Öğrenci Seçme Sınavı (Öss) / 15 Haziran 2008

Matematik II Soruları ve Çözümleri

1. $\dfrac{1-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}} = 3$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) −3 B) −2 C) −1 D) $\dfrac{-1}{2}$ E) $\dfrac{-3}{2}$

Çözüm 1

$$\dfrac{1-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}} = 3 \Rightarrow \dfrac{\dfrac{x-1}{x}}{\dfrac{x+1}{x}} = 3 \Rightarrow \dfrac{x-1}{x}.\dfrac{x}{x+1} = 3 \Rightarrow \dfrac{x-1}{x+1} = 3 \Rightarrow x-1 = 3x+3$$

$$\Rightarrow x = -2$$

2. $\left(\dfrac{x}{x+y}-\dfrac{x-y}{x}\right):\left(\dfrac{x}{x-y}-\dfrac{x+y}{x}\right)$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) x C) y D) $\dfrac{x+y}{x-y}$ E) $\dfrac{x-y}{x+y}$

Çözüm 2

$$\left(\dfrac{x}{x+y}-\dfrac{x-y}{x}\right):\left(\dfrac{x}{x-y}-\dfrac{x+y}{x}\right) = \left(\dfrac{x.x-(x+y).(x-y)}{x.(x+y)}\right):\left(\dfrac{x.x-(x-y).(x+y)}{x.(x-y)}\right)$$

$$= \dfrac{\dfrac{1}{x.(x+y)}}{\dfrac{1}{x.(x-y)}} = \dfrac{x.(x-y)}{x.(x+y)} = \dfrac{x-y}{x+y}$$

3. $x = \dfrac{1}{y+2}$ olduğuna göre, $y + yx + 2x - \dfrac{1}{x} + 3$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Çözüm 3

$$x = \frac{1}{y+2} \quad \Rightarrow \quad xy + 2x = 1$$

$$y + yx + 2x - \frac{1}{x} + 3 = y + 1 - \frac{1}{x} + 3 = y - \frac{1}{x} + 4 = y - \frac{1}{\frac{1}{y+2}} + 4 = y - (y + 2) + 4 = 2$$

4. $\left.\begin{array}{l} -3 \le a \le 1 \\ -2 \le b \le 2 \end{array}\right\}$ olduğuna göre, $a^2 + b^3$ ifadesinin değeri hangi aralıktadır?

A) $[-17 , 17]$ B) $[-13 , 8]$ C) $[-8 , 17]$ D) $[-7 , 7]$ E) $[-7 , 1]$

Çözüm 4

$-3 \le a \le 1$, $a = \{-3 , -2 , -1 , 0 , 1\}$ $\Rightarrow$ $0 \le a^2 \le 9$, $a^2 = \{0 , 1 , 4 , 9\}$

$-2 \le b \le 2$, $b = \{-2 , -1 , 0 , 1 , 2\}$ $\Rightarrow$ $-8 \le b^3 \le 8$, $b^3 = \{-8 , -1 , 0 , 1 , 8\}$

$$(0 - 8) \le a^2 + b^3 \le (9 + 8)$$

$\Rightarrow$ $-8 \le a^2 + b^3 \le 17$ $\Rightarrow$ $[-8 , 17]$

5. Pozitif x gerçel sayıları için $|x - 1| < k$ olması, $|\sqrt{x} - 1| < 0{,}1$ olmasını gerektiriyorsa k nın alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 0,11 B) 0,19 C) 0,25 D) 0,29 E) 0,31

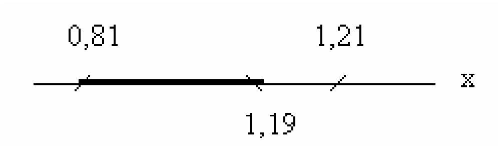
Çözüm 5

$|\sqrt{x} - 1| < 0{,}1 \quad \Rightarrow \quad -0{,}1 < \sqrt{x} - 1 < 0{,}1 \quad \Rightarrow \quad 1 - 0{,}1 < \sqrt{x} < 0{,}1 + 1 \quad \Rightarrow \quad 0{,}9 < \sqrt{x} < 1{,}1$

$\Rightarrow \quad (0{,}9)^2 < x < (1{,}1)^2 \quad \Rightarrow \quad 0{,}81 < x < 1{,}21$

$|x - 1| < k \quad \Rightarrow \quad -k < x - 1 < k \quad \Rightarrow \quad 1 - k < x < k + 1$

$1 - k \geq 0{,}81 \quad \Rightarrow \quad k \leq 0{,}19$ (k nin alabileceği en büyük değer = 0,19)



6. z_1 ve z_2 karmaşık sayıları $z^2 = i$ denkleminin kökleridir.

Karmaşık düzlemde z_1 ve z_2 noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

Çözüm 6

$z^2 = i \quad \Rightarrow \quad z^2 = 0 + 1.i = 1.(\cos\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}.i) = \cos\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}.i$

$z_1 = \sqrt{i} = (i)^{\frac{1}{2}} = (0 + 1.i)^{\frac{1}{2}} = [\sqrt{0^2+1^2}.(\cos\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}.i)]^{\frac{1}{2}} = [1.(\cos\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}.i)]^{\frac{1}{2}}$

$= \cos(\frac{\pi}{2}.\frac{1}{2}) + \sin(\frac{\pi}{2}.\frac{1}{2}).i = \cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4}.i = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

$z_2 = -\sqrt{i} = -(i)^{\frac{1}{2}} = -(0 + 1.i)^{\frac{1}{2}} = -[\sqrt{0^2+1^2}.(\cos\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}.i)]^{\frac{1}{2}} = -[1.(\cos\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}.i)]^{\frac{1}{2}}$

$= -[\cos(\frac{\pi}{2}.\frac{1}{2}) + \sin(\frac{\pi}{2}.\frac{1}{2}).i] = -\cos\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{4}.i = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

$|z_1 . z_2| = \sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2} - (-\frac{\sqrt{2}}{2}))^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2} - (-\frac{\sqrt{2}}{2}))^2} = \sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2$

Not : Karmaşık sayıları arasındaki uzaklık

$z_1 = a + bi$ ve $z_2 = c + di \quad \Rightarrow \quad |z_1 \,.\, z_2| = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$

Not : Karmaşık sayının mutlak değeri (modülü)

$z = a + b.i \quad \Rightarrow \quad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Not : Bir karmaşık sayının kuvveti (de moivre formülü)

$Z = |z|.(\cos x + i.\sin x) \quad \Rightarrow \quad z^n = |z|^n.(\cos(n.x) + i.\sin(n.x))$

7. n pozitif tam sayı olduğuna göre, $[n! + \sum_{k=0}^{8} (n+k)!.(n+k)]$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) (n + 7)! B) (n + 8)! C) (n + 9)! D) (2n + 8)! E) (2n + 10)!

Çözüm 7

$$[n! + \sum_{k=0}^{8} (n+k)!.(n+k)] = [n! + \sum_{k=0}^{8} (n+k)!.(n+k+1-1)] = [n! + \sum_{k=0}^{8} (n+k)!.[(n+k+1)-1]]$$

$$= [n! + \sum_{k=0}^{8} (n+k)!.(n+k+1) - (n+k)!] = [n! + \sum_{k=0}^{8} (n+k+1)! - (n+k)!]$$

k = 0 için, $(n + 1)! - n!$

k = 1 için, $(n + 2)! - (n + 1)!$

k = 2 için, $(n + 3)! - (n + 2)!$

k = 3 için, $(n + 4)! - (n + 3)!$

…………………………….

k = 7 için, $(n + 8)! - (n + 7)!$

k = 8 için, $(n + 9)! - (n + 8)!$ (topla)

$(n + 9)! - n! \quad \Rightarrow \quad \sum_{k=0}^{8} (n+k+1)! - (n+k)! = (n + 9)! - n!$ elde edilir.

$$[n! + \sum_{k=0}^{8} (n+k)!.(n+k)] = [n! + \sum_{k=0}^{8} (n+k+1)! - (n+k)!] = n! + (n + 9)! - n! = (n + 9)!$$

8. { e, a, b, c, d} kümesi üzerinde • işlemi aşağıdaki tablo ile verilmiştir.

•	e	a	b	c	d
e	e	a	b	c	d
a	a	b	c	d	e
b	b	c	d	e	a
c	c	d	e	a	b
d	d	e	a	b	c

Bu işlemin birleşme özeliği bulunduğu bilindiğine göre, $d^{23} = \underbrace{d \bullet d \bullet \ldots \bullet d}_{23 \text{ tane}}$ ne olur?

A) a B) b C) c D) d E) e

Çözüm 8

•	e	a	b	c	d
e	e	a	b	c	d
a	a	b	c	d	e
b	b	c	d	e	a
c	c	d	e	a	b
d	d	e	a	b	c

{ e, a, b, c, d} kümesi üzerinde • işleminde,

Etkisiz eleman = e olur.

$d = d \quad \Rightarrow \quad d^1 = d$

$d \bullet d = c \quad \Rightarrow \quad d^2 = c$

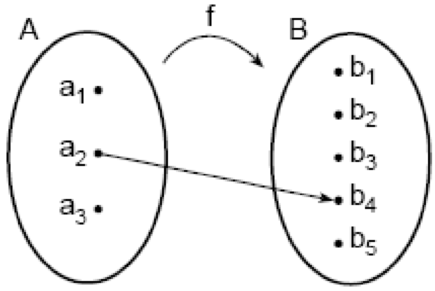
$d \bullet d \bullet d = c \bullet d = b \quad \Rightarrow \quad d^3 = b$

$d \bullet d \bullet d \bullet d = b \bullet d = a \quad \Rightarrow \quad d^4 = a$

$d \bullet d \bullet d \bullet d \bullet d = a \bullet d = e \quad \Rightarrow \quad d^5 = e$ (e etkisiz eleman)

$d^5 = e \quad \Rightarrow \quad d^{23} = d^{20+3} = (d^5)^{4+3} = (d^5)^4.d^3 = e^4.d^3 = e.b = b$ elde edilir.

9. Aşağıda $A = \{a_1 , a_2 , a_3\}$ ve $B = \{b_1 , b_2 , b_3 , b_4 , b_5\}$ kümeleri verilmiştir.



A dan B ye $f(a_2) = b_4$ olacak biçimde kaç tane <u>birebir</u> f fonksiyonu tanımlanabilir?

A) 24 B) 20 C) 16 D) 12 E) 10

Çözüm 9

$a_2 \rightarrow b_4$

$$\left.\begin{array}{l} a_1 \rightarrow \{b_1 , b_2 , b_3 , b_5\} \Rightarrow 5 - 1 = 4 \\ a_3 \rightarrow \{\ldots\ldots\ldots\} \Rightarrow 4 - 1 = 3 \end{array}\right\} \text{4.3 = 12 tane birebir f fonksiyonu tanımlanabilir.}$$

10. $x^2 - ax + 16 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $\dfrac{1}{\sqrt{x_1}} + \sqrt{x_2} = 5$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 17

Çözüm 10

$x^2 - ax + 16 = 0 \Rightarrow x_1.x_2 = 16$

$$\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \sqrt{x_2} = 5 \Rightarrow \frac{1+\sqrt{x_2}.\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_1}} = 5 \Rightarrow \frac{1+\sqrt{x_2.x_1}}{\sqrt{x_1}} = 5 \Rightarrow 1 + \sqrt{16} = 5\sqrt{x_1}$$

$$\Rightarrow 1 + 4 = 5\sqrt{x_1} \Rightarrow 5\sqrt{x_1} = 5 \Rightarrow \sqrt{x_1} = 1 \Rightarrow x_1 = 1$$

$x^2 - ax + 16 = 0$, $x_1 = 1 \Rightarrow 1 - a.1 + 16 = 0 \Rightarrow a = 17$ elde edilir.

11. $\log_4 9 + \log_2(a-3) < 4$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane a tam sayısı vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm 11

$\log_4 9 + \log_2(a-3) < 4 \Rightarrow \log_{2^2} 3^2 + \log_2(a-3) < 4 \Rightarrow \frac{2}{2}\log_2 3 + \log_2(a-3) < 4$

$\Rightarrow \log_2 3 + \log_2(a-3) < 4 \Rightarrow \log_2(3.(a-3)) < 4 \Rightarrow 3.(a-3) < 2^4 \Rightarrow 3a - 9 < 16$

$\Rightarrow 3a < 25 \Rightarrow a < \frac{25}{3}$ $((a - 3) > 0)$ $\Rightarrow a = \{4 , 5 , 6 , 7 , 8\}$, 5 tane tam sayı bulunur.

12. sin 2x = a , olduğuna göre, $(\sin x + \cos x)^2$ ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) a + 1 B) 2a + 1 C) 2a + 2 D) $a^2 + 1$ E) $2a^2 + 1$

Çözüm 12

$(\sin x + \cos x)^2 = \cos^2x + 2.\sin x.\cos x + \sin^2x = (\cos^2x + \sin^2x) + 2.\sin x.\cos x = 1 + \sin 2x = 1 + a$

Not : $\sin 2x = 2.\sin x.\cos x$ ve $\cos^2x + \sin^2x = 1$

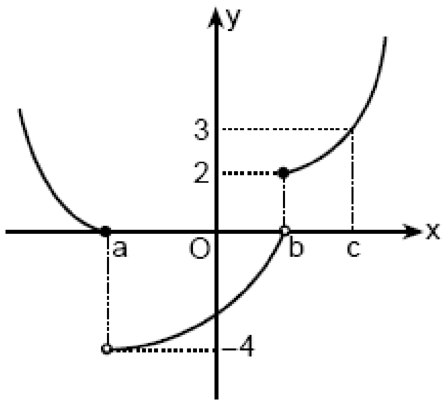
13. $\cos(\frac{\pi}{2} + x) = \sin(\frac{\pi}{2} - x)$ olduğuna göre, tanx kaçtır?

A) $\frac{-\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) -1 D) $-\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3}$

Çözüm 13

$\cos(\frac{\pi}{2} + x) = \sin(\frac{\pi}{2} - x) \Rightarrow -\sin x = \cos x \Rightarrow \frac{-\sin x}{\cos x} = 1 \Rightarrow \tan x = -1$

14.



Yukarıda f (x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) + \lim\limits_{x \to b^-} f(x) + \lim\limits_{x \to c^+} f(x)$ toplamı kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 3

Çözüm 14

$\lim\limits_{x \to a^+} f(x) + \lim\limits_{x \to b^-} f(x) + \lim\limits_{x \to c^+} f(x) = (-4) + 0 + 3 = -1$

15. $\lim\limits_{x \to \infty}(\sqrt{x^2 - 4x} - x)$ limitinin değeri kaçtır?

A) − 4 B) −2 C) 0 D) 2 E) 4

Çözüm 15

I. Yol

$\sqrt{x^2 - 4x} = \sqrt{1}.\sqrt{(x - \frac{4}{2.1})^2} = |x - 2|$

$\lim\limits_{x \to \infty}(\sqrt{x^2 - 4x} - x) = \lim\limits_{x \to \infty}(|x - 2| - x) = -2$ elde edilir.

II. Yol

$\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-4x}-x)$ = ∞ - ∞ belirsizliği vardır. (Pay ve paydayı eşleniği ile çarpıp - bölelim.)

$$(\sqrt{x^2-4x}-x).\frac{(\sqrt{x^2-4x}+x)}{(\sqrt{x^2-4x}+x)} = \frac{(x^2-4x)-x^2}{(\sqrt{x^2-4x}+x)} = \frac{-4x}{(\sqrt{x^2-4x}+x)}$$

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-4x}-x) = \lim_{x\to\infty}\frac{-4x}{\sqrt{x^2-4x}+x} = \lim_{x\to\infty}\frac{-4x}{\sqrt{x^2.(1-\frac{4}{x})}+x} = \lim_{x\to\infty}\frac{-4x}{x.\sqrt{(1-\frac{4}{x})}+x}$$

$$= \lim_{x\to\infty}\frac{-4x}{x.(\sqrt{(1-\frac{4}{x})}+1)} = \lim_{x\to\infty}\frac{-4}{(\sqrt{(1-\frac{4}{x})}+1)} = \frac{-4}{\sqrt{1-\frac{4}{\infty}}+1} = \frac{-4}{\sqrt{1-0}+1} = \frac{-4}{1+1} = \frac{-4}{2} = -2$$

Not :

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a}.\sqrt{x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}} \\ \\ g(x) = \sqrt{a}.\sqrt{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{a}.\left|x+\frac{b}{2a}\right| \end{array}\right\} \lim_{x\to\mp\infty} f(x) = \lim_{x\to\mp\infty} g(x) \text{ olur.}$$

16. y = 7x − k doğrusu y = $\frac{x^4}{4}$ − x + 2 fonksiyonunun grafiğine teğet olduğuna göre, k kaçtır?

A) −9 B) −8 C) −7 D) 8 E) 10

Çözüm 16

Doğru ile fonksiyonun grafiği teğet olduğuna göre, eğimleri eşittir.

$$\left.\begin{aligned} & y = \frac{x^4}{4} - x + 2 \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{4.x^3}{4} - 1 = x^3 - 1 \ \ \text{(fonksiyonun eğimi)} \\ & y = 7x - k \quad \Rightarrow \quad m_d = 7 \ \ \text{(doğrunun eğimi)} \end{aligned}\right\} \ x^3 - 1 = 7 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

$x = 2$ için, $y = \frac{2^4}{4} - 2 + 2 \quad \Rightarrow \quad y = 4$

$y = 7x - k$ doğru denkleminde, $(x = 2$ ve $y = 4) \quad \Rightarrow \quad 4 = 7.2 - k \quad \Rightarrow \quad k = 10$ bulunur.

17. $\frac{\pi}{4}$ noktasında türevlenebilir bir f fonksiyonu için $2f(x) + f(\frac{\pi}{2} - x) = \tan x$ olduğuna göre, $f'(\frac{\pi}{4})$ değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 17

$$2f(x) + f(\frac{\pi}{2} - x) = \tan x \quad \Rightarrow \quad 2f'(x) + f'(\frac{\pi}{2} - x).(-x)' = 1 + \tan^2 x$$

$$\Rightarrow \quad 2f'(x) - f'(\frac{\pi}{2} - x) = 1 + \tan^2 x$$

$x = \frac{\pi}{4}$ için, $2f'(\frac{\pi}{4}) - f'(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1 + \tan^2\frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \quad 2f'(\frac{\pi}{4}) - f'(\frac{\pi}{4}) = 1 + \tan^2\frac{\pi}{4}$

$$\Rightarrow \quad f'(\frac{\pi}{4}) = 1 + 1 = 2 \ \text{ elde edilir.}$$

18. $f(x) = 2x^3 + ax^2 + (b + 1)x - 3$ fonksiyonunun $x = -1$ de yerel ekstremum ve $x = \frac{-1}{12}$ de dönüm (büküm) noktası olduğuna göre, a • b çarpımı kaçtır?

A) −3 B) −2 C) 4 D) 6 E) 12

Çözüm 18

$f(x) = 2x^3 + ax^2 + (b + 1)x - 3 \quad \Rightarrow \quad f'(-1) = 0$ (yerel ekstremum noktası)

$f'(x) = 6x^2 + 2ax + (b + 1) \quad \Rightarrow \quad f'(-1) = 6.(-1)^2 + 2a.(-1) + b + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2a - b = 7$

$f''(\frac{-1}{12}) = 0$ (dönüm noktası) $\Rightarrow \quad f''(x) = 12x + 2a$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \quad f''(\frac{-1}{12}) = 12.(\frac{-1}{12}) + 2a = 0 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{2} \\ \\ \Rightarrow \quad 2a - b = 7 \quad \Rightarrow \quad 2.\frac{1}{2} - b = 7 \quad \Rightarrow \quad b = -6 \end{array}\right\} \quad \text{O halde, a.b} = \frac{1}{2}.(-6) = -3 \text{ olur.}$$

19. b > 0 olduğuna göre, $\int_0^b (2x - x^2)dx$ integralinin alabileceği <u>en büyük </u>değer kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

Çözüm 19

$$\int_0^b (2x - x^2)dx = (x^2 - \frac{x^3}{3})\Big|_0^b = [\,(b^2 - \frac{b^3}{3}) - (0)\,] = b^2 - \frac{b^3}{3} \quad (b > 0)$$

$(b^2 - \frac{b^3}{3})$ ün en büyük değeri = ? $\quad \Rightarrow \quad (b^2 - \frac{b^3}{3})' = 0$ olmalıdır.

$(b^2 - \frac{b^3}{3})' = 0 \quad \Rightarrow \quad 2b - b^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad [b.(2 - b)] = 0$, b = 0 veya b = 2

	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$2b - b^2 = 0$	$-$	$+$	$-$	
	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	

b = 2 için, $(b^2 - \frac{b^3}{3}) = (2^2 - \frac{2^3}{3}) = (4 - \frac{8}{3}) = \frac{4}{3}$ bulunur.

20. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left|\sin x - \frac{1}{2}\right| dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{12} - 1$ B) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6} - 1$ C) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{4} - 1$ D) $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{4} - \frac{3}{2}$ E) $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$

Çözüm 20

$\sin x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$

$0 < x < \frac{\pi}{6} \Rightarrow \left|\sin x - \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2} - \sin x$

$\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \left|\sin x - \frac{1}{2}\right| = \sin x - \frac{1}{2}$

	0 $\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{2}$
$\sin x - \frac{1}{2}$	- - - - - - - - -	+ + + + +
	$-(\sin x - \frac{1}{2})$ $\frac{1}{2} - \sin x$	$\sin x - \frac{1}{2}$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left|\sin x - \frac{1}{2}\right| dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(\frac{1}{2} - \sin x\right)dx + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\sin x - \frac{1}{2}\right)dx$$

$$= \left(\frac{1}{2}x + \cos x\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{6}} + \left(-\cos x - \frac{1}{2}x\right)\Bigg|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{1}{2}x + \cos x\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{6}} - \left(\cos x + \frac{1}{2}x\right)\Bigg|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow \left[\left(\frac{1}{2}.\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{6}\right) - \left(\frac{1}{2}.0 + \cos 0\right)\right] - \left[\left(\cos\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}.\frac{\pi}{2}\right) - \left(\cos\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2}.\frac{\pi}{6}\right)\right]$$

$$\Rightarrow \left[\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - (1)\right] - \left[\left(0 + \frac{\pi}{4}\right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{12}\right)\right] = \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 - \frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{12} = \sqrt{3} - \frac{\pi}{12} - 1$$

21. $\displaystyle\int_e^{e^2} \frac{dx}{x.(\ln x)^2}$ integralinin değeri kaçtır?

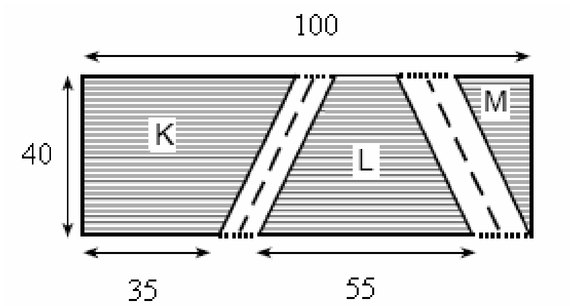
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

Çözüm 21

$u = \ln x \quad \Rightarrow \quad du = \frac{1}{x}dx \quad , \quad [(x = e^2 \quad \Rightarrow \quad u = \ln e^2 = 2\ln e = 2) \text{ , } (x = e \quad \Rightarrow \quad u = \ln e = 1)]$

$$\int_1^2 \frac{xdu}{x.(u)^2} = \int_1^2 \frac{du}{u^2} = \int_1^2 u^{-2}du = \frac{u^{-2+1}}{-2+1}\Bigg|_1^2 = \frac{u^{-1}}{-1}\Bigg|_1^2 = \frac{-1}{u}\Bigg|_1^2 = (\frac{-1}{2} - \frac{-1}{1}) = \frac{-1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

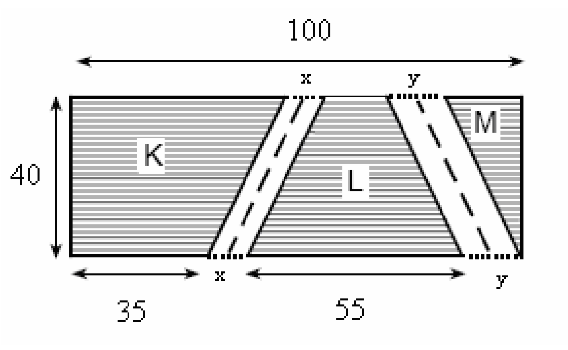
22. Aşağıdaki şekilde, eni 40 m ve boyu 100 m olan dikdörtgen biçiminde bir park, parkın içinden geçen paralelkenar biçiminde iki yol ve bu yollar dışında kalan yamuksal K, L ve üçgensel M yeşil alanları gösterilmiştir.



Parkın K ve L bölgelerinin alt kenar uzunlukları sırasıyla 35 m ve 55 m olduğuna göre, toplam yeşil alan kaç m²dir?

A) 3200 B) 3400 C) 3500 D) 3600 E) 3800

Çözüm 22



K ve L alanları arasındaki paralel kenarın bir kenarı x olsun.

L ve M alanları arasındaki paralel kenarın bir kenarı y olsun.

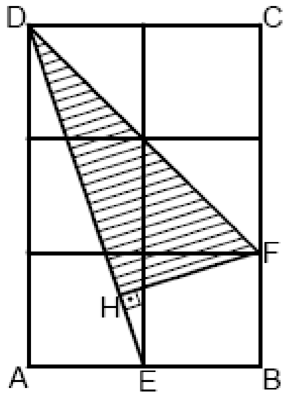
$35 + x + 55 + y = 100 \quad \Rightarrow \quad x + y = 10$

Yükseklik = 40

alan(K) + alan(L) + alan(M) = (Parkın tamamının alanı) – (paralel kenarların alanı)

= 100.40 – [x.40 + y.40] = 4000 – [(x+y).40] = 4000 – 10.40 = 4000 – 400 = 3600

23.



ABCD bir dikdörtgen

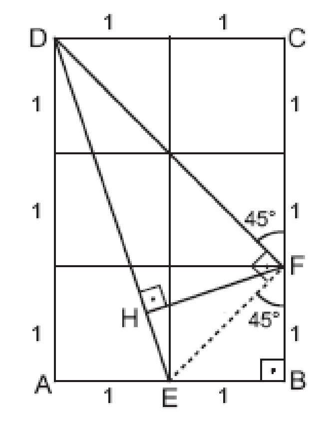
$[DE] \perp [HF]$

Şekilde birim karelerden oluşan ABCD dikdörtgeni ve bu dikdörtgenin içine yerleştirilmiş olan DHF dik üçgeni verilmiştir.

Buna göre, $\dfrac{|HF|}{|HD|}$ oranı kaçtır?

A) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{1}{3}$ E) $\dfrac{1}{4}$

Çözüm 23



DCF üçgeninde,

$|DF|^2 = |DC|^2 + |CF|^2$ (pisagor)

$|DF|^2 = 2^2 + 2^2 \Rightarrow |DF| = 2\sqrt{2}$

DAE üçgeninde,

$|DE|^2 = |DA|^2 + |AE|^2$ (pisagor)

$|DE|^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow |DE| = \sqrt{10}$

EF köşegenini çizelim. m(BFE) = 45 ve m(CFD) = 45 olacağından, m(DFE) = 90 olur.

DFE dik üçgeninde,

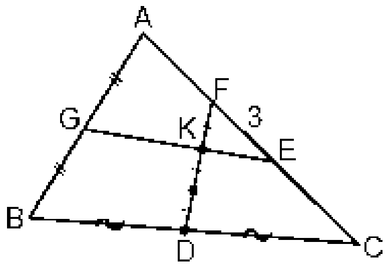
$|DF|^2 = |DH|.|DE|$ (öklid) $\Rightarrow (2\sqrt{2})^2 = |DH|.\sqrt{10} \Rightarrow |DH| = \dfrac{8}{\sqrt{10}}$

DHF dik üçgeninde,

$|DF|^2 = |DH|^2 + |HF|^2$ (pisagor) $\Rightarrow (2\sqrt{2})^2 = (\dfrac{8}{\sqrt{10}})^2 + |HF|^2 \Rightarrow |HF| = \dfrac{4}{\sqrt{10}}$

$$\frac{|HF|}{|HD|} = \frac{\frac{4}{\sqrt{10}}}{\frac{8}{\sqrt{10}}} = \frac{4}{\sqrt{10}}.\frac{\sqrt{10}}{8} = \frac{1}{2}$$ elde edilir.

24.



$|AG| = |GB|$

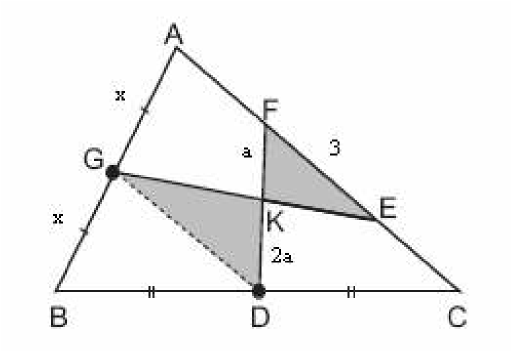
$|BD| = |DC|$

Şekildeki ABC üçgeninin [AC] kenarı üzerinde $|FE| = 3$ cm olacak biçimde E ve F noktaları alınıyor.

[FD] ve [GE] doğru parçaları bir K noktasında $2|FK| = |KD|$ olacak biçimde kesiştiğine göre, $|AC|$ uzunluğu kaç cm dir?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

Çözüm 24



$|FK| = a \Rightarrow |KD| = 2a$

G ve D noktalarını birleştirelim. GD // AC

$KDG \cong KFE \Rightarrow \dfrac{2a}{a} = \dfrac{|DG|}{3} \Rightarrow |DG| = 6$

$|BG| = |GA| = x$ olsun.

$BGD \cong BAC \Rightarrow \dfrac{x}{2x} = \dfrac{6}{|AC|} \Rightarrow |AC| = 12$

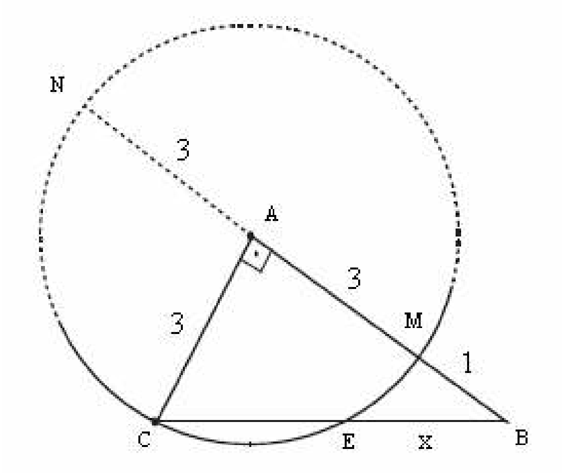
25. Bir ABC dik üçgeni için $CA \perp AB$, $|CA| = 3$ cm ve $|AB| = 4$ cm olarak veriliyor.

Merkezi A, yarıçapı [AC] olan bir çember, üçgenin BC kenarını C ve E noktalarında kesiyor.

Buna göre, $|BE|$ uzunluğu kaç cm dir?

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{7}{5}$ E) $\frac{9}{5}$

Çözüm 25



$|BE| . |BC| = |BM| . |BN|$

$|BE| = x$ olsun. $\Rightarrow$ $x . |BC| = 1.7$

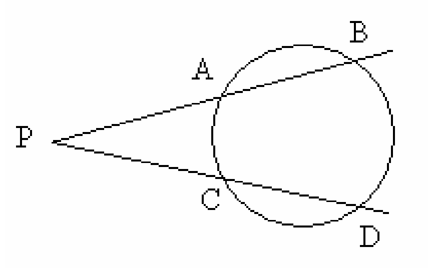
$|BC|^2 = |BA|^2 + |CA|^2$ (pisagor)

$|BC|^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow |BC| = 5$

$\Rightarrow x.5 = 1.7 \Rightarrow x = \frac{7}{5} = |BE|$

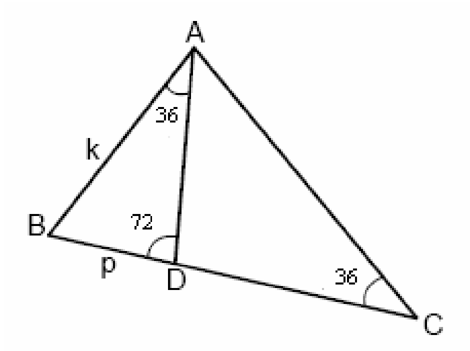
Not : Çemberde kuvvet bağıntıları

Çembere dışındaki bir P noktasından,
biri çemberi A ve B noktalarında,
diğeri C ve D noktalarında kesen,
iki kesen çizilirse,



$|PA| . |PB| = |PC| . |PD|$ olur.

26.

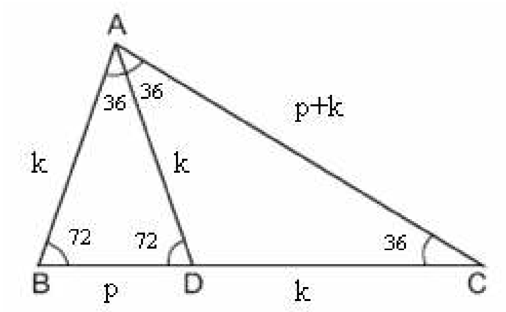


ABC bir üçgen
m(BAD) = 36°
m(DCA) = 36°
m(BDA) = 72°
$|BD|$ = p birim
$|AB|$ = k birim

Yukarıdaki verilere göre, p•k çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $k^2 - p^2$ B) $2k^2 - p^2$ C) $k^2 - 2p^2$ D) $k^2 + p^2$ E) $2k^2 + p^2$

Çözüm 26



BAD üçgeninde,

m(ABC) = 180 – (72 + 36) = 72

|AB| = |AD| = k (BAD ikizkenar üçgen)

CDA üçgeninde,

m(CAD) = 72 – 36 = 36

|AD| = |DC| = k (CDA ikizkenar üçgen)

ACB üçgeninde,

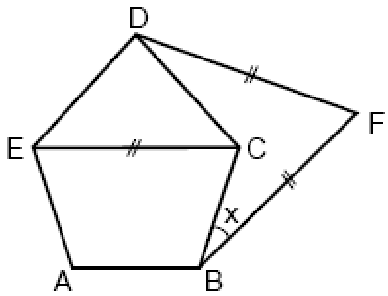
m(BAC) = 36 + 36 = 72

|BC| = |AC| = p + k (ACB ikizkenar üçgen)

BAC üçgeninde AD açıortay olduğuna göre, $\dfrac{p}{k} = \dfrac{k}{p+k}$ (açıortay teoremi)

$\dfrac{p}{k} = \dfrac{k}{p+k}$ $\Rightarrow$ p.(p + k) = k.k $\Rightarrow$ $p^2 + p.k = k^2$ $\Rightarrow$ $p.k = k^2 - p^2$ bulunur.

27.



ABCDE bir düzgün beşgen

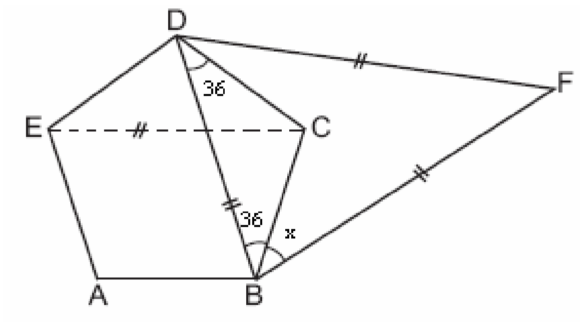
|EC| = |DF| = |FB|

m(CBF) = x

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 24 B) 30 C) 32 D) 36 E) 40

Çözüm 27



Düzgün beşgenin bir dış açısı = $\frac{360}{5}$ = 72

Düzgün beşgenin bir iç açısı = 180 – 72 = 108

DB çizelim.

DCB ikizkenar üçgen olduğuna göre,

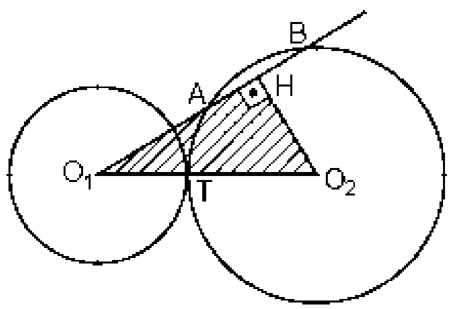
m(DCB) = 108 $\Rightarrow$ m(BDC) = m(DBC) = 36

|EC| = |DB| (düzgün çokgenlerin en kısa köşegenleri eşittir.)

$\Rightarrow$ |EC| = |DF| = |FB| = |DB| $\Rightarrow$ DBF eşkenar üçgen olur.

m(BFD) = m(FDB) = m(DBF) = 60 $\Rightarrow$ m(DBF) = 60 = 36 + x $\Rightarrow$ x = 24

28.



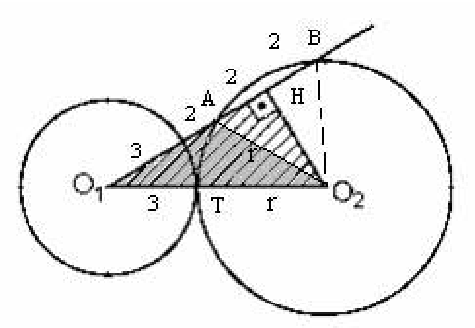
$[O_2H] \perp [AB]$

Şekildeki O_1 ve O_2 merkezli çemberler T noktasında dıştan teğettir. O_1 den geçen bir doğru O_2 merkezli çemberi A ve B noktalarında kesmektedir.

$|O_1A| = 5$ cm , $|O_1B| = 9$ cm ve $|O_1T| = 3$ cm olduğuna göre,
HO_1O_2 üçgeninin alanı kaç cm² dir?

A) $20\sqrt{3}$ B) $23\sqrt{3}$ C) $12\sqrt{2}$ D) $14\sqrt{2}$ E) $17\sqrt{2}$

Çözüm 28



$|O_1A| = 5$ ve $|O_1B| = 9 \Rightarrow |AB| = 4$

AO_2B ikizkenar üçgen olduğundan,

$|AH| = |HB| = 2$ olur.

$|O_2T| = r$ olsun.

AHO_2 üçgeninde, $r^2 = 2^2 + |HO_2|^2$ (pisagor) $\Rightarrow |HO_2|^2 = r^2 - 4$

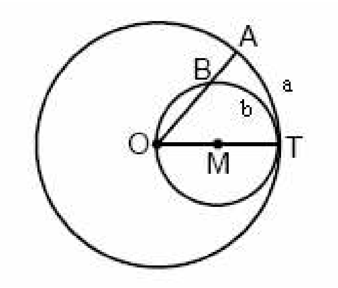
O_1HO_2 üçgeninde, $(3 + r)^2 = (3 + 2 + 2)^2 + |HO_2|^2$ (pisagor) $\Rightarrow (3 + r)^2 = 7^2 + (r^2 - 4)$

$\Rightarrow 9 + 6r + r^2 = 49 + r^2 - 4 \Rightarrow 6r = 36 \Rightarrow r = 6$

$|HO_2|^2 = r^2 - 4 = 6^2 - 4 \Rightarrow |HO_2| = 4\sqrt{2}$

$$\text{Alan}(HO_1O_2) = \frac{|O_1H|.|HO_2|}{2} = \frac{(3+2+2).(4\sqrt{2})}{2} = \frac{7.4\sqrt{2}}{2} = \frac{28\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2}$$

29.

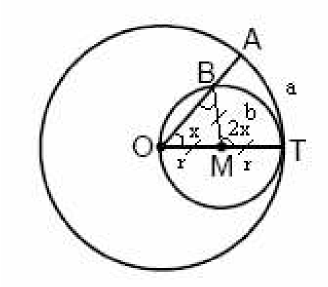


Şekilde, O ve M merkezli çemberler T noktasında teğet ve M merkezli çember O dan geçmektedir. O dan geçen bir doğru, büyük çemberi A da, küçük çemberi ise B de kesmektedir.

Oluşan AT ve BT yaylarının uzunlukları sırasıyla a cm ve b cm olduğuna göre, a ile b arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

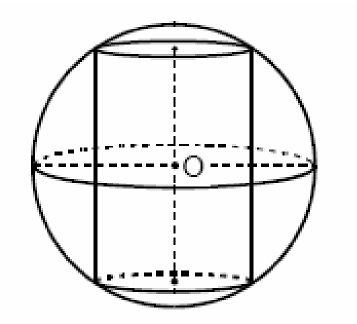
A) $a = b$ B) $a = \frac{3b}{2}$ C) $a = \frac{4b}{3}$ D) $a = \frac{5b}{4}$ E) $a = \frac{5b}{3}$

Çözüm 29



$$\left.\begin{array}{l} \text{AT yayı} = a = 2.\pi.2r.\dfrac{x}{360} \\[2ex] \text{BT yayı} = b = 2.\pi.r.\dfrac{2x}{360} \end{array}\right\} a = b$$

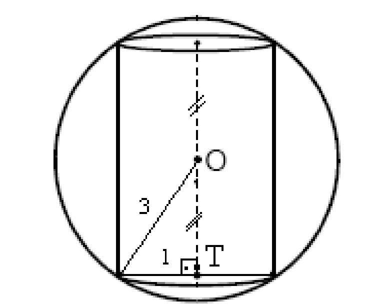
30. Yarıçapı 3 cm olan O merkezli küre içine, ekseni küre merkezinden geçen 1 cm yarıçaplı dik dairesel silindir aşağıdaki gibi yerleştiriliyor.



Bu silindirin hacmi kaç cm³ tür?

A) $\dfrac{3.\pi}{2}$ B) $3.\pi$ C) $3\sqrt{3}.\pi$ D) $4\sqrt{2}.\pi$ E) $9.\pi$

Çözüm 30



$3^2 = 1^2 + |OT|^2$ (pisagor)

$|OT|^2 = 9 - 1 = 8 \Rightarrow |OT| = 2\sqrt{2}$

$V_{silindir} = \pi.r^2.h$

$V_{silindir} = \pi.1^2.4\sqrt{2} \Rightarrow V_{silindir} = 4\sqrt{2}.\pi$

Adnan ÇAPRAZ

adnancapraz@yahoo.com

AMASYA