

Ö.Y.S. 1997

MATEMATİK SORULARI ve ÇÖZÜMLERİ

1.

$$\frac{\frac{2}{0,001} + \frac{1}{0,002}}{\frac{3}{0,004}} = \frac{5}{3}k \text{ olduğuna göre, } k \text{ kaçtır?}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 1

$$\frac{\frac{2}{0,001} + \frac{1}{0,002}}{\frac{3}{0,004}} = \frac{5}{3}k \Rightarrow \frac{\frac{2000}{1} + \frac{1000}{2}}{\frac{3000}{4}} = \frac{5}{3}k \Rightarrow \frac{2500}{750} = \frac{10}{3} = \frac{5k}{3} \Rightarrow k = 2$$

2.

$$\frac{[(102 \cdot 13) + (12 \cdot 102)] - [(39 \cdot 102) - (102 \cdot 15)]}{3^4 - 4^3} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

A) 14 B) 13 C) 12 D) 9 E) 6

Çözüm 2

$$\begin{aligned} \frac{[(102 \cdot 13) + (12 \cdot 102)] - [(39 \cdot 102) - (102 \cdot 15)]}{3^4 - 4^3} &= \frac{[102 \cdot (13 + 12)] - [102 \cdot (39 - 15)]}{3^4 - 2^6} \\ &= \frac{[102 \cdot 15] - [102 \cdot 14]}{(3^2 - 2^3) \cdot (3^2 + 2^3)} = \frac{102 \cdot (15 - 14)}{(9 - 8) \cdot (9 + 8)} = \frac{102}{17} = 6 \end{aligned}$$

3. Bir a doğal sayısının 3 ile bölündüğünde bölüm b, kalan 1; b sayısı 5 ile bölündüğünde kalan 3 dür.

Buna göre, a sayısının 15 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Çözüm 3

$$a = 3b + 1 \text{ ve } b = 5x + 3 \text{ (bölmenin tanımı)}$$

$$a = 3 \cdot (5x + 3) + 1 = 15x + 10 \text{ (a sayısının 15 ile bölümünden kalan 10 olduğu görülür.)}$$

4. x liraya alınan bir mal %60 karla $3x-140,000$ liraya satılmıştır? Bu satıştan kaç lira kar edilmiştir?

- A) 60,000 B) 65,000 C) 70,000 D) 75,000 E) 80,000

Çözüm 4

Alış fiyatı = x kar = x.%60 satış fiyatı = $3x - 140,000$

$$x + \frac{60 \cdot x}{100} = 3x - 140,000 \Rightarrow \frac{160 \cdot x}{100} = 3x - 140,000 \Rightarrow \frac{8x}{5} = 3x - 140,000 \Rightarrow$$

$$7x = 5.140,000 \Rightarrow x = 100,000$$

$$\text{kar} = x.\%60 = 100,000 \cdot \frac{60}{100} = 60,000$$

5. Bir deponun $\frac{4}{7}$ si mazot doludur. Bu depoda bütün mazotun $\frac{1}{4}$ ü kullanıldığında, geriye 51 ton mazot kalmıştır. Buna göre, deponun tamamı kaç ton mazot alır?

- A) 110 B) 113 C) 119 D) 124 E) 127

Çözüm 5

Depo x litre olsun.

$$\text{Depoda bulunan mazot} = \frac{4x}{7} \text{ litre. Kullanılan mazot} = \frac{4x}{7} \cdot \frac{1}{4} = \frac{x}{7} \text{ litre}$$

$$\text{Kalan mazot} = \frac{4x}{7} - \frac{x}{7} = \frac{3x}{7} = 51 \text{ litre} \Rightarrow 3x = 7.51 \Rightarrow x = 119 \text{ litre}$$

6. Bir usta 3 günde 2 çift ayakkabı, bir kalfa ise 5 günde 2 çift ayakkabı yapmaktadır. İkisi birlikte, 48 çift ayakkabıyı kaç günde yaparlar?

- A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

Çözüm 6

I. Yol

Usta , 3 günde , 2 çift ayakkabı yaparsa → 15 günde , 10 çift ayakkabı yapar.
kalfa , 5 günde , 2 çift ayakkabı yaparsa → 15 günde , 6 çift ayakkabı yapar.
(gün katsayıları eşitlendi)

İkisi birlikte 15 günde 16 ayakkabı yapar.

15 günde 16 ayakkabı yapar.
A günde 48 ayakkabı yaparlar.

$$A.16 = 48.15 \Rightarrow A = 45 \text{ bulunur.}$$

II. Yol

Usta

3 günde 2 çift ayakkabı yaparsa
1 günde x çift ayakkabı yapar

$$x = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

kalfa

5 günde 2 çift ayakkabı yaparsa
1 günde y çift ayakkabı yapar

$$y = \frac{2}{5}$$

İkisi birlikte 1 günde $= \frac{2}{3} + \frac{2}{5} = \frac{16}{15}$ ayakkabı yapar.

1 günde ikisi birlikte $\frac{16}{15}$ ayakkabı yaparsa
z günde ikisi birlikte 48 ayakkabı yapar

$$z \cdot \frac{16}{15} = 48 \cdot 1 \Rightarrow z = 45 \text{ günde yaparlar.}$$

7. Kırtasiyeciden 2 silgi, 3 kalem, 4 defter alan bir kimse, toplam 1,600,000 TL ödemiştir? Bir kalemin fiyatı bir silginin fiyatının 2 katı, bir defterin fiyatı da bir kalemin fiyatının 4 katı olduğuna göre, bir silginin fiyatı kaç TL dir?

A) 30,000 B) 40,000 C) 50,000 D) 60,000 E) 70,000

Çözüm 7

$$2s + 3k + 4d = 1,600,000$$

$$\text{Silgi fiyatı} = x \Rightarrow \text{kalem fiyatı} = 2x \text{ ve defter fiyatı} = 4 \cdot 2x = 8x$$

$$2 \cdot x + 3 \cdot 2x + 4 \cdot 8x = 1,600,000 \Rightarrow 40x = 1,600,000 \Rightarrow x = 40,000 \text{ olur.}$$

8.

Puan	1	2	3	4	5
Öğrenci Sayısı	1	5	10	13	3

Yukarıdaki tablo bir sınıftaki öğrencilerin matematik sınavında aldığı puanların dağılımını göstermektedir. Buna göre, sınıfın bu sınavdaki puanların ortalaması kaçtır?

A) 3 B) 4 C) $\frac{29}{6}$ D) $\frac{29}{7}$ E) $\frac{27}{8}$

Çözüm 8

$$\text{Ortalama} = \frac{\text{alınan toplam puan}}{\text{öğrenci sayısı}} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 13 + 5 \cdot 3}{1 + 5 + 10 + 13 + 3} = \frac{108}{32} = \frac{27}{8}$$

9. 4 katının 5 fazlası, kendisinin karesinden büyük olan en büyük tamsayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm 9

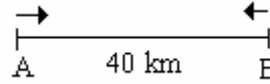
Sayı = x olsun.

$$4x + 5 > x^2 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 < 0 \Rightarrow (x-5).(x+1) < 0 \Rightarrow x_1 = -1 \text{ ve } x_2 = 5$$

	-1	5	
x-5	- - - - -	- - - - -	+ + + +
x+1	- - - - -	+ + + +	+ + + +
(x-5).(x+1)	+ + + +	- - - - -	+ + + +

$x \in (-1,5)$ olur. Buradan en büyük tamsayının 4 olduğu görülür.

10.



Şekildeki A ve B kentleri arasındaki uzaklık 40 km dir. A dan hızı saatte 5 km olan bir yaya, B den hızı saatte 15 km olan bir bisikletli aynı anda, bir birine doğru yola çıkıyor. Yaya kaç km yol yürüdüğünde bisikletli ile karşılaşır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 5 E) 3

Çözüm 10

Hız problemlerinde araçlar birbirine doğru hareket ediyorsa, hızları toplanır.

$$x = (v_{yaya} + v_{bisiklet}).t \Rightarrow 40 = (5+15).t \Rightarrow t = 2 \text{ olur.}$$

$$x_{yaya} = v_{yaya} .t \Rightarrow x_{yaya} = 5.2 = 10 \text{ km.}$$

11. m sayı tabanını göstermek üzere, $(321)_m.(3)_m=(2013)_m$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

Çözüm 11

$$(321)_m.(3)_m=(2013)_m \Rightarrow (3m^2+2m^1+1m^0).(3m^0) = 2m^3+0m^2+1m^1+3m^0$$

$$\Rightarrow (3m^2+2m+1).3 = 2m^3+m+3 \Rightarrow 2m^3-9m^2-5m = 0 \Rightarrow m.(2m^2-9m-5) = 0$$

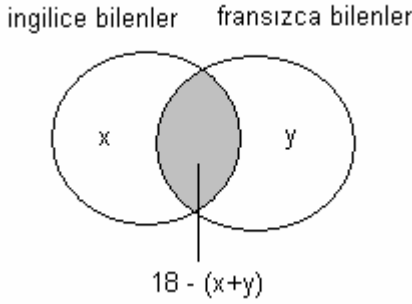
$$\Rightarrow m.(2m+1).(m-5) = 0 \Rightarrow m_1 = 0 , \quad m_2 = \frac{-1}{2} , \quad m_3 = 5$$

12. 18 kişilik bir gruptaki öğrenciler İngilizce ve Fransızca dilinden en az birini bilmektedir. İngilizce bilenlerin sayısı, Fransızca bilenlerin 3 katıdır.

Buna göre, sadece Fransızca bilenlerin sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 12



$s(I) = 3.s(F)$ olduğuna göre,

$$x + 18 - (x+y) = 3.[y + 18 - (x+y)]$$

$$18 - y = 3.[18 - x] \Rightarrow 3x - 36 = y$$

$$3x - 36 > 0 \Rightarrow x > 12$$

$$x = 13 \text{ için } 3.13 - 36 = y = 3 \text{ bulunur.}$$

13. $\frac{4a^3 + 16a^2}{4a^2 + 12a} : \frac{a^3 - 16a}{a^2 - a - 12}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{a}{2}$ D) a E) a^2

Çözüm 13

$$\frac{4a^3 + 16a^2}{4a^2 + 12a} : \frac{a^3 - 16a}{a^2 - a - 12} = \frac{4a.(a^2 + 4a)}{4a.(a + 3)} \cdot \frac{(a - 4).(a + 3)}{a.(a^2 - 16)} = \frac{(a^2 + 4a).(a - 4)}{a.(a - 4).(a + 4)} = \frac{a.(a + 4)}{a.(a + 4)} = 1$$

14. $a < b$ olmak üzere,

$$\sqrt{\frac{5^a}{5^{-b}} \left(-2 + \frac{5^a}{5^b} + \frac{5^b}{5^a} \right)}$$
 ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5^{a+b}-2$ B) $5^{a+b}+2$ C) 5^a-2 D) 5^b+5^a E) 5^b-5^a

Çözüm 14

$5^a = x$ ve $5^b = y$ diyelim. $a < b \Rightarrow 5^a < 5^b$ yani $x < y$ dir.

$$\sqrt{\frac{5^a}{5^{-b}} \left(-2 + \frac{5^a}{5^b} + \frac{5^b}{5^a} \right)} = \sqrt{\frac{x}{y^{-1}} \cdot \left(-2 + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right)} = \sqrt{xy \cdot \left(\frac{-2xy + x^2 + y^2}{xy} \right)} = \sqrt{(x - y)^2} = |x - y|$$

$x < y \Rightarrow |x - y| = -x + y$ olur. x ve y değerlerini yerine yazarsak, $-x + y = -5^a + 5^b$ bulunur.

15. $P(x-2)=x^2-x-3$ olduğuna göre, $P(2x-1)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2x^2-x-3$ B) $2x^2-x+3$ C) $4x^2+2x-3$ D) $4x^2+4x-3$ E) $4x^2+4x-2$

Çözüm 15

$x-2 = y$ diyelim. $x = y+2 \Rightarrow P(y) = (y+2)^2 - (y+2) - 3$ olur.

$y = 2x-1$ yazalım. $P(2x-1) = ((2x-1)+2)^2 - ((2x-1)+2) - 3 = (2x+1)^2 - (2x+1) - 3$

$\Rightarrow P(2x-1) = 4x^2 + 2x - 3$

16. $\frac{(x^2-2)(x^2+4)}{x^2-4} < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-2, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, 2)$ B) $(-2, 0) \cup (\sqrt{2}, 2)$ C) $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$
D) $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ E) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

Çözüm 16

$x^2 + 4$ daima pozitiftir.

$x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow |x| = \sqrt{2} \Rightarrow x_1 = -\sqrt{2}$ ve $x_2 = \sqrt{2}$

$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x+2).(x-2) = 0 \Rightarrow x_1 = -2$ ve $x_2 = 2$

	-2	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	2	
$x^2 + 4$	++++	++++	++++	++++	+++
$x^2 - 2$	++++	++++	-----	++++	+++
$(x^2+4).(x^2-2)$	++++	++++	-----	++++	+++
$x^2 - 4$	++++	-----	-----	-----	+++
$\frac{(x^2-2)(x^2+4)}{x^2-4}$	++++	-----	++++	-----	+++

$\frac{(x^2-2)(x^2+4)}{x^2-4} < 0 \Rightarrow (-2, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, 2)$

17. $4x^2-5x-1=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. Buna göre, $\frac{1}{2-x_1} + \frac{1}{2-x_2}$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{11}{5}$ E) $\frac{11}{5}$

Çözüm 17

$$\frac{1}{2-x_1} + \frac{1}{2-x_2} = \frac{(2-x_2)+(2-x_1)}{(2-x_1).(2-x_2)} = \frac{4-(x_1+x_2)}{4-2x_2-2x_1+x_1.x_2} = \frac{4-(x_1+x_2)}{4-2(x_1+x_2)+x_1.x_2}$$

$$4x^2 - 5x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -\left(\frac{-5}{4}\right) = \frac{5}{4} \text{ ve } x_1.x_2 = \frac{-1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2-x_1} + \frac{1}{2-x_2} = \frac{4-\frac{5}{4}}{4-2.\frac{5}{4}-\frac{1}{4}} = \frac{\frac{11}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{11}{5}$$

18. $\log_2(2\log_3(3\log_4(x+2)))=1$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Çözüm 18

$$\log_2(2\log_3(3\log_4(x+2))) = 1 \Rightarrow 2\log_3(3\log_4(x+2)) = 2 \Rightarrow \log_3(3\log_4(x+2)) = 1 \Rightarrow \\ 3\log_4(x+2) = 3 \Rightarrow \log_4(x+2) = 1 \Rightarrow x+2 = 4 \Rightarrow x = 2$$

19. $z=2+4i$ ve $u=3i$ karmaşık sayılar olduğuna göre, $\frac{\bar{z}.\bar{u}}{6+3i}$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) -2 B) -1 C) 2 D) $\frac{1+2i}{3}$ E) $\frac{1-2i}{3}$

Çözüm 19

$$z = 2+4i \Rightarrow \bar{z} = 2-4i \text{ ve } u = 3i \Rightarrow \bar{u} = -3i$$

$$\frac{\bar{z}.\bar{u}}{6+3i} = \frac{(2-4i).(-3i)}{6+3i} = \frac{-6i+12i^2}{6+3i} = \frac{-6i-12}{6+3i} = \frac{-2.(3i+6)}{6+3i} = -2$$

20. $(x^2-2y^2)^n$ açılımında x^4y^4 lü terimin katsayısı kaçtır?

A) -48 B) -24 C) 12 D) 24 E) 48

Çözüm 20

$$\binom{n}{r} (x^2)^{n-r} \cdot (2y^2)^r = \binom{n}{r} x^{2n-2r} \cdot 2^r \cdot y^{2r} = \binom{n}{r} 2^r \cdot x^{2n-2r} \cdot y^{2r} \Rightarrow x^4 \cdot y^4 \quad n \text{ ve } r \text{ bulunur.}$$

$$2n - 2r = 4 \text{ ve } 2r = 4 \Rightarrow r = 2 \text{ ve } n = 4$$

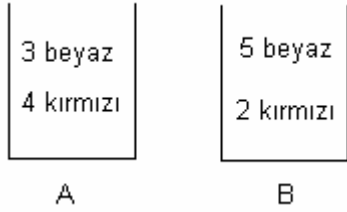
$$x^4 \cdot y^4 \text{ 'ün katsayısı} = \binom{n}{r} \cdot 2^r = \binom{4}{2} \cdot 2^2 = \frac{4!}{(4-2)! \cdot 2!} \cdot 4 = \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 4 = 6 \cdot 4 = 24$$

21. A torbasında 3 beyaz, 4 kırmızı, B torbasında 5 beyaz, 2 kırmızı top vardır. Aynı anda her iki torbadan birer top alınıyor ve öteki torbaya (A torbasından alınan B ye, B torbasından alınan A ya) atılıyor.

Bu işlemin sonucunda torbalardaki kırmızı ve beyaz top sayılarının başlangıçtakiyle aynı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{18}{49}$ B) $\frac{19}{49}$ C) $\frac{20}{49}$ D) $\frac{22}{49}$ E) $\frac{23}{49}$

Çözüm 21



A dan beyaz $\Rightarrow$ B den beyaz çekilmeli

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{49}$$

A dan kırmızı $\Rightarrow$ B den kırmızı çekilmeli

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{7} = \frac{8}{49}$$

$$\text{kırmızı ve beyaz top sayılarının başlangıçtakiyle aynı olma olasılığı} = \frac{15}{49} + \frac{8}{49} = \frac{23}{49}$$

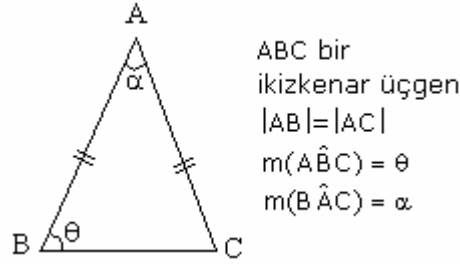
22. $1 < x < y$ olmak üzere, $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3x}{4y} \right)^{n-1}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{4y+3x}{4y}$ B) $\frac{4y}{4y-3x}$ C) $\frac{3y}{3x-5y}$ D) $\frac{3x}{4y}$ E) $\frac{4y}{3x}$

Çözüm 22

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3x}{4y} \right)^{n-1} &= \left(\frac{3x}{4y} \right)^0 + \left(\frac{3x}{4y} \right)^1 + \left(\frac{3x}{4y} \right)^2 + \left(\frac{3x}{4y} \right)^3 + \dots \\ &= 1 + \left(\frac{3x}{4y} \right)^1 + \left(\frac{3x}{4y} \right)^2 + \left(\frac{3x}{4y} \right)^3 + \dots = \frac{1-0}{1-\left(\frac{3x}{4y}\right)} = \frac{4y}{4y-3x} \end{aligned}$$

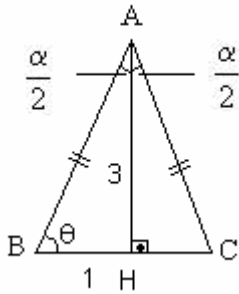
23.



Yukarıdaki şekilde $\tan\theta=3$ olduğuna göre, $\tan\alpha$ nın değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

Çözüm 23



A noktasından $|BC|$ kenarına dik(yükseklik) çizelim.

$$\tan\theta = 3 \Rightarrow |AH| = 3 \text{ ve } |BH| = 1$$

ABH üçgeninde pisagor teoremini uygularsak,

$$|AB|^2 = 3^2 + 1^2 = 10 \Rightarrow |AB| = \sqrt{10} \text{ bulunur.}$$

(ikizkenar üçgende tabana ait yükseklik aynı zamanda açıortaydır.) $\Rightarrow \tan\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{3}$

$$\tan\alpha = \tan\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\tan\frac{\alpha}{2} + \tan\frac{\alpha}{2}}{1 - \tan\frac{\alpha}{2} \cdot \tan\frac{\alpha}{2}} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{9}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} = \frac{3}{4}$$

24. $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ olmak üzere,

$\cos x - \tan\frac{\pi}{3} \cdot \sin x = \sqrt{3}$ denkleminin kökü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{11\pi}{6}$ B) $\frac{9\pi}{5}$ C) $\frac{8\pi}{5}$ D) $\frac{7\pi}{4}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

Çözüm 24

$$\cos x - \tan\frac{\pi}{3} \cdot \sin x = \cos x - \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{3}} \cdot \sin x = \frac{\cos x \cdot \cos\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{3} \cdot \sin x}{\cos\frac{\pi}{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow$$

$$\cos x \cdot \cos\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{3} \cdot \sin x = \sqrt{3} \cdot \cos\frac{\pi}{3} \Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{6}$$

$$x = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$$

25. $\begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & a+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

Çözüm 25

$$\begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & a+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3.1 + a.x \\ 2.1 + (a+1).x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a.x + 3 \\ ax + x + 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$ax + 3 = -1 \Rightarrow ax = -4 \text{ ve } ax + x + 2 = 2 \Rightarrow -4 + x + 2 = 2 \Rightarrow x = 4$$

$$ax = -4 \Rightarrow a.4 = -4 \Rightarrow a = -1 \text{ bulunur.}$$

26. $\begin{vmatrix} 0 & 3 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ determinantının değeri kaçtır?

- A) 10 B) 28 C) 47 D) 93 E) 100

Çözüm 26

1. satırın (-4) katını, 2. satıra ekleyelim. $\begin{vmatrix} 0 & 3 & -2 & 1 \\ -3 & -12 & 10 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ determinantı elde edilir.

$\begin{vmatrix} 0 & 3 & -2 & 1 \\ -3 & -12 & 10 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ determinantını 4. sütuna göre açalım.

$1.(-1)^{1+4} \cdot \begin{vmatrix} -3 & -12 & 10 \\ 2 & -2 & 0 \\ -1 & -4 & 0 \end{vmatrix}$ determinantını 3. sütuna göre açalım.

$$= (-1) \cdot [10 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -4 \end{vmatrix}] = (-1) \cdot [10 \cdot (2 \cdot (-4) - (-1) \cdot (-2))] = (-1) \cdot [10 \cdot (-8 - 2)]$$

$$\Rightarrow = (-1) \cdot (-100) = 100$$

Not : Bir determinantın herhangi bir satırı (veya sütunu) bir sayı ile çarpılıp diğer bir satıra (veya sütuna) karşılıklı olarak eklenirse determinantın değeri değişmez.

27. $\vec{A} = [4,6,1]$
 $\vec{B} = [2,-4,\frac{1}{2}]$
 $\vec{C} = [3,2,1]$

vektörleri veriliyor. $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörlerine dik olan ve $\vec{X} \cdot \vec{C} = -1$ koşulunu sağlayan $\vec{X}$ vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-1,0,2]$ B) $[1,0,-4]$ C) $[0,1,-3]$ D) $[-3,2,4]$ E) $[0,0,-1]$

Çözüm 27

A ve B vektörlerine dik olan vektör $X = [a,b,c]$ ise $A \cdot X = 0$ ve $B \cdot X = 0$ olmalıdır.

$$[4,6,1] \cdot [a,b,c] = 0 \Rightarrow 4a+6b+c = 0$$

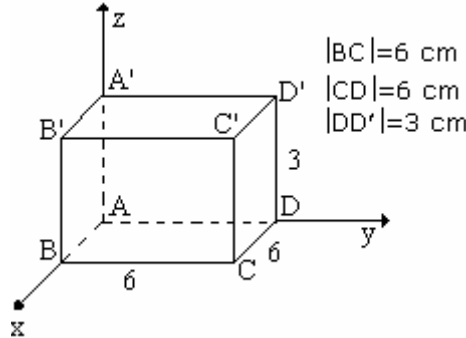
$$[2,-4,\frac{1}{2}] \cdot [a,b,c] = 0 \Rightarrow 2a-4b+\frac{1}{2}c = 0$$

$$[a,b,c] \cdot [3,2,1] = -1 \Rightarrow 3a+2b+c = -1$$

Bu denklemlerden ikincisini -2 ile çarpıp 1. denklem ile toplarsak, $b = 0$ olur.
 2. ve 3. denklemlerde $b = 0$ yazarsak, $a = 1$ ve $c = -4$ olur.

$X = [a,b,c] = [1,0,-4]$ bulunur.

28.



Şekildeki dikdörtgenler prizmasının boyutları 6 cm, 6 cm ve 3 cm dir.

Bu prizmanın $[AC']$ ve $[BD']$ cisim köşegenleri arasındaki dar açının kosünüsü kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{4}{9}$

Çözüm 28

$$A \text{ noktası} = (0,0,0) \text{ ve } C' \text{ noktası} = (6,6,3) \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = [6-0,6-0,3-0] = [6,6,3]$$

$$A \text{ noktası} = (0,0,0) \text{ ve } C' \text{ noktası} = (6,6,3) \Rightarrow |AC'| = \sqrt{(6-0)^2 + (6-0)^2 + (3-0)^2} = 9$$

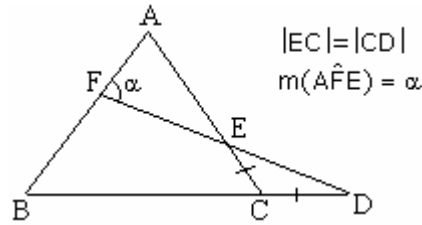
$$B \text{ noktası} = (6,0,0) \text{ ve } D' \text{ noktası} = (0,6,3) \Rightarrow \overrightarrow{BD'} = [0-6,6-0,3-0] = [-6,6,3]$$

$$B \text{ noktası} = (6,0,0) \text{ ve } D' \text{ noktası} = (0,6,3) \Rightarrow |BD'| = \sqrt{(0-6)^2 + (6-0)^2 + (3-0)^2} = 9$$

$$\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{BD'} = |AC'| \cdot |BD'| \cdot \cos \alpha \Rightarrow [6,6,3] \cdot [-6,6,3] = 9 \cdot 9 \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 6 \cdot (-6) + 6 \cdot 6 + 3 \cdot 3 = 9 \cdot 9 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{9}$$

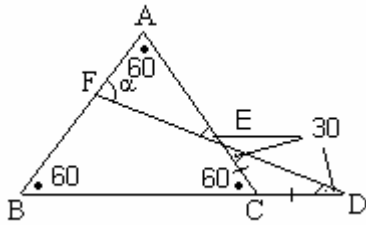
29.



Yukarıdaki şekilde ABC bir eşkenar üçgen olduğuna göre, $m(\hat{AFE}) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 110 B) 105 C) 100 D) 95 E) 90

Çözüm 29



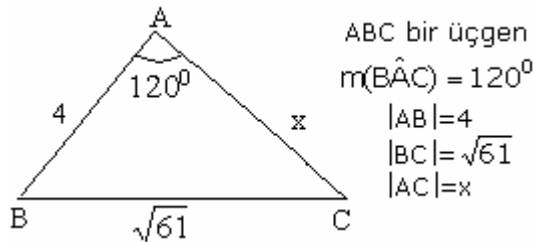
ABC bir eşkenar üçgen olduğuna göre,
 $s(A) = s(B) = s(C) = 60$

ECD ikizkenar üçgen olduğuna göre,
 $s(E) = s(D) = 30$ ($s(E) + s(D) = 60$)

AFE üçgeninde $s(A) + s(F) + s(E) = 180$

$$\Rightarrow 60 + \alpha + 30 = 180 \Rightarrow \alpha = 90$$

30.



Yukarıdaki verilere göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

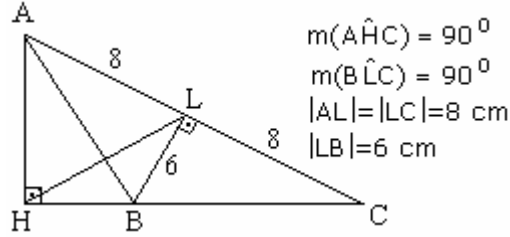
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm 30

ABC üçgeninde cosinüs teoremi uygulanırsa,

$$(\sqrt{61})^2 = 4^2 + x^2 - 2 \cdot 4 \cdot x \cdot \cos 120 \Rightarrow x^2 + 4x - 45 = 0 \Rightarrow (x-5) \cdot (x+9) = 0 \Rightarrow x = 5$$

31.



Yukarıdaki verilene göre, $\frac{|AH|}{|HL|}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{8}{5}$

Çözüm 31

AHC dik üçgeninde $|AL| = |LC| = 8$ olduğuna göre, $|HL| = 8$ olur.

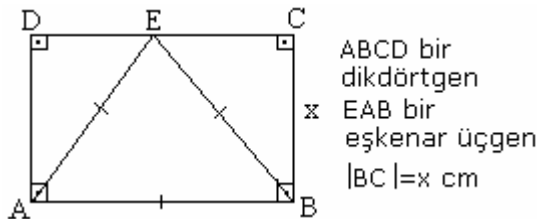
(not : Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu, hipotenüsün uzunluğunun yarısına eşittir.)

BLC üçgeninde $|BC| = 10$ ($|BC|^2 = |BL|^2 + |LC|^2 = 6^2 + 8^2 = 100 = 10^2$ [pisagor])

$$CLB \sim CHA \Rightarrow \frac{|CL|}{|CH|} = \frac{|CB|}{|CA|} = \frac{|LB|}{|HA|} \Rightarrow \frac{10}{8+8} = \frac{6}{|AH|} \Rightarrow |AH| = \frac{16 \cdot 6}{10} = \frac{48}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{|AH|}{|HL|} = \frac{\frac{48}{5}}{8} = \frac{6}{5}$$

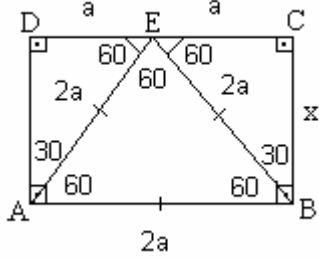
32.



Yukarıdaki şekilde ABCD dikdörtgenin alanı $72\sqrt{3}$ olduğuna göre, $|BC| = x$ kaç cm dir?

- A) $4\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{3}$ D) $10\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

Çözüm 32



Eşkenar üçgenin açıları 60° yazılırsa,
ADE ve BCE üçgenlerinin açıları 30-60-90 olur.

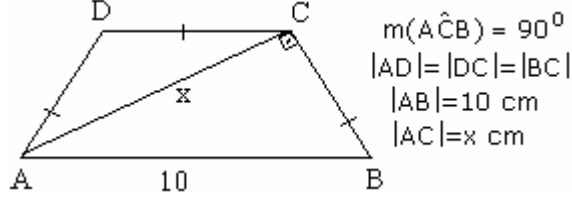
$|DE| = |EC| = a$ olsun. $|AB| = |DC| = 2a$ olur.

$|BC| = a\sqrt{3}$ bulunur. (bir dik üçgende 60° nin karşısındaki kenar, 30° nin karşısındaki kenarın $\sqrt{3}$ katıdır.)

$$\text{Alan (ABCD)} = 72\sqrt{3} \Rightarrow x \cdot 2a = 72\sqrt{3} \Rightarrow a\sqrt{3} \cdot 2a = 2\sqrt{3} a^2 = 72\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 36$$

$$a = 6 \Rightarrow x = a\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

33. ABCD bir ikizkenar yamuk

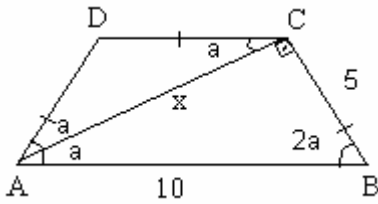


$m(\hat{ACB}) = 90^\circ$
 $|AD| = |DC| = |BC|$
 $|AB| = 10 \text{ cm}$
 $|AC| = x \text{ cm}$

Yukarıdaki verilere göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{2}$

Çözüm 33



$m(\hat{DAC}) = m(\hat{DCA}) = A$ olsun.

$m(\hat{CAB}) = a$ olur. (iç-ters açı)

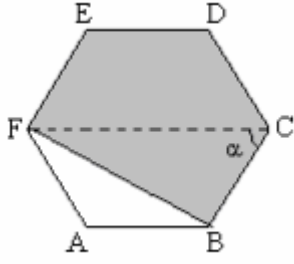
$m(\hat{DAB}) = m(\hat{CBA}) = 2a$ olur.

(ikizkenar yamuğun taban açıları eşittir.)

ABC üçgeninde, $2a + a + 90 = 180 \Rightarrow a = 30$ bulunur.

30-60-90 üçgeninde, $|AB| = 10 \Rightarrow |BC| = 5 \Rightarrow x = 5\sqrt{3}$

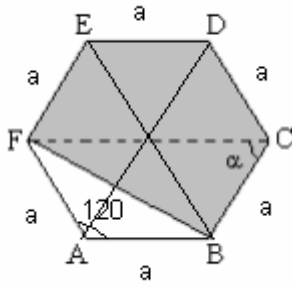
34.



Şekildeki ABCDEF düzgün altıgenindeki taralı alan $720\sqrt{3}$ cm² olduğuna göre,
düzgün altıgenin bir kenarının uzunluğu kaç cm dir?

- A) 12 B) 14 C) 20 D) 22 E) 24

Çözüm 34



ABCDEF düzgün altıgeninin bir kenarı = a olsun.

ABCDEF düzgün altıgen 6 tane eş eşkenar üçgenden oluşmaktadır.

$$\text{Eşkenar üçgenin alanı} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

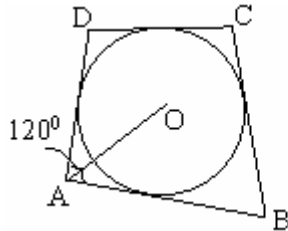
$$\text{İki kenarı ve bu kenarların arasındaki açısı bilinen üçgenin alanı} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Taralı alan = alan(ABCDEF) – alan(ABF) olduğuna göre,

$$\text{Taralı alan} = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 5 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 720\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 144 \cdot 4 \Rightarrow a = 24$$

$$\text{Not : düzgün altıgenin bir dış açısı} = \frac{360}{6} = 60 \Rightarrow \text{bir iç açısı} = 180 - 60 = 120$$

35.

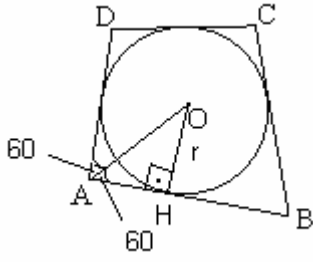


ABCD bir teğetler
dörtgeni
O çemberin
merkezi
 $m(\widehat{DAB}) = 120^\circ$

Yukarıdaki şekilde $|OA| = 8\sqrt{3}$ olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç cm dir?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) $5\sqrt{3}$ E) $7\sqrt{3}$

Çözüm 35



$|AO|$ uzunluğunda $s(A)$ açısının açıortayıdır.

$|AB|$ çembere teğet olduğuna göre, O merkezinden teğete çizilen dikme = r olsun ve $r =$ yarıçap

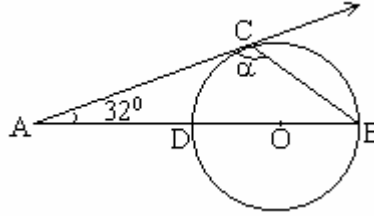
AOH üçgeni, $30-60-90$ üçgeni olduğuna göre,

$$|AO| = 8\sqrt{3} \Rightarrow |AH| = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow r = |OH| = (4\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} = 4 \cdot 3 = 12$$

Not : bir dik üçgende 30° nin karşısındaki kenar, hipotenüsün yarısına eşittir ve 60° nin karşısındaki kenar ise hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katıdır.

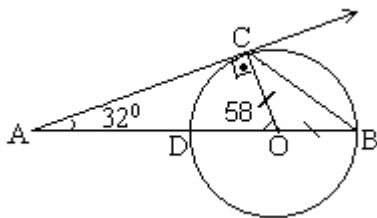
36.



Şekildeki $[AC]$ ışını, O merkezli çembere C noktasında teğet olduğuna göre, $m(\hat{ACB}) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 115 B) 116 C) 117 D) 118 E) 119

Çözüm 36



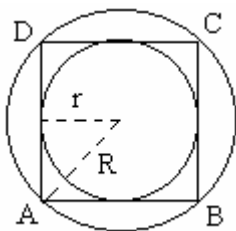
Çemberin merkezinden C noktasına çizilen $|OC|$, Teğete diktir. O halde,
 $32 + s(O) + 90 = 180 \Rightarrow s(O) = 58$ olur.

$|OC| = |OB|$ olduğundan COB üçgeni ikizkenardır.

$$s(B) + s(C) = 58 \Rightarrow s(B) = s(C) = 29$$

$$\alpha = 90 + 29 = 119 \text{ bulunur.}$$

37.

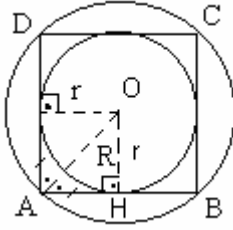


Şekildeki O merkezli iki çember, $ABCD$ karesinin iç teğet ve çevrel çemberidir.

Çevrel çemberin alanının iç teğet çemberin alanına oranı kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm 37



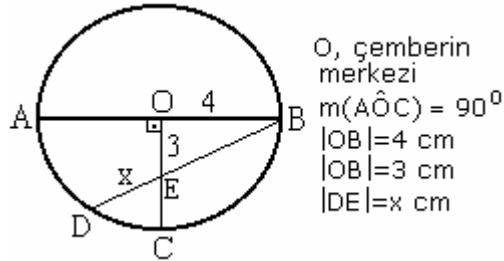
$|AO|$ açıortaydır.

$s(A) = 90 \Rightarrow AOH$ üçgeni, ikizkenar üçgen olur.

$$R^2 = r^2 + r^2 \Rightarrow R = \sqrt{2} r$$

$$\frac{\text{çevrel çemberin alanı}}{\text{iç teğet çemberin alanı}} = \frac{\pi R^2}{\pi r^2} = \frac{\pi (\sqrt{2}r)^2}{\pi r^2} = 2$$

38.

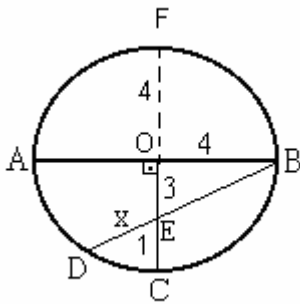


O, çemberin
merkezi
 $m(\widehat{AOC}) = 90^\circ$
 $|OB| = 4$ cm
 $|OC| = 3$ cm
 $|DE| = x$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|DE| = x$ kaç cm dir?

- A) $\frac{7}{5}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

Çözüm 38



$$EOB \text{ üçgeninde } |EB| = 5 \quad (|BE|^2 = 3^2 + 4^2)$$

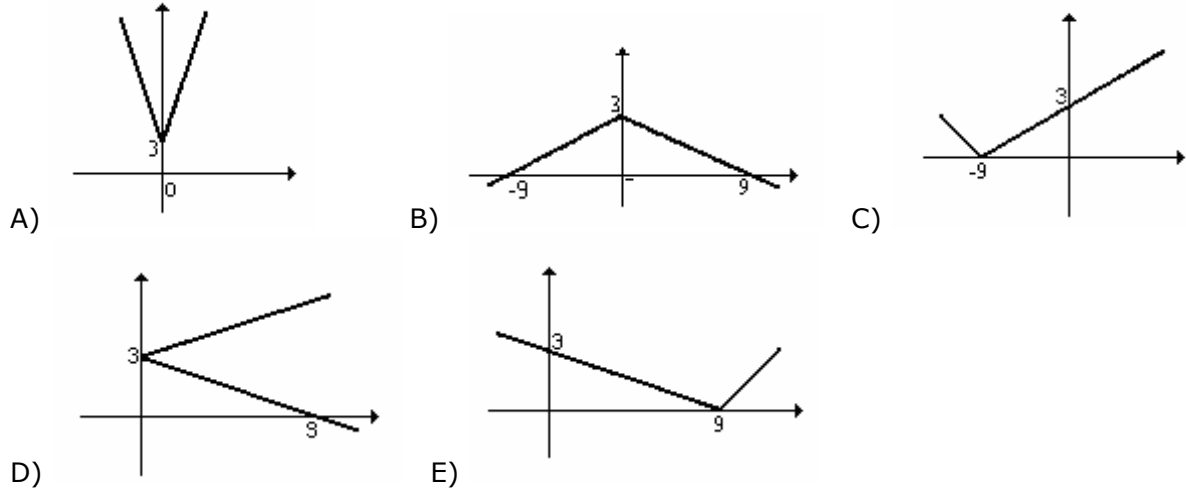
$$\text{Yarıçapı } |OB| = 4 \Rightarrow |EC| = 1 \text{ olur.}$$

$$O \text{ noktasından, } F \text{ noktasına çizilen uzunluk } |OF| = 4$$

Çemberde kuvvet bağıntısına göre,

$$|EC| \cdot |EF| = |DE| \cdot |EB| \Rightarrow 1 \cdot 7 = x \cdot 5 \Rightarrow x = \frac{7}{5}$$

39. $|3y-9| - x = 0$ bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

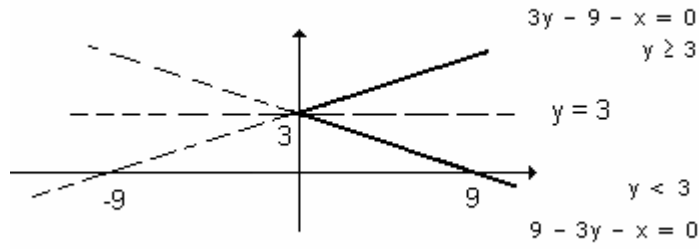


Çözüm 39

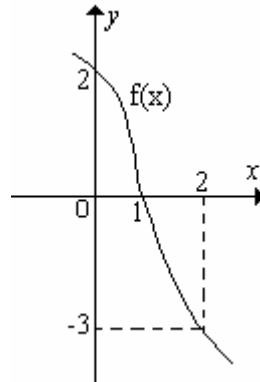
$$|3y-9| - x = 0 \Rightarrow 3y - 9 = 0 \Rightarrow y = 3 \text{ olur. (} y = 3 \text{ için } x = 0 \text{ olur.)}$$

$$y \geq 3 \Rightarrow 3y - 9 - x = 0 \text{ (} x = 0 \text{ için } y = 3 \text{ olur. } y = 0 \text{ için } x = -9 \text{ bulunur.)}$$

$$y < 3 \Rightarrow 9 - 3y - x = 0 \text{ (} x = 0 \text{ için } y = 3 \text{ olur. } y = 0 \text{ için } x = 9 \text{ bulunur.)}$$



40.



Yukarıdaki grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu $[0,2]$ de bire-bir ve örtendir.

Buna göre, $\frac{f(2) + f^{-1}(2)}{f(f(1))}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{5}{2}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

Çözüm 40

$$\frac{f(2) + f^{-1}(2)}{f(f(1))} = \frac{(-3) + 0}{f(0)} = \frac{-3}{2}$$

41. $f : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$ $f(x) = \frac{ax-4}{3x-b}$ veriliyor. $f(x)$ fonksiyonu bire-bir ve örten olduğuna göre, (a,b) sıralı ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (5,4) B) (2,3) C) (2,6) D) (6,6) E) (9,6)

Çözüm 41

Tanım kümesi $\mathbb{R} - \{2\}$ olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun paydası $x = 2$ için 0 olduğu anlaşılır.

$$3x - b = 3 \cdot 2 - b = 0 \Rightarrow b = 6 \text{ olur.}$$

$$f : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\} \Rightarrow f^{-1} : \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\} \text{ olduğuna göre, } f^{-1}(x) = \frac{bx-4}{3x-a} \text{ olur.}$$

$f^{-1}(x)$ fonksiyonunda, paydası $x = 3$ için 0 olur.

$$3x - a = 3 \cdot 3 - a = 0 \Rightarrow a = 9 \text{ olur.}$$

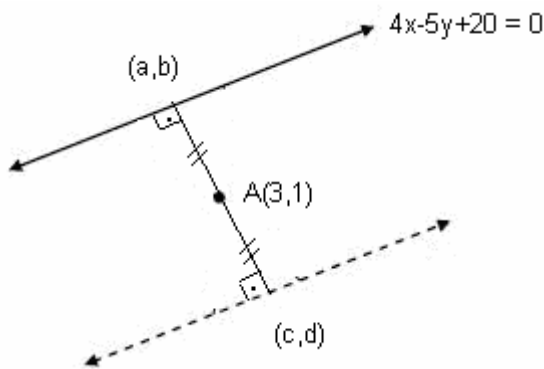
(a,b) sıralı ikilisi = (9,6) bulunur.

42. $4x-5y+20=0$ doğrusunun $A(3,1)$ noktasına göre simetriği olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x-5y-34=0$ B) $4x-5y-13=0$ C) $4x-5y-7=0$ D) $5y-4x-5=0$
E) $5y-4x-3=0$

Çözüm 42

I. Yol



$4x-5y+20=0$ doğrusunun $A(3,1)$ noktasına göre simetriği olacağına göre, A noktası orta noktadır.

$$3 = \frac{a+c}{2} \text{ ve } 1 = \frac{b+d}{2}$$

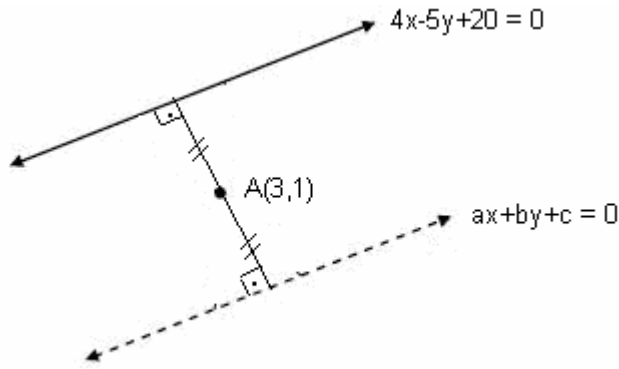
$$\Rightarrow a+c = 6 \Rightarrow a = 6-c$$

$$\Rightarrow b+d = 2 \Rightarrow b = 2-d$$

$(a,b) = (6-c, 2-d) \Rightarrow 4x-5y+20=0$ doğrusu (a,b) noktasını sağlayacağından,

$$4a-5b+20 = 0 \Rightarrow 4 \cdot (6-c) - 5 \cdot (2-d) + 20 = 0 \Rightarrow 4c-5d-34 = 0 \Leftrightarrow 4x-5y-34 = 0$$

II. Yol



$4x-5y+20=0 // ax+by+c=0$
olduğu için $a = 4$ ve $b = -5$ olur.

$4x-5y+20=0$ doğrusunun $A(3,1)$ noktasına göre simetriği olan doğrunun denklemi, $4x-5y+c = 0$ olsun.

$A(3,1)$ noktasına göre simetriği olacağına göre, $4x-5y+20=0$ doğrusunun $A(3,1)$ noktasına uzaklığı ile $4x-5y+c=0$ doğrusunun $A(3,1)$ noktasına uzaklığı eşittir.

O halde,

$$4x-5y+20=0 \text{ doğrusunun } A(3,1) \text{ noktasına uzaklığı} = \frac{|4.3 - 5.1 + 20|}{\sqrt{4^2 + (-5)^2}} = \frac{27}{\sqrt{41}}$$

$$ax+by+c=0 \text{ doğrusunun } A(3,1) \text{ noktasına uzaklığı} = \frac{|4.3 - 5.1 + c|}{\sqrt{4^2 + (-5)^2}} = \frac{|7+c|}{\sqrt{41}}$$

$$\Rightarrow |7+c| = 27 \Rightarrow -(7+c) = 27 \Rightarrow c = -34$$

$$4x-5y+c = 0 \Rightarrow 4x-5y-34 = 0 \text{ bulunur.}$$

43. $y=ax^2-8x+2a-4$ eğrisi x-eksenine teğet olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -5 B) -3 C) -2 D) 3 E) 8

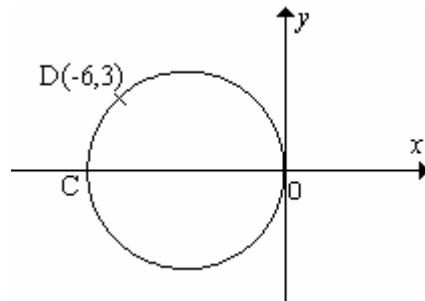
Çözüm 43

$y=ax^2-8x+2a-4$ eğrisi x-eksenine teğet ise, çift kat kök vardır. O halde $\Delta = 0$ olur.

$$\Delta = 0 \Rightarrow \Delta = (-8)^2 - 4.a.(2a-4) = 0 \Rightarrow a^2 - 2a - 8 = 0 \Rightarrow (a-4).(a+2) = 0$$

$$a-4 = 0 \Rightarrow a = 4 \text{ ve } a+2 = 0 \Rightarrow a = -2$$

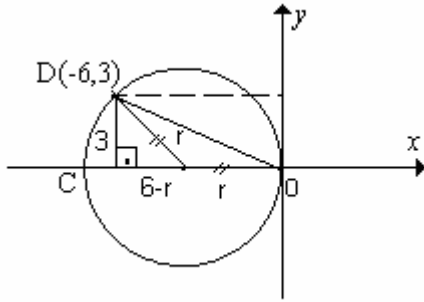
44.



Şekildeki [OC] çaplı çember D(-6,3) noktasından geçtiğine göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

- A) $\frac{17}{4}$ B) $\frac{15}{4}$ C) $\frac{13}{4}$ D) 4 E) 3

Çözüm 44



çemberin yarıçapı = r olsun.

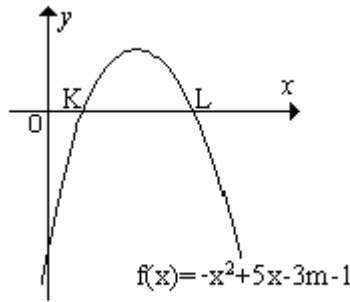
$$r^2 = 3^2 + (6-r)^2 \text{ [pisagor]}$$

$$r^2 = 9 + 36 - 12r + r^2$$

$$12r = 45$$

$$r = \frac{45}{12} = \frac{15}{4}$$

45.



Yukarıdaki şekilde, denklemi $y = -x^2 + 5x - 3m - 1$ olan fonksiyonun grafiği verilmiştir?
 $|OL| = 4|OK|$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm 45

$$|OL| = 4|OK| \Rightarrow |OK| = a \text{ ise } |OL| = 4a$$

$$K \text{ noktası için } (a,0) \Rightarrow y = f(a) = -a^2 + 5a - 3m - 1 = 0$$

$$L \text{ noktası için } (4a,0) \Rightarrow y = f(4a) = -(4a)^2 + 5 \cdot 4a - 3m - 1 = 0$$

$$-a^2 + 5a - 3m - 1 = -(4a)^2 + 5 \cdot 4a - 3m - 1 \Rightarrow -a^2 + 5a = -16a^2 + 20a \Rightarrow 15a^2 = 15a \Rightarrow a = 1$$

$$(a,0) \text{ için } f(a) = 0 \text{ olduğundan, } f(1) = -1^2 + 5 \cdot 1 - 3m - 1 = 0 \Rightarrow 3 - 3m = 0 \Rightarrow m = 1$$

46.

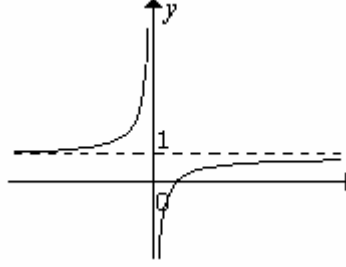
$$\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos x - \frac{1}{2}} \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) 0 D) -1 E) $-\sqrt{3}$

Çözüm 46

$$\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos x - \frac{1}{2}} = \lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\sin \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}} = -1$$

47.



Şekildeki grafik, aşağıdaki fonksiyonların hangisine ait olabilir?

A) $y = \frac{x-1}{x}$ B) $y = \frac{x+1}{x}$ C) $y = \frac{x}{x-1}$ D) $y = \frac{x+1}{x-1}$ E) $y = \frac{x-1}{x+1}$

Çözüm 47

Yatay asimtot, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$

Düşey asimtotu, $x = 0$

$y = 0$ için $x > 0$ olduğundan $y = \frac{x-1}{x}$ olur.

48. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x^3 + 6x^2 + kx$ veriliyor. $f(x)$ fonksiyonu $(-\infty, +\infty)$ aralığında artan olduğuna göre, k için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $k = -7$ B) $k = -1$ C) $k < -2$ D) $k < 0$ E) $k > 12$

Çözüm 48

$f' > 0$ olmalıdır. $f'(x) = 3x^2 + 12x + k > 0$ olması için, $\Delta < 0$ olmalıdır.

$$12^2 - 4 \cdot 3 \cdot k < 0 \Rightarrow 144 < 12k \Rightarrow k > 12$$

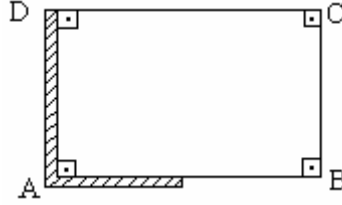
49. $3y - 3yx - 2x = 0$ olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3y-2}{3-x}$ B) $\frac{3y+2}{3-3x}$ C) $\frac{x-2}{3+x}$ D) $\frac{3x+2}{3y}$ E) $\frac{3x-2}{1-3y}$

Çözüm 49

$$3y - 3yx - 2x = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = y' = - \frac{x'e \text{ göre türev}(y \text{ sabit})}{y'ye \text{ göre türev}(x \text{ sabit})} = - \frac{-3y - 2}{3 - 3x} = \frac{3y + 2}{3 - 3x}$$

50.

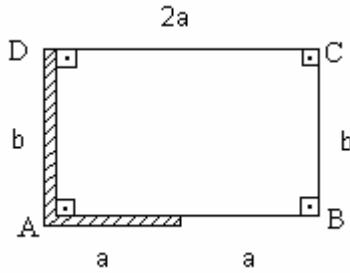


Bir dikdörtgen biçimindeki bir bahçenin [AD] kenarının tümü ile [AB] kenarının yarısına şekildeki gibi duvar örülmüş, kenarlarının geriye kalan kısmına bir sıra tel çekilmiştir.

Kullanılan telin uzunluğu 120 m olduğuna göre, bahçenin alanı en fazla kaç m² olabilir?

- A) 1,200 B) 1,250 C) 2,300 D) 2,350 E) 2,400

Çözüm 50



$|AB| = |DC| = 2a$, $|BC| = |AD| = b$ olsun.

$$2a + a + b = 120 \Rightarrow 3a + b = 120 \Rightarrow b = 120 - 3a$$

$$\text{Alan (ABCD)} = 2a \cdot b = 2a \cdot (120 - 3a) = 240a - 6a^2$$

$$\text{Türevi} = 0$$

$$A' = 240 - 12a = 0 \Rightarrow a = 20 \text{ ve } b = 60 \text{ bulunur.}$$

$$\text{Alan (ABCD)} = 2a \cdot b = 2 \cdot 20 \cdot 60 = 2,400 \text{ olur.}$$

51.

$$\int \frac{5x^2}{\sqrt[4]{x^3 + 2}} dx \quad \text{integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) $\frac{20}{9} \sqrt[4]{(x^3 + 2)^3} + c$ B) $\frac{5}{3} \sqrt[4]{(x^3 + 2)^3} + c$ C) $\frac{4}{3} \sqrt[4]{(x^3 + 2)^3} + c$
D) $-\frac{5}{3} \sqrt[4]{(x^3 + 2)^3} + c$ E) $-\frac{20}{9} \sqrt[4]{(x^3 + 2)^3} + c$

Çözüm 51

$$\int \frac{5x^2}{\sqrt[4]{x^3+2}} dx \Rightarrow x^3+2 = t \text{ diyelim. türevini alırsak, } 3x^2 dx = dt \Rightarrow x^2 dx = \frac{dt}{3} \text{ olur.}$$

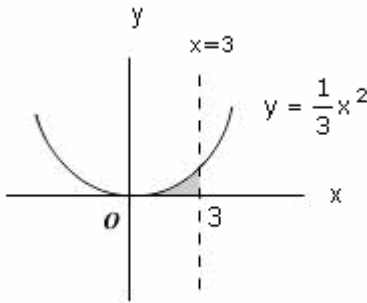
$$\int \frac{5 \cdot \frac{dt}{3}}{\sqrt[4]{t}} = \frac{5}{3} \int \frac{dt}{\sqrt[4]{t}} = \frac{5}{3} \int \frac{dt}{t^{\frac{1}{4}}} = \frac{5}{3} \int t^{\frac{-1}{4}} dt = \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{t^{\frac{-1}{4}+1}}{\frac{-1}{4}+1} \right) + c = \frac{20}{9} t^{\frac{3}{4}} + c = \frac{20}{9} \sqrt[4]{t^3} + c$$

$$x^3+2 = t \text{ olduğundan } \frac{20}{9} \sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c \text{ olur.}$$

52. $y = \frac{1}{3}x^2$ eğrisi, $x=3$ doğrusu ve x -ekseni ile sınırlı bölgenin x -ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç πr^3 tür?

- A) $\frac{13\pi}{4}$ B) $\frac{17\pi}{4}$ C) $\frac{19\pi}{5}$ D) $\frac{27\pi}{5}$ E) $\frac{32\pi}{5}$

Çözüm 52



$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^3 \left(\frac{1}{3} x^2 \right)^2 dx = \frac{\pi}{9} \int_0^3 x^4 dx \\ &= \frac{\pi}{9} \cdot \left(\frac{x^5}{5} \Big|_0^3 \right) \\ &= \frac{\pi}{9} \cdot \left(\frac{3^5}{5} - 0 \right) = \frac{27\pi}{5} \end{aligned}$$

53.

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} \left(\sqrt{25 - x^2} - x \right) dx \text{ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?}$$

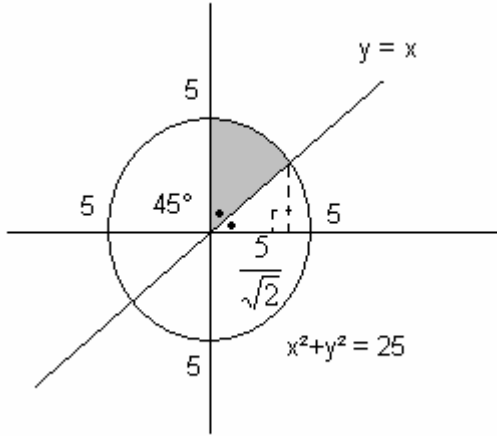
- A) $\frac{25\pi}{4}$ B) $\frac{25\pi}{8}$ C) 16π D) 36 E) 45

Çözüm 53

I. Yol

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} (\sqrt{25-x^2} - x) dx \Rightarrow [0, \frac{5}{\sqrt{2}}] \text{ aralığında, } y = \sqrt{25-x^2} \text{ (} y^2+x^2 = 5^2 \text{) çember yayının}$$

altındaki alanın $y = x$ doğrusu altındaki alandan farkını ifade etmektedir.



O halde integralin değeri, yarıçapı = 5 olan çemberin alanının $\frac{1}{8}$ katına eşittir.

(x eksenine $y = x$ doğrusu arasındaki açı = 45° olduğu görülür.)

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} (\sqrt{25-x^2} - x) dx = \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot 5^2 = \frac{25\pi}{8}$$

II. Yol

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} (\sqrt{25-x^2} - x) dx = \int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} \sqrt{25-x^2} dx - \int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} x dx$$

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} \sqrt{25-x^2} dx \quad x = 5 \sin t \text{ değişken değiştirmesi yapılırsa } dx = 5 \cos t dt \text{ olur.}$$

$$x = 0 \text{ için } t = 0 \text{ ve } x = \frac{5}{\sqrt{2}} \text{ için } t = \frac{\pi}{4}$$

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} \sqrt{25-x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{25(1-\sin^2 t)} 5 \cos t dt = 5 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{25 \cos^2 t} \cos t dt = 5 \int_0^{\frac{\pi}{4}} 5 \cos t \cdot \cos t dt$$

$$= 25 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt = 25 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2t + 1}{2} dt = \frac{25}{2} \left(\frac{1}{2} \sin 2t + t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{25}{4} + \frac{25\pi}{8}$$

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{25}{4}$$

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} (\sqrt{25-x^2} - x) dx = \int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} \sqrt{25-x^2} dx - \int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} x dx = \frac{25}{4} + \frac{25\pi}{8} - \frac{25}{4} = \frac{25\pi}{8}$$

$$\text{Not : } \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}$$

Adnan ÇAPRAZ

adnancapraz@yahoo.com

AMASYA