

Öğrenci Seçme Sınavı (Öss) / 18 Haziran 2006

Matematik II Soruları ve Çözümleri

1. $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & , x \neq 0 \\ 3 & , x = 0 \end{cases}$ ise fonksiyonu için, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = a$ ve $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = b$ olduğuna göre, $a - b$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm 1

$$\frac{|x|}{x} \text{ için } x > 0 \Rightarrow \frac{x}{x} = 1 \text{ ve } x < 0 \Rightarrow \frac{-x}{x} = -1 \text{ olur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = a \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} 1 = 1 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} (-1) = -1 \text{ bulunur.}$$

$$a - b = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$$

2. $s_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2}$ olduğuna göre, $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$ kaçtır ?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm 2

$$s_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n k = \frac{1}{n^2} \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + (n-2) + (n-1) + n)$$

$$\frac{1}{n^2} \cdot \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow s_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{n+1}{n} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n} = \frac{1}{2}$$

Not : Pay ve paydadaki polinomların dereceleri eşit ise katsayılar oranı limiti verir.

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ her noktada türevli bir fonksiyon ve $f'(1) = 3$ olduğuna göre,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-3h)}{h} \text{ kaçtır ?}$$

- A) 15 B) 12 C) 9 D) 6 E) 3

Çözüm 3

I. Yol

Türevin tanımından yola çıkarsak.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h + x_0) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1 + 2h) - f(1 - 3h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[f(1 + 2h) - f(1 - 3h)] + (f(1) - f(1))}{h}$$

$$\Rightarrow = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1 + 2h) - f(1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-f(1 - 3h) + f(1)}{h}$$

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1 + 2h) - f(1)}{2h} \cdot 2 - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1 - 3h) - f(1)}{(-3)h} \cdot (-3)$$

$$\Rightarrow = f'(1) \cdot 2 + f'(1) \cdot (-3) = 5 f'(1) = 5 \cdot 3 = 15$$

II. Yol

Değişken h olduğundan h'a göre türevleri alınır.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1 + 2h) - f(1 - 3h)}{h} = \frac{f(1) - f(1)}{0} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır. L'Hospital uygulanırsa,}$$

$$\frac{f'(1) \cdot 2 - f'(1) \cdot (-3)}{1} = 5 f'(1) = 5 \cdot 3 = 15 \text{ elde edilir.}$$

4. P(x) polinom fonksiyonunun türevi P'(x) ve P(x) - P'(x) = 2x² + 3x - 1 olduğuna göre, P(x) in katsayılarının toplamı kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Çözüm 4

P(x) = ax² + bx + c olsun. P'(x) = 2ax + b olur.

$$P(x) - P'(x) = 2x^2 + 3x - 1 \Rightarrow (ax^2 + bx + c) - (2ax + b) = 2x^2 + 3x - 1 \Rightarrow$$

a = 2, b = 7, c = 6 bulunur. O zaman P(x) = 2x² + 7x + 6 olur.

$$P(x) \text{ in katsayılarının toplamı} = P(1) = 2 \cdot 1^2 + 7 \cdot 1 + 6 = 15$$

5. $f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5$ fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde azalandır ?

- A) $(-\frac{3}{2}, -1)$ B) $(-1, -\frac{1}{2})$ C) $(-\frac{1}{2}, 0)$ D) $(0, \frac{1}{2})$ E) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

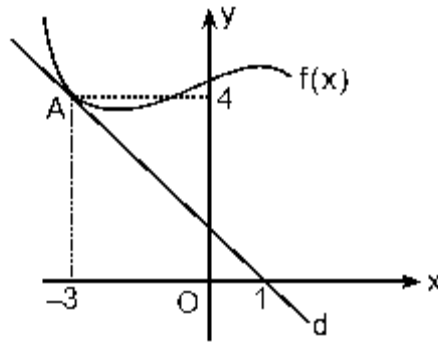
Çözüm 5

$f(x)$ 'in azalan olması için $f'(x) < 0$ olmalıdır.

$$f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5 \Rightarrow f'(x) = 2x^2 - x < 0 \Rightarrow x \cdot (2x - 1) < 0 \Rightarrow x_1 = 0 \text{ ve } x_2 = \frac{1}{2}$$

x	0	$\frac{1}{2}$
x	- - - - - 0 + + + +	+ + + +
$2x - 1$	- - - - -	- - - - - 0 + + + +
$x \cdot (2x - 1)$	+ + + +	- - - - - + + + +

6.



Şekildeki d doğrusu, $f(x)$ fonksiyonunun grafiğine A noktasında teğettir.

$h(x) = x \cdot f(x)$ olduğuna göre, $h'(-3)$ kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 7

Çözüm 6

$$h(x) = x \cdot f(x) \Rightarrow h'(x) = 1 \cdot f(x) + f'(x) \cdot x = f(x) + f'(x) \cdot x \text{ olur.}$$

Türevin geometrik yorumuna göre,

Fonksiyonun bir noktadaki türevi o noktadaki teğetin eğimine eşittir.

d doğrusunun denklemi (iki noktası bilinen doğru denklemi) $\Rightarrow (1, 0)$ ve $(-3, 4)$

$$\Rightarrow \frac{y-0}{4-0} = \frac{x-1}{-3-1} \Rightarrow y = -x + 1 \text{ olur. Eğimi} = -1 = f'(-3) \text{ olur.}$$

$$h'(-3) = f(-3) + f'(-3) \cdot (-3) = 4 + (-1) \cdot (-3) = 4 + 3 = 7$$

7. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin x + \cos x) \cdot dx$ integralinde $t = \pi - x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden

hangisi elde edilir?

$$\begin{array}{lll} \text{A) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t + \cos t) \cdot dt & \text{B) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t - \cos t) \cdot dt & \text{C) } \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin t - \cos t) \cdot dt \\ \text{D) } \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\cos t - \sin t) \cdot dt & \text{E) } \int_{\frac{-\pi}{2}}^0 (\sin t - \cos t) \cdot dt & \end{array}$$

Çözüm 7

$$t = \pi - x \Rightarrow x = \pi - t \text{ (türevini alırsak) } \Rightarrow dx = -dt$$

$$x = \pi \text{ için } t = \pi - \pi = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ için } t = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin x + \cos x) \cdot dx \Rightarrow \int_{\frac{\pi}{2}}^0 (\sin(\pi - t) + \cos(\pi - t)) \cdot (-dt) = \int_{\frac{\pi}{2}}^0 (\sin t - \cos t) \cdot (-dt)$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^0 (-\sin t + \cos t) \cdot dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t - \cos t) \cdot dt$$

8. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu her noktada türevli ve $f'(x) = x + 1$, $f(2) = -1$ olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

A) -5 B) -4 C) -2 D) -1 E) 0

Çözüm 8

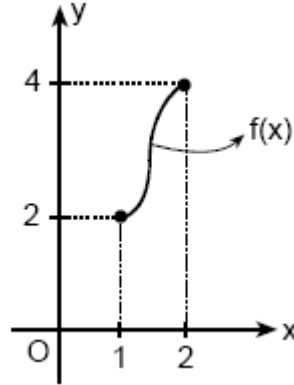
$f'(x) = x + 1 \Rightarrow$ her iki tarafın integrali alınırsa,

$$\int f'(x) = \int x+1 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2}{2} + x + c \text{ olur.}$$

$$f(2) = -1 \Rightarrow x = 2 \text{ için, } f(2) = \frac{2^2}{2} + 2 + c = -1 \Rightarrow c = -5$$

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + x - 5 \Rightarrow f(0) = -5 \text{ bulunur.}$$

9.

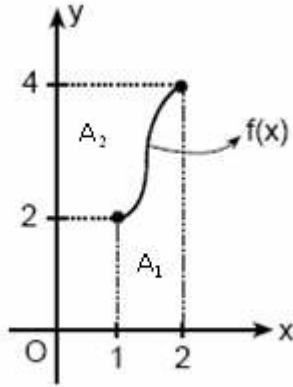


Şekilde grafiği verilen bire bir ve örten $f : [1, 2] \rightarrow [2, 4]$ fonksiyonunun tersi f^{-1} dir.

Buna göre, $\int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f^{-1}(x) dx$ toplamı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm 9



$$\int_1^2 f(x) dx = A_1 \quad \text{ve} \quad \int_2^4 f^{-1}(x) dx = A_2$$

$$\int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f^{-1}(x) dx = A_1 + A_2$$

$$\Rightarrow 4 \cdot 2 - 2 \cdot 1 = 8 - 2 = 6$$

10. $\begin{vmatrix} \log_2 8 & \log_4 5 \\ \log_5 4 & \frac{1}{\log_{27} 3} \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 5

Çözüm 10

$$\begin{vmatrix} \log_2 8 & \log_4 5 \\ \log_5 4 & \frac{1}{\log_{27} 3} \end{vmatrix} = \log_2 8 \cdot \frac{1}{\log_{27} 3} - \log_5 4 \cdot \log_4 5 = \log_2 2^3 \cdot \frac{1}{\log_{3^3} 3} - 1 = 3 \cdot \frac{1}{3} - 1 = 9 - 1 = 8$$

11. $\left(\frac{x}{1+x} - \frac{1}{1-x}\right) : \left(\frac{1}{1+x} + \frac{x}{1-x}\right)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) -1 C) x D) 1 - x E) 1 + x

Çözüm 11

$$\left(\frac{x(1-x) - (1+x)}{(1+x)(1-x)}\right) : \left(\frac{(1-x) + x(1+x)}{(1+x)(1-x)}\right) = \left(\frac{-x^2 - 1}{(1+x)(1-x)}\right) \cdot \left(\frac{(1+x)(1-x)}{1+x^2}\right) = -1$$

12. $\frac{y^3 + 27}{y^2 - 2y - 3} \cdot \frac{(y - 3)(y^2 - 1)}{y^2 - 3y + 9}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(y + 3)(y - 1)$ B) $(y + 3)(y - 2)$ C) $(y + 1)(y - 3)$
D) $(y - 1)(y - 2)$ E) $(y - 1)(y - 3)$

Çözüm 12

$$\frac{(y + 3)(y^2 - 3y + 9)}{(y - 3)(y + 1)} \cdot \frac{(y - 3)(y - 1)(y + 1)}{y^2 - 3y + 9} = (y + 3)(y - 1)$$

13. $|z| + z = 3 - 2i$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3}{5} - 2i$ B) $\frac{5}{6} - 2i$ C) $\frac{3}{4} + 2i$ D) $\frac{2}{3} - 3i$ E) $\frac{3}{5} + 3i$

Çözüm 13

$z = x + iy$ olsun. $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ olduğuna göre,

$$|z| + z = 3 - 2i \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} + x + iy = 3 - 2i \Rightarrow y = -2 \text{ olur.}$$

$$\sqrt{x^2 + (-2)^2} + x = 3 \Rightarrow x^2 + 4 = (3 - x)^2 \Rightarrow x = \frac{5}{6} \text{ bulunur.}$$

$$z = x + iy = \frac{5}{6} - 2i \text{ elde edilir.}$$

14. Aşağıdaki tabloyla değişmeli olmayan $(G, *)$ grubu verilmiştir.

(Örneğin, bu grupta $c * d = e$, $d * c = f$ dir.).

*	a	b	c	d	e	f
a	a	b	c	d	e	f
b	b	c	a	f	d	e
c	c	a	b	e	f	d
d	d	e	f	a	b	c
e	e	f	d	c	a	b
f	f	d	e	b	c	a

Buna göre, $b * (x * c) = d$ eşitliğini sağlayan x elemanı aşağıdakilerden hangisidir ?

A) f B) e C) d D) c E) b

Çözüm 14

$*$ işleminin etkisiz (birim) elemanı a 'dır.

$(x * c) = m$ olsun.

$$b * m = d \Rightarrow b^{-1} * b * m = b^{-1} * d \Rightarrow m = b^{-1} * d$$

$$b^{-1} * b = a \Rightarrow b^{-1} = c$$

$$m = c * d = e \Rightarrow m = e \text{ olur.}$$

$$x * c = m \Rightarrow x * c * c^{-1} = m * c^{-1} \Rightarrow x = e * c^{-1}$$

$$c^{-1} * c = a \Rightarrow c^{-1} = b \text{ olur.}$$

$$x = e * b \Rightarrow x = f \text{ bulunur.}$$

15. A boş olmayan bir küme olmak üzere, A dan A ya f ve g fonksiyonları tanımlanmıştır.

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$ ile verilen $(f \circ g)$ bileşke fonksiyonu bire bir ise aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) f örtendir. B) g örtendir. C) f bire birdir. D) g bire birdir. E) $(g \circ f)$ bire birdir.

Çözüm 15

Farklı bir $h(x)$ fonksiyonu alalım.

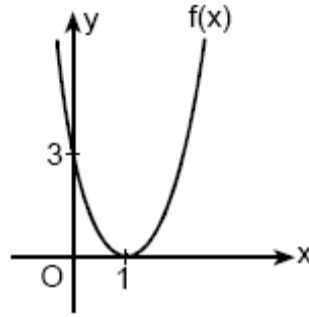
$$h(x_1) = h(x_2) \quad 1 - 1 \text{ olması için } x_1 = x_2 \Rightarrow 1 - 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$\text{fog}(x_1) = \text{fog}(x_2) \quad 1 - 1 \text{ olması için } x_1 = x_2 \Rightarrow 1 - 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$f(g(x_1)) = f(g(x_2)) \quad 1 - 1 \text{ olması için } g(x_1) = g(x_2) \Rightarrow 1 - 1 \text{ olmalıdır.}$$

$(\text{fog})(x) = f(g(x))$ ile verilen (fog) bileşke fonksiyonu bire bir ise $g(x)$ de bire bir'dir.

16.



$f(x)$ fonksiyonunun grafiği, şekildeki gibi, Ox eksenine $(1, 0)$ noktasında teğet olan ve $(0, 3)$ noktasından geçen paraboldür.

Buna göre, $f(3)$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 12

Çözüm 16

$$\text{Parabol denklemi} = f(x) = a.(x - r)^2 + k \Rightarrow (r, k) = (1, 0) \Rightarrow y = a.(x - 1)^2$$

$$y = a.(x - 1)^2 \Rightarrow (0, 3) \text{ noktasını sağlar, } 3 = a.(0 - 1)^2 \Rightarrow a = 3 \text{ olur.}$$

$$y = a.(x - 1)^2 \Rightarrow y = 3.(x - 1)^2 \Rightarrow y = f(3) = 3.(3 - 1)^2 = 3.4 = 12$$

17. $(1 - m)x^2 + 4x + m^2 - 4 = 0$ denkleminin biri pozitif, diğeri negatif iki gerçel kökü varsa m nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir ?

- A) $(1, \infty)$ B) $(-2, 2)$ C) $(-1, 0) \cup (1, \infty)$
D) $(-2, 1) \cup (2, \infty)$ E) $(-2, 0) \cup (1, \infty)$

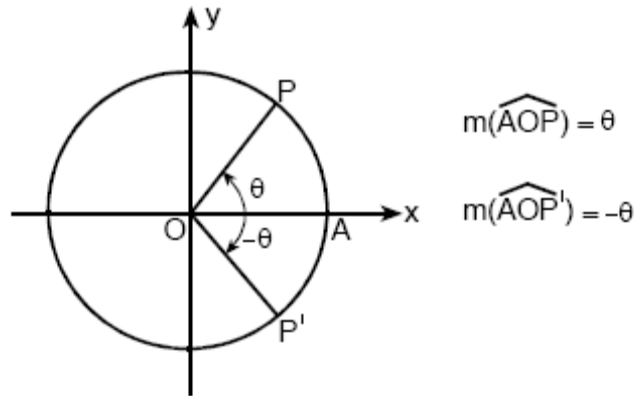
Çözüm 17

Kökleri x_1 ve x_2 olsun. $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \frac{m^2 - 4}{1 - m} < 0 \Rightarrow m_1 = 2, m_2 = -2, m_3 = 1$

m	-2	1	2
$m^2 - 4$	+	-	+
$1 - m$	+	0	-
$\frac{m^2 - 4}{1 - m}$	+	+	-

$\Rightarrow (-2, 1) \cup (2, \infty)$ elde edilir.

18.



Şekildeki O merkezli birim çember üzerindeki P ve P' noktaları Ox eksenine göre birbirinin simetriğidir.

Buna göre, P' noktası aşağıdakilerden hangisiyle ifade edilemez?

- A) $(\cos(-\theta), \sin(-\theta))$ B) $(\cos(-\theta), \sin\theta)$ C) $(\cos\theta, -\sin\theta)$
D) $(\cos\theta, \sin(2\pi - \theta))$ E) $(\cos(2\pi - \theta), -\sin\theta)$

Çözüm 18

$$P'(\cos(-\theta), \sin(-\theta)) = P'(\cos\theta, -\sin\theta)$$

$$\cos(2\pi - \theta) = \cos\theta, \sin(2\pi - \theta) = -\sin\theta$$

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta \Rightarrow (\cos(-\theta), \sin\theta) \text{ olamaz.}$$

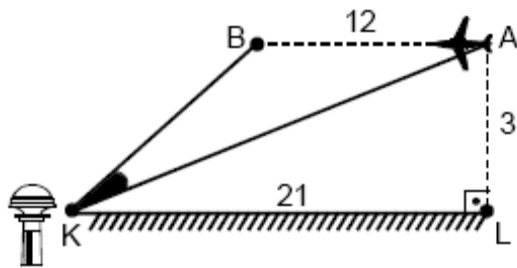
19. $\frac{\sin 2a}{1 - \cos 2a}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir ?

- A) $\sin a$ B) $\cos a$ C) $\tan a$ D) $\cot a$ E) $\sin a + \cos a$

Çözüm 19

$$\frac{\sin 2a}{1 - \cos 2a} = \frac{2 \sin a \cdot \cos a}{1 - (1 - 2 \sin^2 a)} = \frac{2 \sin a \cdot \cos a}{2 \sin^2 a} = \frac{2 \cos a}{2 \sin a} = \frac{\cos a}{\sin a} = \cot a$$

20.



$$AL \perp KL$$

$$BA \parallel KL$$

$$|AL| = 3 \text{ km}$$

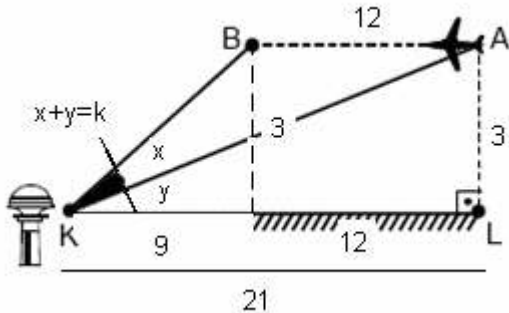
$$|BA| = 12 \text{ km}$$

$$|KL| = 21 \text{ km}$$

K noktasındaki kontrol kulesinde bulunan bir görevli, yerden 3 km yükseklikte yere paralel uçan bir uçağın, A noktasından B noktasına kadar 12 km lik hareketini radarla izliyor. A noktasının yerdeki dik izdüşümü L noktası ve $|KL| = 21 \text{ km}$ olduğuna göre, radarın taradığı AKB açısının tanjantı kaçtır?

- A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{2}{11}$ D) $\frac{3}{13}$ E) $\frac{7}{17}$

Çözüm 20



$$\tan x = ? \Rightarrow x = k - y$$

$$\tan x = \tan(k - y) = \frac{\tan k - \tan y}{1 + \tan k \cdot \tan y}$$

$$\Rightarrow \tan k = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \tan y = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

$$\tan x = \tan(k - y) = \frac{\tan k - \tan y}{1 + \tan k \cdot \tan y} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{7}}{1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7}} = \frac{\frac{4}{21}}{\frac{22}{21}} = \frac{4}{22} = \frac{2}{11}$$

21. $f: (\frac{-1}{3}, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \log_3 (3x + 1)$ ile tanımlanıyor.

Buna göre, ters fonksiyonu belirten $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f^{-1}(x) = 3^x$ B) $f^{-1}(x) = 3^x + 1$ C) $f^{-1}(x) = \log(3x + 1)$

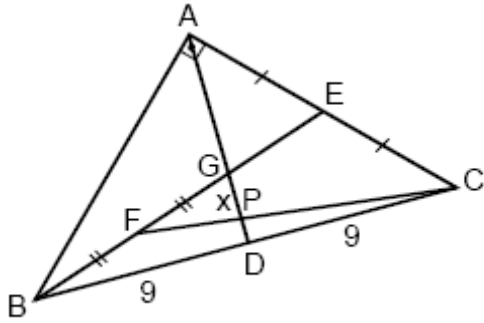
D) $f^{-1}(x) = \frac{3^x - 1}{3}$ E) $f^{-1}(x) = \frac{x^3 + 1}{3}$

Çözüm 21

$$y = f(x) = \log_3 (3x + 1) \Rightarrow 3^y = 3x + 1 \Rightarrow 3x = 3^y - 1 \Rightarrow x = \frac{3^y - 1}{3}$$

$$x \leftrightarrow y \leftrightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow y = \frac{3^x - 1}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3^x - 1}{3}$$

22.



ABC bir dik üçgen

$$m(\text{BAC}) = 90$$

$$|AE| = |EC|$$

$$|BD| = |DC| = 9 \text{ cm}$$

$$|BF| = |FG|$$

$$|GP| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

Çözüm 22

ABC üçgeninde [AD] ve [BE] kenarortay oldukları için G noktası ağırlık merkezidir.

Dikkat edilirse $|AD| = \frac{|BC|}{2} = 9$ cm dir.

Ayrıca $|BG| = 2|GE|$ olduğu için, $|BF| = |FG| = |GE|$ olur.

Menelaus teoemine göre, $\frac{|AE|}{|AC|} \cdot \frac{|CP|}{|PF|} \cdot \frac{|FG|}{|GE|} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{|CP|}{|PF|} \cdot \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow |CP| = 2|PF|$

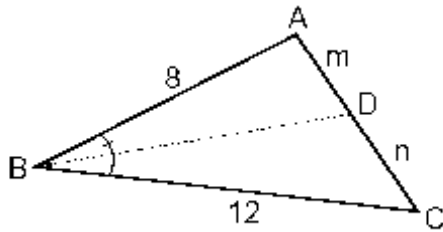
Aynı şekilde tekrar Menelaus teoemine göre,

$$\frac{|FP|}{|FC|} \cdot \frac{|CE|}{|EA|} \cdot \frac{|AG|}{|GP|} = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{|AG|}{|GP|} = 1 \Rightarrow |AG| = 3|GP|$$

$$|AD| = 9 \Rightarrow G \text{ noktası ağırlık merkezi} \Rightarrow 2|GD| = |AG| \Rightarrow |AG| = 6$$

$$|AG| = 6 \Rightarrow |AG| = 3|GP| \text{ olduğundan, } \Rightarrow |GP| = 2 \text{ cm bulunur.}$$

23.



ABC bir üçgen

[BD] açıortay

$$|AB| = 8 \text{ cm}$$

$$|BC| = 12 \text{ cm}$$

$$|AD| = m \text{ cm}$$

$$|DC| = n \text{ cm}$$

Yukarıdaki şekilde m ve n birer tamsayı olduğuna göre, ABC üçgeninin çevre uzunluğu en çok kaç cm olabilir ?

- A) 28 B) 32 C) 35 D) 38 E) 40

Çözüm 23

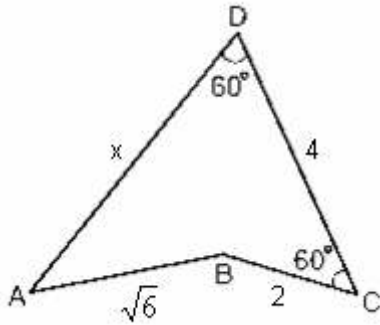
Açıortay teoremine göre, $\frac{8}{12} = \frac{m}{n}$ dir. $\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{2}{3} \Rightarrow m = 2k$ ve $n = 3k$ olur.

$$|12 - 8| < |AC| < 12 + 8 \Rightarrow |AC| = m + n < 8 + 12 \text{ olur.}$$

$$2k + 3k < 20 \Rightarrow 5k < 20 \Rightarrow k < 4 \Rightarrow \text{Bu durumda en fazla } k = 3 \text{ alınabilir.}$$

Üçgenin çevresi, $8 + 12 + 5k = 8 + 12 + 5 \cdot 3 = 8 + 12 + 15 = 35$ olur.

24.



$$m(\angle ADC) = m(\angle BCD) = 60$$

$$|AB| = \sqrt{6} \text{ cm}$$

$$|BC| = 2 \text{ cm}$$

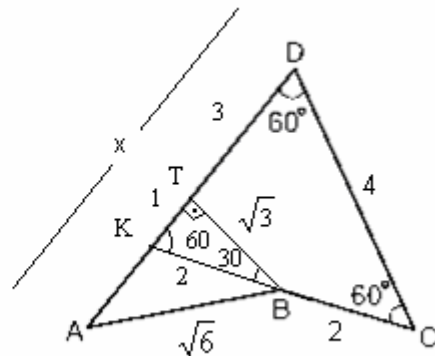
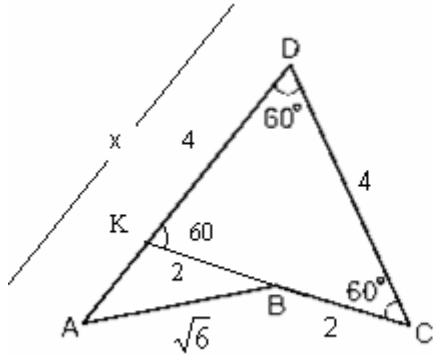
$$|CD| = 4 \text{ cm}$$

$$|AD| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

- A) 5 B) 6 C) $6 - \sqrt{3}$ D) $2 + \sqrt{6}$ E) $3 + \sqrt{3}$

Çözüm 24



Şekildeki gibi [BC] uzatılırsa DKC eşkenar üçgeni oluşur. $\Rightarrow |KB| = 2$

B noktasından [DK] ya dik çizilirse (KTB) üçgeni, 30-60-90 dik üçgeni olur.

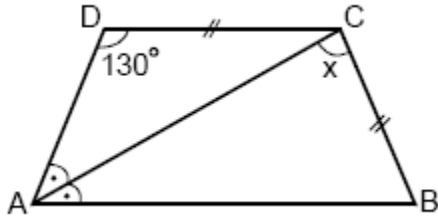
$$|KB| = 2 \Rightarrow |KT| = 1 \text{ ve } |TB| = \sqrt{3} \text{ olur.}$$

BTA dik üçgeninde,

$$|AB| = \sqrt{6} \text{ ve } |TB| = \sqrt{3} \Rightarrow |AT|^2 + |TB|^2 = |AB|^2 \text{ (Pisagor)}$$

$$|AT|^2 + (\sqrt{3})^2 = (\sqrt{6})^2 \Rightarrow |AT| = \sqrt{3} \Rightarrow |AD| = x = 3 + \sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

25.

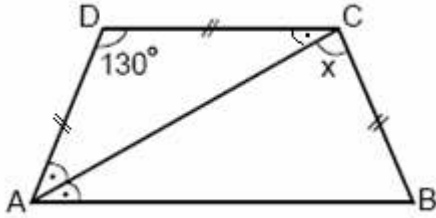


$AB \parallel DC$
 $[AC]$ açıortay
 $|DC| = |BC|$
 $m(\angle ADC) = 130$
 $m(\angle ACB) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

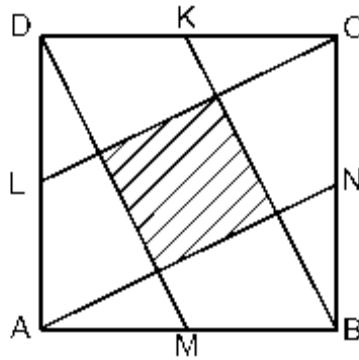
- A) 105 B) 115 C) 125 D) 130 E) 135

Çözüm 25



ADC ikizkenar üçgen (iç-ters açı)
 $s(\angle BAC) = s(\angle DCA) = \frac{180 - 130}{2} = 25$
 ADCB ikizkenar yamuk olduğundan,
 $s(\angle ADC) = s(\angle DCB) = 130$
 $25 + x = 130 \Rightarrow x = 105$

26.

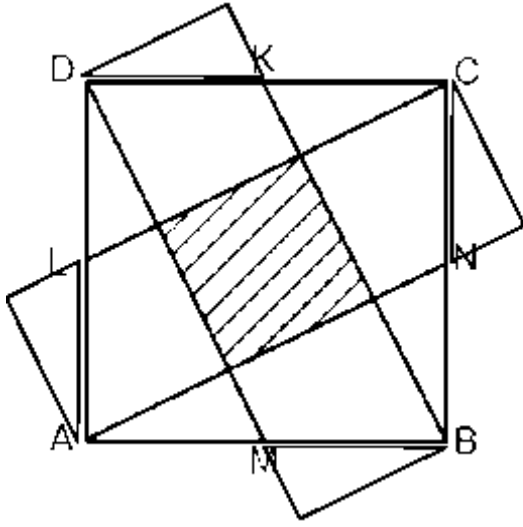


Şekildeki ABCD karesinin kenarları üzerindeki K , L , M , N noktalarının her biri, üzerinde bulunduğu kenarın orta noktasıdır.

$A(ABCD) = 4 \text{ br}^2$ olduğuna göre, taralı alan kaç br^2 dir ?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{5}$

Çözüm 26

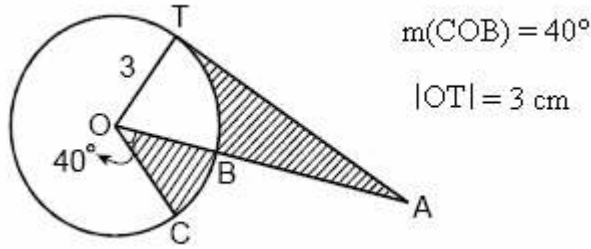


Şekilde de görüleceği üzere ABCD karesinin alanı 5 tane taralı küçük karenin alanına eşittir.

Dolayısıyla, 4 = 5.taralı alan

$$\text{Taralı alan} = \frac{4}{5} \text{ olur.}$$

27.



Şekildeki AT doğrusu O merkezli çembere T noktasında teğettir ve $|AT|$ uzunluğu TBC yayının uzunluğuna eşittir.

Buna göre, taralı alanların toplamı kaç cm^2 dir ?

- A) 8π B) 6π C) 5π D) 4π E) 2π

Çözüm 27

$$\text{alan(OCB)} = \pi \cdot 3^2 \cdot \frac{40}{360}, \quad \text{alan(COT)} = \pi \cdot 3^2 \cdot \frac{(\overline{TBC})}{360}, \quad \text{alan(AOT)} = \frac{3 \cdot |AT|}{2}$$

|AT| uzunluğu TBC yayının uzunluğuna eşit olduğuna göre,

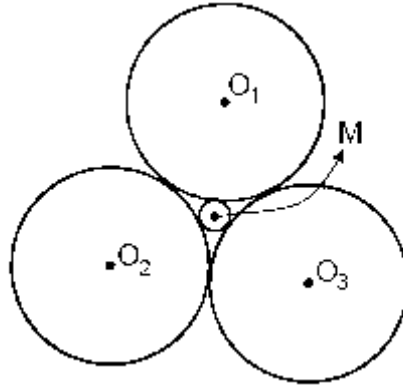
$$|AT| = |\overline{TBC}| = 2\pi \cdot 3 \cdot \frac{(\overline{TBC})}{360}$$

$$\text{taralı alan} = \text{alan(AOT)} - \text{alan(TOB)} + \text{alan(OCB)}$$

$$\text{taralı alan} = \frac{3 \cdot |AT|}{2} - \left(\pi \cdot 3^2 \cdot \frac{(\overline{TBC})}{360} - \pi \cdot 3^2 \cdot \frac{40}{360} \right) + \pi \cdot 3^2 \cdot \frac{40}{360}$$

$$\text{taralı alan} = \frac{3 \cdot 2\pi \cdot 3 \cdot \frac{(\overline{TBC})}{360}}{2} - 9\pi \frac{(\overline{TBC})}{360} + 2 \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot \frac{40}{360} = 2\pi$$

28.

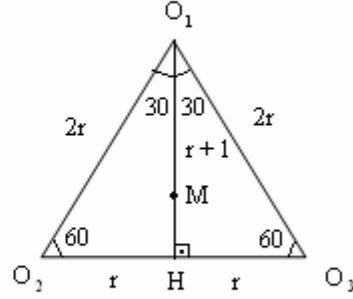
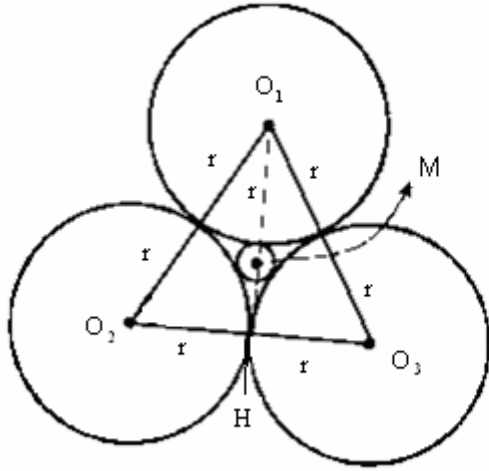


O_1 , O_2 , O_3 ve M merkezli çemberler birbirlerine şekildeki gibi teğettir.

O_1 , O_2 ve O_3 merkezli çemberlerin yarıçapları r cm, M merkezli çemberin yarıçapı da 1 cm olduğuna göre, r kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $1 + \sqrt{3}$ C) $2 + 2\sqrt{3}$ D) $3 + 2\sqrt{3}$ E) $3 + 3\sqrt{3}$

Çözüm 28



Şekildeki gibi merkezler birleştirildiğinde, bir kenarı $2r$ olan $(O_1 O_2 O_3)$ eşkenar üçgeni meydana gelir.

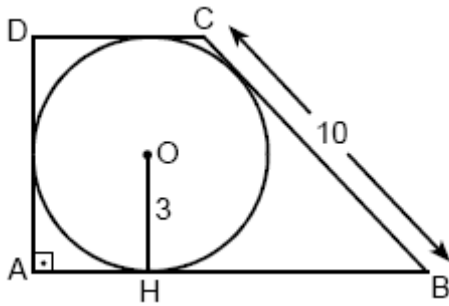
$$\text{Eşkenar üçgenin yüksekliği} = |O_1 H| = \frac{2r \cdot \sqrt{3}}{2} = r\sqrt{3}$$

$$M \text{ noktası bu üçgenin ağırlık merkezi} \Rightarrow |O_1 M| = r + 1$$

$$\frac{|O_1 M|}{|O_1 H|} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{r+1}{r\sqrt{3}} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2\sqrt{3}r = 3r + 3 \Rightarrow r(2\sqrt{3} - 3) = 3 \Rightarrow r = \frac{3}{2\sqrt{3} - 3}$$

$$r = \frac{3}{2\sqrt{3} - 3} \cdot \left(\frac{2\sqrt{3} + 3}{2\sqrt{3} + 3} \right) = \frac{3 \cdot (2\sqrt{3} + 3)}{12 - 9} = \frac{3 \cdot (2\sqrt{3} + 3)}{3} = 3 + 2\sqrt{3}$$

29.



ABCD, O merkezli çemberin teğetler dörtgeni

$AB \parallel DC$

$DA \perp AB$

$|BC| = 10 \text{ cm}$

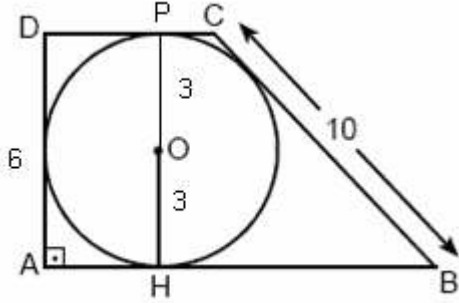
$|OH| = 3 \text{ cm}$

Yukarıdaki verilere göre, ABCD teğetler dörtgeninin alanı kaç cm^2 dir?

- A) 50 B) 48 C) 46 D) 44 E) 42

Çözüm 29

I. Yol



O merkezli çember $[DC]$ ye P de teğet olduğuna göre, $|OP| = 3$ cm olur.

Yarıçap teğete değme noktasında dik olacağından,

$[PH] \perp [AB]$ ve $[PH] \perp [DC]$ dir.

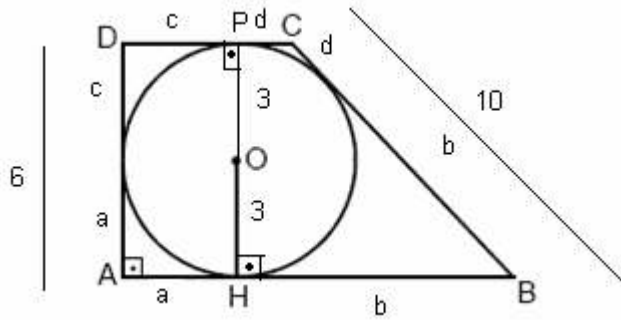
Bu durumda $|AD| = |PH| = 6$ olur.

Teğetler dörtgeninin karşılıklı kenar uzunluklarının toplamı birbirine eşit olduğu için,

$$|AB| + |DC| = |AD| + |BC| = 10 + 6 = 16$$

$$\text{Alan}(ABCD) = \frac{|AB| + |DC|}{2} \cdot |AD| = \frac{16}{2} \cdot 6 = 48$$

II. Yol



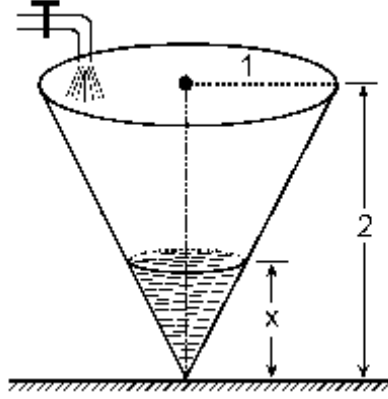
$$a + c = 6$$

$$b + d = 10$$

$$\text{Alan}(ABCD) = \frac{(a + b) + (c + d)}{2} \cdot (a + c) \quad \text{Alan}(ABCD) = \frac{16}{2} \cdot 6 = 48 \text{ elde edilir.}$$

Not : Bir çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğet parçalarının uzunlukları eşittir.

30.

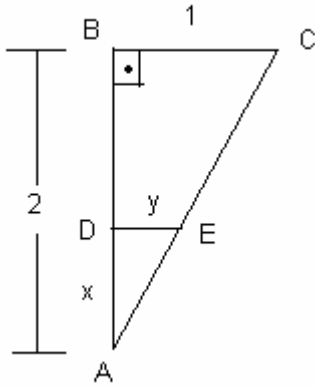


Şekildeki gibi, taban yarıçapı 1 metre, yüksekliği 2 metre olan dik koni biçimindeki bir su deposuna bir musluktan sabit hızla su akıtılıyor.

Depoda biriken suyun derinliği x metre olduğunda, depoda biriken suyun hacmi x türünden kaç metreküp olur ?

- A) $\frac{\pi \cdot x^3}{12}$ B) $\frac{\pi \cdot x^3}{9}$ C) $\frac{\pi \cdot x^3}{6}$ D) $\frac{\pi \cdot x^3}{4}$ E) $\frac{\pi \cdot x^3}{3}$

Çözüm 30



$$AED \cong ACB \Rightarrow \frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|ED|}{|CB|}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{1} \Rightarrow y = \frac{x}{2}$$

$$\text{Depoda biriken suyun hacmi, } v = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (y)^2 \cdot x = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 \cdot x$$

$$\Rightarrow v = \frac{\pi \cdot x^3}{12} \text{ bulunur.}$$

Adnan ÇAPRAZ

adnancapraz@yahoo.com

AMASYA