

Ö.S.S. 2003

MATEMATİK SORULARI ve ÇÖZÜMLERİ

1. $\frac{3,3}{0,3} + \frac{22,2}{0,2} + \frac{0,05}{0,005} - 111$ işleminin sonucu kaçtır ?

- A) 1 B) 7 C) 9 D) 11 E) 21

Çözüm 1

$$\frac{33}{3} + \frac{222}{2} + \frac{50}{5} - 111 = 11 + 111 + 10 - 111 = 21$$

2. $\frac{(0,005 \cdot 10^{35}) + (0,8 \cdot 10^{33})}{10^{32}}$ işleminin sonucu kaçtır ?

- A) 5 B) 8 C) 13 D) $4 \cdot 10^{32}$ E) $4 \cdot 10^{33}$

Çözüm 2

$$\frac{(0,005 \cdot 10^{35}) + (0,8 \cdot 10^{33})}{10^{32}} = \frac{(5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{35}) + (8 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{33})}{10^{32}} = \frac{5 \cdot 10^{32} + 8 \cdot 10^{32}}{10^{32}}$$

$$\Rightarrow = \frac{10^{32} \cdot (5 + 8)}{10^{32}} = 13$$

3. $a = \sqrt{2} + 1$ olduğuna göre, $a \cdot (a - 1) \cdot (a - 2)$ çarpımının sonucu kaçtır ?

- A) $\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{2}$ C) $3 - 2\sqrt{2}$ D) $3 + 2\sqrt{2}$ E) 1

Çözüm 3

$$a = \sqrt{2} + 1$$

$$a - 1 = \sqrt{2} + 1 - 1 = \sqrt{2}$$

$$a - 2 = \sqrt{2} + 1 - 2 = \sqrt{2} - 1$$

$$a \cdot (a - 1) \cdot (a - 2) = (\sqrt{2} + 1) \cdot \sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2} \cdot ((\sqrt{2})^2 - 1^2) = \sqrt{2} \cdot (2 - 1) = \sqrt{2}$$

4. $\sqrt{10}(\sqrt{6,4} + \sqrt{0,4})$ işleminin sonucu kaçtır ?

- A) $\sqrt{3,8}$ B) $\sqrt{68}$ C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm 4

$$\sqrt{10}(\sqrt{64} + \sqrt{4}) = \sqrt{10} \cdot (\sqrt{\frac{64}{10}} + \sqrt{\frac{4}{10}}) = \sqrt{10} \cdot (\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{10}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{10}}) = \sqrt{10} \cdot (\frac{1}{\sqrt{10}} \cdot (\sqrt{64} + \sqrt{4})) = \sqrt{8^2} + \sqrt{2^2} = 8 + 2 = 10$$

5. $\frac{(x^2 - y^2) \cdot (x^2 + xy + y^2)}{(x^3 - y^3) \cdot (\frac{1}{x} + \frac{1}{y})}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir ?

- A) xy B) $x+y$ C) $x-y$ D) $\frac{x-y}{x+y}$ E) $\frac{x+y}{x-y}$

Çözüm 5

$$\frac{(x^2 - y^2) \cdot (x^2 + xy + y^2)}{(x^3 - y^3) \cdot (\frac{1}{x} + \frac{1}{y})} = \frac{(x-y) \cdot (x+y) \cdot (x^2 + xy + y^2)}{(x-y) \cdot (x^2 + xy + y^2) \cdot (\frac{x+y}{xy})} = \frac{(x+y)}{\frac{x+y}{xy}} = xy$$

6. $4 - 4^x + 3^x \cdot 4^{x+1} = \frac{48}{12^{1-x}}$ olduğuna göre, x kaçtır ?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Çözüm 6

$$4 - 4^x + 3^x \cdot 4^{x+1} = \frac{48}{12^{1-x}} \Rightarrow 12^{1-x} = (4 \cdot 3)^{1-x} = 4^{1-x} \cdot 3^{1-x} \text{ yazalım ve içler dışlar çarpımı}$$

$$\text{yapalım. } (4 - 4^x + 3^x \cdot 4^{x+1}) \cdot (4^{1-x} \cdot 3^{1-x}) = 48$$

$$\Rightarrow 4 \cdot 4^{1-x} \cdot 3^{1-x} - 4^x \cdot 4^{1-x} \cdot 3^{1-x} + 3^x \cdot 4^{x+1} \cdot 4^{1-x} \cdot 3^{1-x} = 48$$

$$\Rightarrow 4^{2-x} \cdot 3^{1-x} - 4 \cdot 3^{1-x} + 3 \cdot 4^2 = 48 \Rightarrow 4^{2-x} = 4 \Rightarrow 2-x = 1 \Rightarrow x = 1$$

7. Kesişimleri boş küme olmayan M ve N kümeleri için, $s(N) = 4s(M)$ ve $s(N \setminus M) = 5s(M \setminus N)$ olduğuna göre, N kümesi en az kaç elemanlıdır ?

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

Çözüm 7

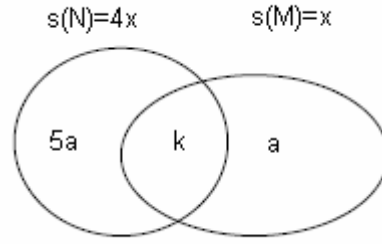
$$s(N) = 4s(M) \text{ ve } s(N \setminus M) = 5s(M \setminus N)$$

$$\Rightarrow s(M) = x \text{ olsun. } s(N) = 4x \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow a + k = x \text{ ve } 4x = 4a + 4k \text{ dir.}$$

$$\text{Oysa sekile göre } 5a + k = 4x \text{ dir.}$$

$$4a + 4k = 5a + k \Rightarrow a = 3k \text{ bulunur.}$$



$$\text{Yerine koyarsak, } s(N) = 4x = 5a + k = 5 \cdot 3k + k = 16k$$

$$\text{En az } k = 1 \text{ olacağına göre } s(N) = 16k = 16 \text{ olur.}$$

8. Her x gerçel sayısı için, $2x-4 = ax(x-1) + bx(x+1) + c(x^2-1)$ olduğuna göre, $a \cdot b \cdot c$ çarpımı kaçtır ?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

Çözüm 8

$$2x-4 = ax(x-1) + bx(x+1) + c(x^2-1) = ax^2 - ax + bx^2 + bx + cx^2 - c \Rightarrow$$

$$= x^2(a+b+c) + x(b-a) - c = 2x - 4$$

$$a+b+c = 0 \text{ ve } b - a = 2 \text{ ve } c = 4 \Rightarrow b = -1, a = -3 \text{ bulunur.}$$

$$a \cdot b \cdot c = (-3) \cdot (-1) \cdot 4 = 12$$

9. 3, 7 ve 8 ile kalansız bölünebilen 4000 den küçük sayıların en büyüğünün onlar basamağındaki rakam kaçtır ?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm 9

3, 7 ve 8 aralarında asal sayılar olduğundan en küçük ortak katları $3 \cdot 7 \cdot 8 = 168$ dir.

4000 i 168 e bölersek 23,8 buluruz.

En büyük katını bulmak için 168 in 23 katı 3864 olur.

Onlar basamağı 6 dır.

10. $a3bc$ ve $a4bc$ dört basamaklı birer doğal sayıdır.

$a3bc$ sayısı 15 e bölündüğünde kalan 6 olduğuna göre, $a4bc$ sayısı 15 e bölündüğünde kalan kaç olur ?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm 10

$$a3bc = 15k + 6 \Rightarrow a4bc = a3bc + 100 = 15k + 6 + (15 \cdot 6 + 10) = 15(k+6) + 16$$

$$15m + (15+1) = 15(m+1) + 1 = 15t + 1 \Rightarrow \text{Kalan 1 bulunur.}$$

11. $\frac{1}{2} < a < b < \frac{11}{4}$ sıralamasında birbirini izleyen sayılar arasındaki farklar esittir.

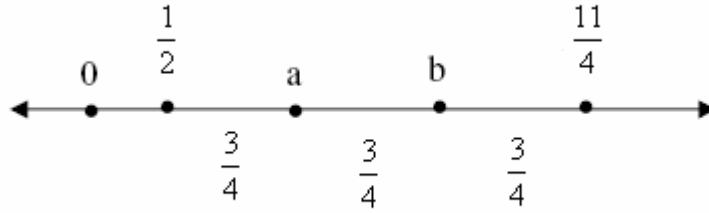
Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır ?

A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{11}{4}$ D) $\frac{13}{4}$ E) 1

Çözüm 11

$\frac{1}{2} < a < b < \frac{11}{4}$ eşitsizliğinde sayılar arasındaki aralıklar eşit verilmiş.

$$\frac{11}{4} - \frac{1}{2} = \frac{9}{4} \text{ üç eşit ara var. } \frac{9}{4} : 3 = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$



$$a = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \text{ ve } b = \frac{11}{4} - \frac{3}{4} = 2 \Rightarrow a + b = \frac{5}{4} + 2 = \frac{13}{4} \text{ bulunur.}$$

12. $a < 0 < b$ olmak üzere, $k = \frac{b-a}{a}$ gerçel sayısı veriliyor.

Buna göre, k sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir ?

A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) -1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

Çözüm 12

$$k = \frac{b-a}{a} = \frac{b}{a} - \frac{a}{a} = \frac{b}{a} - 1 \text{ ve } (a < 0 < b) \text{ a negatif olduğundan } \frac{b}{a} \text{ negatif olur ve}$$

$$k = \frac{b}{a} - 1 \text{ sayısı -1 den küçük olur. O halde sonuç } -\frac{4}{3} \text{ bulunur.}$$

13. $f(x) = |x-2|-|x|$ olduğuna göre, $f(-1)+f(0)+f(1)$ toplamı kaçtır ?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

Çözüm 13

$$\begin{aligned} f(x) = |x-2|-|x| &\Rightarrow f(-1) = |-1-2|-|-1| = 3-1 = 2 \\ &\Rightarrow f(0) = |0-2|-|0| = 2 \\ &\Rightarrow f(1) = |1-2|-|1| = 1-1 = 0 \end{aligned}$$

$$f(-1)+f(0)+f(1) = 2+2+0 = 4$$

14. $|9-x^2| = |x-3|$ olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır ?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 4

Çözüm 14

$$|9-x^2| = |(3-x).(3+x)| = |3-x|.|3+x|$$

$|9-x^2| = |x-3| \Rightarrow |3-x|.|3+x| = |x-3| \Rightarrow |3-x| = |x-3|$ olduğundan $x \neq 3$ kosulu altında sadeleştirme yaparsak denklem $|x+3| = 1$ olur.

$$\begin{aligned} x+3 = 1 &\Rightarrow x = -2 \text{ ve } x+3 = -1 \Rightarrow x = -4 \\ x = 3 &\text{ içinde denklem sağlanmaz.} \end{aligned}$$

$$\text{O halde } x \text{ in alabileceği değerlerin toplamı} = (-2) + (-4) + 3 = -3$$

15. Dik koordinat düzleminin noktaları üzerinde bir Δ işlemi,
 $(a, b) \Delta (c, d) = (ac+bd, ad-bc)$ şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $(x, y) \Delta (1, -1) = (3, 5)$ eşitliğini sağlayan (x, y) ikilisi aşağıdakilerden hangisidir ?

- A) (-3, 5) B) (3, 5) C) (1, -4) D) (-1, -4) E) (-1, 0)

Çözüm 15

$$(x, y) \Delta (1, -1) = (x.1 + y.(-1), x.(-1) - y.1) = (x - y, -x - y) = (3, 5)$$

$$\begin{aligned} x - y &= 3 \\ -x - y &= 5 \end{aligned} \rightarrow \text{taraf tarafa toplarsak, } -2y = 8 \Rightarrow y = -4 \text{ ve } x = -1 \text{ olur.}$$

$$(x, y) = (-1, -4)$$

16. 1 den 54 e kadar olan tamsayılar soldan sağa doğru yan yana yazılarak
 $a = 1\ 2\ 3\ 4\ \dots\ 9\ 10\ 11\ 12\ \dots\ 54\ 54$ şeklinde 99 basamaklı bir a sayısı oluşturuluyor.

Buna göre, a nın soldan 50. rakamı kaçtır ?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 9

Çözüm 16

Bir basamaklı sayılar 9 basamak oluşturur. (1,2,3,4,5,6,7,8,9)

2 basamaklı sayılar, kalan $50 - 9 = 41$ tane basamağı oluşturacaktır.

Kalan 41 basamak iki basamaklı sayılar tarafından oluşturulur.

(10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,,.....,28,29,30,31,32,.....)

(10,11,12,13,.....17,18,19) $\Rightarrow$ 20 adet rakamdan oluşuyor.

(20,21,22,23,.....27,28,29) $\Rightarrow$ 20 adet rakamdan oluşuyor.

(iki basamaklı bir sayı 2 rakamdan oluşur. 40 basamak için 20 sayı gerekir.)

Toplam 40 basamak elde edilir. 41 inci iki basamaklı sayı = 30 bulunur.

O halde 50. ve 51. basamaktaki rakamlar 30 sayısının rakamlarıdır.

50. basamakta 3 vardır.

17. 1, 2, 3, 4 ve 5 rakamları kullanılarak yazılabilen, rakamları tekrarlı veya tekrarsız tüm iki basamaklı tek sayıların toplamı kaçtır ?

A) 495 B) 497 C) 503 D) 515 E) 523

Çözüm 17

1, 2, 3, 4, ve 5 rakamları kullanılarak yazılabilecek tüm iki basamaklı tek sayılar

11	13	15
21	23	25
31	33	35
41	43	45
51	53	55

$155 + 165 + 175 = 495$ bulunur.

18. Tek tür mal üreten bir atölyede makinelerden biri a saatte b birim mal üretiyor. Aynı süre içinde bu makinenin c katı mal üreten başka bir makine, b birim malı kaç saatte üretir ?

A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{a}{c}$ C) $\frac{b}{c}$ D) $\frac{ab}{c}$ E) $\frac{bc}{a}$

Çözüm 18

Birinci makine a saatte b birim mal üretiyor.

İkinci makine a saatte c.b birim mal üretiyor.

Orantı ile çözelim. $\Rightarrow$

c.b birim malı	$\times$	a saatte üretirse
b birim malı		x saatte üretir.

Dogru orantı yazarsak, $x = \frac{a.b}{c.b} = \frac{a}{c}$ bulunur.

- 19.** Bir gruptaki kız sporcuların yas ortalaması 15, erkek sporcuların yas ortalaması 24 tür.
Kızların sayısı erkeklerin sayısının 2 katı olduğuna göre, bu grubun yas ortalaması kaçtır ?
- A) 16 B) 17 C) 18 D) 20 E) 22

Çözüm 19

Erkeklerin sayısına x dersek, gruptaki kızların sayısı 2x olur.

Kızların yasları toplamı : $15 \cdot 2x = 30x$ ve erkek öğrencilerin yasları toplamı : $24x$ olur.

Grubun yas ortalaması : Yaslar toplamı / kisi sayısı

$$\text{Grubun yas ortalaması : } (30x + 24x) : (x + 2x) = \frac{30x + 24x}{x + 2x} = \frac{54x}{3x} = 18 \text{ bulunur.}$$

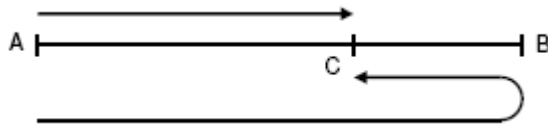
- 20.** Oya 12 yasinda, Gül x yasindadir. Gül $3x+10$ yasina geldiğinde, Oya kaç yasinda olur ?

- A) $x + 10$ B) $x + 14$ C) $x + 24$ D) $2x + 10$ E) $2x + 22$

Çözüm 20

Gül x yasindayken $3x + 10$ yasina gelince $3x + 10 - x = 2x + 10$ yıl geçer.
Oya 12 yasinda iken $2x + 10$ yıl geçince $2x + 10 + 12 = 2x + 22$ yasina gelir.

21.



Hızları saatte 80 km ve 120 km olan iki araç A kentinden B kentine doğru aynı anda hareket ediyor. Hızlı olan araç B ye varıp hiç durmadan geri dönüyor ve C noktasında diğer araçla karşılaşıyor.

Buna göre, $\frac{|BC|}{|AC|}$ oranı kaçtır ?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

Çözüm 21

Hızı 80 km olan araç $|AC|$ yolunu t zamanda almış olsun. $|AC| = 80.t$
Hızı 120 km olan araç $|AB| + |BC|$ yolunu t zamanda alır. $|AB| + |BC| = 120.t$

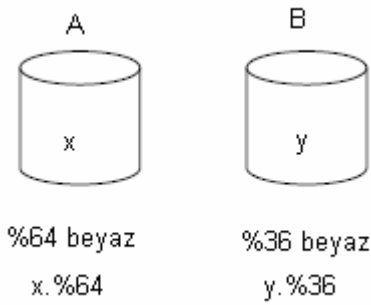
$$\begin{aligned} |AB| &= |AC| + |BC| \text{ olduğundan} \\ |AB| + |BC| &= |AC| + |BC| + |BC| = 120.t = |AC| + 2|BC| = 80.t + 2|BC| \\ \Rightarrow |BC| &= \frac{120.t - 80.t}{2} = \frac{40.t}{2} = 20t \text{ olur. } \Rightarrow \frac{|BC|}{|AC|} = \frac{20.t}{80.t} = \frac{1}{4} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

22. A torbasındaki topların %64 ü, B torbasındaki topların da %36 sı beyazdır.

Bu iki torbadaki topların tümünün %48 i beyaz olduğuna göre, A torbasındaki top sayısının, B torbasındaki top sayısına oranı kaçtır ?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

Çözüm 22



Topların tamamı = $x + y$

$$(x+y).\%48 \text{ beyaz} \Rightarrow \frac{x}{y} = ?$$

$$\begin{aligned} (x+y).\%48 &= x.\%64 + y.\%36 \\ 12.(x+y) &= 16.x + 9.y \end{aligned}$$

$$3y = 4x \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{4}$$

23. %30 u su olan a litrelik bir karışıma 20 litre daha su ilave ediliyor.

Elde edilen yeni karışımın %50 si su olduğuna göre, a kaçtır ?

- A) 20 B) 25 C) 40 D) 50 E) 55

Çözüm 23

$$\text{Başlangıçtaki karışımın su miktarı} = a.\%30 = a.\frac{30}{100} = \frac{3a}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{3a}{10} + 20 \text{ oluşan su miktarı}$$

$$\text{Yeni karışım} = a + 20 \Rightarrow \text{yeni karışımın su miktarı} = (a+20).\%50 = \frac{a+20}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a+20}{2} = \frac{3a}{10} + 20 \Rightarrow 5a + 100 = 3a + 200 \Rightarrow 2a = 100 \Rightarrow a = 50$$

24. Tasımacılık yapan bir firma 300 milyar TL ödeyerek fiyatları 15 milyar, 25 milyar ve 30 milyar TL olan araçlardan toplam 12 adet satın alıyor.

Fiyatı 15 milyar ve 25 milyar TL olan araçlardan eşit sayıda aldığına göre, fiyatı 30 milyar TL olan araçtan kaç tane alınmıştır ?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm 24

$$\left. \begin{array}{ll} 15 \text{ milyar TL} & \rightarrow x \text{ adet} \\ 25 \text{ milyar TL} & \rightarrow y \text{ adet} \\ 30 \text{ milyar TL} & \rightarrow z \text{ adet} \end{array} \right\} 15.x + 25.y + 30.z = 300$$

$$x+y+z = 12 \text{ ve } x = y \text{ veriliyor.}$$

$$x+y+z = 12 \Rightarrow x+x+z = 12 \Rightarrow 2x+z = 12$$

$$15x+25y+30z = 300 \Rightarrow 15x+25x+30z = 300 \Rightarrow 40x+30z = 300 \Rightarrow 4x+3z = 30$$

$$\Rightarrow 4x+3z = 30$$

$$\underline{2x+z = 12}$$

$$z = 6 \text{ bulunur.}$$

25. Bir malın alıs fiyatının 3 katı, satış fiyatının $\frac{5}{2}$ sine esittir.

Bu mal, % kaç kârla satılmaktadır ?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

Çözüm 25

Alış fiyatı = a , satış fiyatı = s ve kar = s - a olsun.

$$3.a = \frac{5}{2}.s \Rightarrow 6a = 5s \Rightarrow s = \frac{6a}{5}$$

$$\text{kar} = s - a = \frac{6a}{5} - a = \frac{6a - 5a}{5} = \frac{a}{5} = \frac{20.a}{100} = \%20.a$$

26. Yükseköğrenim için A ve B ülkelerine gönderilmek üzere 5 öğrenci seçilmiştir.

Her iki ülkeye en az birer öğrenci gideceğine göre, bu 5 öğrenci kaç farklı grupta ile gönderilebilir ?

- A) 10 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40

Çözüm 26

I. Yol

$C(5,1) + C(5,2) + C(5,3) + C(5,4) = 30$ olarak bulunur.

$$5 + \frac{5!}{(5-2)!2!} + \frac{5!}{(5-3)!3!} + 5 = 5 + \frac{5 \cdot 4}{2} + \frac{5 \cdot 4}{2} + 5 = 5 + 10 + 10 + 5 = 30$$

II. Yol

Eğer en az bir şehire gitme mecburiyeti olmasaydı,

Tüm durumlar $= 2^5 = 32$ (Her öğrencinin 2 seçim şansı olduğundan $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$)

Tüm öğrencilerin A ya gitmesi durumu $= C(5,5) = 1$

Tüm öğrencilerin B ye gitmesi durumu $= C(5,5) = 1$

Her iki ülkeye en az 1'er öğrenci gönderilmesi $= 32 - (1+1) = 30$ değişik şekilde olabilir.

27. Ali ile Burak, birlikte çalışarak 10 saatte bitirebilecekleri bir işi yapmaya başlıyorlar. İkisi birlikte 4 saat çalıştıktan sonra Ali işi bırakıyor.

Geriye kalan işi Burak 9 saatte bitirdiğine göre, bu işin tümünü Ali tek başına kaç saatte bitirebilirdi ?

- A) 30 B) 26 C) 25 D) 24 E) 18

Çözüm 27

Ali = a saatte ve Burak = b saatte bu işi bitirebilsinler.

İkisi birlikte 10 saatte işin tamamını bitirebildiklerine göre

4 saatte işin x = ?

$$10 \cdot x = 4 \cdot 1 \Rightarrow x = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \quad (\text{işin 4 saatte bitirilen kısmı})$$

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \quad (\text{işin kalan kısmı}) \quad \text{Geriye kalan işi Burak 9 saatte bitirdiğine göre,}$$

İşin $\frac{3}{5}$ ini 9 saatte bitirdiğine göre

İşin $\frac{5}{5}$ ini b = ?

$$b = 9 \cdot \frac{5}{3} = 15 \text{ saat} \quad (\text{Burak bu işi 15 saatte tamamlar})$$

ikisi birlikte $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{10}$ olduğuna göre, $\frac{1}{a} + \frac{1}{15} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{15-10}{150} = \frac{5}{150} \Rightarrow a = 30$ bulunur.

28. Bir sınıfta matematik sınavında aldığı puan 2, 3 ve 4 olan öğrencilerden 8 kişilik bir grup oluşturulmuştur. Grupta bu üç puandan her birini alan en az bir öğrenci

bulunmaktadır ve grubun puan ortalaması $\frac{25}{8}$ dir.

Bu grupta puanı 3 olan en çok kaç öğrenci bulunabilir ?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Çözüm 28

2 puan alan x kişi $\Rightarrow$ toplam puan = $2x$

3 puan alan y kişi $\Rightarrow$ toplam puan = $3y$

4 puan alan z kişi $\Rightarrow$ toplam puan = $4z$

$$x + y + z = 8$$

$$\Rightarrow \frac{2x+3y+4z}{x+y+z} = \frac{2x+3y+4z}{8} = \frac{25}{8} \Rightarrow 2x+3y+4z = 25 \Rightarrow 3y = 25 - (2x+4z)$$

y ' nin en çok olması için diğerlerinin (x ve z ' nin) en az olmasını sağlamalıyız.

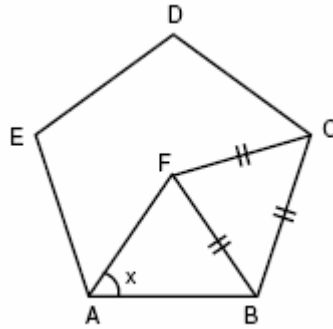
O zaman $x = 1$ ve $z = 2$ için $3y = 25 - (2.1+4.2) = 25 - 10 = 15 \Rightarrow y = 5$ olur.

29.

ABCDE bir düzgün besgen

FBC bir eskenar üçgen

$m(\angle FAB) = x$



Yukarıdaki verilere göre, X kaç derecedir ?

- A) 60 B) 62 C) 66 D) 72 E) 74

Çözüm 29

Düzgün besgenin bir dış açısı $\frac{360}{5} = 72^\circ$ ve bir iç açısı $180 - 72 = 108^\circ$ dir.

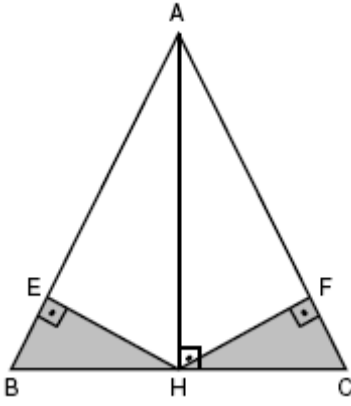
FBC eskenar üçgen verilmiş. $s(\angle FBC) = s(\angle BCF) = s(\angle CFB) = 60^\circ$ dir.

$s(\angle ABF) = 108 - 60 = 48$ bulunur.

$|AB| = |BC| = |FB|$ olduğu için (FBA) üçgeni ikizkenar üçgendir. $x = \frac{180 - 48}{2} = \frac{132}{2} = 66$

bulunur.

30.



ABC ikizkenar üçgen

$$|AB| = |AC|$$

$$[AH] \perp [BC]$$

$$[HD] \perp [AC]$$

$$[HE] \perp [AB]$$

Yukarıdaki şekilde $|BC| = 4$ cm, $|AC| = 8$ cm olduğuna göre, taralı üçgenlerin toplam alanı kaç cm^2 dir ?

- A) 15 B) 17 C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{15}}{4}$

Çözüm 30

I. Yol

İkizkenar üçgende, tabana ait kenarortay aynı zamanda açıortay ve yüksekliktir. Bu nedenle $|BH| = |HC| = 2$ cm olur.

AHC üçgeni ile HFC üçgenleri benzerdir.

Benzerlik oranı $\frac{|AC|}{|HC|} = \frac{8}{2} = 4$ olur. Alanları oranı benzerlik oranının karesi olduğuna göre,

$4^2 = 16$ dir. Yani HFC nin alanı AHC nin 16 da 1'i dir.

AHC nin alanını bulmak için $|AH|$ dik kenarını bulalım.

$$|AH|^2 = 8^2 - 2^2 = 60 \Rightarrow |AH| = 2\sqrt{15} \text{ bulunur. } A(\text{AHC}) = \frac{2 \cdot 2\sqrt{15}}{2} = 2\sqrt{15} \text{ olur.}$$

$$\text{Taralı (HFC) alanı} = \frac{2\sqrt{15}}{16} = \frac{\sqrt{15}}{8} \text{ olur.}$$

Bu alandan iki tane vardır. Taralı alanların toplamı $2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{8} = \frac{\sqrt{15}}{4}$ bulunur.

II. Yol

$|FC| = x$ dersek $|AF| = 8 - x$ olur. Öklid teoremine göre, $2^2 = x \cdot 8 \Rightarrow x = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ bulunur.

$|FC| = \frac{1}{2}$ ve $|HC| = 2$ olduğuna göre, HCF üçgeninde pisagor teoremini uygularsak

$$2^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + |HF|^2 \Rightarrow |HF| = \frac{\sqrt{15}}{4} \Rightarrow \text{Taralı (HFC) alanı} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{15}}{4}}{2} = \frac{2\sqrt{15}}{16} = \frac{\sqrt{15}}{8} \text{ olur.}$$

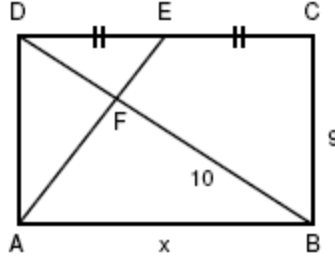
$$\text{Alan (BEH)} = \text{Alan (HFC)} = \frac{\sqrt{15}}{8} \Rightarrow \text{Toplamı} = \frac{\sqrt{15}}{8} + \frac{\sqrt{15}}{8} = \frac{2\sqrt{15}}{8} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

31.

ABCD bir dikdörtgen

$$\begin{aligned} |DE| &= |EC| \\ |BC| &= 9 \text{ cm} \\ |BF| &= 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$|AB| = x$$



Yukarıda verilenlere göre, x kaç cm dir ?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

Çözüm 31

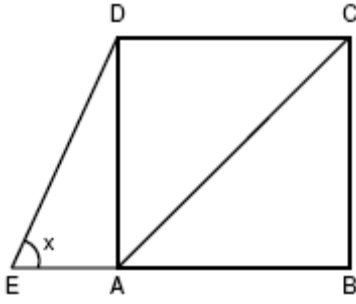
$$|AB| = x \Rightarrow |DE| = |EC| = \frac{x}{2}$$

AFB ve EFD üçgenleri benzerdir. (A. A. A)

$$\frac{|AF|}{|EF|} = \frac{|FB|}{|FD|} = \frac{|AB|}{|ED|} \Rightarrow \frac{10}{|FD|} = \frac{x}{\frac{x}{2}} \Rightarrow |FD| = 5 \Rightarrow |DB| = 10 + 5 = 15 \text{ olur.}$$

DBC dik üçgeninde pisagor teoremine göre $x^2 + 9^2 = 15^2$ yazarsak $x = 12$ bulunur.

32.

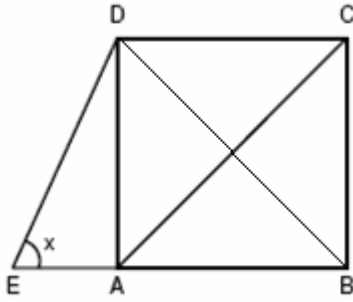


ABCD bir kare
 $m(\angle DEB) = x$

Yukarıdaki şekilde $|AC| = |BE|$ olduğuna göre, x kaç derecedir ?

- A) 37,5 B) 45 C) 52,5 D) 60 E) 67,5

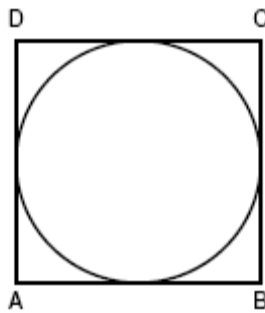
Çözüm 32



BD köşegenini çizersek
Karenin köşegenleri eşit uzunlukta olduğundan
 $|AC| = |BD| = |BE|$
Bu DEB üçgeninin ikizkenar olması demektir.
ve
karenin köşegenleri açıortay olduğundan
 $\angle DBA = 45^\circ$ olur.

Tepe açısı 45° olan ikizkenar üçgenin taban açıları,
 $\frac{180 - 45}{2} = \frac{135}{2} = 67,5$ bulunur.

33.

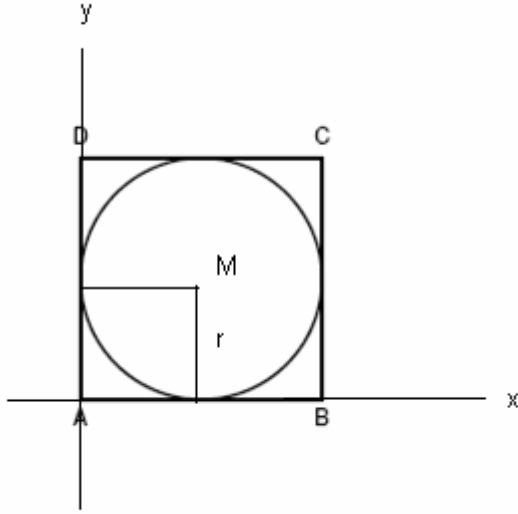


Şekildeki çember ABCD karesinin kenarlarına teğettir.

Çember üzerinde alınan bir P noktasının $[AB]$ ve $[AD]$ kenarlarına uzaklıkları sırasıyla 2 cm ve 1 cm olduğuna göre, çemberin yarıçapının alabileceği değerler toplamı kaç cm dir ?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

Çözüm 33



Kareyi A noktasından orijine yerleştirirsek, çemberin merkezinin koordinatları r yarıçapı göstermek üzere $M(r,r)$ olur.

Bu çemberin denklemi $(x - r)^2 + (y - r)^2 = r^2$ olur.

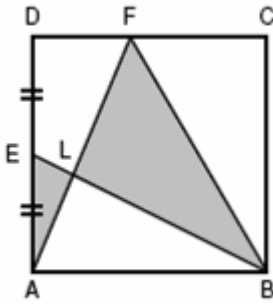
Aranan P noktasının AB ve AD kenarlarına olan uzaklıkları y ve x eksenlerine olan uzaklıkları yani koordinatları olur.

P noktasının koordinatları $P(1,2)$ dir.

Bu nokta çemberin üzerinde olduğu için çemberin denklemini sağlar.

$$\begin{aligned} P(1,2) \text{ için } (1 - r)^2 + (2 - r)^2 &= r^2 \Rightarrow (1 - r)^2 + (2 - r)^2 = r^2 \\ \Rightarrow 1 - 2r + r^2 + 4 - 4r + r^2 &= r^2 \Rightarrow r^2 - 6r + 5 = 0 \Rightarrow (r - 5)(r - 1) = 0 \\ \Rightarrow r_1 = 1 \text{ ve } r_2 = 5 \text{ bulunur. Toplamları } 1 + 5 &= 6 \text{ olur.} \end{aligned}$$

34.



ABCD bir kare

$$|AE| = |ED|$$

Sekildeki EAL üçgeninin alanı 5 cm^2 , FLB üçgeninin alanı 25 cm^2 olduğuna göre, karenin bir kenarının uzunluğu kaç cm dir ?

- A) 8 B) 9 C) $2\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{5}$ E) $5\sqrt{5}$

Çözüm 34

$|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = 2a$ olsun. Karenin alanı $= (2a)^2 = 4a^2$ olur.

FAB üçgeni karenin yarı alanını kaplar ve alanı $\frac{4a^2}{2} = 2a^2$ olur.

Alan (FLB) = 25 verilmiş. O zaman Alan (LAB) = $2a^2 - 25$ olur.

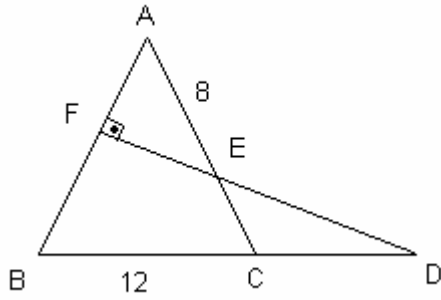
EAB üçgeni de karenin çeyrek alanını kaplar ve alan (EAB) = $\frac{4a^2}{4} = a^2$ olur.

Alan (EAL) = 5 verilmiş.

$$\text{Alan (EAL)} = \text{Alan (EAB)} - \text{Alan (LAB)} = a^2 - (2a^2 - 25) = 25 - a^2 = 5 \Rightarrow a^2 = 20$$

$$\Rightarrow a = 2\sqrt{5} \Rightarrow \text{karenin bir kenarı} = 2a = 2 \cdot 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5} \text{ bulunur.}$$

35.



$$[DF] \perp [AB]$$

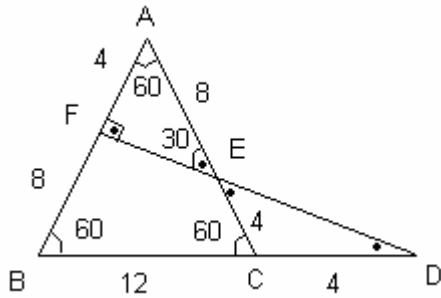
$$|BC| = 12 \text{ cm}$$

$$|AE| = 8 \text{ cm}$$

Yukarıdaki şekilde ABC bir eskenar üçgen olduğuna göre, $\frac{\text{alan}(ECD)}{\text{alan}(AFE)}$ oranı kaçtır ?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

Çözüm 35



Eskenar üçgenin iç açıları 60° dir.

AEF açısı 30° olur.

Bu açının karşısındaki kenar hipotenüsün yarısı olduğu için $|AF| = 4 \text{ cm}$ olur.

60° açının karşısındaki kenar hipotenüsün

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ katı olduğu için $|FE| = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ dir.

$$\text{Alan}(AFE) = \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} \text{ olur.}$$

AEF açısının ters açısı olan CED açısı da 30° olur. C nin dış açısı 120 derece olduğu için CED üçgeninin üçüncü açısı olan EDC açısı da 30° olur.

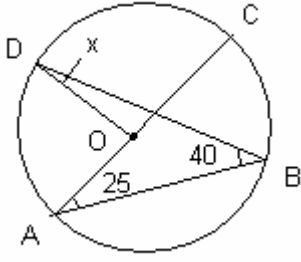
Bu üçgen ikizkenardır. $|EC| = |CD| = 12 - 8 = 4 \text{ cm}$ dir.

$$\text{Alan}(ECD) = \frac{1}{2} \cdot |EC| \cdot |CD| \cdot \sin(ECD) \text{ alan formülünü kullanırsak}$$

$$\text{Alan}(ECD) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin 120 = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

$$\text{O zaman, } \frac{\text{alan}(ECD)}{\text{alan}(AFE)} = \frac{4\sqrt{3}}{8\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

36.



[AC], O merkezli çemberin çapı

$$m(\text{DBA}) = 40^\circ$$

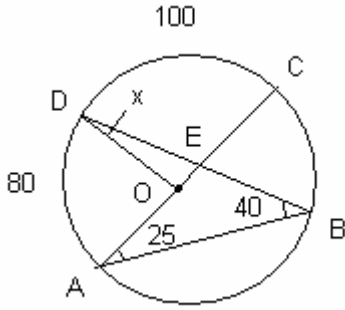
$$m(\text{CAB}) = 25^\circ$$

$$m(\text{ODB}) = x$$

Yukarıdaki verilere göre x kaç derecedir ?

- A) 25 B) 22 C) 20 D) 18 E) 15

Çözüm 36



40° lik çevre açını karşısında olduğu için DA yayı 80° dir.

ADC yayı yarım çemberdir ve 180 derecedir.

DC yayı $180 - 80 = 100$ olur.

Bu yayı gören DOC merkez açısı 100 dir.

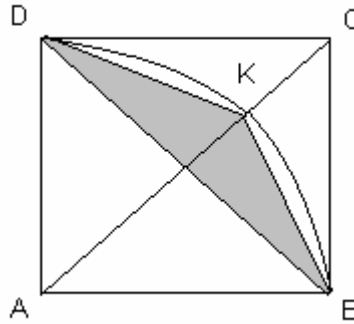
CEB dış açısı $25 + 40 = 65$ dir.

Bu açının ters açısı olan DEO da 65 dir.

DEO üçgeninde açılar 100 , 65 ve x olur.

$$x = 180 - (100 + 65) = 15 \text{ bulunur.}$$

37.



ABCD bir kare

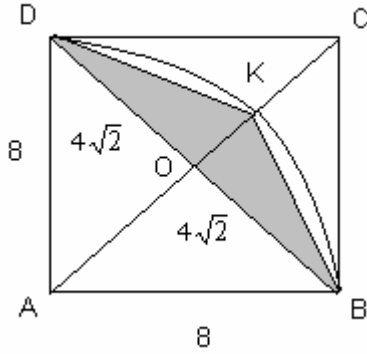
[AC] ve [BD] köşegenler

Yukarıdaki şekilde, K noktası A merkezli, $|AB|$ yarıçaplı çember ve [AC] köşegeni üzerindedir.

ABCD karesinin alanı 64 cm^2 olduğuna göre, BKD üçgeninin alanı kaç cm^2 dir ?

- A) 18 B) 16 C) 12 D) $32(\sqrt{2} - 1)$ E) $16(\sqrt{2} - 1)$

Çözüm 37



ABCD karesinin alanı 64 cm^2 olduğuna göre, bir kenarı 8 cm olur.

$$\text{ADB dik üçgeninde } |DB|^2 = 8^2 + 8^2 = 2 \cdot 8^2 \Rightarrow |DB| = 8\sqrt{2}$$

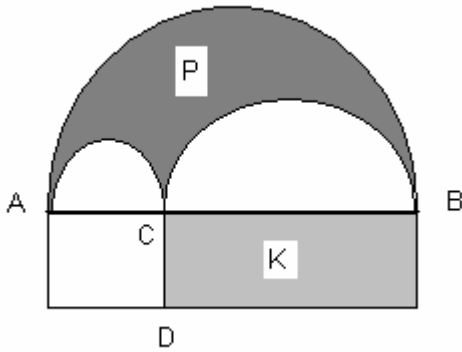
$$|AO| = |OC| = |DO| = |OB| = 4\sqrt{2}$$

(Karenin köşegenleri dik kesistiği için DAO dik üçgendir. Ayrıca köşegenleri eş uzunlukta olup birbirini ortalar.)

$$|AK| \text{ yarıçaptır. } |AD| = |AB| = |AK| = 8 \\ \Rightarrow |KO| = |AK| - |AO| = 8 - 4\sqrt{2}$$

$$\text{BKD üçgeninin alanı} = \frac{|BD| \cdot |OK|}{2} = \frac{8\sqrt{2} \cdot (8 - 4\sqrt{2})}{2} = 32\sqrt{2} - 32 = 32(\sqrt{2} - 1)$$

38.



Şekildeki $[AB]$ çaplı yarım çemberin içinden, $[AC]$ ve $[CB]$ çaplı yarım çemberlerin dışında kalan taralı P bölgesinin alanı $p \text{ cm}^2$, kenar uzunlukları $|CB| \text{ cm}$ ve $|CD| \text{ cm}$ olan dikdörtgenel bölge K'nın alanı $k \text{ cm}^2$ dir.

$|AC| = |CD|$ olduğuna göre, $\frac{p}{k}$ oranı kaçtır ?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) 2π

Çözüm 38

|CB| çaplı yarım çemberin çapını R cm ve |AC| çaplı yarım çemberin çapını r cm alalım.

$$|CB| \text{ çaplı yarım çemberin alanı : } \frac{\pi \cdot \left(\frac{R}{2}\right)^2}{2} = \frac{\pi \cdot R^2}{8}$$

$$|AC| \text{ çaplı yarım çemberin alanı : } \frac{\pi \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2}{2} = \frac{\pi \cdot r^2}{8}$$

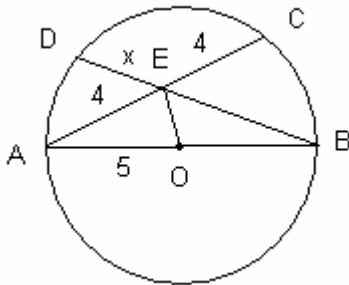
$$|AB| \text{ çaplı yarım çemberin alanı : } \frac{\pi \cdot \left(\frac{R}{2} + \frac{r}{2}\right)^2}{2} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{R^2}{4} + \frac{R \cdot r}{2} + \frac{r^2}{4}\right)}{2} = \frac{\pi \cdot R^2}{8} + \frac{\pi \cdot R \cdot r}{4} + \frac{\pi \cdot r^2}{8}$$

$$\Rightarrow P \text{ bölgesinin alanı} = p = \left(\frac{\pi \cdot R^2}{8} + \frac{\pi \cdot R \cdot r}{4} + \frac{\pi \cdot r^2}{8} \right) - \frac{\pi \cdot R^2}{8} - \frac{\pi \cdot r^2}{8} = \frac{\pi \cdot R \cdot r}{4}$$

$$K \text{ bölgesinin alanı} = k = |CD| \cdot |CB| = |AC| \cdot |CB| = R \cdot r$$

$$\Rightarrow \frac{p}{k} = \frac{\frac{\pi \cdot R \cdot r}{4}}{R \cdot r} = \frac{\pi}{4}$$

39.



[AB], O merkezli çemberin çapı

$$|AE| = |EC| = 4 \text{ cm}$$

$$|AO| = 5 \text{ cm}$$

$$|DE| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir ?

- A) $\frac{4\sqrt{13}}{13}$ B) $\frac{8\sqrt{13}}{13}$ C) $\frac{4\sqrt{17}}{17}$ D) $\frac{8\sqrt{17}}{17}$ E) $\frac{\sqrt{17}}{13}$

Çözüm 39

CB yi birleştirecek ACB açısı çapı gördüğü için dik açı olur.

$$|OB| = 5 \text{ cm ve } |AB| = 10 \text{ cm} \Rightarrow |CB| = 6 \text{ cm olur.}$$

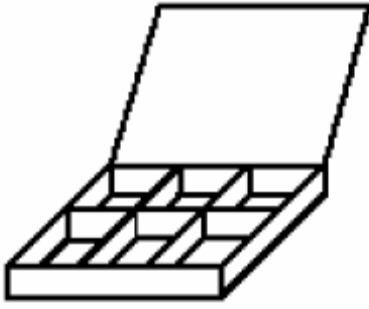
ECB de dik üçgendir.

$$|BE|^2 = 4^2 + 6^2 = 52 \Rightarrow |BE| = \sqrt{52} = \sqrt{4 \cdot 13} = 2\sqrt{13} \text{ cm olur.}$$

Simdi E noktasına göre kuvvet alalım :

$$4 \cdot 4 = x \cdot 2\sqrt{13} \Rightarrow x = \frac{16}{2\sqrt{13}} = \frac{8}{\sqrt{13}} = \frac{8\sqrt{13}}{13} \text{ bulunur.}$$

40.



Şekildeki gibi 6 bölümlü ve tabanı kare olan kapaklı bir karton kutu yapılacaktır.

Bu kutunun yüksekliği 5 cm,
Tabanının bir kenarının uzunluğu 20 cm
olacağına göre,
kaç cm^2 karton gereklidir ?

- A) 1000 B) 1100 C) 1200 D) 1400 E) 1500

Çözüm 40

Kutunun alt tabanına ve kapagina $20 \cdot 20 \cdot 2 = 800 \text{ cm}^2$ karton gider.

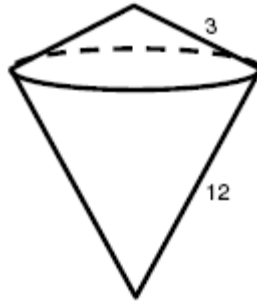
Kutunun 5 cm olan yüksekligine ; taban çevresi $\times$ yükseklik $= 4 \cdot 20 \cdot 5 = 400 \text{ cm}^2$ karton gider.

3 bölmenin her biri için $20 \cdot 5 = 100 \text{ cm}^2$, toplam 300 cm^2 karton gider.

Kullanılan kartonun tamamı $= 800 + 400 + 300 = 1500 \text{ cm}^2$ kartondan yapılabilir.

NOT : Kartonun kalınlığı çok ince olduğundan ihmal edilebilir.

41.



Şekildeki gibi, koni biçiminde bir kapak ile koni biçiminde bir gövdeden oluşan kapaklı bir cisim yapılacaktır. Kapak koninin yanal ayrıtı 3 cm, yanal alanı 24 cm^2 dir.

Gövde koninin yanal ayrıtı 12 cm olduğuna göre, yanal alanı kaç cm^2 dir ?

- A) 96 B) 108 C) 116 D) 150 E) 384

Çözüm 41

Yanal alan $= \pi \cdot r \cdot a$ (r = taban yarıçapı , a = yanal ayrıtı)

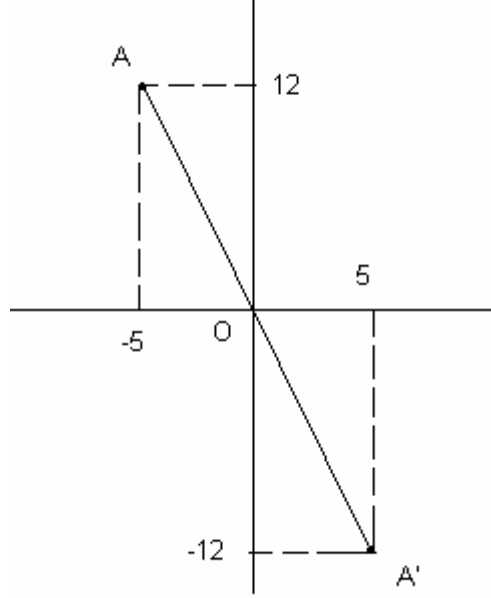
$$24 = \pi \cdot r \cdot 3 \Rightarrow \pi \cdot r = 8$$

Gövde koninin yanal alanı $= \pi \cdot r \cdot 12 = 8 \cdot 12 = 96$ bulunur.

42. Dik koordinat düzleminde $A(-5,12)$ noktasının orijine göre simetriği $A'(x,y)$ noktası olduğuna göre, A ile A' arasındaki uzaklık kaç birimdir ?

- A) 13 B) 26 C) 35 D) 45 E) 54

Çözüm 42



$A(-5,12)$ noktasının orijine göre simetriği $A'(5,-12)$ noktasıdır.

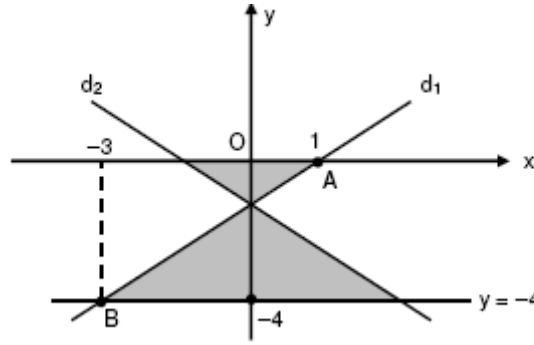
$$|AA'| = |AO| + |A'O|$$

$$|AO| = 13 \quad (5, 12, 13 \text{ dik üçgenidir.})$$

$$|A'O| = 13 \quad (5, 12, 13 \text{ dik üçgenidir.})$$

$$|AA'| = 13 + 13 = 26$$

43.

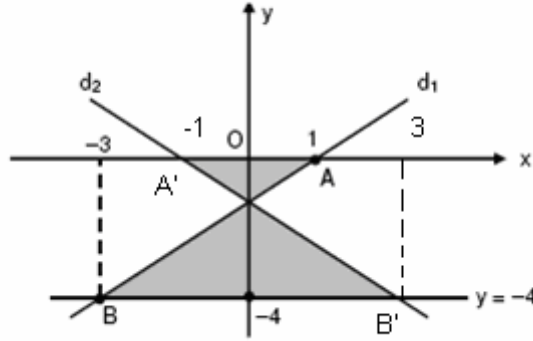


Yukarıdaki şekilde, $A(1,0)$ ve $B(-3,-4)$ noktalarından geçen d_1 doğrusu, bu doğrunun Oy eksenine göre simetriği olan d_2 doğrusu ve $y = -4$ doğrusu verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgelerin toplam alanı kaç birim karedir ?

- A) 7,8 B) 9,5 C) 10 D) 12 E) 13

Çözüm 43



d_2 doğrusu d in Oy eksenine göre simetrisi olduğundan A ve B noktalarının Oy eksenine göresimetrikleri sırasıyla $A'(-1,0)$ ve $B'(-3,-4)$ olur.

O halde $|BB'| = 6$ ve $|AA'| = 2$ birim bulunur.

Bu iki taralı üçgen benzerdir ve benzerlik oranları tabanlarının oranına esittir.

Bu oran üçgenlerin yükseklikleri arasında da vardır. Yani $\frac{6}{2} = 3$ dür.

Bu üçgenlerin yükseklikleri toplamı 4 dür.

Küçük üçgenin yüksekliği $= h_1 = 1$ ve Büyük üçgenin yüksekliği $= h_2 = 3$ olur.

$$\text{Alanların toplamı} = \frac{2 \cdot h_1}{2} + \frac{6 \cdot h_2}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} + \frac{6 \cdot 3}{2} = 1 + 9 = 10 \text{ bulunur.}$$

44. Her a gerçel sayısı için, $a(x+2)-x+y+2 = 0$ doğruları, sabit bir P noktasından geçmektedir.

Buna göre, P noktasının Ox eksenine uzaklığı kaç birimdir ?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm 44

Her a gerçel sayısı için, $a(x+2)-x+y+2 = 0$ doğruları, sabit bir P noktasından geçiyorsa a yerine aldığımız iki farklı deger için elde edeceğimiz iki farklı doğrunun kesisim noktası P olur.

$a = 1$ için doğru $x + 2 - x + y + 2 = 0 \Rightarrow y + 4 = 0 \Rightarrow y = -4$ doğrusu bulunur.

(Bu P noktasının Ox eksenine uzaklığını verir. Uzaklık pozitif olacağı için $|-4| = 4$ dür.)

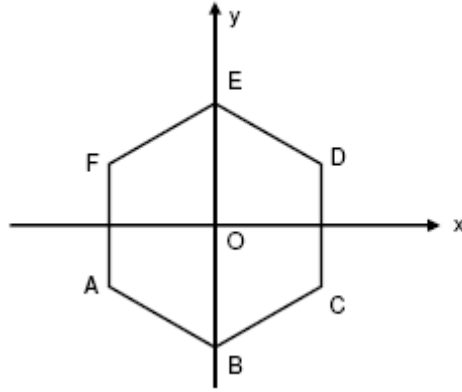
Veya

$a = 0$ için doğru $-x + y + 2 = 0 \Rightarrow x - y = 2$ doğrusu olur.

$y = -4$ ve $x - y = 2$ doğrularının kesim noktaları P noktasını verir.

$y = -4$ için $x - (-4) = 2 \Rightarrow x + 4 = 2 \Rightarrow x = -2$ olur. $P(-2,-4)$ bulunur. Uzaklık pozitif olacağı için 4 olur.

45.

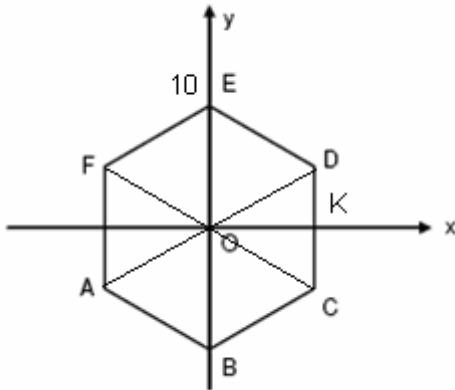


Yukarıdaki şekilde, ABCDEF düzgün altıgeninin merkezi orijindedir.

E noktasının ordinatı 10 olduğuna göre, D noktasının apsisi kaçtır ?

- A) $6\sqrt{3}$ B) $5\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

Çözüm 45



Düzgün altıgenin içinde 6 tane birbirine eş
eskenar üçgen oluşur.
ODC üçgeni bir kenarı 10 olan eskenar üçgendir
ve
[OK] bu üçgenin yüksekliğidir.
[OK], D noktasının apsisi.

Eşkenar üçgende $h = \frac{10 \cdot \sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$ bulunur.

O halde D noktasının apsisi $= 5\sqrt{3}$ olur.

Adnan ÇAPRAZ

adnancapraz@yahoo.com

AMASYA