

1993 ÖYS Sınavı Soru ve Çözümleri

20 Haziran 1993

www.ossmat.com

1. Rakamları birbirinden farklı olan üç basamaklı en büyük tek sayı aşağıdakilerden hangisine kalansız bölünebilir?

A) 3 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

2. İki basamaklı, birbirinden farklı 4 pozitif tam sayının toplamı 319 dur. Bu sayıların en küçüğü en az kaç olabilir?

A) 17 B) 19 C) 25 D) 30 E) 35

3. Bir K sayısı x'e bölündüğünde bölüm 3, kalan x-2 dir. Buna göre, x in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{K+2}{4}$ B) $\frac{K+2}{3}$ C) $\frac{K-2}{3}$
D) 3K+2 E) 3K-6

4. Ardışık iki pozitif tek sayının kareleri farkı 120 dir. Bu sayılardan küçük olanı kaçtır?

A) 19 B) 21 C) 27 D) 29 E) 31

5. $\frac{a-b}{b} = \frac{3}{2}$, $1 - \frac{b}{a} = c$ olduğuna göre, c kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

6. $\frac{3^2 + (-2)^3}{(-1)^4 + 2^2}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{1}{5}$ B) -1 C) $\frac{17}{5}$ D) $\frac{1}{5}$ E) 1

7. $\frac{3}{a} = \frac{2}{b}$ $2a+b=24$ olduğuna göre, b kaçtır?

A) 14 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6

8. Bir manavdaki sebzeler, çürüyerek $\frac{2}{5}$ fire vermiştir. Bunun sonucunda maliyet ne kadar artmıştır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

9. Haftalık harçlığının %10 nunu biriktiren bir öğrencinin 6 hafta sonunda 90 000 TL si olmuştur. Bu öğrencinin haftalık harçlığı kaç TL dir?

A) 80 000 B) 90 000 C) 100 000
D) 120 000 E) 150 000

10. A, B herhangi iki küme ve $A \cup B$, $A - B$, $B - A$ kümelerinin alt küme sayıları sırasıyla 512, 32 ve 4 olduğuna göre, $A \cap B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

11. $(1993)^x \equiv 2 \pmod{5}$ olduğuna göre, x in en küçük değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 3 D) 7 E) 10

12. $\left(\frac{x+5}{5-x}\right) : \left(1 + \frac{10}{x-5}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

13. $a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$

olduğuna göre $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$ nin değeri kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

14. Pozitif iki sayının farkı 5, çarpımları 24 ise küpleri farkı kaçtır?

A) 485 B) 460 C) 420 D) 385 E) 360

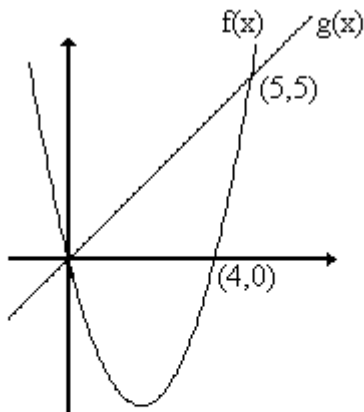
15. $P(x)=x^3+5x^2+5x+27$ polinomu. $Q(x)$ polinomu bölündüğünde, bölüm $x+5$ olduğuna göre kalan kaçtır ?

- A) -2 B) -1 C) 2 D) 3 E) 4

17. $x^2 + (x_1 + 4)x - 3x_2 = 0$ denkleminin kökleri, sıfırdan farklı olan x_1 ve x_2 sayılarıdır. Buna göre, büyük kök kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

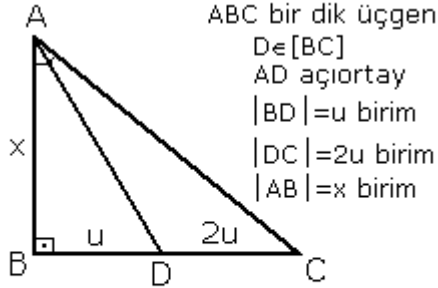
19.



Şekilde, eksenleri y -eksenine paralel olan, $f(x)$ parabolü ile $g(x)$ doğrusunun ortak noktaları $(5,5)$ ve $(0,0)$ dir. Buna göre, $\frac{(f \circ g)(8)}{(f \circ f)(2)}$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

21.



Yukarıdaki verilere göre, $|AB|=x$ in u türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $u\sqrt{2}$ B) $u\sqrt{3}$ C) $2u$ D) $3u$ E) $4u$

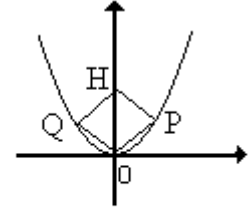
16. $[-1,3]$ kapalı aralığında tanımlı $f(x)=4-x^2$ fonksiyonunun en küçük değeri kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) 2 E) 3

18. $\frac{-(x+4)(x+5)^2}{x} > 0$ eşitliğini sağlayan negatif tam sayılardan en küçük kaçtır?

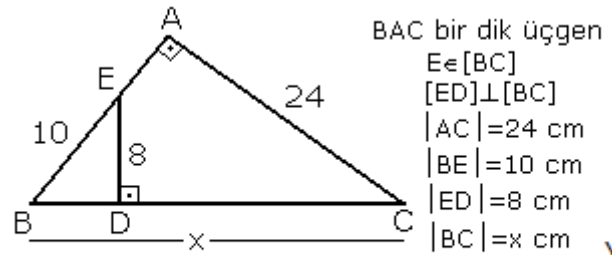
- A) -6 B) -5 C) -3 D) -2 E) -1

20. Şekildeki parabolün denklemi $y=x^2$ dir. Bir köşesi $O(0,0)$ de, P ve Q köşeleri de parabolün üzerinde olan OPHQ karesinin alanı kaç birim karedir?



- A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) 3 E) 2

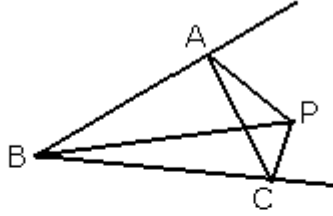
22.



Yukarıdaki verilere göre, $|BC|=x$ kaç cm dir?

- A) 26 B) 28 C) 30 D) 32 E) 36

23.

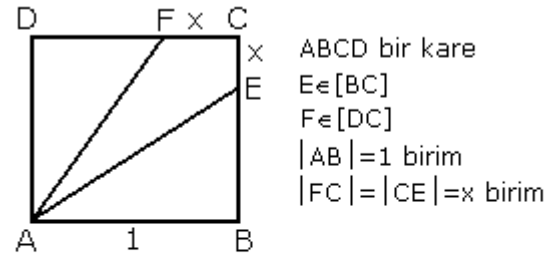


Şekildeki ABC üçgeninin dışında ve B açısının içinde bir P noktası alınmıştır.

$A(PAB) + A(PBC)$ sabit olduğuna göre, P'nin geometrik yeri nedir?

- A) Işın B) Doğru Parçası
C) Çember Yayı D) Parabol Yayı
E) Hiperbol Yayı

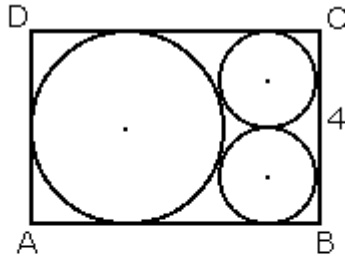
25.



Yukarıdaki şekilde, $A(AECF) = \frac{A(ABCD)}{2}$ olduğuna göre, $|FC| = |CE| = x$ kaç birimdir?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

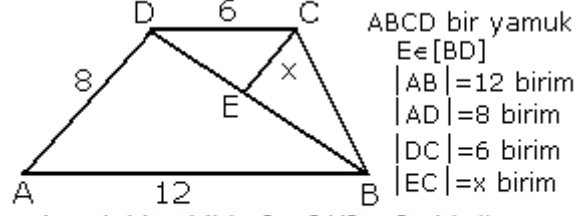
27.



[BC] uzunluğu 4 cm olan ABCD dikdörtgeninin içine, şekildeki gibi aralarında teğet olan üç çember çizilmiştir. Büyük çember dikdörtgeninin üç kenarına, eş olan iki küçük çember ise ikişer kenarına teğettir. Köşeleri bu çemberlerin merkezleri olan üçgenin alanı kaç cm^2 dir?

- A) $2\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{5}$ D) 2 E) 3

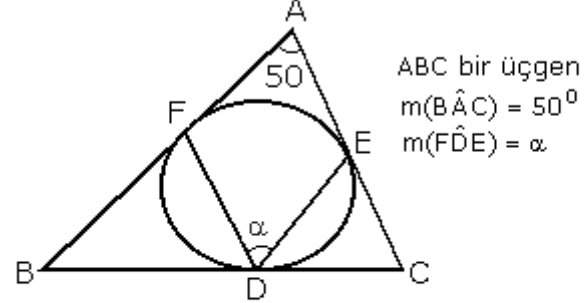
24.



Yukarıdaki şekilde $[CE] \parallel [DA]$ olduğuna göre, $|EC| = x$ kaç birimdir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

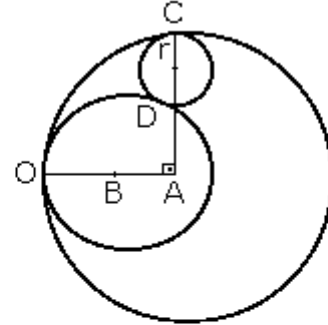
26.



Şekilde ABC üçgeninin iç teğet çemberi, [AB] ye F de, [BC] ye D de, [AC] ye E de teğettir. Buna göre, $m(\hat{FDE}) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 70 B) 65 C) 60 D) 55 E) 50

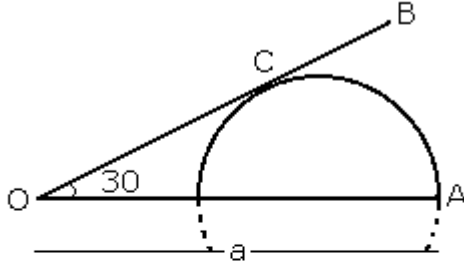
28.



Merkezi B, yarıçapı 3 birim olan küçük çember; merkezi A, yarıçapı 5 birim olan büyük çembere, şekildeki gibi, O da teğettir. [AC], büyük çemberin [OA] ya dik bir yarıçapıdır. Büyük çember C de içten teğet, küçük çembere D de dıştan teğet olan üçüncü çemberin r yarıçapı kaç birimdir?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

29.

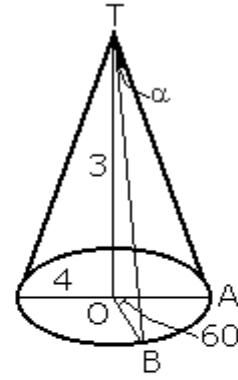


$C \in [OB]$ $m(\widehat{AOB}) = 30^\circ$ $|OA| = a$ birim

Şekilde, A olan geçen ve merkezi [OA] üzerinde olan çember, OB ye C de teğettir. Çemberin yarıçapının $|OA| = a$ türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{a}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{a}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{a}{3}$ E) $\frac{a}{4}$

30.



Şekildeki dönel koninin tepesi T, taban merkezi O, yüksekliği 3 cm, taban yarıçapı 4 cm dir. Çember üzerindeki A ve B noktaları O ve T ye birleştirilmiştir. $m(\widehat{AOB}) = 60^\circ$, $m(\widehat{ATB}) = \alpha$ olduğuna göre $\cos \alpha$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{17}{25}$ B) $\frac{19}{25}$ C) $\frac{21}{25}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

31. $\frac{3}{\cos x} = \frac{4}{\sin x}$

olduğuna göre, $\cos x$ in pozitif değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

32. $\frac{1}{1 - \cos x} - \frac{1}{1 + \cos x} = \frac{4}{3}$

denklemini sağlayan x dar açısı kaç derecedir?

- A) 25 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

33. Karmaşık düzlemde $z = 3 - i$ olduğuna göre $|z|$ kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B) $\frac{\sqrt{10}}{20}$ C) $\frac{\sqrt{15}}{20}$
D) $\frac{\sqrt{15}}{30}$ E) $\frac{\sqrt{10}}{50}$

34. Karmaşık düzlemde

$(\cos x + i \sin x)^2 = \cos^2 x - i \sin^2 x$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi x in değerlerinden biridir?

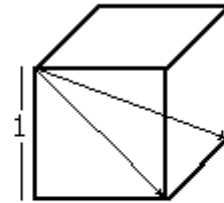
- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

35. $\log_a 9 = 4$ $\log_3 a = b$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

36.



Birim küpün bir köşesinden diğer iki köşesine şekildeki gibi uzanan iki vektörün iç çarpımı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{3}$

37. Bir geometrik dizinin ilk altı teriminin toplamının, ilk üç teriminin toplamına oranı $2\sqrt{2}$ dir. Bu dizinin ortak oranı kaçtır?

- A) $2\sqrt[3]{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2} - 1$ D) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ E) $\sqrt[3]{2\sqrt{2} - 1}$

38. Genel terimi

$$a_n = \frac{2}{(n+1)(n+3)}, n \in \mathbb{N}^+$$

olan dizinin ilk 7 teriminin toplamı kaçtır?

- A) $\frac{28}{45}$ B) $\frac{13}{18}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{5}{8}$ E) 0

39. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (7^{\frac{1}{x}} + 5^x + 1)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

40. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 2 \sin x - 1}{\cos 2x + \sin 2x - 1}$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

$$41. f(x) = \begin{cases} mx + n & 1 < x \text{ ise} \\ 5 & x = 1 \text{ ise} \\ x^2 + m & x < 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu R de sürekli olduğuna göre n kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 6 E) 7

$$42. f(x) = 2x^2 + 3$$

olduğuna göre $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

43. $f(3x-5) = 2x^2 + x - 1$ olduğuna göre $f'(1) + f(1)$ kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

44. $y < 0$ almak Özere, $x^2 + y^2 = 9$ çemberinin $x = \sqrt{3}$ noktalarındaki teğetinin eğimi kaçtır?

- A) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

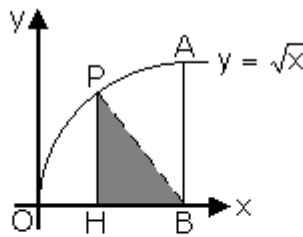
45. Denklemi $f(x) = \sin(\cos 5x)$ olan eğrinin $x = \frac{\pi}{10}$ noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?

- A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

46. Denklemi $y = x^3 + ax^2 + (a+7)x - 1$ olan eğrinin dönüm (büküm) noktasının apsisi 1 ise ordinatı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

47.



Denklemi $y = \sqrt{x}$ olan şekildeki parabolün A ve P noktalarının x eksenı üzerindeki dik izdüşümleri sırasıyla B(36, 0) ve H(x, 0) dır. HBP üçgeninin alanı, x in hangi değeri için en büyüktür?

- A) 12 B) 9 C) 8 D) 6 E) 4

48. $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$ İntegralinde $x = 2 \sin t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki intagrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_{\pi}^{\pi/2} \sin^2 t dt$ B) $\int_0^{\pi/2} 4 \sin^2 t dt$
C) $\int_{\pi/2}^{\pi} 4(\sin t - \cos t) dt$ D) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 t dt$
E) $\int_0^{\pi/2} 4 \cos^2 t dt$

49. $\left(\int_0^a x \, dx \right)^3 = \int_0^a x^3 dx$ olduğuna göre, pozitif a kaçtır?

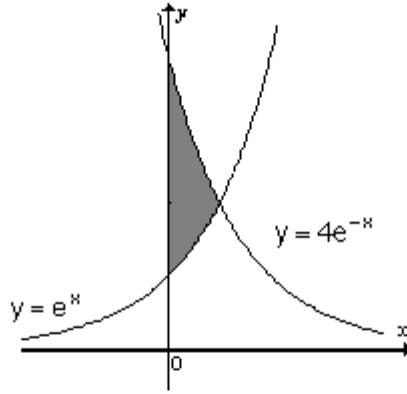
- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2

50. $0 < a < \frac{\pi}{3}$ $\int_0^a (\tan^4 x + \tan^2 x) dx = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, a 'nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

51.



Şekilde, $y = e^x$, $y = 4e^{-x}$ fonksiyonlarının grafikleri ve y-ekseniyle sınırlı olan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) $\ln 2$ E) $\ln 3$

52. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}^2 - 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

toplamı aşağıdaki matrislerden hangisine eşittir?

- A) $\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} -6 & 6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$

ÇÖZÜMLER

1.

Rakamları birbirinden farklı olan üç basamaklı en büyük tek sayı = 987

987 sayısının rakamları toplamı 3'ün katı olduğuna göre,

$$9 + 8 + 7 = 24 = 3 \cdot 8$$

Buna göre, 987 sayısı 3 ile kalansız bölünebilir.

2.

Bu sayıların en küçüğünün en az olması için :

diğer 3 pozitif tam sayı birbirinden farklı, iki basamaklı en büyük sayılar seçilmelidir.

Buna göre sayılar : 99 , 98 , 97 seçilir.

$$99 + 98 + 97 + X = 319$$

$X = 25$ elde edilir.

3.

$$K = x.3 + (x - 2) \Rightarrow K = 3x + x - 2$$

$$\Rightarrow K = 4x - 2 \Rightarrow x = \frac{K+2}{4}$$

Not :

Bölünen	Bölen
	Bölüm
Kalan	

$$\text{Bölünen} = \text{Bölen} \times \text{Bölüm} + \text{Kalan}$$

4.

Ardışık iki pozitif tek sayılar x ve $(x + 2)$ olsun.

$$(x + 2)^2 - x^2 = 120 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 - x^2 = 120$$

$$\Rightarrow 4x = 116$$

$$\Rightarrow x = 29$$

5.

$$\frac{a-b}{b} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2a - 2b = 3b \Rightarrow 2a = 5b \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{2}{5}$$

$$1 - \frac{b}{a} = c \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{2}{5} \text{ olduğuna göre,}$$

$$1 - \frac{2}{5} = c \Rightarrow c = \frac{3}{5} \text{ bulunur.}$$

6.

$$\frac{3^2 + (-2)^3}{(-1)^4 + 2^2} = \frac{9 - 8}{1 + 4} = \frac{1}{5}$$

7.

$$\frac{3}{a} = \frac{2}{b} \Rightarrow 2a = 3b$$

$$2a + b = 24 \Rightarrow 3b + b = 24 \Rightarrow 4b = 24$$

$$\Rightarrow b = 6$$

8.

I. Yol

Manavdaki sebze miktarı = 10 kg

Maliyet miktarı = 30 lira olsun.

Sebzenin 1 kilosu = $\frac{30}{10} = 3$ lira olur.

Sebzeler çürüyerek $\frac{2}{5}$ fire verdiğine göre, verilen fire miktarı = $\frac{2}{5} \cdot 10 = 4$ kg

Kalan sebze miktarı = $10 - 4 = 6$ kg olur.

Maliyet miktarı = 30 lira olduğuna göre,

Sebzenin 1 kilosu = $\frac{30}{6} = 5$ lira

Maliyet miktarı = $5 \cdot 10 = 50$ lira

Maliyet miktarındaki değişim = $50 - 30 = 20$ lira artmıştır.

Maliyet miktarı başlangıçta 30 lira iken 20 lira arttığına göre,

$$\begin{array}{r} \text{Maliyet : M ise} \quad x \\ \hline x = \frac{20 \cdot M}{30} = \frac{2M}{3} \text{ elde edilir.} \end{array}$$

II. Yol

Manavdaki sebze miktarı = s kg

Maliyet miktarı = m lira olsun.

Sebzenin 1 kilosu = $\frac{m}{s}$ lira olur.

Sebzeler çürüyerek $\frac{2}{5}$ fire verdiğine göre, verilen fire miktarı = $\frac{2s}{5}$ kg

Kalan sebze miktarı = $s - \frac{2s}{5} = \frac{3s}{5}$ kg olur.

Maliyet miktarı = m lira olduğuna göre,

Sebzenin 1 kilosu = $\frac{5m}{3s}$ lira

Maliyet miktarı = $\frac{5m}{3s} \cdot s = \frac{5m}{3}$ lira

Maliyet miktarındaki değişim = $\frac{5m}{3} - m = \frac{2m}{3}$ lira artmıştır.

Buna göre, maliyet miktarı başlangıçtaki maliyet miktarının $\frac{2}{3}$ ü kadar artmıştır.

9.

Bu öğrencinin haftalık harçlığı = x TL olsun.

Haftalık harçlığının % 10'unu biriktirdiğine göre,

$$1 \text{ haftada biriken miktar} = x \% 10 = \frac{x}{10}$$

$$6 \text{ haftada biriken miktar} = \frac{6x}{10} = 90\,000 \Rightarrow 6x = 900\,000$$

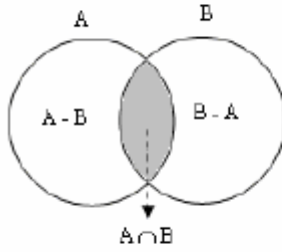
$$\Rightarrow x = 150\,000$$

10.

$$A \cup B \text{ kümesinin alt küme sayısı} = 512 = 2^9 \Rightarrow s(A \cup B) = 9$$

$$A - B \text{ kümesinin alt küme sayısı} = 32 = 2^5 \Rightarrow s(A - B) = 5$$

$$B - A \text{ kümesinin alt küme sayısı} = 4 = 2^2 \Rightarrow s(B - A) = 2$$



$$\Rightarrow s(A \cup B) = s(A - B) + s(B - A) + s(A \cap B)$$

$$9 = 5 + 2 + s(A \cap B)$$

$$s(A \cap B) = 2 \text{ bulunur.}$$

Not : Alt Küme Sayısı

n elemanlı bir A kümesinin alt kümelerinin sayısı 2^n dir.

Özalt kümelerinin sayısı $2^n - 1$ dir.

11.

$$(1993)^x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$1993 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$3^x \equiv 2 \pmod{5} \Rightarrow 3^1 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$\Rightarrow 3^2 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$\Rightarrow 3^3 \equiv 2 \pmod{5}$$

Buna göre, $x = 3$ elde edilir.

12.

$$\left(\frac{x+5}{5-x}\right) : \left(1 + \frac{10}{x-5}\right) = \left(\frac{x+5}{5-x}\right) : \left(\frac{x+5}{x-5}\right)$$

$$= \left(\frac{x+5}{-(x-5)}\right) \cdot \left(\frac{x-5}{x+5}\right)$$

$$= \frac{1}{-1}$$

$$= -1$$

13.

$$(a - \frac{1}{a})^2 = a^2 - 2.a.\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = a^2 + \frac{1}{a^2} - 2$$

$a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$ eşitliğin her iki tarafının karesi alınırsa,

$$(a + \frac{1}{a})^2 = (2\sqrt{3})^2 \Rightarrow a^2 + 2.a.\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 12$$

$$\Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 10$$

$$(a - \frac{1}{a})^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = 10 - 2 = 8 \text{ elde edilir.}$$

14.

Pozitif iki sayı a ve b olsun.

$$a - b = 5$$

$$a.b = 24$$

$$a^3 - b^3 = ?$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3ab(a - b) - b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) \text{ olduğuna göre, } a^3 - b^3 = 5^3 + 3.24.5$$

$$a^3 - b^3 = 485 \text{ bulunur.}$$

15.

$$P(x) = Q(x) \times (x + 5) + \text{Kalan}$$

$$x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 \text{ için : } P(-5) = Q(-5) \times (-5 + 5) + \text{Kalan}$$

$$P(-5) = 0 + \text{Kalan}$$

$$P(-5) = \text{Kalan}$$

$$P(x) = x^3 + 5x^2 + 5x + 27 \Rightarrow P(-5) = (-5)^3 + 5.(-5)^2 + 5.(-5) + 27$$

$$\Rightarrow P(-5) = 2 = \text{Kalan}$$

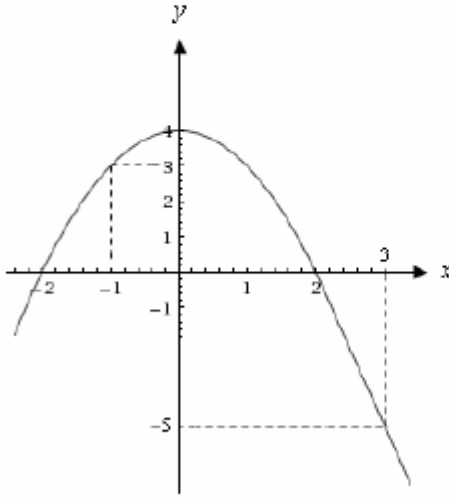
16.

$[-1, 3]$ kapalı aralığında tanımlı,

$$f(x) = 4 - x^2 \Rightarrow x = -1 \text{ için : } f(-1) = 4 - (-1)^2 \Rightarrow f(-1) = 3$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ için : } f(3) = 4 - 3^2 \Rightarrow f(3) = -5$$

$f(x) = 4 - x^2$ grafiğini çizersek,



$x \in [-1, 3]$ için $f(x)$ in en küçük değerinin -5 olduğu görülür.

17.

$$\text{kökler toplamı : } x_1 + x_2 = -\frac{(x_1 + 4)}{1} \Rightarrow 2x_1 = -x_2 - 4$$

$$\text{kökler çarpımı : } x_1 \cdot x_2 = \frac{-3x_2}{1} \Rightarrow x_1 = -3$$

$$x_1 = -3 \text{ olduğuna göre, } 2 \cdot (-3) = -x_2 - 4 \Rightarrow x_2 = 2$$

Buna göre, büyük kök : $x_2 = 2$ olur.

Not : İkinci Derece Denkleminin Kökleri ile Katsayıları Arasındaki Bağlılıklar

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise

$$\text{kökler toplamı : } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{kökler çarpımı : } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

18.

$$\frac{-(x+4)(x+5)^2}{x} > 0 \Rightarrow \frac{(x+4)(x+5)^2}{x} < 0$$

$$x+4=0 \Rightarrow x=-4$$

$$(x+5)^2=0 \Rightarrow x=-5$$

$$x=0$$

	-5	-4	0	
$x+4$	---	--0	+++	+++
$(x+5)^2$	+++	0++	+++	+++
$(x+4)(x+5)^2$	---	--	+++	+++
x	---	--	---	0+++
$\frac{(x+4)(x+5)^2}{x}$	+++	++	---	+++

$$\frac{(x+4)(x+5)^2}{x} < 0 \Rightarrow \text{Çözüm kümesi} = (-4, 0)$$

$$\frac{(x+4)(x+5)^2}{x} < 0 \text{ eşitliğini sağlayan negatif tam sayılardan en küçüğü} = -3 \text{ olur.}$$

19.

$g(x)$ doğrusunun denklemi :

$g(x)$ doğrusunun üzerindeki noktalar $(5, 5)$ ve $(0, 0)$ olduğuna göre,

İki noktası bilinen doğru denklemine göre,

$$\frac{y-5}{5-0} = \frac{x-5}{5-0} \Rightarrow y=x \Rightarrow g(x)=x$$

$f(x)$ eğrisinin denklemi :

$f(x)$ eğrisinin x eksenini kestiği noktalar $(0, 0)$ ve $(4, 0)$ olduğuna göre,

$$f(x) = a.(x-4)(x-0) \Rightarrow f(x) = a.(x-4).x$$

$(5, 5)$ noktası $f(x)$ eğrisinin üzerinde olduğundan,

$$5 = a.(5-4).5 \Rightarrow a=1$$

Buna göre, $f(x) = x.(x-4)$ olur.

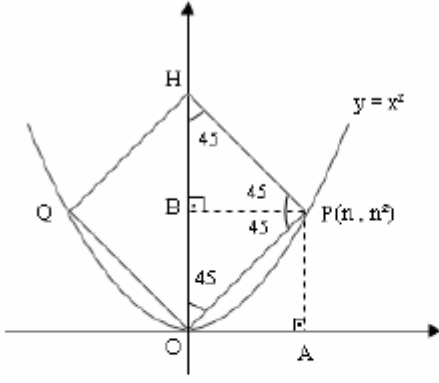
$$\frac{(f \circ g)(8)}{(f \circ f)(2)} = \frac{f(g(8))}{f(f(2))}$$

$$g(x)=x \Rightarrow g(8)=8$$

$$f(x)=x.(x-4) \Rightarrow f(2)=2.(2-4) \Rightarrow f(2)=-4$$

$$= \frac{f(8)}{f(-4)} = \frac{8.(8-4)}{(-4).(-4-4)} = \frac{32}{32} = 1 \text{ elde edilir.}$$

20.



OPHQ karesinin bir kenar uzunluğu için :

P noktasının x – eksenini kestiği nokta n olsun.

$$y - \text{eksenini kestiği nokta} : y = x^2 \Rightarrow y = n^2 \text{ olur.}$$

$$P(n, n^2)$$

OH uzunluğu karenin köşegeni olduğundan, $m(\text{HOP}) = m(\text{PHO}) = 45$

OAP ikizkenar dik üçgen olacağına göre,

$$|OA| = |AP| \Rightarrow n = n^2 \Rightarrow n = 1$$

$$\text{Pisagor bağıntısına göre, } |OP|^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow |OP| = \sqrt{2}$$

$$\text{OPHQ karesinin bir kenar uzunluğu} = |PH| = |HQ| = |QO| = |OP| = \sqrt{2}$$

$$\text{alan(OPHQ)} = (\sqrt{2})^2 = 2 \text{ elde edilir.}$$

21.

ABC dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$$|AC|^2 = x^2 + (3u)^2 \Rightarrow |AC| = \sqrt{x^2 + 9u^2}$$

Açıortay teoremine göre,

$$\frac{u}{2u} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9u^2}} \Rightarrow 2x = \sqrt{x^2 + 9u^2}$$

$$\Rightarrow 4x^2 = x^2 + 9u^2$$

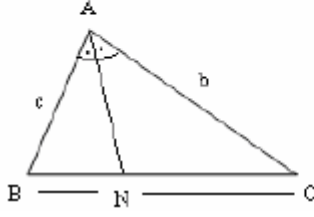
$$\Rightarrow 3x^2 = 9u^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 3u^2$$

$$\Rightarrow x = u\sqrt{3}$$

Not : Açıortay Teoremi

Bir üçgende bir açının açıortayı karşı kenarı diğer kenarlar oranında böler.



$$\text{AN iç açıortay ise, } \frac{|NB|}{|NC|} = \frac{c}{b}$$

22.

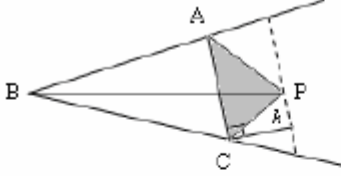
EDB dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$$10^2 = |BD|^2 + 8^2 \Rightarrow |BD| = 6$$

$$BDE \cong BAC \Rightarrow \frac{6}{|BA|} = \frac{10}{x} = \frac{8}{24}$$

$$\Rightarrow x = 30 \text{ elde edilir.}$$

23.



Alan(BAC) sabittir.

A(PAB) + A(PBC) sabit olduğuna göre, PAC alanının sabit olması gereklidir.

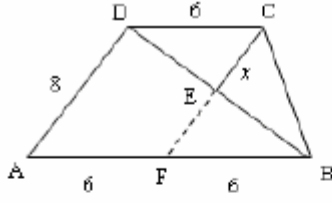
Alan(PAC) nin sabitliği için :

PAC üçgeninin tabanı ($|AC|$) sabit olduğuna göre,

P den AC ye inen yükseklikte sabit olmalıdır.

Buna göre, P nin geometrik yeri açısal bölge içinde AC ye paralel olan doğru parçasıdır.

24.



[CE] // [DA] olduğuna göre, CF // DA

$$|DC| = |AF| = 6 \Rightarrow |FB| = 6$$

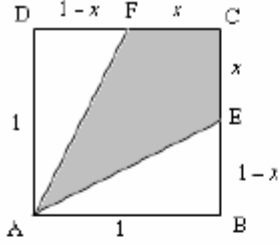
$$BEF \cong BDA \Rightarrow \frac{|EF|}{8} = \frac{6}{12} \Rightarrow |EF| = 4$$

$$|DA| = |CF| = 8$$

$$|CF| = |CE| + |EF| \Rightarrow 8 = x + 4$$

$$\Rightarrow x = 4$$

25.



$$A(ABCD) = A(AECF) + A(ADF) + A(ABE)$$

$$A(AECF) = \frac{A(ABCD)}{2} \text{ olduğuna göre,}$$

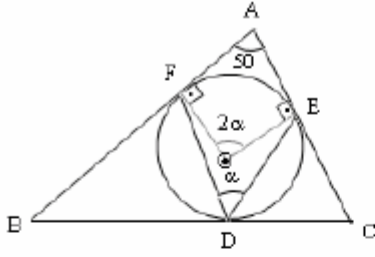
$$A(ABCD) = \frac{A(ABCD)}{2} + A(ADF) + A(ABE)$$

$$\frac{A(ABCD)}{2} = A(ADF) + A(ABE) \Rightarrow \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1 \cdot (1-x)}{2} + \frac{1 \cdot (1-x)}{2}$$

$$\Rightarrow 1 = 2 - 2x$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

26.



Çemberin merkezi O noktası olsun.

Çevre açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşit olduğundan,

$$m(\widehat{FDE}) = \alpha \Rightarrow \text{FE yayı} = 2\alpha$$

Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşit olduğundan,

$$\text{FE yayı} = 2\alpha \Rightarrow m(\widehat{FOE}) = 2\alpha$$

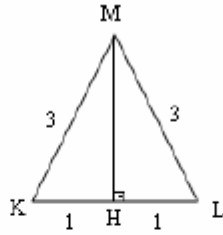
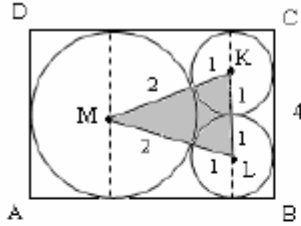
Buna göre, $m(\widehat{FDE}) = \alpha \Rightarrow m(\widehat{FOE}) = 2\alpha$ olur.

Yarıçap teğete değme noktasında dik olduğundan, $OF \perp AB$ ve $OE \perp AC$ olur.

OEAF dörtgeninin iç açılar toplamı 360° olduğuna göre,

$$2\alpha + 90 + 90 + 50 = 360 \Rightarrow \alpha = 65$$

27.



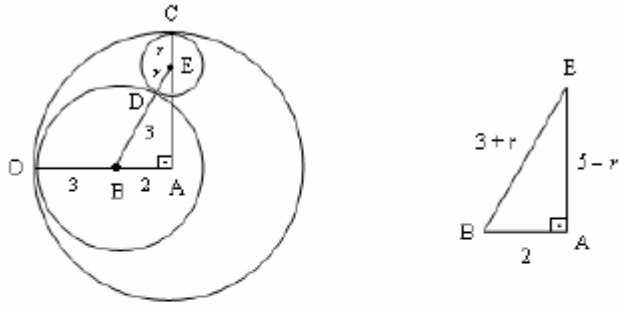
$$\text{Alan}(\text{MKL}) = ?$$

KML ikizkenar üçgeninde tabana ait yükseklik çizilirse,

$$\text{MHL dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre, } 3^2 = |MH|^2 + 1^2 \Rightarrow |MH| = 2\sqrt{2}$$

$$\text{Alan}(\text{MKL}) = \frac{2 \cdot 2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ elde edilir.}$$

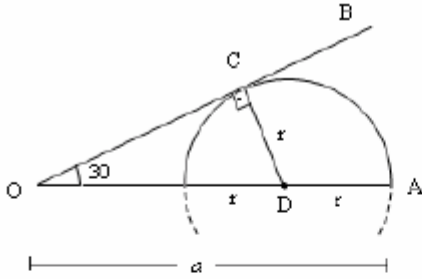
28.
BE çizilirse,



BAE dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$$\begin{aligned}(3+r)^2 &= (5-r)^2 + 2^2 \Rightarrow 9 + 6r + r^2 = 25 - 10r + r^2 + 4 \\ &\Rightarrow 16r = 20 \\ &\Rightarrow r = \frac{5}{4} \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

29.



Yarıçap teğete değme noktasında dik olduğundan, $OB \perp CD$ olur.

DCO dik üçgeninde,

Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına eşit olduğuna göre,

$|OD| = 2r$ olur.

$$|AD| = r \text{ olduğundan, } |OA| = 3r = a \Rightarrow r = \frac{a}{3}$$

Not : Dik üçgen özellikleri

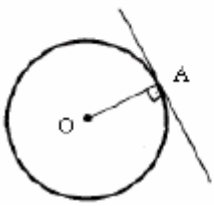
Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

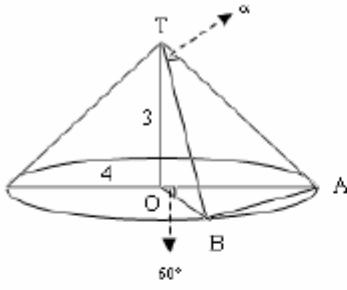
60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşittir.

Not :

Yarıçap teğete değme noktasında diktir.



30.



$$|OA| = |OB| = 4$$

AB uzunluğu çizilirse,

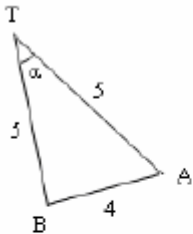
BAO üçgeni eşkenar üçgen olacağına göre, $|AB| = 4$ olur.

$$TO \perp OB$$

$$TOB \text{ dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre, } |TB|^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow |TB| = 5$$

$$TO \perp OA$$

$$TOA \text{ dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre, } |TA|^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow |TA| = 5$$

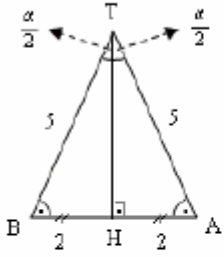


TBA üçgeninde kosinüs teoremine göre,

$$4^2 = 5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{34}{50}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{17}{25}$$

veya



BTA ikizkenar üçgeninin yüksekliği çizilirse, $TH \perp BA$

İkizkenar üçgende tabana ait yükseklik, aynı zamanda kenarortay olduğuna göre,

$$|BH| = |HA| = 2$$

THA dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre, $5^2 = |TH|^2 + 2^2 \Rightarrow |TH| = \sqrt{21}$

$\cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ olduğuna göre,

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{5}$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \left(\frac{\sqrt{21}}{5} \right)^2 - \left(\frac{2}{5} \right)^2 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{21}{5} - \frac{4}{5} \\ &\Rightarrow \cos \alpha = \frac{17}{25} \end{aligned}$$

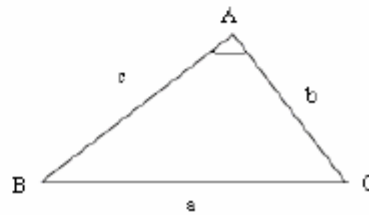
Not : Kosinüs Teoremi

Bir ABC üçgeninde,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos(A)$$

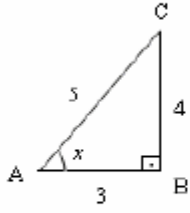
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos(B)$$

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2.a.b.\cos(C)$$



31.

$$\frac{3}{\cos x} = \frac{4}{\sin x} \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{4}{3} \Rightarrow \tan x = \frac{4}{3}$$



ABC dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre, $|AC|^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow |AC| = 5$

Buna göre, $\cos x = \frac{3}{5}$ elde edilir.

32.

$$\frac{1}{1-\cos x} - \frac{1}{1+\cos x} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{1}{1-\cos x} - \frac{1}{1+\cos x} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1+\cos x - 1+\cos x}{(1-\cos x)(1+\cos x)} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2\cos x}{1-\cos^2 x} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos x}{1-\cos^2 x} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (2\cos x - 1)(\cos x + 2) = 0$$

$$2\cos x - 1 = 0 \Rightarrow 2\cos x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = 60 \text{ derece}$$

33.

I. Yol

z sayının çarpma işlemine göre tersi $\frac{1}{z}$ olduğuna göre,

$$z = 3 - i \Rightarrow z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{3 - i}$$

$$z^{-1} = \frac{1}{3 - i} \Rightarrow z^{-1} = \frac{1}{3 - i} \cdot \frac{(3 + i)}{(3 - i)}$$

$$\Rightarrow z^{-1} = \frac{3 + i}{10} \Rightarrow z^{-1} = \frac{3}{10} + \frac{1}{10}i$$

$$|z^{-1}| = \sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^2 + \left(\frac{1}{10}\right)^2} \Rightarrow |z^{-1}| = \sqrt{\frac{1}{10}} \Rightarrow |z^{-1}| = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

II. Yol

$|z^{-1}| = |z|^{-1}$ olduğuna göre,

$$z = 3 - i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} \Rightarrow |z| = \sqrt{10}$$

$$|z|^{-1} = (\sqrt{10})^{-1} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10} \text{ elde edilir.}$$

34.

$$(\cos x + i \sin x)^2 = \cos^2 x + i \sin^2 x$$

$$\cos^2 x + 2 \sin x \cos x i - \sin^2 x = \cos^2 x + i \sin^2 x$$

$\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$ ve $2 \sin x \cos x = \sin 2x$ olduğuna göre,

$$\cos 2x + \sin 2x i = \cos^2 x + i \sin^2 x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x$$

$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ olduğuna göre,

$$2 \cos^2 x - 1 = \cos^2 x \Rightarrow \cos^2 x = 1$$

$$\Rightarrow \cos x = \pm 1 \Rightarrow \cos x = 1 \Rightarrow x = 0$$

$$\Rightarrow \cos x = -1 \Rightarrow x = \pi$$

veya

$$\sin 2x i = i \sin^2 x$$

$$2 \sin x \cos x = \sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x - 2 \sin x \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \sin x (\sin x - 2 \cos x) = 0 \Rightarrow \sin x = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ veya } x = \pi$$

35.

$$\log_a 9 = 4 \Rightarrow a^4 = 9$$

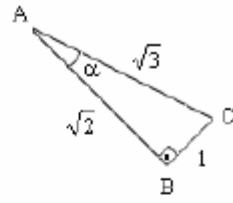
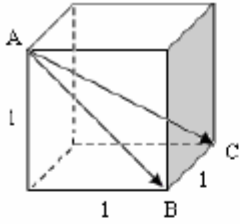
$$\Rightarrow a^4 = 3^2 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

$$\log_3 a = b \Rightarrow \log_3 \sqrt{3} = b$$

$$\Rightarrow \log_3 3^{\frac{1}{2}} = b \Rightarrow \frac{1}{2} \log_3 3 = b \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\text{Buna göre, } a.b = \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow a.b = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ elde edilir.}$$

36.



$$\text{Yüzey köşegeni : } |AB|^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow |AB| = \sqrt{2}$$

$$AB \perp BC$$

$$|BC| = 1$$

ABC dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$$\text{Cisim köşegeni : } |AC|^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 \Rightarrow |AC| = \sqrt{3}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \cos \alpha$$

$$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= 2$$

37.

$$\frac{S_6}{S_3} = \frac{\sum_{k=1}^6 a_k}{\sum_{k=1}^3 a_k} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6}{a_1 + a_2 + a_3} = 2\sqrt{2} \text{ ise geometrik dizinin ilk terimi } a \text{ olsun.}$$

$$= \frac{a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5}{a + ar + ar^2}$$

$$= \frac{a(1 + r + r^2 + r^3 + r^4 + r^5)}{a(1 + r + r^2)}$$

$$= \frac{1 + r + r^2 + r^3 + r^4 + r^5}{1 + r + r^2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\frac{r^6 - 1}{r - 1}}{\frac{r^3 - 1}{r - 1}} \\
&= \frac{r^6 - 1}{r^3 - 1} \\
&= \frac{(r^3 - 1)(r^3 + 1)}{r^3 - 1} \\
&= r^3 + 1
\end{aligned}$$

$r^3 + 1 = 2\sqrt{2}$ olduğuna göre,

$$r^3 = 2\sqrt{2} - 1 \Rightarrow r = \sqrt[3]{2\sqrt{2} - 1} \text{ elde edilir.}$$

Not : Geometrik Dizinin Özellikleri

$a_n = ar^{n-1}$ geometrik dizisinin ilk n tane teriminin toplamı :

$$\begin{aligned}
S_n &= \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \\
&= a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} \\
&= a.(1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1}) \\
&= a \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}
\end{aligned}$$

38. $\frac{2}{(n+1)(n+3)}$ ifadesi basit kesirler biçiminde yazılırsa,

$$\frac{2}{(n+1)(n+3)} = \frac{A}{n+1} + \frac{B}{n+3}$$

$$\frac{2}{(n+1)(n+3)} = \frac{A}{n+1} + \frac{B}{n+3}$$

$$\frac{2}{(n+1)(n+3)} = \frac{A(n+3) + B(n+1)}{(n+1)(n+3)}$$

$$(A+B)n + 3A + B = 2$$

$$A + B = 0 \Rightarrow A = -B$$

$$3A + B = 2 \Rightarrow A = 1 \text{ ve } B = -1 \text{ bulunur.}$$

$$\frac{2}{(n+1)(n+3)} = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3} \text{ elde edilir.}$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^7 \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3} \right) &= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} \right) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \\ &= \frac{5}{6} - \frac{19}{90} \\ &= \frac{75-19}{90} \\ &= \frac{56}{90} = \frac{28}{45} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

39.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (7^x + 5^x + 1) &= 7^{-\infty} + 5^{-\infty} + 1 \\ &= 7^0 + (5^{-1})^{\infty} + 1 \\ &= 1 + \left(\frac{1}{5} \right)^{\infty} + 1 \\ &= 1 + \frac{1}{5^{\infty}} + 1 \\ &= 1 + \frac{1}{\infty} + 1 \\ &= 1 + 0 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

40.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 2 \sin x - 1}{\cos 2x + \sin 2x - 1} = \frac{\cos 0 - 2 \sin 0 - 1}{\cos(2 \cdot 0) + \sin(2 \cdot 0) - 1} = \frac{1 - 0 - 1}{1 + 0 - 1} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır.}$$

L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x - 2 \sin x - 1)'}{(\cos 2x + \sin 2x - 1)'} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x - 2 \cos x}{-2 \sin 2x + 2 \cos 2x} \\ &= \frac{-\sin 0 - 2 \cos 0}{-2 \sin(2 \cdot 0) + 2 \cos(2 \cdot 0)} = \frac{0 - 2}{0 + 2} = -1 \text{ elde edilir.} \end{aligned}$$

Not : L' Hospital Kuralı

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} \text{ limitinde } \frac{0}{0} \text{ veya } \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği varsa, } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ olur.}$$

41.

$x = 1$ fonksiyonun kritik noktasıdır.

$f(x)$ fonksiyonu $\mathbb{R}$ de sürekli olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$ olmalıdır.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (mx + n) = m + n$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + m) = 1 + m$$

$$f(1) = 5$$

$m + n = 1 + m = 5$ olacağına göre, $m = 4$ ve $n = 1$ bulunur.

42.

I. Yol

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2 \cdot (1+h)^2 + 3] - [2 \cdot 1^2 + 3]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h^2 + 4h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2h + 4) \\ &= 2 \cdot 0 + 4 \\ &= 4 \end{aligned}$$

II. Yol

Türev tanımına göre, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = f'(1)$ olduğundan,

$$f(x) = 2x^2 + 3 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 4x$$

$x = 1$ için : $f'(1) = 4$ olur.

Not : Türev Kavramı

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyon ve $x_0 \in (a, b)$ olsun.

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ limitine (varsa) f fonksiyonunun x_0 noktasındaki türevi denir ve

$f'(x_0)$ ile gösterilir.

Bu limitin olabilmesi için : $\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Not :

$$x - x_0 = h \Rightarrow x = x_0 + h$$

Bu durumda $x \rightarrow x_0 \Rightarrow h = 0$ olur.

Bu nedenle $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ olur.

43.

$$f(3x - 5) = 2x^2 + x - 1$$

$f'(1)$ için :

$$(3x - 5)' \cdot f'(3x - 5) = (2x^2 + x - 1)' \Rightarrow 3 \cdot f'(3x - 5) = 4x + 1$$

$$3x - 5 = 1 \Rightarrow x = 2$$

$$3 \cdot f'(3 \cdot 2 - 5) = 4 \cdot 2 + 1 \Rightarrow f'(1) = 3$$

$f(1)$ için :

$$3x - 5 = 1 \Rightarrow x = 2$$

$$f(3 \cdot 2 - 5) = 2 \cdot 2^2 + 2 - 1 \Rightarrow f(1) = 9$$

Buna göre, $f'(1) + f(1) = 3 + 9 = 12$ elde edilir.

44.

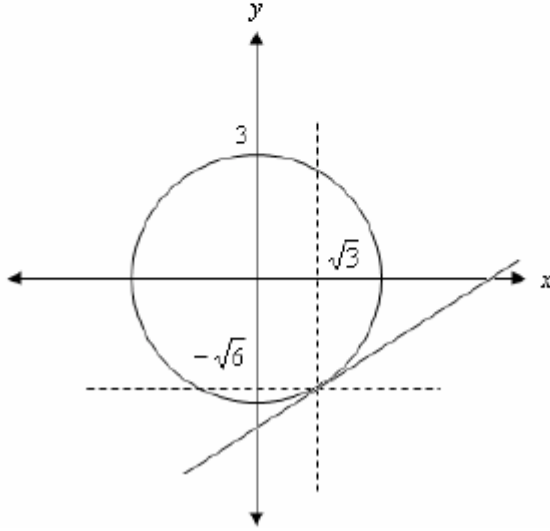
I. Yol

$$y < 0 \text{ olmak üzere, } x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow x = \sqrt{3} \text{ için } y = -\sqrt{6}$$

$$\text{Türev alınırsa, } x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow y' = -\frac{2x}{2y}$$

$$\Rightarrow y' = -\frac{x}{y}$$

$$m = -\frac{\sqrt{3}}{-\sqrt{6}} \Rightarrow m = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ bulunur.}$$



II. Yol

Teğetin eğimi, çember denkleminin türevinin $x = \sqrt{3}$ noktasındaki değerine eşit olduğundan,

$$x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow y = \pm\sqrt{9 - x^2}$$

$y < 0$ olduğuna göre, $y = -\sqrt{9 - x^2}$ olur.

$$\text{Teğetin eğimi : } y' = -\frac{-2x}{2\sqrt{9 - x^2}} \Rightarrow y' = \frac{x}{\sqrt{9 - x^2}}$$

$$x = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9 - (\sqrt{3})^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ elde edilir.}$$

Not : Kapalı Fonksiyonun Türevi

$F(x, y) = 0$ bağıntısından en az bir $y = f(x)$ fonksiyonu tanımlanabiliyorsa,

bu bağıntıya y nin x 'e göre bir kapalı fonksiyonu denir.

$$y' = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{x' \text{ e göre türev (y sabit)}}{y' \text{ ye göre türev (x sabit)}}$$

45.

Teğete değme noktasında dik olan doğruya normal denildiğine göre,

$$m_{teget} . m_{normal} = -1 \text{ ise}$$

Denklemleri $f(x) = \sin(\cos 5x)$ olan eğrinin teğetinin eğimi,

türevinin $x = \frac{\pi}{10}$ noktasındaki değeri olduğuna göre,

$$f(x) = \sin(\cos 5x) \Rightarrow f'(x) = -5 \cdot \sin 5x \cdot \cos(\cos 5x)$$

Teğetin eğimi : $x = \frac{\pi}{10}$ için : $f'(\frac{\pi}{10}) = -5 \cdot \sin 5 \cdot \frac{\pi}{10} \cdot \cos(\cos 5 \cdot \frac{\pi}{10})$

$$f'(\frac{\pi}{10}) = -5 \cdot \sin \frac{\pi}{2} \cdot \cos(\cos \frac{\pi}{2})$$

$$f'(\frac{\pi}{10}) = -5 \cdot 1 \cdot \cos 0$$

$$f'(\frac{\pi}{10}) = -5 \cdot 1 \cdot 1$$

$$f'(\frac{\pi}{10}) = -5 \text{ bulunur.}$$

$m_{teget} . m_{normal} = -1$ olduğuna göre, $(-5) \cdot m_{normal} = -1 \Rightarrow m_{normal} = \frac{1}{5}$ elde edilir.

46.

$$y = x^3 + ax^2 + (a+7)x - 1$$

$$y' = 3x^2 + 2ax + (a+7)$$

$$y'' = 6x + 2a$$

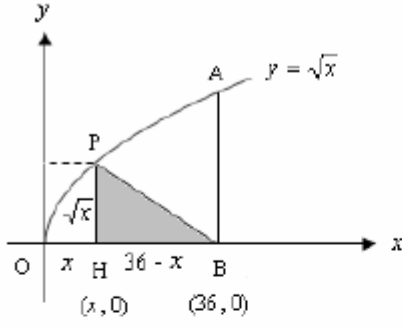
Eğrinin dönüm (büküm) noktasının apsisi ikinci türevin kökü olduğuna göre,

$$x = 1 \text{ ise } 6 \cdot 1 + 2a = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$y = x^3 - 3x^2 + (-3+7)x - 1$$

$$y = x^3 - 3x^2 + 4x - 1 \Rightarrow x = 1 \text{ ise } y = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 - 1 \Rightarrow y = 1 \text{ bulunur.}$$

47.



$$\text{HBP üçgeninin alanı : } A(HBP) = \frac{\sqrt{x} \cdot (36 - x)}{2}$$

Alanın en büyük olması için $A'(HBP) = 0$ olmalıdır.

$$\begin{aligned} A'(HBP) &= \left(\frac{\sqrt{x} \cdot (36 - x)}{2} \right)' = 0 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (36 - x) - \sqrt{x}}{2} = 0 \\ &\Rightarrow 36 - x - 2x = 0 \\ &\Rightarrow x = 12 \end{aligned}$$

48.

$$\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} \, dx$$

$x = 2 \sin t$ dönüşümü yapılırsa,

$$d(x) = d(2 \sin t) \Rightarrow dx = 2 \cos t \, dt$$

integralin alt sınırı : $x = 0$ için ; $0 = 2 \sin t \Rightarrow t = 0$

integralin üst sınırı : $x = 2$ için ; $2 = 2 \sin t \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned} \int_0^2 \sqrt{4 - x^2} \, dx &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4 - (2 \sin t)^2} \cdot 2 \cos t \, dt \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4 - 4 \sin^2 t} \cdot 2 \cos t \, dt \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4 \cdot (1 - \sin^2 t)} \cdot 2 \cos t \, dt \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4 \cos^2 t} \cdot 2 \cos t \, dt \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos t \cdot 2 \cos t \, dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 4 \cos^2 t \, dt \text{ elde edilir.} \end{aligned}$$

49.

$$\begin{aligned}\left(\int_0^a x \, dx\right)^3 &= \int_0^a x^3 \, dx \Rightarrow \left(\left(\frac{x^2}{2}\right)\bigg|_0^a\right)^3 = \left(\frac{x^4}{4}\right)\bigg|_0^a \\&\Rightarrow \left(\frac{a^2}{2} - 0\right)^3 = \left(\frac{a^4}{4} - 0\right) \\&\Rightarrow \left(\frac{a^2}{2}\right)^3 = \left(\frac{a^4}{4}\right) \\&\Rightarrow \frac{a^6}{8} = \frac{a^4}{4} \\&\Rightarrow \frac{a^2}{2} = 1 \\&\Rightarrow a^2 = 2 \\&\Rightarrow a = \sqrt{2} \text{ elde edilir.}\end{aligned}$$

50.

$$\int_0^a (\tan^4 x + \tan^2 x) \, dx = \frac{1}{3} \Rightarrow \int_0^a [\tan^2 x \cdot (\tan^2 x + 1)] \, dx = \frac{1}{3}$$

$u = \tan x$ değişken değiştirilmesi yapılırsa,

$$du = (1 + \tan^2 x) \, dx \Rightarrow dx = \frac{du}{1+u^2}$$

u değişkenine göre integralin alt sınırı : $x = 0$ için ; $u = \tan 0 \Rightarrow u = 0$

integralin üst sınırı : $x = a$ için ; $u = \tan a$

$$\begin{aligned}\int_0^{\tan a} [u^2 \cdot (u^2 + 1)] \frac{du}{1+u^2} &= \frac{1}{3} \Rightarrow \int_0^{\tan a} u^2 \, du = \frac{1}{3} \\&\Rightarrow \left(\frac{u^3}{3}\right)\bigg|_0^{\tan a} = \frac{1}{3} \\&\Rightarrow \frac{(\tan a)^3}{3} - 0 = \frac{1}{3} \\&\Rightarrow \frac{(\tan a)^3}{3} = \frac{1}{3} \\&\Rightarrow (\tan a)^3 = 1 \\&\Rightarrow \tan a = 1 \\&\Rightarrow a = \frac{\pi}{4} \text{ elde edilir.}\end{aligned}$$

51.

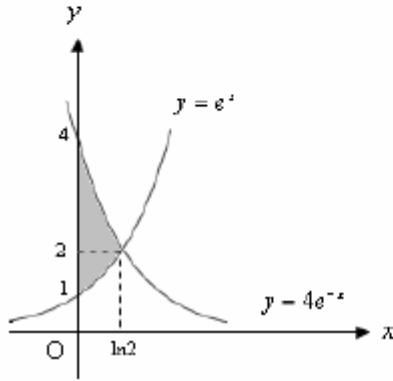
$y = e^x$, $y = 4e^{-x}$ fonksiyonlarının kesişim noktaları bulunursa,

$$e^x = 4e^{-x} \Rightarrow e^x = \frac{4}{e^x} \Rightarrow e^{2x} = 4$$

$$\Rightarrow e^{2x} = 2^2 \Rightarrow e^x = 2 \Rightarrow x = \ln 2$$

$$e^x = 2 \Rightarrow y = 2$$

Kesişim noktası : $(\ln 2, 2)$ bulunur.



$$\text{Taralı bölgenin alanı : } \int_0^{\ln 2} 4e^{-x} dx - \int_0^{\ln 2} e^x dx$$

$$\int_0^{\ln 2} 4e^{-x} dx$$

$u = -x$ değişken değiştirilmesi yapılırsa,

$$du = -dx \Rightarrow dx = -du$$

integralin alt sınırı : $x = 0$ için ; $u = 0$

integralin üst sınırı : $x = \ln 2$ için ; $u = -\ln 2$

$$\int_0^{\ln 2} 4e^{-x} dx = \int_0^{-\ln 2} -4e^u du = (-4e^u) \Big|_0^{-\ln 2} = [(-4e^{-\ln 2}) - (-4e^0)] = \frac{-4}{e^{\ln 2}} + 4 = \frac{-4}{2} + 4 = -\frac{4}{2} + 4 = 2$$

$$\int_0^{\ln 2} e^x dx = (e^x) \Big|_0^{\ln 2} = [e^{\ln 2} - e^0] = [2 - 1] = 1$$

$$\text{Taralı bölgenin alanı : } \int_0^{\ln 2} 4e^{-x} dx - \int_0^{\ln 2} e^x dx = 2 - 1 = 1 \text{ elde edilir.}$$

52.

I. Yol

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = A \text{ olsun.}$$

$A^2 - 2A + I = (A - I)^2$ olduğuna göre,

$$\left(\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^2 = \begin{bmatrix} 1-1 & 2-0 \\ -3-0 & 4-1 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}^2$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-3) & 0 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \\ -3 \cdot 0 + 3 \cdot (-3) & (-3) \cdot 2 + 3 \cdot 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

II. Yol

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-3) & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \\ (-3) \cdot 1 + 4 \cdot (-3) & (-3) \cdot 2 + 4 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 10 \\ -15 & 10 \end{bmatrix}$$

$$2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}^2 - 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 10 \\ -15 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -6 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -5-2+1 & 10-4+0 \\ -15-(-6)+0 & 10-8+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix}$$

Kaynak
Adnan ÇAPRAZ
adnancapraz@yahoo.com
AMASYA