

MATEMATİK ÇKS

Bağıntı - Fonksiyon



CELAL AYDIN
YAYINLARI

BAĞINTI

SIRALI İKİLİ

Herhangi iki a ve b elemanın (a, b) biçiminde yazılımına sıralı ikili veya kısaca ikili denir ve sıra önemlidir. a ya birinci bileşen, b ye ikinci bileşen denir. Sıra önemli olduğundan

a ≠ b için; (a, b) ≠ (b, a) dır.

SIRALI İKİLİLERİN EŞİTLİĞİ

(x, y) = (a, b) ⇔ (x = a) ve (y = b) dir.

ÖRNEK SORU

(2x + y, 7) = (8, 3x - y) olduğuna göre, (x, y) çarpımının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

Çözüm

$$(2x + y, 7) = (8, 3x - y)$$

$$2x + y = 8$$

$$+ 3x - y = 7$$

$$5x = 15 \Rightarrow x = 3 \text{ ve}$$

$$3x - y = 7 \Rightarrow 3 \cdot 3 - y = 7 \Rightarrow y = 2 \text{ olur.}$$

Buradan;

$$x \cdot y = 3 \cdot 2 = 6 \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt D

- (a, b, c) sıralı üçlü,
- (a, b, c, d) sıralı dördü,

⋮

(a₁, a₂, ..., a_n) sıralı n-li denir.

ÖRNEK SORU

$$(2^{x+y}, 0, \sqrt{z+4}) = (32, |2y-4|, 3) \Rightarrow$$

olduğuna göre, (x²+y²-z²) ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -12 B) -10 C) -8 D) -4 E) -2

Çözüm

$$(2^{x+y}, 0, \sqrt{z+4}) = (32, |2y-4|, 3) \Rightarrow$$

$$2^{x+y} = 32 \Rightarrow 2^{x+y} = 2^5 \Rightarrow x+y = 5$$

$$|2y-4| = 0 \Rightarrow 2y-4 = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x = 3$$

$$\sqrt{z+4} = 3 \Rightarrow z+4 = 9 \Rightarrow z = 5$$

$$x^2 + y^2 - z^2 = 3^2 + 2^2 - 5^2 = -12 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

KARTEZYEN ÇARPIM

A ve B boş kümeden farklı iki küme olmak üzere, birinci bileşeni A kümesinden, ikinci bileşeni B kümesinden alınarak oluşturulan tüm ikililerin kümesine A ile B kümelerinin Kartezyen Çarpımı denir ve AxB şeklinde gösterilir.

$$A \times B = \{(x, y) : x \in A \text{ ve } y \in B\} \text{ dir.}$$

Bu tanıma göre;

$$A \times A = A^2 = \{(x, y) : x \in A \text{ ve } y \in A\} \text{ dir.}$$

A² kümesine A'nın Kartezyen Karesi denir.

Örnek

A = {a, b, c, d} ve B = {α, θ} kümeleri veriliyor.

Buna göre, AxB ve BxA kümelerini bulunuz.

Çözüm

$$A \times B = \{(x, y) : x \in A \text{ ve } y \in B\}$$

$$\Rightarrow A \times B = \{(a, \alpha), (a, \theta), (b, \alpha), (b, \theta), (c, \alpha), (c, \theta), (d, \alpha), (d, \theta)\}$$

$$B \times A = \{(x, y) : x \in B \text{ ve } y \in A\}$$

$$\Rightarrow B \times A = \{(\alpha, a), (\alpha, b), (\alpha, c), (\alpha, d), (\theta, a), (\theta, b), (\theta, c), (\theta, d)\} \text{ olarak bulunur.}$$

Buradan AxB ≠ BxA olduğu kolayca görülebilir.

- AxA kümesinin x ∈ A olmak üzere, (x, x) biçimindeki elemanlarının kümesine AxA'nın köşegeni denir. (x, x) biçimindeki elemanlara köşegen elemanları denir.

▲ Not: s(A) = m ve s(B) = n olmak üzere;

$$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = m \cdot n = s(B \times A) \text{ dır.}$$

ÖRNEK SORU

$A = \{a, b, c, d\}$ ve $B = \{1, 2\}$ kümeleri veriliyor. Buna göre, $A \times B$ kümesinin 5 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde (a, 2) ve (d, 1) eleman olarak bulunur?

- A) 24 B) 22 C) 20 D) 18 E) 16

Çözüm

$A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2), (d, 1), (d, 2)\}$ dir.

$A \times B$ nin 5 elemanlı alt kümelerinde (a, 2) ve (d, 1) eleman olarak bulunacağından kalan 3 eleman,

$\{(a, 1), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2), (d, 2)\}$ kümesinden seçilmelidir.

Dolayısıyla; $\binom{6}{3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = 20$ tanedir.

Yanıt C**KARTEZYEN ÇARPIMININ ÖZELLİKLERİ**

1. A ve B kümeleri için $A \neq B$ ise $A \times B \neq B \times A$ dir.
(Değişme özelliği yoktur.)
2. $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$ (Birleşme özelliği vardır.)
3. $A \times A = A^2$
 $A \times A \times A = A^3$

...

$$\underbrace{A \times A \times \dots \times A}_{n \text{ tane}} = A^n$$

4. $A \times \emptyset = \emptyset \times A = \emptyset$
5. $A \times B = \emptyset \Rightarrow A = \emptyset$ veya $B = \emptyset$ dir.
6. $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
 $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
 $(B \cup C) \times A = (B \times A) \cup (C \times A)$
 $(B \cap C) \times A = (B \times A) \cap (C \times A)$
7. $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$
8. $A \subset B \Rightarrow (A \times C) \subset (B \times C)$
9. $\left. \begin{matrix} A \subset B \\ C \subset D \end{matrix} \right\} \Rightarrow (A \times C) \subset (B \times D)$

ÖRNEK SORU

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesi veriliyor. A^2 kümesinin 6 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde köşegen elemanlarının tümü bulunur?

- A) 48 B) 52 C) 54 D) 64 E) 66

Çözüm

$A^2 = A \times A$ dir. $s(A \times A) = 4 \cdot 4 = 16$

Köşegen elemanları $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$ olduğuna göre, bu dört eleman sabit bulunacak, geriye kalan $16 - 4 = 12$ elemandan iki eleman seçilecektir.

Ohalde, $\binom{12}{2} = \frac{12 \cdot 11}{2} = 66$ bulunur.

Yanıt E**ÖRNEK SORU**

A, B ve C kümeleri için;

$A \times B = \{(m, 1), (m, 2), (m, 3), (n, 1), (n, 2), (n, 3)\}$

$B \times C = \{(1, \star), (1, m), (1, n), (2, \star), (2, m), (2, n), (3, \star), (3, m), (3, n)\}$ kümeleri veriliyor.

Buna göre, $B \times (A \cap C)$ kümesinin kaç tane alt kümesi vardır?

- A) 16 B) 32 C) 64 D) 128 E) 256

Çözüm

$A \times B = \{(m, 1), (m, 2), (m, 3), (n, 1), (n, 2), (n, 3)\}$

$\Rightarrow A = \{m, n\}$ ve $B = \{1, 2, 3\}$ dür.

$B \times C = \{(1, \star), (1, m), (1, n), (2, \star), (2, m), (2, n), (3, \star), (3, m), (3, n)\}$

$\Rightarrow C = \{\star, m, n\}$ olarak bulunur.

Buradan $A \cap C = \{m, n\}$ dir.

$s(B) = 3$ ve $s(A \cap C) = 2$ olduğundan

$$s(B \times (A \cap C)) = s(B) \cdot s(A \cap C) = 3 \cdot 2 = 6 \text{ olur.}$$

Alt küme sayısı: $2^6 = 64$ tür.

Yanıt C**ÖRNEK SORU**

$A = \{m, n, p\}$ ve $B \cup C = \{2, 3, 5, 7\}$ kümeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki elemanlardan hangisi,

$(A \times B) \cup (A \times C)$ kümesinin bir elemanı değildir?

- A) (n, 3) B) (m, 7) C) (p, 2) D) (7, n) E) (n, 5)

Çözüm

$(A \times B) \cup (A \times C) = A \times (B \cup C)$ dir. Buradan;

$A \times (B \cup C) = \{(m, 2), (m, 3), (m, 5), (m, 7), (n, 2), (n, 3), (n, 5), (n, 7), (p, 2), (p, 3), (p, 5), (p, 7)\}$ olarak bulunur.

D seçeneğindeki (7, n) elemanı $A \times (B \cup C)$ kümesinin elemanı değildir.

Yanıt D**ÖRNEK SORU**

$A = \{x : -2 \leq x < 1 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\}$

$B = \{x : x^2 < 17 \text{ ve } x \in \mathbb{N}\}$

$C = \{x : |x+1| < 3 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $(B \times C) - (B \times A)$ kümesinin kaç tane özalt kümesi vardır?

- A) 1023 B) 511 C) 255 D) 127 E) 63

Çözüm

$$A = \{x \mid -2 \leq x < 1 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\} = \{-2, -1, 0\}$$

$$B = \{x \mid x^2 < 17 \text{ ve } x \in \mathbb{N}\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$|x+1| < 3 \Rightarrow -3 < x+1 < 3 \Rightarrow -4 < x < 2$$

$$C = \{x \mid |x+1| < 3 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\} = \{x \mid -4 < x < 2 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\} \\ = \{-3, -2, -1, 0, 1\} \text{ dir.}$$

$$(B \times C) - (B \times A) = B \times (C - A) \text{ dir.}$$

$$C - A = \{-3, 1\} \text{ dir.}$$

$$s(B) = 5 \text{ ve } s(C - A) = 2 \text{ olduğundan,}$$

$$s(B \times (C - A)) = s(B) \cdot s(C - A) \\ = 5 \cdot 2 = 10 \text{ olur.}$$

$$\text{Özalt küme sayısı; } 2^{10} - 1 = 1023 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

ÖRNEK SORU

A, B ve C kümeleri için $B \times C$ dir.

$$A \times B = \{(x, 1), (y, 1), (z, 1), (x, 2), (y, 2), (z, 2), (x, 3), (y, 3), (z, 3)\} \text{ ve}$$

$C - B = \{\star, \square, O\}$ olduğuna göre, $B \times C$ kümesinin eleman sayısı en çok kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

Çözüm

$$A \times B = \{(x, 1), (y, 1), (z, 1), (x, 2), (y, 2), (z, 2), (x, 3), (y, 3), (z, 3)\}$$

$$\Rightarrow A = \{x, y, z\} \text{ ve } B = \{1, 2, 3\} \text{ dür.}$$

$B \times C$ olduğundan $s(B \times C) = 1$ olarak seçilirse C kümesinin eleman sayısı en fazla 5 olur.

$$O \text{ halde; } s(B \times C) = s(B) \cdot s(C) \\ = 3 \cdot 5 = 15 \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

A, B ve C kümeleri için;

$$s(A \times B) = 7 \text{ ve } s(A \times C) = 8 \text{ olduğuna göre,}$$

$A \times B \times C$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 28 B) 35 C) 42 D) 49 E) 56

Çözüm

$$s(A \times B) = 7 \Rightarrow s(A) \cdot s(B) = 7$$

$$s(A \times C) = 8 \Rightarrow s(A) \cdot s(C) = 8 \text{ dir.}$$

A, B ve C kümelerinin eleman sayıları doğal sayıdır.

$$s(A) \cdot s(B) = 7 \Rightarrow s(A) = 1 \text{ için } s(B) = 7 \text{ veya}$$

$$s(A) = 7 \text{ için } s(B) = 1 \text{ olabilir.}$$

$$s(A) = 7 \text{ için } s(A) \cdot s(C) = 8 \Rightarrow 7 \cdot s(C) = 8 \Rightarrow s(C) = \frac{8}{7} \notin \mathbb{N} \\ \text{ olduğundan;}$$

$s(A) = 1$ olmalıdır. Buradan,

$$s(A) \cdot s(C) = 8 \Rightarrow 1 \cdot s(C) = 8 \Rightarrow s(C) = 8 \text{ olmalıdır.}$$

$$s(A \times B \times C) = s(A) \cdot s(B) \cdot s(C)$$

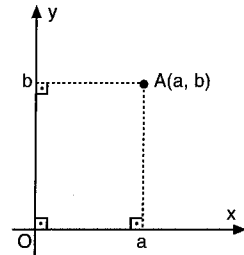
$$= 1 \cdot 7 \cdot 8 = 56 \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt E

ANALİTİK DÜZLEM (ÖKLİD ÇATISI)

$\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ kümesinin şema ile gösterilmesiyle oluşan sisteme dik koordinat sistemi (öklid çatısı), bulunduğu düzleme de analitik düzlem denir.

(a, b) ikilisine A noktasının dik koordinatları veya kartez-yen koordinatları denir.



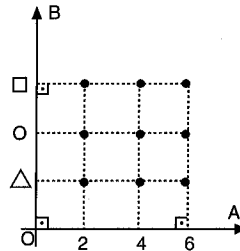
Tanım: A ve B kümeleri verilsin. Birinci elemanı A kümesinden, ikinci elemanı B kümesinden seçilerek oluşturulan bütün sıralı ikililerin belirttiği noktalar kümesini analitik düzlemde göstermeye $A \times B$ nin grafiği denir.

Örnek

$A = \{2, 4, 6\}$ ve $B = \{\triangle, O, \square\}$ kümeleri veriliyor. Buna göre, $A \times B$ nin grafiğini çiziniz.

Çözüm

$$A \times B = \{(2, \triangle), (2, O), (2, \square), (4, \triangle), (4, O), (4, \square), (6, \triangle), (6, O), (6, \square)\}$$

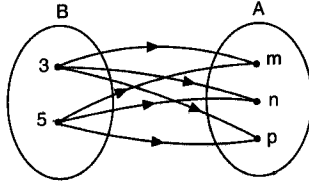


Örnek

$A = \{m, n, p\}$ ve $B = \{3, 5\}$ kümeleri veriliyor. $B \times A$ kümesini okla eşleyerek şema ile gösteriniz.

Çözüm

$B \times A = \{(3, m), (3, n), (3, p), (5, m), (5, n), (5, p)\}$ dir.

**Çözüm**

$A \times B = \{(2, m), (4, m), (2, n), (4, n), (2, p), (4, p)\}$

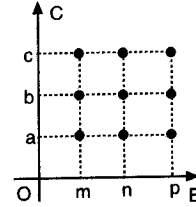
$\Rightarrow A = \{2, 4\}$ ve $B = \{m, n, p\}$ dir.

$A \times C = \{(2, a), (4, a), (2, b), (4, b), (2, c), (4, c)\}$

$\Rightarrow C = \{a, b, c\}$ dir.

$B \times C = \{(m, a), (m, b), (m, c), (n, a), (n, b), (n, c), (p, a), (p, b), (p, c)\}$

Kartezyen kümesinin grafiği



şeklinde dir.

Yanıt D

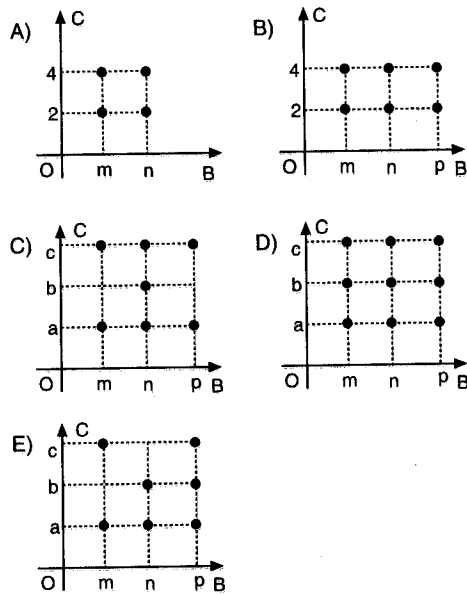
ÖRNEK SORU

$A \times B = \{(2, m), (4, m), (2, n), (4, n), (2, p), (4, p)\}$ ve

$A \times C = \{(2, a), (4, a), (2, b), (4, b), (2, c), (4, c)\}$

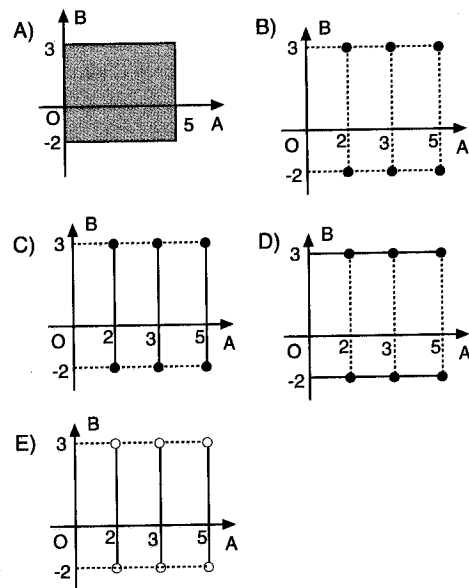
kümeleri veriliyor.

Buna göre, $B \times C$ kümesinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

**ÖRNEK SORU**

$A = \{2, 3, 5\}$ ve $B = [-2, 3]$ kümeleri veriliyor.

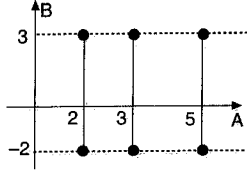
Buna göre, $A \times B$ kartezyen kümesinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



Çözüm

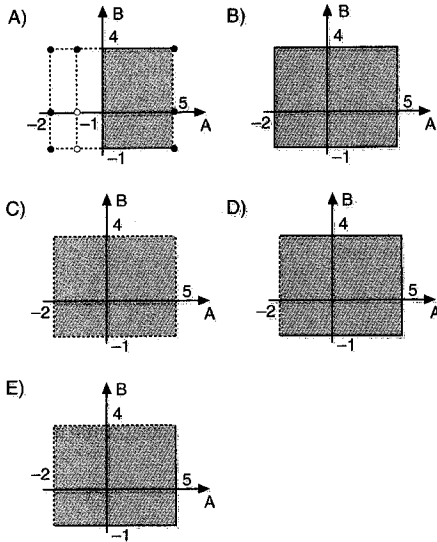
$$A = \{2, 3, 5\} \text{ ve } B = [-2, 3]$$

Yatay ekseninde apsisi 2, 3, ve 5 olan noktalardan geçecek şekilde düşey eksene paraleller çizilir. Düşey ekseninde ordinatı -2 ve 3 arasındaki gerçel sayılar olan noktalardan yatay eksene paraleller çizilir. Çizilen paralellerin kesişim noktalarının kümesi $A \times B$ kümesinin grafiğini verir.

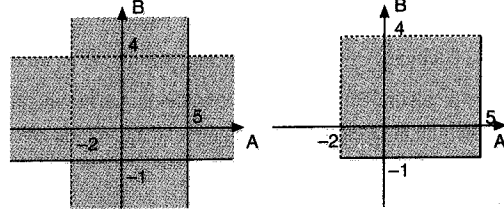
**Yanıt C****ÖRNEK SORU**

$A = (-2, 5]$ ve $B = [-1, 4)$ kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A \times B$ kümesinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

**Çözüm**

Yatay ekseninde apsisi -2 (hariç) ile 5 (dahil) arasındaki gerçel sayılar olan noktalardan düşey eksene paraleller çizilir. Düşey ekseninde ordinatı -1 (dahil) ile 4 (hariç) arasındaki gerçel sayılar olan noktalardan yatay eksene paraleller çizilir. Bu paralellerin kesişim noktalarının kümesi $A \times B$ kümesinin grafiğidir.

**Yanıt E****ÖRNEK SORU**

$$A = \{x : -4 \leq x \leq -1 \text{ ve } x \in \mathbb{R}\} \text{ ve}$$

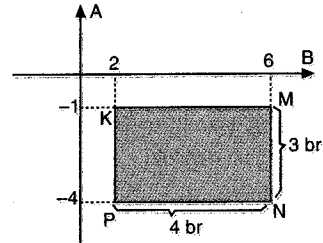
$$B = \{x : 2 \leq x \leq 6 \text{ ve } x \in \mathbb{R}\} \text{ kümeleri veriliyor.}$$

Buna göre, $B \times A$ kümesinin elemanlarının kartezyen düzlemde oluşturduğu düzlemsel bölgenin alanı kaç birim-karedir?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

Çözüm

$B \times A$ kartezyen kümesinin grafiği;



şekildeki gibidir. $B \times A$ kümesinin elemanları grafikte görüldüğü gibi KMNP dikdörtgenini oluşturmaktadır. O halde,

$$\text{Alan}(\text{KMNP}) = 3 \cdot 4 = 12 \text{ br}^2 \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt A

BAĞINTI

A ve B boş olmayan iki küme olsun. $A \times B$ kartezyen kümesinin alt kümelerinden herbirine A dan B ye bir bağıntı denir.

$A \times A$ kümesinin alt kümelerine de A dan A ya bir ikili bağıntı veya kısaca A da bir bağıntı denir.

A dan B ye bir bağıntı β olsun.

$\beta = \{(x, y) : x \in A \text{ ve } y \in B \text{ olup } (x, y) \in A \times B\}$ dir.

$\beta : A \rightarrow B$ veya $\beta \subset (A \times B)$ biçiminde gösterilir.

$(x, y) \in \beta$ olsun. Bu durum $y \beta x$ şeklinde yazılır ve "y elemanı β bağıntısı ile x elemanına eşlenmiştir" biçiminde okunur.

ÖRNEK SORU

$A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{x, y, z\}$ kümeleri veriliyor. Aşağıdakilerden hangisi veya hangileri B den A ya bir bağıntıdır?

- I. $\beta_1 = \emptyset$
- II. $\beta_2 = \{(x, a), (x, b), (y, c), (z, c), (z, b)\}$
- III. $\beta_3 = \{(x, b), (x, c), (c, z)\}$
- IV. $\beta_4 = \{(z, a), (x, x), (y, b)\}$
- V. $\beta_5 = \{(z, c)\}$

- A) II – IV B) I – II C) I – II – IV
D) II E) I – II – V

Çözüm

$B \times A = \{(x, a), (x, b), (x, c), (y, a), (y, b), (y, c), (z, a), (z, b), (z, c)\}$ dir.

- I. $\beta_1 = \emptyset$ ve $\emptyset$ her kümenin alt kümesi olduğundan, $\beta_1 \subset B \times A$ ve β_1 , B den A ya bir bağıntıdır.
 - II. $\beta_2 \subset B \times A$ olduğundan β_2 , B den A ya bir bağıntıdır.
 - III. $(c, z) \notin B \times A$ olduğundan $\beta_3 \not\subset B \times A$ dir. Dolayısıyla β_3 , B den A ya bir bağıntı değildir.
 - IV. $(x, x) \notin B \times A$ olduğundan $\beta_4 \not\subset B \times A$ dir. Dolayısıyla β_4 , B den A ya bir bağıntı değildir.
 - V. $\beta_5 \subset B \times A$ olduğundan β_5 , B den A ya bir bağıntıdır.
- O halde; β_1 , β_2 ve β_5 , B den A ya birer bağıntıdır.

Yanıt E

Örnek

$A = \{4, 8, 9, 15\}$ ve $B = \{2, 3\}$ kümeleri veriliyor.

$\beta = \{(x, y) : x \in A, y \in B; \text{ ve } y, x \text{ i tam böler}\}$

kümesinin A dan B ye bir bağıntı olup olmadığını inceleyiniz.

Çözüm

$\beta = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ ve } y|x\}$

$\Rightarrow \beta = \{(4, 2), (8, 2), (9, 3), (15, 3)\}$ dür.

$A \times B = \{(4, 2), (4, 3), (8, 2), (8, 3), (9, 2), (9, 3), (15, 2), (15, 3)\}$ dür.

Dolayısıyla $\beta \subset A \times B$ olduğundan β , A dan B ye bir bağıntıdır.

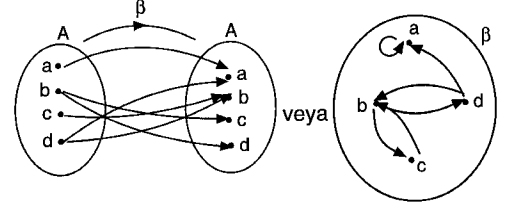
Örnek

$A = \{a, b, c, d\}$ kümesinde tanımlı;

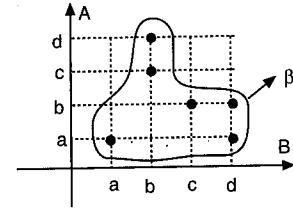
$\beta = \{(a, a), (b, c), (b, d), (c, b), (d, a), (d, b)\}$ bağıntısının şemasını ve grafiğini çiziniz.

Çözüm

$\beta = \{(a, a), (b, c), (b, d), (c, b), (d, a), (d, b)\}$ bağıntısının şeması,



biçimindedir. Grafiği ise;



şeklinde dir.

BAĞINTI SAYISI

$s(A) = m$, $s(B) = n$ olmak üzere,

A dan B ye tanımlanabilecek bağıntıların sayısı,

$2^{s(A \times B)} = 2^{m \cdot n}$ tanedir.

ÖRNEK SORU

A ve B herhangi iki küme olsun. $s(A) = 4$ ve A dan B ye tanımlanan bağıntı sayısı 256 olduğuna göre, B nin eleman sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

Çözüm

A dan B ye 256 tane bağıntı tanımlandığına göre,

$$2^{s(A \times B)} = 256 \Rightarrow 2^{s(A) \cdot s(B)} = 2^8$$

$$\Rightarrow 4 \cdot s(B) = 8$$

$$\Rightarrow s(B) = 2 \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt B

ÖRNEK SORU

$A = \{b, u, m\}$ kümesinde tanımlanabilecek bağıntıların kaç tanesinde (u, m) ve (b, m) elemanlarından en az biri bulunur?

- A) 128 B) 244 C) 284 D) 324 E) 384

Çözüm

$A \times A = \{(b, b), (b, u), (b, m), (u, b), (u, u), (u, m), (m, b), (m, u), (m, m)\}$ dir.

Bağıntı sayısı $2^{s(A \times A)} = 2^9 = 512$ dir.

(u, m) ve (b, m) elemanlarının bulunmadığı bağıntı sayısı, $\{(b, b), (b, u), (u, b), (u, u), (m, b), (m, u), (m, m)\}$ kümesinin alt kümelerinin sayısı kadardır. Bu da $2^7 = 128$ tane dir.

(u, m) ve (b, m) elemanlarından en az birinin bulunduğu bağıntı sayısı;

$$512 - 128 = 384 \text{ tane dir.}$$

Yanıt E

ÖRNEK SORU

A kümesinden B kümesine iki elemanlı 91 tane bağıntı tanımlandığına göre, $s(A)$ kaç farklı değer alabilir?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

A dan B ye tanımlı iki elemanlı bağıntı sayısı, $s(A \times B) = n$ dersek

$$\binom{n}{2} = 91 \text{ olarak verilmiştir. } \frac{n(n-1)}{2} = 91 \Rightarrow n = 14 \text{ bulunur.}$$

$$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = 14$$

14	1
1	14
7	2
2	7

4 farklı değer alabilir.

Yanıt C

BAĞINTININ TERSİ

A ve B boş olmayan iki küme ve β , A dan B ye bir bağıntı olsun.

$\beta = \{(x, y) : (x, y) \in A \times B\}$ bağıntısının tersi

$\beta^{-1} = \{(y, x) : (x, y) \in \beta\}$ dir.

• $\beta \subset A \times B \Leftrightarrow \beta^{-1} \subset B \times A$ dir.

• $(\beta^{-1})^{-1} = \beta$

• β ve β^{-1} bağıntılarının grafikleri $y = x$ doğrusuna göre simetrikler.

Örnek

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı

$\beta = \{(1, 1), (1, 3), (2, 1), (4, 4)\}$ bağıntısı verilmiştir. β^{-1} bağıntısını bulunuz.

Çözüm

$$\beta = \{(1, 1), (1, 3), (2, 1), (4, 4)\}$$

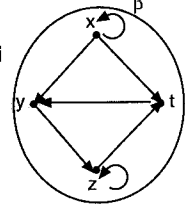
$\beta^{-1} = \{(y, x) : (x, y) \in \beta\}$ olduğundan

$$\beta^{-1} = \{(1, 1), (3, 1), (1, 2), (4, 4)\} \text{ olur.}$$

Örnek

$A = \{x, y, z, t\}$ kümesinde tanımlı β bağıntısının şeması verilmiştir.

Buna göre, β bağıntısının tersini bularak β^{-1} in grafiğini çiziniz.



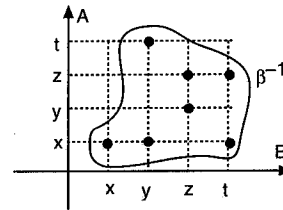
Çözüm

β bağıntısı liste yöntemiyle yazılırsa;

$\beta = \{(x, x), (x, y), (x, t), (y, z), (z, t), (z, z), (t, y)\}$ biçimindedir. Buradan,

$\beta^{-1} = \{(x, x), (y, x), (t, x), (z, y), (t, z), (z, z), (y, t)\}$ olarak β nin tersi bulunur.

Grafiği ise,



biçimindedir.

Örnek

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinde tanımlı,

$\beta = \{(x, y) : 3x + y = 18, x \in A \text{ ve } y \in A\}$ bağıntısının tersini bulunuz.

Çözüm

$$\beta = \{(x, y) \mid 3x + y = 18, x \in A \text{ ve } y \in A\}$$

$$x = 4 \text{ için } 3 \cdot 4 + y = 18 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow (x, y) = (4, 6)$$

$$x = 5 \text{ için } 3 \cdot 5 + y = 18 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow (x, y) = (5, 3)$$

$$\text{ve } \beta = \{(4, 6), (5, 3)\} \Rightarrow$$

$$\beta^{-1} = \{(3, 5), (6, 4)\} \text{ olarak bulunur.}$$

Ayrıca;

$$\beta = \{(x, y) : 3x + y = 18, x \in A \text{ ve } y \in A\} \text{ bağıntısının tersi;}$$

$$\beta^{-1} = \{(x, y) : 3y + x = 18, x \in A \text{ ve } y \in A\} \text{ olduğu düşünülerek}$$

de β^{-1} in elemanları bulunabilir.

BAĞINTININ ÖZELLİKLERİ

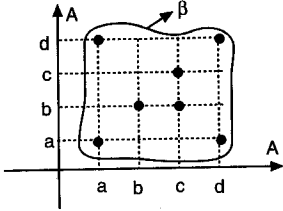
YANSIMA ÖZELLİĞİ

β , A kümesinde tanımlı bir bağıntı olsun.

$\forall x \in A$ için $(x, x) \in \beta$ ise β bağıntısının yansıma özelliği vardır. (β bağıntısı yansıyandır.)

Örnek

$A = \{a, b, c, d\}$ kümesinde β bağıntısının grafiği aşağıdaki gibidir. Buna göre, β bağıntısının yansıma özelliği var mıdır?



Çözüm

β bağıntısı liste yöntemiyle;

$\beta = \{(a,a), (a,d), (b,b), (c,b), (c,c), (d,a), (d,d)\}$ olarak yazılır.

A kümesinin bütün elemanları için, (a,a) , (b,b) , (c,c) ve (d,d) elemanları β bağıntısının elemanı olduğundan β bağıntısının yansıma özelliği vardır.

Örnek

Doğal sayılar kümesinde tanımlı

$\beta = \{(x,y): x \leq y\}$ bağıntısının yansıma özelliği var mıdır?

Çözüm

Yansıma özelliğinin olması için

$\forall x \in \mathbb{N}$ için $(x,x) \in \beta$ olmalıdır.

$\forall x \in \mathbb{N}$ için $x \leq x$ olduğundan

$(x,x) \in \beta$ olur. Dolayısıyla β bağıntısı yansıyandır.

Yansıyan Bağıntı Sayısı

$s(A) = n$ olmak üzere A kümesinde tanımlı yansıyan bağıntı sayısı 2^{n^2-n} tanedir.

Örnek

$s(A) = 4$ veriliyor. A kümesinde tanımlı;

a) Kaç tane yansıyan bağıntı vardır?

b) 7 elemanlı kaç tane yansıyan bağıntı vardır?

Çözüm

a) Yansıyan bağıntı sayısı $= 2^{4^2-4}$
 $= 2^{12}$ dir.

b) $s(A \times A) = s(A) \cdot s(A) = 4 \cdot 4 = 16$ tane
 $16 - 4 = 12$ eleman kalır.

$$\frac{16!}{4!12!} = \frac{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{12!} = 12$$

yansıma özelliği olması için aynı bileşenlerin bulunduğu ikililerin dördü olmak zorundadır. Geriye kalan üç eleman 12 elemanın içinden seçilecektir.

$$\binom{12}{3} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 220 \text{ dir.}$$

SİMETRİ ÖZELLİĞİ

β , A kümesinde tanımlı bir bağıntı olsun.

$\forall (x,y) \in \beta$ için $(y,x) \in \beta$ ise β bağıntısının simetri özelliği vardır ya da β bağıntısı simetriktir denir.

Simetrik bir bağıntının grafiği köşegene göre simetriktir.

ÖRNEK SORU

$A = \{ç, i, l, e, k\}$ kümesinde tanımlanan aşağıdaki bağıntılardan hangileri simetrik bir bağıntıdır?

I. $\beta_1 = \{(ç, ç)\}$

II. $\beta_2 = \{(i, ç), (ç, l), (k, k), (ç, i), (l, l)\}$

III. $\beta_3 = \{(k, l), (e, e), (l, k), (ç, i), (i, ç)\}$

IV. $\beta_4 = \{(ç, ç), (l, l), (e, k), (i, l), (k, e)\}$

A) I – II

B) II – III

C) II – IV

D) I – III

E) I – III – IV

Çözüm

I. $\beta_1 = \{(ç, ç)\}$

$(ç, ç) \in \beta_1 \Rightarrow (ç, ç)^{-1} = (ç, ç) \in \beta_1$ olduğundan β_1 simetriktir.

II. $(ç, l) \in \beta_2 \Rightarrow (ç, l)^{-1} = (l, ç) \notin \beta_2$ olduğundan

β_2 simetrik değildir.

III. $(k, l) \in \beta_3 \Rightarrow (k, l)^{-1} = (l, k) \in \beta_3$

$(e, e) \in \beta_3 \Rightarrow (e, e)^{-1} = (e, e) \in \beta_3$

$(ç, i) \in \beta_3 \Rightarrow (ç, i)^{-1} = (i, ç) \in \beta_3$ olduğundan β_3 bağıntısı simetriktir.

IV. $(i, l) \in \beta_4 \Rightarrow (i, l)^{-1} = (l, i) \notin \beta_4$ olduğundan β_4 bağıntısı simetrik değildir.

Sonuç olarak β_1 ve β_3 bağıntıları simetriktir.

Yanıt D

ÖRNEK SORU

Tam sayılar kümesinde verilen bağıntılardan hangisi veya hangileri simetriktir?

I. $\beta_1 = \{(x,y): 2x + 3y = 11, x, y \in \mathbb{Z}\}$

II. $\beta_2 = \{(x,y): x^2 + y^2 = 5, x, y \in \mathbb{Z}\}$

III. $\beta_3 = \{(x,y): x^2 - y^2 = 8, x, y \in \mathbb{Z}\}$

IV. $\beta_4 = \{(x,y): x^{13} = y^{13}, x, y \in \mathbb{Z}\}$

- A) I B) II - III C) I - IV
D) II - III - IV E) II - IV

Çözüm

Verilen bağıntılarda x yerine y, y yerine x yazıldığında verilen ifade değişme olmuyor ise bağıntı simetriktir.

I. $\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 11 \dots (1) \\ 2y + 3x = 11 \dots (2) \end{array} \right\} \text{ (1) ve (2) nolu}$
eşitlikler aynı olmadığından β_1 bağıntısı simetrik değildir.

II. $\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 5 \dots (1) \\ y^2 + x^2 = 5 \dots (2) \end{array} \right\} \text{ (1) ve (2) nolu}$
eşitlikler aynı olduğundan β_2 bağıntısı simetriktir.

III. $\left. \begin{array}{l} x^2 - y^2 = 8 \dots (1) \\ y^2 - x^2 = 8 \dots (2) \end{array} \right\} \text{ (1) ve (2) nolu}$
eşitlikler aynı olmadığından β_3 bağıntısı simetrik değildir.

IV. $\left. \begin{array}{l} x^{13} = y^{13} \dots (1) \\ y^{13} = x^{13} \dots (2) \end{array} \right\} \text{ (1) ve (2) nolu}$
eşitlikler aynı olduğundan β_4 bağıntısı simetriktir.

Yanıt E

▲ Not: β bağıntısı simetrik $\Leftrightarrow \beta^{-1} = \beta$ dir.

Simetrik Bağıntı Sayısı

$s(A) = n$ olmak üzere, A kümesinde tanımlı simetrik bağıntı

$$\frac{n^2 + n}{2} \text{ tanedir.}$$

ÖRNEK SORU

$A = \{x : |x-5| \leq 1, x \in \mathbb{N}\}$ kümesi veriliyor.

A kümesinde tanımlı bağıntılardan kaç tanesinin tersi kendisine eşittir?

- A) 2^{15} B) 2^{12} C) 2^{10} D) 2^8 E) 2^6

Çözüm

Tersi kendisine eşit olan bağıntılar simetrik bağıntılardır.

$$-1 \leq x-5 \leq 1$$

$$4 \leq x \leq 6 \Rightarrow x \in \{4,5,6\} \Rightarrow s(A) = 3$$

$$\text{Simetrik bağıntı sayısı: } 2^{\frac{3^2+3}{2}} = 2^6 \text{ tanedir.}$$

Yanıt E

▲ Not: $s(A) = n$ olmak üzere, A kümesinde tanımlı

$$\text{yansıyan ve simetrik bağıntı sayısı } 2^{\frac{n^2+n}{2}} \text{ tanedir.}$$

TERS SİMETRİ ÖZELLİĞİ

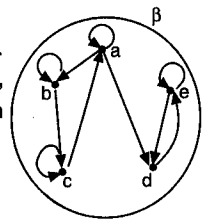
β , A kümesinde tanımlı bir bağıntı olsun.

$\forall (x,y) \in \beta$ için $(y,x) \notin \beta$ oluyorsa, β bağıntısının ters simetri özelliği vardır ya da β bağıntısı ters simetrik bağıntıdır denir.

- Ters simetrik bağıntının grafiğinde köşegene göre simetrik eleman yoktur.
- Köşegen elemanlarının bulunması ters simetriyi bozmaz.
- Bir bağıntı simetrik değilse ters simetrik olmak zorunda değildir.
- Elemanı olmayan veya tek elemanlı bir bağıntı ters simetrik değildir.

Örnek

$A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinde β bağıntısının şeması yanda verilmiştir. Buna göre, β bağıntısının yansıma, simetri ve ters simetri özelliğinin olup olmadığını inceleyiniz.

**Çözüm**

Şemaya göre β bağıntısının listesi;

$$\beta = \{(a, a), (a, b), (a, d), (b, b), (b, c), (c, c), (c, a), (d, e), (e, e), (e, d)\} \text{ dir.}$$

- $d \in A$ için $(d, d) \notin \beta$ olduğundan β bağıntısı yansıyan değildir.
- $(a, b) \in \beta$ için $(a, b)^{-1} = (b, a) \notin \beta$ olduğundan, β bağıntısı simetrik değildir.
- $(d, e) \in \beta$ için, $(d, e)^{-1} = (e, d) \in \beta$ olduğundan, β bağıntısı ters simetrik değildir.

Örnek

$A = \{m, n, k, p\}$ kümesinde tanımlanan,

$\beta = \{(m, m), (n, n), (k, k), (p, p)\}$ bağıntısı yansıma, simetri ve ters simetri özelliklerinden hangisine sahiptir?

Çözüm

$(m, m), (n, n), (k, k)$ ve $(p, p) \in \beta$ olduğundan β yansıyandır. Köşegen elemanların bulunması simetri ve ters simetriyi bozmadığından β bağıntısı hem simetrik hem de ters simetrik.

Örnek

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinde,

$\beta = \{(x, y): 2x + y = 7 \text{ ve } x, y \in A\}$ bağıntısının ters simetrik bağıntı olup olmadığını inceleyiniz.

Çözüm

$x = 1$ için, $2.1 + y = 7 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow (x, y) = (1, 5)$

$x = 2$ için, $2.2 + y = 7 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow (x, y) = (2, 3)$

$x = 3$ için, $2.3 + y = 7 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (x, y) = (3, 1)$

ve $\beta = \{(1, 5), (2, 3), (3, 1)\}$ olarak bulunur.

$(1, 5) \in \beta \Rightarrow (1, 5)^{-1} = (5, 1) \notin \beta$

$(2, 3) \in \beta \Rightarrow (2, 3)^{-1} = (3, 2) \notin \beta$

$(3, 1) \in \beta \Rightarrow (3, 1)^{-1} = (1, 3) \notin \beta$ olduğundan β ters simetrik.

GEÇİŞME ÖZELLİĞİ

β , A kümesinde tanımlı bir bağıntı olsun.

$\forall (x, y) \in \beta$ ve $\forall (y, z) \in \beta$ için $(x, z) \in \beta$ ise β bağıntısının geçişme özelliği vardır ya da β bağıntısı geçişkendir denir.

▲ Not:

1. Tek elemanlı bir bağıntı daima geçişkendir.
2. Bir β bağıntısında $(x, y) \in \beta$ iken y ile başlayan ikili yoksa bu durum geçişkenliği bozamaz.

ÖRNEK SORU

$A = \{3, 5, 7, 9\}$ kümesinde tanımlı β bağıntısının grafiği yandadır.

Buna göre; β bağıntısı için aşağıdaki özelliklerden hangisi veya hangileri vardır?

- I. Yansıma
- II. Simetri
- III. Ters simetri
- IV. Geçişme

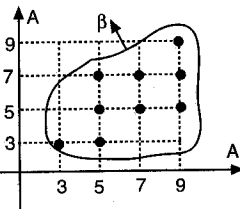
A) I

B) II – III

C) I – II – IV

D) I – III – IV

E) III



Çözüm

$\beta = \{(3, 3), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (7, 5), (7, 7), (9, 5), (9, 7), (9, 9)\}$

Köşegen elemanları bulunduğundan β bağıntısı yansıyandır.

$(5, 3) \in \beta \Rightarrow (5, 3)^{-1} = (3, 5) \notin \beta$ olduğundan β simetrik değildir.

$(5, 7) \in \beta \Rightarrow (5, 7)^{-1} = (7, 5) \in \beta$ olduğundan β ters simetrik değildir. $(7, 5) \in \beta$ ve $(5, 3) \in \beta$ için $(7, 3) \notin \beta$ olduğundan β geçişken değildir.

Sonuç olarak β nın sadece yansıma özelliği vardır.

Yanıt A

Örnek

$A = \{2, 4, 5, 6\}$ kümesinde tanımlı,

$\beta = \{(x, y): 3|(x - y) \text{ ve } x, y \in A\}$ bağıntısı geçişken midir?

Çözüm

$\beta = \{(x, y): 3|(x - y) \text{ ve } x, y \in A\}$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow 3 \mid (2 - 2) \Rightarrow 3 \mid 0 \\ &\Rightarrow 3 \mid (4 - 4) \Rightarrow 3 \mid 0 \\ &\Rightarrow 3 \mid (5 - 5) \Rightarrow 3 \mid 0 \\ &\Rightarrow 3 \mid (6 - 6) \Rightarrow 3 \mid 0 \end{aligned} \quad \text{olduğundan;}$$

$(2, 2), (4, 4), (5, 5), (6, 6) \in \beta$

$3|(5 - 2) \Rightarrow 3 \mid 3 \Rightarrow (5, 2) \in \beta$

$3|(2 - 5) \Rightarrow 3 \mid (-3) \Rightarrow (2, 5) \in \beta$

Dolayısıyla; $\beta = \{(2, 2), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (2, 5), (5, 2)\}$ dir.

$(2, 5) \in \beta$ ve $(5, 2) \in \beta$ iken $(2, 2) \in \beta$ olduğundan β bağıntısı geçişkendir.

ÖRNEK SORU

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ kümesinde tanımlı yansıma, simetri ve geçişme özellikleri olan ve ters simetri özelliği olmayan bir bağıntının en az kaç elemanı vardır?

A) 1

B) 3

C) 5

D) 6

E) 7

Çözüm

$(1, 1), (3, 3), (5, 5), (7, 7), (9, 9)$ elemanlarını bulunduran bağıntının yansıma simetri, geçişme ve ters simetri özellikleri vardır. $(1, 2)$ ve $(2, 1)$ elemanlarını eklersek ters simetri özelliği bozulur. Buna göre, bağıntı en az yedi elemanlı olmalıdır.

Yanıt E

Denklik Bağıntısı

A kümesinde tanımlı bir β bağıntısının yansıma, simetri ve geçişme özellikleri varsa, β bağıntısına A kümesinde bir denklik bağıntısı denir.

▲ Not: Denklik bağıntısının tersi de yine bir denklik bağıntısıdır.

Örnek

$A = \{\Delta, O, \square\}$ kümesinde tanımlı,

$\beta = \{(\Delta, \Delta), (\Delta, \square), (\Delta, O), (O, O), (O, \Delta), (\square, \square)\}$

β bağıntısının denklik bağıntısı olup olmadığını inceleyiniz.

Çözüm

$\beta = \{(\Delta, \Delta), (\Delta, \square), (\Delta, O), (O, O), (O, \Delta), (\square, \square)\}$

- $(\Delta, \Delta), (O, O), (\square, \square)$ köşegen elemanları β da olduğundan β yansıyandır.
- $(\Delta, \square) \in \beta \Rightarrow (\Delta, \square)^{-1} = (\square, \Delta) \notin \beta$ olduğundan, β simetrik değildir.

Dolayısıyla, β bağıntısı bir denklik bağıntısı değildir.

ÖRNEK SORU

$A = \{F, B, C\}$ kümesinde tanımlı,

$\beta = \{(F, F), (F, C), (B, B), (B, C), (C, F)\}$ bağıntısının denklik bağıntısı olabilmesi için β bağıntısına aşağıdakilerden hangisi eklenmelidir?

- A) $\{(C, C)\}$ B) $\{(C, C), (B, F)\}$
C) $\{(C, C), (C, B), (B, F), (F, B)\}$ D) $\{(C, C), (F, B)\}$
E) $\{(C, B)\}$

Çözüm

$A = \{F, B, C\}$ kümesinde β bağıntısının denklik bağıntısı olabilmesi için yansıma, simetri ve geçişme özelliklerinin olması gerekir.

$\beta = \{(F, F), (F, C), (B, B), (B, C), (C, F)\}$

β ya (C, C) eklenirse yansıyan olur.

$(F, C) \in \beta \Rightarrow (F, C)^{-1} = (C, F) \in \beta$

$(B, C) \in \beta \Rightarrow (B, C)^{-1} = (C, B) \notin \beta$ olduğundan (C, B) elemanı da eklenmelidir.

(C, B) elemanı eklendikten sonra $(F, C) \in \beta$ ve $(C, B) \in \beta$ olduğundan (F, B) elemanı eklenmelidir.

$(F, B) \in \beta \Rightarrow (B, F) \in \beta$ olmalıdır. (B, F) elemanı eklenmelidir.

Yanıt C

Denklik Sınıfları

β , A kümesinde tanımlı bir denklik bağıntısı olsun.

$(x, y) \in \beta$ ise y elemanı β bağıntısına göre x elemanına denktir denir. A kümesinde x elemanına denk tüm elemanların kümesine x in denklik sınıfı denir ve $\bar{x}$ veya $[x]$ ile gösterilir.

$\bar{x} = [x] = \{y : (x, y) \in \beta \text{ ve } y \in A\}$ dir.

Örnek

$A = \{x : x \leq 5, x \in \mathbb{N}\}$ kümesinde;

$\beta = \{(x, y) : 3|(x - y) \text{ ve } x, y \in A\}$ denklik bağıntısı veriliyor.

β bağıntısına göre, 0, 1 ve 2 nin denklik sınıflarını bulunuz.

Çözüm

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ dir.

$$3|(x - y) \Rightarrow \frac{x - y}{3} = k \Rightarrow x - y = 3.k \text{ ve } k \in \mathbb{Z} \text{ dir.}$$

Buradan;

$\beta = \{(0, 0), (0, 3), (1, 1), (1, 4), (2, 2), (2, 5), (3, 3), (3, 0), (4, 1), (4, 4), (5, 2), (5, 5)\}$ dir.

β bağıntısına göre;

$\bar{0} = \{0, 3\}$

$\bar{1} = \{1, 4\}$

$\bar{2} = \{2, 5\}$ olarak bulunur.

ÖRNEK SORU

Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$\beta = \{(x, y) : x^2 + y = y^2 + x \text{ ve } x, y \in \mathbb{R}\}$ denklik bağıntısına göre, (-3) ün denklik sınıfı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-3\}$ B) $\{4\}$ C) $\{-1, -3\}$
D) $\{-3, 4\}$ E) $\{-3, 0, 4\}$

Çözüm

$\bar{(-3)} = \{y : (-3, y) \in \beta \text{ ve } y \in \mathbb{R}\}$ dir.

$$\Rightarrow (-3)^2 + y = y^2 + (-3) \Rightarrow 9 + y = y^2 - 3$$

$$\Rightarrow y^2 - y - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (y - 4) \cdot (y + 3) = 0$$

$$\Rightarrow y_1 = 4 \text{ veya } y_2 = -3 \text{ tür.}$$

Dolayısıyla $\bar{(-3)} = \{-3, 4\}$ tür.

Yanıt D

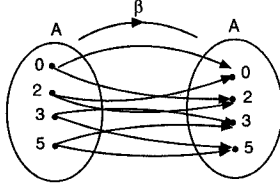
Sıralama Bağıntısı

A kümesinde tanımlı β bağıntısının yansıma, ters simetri ve geçişme özellikleri varsa β bağıntısına sıralama bağıntısı denir.

▲ Not: Sıralama bağıntısının tersi de yine bir sıralama bağıntısıdır.

Örnek

$A = \{0, 2, 3, 5\}$ kümesinde tanımlı β bağıntısının şeması aşağıdadır. Buna göre, β bağıntısının sıralama bağıntısı olup olmadığını inceleyiniz.



Çözüm

Şemaya göre β bağıntısı,

$\beta = \{(0, 0), (0, 2), (2, 0), (2, 2), (3, 3), (3, 5), (5, 3), (5, 5)\}$ dir.

$(0, 0), (2, 2), (3, 3)$ ve $(5, 5) \in \beta$ olduğundan β yansıyandır.

$(0, 2) \in \beta \Rightarrow (0, 2)^{-1} = (2, 0) \in \beta$ olduğundan β bağıntısı ters simetrik değildir. Dolayısıyla β bağıntısı sıralama bağıntısı değildir.

Tam Sıralama – Kısmi Sıralama Bağıntıları

A kümesi üzerinde tanımlı β sıralama bağıntısı verilsin. Eğer A kümesinin her elemanı β bağıntısı ile birbirine bağlı ise, bu bağıntıya tam sıralama bağıntısı denir. A kümesinin bazı elemanları birbirine β bağıntısı ile bağlı değilse β bağıntısına kısmi sıralama bağıntısı denir.

Örnek

$A = \{2, 4, 5, 6\}$ kümesinde tanımlı;

$\beta = \{(x, y): x, y \text{ yi tam böler ve } (x, y) \in A \times A\}$ bağıntısının özelliklerini inceleyiniz.

Çözüm

$\beta = \{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$ dir.

$(2, 2), (4, 4), (5, 5)$ ve $(6, 6) \in \beta$ olduğundan β yansıyandır.

$(2, 4) \in \beta \Rightarrow (4, 2) \notin \beta$

$(2, 6) \in \beta \Rightarrow (6, 2) \notin \beta$ olduğundan β ters simetrik değildir.

$(2, 2) \in \beta$ ve $(2, 4) \in \beta \Rightarrow (2, 4) \in \beta$

$(2, 2) \in \beta$ ve $(2, 6) \in \beta \Rightarrow (2, 6) \in \beta$

$(2, 4) \in \beta$ ve $(4, 4) \in \beta \Rightarrow (2, 4) \in \beta$

$(2, 6) \in \beta$ ve $(6, 6) \in \beta \Rightarrow (2, 6) \in \beta$

Ayrıca köşegen elemanları geçişkenliği bozmayacağından β bağıntısı geçişkendir.

β nın yansıma, geçişme ve ters simetri özelliği olduğundan sıralama bağıntısıdır.

A kümesinin her elemanı birbirine β bağıntısı ile bağlı olmadığından β kısmi sıralama bağıntısıdır.

Mesela $(2, 5) \notin \beta$ dir.

- 1 $(2^{x-2}, x-y+5) = \left(\frac{1}{8}, 1\right)$ olduğuna göre,
x . y sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

- 2 $A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{1, 2\}$ kümeleri veriliyor. Buna göre,
A) $A \times B$ ve $B \times A$ kümelerini yazın.
B) $s(A \times B)$ ve $s(B \times A)$ kaçtır?

ÇÖZÜM:

- 3 $A = \{x \mid -1 \leq x < 4, x \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{x \mid 2 < x < 6, x \in \mathbb{Z}\}$ ve $C = \{-1, 0, 3\}$ olduğuna göre,
 $s((A \times C) \cap (A \times B))$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

- 4 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesi veriliyor. $A \times A$ kümesinin
a) Alt kümelerinin kaç tanesinde $(1, 2)$ ve $(1, 4)$ elemanları bulunur?
b) Beş elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde $(1, 2)$ ve $(1, 4)$ bulunur, $(3, 1)$ bulunmaz?
c) Altı elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde bileşenleri aynı olan ikililerin hepsi bulunur?

ÇÖZÜM:

- 5 $A = \{2, 3\}$ ve $B = \{1, 2, 3\}$ olduğuna göre, $A \times B$ nin grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM:

- 6 $A = [-1, 3)$ ve $B = \{-1, 1, 3\}$ olduğuna göre, $B \times A$ nin grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM:

- 7 $A = [-2, 3)$ ve $B = [-1, 4]$ olduğuna göre, $A \times B$ nin grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM:

- 8 $A = \{x \mid |x - 1| \leq 2, x \in \mathbb{Z}\}$
 $B = \{x \mid 1 < x < 5, x \in \mathbb{R}\}$ kümeleri veriliyor. $B \times A$ kümesinin grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM:

9 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$

kümelerine göre $A \times B$ nin grafiğini içine alan en küçük çemberin çevresi kaç birimdir?

ÇÖZÜM:

10 $A = \{x : x < -1, x \in \mathbb{R}\}$ ve $B = \{y : y \geq -2, y \in \mathbb{R}\}$ kümeleri veriliyor. Buna göre, $(A \times A) \cap (B \times B)$ kümesinin analitik düzlemdeki gösterimi nedir?

ÇÖZÜM:

11 $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{2, 4, 6\}$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangileri A dan B ye bir bağıntıdır.

- a) $\{(1, 2), (1, 3), (2, 6)\}$
- b) $\{(1, 4), (2, 4), (3, 4), (2, 2)\}$
- c) $\{(3, 4), (3, 6)\}$
- d) $\{(1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 3), (2, 4), (3, 6)\}$
- e) $\emptyset$

ÇÖZÜM:

12 $A = \{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı

- a) Bağıntı sayısı kaçtır?
- b) Dört elemanlı bağıntıların kaç tanesinde $(3, 1), (1, 3)$ elemanları bulunur?

ÇÖZÜM:

13 $\beta = \{(x, y) : mx + ny = 4\}$ bağıntısı veriliyor.

$\beta \cap \beta^{-1} = \{(1, 2)\}$ olduğuna göre, $m \cdot n$ çarpımının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

14 $\beta = \{(x, y) : x - y = 2 \text{ ve } x \leq 1\}$ reel sayılar kümesinde tanımlı bağıntının grafiğini çizin.

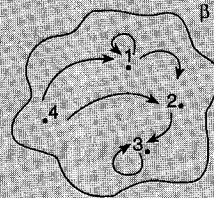
ÇÖZÜM:

15 $A = \{x : -4 < x < 3, x \in \mathbb{Z}\}$ kümesinde tanımlı

$\beta = \{(x, y) : y = 2x - 4, x, y \in A\}$ bağıntısına göre β^{-1} bağıntısını bulunuz.

ÇÖZÜM:

16



Venn şeması verilen β bağıntısı kaç elemanlıdır?

ÇÖZÜM:

17 $A = \{a, b, c\}$ olduğuna göre, A kümesinde tanımlı aşağıdaki bağıntılarda yansıma, simetri, ters simetri ve geçişme özelliklerinin bulunup bulunmadıklarını inceleyiniz.

- a) $\beta_1 = \{(a,a), (b,b), (c,c), (a,c), (c,a), (b,c)\}$
b) $\beta_2 = \{(a,a), (b,b), (b,c), (c,b)\}$
c) $\beta_3 = \{(a,a), (b,b), (c,c), (a,c), (c,b)\}$

çözüm:

18 Reel sayılarda tanımlı,

$\beta = \{(x, y) : x + y = 1\}$ bağıntısının hangi özellikleri vardır?

çözüm:

19 $A = \{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı dört elemanlı kaç tane yansıyan bağıntı vardır?

çözüm:

20 $\beta : R \rightarrow R$

$\beta = \{(x, y) : x < y + 3\}$ bağıntısının yansıma özelliği var mıdır?

çözüm:

21 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı bir bağıntının yansıma, simetri ve geçişme özelliği olup, tersi simetri özelliği olmadığına göre en az kaç elemanlı olabilir?

çözüm:

22 $A = \{a, b, c, d\}$ kümesinde tanımlı

$\beta = \{(a, b), (b, b), (d, d), (b, c)\}$ bağıntısının geçişken olması için en az kaç eleman eklenmelidir?

çözüm:

23 $A = \{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı

- a) Simetri özelliği olan kaç tane bağıntı vardır?
b) Yansıma ve simetri özelliği olan kaç tane bağıntı vardır?
c) Yansıma ve simetri özelliği olan bağıntı en az kaç elemanlıdır?

çözüm:

24 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ kümesinde tanımlı

$\beta = \{(x, y) : 3 \mid (x - y), x, y \in A\}$ bağıntısı için;

- a) Hangi özellikleri sağlar?
b) Sıralama bağıntısı mıdır?
c) Denklik bağıntısı mıdır?
d) 2'nin denklik sınıfı nedir?

çözüm:

25 Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$\beta = \{(x, y) : x^2 - y = y^2 - x, x, y \in R\}$ bağıntısına göre, 1'in denklik sınıfı nedir?

çözüm:

FONKSİYON

A ve B boş olmayan iki küme ve f , A dan B ye bir bağıntı olsun. f bağıntısı A kümesinin her elemanını B kümesinin yalnız bir elemanına eşlerse f ye A dan B ye bir fonksiyon denir.

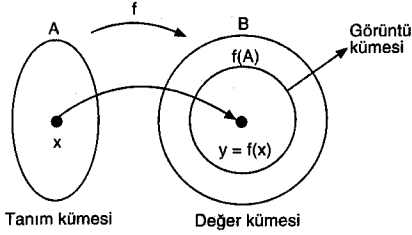
$$f: A \rightarrow B \text{ veya } A \xrightarrow{f} B$$

şeklinde gösterilir.

- $\forall x \in A$ için $(x, y) \in f$ olacak şekilde en az bir $y \in B$ vardır.
- $f: A \rightarrow B, \forall x \in A$ için $y = f(x) \in B$ dir.

A ya f fonksiyonunun tanım kümesi, B ye de f fonksiyonunun değer kümesi denir.

$f(A)$ ya ise f fonksiyonunun görüntü kümesi denir.



Şemadan da görüldüğü gibi $f(A) \subset B$ dir.

ÖRNEK SORU

$$A = \{a, b, c\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7, 8\} \text{ kümeleri veriliyor.}$$

Aşağıdaki bağıntılardan kaç tanesi A dan B ye bir fonksiyondur?

- $f_1 = \{(a, 2), (b, 3), (c, 5), (a, 3)\}$
- $f_2 = \{(a, 8), (b, 8), (c, 8)\}$
- $f_3 = \{(a, 2), (c, 5)\}$
- $f_4 = \{(a, 2), (c, 3), (b, 3)\}$
- $f_5 = \{(a, 7), (b, 5), (c, 8)\}$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

I. $f_1: A \rightarrow B$,
 $(a, 2) \in f_1$ ve $(a, 3) \in f_1$
 olduğundan a nın iki tane görüntüsü vardır. Dolayısıyla f_1 fonksiyon değildir.

II. $f_2: A \rightarrow B$,
 A tanım kümesinin açıkta elemanı kalmadığından ve tanım kümesindeki her bir elemanın yalnız bir görüntüsü olduğundan f_2 fonksiyondur.

III. $f_3: A \rightarrow B$,
 A tanım kümesindeki b elemanının görüntüsü yoktur. Dolayısıyla f_3 fonksiyon değildir.

IV ve V için A tanım kümesinin açıkta elemanı kalmadığından ve birden fazla görüntüleri olmadığından f_4 ve f_5 bağıntıları fonksiyondur.

Sonuç olarak II, IV ve V nolu bağıntılar fonksiyon olup 3 tanedir.

Yanıt C

▲ Not: Her fonksiyon bir bağıntıdır. Ama her bağıntı fonksiyon olmayabilir.

ÖRNEK SORU

$$A = \{-2, -1, 1, 3\}$$

$$B = \{-11, -10, -8, -7, -1, 4, 5, 6\}$$

kümeleri veriliyor.

$f: A \rightarrow B, f(x) = 3x - 4$ olduğuna göre, $f(A)$ görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-10, -7, -1, 5\}$ B) $\{-11, -10, -7, 6\}$
 C) $\{-10, -1, 5, 6\}$ D) $\{-10, -7, 5, 6\}$
 E) $\{-7, -1, 4, 5\}$

Çözüm

$$x = -2 \text{ için } f(-2) = 3 \cdot (-2) - 4 = -10$$

$$x = -1 \text{ için } f(-1) = 3 \cdot (-1) - 4 = -7$$

$$x = 1 \text{ için } f(1) = 3 \cdot (1) - 4 = -1$$

$$x = 3 \text{ için } f(3) = 3 \cdot 3 - 4 = 5$$

$$f(A) = \{-10, -7, -1, 5\} \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt A

Örnek

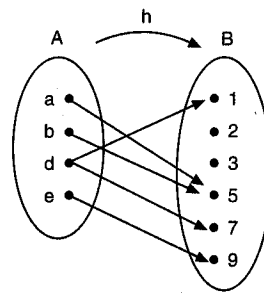
Tanım kümesi, $A = \{a, b, d, e\}$ ve değer kümesi

$B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ olan aşağıdaki bağıntıların fonksiyon olup olmadıklarını inceleyiniz.

I. $f = \{(a, 2), (a, 5), (b, 1), (d, 1)\}$

II. $g = \{(a, 3), (b, 2), (d, 1), (e, 9)\}$

III.



Çözüm

I. f bağıntısı incelendiğinde a elemanının birden fazla görüntüsü vardır. Dolayısıyla f fonksiyon değildir.

II. g bağıntısına göre tanım kümesinde açıkta eleman kalmadığından ve her elemanın bir tane görüntüsü olduğundan g fonksiyondur.

III. h bağıntısının şeması incelendiğinde d elemanının iki tane görüntüsü olduğundan h fonksiyon değildir.

ÖRNEK SORU

$f: A \rightarrow B$, $f(x) = 2x + 3$ ve

$B = \{5, 7, 9, 11\}$ olduğuna göre, f fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1, 3, 4, 5\}$ B) $\{2, 3, 4, 5\}$ C) $\{1, 2, 3, 4\}$
D) $\{1, 3, 4, 6\}$ E) $\{3, 4, 5, 6\}$

Çözüm

$B = \{5, 7, 9, 11\}$

$$f(x) = 5 \Rightarrow 2x + 3 = 5 \Rightarrow x = 1$$

$$f(x) = 7 \Rightarrow 2x + 3 = 7 \Rightarrow x = 2$$

$$f(x) = 9 \Rightarrow 2x + 3 = 9 \Rightarrow x = 3$$

$$f(4) = 11 \Rightarrow 2x + 3 = 11 \Rightarrow x = 4$$

ve en geniş tanım kümesi $A = \{1, 2, 3, 4\}$ olarak bulunur.

Yanıt C**Örnek**

$A = \{-1, 0, 1, 2\}$ kümesi ile

$f: A \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = x^2 + x - 4$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f fonksiyonunun grafiğini çizin.

Çözüm

$A = \{-1, 0, 1, 2\}$

$$f(-1) = (-1)^2 + (-1) - 4 = -4$$

$$f(0) = 0^2 + 0 - 4 = -4$$

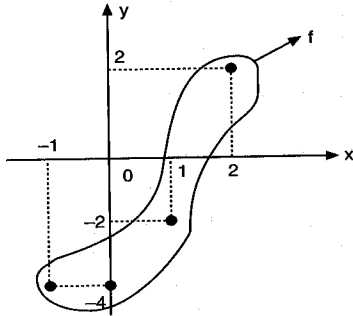
$$f(1) = 1^2 + 1 - 4 = -2$$

$$f(2) = 2^2 + 2 - 4 = 2$$

Yani,

$f = \{(-1, -4), (0, -4), (1, -2), (2, 2)\}$ dir.

Grafiği ise;

**ÖRNEK SORU**

Reel sayılar kümesinde tanımlanan aşağıdaki bağıntıların fonksiyon olup olmadıklarını inceleyiniz.

I. $f_1 = \left\{ (x, y) : y = \frac{2x}{x^2 - 4} \right\}$

II. $f_2 = \left\{ (x, y) : ly + 1l = 2x + 4 \right\}$

III. $f_3 = \left\{ (x, y) : y = x^2 \right\}$

Çözüm

I. $f_1 = \left\{ (x, y) : y = \frac{2x}{x^2 - 4} \right\}$

bağıntısında $x = \pm 2$ için $y = \frac{2x}{x^2 - 4}$ ifadesinin paydası sıfır olacağından ifade tanımsız olur.

Dolayısıyla ± 2 nin görüntüsü bulunamaz ve tanım kümesinde açıkta eleman kalır. Dolayısıyla f_1 fonksiyon değildir.

II. $f_2 = \left\{ (x, y) : ly + 1l = 2x + 4 \right\}$

$x = 5$ için $ly + 1l = 2.5 + 4$

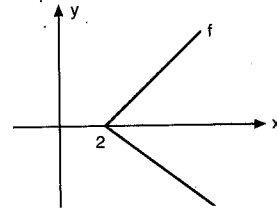
$\Rightarrow ly + 1l = 14 \Rightarrow y + 1 = 14$ veya $y + 1 = -14$ olur.

Buradan $y = 13$ veya $y = -15$ olur. Bu da tanım kümesinde ki 5 in iki farklı görüntüsünün olduğunu gösterir ve f_2 fonksiyon değildir.

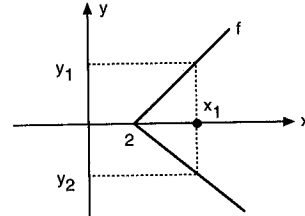
III. $f_3 = \left\{ (x, y) : y = x^2 \right\}$ bağıntısında $x \in \mathbb{R}$ sayılarının tek görüntüleri olduğundan f_3 fonksiyondur.

Örnek

Reel sayılar kümesinde f bağıntısının grafiği veriliyor.



Buna göre, f bağıntısının fonksiyon olup olmadığını inceleyiniz.

Çözüm

$x_1 > 2$ için grafikte de görüldüğü gibi bu noktanın iki tane görüntüsü vardır. Dolayısıyla f bağıntısı fonksiyon değildir.

▲ Not: Grafiği verilen bir bağıntının fonksiyon olup olmadığını anlamak için bağıntının tanım kümesinin her noktasından x eksenine dik doğrular çizilir. Grafiği kesmeye dikme kalmaz ve dikmelerin her biri grafiği birer noktada keser ise verilen bağıntı fonksiyondur.

ÖRNEK SORU

Bir f fonksiyonu "Her bir reel sayıyı, karesinin 3 katının 5 fazlasına götürüyor." şeklinde tanımlanmıştır.

Buna göre, 7 nin ve (-3) ün görüntülerinin toplamı kaçtır?

- A) 172 B) 176 C) 180 D) 184 E) 194

Çözüm

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere $\forall x \in \mathbb{R}$ için

$$f(x) = 3 \cdot x^2 + 5 \text{ tir.}$$

$$f(7) = 3 \cdot 7^2 + 5 = 152$$

$$f(-3) = 3 \cdot (-3)^2 + 5 = 32 \text{ ve}$$

$$f(7) + f(-3) = 152 + 32 = 184$$

olarak bulunur.

Yanıt D

ÖRNEK SORU

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f(x) = x^2 + 2x - 4$ fonksiyonu veriliyor.

A = [-2, 2] olduğuna göre, f(A) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (-5, 4) B) [0, 4] C) [-5, 4]
D) [-1, 4] E) [0, 5]

Çözüm

$$f(x) = x^2 + 2x - 4 \Rightarrow f(x) = (x+1)^2 - 5 \text{ olarak düzenlenirse,}$$

$$A = [-2, 2] \text{ ve } \forall x \in A \text{ için}$$

$$-2 < x \leq 2 \Rightarrow -2 + 1 < x + 1 \leq 2 + 1$$

$$\Rightarrow -1 < x + 1 \leq 3$$

$$\Rightarrow 0 \leq (x+1)^2 \leq 9$$

$$\Rightarrow -5 \leq (x+1)^2 - 5 \leq 4$$

$$\Rightarrow -5 \leq f(x) \leq 4$$

$$\Rightarrow f(A) = \{y : -5 \leq y \leq 4, y \in \mathbb{R}\}$$

$$\Rightarrow f(A) = [-5, 4] \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

$f: A \rightarrow B$,

$$f(x) = \frac{3x-4}{5} \text{ fonksiyonu veriliyor.}$$

f(A) = B = [-2, 4] olduğuna göre, A tanım kümesinde kaç tane tam sayı vardır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 14

Çözüm

$$f(A) = B = [-2, 4]$$

$$y = f(x) = \frac{3x-4}{5} \text{ ve } y \in B \text{ olduğundan}$$

$$-2 \leq y < 4 \Rightarrow -2 \leq \frac{3x-4}{5} < 4$$

$$\Rightarrow -10 \leq 3x - 4 < 20$$

$$\Rightarrow -6 \leq 3x < 24$$

$$\Rightarrow -2 \leq x < 8 \text{ dir.}$$

Dolayısıyla;

$$A = \{x: -2 \leq x < 8, x \in \mathbb{R}\} \text{ dir.}$$

$$-2 \leq x < 8 \text{ için tam sayı olarak;}$$

$$x; -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \text{ değerlerini alır ve 10 tanedir.}$$

Yanıt B

ÖRNEK SORU

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(2x-5) = \frac{3x+1}{4} \text{ olduğuna göre, } f(1) + \frac{1}{2} = f(m+1)$$

eşitliğinde m değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

Çözüm

$$f(2x-5) = \frac{3x+1}{4} \text{ fonksiyonunda } f(1) \text{ i bulmak için } 2x-5 = 1$$

$$x = 3 \text{ bulunur.}$$

Fonksiyonda x yerine 3 yazılırsa,

$$f(2 \cdot 3 - 5) = \frac{3 \cdot 3 + 1}{4} \Rightarrow f(1) = \frac{5}{2} \text{ bulunur.}$$

$$f(1) + \frac{1}{2} = f(m+1)$$

$$\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = f(m+1) \Rightarrow f(m+1) = 3 \text{ bulunur.}$$

$$\text{Görüntü kümesinde } \frac{3x+1}{4} = 3 \text{ denkleminde, } x = \frac{11}{3}$$

bulunur ve bu x değeri fonksiyonda yerine yazılırsa,

$$f\left(2 \cdot \frac{11}{3} - 5\right) = \frac{3 \cdot \frac{11}{3} + 1}{4}$$

$$f\left(\frac{7}{3}\right) = 3 \text{ bulunur. } m+1 = \frac{7}{3} \text{ den}$$

$$m = \frac{4}{3} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

ÖRNEK SORU

f(x+1) = 2x+f(x) fonksiyonu veriliyor. f(0) = 4 olduğuna göre, f(10) kaçtır?

- A) 82 B) 88 C) 94 D) 96 E) 114

Çözüm

Verilen eşitlik $f(x+1) - f(x) = 2x$ şeklinde düzenlenirse,

$$x = 0 \text{ için } f(1) - f(0) = 0$$

$$x = 1 \text{ için } f(2) - f(1) = 2$$

$$\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$$

$$\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$$

$$x = 9 \text{ için } f(10) - f(9) = 18 \text{ bulunur.}$$

Bulunan denklemler taraf tarafa toplanır, en son kalan denklem

$$f(10) - \frac{f(0)}{4} = \frac{0 + 2 + \dots + 18}{9 \cdot 10} \text{ olur.}$$

$$f(10) = 90 + 4 \Rightarrow f(10) = 94 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

$f(x) = 2^{x-2}$ olduğuna göre, $f(3x)$ in $f\left(\frac{x}{2}\right)$ cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f^6\left(\frac{x}{2}\right)$ B) $2^6 \cdot f^6\left(\frac{x}{2}\right)$ C) $2^6 \cdot f^3\left(\frac{x}{2}\right)$
D) $2^8 \cdot f^3\left(\frac{x}{2}\right)$ E) $2^{10} \cdot f^6\left(\frac{x}{2}\right)$

Çözüm

Öncelikle $f\left(\frac{x}{2}\right) = 2^{\frac{x}{2}-2}$ fonksiyonunda $f\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{2^x}{4}$

$$\Rightarrow 2^{\frac{x}{2}} = 4f\left(\frac{x}{2}\right) \Rightarrow 2^x = 16f^2\left(\frac{x}{2}\right) \text{ dir.}$$

$f(3x) = 2^{3x-2}$, $f(3x) = \frac{(2^x)^3}{4}$ fonksiyonunda 2^x yerine $16f^2\left(\frac{x}{2}\right)$

$$\text{yazılırsa, } f(3x) = \frac{\left[16f^2\left(\frac{x}{2}\right)\right]^3}{4} = 2^{10} \cdot f^6\left(\frac{x}{2}\right) \text{ bulunur.}$$

Yanıt E**FONKSİYONLARDA İŞLEMLER**

$f: A \rightarrow R$, $g: B \rightarrow R$ ve $A \cap B \neq \emptyset$ olmak üzere,

- $(f \mp g): A \cap B \rightarrow R$ ve $(f \mp g)(x) = f(x) \mp g(x)$
- $(f \cdot g): (A \cap B) \rightarrow R$ ve $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
- $c \in R$ ve $n \in R$ olmak üzere, $(c \cdot f)(x) = c \cdot f(x)$ ve $(f^n)(x) = f^n(x) = [f(x)]^n$ dir.
- $\left(\frac{f}{g}\right): (A \cap B) \rightarrow R$ ve $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $(g(x) \neq 0)$

olarak tanımlanır.

ÖRNEK SORU

$f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^2 + 2x + 5$

$g: R \rightarrow R$, $g(x) = 3x^2 - 4x - 7$ fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(2f - 3g)(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $7x^2 - 6x + 31$ B) $8x^2 - 6x + 31$
C) $7x^2 + 16x - 31$ D) $-7x^2 + 16x + 31$
E) $-7x^2 - 16x + 31$

Çözüm

$$\begin{aligned} (2f - 3g)(x) &= 2f(x) - 3g(x) \\ &= 2(x^2 + 2x + 5) - 3(3x^2 - 4x - 7) \\ &= -7x^2 + 16x + 31 \text{ olarak bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt D**ÖRNEK SORU**

$f: R^2 \rightarrow R$, $f(x, y) = x^3 + x^2y + y - 4$

funksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^5(-1, 1)$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 243 B) 81 C) 27
D) -81 E) -243

Çözüm

$$f^5(-1, 1) = [f(-1, 1)]^5$$

$$f(-1, 1) = (-1)^3 + (-1)^2 \cdot 1 + 1 - 4$$

$$= -1 + 1 + 1 - 4 = -3$$

$$\Rightarrow [f(-1, 1)]^5 = (-3)^5 = -243 \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt E**ÖRNEK SORU**

$f: R^2 \rightarrow R$,

$f(x, y) = x^2 - 2xy + y^2$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^8[2, f(1907, 1905)]$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2^{10} B) 2^{12} C) 2^{14} D) 2^{16} E) 2^{18}

Çözüm

$$f(x, y) = x^2 - 2xy + y^2$$

$$\Rightarrow f(x, y) = (x - y)^2$$

$$f(1907, 1905) = (1907 - 1905)^2 = 4$$

$$\Rightarrow f^8(2, 4) = [f(2, 4)]^8 \text{ dir.}$$

$$f(2, 4) = (2 - 4)^2 = 4$$

$$\Rightarrow [f(2, 4)]^8 = 4^8 = 2^{16} \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt D**EŞİT FONKSİYONLAR**

f ve $g: A \rightarrow B$ fonksiyonları verilsin. $\forall x \in A$ için

$f(x) = g(x)$ oluyorsa f ve g fonksiyonlarına eşit fonksiyonlar denir ve $f = g$ ile gösterilir.

FONKSİYON ÇEŞİTLERİ**BİREBİR FONKSİYON**

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonu için A tanım kümesinin farklı elemanlarının görüntüleri de farklı ise f fonksiyonuna birebir fonksiyon denir.

$$\forall x_1, x_2 \in A \text{ için } x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2) \text{ veya}$$

$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ önermeleri doğru ise f fonksiyonu birebirdir.

Örnek

Reel sayılar kümesinde verilen aşağıdaki fonksiyonların birebir olup olmadıklarını inceleyiniz.

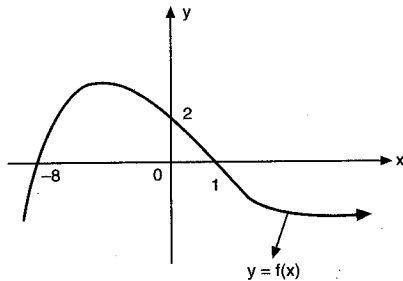
- I. $f(x) = 2x + 1$
- II. $g(x) = x^2 + 4$
- III. $h(x) = x^3 + 2$
- IV. $k(x) = |x|$

Çözüm

- I. $f(x) = 2x + 1$
 $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow 2x_1 + 1 = 2x_2 + 1$
 $\Rightarrow x_1 = x_2$ olduğundan f birebirdir.
- II. $g(x) = x^2 + 4$
 $g(x_1) = g(x_2) \Rightarrow x_1^2 + 4 = x_2^2 + 4$
 $\Rightarrow x_1^2 = x_2^2$
 $\Rightarrow x_1 = x_2$ veya $x_1 = -x_2$
olduğundan g birebir değildir.
- III. $h(x) = x^3 + 2$
 $h(x_1) = h(x_2) \Rightarrow x_1^3 + 2 = x_2^3 + 2$
 $\Rightarrow x_1^3 = x_2^3$
 $\Rightarrow x_1 = x_2$ olduğundan h birebirdir.
- IV. $k(x) = |x|$
 $k(x_1) = k(x_2) \Rightarrow |x_1| = |x_2|$
 $\Rightarrow x_1 = x_2$ veya $x_1 = -x_2$
olduğundan k fonksiyonu birebir değildir.

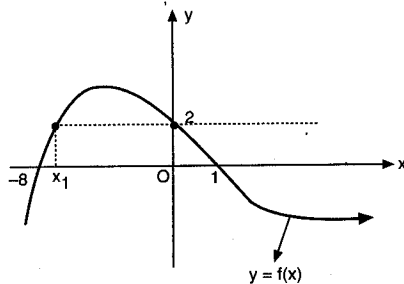
Örnek

Reel sayılar kümesinde f fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre, f fonksiyonunun bire bir olup olmadığını inceleyiniz.

Çözüm



Şekilde de görüldüğü gibi $f(x_1) = 2$ ve $f(0) = 2$ dir. Dolayısıyla $f(x_1) = f(0) \Rightarrow x_1 \neq 0$ olduğundan f birebir değildir.

▲ Not: Grafiği verilen bir fonksiyonun birebir olup olmadığını anlamak için, y eksenine dikeyler çizilir. Çizilen dikeyler grafiği tek noktalarda keserse f birebirdir. Aksi halde f birebir değildir.

ÖRTEN FONKSİYON

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonu için $f(A) = B$ oluyorsa, f fonksiyonuna örten fonksiyon denir. Ayrıca f birebir ise birebir örten fonksiyondur.

Örten fonksiyonun değer kümesinde açıkta eleman yoktur.

Örnek

$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = 2x + 1$ fonksiyonunun örten olup olmadığını inceleyiniz.

Çözüm

- $x = 0$ için $f(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$
- $x = 1$ için $f(1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$
- $x = 2$ için $f(2) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$

Bu şekilde devam edildiğinde değer kümesinde çift doğal sayılar açıkta kalmaktadır. Dolayısıyla f fonksiyonu örten değildir.

İÇİNE FONKSİYON

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonu için $f(A) \neq B$ ise f fonksiyonuna içine fonksiyon denir. Örten olmayan fonksiyon içine fonksiyondur.

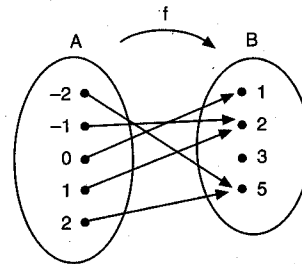
Örnek

$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ve $B = \{1, 2, 3, 5\}$ kümeleri için

$f: A \rightarrow B$, $f(x) = x^2 + 1$ fonksiyonu içine fonksiyon mudur?

Çözüm

- $f(x) = x^2 + 1$
- $x = -2$ için $f(-2) = (-2)^2 + 1 = 5$
- $x = -1$ için $f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$
- $x = 0$ için $f(0) = 0^2 + 1 = 1$
- $x = 1$ için $f(1) = 1^2 + 1 = 2$
- $x = 2$ için $f(2) = 2^2 + 1 = 5$ tir.



Şemadan da görüldüğü gibi değer kümesinde 3 elemanı açıkta kalmıştır. Dolayısıyla f fonksiyonu içine fonksiyondur.

BİRİM (ÖZDEŞ) FONKSİYON

f: A → A, f(x) = x kuralı ile tanımlı fonksiyona A'nın birim fonksiyonu denir ve I_A ile gösterilir.

R de birim fonksiyon ise $I(x) = x$ tir.

ÖRNEK SORU

f: R → R

$f(x) = (2m-4)x^2 + (m+n-4)x + k^2$ fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre, **f(m.n+k)** nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Çözüm

f birim fonksiyon olduğundan $f(x) = x$ dir.

$$x = \underbrace{(2m-4)}_0 x^2 + \underbrace{(m+n-4)}_1 x + \underbrace{k^2}_0$$

$$\Rightarrow 2m-4=0 \Rightarrow m=2$$

$$\Rightarrow m+n-4=1 \Rightarrow 2+n-4=1$$

$$\Rightarrow n=3$$

$$\Rightarrow k^2=0 \Rightarrow k=0$$

$$f(m.n+k) = f(2.3+0) = f(6) = 6 \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt E

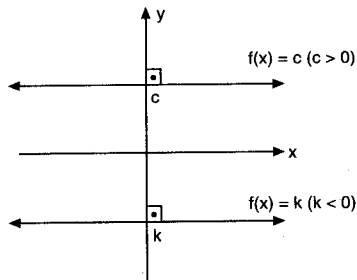
SABİT FONKSİYON

f: A → B, $c \in B$ olmak üzere,

$\forall x \in A$ için $f(x) = c$ (sabit) ise f fonksiyonuna sabit fonksiyon denir.

Eğer $c = 0$ alınırsa $f(x) = 0$ fonksiyonuna sıfır fonksiyonu denir.

$f(x) = c$, $c \in R$ sabit fonksiyonlarının grafikleri,



biçimindedir.

ÖRNEK SORU

Reel sayılar kümesinde;

$$f(x) = (m-2)x^2 + (n-1)x + 7$$

$$g(x) = (m.n+k)x + s - n - m$$
 fonksiyonları veriliyor.

f sabit fonksiyon, g sıfır fonksiyonu olduğuna göre,

$$\frac{m+n}{k.s} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{6}$

Çözüm

$$f(x) = (m-2)x^2 + (n-1)x + 7 \text{ fonksiyonu sabit fonksiyon ise}$$
$$m-2=0 \Rightarrow m=2$$

$$n-1=0 \Rightarrow n=1 \text{ olmalıdır.}$$

$$g(x) = (m.n+k)x + s - n - m \text{ fonksiyonu sıfır fonksiyonu ise}$$

$$m.n+k=0 \Rightarrow k=-m.n=-2.1 \Rightarrow k=-2$$

$$s-n-m=0 \Rightarrow s=m+n=2+1 \Rightarrow s=3 \text{ tür.}$$

$$\text{Buradan } \frac{m+n}{k.s} = \frac{2+1}{(-2).3} = \frac{3}{-6} = -\frac{1}{2} \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt B

PARÇALI FONKSİYON

Tanım kümesinin alt kümelerinde farklı birer kural ile tanımlanan fonksiyonlara parçalı fonksiyon denir. Tanım kümesinin bölündüğü noktalara fonksiyonun kritik noktaları denir.

ÖRNEK SORU

Reel sayılar kümesinde

$$f(x) = \begin{cases} 2x-4, & x > 2 \\ 4^x, & x \leq 2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x^2+x, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$$

fonsiyonları veriliyor.

Buna göre, $\frac{f(1)+g(2+f(3))}{g(-4)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

Çözüm

$$f(1) = 4^1 = 4$$

$$g(-4) = -4$$

$$f(3) = 2.3 - 4 = 2$$

$$\Rightarrow g(2+f(3)) = g(2+2) = g(4)$$

$$\Rightarrow g(4) = 4^2 + 4 = 20 \text{ dir.}$$

Buradan

$$\frac{f(1)+g(2+f(3))}{g(-4)} = \frac{4+20}{-4} = -6 \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt A

ÖRNEK SORU

Reel sayılar kümesinde;

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2, & x \geq 0 \text{ ise} \\ x+4, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{4}, & x \leq 0 \text{ ise} \\ 2x, & x > 0 \text{ ise} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonları tanımlanıyor.

Buna göre, $\frac{(3.f+g)(1)}{(f.g)(-5)}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden

hangisidir?

- A) 8 B) 4 C) 2 D) -2 E) -8

Çözüm

$$\frac{(3f+g)(1)}{(f.g)(-5)} = \frac{3.f(1)+g(1)}{f(-5).g(-5)} \text{ dir.}$$

$$f(1) = 2.1^2 \Rightarrow f(1) = 2$$

$$g(1) = 2.1 \Rightarrow g(1) = 2$$

$$f(-5) = -5 + 4 \Rightarrow f(-5) = -1$$

$$g(-5) = \frac{-5+1}{4} \Rightarrow g(-5) = -1 \text{ ve}$$

$$\frac{3.f(1)+g(1)}{f(-5).g(-5)} = \frac{3.2+2}{(-1).(-1)} = 8$$

olarak bulunur.

Yanıt A

Örnek

Reel sayılar kümesinde;

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x \leq 1 \\ x+4, & x > 1 \end{cases}$$

ve

$$g(x) = \begin{cases} 4x+7, & x \geq 3 \\ 5x-3, & x < 3 \end{cases}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f+g)(x)$ fonksiyonu bulunuz.

Çözüm

x	1	3
f(x)	2x+3	x+4
g(x)	5x-3	5x-3
f(x)+g(x)	7x	6x+1

Sonuç olarak;

$$(f+g)(x) = \begin{cases} 7x, & x \leq 1 \\ 6x+1, & 1 < x < 3 \\ 5x+11, & x \geq 3 \end{cases}$$

olarak bulunur.

PERMÜTASYON FONKSİYON

A sonlu ve sayılabilir bir küme olsun.

$f: A \rightarrow A$ tanımlanabilecek birebir ve örten her fonksiyona A'nın bir permütasyonu denir.

Mesela $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinde tanımlı;

$$f = \{(a, e), (b, d), (c, a), (d, b), (e, c)\}$$

fonksiyonu bir permütasyon fonksiyondur. Bu fonksiyon;

$$f = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e \\ e & d & a & b & c \end{pmatrix} \rightarrow \text{tanım kümesi}$$

biçiminde gösterilebilir. Burada

$$f(a) = e, f(b) = d, f(c) = a,$$

$$f(d) = b \text{ ve } f(e) = c \text{ dir.}$$

ÖRNEK SORU

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ ve } g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

fonksiyonları veriliyor.

$(2f+3g)(1) - g(2)$ değeri kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 11 D) 12 E) 14

Çözüm

$$(2f+3g)(1) = 2f(1)+3g(1) = 2.4+3.2$$

$$= 8 + 6$$

$$= 14$$

$g(2) = 4$ olduğundan,

$$(2f+3g)(1)-g(2) = 14 - 4 = 10 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

TEK VE ÇİFT FONKSİYON

$f: A \rightarrow R$ fonksiyonu verilsin.

$\forall x \in A$ için $-x \in A$ olmak üzere,

- $f(-x) = f(x) \Rightarrow f$ fonksiyonu çift fonksiyondur. Çift fonksiyonların grafikleri 0y eksenine göre simetrik.
- $f(-x) = -f(x) \Rightarrow f$ fonksiyonu tek fonksiyondur. Tek fonksiyonların grafikleri orijine göre simetrik.

ÖRNEK SORU

$f: R \rightarrow R$

$$f(x) = 2x^3 - (a+2)x^2 + 5x - b + 1$$

fonksiyonu tek fonksiyon olduğuna göre, **a.b değeri kaçtır?**

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm

$f(x)$ tek fonksiyon ise çift dereceli terimler bulunmaz. Buna göre, $a+2 = 0 \Rightarrow a = -2$

$$-b+1 = 0 \Rightarrow b = 1$$

O halde, $a.b = (-2).1 = -2$ bulunur.

Yanıt A

DOĞRUSAL FONKSİYON

$f(x) = ax+b$ şeklindeki birinci dereceden fonksiyonlara doğrusal fonksiyon denir. Bu fonksiyonların grafiği analitik düzlemde bir doğrudur.

ÖRNEK SORU

$f(x)$ fonksiyonu doğrusal fonksiyon olmak üzere;

$f(1) = 4$ ve $f(-2) = 1$ olduğuna göre, $f(10)$ kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 15

Çözüm

$$\begin{aligned} f(x) &= ax+b \text{ şeklindedir} \\ f(1) &= a+b=4 \\ f(-2) &= -2a+b=1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{denklemleri ortak çözümlürse} \quad a=1, b=3 \text{ bulunur.}$$

$f(x) = x + 3$ olduğuna göre, $f(10) = 13$ bulunur.

Yanıt D

FONKSİYON SAYISI

$s(A) = m$ ve $s(B) = n$ olmak üzere;

1. A dan B ye tanımlanabilecek fonksiyon sayısı;

$$s(B)^{s(A)} = n^m \text{ dir.}$$

2. A dan B ye tanımlanabilecek bire bir fonksiyonların sayısı $m \leq n$ olmak üzere;

$$P(n,m) = \frac{n!}{(n-m)!} \text{ dir.}$$

3. A dan A ya tanımlanabilecek 1 – 1 ve örten fonksiyonların sayısı (permütasyon fonksiyonların sayısı); $m!$ dir.

4. A dan B ye tanımlanabilecek sabit fonksiyonların sayısı; $s(B) = n$ dir.

ÖRNEK SORU

$$\begin{aligned} A &= \{x: 2^x \leq 9, x \in \mathbb{N}\} \\ B &= \{x: |x| \leq 1, x \in \mathbb{Z}\} \end{aligned}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, A den B ye kaç tane fonksiyon olmayan bağıntı tanımlanabilir?

- A) 4018 B) 4017 C) 4015
D) 4010 E) 4005

Çözüm

$$\begin{aligned} A &= \{x: 2^x \leq 9, x \in \mathbb{N}\} \\ &= \{0, 1, 2, 3\} \\ B &= \{x: |x| \leq 1, x \in \mathbb{Z}\} \\ &= \{-1, 0, 1\} \text{ dir.} \end{aligned}$$

$$A \text{ dan } B \text{ ye } 2^{s(A) \cdot s(B)} = 2^{4 \cdot 3} = 2^{12} = 4096$$

tane bağıntı tanımlanabilir.

A dan B ye $s(B)^{s(A)} = 3^4 = 81$ tane fonksiyon tanımlanabilir.

Fonksiyon olmayan bağıntı sayısı,

$$4096 - 81 = 4015 \text{ tanedir.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

$$B = \{x: x < 11, x \text{ asal sayı}\}$$

sayı kümesinde kaç tane içine fonksiyon tanımlanabilir?

- A) 242 B) 236 C) 232 D) 228 E) 224

Çözüm

$$B = \{2, 3, 5, 7\} \text{ dir.}$$

B den B ye $4^4 = 256$ tane fonksiyon tanımlanabilir. B den B ye tanımlanabilecek örten fonksiyonlar aynı zamanda birebir fonksiyon olacağından sayısı $4! = 24$ tanedir.

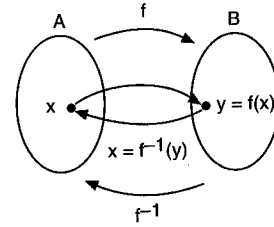
Dolayısıyla içine fonksiyonların sayısı $256 - 24 = 232$ tanedir.

Yanıt C

BİR FONKSİYONUN TERSİ

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonunu birebir ve örten olsun.

f nin tersi f^{-1} ile gösterilir ve $f^{-1}: B \rightarrow A$ dir.



$$f: A \rightarrow B \Leftrightarrow f^{-1}: B \rightarrow A$$

$$f(x) = y \Leftrightarrow x = f^{-1}(y) \text{ dir.}$$

f ile f^{-1} fonksiyonlarının grafikleri $y = x$ doğrusuna göre simetriktr.

ÖRNEK SORU

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 7$ fonksiyonunun tersi olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x-7$ B) $x+7$ C) $\frac{x+7}{3}$ D) $3x-7$ E) $\frac{x-7}{3}$

Çözüm

$$f(x) = y \Rightarrow f^{-1}(y) = x$$

$$y = 3x + 7 \Rightarrow 3x = y - 7$$

$$\Rightarrow x = \frac{y-7}{3}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y-7}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-7}{3}$$

olarak bulunur.

Yanıt E

ÖRNEK SORU

$$f: R - \{3\} \rightarrow R - \{1\},$$

$$f(x) = \frac{x+4}{x-3}$$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x-4}{x+3}$ B) $\frac{3x+4}{x-1}$ C) $\frac{3x-4}{x-1}$ D) $\frac{x+3}{x-4}$ E) $\frac{3x-1}{x-4}$

Çözüm

$$y = f(x) \Rightarrow x = f^{-1}(y) \text{ dir.}$$

$$y = \frac{x+4}{x-3} \Rightarrow x \cdot y - 3y = x + 4$$

$$\Rightarrow x \cdot y - x = 3y + 4 \Rightarrow x(y - 1) = 3y + 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{3y+4}{y-1} \Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{3y+4}{y-1}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x+4}{x-1}$$

olarak bulunur.

Yanıt B

▲ Not:

1. $f: R \rightarrow R, f(x) = ax + b$ fonksiyonunun tersi

$$f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a} \text{ dir.}$$

2. $f: R - \{-\frac{d}{c}\} \rightarrow R - \{\frac{a}{c}\},$

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ fonksiyonunun tersi}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a} \text{ dir.}$$

ÖRNEK SORU

$f(2x-4) = 4x+7$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x-15$ B) $\frac{2x+15}{3}$ C) $\frac{x-15}{2}$
D) $\frac{x+15}{2}$ E) $x+15$

Çözüm

$$f(2x-4) = 4x+7 \text{ olsun.}$$

$$g(x)$$

$$g(x) = 2x-4 \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x+4}{2} \text{ değeri eşitlikle } x \text{ yerine yazılırsa,}$$

$$f\left(2 \cdot \frac{x+4}{2} - 4\right) = 4 \cdot \left(\frac{x+4}{2}\right) + 7$$

$$\Rightarrow f(x+4-4) = 2(x+4) + 7$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x+15 \text{ olacağından}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-15}{2} \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

$$f: R - \{3\} \rightarrow R - \{-2\},$$

$$f(x) = \frac{mx-7}{x-n} \text{ fonksiyonu veriliyor.}$$

Buna göre, $f^{-1}(2)$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{6}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

Çözüm

$$f: R - \{3\} \rightarrow R - \{-2\} \text{ olduğundan}$$

$$x = 3 \text{ için } x - n = 0 \Rightarrow 3 - n = 0 \Rightarrow n = 3$$

$$f^{-1}: R - \{-2\} \rightarrow R - \{3\} \text{ dir.}$$

$$f(x) = \frac{mx-7}{x-3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x-7}{x-m} \text{ ve}$$

$$x = -2 \text{ için } x - m = 0 \Rightarrow -2 - m = 0$$

$$\Rightarrow m = -2 \text{ dir. Buradan}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{3x-7}{x+2} \text{ ve}$$

$$f^{-1}(2) = \frac{3 \cdot 2 - 7}{2 + 2} = -\frac{1}{4} \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt B

ÖRNEK SORU

$x > -5$ olmak üzere; $f(x) = x^2 + 10x - 7$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{x+5}-32$ B) $\sqrt{x+5}-5$ C) $\sqrt{x-32}+5$
D) $\sqrt{x+32}+5$ E) $\sqrt{x+32}-5$

Çözüm

$$f(x) = y = x^2 + 10x - 7$$

$$\Rightarrow y = (x+5)^2 - 32$$

$$\Rightarrow (x+5)^2 = y + 32$$

$$\Rightarrow |x+5| = \sqrt{y+32} \text{ ve } x > -5 \text{ olduğuna göre,}$$

$$|x+5| = x+5 \text{ tir.}$$

$$\Rightarrow x+5 = \sqrt{y+32}$$

$$\Rightarrow x = f^{-1}(y) = \sqrt{y+32} - 5$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+32} - 5 \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt E

ÖRNEK SORU

$$f: R - \{m\} \rightarrow R - \{n\},$$

$$\frac{f(x)+2}{3-4 \cdot f(x)} = x$$

olduğuna göre, $(m \cdot n)$ çarpımının değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $-\frac{3}{16}$ D) $-\frac{1}{8}$ E) $-\frac{1}{4}$

Çözüm

$$\frac{f(x)+2}{3-4.f(x)} = x$$

$$\Rightarrow 3x - 4x.f(x) = f(x) + 2$$

$$\Rightarrow 3x - 2 = f(x) + 4x.f(x)$$

$$f(x).(4x+1) = 3x-2$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3x-2}{4x+1} \text{ tür.}$$

$f: R - \{m\} \rightarrow R - \{n\}$ olduğundan,

$x = m$ için payda sıfırdır.

$$\Rightarrow 4.m+1=0 \Rightarrow m = -\frac{1}{4}$$

$$f(x) = \frac{3x-2}{4x+1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-x-2}{4x-3}$$

$f^{-1}: R - \{n\} \rightarrow R - \{m\}$ olduğundan,

$x = n$ için payda sıfırdır.

$$\Rightarrow 4n-3=0 \Rightarrow n = \frac{3}{4}$$

$$\text{ve } m.n = \frac{-1}{4} \cdot \frac{3}{4} = -\frac{3}{16} \text{ olur.}$$

Yanıt C**ÖRNEK SORU**

$f: R \rightarrow R, f(x+3) = 3x-2$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun $f(x)$ cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{f(x)+4}{9}$ B) $\frac{f(x)+44}{6}$ C) $\frac{f(x)-44}{9}$
D) $\frac{f(x)+33}{9}$ E) $\frac{f(x)+44}{9}$

Çözüm

$$f(x+3) = 3x-2$$

$(x+3)^{-1} = x-3$ olduğundan x yerine $x-3$ yazalım.

$$f(x-3+3) = 3.(x-3)-2$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x-11 \text{ dir.}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+11}{3} \text{ dir.}$$

$$f(x) = 3x-11 \Rightarrow x = \frac{f(x)+11}{3}$$

değeri $f^{-1}(x)$ eşitliğinde yazılırsa;

$$f^{-1}(x) = \frac{\frac{f(x)+11}{3} + 11}{3}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{f(x)+44}{9}$$

olarak bulunur.

Yanıt E

▲ **Uyarı:** 1) $f(a) = b \Rightarrow f^{-1}(b) = a$ dir.

2) $(f^{-1})^{-1}(x) = f(x)$ tir.

ÖRNEK SORU

$f: R \rightarrow R, f(4x-5) = 3x+5$ olduğuna göre,

$$\frac{f^{-1}(8) + f^{-1}(2)}{f(-5)} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 1

Çözüm

$$f(4x-5) = 3x+5$$

$$x=0 \text{ için } f(4.0-5) = 3.0+5 \Rightarrow f(-5) = 5 \text{ tir.}$$

$$f(4x-5) = 3x+5 \Rightarrow f^{-1}(3x+5) = 4x-5 \text{ tir.}$$

$$x=1 \text{ için } f^{-1}(3.1+5) = 4.1-5$$

$$\Rightarrow f^{-1}(8) = -1$$

$$x=-1 \text{ için } f^{-1}(3.(-1)+5) = 4.(-1)-5$$

$$\Rightarrow f^{-1}(2) = -9 \text{ dur}$$

$$\text{O halde, } \frac{f^{-1}(8) + f^{-1}(2)}{f(-5)} = \frac{-1-9}{5} = -2$$

olarak bulunur.

Yanıt C**ÖRNEK SORU**

$f: R \rightarrow R,$

$f(2x-4) = 4x+6$ ve $f^{-1}(2a+1) = 2$ olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 9 B) $\frac{17}{2}$ C) 8 D) $\frac{15}{2}$ E) $\frac{13}{2}$

Çözüm

$$f^{-1}(2a+1) = 2$$

$$\Rightarrow f(2) = 2a+1 \text{ dir.}$$

$$f(2x-4) = 4x+6$$

$$x=3 \text{ için } f(2.3-4) = 4.3+6$$

$$\Rightarrow f(2) = 18 \Rightarrow 2a+1 = 18$$

$$\Rightarrow a = \frac{17}{2} \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt B**Örnek**

$A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinde

$$f = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e \\ c & b & e & a & d \end{pmatrix}$$

permütasyon fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f fonksiyonunun tersini bulunuz.

Çözüm

$$f = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ c & b & e & a & d \end{pmatrix} \Rightarrow f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e \\ d & b & a & e & c \end{pmatrix}$$

Örnek

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x+4, & x \geq 5 \text{ ise} \\ 3x-6, & x < 5 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun tersini bulunuz.

Çözüm

$$\bullet (x+4)^{-1} = x-4 \text{ ve } x \geq 5 \text{ için}$$

$$\Rightarrow x-4 \geq 5 \Rightarrow x \geq 9$$

$$\bullet (3x-6)^{-1} = \frac{x+6}{3} \text{ ve } x < 5 \text{ için}$$

$$\Rightarrow \frac{x+6}{3} < 5 \Rightarrow x < 9 \text{ olur.}$$

Dolayısıyla;

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x-4, & x \geq 9 \text{ ise} \\ \frac{x+6}{3}, & x < 9 \text{ ise} \end{cases}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK SORU

$f(x)$ doğrusal bir fonksiyon olmak üzere, $f^{-1}(2)=5$ ve $f^{-1}(3)=-2$ olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x-19}{7}$ B) $\frac{x+19}{7}$ C) $\frac{-x+7}{19}$
D) $\frac{-x+19}{7}$ E) $-7x+19$

Çözüm

$f(x) = ax + b$ biçimindeki fonksiyonlara doğrusal fonksiyon denir.

$$f^{-1}(2) = 5 \Rightarrow f(5) = 2$$

$$\Rightarrow 5a + b = 2 \dots\dots\dots(1)$$

$$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$$

$$\Rightarrow -2a + b = 3 \dots\dots\dots(2)$$

elde edilir. (1) ve (2) den

$$5a + b = 2$$

$$-2a + b = 3$$

$$\begin{array}{r} - \\ 7a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{7} \end{array}$$

$$\text{ve } 5\left(-\frac{1}{7}\right) + b = 2 \Rightarrow b = \frac{19}{7}$$

olduğundan $f(x)$ fonksiyonu

$$f(x) = -\frac{1}{7}x + \frac{19}{7} = \frac{-x+19}{7}$$

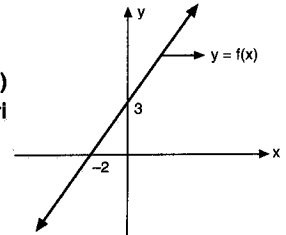
olarak bulunur.

Yanıt D

ÖRNEK SORU

Grafik $y = f(x)$ doğrusal fonksiyonuna aittir.

Buna göre, $2.f(m-4) = f^{-1}(8)$ eşitliğini sağlayan m değeri kaçtır?



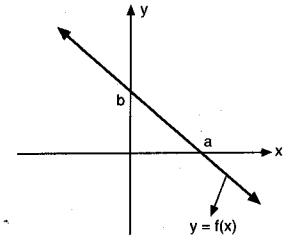
- A) $\frac{29}{9}$ B) $\frac{28}{9}$ C) 3 D) $\frac{26}{9}$ E) $\frac{8}{3}$

Çözüm

Şekilde grafiği verilen doğrusal fonksiyonun denklemini:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \text{ dir.}$$

Şekle göre $f(x)$ fonksiyonunun denklemini,



$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} = 1 \Rightarrow -3x + 2y = 6 \Rightarrow y = f(x) = \frac{3x+6}{2} \text{ dir.}$$

$$2.f(m-4) = 2 \cdot \frac{3(m-4)+6}{2} = 3m-6$$

$$f^{-1}(8) = a \text{ olsun}$$

$$\Rightarrow f(a) = 8 \Rightarrow \frac{3a+6}{2} = 8$$

$$\Rightarrow 3a+6=16$$

$$\Rightarrow a = \frac{10}{3} \Rightarrow f^{-1}(8) = \frac{10}{3} \text{ olur.}$$

$$2.f(m-4) = f^{-1}(8)$$

$$\Rightarrow 3m-6 = \frac{10}{3} \Rightarrow 3m = \frac{28}{3}$$

$$\Rightarrow m = \frac{28}{9} \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt B

ÖRNEK SORU

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 1$ fonksiyonu veriliyor.

$M = \{3, 8\}$ olduğuna göre, $f^{-1}(M)$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{2, 3\}$ B) $\{-1, 0, 1, 3\}$ C) $\{2, 3, 4\}$
D) $\{-2, 2, 3\}$ E) $\{-3, -2, 2, 3\}$

Çözüm

Görüntüsü 3 ve 8 olan gerçel sayılar M kümesinin ters görüntü kümesinin ($f^{-1}(M)$) elemanlarıdır.

$$x^2 - 1 = 3 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = -2 \text{ dir.}$$

$$x^2 - 1 = 8 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3 \text{ veya } x = -3 \text{ tür.}$$

Dolayısıyla; $f^{-1}(M) = \{-3, -2, 2, 3\}$ olarak bulunur.

Yanıt E

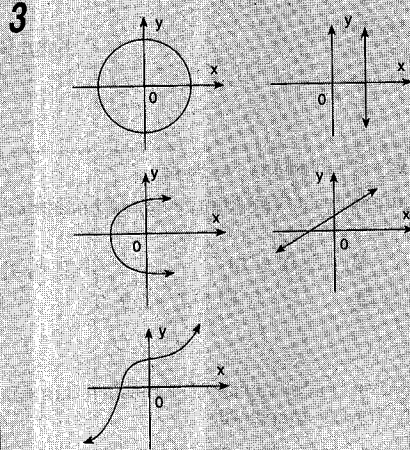
▲ Not: f fonksiyonu birebir ve örten ise f^{-1} fonksiyonu da birebir ve örtendir. Birebir ve örten bir fonksiyonun tersi de bir fonksiyondur.

- 1 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{0, 2, 4\}$, $C = \{1, 3, 5, 7\}$ olduğuna göre,
- A dan B ye bir fonksiyon yazınız.
 - A dan C ye birebir bir fonksiyon yazınız.
 - C den B ye örten bir fonksiyon yazınız.
 - C den A ya sabit bir fonksiyon yazınız.

ÇÖZÜM:

- 2 $f: N \rightarrow N$, $f(x) = \frac{2x-1}{5}$, $f(x) = x-2$
- $g: Z \rightarrow Z$, $g(x) = \frac{x}{2} + 1$, $g(x) = 3x-4$
- $h: R \rightarrow R^+$, $h(x) = \sqrt{x+2}$, $h(x) = \sqrt[3]{x+1}$
- tanımlı bağıntılardan hangileri fonksiyondur?

ÇÖZÜM:



Yukarıda verilen grafiklerden hangileri reel sayılar kümesinde tanımlı fonksiyon grafiğidir?

ÇÖZÜM:

- 4 $A = \{a, b, c\}$ olduğuna göre,
- A dan A ya kaç farklı fonksiyon tanımlanabilir.
 - A dan A ya tanımlanan bağıntılardan kaç tanesi fonksiyon değildir.
 - A dan A ya kaç farklı birebir fonksiyon tanımlanabilir.
 - A dan A ya tanımlanan fonksiyonlardan kaç tanesi örten değildir.

ÇÖZÜM:

- 5 $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{a, b, c, d\}$ kümelerine göre, A dan B ye tanımlı;
- Kaç tane birebir fonksiyon vardır?
 - Kaç tane birebir ve örten fonksiyon vardır?
 - Kaç tane sabit fonksiyon vardır?

ÇÖZÜM:

- 6 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ kümelerine göre, A dan B ye tanımlı üç elemanlı bağıntılardan kaç tanesi fonksiyon değildir?

ÇÖZÜM:

7 $f: [1, 4) \rightarrow A$ ve $f(x) = 3x - 2$ olduğuna göre, fonksiyonun görüntü kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

8 $f: R \rightarrow R$ ve $f(x) = 2x - 5$
 $f(K) = [-2, 3)$ olduğuna göre, K kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

9 $f\left(\frac{3-2x}{5}\right) = 4x + 7$ olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

ÇÖZÜM:

10 $3f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) = x + 2$ olduğuna göre, $f\left(\frac{1}{3}\right)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

11 $f(3x^2 + 4x) = 6x^2 + 8x - 27$ olduğuna göre, $f(18)$ in değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

12 $f(x) = 8x^3 - 24x^2 + 24x - 8$ olduğuna göre,
 $f(\sqrt[3]{7}+1)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

13 $f(x) = 2x + f(x-1)$ ve $f(0) = 2$ olduğuna göre, $f(10)$ kaçtır?

ÇÖZÜM:

14 $f(x) = 2x - 5$ olduğuna göre, $f(3x)$ in $f(x)$ cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

15 $f(x) = 3^{x+1}$ olduğuna göre, $f(2x)$ in $f(x)$ cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

16 $f(x) = \begin{cases} x-2, & x \leq 1 \\ 2x+1, & x > 1 \end{cases}$ ve $g(3x-1) = 2x+7$ olduğuna göre, $(f-g)(2)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

17 $f(x-3) = (a-1)x^2 + bx - 3x + c - 4$ fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

18 $f(x) = \frac{(a+1)x^2 - 2x + 4}{3x^2 - bx - 4}$ sabit fonksiyon olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

19 $f(x)$ doğrusal fonksiyon, $f(1) = 3$ ve $f(-4) = 6$ olduğuna göre, $f(10)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

20 $f(x) = (a-1)x^3 - 2x^2 + bx - 3x + 4$ fonksiyonu çift fonksiyon olduğuna göre, $a - 2b$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

21 Aşağıdaki fonksiyonların tersini bulunuz.

a) $f(x) = \frac{3x-7}{2}$

b) $g(x) = \frac{3-2x}{5}$

c) $h(x) = \frac{2x-1}{3x+4}$

d) $t(x) = \frac{3}{2x-2}$

ÇÖZÜM:

22 $f(x) = \frac{2x-7}{3x+1}$ olduğuna göre, $f^{-1}(x+1)$ fonksiyonunu bulunuz.

ÇÖZÜM:

23 $\frac{xf(x) + 1}{x-2} = 3f(x) + 5$ olduğuna göre,

$f^{-1}(x)$ fonksiyonu nedir?

ÇÖZÜM:

24 $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = x - \sqrt{x+3} + 1$ olduğuna göre,

$f(1) + f^{-1}(0)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

25 $f(3x - 7) = 2x + 5$ olduğuna göre,

$f^{-1}(1)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

26 f fonksiyonu doğrusal fonksiyondur.

$f^{-1}(2) = 5$ ve $f^{-1}(-3) = 1$ olduğuna göre, $f(5x - 2)$ ifadesinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

27 $f: [4, \infty) \rightarrow [-15, \infty)$ olmak üzere, $f(x) = x^2 - 8x + 1$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

ÇÖZÜM:

28 $f\left(\frac{x-2}{x+3}\right) = 2x - 7$ olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu nedir?

ÇÖZÜM:

29 $f: \mathbb{R} - \{m\} \rightarrow \mathbb{R} - \{n\}$ ve

$f(x) = \frac{2x-3}{x+5}$ birebir ve örten fonksiyon olduğuna göre,

$m \cdot n$ çarpımının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

30 $f(x) = \begin{cases} x-2, & x < 1 \\ \frac{2x+4}{3}, & x \geq 1 \end{cases}$

olduğuna göre, $f^{-1}(2)$ değeri kaçtır?

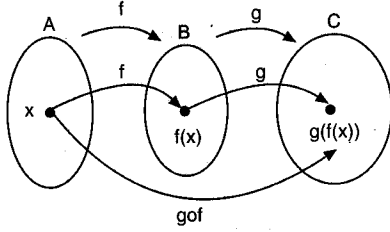
ÇÖZÜM:

31 $A = \{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı fonksiyonlardan kaç tanesinin tersi fonksiyon değildir?

ÇÖZÜM:

FONKSİYON BİLEŞKESİ VE GRAFİKLERİ

FONKSİYONLARIN BİLEŞKESİ



A, B ve C boş olmayan kümeler olmak üzere;
 $f: A \rightarrow B$ ve $g: B \rightarrow C$ fonksiyonları verilsin.
 $gof: A \rightarrow C$, $(gof)(x) = g(f(x))$ fonksiyonuna f ile g nin bileşkesi denir.
 $x \in A$ için $f(x) = y \in B$ ve $g(y) = g(f(x)) = z \in C$ dir.

Örnek

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 5$ ve $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 4x - 1$ fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki bileşke fonksiyonları bulunuz.

- I. $(gof)(x)$
- II. $(fog)(x)$
- III. $(fogof)(0)$

Çözüm

- I. $(gof)(x) = g(f(x))$
 $= 4.f(x) - 1$
 $= 4(3x + 5) - 1 = 12x + 19$
- II. $(fog)(x) = f(g(x))$
 $= 3.g(x) + 5 = 3.(4x - 1) + 5$
 $= 12x + 2$
- III. $(fogof)(0) = (fog)(f(0))$ dir.
 $f(0) = 3.0 + 5 \Rightarrow f(0) = 5$
 $\Rightarrow (fog)(f(0)) = (fog)(5)$
 $= f(g(5)) = f(4.5 - 1) = f(19)$
 $= 3.19 + 5 = 62$ olarak bulunur.

Örnek

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 5$,
 $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -x + 5$ fonksiyonları için $(fog)(x)$ ve $(gof)(x)$ fonksiyonlarını bulunuz.

Çözüm

- I. $(fog)(x) = f(g(x)) = 3.g(x) - 5$
 $= 3.(-x + 5) - 5 = -3x + 10$
- II. $(gof)(x) = g(f(x)) = -f(x) + 5$
 $= -(3x - 5) + 5 = -3x + 10$

olarak bulunur.

Bileşke İşlemin Özellikleri

1. Birleşme özelliği vardır. f, g ve h fonksiyonları için
 $(fog)oh = fo(goh) = fogoh$
2. $f: A \rightarrow A$ olmak üzere, bileşke işleminin etkisiz (birim) elemanı $I(x)=x$ birim (özdeş) fonksiyonudur. Yani $foI = Iof = I$
3. $f: A \rightarrow A$, f birebir ve örten fonksiyon olmak üzere,
 $fof^{-1} = f^{-1}of = I$ dir.
4. $(fog)^{-1} = g^{-1}of^{-1}$
 $(fogoh)^{-1} = h^{-1}og^{-1}of^{-1}$

ÖRNEK SORU

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 4$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 2$ fonksiyonları veriliyor.

$(fog)(x) = (gof)(x)$ eşitliğini sağlayan x reel sayısı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{1}{2}$

Çözüm

$$\begin{aligned} (fog)(x) &= f(g(x)) = (g(x))^2 + 4 \\ &= (x + 2)^2 + 4 = x^2 + 4x + 8 \\ (gof)(x) &= g(f(x)) = f(x) + 2 \\ &= x^2 + 4 + 2 = x^2 + 6 \\ \Rightarrow (fog)(x) &= (gof)(x) \\ \Rightarrow x^2 + 4x + 8 &= x^2 + 6 \\ \Rightarrow 4x &= -2 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU

Reel sayılar kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonları için;

$$(fog^{-1})^{-1}(x) = \frac{4x-7}{5} \text{ ve } g(x) = x+3$$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{5x+22}{4}$ B) $\frac{5x+32}{3}$ C) $\frac{5x-32}{5}$
D) $\frac{5x-32}{4}$ E) $5x - 22$

Çözüm

$$\begin{aligned} \Rightarrow (f \circ g^{-1})^{-1}(x) &= \frac{4x-7}{5} \\ \Rightarrow \left((g^{-1})^{-1} \circ f^{-1} \right)(x) &= \frac{4x-7}{5} \\ \Rightarrow (g \circ f^{-1})(x) &= \frac{4x-7}{5} \\ \Rightarrow g(f^{-1}(x)) &= \frac{4x-7}{5} \text{ ve } g(x) = x+3 \\ \Rightarrow f^{-1}(x)+3 &= \frac{4x-7}{5} \\ \Rightarrow f^{-1}(x) &= \frac{4x-22}{5} \\ \Rightarrow f(x) &= \frac{5x+22}{4} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU

$$f: R - \left\{ -\frac{2}{3} \right\} \rightarrow R - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

$f(x) = \frac{x+m}{3x+2}$ ve $(f \circ f)(x) = \frac{13x+12}{9x+16}$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Çözüm

Tanım kümesinden seçilen keyfi bir x değeri için çözüm yapılabilir.

$x = 1$ için

$$(f \circ f)(1) = \frac{13 \cdot 1 + 12}{9 \cdot 1 + 16} \Rightarrow f(f(1)) = 1$$

$$f(1) = \frac{1+m}{3 \cdot 1 + 2} \Rightarrow f(1) = \frac{m+1}{5}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{m+1}{5}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{m+1}{5} + m}{3 \cdot \left(\frac{m+1}{5}\right) + 2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{6m+1}{3m+3+10} = 1$$

$$\Rightarrow 6m+1 = 3m+13$$

$$\Rightarrow m = 4 \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt B

ÖRNEK SORU

$$f(x) = 2 \cdot x^{104} - x^{52} + 3 \cdot x^{20} - 1 \text{ ve}$$

$g(x) = x^2 + 2x - 7$ fonksiyonları veriliyor. Buna göre, $(f \circ g)(-4)$ kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Çözüm

$(f \circ g)(-4) = f(g(-4))$ dir.

$$g(-4) = (-4)^2 + 2 \cdot (-4) - 7 = 1$$

$$\Rightarrow f(g(-4)) = f(1)$$

$$= 2 \cdot 1^{104} - 1^{52} + 3 \cdot 1^{20} - 1$$

$$= 2 - 1 + 3 - 1 = 3 \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt D

ÖRNEK SORU

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinde

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ ve}$$

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

permütasyon fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(g \circ f^{-1})$ permütasyon fonksiyonu aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
C) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$
E) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

Çözüm

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow f^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ ve}$$

$$g \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \Rightarrow 1 \rightarrow 5$$

$$2 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \Rightarrow 2 \rightarrow 3$$

$$3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \Rightarrow 3 \rightarrow 2$$

$$4 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \Rightarrow 4 \rightarrow 4$$

$$5 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \Rightarrow 5 \rightarrow 1$$

$$\Rightarrow g \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

olarak bulunur.

Yanıt C

Örnek

$$f(x) = 3x + 7 \text{ ve}$$

$$g(2x-6) = \begin{cases} 4x+3, & x \leq 2 \\ 2x-1, & x > 2 \end{cases}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, (gof)(x) fonksiyonunu bulunuz.

Çözüm

Önce g(x) fonksiyonu bulunur.

$$g(2x-6) = \begin{cases} 4x+3, & x \leq 2 \\ 2x-1, & x > 2 \end{cases}$$

$$(2x-6)^{-1} = \frac{x+6}{2} \text{ ifadesi } x \text{ yerine yazılırsa,}$$

$$g\left(2 \cdot \frac{x+6}{2} - 6\right) = \begin{cases} 4 \cdot \frac{x+6}{2} + 3, & \frac{x+6}{2} \leq 2 \\ 2 \cdot \frac{x+6}{2} - 1, & \frac{x+6}{2} > 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x) = \begin{cases} 2x+15, & x \leq -2 \\ x+5, & x > -2 \end{cases}$$

$$(gof)(x) = g(f(x)) = \begin{cases} 2f(x)+15, & f(x) \leq -2 \\ f(x)+5, & f(x) > -2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2(3x+7)+15, & 3x+7 \leq -2 \\ 3x+7+5, & 3x+7 > -2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 6x+29, & x \leq -3 \\ 3x+12, & x > -3 \end{cases}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK SORU

$$f(x) = 2x+4 \text{ ve } g(x) = \frac{x-m}{2x+1} \text{ fonksiyonları veriliyor.}$$

(gof)(x) fonksiyonunun sabit fonksiyon olması için m kaç olmalıdır?

A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$

Çözüm

$$(gof)(x) = g(f(x)) = \frac{f(x)-m}{2f(x)+1} = \frac{2x+4-m}{2(2x+4)+1} = \frac{2x+4-m}{4x+9}$$

(gof)(x) sabit fonksiyon olduğundan

$$(gof)(0) = (gof)(1) = \dots \text{dir.}$$

$$\Rightarrow (gof)(0) = \frac{2 \cdot 0 + 4 - m}{4 \cdot 0 + 9} = \frac{4-m}{9}$$

$$(gof)(1) = \frac{2 \cdot 1 + 4 - m}{4 \cdot 1 + 9} = \frac{6-m}{13}$$

$$\Rightarrow \frac{4-m}{9} = \frac{6-m}{13} \Rightarrow 52 - 9m = 54 - 13m$$

$$\Rightarrow 4m = -2 \Rightarrow m = -\frac{1}{2} \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt D

ÖRNEK SORU

$$f(x) = 2x + 1 \text{ ve } g(x) = \begin{cases} x-1, & x \geq 1 \\ \frac{x+3}{5}, & x < 1 \end{cases}$$

fonksiyonları veriliyor. (gof⁻¹of)(4) değeri kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Çözüm

(f⁻¹of)(4) = 4 tür. Buna göre (gof⁻¹of)(4) = (gof)(4) olur.

$$g(f(4)) = g(2 \cdot 4 + 1) = g(9) = 9 - 1 = 8 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

ÖRNEK SORU

A = {a, b, c, e, k} kümesinde tanımlı

$$f = \{(a, k), (e, c), (b, b), (c, a), (k, e)\}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, (f^of^of^of^o)(a) ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) a B) b C) c D) e E) k

Çözüm

f = {(a, k), (e, c), (b, b), (c, a), (k, e)} den

f(a) = k, f(e) = c, f(b) = b, f(c) = a ve f(k) = e dir.

$$(f \circ f \circ f \circ f)(a) = (f \circ f \circ f)(f(a))$$

$$= (f \circ f)(f(k)) = f(f(c)) = f(a) = k$$

olarak bulunur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU

f(x) = 4x - 1 ve g(x) = 3x + 2 fonksiyonları veriliyor.

gof bileşke fonksiyonunun fog bileşke fonksiyonu cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) (fog)(x) B) (fog)(x) - 2

C) $\frac{(fog)(x)}{12}$ D) $\frac{(fog)(x) - 8}{12}$

E) (fog)(x) - 8

Çözüm

$$\begin{aligned} (fog)(x) &= f(g(x)) = 4 \cdot g(x) - 1 \\ &= 4 \cdot (3x+2) - 1 = 12x + 7 \\ \Rightarrow x &= \frac{(fog)(x) - 7}{12} \\ (gof)(x) &= g(f(x)) = 3 \cdot f(x) + 2 \\ &= 3 \cdot (4x - 1) + 2 = 12x - 1 \\ \text{Buradan;} \\ (gof)(x) &= 12 \cdot \left(\frac{(fog)(x) - 7}{12} \right) - 1 \\ (gof)(x) &= (fog)(x) - 8 \end{aligned}$$

olarak bulunur.

Yanıt E

FONKSİYON GRAFİĞİNİN OKUNMASI

$y = f(x)$ fonksiyonun grafiğinde, grafik üzerindeki her nokta $f(x)$ fonksiyonunun denklemini sağlar.

Örneğin;

Grafik üzerinde bir nokta $(1,3)$ olsun.

$y = f(x)$ fonksiyonu ise $f(1) = 3$ olur.

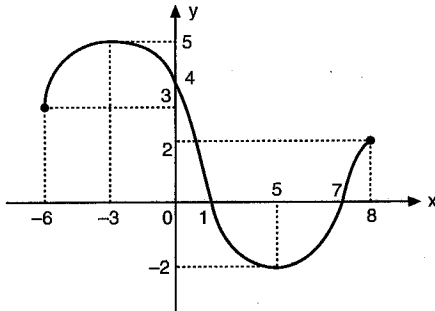
$y = f(x-2)$ fonksiyonu ise $f(-1) = 3$ olur.

$y = (f \circ f)(x)$ fonksiyonu ise $f(f(1)) = 3$ olur.

$y = f^{-1}(x)$ fonksiyonu ise $f^{-1}(3) = 1$ olur.

▲ Not: $y = f(x)$ fonksiyonun grafiği ile $y = f^{-1}(x)$ fonksiyonun grafiği $y = x$ doğrusuna göre birbirinin simetriğidir.

Örnek



$A \subset \mathbb{R}$ olmak üzere, $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre;

A) Fonksiyonun tanım kümesini bulunuz.

B) Görüntü kümesini bulunuz.

C) $\frac{f(-6) + f(8) - f(0)}{f(-3) - f(5)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

D) Değer kümesini bulunuz.

Çözüm

A) Tanım kümesi $A = [-6, 8]$ dir.

B) Görüntü kümesi, $f(A) = [-2, 5]$ tir.

C) Grafiğe göre,

$$f(-6) = 3, f(8) = 2, f(0) = 4,$$

$$f(-3) = 5 \text{ ve } f(5) = -2 \text{ dir. Buradan}$$

$$\frac{f(-6) + f(8) - f(0)}{f(-3) - f(5)} = \frac{3 + 2 - 4}{5 - (-2)} = \frac{1}{7} \text{ olarak bulunur.}$$

D) $f(A) \subset \mathbb{R}$ olduğundan $[-2, 5]$ kümesini kapsayan her küme değer kümesi olabilir.

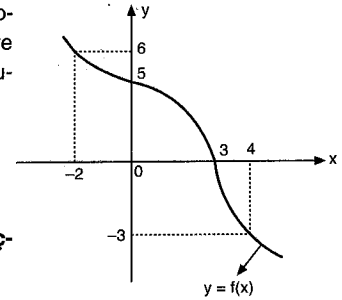
Yani, $(-3, 6), [-4, 7)$ gibi.

ÖRNEK SORU

Grafik $y = f(x)$ fonksiyonuna aittir. $f(x)$ birebir ve örten bir fonksiyon olduğuna göre,

$$\frac{f^{-1}(6) + f^{-1}(-3)}{f(3) - f(0)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?



- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{2}{5}$ D) $-\frac{1}{8}$ E) $-\frac{1}{10}$

Çözüm

$$f(-2) = 6 \Rightarrow f^{-1}(6) = -2$$

$$f(0) = 5$$

$$f(3) = 0$$

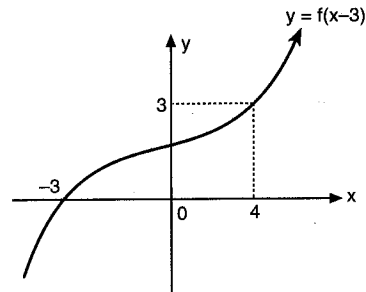
$$f(4) = -3 \Rightarrow f^{-1}(-3) = 4$$

Buradan,

$$\frac{f^{-1}(6) + f^{-1}(-3)}{f(3) - f(0)} = \frac{-2 + 4}{0 - 5} = -\frac{2}{5} \text{ tir.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU



Şekilde $y = f(x-3)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $2f(1) - f^{-1}(0)$ değeri kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

Çözüm

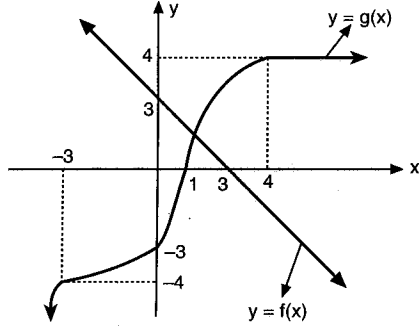
Grafik üzerindeki belli olan noktalar (4,3) ve (-3,0) noktalarıdır. Buna göre ;

$$y = f(x-3) \text{ olduğundan}$$

$$f(4-3) = 3 \Rightarrow f(1) = 3$$

$$f(-3-3) = 0 \Rightarrow f(-6) = 0 \Rightarrow f^{-1}(0) = -6 \text{ dir.}$$

O halde, $2f(1) - f^{-1}(0) = 2 \cdot 3 - (-6) = 6 + 6 = 12$ olarak bulunur.

Yanıt C**ÖRNEK SORU**

Şekilde $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

$(g \circ g \circ f)(3) + (g \circ f^{-1})(-3)$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 0 D) -2 E) -4

Çözüm

$$\begin{aligned} (g \circ g \circ f)(3) &= (g \circ g)(\underbrace{f(3)}_0) \\ &= g(\underbrace{g(0)}_{-3}) = g(-3) = -4 \end{aligned}$$

$$(g \circ f^{-1})(-3) = g(f^{-1}(-3)) \text{ dir.}$$

Önce $f(x)$ in kuralı bulunur.

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1 \Rightarrow x + y = 3$$

$$\Rightarrow y = f(x) = -x + 3 \Rightarrow f^{-1}(x) = -x + 3$$

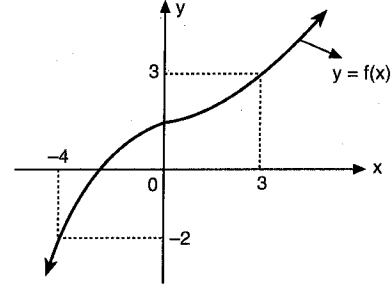
$$\Rightarrow f^{-1}(-3) = -(-3) + 3 \Rightarrow f^{-1}(-3) = 6$$

$$\text{ve } g(f^{-1}(-3)) = g(6) = 4 \text{ tür.}$$

($x \geq 4$ için $g(x) = 4$ sabittir.)

Sonuç olarak

$$-4 + 4 = 0 \text{ olarak bulunur.}$$

Yanıt C**ÖRNEK SORU**

Şekildeki grafik $y = f(x)$ fonksiyonuna aittir.

Buna göre, $f(-4) + (f \circ f)(3x - 1) = 1$ eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) $\frac{7}{3}$

Çözüm

Grafiğe göre, $f(-4) = -2$ ve $f(3) = 3$ tür.

$$\Rightarrow -2 + (f \circ f)(3x - 1) = 1$$

$$\Rightarrow f(\underbrace{f(3x - 1)}_3) = 3$$

$$\Rightarrow f(\underbrace{3x - 1}_3) = 3$$

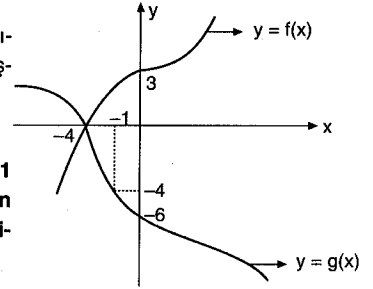
$$\Rightarrow 3x - 1 = 3 \Rightarrow x = \frac{4}{3} \text{ tür.}$$

Yanıt B**ÖRNEK SORU**

Şekilde $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre,

$(f \circ g)^{-1}(2m - 4) = -1$ eşitliğini sağlayan m değeri aşağıdakilerden hangisidir?



- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 4

Çözüm

$$(f \circ g)^{-1}(2m - 4) = -1$$

$$\Rightarrow f \circ g(-1) = 2m - 4$$

$$\Rightarrow f(g(-1)) = 2m - 4 \text{ ve } g(-1) = -4$$

$$\Rightarrow f(-4) = 2m - 4 \text{ ve } f(-4) = 0$$

$$\Rightarrow 2m - 4 = 0$$

$$\Rightarrow m = 2 \text{ dir.}$$

Yanıt D

- 1 $f(x) = 3x - 7$, $g(x+1) = \frac{x-3}{2}$ olduğuna göre, aşağıdaki bileşke fonksiyonları bulunuz.
- a) $(f \circ g)(x) = ?$ b) $(g \circ f)(x) = ?$
 c) $(f \circ g^{-1})(-1) = ?$ d) $(g \circ f^{-1})(2) = ?$
 e) $(f \circ g^{-1})(x) = ?$

ÇÖZÜM:

- 2 $f(1) = 3$ ve $(g \circ f)(x) = \frac{2x-4}{x+1}$ olduğuna göre, $g(3)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

- 3 $(f \circ g)(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ ve $g(2x+5) = x - 4$ olduğuna göre, $f(0)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

- 4 Tanımlı olduğu değerler için
- $$f(x) = \begin{cases} x-3, & x \leq 0 \\ 3x+1, & x > 0 \end{cases} \text{ ve } g(x+2) = 5x-4$$
- fonksiyonları veriliyor. Buna göre $(f \circ g^{-1})(1)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

- 5 $f(x)$ tanımlı olduğu aralıkta,
- $$f(x) = \frac{x-2}{3x-1}$$
- olduğuna göre, $(f \circ f \circ f^{-1} \circ f^{-1})(2)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

- 6 $f(x) = 2x+3$ ve $f \circ g(x) = 6x - 4$ olduğuna göre, $g(x)$ nedir?

ÇÖZÜM:

- 7 $f(x) = 3x - 4$ ve $g \circ f(x) = \frac{6x-5}{3}$ olduğuna göre, $g(x)$ nedir?

ÇÖZÜM:

- 8 $(f \circ f)(x) = 9x - 4$ olduğuna göre, $f(x)$ ne olabilir?

ÇÖZÜM:

- 9 $f(x) = 3x-2$, $g(x) = \frac{x-1}{2}$ olduğuna göre, $(f \circ g^{-1} \circ f)(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

ÇÖZÜM:

- 10 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı
 $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ve $(f^{-1} \circ g) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
 olduğuna göre, $g(1) - 2g^{-1}(4)$ kaçtır?

ÇÖZÜM:

- 11 $(f \circ g)$ ve h tanımlı oldukları aralıklarda
 $(f \circ g)(x) = \frac{2x-3}{4}$ ve $h(x+3) = 3x-1$ olduğuna göre,
 $(g^{-1} \circ f^{-1} \circ h^{-1})^{-1}(2)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

- 12 $f(x) = \begin{cases} 2x-7, & x \geq 1 \\ x+3, & x < 1 \end{cases}$
 olduğuna göre, $(f \circ f \circ f)(-2)$ kaçtır?

ÇÖZÜM:

- 13 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x) = x$ ve $f(3x+2) = \frac{x+1}{4}$ olduğuna göre,
 $g(1)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

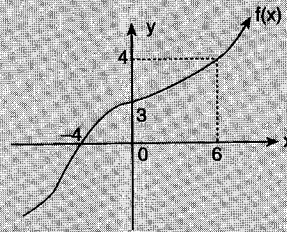
- 14 $g(x+2) = \frac{x-1}{2x+3}$ ve $(f \circ g^{-1})^{-1}(-1) = 3$ olduğuna göre,
 $f^{-1}(-1)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

- 15 $(f \circ g)(x) = 5g(x) - 1$ ve $(g \circ f)(x) = 3 - \frac{f(x)}{2}$ olduğuna göre,
 $(g^{-1} \circ f)(x)$ nedir?

ÇÖZÜM:

16



şekilde verilen $f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre,

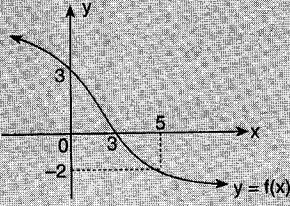
a) $f(6)$, $f^{-1}(3)$, $f(-4)$ değeri kaçtır?

b) $x \cdot f(x) \leq 0$ koşulunu sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

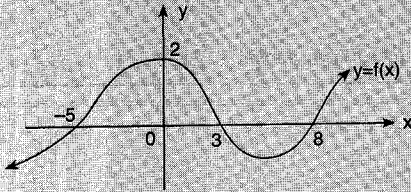
17 Şekilde $y=f(x)$

fonksiyonunu grafiği verilmiştir. Buna göre $f^{-1}(0) - 2f(0) + f(5)$ değeri kaçtır?



ÇÖZÜM:

18

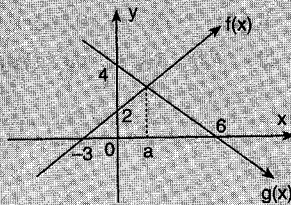


Şekilde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

- i) $f(-2) \cdot f(2) < 0$ ii) $f(5) \cdot f(-5) > 0$
 iii) $f(-6) > f(8)$ iv) $\frac{f(6)}{f(-6)} > 0$
 v) $f^{-1}(2) > f(3)$ vi) $f(10) \cdot f(1) > 0$

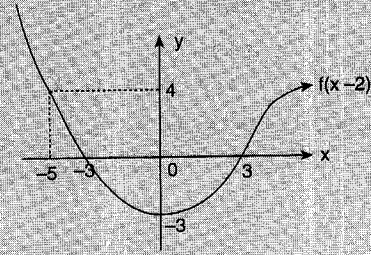
ÇÖZÜM:

19 Şekilde verilen $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafiklerine göre, a değeri kaçtır?



ÇÖZÜM:

20

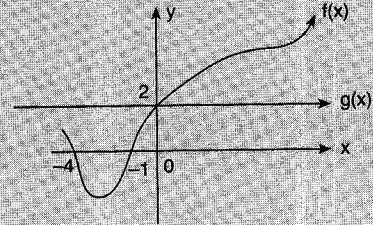


Şekilde verilen grafiğe göre,

$f(-7) - 4 = f(a + 1)$ koşulunu sağlayan a değerlerinin toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

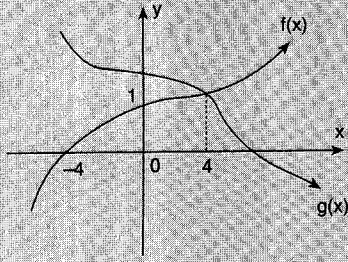
21



Şekilde $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir. Buna göre, $(g \circ f)(-1) - 2 = f(x - 2)$ koşulunu sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

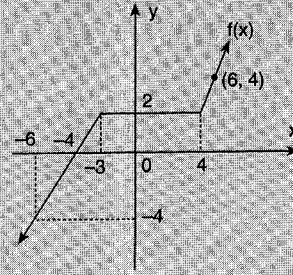
22



Şekilde grafikleri verilen $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarına göre $f^{-1}(1) - (f^{-1} \circ g)(4) + 4 = f(x-2)$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?

çözüm:

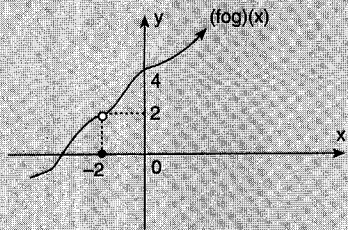
24



Şekilde verilen $f(x)$ fonksiyonun grafiğine göre, $f(-5) + f(2) + f(6)$ toplamı kaçtır?

çözüm:

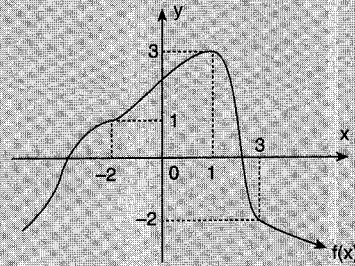
23



Şekilde $(f \circ g)(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $g(x-3) = 2x + 1$ olduğuna göre, $(g^{-1} \circ f \circ g)(-2)$ değeri kaçtır?

çözüm:

25



Şekilde verilen $f(x)$ fonksiyonuna göre, $(f \circ f \circ \dots \circ f)(1)$ değeri kaçtır?

1000 tane

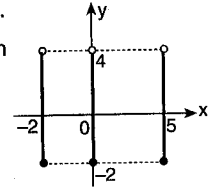
çözüm:

TEST 1

BAĞINTI

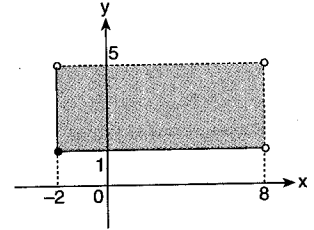
- $\left(\frac{1}{x \cdot y}, 2, x \cdot z\right) = \left(\frac{1}{4}, y \cdot z, 8\right)$ olduğuna göre, $(x + y + z)$ toplamı en çok kaçtır?
 A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9
- $A = \{1, 2, 3\}$ kümesi veriliyor.
 $A \times A \times A$ kümesinin elemanlarından kaç tanesinin birinci bileşeni 1 dir?
 A) 3 B) 6 C) 9 D) 10 E) 12
- K ve L boş olmayan birbirinden farklı iki küme olmak üzere,
 $s((M \times K) \cup (M \times L)) = 16$ olduğuna göre,
 M kümesinin en çok kaç elemanı vardır?
 A) 16 B) 15 C) 8 D) 6 E) 4
- $A = \{x : -1 \leq x < 3, x \in \mathbb{Z}\}$
 $B = \{x : -3 < x < 6, x \in \mathbb{N}^+\}$
 $C = \{-1, 2, 3, 4, 6\}$ kümeleri veriliyor.
 Buna göre, $(A \times B) - (A \times C)$ kümesinin en çok iki elemanlı kaç alt kümesi vardır?
 A) 79 B) 72 C) 68 D) 66 E) 37
- $A = \{a, b, c, d\}$ kümesi veriliyor.
 $A \times A$ kümesinin altı elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde bileşenleri aynı olan elemanların hepsi bulunur?
 A) 44 B) 48 C) 52 D) 55 E) 66
- $A = \{-1, 4\}$ ve $B = \{x : |x - 1| \leq 3, x \in \mathbb{Z}\}$ kümeleri veriliyor. $B \times A$ grafiğinde bulunan bütün noktaları kapsayan en küçük çaplı dairenin çevresi kaç π birimdir?
 A) 5 B) 6 C) $5\sqrt{2}$ D) 7 E) $\sqrt{61}$

- Şekilde $A \times B$ nin grafiği verilmiştir.
 $(A - B)'$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?



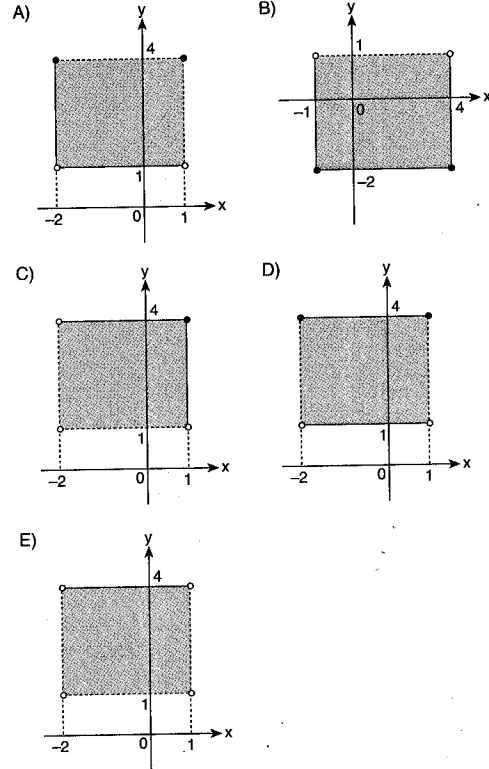
- A) $\{-2, 0\}$ B) $\{-2, 0, 5\}$ C) $\{-1, 1, 2, 3\}$
 D) $\mathbb{R} - \{-2, 0, 5\}$ E) $\{-2, 4\}$

- Şekilde $A \times B$ nin grafiği verilmiştir.
 Buna göre, $A - B$ kümesinin kaç tane tamsayı elemanı vardır?



- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

- $A = \{x : 1 < x \leq 4, x \in \mathbb{R}\}$
 $B = \{x : -2 < x \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$ kümeleri veriliyor.
 $B \times A$ nın grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



10. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{a, b, c\}$ veriliyor.
Aşağıdakilerden hangisi A dan B ye bağıntı değildir?
A) $\{(1, a), (1, b), (1, c)\}$
B) $\{(1, a), (2, a), (3, a)\}$
C) $\{(a, 1)\}$
D) $\{(4, b), (3, c)\}$
E) $\{(1, c)\}$
11. $s(A \times B) = 12$ ve A kümesinde tanımlanabilecek yansıyan bağıntı sayısı 64 olduğuna göre,
B kümesinde tanımlanabilecek yansıyan ve simetrik bağıntı sayısı kaçtır?
A) 32 B) 64 C) 128 D) 256 E) 512
12. Eleman sayısı 3 olan bir kümede en çok 7 elemanlı kaç tane bağıntı tanımlanabilir?
A) 442 B) 462 C) 484 D) 496 E) 502
13. Doğal sayılar kümesinde tanımlı,
 $\beta = \{(x, y) : (a - 2)x + (3a + 10)y = 0\}$
bağıntısının yansıma özelliğinin olması için a değeri kaç olmalıdır?
A) -6 B) -5 C) -2 D) 5 E) 6
14. Tam sayılar kümesinde tanımlı,
 $\beta = \{(x, y) : 6x + 8y = 14\}$ bağıntısı veriliyor.
Buna göre, $\beta \cap \beta^{-1}$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{2, 1\}$ B) $\{(1, 1)\}$ C) $\{(2, 2)\}$
D) $\{(3, 3)\}$ E) $\{(1, 2)\}$
15. $\mathbb{N}^+$ kümesinde tanımlı,
 $\beta = \{(x, y) : 2x + 3y = 30\}$
bağıntısında yansıma, simetri, ters-simetri, geçişme özelliklerinden kaç tanesi vardır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
16. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı
 $\beta = \{(1, 4), (2, 3), (3, 1)\}$
bağıntısına en az kaç eleman eklenirse bağıntı geçişken bağıntı olur?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
17. $A = \{a, b, c, d\}$ kümesinde tanımlı bir β bağıntısının yansıma özelliği vardır.
Geçişme ve simetri özelliklerinin olmaması için bağıntı en az kaç elemanlı olmalıdır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8
18. $A = \{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı
 $\beta = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 1), (a, b)\}$
bağıntısı bir denklik bağıntısı olduğuna göre, $\frac{a \cdot b}{a - b}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) 2
19. $A = \{1, 2, 3, \dots, 14, 15\}$ kümesinde tanımlı
 $\beta = \{(x, y) : 5 \mid (x - y)\}$ denklik bağıntısı veriliyor.
Buna göre, $\bar{2}$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{4, 8, 12\}$ B) $\{8, 12\}$ C) $\{6, 10\}$
D) $\{2, 5, 10, 15\}$ E) $\{2, 7, 12\}$
20. Tam sayılar kümesinde tanımlı aşağıdaki bağıntılardan hangisi denklik bağıntısıdır?
A) $\{(x, y) : x < y\}$ B) $\{(x, y) : x \cdot y = 0\}$
C) $\{(x, y) : \frac{x}{y} = 1\}$ D) $\{(x, y) : 4 \mid (x - y)\}$
E) $\{(x, y) : x + y = 0\}$

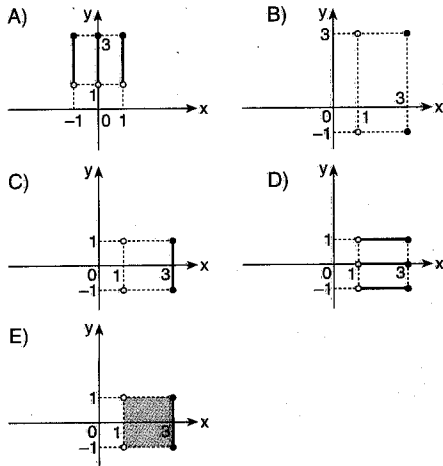
☐ DOĞRU	☐ YANLIŞ	☐ BOŞ	☐ ÖĞRETMENİN KAŞESİ
--------------------------------	---------------------------------	------------------------------	--

1. $(2x+1, 2y-3) = (11, x+2)$ eşitliğinde $(x+y)$ toplamı kaçtır?
A) -3 B) -1 C) 7 D) 10 E) 13

2. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, $C = \{1, 3, 5, 6\}$ kümeleri veriliyor.
 $(A \times C) \cup (B \times C)$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?
A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 36

3. A, B, C birer küme olmak üzere;
 $s(A) = 5$, $s(B) = 8$, $s(C) = 12$ ve
 $A \cap C \neq \emptyset$ olduğuna göre, $(A \times B) \cup (C \times B)$ kümesinin eleman sayısı en fazla kaç olabilir?
A) 64 B) 70 C) 72 D) 120 E) 128

4. $A = (1, 3]$, $B = \{-1, 0, 1\}$ olduğuna göre,
 $A \times B$ ifadesinin koordinat düzlemindeki grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



5. $A = \{a, b, c, d, e\}$
 $B = \{b, c, d, e\}$ kümeleri veriliyor. Aşağıdakilerden hangisi A dan B ye bir bağıntı değildir?

- A) $\beta = \emptyset$
B) $\beta_1 = \{(a, b), (b, b), (b, c)\}$
C) $\beta_2 = \{(b, a), (d, d), (b, c)\}$
D) $\beta_3 = \{(a, b), (a, c), (a, d), (a, e)\}$
E) $\beta_4 = \{(c, b), (d, b), (e, b)\}$

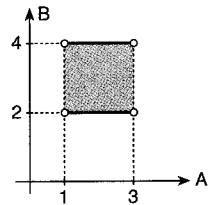
6. $A = \{1, 2, 3\}$ olmak üzere; A kümesinden B kümesine 512 tane bağıntı tanımlanıyor. B kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

7. $s(A) = 4$ olmak üzere, A dan B ye tanımlı 2 elemanlı bağıntı sayısı 28 olduğuna göre, B kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 9

8. $A \times B$ kartezyen çarpımının grafiği yanda verilmiştir.
 $A \times B$ kartezyen çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $(1, 3) \times [2, 4]$
B) $(1, 3) \times (2, 4)$
C) $[1, 3] \times [2, 4]$
D) $[1, 3] \times (2, 4)$
E) $\{1, 3\} \times (2, 4)$

9. $A = \{1, 2, 3\}$ kümesi için A da tanımlı

$\beta = \{(x, y) : 2x \leq y+1, (x, y) \in A \times A\}$ bağıntısının eleman sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

10. $A = \{0, 1, 4, 5\}$ kümesinde tanımlı

$\beta = \{(x, y) : 2x+1 \leq y \text{ ve } x, y \in A\}$ bağıntısı veriliyor. β^{-1} bağıntısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(0, 0), (1, 4), (1, 5), (4, 5)\}$
 B) $\{(0, 1), (0, 4), (0, 5), (1, 4)\}$
 C) $\{(0, 0), (4, 1), (5, 1), (5, 4)\}$
 D) $\{(1, 0), (4, 0), (5, 0), (4, 1), (5, 1)\}$
 E) $\{(1, 0), (0, 1), (1, 4), (4, 1), (1, 5), (5, 1)\}$

11. A dan B ye bir β bağıntısı tanımlanıyor.

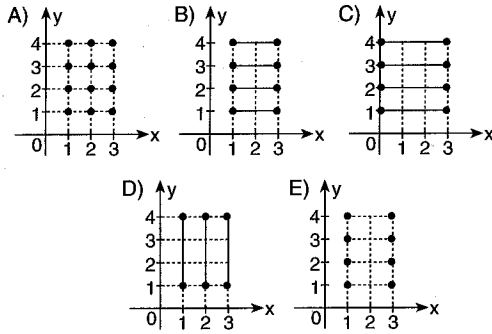
$\beta^{-1} = \{(1,a), (1,c), (2,a), (2,d)\}$ olduğuna göre,

A kümesi en az kaç elemanlı olur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = [1,4]$ olduğuna göre,

$A \times B$ nin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



13. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, 12\}$ kümesinde tanımlı $\beta : \{(x, y) : x-y \text{ farkı } 4 \text{ ile tam bölünür}, x, y \in A\}$ denklik bağıntısına göre, 7 nin denklik sınıfında bulunan elemanların toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 17 C) 18 D) 21 E) 23

14. Tam sayılar kümesinde tanımlı aşağıdaki bağıntılardan hangisi simetriktir?

- A) $\{(x, y) : x - y \geq 0\}$ B) $\{(x, y) : \frac{x+1}{y} = 2\}$
 C) $\{(x, y) : 2x - y = 0\}$ D) $\{(x, y) : x.y = \sqrt{5}\}$
 E) $\{(x, y) : x.y = 4\}$

15. $A = \{a, b, c\}$ kümesi üzerinde tanımlanan

$\beta = \{(a, a), (b, b), (a, c), (a, b)\}$ bağıntısının denklik bağıntısı olabilmesi için aşağıdakilerden hangisi bağıntıya eklenmelidir?

- A) $\{(c, c)\}$
 B) $\{(c, c), (c, a)\}$
 C) $\{(c, b), (b, c), (c, a), (c, c), (b, a)\}$
 D) $\{(c, c), (c, a), (b, a)\}$
 E) $\{(b, c), (c, c), (a, b)\}$

16. $A = \{a, b, c\}$ kümesinde tanımlanan bağıntılardan kaç tanesi yansıyandır?

- A) 8 B) 16 C) 32 D) 64 E) 128

17. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı aşağıdaki bağıntılardan hangisinde yansıma, simetri ve geçişme özellikleri vardır?

- A) $\beta_1 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,3)\}$
 B) $\beta_2 = \{(1,1), (2,3), (3,2), (2,4)\}$
 C) $\beta_3 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (2,4)\}$
 D) $\beta_4 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,3), (3,1)\}$
 E) $\beta_5 = \{(2,2), (4,4)\}$

18. $\beta = \{(1,3), (2,4), (x,y), (4,5)\}$

bağıntısında (x,y) ikilisi yerine aşağıdakilerden hangisi gelirse bağıntının geçişme özelliği olur?

- A) (1,2) B) (1,5) C) (3,2) D) (2,5) E) (2,3)

19. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı yansıyan olan fakat ne simetrik ne de ters simetrik olmayan bir bağıntı en az kaç elemanlıdır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

20. $A = \{a, b, c\}$ kümesinde tanımlı aşağıdaki bağıntılardan hangisi denklik bağıntısıdır?

- A) $\beta_1 = \{(a,a), (b,b), (c,c), (a,c), (c,a)\}$
 B) $\beta_2 = \{(a,a), (b,b)\}$
 C) $\beta_3 = \{(a,a), (b,b), (a,c)\}$
 D) $\beta_4 = \{(a,a), (b,b), (c,c), (a,b)\}$
 E) $\beta_5 = \{(a,a), (b,b), (c,c), (c,a), (a,b)\}$



DOĞRU



YANLIŞ



BOŞ



ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 3**FONKSİYON**

1. 4 öğretmen 3 okula kaç farklı şekilde atanabilir?

A) 12 B) 24 C) 64 D) 72 E) 81

2. $f(x+1) = f(x) + 2$ ve $f(3) = 2$ olduğuna göre, $f(30)$ kaçtır?

A) 52 B) 54 C) 56 D) 58 E) 60

3. $f(x+1) = (a-2)x + b - 3$ birim fonksiyondur. Buna göre, $a \cdot b$ çarpımının sonucu kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

4. $g(x-3) = \frac{a-2x}{3x+4}$ fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) -6 B) $-\frac{8}{3}$ C) -2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

5. $s(A) = 4$, $s(B) = 3$ olduğuna göre, B den A ya tanımlı kaç tane birebir fonksiyon vardır?

A) 4 B) 12 C) 24 D) 40 E) 64

6. $f(x) = \frac{3}{2}(3^x + 3^{-x})$ olduğuna göre,

$f(2x)$ in $f(x)$ cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3f^2(x)$ B) $\frac{2f^2(x)}{3} - 3$ C) $f^2(x) + 3$
D) $f^2(x) - 3$ E) $f^2(x) + 2$

7. $f(x) = 4 - x$ ve f fonksiyonunun tanım kümesi $[-3, 2]$ olduğuna göre, görüntü kümesi nedir?

A) $(2, 7]$ B) $(2, 7)$ C) $[2, 7]$
D) $[1, 2)$ E) $(1, 2)$

8. $f(3x+2) = 2x-5$ ve $f(A) = \{-1, 5, 11\}$ olduğuna göre, A kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-7, -3, 1\}$ B) $\{-1, 0, 2\}$ C) $\{-1, 1, 3\}$
D) $\{2, 5, 8\}$ E) $\{8, 17, 26\}$

9. $f(x^5-2) = \frac{2x^5+1}{x^5-3}$ olduğuna göre,

tanımlı olduğu değerler için $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2x+5}{x-1}$ B) $\frac{3x+5}{x+2}$ C) $\frac{3x+1}{x-2}$
D) $\frac{x+5}{x-2}$ E) $\frac{x+1}{2x-3}$

10. $f(2x^2 - 5x) = 4x^2 - 10x - 53$ olduğuna göre,
 $f(44)$ değeri kaçtır?
 A) 28 B) 35 C) 42 D) 44 E) 45

11. $f(x) + f(x^2 - 2) = x^2 - 4x + 6$ olduğuna göre,
 $f(2)$ değeri kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, $f(x)$ birim fonksiyondur.
 $f(x + 8) = (2m - n)x + m + 2n$ olduğuna göre, $m.n$ çarpımının değeri kaçtır?
 A) 6 B) 4 C) 0 D) -4 E) -6

13. $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı bir f fonksiyonu için
 $f(x + 1) + 2 = 2f(x)$ ve $f(1) = 3$ olduğuna göre, $f(4)$ değeri kaçtır?
 A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

14. $f: (-\infty, 4) \rightarrow [1, \infty)$
 $f(x) = x^2 - 8x + 17$ olduğuna göre, $f^{-1}(2)$ değeri kaçtır?
 A) -5 B) -3 C) 1 D) 3 E) 5

15. $f(x)$ doğrusal fonksiyon olmak üzere;
 $f(x + 2) + f(x - 1) = 4x - 6$ olduğuna göre,
 $f(0)$ değeri kaçtır?
 A) -4 B) -3 C) -2 D) 2 E) 3

16. $f(x - 5) = 2x + 5$ ve $f(3m + 3) = -3$ olduğuna göre,
 m değeri kaçtır?
 A) -4 B) -3 C) -2 D) 1 E) 2

17. $f(x) = 2^{x+1} + \sqrt{x+3}$ olduğuna göre,
 $f(1) - f(-2) + f^{-1}(6)$ toplamı kaçtır?
 A) 0 B) 4 C) 6 D) $\frac{11}{2}$ E) $\frac{17}{2}$

18. $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tanımlı
 $f(x, y) = \max(2x - y, x + y)$
 $g(x, y) = \min(3xy, 2y + x)$ fonksiyonları veriliyor.
 Buna göre, $f(2, -1) + g(3, 2)$ toplamı kaçtır?
 A) 12 B) 13 C) 19 D) 21 E) 23

19. $f(x + y) = f(x) + f(y)$ ve $f(2) = 5$ olduğuna göre,
 $f(8)$ değeri kaçtır?
 A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

20. $f: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$
 $\frac{2 - f(x)}{f(x) + 3} = 2x - 5$ olduğuna göre, $(a + b)$ toplamı kaçtır?
 A) -6 B) -1 C) 1 D) 2 E) 6

☐ DOĞRU	☐ YANLIŞ	☐ BOŞ	☐ ÖĞRETMENİN KAŞESİ
--------------------------------	---------------------------------	------------------------------	--

TEST 4

FONKSİYON

1. $f(x) = 3^{x+2} + 1$ olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) 10 B) 27 C) 28 D) 49 E) 82

2. $f(3x+5) = 2x-7$ olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

- A) -8 B) -9 C) -10 D) -11 E) -12

3. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b, c\}$ kümeleri veriliyor. Aşağıdaki bağıntılardan hangisi A dan B ye bir fonksiyondur?

- A) $\{(1,a), (2,c), (3,b)\}$
B) $\{(2,a), (2,b), (2,c)\}$
C) $\{(1,a), (1,b), (2,c), (3,b)\}$
D) $\{(1,a), (2,a), (3,b), (4,c)\}$
E) $\{(1,a), (2,b), (4,c)\}$

4. $f(x) = \frac{4x \cdot f(x) - 2}{x+3}$ olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{2}{3}$

5. $f(x+1) + f(x) = 4x+4$ olduğuna göre, $f(2) + f(3)$ kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

6. f doğrusal fonksiyondur.

$f(1) = 5$ ve $f(4) = 14$ olduğuna göre, $f(6)$ kaçtır?

- A) 20 B) 19 C) 18 D) 17 E) 16

7. $f(x) = \frac{3x+5}{2}$ ve $g(x) = 5x-3$

olduğuna göre, $(4.f-g)(-3)$ kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 13

8. $f(x) + f(2x) + f(x+1) = 18$

olduğuna göre, $f(0) + f(1) + f(2)$ kaçtır?

- A) 18 B) 9 C) 8 D) 6 E) 3

9. $f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$ olduğuna göre,

$f(\sqrt[4]{5+1})$ kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 10 E) 15

10. $f(x) = \frac{ax^2+6x+10}{2x^2+bx+5}$ fonksiyonu sabit fonksiyon

olduğuna göre, $(a+b)$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

11. $f(x) = (a + b - 3)x + 2a - b + 6$ fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre, $(a+b)$ toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. $\forall x \in \mathbb{N}^+, f(x+1) = \frac{3f(x)+1}{3}$ ve $f(1) = -1$

olduğuna göre, $f(49)$ kaçtır?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

13. $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$,

$f(x) = (2x+2)f(x-1)$ ve $f(0) = \frac{1}{16}$ olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{24}$ B) $\frac{1}{12}$ C) 1 D) 12 E) 24

14. $f: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$ olmak üzere,

$f(x) = \frac{3x+5}{x+7}$ fonksiyonu birebir ve örten olduğuna göre,

$a+b$ toplamı kaçtır?

A) 5 B) 3 C) 1 D) -1 E) -4

15. $f(x) = 2x-3$ olduğuna göre, $f(6x+1)$ in $f(x)$ cinsinden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6f(x) + 17$ B) $3f(x) + 1$ C) $3f(x) - 2$
D) $6f(x) - 9$ E) $3f(x) + 5$

16. $f = \{(1, 8), (2, 10), (3, 12)\}$

$g = \{(1, 9), (2, 11), (3, 12), (4, 15)\}$ fonksiyonları veriliyor. $(f+g)(2)$ değeri kaçtır?

A) 17 B) 19 C) 21 D) 23 E) 25

17. $f: A \rightarrow B$, $f(x) = -3x + 7$ ve

$A = (-2, 4]$ olduğuna göre, $f(A)$ kümesi nedir?

A) $(-5, 13]$ B) $(-13, 5]$ C) $[-5, 13)$
D) $[-13, 5)$ E) $(-13, 5)$

18. $f: A \rightarrow B$ ve $f(x) = 2x + 5$ ve $f(A) = \{-3, -1, 5\}$ olduğuna göre, A kümesini oluşturan elemanların toplamı kaçtır?

A) -7 B) -4 C) -3 D) 1 E) 5

19. Tanım kümesi $\mathbb{R} - \{-5\}$ olan

$f(x) = (x+5)^{a+4} - 3$ fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, $f(2006)$ kaçtır?

A) -2 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

20. $2f(x) + f(-x) = ax+12$ ve $f(-3) = 6$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) 2



DOĞRU



YANLIŞ



BOŞ



ÖĞRETMENİN KAŞESİ

- $A = \{x: -3 < x \leq 2, x \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{x: |x - 1| < 1, x \in \mathbb{Z}\}$
 kümeleri veriliyor. Buna göre, A dan B ye tanımlı kaç tane fonksiyon olmayan bağıntı vardır?
 A) 3 B) 7 C) 15 D) 28 E) 31
- $s(A) = 5, s(B) = 3$ olduğuna göre,
 B den A ya tanımlı kaç tane birebir olmayan fonksiyon vardır?
 A) 48 B) 56 C) 65 D) 120 E) 183
- $A = \{1, 2, 3, 4\}$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi A dan A ya bir fonksiyon değildir?
 A) $\{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$
 B) $\{(1,1), (2,1), (3,1), (4,1)\}$
 C) $\{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$
 D) $\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4)\}$
 E) $\{(4,3), (2,1), (1,1), (3,3)\}$
- $A = \{-1, 3, 5\}$ kümesi veriliyor.
 $f: B \rightarrow A$ örten bir fonksiyon ve $f(x) = 2x - 3$ olduğuna göre, B kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\{2, 3, 5\}$ B) $\{-5, 3, 7\}$ C) $\{-5, 2, 6\}$
 D) $\{1, 3, 4\}$ E) $\{1, 3, 5\}$
- $f: \{(1,3), (2,1), (3,-1), (4,2)\}$
 $g: \{(-1,1), (1,2), (3,1), (5,3)\}$ fonksiyonları veriliyor.
 Buna göre, $(f \circ g)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\{(1,2), (3,1)\}$ B) $\{(1,-1), (3,-3)\}$
 C) $\{(1,5), (4,1), (2,-1)\}$ D) $\{(1,5), (3,0)\}$
 E) $\{(2,6), (1,8), (3,11)\}$

- Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi birebir fonksiyon değildir?
 A) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 3x - 5$
 B) $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $g(x) = x^3 - 1$
 C) $h: [0, \infty] \rightarrow \mathbb{R}^+$
 $h(x) = x^2$
 D) $t: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $t(x) = \frac{2x-5}{x}$
 E) $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $u(x) = |x| + 3$
- $f(3x - 2) = (a - 1)x^2 - bx + 2x - c - 1$ fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre,
 $\frac{f(a) + f(b)}{f(c) - f(-1)}$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
- $f(x) = \frac{(2a-4)x-3}{5x+2}$ fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, $f(1001) - 2a$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) 1 D) 2 E) $\frac{5}{2}$
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f(x) = x^2 - 6x$ fonksiyonu veriliyor.
 $K = [-1, 4]$ olduğuna göre, $f(K)$ aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $(-9, 7)$ B) $[-8, 7]$ C) $[-9, 7]$
 D) $(-7, 9]$ E) $(-9, 7]$
- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinde tanımlı,
 $f: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ve $g: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ fonksiyonları veriliyor. Buna göre,
 $(f \circ g)(2) - f^{-1}(5) + g(3)$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

11. $f(x) = (2a - 5)x^3 + 4x^2 - bx + 4x - 3$

fonksiyonu çift fonksiyon olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

12.
$$f(x) = \begin{cases} 2 - 3 \cdot |x - 1|, & x < 0 \\ 5x + 7, & 0 \leq x < 3 \\ x^2 - 4, & x \geq 3 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. $\frac{f(-1) + f(0)}{2 \cdot f(3)}$ işleminin sonucu

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

13. $x \cdot f(x - 1) = 2f(x) - 4$ ve $f(4) = 6$ olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

14. $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$,

$f(x) = \frac{ax - 2}{x - b}$ ve $f^{-1}(2k + 3) = 3$ olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 7 E) 8

15. $f(x)$ fonksiyonu doğrusal fonksiyondur.

$f^{-1}(2) = 5$ ve $f(-1) = 8$ olduğuna göre,

$f(2x + 1)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x + 1$ B) $-2x - 1$ C) $-2x + 6$
D) $2x + 10$ E) $x + 9$

16. $f\left(\frac{x}{5}\right) = x - 2 \cdot f\left(\frac{5}{x}\right) + 1$ olduğuna göre, $f(5)$ değeri kaçtır?

- A) -10 B) $-\frac{22}{3}$ C) -7
D) $\frac{1}{2}$ E) 1

17. $\frac{2f(x) - 5}{x - 3} = \frac{3f(x)}{x + 1}$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{11x - 5}{x + 5}$ B) $\frac{5x + 5}{x - 11}$ C) $\frac{-11x + 5}{x - 5}$
D) $\frac{7x - 5}{x + 5}$ E) $\frac{5x + 5}{x - 7}$

18. $f\left(\frac{x - 5}{2x - 3}\right) = \frac{x + 1}{x - 2}$ olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden

hangisine eşittir?

- A) $\frac{x - 4}{x - 3}$ B) $\frac{x + 4}{3 - x}$ C) $\frac{6 - 5x}{x + 3}$
D) $\frac{5x + 6}{x - 3}$ E) $\frac{5x - 4}{x + 3}$

19. $f(x) = 2^{x-3}$ olduğuna göre, $f(3x)$ in $f(x)$ cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3 \cdot f(x)$ B) $64 \cdot f(x)$ C) $f^3(x)$
D) $8 \cdot f^3(x)$ E) $64 \cdot f^3(x)$

20. Tanımlı olduğu değerler için,

$f(ax) = 8x + 2b$ ve $f^{-1}(x) = \frac{2x - 1}{4}$ olduğuna göre,

a.b çarpımının sonucu kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 2 D) 4 E) 8



DOĞRU



YANLIŞ



BOŞ



ÖĞRETMENİN KAŞESİ

1. $f(x) = 2x - 1$, $(f \circ g)(x) = 2x^2 - 4x + 1$ olduğuna göre, $g(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $(x-1)^2$ B) $x^2 + 2x$ C) $x^2 - 2x - 2$
 D) $x^2 - 2x - 1$ E) $2x^2 - 2x + 1$

2. Tanımlı olduğu değerler için,
 $(f \circ g)(x) = \frac{6x-2}{3x+2}$ ve $g(x) = x-2$ olduğuna göre,
 $f(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\frac{6x-13}{3x-3}$ B) $\frac{6x+10}{3x+8}$ C) $\frac{3x+6}{6x-3}$
 D) $\frac{6x-14}{3x-4}$ E) $\frac{3x-11}{6x+1}$

3. $(f \circ g)(x) = \frac{x-1}{x+3}$, $g(2x+1) = 3x+2$ olduğuna göre,
 $f(2)$ değeri kaçtır?
 A) -1 B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{3}$

4. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow (-6, \infty)$, $f(x) = x^2 - 6$
 $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow (2, \infty)$, $g(x) = \sqrt{x} + 2$ fonksiyonu veriliyor.
 Buna göre, $(f \circ g)^{-1}(3)$ değeri kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $(g \circ f)(x) = \frac{mx-1}{x+3}$, $f^{-1}(3) = 2$ ve
 $g(3) = 5$ olduğuna göre, m değeri kaçtır?
 A) 11 B) 12 C) 13 D) 15 E) 18

6. $f: \{(x, 1), (y, 3), (z, 4), (t, 5)\}$
 $g: \{(1, a), (2, b), (3, 4), (6, 3)\}$
 olduğuna göre, $(g \circ f)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\{(x, a), (y, 4)\}$ B) $\{(1, 1), (3, 3), (4, 4)\}$
 C) $\{(6, y), (3, z)\}$ D) $\{(y, 6), (z, 3)\}$
 E) $\{(x, a), (y, b), (4, 4), (5, 3)\}$

7. $(g \circ f)(x) = \frac{x+2}{x+5}$ ve $f(3x+1) = 3x-2$ olduğuna göre, $g(2)$ değeri kaçtır?
 A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{7}{10}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

8. $f(f(x)) = 4x - 6$ olduğuna göre,
 $f(5)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) -8 B) -6 C) 0 D) 4 E) 8

9. $f(x)$ ve $g(x)$ birebir ve örten fonksiyondur.
 $f(x) = 3x - 6$ ve $\frac{2x + (f \circ g)(x)}{3} = x - 2$ olduğuna göre, $g(0)$ değeri kaçtır?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ ve } g \circ f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $g^{-1}(2) + (f \circ g)(2)$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

11. $(f \circ g)(x) = 2x^2 + 4x + 5$ ve $g(x) = (x + 1)^2$ olduğuna göre, $f^{-1}(7)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) -7 B) -5 C) -3 D) 1 E) 2

12. $f(x-3) = \frac{2x+4}{3x-2}$ ve $(g^{-1} \circ f)^{-1}(4) = -2$ olduğuna göre, $g(4)$ değeri kaçtır?
A) $-\frac{2}{5}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 4 E) 6

13. $(f \circ g)(x) = 2x + 5$ ve $h(x) = \frac{3x-2}{4}$ olduğuna göre, $(h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(3)$ değeri kaçtır?
A) -2 B) -1 C) $-\frac{2}{3}$ D) 1 E) 2

14. $f_k(x) = 3k - 2x + 1$ olduğuna göre, $(f_1 \circ f_3)(2)$ değeri kaçtır?
A) -8 B) -6 C) -2 D) 2 E) 4

15. $g(x) = \begin{cases} 2x-3, & x \text{ çift sayı} \\ \frac{x+1}{2}, & x \text{ tek sayı} \end{cases}$
 $(g \circ g \circ g \circ g \circ g)(3)$ değeri kaçtır?
A) 3 B) 2 C) 1 D) -1 E) -3

16. f ve g fonksiyonlarının tanımlı olduğu değerler için,

$$f\left(\frac{2x+1}{3}\right) = g^{-1}\left(\frac{3-x}{2}\right) \text{ eşitliği veriliyor.}$$

Buna göre, $(g \circ f)(3)$ değeri kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 3

17. $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x) = x$ ve $g(2x-1) = \frac{x+3}{5}$ olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 9 E) 13

18. Tanımlı olduğu değer aralıklarında
 $f(2x-4) = x^2 - 1$

$$g(x+3) = \begin{cases} x-3, & x < 1 \\ 5-x, & x \geq 1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $(f \circ g^{-1})(2)$ değeri kaçtır?

- A) 35 B) 24 C) 15 D) 8 E) 3

19. $f(2x-5) = 3x+2$ ve $g(x+1) = 5-x$ fonksiyonları veriliyor.
 $(f \circ g \circ g^{-1} \circ f^{-1})(2)$ değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{3}$ D) 2 E) 4

20. $f(x+2) = 5x-1$, $g(x-3) = 2x-11$ ve
 $(f^{-1} \circ g)^{-1}(m-1) = 4$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{9}{5}$ C) 2 D) $\frac{11}{4}$ E) $\frac{19}{5}$



DOĞRU



YANLIŞ



BOŞ

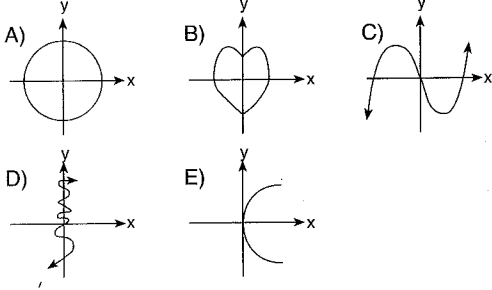


ÖĞRETMENİN KAŞESİ

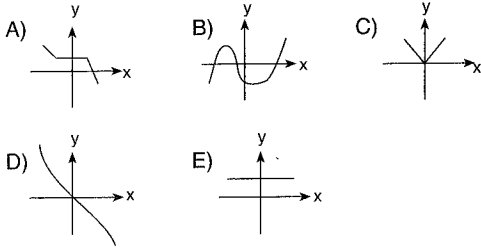
TEST 7

FONKSİYONDA GRAFİK

1. Aşağıda grafiği verilen bağıntılardan hangisi bir fonksiyon grafiğidir?



2. Aşağıda $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye grafiği verilen fonksiyonlardan hangisi birebir ve örtendir?



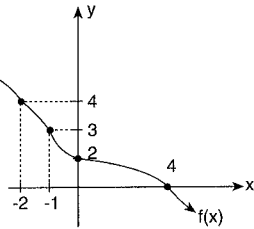
3. Şekildeki grafikte

$y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

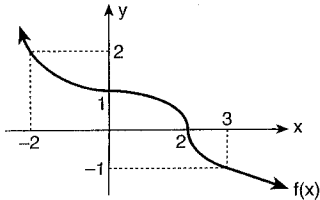
Buna göre,

$$\frac{f(4)+f(-1)}{f(0)+f(-2)}$$
 kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3



- 4.



Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $f(-2) + f^{-1}(2) + f(2) + f^{-1}(-1) + f^{-1}(1)$ toplamı kaçtır?

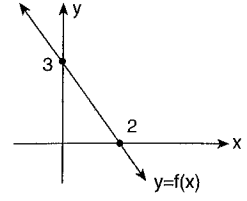
- A) -4 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

5. Şekilde $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

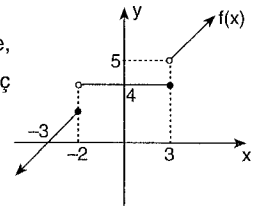
$$f(4) + f^{-1}(9)$$
 kaçtır?

- A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

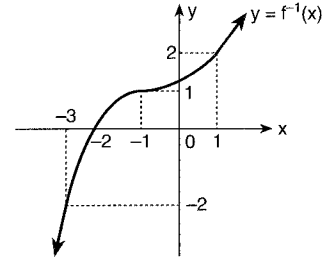


6. Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $f(a) = 4$ eşitliğini sağlayan kaç tam sayı değeri vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



- 7.



Şekilde gerçel sayılarda tanımlı

$f^{-1}(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$f(2x+11) = -2$ eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) $-\frac{15}{2}$ B) -7 C) $-\frac{13}{2}$ D) -6 E) $-\frac{11}{2}$

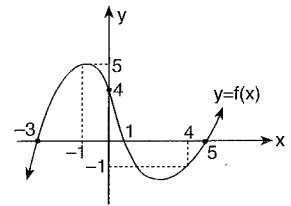
8. Şekilde $y = f(x)$

fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

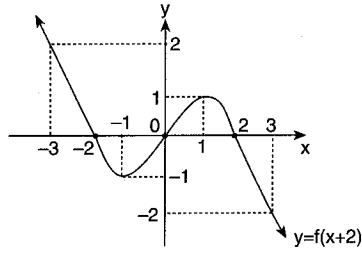
Buna göre,

$$(f \circ f \circ f \circ f \circ f)(1)$$
 kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 4

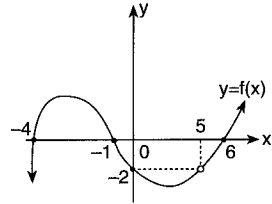


9. Şekilde $y=f(x+2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $f(f(f(0)+2)+4)$ kaçtır?



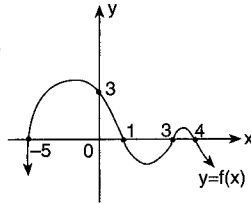
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $f(f(a)) = -2$ eşitliğini sağlayan a değerlerinin toplamı kaçtır?



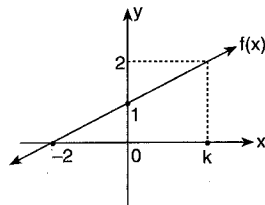
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. Şekilde $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $(f \circ f)(a) = 0$ eşitliğini sağlayan a değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?



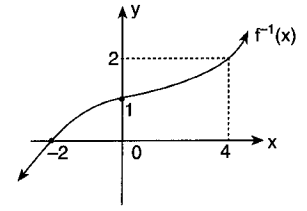
A) -5 B) 0 C) 1 D) 3 E) 4

12. Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $f^{-1}(k^2)$ kaçtır?



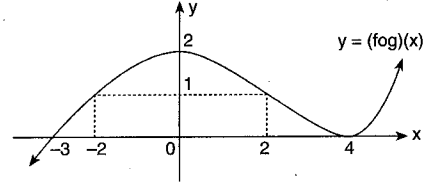
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

13. Şekilde $y = f^{-1}(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $\frac{f(2)+f^{-1}(0)}{f(0)}$ kaçtır?



A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) $-\frac{3}{2}$ D) -2 E) $-\frac{5}{2}$

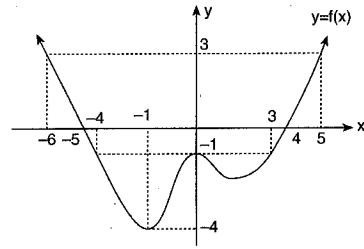
- 14.



Şekilde $y = (fog)(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $g(-2) = 3$ ve $f(x) = 2x + a$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) -5 B) -3 C) -2 D) 2 E) 4

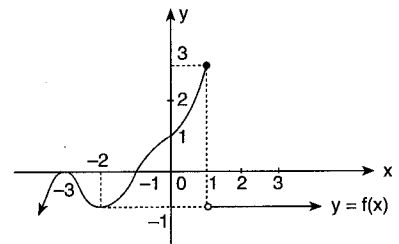
- 15.



$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $-4 \leq (f \circ f)(x) \leq -1$ eşitsizliğini sağlayan x tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) -1 B) -2 C) -4 D) -6 E) -8

- 16.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f(x) \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2



DOĞRU



YANLIŞ



BOŞ



ÖĞRETMENİN KAŞESİ

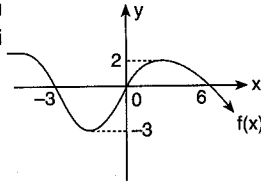
TEST 8

FONKSİYONDA GRAFİK

1. $g^{-1}(3m+x) = 4x-2$ ve $g(x)$ fonksiyonunun grafiği $K(-2, 6)$ noktasından geçtiğine göre, grafiğin x eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?

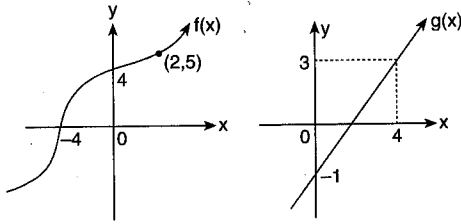
A) -10 B) -20 C) -22 D) -24 E) -26

2. Grafikte verilen $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?



- A) $(f \circ f)(4) > 2$ B) $(f \circ f)(-2) < -3$
C) $f(0) \cdot f(8) < 0$ D) $f(7) \cdot f(-4) < 0$
E) $f(f(-4)) > 1$

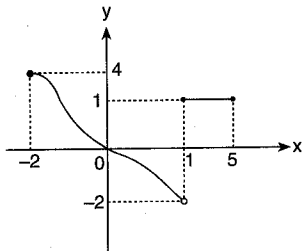
3.



Şekilde verilen $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafiklerine göre, $(f - 2g)(2) - f^{-1}(0)$ ifadesinin değeri kaçtır?

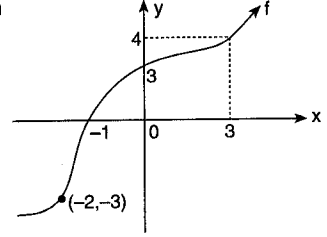
- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

4. Şekilde f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $f(f(-2)) + f(-2)$ toplamı kaçtır?



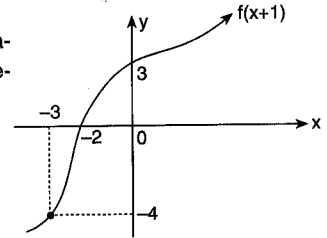
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. Verilen f fonksiyonunun grafiğine göre, $2f(3) - f^{-1}(0) + f(-2)$ işlemin sonucu kaçtır?



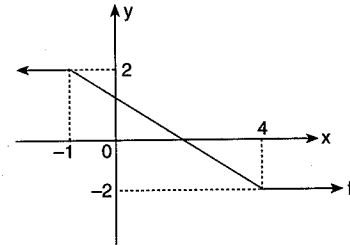
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

6. Şekilde verilen $f(x+1)$ fonksiyonuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?



- A) $f(0) \cdot f(-2) = 0$ B) $f(-3) + f(0) = -1$
C) $f(f(-1)) > 3$ D) $f(f(1)) = 1$
E) $f(1) + f(-1) = 3$

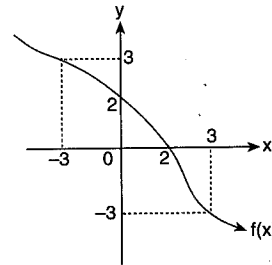
7.



Şekilde verilen $f: A \rightarrow B$ fonksiyonuna göre, $A-B$ kümesinin tam sayı olan elemanlarının toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 9 E) 11

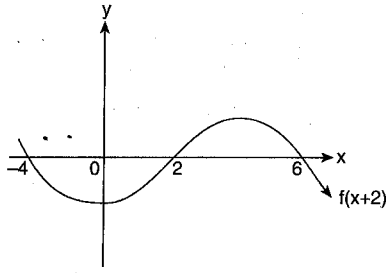
8.



$f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre, $f^{-1}(f^{-1}(2m-3)) = -3$ olduğuna göre, $f(m-3)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 1 D) 3 E) 4

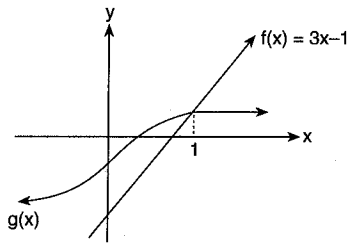
9.



Şekilde $y = f(x+2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $f(3x-1) = 0$ denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) $\frac{13}{3}$ D) 5 E) $\frac{16}{3}$

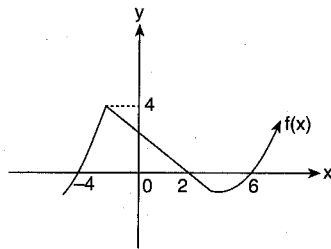
10.



Şekilde verilen $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları için $(g \circ f)(3)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 4

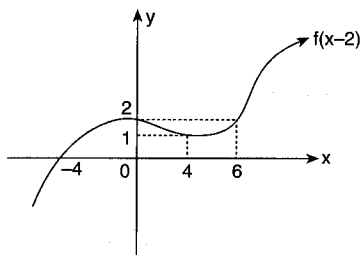
11.



Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $x.f(x) < 0$ koşulunu sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

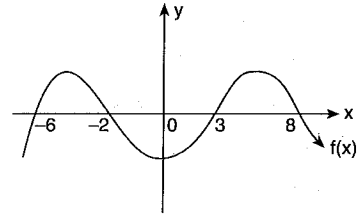
12.



Şekilde $y = f(x-2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f(f(4)) + f(-2)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

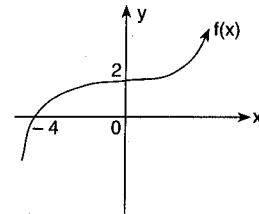
13.



Grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunda $f(x) \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 13

14.

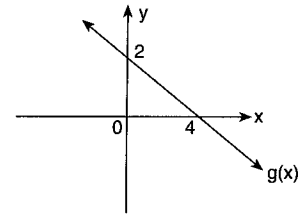


Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$(g \circ f)(x) = \frac{2x-5}{x^2+1}$ olduğuna göre, $g(2)$ değeri kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) -1 D) -2 E) -5

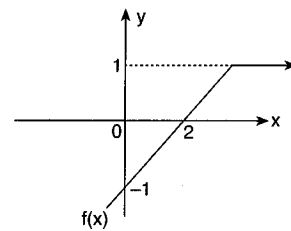
15.



Şekilde $g(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $(g^{-1} \circ g \circ g^{-1})(1)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

16.



Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $f(-2) + f(5)$ toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2



DOĞRU



YANLIŞ



BOŞ



ÖĞRETMENİN KAŞESİ

1. $a, b \in \mathbb{N}^+$ ve $(2x, a-b) = \left(34, \frac{x}{a+b}\right)$ olduğuna göre, a değeri kaçtır?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10
2. A kümesinden B kümesine tanımlı 2 elemanlı 66 tane bağıntı vardır. Buna göre, $s(A \cup B)$ kaç farklı değer alabilir?
A) 3 B) 5 C) 7 D) 8 E) 9
3. $A = \{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı beş elemanlı, $(1, 2)$ elemanının bulunmadığı kaç tane yansıyan bağıntı vardır?
A) 6 B) 10 C) 15 D) 20 E) 21
4. $A = \{x: 1 < x < 20, x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$ kümesinde tanımlı $A \times A$ nın eleman sayısı kaçtır?
A) 36 B) 56 C) 64 D) 72 E) 81
5. $A = \{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı kaç tane simetrik olmayan bağıntı yazılabilir?
A) 192 B) 310 C) 382 D) 448 E) 504

6. $f(x)$ çift fonksiyondur.
 $2x^2 f(x) + 2f(-x) = 5x^2 + 7$ olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?
A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$
7. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f(x) = \frac{2x-11}{3}$ olduğuna göre, $f^{-1}(7)$ kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 5 D) 6 E) 16
8. $f(x) = \frac{3x-7}{x+1}$ olduğuna göre, f nin tanımlı olduğu aralıkta $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ kaçtır?
A) 5 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0
9. Reel sayılarda tanımlı $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları için $f(x) = 2x + 7$ ve $g^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$ olduğuna göre, $(f \circ g)(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{x+5}{2}$ B) $x+1$ C) $x-2$
D) $4x+4$ E) $4x+13$
10. $f(x) = 3x + a$ ve $(f \circ f)(x) = 9x + 8$ olduğuna göre, a kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

11. $x = \frac{3f(x) + 2}{1 + 2f(x)}$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden

hangisidir?

- A) $\frac{-2x + 2}{2x - 3}$ B) $\frac{3x + 2}{1 + 2x}$ C) $\frac{-2x + 2}{1 - 3x}$
D) $\frac{2 - 3x}{1 + 2x}$ E) $\frac{3x + 1}{2x + 2}$

12. Reel sayılarda tanımlı bir $f(x)$ fonksiyonu için $f(x+1) = x^2 - 3x + 5$ olduğuna göre, $f(2x-1)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x^2 - 3x + 5$ B) $x^2 + x + 3$
C) $4x^2 - 14x + 15$ D) $2x^2 + 5x + 8$
E) $x^2 + 11x + 7$

13. $f(3x+2) = \frac{3x+5}{x+2}$ olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x+4}{3x+9}$ B) $\frac{x+2}{3x+6}$ C) $\frac{3x+9}{x+4}$
D) $\frac{3x+6}{x+2}$ E) $\frac{x+5}{3x+2}$

14. $f(x) = \frac{5x+4}{4x+a}$ fonksiyonunun tersi kendisine eşit olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -10 B) -5 C) -4 D) 5 E) 10

15. $f(x) = \begin{cases} 2-2x, & x \geq 0 \\ \frac{x^2}{4}, & x < 0 \end{cases}$

olduğuna göre, $(f \circ f \circ f)(4)$ değeri kaçtır?

- A) -16 B) -2 C) 0 D) 6 E) 8

16. $f(x+2) = 5x+13$ ve $f^{-1}(3a+1) = 2$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

17. $f(2^x + 2^{-x}) = 4^x + 4^{-x}$ olduğuna göre,

$f(3x)$ fonksiyonunun $f(x)$ cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3f(x) + 1$ B) $3f(x) + 2$ C) $9f(x) + 16$
D) $3f(x) + 16$ E) $9f(x) + 2$

18. $f(x) = 2x+3$ ve $(f \circ f)(x) = ax+b$ olduğuna göre, $(a+b)$ toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 13 C) 11 D) 10 E) 9

19. $f(x)$ doğrusal bir fonksiyon ve $(f \circ f)(x) = 16x+10$ olduğuna göre, $f(3)$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 14

20. $f(x) = \frac{3x+1}{2}$ ve $(g \circ f)(x) = 3x+6$ olduğuna göre, $g(4)$ değeri kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14



DOĞRU



YANLIŞ

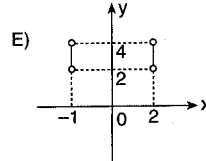
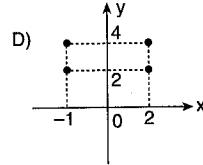
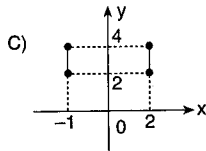
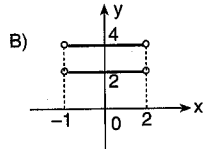
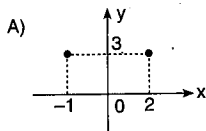


BOŞ



ÖĞRETMENİN KAŞESİ

1. $A = \{a : 1 \leq a^3 < 125 \text{ ve } a \in \mathbb{N}\}$ kümesinde tanımlı kaç tane bağıntı oluşturulabilir?
A) 2^8 B) 2^{10} C) 2^{12} D) 2^{14} E) 2^{16}
2. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinde tanımlı yansıyan bir bağıntı ters simetrik olmadığına göre, en az kaç elemanlı olabilir?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9
3. $\beta = \{(x, y) : x^2 + y = y^2 + x, (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$ bağıntısı bir denklik bağıntısıdır. Buna göre 2 nin denklik sınıfı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{-1, 0\}$ B) $\{0, 2\}$ C) $\{-1, 0, 2\}$
D) $\{-1, 2\}$ E) $\{2\}$
4. Eleman sayısı 6 olan bir kümede kaç tane simetrik bağıntı yazılabilir?
A) 2^{15} B) 2^{21} C) 2^{30} D) 2^{36} E) 2^{42}
5. $A = \{x : x^2 - x - 2 = 0, x \in \mathbb{R}\}$
 $B = \{x : |x - 3| < 1, x \in \mathbb{R}\}$
kümeleri veriliyor. Buna göre, $A \times B$ nin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



6. Aşağıda verilen ifadelerden kaç tanesi birebir fonksiyondur?
I. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + 3}{2}$
II. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3|x| + x + 1$
III. $f : (3, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 6x + 9$
IV. $f : (-1, 3) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + 3}{x}$
V. $f : \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x + 1}{x}$
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
7. $f(x) = x - 4, g(x) = \begin{cases} 2x^2 & x \geq 5 \\ 2 - x & x < 5 \end{cases}$
fonksiyonları için $(f \circ g)(1) + (g \circ f)(1)$ toplamı kaçtır?
A) 2 B) 17 C) 23 D) 39 E) 55
8. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı $f(x)$ fonksiyonu için,
 $f(x) = f(x+1) + 2x$ eşitliği veriliyor.
 $f(1) = 10$ olduğuna göre, $f(10)$ değeri kaçtır?
A) -70 B) -76 C) -80 D) -84 E) -88
9. f, g ve h fonksiyonları,
 $f(x) = \sqrt{x} - 1, g(x) = x^2 + 3, h(x) = 2x$
şeklinde tanımlanıyor.
 $f(9) = h(a)$ olduğuna göre, $g(2a)$ değeri kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8
10. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinde f ve g permütasyon fonksiyonları tanımlanıyor.
 $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ ve $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
olduğuna göre, $f \circ g^{-1}$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$
C) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$
E) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

11. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$ fonksiyonu için $f(3x)$ in $f(x+1)$ cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2f(x+1)+3$ B) $2f(x+1)-3$ C) $3f(x+1)+2$
D) $3f(x+1)-4$ E) $3f(x+1)+4$

12. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 6$ olduğuna göre, $f^{-1}(9)$ un değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. f ve g fonksiyonları için

$$(f \circ g)(x) = \frac{4x-2}{3-x} \text{ ve } g(x) = \frac{3x-1}{x}$$

olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2x+3}{3x-8}$ B) $\frac{4x-1}{3-x}$ C) $\frac{2-3x}{3x-8}$
D) $\frac{3-2x}{2x-8}$ E) $\frac{2-2x}{3x-8}$

14. $f(x^2-2x) = 2x^2-4x+6$ olduğuna göre, $f(5)$ in değeri kaçtır?

A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

15. Reel sayılarda tanımlı $f(x) = x-3$ ve $g(x) = x^2 - 3x+4$ fonksiyonları veriliyor. $(f \circ g)(a) = -1$ olduğuna göre, a nın alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

16. $(f^{-1} \circ g)(x+1) = 2x + 7$ ve $g^{-1}(x) = \frac{x+1}{3}$ olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

A) -11 B) -4 C) 1 D) 5 E) 8

17. $(f \circ g)(x) = 4 + 3g(x)$ ve

$$(g \circ f)(x) = 5 - 2f(x) \text{ olduğuna göre,}$$

$(f^{-1} \circ g)(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2-x}{3}$ B) $\frac{1-2x}{3}$ C) $\frac{3-x}{2}$
D) $2-3x$ E) $4-x$

18. $f\left(x - \frac{2}{x}\right) = x^2 + \frac{4}{x^2}$ olduğuna göre, $f(4)$ ün değeri kaçtır?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

19. $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ olduğuna göre,

$f(2-x) - f(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 B) 0 C) 1 D) $2-2x$ E) $x+8$

20. $(f \circ g \circ h)(x) = 2x+1$ ve $(f \circ g)(x) = 3x-4$ olduğuna göre, $h(a) = a$ eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1



DOĞRU



YANLIŞ



BOŞ



ÖĞRETMENİN KAŞESİ

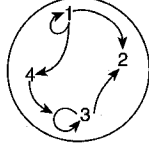
TEST 11

BAĞINTI - FONKSİYON (KARMA)

1. Reel sayılar kümesinde tanımlı $\beta = \{(x,y) : x < y + 1\}$ bağıntısında yansıma, simetri, ters simetri ve geçişme özelliklerinden kaç tanesi vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

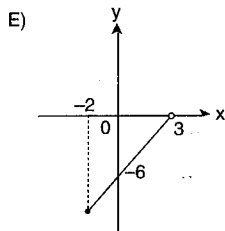
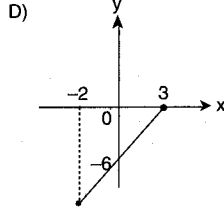
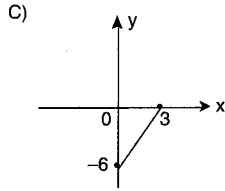
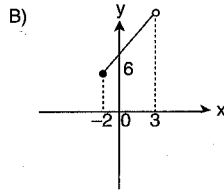
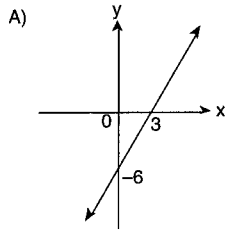
2. Şekilde β bağıntısının Venn şeması verilmiştir. Buna göre, bağıntının geçişme özelliğinin olması için bağıntıya en az kaç eleman eklenmelidir?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $A = [-2,3]$ ve $\beta: A \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı

$\beta = \{(x,y) : 2x - y = 6\}$ bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



4. $A = \{1,2,3\}$ kümesinde tanımlı aşağıdaki verilen bağıntılardan hangisi sıralama bağıntısıdır?

A) $\{(1,1), (2,2), (3,3)\}$
 B) $\{(1,1), (2,2), (1,2), (2,3)\}$
 C) $\{(1,1), (2,2), (3,3), (1,3), (3,2)\}$
 D) $\{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (2,1)\}$
 E) $\{(1,1), (2,2), (3,3), (1,3), (2,1)\}$

5. $A = \{0,1,2,\dots,12\}$ kümesinde tanımlı

$\beta = \{(x,y) : 4|(x-y)\}$ denklik bağıntısı veriliyor. Buna göre, 3 ün denklik sınıfında bulunan elemanların toplamı kaçtır?

A) 11 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

6. $A = \{a,b,c,d\}$ kümesi veriliyor.

A dan A ya tersi fonksiyon olmayan kaç tane fonksiyon tanımlanabilir?

A) 120 B) 148 C) 180 D) 192 E) 232

7. $f: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow C$ olmak üzere $f(x) = x - 5$,

$g(x) = 2x - 1$ fonksiyonları veriliyor. $C = \{1,3,7\}$ olduğuna göre, A kümesinin elemanları toplamı kaçtır?

A) 25 B) 22 C) 20 D) 18 E) 16

8. $f(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 10$ olduğuna göre, $f(\sqrt[3]{5}-2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

9. $f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$ olmak üzere,

$f(x) = \frac{ax-5}{x+b}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x-5}{x-2}$ B) $\frac{x+5}{x-2}$ C) $\frac{x+5}{2-x}$

D) $\frac{2x-1}{5-x}$ E) $\frac{2x-5}{x+1}$

10. $f\left(\frac{2x-1}{x+3}\right) = \frac{x+5}{x-1}$ olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{8x-9}{2x+3}$ B) $\frac{-2x+11}{2x+3}$ C) $\frac{-2x+11}{4x-1}$

D) $\frac{2x+11}{4x+1}$ E) $\frac{8x+11}{4x+3}$

11. $f(2x^3 - x) = -6x^3 + 3x + 1$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x-1$ B) $x-3$ C) $\frac{1-x}{3}$ D) $\frac{x+1}{3}$ E) $3x-1$

12. $\frac{x \cdot f(x) + 1}{2x-5} = 3f(x) + 4$

olduğuna göre, $f^{-1}(2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2 B) $\frac{17}{6}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 5

13. $f: (-\infty, 2] \rightarrow [1, \infty)$

$f(x) = x^2 - 4x + 5$ olduğuna göre, $f^{-1}(2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

14.
$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x-6}{x+1}, & x \geq 3 \\ x-4, & x < 3 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre, f nin birebir olduğu aralıkta $f^{-1}(0)$ değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

15.
$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 8, & x > 1 \\ x+5, & -2 < x \leq 1 \\ -x-1, & x \leq -2 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre, $(f \circ f)(-3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. $(f \circ g)(x) = \frac{2x-5}{x+1}$ ve $f(x) = 2x-4$

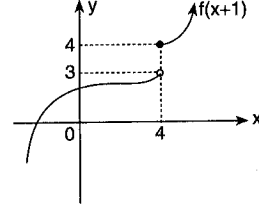
olduğuna göre, $g(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{6x-1}{2x+2}$ B) $\frac{6x-1}{x+1}$ C) $\frac{3x-2}{x+1}$
D) $\frac{3x-2}{2x-2}$ E) $\frac{2x-1}{3x+1}$

17. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $(f \circ f)(x) = 16x + 6$ olduğuna göre, $f(5)$ in değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) -22 B) -20 C) 4 D) $\frac{19}{5}$ E) 10

18.



Şekilde $f(x+1)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$g(x) = \frac{x+1}{2x-3}$ olduğuna göre, $(f^{-1} \circ g)^{-1}(5)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -1 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{13}{7}$ D) 2 E) 3

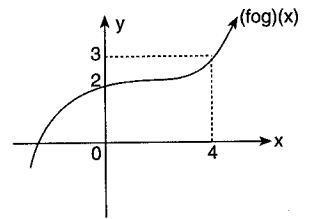
19. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı,

$(f \circ g) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ve $f^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

fonksiyonları veriliyor. Buna göre, g^{-1} fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$
D) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

20. Şekilde $(f \circ g)(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f(2x-5) = 4x+2$ olduğuna göre, $g(0)$ ifadesinin değeri kaçtır?



A) 4 B) 3 C) 1 D) -1 E) -5



DOĞRU



YANLIŞ



BOŞ



ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 12**BAĞINTI - FONKSİYON (KARMA)**

1. $A = \{-2, 0, 2\}$ ve $B = \{2, 3, 4\}$
kümeleri veriliyor. $A \times B$ kümesinin elemanlarının hepsini kapsayan en küçük dairenin çapı kaç birimdir?

A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 4 E) $2\sqrt{5}$

2. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesi veriliyor.
 $A \times A \times A$ kümesinin birinci bileşeni ile üçüncü bileşeni aynı olan kaç elemanı vardır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

3. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinde tanımlı β bağıntısı,
 $\beta = \{(1, 2), (2, 3), (1, 5), (4, 4), (2, 5), (5, 5)\}$ tir.
Bu bağıntıya göre, 2'nin denklik sınıfı kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{1\}$ B) $\{1, 3, 5\}$ C) $\{4, 5\}$
D) $\{3, 5\}$ E) $\{1, 3\}$

4. $A = \{a, b, c, d\}$ kümesinde tanımlı 7 elemanlı kaç tane yansıyan bağıntı tanımlanabilir?

A) 66 B) 94 C) 120 D) 182 E) 220

5. $A = \{x: -3 < x \leq 4, x \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{x: |x + 2| \leq 3, x \in \mathbb{Z}\}$ kümeleri veriliyor. $A \times B$ nin elemanlarını içine alan en küçük dikdörtgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 16 B) 20 C) 24 D) 28 E) 36

6. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $f(x)$ fonksiyonunun grafiği orijine göre simetriktir.
 $3f(x) - x^5 = x - 2f(-x)$ olduğuna göre, $f(-2)$ kaçtır?

A) -32 B) -33 C) -34 D) -35 E) -36

7. $(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{-2x + 15}{3}$ ve $f(x) = 2x + 1$ olduğuna göre,
 $(g^{-1} \circ f)(6)$ kaçtır?

A) 8 B) 5 C) -1 D) -6 E) -13

8. $f(x) = 3^{2x+1}$ olduğuna göre, $f(2x + 1)$ in $f(x)$ cinsinden ifadesi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\sqrt[4]{f^3(x)}$ B) $\sqrt[3]{f^4(x)}$ C) $\frac{2f^3(x)}{3}$
D) $3f^2(x)$ E) $3f^3(x)$

9. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < -3 \\ -x - 2, & x \geq -3 \end{cases}$
olduğuna göre, $f^{-1}(18)$ kaçtır?

A) -20 B) -4 C) 3 D) 4 E) 7

10. $f(3x) = g\left(\frac{x}{4}\right)$ ve $(f \circ g)(x) = \frac{2x^2 + x + 6}{3}$ olduğuna göre,
 $(f \circ f)(12)$ kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 11 D) 17 E) 33

11. $f(x) = 3x-1$ ve $(f \circ g)^{-1}(x) = 2x$ olduğuna göre, $g(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{-x+3}{2}$ B) $\frac{x-3}{6}$ C) $\frac{2x+1}{6}$
D) $\frac{x+2}{6}$ E) $\frac{x+6}{2}$

12. Reel sayılar kümesinde tanımlı,

$$f(x) = \frac{5f(x+4) + 3}{5} \text{ fonksiyonu veriliyor.}$$

$f(2) = 4$ olduğuna göre, $f(14)$ kaçtır?

A) $\frac{11}{5}$ B) $\frac{12}{5}$ C) $\frac{13}{5}$ D) $\frac{14}{5}$ E) 3

13. $f(3x+2) = 5x+1$ olduğuna göre,

$$f^{-1}\left(\frac{a+1}{3}\right) = 17 \text{ eşitliğini sağlayan } a \text{ kaçtır?}$$

A) 63 B) 65 C) 71 D) 73 E) 77

14. $f(x)$ birebir ve örten bir fonksiyondur.

$$f(x) = \frac{(a-1)x + \frac{1}{10}}{3x + (8-2a)} \text{ ve } (f \circ f)(x) = x \text{ olduğuna göre,}$$

a kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

15. $f(x) = 2^{2x+1}$ olduğuna göre, $f(4x)$ in $f(x)$ cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

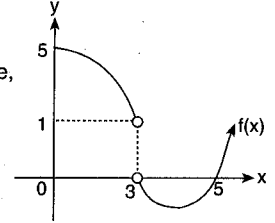
A) $4.f(x)$ B) $16.f(x)$ C) $4.f^2(x)$
D) $\frac{f^4(x)}{8}$ E) $\frac{f^2(x)}{4}$

16. $f(x) = 2x-1$, $g(5x-2) = 3x^2+k$ ve $(f \circ g)(3) = 17$ olduğuna göre, k değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

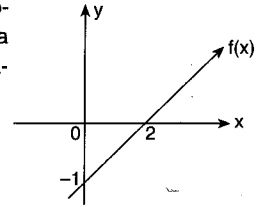
17. $f(x)$ fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir.

$(f \circ f)(2x+1) = 5$ olduğuna göre, x kaçtır?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. Şekilde $f(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $f(2x-4)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?



A) $x-3$ B) $x-2$ C) $\frac{2x-4}{3}$
D) $\frac{2x-3}{2}$ E) $\frac{2x-5}{2}$

19. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinde tanımlı,

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \text{ ve } g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

fonksiyonları veriliyor. Buna göre, $(f \circ g)^{-1}(1) + f^{-1}(4)$ toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

20. $f(2x) + f(4x-1) = x^2 - 4x$ olduğuna göre, $f(1)$ değeri kaçtır?

A) 4 B) 3 C) -1 D) $-\frac{7}{8}$ E) $-\frac{11}{3}$

DOĞRU

YANLIŞ

BOŞ

ÖĞRETMENİN KAŞESİ

MATEMATİK ÇKS - BAĞINTI, FONKSİYON - ÖDEV TESTLERİ YANIT ANAHTARI

Test - 1	1.C	2.C	3.C	4.E	5.E	6.E	7.A	8.C	9.C	10.C	11.B	12.E	13.C	14.B	15.C	16.C	17.C	18.A	19.E	20.D
Test - 2	1.D	2.D	3.E	4.D	5.Ç	6.B	7.A	8.A	9.A	10.D	11.B	12.D	13.D	14.E	15.D	16.D	17.D	18.D	19.C	20.A
Test - 3	1.E	2.C	3.A	4.B	5.C	6.B	7.A	8.E	9.D	10.B	11.B	12.A	13.C	14.D	15.A	16.A	17.D	18.A	19.D	20.B
Test - 4	1.C	2.D	3.D	4.E	5.A	6.A	7.C	8.A	9.B	10.B	11.C	12.B	13.D	14.E	15.A	16.C	17.C	18.A	19.A	20.A
Test - 5	1.B	2.E	3.D	4.D	5.B	6.E	7.C	8.D	9.C	10.C	11.A	12.B	13.B	14.B	15.C	16.B	17.A	18.C	19.E	20.B
Test - 6	1.A	2.B	3.C	4.A	5.C	6.A	7.B	8.D	9.C	10.C	11.E	12.E	13.C	14.A	15.C	16.C	17.E	18.B	19.E	20.E
Test - 7	1.C	2.D	3.B	4.E	5.A	6.C	7.E	8.C	9.C	10.A	11.B	12.C	13.E	14.A	15.D	16.A				
Test - 8	1.E	2.D	3.C	4.E	5.E	6.E	7.A	8.D	9.C	10.B	11.C	12.C	13.E	14.E	15.C	16.A				
Test - 9	1.D	2.C	3.B	4.E	5.D	6.D	7.E	8.B	9.E	10.A	11.B	12.C	13.C	14.B	15.A	16.C	17.C	18.B	19.E	20.D
Test - 10	1.E	2.C	3.D	4.A	5.E	6.B	7.A	8.C	9.D	10.D	11.D	12.C	13.E	14.B	15.A	16.B	17.B	18.E	19.D	20.A
Test - 11	1.B	2.B	3.E	4.E	5.D	6.E	7.B	8.E	9.C	10.C	11.C	12.B	13.D	14.A	15.E	16.A	17.A	18.C	19.D	20.E
Test - 12	1.E	2.E	3.D	4.E	5.C	6.C	7.E	8.D	9.B	10.B	11.D	12.A	13.E	14.E	15.D	16.B	17.B	18.A	19.C	20.D