasındaki x değeri için ikinci türev sıfır olacaktır,

$$f''(4) = 0 \Rightarrow f''(x) = 6x - 4m$$

$$\Rightarrow f''(4) = 24 - 4m = 0$$

$$4m = 24$$

$$m = 6 \text{ olur.}$$

$$n - 4m = -1 \text{ ve } m = 6 \Rightarrow n - 24 = -1 \Rightarrow n = 23 \text{ olur.}$$

Yanıt D

$$8. f(x) = (x + 3)^3 - 3x^2 + 4x + 2$$

$$f'(x) = 3(x + 3)^2 - 6x + 4$$

$$f''(x) = 6(x + 3) - 6 = 0$$

$$x + 3 = 1$$

$$x = -2 \text{ dönüm noktasının apsisidir.}$$

Bu noktadaki teğetin eğimi m_T olun.

$$m_T = f'(-2) = 3(-2 + 3)^2 - 6 \cdot (-2) + 4$$

$$m_T = 3 + 12 + 4$$

$$m_T = 19$$

Normalin eğimi m_N olmak üzere; $m_T \cdot m_N = -1$ olduğundan

$$19 \cdot m_N = -1 \Rightarrow m_N = -\frac{1}{19} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

$$9. \text{ Bir eğrinin dönüm noktası ikinci türevi sıfır yapar.}$$

Dolayısıyla,

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax$$

$$f''(x) = 6x + 2a = 0$$

$$x = -\frac{a}{3} \text{ apsisli nokta dönüm noktasıdır.}$$

O halde,

$$f\left(-\frac{a}{3}\right) = -3 \text{ olmalıdır.}$$

$$f\left(-\frac{a}{3}\right) = \frac{a^2}{3} - \frac{2a^2}{3} = -3$$

$$\Rightarrow -\frac{a^2}{3} = -3 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3$$

Yanıt A

$$10. f(x) = \arctan x$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$f''(x) = \frac{0 \cdot (1+x^2) - 2x \cdot 1}{(1+x^2)^2}$$

$$f''(x) = -\frac{2x}{(1+x^2)^2} = 0 \text{ eşitliğinin kökü}$$

$$x = 0 \text{ bulunur.}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$	+	-	+
$f(x)$		↖	↗

konveks konkav

$x = 0$ apsisli noktada konvekslikten konkavlığa geçtiği için $x = 0$ apsisli nokta dönüm noktasıdır.

Yanıt C

$$11. f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$f''(x) = 6x + 2a$$

Dönüm noktasında ikinci türev sıfır olacağından,

$$f''(1) = 6 + 2a = 0 \Rightarrow a = -3 \text{ bulunur.}$$

$$x + y - 1 = 0 \Rightarrow y = -x + 1 \text{ doğrusunun eğimi } -1 \text{ dir.}$$

Bu doğruya dik olan doğrunun eğimi;

$$m_T \cdot (-1) = -1 \Rightarrow m_T = 1 \text{ olur.}$$

$$f'(1) = 1 \Rightarrow f'(1) = 3 \cdot 1^2 + 2 \cdot (-3) \cdot 1 + b = 1$$

$$\Rightarrow b = 4 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

$$12. f(x) \text{ fonksiyonunun dönüm noktasında } f''(x) = 0 \text{ dir.}$$

Fonksiyon 2. türevini bulalım.

$$f'(x) = 6x^2 + 12x + a$$

$$f''(x) = 12x + 12 \text{ dir.}$$

2. türevin kökünü bulursak;

$$12x + 12 = 0$$

$$x = -1 \text{ dönüm noktasıdır.}$$

$$f(x) \text{ in } x = -1 \text{ noktasındaki teğetin eğimi } f'(-1) \text{ dir.}$$

Aynı zamanda eğim açısı 45° olduğundan $m_T = \tan 45^\circ$ olur. Buradan $m_T = f'(-1) = \tan 45^\circ = 1$ elde edilir.

$$f'(-1) = 6 \cdot (-1)^2 + 12 \cdot (-1) + a = 1$$

$$f'(-1) = 6 - 12 + a = 1$$

$$a = 7 \text{ olur.}$$

Yanıt C

$$13. f(x) = x^3 + bx^2 + cx - 8 \text{ fonksiyonunda dönüm (büküm) noktasının apsisli } x = 2 \text{ olduğuna göre, } f''(2) = 0 \text{ dir.}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6x + 2b$$

$$f''(2) = 12 + 2b = 0 \Rightarrow b = -6 \text{ dir.}$$

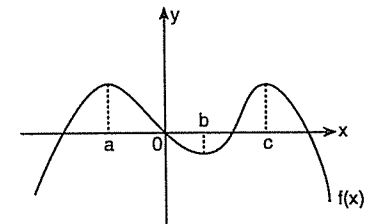
Fonksiyonun bu noktadaki teğetin eğimi 4 olduğuna göre, $f'(2) = 4$ tür.

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + c$$

$$f'(2) = 12 - 24 + c = 4 \Rightarrow c = 16$$

Yanıt E

$$14.$$



$x \in (a, b)$ aralığında fonksiyonun grafiği konkavdan konvekse geçtiği için bu aralıkta bir büküm noktası vardır.

$x \in (b, c)$ aralığında fonksiyonun grafiği konveksten konkava geçtiği için bir büküm noktası da bu aralıkta vardır.

O halde, bu fonksiyonun 2 tane büküm noktası vardır.

Yanıt B

15. Bir fonksiyonun konveks olması için fonksiyonun ikinci türevinin sıfırdan büyük olması gerekir.

$$f(x) = x^3 - x^2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2x$$

$$f''(x) = 6x - 2 > 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$6x - 2 > 0$$

$$x > \frac{1}{3} \text{ olmalıdır. O halde, fonksiyonun konveks olduğu}$$

$$\text{aralık } \left(\frac{1}{3}, +\infty\right) \text{ dur.}$$

Yanıt D

16. $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 13$

$$f'(x) = 3x^2 + 12x + 9$$

$$f''(x) = 6x + 12$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 6x + 12 = 0 \Rightarrow x = -2$$

x	-2
f''(x)	-
f(x)	Konkav (iç bükü)

O halde, f(x) fonksiyonu $(-2, \infty)$ aralığında konvekstir.

Yanıt B

17. $f(x) = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{35}{2}x^2 + 3x - 8$

$$f'(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 35x + 3$$

$$f''(x) = x^2 + 2x - 35$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 7)(x - 5) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = -7, x_2 = 5$$

x	-7	5
f''(x)	+	-
f(x)	konveks	konkav

f(x) fonksiyonu $(-7, 5)$ aralığında konkavdır.

Yanıt A

18. f(x) in konkav olduğu aralıkta $f''(x) < 0$ sağlanır.

$$f'(x) = 4x^3 - 24x^2 - 60x$$

$$f''(x) = 12x^2 - 48x - 60$$

$$= 12(x^2 - 4x - 5)$$

$$= 12(x - 5)(x + 1) < 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$\text{Kökler } (x - 5)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 5 \text{ ve } x = -1 \text{ dir.}$$

x	-1	5
f''(x)	+	-

$$f''(x) < 0 \text{ olduğu yani } f(x) \text{ in konkav olduğu aralık } (-1, 5) \text{ tir.}$$

Yanıt C

19. Fonksiyonun çukurluk yönü yukarı doğru ise $f''(x) > 0$ dir.

$$f'(x) = 1(x + 3)^2 + (x - 1) \cdot 2(x + 3)$$

$$f'(x) = x^2 + 6x + 9 + 2x^2 + 4x - 6$$

$$f'(x) = 3x^2 + 10x + 3$$

$$f''(x) = 6x + 10 > 0 \Rightarrow x > -\frac{5}{3} \text{ olmalıdır.}$$

O halde, fonksiyon çukurluk yönü $\left(-\frac{5}{3}, \infty\right)$ aralığında yukarı doğrudur.

Yanıt E

20. $f''(x)$ değer tablosunu yapalım.

$$f'(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$$

$$f''(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

$$x = 3 \text{ ve } x = 1 \text{ dir.}$$

x	1	3
f''(x)	+	-
	konveks	konkav

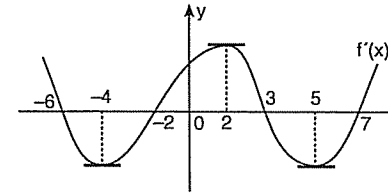
O halde, konkav olduğu aralık $(1, 3)$ tür.

Yanıt C

TEST 25

TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU

1.

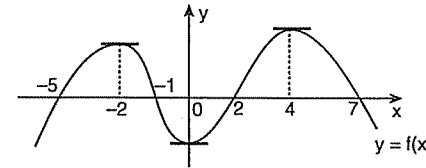


Şekilde $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $f(x)$ in $x = -6$ apsisli noktada yerel minimumu vardır.
 B) $f(x)$ in $x = -4$ ve $x = 5$ apsisli noktalarda dönüm noktası vardır.
 C) $(-6, -2) \cup (3, 7)$ aralığında $f(x)$ azalandır.
 D) $(-2, 3)$ aralığında $f(x)$ artandır.
 E) $(-4, 2)$ aralığında $f(x)$ in çukurluk yönü yukarı doğrudur.

2.

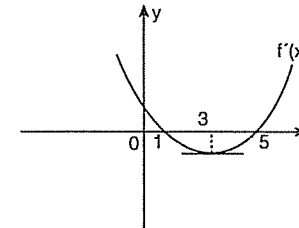


$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, 1. ve 2. mertebeden türevi bulunan bir fonksiyondur.

$f(x)$ in grafiği şekildeki gibi olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $f'(8) > 0$
 B) $x \in (0, 4) \Rightarrow f'(x) < 0$
 C) $f''(-2) > 0$
 D) $f''(0) < 0$
 E) $f'(7) < 0$

3.

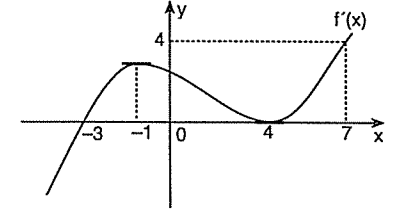


Şekilde $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $(1, 5)$ aralığında azalandır.
 B) $x = 5$ apsisli noktada yerel minimum vardır.
 C) $x = 3$ apsisli noktada dönüm noktası vardır.
 D) $(-\infty, 3)$ aralığında $f(x)$ konkavdır.
 E) $(3, \infty)$ aralığında $f(x)$ konkavdır.

4.

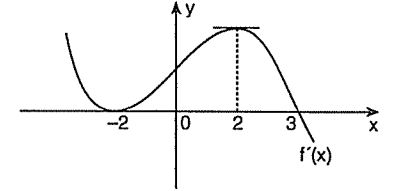


Yukarıda $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonunun dönüm noktalarının apsileri çarpımı kaçtır?

- A) -12
 B) -4
 C) 4
 D) 8
 E) 12

5.

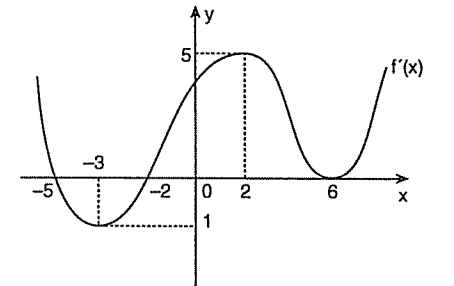


Yukarıda $f'(x)$ in grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x = 3$ apsisli noktada $f(x)$ in yerel maksimumu vardır.
 B) $f''(2) = 0$ dir.
 C) $(-2, 0)$ noktası $f(x)$ in dönüm noktasıdır.
 D) $f'(-2) = f''(-2) = 0$ dir.
 E) $(2, \infty)$ aralığında $f(x)$ konvekstir.

6.

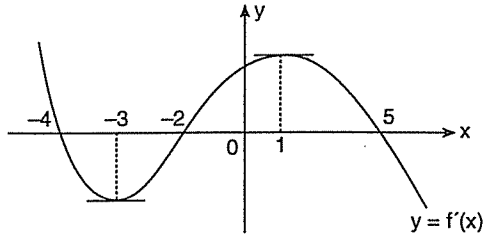


Şekilde $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $f(x)$ fonksiyonunun $x = 6$ apsisli noktada dönüm (büküm) noktası vardır.
 B) $(-\infty, -3)$ aralığında fonksiyonun çukurluğu aşağı doğrudur.
 C) $x = -2$ apsisli nokta yerel minimum noktasıdır.
 D) $(2, 6)$ aralığında eğrinin çukurluğu yukarı doğrudur.
 E) $x = -3$ apsisli nokta dönüm noktasıdır.

7.

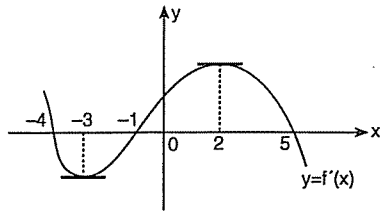


Şekildeki grafik $y = f'(x)$ fonksiyonuna aittir.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $f(x)$, $(1, 5)$ aralığında azalır.
- B) $f(x)$, $(-4, -3)$ aralığında azalır.
- C) $x = 5$ absisli noktada $f(x)$ in yerel minimumu vardır.
- D) $x = -2$ absisli nokta $f(x)$ fonksiyonunun dönüm noktasıdır.
- E) $f''(3) > 0$ dir.

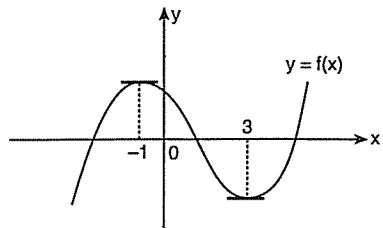
8.



$y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $f(-4) = 0$ dir.
- B) $x = -3$ absisli noktada $f(x)$ in yerel minimumu vardır.
- C) $x = -4$ absisli noktada $f(x)$ in yerel minimumu vardır.
- D) $(-3, 2)$ aralığında $f(x)$ in çukurluk yönü yukarıdır.
- E) $f''(5) > 0$ dir.

9.



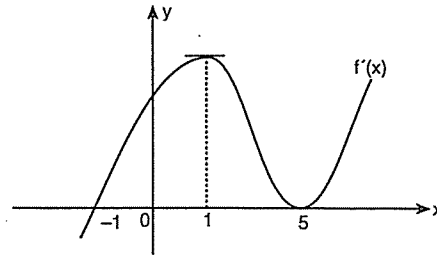
$y = f(x)$ üçüncü dereceden polinom fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $f''(1) < 0$
- B) $f''(3) < 0$
- C) $f''(1) = 0$
- D) $f'(-1) > 0$
- E) $f'(3) < 0$

10. $y = f(x)$ fonksiyonunun $A(1,4)$ noktasında yerel maksimumu olduğuna göre, aşağıdakilerden kaç tanesi daima doğrudur?

- I. $f(1) = 4$
 - II. $f'(1) = 0$
 - III. $f''(1) = 4$
 - IV. $f''(1) < 0$
 - V. $f''(1) = 0$
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

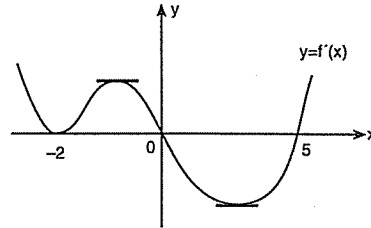
11.



Yukarıda $f'(x)$ türev fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x = -1$ absisli noktada $f(x)$ in yerel minimumu vardır.
- B) $f(2) > f(4)$ tür.
- C) $f'(1) = 0$ dir.
- D) $x = 5$ absisli noktada $f(x)$ in dönüm noktası vardır.
- E) $f'(5) = f''(5) = 0$ dir.

12.

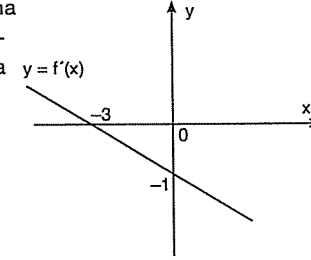


Yukarıdaki koordinat düzleminde $y = f(x)$ fonksiyonunun birinci türevinin grafiği verilmiştir. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x = -2$ absisli noktada $f(x)$ fonksiyonunun yerel maksimumu vardır.
- B) $x = 0$ absisli noktada $f(x)$ in yerel minimumu vardır.
- C) $f(x)$ fonksiyonunun üç tane yerel ekstremum noktası vardır.
- D) $x = 5$ absisli noktada $f(x)$ fonksiyonunun yerel minimumu vardır.
- E) $f'(-2) \cdot f'(-2) \cdot f(5) > 0$ dir.

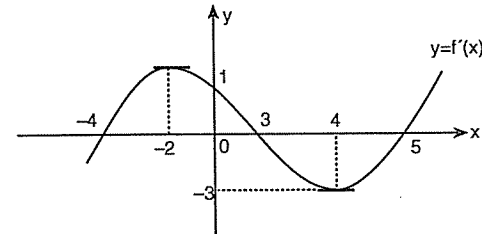
13. $y = f(x)$ fonksiyonuna ait f' türev fonksiyonunun grafiği yanda verilmiştir.

Bu grafiğe göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



- A) $(-3, \infty)$ aralığında f azalan fonksiyondur.
- B) $(-\infty, -3)$ aralığında f artan fonksiyondur.
- C) $x = -3$ absisli noktada f fonksiyonunun yerel maksimumu vardır.
- D) $f(3) > f(1)$ dir.
- E) $f(-4) > f(-5)$ tir.

14.



Yukarıdaki koordinat düzleminde, $y = f'(x)$ in grafiği verilmiştir.

Grafiğe göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $f'(-2) = 0$ dir.
- B) $x = -4$ absisli noktada yerel minimum vardır.
- C) $f'(4) = 0$ dir.
- D) $x = 3$ absisli noktada yerel maksimum vardır.
- E) $(4, 5)$ aralığında $f(x)$ artandır.

15. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

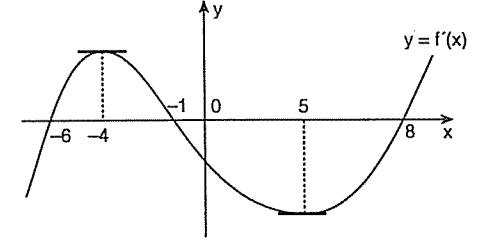
$f(x) = -(x+1)(x-2)(x-3)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $f'(-1) < 0$
- B) $f'(3) > 0$
- C) $f''(0) > 0$
- D) $f''(-2) > 0$
- E) $f''(3) < 0$

16. $f(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + x - 7$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x = -1$ absisli noktada dönüm noktası vardır.
- B) $x = 1$ absisli noktada fonksiyon azalır.
- C) $x = -5$ absisli noktada fonksiyon artandır.
- D) Fonksiyonun çukurluğu daima yukarı doğrudur.
- E) $f''(6) < 0$ dir.

17.

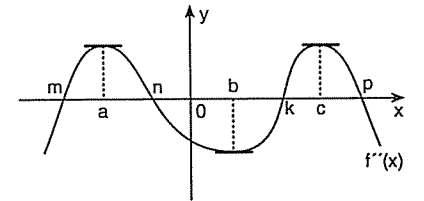


Yuanıda $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $(-6, -1)$ aralığında $f(x)$ in çukurluğu aşağı doğrudur.
- B) $f''(-2) > 0$ dir.
- C) $f''(-8) < 0$ dir.
- D) $(5, \infty)$ aralığında f in çukurluğu yukarı doğrudur.
- E) $(8, \infty)$ aralığında f azalır.

18.



Yukarıda verilen $f'(x)$ fonksiyon grafiğine göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) (p, ∞) aralığında $f(x)$ in çukurluğu aşağı doğrudur.
- B) $f(x)$ in yerel ekstremum noktaları 5 tane dir.
- C) $f(x) = 0$ denkleminin 6 farklı kökü vardır.
- D) $f(x)$ in 4 tane dönüm noktası vardır.
- E) (k, p) aralığında $f'(x)$ fonksiyonu azalır.

19. $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$

$f(x) = \sin x$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $f'(3) \cdot f'(5) < 0$
- B) $f'(7) < 0$
- C) $f'(1) < 0$
- D) $f(2) \cdot f'(4) < 0$
- E) $f'(0) < 0$

20. $f(x) = x^3 + 6x - 5$ fonksiyonunun kaç tane reel kökü vardır?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

TEST 25'İN ÇÖZÜMLERİ

1.

x	-6	-2	3	7	
f'(x)	+	-	+	-	+
f(x)	↗	↘	↗	↘	↗
- A) $x = -6$ apsisli noktada $f(x)$ eğrisinin yerel minimumu vardır. (Yanlış)
- B) Türev grafiğinden $x = -4$ ve $x = 5$ apsisli noktalarda teğet doğruları x eksenine paralel olduğundan dönüm noktalarıdır. (Doğru)
- C) Tablodan $(-6, -2)$ ve $(3, 7)$ aralıklarında fonksiyon azalandır. (Doğru)
- D) Tablodan $(-2, 3)$ aralığında fonksiyon artandır. (Doğru)
- E) $(-4, 2)$ aralığında $f'(x)$ in grafiği artan olduğundan çukurluk yönü yukarıdır. (Doğru)

Yanıt A

2. f fonksiyonunun tepe noktaları f' fonksiyonunun kökleri olduğundan

x	$-\infty$	-2	0	4	$+\infty$
f'(x)	+	0	-	0	-
f(x)	↗	↘	↗	↘	↗

- A) $f'(8) < 0$ dir. (Yanlış)
- B) $x \in (0, 4) \Rightarrow f'(x) > 0$ dir. (Yanlış)
- C) $x = -2$ apsisli noktada f' azalan olduğundan $f''(-2) < 0$ dir. (Yanlış)
- D) $x = 0$ apsisli noktada f' artan olduğundan $f''(0) > 0$ dir. (Yanlış)
- E) $f'(7) < 0$ dir. (Doğru)

Yanıt E

3.

x	1	5	
f'(x)	+	-	+
f(x)	↗	↘	↗

- A) Fonksiyon $(1, 5)$ aralığında azalandır. (Doğru)
- B) $x = 5$ apsisli noktada yerel minimum vardır. (Doğru)
- C) $x = 3$ apsisli noktada konkavlıktan konveksliğe dönüştüğü için dönüm noktasının apsisi 3 tür. (Doğru)
- D) $(-\infty, 3)$ aralığında $f(x)$ konkavdır. (Doğru)
- E) $(3, \infty)$ aralığında $f(x)$ konvektir. (Yanlış)

Yanıt E

4. $f'(x)$ fonksiyonu $(-5, -1)$ ve $(4, 7)$ aralığında artan olduğundan bu aralıklarda $f''(x) > 0$ dir. Dolayısıyla $f(x)$ bu aralıkta konvektir.
- $(-1, 4)$ aralığında $f'(x)$ azalan fonksiyon olduğundan bu aralıkta $f''(x) < 0$ dir.
- Dolayısıyla $f(x)$ bu aralıkta konkavdır.
- Fonksiyon $x = -1$ apsisli noktada konvekslikten konkavlığa, $x = 4$ apsisli noktada konkavlıktan konveksliğe geçtiğinden $x = -1$ apsisli ve $x = 4$ apsisli noktaları dönüm noktalarıdır.
- O halde, $(-1) (4) = -4$ bulunur.

Yanıt B

5.

	-2	3	
$f'(x)$	+	+	-
$f(x)$	↗	↗	↘

- A) $x = 3$ apsisli noktada $f'(3) = 0$ olduğundan ekstremum noktasıdır. $f'(x)$, $x = 3$ apsisli noktada artıdan eksiye geçtiği için yerel maksimum noktasıdır. (Doğru)
- B) $x = 2$ noktası $f'(x)$ fonksiyonunun maksimum noktası olduğundan $f''(2) = 0$ dir. (Doğru)
- C) $f''(-2) = 0$ olacağından $(-2, 0)$ noktası $f(x)$ in dönüm noktasıdır. (Doğru)
- D) $f'(-2) = 0$ dir ve $x = -2$ apsisli nokta dönüm noktası olduğundan $f''(-2) = 0$ dir.
- Dolayısıyla $f'(-2) = f''(-2) = 0$ dir. (Doğru)
- E) $(2, \infty)$ aralığında $f'(x)$ azalandır.
- Dolayısıyla, $f''(x) < 0$ ve $f(x)$ konkav bulunur. (Yanlış)

Yanıt E

6. $(2, 6)$ aralığında $f'(x)$ azalan olduğundan $f''(x) < 0$ bulunur. $f''(x) < 0$ olduğu bölgelerde fonksiyonun çukurluk yönü aşağı olduğundan D seçeneği yanlıştır.

Yanıt D

7.

	-4	-2	5	
$f'(x)$	+	-	+	-
$f(x)$	↗	↘	↗	↘
	artan	azalan	artan	azalan

- A seçeneğinde, fonksiyon $(1, 5)$ aralığında artandır. (Yanlış)
- B seçeneğinde, $(-4, -3)$ aralığında azalandır. (Doğru)
- C seçeneğinde, $x = 5$ apsisli noktada $f(x)$ in yerel maksimumu vardır. (Yanlış)
- D seçeneğinde, $x = -2$ apsisli nokta $f(x)$ in yerel minimumu vardır. (Yanlış)
- E seçeneğinde, $x = 3$ için $f'(3)$ azalan olduğundan $f''(3) < 0$ dir. (Yanlış)

Yanıt B

8.

x	-4	1	5	
f'(x)	+	-	+	-
f(x)	↗	↘	↗	↘

- A) $f(-4)$ te fonksiyon yerel maksimu değeri alır. $f(-4) = 0$ olduğu bilinemez.
- B) $x = -3$ için $f'(-3) < 0$ olduğundan yerel minimum olamaz. (Yanlış)
- C) $x = -4$ için fonksiyon yerel maksimum değeri vardır. (Yanlış)
- D) $(-3, 2)$ aralığında $f'(x)$ artan olduğu için, $f''(x) > 0$ olur. Yani çukurluk yönü yukarıdır. (Doğru)
- E) $x = 5$ apsisli noktada eğrinin çukurluğu aşağı doğru olduğundan $f''(5) < 0$ olmalıdır. (Yanlış)

Yanıt D

9. Fonksiyon 3. dereceden polinom olduğu için fonksiyonun yerel ekstremum noktalarının apsilerinin aritmetik ortalaması dönüm noktası olur.

$$\text{Dolayısıyla } x = -1 \text{ ve } x = 3 \text{ olduğundan } x = \frac{-1+3}{2} = 1 \text{ için } f''(1) = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt C

10. $A(1, 4)$ noktası yerel maksimum olduğuna göre, $f(1) = 4$
 $f'(1) = 0$
 $f''(1) < 0$ olduğu kesindir.
 Dolayısıyla verilenlerden I, II ve IV kesinlikle doğrudur.

Yanıt C

11.

x	$-\infty$	-1	5	∞
f'(x)	-	+	+	+
f(x)	↘	↗	↗	↗

- A) $x = -1$ noktası, $f'(-1) = 0$ olduğundan ekstremum noktasıdır. f' fonksiyonu $x = -1$ de eksiiden artıya geçtiğinden yerel minimumu vardır. (Doğru)
- B) f' fonksiyonu $(1, 5)$ aralığında pozitif olduğundan $f(x)$ artandır. Dolayısıyla $f(2) < f(4)$ tür. (Yanlış)
- C) $x = 1$ apsisli nokta $f'(1)$ fonksiyonunun maksimum noktası olduğundan $f''(1) = 0$ olmalıdır. (Doğru)
- D) f' fonksiyonu $x = 5$ apsisli noktada işaret değiştiğinden ve $f''(5) = 0$ dönüm noktasıdır. (Doğru)
- E) $x = 5$ apsisli nokta dönüm noktası olduğundan 1. ve 2. türevi sıfırdır. (Doğru)

Yanıt B

12.

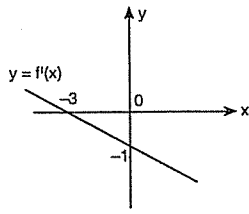
x	-2	0	5		
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	↗	↗	↘	↘	↗

yerel maksimum yerel minimum

- A) $x = -2$ apsisli nokta yerel maksimum noktası olamaz. (Yanlış)
- B) $x = 0$ apsisli nokta fonksiyonun yerel maksimum noktasıdır. (Yanlış)
- C) $x = 0$ ve $x = 5$ apsisli noktalarda yerel ekstremum vardır. (Yanlış)
- D) $x = 5$ apsisli noktalarda fonksiyonun yerel minimum değeri vardır. (Doğru)
- E) $f'(-2) = 0$ olduğundan $f'(-2) \cdot f(-2) \cdot f(5) = 0$ dir. (Yanlış)

Yanıt D

13.



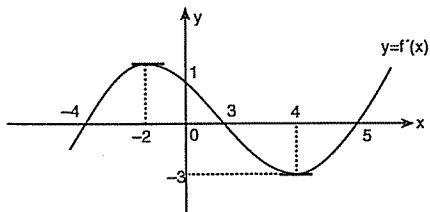
$f'(x)$ fonksiyonunun işaret tablosunu yapılırsa

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

- A) $(-3, +\infty)$ aralığında f azalan fonksiyondur. Doğrudur.
- B) $(-\infty, -3)$ aralığında f artan fonksiyondur. Doğrudur.
- C) $x = -3$ apsisli nokta yerel maksimum noktasıdır. Doğrudur.
- D) $f(3) > f(1)$ yanlıştır. $(-3, +\infty)$ aralığında f azalan fonksiyon olduğuna göre, $3 > 1$ iken $f(3) < f(1)$ olmalıdır.
- E) $(-\infty, -3)$ aralığında f artan fonksiyon olduğundan $-4 > -5$ iken $f(-4) > f(-5)$ tir. Doğrudur.

Yanıt D

14.



	-4	3	5
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$			

* $f'(-4) = 0$ ise $x = -4$ apsisli noktada yerel minimum vardır.

* $x = -2$ apsisli nokta $f(x)$ fonksiyonunun büküm noktasıdır.

Çünkü $f'(-2) = 0$ olur.

* $f'(3) = 0$ ise artıdan eksiye geçtiği $x = 3$ noktasında yerel minimum vardır. (Grafik artıdan eksiye geçtiği için)

* $x = 4$ apsisli nokta $f(x)$ fonksiyonunun büküm noktasıdır.

Çünkü $f'(4) = 0$ olur.

* $x \in (4, 5)$ iken $f'(x) < 0$ olduğundan $f(x)$ fonksiyonu bu aralıkta azalandır.

Yanıt E

15. $f(x) = -(x+1)(x-2)(x-3) = 0$ için

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 3 \text{ tür.}$$

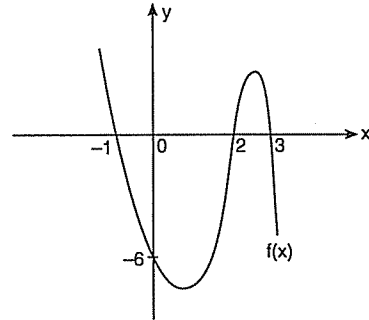
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

Tablo oluşturulursa

x	-1	2	3
$f(x)$	+	-	+

olduğundan fonksiyonun grafiği aşağıdaki gibidir.



- A) $x = -1$ apsisli noktada $f(x)$ fonksiyonu azalan olduğu için $f'(-1) < 0$ olur. (Doğru)
- B) $x = 3$ apsisli noktada $f(x)$ fonksiyonu azalan olduğundan $f'(3) < 0$ olmalıdır. (Yanlış)
- C) $x = 0$ apsisli noktada çukurluk yönü yukarı doğru olduğundan $f''(0) > 0$ olur. (Doğru)
- D) $x = -2$ apsisli noktada çukurluk yönü yukarı doğru olduğundan $f''(-2) > 0$ olur. (Doğru)
- E) $x = 3$ apsisli noktada çukurluk yönü aşağı doğru olduğundan $f''(3) < 0$ olur. (Doğru)

Yanıt B

16. $f(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + x - 7$ fonksiyonu için

$$f'(x) = 4x^3 + 12x^2 + 12x + 1$$

$$f''(x) = 12x^2 + 24x + 12 \text{ bulunur.}$$

$$f''(x) = 0 \text{ için}$$

$$12x^2 + 24x + 12 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0$$

$$x = -1 \text{ çift katlı kökü bulunur.}$$

İkinci türevdeki çift katlı kökler dönüm noktası değildir. Bu durumda, $f''(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ için sağlanacağından çukurluk yönü daima yukarı doğrudur.

Yanıt D

17. A) $(-6, -1)$ aralığında $f'(x)$ artan olduğundan $f''(x) > 0$ olur. Yani çukurluk yukarı doğru olur.

O halde $(-6, -1)$ aralığında $f(x)$ için çukurluğu aşağı doğrudur denemez. (Yanlış)

B) $x = -2$ apsisli noktada f' azalan olduğundan $f''(-2) < 0$ dir. (Yanlış)

C) $x = -8$ apsisli noktada f' artan olduğundan $f''(-8) > 0$ dir. (Yanlış)

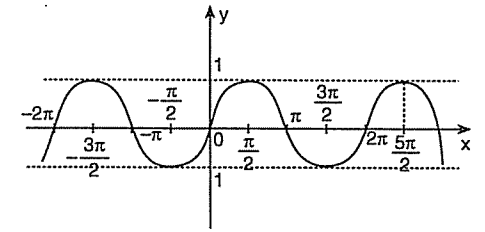
D) $(5, \infty)$ aralığında $f'(x)$ fonksiyonu artan olduğundan $f''(x) > 0$ olacaktır. $(5, \infty)$ aralığında $f''(x) > 0$ olduğunda $f(x)$ in çukurluk yönü yukarı doğrudur. (Doğru)

E) $(8, \infty)$ aralığında $f''(x) > 0$ olduğunda $f(x)$ fonksiyonunun çukurluğu yukarı doğrudur. (Yanlış)

Yanıt D

18. (k, p) aralığında $f''(x)$ fonksiyonu pozitif olduğundan aynı aralıkta $f'(x)$ fonksiyonunun artan olması gerekir.

Cevap E

19. $f(x) = \sin x$ fonksiyonunun grafiğini çizelim.

A seçeneğinde; $\pi = 3,14$ olduğundan

$$\frac{\pi}{2} < 3 < \pi \text{ aralığında } f(x) \text{ azalan olduğundan}$$

$$f'(3) < 0 \text{ dir.}$$

$$\frac{3\pi}{2} < 5 < 2\pi \text{ aralığında } f(x) \text{ artan } f'(5) > 0 \text{ dir.}$$

Buna göre, $f'(3), f'(5) < 0$ bulunur.

Yanıt A

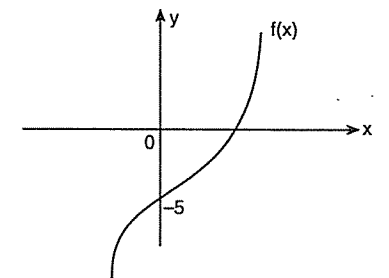
20. $f(x) = x^3 + 6x - 5$ olduğundan $f'(x) = 3x^2 + 6$ bulunur.

$f'(x) = 0$ denkleminin tek katlı kökleri yerel ekstremum noktalarıdır.

$f'(x) = 3x^2 + 6 = 0$ denkleminin reel kökü yoktur.

Bu durumda fonksiyonun yerel ekstremumu bulunmamaktadır.

$f''(x) = 6x = 0$ olduğundan $x = 0$ apsisli nokta dönüm noktasıdır. Buna göre, fonksiyon grafiği aşağıdaki gibidir. Grafik x eksenini 1 noktada kestiğinden $f(x)$ fonksiyonunun 1 tane kökü vardır.



Yanıt B

1. $y = \frac{x^4 + 2x^2 - x + 1}{x^3 - x}$ fonksiyonunun dikey asimptotları aşığıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?
- A) $x = 0$ B) $x = -1$ C) $x = -1$
 $x = 1$ $x = 2$ $x = 2$
 $x = 3$

- D) $x = -1$ E) $x = 0$
 $x = 0$ $x = 1$
 $x = 1$ $x = 2$

2. $y = \frac{4x^2 - 9x - 5}{x - 2}$ eğrisinin eğik asimptotu aşığıdakilerden hangisidir?
- A) $y = 2x + 1$ B) $y = 2x - 1$ C) $y = 4x - 1$
D) $y = 4x + 1$ E) $y = -4x - 1$

3. $y = \frac{2x^2 - 5x + 6}{x - 1}$ eğrisinin grafiğindeki asimptotlarının kesim noktası aşığıdakilerden hangisidir?
- A) $(-2, -1)$ B) $(-1, 2)$ C) $(-1, 1)$
D) $(1, 2)$ E) $(1, -1)$

4. $y = \frac{x^2 - 4}{x - 1}$ denkleminin grafiğindeki asimptotların kesiştiği nokta aşığıdakilerden hangisidir?
- A) $(1, 1)$ B) $(1, 2)$ C) $(1, -2)$ D) $(2, 1)$ E) $(-2, 1)$

5. $x = \frac{6y + 4}{3y - 2}$ şeklinde verilen denklemin belirttiği $y = f(x)$ eğrisinin asimptotlarının kesim noktası $\left(\frac{m}{3}, \frac{n}{m}\right)$ olduğuna göre, $(m + n)$ toplamı kaçtır?
- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6. $f(x) = \frac{mx - 1}{nx - p}$ fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktası $A(-2, 1)$ olduğuna göre m 'nin p cinsinden değeri nedir
- A) $-\frac{p}{4}$ B) $\frac{p}{2}$ C) $-p$ D) p E) $2p$

7. $n \neq 0$ olmak üzere,
- $y = \frac{mx + 2}{nx - 3}$ eğrisinin asimptotlarının kesim noktası $y = x$ doğrusu üzerinde olduğuna göre, m kaçtır?
- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

8. $y = \frac{3x - 4}{x + 4}$ fonksiyonunun simetri merkezi aşığıdakilerden hangisidir?
- A) $\left(\frac{4}{3}, -4\right)$ B) $(3, -4)$ C) $(-4, 3)$
D) $\left(-4, \frac{4}{3}\right)$ E) $(4, 3)$

9. $y = \frac{x^2 - mx + 7}{x + 2}$ fonksiyonunda $y = x + 3$ doğrusu eğik asimptot olduğuna göre, m kaçtır?
- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

10. $y = \frac{x^4 + 6x^3 - 2x + 10}{x^2 + 1}$ fonksiyonunun eğri asimptot denklemini aşığıdakilerden hangisidir?
- A) $y = x^2 - x$ B) $y = x^2 + 6$
C) $y = x^2 + 6x - 1$ D) $y = x^2 + 6x + 5$
E) $y = x^2 - 6x + 1$

11. $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$ fonksiyonunun eğik asimptotlarından biri aşığıdakilerden hangisidir?
- A) $y = x - 1$ B) $y = -x - 3$ C) $y = -x - 1$
D) $y = x - 3$ E) $y = x + 1$

12. $y = 3 \frac{1}{x+2}$ fonksiyonunun yatay asimptotu $y = a$ doğrusu olduğuna göre, a kaçtır?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

13. y eksenini 2 noktasında kesen, $y = 3$ ve $x = -4$ doğrularını asimptot kabul eden eğrinin fonksiyonu aşığıdakilerden hangisi olabilir?
- A) $y = \left(\frac{3x - 8}{x + 4}\right)$ B) $y = \left(\frac{3x}{x - 4}\right)$ C) $y = \left(\frac{3x + 8}{x + 4}\right)$
D) $y = \left(\frac{3x}{x - 4}\right)$ E) $y = \left(\frac{3x - 6}{x + 4}\right)$

14. $y = \frac{x^2 - 6x + 4}{x - 2}$ fonksiyonunun eğik ve dikey asimptotlarının koordinat eksenleriyle oluşturduğu bölgenin alanı kaç birimkaredir?
- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

15. $y = \frac{x^3 + ax^2 - 4}{x - 1}$ fonksiyonunun eğri asimptotu $A(1, 5)$ noktasından geçtiğine göre, a değeri kaçtır?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. $f(x) = \frac{x^3 + 2x - 4}{x - 1}$ fonksiyonunun eğri asimptotunun y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

17. $y = 3$ ve $x = 4$ doğrularını asimptot kabul eden ve y -eksenini -3 noktasında kesen eğrinin fonksiyonu aşığıdakilerden hangisi olabilir?
- A) $y = \frac{3x + 4}{x + 2}$ B) $y = \frac{2x - 6}{x + 2}$ C) $y = \frac{3x + 12}{x - 4}$
D) $y = \frac{x + 4}{x + 2}$ E) $y = \frac{3x + 16}{x - 4}$

18. $y = \frac{2x^2 + 2x + 5}{x - 1}$ fonksiyonunun eğik ve dikey asimptotlarının eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç birimkaredir?
- A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

19. $y = \frac{x^2 - ax + 4}{x - b}$ fonksiyonunun gösterdiği eğrinin y -eksenini $A(0, -2)$ noktasında de kesmesi ve $y = x + 1$ doğrusunu eğik asimptot kabul etmesi için a nın değeri kaç olmalıdır?
- A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

20. $(x - y + 2)x + y = 0$ kapalı denkleminin $y = f(x)$ eğrisinin asimptotlarının kesim noktası aşığıdakilerden hangisidir?
- A) $(-1, 2)$ B) $(1, 4)$ C) $(-1, 4)$
D) $(2, 1)$ E) $(-2, -1)$

TEST 26'NİN ÇÖZÜMLERİ

1. $y = \frac{x^4 + 2x^2 - x + 1}{x^3 - x}$

$$x^3 - x = 0$$

$$x \cdot (x^2 - 1) = 0$$

$$x \cdot (x - 1) \cdot (x + 1) = 0$$

$x = 0, x = 1, x = -1$ doğruları verilen fonksiyonun asimptotlarıdır.

Yanıt D

2. $y = \frac{4x^2 - 9x - 5}{x - 2}$ eğrisinin eğik asimptotu;

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 - 9x - 5 & x - 2 \\ \underline{4x^2 - 8x} & (4x - 1) \\ -x - 5 & \\ \underline{-x + 2} & \\ -7 & \end{array}$$

$y = 4x - 1$ bulunur.

Yanıt C

3. $y = \frac{2x^2 - 5x + 6}{x - 1}$

- $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ düşey asimptottur.
- eğik asimptot

$$\begin{array}{r|l} 2x^2 - 5x + 6 & x - 1 \\ \underline{2x^2 - 2x} & (2x - 1) \\ -3x + 6 & \\ \underline{-3x + 3} & \\ 3 & \end{array}$$

$y = 2x - 1$ bulunur.

$x = 1$ ve $y = 2x - 1$ ortak çözümlerse asimptotların kesim noktası $(1, -1)$ noktasıdır.

Yanıt E

4. $y = \frac{x^2 - 4}{x - 1}$

* düşey asimptot $x = 1$ doğrusudur.

* eğik asimptotu polinom bölmesiyle buluruz.

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 4 & x - 1 \\ \underline{-x^2 + x} & x + 1 \\ x - 4 & \\ \underline{-x + 1} & \\ -3 & \end{array}$$

eğik asimptot : $y = x + 1$ olur.

$x = 1$ ve $y = x + 1$ denklemlerini ortak çözersek, İki doğrunun kesim noktası $(1, 2)$ noktasıdır.

Yanıt B

5. $x = \frac{6y + 4}{3y - 2}$ denkleminde y yalnız bırakılırsa

$$y = \frac{2x + 4}{3x - 6}$$
 eğrisi bulunur.

• $3x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$ doğrusu düşey asimptot.

• $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 4}{3x - 6} = \frac{2}{3}$ olduğundan $y = \frac{2}{3}$ doğrusu yatay asimptottur.

Asimptotların kesim noktası $(2, \frac{2}{3})$ noktası olur.

$$\left(\frac{m}{3}, \frac{n}{m}\right) = \left(2, \frac{2}{3}\right) \text{ olduğundan}$$

$$\frac{m}{3} = 2 \Rightarrow m = 6 \text{ ve } \frac{n}{m} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{n}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow n = 4 \text{ tür.}$$

O halde, $m + n = 6 + 4 = 10$ bulunur.

Yanıt E

6. $f(x) = \frac{mx - 1}{nx - p}$ fonksiyonunda

Düşey asimptot: Paydayı sıfır yapan $\frac{p}{n}$ dir.

Yatay asimptot: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{m}{n}$ dir.

$$A(-2, 1) = \left(\frac{p}{n}, \frac{m}{n}\right)$$

$$\frac{p}{n} = -2$$

$$\Rightarrow \frac{p}{m} = -2$$

$$\frac{m}{n} = 1$$

$$\Rightarrow m = -\frac{p}{2}$$

Yanıt B

7. $y = \frac{mx + 2}{nx - 3}$ eğrisinde

• Düşey asimptot

$$nx - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{n} \text{ doğrusu düşey asimptot}$$

• Yatay asimptot

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx + 2}{nx - 3} = \frac{m}{n} \Rightarrow y = \frac{m}{n} \text{ doğrusu düşey asimptot}$$

Asimptotların kesim noktası $\left(\frac{3}{n}, \frac{m}{n}\right)$ bulunur.

$\left(\frac{3}{n}, \frac{m}{n}\right)$ noktası $y = x$ doğrusu üzerinde ise

$$\frac{3}{n} = \frac{m}{n} \Rightarrow m = 3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

8. $y = \frac{3x - 4}{x + 4}$ fonksiyonunun simetri merkezi düşey

asimptotu ile yatay asimptotunun kesiştiği noktadır.

$$x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \text{ düşey asimptot}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 4}{x + 4} = 3 \text{ ise } y = 3 \text{ yatay asimptottur.}$$

O halde simetri merkezi, $(-4, 3)$ noktasıdır.

Yanıt C

9. $y = \frac{x^2 - mx + 7}{x + 2}$ ifadesine polinom bölmesi uygularsak

$$\begin{array}{r|l} x^2 - mx + 7 & x + 2 \\ \underline{-x^2 + 2x} & x - (m + 2) \\ (-m - 2)x + 7 & \\ \underline{-(-m - 2)x - 2(m + 2)} & \\ 2m + 11 & \end{array}$$

Eğik asimptot; $y = x - (m + 2) = x + 3$ olduğundan, $m + 2 = -3 \Rightarrow m = -5$ bulunur.

Yanıt A

10. $y = \frac{x^4 + 6x^3 - 2x + 10}{x^2 + 1}$ fonksiyonunun.

payındaki polinomunun derecesi ile paydasındaki polinomunun derecesi arasındaki fark 1 den fazla olunca eğri asimptot vardır.

Eğri asimptot polinom bölmesi uygulanarak bulunur.

$$\begin{array}{r|l} x^4 + 6x^3 - 2x + 10 & x^2 + 1 \\ \underline{-x^4 + x^2} & x^2 + 6x - 1 \\ 6x^3 - x^2 - 2x & \\ \underline{-6x^3 + 6x} & \\ -x^2 - 8x + 10 & \\ \underline{-x^2 + 1} & \\ -8x + 11 & \end{array}$$

$y = x^2 + 6x - 1$ eğri asimptottur.

Yanıt C

11. 1. yol

$$\sqrt{x^2 - 6x + 5} \text{ fonksiyonunun eğik asimptotu}$$

$$y = \sqrt{1} \left(x + \frac{-6}{2 \cdot 1}\right) \Rightarrow y = x - 3 \text{ tür.}$$

2. yol

$y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ şeklinde verilen bir fonksiyon aşağıdaki gibi yazılırsa

$$y = \sqrt{(mx + n)^2 + p}$$

$y = lmx + nl$ y nin eğik asimptotları olur.

($m, n, p \in \mathbb{R}$ için ($m \neq 0$))

Buna göre, $\sqrt{x^2 \pm 6x + 5} = \sqrt{(x - 3)^2 - 4}$ olacağından eğik asimptotlar $y = lx - 3$ tür. Yani $y = x - 3$ veya $y = -x + 3$ tür.

Yanıt D

12. $y = 3^{\frac{1}{x+2}}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 3^{\frac{1}{x+2}} = 3^0 = 1$$

olduğundan $y = 1$ yatay asimptottur.

O halde, $a = 1$ bulunur.

Yanıt B

13. y eksenini 2 noktasında kesiyorsa
 $f(0) = 2$ olmalıdır.
 $y = 3$ yatay asimptotu,
 $x = -4$ dikey asimptotudur.

O halde $y = \frac{P(x)}{x+4}$ biçiminde olup

Yatay asimptotu $y = 3$ olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax+b}{x+4} = 3$ olmalıdır. O halde $a = 3$ dır.

$y = \frac{3x+b}{x+4} \Rightarrow f(x) = 2$ değerinin yerine yazarsak;

$$2 = \frac{3 \cdot 0 + b}{0 + 4} \Rightarrow b = 8 \text{ dir.}$$

Fonksiyon $y = \frac{3x+8}{x+4}$ dır.

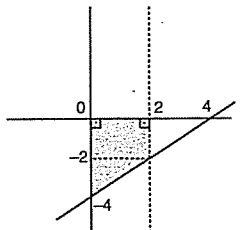
Yanıt C

14. $y = \frac{x^2 - 6x + 4}{x - 2}$

* $x = 2$ dikey asimptot

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 6x + 4 & x - 2 \\ -x^2 + 2x & \\ \hline -4x + 4 & \\ \pm 4x \mp 8 & \\ \hline -4 & \end{array}$$

$y = x - 4$ eğik asimptot



Taralı alan bir yamuktur.

$$\text{Alan} = \frac{(2+4) \cdot 2}{2} = 6 \text{ birimkare bulunur.}$$

Yanıt B

15. $y = \frac{x^3 + ax^2 - 4}{x - 1}$ (Polinom bölmesi yapılırsa)

$$\begin{array}{r|l} x^3 + ax^2 - 4 & x - 1 \\ -x^3 + x^2 & \\ \hline (a+1)x^2 - 4 & \\ -(a+1)x^2 + (a+1)x & \\ \hline (a+1)x - 4 & \\ -(a+1)x + (a+1) & \\ \hline a - 3 & \end{array}$$

Eğri asimptotu : $x^2 + (a+1)x + (a+1)$ ve bu asimptot

$A(1, 5)$ noktasından geçtiğine göre,

$$5 = 1^2 + (a+1) \cdot 1 + (a+1)$$

$$5 = 1 + a + 1 + a + 1$$

$$5 = 2a + 3$$

$$2a = 2$$

$$a = 1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

16. $\begin{array}{r|l} x^3 + 2x - 4 & x - 1 \\ -x^3 + x^2 & \\ \hline x^2 - 2x - 4 & \\ -x^2 + x & \\ \hline 3x - 4 & \\ -3x + 3 & \\ \hline -1 & \end{array}$

$y = x^2 + x + 3$ fonksiyonu eğri asimptottur.

$x = 0$ için

$$y = 0 + 0 + 3$$

$$y = 3$$

Yanıt D

17. $x = 4$ dikey asimptot olduğundan fonksiyonun paydasının kökü $x = 4$ olmalıdır.

Dolayısıyla payda $(x - 4)$ tür.

A, B ve D şıkları elenir.

$y = 3$ dikey yatay asimptot olduğundan pay ve paydadaki x li terimlerin kat sayılarının oranı 3 olmalıdır.

Fonksiyon y - eksenini -3 de kesiyorsa $x = 0$ için $y = -3$ olmalıdır.

C seçeneğinde;

$$y = \frac{3x+12}{x-4} \Rightarrow x = 0 \text{ için } y = -3 \text{ bulunur.}$$

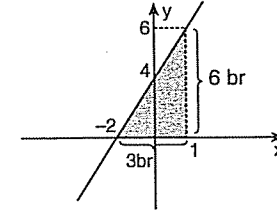
Yanıt C

18. $y = \frac{2x^2 + 2x + 5}{x - 1}$

$x = 1$ dikey asimptot olur.

$$\begin{array}{r|l} 2x^2 + 2x + 5 & x - 1 \\ -2x^2 - 2x & \\ \hline 4x + 5 & \\ -4x - 4 & \\ \hline 9 & \end{array}$$

$y = 2x + 4$ eğik asimptot.



$$\text{Taralı Alan} = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9 \text{ birimkare olur.}$$

Yanıt C

19. $y = \frac{x^2 - ax + 4}{x - b}$ fonksiyonu y - eksenini -2 de kesiyorsa

$x = 0$ için $y = -2$ olmalıdır.

$$y = \frac{x^2 - ax + 4}{x - b} \text{ fonksiyonunda}$$

$$x = 0 \text{ için } -2 = \frac{-4}{b} \Rightarrow b = 2 \text{ bulunur.}$$

$$y = \frac{x^2 - ax + 4}{x - b} \text{ fonksiyonunun eğik asimptotu}$$

$y = x + 1$ ise $(x^2 - ax + 4)$ ifadesinin $(x - 2)$ ile bölümünden elde edilen bölüm $(x + 1)$ olmalıdır.

$$\begin{array}{r|l} x^2 + ax + 4 & x - 2 \\ -x^2 - 2x & \\ \hline (2-a)x + 4 & \\ -(2-a)x - 4 + 2a & \\ \hline 8 - 2a & \end{array}$$

$$x - a + 2 = x + 1$$

$$-a + 2 = +1$$

$$a = 1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

20. Fonksiyon $y = f(x)$ şeklinde ifade edilirse;

$$(x - y + 2)x + y = 0$$

$$x^2 - xy + 2x + y = 0$$

$$y(x - 1) = x^2 + 2x$$

$$y = \frac{x^2 + 2x}{x - 1} \text{ bulunur.}$$

* $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ dikey asimptottur.

$$\begin{array}{r|l} x^2 + 2x & x - 1 \\ -x^2 - x & \\ \hline 3x & \\ -3x - 3 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

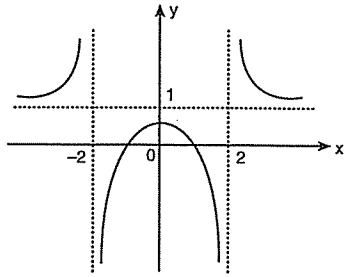
$y = x + 3$ eğik asimptottur

$x = 1$ ve $y = x + 3$ ortak çözümlerse

Asimptotların kesim noktası $(1, 4)$ bulunur.

Yanıt B

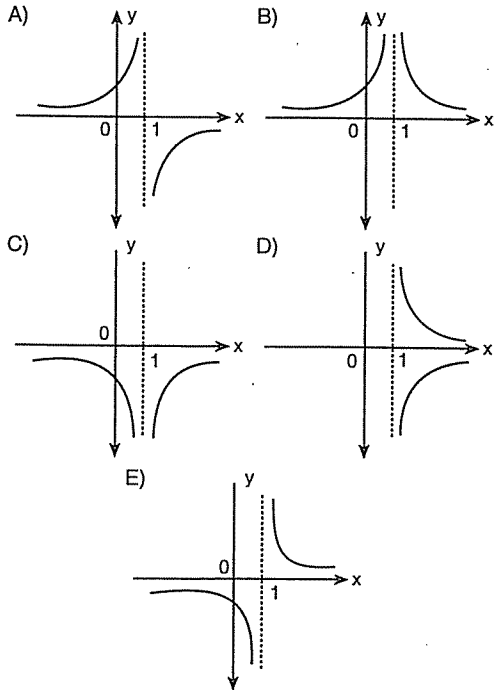
1.



Yukarıdaki analitik düzlemde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

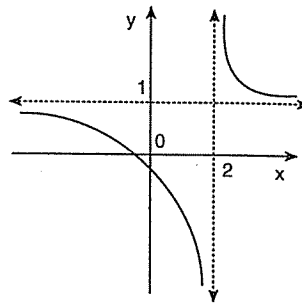
- A) $y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$ B) $y = \frac{x - 1}{x^2 - 4}$
 C) $y = \frac{x + 1}{x^2 - 4}$ D) $y = \frac{1 - x^2}{x^2 - 4}$
 E) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$

2. $y = \frac{1}{x - 1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

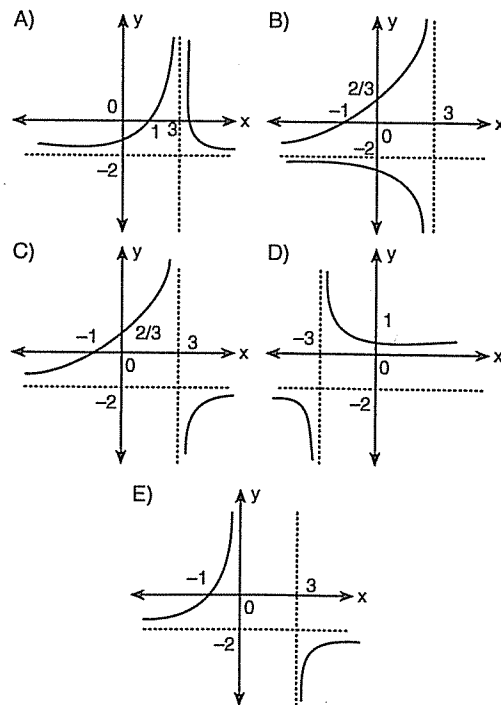


3. Şekilde grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisi olabilir?

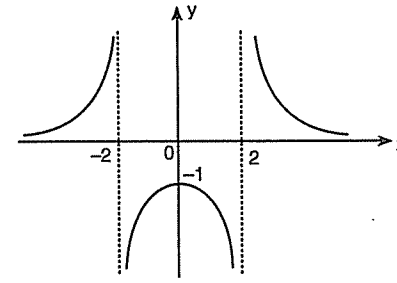
- A) $y = \frac{x - 1}{x - 2}$
 B) $y = \frac{x + 2}{x - 2}$
 C) $y = \frac{x + 1}{x + 2}$
 D) $y = \frac{x - 2}{x - 1}$
 E) $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$



4. $y = \frac{2x + 2}{3 - x}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



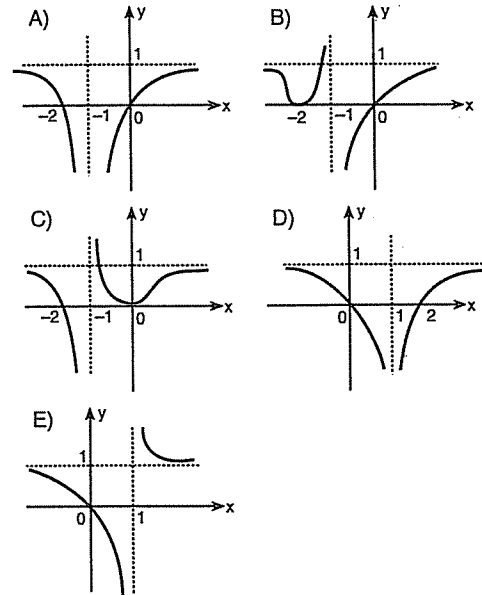
5.



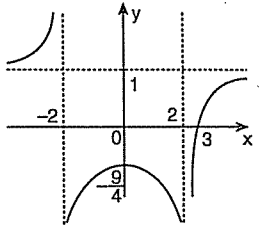
Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = \frac{x + 4}{4 - x^2}$ B) $f(x) = \frac{4}{4 - x^2}$
 C) $f(x) = \frac{x - 4}{x^2 - 4}$ D) $f(x) = \frac{-4}{4 - x^2}$
 E) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$

6. $y = \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

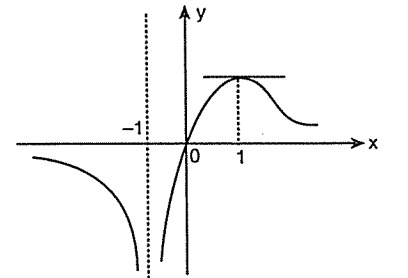


7. Şekilde verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun denklemini aşağıdakilerden hangisi olabilir?



- A) $y = \frac{x^2 + 4x + 9}{x^2 - 4}$ B) $y = \frac{(x + 2)^2}{x^2 - 4}$
 C) $y = \frac{(x - 2)^2}{x^2 - 4}$ D) $y = \frac{(x^2 + 3)^2}{x^2 - 4}$
 E) $y = \frac{(x - 3)^2}{x^2 - 4}$

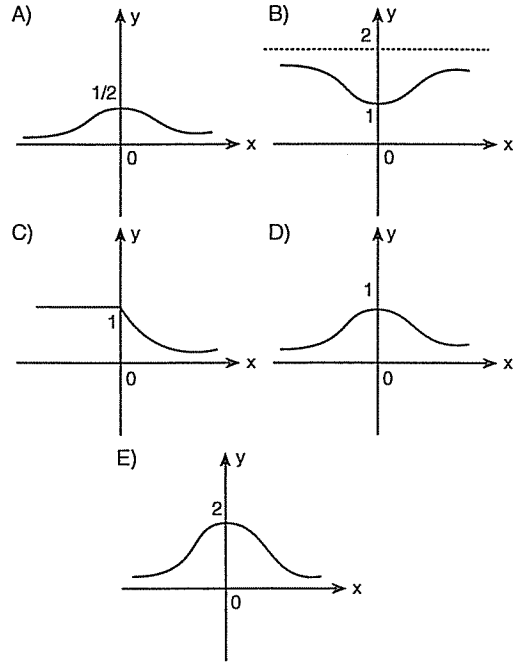
8.



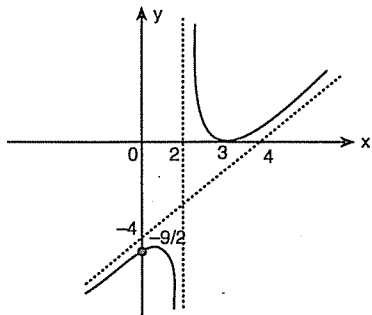
Yukarıdaki koordinat düzleminde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = \frac{3x - 1}{x + 1}$ B) $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$
 C) $f(x) = \frac{2x}{(x + 1)^2}$ D) $f(x) = \frac{-x}{(x + 1)^2}$
 E) $f(x) = \frac{x - 3}{x^2 - 1}$

9. $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



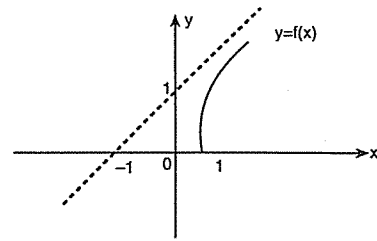
10.



Yukarıdaki koordinat düzleminde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 9}{x - 2}$ B) $f(x) = \frac{x^2 + 6x - 9}{x - 2}$
- C) $f(x) = \frac{x - 3}{x - 2}$ D) $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 9}{x - 2}$
- E) $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 2}$

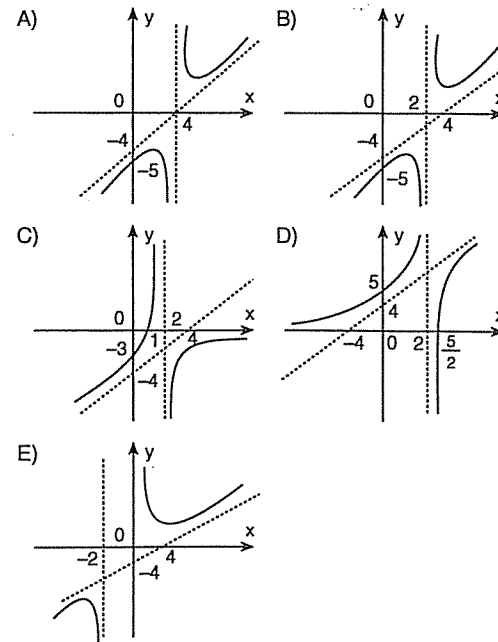
11.



Yukarıdaki koordinat düzleminde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

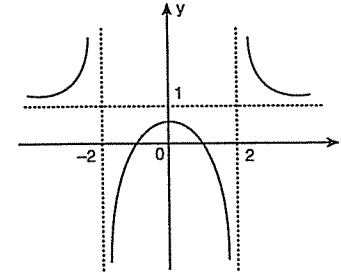
- A) $y = \sqrt{x^2 + x + 1}, x \geq 1$
- B) $y = \sqrt{x^2 - x - 1}, x \geq 1$
- C) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1}, x \geq 1$
- D) $y = \sqrt{x^2 + 2x - 3}, x \geq 1$
- E) $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}, x \geq 1$

12. $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 10}{x - 2}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



TEST 27'NİN ÇÖZÜMLERİ

1.



Grafikte $x = 2$ ve $x = -2$ düşey asimptot olduğundan paydada $(x - 2)$ ve $(x + 2)$ çarpanı olmalı

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ve $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ olduğuna göre, A veya E seçeneği olmalıdır.

Grafik x eksenini 2 farklı noktada kesmiş yani $y = 0$ için 2 farklı değer almış. Bu yüzden doğru seçenek E dir.

Yanıt E

2. $y = \frac{1}{x - 1}$

* $x = 1$ doğrusu düşey asimptot

* $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x - 1} = 0$ olduğundan, $y = 0$ yatay asimptottur.

* $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x - 1} = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x - 1} = -\infty$

olduğundan doğru grafik E seçeneğindedir.

Yanıt E

3. Grafikte $x = 2$ düşey asimptot, $y = 1$ yatay asimptottur. Grafik y eksenini kestiği noktanın ordinatı negatiftir. Bu koşulları sağlayan fonksiyon B seçeneğindeki fonksiyondur.

* $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 2}{x - 2} = 1$ olduğundan $y = 1$ yatay asimptottur.

* $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$, $x = 2$ düşey asimptottur.

* $x = 0$ için $y = \frac{0 + 2}{0 - 2} = -1 \Rightarrow (0, -1)$

Yukarıdaki koşulları sağlayan grafik B seçeneğinde verilmiştir.

Yanıt B

4. $y = \frac{2x + 2}{3 - x}$

* $x = 3$ düşey asimptottur.

* $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 2}{3 - x} = -2$

$y = -2$ yatay asimptottur.

* $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x + 2}{3 - x} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x + 2}{3 - x} = +\infty$

Yukarıdaki koşulları sağlayan grafik C seçeneğindedir.

Yanıt C

5. * $y = 0$ doğrusu yatay asimptottur.

* Grafik x eksenini kesmediğinden $y = 0$ için x değeri yoktur.

A, C, E seçeneklerindeki fonksiyonlar x eksenini keserler.

* $x = 2$ ve $x = -2$ düşey asimptottur.

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ ve $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ olduğundan doğru cevap

D seçeneğidir.

Yanıt D

6. $y = \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 1}$ denkleminde,

* $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 1} = 1$ olduğundan,

$y = 1$ yatay asimptottur.

* $x^2 + 2x + 1 = 0$

$(x + 1)^2 = 0$

$x = -1$ düşey asimptottur.

* $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 1} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 1} = +\infty$

olduğundan, bu koşulları sağlayan sadece A seçeneği vardır.

Yanıt A

7. * $x = -2$ ve $x = 2$ düşey asimptot (D şıkkı olamaz.)
 * $y = 1$ doğrusu yatay asimptot
 * $x = 3$ için $y = 0$ olmalı
 Grafiği sağlayan fonksiyon E seçeneğindedir.

Yanıt E

8. * $x = -1$ doğrusu düşey asimptottur. Yani fonksiyonun paydasını sıfır yapan değer $x = -1$ dir.
 * $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ ve $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ olduğundan cevap C seçeneğidir.

Yanıt C

9. $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ fonksiyonunu inceleyelim.
 * $x = 0$ için $y = 1$ dir. Grafik y eksenini (0, 1) noktasında kesmeli
 * $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2 + 1} = 0$ ise $y = 0$ yatay asimptottur.
 Bu iki koşulu sağlayan grafik D seçeneğindedir.

Yanıt D

10. * $x = 3$ için $y = 0$ dir. $x = 3$ noktası çift kat kök dür. Yani $(x - 3)^2$ çarpanı fonksiyonda bulunmalı.
 * $x = 0$ için $y = -\frac{9}{2}$ dir.
 * $x = 2$ düşey asimptottur.
 Bu koşullara uyan fonksiyon E seçeneğindeki fonksiyondur.

Yanıt E

11. $f(1) = 0$ olduğuna göre bu koşulu sağlayan C, D ve E seçenekleridir.

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{1} = 1 \Rightarrow -x + y = 1$$

$\Rightarrow y = x + 1$ doğrusu eğik asimptottur.

$y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ fonksiyonun eğik asimptotu

$a > 0$ için $y = \sqrt{a} \left(x + \frac{b}{2a} \right)$ dir.

$$C) y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} \Rightarrow \text{eğik asimptot: } y = \sqrt{1} \left(x + \frac{-2}{2 \cdot 1} \right) \\ y = x - 1$$

$$D) y = \sqrt{x^2 + 2x - 3} \Rightarrow \text{eğik asimptot: } y = \sqrt{1} \left(x + \frac{2}{2 \cdot 1} \right) \\ y = x + 1$$

$$E) y = \sqrt{x^2 - 3x + 2} \Rightarrow \text{eğik asimptot: } y = \sqrt{1} \left(x + \frac{-3}{2 \cdot 1} \right) \\ y = x - \frac{3}{2}$$

$y = x + 1$ doğrusunu eğik asimptot kabul eden eğri D seçeneğinde ortaya çıktığı için;

$$y = \sqrt{x^2 + 2x - 3} \text{ doğrusudur.}$$

Yanıt D

12

$$f(x) = \frac{x^2 - 6x + 10}{x - 2}$$

* $x = 2$ düşey asimptot

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 6x + 10 & x - 2 \\ -x^2 + 2x & x - 4 \\ \hline -4x + 10 & \\ \pm 4x \mp 8 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

$y = x - 4$ eğik asimptot

* $x = 0$ için $f(0) = \frac{10}{-2} = -5$ olduğundan,

y eksenini (0, -5) noktasında kesmelidir.

$$* y = 0 \text{ için } \frac{x^2 - 6x + 10}{x - 2} = 0$$

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \\ \Delta = 6^2 - 4 \cdot 10 \cdot 1 = -4 \\ \Delta < 0$$

fonksiyonun grafiği x eksenini kesmez.

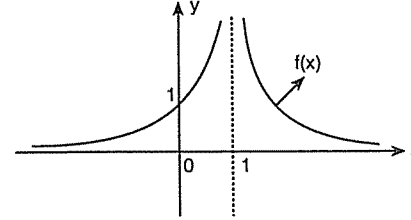
Bu koşulları gerçekleyen grafik B seçeneğindedir.

Yanıt B

TEST 28

FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ

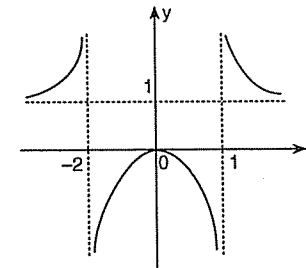
1.



Yukarıdaki analitik düzlemde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $f(x)$ fonksiyonunun denklemini aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ B) $f(x) = -\frac{1}{(x-1)^2}$
 C) $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ D) $f(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$
 E) $f(x) = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$

2.

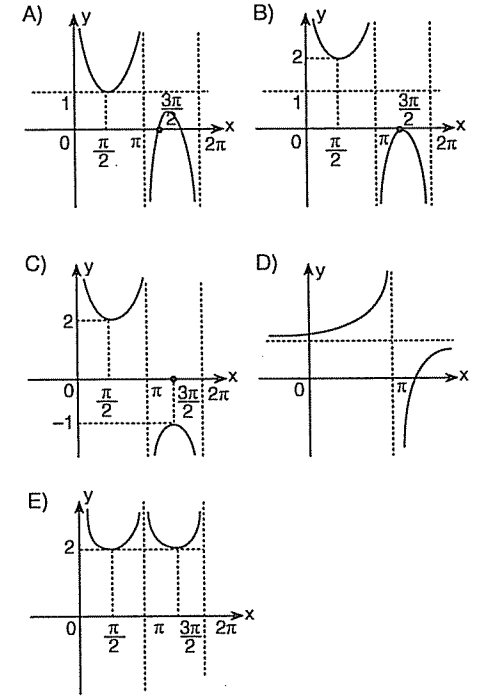


Yukarıda grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisi olabilir?

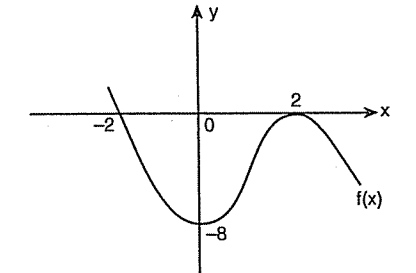
- A) $y = \frac{x^2}{(x+1)(x-2)}$ B) $y = \frac{x^2}{(x-1)(x+2)}$
 C) $y = \frac{x^2}{(1-x)(x+2)}$ D) $y = \frac{x^2}{(x+1)(x+2)}$
 E) $y = \frac{x^2 + 1}{(x+1)(x-2)}$

3.

$y = \frac{\sin x + 1}{\sin x}$ fonksiyonunun $(0, 2\pi)$ aralığındaki grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



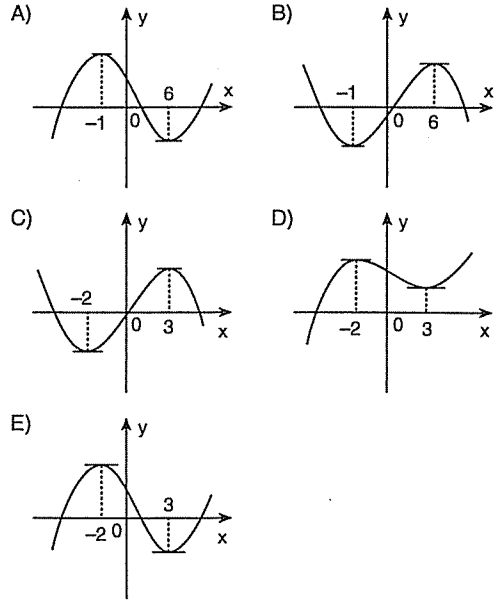
4.



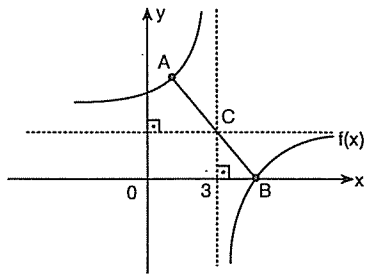
Yukarıdaki koordinat düzleminde $f(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $(m - n)$ farkı kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

5. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 6$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



6.

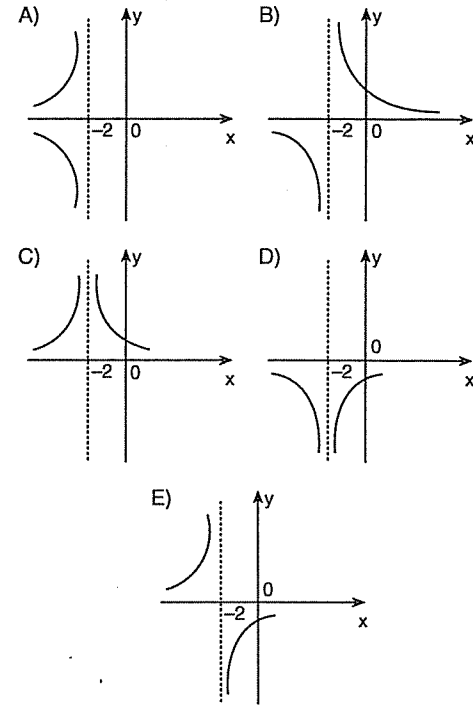


$f(x) = \frac{mx+n}{x+p}$ fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

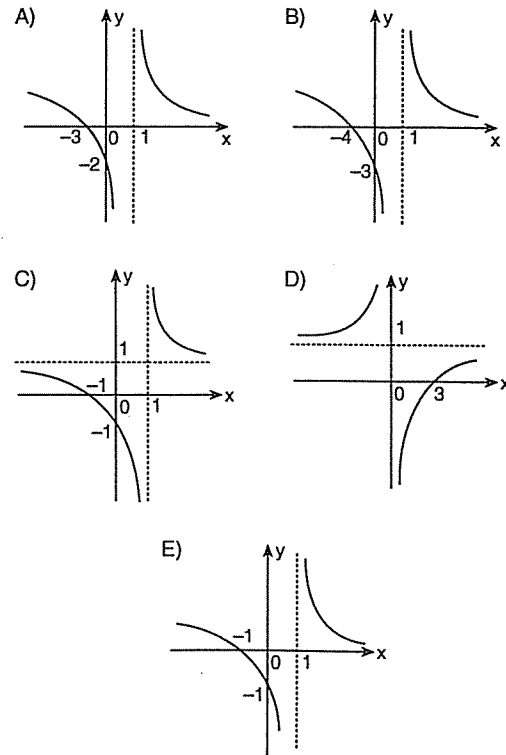
Asimptotların kesim noktası olan $C(3, y)$ den geçen doğru, fonksiyonu $A(2, 6)$ ve $B(x, 0)$ noktalarında kesmektedir. Buna göre $(m + n + p)$ kaçtır?

- A) -6 B) -7 C) -8 D) -10 E) -12

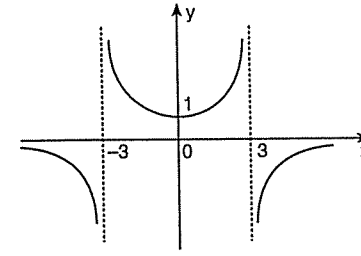
7. $y = \frac{5}{x+2}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



8. $y = \frac{x+1}{x-1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



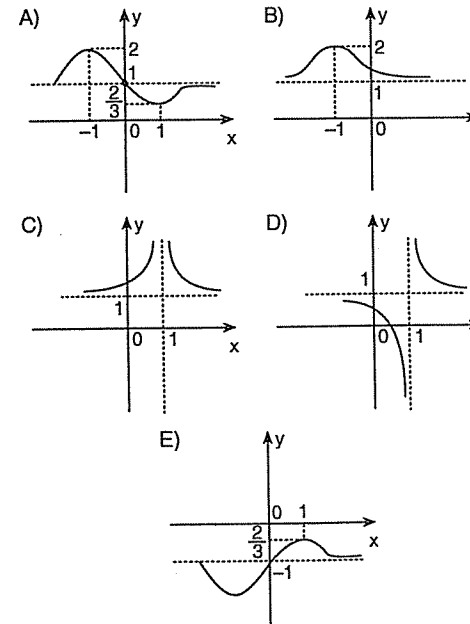
9.



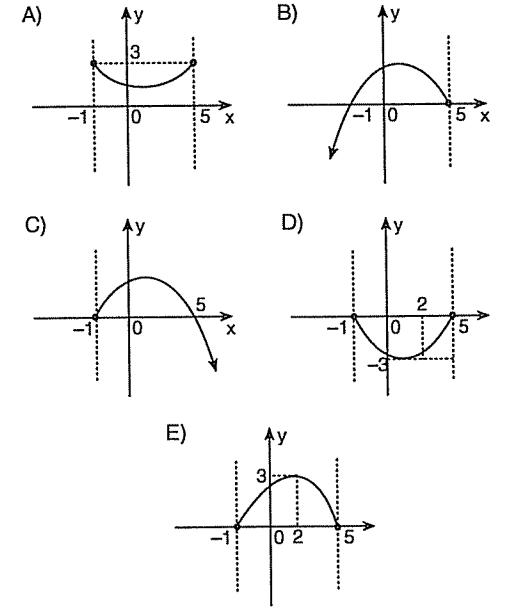
Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = \frac{9}{x^2-9}$ B) $y = -\frac{9}{x^2-9}$ C) $y = \frac{x}{x^2-9}$
D) $y = \frac{x+3}{x^2-9}$ E) $y = \frac{x-3}{x^2-9}$

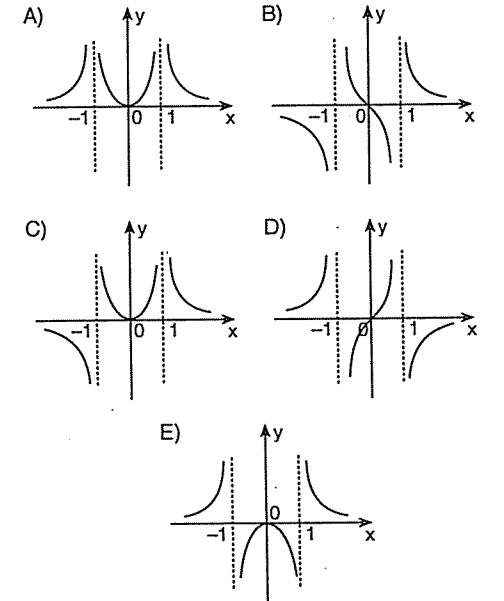
10. $y = \frac{x^2+1}{x^2+x+1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



11. $y = \sqrt{-x^2+4x+5}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



12. $y = \frac{x}{x^2-1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



TEST 28'İN ÇÖZÜMLERİ

1. * $x = 1$ noktası düşey asimptottur. Fonksiyonunun paydasını sıfır yapar.
- * $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$
- * $y = 0$ doğrusu yatay asimptot ve eğri x eksenini kesmemektedir. Yani payı sıfırlayan bir x yoktur. Demek ki pay kısmı sabit sayı olmalıdır. Bu koşulları sağlayan fonksiyon C seçeneğindeki fonksiyondur.

Yanıt C

2. * $x = -2$ ve $x = 1$ noktaları düşey asimptot olup paydanın kökleridir.
- * $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$
- * $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty$
- Bu koşulları sağlayan fonksiyon B seçeneğindedir.

Yanıt B

3. $y = \frac{\sin x + 1}{\sin x}$ fonksiyonu için

$$* x = \frac{\pi}{2} \text{ için } y = \frac{\sin \frac{\pi}{2} + 1}{\sin \frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1+1}{1}$$

$$y = 2 \text{ olur.}$$

$$* x = \frac{3\pi}{2} \text{ için } y = \frac{\sin \frac{3\pi}{2} + 1}{\sin \frac{3\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-1+1}{-1}$$

$$\Rightarrow y = \frac{0}{-1} = 0 \text{ olur.}$$

Bu koşulları gerçekleyen grafik B seçeneğindedir.

Yanıt B

4. $f(x)$ fonksiyonunun kökleri $x = -2$ ve $x = 2$ (çift kat) dir.
- Buna göre;
- $$f(x) = a(x - 2)^2 \cdot (x + 2) \text{ olmalıdır.}$$
- $$f(0) = -8 \text{ olduğuna göre,}$$
- $$f(0) = a \cdot (0 - 2)^2 \cdot (0 + 2)$$
- $$-8 = a \cdot (4) \cdot (2)$$
- $$a = -1 \text{ olur.}$$
- $$f(x) = -(x - 2)^2 \cdot (x + 2) \text{ dir.}$$
- $$f(x) = -(x^2 - 4x + 4) \cdot (x + 2)$$
- $$f(x) = -x^3 + 2x^2 + 4x - 8$$
- $$f(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$$
- $$m = -1, n = 2, p = 4, q = -8 \text{ olur.}$$
- $$m - n = -1 - 2 = -3 \text{ olur.}$$

Yanıt C

5. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 6$
- $$f'(x) = 6x^2 - 6x - 36$$
- $$f'(x) = 0 \text{ için}$$
- $$6x^2 - 6x - 36 = 0$$
- $$6(x^2 - x - 6) = 0$$
- $$6(x - 3)(x + 2) = 0$$
- $$x = 3, x = -2$$
- $x = 3$ ve $x = -2$ için yerel ekstremum vardır.

x	-2	3
f'(x)	+	-
f(x)	50	-75

$$f(-2) = 2 \cdot (-2)^3 - 3(-2)^2 - 36 \cdot (-2) + 6$$

$$f(-2) = -16 - 12 + 72 + 6$$

$$f(-2) = 50$$

$$f(3) = 2 \cdot 3^3 - 3 \cdot 3^2 - 36 \cdot 3 + 6$$

$$f(3) = 54 - 27 - 108 + 6$$

$$f(3) = -75$$

Yukarıdaki koşulları sağlayan grafik E seçeneğindedir.

Yanıt E

6. C noktası $f(x)$ fonksiyonunun simetri merkezidir. Bu durumda $C(3, y)$ noktası A ve B nin orta noktası olur.
- $A(2, 6)$, $B(x, 0)$ ve $C(3, y)$ noktaları için

$$\frac{x+2}{2} = 3 \text{ olmalıdır.}$$

$$x = 4 \text{ bulunur.}$$

$$\frac{6+4}{2} = y \text{ olduğundan } y = 3 \text{ bulunur.}$$

$$f(x) = \frac{mx+n}{x+p} \text{ fonksiyonunda}$$

* yatay asimptot $y = m$ dir ve bu değer C noktasının ordinatıdır. $y = m = 3$ olduğundan $m = 3$ bulunur.

* Düşey asimptot $x = -p$ dir. Grafikte bu değer $x = 3$ tür. Dolayısıyla $-p = 3$ olduğundan $p = -3$ bulunur.

$$f(x) = \frac{3x+n}{x-3} \text{ fonksiyonu } A(2, 6) \text{ noktasını sağlamak}$$

zorundadır.

$$f(2) = \frac{6+n}{2-3} = 6$$

$$n = -12 \text{ bulunur.}$$

$$m+n+p = 3+(-12)+(-3)$$

$$m+n+p = -12 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

$$7. y = \frac{5}{x+2}$$

* $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ düşey asimptottur.

* $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x+2}$ olduğundan $y = 0$ yatay asimptottur.

$$* \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{5}{x+2} = +\infty$$

$$* \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{5}{x+2} = -\infty$$

olduğuna göre, grafik B seçeneğindedir.

Yanıt B

8. $y = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow x = 1$ düşey asimptot, $y = 1$ yatay asimptottur.

$$f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

fonsiyonu daima negatiftir.

$f'(x) < 0$ olduğundan f fonksiyonu $\forall x \in \mathbb{R}$ için azalır.

Yanıt C

9. • $y = 0$ doğrusunun yatay asimptot olduğu görülür.
- Grafik x eksenini kesmediğinden $y = 0$ için x değeri yoktur.
- C, D, E seçeneklerinde fonksiyonlar $y = 0$ değeri için x eksenini keserler.
- $x = -3$ ve $x = 3$ doğruları düşey asimptotlardır. Payda $x^2 - 9$ olmalı.
- $x = 0$ için $y = 1$ olduğundan B seçeneğinde $x = 0$ için $y = 1$ bulunur.

Yanıt B

$$10. y = \frac{x^2+1}{x^2+x+1}$$

• Düşey asimptot;

$x^2 + x + 1$ ikinci derece denkleminde $\Delta < 0$ dir.

Dolayısıyla reel kök olmadığından düşey asimptot yoktur.

• Yatay asimptot

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{x^2+x+1}$ olduğundan $y = 1$ doğrusu yatay asimptot.

• $x = 0$ için $y = 1$ ve $y = 0$ için x yoktur.

(Grafik x - eksenini kesmez)

$$* y' = \frac{2x(x^2+x+1) - (x^2+1)(x^2+1)}{(x^2+x+1)^2}$$

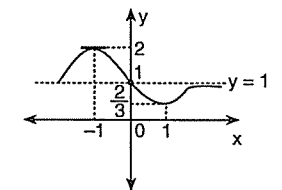
$$y' = \frac{x^2-1}{(x^2+x+1)^2}$$

$$y' = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \quad x_1 = 1 \text{ ve } x_2 = -1$$

$$x = -1 \text{ ise } y = 2$$

$$x = 1 \text{ ise } y = \frac{2}{3}$$

x	-1	1	+
y'	+	-	+
y		max.	min.



bulunur.

Yanıt A

11. * $-x^2 + 4x + 5 \geq 0$ v $x^2 - 4x - 5 \leq 0$ için tanımlıdır.
 $x^2 - 4x - 5 = (x + 1)(x - 5) = 0$

x	-1	5
	+	-
	+	+

Tanım kümesi = $[-1, 5]$

* Tanım kümesi sınırlı olduğundan $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ hesaplanamaz Bu nedenle eğik asimptot yoktur.

$$f'(x) = \frac{-2x+4}{2\sqrt{-x^2+4x+5}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -2x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$x = 2 \text{ için } y = \sqrt{-4+8+5} = 3 \text{ olur.}$$

	-1	2	5
f'(x)		+	-
f(x)	0	3	0

olduğundan doğru seçenek E dir.

Yanıt E

12. $y = \frac{x}{x^2-1} \Rightarrow x = \pm 1$ düşey asimptot
 $y = 0$ yatay asimptot

$$f'(x) = \frac{-1-x^2}{(x^2-1)^2} \Rightarrow \text{her yerde azalan}$$

Yanıt B

TEST 29

TÜREV (KARMA)

1. $f(x) = \frac{(x+1)(x^2-2)}{2x+1}$ fonksiyonuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt{x} + 1$ fonksiyonuna göre,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(9+h) - f(9)}{h} \text{ limitinin değeri kaçtır?}$$

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

3. $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $f(\sin x) = \operatorname{cosec} x + \cos 2x$ fonksiyonu için

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) \text{ değeri kaçtır?}$$

A) 8 B) $4\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$
D) -6 E) $-3\sqrt{3}$

4. $f(x) = \frac{x^2-2}{x+1}$ fonksiyonuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} \text{ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?}$$

A) 2 B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{4}$ E) 1

5. $f(x) = \prod_{k=1}^5 x^k$ fonksiyonu veriliyor. $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) -5 B) 0 C) 5 D) 10 E) 15

6. $f(x) = -x^3 + 1$ fonksiyonuna göre, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-3x^2$ B) $3x^2$ C) $-3x$ D) $3x$ E) $-6x$

7. $y = f(x) = \frac{2x+6}{x-2}$ fonksiyonunun grafiğinin asimptotlarının kesim noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1, 2) B) (1, 1) C) (-1, 2)
D) (2, 1) E) (2, 2)

8. $f(x) = \frac{x^2+x-1}{x+1}$ fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktası aşağıdakilerden hangisidir?

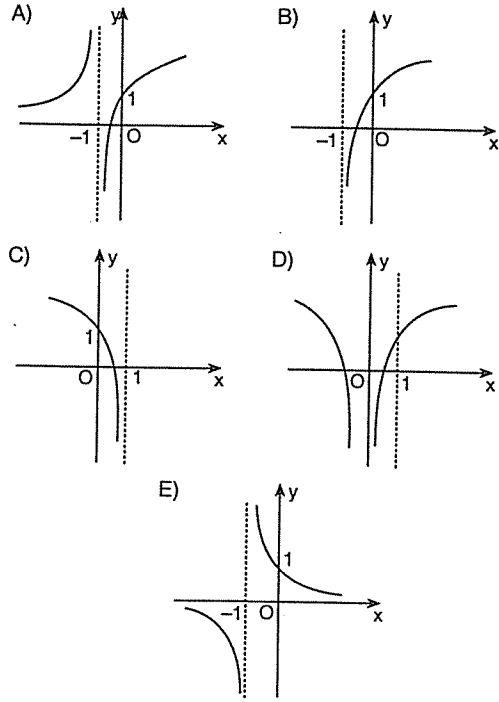
A) (-1, 1) B) (-1, -1) C) (-1, 0)
D) (1, 1) E) (1, -2)

9. $f(x) = \frac{ax+3}{2x+b}$ fonksiyonunun grafiğinin simetri merkezi

$A(-2, 4)$ olduğuna göre, $(a+b)$ toplamı kaçtır?

A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

10. $f(x) = \frac{1}{x+1}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



11. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + 3$ fonksiyonunda $A(1,0)$ ve $B(3,10)$ noktalarından geçen doğruya paralel olan teğetin değme noktasının apsisi kaçtır?
- A) 1 B) 2 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) 5

12. Taban yarıçapı r , yüksekliği $4r$ olan bir dik koninin içine en büyük hacimli bir silindir yerleştirilirse, bu silindirin yarıçapı aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $\frac{3r}{4}$ B) $\frac{2r}{3}$ C) $\frac{r}{3}$ D) $\frac{r}{4}$ E) $\frac{2r}{5}$

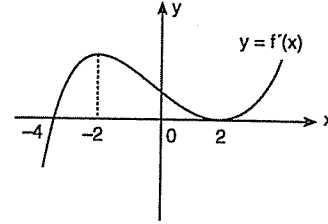
13. Taban alanı 64 br^2 ve yüksekliği 6 br olan kare piramit içine yerleştirilebilecek en büyük hacimli silindirin yüksekliği kaç birim olur?

A) 2 B) $\frac{2\pi}{3}$ C) 3 D) 4 E) 2π

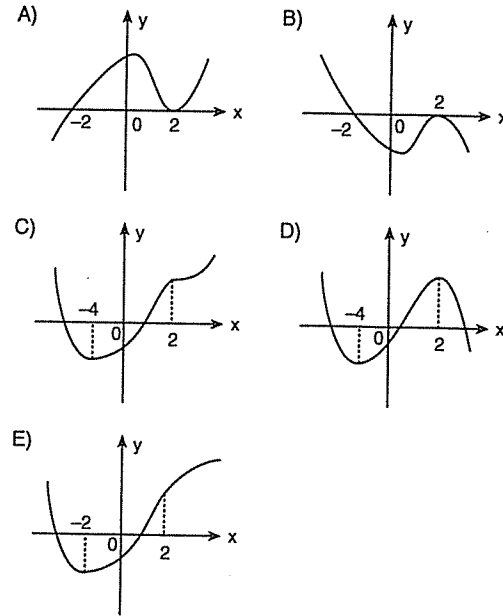
14. $f(x) = x^3 + ax^2 + 6x$ fonksiyonu daima artan bir fonksiyon olduğuna göre, a nın alabileceği kaç farklı doğal sayı değeri vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

15.



Şekilde $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



16. $y = \frac{x^2}{mx+1}$ fonksiyonunda m nin hangi değerleri için

$y = x - 1$ doğrusu bu fonksiyonun grafiğine teğet olur?

A) $\{-3, 1\}$ B) $\{2, 3\}$ C) $\{1, 2\}$
D) $\{-1, 3\}$ E) $\{1, 3\}$

17. $y = x^2 + 1$ parabolünün $y = x - 1$ doğrusuna en yakın noktasının apsisi kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

TEST 29'UN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \frac{(x+1)(x^2-2)}{2x+1}$ ifadesi düzenlenirse

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x + x^2 - 2}{2x+1} \text{ elde edilir.}$$

$$f'(x) = \frac{(3x^2 + 2x - 2)(2x+1) - 2(x^3 - 2x + x^2 - 2)}{(2x+1)^2}$$

$$x = 0 \text{ için;}$$

$$f'(0) = \frac{-2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2)}{1} = 2 \text{ olur.}$$

Yanıt E

2. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(9+h) - f(9)}{h} = f'(9)$ olduğundan,

$$f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt{x} + 1 = (x-1)^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{2}} + 1$$

$$f'(x) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$f'(9) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt B

3. $f(\sin x) = \csc x + \cos 2x$ olduğundan,

$$f'(\sin x) \cdot \cos x = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot \cos x + (-2 \cdot \sin 2x)$$

$$f'(\sin x) \cdot \cos x = -\frac{\cos x}{\sin^2 x} - 4 \sin x \cdot \cos x$$

($\cos x$ ile sadeleştirilirse)

$$f'(\sin x) = -\frac{1}{\sin^2 x} - 4 \sin x$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} - 4 \cdot \frac{1}{2}$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = -4 - 2 = -6 \text{ olur.}$$

Yanıt D

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ ifadesi $x = 1$ noktasında $f(x)$ in türevine eşittir.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) \text{ dir.}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 2}{x + 1} \text{ olduğuna göre, bölümün türevinden}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 2)' \cdot (x + 1) - (x^2 - 2) \cdot (x + 1)'}{(x + 1)^2}$$

$$= \frac{2x \cdot (x + 1) - (x^2 - 2) \cdot 1}{(x + 1)^2}$$

$$= \frac{2x^2 + 2x - x^2 + 2}{(x + 1)^2} = \frac{x^2 + 2x + 2}{(x + 1)^2}$$

$$x = 1 \text{ için } f'(1) = \frac{1 + 2 + 2}{(1 + 1)^2} = \frac{5}{4} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

$$5. f(x) = \prod_{k=1}^5 x^k = x^1 \cdot x^2 \cdot x^3 \cdot x^4 \cdot x^5 = x^{15}$$

$$f'(x) = 15 \cdot x^{14}$$

$$f'(1) = 15 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

$$6. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$$

$$f(x) = -x^3 + 1 \text{ olduğundan,}$$

$$f'(x) = -3x^2 \text{ elde edilir.}$$

Yanıt A

$$7. y = f(x) = \frac{2x+6}{x-2}$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ doğrusu düşey asimptottur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2 \text{ olduğundan yatay asimptot } y = 2$$

doğrusudur.

$$\text{kesim noktası} = (x, y) = (2, 2) \text{ olur.}$$

Yanıt E

8. $f(x) = \frac{x^2+x-1}{x+1}$ fonksiyonunda
 $x+1=0 \Rightarrow x=-1$ düşey asimptot
 $\frac{x^2+x-1}{x+1} \div \frac{x+1}{x+1} = \frac{x^2+x-1}{x+1} = x - 1 + \frac{2}{x+1}$
 $y = x$ eğik asimptot
 $x = -1$ için $y = -1$ olup
 $A(-1, -1)$ bulunur.

Yanıt B

9. $f(x) = \frac{ax+3}{2x+b}$ fonksiyonunda simetri merkezi $A(-2, 4)$ olduğuna göre,
 $x = -2$ düşey asimptot
 $y = 4$ yatay asimptot
 $x = -2$ için $2(-2) + b = 0 \Rightarrow b = 4$
 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4 \Rightarrow \frac{a}{2} = 4 \Rightarrow a = 8$ olur.
 Böylece, $a + b = 12$ bulunur.

Yanıt A

10. $f(x) = \frac{1}{x+1} \Rightarrow x = -1$ düşey asimptot.
 $f'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2} \Rightarrow$ her yerde azalan
 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0 \Rightarrow$ yatay asimptot.

Yanıt E

11. A ve B noktalarından geçen doğrunun eğimi

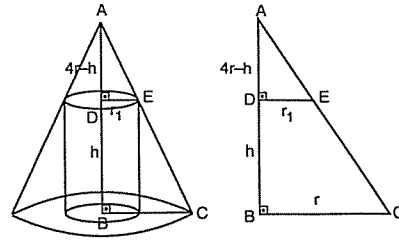
$$m_{AB} = \frac{10-0}{3-1} = \frac{10}{2} = 5 \text{ bulunur.}$$

Paralel doğruların eğimleri eşit olduğundan, $f(x)$ eğrisinin türevinin paralel doğrunun eğimine eşit olması gerekir.

$$f'(x) = 3x - 2 = 5 \Rightarrow x = \frac{7}{2} \text{ apsisli nokta olarak bulunur.}$$

Yanıt C

12.



$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ olduğundan,

$$\frac{4r-h}{4r} = \frac{r_1}{r} \Rightarrow h = 4r - 4r_1 = 4(r - r_1)$$

$$\text{Silindirin hacmi} = \pi r_1^2 \cdot h = 4 \cdot r_1^2 \cdot 4 \cdot (r - r_1)$$

$$= 16r \cdot r_1^2 - 16r_1^3$$

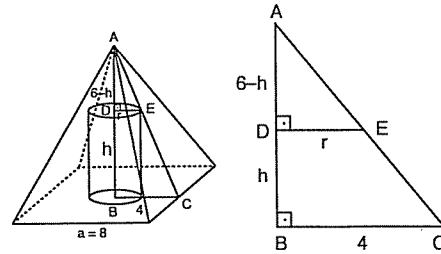
Türevi alınırsa;

$$8r \cdot r_1 - 12r_1^2 = 0 \Rightarrow 8r \cdot r_1 = 12r_1^2$$

$$\Rightarrow r_1 = \frac{2r}{3} \text{ olur.}$$

Yanıt B

13.



Taban alanı: 64 br^2 ve taban alanı (kare olduğundan)
 $a^2 = 64 \Rightarrow a = 8$ dir.

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ dir.

$$\frac{|ADI|}{|ABI|} = \frac{|DEI|}{|BCI|} \Rightarrow \frac{6-h}{6} = \frac{r}{4}$$

$$\Rightarrow r = \frac{2}{3}(6-h)$$

Silindirin hacmi $= \pi r^2 \cdot h$

$$= \pi \left[\frac{2}{3} \cdot (6-h) \right]^2 \cdot h$$

$$= \frac{4}{9} \pi \cdot (6-h)^2 \cdot h$$

h değişkenine göre çarpımın türevini uygularsak,

$$\frac{4}{9} \pi \cdot (6-h)^2 + \frac{4}{9} \pi \cdot 2 \cdot (-1) \cdot (6-h) \cdot h = 0 \text{ için}$$

denkleminin kökü için hacim maksimum olur.

$$6-h = 2h$$

$$3h = 6$$

$$h = 2 \text{ olur.}$$

Yanıt A

14. $f(x) = x^3 + ax^2 + 6x$ fonksiyonu daima artan ise $f'(x)$ her yerde pozitifdir.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + 6 > 0 \text{ olmalıdır.}$$

Bunun için $\Delta < 0$ olması gerekir.

$$\Delta = (2a)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 6 < 0$$

$$4a^2 - 72 < 0$$

$$4a^2 < 72$$

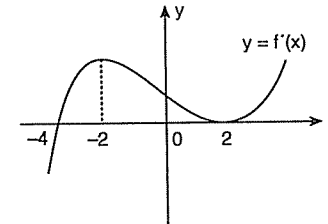
$$a^2 < 18$$

$$a = 0, 1, 2, 3, 4 \quad (\text{Doğal sayı değerleri})$$

5 tane

Yanıt C

15.



$f'(-4) = 0$ olduğuna göre, f fonksiyonunda $x = -4$ yerel ekstremum noktasıdır. (A, B ve E şıkları olamaz.)

$f'(2) = 0$ ve $x = 2$ noktası f' de çift kat kök olduğundan f fonksiyonunda $x = 2$ noktası büküm noktasıdır.

Yanıt C

16. $\frac{x^2}{mx+1}$ ve $y = x - 1$ birbirine teğet ise ortak tek noktaları vardır. Eşitlenirse,

$$\frac{x^2}{mx+1} = x - 1 \Rightarrow x^2 = mx^2 - mx + x - 1$$

$$\Rightarrow (m-1)x^2 - (m-1)x - 1 = 0$$

denkleminin tek kökü olmalı ($\Delta = 0$)

$$\Delta = (m-1)^2 + 4(m-1) = m^2 - 2m + 1 + 4m - 4 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Rightarrow m = -3 \text{ veya } m = 1 \text{ dir.}$$

m	3
m	-1

Yanıt A

17. Bu noktada parabole çizilen teğet ile $y = x - 1$ doğrusunun eğimleri eşittir.

Parabolün x_0 noktasındaki türevinin değeri $y' = 2x_0$ dir.

Bu değer $y = x - 1$ doğrusunun eğimine eşittir.

$y = x - 1$ in eğimi 1 olduğundan

$$2x_0 = 1 \Rightarrow x_0 = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt D

1. $f(x) = \ln(\cos x) + x$ fonksiyonuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $1 - \tan x$ B) $1 + \tan x$ C) $1 - \cot x$
D) $1 + \cot x$ E) $-\tan x$
2. $f(x) = \ln\left(\frac{2x}{x-1}\right)$ fonksiyonuna göre, $f'(2)$ değeri kaçtır?
A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) $-\frac{3}{2}$ D) -2 E) $-\frac{5}{2}$
3. $\frac{d}{dx}(\sec x + \operatorname{cosec} x)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\frac{\sin x}{\cos^2 x} + \frac{\cos x}{\sin^2 x}$ B) $\frac{\sin x}{\cos^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x}$
C) $\frac{-\sin x}{\cos^2 x} + \frac{\cos x}{\sin^2 x}$ D) $\frac{-\sin x}{\cos^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x}$
E) $-\tan x - \cot x$
4. $y = \cos 8x$ olduğuna göre, $\frac{d^4 y}{dx^4}$ ifadesinin $x = \frac{\pi}{2}$ için değeri kaçtır?
A) -8^4 B) 0 C) 8^4 D) 2^{16} E) -2^{16}
5. $f(x) = \ln(1 - \cos^2 x)$ fonksiyonuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\cot x$ B) $-2\tan x$ C) $2\tan x$
D) $-2\cot x$ E) $2\cot x$

6. $\left. \begin{array}{l} x = \ln(t^2 - 2) \\ y = 2t^3 - 1 \end{array} \right\}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $t = 1$ deki değeri kaçtır?
A) 3 B) 2 C) 0 D) -2 E) -3
7. $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x|x^2 - 4|$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ kaçtır?
A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{4}$ E) 1
8. $f(x) = \ln(\operatorname{cosec} x + \cot x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\operatorname{cosec} x$ B) $-\operatorname{cosec} x$ C) $\sec x$
D) $-\sec x$ E) $\tan x + \sec x$
9. $f(x) = 2^{(\sin x + \cos x)}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri kaçtır?
A) $-2\ln 2$ B) $-\ln 2$ C) 0 D) 1 E) 2
10. $[0, 2]$ aralığında tanımlı $f(x) = x^2 - 2x$ fonksiyonu için Rolle teoremini sağlayan x sayısı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{37}{20}$

11. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - \cos 8x}{\tan^2 x - \sin 2x}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 0
12. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\tan 2x - \sin 2x}{\sin x - \tan x}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 8
13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{x+1}$ limitinin değeri kaçtır?
A) e B) $2e$ C) e^2 D) $\sqrt{e}$ E) $e+1$
14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} + x}{e^{2x} + x^2}$ limitinin değeri kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8
15. $f(x) = (x+2)^2 + 3$ eğrisinin hangi noktadaki teğeti $y = 6x + 5$ doğrusuna paraleldir?
A) $(1, 2)$ B) $(-1, 4)$ C) $(1, 12)$
D) $(0, 7)$ E) $(1, 11)$

16. $f(x) = mx^3 + 3x^2 + nx$ fonksiyonunun $x = 4$ de ekstremum, $x = -2$ de dönüm noktası olduğuna göre, n kaçtır?
A) -6 B) -24 C) -48 D) 24 E) 48
17. $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{ax + b}$ fonksiyonunun asimptotları $(1, 2)$ noktasında kesişiyorlarsa a aşağıdakilerden hangisi olabilir?
A) -2 B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2
18. $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 4x + 1$ fonksiyonu artan olduğuna göre, a nın alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?
A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4
19. $f(x) = x^2 + mx$ fonksiyonunun apsisi -1 olan noktasındaki teğet denklemi $y = 2x + n$ olduğuna göre, n kaçtır?
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3
20. $f(x) = x^2 + x + 4$ ve $g(x) = x^2 - 2x + 8$ fonksiyonları için $[0, 1]$ aralığında ortalama değer teoremini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

TEST 30'UN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \ln(\cos x) + x$ olduğundan,

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(\cos x)'}{\cos x} + 1 \\ &= \frac{-\sin x}{\cos x} + 1 \\ &= -\tan x + 1 \\ &= 1 - \tan x \text{ olur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

2. $f(x) = \ln\left(\frac{2x}{x-1}\right)$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{2x}{x-1}\right)' \cdot (x-1) - (2x) \cdot (x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{\frac{2x}{x-1} - 2x}{(x-1)^2} = \frac{2x - 2x(x-1)}{(x-1)^2} = \frac{2x - 2x^2 + 2x}{(x-1)^2} = \frac{4x - 2x^2}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2(x-1) - 2x}{(x-1)^2} \cdot \frac{x-1}{2x} = \frac{2x - 2 - 2x}{(x-1)^2} \cdot \frac{x-1}{2x} = \frac{-2}{(x-1)^2} \cdot \frac{x-1}{2x} = \frac{-2}{2x(x-1)} = \frac{-1}{x(x-1)}$$

$$f'(x) = \frac{2x - 2 - 2x}{x-1} \cdot \frac{1}{2x} = \frac{-2}{x-1} \cdot \frac{1}{2x} = \frac{-1}{x(x-1)}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x(x-1)}$$

$$x = 2 \text{ için, } f'(2) = -\frac{1}{2 \cdot 1} = -\frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

3. $f(x) = \sec x + \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x}$

$$f'(x) = \frac{1' \cdot \cos x - 1 \cdot (\cos x)'}{\cos^2 x} + \frac{1' \cdot \sin x - 1 \cdot (\sin x)'}{\sin^2 x} = \frac{0 - (-\sin x)}{\cos^2 x} + \frac{0 - (\cos x)}{\sin^2 x} = \frac{\sin x}{\cos^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x}$$

$$f'(x) = \frac{0 - 1 \cdot (-\sin x)}{\cos^2 x} + \frac{0 - 1 \cdot (\cos x)}{\sin^2 x} = \frac{\sin x}{\cos^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x}$$

$$f'(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

4. $y = \cos 8x$ ise

$$\frac{dy}{dx} = -\sin 8x \cdot 8 = -8 \sin 8x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -8 \cdot \cos 8x \cdot 8 = -64 \cos 8x$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -64 \cdot (-\sin 8x) \cdot 8 = 512 \sin 8x$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = 512 \cdot \cos 8x \cdot 8 = 4096 \cos 8x$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ için } \frac{d^4y}{dx^4} = 4096 \cdot \cos\left(8 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 4096 \cdot \cos(4\pi) = 4096 \cdot 1 = 4096 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

5. $f(x) = \ln(1 - \cos^2 x)$

$$f(x) = \ln(\sin^2 x) = 2 \ln(\sin x)$$

$$f'(x) = 2 \cdot \frac{(\sin x)'}{\sin x} = 2 \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 2 \cot x$$

$$f'(x) = 2 \cot x$$

$$f'(x) = 2 \cot x \text{ olur.}$$

Yanıt E

6. $x = \ln(t^2 - 2)$

$$y = 2t^3 - 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{6t^2}{(t^2 - 2)'} = \frac{6t^2}{2t} = 3t$$

$$\frac{dy}{dx} = 6t^2 \cdot \frac{t^2 - 2}{2t} = 3t \cdot (t^2 - 2)$$

$$t = 1 \text{ için, } \frac{dy}{dx} = 3 \cdot 1 \cdot (1^2 - 2) = 3 \cdot (-1) = -3 \text{ olur.}$$

Yanıt E

7. $f(x) = 9x^2 - 4x + 1 \cdot |x^2 - 4| + (|x^2 - 4|) \cdot x$
 $= 9x^2 - 4x + |x^2 - 4| - 2x^2$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{1}{2}\right) &= 9 \cdot \frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{1}{2} + \left|\frac{1}{4} - 4\right| - 2 \cdot \frac{1}{4} \\ &= \frac{9}{4} - \frac{8}{4} + \frac{15}{4} - \frac{2}{4} \\ &= \frac{14}{4} \\ &= \frac{7}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

8. $f(x) = \ln(\operatorname{cosec} x + \cot x)$ olduğundan,

$$f'(x) = \frac{(\operatorname{cosec} x + \cot x)'}{\operatorname{cosec} x + \cot x}$$

$$= \frac{-\operatorname{cosec} x + \cot x}{\operatorname{cosec} x + \cot x} = \frac{-\frac{1}{\sin x} + \frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{1}{\sin x} + \frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{-(1 - \cos x)}{1 + \cos x}$$

$$= -\frac{(1 - \cos x)}{1 + \cos x} = -\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

$$= -\frac{1}{\sin x} = -\operatorname{cosec} x \text{ olur.}$$

Yanıt B

9. $f(x) = 2^{(\sin x + \cos x)}$ olduğundan,

$$f'(x) = (\sin x + \cos x)' \cdot 2^{(\sin x + \cos x)} \cdot \ln 2$$

$$= (\cos x - \sin x) \cdot 2^{(\sin x + \cos x)} \cdot \ln 2 \text{ olur.}$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ için,}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\cos \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{2}\right) \cdot 2^{\sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2}} \cdot \ln 2$$

$$= (0 - 1) \cdot 2^{1+0} \cdot \ln 2$$

$$= -2 \ln 2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

10. $f(0) = 0$ ve $f(2) = 0$ olduğu için, Rolle Teoremini sağlayan en az bir nokta vardır.

$$f(x) = x^2 - 2x$$

$[0, 2]$ aralığında $f'(x) = 0$ yapan en az bir x değeri vardır.

$$f'(x) = 2x - 2 = 0$$

$$x = 1 \text{ dir.}$$

Yanıt B

11. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - \cos 8x}{\tan^2 x - \sin 2x}$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin \frac{\pi}{2} - \cos 2\pi}{\tan^2 \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{2}} = \frac{1 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği olduğundan}$$

L'Hospital kuralını uygulayalım.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x \cdot 2 + 8 \sin 8x}{2 \tan x \cdot (1 + \tan^2 x) - 2 \cos 2x}$$

$$= \frac{2 \cos \frac{\pi}{2} + 8 \sin 2\pi}{2 \tan \frac{\pi}{4} \left(1 + \tan^2 \frac{\pi}{4}\right) - 2 \cos \frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{0 + 0}{2 \cdot 1 \cdot (1 + 1) - 0} = \frac{0}{4} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

12. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\tan 2x - \sin 2x}{\sin x - \tan x}$

$$= \frac{\tan 2\pi - \sin 2\pi}{\sin \pi - \tan \pi} = \frac{0 - 0}{0 - 0} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği olduğundan}$$

L'Hospital kuralı uygulanabilir.

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{2(1 + \tan^2 x) - 2 \cos 2x}{\cos x - (1 + \tan^2 x)}$$

$$= \frac{2(1 + \tan^2 \pi) - 2 \cos 2\pi}{\cos \pi - 1 - \tan^2 \pi} = \frac{2(1 + 0) - 2}{-1 - 1 - 0}$$

$$= \frac{0}{-2} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

$$13. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{x+1} \rightarrow 1^\infty$$

$$y = \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{x+1}$$

(Her iki tarafın ln ini alırsak)

$$\ln y = \ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{x+1}$$

$$\ln y = (x+1) \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right) \text{ (her iki tarafın limitini alalım)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln y = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x+1) \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right) \right]$$

$$\ln \left(\lim_{x \rightarrow \infty} y \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x+1) \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right) \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x+1) \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right) \right]} \text{ olur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x+1) \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right) \rightarrow \infty \cdot 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right)}{\frac{1}{x+1}} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliktir.}$$

L'Hospital kuralı uygulanabilir.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{2x}\right)}{\frac{1}{x+1}} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{0 - \frac{1}{2x^2}}{\frac{-1}{(x+1)^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2x^2}}{\frac{1}{x^2+2x+1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x^2} \cdot \frac{x^2+2x+1}{1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2x+1}{2x^2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{x+1} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} ((x+1) \ln(1 + \frac{1}{2x}))} = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e} \text{ olur.}$$

2. Yol

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{bx}\right)^{cx+d} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{bx} (cx+d)} = e^{\frac{a \cdot c}{b}} \text{ dir.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{2x}\right)^{x+1} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x} (x+1)} = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e} \text{ olur.}$$

Yanıt D

$$14. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} + x}{e^{2x} + x^2} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği olduğundan}$$

L'Hospital kuralı uygulanabilir.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2e^{2x} + 1}{2e^{2x} + 2x} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliktir. Bir daha L'Hospital}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4e^{2x} + 0}{4e^{2x} + 2} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliktir. Bir daha L'Hospital}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8e^{2x}}{8e^{2x} + 0} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8e^{2x}}{8e^{2x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 = 1 \text{ olur.}$$

Yanıt A

$$15. f(x) = (x+2)^2 + 3$$

$$f'(x) = 2(x+2) \text{ dir.}$$

$x = a$ noktasındaki teğeti $y = 6x + 5$ doğrusuna paralel ise

$$f'(a) = 6 \text{ olmalıdır.}$$

$$f'(a) = 2(a+2) = 6$$

$$a+2 = 3$$

$$a = 1$$

$$a = 1 \text{ ise } f(1) = (1+2)^2 + 3 = 12$$

(1, 12) noktasındaki teğet doğrusu, $y = 6x + 5$ doğrusuna paraleldir.

Yanıt C

$$16. x = 4 \text{ ekstremum noktası ise } f'(4) = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$x = -2 \text{ dönüm noktası ise } f''(-2) = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$f'(x) = 3mx^2 + 6x + n$$

$$f'(4) = 48m + 24 + n = 0 \Rightarrow 48m + n = -24$$

$$f''(x) = 6mx + 6$$

$$f''(-2) = -12m + 6 = 0 \Rightarrow -12m = -6$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$48 \cdot \frac{1}{2} + n = -24 \Rightarrow n = -48 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

$$17. f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{ax + b} \text{ fonksiyonunda;}$$

$$ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a} \text{ düşey asimptot}$$

$$(1, 2) \Rightarrow -\frac{b}{a} = 1 \Rightarrow \boxed{b = -a}$$

$$\begin{aligned} &\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + \frac{b}{a}x} \Bigg| \frac{ax+b}{\frac{x}{a} + \left(\frac{-4a-b}{a^2}\right)} \rightarrow \text{eğik asimptot} \\ &= \frac{\left(\frac{-4a-b}{a}\right)x + 3}{\left(\frac{-4a-b}{a}\right)x + \frac{-4ab-b^2}{a^2}} \\ &= \frac{3 + \frac{4ab+b^2}{a^2}}{1} \end{aligned}$$

$$(1, 2) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{-4a-b}{a^2} = 2 \text{ ve } b = -a \text{ olduğundan}$$

$$a = -1, b = 1 \text{ olur.}$$

Yanıt D

$$18. f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 4x + 1 \text{ fonksiyonu artan olduğundan,}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \text{ için } f'(x) > 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3}3x^2 - 2ax + 4 > 0 \text{ olması için } \Delta < 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$\Delta = (-2a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 < 0$$

$$4a^2 - 16 < 0$$

$$4a^2 < 16$$

$$a^2 < 4$$

$$-2 < a < 2$$

$$a = -1, 0, 1 \text{ olabilir.}$$

O halde, a'nın alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı;

$$-1 + 0 + 1 = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt C

$$19. f(x) = x^2 + mx \text{ eğrisinin } x = -1 \text{ apsisli noktasındaki teğeti}$$

$$y = 2x + n \text{ doğrusu ise } f'(-1) = 2 \text{ olmalıdır.}$$

$$f'(x) = 2x + m$$

$$f'(-1) = -2 + m = 2$$

$$m = 4 \text{ tür.}$$

$$f(x) = x^2 + 4x \Rightarrow f(-1) = (-1)^2 + 4(-1) = 1 - 4 = -3$$

$y = 2x + n$ doğrusu fonksiyona $(-1, -3)$ noktasında teğettir. Bu nokta teğet doğrusunun denklemini sağlama-lıdır.

$$y = 2x + n$$

$$-3 = 2 \cdot (-1) + n$$

$$n = -1 \text{ dir.}$$

Yanıt A

$$20. \frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{f(1) - f(0)}{g(1) - g(0)}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+1}{2x-2} = \frac{6-4}{7-8}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+1}{2x-2} = \frac{2}{-1}$$

$$\Rightarrow -2x - 1 = 4x - 4$$

$$\Rightarrow 3 = 6x$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

TEST 31

TÜREV (KARMA)

1. $f(x) = \frac{|x^2 - x - 2|}{x^2 + x}$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?
A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

2. $f(x)$ 3. dereceden bir fonksiyondur.
 $f''(0) = -4$ ve $f''(1) = 2$ olduğuna göre, $f''(3)$ değeri kaçtır?
A) 16 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8

3. $f(x) = mx^2 - 2x + 4$ fonksiyonu veriliyor.
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 4$ olduğuna göre, m kaçtır?
A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

4. $f(x) = x \cdot |x^2 - 16|$ fonksiyonuna göre, $f'(3)$ değeri kaçtır?
A) -14 B) -13 C) -12 D) -11 E) -10

5. $f(x) = 2ax^2 + mx + n$ fonksiyonu veriliyor.
 $f'(3) - f'(2) = 8$ olduğuna göre, a kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $f(x) = \frac{ax^2 - 1}{x + 1}$ fonksiyonu veriliyor.
 $f'(1) = 2$ olduğuna göre, kaçtır?
A) 3 B) $\frac{7}{3}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 1

7. $f(x) = \frac{\sin 6x + \sin 2x}{\cos 6x + \cos 2x}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?
A) -2 B) 0 C) 1 D) 4 E) 8

8. Tanımlı olduğu değerler için $f(x) = \sqrt{2x + 7}$
 $g(x) = x^2 + 3x + 1$ olduğuna göre, $(g \circ f)(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktadaki türevi kaçtır?
A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

9. $f(x) = x \cdot |x^2 - 4|$ fonksiyonu için $f'(4) \cdot f'(1)$ çarpımının değeri kaçtır?
A) -46 B) -44 C) 44 D) 46 E) 48

10. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 1$ olduğuna göre, $(f^{-1})'(2)$ değeri kaçtır?
A) $-\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{8}$ E) 16

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2x}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) e^{-1} B) e^{-2} C) e^{-3} D) e^{-4} E) e^{-6}

12. $\lim_{x \rightarrow 0} x^{5x}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) e B) $\frac{1}{e}$ C) 0 D) 1 E) -1

13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x}{e^{7x}}$ limitinin değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 0 D) $-\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{2}$

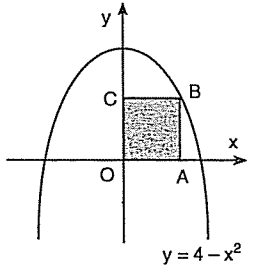
14. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \frac{\pi}{x} - \cos \pi x}{\sin \pi x + \cos \frac{\pi}{2} x}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{2}{\pi}$ C) $\frac{4}{\pi^2}$ D) 0 E) 1

15. $f(x) = \frac{x^2 - ax + 3}{x + 1}$ eğrisinin $x = 1$ apsisli noktasındaki teğetinin $y = x + 2$ doğrusuna paralel olması için a kaç olmalıdır?
A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

16. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ fonksiyonu $x = 1$ noktasında x eksenine teğet olduğuna göre, a kaçtır?
A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

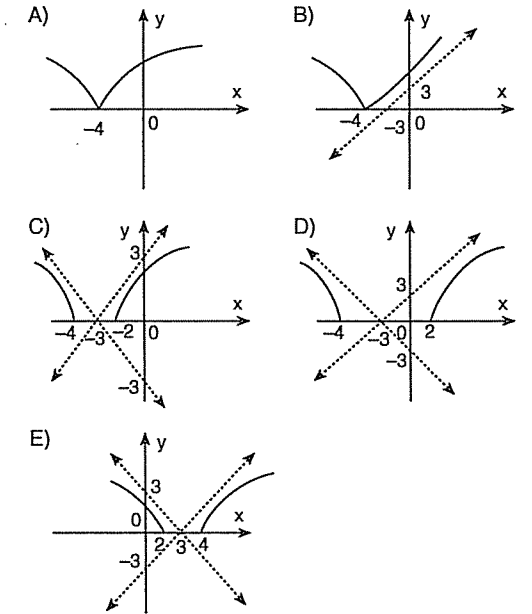
17. $f(x) = \frac{x^2 + (m-1)x}{x+2}$ fonksiyonunun $x = 4$ de ekstremum noktasının olması için m kaç olmalıdır?
A) -5 B) -6 C) -9 D) -12 E) -15

18. Şekilde $y = 4 - x^2$ parabolü verilmiştir. OABC dikdörtgeninin B köşesi parabol üzerinde, A ve C köşeleri ise eksenler üzerindedir. Buna göre, OABC dikdörtgeninin alanı en çok kaç birim-karedir?

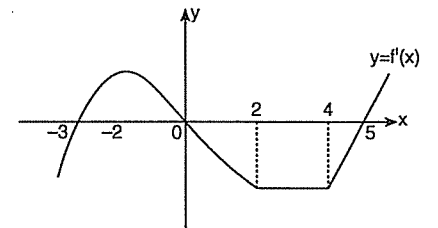


- A) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ E) $\frac{16}{3\sqrt{3}}$

19. $y = \sqrt{x^2 + 6x + 8}$ eğrisinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



20. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
A) $x > 5$ için $f''(x)$ azalan fonksiyondur.
B) $(-3, 0)$ aralığında $f(x)$ artandır.
C) $(0, 2)$ aralığında $f(x)$ artandır.
D) $(2, 4)$ aralığında $f(x)$ sabit fonksiyondur.
E) $x = -3$ noktasında $f(x)$ fonksiyonunun minimumu vardır.



TEST 31'İN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \frac{|x^2 - x - 2|}{x^2 + x}$ için,

$$f'(x) = \frac{(|x^2 - x - 2|)' \cdot (x^2 + x) - (x^2 + x)' \cdot |x^2 - x - 2|}{(x^2 + x)^2}$$

$$= \frac{(-2x+1)(x^2+x) - (2x+1)|x^2 - x - 2|}{(x^2 + x)^2}$$

$$f'(1) = \frac{-2-3 \cdot 2}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \text{ olur.}$$

Yanıt E

2. 3. dereceden bir fonksiyonun ikinci türevi birinci dereceden fonksiyondur.
 $f''(x) = mx + n$ dir.
 $f''(0) = n = -4$
 $f''(1) = m + n = 2 \Rightarrow m = 6$ bulunur.
 $f''(x) = 6x - 4$ için
 $f''(3) = 6 \cdot 3 - 4 = 14$ olur.

Yanıt B

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2)$ dir.

$$f(x) = mx^2 - 2x + 4 \text{ ise}$$

$$f'(x) = 2mx - 2 \text{ dir.}$$

$$f'(2) = 4m - 2 = 4 \text{ olduğundan}$$

$$4m = 6$$

$$m = \frac{3}{2} \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

4. $f(x) = x \cdot |x^2 - 16|$ fonksiyonunda
 $x = 3$ için $x^2 - 16 = 9 - 16 = -7$ olduğundan
 $f(x) = x(16 - x^2)$
 $f(x) = -x^3 + 16x$ bulunur. Buradan
 $f'(x) = -3x^2 + 16$ elde edilir.
 $x = 3$ için $f'(3) = -3 \cdot (3)^2 + 16 = -11$ bulunur.

Yanıt D

5. $f(x) = 2ax^2 + mx + n$ ise
 $f'(x) = 4ax + m$ dir.
 $x = 3$ için $f'(3) = 4 \cdot a \cdot 3 + m = 12a + m$
 $x = 2$ için $f'(2) = 4 \cdot a \cdot 2 + m = 8a + m$ bulunur.
 $f'(3) - f'(2) = 12a + m - 8a - m = 8$
 $4a = 8$
 $a = 2$ olur.

Yanıt E

6. $f(x) = \frac{ax^2 - 1}{x + 1}$ olduğuna göre, bölmenin türevinden

$$f'(x) = \frac{(ax^2 - 1)'(x + 1) - (ax^2 - 1) \cdot (x + 1)'}{(x + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(2ax)(x + 1) - (ax^2 - 1)}{(x + 1)^2} \text{ bulunur.}$$

$$x = 1 \text{ için } f'(1) = \frac{2a \cdot 2 - (a - 1)}{2^2}$$

$$2 = \frac{4a - a + 1}{4}$$

$$8 = 3a + 1$$

$$a = \frac{7}{3} \text{ olur.}$$

Yanıt B

7. $f(x) = \frac{\sin 6x + \sin 2x}{\cos 6x + \cos 2x}$ fonksiyonunun pay ve paydasına
 trigonometrik dönüşüm bağıntısı uygulanırsa;

$$f(x) = \frac{2\sin(4x) \cdot \cos(2x)}{2\cos(4x) \cdot \cos(2x)} = \frac{\sin 4x}{\cos 4x} = \tan 4x$$

$$f(x) = \tan 4x \text{ ise } f'(x) = 4 \cdot \frac{1}{\cos^2 4x}$$

$$x = \frac{\pi}{4} \text{ için } f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4 \cdot \frac{1}{\cos^2\left(4 \cdot \frac{\pi}{4}\right)} = 4 \cdot \frac{1}{\cos^2(\pi)}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4 \cdot \frac{1}{(-1)^2} = 4 \cdot 1 = 4 \text{ olur.}$$

Yanıt D

8. $f(x) = \sqrt{2x+7}$ ise $f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+7}}$

$$g(x) = x^2 + 3x + 1 \text{ ise } g'(x) = 2x + 3 \text{ dir.}$$

$$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

$$(g'(f(x))) = 2 \cdot \sqrt{2x+7} + 3 \text{ olduğundan}$$

$$(g \circ f)'(x) = [2 \cdot \sqrt{2x+7} + 3] \cdot \frac{2}{2\sqrt{2x+7}}$$

$$x = 1 \text{ için, } (g \circ f)'(1) = [2\sqrt{2 \cdot 1 + 7} + 3] \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 1 + 7}}$$

$$(g \circ f)'(1) = [2 \cdot 3 + 3] \cdot \frac{1}{3} = \frac{9}{3} = 3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

9. $f(x) = x \cdot |x^2 - 4|$ fonksiyonunda
 $x = 4 \Rightarrow f(x) = x(x^2 - 4) = x^3 - 4x$
 $x = 1 \Rightarrow f(x) = x(-x^2 + 4) = -x^3 + 4x$ olur.
 $x = 4 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4 \Rightarrow f'(4) = 44$
 $x = 1 \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 4 \Rightarrow f'(1) = 1$
 $f'(4) \cdot f'(1) = 44$ bulunur.

Yanıt C

10. $f(x) = x^3 + 1$ ise $f'(x) = 3x^2$

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)} \text{ dir.}$$

$$2 = x^3 + 1 \Rightarrow x^3 = 1, x = 1 \text{ olur.}$$

$$(f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(1)} \text{ dir.}$$

$$(f^{-1})'(2) = \frac{1}{3 \cdot 1} = \frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{2x} \rightarrow 1^\infty$ belirsizliği çıkar.

$$\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{2x} = e^{\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{2x}} = e^{2x \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}$$

$$= e^{\frac{\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}{\frac{1}{2x}}} \text{ olur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{2x} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}{\frac{1}{2x}}} \text{ olur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}{\frac{1}{2x}} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği olduğundan.}$$

L'Hospital uygulayalım.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}{\frac{1}{2x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)'}{\left(\frac{1}{2x}\right)'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}}{-\frac{1}{2x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x+1 - x-1}{(x-1)(x+1)}}{-\frac{1}{2x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{-2}{x^2-1}}{-\frac{1}{2x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^2}{x^2-1} = -4 \text{ olur.}$$

O halde;

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{2x} = e^{-4} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

12. $\lim_{x \rightarrow 0} x^{5x} \rightarrow 0^0$ belirsizliği vardır.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} e^{\ln x^{5x}} &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{5x \ln x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{\left(\frac{\ln x}{\frac{1}{5x}} \right)} \\ &= e^{\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln x}{\frac{1}{5x}} \right)} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{5x}} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği elde edilir.}$$

L' Hospital yardımı ile kuvvetin limitini alır daha sonra "e" nin kuvvetine yazarsak,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{5x}} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\ln x)'}{\left(\frac{1}{5x} \right)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{5x^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-5x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} -5x \\ &= 0 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

O halde;

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^{5x} = e^0 = 1 \text{ elde edilir.}$$

Yanıt D

13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x}{e^{7x}} \rightarrow \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği olur.

L'Hospital yardımı ile

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x}{e^{7x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(7x)'}{(e^{7x})'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7}{e^{7x} \cdot 7} = 0 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

$$\begin{aligned} 14. \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \frac{\pi}{x} - \cos \pi x}{\sin \pi x + \cos \frac{\pi}{2} x} &= \frac{\sin \frac{\pi}{2} - \cos 2\pi}{\sin 2\pi + \cos \pi} \\ &= \frac{1 - 1}{0 + (-1)} = \frac{0}{-1} = 0 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Not: $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ belirsizlikleri yoksa L' Hospital uygulanamaz.

maz.

Yanıt D

15. $f(x) = \frac{x^2 - ax + 3}{x + 1}$ eğrisinin $x = 1$ apsisli noktasındaki teğetinin eğimi, $y = x + 2$ doğrusunun eğimine eşit olmalıdır.

$y = x + 2$ doğrusunun eğimi 1 dir. O halde;

$$f'(1) = 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$f'(x) = \frac{(2x - a)(x + 1) - (x^2 - ax + 3) \cdot 1}{(x + 1)^2}$$

$$x = 1 \text{ için } f'(1) = \frac{(2 - a)(1 + 1) - (1 - a + 3) \cdot 1}{(1 + 1)^2}$$

$$1 = \frac{4 - 2a - (-a + 4)}{4}$$

$$4 = -a$$

$$a = -4 \text{ olur.}$$

Yanıt A

16. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki değeri 0 dir. Yani $f(1) = 0$ dir.

$$f(1) = 1 + a + b + 2 = 0 \Rightarrow a + b = -3 \text{ olur.}$$

Ayrıca, $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ fonksiyonu $x = 1$ noktasında x eksenine teğet ise bu noktada fonksiyonun türevi 0 dir.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$f'(1) = 3 + 2a + b = 0 \Rightarrow 2a + b = -3 \text{ olur.}$$

$$a + b = -3$$

$$2a + b = -3 \text{ olduğundan } a = 0, b = -3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

17. $f(x) = \frac{x^2 + (m - 1)x}{x + 2}$ fonksiyonunun $x = 4$ de ekstremum noktasının olması için $f'(4) = 0$ olmalıdır.

$$f'(x) = \frac{[2x + (m - 1)](x + 2) - [x^2 + (m - 1)x]}{(x + 2)^2}$$

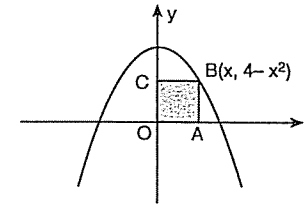
$$f'(4) = \frac{(7 + m) \cdot 6 - (16 + 4m - 4)}{36} = 0$$

$$42 + 6m - 12 - 4m = 0$$

$$30 + 2m = 0 \text{ ise } m = -15 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

- 18.



B noktasının koordinatı $(x, 4 - x^2)$ dir.

ABCO dikdörtgeninin alanı $A(x) = x \cdot (4 - x^2)$ olur.

$A(x) = -x^3 + 4x$ in en büyük değeri $A'(x) = 0$ olduğu noktadır.

$$A'(x) = -3x^2 + 4 = 0$$

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ bulunur.}$$

$A(x) = -x^3 + 4x$ fonksiyonunda

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ için } A\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{8}{3\sqrt{3}} + \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{16}{3\sqrt{3}} \text{ elde edilir.}$$

Yanıt E

$$19. \quad y = \sqrt{x^2 + 6x + 8} = \sqrt{(x+3)^2 - 1}$$

olduğundan $y = x + 3$ ve $y = -x - 3$ fonksiyonun grafiğinin eğik asimtotlarıdır.

$$y = 0 \text{ için } (x + 3)^2 = 1$$

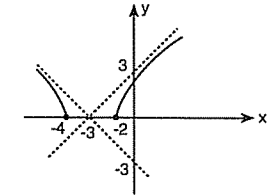
$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x + 3 = 1 \quad x + 3 = -1$$

$$x = -2 \quad x = -4$$

Grafik x eksenini $(-2, 0)$ ve $(-4, 0)$ noktalarında keser. y negatif değer alamaz.

$$y = \sqrt{x^2 + 6x + 8} \geq 0 \text{ dir.}$$



Yanıt C

x	$-\infty$	-3	0	5	∞
$f'(x)$	-	+	-	+	
$f(x)$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	

- A) $x > 5$ ise $f'(x) > 0$ olduğundan $f(x)$ artandır.
 B) $(-3, 0)$ aralığında $f'(x) > 0$ olduğundan $f(x)$ artandır.
 C) $(0, 2)$ aralığında $f'(x) < 0$ olduğundan $f(x)$ azalandır.
 D) $(2, 4)$ aralığında $f'(x) = -2$ olduğundan $f(x)$ doğrusal fonksiyon olması gerektiğinden sabit fonksiyon değildir.
 E) $x = -3$ noktasında $f'(x) = 0$ ve $x < -3$ için $f'(x) > 0$ $x < -3$ için $f'(x) < 0$ olduğundan $f(x)$ in minimum noktasıdır.

Yanıt E

$$1. f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x < 1 \\ ax^2+b, & 1 \leq x < 2 \\ mx^3+n, & x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonu R de türevli olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

$$2. f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R},$$

$$f(x) = x^3 - \sqrt{x} \text{ ile tanımlıdır.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \text{ limitinin değeri kaçtır?}$$

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

$$3. f(x) = x^2 - 4x \text{ için } x \geq 2 \text{ olduğuna göre, } f^{-1}(x) \text{ in } x = -3 \text{ noktasındaki türevinin değeri kaçtır?}$$

- A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

$$4. f(x) = 1 - \sqrt{x} \text{ olduğuna göre, } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \text{ limitinin değeri kaçtır?}$$

- A) $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$ B) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ C) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$
D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E) $-\sqrt{2}$

$$5. y = (2x + 1)^6 \text{ olduğuna göre, } \frac{d^6 y}{dx^6} \text{ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) $6! \cdot 2^8$ B) $6! \cdot 2^7$ C) $6! \cdot 2^6$
D) $6! \cdot 2^5$ E) $6! \cdot 2^4$

$$6. f(x) = x^2 \cdot \sqrt[5]{x^3 - 2x + 1} \text{ olduğuna göre, } f'(-1) \text{ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) -2 B) $-\frac{3}{\sqrt[5]{16}}$ C) $-\frac{17}{5 \cdot \sqrt[5]{16}}$
D) $-\frac{18}{5 \cdot \sqrt[5]{16}}$ E) $-\frac{19}{5 \cdot \sqrt[5]{16}}$

$$7. \begin{cases} y = 2t^2 - 2 \\ t = x^3 \\ x = 2u + 1 \end{cases} \text{ olduğuna göre,}$$

$$\frac{dy}{du} \text{ ifadesinin } u = 0 \text{ için değeri kaçtır?}$$

- A) 36 B) 24 C) 18 D) 16 E) 12

$$8. f(x) = \arccos(\sin x) \text{ olduğuna göre, } f'(\pi) \text{ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

$$9. y = f(x) = \arcsin\left(\frac{1}{x}\right) \text{ olduğuna göre, } f'(2) \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) $-\frac{1}{2\sqrt{3}}$ B) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ C) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$
D) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ E) $-\frac{1}{4\sqrt{3}}$

$$10. \begin{cases} y = \sqrt{t} \\ x = t^3 - t + 1 \end{cases} \text{ olduğuna göre, } \frac{dx}{dy} \text{ ifadesinin } t = 1 \text{ için değeri kaçtır?}$$

- A) 6 B) 4 C) 3 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

$$11. f(x) = \sqrt[3]{x + \sqrt{x}} \text{ olduğuna göre, } f'(1) \text{ kaçtır?}$$

- A) $\frac{1}{2 \cdot \sqrt[3]{28}}$ B) $\frac{1}{2 \cdot \sqrt[3]{21}}$ C) $\frac{1}{2 \cdot \sqrt[3]{18}}$
D) $\frac{1}{2 \cdot \sqrt[3]{16}}$ E) $\frac{1}{2 \cdot \sqrt[3]{4}}$

$$12. f(x) = \ln(\arctan(2x + 1)) \text{ olduğuna göre, } f'(x) \text{ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) $\frac{1}{\arctan(2x + 1)}$
B) $\frac{2}{\arctan(2x + 1)}$
C) $\frac{-2}{[1 + (2x + 1)^2] \cdot (\arctan(2x + 1))}$
D) $\frac{1}{[1 + (2x + 1)^2] \cdot (\arctan(2x + 1))}$
E) $\frac{2}{[1 + (2x + 1)^2] \cdot (\arctan(2x + 1))}$

$$13. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\tan x - 1} \text{ limitinin değeri kaçtır?}$$

- A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$14. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt[3]{5x + 2} - 3} \text{ limitinin değeri kaçtır?}$$

- A) 54 B) 27 C) $\frac{14}{3}$ D) 2 E) $-\frac{14}{3}$

$$15. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 1}{2x + 1} \right)^x \text{ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) -1 B) 1 C) e D) -e E) $\frac{1}{e}$

$$16. \lim_{x \rightarrow 0} x^x \text{ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) -1 B) 0 C) 1 D) e E) $\frac{1}{e}$

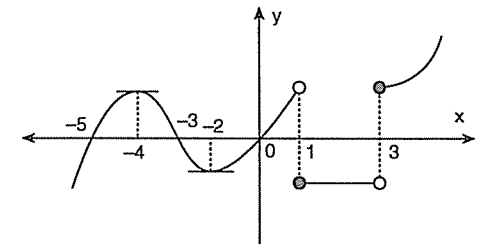
$$17. f(x) = a(x^3 - 2x^2 + x)^3 \text{ fonksiyonunun } x = 2 \text{ apsisli noktasındaki teğeti } y - 2x + 15 = 0 \text{ doğrusuna paralel olduğuna göre, a kaçtır?}$$

- A) $\frac{1}{30}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 6

$$18. y = -x^2 - 5x + 6 \text{ parabolü üzerinde alınan hangi nokta- nın koordinatları toplamı maksimum olur?}$$

- A) $\left(-\frac{5}{2}, \frac{49}{4}\right)$ B) $\left(-\frac{3}{2}, 30\right)$ C) $(-2, 14)$
D) $(-2, 12)$ E) $(-2, 16)$

19.



Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $1 < x < 3$ için $f'(x) = 0$ dir.
B) $x < -4$ için $f'(x) > 0$ dir.
C) $x > 3$ için $f'(x) < 0$ dir.
D) $f'(-2) = 0$
E) $-2 < x < 1$ için $f(x)$ artandır.

$$20. f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 8x^3 - 15x^2 - 36x + 60 \text{ fonksiyonunun yerel minimum değeri aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) -14 B) -12 C) -10 D) -9 E) -8

TEST 32'NİN ÇÖZÜMLERİ

1.

$$f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x < 1 \\ ax^2+b, & 1 \leq x < 2 \\ mx^3+n, & x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun R de türevli olabilmesi için $x=1$ ve $x=2$ apsisli noktalarda sağdan ve soldan türevleri eşit, $x=1$ ve $x=2$ apsisli noktalarda sürekli olması gerekir.

$$\begin{aligned} f'(1^+) &= f'(1^-) & f'(2^+) &= f'(2^-) \\ 2a \cdot 1 &= 3 & 3m2^2 &= 2a \cdot 2 \\ a &= \frac{3}{2} & 3m &= a \\ 3m &= \frac{3}{2} & (a &= \frac{3}{2} \text{ olduğundan}) \\ m &= \frac{1}{2} \text{ olur} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) & \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \\ a \cdot 1^2 + b &= 3 \cdot 1 + 1 & m \cdot 2^3 + n &= a \cdot 2^2 + b \\ a + b &= 4 & \frac{1}{2} \cdot 8 + n &= \frac{3}{2} \cdot 4 + \frac{5}{2} \\ a = \frac{3}{2} \Rightarrow b &= 4 - \frac{3}{2} & 4 + n &= 6 + \frac{5}{2} \\ \Rightarrow b &= \frac{5}{2} & n &= 2 + \frac{5}{2} \\ n &= \frac{9}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt B

2.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - \sqrt{x} \text{ olmak üzere;} \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= f'(1) \text{ dir.} \\ f'(x) &= 3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \text{ olduğundan,} \\ x=1 \text{ için, } f'(1) &= 3 \cdot 1^2 - \frac{1}{2\sqrt{1}} \\ &= 3 - \frac{1}{2} \\ &= \frac{5}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt D

3.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 4x \text{ ve } x \geq 2 \text{ olmak üzere;} \\ (f^{-1})'(y_0) &= \frac{1}{f'(x_0)} \text{ dir.} \\ f^{-1}(-3) &= x_0 \text{ olsun.} \\ x_0^2 - 4x_0 &= -3 \Rightarrow x_0^2 - 4x_0 + 3 = 0 \\ \Rightarrow x_0 &= 1 \text{ veya } x_0 = 3 \\ x \geq 2 \text{ olduğundan } x_0 &= 3 \text{ alınır.} \\ \text{O halde; } (f^{-1})'(-3) &= \frac{1}{f'(3)} \text{ dür.} \\ f(x) &= x^2 - 4x \Rightarrow f'(x) = 2x - 4 \\ \Rightarrow f'(3) &= 2 \cdot 3 - 4 = 2 \text{ dir.} \\ (f^{-1}(-3))' &= \frac{1}{f'(3)} = \frac{1}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Yanıt C

4.

$$\begin{aligned} f(x) &= 1 - \sqrt{x} \text{ olmak üzere;} \\ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} &= f'(2) \text{ dir.} \\ f'(x) &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = -\frac{1}{2\sqrt{x}} \text{ olduğundan,} \\ x=2 \text{ için; } f'(2) &= -\frac{1}{2\sqrt{2}} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

5.

$$\begin{aligned} y &= (2x+1)^6 \text{ olduğundan,} \\ y' &= 6 \cdot (2x+1)^5 \cdot 2 \\ y'' &= 6 \cdot 5 \cdot (2x+1)^4 \cdot 2 \cdot 2 \\ y''' &= 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot (2x+1)^3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ y^{(iv)} &= 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (2x+1)^2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ y^{(v)} &= 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (2x+1) \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ y^{(vi)} &= \underbrace{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}_{6!} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^6} \\ \text{O halde } \frac{d^6 y}{dx^6} &= 6! \cdot 2^6 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt C

6.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x \cdot \sqrt[5]{x^3 - 2x + 1} + x^2 \cdot \frac{1}{5\sqrt[5]{(x^3 - 2x + 1)^4}} \text{ olur.} \\ x=-1 \text{ için; } f'(-1) &= -2 \cdot \sqrt[5]{-1 + 2 + 1} + \frac{1}{5\sqrt[5]{(-1 + 2 + 1)^4}} \\ &= \frac{-2 \cdot \sqrt[5]{2}}{1} + \frac{1}{5\sqrt[5]{16}} \\ &= \frac{-10\sqrt[5]{32} + 1}{5\sqrt[5]{16}} \\ &= \frac{-20 + 1}{5\sqrt[5]{16}} \\ &= -\frac{19}{5\sqrt[5]{16}} \end{aligned}$$

Yanıt E

7.

$$\begin{aligned} y &= 2t^2 - 2 \\ t &= x^3 \\ x &= 2u + 1 \end{aligned} \left\{ \text{olduğundan,} \right.$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{du} &= \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} \cdot \frac{dx}{du} = (4t) \cdot (3x^2) \cdot 2 \text{ olur.} \\ u=0 \Rightarrow x &= 2u + 1 = 2 \cdot 0 + 1 = 1 \text{ dir.} \\ x=1 \Rightarrow t &= x^3 = 1^3 = 1 \text{ dir.} \\ x=1 \text{ ve } t=1 \text{ olduğundan,} \\ (4t) \cdot (3x^2) \cdot 2 &= (4 \cdot 1) \cdot (3 \cdot 1^2) \cdot 2 \\ &= 4 \cdot 3 \cdot 2 \\ &= 24 \text{ dür.} \end{aligned}$$

Yanıt B

8.

$$\begin{aligned} f(x) &= \arccos(\sin x) \text{ olduğundan,} \\ f'(x) &= -\frac{(\sin x)'}{\sqrt{1 - (\sin x)^2}} = -\frac{\cos x}{\sqrt{\cos^2 x}} \\ &= -\frac{\cos x}{|\cos x|} \text{ olur.} \\ \text{O halde } x = \pi \text{ için;} \\ f'(\pi) &= -\frac{\cos \pi}{|\cos \pi|} = -\frac{-1}{|-1|} = 1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt D

9.

$$\begin{aligned} y &= f(x) = \arcsin\left(\frac{1}{x}\right) \text{ olduğundan,} \\ f'(x) &= \frac{\left(\frac{1}{x}\right)'}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{x}\right)^2}} = \frac{-\frac{1}{x^2}}{\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} \text{ dir.} \\ x=2 \text{ için; } f'(2) &= \frac{-\frac{1}{4}}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}}} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \\ &= -\frac{1}{2\sqrt{3}} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

10.

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{t} \\ x &= t^3 - t - 1 \end{aligned} \left\{ \text{olduğundan,} \right.$$

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dy} &= \frac{\frac{dx}{dt}}{\frac{dy}{dt}} = \frac{3t^2 - 1}{\frac{1}{2\sqrt{t}}} \\ t=1 \text{ için; } \frac{dx}{dy} &= \frac{3 \cdot 1^2 - 1}{\frac{1}{2\sqrt{1}}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4 \end{aligned}$$

Yanıt B

11.

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt[3]{x + \sqrt{x}} = (x + \sqrt{x})^{1/3} \text{ olduğuna göre,} \\ f'(x) &= \frac{1}{3}(x + \sqrt{x})^{-2/3} \cdot \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \text{ olur.} \\ x=1 \text{ için } f'(1) &= \frac{1}{3}(1 + 1)^{-2/3} \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{3} \cdot 2^{-2/3} \cdot \frac{3}{2} \\ &= 2^{-5/3} = \frac{1}{\sqrt[3]{32}} = \frac{1}{2\sqrt[3]{4}} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt E

12. $f(x) = \ln(\arctan(2x+1))$ ise

$$f'(x) = (\ln(\arctan(2x+1)))'$$

$$= \frac{1}{\arctan(2x+1)} \cdot (\arctan(2x+1))'$$

$$= \frac{1}{\arctan(2x+1)} \cdot \frac{1}{1+(2x+1)^2} \cdot (2x+1)'$$

$$= \frac{1}{\arctan(2x+1)} \cdot \frac{1}{1+(2x+1)^2} \cdot 2$$

$$= \frac{2}{[1+(2x+1)^2] \cdot [\arctan(2x+1)]}$$

Yanıt E

13. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\tan x - 1} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'Hospital yardımı ile

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\tan x - 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - \cos x)'}{(\tan x - 1)'}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x + \sin x}{1 + \tan^2 x} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

14. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt[3]{5x+2} - 3} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'Hospital yardımı ile

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt[3]{5x+2} - 3} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x^2 - 25)'}{(\sqrt[3]{5x+2} - 3)'}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x}{\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{(\sqrt[3]{5x+2})^2}} = \frac{2x}{\frac{5}{3 \cdot (5x+2)^{\frac{2}{3}}}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{6x(5x+2)^{\frac{2}{3}}}{5}$$

$$= \frac{6 \cdot 5 \cdot (27)^{\frac{2}{3}}}{5}$$

$$= 54 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^x \rightarrow 1^\infty$ belirsizliği

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{-2}{2x+1} \right)^x$$

şeklinde yazılırsa,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + f(x))^{g(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) \cdot g(x))}$$

olduğundan;

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{-2}{2x+1} \right)^x$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-2}{2x+1} \cdot x \right)} = e^{-1} = \frac{1}{e} \text{ olur.}$$

Yanıt E

16. $\lim_{x \rightarrow 0} x^x = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\ln x^x} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{x \ln x} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\ln x}{\frac{1}{x}}}$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} \rightarrow \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği vardır.}$$

L'hospital yardımı ile

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\ln x)'}{\left(\frac{1}{x}\right)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} -x = 0 \text{ olur.}$$

O halde;

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^x = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}}} = e^0 = 1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

17. $f(x) = a(x^3 - 2x^2 + x)^3$ fonksiyonunun $x = 2$ apsisi noktasındaki teğeti $y - 2x + 15 = 0$ doğrusuna paralel ise fonksiyonun $x = 2$ apsisi noktadaki türevi, doğrunun eğimine eşit olmalıdır.

$$y = 2x - 15 \text{ doğrusunun eğimi } 2 \text{ dir.}$$

$$O \text{ halde; } f'(2) = 2 \text{ olmalıdır.}$$

$$f'(x) = 3a \cdot (x^3 - 2x^2 + x)^2 \cdot (3x^2 - 4x + 1)$$

$$x = 2 \text{ için } f'(2) = 3a \cdot (8 - 8 + 2)^2 \cdot (3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 1)$$

$$2 = 3a \cdot 4 \cdot 5$$

$$2 = 60a$$

$$a = \frac{1}{30} \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

18. $y = -x^2 - 5x + 6$ parabolü üzerinde alınan

$$P(x, -x^2 - 5x + 6) \text{ noktasının koordinatları toplamı}$$

$$x + (-x^2 - 5x + 6) = -x^2 - 4x + 6 \text{ dir.}$$

$$T(x) = -x^2 - 4x + 6 \text{ nın maksimum değeri}$$

$$T'(x) \text{ in sıfır olduğu noktadır.}$$

$$T'(x) = -2x - 4 = 0, x = -2 \text{ bulunur.}$$

$$x = -2 \text{ için } y = -(-2)^2 - 5(-2) + 6$$

$$= -4 + 10 + 6 = 12 \text{ elde edilir.}$$

$$O \text{ halde istenilen nokta } (-2, 12) \text{ dir.}$$

Yanıt D

19. $f(x)$ fonksiyonunun grafiğinden $x > 3$ değerleri için $f(x)$ in artan değerler aldığı görülüyor. O halde $f'(x) > 0$ olmalıdır. C seçeneğinde ise $x > 3$ için $f'(x) < 0$ verilmiştir. C seçeneği yanlıştır.

Yanıt C

20. $f(x) = 8x^3 - 15x^2 - 36x + 60$ fonksiyonunun ekstremum noktaları $f'(x)$ in sıfıra eşit olduğu noktalardır.

$$f'(x) = 24x^2 - 30x - 36 = 0$$

$$4x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(4x + 3) \cdot (x - 2) = 0$$

$$x = -\frac{3}{4}, x = 2 \text{ olur.}$$

$f'(x)$ için aşağıdaki tablo düzenlenirse

x	-3/4	2
f'(x)	+	-
	↗	↘
	maksimum	minimum

$x = 2$ noktasında fonksiyonun minimum değer aldığı görülür.

$$x = 2 \text{ için } f(2) = 8 \cdot 2^3 - 15 \cdot 2^2 - 36 \cdot 2 + 60$$

$$= 64 - 60 - 72 + 60 = -8 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

TEST 33

TÜREV (KARMA)

- $f(x) = \frac{2x+7}{x-2}$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?
A) -13 B) -12 C) -11 D) -10 E) -9
- $f(x) = \frac{1}{3^{\sin x}}$ fonksiyonu için $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $3^{-\sin x} \cdot (\cos x) \cdot \ln 3$
B) $3^{-\sin x} \cdot (-\cos x)$
C) $3^{-\sin x} \cdot (-\cos x) \cdot \log_3 e$
D) $3^{-\sin x} \cdot (-\cos x) \cdot \ln 3$
E) $3^{-\sin x} \cdot (\cos x) \cdot \log_3 e$
- $f(x) = \arctan(x^3 + x - 2)$ olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?
A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1
- $f(x) = \sqrt{x+\sqrt{x}}$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?
A) $6\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
D) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$
- $f(x) = \ln(\cos \sqrt{x})$ fonksiyonu için $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-\frac{\tan \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ B) $\frac{\tan \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ C) $-\frac{\tan \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$
D) $\frac{\tan \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ E) $-\frac{\tan \sqrt{x}}{4\sqrt{x}}$

- $x = t^2 - t + 1$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $t = -1$ için değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2
- $f(x) = x^{2x}$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?
A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$
- Aşağıdaki fonksiyonların hangisinde $x = 3$ için türev vardır?
A) $f(x) = \begin{cases} x+2, & x < 3 \\ 2x-1, & x \geq 3 \end{cases}$ B) $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 3 \\ 0, & x = 3 \\ x^2 - 9, & x > 3 \end{cases}$
C) $f(x) = \begin{cases} 3x, & x < 3 \\ x^2, & x > 3 \end{cases}$ D) $f(x) = \begin{cases} 6x-8, & x < 3 \\ x^2 + 1, & x \geq 3 \end{cases}$
E) $f(x) = \begin{cases} 9x, & x < 3 \\ x^2 + 3x, & x \geq 3 \end{cases}$
- $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{x}}}$ olduğuna göre, $f'(64)$ kaçtır?
A) $-\frac{1}{2^3 \cdot 3^4}$ B) $-\frac{1}{2^4 \cdot 3^3}$ C) $\frac{1}{2^4 \cdot 3^3}$
D) $-\frac{1}{2^5 \cdot 3^3}$ E) $-\frac{1}{2^5 \cdot 3^5}$
- $x^3 + y^2 - 2x^2y - 4y + 4 = 0$ bağıntısı ile tanımlanan $y = f(x)$ fonksiyonunun $(1,1)$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?
A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

- $[0, 3]$ aralığında tanımlı

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - 4x - 6$$

fonksiyonu için ortalama değer teoremini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{7}$ E) $2\sqrt{2}$

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x^2 - 2x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

- $f(x) = x \cdot \arccos(x^2) + 1$ olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arccos(x^2) - \frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$

B) $\arccos(x^2) - \frac{2x^2}{\sqrt{1-x^4}}$

C) $\arccos(x^2) - \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$

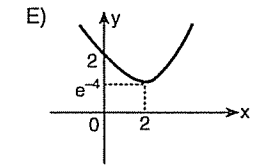
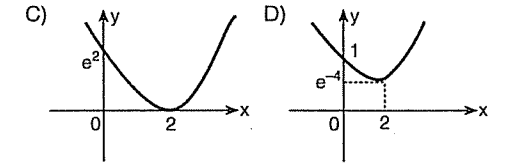
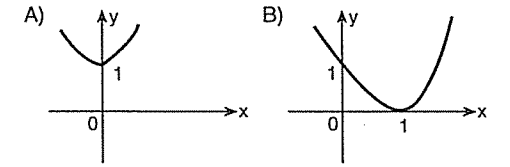
D) $\arccos(x^2) - \frac{2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

E) $\arccos(x^2) - \frac{2x^3}{\sqrt{1-x^4}}$

- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\cos^2 2x - 1}{\sin^2 \left(x - \frac{\pi}{2} \right)} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

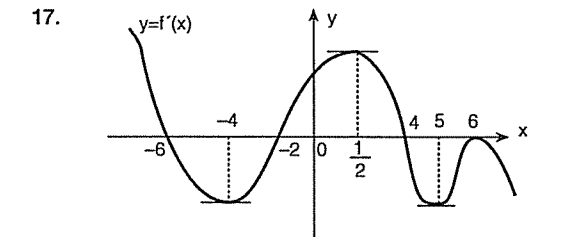
- A) -8 B) -4 C) 0 D) 2 E) 8

- $f(x) = e^{x^2-4x}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



- $f(x)$, $(1, 32)$ aralığında azalan bir fonksiyon olduğuna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi aynı aralıkta azalan fonksiyondur?

- A) $x^3 - f(x)$ B) $\frac{1}{f(x)}$ C) $f(x) - 3x^2$
D) $-f(x)$ E) $-f(x^3)$



Şekilde $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x = -6$ da f nin yerel maksimumu vardır.
B) $f'(-4) = 0$
C) $x = 5$ noktasında f nin dönüm noktası vardır.
D) $5 < x < 6$ aralığında f nin dönüm noktası vardır.
E) $x > 6$ için $f''(x) < 0$ dir.

- $f(x) = x^4 + (a-2)x^3 - ax - 10$ eğrisinin dönüm (büküm) noktasının apsisi -2 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 2 D) 4 E) 6

TEST 33'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \frac{2x+7}{x-2}$ olduğundan,
(Bölümün türevinden)
$$f'(x) = \frac{2(x-2) - (2x+7) \cdot 1}{(x-2)^2} = \frac{-11}{(x-2)^2}$$
 olur.
 $x = 1$ için;
$$f'(1) = \frac{-11}{(1-2)^2} = -11$$
 dir.

Yanıt C

2. $f(x) = \frac{1}{3^{\sin x}} = 3^{-\sin x}$ olduğundan,
$$f'(x) = (-\sin x)' \cdot \ln 3 \cdot 3^{-\sin x}$$

$$= 3^{-\sin x} \cdot (-\cos x) \cdot \ln 3$$
 olur.

Yanıt D

3. $f(x) = \arctan(x^3 + x - 2)$ olduğundan,
$$f'(x) = \frac{(x^3 + x - 2)'}{1 + (x^3 + x - 2)^2} = \frac{3x^2 + 1}{1 + (x^3 + x - 2)^2}$$
 olur.
 $x = 0$ için;
$$f'(0) = \frac{3 \cdot 0 + 1}{1 + (0 + 0 - 2)^2} = \frac{1}{5}$$
 dir.

Yanıt A

4. $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}$ olduğundan,
$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(x + \sqrt{x})'}{\sqrt{x + \sqrt{x}}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}}{\sqrt{x + \sqrt{x}}}$$
 olur.
 $x = 1$ için;
$$f'(1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \frac{1}{2}}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{4\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{8}$$
 dir.

Yanıt E

5. $f(x) = \ln(\cos \sqrt{x})$ olduğundan,
$$f'(x) = \frac{(\cos \sqrt{x})'}{\cos \sqrt{x}} = \frac{-\sin \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}}{\cos \sqrt{x}}$$

$$= -\frac{\tan \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$$
 olur.

Yanıt C

6. $\left. \begin{array}{l} x = t^2 - t + 1 \\ y = t^3 + 1 \end{array} \right\}$ olduğundan,
$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2}{2t - 1}$$
 olur.
 $t = -1$ için; $\frac{3 \cdot (-1)^2}{2(-1) - 1} = \frac{3}{-3} = -1$ dir.

Yanıt B

7. $f(x) = x^{2x}$ fonksiyonunda iki tarafın ln'i alınırsa,
 $\ln(f(x)) = \ln x^{2x}$
 $\ln(f(x)) = 2x \cdot \ln x$ (iki tarafın türevi alınır)
çarpımının türevi
$$\frac{f'(x)}{f(x)} = 2 \cdot \ln x + 2x \cdot \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = (2 \ln x + 2) \cdot f(x)$$

$$f'(x) = (2 \cdot \ln x + 2) \cdot x^{2x}$$
 olur.
 $x = 1$ için; $f'(1) = (2 \cdot \ln 1 + 2) \cdot 1^2$
$$= 2 \cdot 1 = 2$$
 dir.

Yanıt C

8. Türevinin olabilmesi için $x = 3$ noktasında sürekli ve sağdan, soldan türevlerinin eşit olması gerekir.

D seçeneğindeki $f(x) = \begin{cases} 6x - 8, & x < 3 \\ x^2 + 1, & x \geq 3 \end{cases}$

fonksiyonunda

$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (6x - 8) = 10$

$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 10$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 10$ olduğundan $f(x)$ sürekli ve $f'(x)$ sürekli.

$$f'(x) = \begin{cases} 6, & x < 3 \\ 2x, & x \geq 3 \end{cases}$$

$f'(3^-) = f'(3^+)$ olduğundan $f(x)$ in $x = 3$ için türevi vardır.

Yanıt D

9. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt{x}}} = (1 + \sqrt{x})^{-\frac{1}{2}}$ olduğundan,
$$f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot (1 + \sqrt{x})^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{-1}{1 + \sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$
 olur.
 $x = 64$ için; $f'(64) = \frac{-1}{1 + \sqrt{64}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{64}}$
$$= \frac{-1}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{16} = \frac{-1}{2^5 \cdot 3^3}$$
 olur.

Yanıt D

10. $x^3 + y^2 - 2x^2y - 4y + 4 = 0$ olduğundan,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{3x^2 - 4xy}{2y - 2x^2 - 4}$$

$x = 1$ ve $y = 1$ için aldığı değer $(1, 1)$ noktasındaki teğetin eğimini verir.

O halde; $-\frac{3-4}{2-2-4} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$ olur.

Yanıt A

11. Ortalama değer teoremine göre,

$[a, b]$ aralığında $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$

eşitliğini sağlayan en az bir c değeri vardır.

$f(3) = 9 - 12 - 6 = -9$

$f(0) = -6$

$f'(x) = x^2 - 4 \Rightarrow x = c$ için $f'(c) = c^2 - 4$ olur.

$\frac{f(3) - f(0)}{3} = c^2 - 4$

$\frac{-9 + 6}{3} = c^2 - 4 \Rightarrow -1 = c^2 - 4 \Rightarrow c^2 = 3$

$c = \pm \sqrt{3}$ dir.

$[0, 3]$ aralığında $c = \sqrt{3}$ olur.

Yanıt B

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x^2 - 2x} = \frac{\sin 0}{0 - 0} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'Hospital uygulanırsa (Payın ve paydanın ayrı ayrı türevleri alınır)

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos 2x}{2x - 2} = \frac{2 \cdot \cos 0}{2 \cdot 0 - 2} = \frac{2}{-2} = -1$ olur.

Yanıt C

13. $f(x) = x \cdot \arccos(x^2) + 1$ olduğundan,
çarpımının türevinden

$$f'(x) = 1 \cdot \arccos(x^2) + x \cdot \frac{-2x}{\sqrt{1 - (x^2)^2}}$$

$$f'(x) = \arccos(x^2) - \frac{2x^2}{\sqrt{1 - x^4}}$$
 olur.

Yanıt B

14. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left[\frac{\cos^2 2x - 1}{\sin^2 \left(x - \frac{\pi}{2} \right)} \right] = \frac{\cos^2 \pi - 1}{\sin^2(0)} = \frac{1 - 1}{0} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği

vardır. L hospital uygulanırsa

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left[\frac{2 \cos 2x \cdot (-\sin 2x) \cdot 2}{2 \sin \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right)} \right] = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-2 \sin 4x}{\sin(2x - \pi)}$$

$$= \frac{-2 \sin 2\pi}{\sin 0} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği}$$

Belirsizlik kalkmadığı için bir kez daha L' Hospital uygulanırsa;

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-8 \cos 4x}{2 \cos(2x - \pi)} = \frac{-8 \cdot \cos 2\pi}{2 \cos 0} = \frac{-8 \cdot 1}{2 \cdot 1} = -4 \text{ d\u00fcr.}$$

Yanıt B

15. $y = f(x) = e^{x^2 - 4x}$ fonksiyonu;

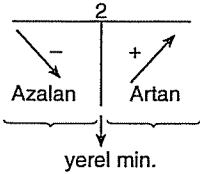
I. yol

$f(x) = y = e^{x^2 - 4x}$ fonksiyonunun t\u00fcrevini 0 yapan x de\u011feri ekstremum noktasıdır.

$$y = e^{x^2 - 4x} \Rightarrow y' = (2x - 4)e^{x^2 - 4x} = 0$$

$$2x - 4 = 0$$

$$x = 2$$



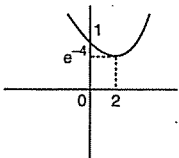
$$x = 2 \Rightarrow y = e^{2^2 - 4 \cdot 2} = e^{-4}$$

$(2, e^{-4})$ yerel minimum noktası

$$x = 0 \Rightarrow y = e^0 = 1$$

$(0, 1)$ noktası y eksenini kesti\u011fi noktadır.

O halde grafik;



olur.

II. yol

$$x = 0 \Rightarrow y = e^0 = 1$$

$$x = 2 \Rightarrow y = e^{x^2 - 4x} = e^{-4} \text{ olduğundan}$$

fonksiyon $(0, 1)$ ve $(2, e^{-4})$ noktalarından geçer. Bu noktalardan geçen sadece D seçene\u011findeki grafik olduğundan yanıt D dir.

Yanıt D

16. $f(x)$ azaldıkça $\frac{1}{f(x)}$, $-f(x)$, $-f(x^3)$

fonksiyonları artar. O halde cevap B, D ve E olamaz.

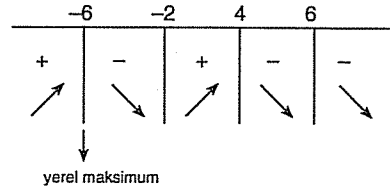
x arttıkça x^3 artacağından cevap A da olamaz.

$f(x)$ azalan ve x arttıkça $-3x^2$ azalacağı için $(1, 32)$ aralığında $f(x) - 3x^2$ azalan bir fonksiyon olur.

Yanıt C

17. $f'(x) = 0$ yapan $-6, -2, 4$ ve 6 apsisli noktalar $f(x)$ in ekstremum noktalarıdır.

$f'(x) > 0$ için fonksiyon artan, $f'(x) < 0$ için azalandır.



$5 < x < 6$ aralığında $f'(x)$ artan olduğundan

$f''(x) > 0$ olur.

$f''(x) = 0$ olamayacağından $5 < x < 6$ aralığında

$f(x)$ fonksiyonunun dönüm noktası yoktur.

Yanıt D

18. $f(x) = x^4 + (a - 2)x^3 - ax - 10$ fonksiyonunun

$x = -2$ noktasında dönüm noktası olduğundan

$f''(-2) = 0$ dır.

$$f'(x) = 4x^3 + 3(a - 2)x^2 - a$$

$$f''(x) = 12x^2 + 6(a - 2)x \text{ olduğundan,}$$

$$f''(-2) = 12 \cdot (-2)^2 + 6(a - 2)(-2)$$

$$0 = 48 - 12(a - 2)$$

$$12(a - 2) = 48$$

$$a - 2 = 4$$

$$a = 6 \text{ olur.}$$

Yanıt E

TEST 34

TÜREV (KARMA)

1. $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + 1$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki te\u011fetinin eğimi 2 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $f(x)$, R de sürekli bir fonksiyon olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \text{ limitinin de\u011feri kaçtır?}$$

- A) a B) 2a C) f(a) D) f'(a) E) f''(a)

3. $y = (2x^2 - 3)^5$ olduğuna göre, $\left(\frac{dy}{dx} \right)$ in $x = -1$ için de\u011feri kaçtır?

- A) -160 B) -60 C) -20 D) 20 E) 320

4. $f(x) = \sqrt[3]{x+1} \cdot (x^2 - 1)$ olduğuna göre, $f'(0)$ de\u011feri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) 0 C) $\frac{1}{6}$
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

5. $f: [2, \infty) \rightarrow [-1, \infty)$

$f(x) = x^2 - 4x + 3$ fonksiyonunun tersi olan f^{-1} fonksiyonunun $x = 15$ noktasındaki t\u00fcrevi kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

6. $f(x) = \log_4(x^2 - 2x + 5)$ olduğuna göre, $f'(0)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{5} \log_4 e$ B) $\frac{2}{5} \ln 4$ C) $-\frac{2}{5} \log_4 e$
D) $-\frac{2}{5} \ln 4$ E) $-\frac{1}{5} \log_4 e$

7. $f(x) = \arctan(5x^2 + 1)$ olduğuna göre, $f'(1)$ de\u011feri kaçtır?

- A) $\frac{6}{37}$ B) $\frac{7}{37}$ C) $\frac{8}{37}$ D) $\frac{9}{37}$ E) $\frac{10}{37}$

8. R de t\u00fcrevi olan f ve g fonksiyonları için $f'(1) = 3$, $f(1) = 2$ ve $g'(2) = 4$ olduğuna göre, $(g \circ f)'(1)$ kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

9. $\left. \begin{aligned} x &= t^2 - t + 1 \\ y &= 2t^3 - 1 \end{aligned} \right\}$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $t = 1$ için de\u011feri kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

10. $f(x) = \ln(\sec x)$ olduğuna göre, $f'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin x$ B) $\cos x$ C) $\tan x$
D) $\cot x$ E) $\tan^2 x$

11. $f(x) = \arcsin(3x^2 - 1)$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{3}\right)$ de\u011feri kaçtır?

- A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $6\sqrt{5}$
D) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

12. $f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x$ olduğuna göre, $f''\left(\frac{\pi}{12}\right)$ kaçtır?

A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$
D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ E) $2\sqrt{3}$

13. $f(x) = x \cdot e^x$ olduğuna göre, $f(x)$ in n. mertebeden türevi $f^{(n)}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) n. $f(x)$ B) n.x.f(x) C) n!.f(x)
D) $n \cdot e^x + f(x)$ E) $e^x + n \cdot f(x)$

14. $f(x) = \sqrt{2x-1}$ ve $g(x) = x^2 + 1$ olduğuna göre, $(g \circ f)'(1)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

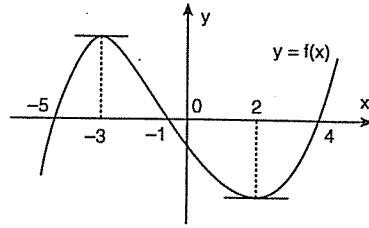
15. Çevresi 80 m olan kare şeklindeki levhanın köşelerinden eşit alanlı birer tane kare kesilerek atıldıktan sonra geriye kalan parçadan üstü açık bir kare prizma şeklinde kutu yapılıyor. Bu kutuya su konulmak istenirse en çok kaç metreküp su konulabilir?

A) $\frac{16000}{27}$ B) $\frac{15980}{27}$ C) $\frac{15970}{27}$
D) $\frac{15880}{27}$ E) $\frac{15770}{27}$

16. $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ eğrisi için, aşağıdakilerden hangisi yanlış olabilir?

A) $y = x^2$ eğrisini keser
B) $y = x$ doğrusunu keser
C) y- eksenini keser
D) x- eksenini keser
E) $y = x^3$ eğrisini keser

17.



Üçüncü dereceden $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir. Aşağıdaki önermelerden hangisi veya hangileri doğrudur?

- I. $f'(-5) + f'(-2) > 0$
II. $f'(-1) > 0$
III. $f'(-3) \cdot f'(2) = 0$
IV. $f'(1) + f'(3) > 0$

A) Yalnız I B) Yalnız IV C) I ve IV
D) I, II ve III E) I, II, III ve IV

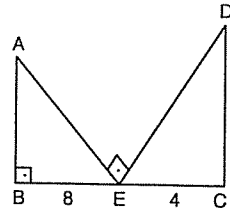
18. Şekilde,

$[AB] \perp [BC]$
 $[CD] \perp [BC]$
 $[AE] \perp [ED]$

$|BE| = 2|CE| = 8$ br
olduğuna göre,

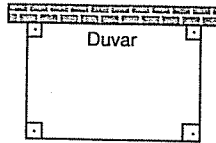
$|AE| + |ED|$ toplamı en küçük olduğunda $|AB|$ kaç birim olur?

A) 8 B) $4\sqrt{2}$ C) $4\sqrt[3]{4}$ D) $4\sqrt[3]{2}$ E) $8\sqrt[3]{2}$



19. Şekildeki gibi dikdörtgen biçiminde ve bir kenarında duvar bulunan bir bahçenin 3 kenarına üç sıra tel çekilmiştir. Kullanılan telin uzunluğu 180 m olduğuna göre, bahçenin alanı en çok kaç metrekare olabilir?

A) 480 B) 460 C) 450 D) 440 E) 400



20. $f: \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{a\}$

$f(x) = \frac{ax + 12}{x + 2}$ fonksiyonunun artmayan bir fonksiyon

olması için a'nın alabileceği kaç farklı doğal sayı değeri vardır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

TEST 34'ÜN ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki teğetinin eğim $f'(1)$ dir. Eğim 2 olduğundan $f'(1) = 2$ olur.

$f'(x) = 3x^2 - 4x + a$ olduğundan,

$$f'(1) = 3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + a = 2$$

$$3 - 4 + a = 2$$

$$a = 3 \text{ olur.}$$

Yanıt D

2. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \rightarrow \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{(f(x) - f(a))'}{(x - a)'} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x) - 0}{1 - 0} = f'(a) \text{ olur.}$$

Yanıt D

3. $\frac{dy}{dx} = \frac{d(2x^2 - 3)^5}{dx}$

$$= 5 \cdot (2x^2 - 3)^4 \cdot (2x^2 - 3)'$$

$$= 5 \cdot (2x^2 - 3)^4 \cdot 4x$$

$$= 20x(2x^2 - 3)^4$$

$$x = -1 \text{ için,}$$

$$\frac{dy}{dx} = 20 \cdot (-1) \cdot (2 \cdot (-1)^2 - 3)^4$$

$$\frac{dy}{dx} = -20$$

Yanıt C

4. $f(x) = \sqrt[3]{x+1} \cdot (x^2 - 1) = (x+1)^{\frac{1}{3}} \cdot (x^2 - 1)$

Çarpımın türevi uygulanırsa;

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot (x+1)^{\frac{1}{3}-1} \cdot (x^2 - 1) + (x+1)^{\frac{1}{3}} \cdot 2x$$

$$f'(0) = \frac{1}{3} \cdot (0+1)^{-\frac{2}{3}} \cdot (0^2 - 1) + (0+1)^{\frac{1}{3}} \cdot 2 \cdot 0$$

$$f'(0) = -\frac{1}{3} \text{ olur.}$$

Yanıt A

5. $f(x) = x^2 - 4x + 3 = (x-2)^2 - 1$

Buradan;

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} + 2 \text{ olur.}$$

Türevi alınırsa,

$$(f^{-1}(x))' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$

$$(f^{-1})'(15) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{15+1}} = \frac{1}{2 \cdot 4} = \frac{1}{8}$$

Yanıt B

6. $f(x) = \log_4 (x^2 - 2x + 5)$

$$f'(x) = \frac{2x - 2}{x^2 - 2x + 5} \cdot \frac{1}{\ln 4}$$

$$f'(0) = \frac{2 \cdot 0 - 2}{0^2 - 2 \cdot 0 + 5} \cdot \frac{1}{\log_4} = -\frac{2}{5} \cdot \log_4 e$$

Yanıt C

7. $f(x) = \frac{(5x^2 + 1)'}{1 + (5x^2 + 1)^2} = \frac{10x}{1 + (5x^2 + 1)^2}$

$$f(1) = \frac{10 \cdot 1}{1 + (5 \cdot 1^2 + 1)^2} = \frac{10}{37}$$

Yanıt E

8. $(g \circ f)'(1) = (g(f(1)))' = f'(1) \cdot g'(f(1))$

$f'(1) = 3$, $f(1) = 2$ değerleri yerine yazılırsa

$(g \circ f)'(1) = 3 \cdot g'(2)$ olur. $g'(2) = 4$ olduğundan;

$$(g \circ f)'(1) = 3 \cdot 4 = 12 \text{ dir.}$$

Yanıt A

9. $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{6t^2}{2t-1}$
 $t = 1$ için $\frac{dy}{dx} = \frac{6 \cdot 1^2}{2 \cdot 1 - 1} = 6$ olur.

Yanıt A

10. $f(x) = \ln(\sec x)$
 $f'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{(\sec x)'}{\sec x} = \frac{\sin x}{\cos x}$
 $f'(x) = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$ olur.

Yanıt C

11. $f(x) = \arcsin(3x^2 - 1)$
 $= \frac{(3x^2 - 1)'}{\sqrt{1 - (3x^2 - 1)^2}} = \frac{6x}{\sqrt{1 - (3x^2 - 1)^2}}$
 $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{6 \cdot \frac{1}{3}}{\sqrt{1 - \left(3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{5}{9}}}$
 $= \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

Yanıt E

12. $f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x$
 $= (\sin^2 x + \cos^2 x) \cdot (\sin^2 x - \cos^2 x)$
 $= 1 \cdot (-\cos 2x)$
 $= -\cos 2x$
 $f'(x) = 2\sin 2x$
 $f''(x) = 4\cos 2x$
 $f''\left(\frac{\pi}{12}\right) = 4 \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{12}\right) = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ olur.

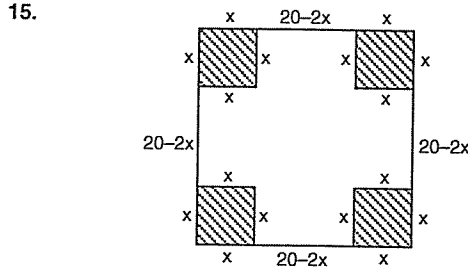
Yanıt E

13. $f(x) = x \cdot e^x$
Çarpımının türevi uygulanırsa;
 $f'(x) = e^x + x \cdot e^x$
 $f''(x) = e^x + e^x + x \cdot e^x = 2e^x + x \cdot e^x$
 $f'''(x) = 2e^x + e^x + x \cdot e^x = 3e^x + x \cdot e^x$
 $\vdots$
 $f^{(n)}(x) = n \cdot e^x + x \cdot e^x$
 $f^{(n)}(x) = n \cdot e^x + f(x)$ olacaktır.

Yanıt D

14. $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{2x-1})$
 $(g \circ f)(x) = (\sqrt{2x-1})^2 + 1 = 2x - 1 + 1$
 $(g \circ f)(x) = 2x$ olacağından
 $(g \circ f)'(x) = 2$
 $(g \circ f)'(1) = 2$ olur.

Yanıt E



Çevresi 80 m olduğu için bir kenarı $\frac{80}{4} = 20$ m olur.

Kesilen eş karelerin kenar uzunluklarına x dersek, oluşan üstü açık kare prizmanın yüksekliği x , tabanının bir kenarı $20-2x$ olur.

Hacim $= (20-2x)^2 \cdot x$ olacaktır.

Bu fonksiyonun türevini 0 yapan x değeri hacmi maksimum yapan x değeri olacaktır.

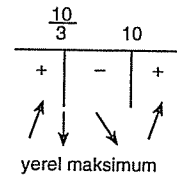
Çarpımın türevini alırsak;

$$2 \cdot (20-2x) \cdot (-2) \cdot x + (20-2x)^2 \cdot 1 = 0$$

$$-4x \cdot (20-2x) + (20-2x)^2 = 0$$

$$(20-2x) \cdot (-4x + 2x - 2x) = 0$$

$$x = 10 \text{ veya } x = \frac{10}{3} \text{ olur.}$$



O halde $x = \frac{10}{3}$ için hacim maksimum olacaktır.

$$\text{Hacim} = \left(20 - 2 \cdot \frac{10}{3}\right)^2 \cdot \frac{10}{3}$$

$$= \frac{16000}{27} \text{ elde edilir.}$$

Yanıt A

16. $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ eğrisi $y = x^3$ eğrisini kesmeyebilir.
Ortak çözüm yapılırsa
 $x^3 + ax^2 + bx + c = x^3$
 $ax^2 + bx + c = 0$ ikinci dereceden denklemi elde edilir.
 $\Delta < 0$ olabileceğinden bu denklemin kökleri her zaman reel sayı olmayabilir.

Yanıt E

17. $f'(x) = 0$ denklemini sağlayan noktaların $x = -3$ ve $x = 2$ olduğu görülüyor. (Bu noktalardaki teğetlerinin eğimleri 0 olduğundan)

* $x < -3$ için teğetler çizildiğinde bu teğetlerin eğimlerinin pozitif olduğu gözükür. (Artan fonksiyon)

$x < -3$ için $f'(x) > 0$ dır.

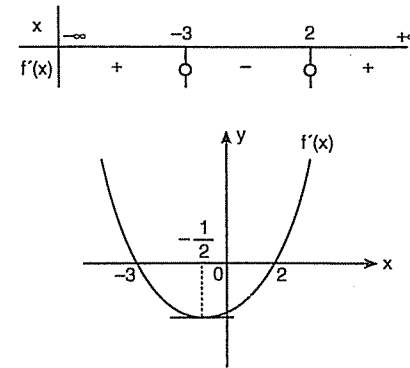
* $-3 < x < 2$ için çizilen teğetlerin eğimleri negatiftir. (Azalan fonksiyon)

$-3 < x < 2$ için $f'(x) < 0$

* $x > 2$ için çizilen teğetlerin eğimleri pozitifdir. (Artan fonksiyon)

$x > 2$ için $f'(x) > 0$ dır.

$f'(x)$ in grafiği çizilirse



$f(x)$ fonksiyonu 3. dereceden olduğu için $f'(x)$ fonksiyonu 2. dereceden olur ve parabol şeklindedir. Tepe noktası;

$$x_0 = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

$$f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \text{ olur.}$$

$x < -\frac{1}{2}$ için

$f'(x)$ azalan fonksiyon olduğundan $f''(x) < 0$

$x > -\frac{1}{2}$ için

$f'(x)$ artan fonksiyon olduğundan $f''(x) > 0$

olacaktır.

I. $-5 < -\frac{1}{2}$ ve $-2 < -\frac{1}{2}$ olduğundan

$f'(-5) < 0$ ve $f'(-2) < 0$ olur.

$f'(-5) + f'(-2) < 0$ olacaktır. Verilen ifade yanlıştır.

II. $f'(-1) < 0$ ($-1 < -\frac{1}{2}$ olduğundan)

verilen ifade yanlıştır.

III. $-3 < -\frac{1}{2}$ olduğundan $f'(-3) < 0$,

$2 > -\frac{1}{2}$ olduğundan $f'(2) > 0$ dır.

$f'(-3) \cdot f'(2) < 0$ olur.

Verilen ifade yanlıştır.

IV. $-\frac{1}{2} < 1$ ise $f'(1) > 0$

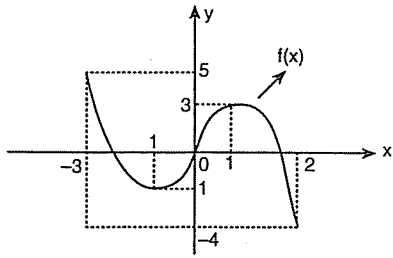
$-\frac{1}{2} < 3$ ise $f'(3) > 0$

$f'(1) + f'(3) > 0$ olur.

Verilen ifade doğrudur.

Yanıt B

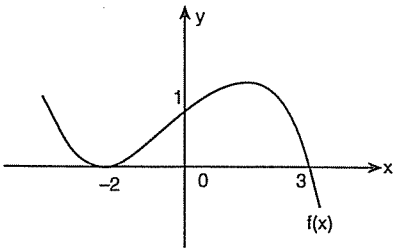
9.



Yukarıdaki koordinat düzleminde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f: [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ sürekli bir fonksiyon olduğuna göre, $f(x)$ in mutlak maksimum ve mutlak minimum değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

10.



Yukarıdaki analitik düzlemde üçüncü dereceden $f(x)$ polinom fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

x in hangi değeri için $f(x)$ in yerel maksimumu vardır?

- A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

11. $y = a$ doğrusu, $f(x) = y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 6$ eğrisini üç farklı noktada kestiğine göre, a nın kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 7 E) 11

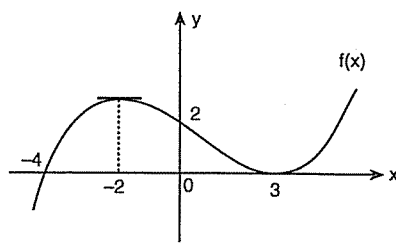
12. $f(2x+1) = (x^2-3x).g(1-x^2) + x$ ve $g(1) = 5$ olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $-\frac{1}{7}$ E) $-\frac{1}{5}$

13. $y = \frac{3x^2-6x+1}{x+1}$ eğrisinin eğik asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 3x - 3$ B) $y = 3x - 6$ C) $y = 3x - 9$
D) $y = 3x + 3$ E) $y = 3x + 9$

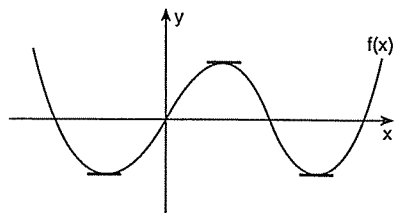
14.



Koordinat düzleminde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f(x).f'(x) > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-4, -2) \cup (3, \infty)$ B) $(-4, 0) \cup (2, 3)$
C) $(-4, 0) \cup (0, 3)$ D) $(-4, \infty)$
E) $(-2, \infty)$

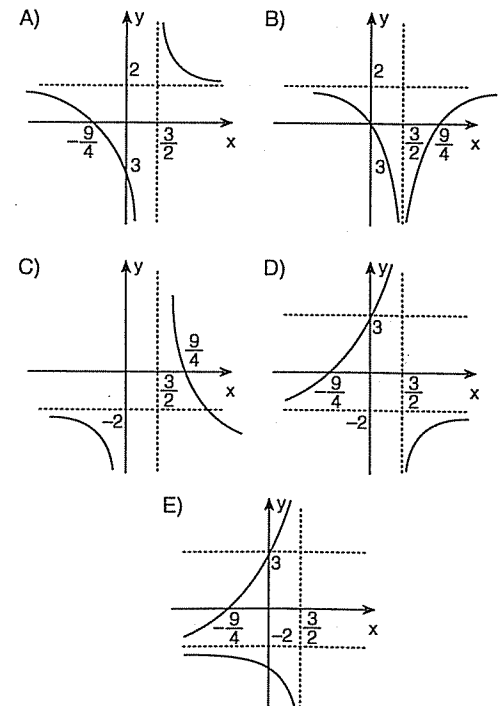
15.



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunun en az kaç tane dönüm noktası vardır?

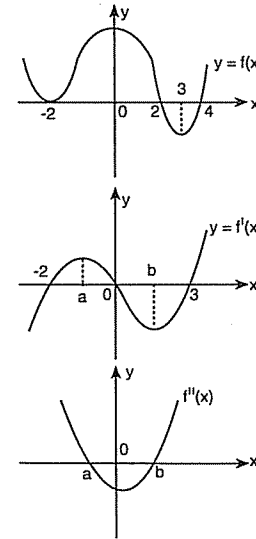
- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

16. $y = \frac{4x+9}{3-2x}$ eğrisinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



TEST 35'İN ÇÖZÜMLERİ

1.



Yanıt A

2. $|AB| = 3|DC|$ olduğundan,

$|DC| = x$ ise $|AB| = 3x$

$h^2 + x^2 = 36$ (Pisagordan)

$h^2 = 36 - x^2$

$$h = \sqrt{36 - x^2}$$

$$\text{O halde; } A(ABCD) = \frac{(x+3x) \cdot \sqrt{36-x^2}}{2}$$

$$= 2x \cdot \sqrt{36-x^2}$$

ifadesinin türevini 0 yapan x değeri için

Alan(ABCD) maksimum olur

Çarpımının türevinden,

$$(2x \cdot \sqrt{36-x^2})' = 2 \cdot \sqrt{36-x^2} + 2x \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{-2x}{\sqrt{36-x^2}} = 0$$

$$\text{O halde; } 2\sqrt{36-x^2} = \frac{2x^2}{\sqrt{36-x^2}}$$

$$2(36-x^2) = 2x^2$$

$$72 = 4x^2$$

$$18 = x^2$$

$x = 3\sqrt{2}$ için alan maksimumdur.

Yanıt B

3.

$x = 2$ noktasındaki teğetin eğimi $f'(2)$ dir.

$$f(x) = -x^2 + 5x - 4$$

$$f'(x) = -2x + 5 \Rightarrow f'(2) = -4 + 5 = 1$$

Doğrular birbirine dik olduğundan,

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow 1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow m_2 = -1$$

O halde, $f'(x) = -1$ denklemini sağlayan x değeri bulunursa,

$$f'(x) = -2x + 5 = -1$$

$$-2x = -6$$

$$x = 3$$

Yanıt E

4.

$$\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - f(e)}{x - e} = f'(e) \text{ dir.}$$

$$f'(x) = \ln x + \frac{1}{x} \cdot x = \ln x + 1$$

$$f'(e) = \ln e + 1$$

$$= 2$$

Yanıt B

5.

$f(x) = \frac{x^2+3x-5}{x-3}$ fonksiyonunun paydasının kökü dü-

şey asimptotu verir.

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$ düşey asimptottur.

Payın derecesi paydanın derecesinden 1 fazla olduğundan eğik asimptot vardır.

$$\begin{array}{r|l} x^2 + 3x - 5 & x - 3 \\ -x^2 - 3x & x + 6 \\ \hline 6x - 5 & y = x + 6 \text{ eğik asimptottur.} \\ -6x - 18 & \\ \hline & 13 \end{array}$$

Yanıt E

6. $a > 0$ olmak üzere,

$y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ fonksiyonunun eğik asimptotları

$y = \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|$ dir.

$y = \sqrt{4x^2 - 8x + 3}$ ise

eğik asimptotları

$y = \sqrt{4} \left| x - \frac{8}{2 \cdot 4} \right|$

$y = 2|x - 1|$ den,

$y_1 = 2x - 2$ ve

$y_2 = -2x + 2$ bulunur.

Yanıt A

7. $y = \frac{2x^2 - 5x + 6}{x - 1}$

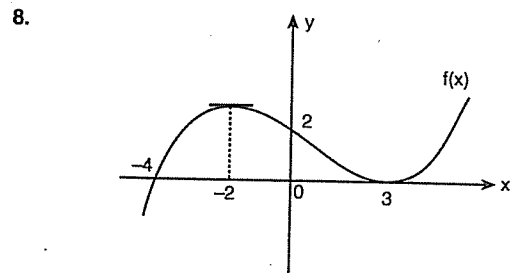
• $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ düşey asimptottur.

• eğik asimptot

$$\begin{array}{r|l} 2x^2 - 5x + 6 & x - 1 \\ - 2x^2 - 2x & \textcircled{2x - 1} \\ \hline -3x + 6 & \\ - -3x + 3 & \textcircled{y = 2x - 3} \text{ bulunur.} \\ \hline 3 & \end{array}$$

$x = 1$ ve $y = 2x - 3$ ortak çözümlerse asimptotların kesim noktası $(1, -1)$ noktasıdır.

Yanıt E



$x \in (-\infty, -4) \Rightarrow f(x) < 0$ ve $f'(x) > 0$ (Artan fonksiyon)

$f(x) \cdot f'(x) < 0$

$x \in (-4, -2) \Rightarrow f(x) > 0$ ve $f'(x) > 0$ dır. (Artan fonksiyon)

$f(x) \cdot f'(x) > 0$

$x \in (-2, 3) \Rightarrow f(x) > 0$ ve $f'(x) < 0$ (Azalan fonksiyon)

$f(x) \cdot f'(x) < 0$

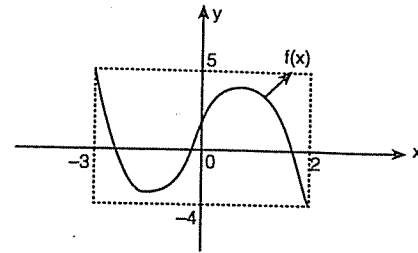
$x \in (3, +\infty) \Rightarrow f(x) > 0$ ve $f'(x) > 0$ (Artan fonksiyon)

$f(x) \cdot f'(x) > 0$

$f(x) \cdot f'(x) > 0$ olması için $x \in [(-4, -2) \cup (3, +\infty)]$ olmalıdır.

Yanıt A

9.



Grafikten anlaşılacağı gibi uç noktaları maksimum ve minimum noktalarıdır.

$x = 2$ de mutlak minimum olur ve değeri -4 tür.

$x = -3$ de mutlak maksimum olur ve değeri 5 dir.

$5 + (-4) = 1$ dir.

Yanıt C

10. $f(x)$ fonksiyonunda $x = -2$ noktasında çift kat kökü, $x = 3$ noktasında tek kat kökü bulunmaktadır.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonu

$f(x) = a(x + 2)^2 \cdot (x - 3)$ tür.

$f(0) = 1$ olduğuna göre,

$f(0) = a \cdot (0 + 2)^2 \cdot (0 - 3) = 1$

$-12a = 1$

$a = -\frac{1}{12}$ dir.

$f(x) = -\frac{1}{12}(x + 2)^2 \cdot (x - 3)$ bulunur.

$f(x)$ fonksiyonunun yerel maksimum değeri $f'(x) = 0$ olduğu noktadır.

$$f'(x) = -\frac{1}{12}[2(x+2) \cdot (x-3) + (x+2)^2]$$

$$= -\frac{1}{12}[3x^2 + 2x - 8] = 0$$

$$x = -2 \text{ veya } x = \frac{4}{3}$$

f' için tablo incelersek,

	-2	4/3	
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	↘	↗	↘

yerel maksimum

Tablodan anlaşılacağı gibi $f(x)$ fonksiyonu $x = \frac{4}{3}$ için yerel maksimum değeri alır.

Yanıt D

11. $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 6$ ise $y' = f'(x) = x^2 - 4x$ bulunur.

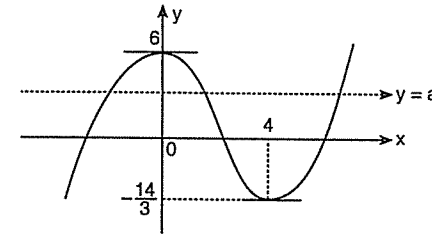
Buna göre, $x^2 - 4x = 0$ denkleminin tek katlı kökleri yerel ekstremum noktalarıdır.

Buna göre, $x = 0$ ve $x = 4$ apsisli noktalarda fonksiyonun yerel ekstremumları vardır.

$x = 0$ için $y = f(0) = 6$ bulunur.

$x = 4$ için $y = f(4) = \frac{64}{3} - 32 + 6 = -\frac{14}{3}$ bulunur.

Fonksiyonun grafiği aşağıdaki gibidir.



$-\frac{14}{3} < y < 6$ arasındaki doğrular eğrisi 3 farklı noktada keser. Buna göre, a nın alabileceği 11 farklı tam sayı değeri vardır.

Yanıt E

12. $f(2x + 1) = (x^2 - 3x) \cdot g(1 - x^2) + x$ ifadesinin iki tarafının da türevi alınırsa,

$$(2x+1)' \cdot f'(2x+1) = (x^2-3x)' \cdot g(1-x^2) + (x^2-3x) \cdot g'(1-x^2) + 1$$

$$2 \cdot f'(2x+1) = (2x-3) \cdot g(1-x^2) - 2x \cdot (x^2-3x) \cdot g'(1-x^2) + 1$$

$x = 0$ için

$$2 \cdot f'(1) = -3 \cdot g(1) - 0 + 1$$

$$2 \cdot f'(1) = -3 \cdot 5 + 1$$

$$f'(1) = -7$$

$x = 1$ noktasındaki teğetin eğimi;

$$m_T = f'(1) = -7 \text{ dir.}$$

$$m_T \cdot m_N = -1 \text{ olduğundan,}$$

$$-7 \cdot m_N = -1$$

$$m_N = \frac{1}{7} \text{ dir.}$$

Yanıt C

13. $y = \frac{3x^2 - 6x + 1}{x + 1}$ ifadesine polinom bölmesini uygularsak

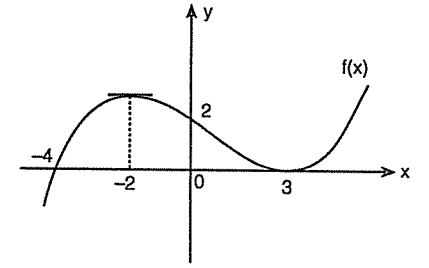
$$\begin{array}{r|l} 3x^2 - 6x + 1 & x + 1 \\ - 3x^2 + 3x & \\ \hline -9x + 1 & \\ \pm 9x \pm 9 & \\ \hline 10 & \end{array}$$

$$\frac{3x^2 - 6x + 1}{x + 1} = 3x - 9 + \frac{10}{x + 1}$$

Eğik asimptot; $y = 3x - 9$ dur.

Yanıt C

14.



$x \in (-\infty, -4) \Rightarrow f(x) < 0$ ve $f'(x) > 0$ (Artan fonksiyon)

$f(x) \cdot f'(x) < 0$

$x \in (-4, -2) \Rightarrow f(x) > 0$ ve $f'(x) > 0$ dır. (Artan fonksiyon)

$f(x) \cdot f'(x) > 0$

$x \in (-2, 3) \Rightarrow f(x) > 0$ ve $f'(x) < 0$ (Azalan fonksiyon)

$f(x) \cdot f'(x) < 0$

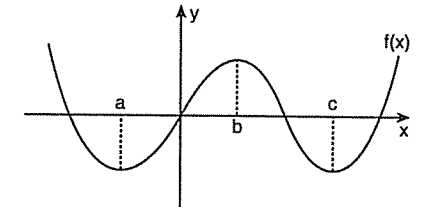
$x \in (3, +\infty) \Rightarrow f(x) > 0$ ve $f'(x) > 0$ (Artan fonksiyon)

$f(x) \cdot f'(x) > 0$

$f(x) \cdot f'(x) > 0$ olması için $x \in [(-4, -2) \cup (3, +\infty)]$ olmalıdır.

Yanıt A

15.



$x \in (a, b)$ aralığında fonksiyonun grafiği konveksten konkava geçtiğinden bu aralıkta büküm noktası vardır.

$x \in (b, c)$ aralığında fonksiyonun grafiği konkavdan konvekse geçtiği için bu aralıkta büküm noktası vardır.

Bu fonksiyonun iki tane büküm noktası vardır.

Yanıt D

16. $y = \frac{4x+9}{3-2x}$

• $3 - 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$ düşey asiptottur.

• $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x+2}$ olduğundan, $y = 0$ yatay asimptottur.

• $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+9}{3-2x} = -2$ olduğundan $y = -2$ yatay asimptottur.

• $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^+} \frac{4x+9}{3-2x} = -\infty$

• $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^-} \frac{4x+9}{3-2x} = +\infty$

olduğuna göre, doğru grafik D şıkkındadır.

Yanıt D